BIBLIOTHECA MATHEMATICA.

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE
DER
MATHEMATISCHEN WISSENSCHAFTEN.

HERAUSGEGEBEN

VON

GUSTAF ENESTRÖM

IN STOCKHOLM.

DRITTE FOLGE. DRITTER BAND.

MIT DEM BILDNISSE VON E. DE JONQUIÈRES ALS TITELBILD,
DEN IN TEXT GEDRUCKTEN BILDNISSEN VON A. HELLER UND G. WERTHEIM,
SOWIE 37 TEXTFIGUREN.

LEIPZIG,
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1902.

Gustav Wertheim.

Von G. Eneström in Stockholm.

Die kleine Gemeinde der mathematisch-historischen Forscher hat in diesem Jahre ein Mitglied verloren, das zugleich ein fleifsiger Mitarbeiter der dritten Folge der Bibliotheca Mathematica gewesen ist. Sein Name ist hier oben zu lesen, über sein Leben und Wirken wird im Folgenden kurz berichtet werden.

Geboren am 9. Juni 1843 zu Imbshausen in Hannover, besuchte Gustav Wertheim nacheinander die Volksschule seines Geburtsortes, die Jacobsohn-Schule zu Seesen am Harz, die Gymnasien zu Hildesheim und Hannover und das Obergymnasium zu Braunschweig. Nachdem er 1862 das Abiturientenexamen bestanden hatte, bezog Wertheim die Universität in Göttingen und studierte später auch in Berlin und Heidelberg. Im Jahre 1866 erwarb er in Göttingen die „facultas docendi", und war 1866—1870 in Hannover, Wiesbaden, Heidelberg, Zürich, Genf und Guntersblum als Privatlehrer thätig. Dann wurde er an der Realschule der israelitischen Gemeinde (Philanthropin) in Frankfurt am Main angestellt, absolvierte dort das Probejahr, und wurde 1872 ordentlicher Lehrer daselbst; aus Gesundheitsrücksichten trat er schon 1900 in den

Ruhestand, und erlag am 31. August 1902 zu Frankfurt am Main einem Schlaganfalle.[1])

Hinsichtlich seiner Lehrerthätigkeit wird ihm von berufener Seite nachgerühmt, dafs er eine hervorragende Fähigkeit besafs, den Schülern durch die Klarheit des Vortrages das Verständnis auch der schwierigeren Sachen zu erleichtern. Hier habe ich nur seine schriftstellerische Wirksamkeit etwas ausführlicher zu behandeln.

Auf drei Gebieten war Wertheim als Schriftsteller thätig, nämlich als Übersetzer wissenschaftlicher Werke, als Zahlentheoretiker und als mathematisch-historischer Forscher. Resultate seiner Wirksamkeit auf dem ersten Gebiete sind die Übersetzungen des wohlbekannten Handbuches der höheren Algebra von J. A. Serret[2]), des ersten Bandes des Handbuches der theoretischen Physik von W. Thomson und P. G. Tait (in Gemeinschaft mit H. Helmholtz)[3]), der Vorlesungen über einige neuere Fortschritte der Physik von P. G. Tait[4]), sowie der Elemente der mathematischen Theorie der Elektrizität und des Magnetismus von J. J. Thomson[5]); zu allen drei Gebieten kann seine Übersetzung der Arithmetik des Diofantos[6]) gerechnet werden, die auch die Schrift über die Polygonalzahlen enthält und als Anhang die griechischen arithmetischen Epigramme und das Rinderproblem des Archimedes bringt. Seiner Thätigkeit als Übersetzer widmete sich Wertheim wohl zunächst aus materiellen Rücksichten, aber er war auch besonders dazu berufen, durch seine umfassenden Sprachkenntnisse und die Leichtigkeit, womit er die passenden Ausdrücke fand, um den Lesern einen Gegenstand verständlich darzustellen.

Für die Zahlentheorie hatte sich Wertheim sehr früh interessiert, und schon 1874 veröffentlichte er in einem Programme seiner Schule

---

1) Die vorangehenden biographischen Notizen sind wesentlich aus einem von Herrn H. Dobriner für die Zeitschrift für mathematischen Unterricht verfafsten Nachrufe entnommen.

2) J. A. Serret, *Handbuch der höheren Algebra. Deutsch bearbeitet von* G. Wertheim. Band 1—2. Leipzig, Teubner 1868. VIII + 508 S.; VIII + 540 S. — Zweite Auflage. Leipzig, Teubner 1878—1879. VIII + 528 S.; VIII + 574 S. 8°.

3) W. Thomson und P. G. Tait, *Handbuch der theoretischen Physik. Autorisierte deutsche Übersetzung von* H. Helmholtz *und* G. Wertheim. Band 1. Theil 1—2. Braunschweig, Vieweg 1871—1874. XIX + 380 S.; XXVI + 453 S. 8°.

4) P. G. Tait, *Vorlesungen über einige neuere Fortschritte der Physik. Autorisierte deutsche Ausgabe von* G. Wertheim. Braunschweig, Vieweg 1877. XVII + 279 S. 8°.

5) J. J. Thomson, *Elemente der mathematischen Theorie der Elektricität und des Magnetismus. Deutsche Ausgabe von* G. Wertheim. Braunschweig, Vieweg 1897. XIII + 414 S. 8°.

6) *Die Arithmetik und die Schrift über die Polygonalzahlen des* Diophantus *von Alexandria. Übersetzt und mit Anmerkungen begleitet von* G. Wertheim. Leipzig, Teubner 1890. X + 346 S. 8°.

eine kurze Einführung in dieselbe.[1]) Dreizehn Jahre später erschien ein ausführliches Lehrbuch[2]), auch für Anfänger bestimmt und etwa den vier ersten Abschnitten von DIRICHLETS *Vorlesungen* entsprechend. Zahlreiche Beispiele und Übungsaufgaben waren beigefügt, und auf die Anwendungen der verschiedenen Theorien wurde besonderes Gewicht gelegt. Auch die oben erwähnte im Jahre 1890 erschienene DIOFANTOS-Übersetzung, der WERTHEIM Erläuterungen hinzugefügt hat, verfolgt wesentlich einen pädagogischen Zweck und kann als eine Exempelsammlung zur elementaren Zahlentheorie betrachtet werden; sie enthält auch die Zusätze von FERMAT mit Anmerkungen von WERTHEIM, die Lehre von den figurierten Zahlen und LAGRANGES Zerlegung einer Zahl in eine Summe von höchstens vier Quadratzahlen. Noch eine vierte Arbeit ähnlicher Art mit dem Titel *Anfangsgründe der Zahlenlehre* hatte WERTHEIM kurz vor seinem Tode fertig[3]), und sein Vorwort dazu vom 19. August 1902 enthält wohl die letzten Zeilen wissenschaftlichen Inhalts, die aus seiner Feder geflossen sind. Diese Anfangsgründe sind eigentlich nicht für Studierende an den Universitäten, sondern für Gebildete aller Stände bestimmt, also ein Versuch die Zahlentheorie zu popularisieren. Hier werden nach einander die Teilbarkeit der Zahlen, der Begriff der Kongruenz, Kongruenzen ersten Grades, einige unbestimmte Gleichungen höheren Grades, die Kettenbrüche, Potenzreste und Kongruenzen zweiten Grades behandelt. Unter den Aufgaben sind viele aus mathematischen Klassikern entnommen, und zahlreiche historische Notizen sind eingefügt.

Es ist natürlich, dafs WERTHEIM bei der Bearbeitung seiner Lehrbücher auf Fragen stiefs, die ihm zu eigenen Untersuchungen Anlafs geben konnten, und dadurch bekam er Material zu einigen zahlentheoretischen Aufsätzen, die er in Zeitschriften veröffentlichte. Besonders interessierte ihn die Berechnung der primitiven Wurzeln der Primzahlen, und auf diesem Gebiete verdankt man ihm teils Tabellen der kleinsten primitiven Wurzeln aller ungraden Primzahlen unter 5000[4]), teils einige Sätze über primitive Wurzeln der Primzahlen von der Form $2^{\varkappa} q^{\lambda} + 1$, in welcher

1) *Einführung in die Zahlentheorie.* Frankfurt am Main 1874 (Programm der Realschule der israelitischen Gemeinde zu Frankfurt am Main). 40 S. 4°.

2) *Elemente der Zahlentheorie.* Leipzig, Teubner 1887. X + 382 S. 8°.

3) *Anfangsgründe der Zahlentheorie.* Braunschweig, Vieweg 1902. XII + 427 + (1) S. 8° + 4 Porträts.

4) *Tabelle der kleinsten primitiven Wurzeln g aller ungeraden Primzahlen p unter 3000.* Acta Mathem. **17**, 1893, 315—320. — *Tabelle der kleinsten primitiven Wurzeln g aller Primzahlen p zwischen 3000 und 5000.* Acta Mathem. **20**, 1896, 153—158. — *Berichtigung zur Tabelle der kleinsten primitiven Wurzeln der Primzahlen unter 5000.* Acta Mathem. **22**, 1898, 200.

$q = 1$ oder eine ungerade Primzahl ist[1]), wobei er zuerst eine gegebene Zahl als primitive Wurzel annimmt und dann untersucht, welche Form die entsprechende Primzahl haben mufs. Andere Aufsätze beziehen sich auf Lösung[2]) der Gleichung $x^2 + y^2 = z^2$, auf Herleitung des Satzes, dafs jede Zahl in höchstens vier Quadratzahlen zerlegbar ist[3]), und auf Zerlegung ungerader Zahlen in Faktoren[4]) vermittelst eines von Fermat herrührenden Verfahrens, wobei die gegebene Zahl als die Differenz zweier Quadratzahlen ausgedrückt wird.

Wie man sieht, sind die zahlentheoretischen Fragen, die Wertheim behandelt hat, keineswegs von gröfserer Bedeutung, und gewifs beanspruchte er auch nicht selbst, zur Entwickelung der Zahlentheorie beigetragen zu haben, aber zur Verbreitung des Interesses für diesen wichtigen Zweig der Mathematik ist er wohl nicht ohne Erfolg thätig gewesen.

Den Anlafs sich mit mathematisch-historischen Untersuchungen zu beschäftigen, scheint Wertheim durch das Studium gewisser zahlentheoretischer Aufgaben bekommen zu haben, und als seine erste Arbeit auf historischem Gebiete könnte man vielleicht die schon zweimal erwähnte Übersetzung der Arithmetik des Diofantos ansehen, aber das historische Interesse ist hier nicht besonders hervortretend, und seine erste rein historische Schrift gehört einem wesentlich anderen Gebiete an, nämlich der Geschichte der jüdischen Mathematik. In dieser Schrift, die 1893 veröffentlicht wurde[5]), berichtet er über die im Jahre 1534 in Konstantinopel erschienene hebräische Arithmetik des Oberrabbiners Elia Misrachi (um 1455—1526). Nach einer Einleitung über Misrachi und seine Schriften sowie über die Quellen, die dieser für seine Arithmetik benutzte, giebt Wertheim ausführliche Auskunft über den Inhalt derselben; aus der dritten Abteilung, die eine Aufgabensammlung ist, wird das Wichtigste in deutscher Übersetzung mitgeteilt. In der zweiten, 1896 erschienenen

---

1) *Primitive Wurzeln der Primzahlen von der Form $2^n q + 1$, in welcher $q = 1$ oder eine ungerade Primzahl ist.* Zeitschr. für mathem. Unterr. **25**, 1894, 81—97. — *Primitive Wurzeln der Primzahlen von der Form $2^\varkappa q^\lambda + 1$, in welcher $q = 1$ oder eine ungerade Primzahl ist.* Acta Mathem. **20**, 1896, 143—152.

2) *Ermittelung aller einem bestimmten Zahlengebiet angehörenden Lösungen der Pythagoreischen Gleichung.* Zeitschr. für mathem. Unterr. **18**, 1887, 418—420.

3) *Zum Beweise des Bachetschen Satzes.* Zeitschr. für mathem. Unterr. **22**, 1891, 422—423.

4) *Über die Zerlegung ungerader Zahlen in Factoren.* Zeitschr. für mathem. Unterr. **27**, 1896, 256—257.

5) *Die Arithmetik des Elia Misrachi. Ein Beitrag zur Geschichte der Mathematik.* Frankfurt am Main 1874 (Programm der Realschule der israelitischen Gemeinde zu Frankfurt am Main). 42 S. 4°. — Zweite verbesserte Auflage. Braunschweig, Vieweg 1896. (7) + 68 S. 8°.

Auflage seiner Monographie brachte WERTHEIM viele Verbesserungen und Zusätze an; die schon in der ersten Auflage vorkommenden Verweisungen auf Werke, welche dieselben oder ähnliche Aufgaben wie MISRACHI behandeln, sind hier wesentlich vervollständigt.

Seit dem Jahre 1897 war WERTHEIMS Interesse fast ausschliefslich auf mathematisch-historische Gegenstände gerichtet, und er veröffentlichte eine ziemlich grofse Anzahl hierher gehörender Aufsätze. Zur Geschichte der Mathematik bei den Juden gehören zwei Artikel[1]) über die Werke *Porto astronomico* (1636) und *Introduzione alla geografia* (1640) des italienischen Juden und Talmudlehrers EMANUEL PORTO aus Triest (erste Hälfte des 17. Jahrhunderts); das erste Buch PORTOS enthielt u. a. eine sphärische Trigonometrie mit Tafeln, das zweite ebenso eine ebene Trigonometrie. Der Geschichte der Zahlentheorie widmete er einige Aufsätze, wovon einen über DIOFANTOS und drei über FERMAT. Zweck des ersten Aufsatzes[2]) ist, den Text der Schlufsaufgabe in DIOFANTOS' Schrift über Polygonalzahlen: „Auf wie viele Arten kann eine gegebene Zahl Polygonalzahl sein?“ zu ergänzen; bekanntlich ist der Text verstümmelt und bricht in der Mitte ab. WERTHEIM versucht zu zeigen, dafs DIOFANTOS sehr wohl zur Formel

$$2P = n[(a-2)(n-1)+2]$$

gelangt sein kann, wo P die Polygonalzahl, n die Seite und a die Zahl der Ecke ist. DIOFANTOS soll dadurch veranlafst worden sein, das Doppelte der gegebenen Zahl versuchsweise in zwei ungleiche Faktoren zu zerlegen, worauf er vermittelst der Formel untersuchte, ob die Zerlegung brauchbar ist oder nicht. Die Herleitung der Formel kann ja sehr wohl im verlornen Stücke der Schrift des DIOFANTOS enthalten gewesen sein; ob aber dieser daraus die von WERTHEIM angegebenen Schlüsse gezogen hatte, dürfte mehr als unsicher sein. Von den Aufsätzen, die sich auf FERMAT beziehen, behandelt einer[3]) ausführlich den 1657—1658 geführten zahlentheoretischen Streit mit WALLIS; während desselben stellte bekanntlich FERMAT als dritte Aufgabe die Lösung der Gleichung $ax^2 + 1 = y^2$ auf, und diese Aufgabe wurde wirklich von BROUNCKER gelöst. Ein anderer Artikel[4]) macht darauf aufmerksam, dafs FRENICLE

1) *EMANUEL PORTO's Porto astronomico. Ein zweites mathematisches Werk EMANUEL PORTOS.* Monatsschr. für Gesch. und Wiss. des Judenthums **41**, 1897, 616—622; **42**, 1898, 375—380.

2) *Die Schlufsaufgabe in DIOPHANTS Schrift über Polygonalzahlen.* Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abt. 121—126.

3) *PIERRE FERMATS Streit mit JOHN WALLIS.* Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 555—576.

4) *Ein von FERMAT herrührender Satz.* Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abt. 4—7.

de Bessy in seiner Schrift *Traité des triangles rectangles en nombres* ohne Zweifel eine ihm von Fermat mitgeteilte Methode auseinander gesetzt hat, um zu beweisen, dafs der Flächeninhalt eines rechtwinkligen Dreiecks mit rationalen Seiten keine Quadratzahl sein kann, aus welchem Satz bekanntlich unmittelbar folgt, dafs die Summe zweier Biquadrate kein Biquadrat sein kann. Ein dritter Artikel[1]) enthält die Bemerkung, dafs der Term „columna" nicht, wie von P. Tannery angenommen wurde, von Fermat selbst gebildet worden ist, sondern schon bei Maurolico vorkommt. Übrigens hat Wertheim auch durch andere kleinere Notizen oder durch Recensionen sein reges Interesse für die Geschichte der Zahlentheorie gezeigt.[2])

Wertheims übrige Aufsätze mathematisch-historischen Inhalts beziehen sich auf Gegenstände der Arithmetik und Algebra oder auf Verfasser, die sich damit beschäftigt haben. So hat er versucht[3]) vermittelst der Regel des doppelten Ansatzes die Heronischen Kubikwurzeln und den Archimedischen Wert für $\sqrt{3}$ herzuleiten, sowie die Heronische Herleitung der Formel

$$\sqrt{a^2 + r} \sim \tfrac{1}{2}\left(a + \frac{a^2 + r}{a}\right)$$

wiederzufinden, und er hat[4]) ein paar dunkle Punkte im *Tractatus de numeris datis* des Jordanus Nemorarius aufgeklärt. Weiter hat er sich mit der Erfindung der Kettenbrüche beschäftigt.[5]) Bekanntlich war man bisher der Ansicht, dafs diese Erfindung dem italienischen Mathematiker P. A. Cataldi zuzuschreiben ist, aber Wertheim bemerkt, dafs schon Bombelli in seiner *Algebra* (1572) ein Verfahren anwandte, das thatsächlich zu Kettenbrüchen führt, und folgert daraus, dafs es angebracht ist, diesen als den ersten Erfinder solcher Brüche zu betrachten. Die an sich richtige Bemerkung ist freilich nicht ganz neu[6]), und ob dadurch das Erfinderrecht des Bombelli sichergestellt ist, kann wohl bezweifelt

---

1) *Fermats Observatio zum Satze des Nikomachus.* Zeitschr. für Mathem. **43**, 1898; Hist. Abt. 41—42.

2) Siehe Biblioth. Mathem. $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 360—361; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 144—145, 248—251.

3) *Herons Ausziehung der irrationalen Kubikwurzeln.* Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abt. 1—3. — *Über die Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzeln bei Heron von Alexandria.* Zeitschr. für mathem. Unterr. **30**, 1899, 253—254.

4) *Über die Lösungen einiger Aufgaben im „Tractatus de numeris datis" des Jordanus Nemorarius.* Biblioth. Mathem. $\mathbf{1}_3$, 1900, 417—420.

5) *Die Berechnung der irrationalen Quadratwurzeln und die Erfindung der Kettenbrüche.* Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. 8, 1898, 147—160.

6) Vgl. A. Favaro, *Notizie storiche sulle frazioni continue.* Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **7**, 1874, 494—498.

werden, da bei diesem eine Form für Kettenbrüche vollständig fehlt. Eine kurze Notiz[1]) über den Ursprung des Zeichens x erwähne ich nur im Vorübergehen, da WERTHEIM selbst etwas später in der Zeitschrift für mathematischen Unterricht **32**, 1901, S. 201 seine Erklärung als unbefriedigend bezeichnet hat, und ebenso nenne ich nur beiläufig, daſs WERTHEIM in der Bibliotheca Mathematica zur Abteilung: Kleine Bemerkungen zur zweiten Auflage von CANTORS „Vorlesungen über Geschichte der Mathematik" Beiträge geliefert hat, und auch direkt Herrn CANTOR einige von diesem für den zweiten Band benutzte Notizen mitgeteilt hat.[2])

Drei mathematisch-historische Aufsätze von WERTHEIM habe ich noch zu nennen, nämlich über die Logistik (1559) des J. BUTEO[3]), über P. A. CATALDI[4]) und über die Algebra (1659) des J. H. RAHN.[5]) Der zweite Aufsatz bezweckt hervorzuheben, daſs CATALDIS Bedeutung für die Entwickelung der Mathematik nicht so groſs ist, als man bisher, hauptsächlich auf die Autorität von LIBRI gestützt, angenommen hat; die zwei anderen Aufsätze enthalten sorgfältige Analysen der betreffenden Schriften, wobei WERTHEIM Gelegenheit hat einige Angaben von CANTOR zu vervollständigen oder zu berichtigen; so z. B. bestätigt er die schon von H. KONEN[6]) gemachte Bemerkung, daſs J. PELL sich garnicht mit der nach ihm genannten Gleichung $a x^2 + 1 = y^2$ beschäftigt hat.

Bevor wir den Bericht über WERTHEIMS Wirksamkeit auf dem mathematisch-historischem Gebiete beenden, haben wir noch zu erwähnen, daſs in den Recensionen, welche er für die Zeitschrift für mathematischen Unterricht redigierte, Berichtigungen einzelner mathematisch-historischer Angaben zu finden sind.[7])

Aus dem Vorhergehenden dürfte ersichtlich sein, daſs WERTHEIM eine umfassende Litteraturkenntnis gehabt haben muſs, und diese verdankte er hauptsächlich dem Umstande, daſs er selbst eine reichhaltige

---

1) *Über den Ursprung der Bezeichnung der Unbekannten durch den Buchstaben x.* Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abt. 48. Zeitschr. für mathem. Unterr. **30**, 1899, 340—341.

2) Siehe Biblioth. Mathem. 1_3, 1900, 504—505; 2_3, 1901, 143—148, 354—355, 357. — CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* 2^2, 305, 399, 481, 515, 573, 613, 669, 781, 785.

3) *Die Logistik des JOHANNES BUTEO.* Biblioth. Mathem. 2_3, 1901, 213—219.

4) *Ein Beitrag zur Beurteilung des PIETRO ANTONIO CATALDI.* Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 76—83.

5) *Die Algebra des JOHANN HEINRICH RAHN (1659) und die englische Übersetzung derselben.* Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 113—126.

6) H. KONEN, *Geschichte der Gleichung $t^2 - Du^2 = 1$* (Leipzig 1901), S. 34.

7) Siehe z. B. Zeitschr. für mathem. Unterr. **31**, 1900, 199—201; **32**, 1901, 109—114, 374—376.

und wertvolle mathematische Bibliothek[1]) besafs. Seine Bibliothek zu ergänzen war besonders während der letzten Jahre seines Lebens Gegenstand seiner eifrigen Anstrengungen, und in seinen Briefen an den Schreiber dieser Zeilen kommen oft Mitteilungen über von ihm erworbene seltene mathematische Bücher vor.

Wollen wir zum Schlufs Wertheims Verdienste um die mathematisch-historische Forschung zusammenfassen, so können wir sagen, dafs er sich vorzugsweise damit beschäftigt hat teils zu erklären, auf welche Weise gewisse in den Schriften älterer Mathematiker vorkommende Sätze hergeleitet worden sind, teils an einzelnen Punkten die Angaben der Geschichtsschreiber der Mathematik zu berichtigen. Eine ausführlichere Untersuchung hat er dagegen nur ausnahmsweise ausgeführt, und die Geschichte der Regel des falschen Ansatzes, die er ein paar Jahre vor seinem Tode in Angriff genommen hatte, ist unvollendet geblieben.

1) In Frankfurt am Main giebt es keine öffentliche Bibliothek, die mathematische Bücher kauft.