



UNIVERSITÄTSBIBLIOTHEK
HEIDELBERG

HEIDELBERGER AKADEMIE
DER WISSENSCHAFTEN



Heidelberger Akademie der Wissenschaften

Mathematische Abhandlungen

Autor: **Koenigsberger, Leo** (1837 – 1921)

Titel: **Über Helmholtz's Bruchstück eines Entwurfes
betitelt „Naturforscher-Rede“**

Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie der Wissenschaften,
Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse ; 1910, 14

Signatur UB Heidelberg: L 1597-10

In der Besprechung des Inhaltes einer von Helmholtz hinterlassenen kurzen Aufzeichnung, welche wahrscheinlich eine Disposition zu der auf der Wiener Naturforscher-Versammlung im Jahre 1894 beabsichtigten Rede: „Über dauernde Bewegungsformen und scheinbare Substanzen“ werden sollte, wird vor allem festgestellt, daß mathematische Irrtümer, wie sie vielfach, vermutet worden, in der Tat in dieser Aufzeichnung nicht vorhanden sind, ferner die von philosophischer Seite wenig beachtete Auffassung der scheinbaren Substanzen in Übereinstimmung mit der von Kant gebracht, endlich werden einige Bemerkungen bezüglich einer Vertiefung des Begriffes der Substanz auf Grund einer durch Einführung kinetischer Potentiale höherer Ordnung mit beliebig vielen unabhängigen Variablen erweiterten Mechanik hinzugefügt.

(Zsfassung aus: Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie der Wissenschaften / Jahresheft Juli 1910 bis Dezember 1911, S. IV)

Sitzungsberichte
der Heidelberger Akademie der Wissenschaften
Stiftung Heinrich Lanz
Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse
Jahrgang 1910. 14. Abhandlung.

Über HELMHOLTZ'S Bruchstück
eines Entwurfes
betitelt „Naturforscher-Rede“

von

Leo Koenigsberger
in Heidelberg

10 + L 1537 =

Eingegangen am 11. Juni 1910



Heidelberg 1910
Carl Winter's Universitätsbuchhandlung

Verlags-Nr. 456.

Als ich am Anfange des Jahres 1903 unmittelbar vor dem Abschluß des dritten Bandes meiner Biographie von HELMHOLTZ noch einmal dessen Schreibmappen einer genauen Durchsicht unterwarf, fand ich in einer derselben einige mit großer Sorgfalt beschriebene Quartblätter, von denen das erste die Überschrift trug: „Naturforscher-Rede“.

Es war bekannt, daß HELMHOLTZ die Absicht hatte, auf der in Wien im Jahre 1894 tagenden Naturforscherversammlung einen Vortrag zu halten „Über dauernde Bewegungsformen und scheinbare Substanzen“, und ich hatte deshalb schon früher, aber vergeblich, nach Aufzeichnungen einer Disposition zu jenem Vortrage gesucht, wie sie sich HELMHOLTZ gewöhnlich zum Zwecke öffentlicher Vorlesungen entworfen hat. Ich gab es aber endlich auf, ein darauf bezügliches Manuskript zu finden, zumal da mir von zuverlässigster Seite mitgeteilt worden, daß Helmholtz auf der Rückreise von Amerika im Oktober 1893 auf dem Schiffe Aufzeichnungen für diese Rede gemacht habe, daß aber in der großen Verwirrung, die sich bei seinem verhängnisvollen Sturze von der Schiffstreppe seiner Umgebung bemächtigte, nebst manchen andern unbrauchbar gewordenen Gegenständen wahrscheinlich auch diese Papiere ins Meer geworfen wurden, jedenfalls sich später auf dem Schiffe nichts mehr davon vorgefunden habe.

Als ich aber von jenen Quartblättern Kenntnis genommen, denen ich in der Festigkeit und Sauberkeit der Handschrift ansehen zu können glaubte, daß sie wohl erst einige Monate nach seiner Rückkehr aus Amerika geschrieben seien, nahm ich keinen Anstand, den Inhalt derselben als „in engem Zusammenhange mit jenem Thema stehend“ zu bezeichnen und in den dritten Band der Biographie aufzunehmen, ohne übrigens meiner Überzeugung noch besonders Ausdruck zu geben, daß wir es hier mit dem Anfange eines Entwurfes für die beabsichtigte Rede zu

tun haben. Weitere Aufzeichnungen, welche sich auf den in Aussicht genommenen Vortrag beziehen könnten, sind in seinem Nachlaß nicht vorhanden.

Die kurzen Ausführungen von HELMHOLTZ haben nun sowohl von mathematischer als auch von philosophischer Seite nicht die Beachtung gefunden, die ihnen meiner Ansicht nach gebührt, ja sie haben sogar zu positiven Mißverständnissen Veranlassung gegeben. Ich habe mich nun bisher nicht weiter über den Inhalt jener Aufzeichnung ausgesprochen, und auch nicht in meinen Arbeiten über die Prinzipien der Mechanik Gelegenheit genommen, näher darauf einzugehen; da ich aber wiederholt von denselben Mißverständnissen der mathematischen Betrachtungen Kenntnis erhalten, ferner aber auch aus einigen neueren philosophischen Schriften ersehen mußte, daß der rein philosophische Grundgedanke der HELMHOLTZ'schen Notiz nicht gehörig gewürdigt wird, so kann ich es doch nicht länger unterlassen, mich in einigen Zeilen über dieselbe auszusprechen.

Zunächst wird ihm von mathematischer Seite bis heute immer wieder ein Irrtum vorgeworfen, den man freilich nicht schwer nimmt, aber doch im höchsten Grade auffällig findet.

HELMHOLTZ sagt:

„Nun fragen Sie den Mathematiker, wieviel Integrationskonstanten er braucht bei einem Problem, wo ein einziger unteilbarer Massenpunkt sich unter dem Einfluß bekannter im Raume unveränderlich verteilter Kräfte bewegt. Er antwortet Ihnen, er brauche drei. Deren Wert drückt er aus durch die Abmessungen, durch die er die anfängliche und schließliche Lage des Massenpunktes bestimmt hat und durch die Energie, welche der Punkt im ersten Moment seiner Bewegung besaß. Wenn es aber zehn Massenpunkte sind, die gegenseitig Kräfte aufeinander ausüben, so hat er 30 Integrationskonstanten zu berechnen, d. h. er hat zu ermitteln, wie aus den Raumabmessungen diese konstanten und während des weiteren ungestörten Ablaufs der Bewegung unveränderlichen Werte zusammengesetzt und zu berechnen sind“.

Man entgegnet, daß zur Bestimmung der Bewegung eines Punktes sechs Integrationskonstanten notwendig sind, welche entweder durch die Anfangskoordinaten und die Komponenten der Anfangsgeschwindigkeit oder durch die Koordinaten der Anfangs- und Endlage des Massenpunktes bestimmt werden.

Aber es ist doch wohl selbstverständlich, daß HELMHOLTZ über die Richtigkeit dieser elementaren mechanischen Wahrheit nicht in Zweifel sein konnte, und doch gestehe ich gern, daß ich bei der ersten flüchtigen Lektüre jener Notiz selbst ein wenig stutzig wurde.

Bei genauerer Erwägung sieht man jedoch leicht, daß HELMHOLTZ hier unter Integrationskonstanten eines mechanischen Problems — wie schon aus den Worten hervorgeht, welche sich auf deren Bestimmung beziehen — diejenigen Verbindungen der Koordinaten der Massenpunkte und deren ersten Differentialquotienten nach der Zeit versteht, welche unter dem Einfluß bekannter, im Raume unveränderlich verteilter Kräfte während der ganzen Dauer der Bewegung denselben von den Anfangs- und Endkoordinaten der Punkte abhängigen konstanten Wert behalten, oder es sind ihm Integrationskonstanten die Konstanten der ersten Integrale der D'ALEMBERT'schen oder LAGRANGE'schen Differentialgleichungen zweiter Ordnung der Bewegung. So hängt die Bewegung eines Punktes in der Ebene unter der von HELMHOLTZ über die allgemeine Natur der Kräfte gemachten Voraussetzung von zwei Integrationskonstanten ab, den Konstanten des Flächensatzes und des Energieprinzips, die Bewegung eines Punktes im Raume von drei Konstanten, den Konstanten der Flächensätze in bezug auf zwei Koordinatenebenen und der Konstanten des Prinzips von der Erhaltung der lebendigen Kraft.

Aber nicht allein von Integrationskonstanten dieser besonderen Art von ersten Integralen, wie sie die Flächensätze, das Energieprinzip usw. liefern, ist zunächst die Rede, sondern von den Konstanten eines jeden ersten Integrales der Differentialgleichungen der Bewegung; denn diese sind offenbar in den Worten gemeint:

„Bei kleineren Gruppen, aus Naturkörpern gebildet, die gegenseitig aufeinander wirken, werden Eingriffe von außen, die den Ablauf der Bewegungen verändern, häufiger sein. Aber die allgemeine Form der Lösung würde immer dieselbe bleiben können, wenn auch die Rechnungen für menschliche Gehirne und für die Hilfsmittel der jetzigen Mathematik, die schon die neun Integrationskonstanten für drei Massenpunkte nicht mehr zu bilden weiß, unausführbar sind.“

Die weiteren Überlegungen von HELMHOLTZ sollen sich jedoch offenbar nicht auf alle Integrationskonstanten, welche für

irgendein vorgelegtes Problem während des Verlaufes konstant bleibende Verbindungen zwischen den Koordinaten und den Geschwindigkeiten der Punkte darstellen, erstrecken, sondern nur auf solche, welche unabhängig von dem Gesetze, nach welchem die Kräfte wirken — wenn sie nur, wie alle von den Entfernungen abhängigen Attraktionskräfte der Bedingung der gleichen Wirkung und Gegenwirkung unterliegen — auch durch eine für alle dahingehörigen Probleme konstant bleibende analytische Form der Relation zwischen den Koordinaten und deren ersten Ableitungen charakterisiert sind. In diesem Sinne werden also auch das Schwerpunktsprinzip, das im allgemeinen nur eine Eigenschaft der Bewegung charakterisiert, in der konstanten Bewegungsrichtung und der konstanten Geschwindigkeit des Schwerpunktes, und ebenso die LAPLACE'sche Ebene in ihrer unveränderlichen Richtung bei der gleichförmigen Bewegung des Schwerpunktes Integrationskonstanten liefern von der Natur der Konstanten der Flächensätze und des Prinzips von der Erhaltung der lebendigen Kraft.

Man darf also wohl annehmen, daß HELMHOLTZ zunächst von der allgemeinen Definition der Integrationskonstanten ausgehend nur diejenigen auswählte, welche für alle Kräfte der Natur eine auch in ihrer konstanten analytischen Form gültige, während des ganzen Verlaufes der Bewegung konstant bleibende Beziehung zwischen den Koordinaten und den Geschwindigkeiten darstellen, um diese als scheinbare Substanzen zu definieren, also diejenigen Integrationskonstanten, aus denen sich vermittels des POISSON'schen Satzes im allgemeinen neue, von den früheren unabhängige konstant bleibende Verbindungen zwischen jenen Größen nicht werden bilden lassen. Diese Integrationskonstanten ändern sich bekanntlich nicht bei innern Veränderungen des Massensystems, sie werden in ihren Werten nur alteriert durch Eingriffe von außen, und daher will HELMHOLTZ diese Konstanten in ihrer Invarianz, in ihrer Unveränderlichkeit und Unzerstörbarkeit als scheinbare Substanzen auffassen.

Er wollte in seinem Vortrage „Über dauernde Bewegungsformen und scheinbare Substanzen“ von dem Wesen der Substanzen reden, „dieses Wort aber in seinem älteren und weiteren Sinne gefaßt als das, was im Hintergrunde oder hinter der veränderlichen Erscheinungsweise fortbesteht“, also nicht von der Materie, welche dem Gesetze der Trägheit

unterworfen, der allgemeinen Gravitationskraft unterlegen, selbst unzerstörbar und unvermehrbar ist. Es besteht daher zunächst gar kein Zusammenhang zwischen der Existenz dieser scheinbaren Substanzen, wie sie HELMHOLTZ auffaßt, und der von einigen Naturforschern damit in Verbindung gebrachten Frage der Zerlegung der bisher als Elemente angesehenen Substanzen in Urelemente.

HELMHOLTZ versteht aber auch unter scheinbaren Substanzen nicht die sogenannten Imponderabilien, welche zwar der Schwerkraft nicht unterworfen, aber dem Gesetze der Trägheit unterliegen; er stellt sich vielmehr ganz auf den Standpunkt von KANT, der die Substanz nicht in den Dingen, sondern in den unveränderlichen Beziehungen sucht, welche an die Stelle der Dinge treten, und so sind ihm Substanzen jene oben definierten Integrationskonstanten, welche dauernde Bewegungsformen darstellen, aber im Sinne der materiellen Substanzen nur scheinbare sind. Er läßt aber auch in jenen wenigen Zeilen deutlich erkennen, daß solche scheinbaren Substanzen nicht etwa alle jene Integrationskonstanten sein sollen, welche als die Konstanten der ersten Integrale der Bewegungsgleichungen überhaupt definiert wurden, da diese weder formal noch inhaltlich bei Veränderungen im Innern des Systems unverändert bleiben, sondern nur die Konstanten der sogenannten Prinzipien der Mechanik sind ihm Substanzen in ihrer Invarianz für lange Zeiträume und bestimmte Umgrenzungen des Raumes.

Aber was bedeuten nun die Schlußworte jener mitten im Satze abgebrochenen Notiz:

„Wir müssen aber aus diesen Überlegungen schließen, daß solche unzerstörbare und unvermehrbar immaterielle Größen...“?

Man sollte meinen, daß er hier wieder zu den allgemeinen Integrationskonstanten oder den Konstanten aller ersten Integrale zurückgreift und sagen will, daß es für unendlich viele Massenpunkte des Systems auch unendlich viele solcher unzerstörbarer und unvermehrbarer scheinbaren Substanzen gibt, oder wollte er noch andere scheinbare Substanzen im Sinne der Integrationskonstanten der sogenannten Prinzipien der Mechanik entwickeln und dabei den Standpunkt festhalten, den er, KIRCHHOFF und HERTZ einnahmen, welche die Gesetze der Physik der Mechanik einordnen wollten? Ständen die Bestrebungen, welche bis in seine letzten Lebenstage hineinreichten, die MAXWELL'schen

Gleichungen dem Prinzip der kleinsten Wirkung einzuverleiben, mit dem Gedankengange des von ihm beabsichtigten Vortrages in Verbindung, oder wollte er die früher stets festgehaltene, rein mechanische Auffassung der Natur aufgeben und im Sinne unserer modernen Physik die Mechanik wägbarer Massen aufgehen lassen in eine Physik des Äthers und seiner JONENTHEORIE, deren weitere Ausbildung ihm, — und wie die neuere Zeit gelehrt hat, mit Recht — so wichtig erschien?

Alles dies läßt sich jetzt nicht mehr feststellen.

Für die Frage nach der Ermittlung weiterer scheinbarer Substanzen im Sinne von HELMHOLTZ wird es notwendig sein, die Beschränkung auf kinetische Potentiale erster Ordnung, wie sie der Mechanik wägbarer Massen zugrundeliegen, aufzugeben und, wie ich es in meinen Untersuchungen über die Prinzipien der Mechanik anzubahnen versuchte, eine Mechanik kinetischer Potentiale beliebiger Ordnung mit einer unabhängigen Variablen, der Zeit, oder mehreren unabhängigen Variablen, den Raumabmessungen und der Zeit, zu entwickeln und von Kräften ausgehend, die nicht mehr wie die NEWTON'schen durch das Produkt aus Masse und Beschleunigung gemessen werden, zu untersuchen, welches im HELMHOLTZ'schen Sinne die scheinbaren Substanzen einer solchen verallgemeinerten Mechanik sind.

Ob wir aber überhaupt auf dem von HELMHOLTZ eingeschlagenen Wege zu einer Vertiefung in das Wesen der scheinbaren Substanzen gelangen? Wir können zunächst nur auf diese Frage mit dem Rätsel antworten, mit welchem HELMHOLTZ in einem Briefe seine Teilnahme an der Wiener Naturforscherversammlung in Aussicht stellte:

Das erste ist nicht wenig,
 Das zweite ist nicht schwer,
 Das Ganze macht Dir Hoffnung,
 Doch trau ihm nicht zu sehr.

