

**Rainer Stadelmanns neu aufgefundenes und an der Ostseite der Pyramide aufgestelltes Pyramidion von DAHSHUR-NORD (Basislänge drei Ellen) und das Pyramidion der Pyramide AMENEMHET III. /DAHSHUR (Basislänge drei Ellen und vier Handbreite) im ägyptischen Museum zu Kairo bestätigen zum dritten Mal meine Theorie der Pyramidenneigungen als musikalische Intervalle. Mit einer Einführung in die antike Intervalltheorie und in die chronologische Folge der von den Ägyptern ausgewählten Pyramidenrücksprünge von Meidum bis Mykerinus**

Fortgesetzte Widerlegung der Rezension des Prof. Dr. Frank Müller-Römer

von  
Friedrich Wilhelm Korff

#### DAHSHUR-NORD

Aus meiner Korrektur der Pyramidenabmessungen Dahshur-Nord, (s. <http://archiv.ub.uni-heidelberg.de/propylaeumdok/volltexte/2009/405/> S. 13), geht hervor, daß die rote Pyramide nur mit den Abmessungen: Basislänge 420 Ellen (**220.5 m**), Höhe 200 Ellen (105 m), Ellenmaß 0.525 m, Rücksprung (**20/21**) und Böschungswinkel  $\arctg 20/21 = 43.6^\circ$  gebaut werden konnte. (Meine Korrekturen der Abmessungen in Dieter Arnolds Liste im „Lexikon der ägyptischen Baukunst“(S.200) sind hier *kursiv* und **fett** gesetzt). Der Rücksprung **20/21** entspricht dem unterteiligen Intervall des kleineren Halbtones ( $4/3 \times 20/21 = 80/63$ ) in der altägyptischen Tonart DIATONON MALAKON ( $8/7 \times 10/9 \times 21/20 = 4/3$ ), die Ptolemaios aus Alexandria (Harm. I 16, II 16) überliefert.

Mein Rezensent Prof. Frank Müller-Römer schreibt auf S. 10, 2. Absatz des PropylaeumDOK (<http://archiv.ub.uni-heidelberg.de/propylaeumdok/volltexte/2009/307/>):

*„Für die **Rote Pyramide** in Dahschur Nord gibt Korff ein Rücksprungverhältnis von 20/21 bzw. einen Neigungswinkel  $43,60^\circ$  ... an. ... Aufgrund der Ausgrabungen nennt Stadelmann eine Basislänge von 420 Ellen, deren Länge der Korff'schen Theorie widerspricht: Sie setzt sich nicht aus „seinen“ Primzahlen zusammen.*

Wieso „widerspricht“ 420 meiner Theorie? frage ich. Die ersten fünf Primzahlen im ägyptischen Meß- und Maßsystem für den Pyramidenbau sind: 1, 2, 3, 5, 7 und  $420 = 1 \times 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ . Der Basiswert von 420 Ellen findet sich nicht nur bei Stadelmann ausgesprochen, sondern er steht auch richtig in Arnolds Liste (S. 200, Nr.3, s. mein Buch, S.18 ). Und ich habe ihm nicht widersprochen, sondern ihn sogar zur Grundlage des Rücksprungs genommen (s. mein Buch S. 208). Der Rücksprung der ROTEN PYRAMIDE ist:  $200/(420/2) = 200/210 = 20/21$ . Nach diesem offenbar unüberlegten Einwand,- oder handelt es sich um einen Flüchtighkeitsfehler?- fährt der Rezensent fort:

*„Darüber hinaus setzt Korff auch für die rote Pyramide rechnerisch eine Stufenzahl von 210 an. Daraus ergibt sich eine Basislänge der obersten Schicht 210 – des Pyramidion – von 2 Ellen. Stadelmann nennt aufgrund des von ihm während seiner Grabungsaktivitäten gefundenen Pyramidion eine Basislänge von 3 Ellen bzw. 21 Handbreiten ...Dies ist ein Widerspruch, auf den Korff nicht eingeht. Theorie contra Wirklichkeit?“*

Darauf antworte ich: Hätte ich zur Zeit der Niederschrift meines Buchs im Jahr 2002 gewußt, daß Rainer Stadelmann das Pyramidion der roten Pyramide ausgrub und eine Basislänge von drei Ellen maß, hätte ich statt der damals theoretisch vermuteten 210 Stufen  $\dot{a}$  20/21 = 200 Ellen gewiß die nunmehr praktisch vorhandenen 140 Stufen  $\dot{a}$   $1 \frac{3}{7}$  Ellen = 200 Ellen ausgewählt, denn das Ergebnis läuft auf dasselbe hinaus und ändert nichts an meinen korrekt festgestellten äußeren Abmessungen der roten Pyramide.

#### ZUM PYRAMIDION VON DAHSUR-NORD

Rainer Stadelmann gibt die Basisbreite des Pyramidions mit drei Ellen an ( $3 \times 0,525 = 1,575$  m). Wenn die Basis 3 Ellen ist, so beträgt die Höhe „Basishälfte mal Rücksprung“,  $\frac{3}{2} \times \frac{20}{21} = 1 \frac{3}{7}$  Ellen (0,75 m) bzw. 10 Handbreit (0,75 m). Der Rauminhalt des Pyramidions ist: „ $\frac{1}{3} \times \text{Höhe} \times \text{Basis}^2$ “ ( $\frac{1}{3} \times 1 \frac{3}{7} \times 3^2 = 4 \frac{2}{7} E^3$ ) (0,62015625 m<sup>3</sup>).

Nach altägyptischer Berechnungsweise beträgt das gesamte Volumen einer Pyramide: „Volumen des Pyramidions multipliziert mit der Stufenzahl<sup>3</sup>“ ( $4 \frac{2}{7} \times 140^3 = 11760000 E^3$ ) (1701708,75 m<sup>3</sup>), in Kubik-Metern gerechnet: ( $0,62015625 \times 140^3 = 1701708,75$  m<sup>3</sup>).

Dies bestätigt unsere heutige Volumenberechnung nach der Formel „Pyramidenhöhe/3 mal Basislänge<sup>2</sup>“:  $\frac{200}{3} \times 420^2 = 11760000 E^3$  (1701708,75 m<sup>3</sup>)

**Ergebnis:** Die durchschnittliche Stufenhöhe der Pyramide DAHSUR-NORD beträgt  $\frac{90}{63} = \frac{10}{7} = 1 \frac{3}{7}$  Ellen (0,75 m) bzw. 10 Handbreit (0,75 m), und man sah im praktischen Entwurf der gesamten Pyramide 140 Stufen vor ( $140 \times \frac{90}{63} = 200$  Ellen Höhe ( $140 \times 0,75 = 105$  m). Nach Rainer Stadelmanns Ausgrabung des Pyramidions ergaben die Fundstücke eine Länge 3 Ellen bzw. 21 Handbreit, eine Basishälfte 1,5 Ellen bzw. 10,5 Handbreit. Der Rücksprung mußte  $(1 \frac{3}{7} E) / (\frac{3}{2} E) = (10 H / 10,5 H) = \frac{20}{21}$ , ein Halbtonintervall im Diatonon malakon des Ptolemaios sein. Die gesamte Basis von 420 Ellen (220,5 m) war also, wie die Höhe, durch 3 und damit 140 Mal unterteilt ( $\frac{420}{3} = 140$ ).

Um theoretisch eine Pyramidenhöhe in Schichtenhöhen zu teilen, kann man jede Auswahl an Produkten oder Brüchen aus den ersten fünf Primzahlen (1, 2, 3, 5, 7) dazu nehmen. Um aber im Gelände die tatsächliche Höhen- und Basisunterteilung einer Pyramide festzustellen, ist die Kenntnis der Basislänge des Pyramidions erforderlich. Das Pyramidion ist der vor Baubeginn zu allererst in seinen Proportionen exakt gefertigte Eichstein der Pyramidenneigung, der im Baufortschritt bis zur Spitze mitgeführt wird und von dem, nachdem er oben aufgesetzt, Schnüre über die Grate bis hinunter zu den vier

Ecken gespannt werden, um das Fortschreiten der Glättung aus der noch bossierten Verkleidung von oben nach unten einzumessen. Die Basislänge darf nicht über drei, vier Ellen hinausgehen, sonst wird das Pyramidion zu groß und zu schwer. Zusammen mit dem in der Bauplanung musikalisch gewählten Intervall des Rücksprungs, ergibt sich aus der „Basishälfte mal Rücksprung“ die Höhe des Pyramidions. Bei der Bauplanung aus einer theoretisch angesetzten Zahl gleichhoher Steinblockschichten geht aus ihr durch Multiplikation mit der Stufenzahl die genaue Gesamthöhe und Basislänge der Pyramide hervor.

Im elften Kapitel meines Buchs(s. S. 200 – 255) habe ich dort, wo mir die Kenntnis der Pyramidionbasislänge nicht vorlag, vorläufig die Rücksprungsproportion der Pyramide als Schichtenhöhe *theoretisch* angenommen. Auch bei unterschiedlicher Teilung bleibt eine fixe Höhe erhalten, und das Ergebnis, Höhe und Breite und Rücksprünge der dort aufgeführten 29 Pyramiden ändert sich dadurch nicht, weil die Rücksprünge nur Zahlen aus den ersten fünf Primzahlen enthalten. Die theoretische Zahl und Höhen der einzelnen Schichten muß nicht stimmen, weil der Rücksprung sich aus so vielen Zahlenkombinationen zusammensetzt, wie die Produktzerlegungen auf ein bestimmtes Intervall zulassen. Wenn z.B. vier Schichten á fünf Ellen eine Höhe von zwanzig Ellen ergeben, so können es ebenso gut fünf Schichten á vier Ellen sein. So kommt mein Ansatz von Dahshur-Nord mit einer Pyramidionbasis von 2 Ellen zustande. Daß die Ägypter praktisch 3 Ellen bzw. 21 Handbreit wählten, ändert, wie oben ausgeführt, nichts am richtigen Ergebnis.

#### AMENEMHET III. (DAHSHUR)

Aus <http://archiv.ub.uni-heidelberg.de/propylaeumdok/volltexte/2009/405/>), geht hervor, daß die Pyramide AMENEMHET III. (Dahshur) nur mit den Abmessungen: Basislänge 200 Ellen (105 m), Höhe  $142 \frac{6}{7}$  Ellen (75 m), Ellenmaß 0,525 m, Rücksprung  $(10/7)$  und Böschungswinkel  $\arctg 10/7 = 55^\circ$  gebaut werden konnte. (Meine Korrekturen der Abmessungen in Dieter Arnolds Liste der ägyptischen Baukunst“, S. 200, sind hier *kursiv* gesetzt.) Der Rücksprung  $10/7$  ist ein großes Tritonus-Intervall ( $3/2 \times 20/21 = 10/7$ ) in der Tonart DIATONON MALAKON ( $8/7 \times 10/9 \times 21/20 = 4/3$ ), die Ptolemaios aus Alexandria (Harm. I 16, II 16) überliefert. Der große Tritonus ( $10/7 = 1,428571429$ ) unterscheidet sich in der Musiktheorie vom kleineren ( $7/5 = 1,4$ ), daß er um den Partialton  $50/49$  größer ist als der kleinere ( $7/5 \times 50/49 = 10/7$ ).

Den gleichen Fehler wie bei Dahshur-Nord wiederholt der Rezensent, als er mir falsche Pyramidionbreiten und Stufenzahlen Amenemhet(s) III. (Dahshur) entgegenhält. Er schreibt:

*„Eine ähnliche Diskrepanz ergibt sich für das im Museum in Kairo ausgestellte Pyramidion der Pyramide des Amenemhet III. aus Dahshur, für dessen Basislänge Korff rechnerisch wiederum 2 Ellen angibt – im Gegensatz zur tatsächlichen Abmessung 1,87,*

*die – wiederum altägyptisch 3 E und 4 H entspricht. Wiederum Theorie contra Wirklichkeit?*

Spätestens bei dem Wort „*rechnerisch*“ gibt der Rezensent eine Ahnung im Umgang mit meinen Ergebnissen preis. Er selbst hat bemerkt, will aber aus der Anstrengung, mich zu widerlegen, meinen ursprünglich angenommenen Wert (zwei Ellen) für die Basisbreite des Pyramidions beibehalten und realisiert dabei nicht, daß ich meine Stufenzahlen und damit Pyramidionbreiten im Kapitel XI (s.S. 200, am Beispiel der Revision der Werte MEIDUMS) nur *rechnerisch*, d.h. als theoretisch möglich gekennzeichnet habe und daß sie praktisch noch erst der Bestätigung im Gelände bedürfen. Nichtsdestoweniger nimmt er an, ich hätte die Abmessungen als tatsächlich vorhanden postuliert und kriedet mir etwas als endgültig an, das ich selber nur als vorläufig gekennzeichnet habe.

Der Rezensent gibt die Basislänge des Pyramidions der Pyramide Amenemhet III. mit 1,87 Meter an. Dieser Wert kann nicht stimmen, weil er höhere Primzahlen enthält, die im ägyptischen Meß- Maßsystem für den Pyramidenbau gar nicht vorkommen können ( $187/100 = (11 \times 17)/(2^2 \times 5^2)$ ). Der der Länge von 1,87 m am nächsten stehende richtige Meterwert, der die passenden Werte des Meß- und Maßsystems enthält, ist 1,875 m =  $(3 \times 5^4)/(2^3 \times 5^3)$  m. In Ellen umgerechnet ist dieser Meterwert  $1,875/0,525 = 3 \frac{4}{7}$  Ellen oder 3 Ellen und 4 Handbreit bzw. 25 Handbreit, wie der Rezensent richtig annimmt, ohne die jetzt eingetretene Verlängerung der Basis von 1,87 m um 5 Millimeter auf 1,875 zu bemerken. Der Fehler schlägt sich jedoch über den Rücksprung im Metermaß der Pyramidenhöhe nieder, die sich damit von 75 m auf 74,8 m verkürzen würde ( $(1,87/2 \text{ m} \times 10/7) \times 56 \text{ Stufen} = 74,8 \text{ m}$ ). Da die Höhe aber 75 Meter ist, kann auch das von Dieter Arnold angegebene Ellenmaß von 143 Ellen nicht stimmen, denn einerseits ist 143 in höhere Primzahlen zerlegt ( $11 \times 13 = 143$ ), andererseits ist  $(75/0,525 = 142 \frac{6}{7} \text{ Ellen})$ .

**Ergebnis:** Nur mit der Basis 200 Ellen (105 m) und dieser Höhe  $142 \frac{6}{7}$  Ellen (75 m) kann die Pyramide gebaut und die korrekten Maße des Pyramidions bestimmt werden!

Wenn also die Basis des Pyramidions  $3 \frac{4}{7}$  Ellen (3 Ellen und 4 Handbreit) ist, so beträgt seine Höhe „Basishälfte mal Rücksprung“ ( $1 \frac{11}{14} \times (10/7) = 125/49$  Ellen (1,339285714 m)). Die Stufenzahl in der Höhe ist:  $(142 \frac{6}{7} / (125/49)) = 56$  Stufenhöhen á 125/49 Ellen  
Zahl der Normsteinbreiten in der Basis:  $200 / (3 \frac{4}{7}) = 56$  Breiten á  $3 \frac{4}{7}$  Ellen

Der Rauminhalt des Pyramidions ist „1/3 Höhe mal Basis<sup>2</sup>“ ( $1/3 \times 125/49 \times (3 \frac{4}{7})^2 = \frac{78125}{7203} = 57 / (3 \times 7^4) = 10,8461752 \text{ E}^3 (1,569475446 \text{ m}^3)$ )

Nach altägyptischer Berechnungsweise beträgt das Volumen einer Pyramide: „Pyramidionvolumen multipliziert mit der Stufenzahl<sup>3</sup>“ Das Volumen der Pyramide Amenemhet III. Dahshur ist:  $(\frac{78125}{7203}) \times 56^3 = \frac{40}{21} \times 10^6 = 1.904.761,905 \text{ E}^3 ((275625 = 525^2 = (3 \times 5^2 \times 7)^2 \text{ m}^3))$ , womit sich eindrucksvoll noch einmal die Verwendung nur der ersten fünf Primzahlen (1, 2, 3, 5, 7) im altägyptischen Pyramidenbau bestätigt.

Die heutige Berechnung des Gesamtvolumens ist: „Höhendrittel x Basislänge<sup>2</sup>“:  $(142 \frac{6}{7})/3 \times 200^2 = 1.904.761,905$  Kubik-Ellen (275625 Kubikmeter).

## **Kurze Einführung in harmonische Intervalle und ihre tonartliche Einfügung in eine Oktave**

Mir ist unbegreiflich, daß in den langen Zeiten, da die Pyramiden stehen und in der kurzen Spanne, da man sich seit Napoleons Expedition nach Ägypten wissenschaftlich mit ihnen beschäftigte, niemand darauf gekommen ist, daß die Neigung einer Pyramide einer Diagonale in einem harmonisch proportionierten Rechteck entspricht, obwohl doch die Architektur der gesamten Welt von ihren Anfängen an bis zum europäischen Höhepunkt in der Renaissance von der Ganzzahligkeit solcher Klänge dominiert ist.

Schon im Mittelalter gab es in der Buchbinderkunst, Oktav (2:1)-, Quint (3:2)-, Quart (4:3)-, Terz (5:4)- Formate, wobei die Höhe eines Buches zumeist im Intervall  $(n+1) : n$  stets in ganzzahligen Proportionen stand. Auch das Folio-Format(1:1) und die Duodez-Bändchen, also Dodezime(3:1), Oktav + Quint ( $2/1 \times 3/2 = 3/1$ ), gehören als harmonische Intervalle dazu, und sie sind, weil hochformatig bis zum Obelisk in Kleinpyramiden mit steilen Neigungen versehen, was z. B. in den Nekropolen zu Begrawya (dem antiken Meroë im heutigen Sudan), aufzufinden ist. Diese Formate heben sich wohlgefällig für das Auge von willkürlich und sodann unganzzahlig ausgewählten Formaten aus, weil ihre Proportionen, drückt man die Höhen und Basishälften einer Pyramide gleich Saitenlängen in der Proportion  $(n+1) : n$  aus, sich die Klänge der Partial- und Obertonreihe ergeben. Alle anderen Formate wirken für das Auge indifferent, ja misstönig. Wenn man nun in das Rechteck dieser Buchformate die Diagonale zeichnet, kann man, wie gesagt, optisch in der Proportion der Buchhöhe zur Buchbreite den Klang „sehen“ und zwar in Form seiner Diagonalenneigung, d.h. ihres Winkels zur Basishälfte. Nur einige bestimmte Winkel, nämlich  $\arctg((n+1):n)$  ergeben die Harmonie, die unendlich vielen, die dazwischen liegen, finden sich in keiner der altägyptischen Pyramiden. Damit ist der Vorsatz der Ägypter, harmonische Pyramidenneigungen zu bauen, belegt.

In der antiken und heutigen Intervallteilung sind Umrechnungen in der Musiktheorie die gleichen. Dem Leser, dem beides nicht geläufig ist, versuche ich den mathematisch-musikalischen Zusammenhang, wie folgt, zu erklären: Wenn man zwei Saiten gleicher Spannung, Länge und gleichen Tons durch Verschieben des Stegs unter einer Saite ungleich lang ins Verhältnis 4:3 proportioniert, sie zupft und erklingen läßt, ihre Frequenzen in Hertz misst und das Intervall, z. B. mit 440 Hz : 330 Hz = 4:3 ansetzt, der Tonfolge  $a^1-e^1$ , dann entspricht das Tonintervall der Quarte  $4/3$  dem Rücksprung der Pyramide des CHEPHREN (Höhe  $273 \frac{1}{3}$  Ellen / Basishälfte 205 Ellen =  $273 \frac{1}{3} \text{ Hz} / 205 \text{ Hz} = 4/3$ ). Wenn ich nun ein Buchformat in die gleiche Proportion bringe,  $27 \frac{1}{3}$  cm hoch und 20,5 cm breit = 4:3, so bekomme ich einen Quartband, dessen Rechteck mit den Abmessungen  $27 \frac{1}{3} \text{ cm Höhe} / 20,5 \text{ cm Breite} = 4/3$  eine Diagonale enthält, die im Winkel von  $\arctg 4/3 = 53.13^\circ$  den Buchdeckel kreuzt. Der Diagonalenwinkel ist der gleiche wie der Chephrens, wenn auch die Unterschiede in den Größen der Rechtecksflächen, die ihn hervorbringen, riesig ist.

Freilich haben die Buchbindermeister des Mittelalters ebenso wenig wie die Ägyptologen seit Napoleons Zeiten gewusst, daß den Pyramidenneigungen musikalisch Klänge entsprechen. Der Mathematiker und Physiker *Joseph Baron de Fourier (1768 – 1830)*, der an Napoleons Equipe teilnahm, hätte angesichts des „Sägezahns“ von Pyramidenquerschnitten, die in er in Ägypten sah und die er doch in den Sinus-Funktionen seiner „harmonischen Analyse“ und in seiner „harmonischen Reihe“(1 + 1/2 + 1/3 ...usw.) - in der jedes Glied das harmonische Mittel  $(2ab/a+b)$  seiner beiden Nachbarglieder ist (z. B. bei a = 1 und b = 1/3; also  $(2 \times 1/3)/(1+1/3) = 1/2$ ) - untersuchte, dieses Geheimnis der Pyramidenneigungen ( s. dazu auch Platon „Timaios 31 c5“), mit tiefer Einsicht der Ägypter in die Natur der Klänge aus den Sequenzen der Obertöne gebildet, hätte er eigentlich im Einschwingungsaufbau der Partial- und Obertonreihe (1:2:3 ... 1/n!) finden müssen. Denn wer anders als Fourier hätte 1809 mit Hilfe seiner „harmonischen Analyse“ (s. Lexikon) erklären können, warum nur dieser und kein anderer Winkel als  $\arctg 4/3 = 53.13^\circ$  in der Neigung der Pyramide des Chephren und neun weiterer Pyramiden in Ägypten auftritt? (s. S. 87-89, 127, 137 und S. 278 meines Buchs)

Entsprechend wie wir heute Din-Formate bevorzugen, haben auch die Buchbinder des Mittelalters harmonische Buchformate passend gefunden und sie normiert. Ebenso setzten Architekten der Renaissance, *Alberti, Palladio* z.B., Fensterformate, wenn sie nur überteilig waren und in der Gestalt (n+1):n auftraten, in ihre Fassaden. Die vom Bauwerk ausgelösten Emotionen kommen durch die erleichterte Überschaubarkeit des Formats zustande, denn das Auge begrüßt die durch ganze Zahlen 4:3 vom Bauwerk ausgelöste Emotionen als „harmonisch proportioniert“. Ähnlich, wie unser Ohr in der Musik Johann Sebastian Bachs „Toccat und Fuge in d-moll“ eine plagale Kadenz hier mit einer Quartfolge g-moll nach dem tieferen c-moll als angenehm und als immer wieder verlangtem Schluß empfindet und so nimmt es auch keinen Anstoß, wenn dieses klare Signal, eine Quarte (4:3), von der Polizei-Sirene oder als Warnsignal einer sich schließenden automatischen Straßenbahntür zu vernehmen ist. Geräusche stören, Klänge eigentlich nicht. Jedoch hängt unser Urteil davon ab, ob unsere jeweilige Stimmungslage und das Lebensalter Symmetrien abgeneigt oder ihnen eher hold ist.

Man kann darüber streiten, welche Wahrnehmung stärker ist, die nicht meßbare ästhetisch-emotionale oder die meßbare akustisch-musikalische. Das emotionale Hören ist dem historischen Wandel des Geschmacks unterworfen, das akustische nicht. Schiefe und falsche Töne hörte und entfernte man in der Musik vor 4500 Jahren ebenso wie wir heute (wenn auch letztlich nur aus der Stimmung unserer Instrumente). Wer in der Antike musizieren wollte, stimmte die Saiten rein und bohrte die Löcher in die Flöten in gebührenden Abständen. Die gleiche Disziplin und Genauigkeit finden wir auch in der antiken Architektur.

Diese Kontinuität gilt nicht für die heutige Architektur. Die Skyline von Dubai z. B. wirkt wie eine von Architekten willkürlich ausgewählte Folge gekrümmter Haifischzähne und löst Beklommenheit aus, die nicht allein vom Verpulvern des Geldes herrührt und den Betrachter das stilistische Verfallsdatum schon am unfertigen Bauwerk suchen lässt. Der Verdruß beim Anblick dieser Ephemerer rührt auch vom Anhörenmüssen einer

Monumentalität, die Maß, Metrum und auch die letzten Spuren einer Herkunft aus einer einheimischen Bautradition verloren hat. Es ist nicht nur der Wind, der um diese Türme kreischt.

Dagegen ruhen die Pyramiden, wenn ihre Wände nahezu senkrecht wie aufgehängte Dreiecks-Laken in der Ferne aus dem Kairoer Dunst auftauchen, mit Leichtigkeit in der Sonne, die ihre Schwere vergessen läßt, weil ihre Neigungen in die Augen klingen und noch später in uns summen wie der Nachklang einer Glocke in den Ohren.

In Vitruvs „Zehn Bücher über die Architektur“ findet man, daß die Triglyphe im Gebälk eines dorischen Tempels aus der Proportion einer Quinte (3:2) besteht. Sie entspricht dem harmonischen Böschungswinkel der Pyramide des Unas: Höhe  $82 \frac{1}{2}$  Ellen (43,3125 m); Basishälfte 55 Ellen (28,875 m), Rücksprung  $82,5/55 = 43,3125/28,875 = 3/2$ . Der Böschungswinkel ist  $\arctg 3:2 = 56,30^\circ$ , und ebenso tauchen in sämtlichen Bauteilen des Tempels ähnliche ganzzahlige Proportionen auf. So ist der Grundriß dorischer Tempel stets eine Oktave (2:1 „διαπασων“, „durch das Ganze“), die mit dem Diagonalenwinkel  $\arctg 2/1 = 63,43^\circ$  der Diagonale in einem Oktavbändchen entspricht und sie ist in der Nekropole zu Meroë (Sudan) in zahlreichen Kleinpyramiden aufzufinden.

**Umrechnungen. Wie kamen die Ägypter von einem Rücksprung oder von einer Neigung einer Pyramide zur anderen?** Wie hängen Chephren, die rote Pyramide, Cheops und Mykerinus zusammen? Gibt es musikalisch eine chronologische Übereinkunft mit der Abfolge der Entstehungszeiten der Pyramiden?

Wenn ich von Chephrens Quarte  $4/3$  den Halbton  $21/20$  der roten Pyramide abziehe, also den Klang verändere und höher ansetze, und diese Intonierung erfolgt in der Intervallteilung entweder durch Multiplikation der Frequenzen mit der Proportion des unterteiligen Halbtons  $(20/21) \times (4/3) = 80/63$  oder durch Division durch den oberteiligen Halbton  $21/20$ , also  $(4/3)/(21/20) = 80/63$ , so erhalte ich in beiden Fällen das Rücksprungsintervall aus dem Verhältnis der Höhe zur Basis ( $^{280} E / ^{220,5} E = ^{80} \text{ Hz} / ^{63} \text{ Hz}$ ) der CHEOPSPYRAMIDE (80/63). Das ist eine übergroße Terz  $8/7 \times 10/9 = 80/63$ , die Ptolemaios als Tonintervall  $c-e^+$  in der altägyptischen Tonart DIATONON MALAKON überliefert. Dieses Intervall ist rein nur auf dem Monochord spielbar, denn wenn man die Ellenlängen maßstäblich den Saitenlängen einrichtet, so erhält man das Intervall 80/63. Weil dann nämlich  $^{80} E / ^{63} E$  als Frequenzen erklingen ( $^{280} E / ^{220,5} E = ^{80} \text{ Hz} / ^{63} \text{ Hz}$ ), und man z.B. den Steg des Monochords von 2,8 Ellen Saitenlänge um die Proportion 80/63 auf die Länge  $2,8/(80/63) = 2,205$  Ellen verschoben und verkürzt hat, so erhält man aus dem verkleinerten Rücksprung den Klang einer übergroßen Terz ( $c-e^+$ ) der Cheopspyramide. Sie ist zugleich  $1/100$  der Pyramidenhöhe ( $280/100 = 2,8$  Ellen). Ihr Böschungswinkel verringert sich von der Neigung ( $\arctg 4/3 = 53,13^\circ$ ) Chephrens auf die Neigung der Cheopspyramide ( $\arctg 80/63 = 51,78^\circ$ ).

**Ergebnis:** Aus vier Intervallen entsteht in Gizeh eine Harmoniefolge: Die Quarte Chephrens ( $4/3 = 1.3333$ ), verkürzt um den Halbton der Roten Pyramide, ergibt die übergroße Terz der Cheopspyramide ( $80/63 = 1.26984127$ ), die als *Vorhalt* dann in der reinen Terz ( $5/4 = ^{125} E \text{ Höhe} / ^{100} E \text{ Basis} = 5/4$ ) der Pyramide des Mykerinos erklingt.

Die Differenz zwischen den Neigungen der Chephren- und der Cheopspyramide ist aufgrund der flachen Böschung der roten Pyramide: ( $20/21 = 0.9523809524$ ;  $\arctg 20/21 = 43.60^\circ$ ) gering. Was das Ohr hört, kann jetzt auch das Auge sehen: Chephren hat einen um ( $53.13^\circ - 51.78^\circ = 1.35^\circ$ ) steileren Böschungswinkel und ist zugleich um ( $280 \text{ E} - 273 \frac{1}{3} \text{ E} = 6 \frac{2}{3} \text{ Ellen} (= \frac{1}{3} \times 2^2 \times 5 \text{ Ellen}, 3.5 \text{ Meter})$ ) niedriger als die Cheopspyramide. Dies ist vom Norden aus sehr gut vom Dach des Hotels MERIDIEN in Gizeh zu sehen.

#### MUSIKTHEORETISCHER EINSCHUB

Ich sprach soeben vom *Vorhalt*, der den Rücksprung der Cheopspyramide wie einen vorausgehenden Ton ( $e^+$ ) auf den Zielton ( $e$ ) in der Neigung der Pyramide des Mykerinus tiefer setzt und einmünden lässt. Er verkürzt  $80/63 = 1,26984127$  auf  $5/4 = 1.25$  und verkleinert ebenso den Neigungswinkel von  $\arctg 80/63 = 51,78^\circ$  auf  $\arctg 5/4 = 51,34^\circ$ . Dieser kleine Vorhalt oder Vorschlag, wenn man ihn so nennen darf (s. Lexikon, „dtv-Atlas zur Musik“, Bd. 1, S. 80), hat es in sich.

Er wird in der Musiktheorie „Septimale“ oder „Septimenkomma“ genannt und tritt in der Knickpyramide (s. S. 204 und S. 212 meines Buchs) und auch im Rücksprung ( $7/4$ ) der Pyramide des Djedefre auf). Das Septimenkomma ( $64/63 = 1,015873016$ ) bezeichnet den Unterschied zwischen der Septime ( $16/9$ ) in Platons pythagoräischer Tonart Diatonon ditonaion ( $9/8 \times 9/8 \times 256/243 = 4/3$ ) in der Pyramide des Niuserre *und* der Naturseptime  $7/4$  im Rücksprung der Pyramide des Djedefre, also:  $(16/9)/(7/4) = 64/63$ . Das aus der Rücksprungverminderung der Cheopspyramide auf die Neigung der Pyramide des Mykerinus entstandene Intervall  $(80/63)/(5/4) = 64/63$  vermindert also den Rücksprung der Cheopspyramide ( $80/63$ ) um  $64/63$  auf den Rücksprung  $5/4$  der Pyramide des Mykerinus.  $(80/63)/(64/63) = 5/4$ . War  $80/63$  mit  $1,26984127$  noch eine übergroße Terz  $8/7 \times 10/9$  ( $c-e^+$ ) im Diatonon malakon vorhanden, so ist jetzt mit  $1,25$  die reine Terz  $9/8 \times 10/9 = 1,25$  ( $c-e$ ) im Diatonon syntonon des Ptolemaios entstanden. Das Septimenkomma ist also die Ursache einer Aufspaltung und lässt zwei Tongeschlechter entstehen, das Diatonon malakon und das Diatonon syntonon. Der Unterschied zwischen  $\arctg 80/63 = 51,78^\circ$  und  $\arctg 5/4 = 51,34^\circ$  ist  $0,44^\circ$  Grad. Die um  $0,44^\circ$  flachere Neigung der Pyramide des Mykerinus ist in Gizeh vom Süden her mit dem Auge nicht zu bemerken, aber das Ohr würde sie hören. Der Grund für dieses Phänomen sind die unterschiedlichen Ganztöne ( $9/8 = 1,125$ ) in Platons Diatonie und dem übergroßen Ganzton ( $8/7 = 1,142857143$ ) im Diatonon malakon des Ptolemaios. Das Septimenkomma ist nämlich der gleiche Unterschied zwischen diesen beiden Tönen. Teile ich  $8/7$  durch  $9/8$ , erhalte ich  $64/63$ . Wenn also  $(8/7)/(9/8) = 64/63$  ebenfalls ein Septimenkomma ist, bedeutet das natürlich auch, daß die Produkte der Proportionen des Cheopspyramidenrücksprungs und des Rücksprungs des Septimenkommata die reine Terz in der Neigung der Pyramide des Mykerinus ergeben  $(80 \times 63)/(63 \times 64) = 5040/4032 = 5/4 = 1,25$ . Damit sind wir wieder auf die Teiler der platonischen Zahl 5040 gestoßen, die die Rücksprünge ägyptischer Pyramiden bilden und die in 29 Großpyramiden Ägyptens und im Papyrus Rhind aufzufinden sind. Dazu öffne man:



**Ergebnis:** Die Chronologie der Entstehungsfolge der Pyramiden von Meidum bis zu der des Mykerinus zeigt sich auch in der Auswahl gemeinsamer Rücksprünge ineinander überführbarer Intervalle aus dem DIATONON MALAKON und dem DIATONON SYNTONON

Unabhängig davon, daß die Rücksprünge von einer Pyramide zur anderen in 29 altägyptischen Großpyramiden allesamt hin und zurück mathematisch überführbar sind, fällt doch auf, daß in der Wahl der Abfolge der von den Architekten ausgewählten Rücksprünge (Sekeds) auch eine chronologische Übereinkunft besteht. Das Nacheinander der Entstehungszeiten der Pyramiden Pharaos Djosers bis zu Snofru und Mykerinus paßt harmonisch mit der Auswahl ihrer Rücksprünge zusammen: Meidum ( $8/7 \times 10/9 = 80/63$ ); Knickpyramide ( $10/9$ ); Dahshur-Nord ( $4/3 \times 20/21 = 80/63$ ); Cheopspyramide  $80/63$ ; Chephren ( $80/63 \times 21/20 = 4/3$ ); Mykerinus ( $80/63 / 64/63 = 5/4$ ). Dabei enthalten die Pyramiden Meidum, Knickpyramide, Dahshur-Nord und die Cheopspyramide Rücksprünge und Neigungen aus dem DIATONON MALAKON, das die ersten fünf Primzahlen (1,2,3,5,7) enthält und die Quarte in die Töne  $8/7 \times 10/9 \times 21/20 = 4/3$  teilt, während die beiden letzten Pyramiden, Chephren und Mykerinus, im Tongeschlecht DIATONON SYNTONON stehen, weil hier in der Quartteilung die Sieben (7) fehlt und in der Quarte nur die ersten vier Primzahlen (1, 2, 3, 5) auftauchen  $10/9 \times 9/8 \times 16/15 = 4/3$ , was durch die Zerlegung ihrer Rücksprünge in Primzahlenprodukte sowohl bei Chephren ( $273 \frac{1}{3} / 205 = 4 \times 5 \times 41 / 3 \times 5 \times 41 = 4/3$ ), wie bei Mykerinus ( $5 \times 25 / 4 \times 25 = 5/4$ ) deutlich wird. Größere Primzahlen, wie die 41 bei der Pyramide Chephrens, kommen übrigens durch Dreieckszahlen (d.h. Summen natürlicher Zahlen) zustande und kürzen sich in 29 Pyramiden *allesamt* bei der Bildung des Rücksprungs wieder heraus. (s. mein Buch S. 92))

Das Diatonon syntonon, das unserer heutigen reinen Stimmung entspricht, ist in der Antike bei den Römern durch Didymos (1.Jh. n. Chr.) bekannt geworden. (s. mein Buch S. 55, s. auch Lexikon, Bd. 1, S. 89, *didymisches Komma*)

### **Erinnerung an den Rezensenten**

Selbst wenn ich - und davon sind Flüchtigkeitsfehler ausgenommen, die in einer Rezension einfach nicht vorkommen dürfen - dem Rezensenten nicht zum Vorwurf machen will, daß er die antike wie heutige Intervallteilung nicht berücksichtigt, so hätte er doch durch meine Anwendung der heute gebräuchlichen Regeln der Pyramidengeometrie stutzig werden müssen, mit der ich jede antike Berechnung überprüfte. Wenn der Rezensent angesichts dieses schier erdrückenden Beweismaterials seine Überzeugung, *den Rücksprüngen der Pyramiden entsprächen keine Klänge*, dann immer noch vor der wissenschaftlichen Öffentlichkeit hätte geltend machen wollen, hätte er seine Einwände zu allererst *vor* der Veröffentlichung seiner Rezension von einem Mathematiker und Musikwissenschaftler zugleich überprüfen lassen müssen. Er hätte dann Hilfe aus jenen benachbarten Disziplinen bekommen, die in der Antike noch vereint waren, in der Gegenwart aber getrennt sind und wahrscheinlich auch nicht mehr wissen, daß z.B. der Rauminhalt eines Pyramidions zahlengleich der musikalischen Proportion eines Tritonus sein kann. Dennoch können und wollen diese Kollegen, im Gegensatz zum

Rezensenten, sehr wohl nachrechnen. Auf diese Weise wären mit Hilfe der Kompetenz zweier Gutachter aus verschiedenen Fachgebieten die Fehlbehauptungen meines Rezensenten allesamt zutage gekommen. Er hätte die Kritik einstellen müssen. Statt nun die Evidenz und mathematische Unwiderlegbarkeit meiner Entdeckung zu erwägen, - es handelt schließlich nur um die einfache Pyramidengeometrie, und ihre Regeln gehen musiktheoretisch und bautechnisch von Platons „Nomoi“, „Epinomis“ und „Timaios 54“ e aus und werden durch eine unübersehbare Reihe hellenistischer Arithmetiken bestätigt, - *was den eigentlichen Gegenstand seiner Kritik ausgemacht hätte* -, führt er, offenbar weil diese Widerlegung mathematisch nicht möglich ist, ein Ablenkungsmanöver auf mein Buch aus, indem er behauptet, ich übertrüge Platons Kenntnisse in der Mathematik des Pyramidenbaus aus dem vierten Jahrhundert v. Chr. in die Zeit Imhoteps (2635 v. Chr.), des Architekten Pharaos Djoser.

Dazu ist zu sagen: wer was von wem hat, ist eigentlich unerheblich, wenn es stimmt! Die Richtigkeit und Brauchbarkeit der Regeln hätte widerlegt werden müssen, wenn es der Rezensent gekonnt hätte. Das Regelwerk der Mathematik, Geometrie und Musiktheorie ist völlig unabhängig von denen, die es auffinden und verwenden. Für Kenntnisse in der angewandten Mathematik der Pyramidenbauhüttenregeln gab es eigentlich in Griechenland keinen Bedarf, auch später in Italien nicht. Der Grund dafür ist: Es existiert über diese Kenntnisse der Ägypter keine *memoria*, weil sich die bisherige Ägyptologie, da sie nichts dort vermutete, auch nicht mit den Spuren des Pyramidenbaus („Timaios 56 b4“) im Werk Platons, des mathematischen Neuplatonismus und der Musiktheorie des Ptolemaios beschäftigte. Eine zeitliche Vertauschung im Auffinden dieser Regeln zu konstruieren, wie sie der Rezensent mir jetzt unterstellen will, geht daher an der Sache vorbei und anschließend in die Irre. Eine solche Überlieferungsumkehr kommt auch nicht in wissenschaftlichen Abhandlungen, sondern nur in Science-Fiction-Romanen vor.

Es hätte nur eines Blicks in die Literatur (s. auch mein Buch, S. 24 u.ö.) bedurft, um die Zahlenordnung in einer Pyramide über quadratischem Grundriß, die gleich drei Disziplinen umgreift, als von Platon tradiert, jedoch aus Ägypten, vielleicht schon aus Mesopotamien stammend, zu verstehen. Platon hat den praktischen Nutzen der Zahlenkunde in Ägypten erkannt und als Beispiel dafür Imhoteps Eichungen von Ellen, Normierungen und Festsetzungen von Rauminhalten und Gewichten herangezogen („Nomoi“ 819 c, s. mein Buch S.115). Die Schlußweisen dieser Zahlenkunde finden sich in „Epinomis 990 c5“ und enthalten fünf verschiedene Anwendungsbereiche in einem, weil sie sich allesamt auf die gleiche Weise durch harmonische Zahlen und deren Proportionen beschreiben lassen.

Diese werden „Ideen Zahlen“ Platons genannt, und sie konstituieren 1. die reine Arithmetik, 2. Geometrie, 3. Stereometrie, 4. Harmonik und 5. Kinematik, überliefert übrigens auch in Euklids „Elementen“ (s. auch dessen „Sectio Canonis“ sowie durch Ptolemaios I, 16, II 16, dem „erstem und zweitem Buch der Harmonielehre“). Zur Kinematik gehören die ersten drei Oktavierungen ( $2^3 = 1 \times 2 \times 2 \times 2 = 8$ , die die „Bewegungen im Kreis“ verursachen, d.h. die Wiederkehr des gleichen Tons auf höherer Stufe (Oktave) und auch den Raum über Punkt, Fläche in die Dreidimensionalität entfalten (Kubus-

Inhalt mit den Abmessungen  $a^3$  Kubik-Ellen, s. „Epinomis 990 E“, Absätze 1.-2., s. mein Buch S. 283 u.ö.), dann die Skalierung von Tönen innerhalb einer Oktave, ebda. Absatz 3., die, in den Intervallen der Tonika, Subdominante, Dominante, Tonika 6:8:9:12 ausgedrückt, in der Musik schon die einzelnen Grundintervalle und aus ihnen ableitbare Töne der Tonarten ergeben. Ihre Ableitungen sind hauptsächlich bei Platon in „Timaios 35 a ff.“ und stichworthaft in ca. 200 Stellen seines Gesamtwerks aufzufinden, die *Evanghelos Moutsopoulos* in einem umfangreichen Werk „La musique dans l'oeuvre de Platon“, Paris 1959 gesammelt hat (s. dazu z.B. S. 371). Dort entfaltet sich die Dimension, die Platon der Musik und Mathematik in seinem Gesamtwerk gab und die Freude darüber, die er den Ägyptern verdankte: der Musik, die **„den Menschen wohltönende Gemeinschaft zuerteilt und maßgleiche Anmut im Spiel, Rhythmus und Harmonie, hingegeben dem glückseligen Reigen der Musen“**(Platon *Epin.990 E, am Schluß*).