

Pyramidenbau im alten Ägypten **- auch eine vermessungstechnische Meisterleistung**

Einleitung

Im Alten und Mittleren Reich kam der Vermessungstechnik bei der Bauplanung und Bauausführung der Pyramiden eine besondere Bedeutung zu. Sowohl die exakte Ausrichtung der Achsen nach den vier Himmelsrichtungen als auch die der Grabkammern und Grabkorridore erforderten große vermessungstechnische Kenntnisse und Erfahrungen. Gleiches gilt für die waagerechte Nivellierung der Fundamente der Basis der Außenverkleidung und deren einzelner Schichten bis zum Pyramidion sowie für die exakte Bestimmung von Strecken.

Über die beim Bau im AR angewandten Messtechniken gibt es keine schriftlichen und auch keine bildlichen Quellen. Die erhaltenen Messgeräte stammen aus späterer Zeit; ihr Gebrauch ist oft als unsicher einzustufen. Es ist daher unumgänglich, zur Ermittlung der Messtechniken und der dabei verwendeten Instrumente von den errichteten Bauten und den dabei mit der heutigen Messtechnik feststellbaren Genauigkeiten auszugehen und daraus dann auf Messverfahren zu schließen. Dabei sind der teilweise sehr schlechte Erhaltungszustand der Pyramiden und Ungenauigkeiten bei der damaligen Bauausführung zu berücksichtigen.

Im vorliegenden Beitrag werden die für den Bau der Außenverkleidungen der Pyramiden im Alten Reich notwendigen Vermessungsarbeiten aufgezeigt. Dafür bisher vorgelegte Vorschläge werden erläutert und anschließend erfolgt eine Bewertung. Die unterschiedlichen Bauweisen der Pyramiden des Alten Reiches wie Schichtbauweise bzw. Errichtung eines Kernmauerwerks mit anschließender Verkleidung bleiben dabei außer Betracht [1].

Beim Bau durchzuführende Vermessungsarbeiten

Entscheidend für den Bau und die erfolgreiche Fertigstellung einer Pyramide ist, dass von der Nivellierung des Baugrundes angefangen auch während des Baus ständig verschiedene, vor Baubeginn festgelegte Parameter eingehalten und stets auf ihre Richtigkeit hin überprüft werden:

- Maßeinheiten
- Der Baugrund und die einzelnen Steinschichten der äußeren Verkleidungsschicht („Backing Stones“) und Außenverkleidung aus feinem Kalkstein bzw. Granit müssen waagrecht ausgerichtet sein („Waagerechte Nivellierung“). Ist das nicht der Fall, kommt es zu einer Verformung der Pyramide in Form eines Horns (Abb.1):

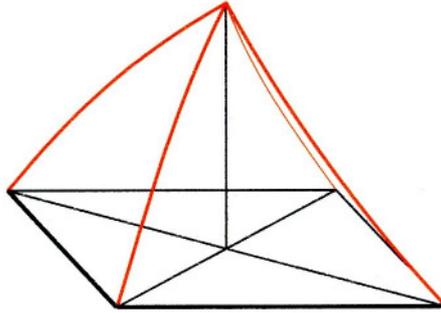


Abb.1 Baufehler infolge nicht waagrecht angeordneter Steinschichten des Verkleidungs-Mauerwerks nach Unterberger (vom Autor bearbeitet).

- Die Steinlagen jeder Schicht des Verkleidungsmauerwerks müssen über die vier Seiten der Pyramide gesehen in sich nicht nur einen quadratischen Grundriss bilden – also jeweils die gleiche Länge aufweisen („Streckenmessung“) – und waagrecht angeordnet, sondern auch stets nach der an der Basis festgelegten Richtung ausgerichtet sein („Ausrichtung nach den Himmelsrichtungen“) . Andernfalls verformt sich die Pyramide schraubenförmig (Abb.2):

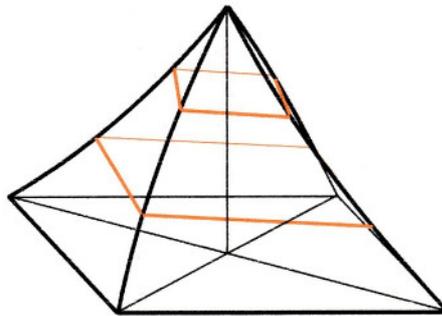


Abb.2 Baufehler einer Pyramide mit nicht exakter Ausrichtung an die festgelegten Richtungen der Basis nach Unterberger (vom Autor bearbeitet).

- Unterschiedlich ausgeführte Seitenneigungen führen trotz Vermeidung vorstehend genannter Baufehler zu Verzerrungen des Baukörpers (Abb.3 bis 5):

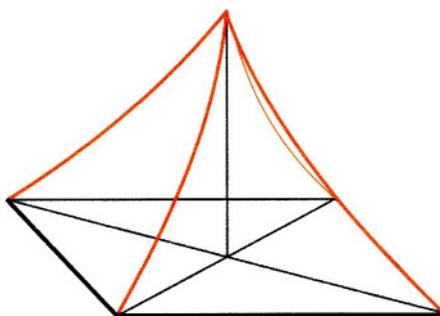


Abb.3 Durchhängen der Seitenflächen bei unterschiedlicher Seitenneigung nach Unterberger (vom Autor bearbeitet).

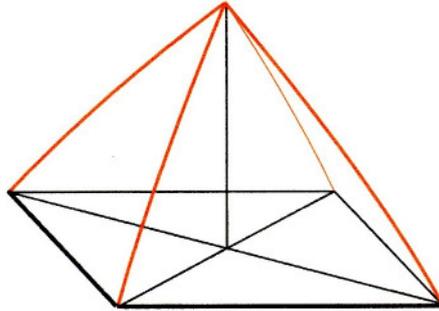


Abb.4 Die Pyramide wird bauchig nach Unterberger (vom Autor bearbeitet).

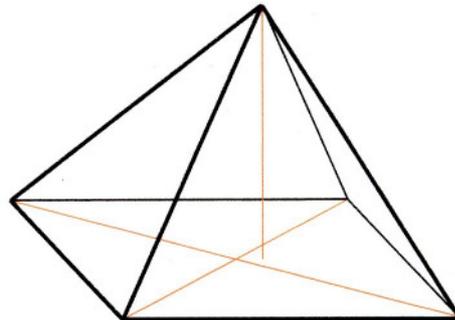


Abb.5 Die Eckkanten treffen sich nicht über dem Mittelpunkt des Basisquadrates nach Unterberger (vom Autor bearbeitet).

Die für die genannten Vermessungsarbeiten notwendigen Werkzeuge und Verfahren müssen den archäologischen Befunden entsprechen bzw. sollten daraus gefolgert werden können und auf der Baustelle beim Bau der Außenverkleidung überall einsetzbar sein.

Maßeinheiten

Bereits in der 1. und 2. Dynastie weisen Länge und Breite der Umfassungsmauern einiger Königsgräber Längen in ganzzahligen Ellen auf. Im Alten Reich – spätestens ab der 4. Dynastie – betrug das Maß für die Elle zwischen 52,3 und 52,5 cm und differierte von Pyramide zu Pyramide [2]. Die Abmessungen wurden stets in Ellen, Handbreiten und Fingern angegeben, wobei eine Elle in 7 Handbreiten und eine Handbreite in 4 Finger unterteilt wurden. Die Basislängen der Pyramiden betrug stets ein Vielfaches des Ellenmaßes (z.B.: Cheopspyramide 440 E, Chephrenpyramide 410 E). Die Werte der Basislänge der (aufgefundenen und heute noch vorhandenen) Pyramidenspitzen stehen in einem glatten Verhältnis zur Basislänge der Pyramide selbst. Die Maße des Pyramidion werden in ganzzahligen Handbreiten oder Fingern ausgedrückt [3]:

Rote Pyramide:	21 Handbreite zu 420 Ellen und damit	1 H Pyramidion zu 20 E Pyramide
bzw.	3 Ellen zu 420 Ellen und damit	1 E Pyramidion zu 140 E Pyramide
Amenemhet III:	25 Handbreite zu 200 Ellen und damit	1 H Pyramidion zu 8 E Pyramide
pRhind (aus dem Papyrus heraus gemessen)		1 H Pyramidion zu 1 E Pyramide
Südpyramide [4]	3 Ellen zu 150 Ellen und damit	1 E Pyramidion zu 50 E Pyramide

Mit Blick auf eine eindeutige Vergleichbarkeit werden heute allgemein bei der Beschreibung der archäologischen Befunde an den Pyramiden neben den Angaben in Ellen auch die Abmessungen in Metern aufgeführt.

Waagerechte Nivellierung

Die Geräte, die es ermöglichten, waagerechte und senkrechte Oberflächen herzustellen bzw. auszumessen, enthalten eine Lotschnur und sind allgemein unter den Namen Setzwaage sowie Richtlot bekannt (Abb.6). Aus Meidum stammende Gewichte für die Lotschnur hat Petrie veröffentlicht. Sie werden in die 3. Dynastie datiert.

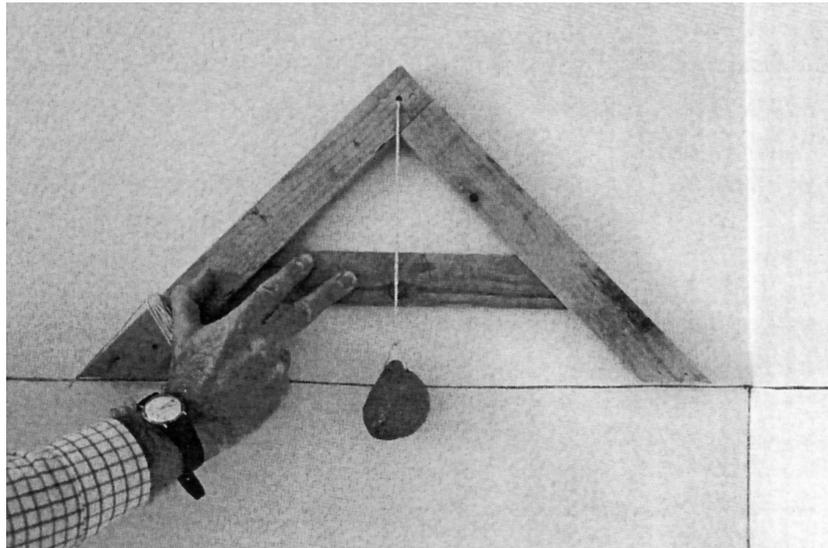


Abb.6 Setzwaage, nachgebaut von Stocks [5] (vom Autor bearbeitet).

Arnold zeigte, dass mit einer auf einer Unterlage angeordneten Setzwaage und einem in einer Entfernung von 45 m aufgestellten Stab eine waagerechte Nivellierung möglich ist (Abb.7). Für die Nivellierung einer der Pyramidenbasis bzw. für das Vermessen der Steinschichten der Außenverkleidung auf ihre waagerechte Anordnung hin müssten demnach nacheinander mehrere Messschritte gemacht werden.

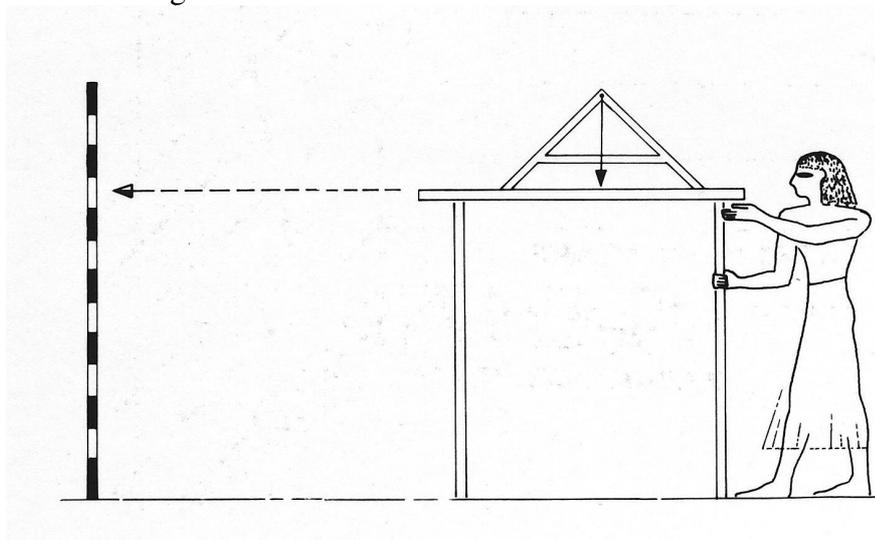


Abb.7 Herstellen einer Nivellierlinie bis zu 45 m Länge nach Arnold (vom Autor bearbeitet)

Dorner weist in seiner Dissertation am Beispiel der Cheopspyramide ebenfalls nach, dass die dort von Cole gemessenen Differenzen in der waagerechten Ausrichtung der Basis mit einer Setzwaage von 4 Ellen Länge erreicht werden können.

Bei den unterschiedlichsten Bauwerken im Alten Reich sind immer wieder waagerechte Nivellierlinien am Mauerwerk festzustellen. Diese waren erforderlich, um bestimmte Höhen an verschiedenen Stellen des Bauwerks einhalten zu können. So weist Borchardt bei der Pyramide des Niuserre auf die Nivellierlinien auf dem Kernmauerwerk an der Ostseite (SO-Ecke) hin (Abb. 8) [6].

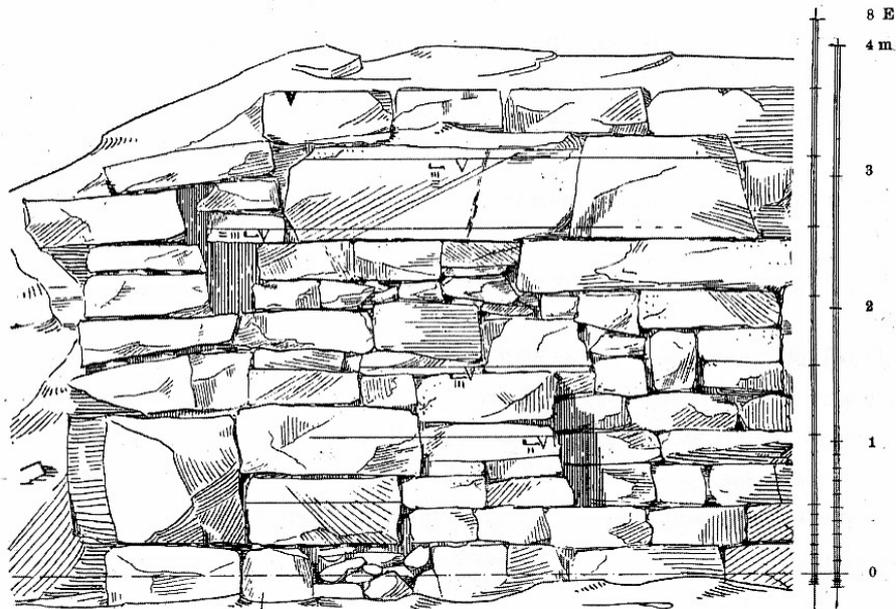


Abb.8 Nivellierlinien auf dem Kernmauerwerk an der Ostseite der SO-Ecke der Pyramide des Niuserre nach Borchardt

Die Zählung beginnt in Höhe des Pflasters (gestrichelte Linie bei 0). Jede Nivellierlinie ist mit einem nach unten gerichteten Dreieck und der daneben stehenden Höhenangabe bezeichnet. Der horizontale Strich der siebten Elle ist durch ein volles, auch in der Fläche rot gemaltes Dreieck gekennzeichnet.

Am Beispiel der Cheopspyramide wird deutlich, wie genau die Oberfläche des Pflasters, auf welchem die erste Steinreihe der Kalksteinverkleidung aufgesetzt wurde, geglättet und waagrecht nivelliert wurde. Der größte Höhenunterschied, den Cole im Verlauf seiner Vermessungen feststellte, betrug 21 mm [7]. Der Felsuntergrund unter dem Pflaster wurde ebenfalls relativ genau eingeebnet; die größte Differenz beträgt hier – ebenfalls nach Cole – 19 cm. Bei der Chephrenpyramide wurde die Oberkante der untersten Steinlage der Granitverkleidung als Referenzlinie ausgewählt. Auch hier liegen die Differenzen in derselben Größenordnung.

Verblüffend ist weiterhin die Genauigkeit, mit der die Steinreihen der äußeren Verkleidungsschicht („Backing Stones“) stets in nahezu gleicher Höhe über der Basis der Cheopspyramide verlegt wurden. Petrie hat die Höhen und Oberkanten dieser Steinreihen an der NO- und der SW Ecke – also an zwei gegenüberliegenden Ecken – vermessen und miteinander verglichen [8]. Im Ergebnis weichen die Höhen der vergleichbaren Steinoberkanten maximal 2-3 Zoll (ca. 5-7 cm) von einander ab. In verschiedenen Schichten

(Nr. 33, 37, 38, 45, 49,59, 59, 67, 125 und 126) stimmen sie auf 1/10 Zoll überein. Die ständig durchgeführten Vermessungen der Schichthöhen erlaubten offensichtlich eine regelmäßige Korrektur.

Die Kennungen an den einzelnen mit den gewünschten Abmessungen im Steinbruch bestellten Blöcken, die Nivellierlinien sowie die gleichen Schichthöhen auf den Seiten der Pyramide lassen den Schluss zu, dass nach genau festgelegten Grundrissen und Höhenplänen gearbeitet wurde. Während der Bauausführung erfolgte wahrscheinlich eine ständige Kontrolle der Vorgehensweise anhand dieser Pläne.

Eine andere, immer wieder vorgetragene Hypothese zur Herstellung größerer Nivellierlängen sieht vor, entlang des Bauwerks bzw. um die Basis der Pyramide herum, einen Wassergraben zu errichten. Dörner weist in seiner Dissertation nach, dass zum Versetzen der teilweise tonnenschweren Blöcke der untersten Schicht der Außenverkleidung ein genaues Nivellement erforderlich war. Ein Wassergraben hätte die Arbeiten ständig behindert.

Zum Vermessen einer Waagerechten schlägt Unterberger eine „optische Nivellierung“ vor (Abb. 9):

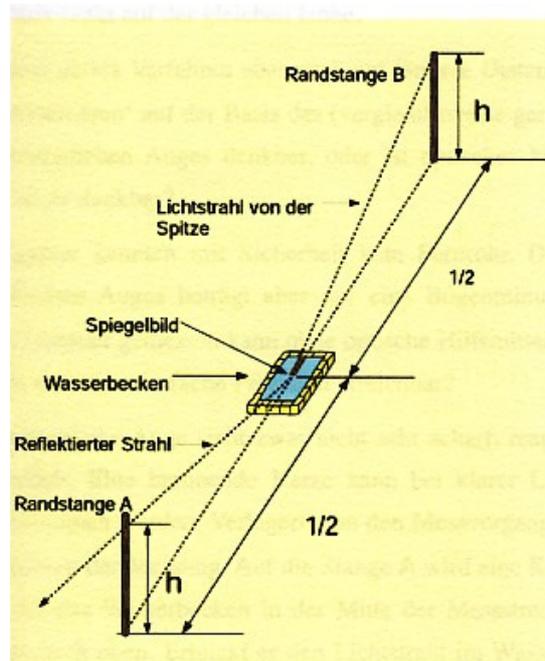


Abb.9 Vorschlag für eine optische Nivellierung nach Unterberger (vom Autor bearbeitet).

Genau in der Mitte zwischen zwei Stangen wird ein Wasserbecken aufgestellt. An der Randstange A wird nun so lange visiert, bis das Spiegelbild der Spitze der Randstange B im Wasserbecken zu sehen ist. Die Stelle an der Fluchtstange A, wo das Spiegelbild der Fluchtstange B zu sehen ist (Auge des Vermessers) wird markiert. Diese Stelle und die Spitze der Fluchtstange B befinden sich dann exakt auf der gleichen Höhe. Durch „Herausrechnen“ der Längen der Fluchtstangen (bei A bis zu der angebrachten Markierung) lässt sich nun ermitteln, ob die Fußpunkte der Fluchtstangen auf einer waagerechten Linie stehen bzw. wie groß eine Differenz ist. Unterberger erprobte seinen Vorschlag in der Praxis und stellte im Vergleich zur Messung mit einem modernen Nivelliergerät über eine Entfernung von 240 m lediglich einen Höhenunterschied von 0,5 cm fest.

Diese hohe Genauigkeit steht im Widerspruch zu den vorstehend genannten Messungen der Differenz der Oberkanten der Steinschichten der äußeren Verkleidungsschicht durch Petrie. Außerdem dürfte dieses Verfahren bei der Kontrolle der Nivellierung der einzelnen Schichten der Außenverkleidung nicht einfach einsetzbar gewesen sein. Es liegt daher der Schluss nahe, dass ein anderes Verfahren eingesetzt wurde: Die Verlegung der einzelnen Steinschichten mit jeweils gleichen Abmessungen in der Höhe je Schicht und Vermessung der Waagerechten mit einer Setzwaage als Messeinrichtung.

Streckenmessung

Verschiedene Messungen an der Cheopspyramide – insbesondere durch Borchardt und Cole – ergaben, dass die Längen der vier Seiten nur ganz geringfügig von dem Soll der Basiskante von 440 Ellen (230,34 m) abweichen: Nordgrundkante – 9 cm, Westgrundkante + 1 cm, Südgrundkante + 11 cm und Ostgrundkante + 5 cm [9]. Dorner nahm eine neuerliche Nachmessung vor. Danach beträgt auf der Südseite die Differenz 1,2 cm und auf der Nordseite 3,2 cm. Am Beispiel der Cheopspyramide wird deutlich, mit welcher hoher Präzision die damaligen Längen ausgemessen und umgesetzt wurden.

Für die Festlegung der jeweiligen Längen der Basis einer Pyramide und der Kantenlängen des Kernmauerwerks einschließlich der Diagonalen kamen Messstricke bzw. Messlatten infrage. Die als Knotenstricke bezeichneten 100 Ellen langen Messstricke mit je einem Knoten pro Elle Länge müssen wegen der Abnutzung und ihrer unterschiedlichen Länge (Dehnung bei feuchter Witterung und bei Belastung durch eine hohe Spannung) ständig auf ihre Genauigkeit kontrolliert und mit einer dem Urmeter vergleichbaren Länge der aktuellen Elle (Holz, Kupfer?) verglichen worden sein. Sie eignen sich daher mehr für eine Landvermessung als für den Pyramidenbau. Wie Dorner darlegt, kann eine Streckenmessung (z.B. der Basislänge einer Pyramide) auch mittels zweier gleich langer Messstäbe (4 oder 8 Ellen) erfolgt sein, die abwechselnd aneinander gelegt wurden. Der zufällige Fehler, der jeweils beim Anlegen der Latte entstand, sei kaum größer als 0,3 mm gewesen. Damit ergibt sich für eine Strecke von 400 E ein Fehler von +3 cm bzw. +1,5 cm, je nachdem es sich um einen 4 oder 8 E langen Messstab handelt. Diese Fehlertoleranz liegt im o.g. gemessenen Fehlerbereich.

Bestimmung einer Geraden

Für die Bestimmung einer Geraden – z.B. einer Achse – legte Bassermann einem Vorschlag vor [10]: Durch ein Instrument, bei dem man mit dem Auge durch den senkrechten Schlitz der Palmrippe blickt und mit der Hand den Elfenbeinstab mit dem senkrecht angeordneten Lot hält, könne eine gerade Linie bestimmt werden. Eine weitere Person stellt in der entsprechenden Entfernung einen Stab auf Zuruf so auf, dass eine gerade Sichtverbindung entsteht. Derartige Instrumente seien im Alten Reich insbesondere bei dem Abstecken von Gebäudeachsen benutzt worden. Es erscheint mehr als zweifelhaft, ob auf diese Weise mit der erforderlichen Zuverlässigkeit längere Geraden ermittelt werden konnten. Die von Dorner für die Basislänge der Cheopspyramide nachgewiesene Übereinstimmung bei der Ermittlung einer waagerechten Linie durch eine Setzwaage mit 4 Ellen Länge bei den gemessenen Differenzen lässt auch den Schluss zu, dass vergleichbare Längen mit einem statt senkrecht dann quer angeordneten Messstab festgelegt werden konnten (Abb.7).

Die Kontrolle einer Geraden z.B. entlang der Markierungen, die auf der Oberseite jeder Steinlage der Außenverkleidung angebracht war (siehe Abb.13 weiter unten) konnte

durch eine Peilung zwischen zwei an den Ecksteinen sektrecht angeordneten Peilstäben vorgenommen werden.

Nach der Fertigstellung jeder Steinschicht der Außenverkleidung waren neben der Kontrolle deren waagerechten Verlegung auch die vier Seiten der Pyramide zu vermessen. Haben diese dieselben Längen und stimmen die Fluchtwinkel der vier Ecken mit den in der Basisschicht festgelegten Richtungen überein, treffen sich beim Abschluss der Bauarbeiten die vier Fluchtlinien der Ecken exakt in einem Punkt und das Pyramidion „passt“. Die Zuverlässigkeit der Messungen war für den erfolgreichen Abschluss des über viele Jahre dauernden Bauvorhabens von entscheidender Bedeutung.

Winkelmessung

Im Alten Ägypten war die heute benutzte Definition des Winkels als Verhältnis zwischen Kreisbogen und Radius nicht bekannt. Für die Winkelberechnung mussten daher Streckenverhältnisse eingesetzt werden. Um so bemerkenswerter ist die Genauigkeit, mit der die vier 90°-Winkel zwischen den Seiten der Cheopspyramide ausgeführt wurden: Die Abweichungen betragen zwischen der Nord- und Westseite 00°00'01", zwischen der Nord- und Ostseite 00°00'58", zwischen der Süd- und Ostseite 00°00'29" und zwischen der Süd- und Westseite 00°00'16" [11]. Die Konstruktion der Winkel und ihre Kontrolle mussten wegen des Felskerns im Inneren der Cheopspyramide ohne Diagonalmessungen vorgenommen werden.

Dorner weist nun nach, dass unter dieser Voraussetzung und mit Blick auf die erzielte Genauigkeit nur eine Methode infrage kommt: Auf einer Geraden werden in gleichem Abstand vom Punkt P die Markierungen A und B abgesteckt und von diesen aus auf einer Seite der Geraden mit einem größeren Radius zwei Kreisbögen geschlagen und zum Schnitt gebracht. Die Verbindungslinie durch den Schnittpunkt S und den Punkt P steht dann senkrecht auf der Verbindungslinie AB.

Ausrichtung nach den Himmelsrichtungen

Alle Pyramiden des Alten Reiches sind - mit unterschiedlicher Genauigkeit - nach den Himmelsrichtungen ausgerichtet. Bei der Cheopspyramide beträgt die Abweichung der Nord-Süd-Achse von der Nordrichtung 00°03'06" (null Grad, drei Bogenminuten und sechs Bogensekunden). Dies entspricht einer Länge von ca. 25 cm auf 230 m. Zur exakten Bestimmung der Himmelsrichtungen, insbesondere der Nordrichtung gibt es eine Reihe von Vorschlägen.

So führt Edwards, basierend auf einer Idee Borchardts, aus, dass die Bestimmung durch Vergleich der Punkte für Aufgang und Untergang eines Sternes in der Nordrichtung auf einer exakten Geraden erfolgt sei (Abb.10). In der Mitte zwischen den beiden Markierungen liegt dann die Nordrichtung. Um die unterschiedlich hohen Horizonte im Westen und Osten von Gise zu umgehen, schlägt Edwards den Bau einer Mauer als Messhorizont vor. Dorner weist in seiner Dissertation nach, dass diese Methode der Orientierung durch Beobachtung des Auf- bzw. Untergangs oder der Kulmination nicht zu Messergebnissen mit den erforderlichen Genauigkeiten führt.

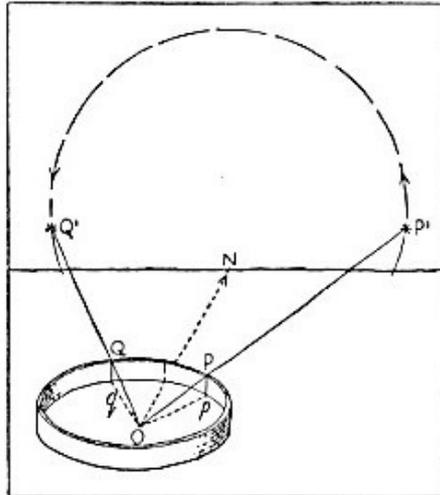


Abb.10 Methode zur Bestimmung des wahren Nordens nach Borchardt / Edwards

Auch der Berliner Ägyptologe Rolf Krauss, der sich intensiv mit astronomischen Fragestellungen befasst hat, wies 1996 in einem Vortrag im Planetarium Mannheim nach, dass die Methode, die Nordrichtung als Winkelhalbierende von Aufgangs- und Untergangsstelle eines Sterns zu bestimmen, mit den damit verbundenen Ungenauigkeiten unterschiedlicher Horizonthöhen im Niltal nicht mit der bei den Pyramiden in Gisa belegten Genauigkeit übereinstimmt und daher nicht infrage kommt.

Nach dem gleichen Prinzip kann die Nord-Süd-Richtung auch durch einen Vergleich gleich hoher Sonnenstände (z.B. Schatten eines Stabes) ermittelt werden. Diese Methode führt jedoch wegen des großen Durchmessers der Sonne und der Beugung des Lichts am Stab zu größeren Ungenauigkeiten und ist daher nicht geeignet.

1981 entwickelte Dorner in seiner Dissertation eine andere Methode zur exakten Bestimmung der Nordrichtung, deren Ausrichtung durch Beobachtung der Zirkumpolarsterne, die in den Pyramidentexten als Ziel der nächtlichen königlichen Himmelfahrt erscheinen, geschah. Als Zirkumpolarsterne werden die Sterne bezeichnet, die aus Sicht des Beobachters während des gesamten Jahres zu sehen sind, weil sie östlich und westlich des Meridians – also der Nord-Süd-Richtung – nicht unter dem Horizont verschwinden. Wenn es gelingt, die beiden „Wendepunkte“ der Sternbewegung (deren äußersten Azimut; auch als größte Digression bezeichnet) genau zu bestimmen und den Mittelwert zu bilden, erhält man ohne durch geographische Gegebenheiten beeinflusst zu werden, die exakte Nord-Süd-Richtung. Durch eigene Versuche zeigt Dorner, dass auf einer geraden Fläche mit einem mit dem Fixpunkt durch ein Seil verbundenen Messstab die beiden Wendepunkte genau festgestellt werden können. Durch wiederholtes Messen und Schlagen von Bögen, die sich überschneiden müssen, von den beiden Wendepunkten aus ergibt sich dann die Nord-Süd-Richtung. Dorner zeigt, dass mit einiger Erfahrung eine Genauigkeit zu erreichen ist, welche den Ausrichtungen der Cheopspyramide und der Chephrenpyramide entspricht. Im Übrigen deckt sich diese Meßmethode auch mit den Beschreibungen des „Schnurspannens“ bei Grundsteinlegungen, z.B. mit einer Darstellung auf einem Steinblock des Sonnenheiligtums in Abu Gurab (5. Dynastie).

Unterberger stellt für die Kontrolle des Einhaltens der Himmelsrichtungen einen Vorschlag zur Diskussion, wonach zur Bestimmung der Richtung der Seiten einer Pyramide der Auf- bzw. Untergang eines äquatornahen Sternes benutzt wird. Diese Sterne beschreiben bei ihrer

Bewegung am Himmel exakte Kreise, die in der Nähe des Himmelsäquators jedoch nur zum Teil sichtbar sind. Wenn Aufgangs- und Untergangspunkt im gleichen Abstand und gleichen Höhenwinkel markiert, dann ist die Verbindung zwischen beiden Markierungspunkten die Ost-West-Achse (Abb.11). Durch zwei gleich hohe Fluchtstangen, die länger als der Visierstab sind, kann ein künstlicher Horizont geschaffen werden. So wird die unterschiedliche Höhe des natürlichen Horizonts umgangen.

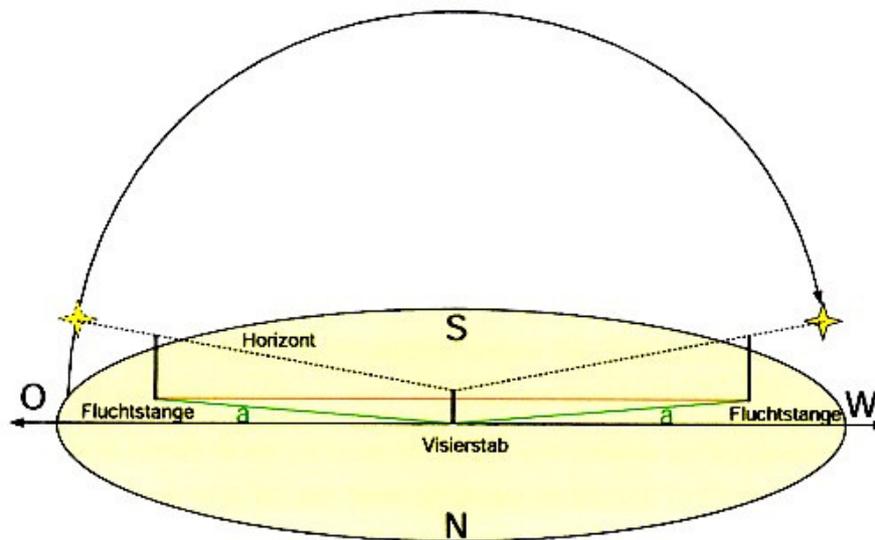


Abb.11 Herstellen eines künstlichen Horizonts zur Messung des Aufgangs- und Untergangspunkts eines äquatornahen Sterns nach Unterberger (vom Autor bearbeitet).

Um dem zweiten Problem zu begegnen, wonach der Auf- und Untergang eines äquatornahen Sterns während ein- und derselben Nacht nur im Winter möglich ist, da es sonst entweder am Abend oder am Morgen zu hell ist, schlägt Neuburger vor, nur den Aufgangspunkt des Sterns und die Richtung des Sternbildes des großen Bären zu messen. Er nennt dies die Astro-Aszensions-Methode (Abb.12).

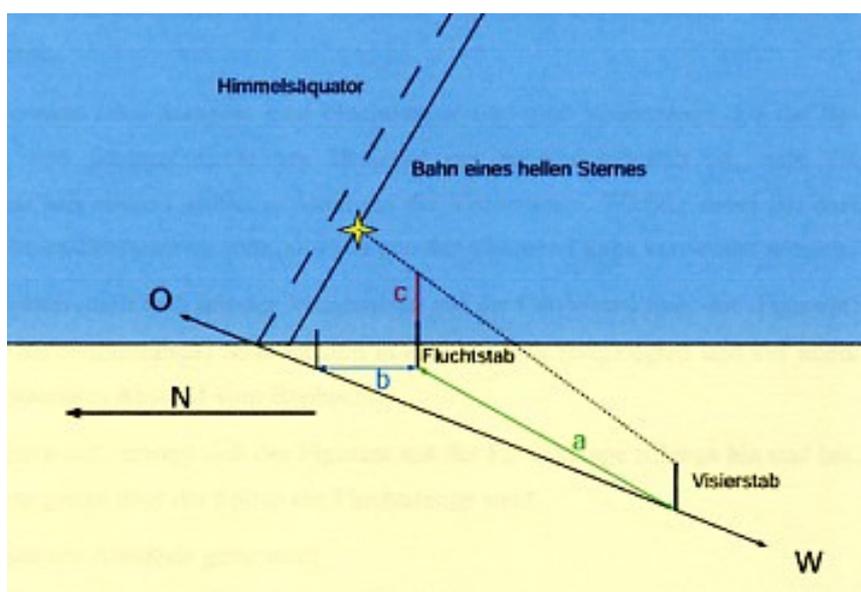


Abb.12 Astro-Aszensions-Methode nach Unterberger (vom Autor bearbeitet)

Während der Bauarbeiten an der Pyramide kann diese Methode für die Kontrolle der korrekten Ausführung der Richtungen der Seitenflächen nur eingesetzt worden sein, wenn der Fluchtstab innerhalb der Steinschicht der Außenverkleidung auf der Arbeitsplattform aufgestellt wurde. Die Längen für a und b werden nach Unterberger an einem geeigneten Ort ohne Erhebungen des Horizonts ermittelt.

Als Stern für diese Messungen kommt nach Unterberger nur der Antares infrage, da es sich bei ihm um einen beim abendlichen Aufgang hellen Stern handle. Die Verwendung nur einer Aufgangs- bzw. Untergangsposition für die Messungen habe jedoch zu Folge, dass sich dieser Punkt im Lauf der Jahre durch die Präzession (Taubelbewegung) der Erdachse langsam verschiebt. Nur bei Messung beider Punkte hebt sich die Verschiebung auf. Nach Unterberger bewegte sich der Aufgangspunkt des Sterns Antares zur fraglichen Zeit innerhalb von 10 Jahren um 3,9' im Uhrzeigersinn.

Petrie hat bei der Vermessung der Chephrenpyramide festgestellt, dass die Eckkanten der Pyramide im oberen Teil, der noch die Außenverkleidung besitzt, eine Richtungsänderung gegenüber den Grundkanten aufweisen [12]. Er meint dazu, dass es sich dabei um eine Absicht der Baumeister gehandelt habe. Die Verdrehung betrage in der Mitte der Seiten $+0^{\circ}1'40''$. Absolut seien dies bezogen auf die Grundkanten $-3'50''$. Petrie weist dabei explizit auf mögliche Ungenauigkeiten bei der Messung hin, da die Entfernung etwa $\frac{1}{4}$ Meile betragen hätte.

Aus diesen Messungen von Petrie folgert nun Unterberger, dass die Vermessung der Außenkanten der Seiten während des Baus nach dem Aufgang des Antares erfolgt sei und sich über die Bauzeit gesehen, diese Orientierungsbasis geändert habe. Dabei wird übersehen, dass es sich bei der von Petrie angegebenen Drehung um einen Durchschnittswert aller vier Seiten handelt und die Eckkanten um unterschiedliche Werte abweichen. Die größte Abweichung beträgt an der NO Ecke 1,7 Zoll – also gerade etwa 3 cm und kann auch auf Toleranzen beim Bau selbst zurückzuführen sein. Petrie weist auf die kleinen Ungenauigkeiten bei der Ausrichtung der Basiskanten und der Festlegung des exakten Quadrats an der Basis hin.

Wenn die Ost-West-Richtung (nach Unterberger) oder die Nord-Süd-Richtung (nach Dorner) ermittelt wurde, so musste davon jeweils im Winkel von 90° die Ausrichtung für die beiden anderen Seiten der Pyramide festgelegt werden. In jedem Fall muss es ein Mess- bzw. Kontrollverfahren gegeben haben, welches auch während des Baus eine exakte Kontrolle zu Ausrichtung aller vier Seiten ermöglichte. Die bisher gemachten Vorschläge erscheinen dafür nicht praktikabel zu sein.

Eine Möglichkeit, dieses Problem zu umgehen, bestand darin, die Steine für die Außenverkleidung so exakt herzustellen und zu verlegen, dass die Ausrichtung der Seiten ausgehend von der genau nach den Himmelsrichtungen vermessenen Basisschicht nahezu konstant blieb und es nur zu geringfügigen Abweichungen – wie bei der Chephrenpyramide festgestellt – kam. Wie bei der Knickpyramide zu beobachten ist, wurden die Ecksteine des nachträglich angebrachten Steinmantels wechselnd als Läufer und Binder verlegt. In derselben Art und Weise wurde die Außenverkleidung der Chephrenpyramide errichtet. Die Ecksteine haben dabei im oberen Bereich, in dem die Außenverkleidung erhalten blieb, Abmessungen von etwa 2,5 m Länge, 0,5 m Tiefe und 0,5 m Höhe. Ecksteine mit einer Länge von 2,5 m erlauben in den einzelnen Schichten eine sehr genaue Peilung, sodass eine Kontrolle der Seitenrichtungen im Vergleich zu den Richtungen der Seiten an der Basis durch

ständiges Messen der Himmelsrichtungen aufgrund einer sehr genauen Bauausführung nicht nötig erscheint.

Einhalten der festgelegten Neigung der Seitenflächen der Pyramide

Der Rücksprung des Verkleidungsmauerwerks beträgt bei der Cheopspyramide $5\frac{1}{2}$ Handbreit (22 Finger) auf eine Elle und bei der Chephrenpyramide $5\frac{1}{4}$ (21 Finger) auf eine Elle. Die Rücksprünge wurden – wie auch nach Abbau der äußeren Verkleidungsschicht und der Außenverkleidung unschwer zu erkennen ist – sehr genau eingehalten. Die sich aus dem genannten Rücksprüngen ergebenden Böschungswinkel von knapp 52° bzw. etwas über 53° führten zu Höhen der Pyramiden von 280 Ellen (146,6 m) bzw. 273 Ellen (143,5 m).

Die beim Bau der Pyramiden verwendeten Maße für die Rücksprünge waren, da als Verhältnisse von Fingern zu Ellen festgelegt, messtechnisch einfach umzusetzen: Dafür wurden Winkellehren aus Holz mit dem entsprechenden Rücksprung bzw. für Kontrollmessungen ein „Seket-Messgerät“ (siehe weiter unten; Abb.14) verwendet. Durch Einsatz derartiger Winkellehren bei dem Zurichten der Steine der Außenverkleidung ist es auch möglich, Steinlagen mit unterschiedlichen Höhen zu verbauen und dennoch den vorgegebenen Rücksprung einzuhalten.

Im Gegensatz zu den Steinen des (inneren) Verkleidungsmauerwerks mit unterschiedlichen Formaten und meist nur grob behauen sind die „Backing Stones“ (äußere Verkleidungsschicht) genauer bearbeitet. An den Stoßkanten zu den Steinen der Außenverkleidung werden sie z.B. bei der Cheopspyramide auf deren Höhe angepasst. Wegen der Kontrollmessungen müssen die Steine der Außenverkleidung einer Steinlage stets die gleiche Höhe aufweisen.

Die Steine der Außenverkleidung aus Kalkstein bzw. Granit sind bereits vor dem Transport zum Einbauort in ihren horizontalen und vertikalen Auflageflächen plan bearbeitet; die Vorderseiten stehen in Bossen, d.h. die Außenfläche ist noch nicht plan bearbeitet. An den Stoßflächen zu den Nachbarsteinen wird seit dem Alten Reich nur ein schmaler Streifen in dem festgelegten Rücksprung geglättet, um für die spätere Glättung der Außenfläche entsprechende Markierungen und eine Auflage für das Seket-Meßgerät zu haben. Auf der oberen Auflagefläche ist eine Markierung angebracht, die eine exakte Positionierung des zu verlegenden Steines auf der Markierung der darunterliegenden Steinschicht ermöglicht (Abb.13; bei dieser Darstellung wurde jedoch die Verlegung als Läufer und Binder nicht berücksichtigt, durch die erst ein exaktes Aufeinanderlegen entsprechend der Markierung möglich wird).

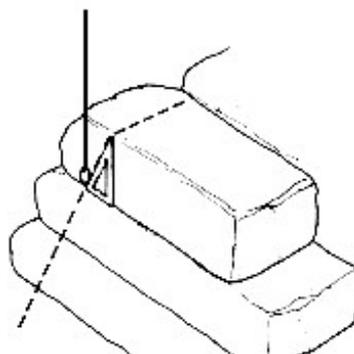
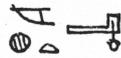


Abb.13 Kennzeichnung der Außenkante und des Neigungswinkels der Außenverkleidung einer Pyramide nach Lehner (vom Autor bearbeitet)

Für die Vermessung vorgegebener Rücksprünge schlägt Winkler einen anderen Einsatz des „Merchet“ genannten Messgerätes vor als Stadelmann und Goyon, die es für astronomische Beobachtungen verwendet wissen wollen[13]. Er verweist in diesem Zusammenhang auf die Hieroglyphe zum Wort *mrh.t*:



Die Bezeichnung „astronomisches Gerät“, die Ermann und Grapow im Ägyptischen Handwörterbuch dafür verwenden, sei irreführend. Die Hieroglyphe stelle vielmehr ein Gerät zum Vermessen von Rücksprüngen dar:

Das Gerät besteht nach Winkler aus einer Holzleiste mit einem angeleimten Holzklötzchen an einem Ende, in dessen Mittelbohrung eine Schnur mit herunterhängendem Lot angebracht ist. Winkler schlägt nun vor, dieses Gerät als „Seket“-Meter anzusehen (Abb.14; eingestellter Rücksprung von 3 H auf eine E bzw. für das Verhältnis 3 zu 7). Eine auf der waagerechten Leiste angebrachte Setzwaage ermöglicht dann die exakte Vermessung eines Rücksprungs.

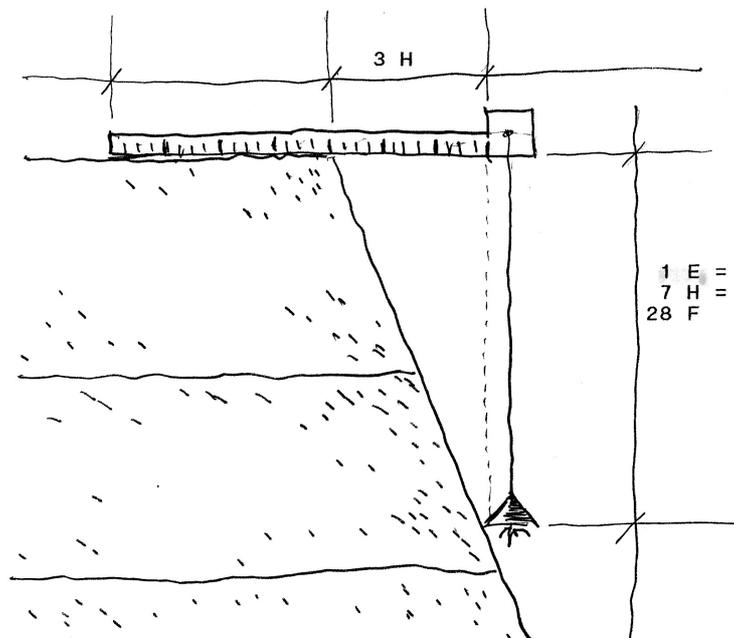


Abb.14 Seket-Messgerät nach Winkler

Vermessen von Grabkammereingängen

Einen interessanten Beitrag zum Einmessen von Grabkammern, die in Ost-West-Richtung angeordnet sind [14], veröffentlichte Becker [15]. Mit Ausnahme der Roten Pyramide konnte aufgrund der schwierigen Geländebeziehungen nirgendwo die Lage der Grabkammer durch Vermessung über Diagonalen oder Kanten der abgesteckten Pyramidenbasis bestimmt werden. In diesen Fällen führten exakt nach Norden ausgerichtete Korridore mit einem Neigungswinkel von $26^{\circ} 33' 54''$ (mit Abweichungen unter ± 30 Bogenminuten) und z.T. nach Osten versetzt über längere Strecken hinab. Dieser Winkel entspricht einem Neigungsverhältnis von 2:1 und ist damit messtechnisch leicht umzusetzen. Aus der Summierung der horizontalen Teilstrecken war die Entfernung von der Nordkante der Pyramide und somit die Ost-West-Achse genau zu bestimmen. Wie exakt der Neigungswinkel eingehalten wurde, zeigt die über 70 m lange Felspassage des absteigenden Ganges in der

Cheopspyramide mit einer Abweichung von nur 1 cm. Ein weiteres Beispiel für die überaus exakte Nordausrichtung der Grabkammerzugänge im Vergleich zu den Grundkanten der Pyramide ist der nördliche Grabkorridor der Knickpyramide. Er weicht nur eine Bogenminute von der Nordrichtung ab.

Bereits Vyse stellte zusammen mit Perring diese Neigungswinkel fest und vermutete, dass die Verlängerung der Korridorwinkel zu einem Punkt unterhalb des Nordpols führten. In einer Untersuchung stellt Krauss fest, dass es keinen hellen Stern gab, der sich zu der Zeit des Pyramidenbaus in einer Position befand, welche der Verlängerung der Grabkorridore entsprach [16]. Die Fragestellung, warum die Neigung der Grabkorridore der Pyramiden der 4. Dynastie stets unterschiedliche Werte hat, konnte bisher keiner Klärung näher gebracht werden.

Vermessen ebener Flächen

Zur Kontrolle einer geglätteten Fläche bzw. bei deren Herstellung wurde ein Instrument, bestehend aus drei gleich langen Stäben von je 12,6 cm (mit einer Ungenauigkeit von nur $\pm 0,005$ cm), benutzt, von dem Petrie eines fand (Abb.15) [17]. Die beiden äußeren Stäbe waren durch eine Schnur mit einem Durchmesser von 2 mm, die gespannt wurde, miteinander verbunden. Der dritte, gleich große Stab diente dann zum Messen des Abstandes zwischen der geglätteten Steinoberfläche und der Schnur. Wenn man diese Messmethode in verschiedenen Richtungen immer wieder über die gesamte Blockfläche anwandte, konnte eine völlig ebene Oberfläche erreicht werden. Stocks konnte nachweisen, dass die auf Zug beanspruchten Seile von 2 mm Durchmesser bei einer Länge von 1,2 und 2 m um 0,25 mm durchhängen. Dies sind Abweichungen, die Petrie an den Verkleidungsblöcken gemessen hat. Stocks stellte im Jahr 2004 ähnliche Genauigkeiten an den Steinblöcken der ersten Lage der Cheopspyramide fest.

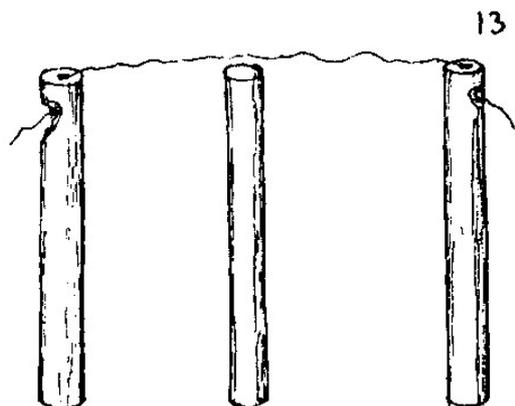


Abb.15 Messinstrument für glatte Flächen

Eine Darstellung der Bearbeitung einer Oberfläche eines Steinblockes mit einem ähnlichen Messstrick ist auch aus dem Grab des Rehmire bekannt (Abb.16).

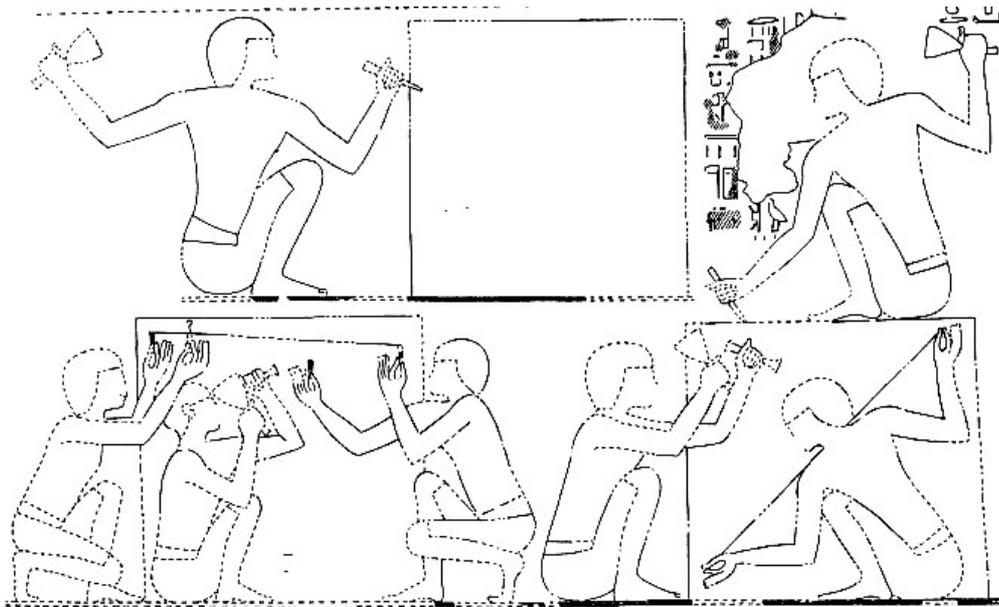


Abb.16 Bearbeiten und Glätten von Steinflächen; Darstellung aus dem Grab des Rehmire

Schlussbemerkung

Im Gegensatz zur Errichtung des inneren Kernmauerwerks kam dem genauen Verlegen und Vermessen der Außenverkleidung eine ganz besondere Bedeutung zu. Nur so konnte sichergestellt werden, dass sich die vier Ecken auch tatsächlich in der Pyramidenspitze trafen.

Durch Vermessen der Seitenlängen einer fertig gestellten Steinschicht der Außenverkleidung des Pyramidenstumpfes von Eckstein zu Eckstein mittels Messstäben und Kontrolle der waagerechten Verlegung sowie der Peilung einer Geraden zwischen den genau rechtwinklig und mit der festgelegten Neigung der Ecken vorgefertigten Ecksteinen entlang der Kennzeichnungen der Außenkanten auf der Oberseite der Steine konnte sichergestellt werden, dass die Pyramide ohne Verdrehungen und Verkantungen errichtet wurde. Eventuell notwendige Feinkorrekturen aufgrund der vorgenommenen Kontrollmessungen konnten dann bei Bau der nächst höheren Steinschicht durchgeführt werden.

Die bisher vorgelegten Hypothesen zum Pyramidenbau müssen die geschilderten Messungen während der Bauarbeiten ermöglichen. Damit scheidet verschiedene Bauvorschläge wie senkrecht auf die Pyramide zuführende Rampen und Spiralarmpen aus. Nur Hypothesen, die außen an die Pyramide angebaute Baurampen bzw. Baugerüste in waagerechter Anordnung vorsehen, können weiterhin in Betracht gezogen werden.

Die Errichtung der Cheopspyramide als größtes Bauwerk im Alten Reich zeigt, dass trotz des im Inneren vorhandenen Felsspornes – also ohne Möglichkeiten einer Diagonalmessung – die Festlegung der Basis und die Herstellung der Außenflächen mit großer Genauigkeit unter Zugrundelegung der erläuterten Messverfahren möglich waren. Auch dabei handelt es sich um eine Meisterleistung der Baumeister im Alten Ägypten.

Anmerkungen

- [1] Müller-Römer, F., Die Technik des Pyramidenbaus im Alten Ägypten, Kapitel 2.
- [2] Dorner, J., Die Genauigkeit der altägyptischen Streckenmessung, in: Sokar 15 (2/2007), S. 50ff.
- [3] Winkler, R., Logistik des Pyramiden-Baues, Dissertation, Fakultät 1, Architektur und Stadtplanung der Universität Stuttgart, 2002, S.16ff.
- [4] Südwestlich der Chendjer-Pyramide in Saqqara Süd gelegener Unterbau einer unfertigen Pyramide; Jéquier, Deux Pyramides, S.58ff.; Lehner, Geheimnis, S.187.
- [5] Stocks, D. A., Experiments in Egyptian Archaeology Stoneworking technology in Ancient Egypt
- [6] Borchardt, L., Das Grabdenkmal des Ne-User-Re, in Wissenschaftliche Veröffentlichung der Deutschen Orient-Gesellschaft 7, Leipzig, 1907.
- [7] Cole, J.H., Determination of the Exact Size and Orientation of the Great Pyramid of Giza, Kairo, 1925.
- [8] Petrie, W.M.F., The Pyramids and Temples of Gizeh, London, 1883, pl.VIII, Angaben in Zoll (1“ = 2,54 cm).
- [9] Borchardt, L., Längen und Richtungen der vier Grundkanten der großen Pyramide bei Gise, Julius Springer Verlag Berlin, 1926, S.7ff.
- [10] Bassermann–Jordan, E. v., Die Geschichte der Zeitmessung und der Uhren, Band I, de Gruyter, Berlin, 1920.
- [11] Dorner, J., Die Absteckung und astronomische Orientierung ägyptischer Pyramiden, Dissertation, Innsbruck, 1981.
- [12] Petrie, Pyramids, S.97; die Verdrehung der Eckkanten betragen an der NO Ecke + 1,7 Zoll, an der SO Ecke + 0,6 " , an der SW Ecke + 0,3" und an der NW Ecke + 0,3" und somit durchschnittlich 0,7 Zoll.
- [13] Winkler, R., Logistik des Pyramiden-Baues, Dissertation, Fakultät 1, Architektur und Stadtplanung der Universität Stuttgart, 2002, S.37ff.
- [14] Es sind dies die Pyramiden von Cheops, Djedefre, Chephren, Nebka (?) und Mykerinos sowie die Mastaba der Chentkaus.
- [15] Becker, J., Die Funktion der Pyramidenkorridore als vermessungstechnische Einrichtungen, in: Sokar 6 (1/2003), S.14ff.
- [16] Krauss, R., Weisen die Pyramidenkorridore den Weg zum Himmel? In: SAK 38 (2009), S.151ff.
- [17] Petrie, W.M.F., Kahun, Gurob and Hawara, London, 1890; S.27, Tafel IX.

Literatur (Auswahl)

- Arnold, D. Building in Egypt, Oxford University Press, 1991
- Dorner, J., Die Absteckung und astronomische Orientierung ägyptischer Pyramiden, Dissertation an der Fakultät für Bauingenieurwesen und Architektur der Universität Innsbruck, 1981.
- Edwards, I.E.S., Die ägyptischen Pyramiden, Otto Harrassowitz, Wiesbaden, 1967.
- Müller-Römer, F., Die Technik des Pyramidenbaus im Alten Ägypten, Herbert Utz Verlag, München, 2008.
- Unterberger, E., Die Tricks der Pyramidenbauer, Eigenverlag Innsbruck, 2008.
- Winkler, R. Logistik des Pyramidenbaues, Dissertation, Fakultät 1, Architektur und Stadtplanung der Universität Stuttgart, 2002