Friedrich Wilhelm Korff (Philosophisches Seminar der Universität Hannover)

Die harmonischen Abmessungen aller Pyramidions sind jetzt gefunden! Ein Erlebnisbericht für Rainer Stadelmann, Jan Assmann und seine Heidelberger Studenten der Ägyptologie

7. – 18. 12. 2010

Seit ich aus Ägypten zurück bin und mich in die Kälte hier (- 13°) kaum eingewöhnt habe, möchte ich Ihnen zu Beginn des Advents erzählen, wie es mir in Kairo am 29. 10. 2010 ergangen ist. Bevor ich noch den Museumsbesuch wagte, spürte ich doch die Stunde der Wahrheit gekommen, da ich erfahren würde, ob meine schon veröffentlichte Behauptung zuträfe, die Basis des PYRAMIDION AMENEMHET III. (Dahshur) sei nicht 1,87 m, wie mein Rezensent Frank Müller - Römer aus der Literatur behauptete, sondern ich hielt dagegen, sie müsse 1,875 m lang sein, eben weil die Länge 11 x 17 = 187 cm unmöglich aus dem ägyptischen Meß- und Maßsystem abzuleiten ist. Dieses System wie auch das der bei Ptolemaios überlieferten Tonarten, deren Intervalle die Neigungen der Pyramiden hervorbringen, sieht doch nur Kombinationen aus den ersten fünf Primzahlen (1,2,3,5,7) vor. Und das ist bei 187,5 cm ($3 \times 5^4 /(2 \times 5)$ = 187,5 cm der Fall. Die empirische Messung (1,87 m) aus den achtziger Jahren des 19. Jh. war ungenau. Wie tatsächlich in der Literatur angegeben, konnten es nur 3 4/7 Ellen oder (3 4/7) x 7 = 25 ganzzahlige Handbreit sein, und 3 4/7 Ellen x 0,525 m, errechnet mit dem Metermaß der Königselle, sind 1,875 m.

Nur die Hälfte (12 ½ H) der Basislänge, mit dem Rücksprung (10/7) multipliziert, keine andere Länge ergab die Höhe von (12 ½) x 10/7 = 17 6/7 Handbreit, die den Rücksprung(17 6/7)/(12 ½) = 10/7 bestätigte. Er war zugleich Intervall eines großen Tritonus (10:7) in der antiken Tonart Diatonon malakon, die Ptolemaios überliefert. Teilt man die Gesamthöhe und die Basishälfte von Amenemhet III. (Dahshur), in Handbreit gemessen, durch 17 6/7 H, erhält man ebenfalls (1000/7) / (17 6/7)/(700/7 / (17 6/7) = 10/7 als Rücksprung, der schon beim Betrachten des Bruchs ins Auge springt. Denn der Rücksprung des Pyramidions ist allemal formgebend für den der Pyramide und beide haben den gleichen, von mir aus der Pythagoras'- und aus der Sin $\gamma/2$ - Probe vorhergesagten Böschungswinkel arctg 10/7 = 55°. Siehe Beilage, S. 2, das Pyramidion des Amenemhet III. (Dahshur).

Dennoch glaubte ich im Museum ein Examen zu bestehen zu müssen, und Sie können sich vorstellen, was für Gefühle mich bewegten, ja hinderten, einer Gruppe von Freunden, die die Reise vertrauensvoll mit mir nach Kairo angetreten hatten, am Morgen die Cheopspyramide zu erklären und nachmittags ins Museum zu gehen. Das ehemals vergoldete Pyramidion Amenemhets, sowohl <u>vor</u> Sonnenaufgang als auch <u>nach</u> Sonnenuntergang blitzend, war das erste und letzte Licht, das im antiken Dahshur jedermann in dieser Gegend zu sehen bekam. Diese Vorstellung tröstete mich.

Nachmittags bat ich die Freunde in den ersten Stock des Museums. Sie sollten sich die Schreine des Tutanchamun ansehen. Ich selber schlich die Treppe hinunter unten ins Foyer und dann links geradeaus zu der Stelle, wo sich die Pyramidions befanden. Als Zeugen der Messung hatte ich meinen griechischen Freund Dr. Konstantin Kokaras gebeten. Schon beim Eintritt ins Museum hatten die Wächter mich durchleuchtet und abgetastet. Einen Fotoapparat und ein

metallenes Messband hatte ich nicht, nur ein Messbandröllchen, wie es Schneiderinnen benutzen.
Zum Glück waren an diesem Tag die Passagiere eines großen Kreuzfahrtschiffs im Museum. Wir konnten unbehelligt nachmessen. Ich hielt den Anfang des Meterbandes gegen den Stein, Dr. Kokaras das andere Ende, und von da aus ging es noch einmal zur Seite ins Ungewisse. Die Basislänge des dunklen, polierten und mit der Kartusche des Amenemhet III. weiß ausgehämmerten Pyramidions war 187,5 cm. Auch die genaue Böschungslänge war in der Mitte der Seitenflächen meßbar. Auch sie war 1,63 m lang, wie von mir vorausgesagt. Die Enden der Basiskanten waren vom Sturz des Steins von der Pyramide herab beschädigt, aber ich sah die Fortsetzung der vier Kanten, in der Luft verlängert, dort auf der Linie, wo sich die Podestkante aus zwei Hölzern mit der Gehrung von 45° trafen. Ich konnte also die Abstände auch auf der Tischplatte messen, auf dem das Pyramidion ruhte. Es blieb bei 187,5 cm.
Es hat im 20. Jh. so gute Vermessungskünstler gegeben, Maragioglio-Rinaldi und Ludwig Borchardt, um nur zwei Namen zu nennen. Warum lernten sie nichts aus ihren Abtastungen mit dem großen Stechzirkel? Warum stellten sie nur Distanzen fest, an denen wiederum Ägyptologen im 21. Jahrhundert wie Graefe und Müller-Römer blind festhielten, mich angriffen, ohne sich dabei – wie ich mehrfach anmahnte - mit den Vorgaben und Konsequenzen des ägyptischen Meß- und Maßsystems beschäftigen zu wollen?

Was also lernen wir? Ich habe (öffne: http:archiv.ub.uni-heidelberg.de/propylaeum-dok/volltexte, 405, 588, 629 in den Jahren 2009 und 2010) mit Hilfe der Pythagoras'- und der Sinus-$\gamma/2$- Probe die Querschnitte von 29 Pyramiden veröffentlicht, sie überprüft und konnte aus vorhandenen unbrauchbaren Werten die genauen Maße baubarer Pyramiden, d.h. die jener ursprünglich geplanten Pyramiden, rekonstruieren, deren vier Kanten sich tatsächlich in der Spitze des Pyramidions getroffen hätten. Denn aus den bisherigen Werten der Liste hätte man mindestens 19 Pyramiden nicht bauen können, weil die Neigungswinkel nicht die richtigen Böschungslängen hervorbrachten und umgekehrt. ***Daraus folgt nun, daß auch die Pyramidions, als Spitze und berechenbarer Teil dieser Pyramiden, über ebenso genaue Werte verfügen müssen, die in Neigung und Größe kompatibel mit dem Pyramidenstumpf sein müssen, auf dem sie sitzen. Das bedeutet: Sie können berechnet werden!*** Dazu gehört zwingend, daß die Rücksprünge und damit Neigungswinkel der Pyramiden, die sich aus Teilern der Zahl 5040 ergaben (5040 = 1 x 2 x 3 x 4 x 5 x 6 x 7 = 7!), die Platon aus Ägypten nach Athen mitbrachte und mannigfach in den „Nomoi" (737 ff.) erwähnt, auch in den Basislängen *aller* ägyptischer Pyramidions auftauchen müssen, denn nur Produkte und Stammbrüche der Primzahlen 1,2,3,5,7, wurden im ägyptischen Meß- Maßsystem für die äußere Kontur bzw. Umriß der Pyramidenbauten verwendet.
Folgende Liste Platons zeigt die Basislängen der Pyramidions, gemessen in Ellen (Meter) und in Handbreit. Die empirischen Abmessungen von Klein- und Kleinstpyramiden von 1 – 20 Handbreit sind mir nicht bekannt, aber mit Großpyramiden ab 37,5 Meter Höhe (CHENDJER), also ab einer Pyramidionbreite von 3 Ellen (1,757 m), 21 Handbreit, bis einschließlich 3 4/7 Ellen (1,875 m), 25 Handbreit, wird man in Platons Liste mit genauen Pyramidionbasislängen, gemessen in zumeist ganzzahligen Handbreit, fündig.
In 29 Großyramiden haben die Ägypter aus Intervallen verwendeter Tongeschlechter Neigungen eingebaut, die architektonisch ebenfalls aus den musikalischen Proportionen fünf erster Primzahlen bestehen und ebenso haben sie solche Normgrößen für das Pyramidion

eingeführt. Platons aus Ägypten überlieferte Zahl 5040 liefert in ihren ganzzahligen Teilern nicht nur die Höhen- und Basislängen einzelner Pyramiden sowie ihre Rücksprünge, sondern auch auf der rechten Seite die im Meß- und Maßsystem auftretenden *genauen Pyramidionbasislängen in Ellen (Metern) und in Handbreit*

Liste möglicher und tatsächlich vorhandener Pyramidions. Nach Platon „Nomoi" 737 ff.

1.) 7! = *5040* x 1→*5040E*^{2} = Fläche eines Rechtecks von 80 Ellen Höhe und von 63 Ellen Breite,
2.) 7! = 2520 x 2 dessen Diagonale den Böschungswinkel arctg 80/63 = 51.78° der Cheopspyramide
3.) 7! = 1680 x 3 bildet
4.) 7! = 1260 x 4
5.) 7! = 1008 x 5
6.) 7! = 840 x 6
7.) 7! = 720 x 7
8.) 7! = 630 x 8
9.) 7! = 560 x 9
10.) 7! = 540 x 10
11.) 7! = *420* x 12→*420* Ellen ist die Basis von Dahshur-Nord lang
12.) 7! = *360* x 14→*360* Ellen ist die Basis der Knickpyramide lang
13.) 7! = 336 x 15
14.) 7! = 315 x 16
15.) 7! = *280* x 18→*280* Ellen ist die Höhe der CHEOPSPYRAMIDE
16.) 7! = 252 x 20
17.) 7! = 240 x *21*→*21* Handbreit = 3 Ellen (1,575 m) ist die Pyramidionbasis von **25** Pyramiden
18.) 7! = 210 x *24*→*24* Handbreit = 3 3/7 Ellen (1,80 m) ist die Pyramidionbasis von NIUSERRE
18a)7! =201 3/5 x *25*→*25* Handbreit = 3 4/7 Ellen (1,875 m) ist die Pyramidionbasis von AMEN-
19.) 7! = 180 x 28 NEMHET III. (Dahshur und Hawara), CHENDJER und
20.) 7! = 168 x 30 MAZGHUNA-SÜD
21.) 7! = 144 x 35
22.) 7! = *140* x 36→*140* Ellen ist die Basis der Pyramide des USERKAF lang
23.) 7! = 126 x 40
24.) 7! = 120 x 42
25.) 7! = *112* x 45→*112* Ellen ist die Höhe der Pyramide des AMENEMHET I.
26.) 7! = 105 x 48
27.) 7! = 90 x 56
28.) 7! = *84 x 60*→*7/5* Rücksprung NEFERIRKARE, AMENEMHET I. und II.
29.) 7! = *80 x 63*→*80/63* Rücksprung MEIDUM, CHEOPSYRAMIDE, KÖNIGSGR. A, SAHURE, DJEDKARE

Es gibt unter den 29 Pyramiden in der Liste Dieter Arnolds („Lexikon der ägyptischen Baukunst", S. 200) zahlreiche baugleiche Pyramiden (Dubletten). Chendjer und Mazghuna-Süd z.B. enthalten darüber hinaus genaue Hälften der Abmessungen von Amenemhet III. (Dahshur), so daß von einer Serienproduktion auch der Pyramidions mit Normgrößen auszugehen ist. Sie war nicht abhängig von der Pyramidengröße, sondern einheitlich normiert und vorgeschrieben. Dieser praktischen Maßnahme entsprechend wurden die Maße der Pyramidions ausgewählt und beibehalten, weil sie sich, ebenfalls nur aus Produkten fünf erster Primzahlen ausgelegt, ganzzahlig und in Handbreit vermessen, im Baufortschritt als Eichstein

Liste der Pyramidenabmessungen					Liste der Pyramidionabmessungen			Liste der Pyramideninhalte in E^3 u. m^3	
Verwendetes Ellenmaß	Basislängen in Ellen u. (Meter)	Pyramidenhöhen	Rücksprünge H/(B/2)	Zahlen der Stufen mit einer Pyramidionhöhe	Pyramidionbasislängen in E, Handbreit H und (m)	Pyramidionhöhen in E, Handbreit (H)	Neigung in Grad	Pyramidionvolumen (E^3) mal St.-Zahl^3	Pyramidenvolumina von 29 altägyptischen Pyamiden in Kubikellen (E^3) u. in (m^3)
(0,525 m)	276 E (144,9 m)	175 5/21 E(92 m)	80/63	MEIDUM 276/3 = 92 Stufen	3 E, 21 H, (1,575 m)	40/21 E, 13 1/3 H, (1 m)	51,78°	40/7 x 92^3 =	31 147 520/7 E^3 (643 877,64 m^3)
(0,52236 m)	441 E(230,36 m)	280 E (146,26 m)	80/63	CHEOPS 441/3 = 147 Stufen	3 E, 21 H, (1,567 m)	40/21 E; 13 1/3 H,(0.99 m)	51,78°	40/7 x 147^3=	18 151 560 E^3 (2 587 162,426 m^3)
(0.525 m)	210 E (110,25 m)	133 1/3 E (70 m)	80/63	KÖNIGSGR.(A) 210/3 = 70 Stufen	3 E, 21 H, (1,575 m)	40/21 E; 13 1/3 H, (1 m)	51,78°	40/7 x 70^3 =	1 960 000 E^3 (283 618,125 m^3)
(0,525 m)	150 E (78,75 m)	95 5/21 E (50 m)	80/63	SAHURE & DJEDKARE 150/3 = 50 St	3 E, 21 H, (1,575 m)	40/21 E; 13 1/3 H, (1 m)	51,78°	40/7 x 50^3 =	5 000 000/7 E^3 (103 359,375 m^3)
(0,525 m)	110 E (57.75 m)	82,5 E (43,3125 m)	3/2	UNAS 10/3 = 36 2/3 St	3E, 21 H, (1,575 m)	2 1/4 E; 15 3/4 H,(1,18125 m)	56,30°	6 3/4 x (36 2/3)^3 =	332 750 E^3 (48 149,96484 m^3)
(0,525 m)	210 E (110.25 m)	140 E (73,5 m)	4/3	KÖNIGSGRAB (C) 210/3 = 70 St.	3E, 21 H, (1,575 m)	2 E; 14 H, (1,05 m)	53,13°	6 x 70^3 =	2 058 000 E^3 (297 799,031 m^3)
(0,525 m)	410 E (215,25 m)	273 1/3 E(143,5 m)	4/3	CHEPHREN 10/3 = 136 2/3 St.	3 E, 21 H, (1,575 m)	2 E; 14 H, (1,05 m)	53,13°	6x (136 2/3)^3=	137 842 000/9 E^3 (2 216 240,906 m^3)
(0,525 m)	140 E (73,5 m)	93 1/3 E (49 m)	4/3	USERKAF 140/3 = 46 2/3 St.	3 E, 21 H, (1,575 m)	2 E; 14 H, (1,05 m)	53,13°	6x (46 2/3)^3=	5 488 000/9 E^3 (88 236,75 m^3)
(0,525 m)	125 E (65.625 m)	83 1/3 E (43,75 m)	4/3	NEFEREFRE 125/3 = 41 2/3 St.	3 E, 21 H, (1,575 m)	2 E; 14 H, (1,05 m)	53,13°	6x (41 2/3)^3=	3 906 250/9 E^3 (62 805,17578 m^3)
(0,525 m)	150 E (78,75 m)	100 E (52,5 m)	4/3	TETI & PEPI II. 150/3 = 50 St.	3 E, 21 H, (1,575 m)	2 E; 14 H, (1,05 m)	53,13°	6x 50^3 =	750 000 E^3 (108 527,3438 m^3)
(0,524 m)	150 E (78,6 m)	100 E (52,4 m)	4/3	PEPI I. 150/3 = 50 St.	3 E, 21 H, (1,572 m)	2 E; 14 H, (1,048 m)	53,13°	6x 50^3 =	750 000 E^3 (107908,368 m^3)
(0,525 m)	175 E(91,875 m)	116 2/3 E (61,25 m)	4/3	MERENRE 75/3 = 58 1/3 St.	3 E, 21 H, (1,575 m)	2 E; 14 H, (1,05 m)	53,13°	6x (58 1/3)^3 =	10 718 750/9 E^3 (172 337,4023 m^3)
(0,525 m)	175 E(91,875 m)	116 2/3 E (61,25 m)	4/3	UNBEKANNT 75/3 = 58 1/3 St.	3 E, 21 H, (1,575 m)	2 E; 14 H, (1,05 m)	53,13°	6x (58 1/3)^3 =	10 718 750/9 E^3 (172 337,4023 m^3)
(0,525 m)	200 E (105 m)	175 E (91,875 m)	7/4	DJEDEFRE 200/3 = 66 2/3 St.	3 E, 21 H, (1,575 m)	2 5/8 E; 18 3/8 H, (1,378125 m)	60,25°	7 7/8 x (66 2/3)^3 = 7 000 000/3 E^3	(337640,625 m^3)
(0,525 m)	200 E (105 m)	140 E (73,5 m)	7/5	NEFERIRKARE 200/3 = 66 2/3 St.	3E, 21 H, (1,575 m)	21/10 E; 14 7/10 H,(1,1025 m)	54,46	6 3/10 x (66 2/3)^3= 5600 000/3 E^3	(270112,5 m^3)
(0,525 m)	160 E (84 m)	112 E (58.8 m)	7/5	AMENEMHET I. 160/3 = 53 1/3 St.	3E, 21 H, (1,575 m)	21/10 E, 14 7/10 H, (1,1025 m)	54,46°	6 3/10 x (53 1/3)^3 = 2 867 200/3 E^3	(138 297,6 m^3)
(0,525 m)	160 E (84 m)	112 E (58.8 m)	7/5	MENEMHET II. 160/3 = 53 1/3 St.	3E, 21 H, (1,575 m)	21/10 E, 14 7/10 H, (1,1025 m)	54,46°	6 3/10 x (53 1/3)^3 = 2 867 200/3 E^3	(138 297,6 m^3)
(0,525 m)	200 E (105 m)	116 2/3 E (61,25 m)	7/6	SESOSTRIS I.& III. 200/3 = 66 2/3 St	3E, 21 H, (1,575 m)	7/4 E, 12 1/4 H, (0,91875 m)	49,4°	5 1/4 x (66 2/3)^3 = 14 000 000/9 E^3	(225 093,75 m^3)
(0,525 m)	200 E (105 m)	93 1/3 E (49 m)	14/15	SESOSTRIS II. 200/3 = 66 2/3 St.	3E, 21 H, (1,575 m)	14/15 E, 9 4/5 H, (0,735 m)	43,02°	4 1/5 x (66 2/3)^3 = 112 00 000/9 E^3	(180075 m^3)

Vier Pyramiden gemäß Amenemhet IIIa.(Dahshur) enthalten Siebtel im Nenner des Rücksprungs(n/7) und sind hier kursiv gesetzt. Weil in der Höhe(142 6/7 E) wie im Rücksprung (10/7) Siebtel auftauchen, wächst die Pyramidionbasis von 3 E (1,575 m) auf 3 4/7 E (1,875 m), von 21 H auf 25 H. Das Pyramidion von Amenemhet IIIa. (Dahshur) steht im Museum zu Kairo.

(0,525 m)	*200 E (105 m)*	*142 6/7 E (75 m)*	*10/7*	*AMENEMHET III A. 200/3 4/7 = 56 St.*	*3 4/7 E, 25 H,(1,875 m),*	*125/49 E, 17 6/7 H, (75/56 m)*	*55°*	*78125/7203 x 56^3*	*= 40 000 000/21 E^3 (275 625 m^3)*
(0,525 m)	*100 E (52,5 m)*	*71 3/7 E (37,5 m)*	*10/7*	*CHENDJER 100/3 4/7 = 28 St.*	*3 4/7 E, 25 H,(1,875 m),*	*125/49 E, 17 6/7 H, (75/56 m)*	*55°*	*78125/7203 x 28^3*	*= 5 000 000/21 E^3 (34 453,125 m^3)*
(0,525 m)	*100 E (52,5 m)*	*71 3/7 E (37,5 m)*	*10/7*	*MAZHGUNA-S. 100/3 4/7 = 28 St.*	*3 4/7 E, 25 H,(1,875 m),*	*125/49 E, 17 6/7 H, (75/56 m)*	*55°*	*78125/7203 x 28^3*	*= 5 000 000/21 E^3 (34 453,125 m^3)*
(0,5075 m)	*200 E (101,5 m)*	*114 2/7 (E (58 m)*	*8/7*	*AMENEMHET III B. 200/3 4/7 = 56 St*	*3 4/7 E, 25 H,(18125 m)*	*100/49 E, 14 2/7 H,(1 1/28 m)*	*48,81°*	*62500/7203 x 56^3*	*= 32 000000/21 E^3 (199 176 5/6 m^3)*
(0,525 m)	360 E (189 m)	200 E (105 m)	10/9	KNICKPYRAMIDE 360/3 = 120 St.	3E, 21 H, (1,575 m)	5/3 E, 11 2/3 H ,(0,875 m)	48,01°	5 x 120^3	= 8 640 000 E^3 (1250235 m^3)
(0,525 m)	210 E (110,25 m)	100 E (52,5 m)	20/21	KÖNIGSGRAB (B) 210/3 = 70 St.	3E, 21 H, (1,575 m)	10/7 E, 10 H, (0,75 m)	43,60°	4 2/7 x 70^3	= 1 470 000 E^3 (212 713,5938 m^3)
(0,525 m)	420 E (220.5 m)	200 E (105 m)	20/21	DAHSHUR-N) 420/3 = 140 St.	3E, 21 H, (1,575 m)	10/7 E, 10 H (0,75 m)	43,60°	4 2/7 x 140^3	= 11 760 000 E^3 (1701708,75 m^3)
(0,5275 m)	200 E (105,5 m)	125 E (65,9375 m)	5/4	MYKERINUS 200/3 = 66 2/3 St	3E, 21 H, (1,5825 m)	15/8 E, 13 1/8 H (0.9890625 m	51,34°	45/8 x (66 2/3)^3	= 5 000 000/3 E^3 (244 633,6198 m^3)
(0,525 m)	150 2/7 E (78,9 m)	95 23/224 E (49 1189/1280 m)	81/64	NIUSERRE (150 2/7)/(3 3/7)= 43 5/6 St.	3 3/7 E, 24 H, (1,8 m)	243/112 E, 15 3/16 H (1,1390625 m)	51,69°	(2916/343) x (43 5/6)^3	= 715 989 1793/2000 E^3 (103 605, 9755 m^3)

theoretischer Stufenhöhen einmeßbar bewährt hatten und als Schlußstein die jeweilige harmonische Pyramidenform vollendeten. Vermutlich wurden sie dem Pharao vor Baubeginn präsentiert, so daß also das eintrat, was Aristoteles in seiner Prinzipienlehre der „Metaphysik" υστερον προτερον nennt, „das Spätere zuerst". Aus Gewichtsgründen durfte ein Pyramidion nicht zu groß und aus Gründen der einmeßbaren Formverlängerung zur ganzen Pyramide nicht zu klein sein, um schließlich unbeschädigt, vermutlich gut verpackt, im Baufortschritt Jahre lang von Stufe zu Stufe mithochgehoben zu werden. Die Normgrößen ihrer Basislängen lagen exakt und *ganzzahlig leicht einzumessen* zwischen 21 Handbreit und 25 Handbreit, also zwischen 3 Ellen (3 x 0,525 m = 1,575 m) und 3 $^{4}/_{7}$ Ellen (1,875 m). Eine Basis von 22 Handbreit kam für das Pyramidion nicht in Betracht, weil die Primzahl 11, (2 x 11 = 22), in keinem der Rücksprünge vorkommt. Ebenso können 23 Handbreit und 26 Handbreit nicht auftreten, weil die Primzahl 23 und 26, = 2 x 13, sich aus Höhen und Basen, in denen sie vorkommen können, in den Rücksprüngen jeweils zweier aufeinander folgender Dreieckszahlen(S_n/S_{n-1}) stets herauskürzen und, ebenso wie die 11, nicht vorgesehen ist. Das ägyptische Meß- und Maßsystem für die Formgebung des Pyramidenumrisses enthält nur fünf erste Primzahlen (1,2,3,5,7). (S. dazu mein Buch „Der Klang der Pyramiden", S. 92) Überall dort, wo im Papyrus Rhind und Tourajew von Pyramiden die Rede ist, treten nur diese fünf ersten Primzahlen auf.

Die praktisch eingebauten Pyramidionbasen verbleiben also innerhalb der Grenzen zwischen 21 und 25 Handbreit, so auch die Länge von 24 Handbreit. Die Fakultätszahl 4! = 24 = 1 x 2 x 3 x 4 indessen enthält nur Produkte aus der 1, 2 und 3 und kommt mit diesen Primzahlen in der pythagoräisch großen Terz (81/64) = $(9/8)^2$ im Rücksprung der Pyramide des NIUSERRE vor. Sie findet in der Tonart Platons (Diatonon ditonaion 9/8 x 9/8 x 256/243 = 4/3) Anwendung, die man noch heute, mittelalterlich *a capella* singend so mit dem schmaleren Halbton ($^{256}/_{243}$ = 1,053 statt $^{16}/_{15}$ = 1,066 in der reinen Stimmung) intoniert und die in jedem Synthesizer gespeichert ist. Mit dieser Tonart im diatonischen Tongeschlecht hat Platon im „Timaios" 35 a ff.) die Harmonie der Sphären begründet. Die Pyramide des Niuserre, knapp 50 Meter hoch, besaß ein Pyramidion mit der Basislänge von 3 3/7 Ellen oder 24 Handbreit, eine Höhe von 243/112 Ellen oder 15 3/16 Handbreit. Sie hatte ein Pyramidionvolumen von $^{2916}/_{343}$ Kubikellen und erzeugte mit seiner Höhe in der Pyramide, (95 $^{23}/_{224}$)/($^{243}/_{112}$) = 43 $^{5}/_{6}$, eine Stufenzahl (43 $^{5}/_{6}$), ein Pyramidenvolumen von $(43\ ^{5}/_{6})^3$ x ($^{2916}/_{343}$) = 715 989,8965 E^3.(S. Beilage S.26)

Dies ist die altägyptische Berechnung des Volumens der Pyramide NIUSERREs aus der Formel: „Stufenzahl^3 x Pyramidionvolumen = Pyramidenvolumen." Unsere heutige Berechnung kommt zum gleichen Ergebnis: „Pyramidenvolumen = 1/3 Höhe x Basis^2 ":

$$1/3 \times (95\ ^{23}/_{224}) \times (150\ ^{2}/_{7})^2 = 715\ 989{,}8965\ E^3\ (103\ 605{,}9755\ m^3).$$

Die Normierungen der Pyramidionabmessungen

Wie aus der beiliegenden Liste der Pyramidionabmessungen hervorgeht, haben gleich 25 Pyramidions eine Basislänge von 21 Handbreit. Empirisch nachmessbar sind einige, z.B. Rainer Stadelmanns ausgegrabenes Pyramidion von Dahshur-Nord. Die vier Pyramidions Amenemhet III. (Dahshur) und (Hawara), Chendjer und Mazghuna-Süd haben eine Basislänge von 25 Handbreit. Das Pyramidion Amenemhets III. (Dahshur) fand ich mit diesem Maß (25 Handbreit) im Ägyptischen Museum zu Kairo.

Als ich zu meinen Freunden wieder nach oben entgegenging und Wogen von Japanerinnen mit meinen Händen in Schwimmbewegungen behutsam teilend und ebenso lächelnd, erfüllte mich doch die Zuversicht, Ihnen mein Erlebnis mitteilen zu dürfen, und ich sende heute die komplette Liste. Sie war mit Hilfe der Rücksprünge aus meinen korrigierten Angaben der Arnoldschen Liste leicht herzustellen und mathematisch wie musikalisch korrekt abzuleiten. Die Maße der Pyramidions sind jetzt so verbindlich wie die Abmessungen der 29 Pyramiden selbst. Pyramidions mit Basislänge über 25 Handbreit wurden für den Transport von Stufe zu Stufe zu schwer! Nur mit den erwähnten Maßen und keinen anderen konnten die Pyramiden und ihre Pyramidions gebaut werden. Abweichungen davon hätten beim Baufortschritt dazu geführt, daß sich die vier Kanten nicht in der Spitze getroffen hätten. Daß die Kanten sich aber getroffen haben, verdanken sie der Auswahl n-erster fünf Primzahlen (1,2,3,5,7) in ihren Abmessungen.

Wenn Sie bei der Lektüre dieses immer trockener werdenden Erlebnisberichtes nicht bis hierhin kamen und müde vorausblätternd auf diese Auszeichnung in Großschrift stoßen, es ist schließlich bald Weihnachten und Sie sollen nicht im Zahlenmeer versinken, so schicke ich Ihnen ein Zitat aus Rilkes Briefen (an Fürstin Marie von Thurn und Taxis-Hohenlohe am 17. 11. 1912) was Sie, das sage ich voraus, sofort aufmerksam machen wird, denn so ungefähr sieht das Kar, - ich meine das an einer Felswand endende Tal - musikliebender Künstler aus, die nicht in die mathematisch-physikalisch-schönen Grundlagen der Musik eingeweiht sind, ihr Gesetzmäßiges aber allenthalben spüren:

Rilke schreibt im zweiten Band seiner Briefe (S. 375) im „Insel"- Taschenbuch (865)
über den französischen Autor Fabre d'Olivet:

„Kurz, es stehen da merkwürdige und nachdenkliche Dinge. Es ist nicht ausgeschlossen, daß Fabre d'Olivet, wenigstens ein Stück lang, auf einer alten *via sacra* vorwärts kam, in einer sehr direkten und bedeutenden Richtung. Was er von der Musik sagt, ihrer Rolle bei den alten Völkern, mag auch im Recht sein, - daß das Stumme in der Musik, wie soll ich sagen, ihre mathematische Rückseite, das durchaus lebensordnende Element z.B. noch im chinesischen Reiche war, wo der für das ganze Kaisertum angenommene Grundton (dem Fa entsprechend" – ich (F.W.K.) schreibe dazu: „Do, re, mi, *fa*, so, la", ist, solmisiert, c, d, e, *f*, g, a, -) die Großheit eines obersten Gesetzes hatte, so sehr, daß das Rohr, das diesen Ton erzeugte, als Maßeinheit, seine Fassungsmenge als Raumeinheit usw. ausgegeben wurde und von Herrschaft zu Herrschaft in Geltung blieb. Musik war jedenfalls in alten Reichen etwas namenlos Konservatives, wo manches zu erfahren wäre, was mit meinem Gefühl, Musik gegenüber, zu tun hat, ich meine, diesem äußerst unberechtigen, rudimentären Gefühl eine Art nachträglichen Stammbaums lieferte: daß diese wahrhaftige, ja diese einzige Verführung, die Musik ist, (nichts ver-führt doch sonst im Grunde) nur so erlaubt sein darf, daß sie zur Gesetzmäßigkeit verführe, zum *Gesetz selbst*. Denn in ihr allein tritt der unerhörte Fall ein, daß das Gesetz, das doch sonst immer befiehlt, flehentlich wird, offen, unendlich unser bedürftig. Hinter diesem Vorwand von Tönen nähert sich das All, auf der einen Seite sind wir, auf der anderen Seite durch nichts abgetrennt als durch ein bisschen gerührte Luft, aufgeregt durch uns, zittert die Neigung der Sterne. Darum besticht mich so, Fabre d'Olivet zu glauben, daß nicht allein das *Hörbare* in der Musik entscheidend sei, denn es kann etwas angenehm zu hören sein, ohne daß es *wahr* sei; mir, dem es überaus wichtig ist, daß in allen Künsten nicht der Anschein entscheidet, ihr ‚Wirken' (nicht das sogenannte ‚Schöne'), sondern die tiefste innere Ursache, das vergrabene Sein, das diesen Anschein, der durchaus nicht gleich als Schönheit muß einsehbar werden, hervorruft, - mir würde es verständlich sein, daß man in den Mysterien eingeweiht wurde in die *Rückseite der Musik,* in die selige Zahl, die sich dort teilt und wieder zusammennimmt und aus dem unendlich Vielfachen in die Einheit zurückfällt, und daß, wenn man das einmal wusste und verschwieg, das Gefühl, so nahe am Untrübbaren dahinzuleben, nicht ganz wieder zu vergessen war (wie wie immer sich im übrigen das Schicksal verhielt).-"

Ich bin hier – auch sprachlich – hilflos und möchte nicht einen schönen Text profanieren, der die Form der Wahrheit ahnt, aber ihren Inhalt nicht kennt. Auch bringt mich mein kaltes Arbeitszimmer oder ein Nachbeben des Erlebnisses, sämtliche verschwundene Pyramidions wieder zutagegefördert zu haben, zum Erzittern. Der Gewinn für die Ägyptologie zeichnet sich wie ein Gewitter am Horizont ab. Es wird reinigen. Der mystische Spuk um die Cheopspyramide wird zwar nicht verschwinden, aber es wird kein esoterisches Wasser mehr für den esoterischen Efeu da sein, den man seit Jahrhunderten nahezu schon sichtbar die Stufen hochklettern sieht.

Die Mathematik, das filigrane leere Geäst vor dem Schnee, die weiße „Rückseite der Musik" hat es nun doch fertiggebracht, eine angewandte Ordnung im Pyramidenbau zu wiederzufinden, die nicht hypothetisch Menschenwerk ist, sondern musikalisches Gesetz. Es schadet ihm nichts, wenn wir vergessen haben, was die Antike noch wusste. Anthropomorph gesprochen, läge es der Natur fern, Rilke beizustimmen, der doch so liebenswürdig das „vergrabene Sein" von „Gefälligkeit" fernhalten will. Immer auf die gleiche Weise und selbst unverstanden dient sie uns mit ihrer Schönheit in jeder ihrer Formen, - akustisch, ästhetisch und musikalisch.

Das Gesetz ist bei Platon „Epinomis" (990 E) und „Timaios" (35 a ff.) zu finden(s. mein Buch S. 73, 51-55, 75, 282-285, 302-308) nämlich in der Ableitung der „Naturtöne", die wir heute „Partial- und Obertonreihe" nennen und die akustisch-physikalisch korrekt, die wechselseitige und fortgesetzte Anwendung des *arithmetischen* Mittels ($^{(a+b)}/_2$), Quinte (3:2 bzw. Abstand der Töne C-g) oder Dominante genannt, wenn a = 1 ist und b = 2 ist, ($^{(1+2)}/_2 = {}^3/_2$), und des *harmonischen* Mittels ($^{2ab}/_{(a+b)}$), Quarte (4:3 bzw. Abstand der Töne C-f) oder Subdominante genannt, wenn a = 1 ist und b = 2 ist, ($^{2x1x2}/_{(1+2)} = {}^4/_3$), jeweils auf die Klangglieder der Oktave (2:1 bzw. C-c), auch Tonika oder Grundton genannt. Die Folge Subdominante, Dominante und Tonika sind harmonische Prinzipien der Kadenz und der Tonalität überhaupt. Sie sind selber noch nicht Musik, aber doch die harmonische Bedingung, unter der die musikalischen Einfälle, die Melodien, stehen und entstehen. Das *geometrische* Mittel $(a \times b)^{1/2}$ und der *goldene Schnitt* ($g = (1/2)(5^{1/2} - 1) =$ müssten noch erwähnt werden.
Da Sie wahrscheinlich mein Buch nicht bis in Einzelne lesen konnten, schauen Sie sich bitte die Seiten 278-281 an, damit Sie von einem Altertumswissenschaftler B.L.Waerden erfahren

können, daß die musikalische Mittelbildung in präzise meßbaren ganzzahligen Abständen in der Antike zur Einteilung der Oktave in Quinte und Quarte und zur weiteren Unterteilung der Tonleiter in Ganz- und Halbtöne und in alle mögliche konsonanten und dissonanten Intervalle führte und die gemäß der von mir festgestellten Intervalle auch in den Pyramiden und in ihren Pyramidions verbaut wurden. Daß die Mittelbildung in der Antike, die Strecken proportionierte, Frequenzen, die ihnen linear waren, nicht messen konnte, ist ohne Belang, da sie alle Töne zwischen hohem und tiefem Summen durch Proportionen halb oder voll- bzw. teilgefüllter Gläser erzeugen konnten. Strecken auf die gleiche Weise in die Anzahl von Schwingungen (Hz/sec) versetzt, sind Töne und Intervalle, die als Grundinventar aller möglicher Harmonien und Rhythmen in musikalischen und architektonischen Kompositionen dienen. Die Strecken aber, die sich dem heutigen Betrachter und Hörer antiker Architektur aus Steinblockformaten, Säulen- und Kapitellhöhen, im Musikinstrumentenbau als Stimmung von Saitenlängen, Rohrlängen und Bünden als Frequenzen in zahlengleichen Intervallen repräsentieren, lag damals schon die Erkenntnis als praktisches Formenbauziel zugrunde, daß die Harmonie latent nicht nur aus den Formen der Musikinstrumente erkennbar war, sondern auch die Proportionen der Architektur belebte, und beides kann man sehr schön an den antiken Musikinstrumenten des Ägyptischen Museums in Kairo, an den Neigungen der Pyramiden und sämtlichen Bauteilen des klassisch-griechischen und dorischen Tempels nachweisen. Ich selbst habe in Alexandria im Steinlager hinter der Pompejussäule Steinblöcke in Formaten der Partial- und Obertonreihe liegen sehen, sie sogar – ohne, daß man ihre Musikalität bemerkte - links oben vom Eingang auf einer Bildtafel mathematisch im Algorithmus ihrer Ellenzahlen aufgelistet gefunden.

„Das Bekannte ist darum, weil es bekannt ist, noch nicht erkannt." Der Philologe und Musiktheoretiker *August Boeckh* hat im 19. Jh., auf Hegel verweisend, für die Philologie diese Form des Wiedererkennens vehement gefordert, und ebenso der *Freiherr Albert von Thimus* „Die harmonikale Symbolik des Altertums"(Bd. 1 1868; Bd. 2: 1878). Beide schrieben Bücher, die mir schon vor Jahren über Platons Musiktheorie Augen und Ohren geöffnet haben.

Herzlich grüßend und mit allen guten Wünschen für das Neue Jahr 2011,
Ihr F.W. Korff

Ps.
Wie schon lange - vielleicht zu lange - versprochen, folgt jetzt die Liste von 29 Pyramidionabmessungen. Hätten Sie ein Monochord zur Verfügung, so könnten Sie die Intervalle der Pyramidions durch Verschieben des Stegs unter der Saite allesamt spielen. Nehmen Sie ruhig den Taschenrechner zur Hand und machen Sie Stichprüfungen. Ich habe die Liste so angelegt, daß Sie, auch wenn Sie den Aufbau der Berechnungen nicht unmittelbar verstehen - denn dazu gehören Kenntnisse in der Musiktheorie – ihre Richtigkeit doch nachrechnen und zumindest das Ergebnis bestätigen können. Damit wird vieles, was verloren gegangen ist und in Trümmern unter dem Wüstensand liegt, rekonstruiert und die alten Baupläne wieder lebendig.
„Keine Macht der Welt zerstückelt/ Geprägte Form, die lebend sich entwickelt" (Goethe, „Urworte Orphisch")

experimente), Kosmologie (Weltperioden) und Metaphysik (Lehre vom Feuer) über Pythagoras hinauszugehen.

So gewinnt die Persönlichkeit des Hippasos für uns greifbare Gestalt: alle zerstreuten Nachrichten über ihn schließen sich zu einem geschlossenen Gesamtbild zusammen. Auch die Zeitbestimmung hat keine Schwierigkeit: Sowohl die Nachricht des Aristoteles, der ihn in einer sonst chronologischen Aufzählung unmittelbar vor Herakleitos als Vertreter der Lehre vom Feuer nennt (Metaphysik A 3, 984a), als die des Theon über die Vasenexperimente mit Lasos, stellen ihn an das Ende des 6. Jahrhunderts, und die Tradition bestätigt diese Datierung[1]). Die Meinung Franks, daß die dem Hippasos zugeschriebenen mathematischen Entdeckungen frühestens in die Zeit unmittelbar vor Archytas fallen, vermag ich nicht zu teilen. Das Dodekaeder war ja schon vor 500 den Italikern bekannt, wie der bekannte Fund eines Specksteindodekaeders in Oberitalien beweist[2]).

Die wichtigste Neuerung, die Hippasos in die Musiktheorie hineingebracht hat, scheint wohl die Einführung des harmonischen Mittels zu sein[3]). Wir untersuchen jetzt die Rolle, die dieses Mittel in der pythagoreischen Musiktheorie gespielt hat.

6. Die Lehre von den drei Mitteln und die Tonleitern des Archytas

Die Grundzüge der antiken Lehre von den drei Mitteln werden in einem bekannten Archytas-Fragment (Diels, Vorsokratiker, Archytas B 2) folgendermaßen dargestellt:

»Es gibt in der Musik drei Mittel: erstens das arithmetische, zweitens das geometrische, drittens das reziproke, das man das harmonische nennt. Das arithmetische ⟨liegt vor⟩, wenn drei Terme im Verhältnis zueinander folgende Differenzen aufweisen: um wieviel der erste den zweiten übertrifft, um so viel übertrifft der zweite den dritten. Bei dieser Proportion fällt das Intervall der größeren Terme kleiner aus, das der kleineren größer. Das geometrische, wenn der erste Term zum zweiten sich verhält wie der zweite zum dritten. Die beiden größeren schließen dann dasselbe Intervall ein wie die kleineren. Das reziproke Mittel endlich, das wir das harmonische nennen, wenn die Terme sich so verhalten: der erste übertrifft den zweiten um den-

[1]) Siehe 'Suidas' unter Herakleitos: Herakleitos habe in der 69. Olympiade (504—1) bei Hippasos dem Pythagoreer und Xenophanes gehört.

[2]) F. Lindemann, Zur Geschichte des Polyeders, S.-B. bayr. Akad. math. phys. Kl. 1896, 625ff.

[3]) Die verschiedenen Berichte des Jamblichos über die Geschichte der Mittellehre, die man bei Heath, Greek Mathematics I übersichtlich zusammengestellt findet, widersprechen sich gegenseitig und haben daher wenig Wert, aber in mehreren von ihnen wird der Name Hippasos genannt.

selben Teil seiner selbst, um welchen Teil des dritten der mittlere den dritten übertrifft. Bei dieser Proportion wird das Intervall der größeren Terme größer, das der kleineren kleiner.«

Das Fragment ist nach der Meinung des Philologen unzweifelhaft echt. Es stellt den ältesten uns erhaltenen griechischen mathematischen Text dar und ist also solcher ehrwürdig. Da aber neuerdings Reidemeister[1]) die Echtheit bezweifelt hat, wollen wir den Text nicht als Beweismittel, sondern nur als Einführung gebrauchen. Daß die darin ausgesprochenen Begriffe und Sätze dem Archytas gehören und in seiner Musiktheorie eine wichtige Rolle spielen, wird sich auf anderem Wege unabhängig von der Echtheit des Fragmentes zeigen.

Die Definitionen der drei klassischen Mittel M (arithmetisch), G (geometrisch, H (harmonisch) zwischen den Termen A und B heißen also:

$$A - M = M - B$$
$$A : G = G : B$$
$$(A - H) : A = (H - B) : B$$

Die Frage nach der Existenz des geometrischen Mittels ist dieselbe wie die, ob ein Verhältnis A : B oder musikalisch gesprochen ein Interall sich 'halbieren', d. h. in zwei gleiche Verhältnisse oder Teilintervalle zerlegen läßt. Wie wichtig solche Fragen für die Musiktheorie des Archytas waren, haben wir in Abschnitt 2 schon gesehen (vgl. Satz III). Es fragt sich nun, welche Bedeutung das arithmetische und harmonische Mittel für die Musiklehre haben. Darüber geben uns nun Platon (im Timaios), Aristoteles (bei Plutarch), Nikomachos, Boethius und die anderen späten Autoren reichlich Auskunft: sie bestätigen nämlich übereinstimmend, daß das arithmetische und vor allem das harmonische Mittel die Teilung eines Intervalles in ungleiche Teilintervalle bewirkt. Und zwar sind diese Teilintervalle bei beiden Mitteln dieselben, nur in umgekehrter Reihenfolge: es gelten nämlich die Proportionen:

$$A : H = M : B \text{ und } A : M = H : B$$ [2])

Das klassische Beispiel, das bei allen genannten Autoren vorkommt, ist die Teilung der Oktave. Die Zahlen 12 und 6 stehen im Verhältnis 2 : 1; ihr arithmetisches Mittel ist 9, ihr harmonisches 8, und diese beiden bewirken die Teilung der Oktave in Quarte und Quinte bzw. in Quinte und Quarte:

$$12 : 9 = 8 : 6 = 4 : 3$$
$$12 : 8 = 9 : 6 = 3 : 2.$$

[1]) K. Reidemeister, Die Arithmetik der Griechen, Leipzig 1940.

[2]) Jamblichos und Nikomachos nennen diese Proportion 'die vollkommenste'. Jamblichos berichtet, sie sei von den Babyloniern erfunden und von Pythagoras nach Griechenland gebracht. Viele Pythagoreer hätten sie benutzt, z. B. Aristaios von Kroton, Timaios von Lokris, Philolaos und Archytas.

Das Aristotelesfragment[1]), in dem diese Teilung erklärt wird, möge hier in Übersetzung wiedergegeben werden, weil es ein helles Licht wirft auf die Art, wie die pythagoreische Musiktheorie im 4. Jahrhundert gelehrt wurde. Wir lassen dabei alle Erläuterungen des Plutarch beiseite, ebenso die verdorbene Stelle (240), und stellen den folgenden Satz (241) nach (243), damit (242) sich, wie es die Logik fordert, direkt an (239) anschließt. Das ganze ergibt dann einen klaren Sinn:

(227) »Die Tonleiter (ἁρμονία) ist himmlisch; sie hat eine göttliche, herrliche, wunderbare Natur. (228) Sie wird von vier Gliedern hervorgebracht und weist zwei Mittel auf, das arithmetische und das harmonische. (229) Die Größen und Überschüsse ihrer Glieder erscheinen ⟨aufeinander abgestimmt⟩ nach der Zahl und nach der Geometrie; (230) denn sie gliedert sich in zwei Tetrachorden«. (231) Das sind seine eigenen Worte. (232) Er setzt dann auseinander, daß der Körper der Tonleiter aus ungleichen, aber symphon aufeinander abgestimmten Gliedern besteht, und daß die zwei Mittelglieder mit den äußeren Akkorde bilden ⟨nach der harmonischen und⟩ nach der arithmetischen Proportion. (237) Die äußeren Glieder der Tonleiter übertreffen die Mittelglieder und werden von ihnen übertroffen um gleiche Überschüsse, sei es zahlenmäßig, sei es in geometrischer Proportion. (239) Einerseits ⟨nämlich⟩ übertrifft die Nete die Mese um ihr eigenes Drittel, und die Hypate wird von der Mese um denselben Teil übertroffen[2]). (242) Das ist die harmonische Proportion. (243) Andererseits ist der Überschuß der Nete über die Paramese nach dem arithmetischen Verhältnis gleich 3, d. h. gleich dem Überschuß der Paramese über die Hypate. (241) Die äußeren Glieder übertreffen die Mese und die Paramese und werden von ihnen übertroffen in gleichen Verhältnissen, nämlich $1\frac{1}{3}$ und $1\frac{1}{2}$. (246) »So ist sie (die Tonleiter) samt allen ihren Teilen der Natur gemäß gebildet, nämlich aus dem Geraden, dem Ungeraden und dem 'Geradungeraden'[3])«.

Die Teilung der Oktave und die Zahlenwerte 6, 8, 9, 12 kehren in der Epinomis wieder (vgl. weiter unten).

Eratosthenes hat später dasselbe Teilungsprinzip nicht nur auf die Oktave, sondern auch auf andere Intervalle angewandt. So teilt er den kleinen Ganzton 10 : 9 im chromatischen Tongeschlecht in 20 : 19 und 19 : 18, im enharmonischen den Halbton 20 : 19 weiter in 40 : 39 und 39 : 38. Bemerkenswert ist dabei, daß das kleinere Teilintervall immer von den tieferen Tönen begrenzt wird.

[1]) Plutarque De la musique ed. Weil-Reinach, p. 92—97. Das Fragment ist wahrscheinlich einem Jugendwerk des Aristoteles entnommen, vielleicht (nach Bussmaker und Rose) dem Dialog »Eudemos, über die Seele«.

[2]) Man muß sich dabei die Zahlenwerte vor Augen halten: Nete 12, Paramese 9, Mese 8, Hypate 6.

[3]) d. h. der Eins. Vgl. Aristoteles, bei Theon v. Smyrna, 22 Hiller; dazu Rostagni, Il Verbo di Pitagora, Cap. III.

Wenn man die größere der beiden Zahlen A und B dem höheren Ton zuordnet, wie es den physikalischen Grundanschauungen von Archytas und Eudoxos entspricht, so bewirkt das arithmetische Mittel eine solche Teilung, bei der die höheren Töne das kleinere Teilintervall, die tieferen das größere begrenzen. Beim harmonischen Mittel ist es aber umgekehrt. Daraus versteht man, wozu die Einführung des harmonischen Mittels nötig war. Das einfachere arithmetische Mittel würde zwar dieselben Teilintervalle ergeben, aber in falscher Reihenfolge.

Läßt es sich erweisen, daß auch Archytas das harmonische Mittel in diesem Sinne angewandt hat? Da müssen wir zunächst die Intervalle der Tonleiter des Archytas, die uns Ptolemaios überliefert hat, näher betrachten.

Die acht Töne der klassischen Tonleiter werden mit dem Namen der acht Saiten der Lyra belegt:

Tetrachord diezeugmenon	Nete Paranete Trite Paramese
Tetrachord meson	Mese Lichanos Parhypate Hypate

Die Tonleiter besteht aus zwei Tetrachorden, von denen jedes das Intervall einer Quarte umfaßt und die durch das Intervall eines Ganztones getrennt sind. Die ganze Tonleiter umfaßt also eine Oktave. Allen Tongeschlechtern gemeinsam sind die »festen Töne«, Hypate, Mese, Paramese, Nete; ihnen sind die oben schon erwähnten Zahlen 6, 8, 9, 12 zugeordnet. Die Intervalle innerhalb der Tetrachorde aber sind für die einzelnen Tongeschlechter verschieden. Es gibt drei Tongeschlechter: das enharmonische, das chromatische und das diatonische. Ihre Intervalle sind nach Archytas in der Reihenfolge vom höchsten zum tiefsten die folgenden:

enharmonisch $5:4,\ 36:35,\ 28:27$
chromatisch $32:27,\ 243:224,\ 28:27$
diatonisch $9:8,\ 8:7,\ 28:27$.

Das Produkt der drei Zahlenverhältnisse ist in jedem der drei Fälle $4:3$, d. h. die Summe der drei Teilintervalle ist immer eine Quarte.

Die höchsten Teilintervalle der drei Tongeschlechter sind leicht zu erklären: $5:4$ ist die reine große Terz, $9:8$ ist der Ganzton, die Differenz von Quinte und Quarte, $32:27$ aber ist die Differenz von Quarte und Ganzton. Denkt man sich also das Tetrachord als Mesontetrachord, so bildet der enharmonische Lichanos mit der Mese eine große Terz, der chromatische Li-

Ptolemaios' Liste antiker Tonarten

Die in den Pyramiden- und Pyramidionneigungen verwendeten musikalischen Intervalle antiker Tonarten

DIDYMOS (1. Jahrhundert n. Chr.)

Diatonon $\frac{9}{8} \times \frac{10}{9} \times \frac{16}{15} = \frac{4}{3}$

Chroma $\frac{6}{5} \times \frac{25}{24} \times \frac{16}{15} = \frac{4}{3}$

In dieser Fotokopie der Seite 35 habe ich aus den Auflistungen: Martin Vogels Cent-Berechnungen und sechs Tonarten des späteren Aristotelesschülers Aristoxenos von Tarent fortgelassen, dafür aber die jeder Tonart zugehörigen Pyramiden in kleiner Schrift gekennzeichnet (EWK).

innerhalb der Schulen der Philosophen unaufhörliche Dispüte erregten, während die praktischen Musiker fortfuhren, ihre Instrumente nach dem Wohlklange des natürlichen Gehörs zu stimmen"[4]. Fortlages Meinung steht in Widerspruch zur antiken Überlieferung. Ptolemaios bezieht sich bei Besprechung der Tetrachordteilungen ausdrücklich auf die Einstimmungen, die in der musikalischen Praxis seiner Zeit angewandt wurden.

PLATON ("Timaios" 35a ff.), 1. Hälfte 4. Jahrhundert v. Chr., und später *ERATOSTHENES* (3./2. Jahrhundert v. Chr.)

Diatonon $\frac{9}{8} \times \frac{9}{8} \times \frac{256}{243} = \frac{4}{3}$ Eine Pyramide enthält den Rücksprung aus PLATONs u. ERATOSTHENEs DIATONON: 12. Niuserre

„Freie Wahl der Stimmung"

In neuerer Zeit bildete sich die Meinung heraus, daß es dem Künstler freigestanden habe, nach Gutdünken und Belieben eine passende Stimmung auszuwählen[5]. Auch diese Ansicht wird durch die Hinweise, die Ptolemaios zu den Kithara- und Lyrastimmungen seiner Zeit gibt, widerlegt.

PTOLEMAIOS (2. Jahrhundert n. Chr.)

Diatonon Syntonon $\frac{10}{9} \times \frac{9}{8} \times \frac{16}{15} = \frac{4}{3}$ 8 Pyramiden enthalten Rücksprünge aus Intervallen des DIATONON SYNTONON: 7. Chephren, 2. Mykerinus, 13. Neferefre, 15. Unas, 16. Teti, 17. Pepi I., 19. Pepi II. 28. Unbekannt

Diatonon Malakon $\frac{8}{7} \times \frac{10}{9} \times \frac{21}{20} = \frac{4}{3}$ 17 Pyramiden enthalten Rücksprünge aus Intervallen des DIATONON MALAKON: 1. Meidum. 2. Knickpyramide, 3. Dahshur-N, 4. Cheops, 5. Djedefre, 6. Königsgrab in Zawiet (Versionen a, b, c), 10. Sahure, 11. Neferirkare, 14. Djedkare, 18. Merenre, 20. Amenemhet I., 22. Amenemhet II., 25. Amenemhet III. (Dahshur), 26. Amenemhet III. (Hawara), 27. Chendjer, 28. Unbekannt, 29. Mazghuna-Süd.

Chroma Malakon $\frac{6}{5} \times \frac{15}{14} \times \frac{28}{27} = \frac{4}{3}$

ARCHYTAS (1. Hälfte des 4. Jahrhunderts v.

Diatonon $\frac{9}{8} \times \frac{8}{7} \times \frac{28}{27} = \frac{4}{3}$ 3 Pyramiden enthalten Rücksprünge aus den Intervallen des DIATONON des ARCHYTAS: 21. Sesostris I., 23. Sesostris II., 24. Sesostris III.

Chroma $\frac{32}{27} \times \frac{243}{224} \times \frac{28}{27} = \frac{4}{3}$

Enharmonion $\frac{5}{4} \times \frac{36}{35} \times \frac{28}{27} = \frac{4}{3}$

aus: Martin Vogel, *Die Enharmonik der Griechen*, 1. Teil: Tonsystem und Notation

Im Verlag der Gesellschaft zur Förderung der systematischen Musikwissenschaft e. V. Düsseldorf 1963 S. 35

[1] So Düring bei Besprechung der chromatischen Tetrachordteilungen, in: *Ptolemaios und Porphyrios*, 255. Bei Bouasse (*Cordes et membranes*, 369) heißt es: „*On en vint à une indétermination théorique qui constitue le plus beau gâchis du monde. Un humoriste a pu écrire très raisonnablement: 'On dirait, à suivre les nombres que nous donnent les musiciens grecs, que leur musique a été particulièrement constituée pour des sourds'*".

[2] H. Riemann, *Die Musik des Altertums*, 237.

[3] E. M. v. Hornbostel, *Musikalische Tonsysteme*, in: *Handbuch der Physik*, hrsg. H. Geiger und Karl Scheel, Band 8, Berlin 1927, 440f; Hornbostels Meinung wurde von A. Kreichgauer (*Ueber Maßbestimmungen freier Intonationen*; phil. Diss. Berlin 1932, 14f) fast wörtlich übernommen. Vgl. ferner I. Henderson, in: The New Oxford History of Music 1, 1957, 342: „*When ancient theorists measured intervals — whether by ratios or by units — they did so for no practical purpose, but because numerical formulation was expected of an exact science*".

[4] G. Fortlage, *Griechische Musik*, 192.

[5] J. Handschin, *Der Toncharakter*, 65: „*Ich glaube kaum, daß wir der Annahme ausweichen können, es sei damals dem ausführenden Künstler überlassen gewesen, welche „Chroa" er im Rahmen des gegebenen Tongeschlechts für den Vortrag einer Melodie wählen wollte*".

Berechnung des Pyramidions (verwendetes Ellenmaß 0,525 m:

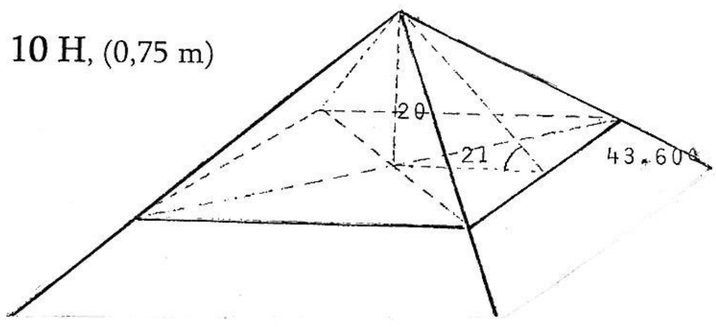
Das Volumen der roten Pyramide Dahshur-N (Nr.3) ist $200/3 \times 420^2 = 11760000$ E^3 (1 701 708,75 m^3).
Wenn die Basislänge (420 E) durch 3 geteilt wird, setzt sie sich aus 420/3 = 140 Pyramidion-basislängen à 3 Ellen zusammen. Um die zugehörige Stufenhöhe zu erhalten, ist die Gesamthöhe der Pyramide durch 140 zu teilen (200 E /140 =1 $^3/_7$ E).
Das gesuchte Pyramidion hat nun eine Basislänge von 3 Ellen oder **21 Handbreit** (1,575 m).
Seine Höhe ist $1^3/_7$ Ellen oder **10 Handbreit** (0,75 m).
Sein Rücksprung ist „Höhe, geteilt durch die Basishälfte“ (1 $^3/_7$ E)/(3/2 E) = 20/21.
Der Böschungswinkel ist: arctg (20/21) = 43,60°.
Das Volumen des Pyramidions ist allgemein „1/3 Höhe x Basislänge²“.
Das Volumen des Pyramidions von Dahshur-Nord ist: $V_{pyrd} = 1/3 \times (1\ ^3/_7) \times 3^2 =$ **4 $^2/_7$** E^3.
Das Volumen einer Pyramide, altägyptisch berechnet, ist: „Pyramidioninhalt x Stufenzahl³“.
Das Volumen der roten Pyramide ist: 4 $^2/_7$ $E^3 \times (140)^3 = 11760000$ E^3 (1 701 708,75 m^3).

Das Pyramidion von Dahshur-N wurde mit diesen Maßen von Rainer Stadelmann ausgegraben.

Das Pyramidion von DAHSHUR-NORD

Rücksprung = (Höhe/(Basishälfte)
Maße in Ellen ($1^3/_7$)/(3/2) = 20/21
in Handbreit (10)/(21/2) = 20/21
in Meter (0,75)/(1,575/2) = 20/21

Höhe 1 $^3/_7$ E, **10 H**, (0,75 m)



Böschungslänge 1,18 m

Böschungswinkel
arctg (20/21) = 43,60°

Basislänge 3 E, **21 H**, (1,575 m)

Ergebnis: Rücksprung der Pyramide Dahshur-N ist der Klang eines unterteiligen Halbtons (20/21) mit dem Intervall (H-C) in der antiken Tonart DIATONON MALAKON (7/8 x 9/10 x 20/21 = 3/4), die Ptolemaios aus Alexandria überliefert. Ein Rechteck mit 20 Einheiten Höhe und 21 Einheiten Breite lässt ein Halbtonformat (*Semitonos*) mit dem Diagonalenwinkel 43,60° entstehen. Wenn in Ägypten die Höhe einer Pyramidenstufe eine Elle (= 7 Handbreit) war, bildete diese Diagonale in diesem Rechteck zusammen mit der Basis des Seked (7 $^7/_{20}$ H) die Proportion eines unterteiligen Halbtons 7H/(7 $^7/_{20}$) H = 20:21. Nimmt man nach Ptolemaios' Einteilung der Quarte von dem Grundton 210 Hz erst die Quarte fort (210/(4/3) = 157.5 Hz), so erhält man 157.5 Hz. Nimmt man dann den Halbton 20/21 fort (157,5 Hz x 20/ 21 = 150 Hz), hört man die Tonfolge (f-e) und das Intervall des Halbtons (150 Hz / 157,5 Hz = 20:21) und sieht seine Harmonie in der flachen Neigung der roten Pyramide von 43.60°.

Berechnung des Pyramidions (verwendetes Ellenmaß 0,525 m:

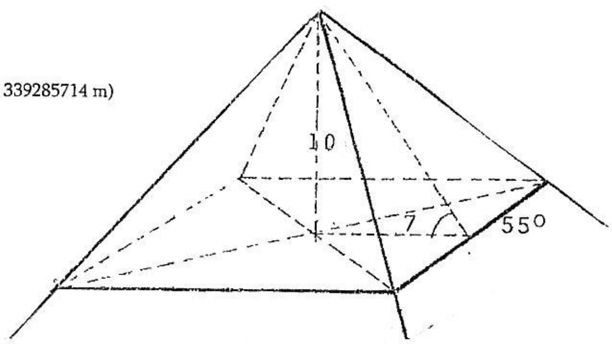
Volumen Amenemhet III. Dahshur (Nr. 25) ist $^1/_3 \times 142\ ^6/_7 \times 200^2 = 4 \times 10^7/21\ E^3$ (1 904 761,905 $\overset{E^3}{\cancel{m}^3}$).
Wenn die Basislänge (200 E) durch 3 $^4/_7$ geteilt wird, setzt sie sich aus 200/3 $^4/_7$ = 56 Pyramidionbasislängen à 3 $^4/_7$ Ellen zusammen. Um die zugehörige Stufenhöhe zu erhalten, ist die Gesamthöhe der Pyramide durch 56 zu teilen (142 $^6/_7$ E / 56 = 125/49 E).
Das gesuchte Pyramidion hat nun eine Basislänge von 3 $^4/_7$ Ellen oder **25 Handbreit** (1,875 m).
Seine Höhe ist 125/49 Ellen oder 17 $^6/_7$ **Handbreit** (1,339285714 m = 1 $^{19}/_{56}$ m).
Sein Rücksprung ist „Höhe, geteilt durch die Basishälfte" (125/49 E)/(1 $^{11}/_{14}$ E) = 10/7.
Der Böschungswinkel ist: arctg (10/7) = 55°.
Das Volumen des Pyramidions ist allgemein „1/3 Höhe x Basislänge²".
Das Volumen des Pyramidions Amenemhet III.(Dahshur) ist: = $1/3 \times (125/49) \times (3\ 4/7)^2 = {}^{78125}/_{7203}\ E^3$.
Das Volumen einer Pyramide, altägyptisch berechnet, ist: „Pyramidioninhalt x Stufenzahl³".
Volumen Amenemhet III. (Dahshur) ist: $^{78125}/_{7203}\ E^3 \times 56^3 = 40\ 000\ 000/21\ E^3$ (1 904 761,905 $\overset{E^3}{\cancel{m}^3}$).

Das Pyramidion Amenemhets III. (Dahshur) steht mit diesen Maßen im Kairoer Museum.

Pyramidion des AMENEMHET III. (Dahshur)

Rücksprung = (Höhe/(Basishälfte)
Maße in Ellen (125/49)/(25/14) = 10/7
in Handbreit (17 $^6/_7$)/(12 $^1/_2$) = 10/7
in Meter (1 $^{19}/_{56}$)/(0,9375) = 10/7

Höhe 125/49 E, **17 $^6/_7$ H,** (1, 339285714 m)



Böschungslänge 1,63 m

Böschungswinkel arctg (10/7) = 55°

Basislänge 3 $^4/_7$ E, **25 H,** (1,875 m)

Ergebnis: Der Rücksprung der Pyramide des Amenemhet III.(Dahshur) ist der Klang eines großen Tritonus (10:7) mit dem Intervall (C-ges⁺) in der antiken Tonart DIATONON MALAKON (8/7 x 10/9 x 21/20 = 4/3), die Ptolemaios aus Alexandria überliefert. Aus dem Rechteck mit 10 Einheiten Höhe und 7 Einheiten Breite entsteht ein Format aus drei Ganztönen (*Tritonos*). Wenn die Höhe einer Pyramidenstufe eine Elle (= 7 Handbreit) war, bildet die Diagonale im Rechteck zusammen mit der Basis des **Seked** (4 $^9/_{10}$ H) die Proportion eines Tritonus 7H/(4 $^9/_{10}$)H =10/7. Solmisiert man die drei Töne nach Ptolemaios' Einteilung und nimmt als Grundton die Basishälfte Amenemhet III.(Dahshur) in Hertz (100 Hz) an, hört man – do, mi, fa# - die Tritonusfolge (C, e^+, ges^+) und den Klang des großen Tritonus C/ges^+. C = (100 Hz) x 80/63 = e^+ (126 $^{62}/_{63}$ Hz) x 9/8 = ges $^+$(142 $^6/_7$ Hz).
Den Tritonus 142 $^6/_7$ Hz/100 Hz = 10/7 sieht man in der Neigung arctg (10/7) = 55° und hört sie.

Berechnung des Pyramidions (verwendetes Ellenmaß 0,525 m):

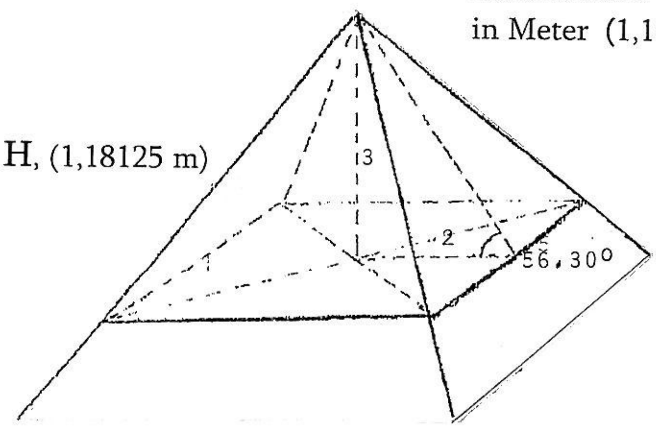
Das Volumen der Pyramide des Unas (Nr. 15) ist $^1/_3$ x 82,5 x 110^2 = 332 750 E^3 (48 149,96484 m^3). Wenn die Basislänge (110 E) durch 3 geteilt wird, setzt sie sich aus 110/3 = 36 $^2/_3$ Pyramidion-basislängen à 3 Ellen zusammen. Um die zugehörige Stufenhöhe zu erhalten, ist die Gesamthöhe der Pyramide durch 36 $^2/_3$ zu teilen (82 $^1/_2$ E / 36 $^2/_3$ = 2 $^1/_4$ E).
Das gesuchte Pyramidion hat nun eine Basislänge von 3 Ellen oder **21 Handbreit** (1,575 m).
Seine Höhe ist 2 $^1/_4$ Ellen oder **15 $^3/_4$ Handbreit oder 15 H und 3 Finger** (1,18125 m).
Sein Rücksprung ist „Höhe, geteilt durch die Basishälfte“ (2 $^1/_4$ E)/(3/2 E) = 3/2.
Der Böschungswinkel ist: arctg (3/2) = 56,30°.
Das Volumen des Pyramidions ist allgemein „1/3 Höhe x Basislänge^2“.
Das Volumen des Pyramidions des Unas ist: = 1/3 x (2 $^1/_4$) x 3^2 = 6 $^3/_4$ E^3.
Das Volumen einer Pyramide, altägyptisch berechnet, ist: „Pyramidioninhalt x Stufenzahl^3“.
Das Volumen der Pyramide des Unas ist: Vol_{pyra} = 6 $^3/_4$ x (36 $^2/_3)^3$ = 332750 E^3 (48 149,96484 m^3).

Das Diatonon Syntonon (10/9 x 9/8 x 16/15) = 4/3 ist durch Ptolemaios und Didymos (um 90 n. Chr.) ohne die Sieben (7) mit Produkten aus den Primzahlen (1,2,3,5) überliefert. Es entspricht unserer heutigen reinen Stimmung mit der großen Terz (9/8 x 10/9 = 5/4), die sowohl im Rücksprung (125 E/100 E = 5:4) der Pyramide des Mykerinus auftaucht wie auch als reine Quinte (3:2) im Rücksprung der Pyramide des Unas (10/9 x 9/8 x 16/15 x 9/8 = 3/2).

Pyramidion der Pyramide des UNAS

Rücksprung = (Höhe/(Basishälfte)
Maße in Ellen (2 $^1/_4$)/(3/2) = 3/2
in Handbreit (15 $^3/_4$)/(21/2) = 3/2
in Meter (1,18125)/(1,575/2) = 3/2

Höhe 2 $^1/_4$ E, **15 $^3/_4$ H**, (1,18125 m)



Böschungslänge 1,42 m

Böschungswinkel
arctg (3/2) = 56,30°

Basislänge 3 E, **21 H**, (1,575 m)

Ergebnis: Der Rücksprung der Pyramide des Unas ist der Klang einer Quinte (3:2) mit dem Intervall (C-g) in der antiken Tonart DIATONON SYNTONON (10/9 x 9/8 x 16/15 x 9/8 = 3/2), die Ptolemaios aus Alexandria überliefert. Ein Rechteck mit 3 Einheiten Höhe und 2 Einheiten Breite galt in der mittelalterlichen Buchbinderkunst als Quintformat (*Quinto*). Wenn die Höhe einer Pyramidenstufe eine Elle (= 7 Handbreit) war, bildet die Diagonale in diesem Rechteck zusammen mit der Basis des Seked (4 $^2/_3$ H) die Proportion einer Quinte 7H/(4 $^2/_3$) H) = 3:2.

Solmisiert man Einzeltöne nach Ptolemaios' Einteilung und nimmt als Grundton die Basishälfte Unas (55 E) in Hertz (55 Hz) an, so hört man – do, re, mi, fa, sol - die Tonfolge (C,d,e,f,g) und harmonisch die Quinte C-g: = (55 Hz) x 10/9 = d (61 $^1/_9$ Hz) x 9/8 = e (68 $^3/_4$ Hz) x 16/15 = f (73 $^1/_3$ Hz) x 9/8 = g (82 $^1/_2$ Hz). Die Quinte (82,5 Hz / 55 Hz = 3:2) sieht man in der Neigung arctg (3/2) = 56,30° und hört sie.

Berechnung des Pyramidions (verwendetes Ellenmaß 0,525 m):

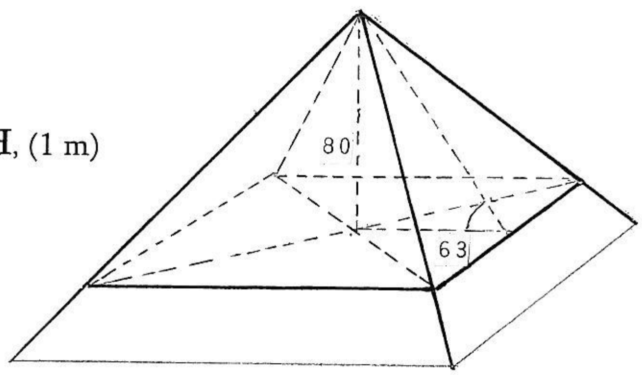
Das Gesamtvolumen der Pyramide zu Meidum (Nr. 1) ist $^1/_3$ x (175 $^5/_{21}$) x 276^2 = 31 147 520/7 E^3 (643 877,64 m^3). Wenn die Basislänge (276 E) durch 3 geteilt wird, setzt sie sich aus 276/3 = 92 Pyramidionbasislängen à 3 Ellen zusammen. Um die zugehörige Stufenhöhe zu erhalten, ist die Gesamthöhe der Pyramide durch 92 zu teilen(175 $^5/_{21}$ E / 92 = $^{40}/_{21}$ E).
Das gesuchte Pyramidion hat nun eine Basislänge von 3 Ellen oder **21 Handbreit** (1,575 m).
Seine Höhe ist $^{40}/_{21}$ Ellen oder **13 $^1/_3$ Handbreit** (1 m).
Sein Rücksprung ist „Höhe, geteilt durch die Basishälfte“ ($^{40}/_{21}$ E)/(3/2 E) = 80/63.
Der Böschungswinkel ist: arctg (80/63) = 51.78°.
Das Volumen des Pyramidions ist allgemein „1/3 Höhe x Basislänge^2“.
Das Volumen des Pyramidions zu Meidum ist: 1/3 x ($^{40}/_{21}$) x 3^2 = $^{40}/_7$ E^3.
Das Volumen einer Pyramide, altägyptisch berechnet, ist: „Pyramidioninhalt x Stufenzahl^3“.
Das Volumen der Pyramide zu Meidum ist: = $^{40}/_7$ x 92^3 = 31 147 520/7 E^3 (643 877,64 m^3).

Die Höhen der isodomen Verkleidungssteine und die der Kernmauerblöcke, aus denen auch der genaue Böschungswinkel der Cheopspyramide arctg $^{80}/_{63}$ = 51.78° hervorgeht, wurden von mir, F.W. Korff, am 3. 6. 2006 exakt eingemessen in Meidum gefunden. (s. „Klang der Pyramiden“, S. 173)

<u>Pyramidion der Pyramide zu MEIDUM</u>

Rücksprung = (Höhe/(Basishälfte)
Maße in Ellen ($^{40}/_{21}$)/(3/2) = 80/63
in Handbreit (13 $^1/_3$)/(10 $^1/_2$) = 80/63
in Meter (1/)(1,575/2) = 80/63

Höhe $^{40}/_{21}$ E, **13 $^1/_3$ H**, (1 m)



Böschungslänge 1,27 m

Böschungswinkel arctg (3/2) = 51,78°

Basislänge 3 E, **21 H**, (1,575 m)

Ergebnis: Der Rücksprung der Pyramide zu **Meidum** ist der Klang einer übergroßen Terz ($^{80}/_{63}$) mit dem Intervall (C-e$^+$) in der antiken Tonart DIATONON MALAKON (8/7x10/9 x 21/20 = 4/3), die Ptolemaios aus Alexandria überliefert. Ein Rechteck mit 10x8 = 80 Einheiten Höhe und 9x7 = 63 Einheiten Breite galt in der mittelalterlichen Buchbinderkunst als Format einer großen Terz. Wenn die Höhe einer Pyramidenstufe eine Elle (= 7 Handbreit) war, bildet die Diagonale in diesem Rechteck zusammen mit der Basis des **Seked** (7/(80/63 = 5 41/80 H) die Proportion einer Terz 7H/(5 $^{41}/_{80}$) H) = 80:63.
Solmisiert man Einzeltöne nach Ptolemaios’ Einteilung und nimmt als Grundton die Basishälfte Meidum statt der 138 Ellen in Hertz (138 Hz) an, so hört man - do, re, mi - die Tonfolge (C,d,e$^+$) und harmonisch die Terz C-e$^+$: = (138 Hz) x 8/7 = d (157 $^5/_7$ Hz) x 10/9 = e$^+$ (175 $^5/_{21}$ Hz). Die Terz (175 $^5/_{21}$ Hz/138 Hz = 80:63) sieht man in der Neigung arctg (80/63) = 51,78°, und sie klingt als übergroße, von uns seit fast 4000 Jahren nicht mehr gehörte Terz.

Berechnung des Pyramidions (verwendetes Ellenmaß <u>0,52236 m</u>):

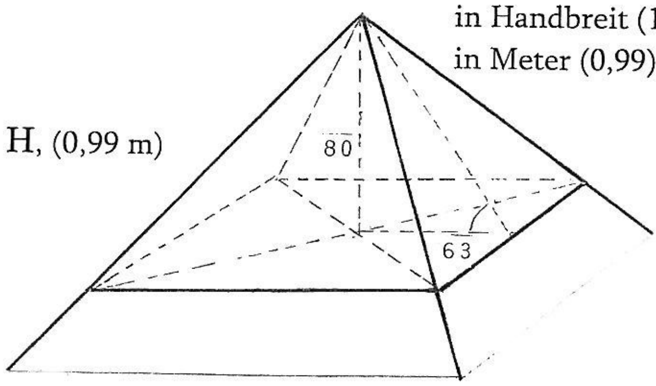
Das Gesamtvolumen der Cheopspyramide (Nr. 4) ist $1/3 \times 280 \times 441^2 = 18\,151\,560$ E^3 (2 587 162,426 m^3). Wenn die Basislänge (441 E) durch 3 geteilt wird, setzt sie sich aus $441/3 = 147$ Pyramidionbasislängen à 3 Ellen zusammen. Um die zugehörige Stufenhöhe zu erhalten, ist die Gesamthöhe der Pyramide durch 147 zu teilen (280 E / 147 = $^{40}/_{21}$ E).
Das gesuchte Pyramidion hat nun eine Basislänge von 3 Ellen oder 21 Handbreit (1,56 m) .
Seine Höhe ist $^{40}/_{21}$ Ellen oder 13 $^1/_3$ Handbreit (0.99 m).
Sein Rücksprung ist „Höhe, geteilt durch die Basishälfte“ ($^{40}/_{21}$ E)/(3/2 E) = 80/63.
Der Böschungswinkel ist: arctg (80/63) = 51.78°.
Das Volumen des Pyramidions ist allgemein „1/3 Höhe x Basislänge^2“.
Das Volumen des Cheopsyramidions ist: = $1/3 \times (^{40}/_{21}) \times 3^2 = {}^{40}/_7$ E^3.
Das Volumen einer Pyramide, altägyptisch berechnet, ist: „Pyramidioninhalt x Stufenzahl^3“.
Das Volumen der Cheopsyramide: $Vol_{pyramide} = {}^{40}/_7 \times (147)^3 = 18\,151\,560$ E^3 (2 587 162,426 m^3).

Das ursprünglich verwendete Ellenmaß (0,52236 m) wurde von Flinders Petrie und dann 1926 von Ludwig Borchardt (s. „Gegen die Zahlenmystik…“, S.8) annähernd mit 0,5229 m gemessen, jedoch verworfen und durch ein willkürlich errechnetes Durchschnittsmaß (0,52355 m) aus den vier Kantenlängen ersetzt, weil Borchardt irrtümlich die Basislänge mit 440 Ellen (440 x 0,52355 = 230.362 m) annahm. Die richtige Länge ist aber 441 x 0,52236 = 230, 360 m, weil die Primzahl 11, die im Produkt 440 enthalten ist (4x11x2x5), im ägyptischen Meß- und Maßsystem, das nur aus den ersten fünf Primzahlen (1,2,3,5,7) besteht, gar nicht vorkommen kann! (s. meine Studie „Der Klang der Pyramiden“, S. 68 u.ö.)

<u>Pyramidion der CHEOPSPYRAMIDE</u>

Rücksprung = (Höhe/(Basishälfte)
Maße in Ellen ($^{40}/_{21}$)/(3/2) = 80/63
in Handbreit (13 $^1/_3$)/(10 $^1/_2$) = 80/63
in Meter (0,99)/(1,56/2) = 80/63

Höhe $^{40}/_{21}$ E, **13 $^1/_3$ H**, (0,99 m)



Böschungslänge 1,26 m

Böschungswinkel
arctg ($^{80}/_{63}$) = 51,78°

Basislänge 3 E, **21 H**, (1,56 m)

Ergebnis: Der Rücksprung der **Cheopspyramide** ist der Klang einer übergroßen Terz ($^{80}/_{63}$) mit dem Intervall (C-e$^+$) in der antiken Tonart DIATONON MALAKON (8/7x10/9 x 21/20 = 4/3), die Ptolemaios aus Alexandria überliefert. Ein Rechteck mit 10x8 = 80 Einheiten Höhe und 9x7 = 63 Einheiten Breite galt in der mittelalterlichen Buchbinderkunst als Format einer großen Terz. Wenn die Höhe einer Pyramidenstufe eine Elle (= 7 Handbreit) war, bildet die Diagonale in diesem Rechteck zusammen mit der Basis des **Seked** (7/(80/63 = 5 41/80 H) die Proportion einer übergroßen Terz 7H/(5 $^{41}/_{80}$) H) = 80:63.
Solmisiert man Einzeltöne nach Ptolemaios' Einteilung der Quarte (4:3) und nimmt als Grundton die Basishälfte statt der 220,5 Ellen in Hertz (220,5 Hz) an, so hört man - do, re, mi - die Tonfolge (C,d,e$^+$) und harmonisch die Terz C-e$^+$: = (220,5 Hz) x 8/7 = d (252 Hz) x 10/9 = e$^+$ (280 Hz). Die Terz (280 Hz / 220,5 Hz = 80:63) sieht man in der Neigung arctg (80/63) = 51,78° und sie klingt als übergroße, von uns seit fast 4000 Jahren nicht mehr gehörte Terz.

Berechnung des Pyramidions (verwendetes Ellenmaß 0,525 m):

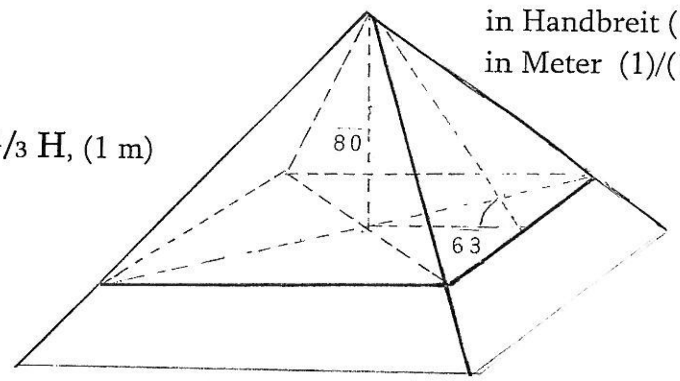
Das Gesamtvolumen des Königsgrabs (A) (Nr. 6) ist 1/3 x (133 1/3) x 210^2 = 1 960 000 E^3 (283 618,125 m^3). Wenn die Basislänge (210 E) durch 3 geteilt wird, setzt sie sich aus 210/3 = 70 Pyramidionbasislängen à 3 Ellen zusammen. Um die zugehörige Stufenhöhe zu erhalten, ist die Gesamthöhe der Pyramide durch 70 zu teilen (133 ⅓ E / 70 = $^{40}/_{21}$ E).
Das gesuchte Pyramidion hat nun eine Basislänge von 3 Ellen oder **21 Handbreit** (1,575 m).
Seine Höhe ist $^{40}/_{21}$ Ellen oder **13 ⅓ Handbreit** (1 m).
Sein Rücksprung ist „Höhe, geteilt durch die Basishälfte" ($^{40}/_{21}$ E)/(3/2 E) = 80/63.
Der Böschungswinkel ist: arctg (80/63) = 51.78°.
Das Volumen des Pyramidions ist allgemein „1/3 Höhe x Basislänge²".
Das Volumen des Königsgrabpyramidions (A) ist: 1/3 x ($^{40}/_{21}$) x 3^2 = $^{40}/_7$ E^3.
Das Volumen einer Pyramide, altägyptisch berechnet, ist: „Pyramidioninhalt x Stufenzahl³".
Das Volumen der Königsgrabpyramide (A) ist: $^{40}/_7$ x 70^3 = 1 960 000 E^3 (283 618,125 m^3).

Vom Königsgrab in Zarwiet el Arjan ist nur die Baugrube erhalten. Drei ursprünglich geplante Rücksprünge sind möglich: Version A (80/63), Version B (20/21), Version C (4/3).

Pyramidion des KÖNIGSGRABS (A)

Rücksprung = (Höhe/(Basishälfte)
Maße in Ellen ($^{40}/_{21}$)/(3/2) = 80/63
in Handbreit (13 ⅓)/(10 ½) = 80/63
in Meter (1)/(1,575/2) = 80/63

Höhe $^{40}/_{21}$ E, **13 ⅓ H**, (1 m)



Böschungswinkel
arctg ($^{80}/_{63}$) = 51,78°

Basislänge 3 E, **21 H**, (1,575 m)

Ergebnis: Ein Rücksprung des Königgrabs (A) ist der Klang der übergroßen Terz ($^{80}/_{63}$) mit dem Intervall (C-e^+) in der antiken Tonart DIATONON MALAKON (8/7x10/9 x 21/20 = 4/3), die Ptolemaios aus Alexandria überliefert. Ein Rechteck mit 10x8 = 80 Einheiten Höhe und 9x7 = 63 Einheiten Breite galt in der mittelalterlichen Buchbinderkunst als Format einer großen Terz. Wenn die Höhe einer Pyramidenstufe eine Elle (= 7 Handbreit) war, bildet die Diagonale in diesem Rechteck zusammen mit der Basis des **Seked** (7/(80/63 = 5 41/80 H) die Proportion einer übergroßen Terz 7H/(5 $^{41}/_{80}$) H = 80:63.
Solmisiert man Einzeltöne nach Ptolemaios' Einteilung der Quarte (4:3) und nimmt als Grundton die Basishälfte statt der 105 Ellen in Hertz (105 Hz) an, so hört man - do, re, mi - die Tonfolge (C,d,e^+) und harmonisch die Terz C-e^+: = (105 Hz) x 8/7 = d (120 Hz) x 10/9 = e^+ (133 ⅓ Hz). Die Terz (133 ⅓ Hz/105 Hz = 80:63) sieht man in der Neigung arctg (80/63) = 51,78° und sie klingt als übergroße, von uns seit fast 4000 Jahren nicht mehr gehörte Terz.

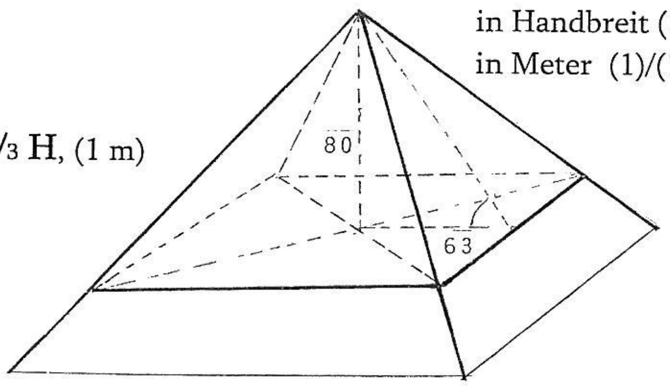
Berechnung des Pyramidions der Dublette Sahure & Djedkare (Ellenmaß 0,525 m):

Gesamtvolumen der baugleichen Pyramiden Sahure und Djedkare (Nr.10, 14) ist 1/3 x (95 5/21)x $150^2 = 5 \times 10^6/7$ E^3 (103 359 $^3/_8$ m^3). Wenn die Basislänge (150 E) durch 3 geteilt wird, setzt sie sich aus 150/3 = 50 Pyramidionbasislängen à 3 Ellen zusammen. Um die zugehörige Stufenhöhe zu erhalten, ist die Pyramidenhöhe durch 50 zu teilen (95 $^5/_{21}$ E / 50 = $^{40}/_{21}$ E).
Das gesuchte Pyramidion hat nun eine Basislänge von 3 Ellen oder **21 Handbreit** (1,575 m) .
Seine Höhe ist $^{40}/_{21}$ Ellen oder **13 $^1/_3$ Handbreit** (1 m).
Sein Rücksprung ist „Höhe, geteilt durch die Basishälfte" ($^{40}/_{21}$ E)/(3/2 E) = 80/63.
Der Böschungswinkel ist: arctg (80/63) = 51.78°.
Das Volumen des Pyramidions ist allgemein „1/3 Höhe x Basislänge^2".
Das Pyramidionvolumen der Dublette ist: 1/3 x ($^{40}/_{21}$) x 3^2 = $^{40}/_7$ E^3.
Das Volumen einer Pyramide, altägyptisch berechnet, ist: „Pyramidioninhalt x Stufenzahl^3".
Das Volumen von Sahure & Djedkare ist: $^{40}/_7$ x $(50)^3$ = 5 000 000/7 E^3 (103 359 $^3/_8$ m^3).

Pyramidion von SAHURE & DJEDKARE

Rücksprung = (Höhe/(Basishälfte)
Maße in Ellen ($^{40}/_{21}$)/(3/2) = 80/63
in Handbreit (13 $^1/_3$)/(10 $^1/_2$) = 80/63
in Meter (1)/(1,575/2) = 80/63

Höhe $^{40}/_{21}$ E, **13 $^1/_3$ H**, (1 m)



Böschungslänge 1,27 m

Böschungswinkel
arctg ($^{80}/_{63}$) = 51,78°

Basislänge 3 E, **21 H**, (1,575 m)

Ergebnis: Der Rücksprung von Sahure & Djedkare ist der Klang der übergroßen Terz ($^{80}/_{63}$) mit dem Intervall (C-e$^+$) in der antiken Tonart DIATONON MALAKON (8/7x10/9 x 21/20 = 4/3), die Ptolemaios aus Alexandria überliefert. Ein Rechteck mit 8x10 = 80 Einheiten Höhe und 9x7 = 63 Einheiten Breite galt in der mittelalterlichen Buchbinderkunst als Format einer großen Terz. Wenn die Höhe einer Pyramidenstufe eine Elle (= 7 Handbreit) war, bildet die Diagonale in diesem Rechteck zusammen mit der Basis des Seked (7/(80/63 = 5 41/80 H) die Proportion einer übergroßen Terz 7H/(5 $^{41}/_{80}$) H = 80:63.
Solmisiert man Einzeltöne nach Ptolemaios' Einteilung der Quarte (4:3) und nimmt als Grundton die Basishälfte statt der 75 Ellen in Hertz (75 Hz) an, so hört man - do, re, mi - die Tonfolge (C,d,e$^+$) und harmonisch die Terz C-e$^+$: = (75 Hz) x 8/7 = d (85 $^5/_7$ Hz) x 10/9 = e$^+$ (95 $^5/_{21}$ Hz). Die Terz (95 $^5/_{21}$ Hz/75 Hz = 80:63) sieht man in der Neigung arctg (80/63) = 51,78°, und sie klingt als übergroße, von uns seit fast 4000 Jahren nicht mehr gehörte Terz.

Berechnung des Pyramidions (verwendetes Ellenmaß 0,525 m):

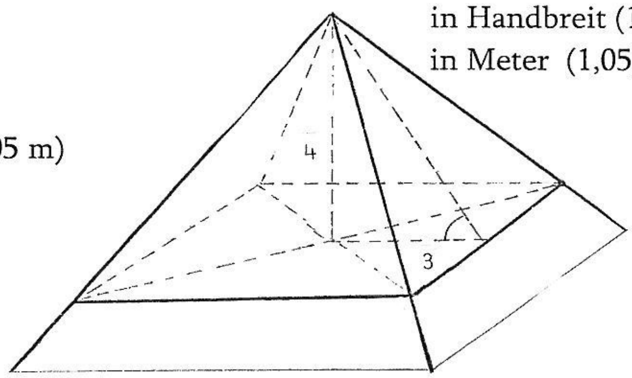
Das Gesamtvolumen des Königsgrabs (C) (Nr. 6) ist $1/3 \times 140 \times 210^2 = 2\,058\,000$ E^3 (297 799,0313 m^3). Wenn die Basislänge (210 E) durch 3 geteilt wird, setzt sie sich aus 210/3 = 70 Pyramidionbasislängen à 3 Ellen zusammen. Um die zugehörige Stufenhöhe zu erhalten, ist die Gesamthöhe der Pyramide durch 70 zu teilen (140 E / 70 = 2 E).
Das gesuchte Pyramidion hat nun eine Basislänge von 3 Ellen oder **21 Handbreit** (1,575 m).
Seine Höhe ist 2 Ellen oder **14 Handbreit** (1,05 m).
Sein Rücksprung ist „Höhe, geteilt durch die Basishälfte" (2 E)/(3/2 E) = 4/3.
Der Böschungswinkel ist: arctg (4/3) = 53,13°.
Das Volumen des Pyramidions ist allgemein „1/3 Höhe x Basislänge²".
Das Volumen des Königsgrabpyramidions (C) ist: $1/3 \times 2 \times 3^2 = 6$ E^3.
Das Volumen einer Pyramide, altägyptisch berechnet, ist: „Pyramidioninhalt x Stufenzahl³".
Das Volumen der Königsgrabpyramide ist: $6 \times (70)^3 = 2\,058\,000$ E^3 (297 799,0313 m^3).

Bei den 9 Pyramiden mit Quartrücksprung (4/3) bestätigt die Stufenzahl (hier 70), daß die Architekten die Pyramidionbasis durchgehend mit 3 Ellen (21 H) festgesetzt haben. Denn für das pythagoräische Zahlentripel $(3)^2 + (4)^2 = (5)^2$ im ägyptischen Landvermessungsdreieck aus (Höhe)² + (Basishälfte)² = (Böschungslänge)² des Pyramidions auf dem Königsgrab (C) ist nur folgende Gleichung möglich $(3/2)^2 \times (4/2)^2 = (5/2)^2$. Die Höhe der Pyramide, geteilt durch 4/2, ergibt die Stufenzahl (140/2 = 70). Böschungslänge des Pyramidions ist 5/2 E, 17,5 H (1,3125 m). Die Böschungslänge der Pyramide ist 175 Ellen (91,875 m)

Pyramidion des KÖNIGSGRABS (C)

Rücksprung = (Höhe/(Basishälfte)
Maße in Ellen (2)/(3/2) = 4/3
in Handbreit (14)/(10 ½) = 4/3
in Meter (1,05)/(1,575/2) = 4/3

Höhe 2 E, **14 H**, (1,05 m)



Böschungslänge 1,31 m

Böschungswinkel
arctg (4/3) = 53,13°

Basislänge 3 E, **21 H**, (1,575 m)

Ergebnis: Der Rücksprung des Königgrabs (C) ist der Klang der Quarte (4:3) mit dem Intervall (C-f) in der antiken Tonart DIATONON MALAKON (8/7x10/9 x 21/20 = 4/3), die Ptolemaios aus Alexandria überliefert. Ein Rechteck mit 4 Einheiten Höhe und 3 Einheiten Breite galt in der mittelalterlichen Buchbinderkunst als Quartformat (*quarto*). Wenn die Höhe einer Pyramidenstufe eine Elle (= 7 Handbreit) war, bildet die Diagonale in diesem Rechteck zusammen mit der Basis des **Seked** (7/(4/3 = 5 1/4 H) die Proportion einer reinen Quarte 7H/(5 ¼)H = 4:3.

Solmisiert man Einzeltöne nach Ptolemaios' Einteilung der Quarte (4:3) und nimmt als Grundton die Basishälfte statt der 105 Ellen in Hertz (105 Hz) an, so hört man - do, re, mi, fa - die Tonfolge (C,d,e,f) und harmonisch die Quart C-f: = (105 Hz) x 8/7 = d (120 Hz) x 10/9 = e (133 ⅓ Hz) x 21/20 = f (140 Hz). Die Quarte (140 Hz/105 Hz = 4:3) sieht man im Winkel der Böschungsneigung, arctg (4/3) = 53,13°, und hört ihren Klang.

Berechnung des Pyramidions (verwendetes Ellenmaß 0,525 m):

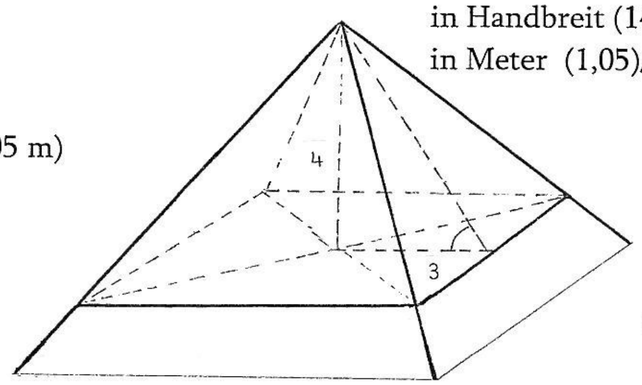
Das Volumen der Pyramide Chephrens (Nr. 7) ist 1/3 x (273 1/3) x 410^2 = 137 842 000/9 E^3 (2 216 240,906 m^3). Wenn die Basislänge (410 E) durch 3 geteilt wird, setzt sie sich aus 410/3 = 136 $^2/_3$ Pyramidionbasislängen à 3 Ellen zusammen. Um die zugehörige Stufenhöhe zu erhalten, ist die Gesamthöhe der Pyramide durch 136 $^2/_3$ zu teilen (273 $^1/_3$ E /136 $^2/_3$ = 2 E).
Das gesuchte Pyramidion hat nun eine Basislänge von 3 Ellen oder **21 Handbreit** (1,575 m).
Seine Höhe ist 2 Ellen oder **14 Handbreit** (1,05 m).
Sein Rücksprung ist „Höhe, geteilt durch die Basishälfte" (2 E)/(3/2 E) = 4/3.
Der Böschungswinkel ist: arctg (4/3) = 53,13°.
Das Volumen des Pyramidions ist allgemein „1/3 Höhe x Basislänge²".
Das Volumen des Chephrenpyramidions ist: 1/3 x 2 x 3^2 = 6 E^3.
Das Volumen einer Pyramide, altägyptisch berechnet, ist: „Pyramidioninhalt x Stufenzahl³".
Chephrens Gesamtvolumen: 6 x (136 $^2/_3$)^3 = 137 842 000/9 E^3 (2 216 240,906 m^3).

Bei den 9 Pyramiden mit Quartrücksprung (4/3) bestätigt die Stufenzahl (hier 136 $^2/_3$), daß die Architekten die Pyramidionbasis durchgehend mit 3 Ellen (21 H) festgesetzt haben. Denn für das pythagoräische Zahlentripel $(3)^2 + (4)^2 = (5)^2$ im ägyptischen Landvermessungsdreieck aus $(\text{Höhe})^2 + (\text{Basishälfte})^2 = (\text{Böschungslänge})^2$ des Pyramidions auf der Chephrenpyramide ist nur folgende Gleichung möglich $(3/2)^2 \times (4/2)^2 = (5/2)^2$. Die Pyramidenhöhe, geteilt durch 4/2, ergibt die Stufenzahl (273 $^1/_3$)/2 = 136 $^2/_3$. Böschungslänge des Pyramidions ist 5/2 E, 17,5 H (1,3125 m). Die Böschungslänge der Pyramide ist 341 $^2/_3$ E (179 $^3/_8$ m).

<u>Pyramidion der CHEPHREN-PYRAMIDE</u>

Rücksprung = (Höhe/(Basishälfte)
Maße in Ellen (2)/(3/2) = 4/3
in Handbreit (14)/(10 $^1/_2$) = 4/3
in Meter (1,05)/(1,575/2) = 4/3

Höhe 2 E, **14 H**, (1,05 m)



Böschungslänge 1,3125 m

Böschungswinkel
arctg (4/3) = 53,13°

Basislänge 3 E, **21 H**, (1,575 m)

Ergebnis: Der Rücksprung der Chephrenpyramide ist der Klang der Quarte (4:3) mit dem Intervall (C-f) in der antiken Tonart DIATONON SYNTONON (10/9 x 9/8 x 16/15 = 4/3), die Ptolemaios aus Alexandria überliefert. Ein Rechteck mit 4 Einheiten Höhe und 3 Einheiten Breite galt in der mittelalterlichen Buchbinderkunst als Quartformat (*Quarto*). Wenn die Höhe einer Pyramidenstufe eine Elle (= 7 Handbreit) war, bildet die Diagonale in diesem Rechteck zusammen mit der Basis des **Seked** (7/(4/3 = 5 1/4 H) die Proportion einer reinen Quarte 7H/(5 $^1/_4$) H = 4:3.

Solmisiert man Einzeltöne nach Ptolemaios' Einteilung der Quarte (4:3) und nimmt als Grundton die Basishälfte statt der 205 Ellen in Hertz (205 Hz) an, so hört man - do, re, mi, fa - die Tonfolge (C,d,e,f) und harmonisch die Quarte C-f: = (205 Hz) x 10/9 = d (227 $^7/_9$ Hz) x 9/8 = e (256 $^1/_4$ Hz) x 16/15 = f (273 $^1/_3$ Hz). Die Quarte (273 $^1/_3$ Hz / 205 Hz = 4:3) sieht man in dem Winkel der Böschungsneigung, arctg (4/3) = 53,13°, und hört ihren Klang.

Berechnung des Pyramidions (verwendetes Ellenmaß 0,525 m):

Das Volumen der Pyramide des Userkaf (Nr. 9) ist $1/3 \times (93\ 1/3) \times 140^2 = 5\ 488\ 000/9\ E^3$ (88 236,75 m^3). Wenn die Basislänge (140 E) durch 3 geteilt wird, setzt sie sich aus $140/3 = 46\ ^2/_3$ Pyramidionbasislängen à 3 Ellen zusammen. Um die zugehörige Stufenhöhe zu erhalten, ist die Gesamthöhe der Pyramide durch $46\ ^2/_3$ zu teilen ($93\ ^1/_3\ E / 46\ ^2/_3 = 2$ E).

Das gesuchte Pyramidion hat nun eine Basislänge von 3 Ellen oder **21 Handbreit** (1,575 m).

Seine Höhe ist 2 Ellen oder **14 Handbreit** (1,05 m).

Sein Rücksprung ist „Höhe, geteilt durch die Basishälfte" (2 E)/(3/2 E) = 4/3.

Der Böschungswinkel ist: arctg (4/3) = 53,13°.

Das Volumen des Pyramidions ist allgemein „1/3 Höhe x Basislänge²".

Das Volumen des Userkafpyramidions ist: $1/3 \times 2 \times 3^2 = 6\ E^3$.

Das Volumen einer Pyramide, altägyptisch berechnet, ist: „Pyramidioninhalt x Stufenzahl³".

Userkafs Gesamtvolumen: $6 \times (46\ ^2/_3)^3 = 5\ 488\ 000/9\ E^3$ (88 236,75 m^3).

Bei den 9 Pyramiden mit Quartrücksprung (4/3) bestätigt die Stufenzahl (hier $46\ ^2/_3$), daß die Architekten die Pyramidionbasis durchgehend mit 3 Ellen (21 H) festgesetzt haben. Denn für das pythagoräische Zahlentripel $(3)^2 + (4)^2 = (5)^2$ im ägyptischen Landvermessungsdreieck aus $(\text{Höhe})^2 + (\text{Basishälfte})^2 = (\text{Böschungslänge})^2$ des Pyramidions auf der Pyramide des Userkaf ist nur folgende Gleichung möglich $(3/2)^2 \times (4/2)^2 = (5/2)^2$. Die Pyramidenhöhe , geteilt durch 4/2, ergibt die Stufenzahl $(93\ ^1/_3)/2 = 46\ ^2/_3$. Böschungslänge des Pyramidions ist 5/2 E, 17,5 H (1,3125 m). Die Böschungslänge der Pyramide ist $116\ ^2/_3$ Ellen(61,25 m).

<u>Pyramidion der USERKAF-PYRAMIDE</u>

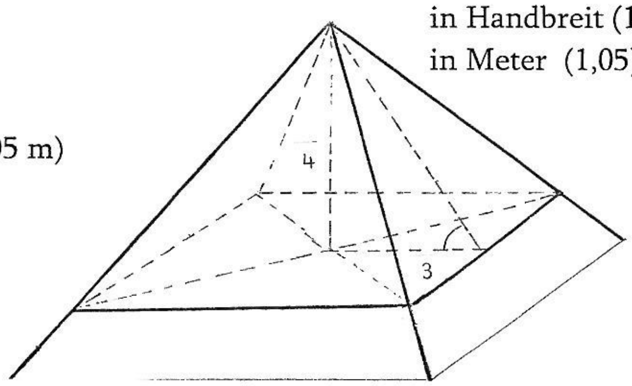
Rücksprung = (Höhe/(Basishälfte)

Maße in Ellen (2)/(3/2) = 4/3

in Handbreit (14)/(10 ½) = 4/3

in Meter (1,05)/(1,575/2) = 4/3

Höhe 2 E, **14 H**, (1,05 m)



Böschungslänge 1,3125 m

Böschungswinkel arctg (4/3) = 53,13°

Basislänge 3 E, **21 H**, (1,575 m)

Ergebnis: Der Rücksprung derPyramide des Userkaf ist der Klang der Quarte (4:3) mit dem Intervall (C-f) in der antiken Tonart DIATONON MALAKON ($8/7 \times 10/9 \times 21/20 = 4/3$), die Ptolemaios aus Alexandria überliefert. Ein Rechteck mit 4 Einheiten Höhe und 3 Einheiten Breite galt in der mittelalterlichen Buchbinderkunst als Quartformat (*Quarto*). Wenn die Höhe einer Pyramidenstufe eine Elle (= 7 Handbreit) war, bildet die Diagonale in diesem Rechteck zusammen mit der Basis des Seked (7/(4/3 = 5 1/4 H) die Proportion einer reinen Quarte 7H/(5 ¼) H = 4:3.

Solmisiert man Einzeltöne nach Ptolemaios' Einteilung der Quarte (4:3) und nimmt als Grundton die Basishälfte statt der 70 Ellen in Hertz (70 Hz) an, so hört man - do, re, mi, fa - die Tonfolge (C,d,e,f) und harmonisch die Quart C-f: = (70 Hz) x 8/7 = d (80 Hz) x 10/9 = e (88 $^8/_9$ Hz) x 21/20 = f (93 $^1/_3$ Hz). Die Quarte (93 $^1/_3$ Hz / 70 Hz = 4:3) sieht man in dem Winkel der Böschungsneigung, arctg (4/3) = 53,13°, und hört ihren Klang.

Berechnung des Pyramidions (verwendetes Ellenmaß 0,525 m):

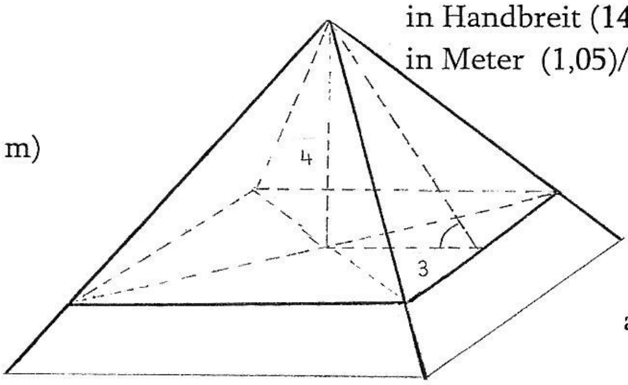
Das Volumen der Pyramide des Neferefre (Nr.13) ist 1/3 x (83 1/3) x 125^2 = 3 906 250/9 E^3 (62 805,17578 m^3). Wenn die Basislänge (125 E) durch 3 geteilt wird, setzt sie sich aus 125/3 = 41 $^2/_3$ Pyramidionbasislängen à 3 Ellen zusammen. Um die zugehörige Stufenhöhe zu erhalten, ist die Gesamthöhe der Pyramide durch 41 $^2/_3$ zu teilen (83 $^1/_3$ E /41 $^2/_3$ = 2 E).
Das gesuchte Pyramidion hat nun eine Basislänge von 3 Ellen oder **21 Handbreit** (1,575 m).
Seine Höhe ist 2 Ellen oder **14 Handbreit** (1,05 m).
Sein Rücksprung ist „Höhe, geteilt durch die Basishälfte" (2 E)/(3/2 E) = 4/3.
Der Böschungswinkel ist: arctg (4/3) = 53,13°.
Das Volumen des Pyramidions ist allgemein „1/3 Höhe x Basislänge²".
Das Volumen des Neferefre-Pyramidions ist: 1/3 x 2 x 3^2 = 6 E^3.
Das Volumen einer Pyramide, altägyptisch berechnet, ist: „Pyramidioninhalt x Stufenzahl³".
Das Gesamtvolumen Neferefres ist: 6 x (41 $^2/_3$)^3 =3 906 250/9 E^3 (62 805,17587 m^3).

Bei den 9 Pyramiden mit Quartrücksprung (4/3) bestätigt die Stufenzahl (hier 41 $^2/_3$), daß die Architekten die Pyramidionbasis durchgehend mit 3 Ellen (21 H) festgesetzt haben. Denn für das pythagoräische Zahlentripel $(3)^2 + (4)^2 = (5)^2$ im ägyptischen Landvermessungsdreieck aus (Höhe)² + (Basishälfte)² = (Böschungslänge)² des Pyramidions auf der Pyramide Neferefres ist nur folgende Gleichung möglich $(3/2)^2$ x $(4/2)^2 = (5/2)^2$. Die Pyramidenhöhe , geteilt durch 4/2, ergibt die Stufenzahl (83 $^1/_3$)/2 = 41$^2/_3$. Böschungslänge des Pyramidions ist 5/2 E, 17,5 H (1,3125 m). Böschungslänge der Pyramide ist 104,1666 E (54,6875 m).

Pyramidion der NEFEREFRE-PYRAMIDE

Rücksprung = (Höhe/(Basishälfte)
Maße in Ellen (2)/(3/2) = 4/3
in Handbreit (14)/(10 $^1/_2$) = 4/3
in Meter (1,05)/(1,575/2) = 4/3

Höhe 2 E, **14 H**, (1,05 m)



Böschungslänge 1,3125 m

Böschungswinkel
arctg (4/3) = 53,13°

Basislänge 3 E, **21 H**, (1,575 m)

Ergebnis: Der Rücksprung derPyramide des Neferefre ist der Klang der Quarte (4:3) mit dem Intervall (C-f) in der antiken Tonart DIATONON SYNTONON (10/9 x 9/8 x 16/15 = 4/3), die Ptolemaios aus Alexandria überliefert. Ein Rechteck mit 4 Einheiten Höhe und 3 Einheiten Breite galt in der mittelalterlichen Buchbinderkunst als Quartformat (*Quarto*). Wenn die Höhe einer Pyramidenstufe eine Elle (= 7 Handbreit) war, bildet die Diagonale in diesem Rechteck zusammen mit der Basis des **Seked** (7/(4/3 = 5 1/4 H) die Proportion einer reinen Quarte 7H/(5 $^1/_4$)H = 4:3.

Solmisiert man Einzeltöne nach Ptolemaios' Einteilung der Quarte (4:3) und nimmt als Grundton die Basishälfte statt der 62,5 Ellen in Hertz (62,5 Hz) an, so hört man - do, re, mi, fa - die Tonfolge (C,d,e,f) und harmonisch die Quart C-f: = (62,5 Hz) x 10/9 = d (69 $^4/_9$ Hz) x 9/8 = e (78 $^1/_8$ Hz) x 16/15 = f (83 $^1/_3$ Hz). Die Quarte (83 $^1/_3$ Hz / 62,5 Hz = 4:3) sieht man in dem Winkel der Böschungsneigung, arctg (4/3) = 53,13°, und hört ihren Klang.

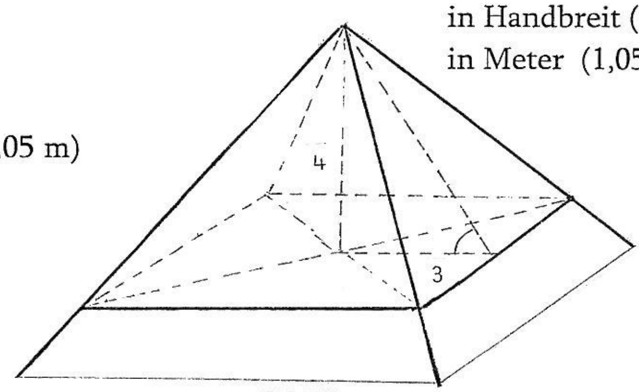
Berechnung des Pyramidions der Dublette Teti und Pepi II.(Ellenmaß 0,525 m):

Volumen der baugleichen Pyramiden (Nr.16, 19) ist $100/3 \times 150^2 = 750\,000$ E^3 (108 527,3438 m^3). Wenn die Basislänge (150 E) durch 3 geteilt wird, setzt sie sich aus 150/3 = 50 Pyramidionbasislängen à 3 Ellen zusammen. Um die zugehörige Stufenhöhe zu erhalten, ist die Gesamthöhe der Pyramide durch 50 zu teilen (100 E / 50 = 2 E).
Das gesuchte Pyramidion hat nun eine Basislänge von 3 Ellen oder **21 Handbreit** (1,575 m).
Seine Höhe ist 2 Ellen oder **14 Handbreit** (1,05 m).
Sein Rücksprung ist „Höhe, geteilt durch die Basishälfte“ (2 E)/(3/2 E) = 4/3.
Der Böschungswinkel ist: arctg (4/3) = 53,13°.
Das Volumen des Pyramidions ist allgemein „1/3 Höhe x Basislänge²“.
Das Volumen des Teti- und Pepi II.-Pyramidions ist: $1/3 \times 2 \times 3^2 = 6$ E^3.
Das Volumen einer Pyramide, altägyptisch berechnet, ist: „Pyramidioninhalt x Stufenzahl³“.
Das Gesamtvolumen Tetis und Pepi II. ist: $6 \times 50^3 = 750\,000$ E^3 (108 527, 3438 m^3).

Bei den 9 Pyramiden mit Quartrücksprung (4/3) bestätigt die Stufenzahl (hier 50), daß die Architekten die Pyramidionbasis durchgehend mit 3 Ellen (21 H) festgesetzt haben. Denn für das pythagoräische Zahlentripel $(3)^2 + (4)^2 = (5)^2$ im ägyptischen Landvermessungsdreieck aus $(\text{Höhe})^2 + (\text{Basishälfte})^2 = (\text{Böschungslänge})^2$ des Pyramidions auf beiden Pyramiden ist nur folgende Gleichung möglich $(3/2)^2 \times (4/2)^2 = (5/2)^2$. Die Pyramidenhöhe , geteilt durch 4/2, ergibt die Stufenzahl (100)/2 = 50. Böschungslänge des Pyramidions ist 5/2 E, 17,5 H (1,3125 m). Böschungslänge der Pyramide ist 125 E (65, 625 m).

<u>Pyramidion der TETI-&-PEPI II. PYRAMIDE</u>

Rücksprung = (Höhe/(Basishälfte)
Maße in Ellen (2)/(3/2) = 4/3
in Handbreit (14)/(10 ½) = 4/3
in Meter (1,05)/(1,575/2) = 4/3



Höhe 2 E, **14 H**, (1,05 m)

Böschungslänge 1,3125 m

Böschungswinkel arctg (4/3) = 53,13°

Basislänge 3 E, **21 H**, (1,575 m)

Ergebnis: Der Rücksprung beider Pyramiden ist der Quartklang (4:3) mit dem Intervall (C-f) in der antiken Tonart DIATONON SYNTONON (10/9 x 9/8 x 16/15 = 4/3), die Ptolemaios aus Alexandria überliefert. Ein Rechteck mit 4 Einheiten Höhe und 3 Einheiten Breite galt in der mittelalterlichen Buchbinderkunst als Quartformat (*Quarto*). Wenn die Höhe einer Pyramidenstufe eine Elle (= 7 Handbreit) war, bildet die Diagonale in diesem Rechteck zusammen mit der Basis des **Seked** (7/(4/3 = 5 1/4 H) die Proportion einer reinen Quarte 7H/(5 ¼)H = 4:3.

Solmisiert man Einzeltöne nach Ptolemaios' Einteilung der Quarte (4:3) und nimmt als Grundton die Basishälfte statt der 75 Ellen in Hertz (75 Hz) an, so hört man - do, re, mi, fa - die Tonfolge (C,d,e,f) und harmonisch die Quart C-f: = (75 Hz) x 10/9 = d (83 ⅓ Hz) x 9/8 = e (93 ¾ Hz) x 16/15 = f (100 Hz). Die Quarte (100 Hz/75 Hz = 4:3) sieht man in dem Winkel der Böschungsneigung, arctg (4/3) = 53,13°, und hört ihren Klang.

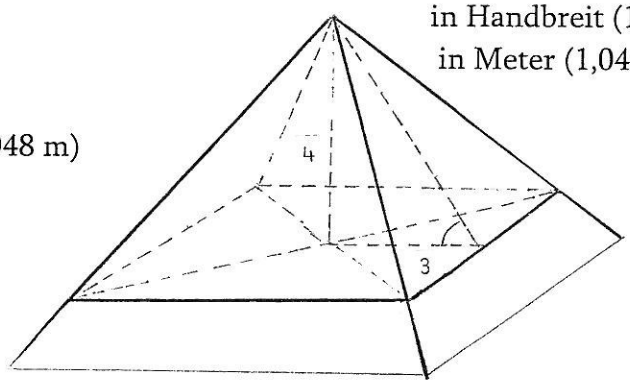
Berechnung des Pyramidions (verwendetes Ellenmaß 0,524 m):

Das Volumen der Pyramide des Pepi I. (Nr.17) ist $100/3 \times 150^2 = 750\,000$ E^3 (107 908,368 m^3).
Wenn die Basislänge (150 E) durch 3 geteilt wird, setzt sie sich aus 150/3 = 50 Pyramidionbasislängen à 3 Ellen zusammen. Um die zugehörige Stufenhöhe zu erhalten, ist die Gesamthöhe der Pyramide durch 50 zu teilen (100 E / 50 = 2 E).
Das gesuchte Pyramidion hat nun eine Basislänge von 3 Ellen oder **21 Handbreit** (1,572 m).
Seine Höhe ist 2 Ellen oder **14 Handbreit** (1,048 m).
Sein Rücksprung ist „Höhe, geteilt durch die Basishälfte" (2 E)/(3/2 E) = 4/3.
Der Böschungswinkel ist: arctg (4/3) = 53,13°.
Das Volumen des Pyramidions ist allgemein „1/3 Höhe x Basislänge²".
Das Volumen des Pepi I.-Pyramidions ist: $1/3 \times 2 \times 3^2 = 6$ E^3.
Das Volumen einer Pyramide, altägyptisch berechnet, ist: „Pyramidioninhalt x Stufenzahl³".
Das Gesamtvolumen Pepi I. ist: $6 \times 50^3 = 750\,000$ E^3 (107 908,368 m^3).

Bei den 9 Pyramiden mit Quartrücksprung (4/3) bestätigt die Stufenzahl (hier 50), daß die Architekten die Pyramidionbasis durchgehend mit 3 Ellen (21 H) festgesetzt haben. Denn für das pythagoräische Zahlentripel $(3)^2 + (4)^2 = (5)^2$ im ägyptischen Landvermessungsdreieck aus $(\text{Höhe})^2 + (\text{Basishälfte})^2 = (\text{Böschungslänge})^2$ des Pyramidions auf der Pyramide Pepi I. ist nur folgende Gleichung möglich $(3/2)^2 \times (4/2)^2 = (5/2)^2$. Die Pyramidenhöhe , geteilt durch 4/2, ergibt die Stufenzahl (100)/2 = 50. Böschungslänge des Pyramidions ist 5/2 E, 17,5 H (1,31 m). Böschungslänge der Pyramide ist 125 E (65,5 m).

Pyramidion der PEPI I.- PYRAMIDE

Rücksprung = (Höhe/(Basishälfte)
Maße in Ellen (2)/(3/2) = 4/3
in Handbreit (14)/(10 ½) = 4/3
in Meter (1,048)/(1,572/2) = 4/3



Ergebnis: Der Rücksprung derPyramide des Pepi I. ist der Klang der Quarte (4:3) mit dem Intervall (C-f) in der antiken Tonart DIATONON SYNTONON (10/9 x 9/8 x 16/15 = 4/3), die Ptolemaios aus Alexandria überliefert. Ein Rechteck mit 4 Einheiten Höhe und 3 Einheiten Breite galt in der mittelalterlichen Buchbinderkunst als Quartformat (*Quarto*). Wenn die Höhe einer Pyramidenstufe eine Elle (= 7 Handbreit) war, bildet die Diagonale in diesem Rechteck zusammen mit der Basis des **Seked** (7/(4/3 = 5 1/4 H) die Proportion einer reinen Quarte 7H/(5 ¼)H = 4:3.

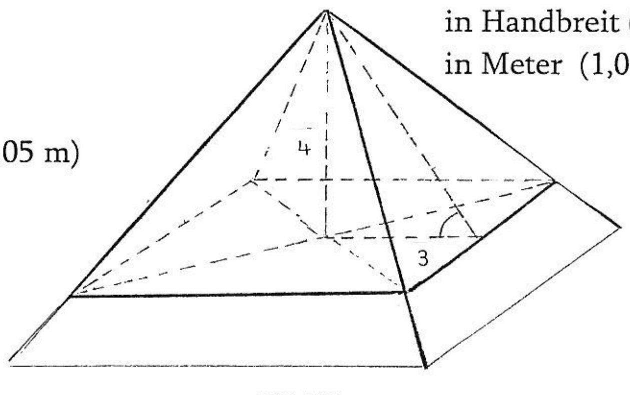
Solmisiert man Einzeltöne nach Ptolemaios' Einteilung der Quarte (4:3) und nimmt als Grundton die Basishälfte statt der 75 Ellen in Hertz (75 Hz) an, so hört man - do, re, mi, fa - die Tonfolge (C,d,e,f) und harmonisch die Quart C-f: = (75 Hz) x 10/9 = d (83 ⅓ Hz) x 9/8 = e (93 ¾ Hz) x 16/15 = f (100 Hz). Die Quarte (100 Hz/75 Hz = 4:3) sieht man in dem Winkel der Böschungsneigung, arctg (4/3) = 53,13°, und hört ihren Klang.

Berechnung des Pyramidions der Dublette Merenre und Unbekannt (Ellenmaß 0,525 m):
Volumen der baugleichen Pramiden (Nr.16, 19) ist $(116\ ^2/_3)/3 \times 175^2 = 10\ 718\ 750/9\ E^3$ (172 337,4023 m^3). Wenn die Basislänge (175 E) durch 3 geteilt wird, setzt sie sich aus 175/3 = 58 $^1/_3$ Pyramidionbasislängen à 3 Ellen zusammen. Um die zugehörige Stufenhöhe zu erhalten, ist die Gesamthöhe der Pyramide durch 58 $^1/_3$ zu teilen (116 $^2/_3$ E / 58 $^1/_3$ = 2 E).
Das gesuchte Pyramidion hat nun eine Basislänge von 3 Ellen oder **21 Handbreit** (1,575 m) .
Seine Höhe ist 2 Ellen oder **14 Handbreit** (1,05 m).
Sein Rücksprung ist „Höhe, geteilt durch die Basishälfte“ (2 E)/(3/2 E) = 4/3.
Der Böschungswinkel ist: arctg (4/3) = 53,13°
Das Volumen des Pyramidions ist allgemein „1/3 Höhe x Basislänge^2“.
Das Volumen beider Pyramidions ist: $1/3 \times 2 \times 3^2 = 6\ E^3$.
Das Volumen einer Pyramide, altägyptisch berechnet, ist: „Pyramidioninhalt x Stufenzahl^3“.
Das Volumen beider Pyramiden ist: $6 \times (58\ ^1/_3)^3 = 10\ 718\ 750/9\ E^3$ (172 337,4023 m^3).

Bei den 9 Pyramiden mit Quartrücksprung (4/3) bestätigt die Stufenzahl (hier 58 $^1/_3$), daß die Architekten die Pyramidionbasis durchgehend mit 3 Ellen (21 H) festgesetzt haben. Denn für das pythagoräische Zahlentripel $(3)^2 + (4)^2 = (5)^2$ im ägyptischen Landvermessungsdreieck aus $(\text{Höhe})^2 + (\text{Basishälfte})^2 = (\text{Böschungslänge})^2$ des Pyramidions auf beiden Pyramiden ist nur folgende Gleichung möglich $(3/2)^2 \times (4/2)^2 = (5/2)^2$. Die Pyramidenhöhe , geteilt durch 4/2, ergibt die Stufenzahl (116 $^2/_3$)/2 = 58 $^1/_3$. Böschungslänge des Pyramidions ist 5/2 E, 17,5 H (1,3125 m). Böschungslänge der Pyramide ist 145, 83 ... E (76 $^9/_{16}$ m).

<ins>Pyramidion der MERENRE-&-UNBEKANNT-PYRAMIDE</ins> Rücksprung = (Höhe/(Basishälfte)
Maße in Ellen (2)/(3/2) = 4/3
in Handbreit (14)/(10 $^1/_2$) = 4/3
in Meter (1,05)/(1,575/2) = 4/3

Höhe 2 E, **14 H**, (1,05 m)



Böschungslänge 1,3125 m

Böschungswinkel
arctg (4/3) = 53,13°

Basislänge 3 E, **21 H**, (1,575 m)

Ergebnis: Der Rücksprung beider Pyramiden ist der Quartklang (4:3) mit dem Intervall (C-f) in der antiken Tonart DIATONON SYNTONON (10/9 x 9/8 x 16/15 = 4/3), die Ptolemaios aus Alexandria überliefert. Ein Rechteck mit 4 Einheiten Höhe und 3 Einheiten Breite galt in der mittelalterlichen Buchbinderkunst als Quartformat (*Quarto*). Wenn die Höhe einer Pyramidenstufe eine Elle (= 7 Handbreit) war, bildet die Diagonale in diesem Rechteck zusammen mit der Basis des **Seked** (7/(4/3 = 5 1/4 H) die Proportion einer reinen Quarte 7H/(5 ¼)H = 4:3.

Solmisiert man Einzeltöne nach Ptolemaios' Einteilung der Quarte (4:3) und nimmt als Grundton die Basishälfte(87,5 E) statt der Ellen in Hertz (87,5 Hz) an, so hört man - do, re, mi, fa - die Tonfolge (C,d,e,f) und harmonisch die Quart C-f: = (87,5 Hz) x 10/9 = d (97 $^2/_9$ Hz) x 9/8 = e (109 $^3/_8$ Hz) x 16/15 = f (116 $^2/_3$ Hz). Die Quarte (116 $^2/_3$ Hz / 87,5 Hz = 4:3) sieht man in dem Winkel der Böschungsneigung, arctg (4/3) = 53,13°, und hört ihren Klang.

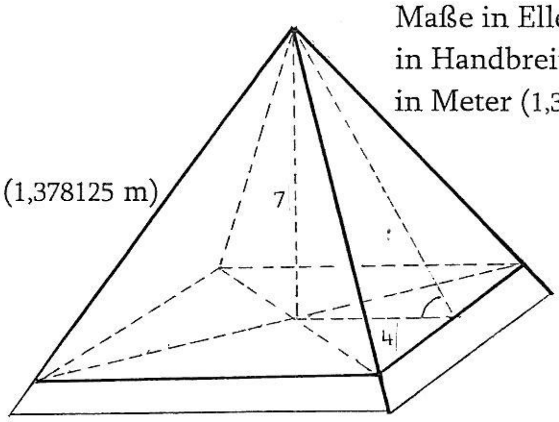
Berechnung des Pyramidions (verwendetes Ellenmaß 0,525 m):

Volumen der Pyramide des Djedefre(Nr. 5) ist 1/3 x175 x 200^2 = 7 000 000/3 E^3 (337 640,625 m^3). Wenn die Basislänge (200 E) durch 3 geteilt wird, setzt sie sich aus 200/3 = 66 $^2/_3$ Pyramidionbasislängen à 3 Ellen zusammen. Um die zugehörige Stufenhöhe zu erhalten, ist die Gesamthöhe der Pyramide durch 66 $^2/_3$ zu teilen (175 E /66 $^2/_3$ = 2 $^5/_8$ E).
Das gesuchte Pyramidion hat nun eine Basislänge von 3 Ellen oder **21 Handbreit** (1,575 m).
Seine Höhe ist 2 $^5/_8$ Ellen oder **18 $^3/_8$ Handbreit** (1,378125 m).
Sein Rücksprung ist „Höhe, geteilt durch die Basishälfte“ (2 $^5/_8$ E)/(3/2 E) = 7/4.
Der Böschungswinkel ist: arctg (7/4) = 60,25°.
Das Volumen des Pyramidions ist allgemein „1/3 Höhe x Basislänge²“.
Das Volumen des Djedefre-Pyramidions ist: 1/3 x (2 $^5/_8$) x 3^2 = 7 $^7/_8$ E^3.
Das Volumen einer Pyramide, altägyptisch berechnet, ist: „Pyramidioninhalt x Stufenzahl³“.
Volumen der Djedefre-Pyramide ist: 7 $^7/_8$ x (66 $^2/_3)^3$ = 7 000 000/3 E^3 (337 640,625 m^3).

Pyramidion des DJEDEFRE-PYRAMIDE

Rücksprung = (Höhe/(Basishälfte)
Maße in Ellen (2 $^5/_8$)/(3/2) = 7/4
in Handbreit (**18 $^3/_8$**)/(10 $^1/_2$) = 7/4
in Meter (1,378125)/(1,575/2) = 7/4

Höhe $2^5/_8$ E, **18 $^3/_8$ H**, (1,378125 m)



Böschungslänge 1,59 m

Böschungswinkel
arctg (7/4) = 60,25°

Basislänge 3 E, **21 H**, (1,575 m)

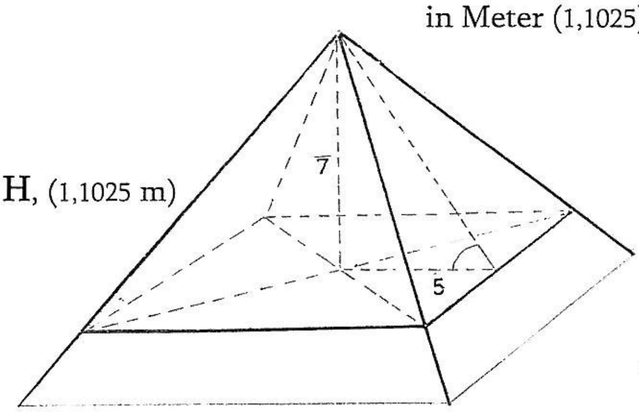
Ergebnis: Der Rücksprung Djedefres ist der Klang der kleinen Septime 7:4) mit dem Intervall Oktave (2) geteilt durch übergroßen Ganzton(8/7) = 2/(8/7) = 7/4, das Intervall (C-b⁻) in der antiken Tonart DIATONON MALAKON (8/7x10/9 x 21/20 = 4/3), die Ptolemaios aus Alexandria überliefert. Ein Rechteck mit 7 Einheiten Höhe und 4 Einheiten Breite ist das Format einer Naturseptime (7/4). Wenn die Höhe einer Pyramidenstufe eine Elle (= 7 Handbreit) war, bildet die Diagonale in diesem Rechteck zusammen mit der Basis des **Seked** (7/(7/4 = 4 H) die Proportion einer kleinen Septime 7H/4H = 7:4. (Die pythagoräische Kunstseptime ist 7/4 x 64/63 = 2/(9/8) = 16/9)
Solmisiert man Einzeltöne nach Ptolemaios' Einteilung der Quarte (4:3) und nimmt als Grundton die Basishälfte statt der 100 Ellen in Hertz (100 Hz) an, so hört man - do, re, mi, fa, sol - die Tonfolge (C,d,e^+,f,g). Fügt man noch die Kleinstterz (7/6) hinzu, so erklingt harmonisch – do, re, mi, fa, sol, la, la# - die kleine Septime (C-b^-). C = (100 Hz) x 8/7 = d (114 $^2/_7$ Hz) x 10/9 = e^+ (126 $^{62}/_{63}$ Hz) x 21/20 = f (133 $^1/_3$ Hz) x 9/8 = g (150 Hz) x 7/6 = b^- (175 Hz). Die Naturseptime (175 Hz / 100 Hz = 7:4) sieht man in dem Winkel arctg 7/4) = 60,25° und hört sie aus dieser ziemlich steilen Neigung.

Berechnung des Pyramidions (verwendetes Ellenmaß 0,525 m):
Volumen der Pyramide des Neferirkare (Nr.11) ist 1/3 x140 x 200^2 = 5 600 000/3 E^3 (270 112,5 m^3). Wenn die Basislänge (200 E) durch 3 geteilt wird, setzt sie sich aus 200/3 = $66\,{}^{2}/_{3}$ Pyramidionbasislängen à 3 Ellen zusammen. Um die zugehörige Stufenhöhe zu erhalten, ist die Gesamthöhe der Pyramide durch $66\,{}^{2}/_{3}$ zu teilen (140 E /$66\,{}^{2}/_{3}$ = $2\,{}^{1}/_{10}$ E).
Das gesuchte Pyramidion hat nun eine Basislänge von 3 Ellen oder **21 Handbreit** (1,575 m).
Seine Höhe ist $2\,{}^{1}/_{10}$ Ellen oder **$14\,{}^{7}/_{10}$ Handbreit** (1,1025 m).
Sein Rücksprung ist „Höhe, geteilt durch die Basishälfte" ($2\,{}^{1}/_{10}$ E)/(3/2 E) = 7/5.
Der Böschungswinkel ist: arctg (7/5) = 54,46°.
Das Volumen des Pyramidions ist allgemein „1/3 Höhe x Basislänge²".
Das Volumen des Neferirkare-Pyramidions ist: 1/3 x ($2\,{}^{1}/_{10}$) x 3^2 = $6\,{}^{3}/_{10}$ E^3.
Das Volumen einer Pyramide, altägyptisch berechnet, ist: „Pyramidioninhalt x Stufenzahl³".
Volumen der Neferirkare-Pyramide: $6\,{}^{3}/_{10}$ x $(66\,{}^{2}/_{3})^3$ = 5 600 000/3 E^3 (270 112,5 m^3).

Pyramidion der NEFERIRKARE-PRAMIDE (Ellenmaß 0,525 m) Rücksprung = (Höhe/(Basishälfte)

Maße in Ellen	($2\,{}^{1}/_{10}$)/(3/2)	= 7/5
in Handbreit	($14\,{}^{7}/_{10}$)/($10\,{}^{1}/_{2}$)	= 7/5
in Meter	(1,1025)/(1,575/2)	= 7/5

Höhe $2\,{}^{1}/_{10}$ E, **$14\,{}^{7}/_{10}$ H**, (1,1025 m)



Böschungslänge 1,35 m

Böschungswinkel
arctg (7/5) = 54,46°

Basislänge 3 E, **21 H**, (1,575 m)

Ergebnis: Der Rücksprung Neferirkares ist der Klang des Tritonus (8/7 x 10/9 x $(21/20)^2$ = 7:5 mit dem Intervall (C-fis⁻) in der antiken Tonart DIATONON MALAKON (8/7 x 10/9 x 21/20 = 4/3), die Ptolemaios aus Alexandria überliefert. Ein Rechteck mit 7 Einheiten Höhe und 5 Einheiten Breite ist das Format eines Tritonus (7:5). Wenn die Höhe einer Pyramidenstufe eine Elle (= 7 Handbreit) ist, bildet die Diagonale in diesem Rechteck zusammen mit der Basis des Seked (7/(7/5 = 5 H) die Proportion eines Tritonus 7H/5H = 7:5.

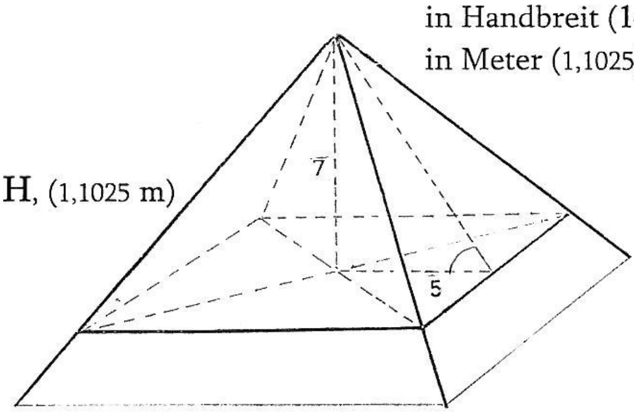
Solmisiert man Einzeltöne nach Ptolemaios' Einteilung der Quarte (4:3) und nimmt als Grundton die Basishälfte statt der 100 Ellen in Hertz (100 Hz) an, so hört man – do, re, mi, fa, fa# - die Tonfolge (C d, e^+, f, fis). C = (100 Hz) x 8/7 = d ($114\,{}^{2}/_{7}$ Hz) x 10/9 = e^+ ($126\,{}^{62}/_{63}$ Hz) x 21/20 = f ($133\,{}^{1}/_{3}$ Hz) x 21/20 = fis (140 Hz). Den Tritonus (140 Hz / 100 Hz = 7:5) sieht man in dem Winkel arctg 7/5) = 54,46° und hörte ihn in der Antike architektonisch nicht als Dissonanz.

Berechnung des Pyramidions der Dublette Amenemhet I. & II. (Ellenmaß 0,525 m):

Volumen der Pyramide des Amenemhet I.& II. (Nr.20, 22) ist 1/3 x 112 x 160^2 = 2 867 200/3 E^3 (138 297,6 m^3). Wenn die Basislänge (160 E) durch 3 geteilt wird, setzt sie sich aus 160/3 = 53 $^1/_3$ Pyramidionbasislängen à 3 Ellen zusammen. Um die zugehörige Stufenhöhe zu erhalten, ist die Gesamthöhe der Pyramide durch 53 $^1/_3$ zu teilen (112 E /53 $^1/_3$ = 2 $^1/_{10}$ E).
Das gesuchte Pyramidion hat nun eine Basislänge von 3 Ellen oder **21 Handbreit** (1,575 m).
Seine Höhe ist 2$^1/_{10}$ Ellen oder **14 $^7/_{10}$ Handbreit** (1,1025 m).
Sein Rücksprung ist „Höhe, geteilt durch die Basishälfte" (2 $^1/_{10}$ E)/(3/2 E) = 7/5.
Der Böschungswinkel ist: arctg (7/5) = 54,46°.
Das Volumen des Pyramidions ist allgemein „1/3 Höhe x Basislänge²".
Volumen der Amenemhet I.& II.- Pyramidions ist: 1/3 x (2 $^1/_{10}$) x 3^2 = 6 $^3/_{10}$ E^3.
Das Volumen einer Pyramide, altägyptisch berechnet, ist: „Pyramidioninhalt x Stufenzahl³".
Volumen Amenemhets I.& II.: $Vol_{pyramide}$ = 6 $^3/_{10}$ x (53 $^1/_3$)^3 =2 867 200/3 E^3 (138 297,6 m^3).

Pyramidion der AMENEMHET **I.& II.**-PYRAMIDE (0.525 m) Rücksprung = (Höhe/(Basishälfte)
Maße in Ellen (2 $^1/_{10}$)/(3/2) = 7/5
in Handbreit (14 $^7/_{10}$)/(10 $^1/_2$) = 7/5
in Meter (1,1025)/(1,575/2) = 7/5

Höhe 2 $^1/_{10}$ E, **14 $^7/_{10}$ H**, (1,1025 m)



Böschungslänge 1,35 m

Böschungswinkel arctg (7/5) = 54,46°

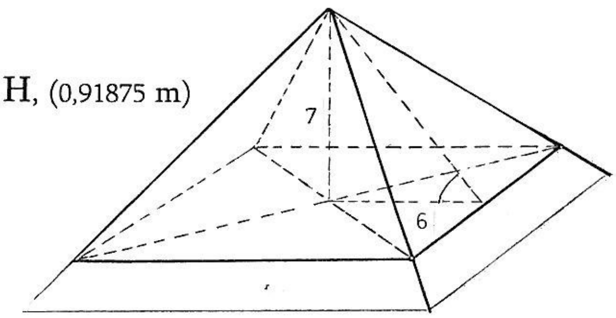
Basislänge 3 E, **21 H**, (1,575 m)

Ergebnis: Der Rücksprung Amenemhets I. & II. ist der Klang des Tritonus (8/7 x 10/9 x $(21/20)^2$ = 7:5 mit dem Intervall (C-fis⁻) in der antiken Tonart DIATONON MALAKON (8/7x10/9 x 21/20 = 4/3), die Ptolemaios aus Alexandria überliefert. Ein Rechteck mit 7 Einheiten Höhe und 5 Einheiten Breite ist das Format eines Tritonus (7:5). Wenn die Höhe einer Pyramidenstufe eine Elle (= 7 Handbreit) war, bildet die Diagonale in diesem Rechteck zusammen mit der Basis des **Seked** (7/(7/5 = 5 H) die Proportion eines Tritonus 7H/5H = 7:5.
Solmisiert man Einzeltöne nach Ptolemaios' Einteilung der Quarte (4:3) und nimmt als Grundton die Basishälfte statt der 100 Ellen in Hertz (100 Hz) an, so hört man – do, re, mi, fa, fa# - die Tonfolge (C, d, e^+, f, fis). C = (100 Hz) x 8/7 = d (114 $^2/_7$ Hz) x 10/9 = e^+ (126 $^{62}/_{63}$ Hz) x 21/20 = f (133 $^1/_3$ Hz) x 21/20 = fis (140 Hz). Den Tritonus (140 Hz / 100 Hz = 7:5) sieht man in dem Winkel arctg 7/5) = 54,46° und hörte ihn in der Antike architektonisch nicht als Dissonanz.

Berechnung des Pyramidions der Sesostris I. & III. Pyramiden (verw. Ellenmaß 0,525 m):
Volumen der Pyramide des Sesostris I. (Nr. 21, 24) ist $1/3 \times (116\ 2/3) \times 200^2 = 14\ 000\ 000/9$ E^3 (225 093,75 m^3). Wenn die Basislänge (200 E) durch 3 geteilt wird, setzt sie sich aus $200/3 = 66\ ^2/_3$ Pyramidionbasislängen à 3 Ellen zusammen. Um die zugehörige Stufenhöhe zu erhalten, ist die Gesamthöhe der Pyramide durch $66\ ^2/_3$ zu teilen ($116\ ^2/_3 / 66\ ^2/_3 = ^7/_4$ E).
Das gesuchte Pyramidion hat nun eine Basislänge von 3 Ellen oder **21 Handbreit** (1,575 m).
Seine Höhe ist $^7/_4$ Ellen oder **$12\ ^1/_4$ Handbreit** ($^{147}/_{160}$ m).
Sein Rücksprung ist „Höhe, geteilt durch die Basishälfte" ($^7/_4$ E)/($^3/_2$ E) = 7/6.
Der Böschungswinkel ist: arctg (7/6) = 49,4°.
Das Volumen des Pyramidions ist allgemein „1/3 Höhe x Basislänge²".
Volumen des Sesostris I. und III.-Pyramidions ist: $1/3 \times (^7/_4) \times 3^2 = 5\ ^1/_4 E^3$.
Das Volumen einer Pyramide, altägyptisch berechnet, ist: „Pyramidioninhalt x Stufenzahl³".
Volumen Sesostris I. und III.: $Vol_{pyramide} = 5\ ^1/_4 \times (66\ ^2/_3)^3 = 14\ 000\ 000/9\ E^3$ (225 093,75 m^3).

Pyramidion der SESOSTRIS **I. & III.**-PYRAMIDEN (0.525 m) Rücksprung = (Höhe/(Basishälfte)
Maße in Ellen ($^7/_4$)/(3/2) = 7/6
in Handbreit ($12\ ^1/_4$)/($10\ ^1/_2$) = 7/6
in Meter (147/160)/(1,575/2) = 7/6

Höhe $^7/_4$ E, **$12\ ^1/_4$ H**, (0,91875 m)



Böschungslänge 1,21 m

Böschungswinkel
arctg (7/6 = 49,4°

Basislänge 3 E, **21 H**, (1,575 m)

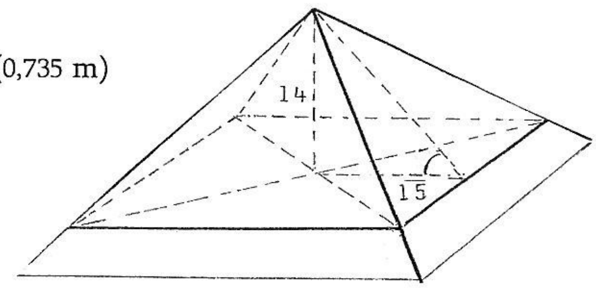
Ergebnis: Der Rücksprung der Pyramiden Sesostris I. & III. ist der Klang einer Kleinstterz ($9/8 \times 28/27 = 7/6$) in der antiken Tonart mit dem Intervall (C-es⁻) des Archytas DIATONON ($9/8 \times 8/7 \times 28/27 = 4/3$), die Ptolemaios aus Alexandria und Boëthius mit Hinweis auf Platons Freund Archytas von Tarent überliefert. Ein Rechteck mit 7 Einheiten Höhe und 6 Einheiten Breite ergibt das Format einer Kleinstterz (7:6). Wenn die Höhe einer Pyramidenstufe eine Elle (= 7 Handbreit) ist, bildet die Diagonale in diesem Rechteck zusammen mit der Basis des **Seked** (7/(7/6 = 6 H) die Proportion einer Kleinstterz 7H/6H = 7:6.
Solmisiert man Einzeltöne nach Archytas' Einteilung der Quarte (4:3) und nimmt als Grundton die Basishälfte statt der 100 Ellen in Hertz (100 Hz) an, so hört man – do, re, re#, - die Tonfolge (C, d, d#: C = (100 Hz) x 9/8 = d ($112\ ^1/_2$ Hz) x 28/27 = d# ($116\ ^2/_3$ Hz). Die Kleinstterz (100 Hz / **$116\ ^2/_3$** Hz = 7:6) sieht man in dem Winkel arctg (7/6) = 49,4° und hört ihn in der Naturtonreihe.

Berechnung des Pyramidions der Sesostris II.- Pyramide (verw. Ellenmaß 0,525 m):
Volumen der Pyramide des Sesostris I. (Nr. 23) ist 1/3 x (93 1/3) x 200^2 = 11 200 000/9 E^3 (180 075 m^3). Wenn die Basislänge (200 E) durch 3 geteilt wird, setzt sie sich aus 200/3 = 66 $^2/_3$ Pyramidionbasislängen à 3 Ellen zusammen. Um die zugehörige Stufenhöhe zu erhalten, ist die Gesamthöhe der Pyramide durch 66 $^2/_3$ zu teilen (93$^1/_3$)/(66 $^2/_3$) = $^7/_5$ E.
Das gesuchte Pyramidion hat nun eine Basislänge von 3 Ellen oder **21 Handbreit** (1,575 m).
Seine Höhe ist $^7/_5$ Ellen oder **9 $^4/_5$ Handbreit** (147/200 = 0,735 m).
Sein Rücksprung ist „Höhe, geteilt durch die Basishälfte" ($^7/_5$ E)/($^3/_2$ E) = 14/15.
Der Böschungswinkel ist: arctg (14/15) = 43,02°.
Das Volumen des Pyramidions ist allgemein „1/3 Höhe x Basislänge^2".
Volumen des Sesostris II.-Pyramidions ist: 1/3 x ($^7/_5$) x 3^2 = 4 $^1/_5$ E^3.
Das Volumen einer Pyramide, altägyptisch berechnet, ist: „Pyramidioninhalt x Stufenzahl^3".
Volumen Sesostris II.: 4 $^1/_5$ x (66 $^2/_3$)^3 = 11 200 000/9 E^3 (180 075 m^3).

Pyramidion der SESOSTRIS II.-PYRAMIDE (0.525 m)

Rücksprung = (Höhe/(Basishälfte)
Maße in Ellen ($^7/_5$)/(3/2) = $^{14}/_{15}$
in Handbreit (9 $^4/_5$)/(10 $^1/_2$) = $^{14}/_{15}$
in Meter (147/200)/(1,575/2) = $^{14}/_{15}$

Höhe $^7/_5$ E, **9 $^4/_5$ H**, (0,735 m)



Böschungslänge 1,08 m

Böschungswinkel
arctg (14/15) = 43,02°

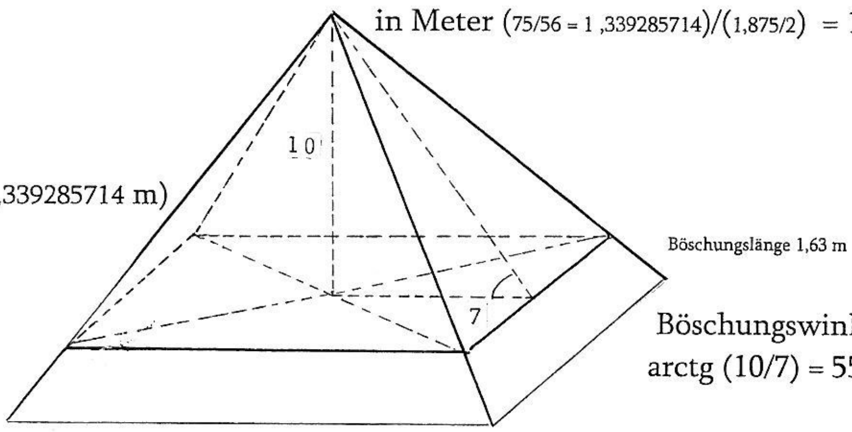
Basislänge 3 E, **21 H**, (1,575 m)

Ergebnis: Der Rücksprung der Pyramiden Sesostris II. ist der Klang eines unterteiligen kleinen Halbtons 16/15 x 7/8 = 14/15) in der antiken Tonart Diatonon des Archytas (9/8 x 8/7 x 28/27= 4/3) mit dem Intervall (H-C), die Ptolemaios aus Alexandria und Boëthius mit Hinweis auf Platons Freund Archytas von Tarent überliefern. Ein Rechteck mit 14 Einheiten Höhe und 15 Einheiten Breite ergibt das Format eines unterteiligen Halbtons (14:15). Wenn die Höhe einer Pyramidenstufe eine Elle (= 7 Handbreit) ist, bildet die Diagonale in diesem Rechteck zusammen mit der Basis des **Seked** (7/(14/15 = 7 1/2) die Proportion eines unterteiligen Halbtons 7H/(7 ½)H = 14:15.
Solmisiert man Einzeltöne nach Archytas' Einteilung der Quarte (4:3) und nimmt als Grundton die Basishälfte statt der 100 Ellen in Hertz (100 Hz) an, so hört man – li, do - die Tonfolge (H-C): C = (100 Hz) x 14/15 = H (93 $^1/_3$ Hz). Das Intervall des unterteiligen Halbton(93 $^1/_3$ Hz / 100 Hz = 14:15) sieht man in dem Diagonalenwinkel arctg (14/15) = 43,02° und hört ihn in der Tonleiter des Archytas.

Berechnung des Pyramidions der Dublette Chendjer & Mazhguna-Süd (0,525 m):
Die Volumina der Dubletten (Nr.27, 29) sind 1/3 x (71 $^3/_7$) x 100^2 = 5 x 10^6 /21 E^3 (34 453,125 m^3). Wenn die Basislänge (100 E) durch 3 $^4/_7$ geteilt wird, setzt sie sich aus 100/(3 $^4/_7$) = 28 Pyramidionbasislängen à 3 $^4/_7$ Ellen zusammen. Um die zugehörige Stufenhöhe zu erhalten, ist die Gesamthöhe der Pyramide durch 28 zu teilen (71 $^3/_7$ E /28 = $^{125}/_{49}$ E).
Das gesuchte Pyramidion hat nun eine Basislänge von 3 $^4/_7$ Ellen oder **25 Handbreit** (1,875 m) .
Seine Höhe ist 125/49 Ellen oder **17 $^6/_7$ Handbreit** (1,339285714 m).
Sein Rücksprung ist „Höhe, geteilt durch die Basishälfte" ($^{125}/_{49}$) E/(1 $^{11}/_{14}$) E) = 10/7.
Der Böschungswinkel ist: arctg (10/7) = 55°.
Das Volumen des Pyramidions ist allgemein „1/3 Höhe x Basislänge²".
Volumina der Chendjer & Mazghuna-Pyramidions: 1/3 x ($^{125}/_{49}$) x (3 $^4/_7$)^2 = $^{78125}/_{7203}$ E^3.
Das Volumen einer Pyramide, altägyptisch berechnet, ist: „Pyramidioninhalt x Stufenzahl³".
Volumina Chendjer & Mazghuna-Pyramiden: $^{78125}/_{7203}$ x 28^3 = 5 000 000/21 E^3 (34 453,125 m^3).

Pyramidion CHENDJER & MAZGHUNA-PRAMIDE (0.525 m) Rücksprung = (Höhe/(Basishälfte)
Maße in Ellen ($^{125}/_{49}$)/(1 $^{11}/_{14}$) = 10/7
in Handbreit (17 $^6/_7$)/(12 $^1/_2$) = 10/7
in Meter (75/56 = 1 ,339285714)/(1,875/2) = 10/7

Höhe $^{125}/_{49}$ E, 17 $^6/_7$ H, (1,339285714 m)



Böschungswinkel
arctg (10/7) = 55°

Basislänge 3$^4/_7$ E, 25 H, (1,875 m)

Ergebnis: Der Rücksprung Chendjer & Mazghuna-Süd ist der Klang eines großen Tritonus (10:7) mit dem Intervall (C-ges⁺) in der antiken Tonart DIATONON MALAKON (8/7 x 10/9 x 21/20 = 4/3), die Ptolemaios aus Alexandria überliefert. Aus dem Rechteck mit 10 Einheiten Höhe und 7 Einheiten Breite entsteht ein Format aus drei Ganztönen (*Tritonos*). Wenn die Höhe einer Pyramidenstufe eine Elle (= 7 Handbreit) ist, bildet die Diagonale in diesem Rechteck zusammen mit der Basis des **Seked** (4 $^9/_{10}$ H) die Proportion eines Tritonus 7H/(4 $^9/_{10}$)H = 10:7. Solmisiert man die drei Töne nach Ptolemaios' und nimmt also Grundton die Basishälfte (50 E) Chendjer und Mazghuna-Süd in Hertz (50 Hz), so hört man - do, re, mi, fa, fa# die Tonfolge C, d, e^+, f, ges^+) und in ihr die drei Töne des Tritonus (C, e^+, ges^+), nämlich. C = (50 Hz) x 8/7 = d (57 $^1/_7$ Hz) x 10/9 = e^+ (63 $^{31}/_{63}$ Hz) x 21/20 = f (66$^2/_3$ Hz) x 15/14 = ges^+ (71 $^3/_7$ Hz). Den großen Tritonus (71 $^3/_7$ Hz / 50 Hz = 10:7) sieht man in der Neigung arctg (10/7) = 55° und hört sie.

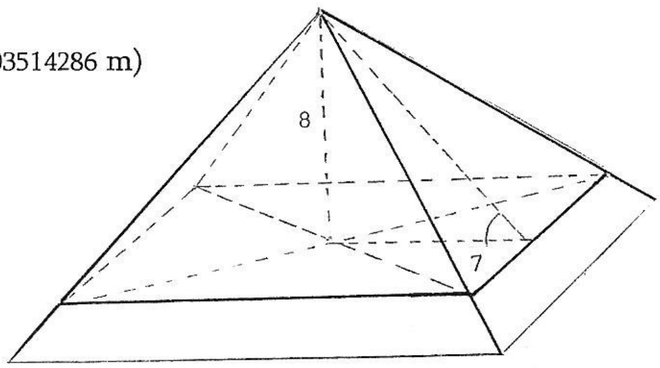
Der Halbton 15/14 = 1,071428571 ist um den Oberton $^{50}/_{49}$ größer als der Halbton 21/20 = 1,05, nämlich (21/20) x ($^{50}/_{49}$) = 1,071428571. Es ist der Unterschied zwischen dem großen und kleinen Tritonus. Ein geschultes Ohr hört auch ihn. 107 Hz schwingen 2 Hz höher als 105 Hz.

Berechnung des Pyramidions (verwendetes Ellenmaß <u>0,5075 m</u>):
Das Volumen der Pyramide Amenemhet III.B (Nr. 26) ist $1/3 \times (114\,{}^{2}/_{7}) \times 200^2 = 32 \times 10^6/21\ E^3$ ($199\,176\,{}^{5}/_{6}\ m^3$). Wenn die Basislänge (200 E) durch $3\,{}^{4}/_{7}$ geteilt wird, setzt sie sich aus $200/(3\,{}^{4}/_{7}) = 56$ Pyramidionbasislängen à $3\,{}^{4}/_{7}$ Ellen zusammen. Um die zugehörige Stufenhöhe zu erhalten, ist die Gesamthöhe der Pyramide durch 56 zu teilen ($114\,{}^{2}/_{7}\ E/56 = {}^{100}/_{49}\ E$).
Das gesuchte Pyramidion hat nun eine Basislänge von $3\,{}^{4}/_{7}$ Ellen oder **25 Handbreit** (1,8125 m) .
Seine Höhe ist ${}^{100}/_{49}$ Ellen oder **$14\,{}^{2}/_{7}$ Handbreit** ($1\,{}^{1}/_{28}$ m =1, 035714286 m).
Sein Rücksprung ist „Höhe, geteilt durch die Basishälfte“ $({}^{100}/_{49})\ E / (1\,{}^{11}/_{14})\ E) = 8/7$.
Der Böschungswinkel ist: arctg (8/7) = 48,81°.
Das Volumen des Pyramidions ist allgemein „1/3 Höhe x Basislänge²“.
Volumen des Amenemhet III.B-Pyramidions: $1/3 \times ({}^{100}/_{49}) \times (3\,{}^{4}/_{7})^2 = {}^{62500}/_{7203}\ E^3$.
Das Volumen einer Pyramide, altägyptisch berechnet, ist: „Pyramidioninhalt x Stufenzahl³“.
Volumen Amenemhets III.B: $Vol_{pyramide} = ({}^{62500}/_{7203}) \times 56^3 = 32\,000\,000/21\ E^3$ ($199\,176\,{}^{5}/_{6}\ m^3$).

<u>Pyramidion AMENEMHET III. (Hawara)</u> (<u>0,5075 m</u>)

Rücksprung = (Höhe/(Basishälfte)
Maße in Ellen $({}^{100}/_{49})/(1\,{}^{11}/_{14}) = 8/7$
in Handbreit $(14\,{}^{2}/_{7})/(12\,{}^{1}/_{2}) = 8/7$
in Meter (1 1/28)/(1,8125/2) = 8/7

Höhe ${}^{100}/_{49}$ E, **$14\,{}^{2}/_{7}$ H**, (1,03514286 m)



Böschungswinkel
arctg (8/7) = 48,81°

Basislänge $3\,{}^{4}/_{7}$ E, **25 H**, (1,8125 m)

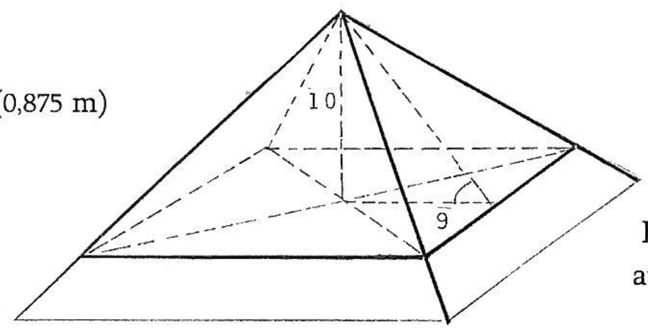
Ergebnis: Pyramidenrücksprung Amenemhet III. B ist der Klang eines übergroßen Ganztons (8:7) mit dem Intervall (C) in der antiken Tonart DIATONON MALAKON ($8/7 \times 10/9 \times 21/20 = 4/3$), die Ptolemaios aus Alexandria überliefert. Aus dem Rechteck mit 8 Einheiten Höhe und 7 Einheiten Breite entsteht ein Format eines Ganztons. Wenn die Höhe einer Pyramidenstufe eine Elle (= 7 Handbreit) ist, bildet die Diagonale in diesem Rechteck zusammen mit der Basis des **Seked** ($6\,{}^{1}/_{8}$ H) die Proportion dieses Ganztons $7\ H/(6\,{}^{1}/_{8})H = 8:7$.
Solmisiert man Töne nach Ptolemaios’ und nimmt als Grundton die Basishälfte (100 E) und Hertz (100 Hz), so hört man – do, re-. C = (100 Hz) x 8/7 = $114\,{}^{2}/_{7}$. Den übergroßen Ganzton ($114\,{}^{2}/_{7}$ Hz/100 Hz = 8:7) sieht man in der flachen Pyramidenneigung arctg (8/7) = 48,81° und hört sie.

Berechnung des Pyramidions (verwendetes Ellenmaß 0,525 m):
Volumen der Knickpyramide (Nr. 2) ist 1/3 x 200 x 360^2 = 8 640 000 E^3 (1 250 235 m^3). Wenn die Basislänge (360 E) durch 3 geteilt wird, setzt sie sich aus 360/3 = 120 Pyramidionbasislängen à 3 Ellen zusammen. Um die zugehörige Stufenhöhe zu erhalten, ist die Gesamthöhe der Pyramide durch 120 zu teilen (200 E /120 = $^5/_3$ E).
Das gesuchte Pyramidion hat nun eine Basislänge von 3 Ellen oder **21 Handbreit** (1,575 m).
Seine Höhe ist $^5/_3$ Ellen oder **11 $^2/_3$ Handbreit** ($^7/_8$ m = 0,875 m).
Sein Rücksprung ist „Höhe, geteilt durch die Basishälfte" ($^5/_3$) E/($^3/_2$) E = **10/9**.
Der Böschungswinkel ist: arctg (10/9) = 48,01°.
Das Volumen des Pyramidions ist allgemein „1/3 Höhe x Basislänge^2".
Volumen des Knickpyramiden-Pyramidions: 1/3 x ($^5/_3$) x 3^2 = 5 E^3.
Das Volumen einer Pyramide, altägyptisch berechnet, ist: „Pyramidioninhalt x Stufenzahl^3".
Volumen der Knickpyramide: $Vol_{pyramide}$ = 5 x 120^3 = 8 640 000 E^3 (1 250 235 m^3).

<u>Pyramidion der KNICKPYRAMIDE</u> (Ellenmaß 0.525 m)

Rücksprung = (Höhe/(Basishälfte)
Maße in Ellen ($^5/_3$)/($^3/_2$) = 10/9
in Handbreit (11 $^2/_3$)/(10 $^1/_2$) = 10/9
in Meter (7/8)/(1,575/2) = 10/9

Höhe $^5/_3$ E, **11 $^2/_3$ H**, (0,875 m)



Böschungslänge 1,18 m

Böschungswinkel
arctg (10/9) = 48,01°

Basislänge 3 E, **21 H**, (1,575 m)

Ergebnis: Rücksprung der Knickpyramide ist der Klang des kleineren Ganztons (10:9) mit dem Intervall (d) in der antiken Tonart DIATONON MALAKON (8/7 x 10/9 x 21/20 = 4/3), die Ptolemaios aus Alexandria überliefert. Aus dem Rechteck mit 10 Einheiten Höhe und 9 Einheiten Breite entsteht ein Format eines Ganztons. Wenn die Höhe einer Pyramidenstufe eine Elle (= 7 Handbreit) ist, bildet die Diagonale in diesem Rechteck zusammen mit der Basis des **Seked** (6 $^3/_{10}$ H) die Proportion eines kleinen Ganztons 7H/(6 $^3/_{10}$)H = 10:9.

Solmisiert man Töne nach Ptolemaios' und nimmt als Grundton die Basishälfte (180 E) und in Hertz (180 Hz), so hört man – do,re,-. C = (180 Hz) x 10/9 = 200 Hz . Den kleineren Ganzton (200 Hz/180 Hz =10/9) sieht man in der Neigung arctg (10/9) = 48,01° und hört sie.

Berechnung des Pyramidions (verwendetes Ellenmaß 0,525 m):

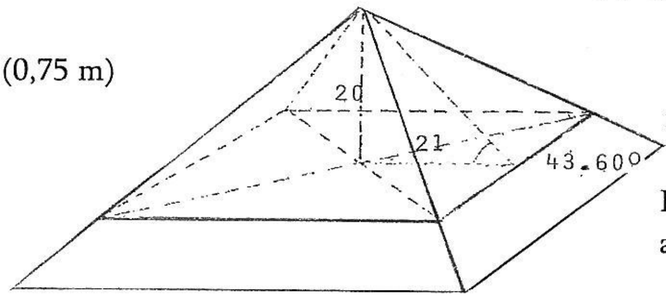
Das Gesamtvolumen Königsgrab (B) (Nr. 6) ist $100/3 \times 210^2 = 1\,470\,000$ E^3 (212 713,5938 m^3). Wenn die Basislänge (210 E) durch 3 geteilt wird, setzt sie sich aus 210/3 = 70 Pyramidionbasislängen à 3 Ellen zusammen. Um die zugehörige Stufenhöhe zu erhalten, ist die Gesamthöhe der Pyramide durch 70 zu teilen (100 E / 70 = $1^3/_7$ E).
Das gesuchte Pyramidion hat nun eine Basislänge von 3 Ellen oder **21 Handbreit** (1,575 m).
Seine Höhe ist $1\ ^3/_7$ Ellen oder **10 Handbreit** (0,75 m).
Sein Rücksprung ist „Höhe, geteilt durch die Basishälfte" ($1^3/_7$ E)/($^3/_2$ E) = 20/21.
Der Böschungswinkel ist: arctg (20/21) = 43,6°.
Das Volumen des Pyramidions ist allgemein „1/3 Höhe x Basislänge²".
Das Volumen des Königsgrabpyramidions (B) ist: $1/3 \times (1^3/_7) \times 3^2 = 4\ ^2/_7\ E^3$.
Das Volumen einer Pyramide, altägyptisch berechnet, ist: „Pyramidioninhalt x Stufenzahl³".
Das Volumen der Königsgrabpyramide ist: $4\ ^2/_7 \times (70)^3 = 1\,470\,000$ E^3 (212 713,5938 m^3).

Vom Königsgrab in Zarwiet el Arjan ist nur die Baugrube erhalten. Drei ursprünglich geplante Rücksprünge sind möglich: Version A (80/63), Version B (20/21), Version C (4/3).

Pyramidion des KÖNIGSGRABS (B)

Rücksprung = (Höhe/(Basishälfte)
Maße in Ellen ($1\ ^3/_7$)/(3/2) = 20/21
in Handbreit (10)/(10 $^1/_2$) = 20/21
in Meter (0,75)/(1,575/2) = 20/21

Höhe $1\ ^3/_7$ E, **10 H**, (0,75 m)



Böschungslänge 1,09 m

Böschungswinkel
arctg ($^{20}/_{21}$) = 43,60°

Basislänge 3 E, **21 H**, (1,575 m)

Ergebnis: Ein Rücksprung des Königgrabs (B) ist der Klang des unterteiligen Halbtons ($^{20}/_{21}$) mit dem Intervall (H-C) in der antiken Tonart DIATONON MALAKON (8/7x10/9 x 21/20 = 4/3), die Ptolemaios aus Alexandria überliefert. Ein Rechteck mit 20 Einheiten Höhe und 21 Einheiten Breite galt in der mittelalterlichen Buchbinderkunst als Format eines Halbtons (*semitonos*). Wenn die Höhe einer Pyramidenstufe eine Elle (= 7 Handbreit) war, bildet die Diagonale in diesem Rechteck zusammen mit der Basis des **Seked** (7/(20/21) = 7 7/20 H) die Proportion eines unterteiligen Halbtons 7H/(7 $^7/_{20}$) H = 20/21.
Solmisiert man Einzeltöne nach Ptolemaios' Einteilung der Quarte (4:3) und nimmt als Grundton die Basishälfte statt der 70 Ellen in Hertz (70 Hz) an, so hört man – li, do - die Tonfolge (C-H): = (70 Hz) x 20/21 = H (66 $^2/_3$ Hz). Den unterteiligen Halbton (66 $^2/_3$ Hz/ 70 Hz) = 20:21) sieht man in der Neigung arctg ($^{20}/_{21}$) = 43,60° und hört ihn aus der flachen Neigung.

Berechnung des Pyramidions (verwendetes Ellenmaß 0,5275 m):

Das Volumen der Pyramide Mykerinus(Nr. 8) ist $125/3 \times 200^2 = 5 \times 10^6/3$ E^3 (244 633,6198 m^3). Wenn die Basislänge (200 E) durch 3 geteilt wird, setzt sie sich aus $200/3 = 66\ ^2/_3$ Pyramidionbasislängen à 3 Ellen zusammen. Um die zugehörige Stufenhöhe zu erhalten, ist die Gesamthöhe der Pyramide durch $66\ ^2/_3$ zu teilen $125 / (66\ ^2/_3) = 1\ ^7/_8$ E.

Das gesuchte Pyramidion hat nun eine Basislänge von 3 Ellen oder **21 Handbreit** (1,5825 m).

Seine Höhe ist $1\ ^7/_8$ Ellen oder **13 $^1/_8$ Handbreit** (0,9890625 m).

Sein Rücksprung ist „Höhe, geteilt durch die Basishälfte“ $(1^7/_8)/(3/2\ E) = 5/4$.

Der Böschungswinkel ist: arctg $(5/4) = 51{,}34°$.

Das Volumen des Pyramidions ist allgemein „1/3 Höhe x Basislänge²“.

Das Volumen des Mykerinuspyramidions ist: $1/3 \times 1\ ^7/_8 \times 3^2 = 5\ ^5/_8$ E^3.

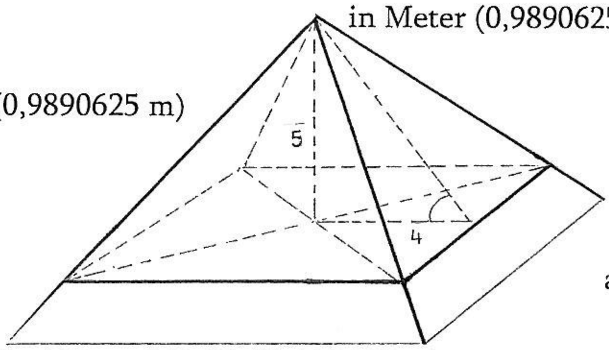
Das Volumen einer Pyramide, altägyptisch berechnet, ist: „Pyramidioninhalt x Stufenzahl³“.

Das Volumen der Mykerinuspyramide: $= (5\ ^5/_8) \times (66\ ^2/_3)^3 = 5\,000\,000/3$ E^3 (244 633,6198 m^3).

Pyramidion der MYKERINUS-PYRAMIDE

Rücksprung = (Höhe/(Basishälfte)
Maße in Ellen $(1^7/_8)/(3/2) = 5/4$
in Handbreit $(13\ ^1/_8)/(10\ ^1/_2) = 5/4$
in Meter $(0{,}9890625)/(0{,}79125) = 5/4$

Höhe $1^7/_8$ E, **13 $^1/_8$ H**, (0,9890625 m)



Böschungslänge 1,27 m

Böschungswinkel
arctg $(5/4) = 51{,}34°$

Basislänge 3 E, **21 H**, (1,5825 m)

Ergebnis: Der Rücksprung der Mykerinuspyramide ist der Klang der reinen Terz (5:4) mit dem Intervall (C-f) in der antiken Tonart DIATONON SYNTONON $(10/9 \times 9/8 \times 16/15 = 4/3)$, die Ptolemaios aus Alexandria überliefert. Ein Rechteck mit 5 Einheiten Höhe und 4 Einheiten Breite galt in der mittelalterlichen Buchbinderkunst als Terzformat. Wenn die Höhe einer Pyramidenstufe eine Elle (= 7 Handbreit) ist, bildet die Diagonale in diesem Rechteck zusammen mit der Basis des **Seked** ($5^3/_5$ H) die Proportion einer reinen Terz $7H/(5\ ^3/_5)H = 5:4$.

Solmisiert man Einzeltöne nach Ptolemaios' Einteilung der Terz (5/4) und nimmt als Grundton die Basishälfte statt der 100 Ellen in Hertz (100 Hz) an, so hört man - do, re, mi, - die Tonfolge (C,d,e) und harmonisch die Terz C-e: $= (100\ Hz) \times 10/9 = d\ (111\ ^1/_9\ Hz) \times 9/8 = e\ (125\ Hz)$. Die Terz (125 Hz / 100 Hz = 5:4) sieht man in dem Winkel der Böschungsneigung, arctg $(5/4) = 51{,}34°$, und hört ihren Klang.

Berechnung des Pyramidions (verwendetes Ellenmaß 0,525 m):

Volumen der Pyramide des Niuserre (Nr.12) ist $1/3 \times (95\ ^{23}/_{224}) \times (150\ ^{2}/_{7})^2 = 715\ 989{,}8965\ E^3$ ($103\ 605{,}9755\ m^3$). Wenn die Basislänge ($150\ ^{2}/_{7}$ E) durch ($3\ ^{3}/_{7}$) geteilt wird, setzt sie sich aus ($150\ ^{2}/_{7}$)/($3\ ^{3}/_{7}$) = $43\ ^{5}/_{6}$ Pyramidionbasislängen à $3\ ^{3}/_{7}$ Ellen zusammen. Um die zugehörige Stufenhöhe zu erhalten, ist die Gesamthöhe der Pyramide durch $43\ ^{5}/_{6}$ zu teilen ($95\ ^{23}/_{224}$)/($43\ ^{5}/_{6}$) = $^{243}/_{112}$ E).

Das gesuchte Pyramidion hat nun eine Basislänge von $3\ ^{3}/_{7}$ Ellen oder **24 Handbreit** (1,8 m).

Seine Höhe ist $^{243}/_{112}$ Ellen oder **$15\ ^{3}/_{16}$ Handbreit** (1,1390625 m).

Sein Rücksprung ist „Höhe, geteilt durch die Basishälfte“ ($^{243}/_{112}$)/($1\ ^{5}/_{7}$) = 81/64

Der Böschungswinkel ist: arctg (81/64) = 51,69°.

Das Volumen des Pyramidions ist allgemein „1/3 Höhe x Basislänge²“.

Das Volumen des Pyramidons des Niuserre ist: $= 1/3 \times {}^{243}/_{112} \times (3\ ^{3}/_{7})^2 = {}^{2916}/_{343}\ E^3$.

Das Volumen einer Pyramide, altägyptisch berechnet, ist: „Pyramidioninhalt x Stufenzahl³“.

Das Volumen der Niuserre-Pyramide: $= {}^{2916}/_{343} \times (43\ ^{5}/_{6})^3 = 715\ 989{,}8965\ E^3$ ($103\ 605{,}9755\ m^3$).

Pyramidion der NIUSERRE-PYRAMIDE

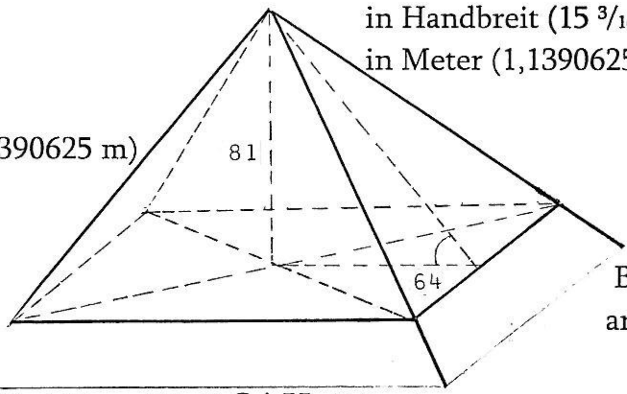
Rücksprung = (Höhe/(Basishälfte)

Maße in E ($^{243}/_{112}$)/($1\ ^{5}/_{7}$) = 81/64

in Handbreit ($15\ ^{3}/_{16}$)/(12) = 81/64

in Meter (1,1390625)/(0,9) = 81/64

Höhe ($^{243}/_{112}$) E, $15\ ^{3}/_{16}$ H, (1,1390625 m)



Böschungslänge 1,66 m

Böschungswinkel arctg ($^{81}/_{64}$) = 51, 69°

Basislänge $3^{3}/_{7}$ E, **24 H**, (1,8 m)

Ergebnis: Der Rücksprung der Pyramide ist des Niuserre ist der Klang der pythagoräischen Terz (81:64) mit dem Intervall (C-f) in der antiken Tonart DIATONON DITONAION (9/8 x 9/8 x 256/243 = 4/3), die Ptolemaios aus Alexandria überliefert und die Platon im „Timaios“ 35 a ff.. „Weltseele“ nennt und in ihr „die Harmonie der Sphären“ gegründet sieht. Ein Rechteck mit (9 x 9 = 81) Einheiten Höhe und (8 x 8 = 64) Einheiten Breite galt in der mittelalterlichen Buchbinderkunst als Terzformat. (*Notabene:* In der antiken Musiktheorie finden sich zahlreiche Terzformen. In den ägyptischen Pyramidenneigungen sind allein drei Sorten verbaut, (die übergroße Terz (80/63 = 1,26984127) in fünf Pyramiden, einschließlich der Cheopspyramide, die pythagoräische Terz (81/64 = 1,265625) in der Pyramide des Niuserre und die heute noch in der reinen Stimmung gebräuchliche Terz (5/4 = 1,25) in der Pyramide des Mykerinus.) Wenn die Höhe einer Pyramidenstufe eine Elle (= 7 Handbreit) ist, bildet die Diagonale in diesem Rechteck zusammen mit der Basis des **Seked** ($5\ ^{43}/_{81}$ H) die Proportion einer pythagoräischen Terz 7H/($5\ ^{43}/_{81}$)H = 81:64.

Solmisiert man Einzeltöne nach Platons und Ptolemaios' Einteilung der Terz (81:64) und nimmt als Grundton die Basishälfte der Pyramide des Niuserre, statt der 75 $^{1}/_{7}$ Ellen in Hertz (75 $^{1}/_{7}$ Hz) an, so hört man - do, re, mi, - die Tonfolge (C,d,e) und harmonisch die Terz (C-e): C = (75 $^{1}/_{7}$ Hz) x 9/8 = d (84 $^{15}/_{28}$ Hz) x 9/8 = e (95 $^{23}/_{224}$ Hz). Die Terz (95 $^{23}/_{224}$ Hz / 75 $^{1}/_{7}$ Hz = 81:64) sieht man in dem Winkel der Böschungsneigung, arctg (81/64) = 51,69°, und hört ihren Klang.
Der korrekte Rücksprung (9/8 x 9/8 = 81/64) ist, wie gesagt, das Intervall einer großen Terz im DIATONON DITONAION, der ebenfalls heute noch in alter Musik gesungenen pythagoräischen Tonart, die Platon aus einem ägyptischen Zahlenschema im „Timaios" (35 a ff.) ableitet. S. dazu mein Buch „Der Klang der Pyramiden", S. 22. Daß Platon dieses Schema seinem Aufenthalt in Ägypten verdankt, wird durch fünf Übungsaufgaben (Nr. 41-43, 48, 50) des Papyrus Rhind (s. S. 46 f., 49) belegt. Auch hier findet sich eine Kreisfläche mit der Größe F = 64/81 D^2 und eine Annäherung an die ägyptische Zahl π = 256/81. S. dazu Literatur: Armin Wirsching („3 E 1 H / Warum es im alten Ägypten unmöglich war, einen Kreisumfang ungenau zu messen." In: „Studien zur altägyptischen Kultur (SAK)", Hrsg. Von Hartwig Altenmüller unter Mitwirkung von Nicole Kloth. (S. 304 – 307)