



III. Internationaler Mathematiker-Kongress

Heidelberg, 1904

Autor: **Stäckel, Paul** (1862 – 1919)

Titel: **Über die Notwendigkeit regelmäßiger Vorlesungen über elementare Mathematik an den Universitäten**

Bereich: Wissenschaftliche Vorträge

Verhandlungen des 3. Internationalen Mathematiker-Kongresses : in Heidelberg vom 8. bis 13. August 1904 / hrsg von A. Krazer. – Leipzig, 1905. – S. 608–614

Signatur UB Heidelberg: L 26 Folio::3.1904

In Anbetracht der Tatsache, dass die meisten Studenten nicht Forscher sondern Lehrer an höheren Schulen werden, fordert Stäckel, an den Universitäten die Didaktik der Mathematik zu lehren.

Über die Notwendigkeit regelmäßiger Vorlesungen über elementare Mathematik an den Universitäten.

Von

P. STÄCKEL aus Kiel.

Der Unterricht an den philosophischen Fakultäten der deutschen Universitäten ist im wesentlichen so organisiert, als ob sein Ziel sei, wissenschaftliche Forscher heranzubilden; daß die Mehrzahl der Studierenden später an höheren Schulen die Elemente zu lehren haben wird, tritt bei ihm scheinbar ganz in den Hintergrund. Ohne Zweifel werden wir dieses System, das aufs engste mit der Eigenart der deutschen Universitäten zusammenhängt, nicht aufgeben wollen, allein es läßt sich nicht verkennen, daß es in der Mathematik für die höheren Schulen beträchtliche Schwierigkeiten mit sich bringt, denn die Elemente dieser Wissenschaft zu lehren, ist eine schwere Kunst, die gelernt sein will, und wir dürfen unsere Jugend nicht Pfuschern in ihr überliefern. Man hat daher wiederholt gefordert, daß an den Universitäten besondere Vorlesungen und Übungen eingerichtet werden sollten, in denen die künftigen Lehrer der Mathematik eine systematische Ausbildung in der mathematischen Pädagogik erhielten. Es möge dahingestellt bleiben, ob solche pädagogische „Übungen am Phantom“ den erhofften Nutzen bringen würden. Jedenfalls würden sie den Charakter des Universitätsstudiums vollständig verändern. Meines Erachtens sollte die nur allzukurze Studentenzeit der Befriedigung des theoretischen Triebes vorbehalten bleiben, ist sie doch für den Lehrer in den meisten Fällen die einzige Zeit seines Lebens, wo er, noch frei von den Fesseln des Amtes, sich in voller Begeisterung allem Guten, Schönen und Wahren widmen darf. Sie schmälern hieße eine reiche Quelle der Berufsfreudigkeit verstopfen, die aus jenen Jahren idealen Strebens ihre Nahrung zieht. Ohne die Wichtigkeit der pädagogischen Ausbildung der Lehramtskandidaten zu unterschätzen, haben es die philosophischen Fakultäten daher mit Recht abgelehnt, Fachschulen für Lehrer zu werden; diese Ausbildung muß, wie es bisher mit gutem Erfolge geschehen ist, während des pädagogischen Seminar- und Probejahres stattfinden.

Aber, wird man mir vielleicht einwenden, ist denn das mathematische Studium in seiner gegenwärtigen Gestalt geeignet, eine solche Berufsfreudigkeit zu erzeugen? Zeigt nicht die Erfahrung, daß bei den Studierenden, die sich so lange und so ausschließlich mit den feinsten Untersuchungen aus den höchsten Gebieten der Mathematik beschäftigt haben, nicht selten der wissenschaftliche Enthusiasmus in einen wissenschaftlichen Hochmut umschlägt, so daß sie, um mit Herrn F. Klein zu reden, als praktische Lehrer die längst vergessenen Elemente nur mit Widerwillen als ihrer nicht würdig wieder vornehmen und, für ihren Beruf verdorben, sich in selbstgefälliger Unzufriedenheit verzehren? Und ist es nicht ebenso bedauerlich, daß so mancher Lehrer die auf der Universität erworbene wissenschaftliche Ausbildung bald als unnütz über Bord wirft und mit voller Kraft dem Lande der Banausen zusteuert? In der Tat ist es eine betäubende Erscheinung, daß sich seit mehr als fünfzig Jahren zwischen Universitätswissenschaft und Schulunterricht eine tiefe Kluft aufgetan hat, die beiden Teilen zum Schaden gereicht. Denn wenn die Fühlung mit der Wissenschaft verloren geht, kann sich der Lehrerstand, trotz aller äußeren Anerkennung, nicht auf der von ihm beanspruchten Höhe halten; die Wissenschaft aber leidet nicht nur durch den Verlust so vieler wertvoller Mitarbeiter, sondern gerät auch in die Gefahr, den Zusammenhang mit der Wirklichkeit ganz zu verlieren und einseitigem Spezialistentum anheimzufallen.

Glücklicherweise hat man begonnen, diese Kluft von beiden Seiten her auszufüllen. Von seiten der Schule, indem die Lehre von den Kegelschnitten und der Koordinatenbegriff in den Lehrplan aufgenommen und die Behandlung des Funktionsbegriffes empfohlen worden ist; auch die Ferienkurse und die neuerdings von Herrn Latrille vorgeschlagenen Informationskurse gehören hierher. Von seiten der Universität, indem den Anwendungen fast überall mehr Raum gegönnt wurde. Ein weiterer Schritt in dieser Richtung würden Vorlesungen sein, in denen die Elementar-Mathematik von einem höheren Standpunkte aus behandelt wird. Solche Vorlesungen würden sich mit Leichtigkeit in den herkömmlichen Unterrichtsbetrieb eingliedern lassen, sie würden die spätere pädagogische Ausbildung der Lehramtskandidaten erheblich erleichtern, sie würden dazu beitragen, daß der Lehrer der Mathematik mit der Entwicklung seiner Wissenschaft in Beziehung bleibt.

Vorlesungen über Gegenstände der Elementar-Mathematik sind nichts Neues für die Universitäten. Um nur einige Tatsachen aus der neuesten Zeit anzuführen, so hat Herr H. Weber seit dem Jahre 1888 in Marburg, Göttingen und Straßburg über Enzyklopädie der Ele-

mentarmathematik gelesen; in Straßburg ist ihm neuerdings Herr Simon an die Seite getreten. Im Anschluß an seine Vorlesungen läßt Herr Weber in Gemeinschaft mit Herrn Wellstein eine dreibändige Enzyklopädie der Elementar-Mathematik erscheinen, von der bereits der erste Band, elementare Algebra und Analysis, vorliegt, während wir von Herrn Simon einen Artikel über elementare Geometrie im dritten Bande der Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften zu erwarten haben. Ferner hat Herr F. Klein in einer bald darauf veröffentlichten Vorlesung des Sommersemesters 1894 dargelegt, was die moderne Wissenschaft über die Möglichkeit elementar-geometrischer Konstruktionen zu sagen weiß. Endlich wird von Herrn F. W. Meyer in Königsberg seit 1898 ein Repetitorium der Elementar-Mathematik abgehalten. Bemerkenswert ist auch, daß die ausländischen Fachgenossen lebhaften Anteil an den Elementen nehmen. In Frankreich haben so hervorragende Forscher wie die Herren Appell, Boutroux, Borel, Hadamard, Jules und Paul Tannery es nicht verschmäht, Lehrbücher über Gegenstände aus der Elementar-Mathematik zu verfassen, und sie haben sich dieser Aufgabe mit glänzendem Geschick entledigt. In Italien hat die elementare Geometrie durch die Herren Veronese und Ingrams eine neue, strengere Darstellung erfahren; dazu kommt die Sammlung von Aufsätzen über die Probleme der Elementargeometrie, die wir Herrn Enriques verdanken. In England endlich, wo Euklids Elemente noch immer dem elementaren Unterrichte in der Mathematik zugrunde liegen, sind doch Bestrebungen vorhanden, die auf eine Reform hinzielen. In diesem Zusammenhange sei noch erwähnt, daß in Deutschland, Frankreich und Italien eine Reihe von Zeitschriften die elementare Mathematik pflegt, an denen Hochschullehrer eifrig mitarbeiten.

Wenn man auch unter diesen Umständen annehmen darf, daß der Vorschlag, Vorlesungen über Elementar-Mathematik zu einem integrierenden Bestandteile des Programmes der Universitäten zu machen, allgemeine Zustimmung finden wird, so wird freilich seine praktische Durchführung an manchen Orten auf Schwierigkeiten stoßen. Wo die Mathematik nur durch zwei oder gar nur durch einen Dozenten vertreten ist, da werden sich allerdings keine neuen Vorlesungen einrichten lassen. Hoffen wir, daß die dem Kongresse unterbreitete Resolution, wonach dieser den Bestrebungen der Mathematiker, daß überall die für den modernen Betrieb der Mathematik erforderlichen Einrichtungen getroffen werden, seine wärmste Sympathie ausspricht und den Wunsch äußert, daß die Regierungen diese Bestrebungen unterstützen mögen, Annahme finde und dazu beitrage, daß so unwürdigen Zuständen bald ein Ende gemacht wird.

Wenn ein junger Mann die Universität bezieht, um Mathematik zu studieren, so brennt er darauf, die neuen, lockenden Gebiete zu betreten, die sich ihm in der höheren Analysis und in der höheren Geometrie eröffnen. Nimmt man hinzu, daß die Auffassung der Elementar-Mathematik, die in den von mir vorgeschlagenen Vorlesungen zur Geltung kommen soll, eine gewisse Reife des Urteils voraussetzt, die erst durch längere Beschäftigung mit der höheren Mathematik erworben werden kann, so ergibt sich, daß diese Vorlesungen an das Ende der Studienzeit gehören; man könnte sie geradezu als einen Übergang zu der praktischen Tätigkeit des Unterrichtens bezeichnen. Um Mißverständnissen vorzubeugen, möchte ich hinzufügen, daß wir vielleicht noch einmal genötigt sein werden, auch an den Anfang der Studienzeit gewisse elementare Vorlesungen zu stellen, nämlich Kurse in den Elementen der höheren Mathematik für Studierende, die von den humanistischen Gymnasien kommen; auf diese Frage einzugehen, ist jedoch wohl noch verfrüht.

Die Aufgabe der Vorlesungen über Elementar-Mathematik muß vor allem sein, Interesse für die Elemente zu erwecken. Es liegt in der Natur des mathematischen Schulunterrichtes, daß der Lehrer sich auf die Mitteilung von Dingen beschränkt, deren wissenschaftliche Untersuchung vollständig erledigt ist oder es doch zu sein scheint, und daß er sich bemüht, etwas Abgeschlossenes zu geben. Hieraus erklärt sich wohl die Tatsache, daß der Mathematiker von Fach so oft von Laien gefragt wird, womit er sich denn eigentlich beschäftige; die Probleme der Mathematik seien doch einfacher Natur und im Grunde längst gelöst. Wenn man ihm sagt, daß die Mathematik eine in der lebendigsten Entwicklung begriffene Wissenschaft sei, in der man noch Großes leisten könne, so begegnet man einem ungläubigen Staunen, das sich je nach der Erziehung des Fragenden in mehr oder weniger höflicher Form äußert. Aber auch die Studierenden der Mathematik meinen nicht selten, daß es sich in den Elementen um längst abgetane, fertige Dinge handle, und das Fertige hat für die Jugend keinen Reiz. Es müßte daher in den Vorlesungen durch eine historische Betrachtung nachgewiesen werden, daß die sogenannten Elemente gar nichts Festes sind, daß nicht nur ihre Form, sondern auch ihr Inhalt im Laufe der Zeit gewaltige Änderungen erfahren hat; man denke etwa an Euklids Elemente und ein modernes Lehrbuch der Geometrie. Es müßte ferner durch eine meritorische Untersuchung gezeigt werden, daß sich zwischen den Elementen und der sogenannten höheren Mathematik gar keine scharfe Grenze ziehen läßt, weder dem Gegenstande noch der Methode nach. Denn einerseits liefert die Elementar-Mathe-

matik bereits Probleme, deren Behandlung und, wenn sie möglich ist, vollständige Lösung Hilfsmittel der höheren Mathematik erfordert, man denke an das Problem der Primzahlen, die Dreiteilung des Winkels, die Quadratur des Kreises, und es kann in ihr der Grenzbegriff nicht entbehrt werden, der somit keineswegs der höheren Mathematik eigentümlich ist; andererseits sieht man sich in dieser häufig veranlaßt, auf die Elemente zurückzugreifen und die alten Probleme mit neuen Mitteln zu behandeln, man denke etwa an die schönen Untersuchungen von Herrn Study über sphärische Trigonometrie. Endlich müßte dargelegt werden, welche Schwierigkeiten prinzipieller Natur gerade in den scheinbar einfachsten Teilen der Mathematik verborgen liegen, so daß nicht nur das Ende, sondern auch der Anfang der Mathematik in Dunkel gehüllt ist.

In engem Zusammenhange hiermit steht die zweite Aufgabe der Vorlesungen, tiefere Einsicht in die Elemente zu vermitteln. Wie Herr Meyer sehr richtig bemerkt hat, sollte der Lehrer für sich auf einem höheren Standpunkte stehen, als er den Schülern gegenüber einzunehmen genötigt ist, sonst kann er den Stoff nicht beherrschen und ist gezwungen, da seine Zeit knapp ist, sich dem Gange zweifelhafter Lehrbücher anzuvertrauen. Die Durchführung im einzelnen wird, wie bei jeder akademischen Vorlesung, von der Individualität des Vortragenden abhängen; immerhin wird es aber möglich und nützlich sein einige allgemeine Gesichtspunkte anzugeben. Zwei Momente scheinen mir gleichmäßige Berücksichtigung zu verlangen: das spezifisch-mathematische und das historisch-literarische.

Was das spezifisch-mathematische Moment betrifft, so kann ich mich als auf ein Vorbild, wie der Stoff zu behandeln ist, auf die elementare Algebra und Analysis von Herrn Weber berufen. Nicht als ob ich meinte, daß das ganze, in dem umfangreichen Bande enthaltene Material vorgetragen werden sollte und als ob die von Herrn Weber gewählte Anordnung beibehalten werden müsse, vielmehr wird es darauf ankommen, den Hörern eine Übersicht über das Ganze der Elementar-Mathematik zu geben und sie zu veranlassen und zu befähigen, das Webersche Werk selbst mit Erfolg in die Hand zu nehmen.

Eine unentbehrliche Ergänzung der Vorlesungen scheinen mir Übungen zu bilden, in denen die Lösung von Aufgaben behandelt wird. Es gibt in den Elementen eine Fülle der schönsten Aufgaben, an die sich zu machen jeden reizen muß, der ein Herz für Mathematik hat. Ein Meister auch auf diesem Gebiete ist Cayley gewesen; es würde ein dankenswertes Unternehmen sein, wenn jemand eine Auswahl der von ihm behandelten Aufgaben herausgeben wollte. Während gegenwärtig ein großer Teil der Studierenden der selbständigen Lösung solcher

Aufgaben mit kläglicher Zaghaftigkeit und tappendem Ungeschick gegenübertritt, sollten wir es dahin bringen, daß sie wetteifern, die eleganteste Lösung zu liefern. Auch die gemeinsame Lektüre von Euklids Elementen ist, wie mir die Erfahrung gezeigt hat, ein dankbares Thema bei solchen Übungen. Die Beteiligung an ihnen scheint mir nicht minder wichtig zu sein als die an den Übungen der mathematischen Seminare.

Beides: Interesse und tiefere Einsicht wird wesentlich gefördert durch die Berücksichtigung des historisch-literarischen Momentes. Wer mathematischen Unterricht erteilt, sollte etwas wissen über die Geschichte der Dinge, von denen er redet; er sollte zum Beispiel dem Schüler erzählen können, wie die logarithmisch-trigonometrischen Tafeln entstanden sind, die er ihm in die Hand gibt. Geschichtliche Einsicht hat aber für den Lehrer noch höheren Wert. Was uns jetzt als selbstverständlich erscheint, ist das Ergebnis langer Entwicklungen. Daher gibt nur das Studium der Geschichte Verständnis für die Schwierigkeiten, die überwunden werden mußten, damit auch nur die allereinfachsten mathematischen Wahrheiten errungen wurden. Der historisch gebildete Mathematiker wird deshalb die Nöte des Schülers begreifen und mitfühlen, der in die Elemente einzudringen sich müht.

So wünschenswert demnach die Einfügung geschichtlicher Betrachtungen erscheint, so schwierig war es doch bis vor kurzem, sich die erforderlichen Daten zu verschaffen. Erfreulicherweise steht es jetzt besser, wo wir die *Notions mathématiques* von Herrn Tannery und die Geschichte der Elementar-Mathematik von Herrn Tropicke besitzen. Auch ist zu hoffen, daß uns die Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften in dieser Beziehung nützlich sein wird.

Neben Angaben über die Geschichte der Mathematik würde ich Bemerkungen über die Geschichte des mathematischen Unterrichtes für angebracht halten; gehört doch auch das Unterrichtswesen zu den Lebensäußerungen des Organismus, den wir Mathematik nennen. Es könnte nichts schaden, wenn dabei gelegentlich die Lehrpläne unserer höheren Schulen zur Besprechung gelangten, mit denen sich zu beschäftigen auch die Universitätsdozenten Veranlassung haben. Endlich müßten die literarischen Hilfsmittel angegeben werden, die der Studierende zu seiner Weiterbildung gebrauchen soll, wobei vor allem die im Laufe dieses Vortrages angeführten Veröffentlichungen in Betracht kämen.

Von der ausgiebigen Berücksichtigung des historisch-literarischen Momentes verspreche ich mir noch einen weiteren Vorteil, den ich nicht unerwähnt lassen darf. Daß ein vielbeschäftigter Lehrer gleichzeitig mathematisch-produktiv tätig ist, wird leider immer schwieriger, denn die moderne Wissenschaft arbeitet mit so verwickelten Hilfsmitteln,

daß nur beständige Übung zu schöpferischen Leistungen befähigt. Dagegen bietet die geschichtliche Forschung noch weitere Probleme, deren Lösung von Interesse ist und an denen ein jeder arbeiten kann, der historischen Sinn und allgemeine Bildung besitzt. Für solche geschichtliche Forschungen, die die Fühlung mit der lebendigen Wissenschaft erhalten, scheinen mir besonders die Lehrer an den humanistischen Anstalten berufen zu sein, deren Bildungsideal man wohl als Erziehung des historischen Sinnes bezeichnen darf.

Es ist wohl kaum nötig, ausdrücklich hervorzuheben, daß es nicht meine Meinung sein kann, die in einer solchen Vorlesung über Elementar-Mathematik vorgetragenen Dinge, also etwa die Untersuchungen über die Grundlagen der Arithmetik und der Geometrie, sollten unmittelbare Verwendung für den Unterricht finden. Wohl aber bin ich überzeugt, daß diese Vorlesungen ein gut Teil zur Vertiefung und Bereicherung des Unterrichtes beitragen können, indem sie sozusagen dessen potentielle Energie steigern.

Indem ich schließe, möchte ich die Ergebnisse meiner Betrachtungen in Form von Thesen zusammenfassen:

- I. Die praktisch-pädagogische Ausbildung der Lehramtskandidaten gehört nicht an die Universität.
 - II. Wohl aber ist zu wünschen, daß die gegenwärtig noch bestehende Kluft zwischen Universitätswissenschaft und Schulunterricht ausgefüllt werde.
 - III. Außer Ferien- und Informationskursen, an denen die Universitäten mitzuwirken berufen sind, würde bei dem eigentlichen Unterrichtsbetriebe für diesen Zweck in Betracht kommen:
 1. Ausgiebige Berücksichtigung der Anwendungen,
 2. Vorlesungen, in denen die Elemente von einem höheren Standpunkte aus behandelt werden.
 - IV. Solche Vorlesungen über Elementarmathematik würden
 1. sich dem herkömmlichen Universitätsunterrichte mit Leichtigkeit eingliedern lassen, und zwar sollten sie am Schluß der Studienzeit ihre Stelle finden,
 2. die künftige pädagogische Ausbildung wirksam unterstützen,
 3. dazu beitragen, daß die Lehrer der Mathematik in lebendiger Fühlung mit ihrer Wissenschaft bleiben.
 - V. Damit dieses Ziel erreicht werde, sollen diese Vorlesungen
 1. das Interesse für die Elemente erwecken,
 2. tiefere Einsicht in sie vermitteln, wobei
 - a) das spezifisch-mathematische
 - b) das historisch-literarische Moment
 gleichmäßige Berücksichtigung erfordern.
-