UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
HEIDELBERG

Heidelberger Texte zur
Mathematikgeschichte

Mischnath ha-mmiddoth
(Lehre von den Maßen)

ins Deutsche übersetzt, erläutert und mit einem Vorwort versehen von

Hermann Schapira

Quelle: Zeitschrift für Physik und Mathematik. - Bd. 25, Suppl. (1880), Seite 1 – 56.
Signatur UB Heidelberg: L 6::1880

Die Schrift gilt als erste geometrische Schrift in hebräischer Sprache. Hermann Schapira (1840-1898) nimmt vor allem aus sprachlichen Gründen ein hohes Alter der Schrift an. Er entdeckt eine große Ähnlichkeit zu der arabischen Geometrie des Muhammed Ibn-Musa al-Hwarazmi (Mohamed ben Musa) aus dem 9. Jahrhundert, die er in arabischer Sprache beifügt.

Die elektronische Ausgabe wird noch durch die englische Übersetzung des arabischen Textes durch **Frederic Rosen** (1831) ergänzt. Die Seitenfolge der hebräischen und arabischen Texte wurde invertiert, um am Bildschirm eine korrekte Seitenabfolge zu erhalten.

Abkürzungen.
St. = Steinschneider.
M. b. M. = Mohamed ben Musa.

Inhalt

משנת המדות

MISCHNATH HA-MMIDDOTH

(LEHRE VON DEN MAASSEN)

AUS EINEM MANUSCRIPTE DER MÜNCHENER BIBLIOTHEK, BEZEICHNET COD. HEBR. 36,

ALS ERSTE GEOMETRISCHE SCHRIFT

IN HEBRÄISCHER SPRACHE HERAUSGEGEBEN UND MIT EINIGEN BEMERKUNGEN VERSEHEN VON

DR. M. STEINSCHNEIDER

(BERLIN 1864);

INS DEUTSCHE ÜBERSETZT, ERLÄUTERT UND MIT EINEM VORWORT VERSEHEN

VON

HERMANN SCHAPIRA

AUS ODESSA, STUD. MATH. IN HEIDELBERG.

Vorwort.

I.

Eine hebräische Schrift betitelt „מִדּוֹת, Maasse“, wird von mehreren Autoren, besonders von רש״י (Salomon ben Isak, vulgo Raschi, gest. 1105), dem berühmten Comentator des Talmuds, der Bibel, etc. unter verschiedener Specialbenennung citirt. Zuweilen wird nämlich diese Schrift „משנת המדות“, die Mischna der Maasse genannt, zuweilen aber „מס׳ מדות“ Traktat der Maasse, מס׳ Abkürzung von מסכת Traktat, oder auch nach anderer Leseart מ״ט מדות 49 Maasse, ja zuweilen kommt diese letztere Leseart anstatt in Ziffern, in Worten deutlich ausgesprochen „ארבעים ותשע מדות“ vor, und endlich findet man noch den Namen „ברייתא“ Boraitha (externa, im Gegensatz zu der kanonischen Mischna) der Maasse. Man hielt allgemein diese Schrift für verloren, wie manche andere Schriften, die im Talmud citirt sind. Der Vernachlässigung war allerdings eine Schrift dem Namen nach, etwas Geometrisches oder Geodätisches enthaltend und nicht direct religiöse Fragen behandelnd, viel eher ausgesetzt, als andere direct religiöse Abhandlungen, da der Talmud und seine Schriftsteller diesen religiösen Zweck in erste Linie stellten, alles andere nur insofern behandelnd, als dasselbe in dieses Gebiet eingreift. Was im Uebrigen den Inhalt betrifft, so war die Zahl der verschiedenen Meinungen darüber nicht geringer, als die der verschiedenen Benennungen.

Herr Dr. Steinschneider gab zum siebenzigsten Geburtstage des Meisters Zunz (10. August 1864) eine Schrift genannt Mischnath Hammiddot, als erste geometrische Schrift in hebräischer Sprache mit einer kurzen Einleitung (auf die ich verweisen muss), heraus aus einem Funde, den er zwei Jahre früher in einem Cod. Hebr. 36 bezeichneten Manuscripte der Münchener Bibliothek gemacht hatte.

Nach der Meinung des Herausgebers sei diese Schrift identisch mit jener von Raschi und anderen citirten, und für den Fall, dass die Leseart מ״ט, 49, richtig wäre, so müsste, wenn diese Ziffer die Zahl der Sätze angeben sollte, angenommen werden, dass, da in der vorliegenden Schrift sich nur 42 Sätze vorfinden, entweder 7 Sätze verloren gegangen seien, oder, dass manche Sätze zu theilen wären.

Anmerkung. Auf die Einzelheiten der Citate, und wie von ihnen diejenigen, die sich auf den gleichnamigen Traktat im Talmud (Beschreibung der Stiftshütte) beziehen, zu sondern sind, näher hier einzugehen ist mir leider nicht möglich, weil ich nicht weitläufig werden darf. Indess kann ich nicht unterlassen, mindestens so viel zu bemerken, dass die verschiedenen Citate in zwei Kategorien zu theilen sind: die einen haben einen halachischen, die andern einen aggadischen Charakter; die ersteren gehören eher der Mischna, die andern dagegen der Boraitha, ja sogar der Gemara an. Fasst man dieses ins Auge und bemerkt noch dabei, dass nicht alle citirten Stellen in unserer gegenwärtigen Schrift sich vorfinden, und dass gerade diejenigen sich nicht vorfinden, die eher den Charakter der Boraitha oder Gemara haben, während unsere Schrift, wenn überhaupt echt (ich meine nicht nachgeahmt), doch gewiss den Stempel der Mischna an sich trägt, sowohl der Sprache und des Styles wegen, als auch dem Charakter des Inhaltes nach; bemerkt man dieses, sage ich, so gehört gar nicht zu viel Phantasie dazu (jedenfalls nicht mehr, als bereits für manche Vermuthungen über diese Schrift in Anspruch genommen wurde), um folgende Frage sich zu stellen: War nicht vielleicht zu dieser Mischna auch eine Gemara, wie zu den andern Theilen der Mischna, vorhanden und führen somit die verschiedenen Benennungen nicht etwa zu einem Widerspruche, sondern haben alle vielleicht ihren richtigen Grund? Dieses um so mehr, da einerseits diese verschiedenen Benennungen mit den angeführten zwei Charakterzügen sich gut vertragen, und andrerseits die sich nicht vorfindenden citirten Stellen direct auf eine ähnliche Vermuthung hindeuten. Dass der Stoff nicht ungeeignet ist talmudisch behandelt zu werden, zeigt hinreichend das Factum, dass mancher Satz daraus im Talmud wirklich citirt und behandelt wird. Man könnte nur zweifeln ob man es wagen darf ein so hohes Alter für diese Schrift zu vermuthen; dieses ist und bleibt, wie wir weiter sehen werden, vorläufig unentschieden. Jedenfalls ist die Sprache und der ganze Charakter so täuschend ähnlich einerseits, und ist es andrerseits in der Literatur eine solche Seltenheit einen so genauen und reinen Mischna-Styl anzutreffen, dass ich hier von Echtheit und Unechtheit zu sprechen berechtigt zu sein glaubte, wiewohl kein Verfasser genannt ist. Der Einzige, der einen der Mischna verwandten Styl besässe, wäre, so weit mir bekannt ist, vielleicht Maimonides; aber auch er schreibt bei Weitem nicht so täuschend genau. Mit einem Worte: diese täuschende Genauigkeit der Aehnlichkeit geht meines Erachtens so weit, dass wenn die Schrift nicht zur wirklichen Mischna gehört, so muss der Verfasser unbedingt die Absicht gehabt haben, täuschend ähnlich jenem wohlbekannten Style der autorisirten Mischna zu schreiben, und daher der Ausdruck echt. (S. Schlussbemerkung.) Was die Midraschische Spielerei mit den Bibelversen betrifft, die Herr Dr. Steinschneider darin findet, so glaube ich zur Genüge gezeigt zu haben, dass solche angeführte Stellen durchaus nicht etwa müssig, sondern meistentheils nothwendig sind, um jedesmal irgend etwas zu begründen, sei es die Richtigkeit des behaupteten Satzes selbst, sei es in Betreff der Definition, sei es in Betreff der Terminologie; und das ist durchaus im Charakter der Mischna. Der aufmerksame Leser findet diese Bemerkungen an den betreffenden Stellen.

II.

Auf Veranlassung meines hochverehrten Lehrers, Herrn Professor M. Cantor, habe ich die Uebersetzung dieser Schrift ins Deutsche und eine Erörterung derselben vorgenommen. Es lag mir durch die Freundlichkeit der Bibliotheksverwaltungen von München und Heidelberg das Münchener Manuscript zur Einsicht und genauerem Studium vor, wofür ich den genannten Verwaltungen, und insbesondere Herrn Oberbibliothekar Professor Zangemeister, meinen innigsten Dank hiermit ausspreche.

Bei der Gelegenheit möchte ich etwas Näheres über das Manuscript selbst mittheilen. (Ich bin allerdings nachträglich von Herrn Dr. Steinschneider auf seine Beschreibung im Catalog der Münchener H.-S. S. 12 aufmerksam gemacht worden; da es mir aber leider noch nicht möglich war Vergleiche anzustellen, so glaubte ich die folgende Beschreibung dem Leser nicht vorenthalten zu dürfen, weil es einerseits behufs der Beurtheilung der Zeit, des Ortes und Charakters vielleicht dienlich sein könnte, diese Beschreibung im Zusammenhange mit der Schrift vor Augen zu haben, und weil andrerseits hier sich vielleicht noch manches beachtenswerthe Wort für den weitern Forscher vorfinden könnte.)

Das Ganze ist eine Sammlung mehrerer Handschriften, die ihrem mehr oder weniger mathematischen Inhalte nach einander sehr verwandt sind. Die Hauptwerke darin sind eigentlich von einer Hand geschrieben und zwar in Quadratschrift; dagegen sind einige kleinere Abhandlungen in sogenannter Raschi-Schrift, eigentlich Spanisch-Hebräische-Cursivschrift. In letzterer Schrift sind auch mehrere Bemerkungen, Zusätze, Erläuterungen und Anhänge zwischen jene grössern Werke eingeschoben. Der Anfang fehlt, trotzdem dass der Einband wie der Inhalt verhältnissmässig sehr gut erhalten ist. Die Ränder derjenigen Abhandlungen, die in der zweiten Schrift geschrieben sind, tragen vom Buchbinder zur Hälfte weggeschnittene Aufschriften. Eine Art von Titelblatt findet sich nicht am Anfang des Ganzen, aber am Ende desselben. Vielleicht ist dieses Titelblatt nachträglich vom Bibliothekar bestellt und so behandelt worden, als hätte man es mit einer Schrift zu thun, die von links nach rechts gelesen wird. Eher aber möchte ich annehmen, dass man es hier mit zwei Büchern zu thun hat, die später zusammen gebunden wurden. Zu einem derselben dürfte vielleicht alles in Quadratschrift Geschriebene gehören, welches grössere Ränder hatte und deshalb verschont blieb, während die andern Abhandlungen im Texte von grösserem Formate waren und beim Zusammenbinden mehr leiden mussten. Dadurch wird auch erklärlich, dass unter den auf dem nachträglichen Titelblatte aufgezählten Werken manche fehlen. Der Inhalt des in Quadratschrift ausgeführten Titelblattes ist folgender:

ספר הפלוסופיא אשר בו נכתב הספירה:
וגם התכונה: ומעשה מרכבה: וחמשה עשר
ספרים האקלידה ממדת הארץ: גדר ארסטוטלוס
השם בספר פארי ארמניאס הועתק מלשון
הגרי אל לשון עברי אני משה בר שמואל
בר יהודה בן תבון זל מרמון ספרד
ונשלמה העתקתו בי"ז אלול שנת חמשת אלפים

Wörtlich: ושלשים

Das Buch der Philosophie. Darin geschrieben: das Zählen (Arithmetik, gemeint wahrscheinlich die von Nikomachus, vgl. weiter unten), auch Astronomie, und Maasse Merkabah (kabbalistische Gottheitslehre), und fünfzehn Bücher des Euklid von Erdmessung (wörtlich Geometrie; in eigentlichen hebräischen Schriften nie so genannt, sondern Messkunst); Aristotelische Definition der Nomina im Buche *Περι ἑρμηνειας*; übersetzt aus dem Arabischen ins Hebräische von mir Moses ben Samuel ben Tibbon aus Granata in Spanien; und die Uebersetzung war beendigt am 17ten Elûl 5030 (1270).

Bemerkenswerth sind dabei zwei Hauptpunkte: a) Das ganze Manuscript wird zusammen mit einem Namen „das Buch der Philosophie" genannt. b) Es ist aus dem Arabischen ins Hebräische übersetzt von Moses ben Tibon im Jahre 1270 n. Chr.[1])

1) Die freundliche Bemerkung des Herrn Dr. Steinschneider, mit der er nach gefälliger Durchsicht dieser Zeilen mich brieflich beehrte, dass nämlich die Schlüsse aus den Ueberschriften in den Manuscripten vollkommen verfehlt wären, da dieselben von unwissender Hand gemacht seien, diese Meinung kann ich leider nicht theilen. Nach meiner unmassgebenden Ansicht muss in dem vorliegenden Falle der Schreiber des Titelblattes eine Quelle gehabt haben, aus der er sagen konnte: übersetzt durch mich (in erster Person) Moses u. s. w., und dabei Tag, Monat, Jahr und Ort der Beendigung der Uebersetzung angeben? Ich sage ausdrücklich Beendigung der ganzen Uebersetzung (wie es hier ausdrücklich heisst), da einzelne dieser Uebersetzungen Angaben von anderem Datum und Ort enthalten, wie es z. B. beim Euklid heisst (in dritter Person), Uebersetzung des grossen Weisen Moses, Sohn des Philosophen der Gottesgelahrtheit, Samuel ben Juda ben Saul ben Tibbon; er übersetzte es in Montpellier. Beim Schlusse des Euklid findet sich aber wörtlich jene letzte Phrase des Titelblattes vom Uebersetzer in der ersten Person; dann unterschreibt noch der Schreiber wörtlich: und habe es geschrieben ich Moses, Jonah Sohn des David des Griechen (?) in Konstantinopel 5240 (1480). Dieses ist ebenfalls in Quadratschrift. Alles macht auf mich mindestens den Eindruck, als wären die andern Schriften später mit dem Hauptwerke zusammengebunden worden. Jedenfalls finde ich, dass dem historischen Forscher, für den diese Arbeit überhaupt als Material zu betrachten sein sollte, jenes Titelblatt nicht ganz verschwiegen werden dürfte. Dem Forscher dient manchmal eine geringfügige treue Wiedergabe der Thatsache zur Entdeckung wichtiger Merkmale.

Daraus würde man im ersten Augenblick zu entnehmen geneigt sein, dass auch unsere Schrift aus dem Arabischen übersetzt sei; aber ein solcher Schluss stellt sich bei näherer Betrachtung als etwas übereilt heraus. Zunächst fehlt unsere Schrift in der angeführten Detaillirung des Inhaltes der Uebersetzung. Auch fehlt nicht sie allein, so dass die Möglichkeit der Annahme, dass sie etwa ihres unbedeutenden Rauminhaltes wegen es nicht verdient hätte in Reihe der viel voluminösern Werke gezählt zu werden ausgeschlossen ist. Es fehlen noch manche andere Schriften, die in demselben Manuscript enthalten sind. Ich will hier den wirklichen Inhalt des Manuscriptes kurz angeben:

1) מעשה חושב, Maasse Choscheb, Rechenkunst (und nicht etwa: Kunstwerk, wie jemand in einer Notiz dort glaubte), enthaltend eine ziemliche Zahlentheorie, von Rabbi Levi ben Gersom. Dieses Werk ist ein selbständiges und hat insofern etwas besonders Interessantes in sich, als der Verfasser bestrebt ist den Rang der Ziffern auch ins Hebräische einzuführen durch Einführung der Null unter Beibehaltung der sonst üblichen Bezeichnung der Ziffern durch Buchstaben.

2) Uebersetzung des Euklid aus dem Arabischen, wobei Vergleiche mit einem griechischen und einem lateinischen Texte am Rande sich finden. Darin finden sich Commentare zu einigen Capiteln derselben von Abunassar Alpharabi, von Mohamed ben Mohamed Alpharabi, worin die Ansicht des Jacob ben Mochir angeführt wird, auch dessen Beweise, und Erläuterungen zu manchen Figuren; von Abu Ali Alhassan ben Alhassan, von Joseph (wahrscheinlich Joseph ben Isaak Hajisraeli, der sehr oft in dem Manuscripte vorkommt).

Letzterer citirt aus türkischen Werken (ספרי ישמעאל, und nicht ערבי wie es heissen würde wenn arabische Schriften gemeint wären) den Satz, dass die Höhe im rechtwinkligen Dreieck, auf die Hypotenuse gefällt, die mittlere Proportionale sei zwischen beiden Abschnitten der Hypotenuse. (Es sei beiläufig bemerkt, dass dieser Satz bei Mohamed ben Musa sich nicht findet, ebenso nicht bei Alkarkhi und Beha-Eddin, wie auch in unserer Schrift; in letzterer findet sich dagegen allerdings die Aehnlichkeit beider durch die Höhe entstandenen rechtwinkligen Dreiecke zu einander und zum ganzen Dreiecke Art. IV, b). Vor dem 14. Cap. heisst es: hier folgen zwei Capitel, welche zum Euklid passen und sind von Hypsikles. Und schliesst dieses mit der Bemerkung, es sei übersetzt von dem grossen Weisen Moses ben Samuel ben Juda ben Saul ben Tibon, die Uebersetzung geschah in Montpellier.

3) Zurath hooretz, צורת הארץ von Abraham ben Chija Hanassie, (mathematische Geographie).

4) Hakadur, ספר הכדור (Himmelglobus).

5) Hoëchod, ספר האחד von Ibn Esra. (Eigenschaften der ersten zehn Zahlen.)

6) Unsere Schrift, ohne Ueberschrift. Am Ende heisst es: hiermit schliesst das Capitel und mit ihm die Mischnath Hammiddoth.

7) Darauf folgen mehrere Proportionen und Verhältnisse des ein- und umgeschriebenen Quadrates und Dreieckes zu den Kreisen u. s. w., ohne Angabe des Verfassers; dann ebenso einige algebraische Aufgaben.

8) Cheschbon Hamahalachoth ספר חשבון המהלכות von Abraham ben Chija Hanassie. (Berechnung der Planeten-Bewegungen.)

9) Commentar und Bemerkungen zu der Arithmetik von Nikomachus von einem Schüler des Jacob ben Ischak ben Alzabah Alcanari und Säuberung des genannten Buches von der fehlerhaften Auffassung des Chabib ben Bacharir Al-nestor, der es aus dem Syrischen ins Arabische übersetzt hatte für den berühmten Himiam Takad ben Alhassan. (Hier wird wiederum Abu Joseph oft citirt.)

10) Herstellung einer astronomischen Tafel, genannt Zapichah, von Abu Ischak ben Alsarkalah. Vollendet durch mich Moses ben Jonah, Donnerstag 3. Iior, 17. nach dem Paschah Feste 5245 (1485). Bemerkungen von Comtina über die Einrichtung des Instrumentes (17. Tebet 5223, 1462).

11) Aufsatz über Astronomie von Abraham ben Chija Hanassie.

12) Einrichtung der Kupferinstrumente. ספר תקון כלי הנחשת Astronomische oder astrologische Instrumente. (Comtina in dritter Person.)

13) Ein Werk (die Ueberschrift scheint oben abgeschnitten zu sein),[1]) in drei Abtheilungen: Arithmetik, Geometrie und Musik, worin die ersten zwei Theile etwas eingehend behandelt sind, dagegen ist die Musik nur erwähnt. Uebrigens sind auch die ersten mehr beschrieben, als eigentlich behandelt. (In der Geometrie wäre vielleicht der Satz hervorzuheben, dass die Summe der Winkel eines n-Ecks, $2(n-2)$ R beträgt, was übrigens nicht als Formel angegeben, sondern, wie natürlich zu erwarten ist, an einigen Beispielen nur gezeigt ist. Dieser Satz findet sich weder in unserer Schrift, noch bei Mohamed ben Musa, noch bei Alkarkhi oder Beha-Eddin. Bei allen diesen wird mit Winkeln nicht operirt, höchstens wird bestimmt, ob sie recht, spitz oder stumpf sind, und zwar auch dieses nicht direct, sondern durch Anwendung des Pythagoräischen Satzes auf die Seiten, und also als Kennzeichen $a^2 + b^2 \overset{=}{\lesseqgtr} c^2$. Im Uebrigen scheint der Verfasser sich auf

1) Nach Herrn Steinschneider sei dieses von Abraham ben Chija. Was die Nummer 13 anstatt 16 betrifft, so kommt das daher, dass ich kleine, eingeschobene Anhänge nicht gezählt habe.

das Werk von Nikomachus zu beziehen, wie das die Eintheilung verräth; allerdings ist der Verfasser bemüht, die Quelle aller dieser Weisheiten in Bezalel, dem Baumeister der Stiftshütte in der Wüste, (Exodus XXXI, 1—6; s. d.) zu finden[1]). Das Werk hat insofern Interesse, als man durch dasselbe einen ungefähren Ueberblick über den verloren gegangenen geometrischen Theil des Werkes von Nikomachus bekommen könnte.

14) Einige Artikel über manche Aristotelische Definitionen von Abu Alkass ben Aderes. Darin sind citirt Abu Akr Alchaman ben Takr Ibn Sina, Abu Alchananah ben Tolmeus, Alraschid, Abu Alchananah Joseph ben Jechija Hajisraeli aus dem Abendlande. Abuchmed Algasali Hamabo. המבא von Ibn Esra (?).

15) Erläuterung der Himmelserscheinungen, Auszug aus Ben Raschid, von Levi ben Gersom.

16) Wechsel der Blicke חלוף המבטים, (optisches Werk), von Euklid. Anfang: Der Verfasser sagt, da ich das Buch, das meinen Namen trägt, 13 Artikel als Vorbereitung zum Almagest, vollendet habe, so u. s. w.

17) Das Buch der Spiegel ספר המראים, von Euklid.

18) Erläuterung von Rabbi Simon Mutut über Linien die sich niemals treffen (Asymptoten). Ausführliche Beweisführungen über die Möglichkeit von Asymptoten überhaupt, und als Beispiel die Asymptoten der Hyperbel.

19) Die Messkunst, חבור חכמת התשבורת von Levi ben Gersom.

Hierauf folgt die oben erwähnte Aufschrift. Es bleibt also in Betreff unserer Schrift nicht ganz entschieden, ob sie den Uebersetzungen, oder der selbständigen Verfassung, wenn auch nach vorliegenden Modellen, angehört, da mehrere Werke und Abhandlungen von beiderlei Arten in demselben Manuscripte zusammengeschrieben sind, und zwar alles so durcheinander, dass dieselben nach dieser Eintheilung schwer zu trennen sind. Allerdings ist es bei den Uebersetzungen ausdrücklich gesagt, das sie solche seien, während bei den selbständigen Werken ein Stillschweigen die Selbständigkeit verstehen lässt. Da unsere Schrift nun unter den Uebersetzungen nicht gezählt ist, so bleibt jedenfalls die Möglichkeit, vielleicht auch die Wahrscheinlichkeit, sie als eine selbständige Abhandlung gelten zu lassen.

III.

Wenden wir uns nun zu der Sprache unserer Schrift. In I. erwähnte ich, dass die Sprache unserer Schrift auf ein früheres Alter derselben verweise. Dieses muss von zwei Standpunkten betrachtet werden: nämlich

1) Dass man beim Bau der Stiftshütte wirklich geometrische Kenntnisse anwandte, wie z. B. Kenntniss des Pythagoräischen Dreiecks, siehe weiter unten Art. IV. a, [1]a.

von Seiten des Styles und von Seiten der Terminologie, ich meine der mathematischen Terminologie.

Was erstere betrifft, so ist derselbe unverkennbar der leibhaftige Styl der Mischna. Schon der Anfang:

בארבעה דרכים (Art. I, a): In vier Wegen, Arten.
ואלו הן (Art. I, a): und zwar
זה הכלל (Art. I, a): die Regel ist.

Und so geht es fort:

איזו היא? זה ה־! (Art. I, b): was ist —? das was —!
שנאמר (Art. I, b); es heisst; und nicht das später gebräuchlichere Aramäische דכתיב, von derselben Bedeutung. והגג עצמו היא המשיחה als Refrain zum Schlusse von b, c, d, h. Ich lege auf diese Stellen um so mehr Gewicht, da alle diese Paragraphen sich bei Mohamed ben Musa nicht finden.
כיצד Wie so?
כבר אמרו es ist schon gesagt, (in der 3. Person Pluralis; sie (die Weisen) haben schon gesagt).
חסר ועולה חסר ועולה (Art. II, k); nimmt immer mehr und mehr ab.
מה תלמוד (Art. V, c); warum heisst es nun? eigentlich, was lernst du aus —
לפי שאמרו (Art. V, c); weil man sagte.
זה הכלל כל ש־ (Art. V, d); die Regel ist, alles was —
ג׳ דברים נאמרו (Art. V, d); drei Dinge sagt man; eigentlich: drei Fälle sind zu unterscheiden.
יחשב כדרכו (Art. IV, b); der rechne nur fort nach seiner Art.
ובלבד ש־ (Art. V, b); mit der Bedingung, dass —
הנתונה על הארץ (Art. V, c); welche liegt auf dem Boden;
הרי הוא אומר (Art. V, c); heisst es ja;
הא למדת (Art. V, c); so hast du gelernt u. s. w.[1]).

Was die wissenschaftliche Terminologie betrifft, so ist bemerkbar, dass die technischen Ausdrücke älter sind, als die in der arabisch-hebräischen wissenschaftlichen Literatur geläufigen, z. B. bei Abraham ben Chija Hanassie, Maimonides, Ibn Esra, Ben Gersom, ben Tibon u. s. w. So zum Beispiel findet man in unserer Schrift nicht die wörtlich aus dem Arabischen genommenen Ausdrücke קֹטֶר, Durchmesser, תשבורת im Sinne von Flächeninhalt (كسيب) auch Körperinhalt תושבת für Basis, מעוין (معينه) für

1) Herr Steinschneider macht noch auf „מכאן ואילך צא וחשוב“ aufmerksam; eine Phrase, die in Jezira auch vorkommt.

Rhombus, vergl. III, 1 mit Mb.M; sondern die später in diesem Sinne nicht vorkommenden חוט, Faden, משיחה Ausmessung, arab. مساحة und تكسير was wohl zu beachten [Marre's Bemerkung über das erstere (S. 6 Anmmerkung) und Zeile 2 „superficie“ sind ungenau und widersprechend, St.]; קבע, סוף Grund-Endfläche für Basis.

Ebenso ist auffallend die weibliche Form für Viereck, Dreieck, Kreis und Bogen, was die Ergänzung von צורה Figur voraussetzt[1]). Ebenso findet sich hier nicht das später sehr geläufige גשם für Körper, und ist dafür das später in diesem Sinne sehr seltene גוף. Für Multipliciren finden wir hier צרף, während später כפל (dupliciren) gebräuchlich ist; (wegen des ב siehe NB. zum Schlusse des Vorwortes).[2])

Dieses würde, wenn unsere Schrift überhaupt echt ist, dafür sprechen, dass sie mindestens älter als die arabisch-hebräische Periode ist. (Unter einer solchen Periode verstehe ich die Zeit von etwa 740—1200.)

IV.

Die Aehnlichkeit unserer Schrift mit der ältesten arabischen Geometrie ist ungeheuer gross. Es lagen mir bei dieser Arbeit drei Werke von dieser Art vor. Erstens Mohamed ben Musa (Alkharizmy) in zwei Uebersetzungen, einer englischen, umfassend die Algebra und die Geometrie, von Frederic Rosen, London 1831, und einer französischen, nur die Geometrie enthaltend, von Aristide Marre, Rome 1866. Die Ausgabe von Rosen enthält auch den arabischen Text, der mir leider unzugänglich ist; wohl aber machte mir die gütige Gefälligkeit des berühmten Orientalisten Herrn Prof. Merx, dem ich hiermit meinen innigsten Dank ausspreche, es möglich, einen Blick

---

1) In Verbindung mit צורה findet man allerdings diese Form bei Jehuda ibn Tibbon in der Uebersetzung von Saadia, worauf Herr Steinschneider auch verweist.

2) Besonders fällt ins Auge, dass hier zwei Termini gänzlich fehlen: 1) Parallelität, was hier sowohl wie bei M. b. M. durch Worte ausgedrückt ist, die nicht ganz deutlich sind, und etwa „gleich, gerade, passend“ heissen, so dass die Uebersetzer von M. b. M. es verschieden auffassen (vgl. Art. II, f, Nota 18), während später das Wort „מקביל“ für „parallel“ sehr geläufig ist, ja sogar in den andern Werken desselben Manuscriptes sehr oft vorkommt. 2) „Diagonale“ ist hier durch umständliche Beschreibung erklärt, z. B. der Faden, der durchschneidet von Winkel zu Winkel, von Ecke zu Ecke und der der allerlängste ist im Gag“ (Art. I, b). Es wäre ein Irrthum, wenn man glauben wollte, der Terminus sei hier חוט Faden und das Uebrige nur eine in der Einleitung gegebene Definition desselben; da dasselbe Wort auch anderweitig gebraucht ist (Art. I, g. u. a. m.), und muss jedesmal erklärt werden: „Faden von Ecke zu Ecke“. Später ist aber „אלכסון“ von λοξόν = לוכסן dafür gebräuchlich. Das Wort kommt im Talmud oft vor, ist in der Mischna aber, soviel ich mich erinnern kann, noch nicht gebraucht. (Dasselbe kommt auch in Jezira vor und heisst auch oft Hypotenuse.)

über manche kritische Stellen zu bekommen. Zweitens lag mir das Werkchen von Mohamed ben Alhusein Alkarkhi vor, herausgegeben von Prof. Hochheim, Halle 1877/80, deutsch; und drittens, ebenfalls deutsch, Essenz der Rechenkunst von Beha-Eddin, herausgegeben von Nesselmann, Berlin 1843.

Auf die Verwandtschaft dieser drei arabischen Schriften in Betreff der Geometrie unter einander will ich hier nicht eingehen, da dieses bereits zur Genüge klar gelegt ist. Was die Verwandtschaft unserer Schrift mit diesen arabischen dagegen betrifft, so glaube ich zwar an den betreffenden Stellen hinreichend aufmerksam gemacht zu haben, indess möchte ich hier noch hervorheben, dass es auf mich den allgemeinen Eindruck macht, als hätten, erstens sowohl Mohamed ben Musa, wie der Verfasser unserer Schrift eine und dieselbe Vorlage, die jeder von ihnen nach seiner Art behandelte. Dass zweitens diese gemeinschaftliche Vorlage keinen theoretischen, sondern rein praktischen Charakter gehabt zu haben scheint; es mag eine Art Sammlung von Resultaten geometrischer Sätze, die dem Praktiker, vielleicht dem Beamten oder Richter, zum Handbuch wenn nicht zum Codex dienen sollte, gewesen sein. Drittens scheint dieses Handbuch sehr alten Ursprungs und wahrscheinlich bei verschiedenen Nationen, in verschiedenen Ländern, in verschiedenen Abschriften, zuweilen auch in verschiedenen, mehr oder minder selbständigen Bearbeitungen vorhanden gewesen zu sein. Viertens scheint die Abschrift, die Mohamed ben Musa vor sich hatte, mehr Indisches angenommen zu haben, wie z. B. die Bestimmung des Fusspunktes durch reine Algebra (Mohamed ben Musa schrieb ja auch eine Algebra). Unsere Schrift enthält auch nicht eine Spur von Algebra, dagegen hat sie manches Griechische hinzugefügt, wie z. B. die Heronische Formel für den Flächeninhalt des Dreiecks ausgedrückt durch die Seiten desselben, die bei M. b. M. nicht vorhanden ist, obwohl er dieselben Zahlen 13, 14, 15 für die Seiten des Dreiecks, die dort zu jener Formel gebraucht sind, ebenfalls benutzt. Alkarkhi und Beha-Eddin, die offenbar nach M. b. M. gearbeitet haben, geben auch die Heronische Formel zum Besten. Uebrigens haben diese beiden Araber schon viel mehr aus dem Griechischen, worunter am wichtigsten die Beweise der geometrischen Sätze sind, die sowohl bei M. b. M. wie auch in unserer Schrift nicht gegeben werden. Fünftens scheinen in unserer Schrift Commentarien und Zusätze späterer Zeit sich vorzufinden, wie z. B. die Winke der Verwandlung der Brüche in Decimalbrüche, was bei M. b. M. sich nicht findet und worauf ich seines Ortes aufmerksam gemacht habe.

Endlich sei noch erwähnt, dass unsere Schrift eine Einleitung an ihrem Anfange und ein paar Sätze über die Kugel im letzten Kapitel hat, was bei M. b. M. nicht vorhanden ist.

Zum Schlusse möchte ich noch zur Entschuldigung etwa nicht genügender Berücksichtigung mancher Seite der berührten Frage erwähnen, dass die Beschäftigung mit dogmatischer Mathematik, die zur Zeit meine Hauptaufgabe bildet, mir es leider unmöglich macht, dem gegenwärtigen Gebiete, auf das ich von meinem hochverehrten Lehrer Herrn Prof. M. Cantor erst neu eingeführt bin, vorläufig die nöthige ernste Hingebung nach meinem Wunsche zu widmen; vielleicht wird es mir noch vergönnt sein, darauf später einmal zurückzukommen, wogegen ich vorläufig mich begnügen muss, gütigen Zurechtweisungen der Meister vom Fache mit Dank und Ergebenheit entgegenzusehen.

Heidelberg, im November 1879.

Der Uebersetzer.

NB. Dass ich bestrebt war, die Uebersetzung möglichst wörtlich zu halten und zwar auch da, wo die deutschen Termini abweichend sind, wird mir der Leser gütigst verzeihen. Wenn ich oft mit dem Inhalte etwas freier umging, wo es der richtige Sinn unbedingt verlangte, so habe ich dagegen die Form der Worttreue geopfert. Ich glaubte nämlich, dass gerade solche Momente dem Historiker dienlich sein können. Wenn ich z. B. hier durchgängig multipliciren in (anstatt mit) wörtlich wiedergebe, so sei das ein Wink, dass dieses auf eine Verwandtschaft mit dem Arabischen hinweist. Wenn ich nicht irre, schwankt ursprünglich auch im Deutschen beim Multipliciren und Dividiren der feste Ausdruck dafür; es heisst bald mal, bald durch, und bald in. Dies wird auch im Deutschen von der Verschiedenheit der Quellen der ersten deutschen Mathematiker herrühren. Weist doch Drobisch nach, dass Johannes Widmann von Eger 1489 arabische und römische Quellen benutzte, ersteres beweist der Gebrauch von Helmŭaym = Elmeŭian („מעוין“ in der arabisch-hebräischen Literatur) für Rhombus.

Art.[1] I.

a) Aus vier Formen (דרכים sonst Wege, Arten) besteht die gesammte Messkunst, und zwar: dem Verecke, dem Dreiecke, dem Kreise, dem Bogenartigen (hier Halbkreis). Die Regel ist: Das Zweite (das Dreieck) ist die Hälfte des Ersten (des Vierecks), und das Vierte (Bogenartige) ist die Hälfte des Dritten (des Kreises). Alle übrigen (Formen) sind mit einander verflochten wie der Gürtel (סינר, für סונר ζωναρ) mit dem Schenkelband (בברית, nach St. für בברירית im Cod.).[2])

b) Das Viereck ist aus drei Gesichtspunkten (zu betrachten): Seite, Faden (Diagonale) und Gag, גג, sonst: Dach; hier: Ebene, Oberfläche, Flächeninhalt).[3])

Seite heisst, was die Seiten des Gag hält (ausmacht); es heisst: „viereckig sei der Altar (Opferstätte)".[4])

Faden, der durchschneidet[5]) von Winkel zu Winkel, von Ecke zur Ecke, und ist der allergrösste in der Länge des Gag; und der

Gag selbst ist die M'schicha, (משיחה, Spannung, Ausdehnung, Messung, Ausmessung; hier Flächeninhalt; es wird wohl nicht entgehen, dass dieses fast identisch mit dem arabischen Messâhat, bei Mohamed ben Musa.[6])

---

1) פרק gebräuchlich in der Mischna, wörtlich articulus.

2) Ueber dieses Wort s. Levy's Neuhebr. u. chald. Wörterbuch בִּירִית I, 267, 288. Eine Erläuterung dieses orientalischen Bildes gehört nicht hierher, jedoch ist es wegen des Vaterlandes der Schrift beachtenswerth.

3) Herr Prof. Cantor macht hier aufmerksam auf das griechische στέγη Dach, und bei der Pyramide στέγη τῆς πεQαμίδος, bei Heron, liber Geeponicus, Cap. 72 (ed. Hultsch S. 217).

4) Exodus 27, 1. Dort heisst es: fünf Ellen seine Länge, fünf seine Breite; viereckig soll der Altar sein, und drei Ellen seine Höhe. Die betreffenden Seitenflächen sind also Quadrate resp. Rechtecke und werden dennoch schlechtweg רבוע viereckig genannt; und deshalb ist wahrscheinlich diese Stelle hier citirt worden.

5) המפסיק wörtlich: „trennt", vielleicht zu ergänzen: „die Fläche", d. h. er theilt sie (St.). Dieser Ausdruck für das Durchschneiden der Diagonale ist nicht vereinzelt; vgl. diesen Art., Satz g; Art. III, d, e. Die Correctur המחזיק, המהדק scheint unnöthig.

6) s. St. S. IV. A. 4.

c) Das Dreieck — aus vier Gesichtspunkten: dem Schenkelpaare[1]), der Basis, der Höhe, des Gag.

Das Schenkelpaar, das sind die zwei Fäden (משוכים wörtlich Gedehnten). Rechts und [Links][2]); es heisst: „denn nach Rechts und Links wirst du dich erstrecken“.[3])

Die Basis, das, worauf das Schenkelpaar (basirt) befestigt ist; es heisst: (die Säulen), auf denen das Haus feststeht“.[4])

Die Höhe[5]) ist der Faden, der im Allgemeinen[6]) aus dem Schenkelpaardurchschnitt auf die Basis fällt und (da) einen Winkel bildet, „zu den Winkeln des Stiftszeltes“;[7]) und der Gag selbst ist die M'schicha.

d) Der Kreis — aus drei Gesichtspunkten: Umfang, Faden (Durchmesser) und Gag.

Umfang ist die Schnur (קו, Linie) die den Kreis umringt; denn es heisst: „und eine Schnur von 30 Ellen umringt es ringsherum“.[8])

Faden ist, der vom Rande zum Rande gezogene; es heisst: „von seinem Rande zu seinem [anderen] Rande“;[9]) und der Gag selbst ist die M'schicha.

e) Das Bogenartige, — aus vier Gesichtspunkten: Bogen, Sehne, Pfeil und Gag.

---

1) In der Handschrift: בשני הצלע, also ganz einfach; in der gedruckten Ausgabe (Berlin 1864) hat sich ein Schreib- oder Druckfehler eingeschlichen (בשני' בצלע) und gab Veranlassung zu einem (sic). (Correcter wäre [wie gleich darauf] בשני הצלעות; doch ist der Singular vielleicht nach Analogie von Maassbezeichnungen zu erklären, wie zwei Fuss u. dgl. Bemerkung des Herrn Dr. Steinschneider). Dem gegenüber muss ich hinzufügen, dass hier שְׁנֵי־הַצֶּלַע „Schenkelpaar“, in der Analogie von שְׁלֹשׁ־הַקִּלְּשׁוֹן aufzufassen sei und von ־ות, שני צלעים „zwei Schenkeln“ wohl zu unterscheiden. Der Ausdruck שני צלע kommt hier öfter vor: I, c. „שני צלע “זה; III, c. בשני צלע.

2) ימין ויכין, also eine Anspielung auf I. Kön. 7, 21. Dort ist allerdings יכין nicht die zweite, linke Säule; sondern die rechte Säule selbst wurde יכין genannt!

3) (Jesaia LIV, 3). Im vorhergehenden Verse ist dort von der Verlängerung der Seile bei der Spannung des Zeltes die Rede.

4) Richter XVI, 26, 29.

5) Bald: עמוד, Säule; bald עומד aufrechtstehender, Senkrechte; bald auch קומה, Höhe, s. unten Anm. 17.

6) חוט הכולל, hier vielleicht, um auszudrücken, dass es Fälle gibt, wo die Senkrechte ausserhalb der Schenkel, oder auch in einen der Schenkel selbst fällt.

7) Exodus XXVI, 23. Dort soll der Winkel ein rechter sein, obwohl es schlechtweg Winkel (oder Ecke) heisst; und deshalb wird wohl jene Stelle hier angeführt.

8) I. Kön. VII, 23.

9) Ibid.

Der Bogen ist ein Theil des Kreises; es heisst: „wie das Aussehen des Bogens (Regenbogens) in der Wolke".[1])

Die Sehne,[2]) (ist) die den Mund des Bogens fasst; es heisst: „ein getretener (gespannter) Bogen".[3])

Der Pfeil ist der aus der Mitte des Bogens zur Mitte der Sehne gezogene; es heisst: „sie setzten ihren Pfeil an die Sehne".[4]) Und der Gag selbst ist die Mschicha.

f)[5]) Wie misst man die Mschicha (Flächeninhalt)? In Zahlen rechnest du eins auf eins, das ist die Mschicha, d. h. eine Elle auf eine Elle; so zählst du bei einem Gag, welcher an den Seiten und den Winkeln gleich ist, nach jeder Seite (Richtung); die Tabula (טבלא = Quadrat), welche aus zwei besteht auf jeder Seite, während die Winkel gleich sind,[6]) enthält als Ausmessung das vierfache Maass der Einheit, welche (selbst) eine Elle auf eine Elle ist; und wenn sie drei von jeder Seite hat, macht es das neunfache vom Maasse der Einheit; so auch vier auf vier und fünf auf fünf. Von da ab und weiter rechne so fort nach demselben Maasse aufwärts (d. h. steigend).

g) Was kleiner als die Einheit ist, theilst du so ein[7]): die eine (Quadrat-) Elle durch zwei von Rechts nach Links[8]) und von Oben nach Unten gehende und in der Mitte sich durchschneidende Fäden, so dass der Gag in vier Abschnitte getheilt wird, und so findest du eine halbe Elle auf eine halbe Elle, und die Mschicha selbst ist ein Theil von einer Elle, welches ein Viertel vom ganzen Gag[9]) ausmacht; so auch ein Drittel

1) (Ezech. I, 28.)

2) Das ו von והיתר in der Ausgabe ist Druckfehler.

3) Jes. XXI, 15.

4) Psalm XI, 2. חץ = سهم Pfeil für sinus versus.

5) Bei Mohamed ben Musa fängt die Geometrie hier an; von der Classificirung aller geometrischen Formen zunächst nach Viereck (eigentlich Rechteck), Dreieck, Kreis und Bogen sowohl, wie von den vorangehenden Definitionen derselben findet sich dort nichts. Als Reihenfolge für die Behandlung wurde indess auch bei ihm die besagte Anordnung innegehalten, und zwar zweimal, einmal flüchtig und das zweitemal eingehender und specialisirender, während in dieser hebräischen Schrift diese Reihenfolge dreimal durchlaufen wird.

6) H. S. hier שוים gleich; nicht שנים zwei, wie in der Ausg.

7) Das ן von מחלקן fehlt in der Ausg.

8) Herr Steinschneider corrigirt hier mit Recht זה מפסיק anstatt והמספיק, ebenso anstatt das zweitemal ימין, שמאל, wenn nicht vielleicht יכין zu lesen ist (siehe c, Anm. 4.).

9) Es ist הגג für צד zu emendiren; die Worte מבל צד kommen in den letzten einigen Zeilen mehreremal vor, und das war für den Schreiber vielleicht die Ursache des Irrthums. In II, e wäre umgekehrt richtiger צד für das erste הגג

auf ein Drittel und ein Fünftel in ein Fünftel; wie bei gleicher [Länge und Breite], so auch bei ungleicher. Von da ab und weiter rechne so fort nach demselben Maasse abwärts.

h) Man hat schon gesagt (in der vorigen Mischna): ein Halb auf ein Halb ist ein Viertel, und so ein Drittel auf ein Drittel ist ein Neuntel[1]); wie in diesen, so in allen ähnlichen Fällen: man zählt (rechnet) es bei gleichen und bei ungleichen: אבאהוא (?)[2])

So zählst du: zehn auf zehn[3]) sind hundert, die Hälfte von zehn ist fünf, fünf mal fünf gibt 25 und das ist ein Viertel von hundert[4]), und die Zehn steht als Eins, und die Hundert als Zehn, und die Tausend als Hundert. Von da ab rechne so fort mit Brüchen nach Maass der Einheiten; aber bei den Einheiten nimmt es zu und bei den kleinern (als die Einheit) nimmt es ab.[5])

---

zu lesen, dann wäre nämlich jene Mischna in drei Theile zu theilen: 1. הרוצה למוד את צד המרובע, Ausmessung einer Seitenfläche des Parallelepipedons durch Multiplication von Länge und Breite. 2. הגג במנין שש פנים, Oberflächenbestimmung durch Addition (Zusammenzählen) der sechs Grundflächen. 3. מצרף ארך בתוך רחב בתוך העֹמֶק, Bestimmung des Körperinhalts.

1) Das Wort מְתֻשָּׁע allein heisst hier: ein Neuntel, wie das Wort מְרֻבָּע ein Viertel heisst; und das בהן ובדומין להן ist offenbar zusammengehörend aufzufassen, wie oben übersetzt. Diese Construction wiederholt sich hier und im Talmud überhaupt sehr oft. Herr Steinschneider S. IV. fasst מתשע בהן zusammen, er las es also wahrscheinlich מְתַשֵּׁעַ. An dieser Stelle wäre es gelegentlich zu bemerken, dass im Hebräischen für Stammbrüche (und nur für solche) nur bis Zehntel die weibliche Form מחצה, שליש, רביע, חמשית, ששית, שביעית, שמינית, תשיעית, עשירית $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$ sich vorfindet, auch im plur. חֲמִשִׁיתָיו, עשיריות etc. Sonst heisst es אחד משׁשים, eins von sechzig, anstatt ein Sechzigstel etc.

2) Wenn kein noch zu errathender Schreibfehler vorliegt, so scheint dieses Wort nicht hebräischen Ursprungs zu sein. Herr Prof. Cantor macht auf das indische Wort अभ्यास für Multiplication aus dem भू „sein“ aufmerksam. Der Sinn ist jedenfalls offenbar der, dass man immer die beiden Dimensionen (Länge und Breite) als Zahlen-Factoren zu behandeln hat, gleichviel ob dieselben als Vielfache einer ganzen Einheit oder als Theile einer solchen auftreten; im ersten Falle kommt als Flächeninhalt das Product dividirt durch die Einheit und im zweiten Falle der reciproke Werth. [Das Wort אלא „jedoch“ habe ich schon beanstandet, es scheint überflüssig; vielleicht מכאן ואילך „und so weiter“ wie im vorhergehenden §? אב אהוא ist sicher kein Fremdwort; vielleicht אבגדהוז d. h. 1—7, ursprünglich 1—9. Dann schliesst sich sehr gut daran die Berechnung von 10. Steinschneider] (?).

3) Man beachte die Ausdrücke על und בתוך, auf und in beim Multipliciren, und den Ausdruck פעמים oder פעם, mal; man pflegt sonst erstere Ausdrücke bei Flächen und Kubikinhalt und letztere bei Zahlen zu gebrauchen. [NB. צרף על oder בתוך s. meine Einleitung S. IV. Steinschneider.]

4) Modern gesprochen $\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0{,}5$; $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0{,}25$; also Verwandlung der Brüche in Dezimalbrüche!! S. pag. 29, 4.

5) D. h. sobald die Verwandlung der Brüche in Dezimalbrüche ermöglicht ist,

i) Das ist die Regel: Ein Halb auf ein Halb gibt die Hälfte des Halben, und ein Drittel auf ein Drittel den dritten[1]) Theil des Drittels, und so ein Halb auf ein Drittel die Hälfte des Drittels; und so ein Viertel auf ein Drittel den vierten Theil des Drittels. Ebenso in allen ähnlichen Fällen, bei gleichen und ungleichen.

Art. II.[2])

a) Wer viereckige Felder[3]) messen will, so gleiche (an Länge und

---

wird es möglich, alle Rechnungen mit Brüchen wie mit ganzen Zahlen auszuführen; nur dass man (in moderner Sprache) die Bestimmung der Dezimalstellen zu beachten hat.

1) Herr Steinschneider corrigirt mit Recht שליש anstatt חצי, welches sich wahrscheinlich aus dem nächsten Satze beim Abschreiben irrthümlich eingeschlichen, wie es in diesem Manuscript oft der Fall ist. Auffallend ist, dass gerade an dieser Stelle auch die Schrift des Mohamed ben Musa den Uebersetzern Anlass zu verschiedener Auffassung gegeben hat: in der englischen Uebersetzung heisst es „two thirds by a half", während in der französischen „un demi tiers par un demi tiers". Siehe die betreffende Anmerkung in der französischen Ausgabe Seite 4. Das System von $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, welches auf diese Weise bei Mohamed ben Musa sich herausstellt, trifft in der vorliegenden hebräischen Schrift nicht zu. Hier wird dieser Gegenstand in drei §§ getheilt: in g) bei der geometrischen Zerlegung der Fläche durch Linien sind die Ziffern $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ genommen; in h) vor dem Zahlenbeispiel (das bei Mohamed ben Musa nicht vorkommt und das dazu angethan ist, die Verwandlung von Brüchen in Dezimalbrüche zu lehren) kommt $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ vor; und in i) werden $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ bei der Behandlung einer ganz neuen Frage (die bei Mohamed ben Musa für Brüche unberührt geblieben), nämlich das Product ungleicher Factoren oder Rechtecke $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$ . . . gebraucht.

2) Nachdem in Art. I. die vier Grundfiguren: Viereck, Dreieck, Kreis und Bogen und die Hauptbestandtheile derselben der Reihe nach in den §§ a bis e definirt sind, und in den folgenden f bis i der Flächeninhalt eine Einheit bekommt für ganze und gebrochene Zahlen, und die Multiplication der Flächenbestimmung für gleiche und ungleiche Factoren durchgeführt wird, fängt mit Art. II. die eigentliche Behandlung jener Figuren an, der obigen Reihe nach in den §§ a bis d. Von e bis m handelt es sich um Stereometrie, und zwar wird der Körperinhalt bestimmt für das Prisma, den Cylinder, die Pyramide und den Kegel; für die Halbkugel (was sich bei Mohamed ben Musa nicht findet), dann für die abgestumpfte Pyramide und den abgestumpften Kegel.

3) השדות die Felder, so ist es in der Handschrift, und nicht המדות die Maasse, wie in der Ausgabe. [Felder ist offenbar falsch conjicirt, es ist fast nirgends von concreten Dingen die Rede! Steinschneider.] Leider kann ich dieses nicht zugeben. Zunächst conjicire ich hier nicht, sondern befürworte im Gegentheil die Lesart השדות, wie sie sich im Manuscripte vorfindet. Im Uebrigen bin ich der Ansicht, dass hier sehr häufig, ja in diesem Kapitel sogar vorwiegend von concreten Dingen die Rede ist; vgl. התל או דבר מקובב „Hügel" oder „gewölbter Gegenstand"; דופנותיו, seine „Wände"; כדור, „Ball"; i. עמוד, „Säule" etc. Besonders kommt auch V, c. ausser בורות, מקואות, ימים „Meere", „Bäder", „Brunnen" noch auch das Wort „שדה" Feld selbst vor. Bei der Gelegenheit ist zu bemerken,

Breite), wie ungleiche, der multiplicire Länge in Breite, was sich aus beiden ergibt, das ist [1]) die M'schichah.

b) Beim Dreiecke, gleichviel ob gleichseitigen, oder ungleichseitigen,[2]) multiplicire man die Höhe[3]) mit der halben Basis, und was aus beiden sich ergibt, das ist die M'schicha, und mehrere Eingänge[4]) (Methoden) gibt es dabei.

c)[5]) Wie verfährt man beim Kreise? Man multiplicirt den Faden

---

dass auch alle Termini hier von concreten Bildern genommen sind: Faden (Messschnur), Brett, Pfeil, Sehne, Bogen, Wand, Dach, Kürbiss etc. Dass das Ganze für den praktischen Gebrauch und nicht für die abstracte Theorie geschrieben ist, beweisen auch die Ausdrücke: „wer zu messen braucht", „wer messen muss", „wer messen will" etc.

1) Das von St. beanstandete Wort הרחב hat sich hier beim Abschreiben irrthümlich aus der vorhergehenden Zeile eingeschlichen. Solche Schreibfehler sind in dem betr. Manuscript nicht selten.

2) Bei Mohamed ben Musa ist dieselbe Methode (Multiplication der Höhe mit der Hälfte der Basis) für den Inhalt des gleichseitigen Dreiecks. Vergleicht man jene Schrift mit der unsrigen, so ist es anzunehmen, dass bei M. b. M. (oder in dem Texte, aus welchem er es abgeschrieben hat) die Worte „oder des Ungleichseitigen" fehlen. Der Uebersetzer des M. b. M. bemerkt an dieser Stelle Folgendes: „Mohamed ben Moussa, versé dans les sciences des Hindous, ne donne point ici la formule particulière qui convient à l'aire du triangle équilatéral. Il donne le moyen général de mesurer un triangle quelconque; il n'oublie pas qu'il écrit pour le vulgaire et non pour des mathématiciens. Une seule règle qui convienne à tous les cas, lui paraît suffisante." Ja, das wäre alles sehr schön, wenn das Problem eines gleichseitigen Dreiecks von Jemand vorgelegt worden wäre und der Verfasser hätte sich nur zu Schulden kommen lassen, dass er zur Auflösung dieses speciellen Problems eine allgemeine Methode anwendet; hier ist aber der Fehler ein viel wichtigerer. Der Verfasser sagt, die Berechnung des Flächeninhalts eines Dreiecks durch Multiplication von Höhe und Grundlinie habe die Gleichseitigkeit des Dreiecks als Bedingung der Gültigkeit, ohne dass von einem gleichseitigen Dreieck überhaupt die Rede war; dieses schliesst in sich die Behauptung ein „ein nicht gleichseitiges Dreieck kann auf diese Weise nicht behandelt werden." Wollte der Verfasser die Bestimmung allgemein aussprechen, so hätte er das Wort équilatéral weglassen müssen.

3) העומד, das Stehende, die Senkrechte, in der Handschrift; St. setzt dafür העמוד, die Säule, wie oben I b und sonst; die Gründe s. unten Nota zu c.

4) מבואתח in der H. S., bedeutet sonst: Eingänge, hier: Fälle, Methoden. Hiermit sind offenbar die Methoden weiter unten in Art. IV für die speciellen Fälle des rechtwinkligen oder des gleichschenkligen und gleichseitigen Dreiecks gemeint, die Höhe zu ermitteln, wenn nur die Seiten gegeben sind. Bei M. b. M. findet sich hier dieser Zusatz nicht. Vielleicht sind übrigens die drei Fälle gemeint, wenn der Fusspunkt der Höhe innerhalb, ausserhalb des Dreiecks oder in eine Seite desselben fällt. Diese Frage des Fusspunktes ist unter dem Namen „Masquet al hadjar" bei M. b. M. algebraisch (mit einer Gl. 2. Grades) behandelt; in unserer Schrift ist kein Wort davon zu finden. Siehe Art. IV, g. Nota.

5) Bei M. b. M. ist hier der Satz des Rhombus, welcher in vorliegender Schrift

(Durchmesser) in sich selbst, und werfe (subtrahire משליך) davon ein Siebentel und ein halbes Siebentel ab, der Rest[1]) ist die M'schichah.[2]) Z. B. ein Faden dehne sich aus zu Sieben, sein Product (Quadrat)[3]) ist 49; und ein Siebentel und ein halbes Siebentel ist, (zehn und einhalb)[4]), so dass die M'schichah 38 und ein halb ist.

d) Wie das Bogenförmige[5])? Man setze den Pfeil an die Sehne, beides allzumal, (addire sie zusammen), multiplicire dieselbe (Summe)[6]) in die Hälfte des Pfeils, und stelle es (das Product) bei Seite; man nehme dann wiederum die halbe Sehne, multiplicire sie in sich selbst und theile durch 14, das Ergebniss addire zum Hingestellten,[7]) was herauskommt ist die M'schichah. Es gibt dabei auch andere Arten.[8])

Art III, d sich findet, eingeschaltet, aber ohne das Zahlenbeispiel. Derselbe Satz findet sich aber bei M. b. M. nebst Zahlenbeispielen und Figur noch einmal an seinem richtigen Orte unter den Vierecken.

1) והיותר H. S., in der Ausgabe והותר ist Druckfehler und die Correctur והנותר ist überflüssig, s. IV, g.

2) Bei M. b. M. wird an dieser Stelle auch der Umfang des Kreises nach verschiedenen Methoden bestimmt, und dann durch Umfang und Diameter der Flächeninhalt. Das geschieht in unserer Schrift in Art. V. bei der nähern Behandlung des Kreises. Die Bestimmung des Flächeninhalts, wie sie hier gegeben ist, gibt auch M. b. M. an dieser Stelle, nur ohne Zahlenbeispiel; dasselbe kommt aber später ganz wörtlich bei der nochmaligen Behandlung, nachdem dort gesagt wird: Nous avons terminé l'exposé de leurs (de les cercles) propriétés et de leur mesure dans la première partie du livre. Bei Alkarkhi cap. XLVI. findet sich für den Inhalt des Kreises unter andern Methoden auch diese hier. Ebenso bei Beha-Eddin; bei allen der Ausdruck $\frac{1}{7}$ und $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{7}$.

[3) צרופו ist Product, aber hier ist das vorhergehende בתוך עצמו (vgl. auch d) zu ergänzen also Quadrat. St.]

4) Die zwei Worte י' וחצי $10\frac{1}{2}$ fehlen in der H. S. und sind in der Ausg. mit Recht hinzugefügt. Bei M. b. M. sind sie vorhanden.

5) הקשותה. Es wird bei dieser Benennung nur der Bogen hervorgehoben, obwohl die Rede nicht von Bogenlänge, sondern vom Inhalt des Kreisabschnittes ist. Ebenso heisst es bei Alkarkhi, s. d. Cap. XLVII. Bei M. b. M. heisst es: „Tout segment de cercle est assimilé à un arc“ oder „every part of a circle may be compared to a bow.“

[6) oder lies אותם dieselben (Summanden). St.]

7) Dieses ist hier für jeden beliebigen Bogen aufgestellt, ohne Unterschied, ob er grösser, gleich oder kleiner als der Halbkreis ist. Was die Genauigkeit betrifft, so stimmt sie für den Halbkreis vollkommen $\frac{r^2 \pi}{2}$ und für andere Bogen bis auf zwei Dezimalen genau. Dieselbe Formel findet sich übrigens bei Heron von Alexandrien $A = (s + h)\frac{h}{2} + \frac{\left(\frac{s}{2}\right)^2}{14}$, wenn A den Kreisabschnitt, s die Sehne, h den Pfeil bezeichnet. Siehe M. Cantor, Römische Agrimensoren. Leipzig 1875. S. 48.

8) Vergleiche weiter unten Art. V f, g, und M. b. M. französ. und die Bemerkungen daselbst.

c) Wer beim Cubus[1]) den Gag aus Länge und Breite[2]) messen will, sei es bei gleichen [Seiten, Cubus] oder ungleichen [rechtw. Parallelepipedon][3]), der hat an diesem Gag die Zusammenzählung der sechs Ansichten (Oberflächen) auszuführen. (Sechs Flügel einem jeden)![4]); multiplicirt man Länge in Breite und Tiefe[5]), so ist das, was aus allen drei herauskommt, die M'schichah des Gag, die den Körper ausmacht.

f) Wenn er (der Körper) kreisförmig, (Cylinder), oder dreieckig, (Prisma), oder von irgend beliebiger Seitenförmigkeit ist, (obere und untere Grenzflächen — beliebige Polygone), wenn nur sein Boden eben und passend[6]) (gleich und parallel) ist, wonach misst man den Gag?

---

1) Das Wort המרובע, Rechteck, Quadrat, bezieht sich hier auf die Grenzflächen des Parallelepipedons, von dem, wie die Ausführung zeigt, die Rede ist. Die muthmassliche Vertauschung dieses הגג hier vor dem Worte המרובע mit dem Worte צד in I, g, siehe dort Nota 9.

2) Das Wort ועומק, Tiefe, welches in der Ausg. mit Fragezeichen eingeschaltet wurde, ist nach obiger Auffassung überflüssig. In diesem Theile der Mischna ist demnach von der Oberfläche, und erst im zweiten Theile vom Körperinhalt die Rede. Allerdings ist bei M. b. M. die Oberfläche nicht berücksichtigt, er beginnt: „Jeder viereckige Körper".

3) In der franz. Ausg. des M. b. M. ist die Bemerkung gemacht, dass eine Uebereinstimmung mit dem Indischen hier insofern stattfindet, als die Figuren in zwei Kategorien getheilt sind, die eine Parallelepipedon, Prisma und Cylinder unter einem Namen: sama-chata, und die zweite, Pyramide und Kegel enthaltend, unter dem Namen: souchi-chata etc. Dasselbe passt auch für unsere Schrift vollkommen.

4) Jesaia VI, 2. Offenbar ist כנפים hier wie כנפות gedeutet!

5) Der französische Uebersetzer des M. b. M. bemerkt (Seite 6): Nous remarquerons encore que la hauteur des solides de la première catégorie (les parallélipipèdes, les prismes et les cylindres) a le nom spécial de profondeur, tandis que la hauteur des solides de la seconde catégorie (les pyramides et les cônes) s'appelle colonne (aamoud), comme la hauteur d'un triangle. Ganz dasselbe bemerkt man auch in unserer Schrift: in e) und f) beim Parallelepipedon, Prisma und Cylinder ist עֹמֶק (wie arab. عمق) Tiefe als Höhe gebraucht, während bei Pyramide und Kegel in g) das Wort קומה die Höhe ausdrückt. Dass hier ein neues Wort קומה genommen werden muss und nicht dasselbe Wort עמוד, amud (Säule), das beim Dreieck (sowohl in b) als auch in Art IV, b) u. c)) gebraucht wird, beruht offenbar darauf, dass das Wort עמוד, Säule, schon für den Stumpf der Pyramide und des Cylinders in i), k), l) und m) vorweggenommen und ohne Anlass zu Missverständnissen nicht in einem andern Sinne zu verwenden ist.

6) Ausgedrückt durch ישר ונאה gerade, oder eben und passend; wahrscheinlich hier der Parallelismus gemeint. Bei M. b. M., wo das Ganze wörtlich sich findet, heisst es in der franz. Uebersetzung S. 5 ausdrücklich: egal und parallel, im Arab. S. 53, Zeile 6, in gegenwärtiger Ausgabe على الا ستسواء والموازاة, engl. S. 74 perpendicular [M. b. M. hat ebenfalls zwei Ausdrücke, den ersten fasst Rosen als perpendiculär, Marre als égal استواء ist שוה St.]. Siehe Vorwort III.

[Miss] den Gag in seinem Maasse (Maasseinheit)[1]) in besagter Art, so erfährst du die M'schichah, (Flächeninhalt der Basis), und wer dieses weiss (oder misst?)[2]), mulitiplicire es in die Tiefe[3]) und das ist die M'schichah des Körpers, (Körperinhalt in Körpereinheiten).

g) Bei der Pyramide (oder Kegel) (משוך gedehnt, verjüngt), deren Spitze (ראש, Haupt, Spitze, Anfang, oberes Ende) scharf und deren Basis, (סוף, Ende, unteres Ende) flach (ausgebreitet (?)[4]) sei sie viereckig, quadratförmig), oder kreisförmig, oder dreieckig, messe die M'schichah des Körpers, indem du zwei Drittel der M'schichah (Basisinhalt) wegwirfst, ergreifst das eine Drittel und multiplicirst es in die Höhe[5]), was herauskommt ist die M'schichah des Körpers[6]), von der Spitze bis zur Basis.[7])

h) Wer einen Hügel oder gewölbten[8]) Gegenstand zu messen braucht, wenn nur die Wandungen gleichförmig nach allen Seiten, wie z. B. eine Halbkugel oder etwas ähnliches, der multiplicire einen der Fäden von Ecke zu Ecke (Durchmesser) in die Hälfte des anderen[9]) Fadens, (des

---

1) Das Wort במדד ist nach St. corrumpirt und soll vielleicht במדה heissen (s. St. S. III); es ist aber auch möglich, dass diese eigenthümliche Construction hier ein Terminus für Maasseinheit sein soll.

[2) והמודע lies והיודע? oder והמודד (St. S. III). Im arab. M. b. M. S. 53 steht wörtlich: „Du kennst die M'schicha (تكسير) und was du mit der Tiefe multiplicirt hast, das ist die M'schicha" (تكسير). Die engl. und franz. Uebersetzungen geben nur den Sinn, nicht die Worte. Das Wort הגוף hat der arab. Text nicht, und Marre setzt du solide mit Recht in Klammern. Aber M. b. M. braucht es nicht ausdrücklich zu sagen, da bei ihm der Satz mit dem vorigen verbunden ist. St.]

3) העומק plene, H. S., nicht העמק.

[4) ממוצע ist von מצע, יצע abzuleiten; vgl. St. Vorw. St.]

5) Hier für Höhe קומה, vielleicht um den Fall, wenn die Höhe ausserhalb der Basis fällt, auszudrücken. Siehe oben pag. 21 Anmerkung (5).

6) Bei M. b. M. ist hier die Sprache viel einfacher und kürzer, obwohl der Gedankengang genau derselbe ist.

7) Bei M. b. M. findet sich dieser letzte Satz nicht; dieser hat vielleicht die Gültigkeit des obern Satzes für die schiefe Pyramide ausdrücken wollen, bei der die Höhe eine andere Linie ist, als die, welche von der Spitze zur Basis geht. Bei Beha-Eddin ist übrigens ausdrücklich als Bedingung für die Gültigkeit hinzugefügt, dass Cylinder und Kegel senkrecht resp. gerade seien.

8) מקובה. In den spätern arabisch-hebräischen Werken der Mathematik ist für Cubus das Wort מעוקב gebraucht; selbst z. B. in anderen Werken desselben Codex unzähligemal. Dagegen ist in denselben das hier gebrauchte Wort מקובה nirgends anzutreffen.

9) Unter den Worten: „In die Hälfte des andern" ist hier die Hälfte des Umfangsfadens zu verstehen (und nicht etwa des andern Durchmessers, was keinen Sinn gäbe). Dieser ungewöhnliche Ausdruck hat Anlass

Umfanges), was aus beiden herauskommt, ist die M'schichah, (Oberfläche).[1])

i) Säule. (Pyramide, oder abgestumpfte Pyramide.) Bei der Säule, die sich entweder bis oben verjüngt und ihre Spitze ist scharf, oder sich bis zur Hälfte oder zu irgend welchem Theil verjüngt, vollziehe man die Ausmessung durch die Basis und den Schnitt (קטוע, Schnitt, Abschnitt, Abstumpfung), welcher den oberen Abschnitt der Spitze bildet und wodurch beide, (die obere abgeschnittene Pyramide, und die Ganze), von einander getrennt[2]) sind, welche man als Endfläche (untere Basis) behandele, und messe es nach letzterer Berechnung, werfe dann die kleinere, (abgeschnittene, fehlende Pyramide), von der Ganzen ab; was übrig bleibt ist die M'schichah der Säule.[3])

---

zu falschen Correcturen עצמו anstatt האחד (in Art. V, a) und zu einem Zusatz או בתוך חצי עצמו in Art. V, b gegeben, was den richtigen Sinn verkrüppelt hat. Vielleicht sind auch die dadurch sinnlos gewordenen Sätze deshalb von M. b. M. weggelassen. Merkwürdig ist, dass Beha-Eddin, sowie Alkarkhi, diese Correctur gelassen, aber noch zwei Sätze eingeschoben haben, wodurch zwei Methoden aus der einen geworden sind.

1) Die Oberfläche der Kugel in Art. V, a, sowie die der Halbkugel, hier und in Art. V, b, kommt bei M. b. M. gar nicht vor. Sollte die Vermuthung richtig sein, dass letzterem dieselbe Quelle wie dem Verfasser unserer Schrift vorgelegen habe, so ist auch diese Erscheinung erklärlich, indem M. b. M. diese fehlerhafte Stelle, deren richtigen Sinn er vielleicht nicht errathen konnte, gänzlich weggelassen hätte. Bei Beha-Eddin sowie bei Alkarkhi finden sich die Bestimmungen dieser Oberfläche; bei letzterem aber nur die der Kugel; für die Halbkugel aber sagt er: Verfahre man wie bei der Kugel und nehme dann die Hälfte jenes Resultates. Dass dieses für unseren Verfasser nicht genügte, kann vielleicht daher rühren, dass die Halbkugel, als Hügel, bei der Feldmessung, die die Hauptaufgabe dieser Schrift ausmachen soll, öfter als die ganze Kugel vorkommt.

2) In der Handschrift heisst es hier ganz deutlich: מוחלק, abgetheilt, getrennt, und nicht מחלק, welches in der Ausgabe durch die Auffassung, als bezöge es sich auf den Messenden, der etwa abzuziehen hätte (was aber noch später folgt), zu einer Bemerkung Steinschneider's Veranlassung gegeben, dass חלק על dividiren hiesse (was allerdings in Ordnung ist), und חלק מן subtrahiren (!) bedeuten sollte, was sonst niemals gebräuchlich ist.

3) Auch dieser ganze Paragraph ist bei M. b. M. weggelassen. Dieser fängt gleich mit dem dazu gehörigen Beispiele an, wobei dieselben Ziffern wie bei unserem Verfasser und derselbe Gedankengang, an mancher Stelle sogar wörtlich, zu finden sind. Bemerkt man, mit welchen Schwierigkeiten unser Verfasser in diesem Paragraph sichtlich zu ringen hat in Betreff der Sprachausdrücke, so wird man wiederum an obige Vermuthung (Anmerkung 1) erinnert. Was den Sinn des ganzen Paragraphen betrifft, so bemerkt man, dass der Verfasser in Unklarheiten verfällt, während er sich besondere Mühe giebt klar zu machen, dass man bei der abgestumpften Pyramide mit zwei idealen Pyramiden es zu thun hat, von

k) Wie calculirt man (dabei)? Es sei z. B. die Säule viereckig (quadratisch), ihre Basis sei 4 Ellen auf 4 Ellen, sie steige immer mehr und mehr abnehmend auf, und das Haupt, (obere Basis), sei zwei Ellen auf zwei Ellen, viereckig, (quadratförmig), und du musst wissen, wie viel (beträgt) die M'schichah und wie viel die Höhe der Säule. Es ist das eigentlich schon oben bei der ganzen Pyramide (in g) gesagt worden, nur ist diese in unserem Falle abgestumpft und du wüsstest noch immer nicht, wie viel diese Säule betrüge, so lange nicht die Eine[1]) nach oben bis zu Ende (zu einem Punkte) aufginge.

l) Du berechnest in Zahlen: wie zwei das Maass von vier, (die Hälfte) ist, so ist auch die Länge der Säule (Stumpf) die Hälfte der aufsteigenden (Pyramide); folglich die ganze Säule, die bis zur Spitze verlaufen sollte, zwanzig Ellen, und bis zum Abschnitt[2]) 10 Ellen. Du lernst da, dass zwei ein Maass von vier, wie zehn ein Maass von zwanzig ist.

m) Wer messen muss, der greife nach dem dritten Theile der Basiskante[3]), $\left(\frac{4 \times 4}{3} = \frac{16}{3} = 5^1/_3\right)$, es beträgt fünf und ein Drittel; multiplicire dieses in 20, so beträgt es 106 und zwei Drittel Ellen; das stelle bei Seite; greife dann wiederum nach dem dritten Theile des ausmultiplicirten Abschnittes 2 auf 2, $\left(\frac{2 \times 2}{3} = 1^1/_3\right)$, das beträgt eine Elle und ein Drittel; multiplicire dieses in die zehn obern Ellen, das beträgt 13 Ellen und ein Drittel, werfe dieses ab von 106 und zwei Drittel, so bleiben 93[4]) und ein Drittel und du kommst zum Körperinhalt der abgestumpften Säule. Ist dieselbe rund (Kegel), so ist (der Körperinhalt) der Rest, (was bleibt), nachdem du vom Obigen ein Siebentel und ein halbes Siebentel weggeworfen hast.[5])

---

denen die eine gar nicht existirt (bis auf die Basis derselben, als welche das obere Ende aufzufassen ist), während von der andern Pyramide nur ein Theil existirt, und dass die obere Basis dieselbe Rolle spielt für die obere Pyramide, wie die untere Basis für die ganze Pyramide. Auffallend ist, dass es hier den Schein hat, als sollte der Fall der ganzen Pyramide in dem der abgestumpften enthalten sein; dass dieses in der That der Fall ist, da im speciellen Fall der Subtrahend Null wird, ist klar; es wäre doch aber zu viel gewagt, unserem Verfasser das zuzuschreiben.

1) Die eine der beiden idealen Pyramiden. St. emendirt חד, also „bis sie spitz endet".

2) הקטופה H. S. und Ausg., nach St. wahrscheinlich הקטוע zu lesen.

3) Die Correctur בט"ז ist überflüssig, da die mit sich selbst multiplicirte Basiskante ohnehin sechszehn beträgt, und das auffallende ראשו חד bleibt nach der Correctur eben so auffallend wie ohne dieselbe.

4) Also צ"ג und nicht ש"ט muss es offenbar heissen; ein Fehler, der in einer Handschrift gar leicht entstehen konnte.

5) Zu Mischna m) ist zu bemerken, dass der Abschreiber hier eine ganze

Art. III.[1])

a) Fünf Arten sind es bei den Vierecken, und zwar: α) gerade, (recht, gleich), in Seiten und Winkeln, β) ungleich in den Seiten und recht in den Winkeln, γ) gleich in den Seiten und ungleich in den Winkeln, δ) gleich und ungleich in Seiten und Winkeln, wobei zwei Längen besonders für sich und zwei Breiten für sich, (unter einander gleich sind), (Parallelogramm), ε) ganz und gar ungleich in Seiten und Winkeln.

b) Wie was gleich ist an Seiten und Winkeln? z. B. zehn von [jeder] Seite; man multiplicire Länge auf Breite, das Ergebniss ist die M'schichah, d. h. 100. Die eine Seite ist die eine Wurzel, (עקר erste Potenz), und beide Seiten sind die zwei[2]) Wurzeln (die zwei Factoren), *und so 3 und so 4.*[3])

c) Ungleich an Seiten und recht an Winkeln, z. B. acht in einem Seitenpaare und im andern Seitenpaare sechs; multiplicire Länge auf Breite, das gibt 48, und das ist die M'schichah. Gleich an Seiten [ist] recht an Fäden.[4])

Zeile von dem zweiten ושליש bis zum dritten irrthümlich zweimal geschrieben hatte, was in dem betreffenden Manuscript gar nicht selten ist. Uebrigens hatte er das erstemal כ"ו anstatt ק"ו geschrieben und bemerkte es erst, nachdem er schon das Wort והוא geschrieben hatte, da wollte er es verbessern und fing aus Ueberstürzung anstatt vom zweiten ושליש vom ersten an, und als er מצ vom Worte מצרף geschrieben hatte, bemerkte er es, dann liess er diese zwei Buchstaben stehen, fing von neuem an und schrieb dann alles in Ordnung weiter, nur vergass er das Ueberflüssige zu streichen.

1) Dieser Art. handelt wiederum von dem Viereck mit näherer Specialisirung, wobei die obige Reihenfolge der Figuren wiederum innegehalten wird, wie das auch bei M. b. M. geschieht. Dabei handelt Art. III vom Viereck, IV vom Dreieck, V vom Kreis und Bogen. Alle diese Unterabtheilungen kommen genau ebenso bei M. b. M. mit denselben Zahlenbeispielen und Figuren vor, mit Ausnahme von der Oberfläche der Kugel, wie ich schon oben bemerkt habe.

2) עקרה, wohl zu lesen עקריה.

3) Dieser letzte Satz lautet bei M. b. M. (bald am Anfang, Seite 4 oben): Dans tout carré, si l'un des côtés (est multiplié) par un, c'est la racine de ce carré; si par deux, deux racines; *que ce carré soit petit ou grand.* Ebenso in der engl. Uebers.: One side of an equilateral quadrangular figure, taken once, is its root; or if the same be multiplied by two, then it is like two of its roots, *whether it be small or great.* Es scheint hier wiederum eine abweichende Auffassung der gemeinsamen Quelle vorzuliegen. Während nämlich in unserer Schrift die Verallgemeinerung des Satzes auf mehrere Factoren ausgedehnt wird, und zwar auf drei, (Cubus), und auf vier, was keine geometrische Bedeutung mehr hat, bezieht M. b. M. die Verallgemeinerung auf die Unabhängigkeit von der Grösse des Quadrates; während er bei den zwei Dimensionen stehen bleibt. Ist es nicht augenscheinlich, dass der Verfasser unserer Schrift und M. b. M. einen Satz aus gemeinsamer Quelle verschieden deuteten? —

4) קו (קוי in der. Ausg. Druckf.) Schnur, Linie, Diagonale. Es soll aus-

d) Wie (ist) gleich an den Seiten und verschieden an den Winkeln (Rhombus)? z. B. fünf von jeder Seite, zwei Winkel spitz (צר eng) und zwei Winkel stumpf (רחב breit), und zwei Fäden (Diagonalen) durchschneiden sich gegenseitig in der Mitte, eine von acht und die zweite von sechs. Wer messen will, der multiplicire einen der Fäden in die Hälfte seines Genossen, (Conjugirten), was sich ergibt ist die M'schichah. Wie dieses da! (deutet auf die Figur hin).

e) Wie berechnet man, was ungleich an Seiten und Winkeln, aber zwei Längen für sich und zwei Breiten für sich (einander gleich sind) und die Winkel schief?[1]) Man durchschneide (das Parallelogramm) in zwei, von Ecke zur Ecke, und bringe (es) auf zwei, (Figuren), und berechne jede für sich nach Maass eines Dreiecks, und so ist die M'schichah (erhalten). Und so misst du auch was ganz und gar verschieden ist: so dass du alle[2]) ungleichseitigen Vierecke (betrachtest als bestehend) aus seinen Dreiecken.

Art. IV.

a) Drei Arten (sind es) beim Dreiecke und zwar: α) das rechtwinklige (נצבה) aufrechtstehende[3]), β) das spitz- (חדה scharfe), γ) das stumpfwinklige (פתוחה) offene. Wie ist das rechtwinklige?[4])

---

drücken, dass im Rhombus die Diagonalen einander senkrecht halbiren. Dieser Satz soll als Lemma zum folgenden dienen. Die in der Ausgabe vorgeschlagene Correctur זוית, Winkel, anstatt קו führt zu keinem Verständniss des Satzes, der wohl von dem vorigen Satze zu trennen ist, da jener vom Rechteck handelt, und hier von gleichen Seiten die Rede ist. Vielleicht trägt dieser Satz zur Ergänzung der Zahl von 49 Sätzen bei, die man hier zu suchen bemüht ist. S. Einleit.

1) ממחשבה אמה emendirt St. מחשב אותה, und so ist es hier übersetzt.

2) Die zwei Worte פְּסָקָה לשנים die hier sowohl, wie auch am Ende des Artikels sich vorfinden, gehören wohl zu den nebenstehenden Figuren, ebenso die Worte המשונה בכל עיקר. Uebrigens könnten sich letztere auf die Dreiecke beziehen, in welche die Vierecke zu zerlegen sind. Die Dreiecke werden in der That im Allgemeinen ungleichseitig sein. Bei M. b. M. ist das Parallelogramm direct und nicht durch Zerlegung in zwei Dreiecke bestimmt.

3) Zum erstenmal der Ausdruck, der für einen rechten Winkel später sehr geläufig geworden „זוית נצבת“. Hier aber eigentlich nur zur Benennung des rechtwinkligen Dreiecks gebraucht, dann in b) allerdings auch für den Winkel des rechtwinkligen Dreiecks, sonst aber nicht. Vielleicht ist hier das Bild von einem massiven Dreieck genommen, welches aufrecht stehen kann?!

4) Bemerkenswerth ist, dass diese Eigenschaft $a^2 + b^2 \overline{\overline{\lessgtr}}\, c^2$ nicht als Lehrsatz, sondern als Charakteristik, ja als Definition des recht-, spitz- und stumpfwinkligen Dreiecks hier aufgestellt wird. Ganz ebenso geschieht es bei M. b. M. (S. die engl. Uebers. S. S. 77, 78, 79; franz. S. S. 8, 9.) In der englischen Uebersetzung ist sogar das Wort definition ausdrücklich gebraucht, was sich allerdings im arabischen Texte nicht findet. Aber dass diese Eigenschaft der Seiten als

Seine zwei kürzeren Seiten, jede für sich quadrirt, sind (in Summe) gleich dem ersten [dem Quadrat der längeren]; z. B. sechs von einer Seite und acht von der andern Seite; was herauskommt aus diesen für sich, [wenn man sie quadrirt und addirt], ist hundert, und von jenem für sich, (Quadrat der längeren Seite), ist ebenfalls hundert.

Wer messen muss [multiplicire eine] der kürzeren in die Hälfte der andern, entweder 8 in 3 oder 6 in 4, und was sich ergibt ist die M'schichah.

b) Der Winkel, welcher zwischen den Katheten eingeschlossen ist, ist der rechte (נצבה aufrechtstehende); und [das Dreieck] ist die Hälfte des Rechtecks, das ungleiche Seiten und gleiche Winkel hat.

Wer dieses (Dreieck) durch die Höhe berechnen will, der rechne es so (immerzu) nach seiner Weise, wenn seine (des Dreiecks) zwei Katheten seine zwei Säulen[1]) (Höhen) sind. Sie (vielleicht durch die Höhe entstandenen Dreiecke?) sind ähnlich, anliegend und rechtwinklig (gerade).

c) Die Säule (Senkrechte), welche aus ihnen [den kürzeren d. h. von ihrem Durchschnittspunkte] gezogen wird, fällt auf die lange Seite, das ist die Basis.[2])

---

charakteristisches Kennzeichen für das Maass des Winkels gebraucht wird, was schon die Idee der Goniometrie berührt, ist hier deutlich ausgesprochen. Ebenso findet es sich bei Alkarkhi und Beha-Eddin. Ich werde hier unwillkürlich erinnert an den Ausspruch meines hochverehrten Lehrers, Herrn Prof. M. Cantor, dass Seilspannung schon bei den Aegyptern unter anderm dazu benutzt wurde, um den rechten Winkel zu bestimmen, indem ein Seil vielleicht von 12 Einheiten Länge in Dreieckform so gespannt wurde, dass die Seiten 3, 4 und 5 Einheiten bildeten. Diese Zahlen finden sich beim Bau der Stiftshütte sowohl, wie beim Tempelbau Salomonis. Ja es scheint sogar der von den Bauhandwerkern benutzte Maasstab die Form eines solchen massiven rechtwinkligen Dreiecks besessen zu haben, wobei jede der Seiten möglicherweise eine Marke in ihrer Mitte trug und auf diese Weise auch die Maasse $1\frac{1}{2}$, 2, $2\frac{1}{2}$ direct angab. Dadurch ist erklärlich, dass (Exodus XXV, 10 und XXXVII, 1) die heilige Lade die Grösse hat $2\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2}$ und so natürlich auch der Deckel; dass (XXV, 23 und XXXVII, 10) der Tisch $2 \times 1\frac{1}{2}$ ist; dass beim Stiftszelt nur die Vielfachen von 3, 4, 5 vorkommen (XXVI, 2 und XXXVIII); dass (XXVII und XXXVIII) der Altar von der Grösse $5 \times 5 \times 3$ war; dass in dem Brustschilde 12 Edelsteine in vier Zeilen zu je drei sassen u. s. w.; dass I. Regum VI und VII beim Bau des Salomonischen Hauses und Tempels fast ausschliesslich Vielfache von 3, 4, 5, ebenso beim Bau der Arche (Genesis VI, 15) vorkommen. Dass die Reihenfolge, die Beispiele und Ziffern genau dieselben bei M. b. M. sind, habe ich schon mehrmals erwähnt, und wo nicht ausdrücklich das Gegentheil bemerkt wird, ist das stillschweigend vorausgesetzt.

1) In der Ausgabe צלעותיה הקצורים כֿן הם שני צלעֿותיה עמודיה. Ich habe die zwei Worte כן צלעותיה in der Uebersetzung unberücksichtigt gelassen, weil sie den Sinn erschweren und in der Handschrift mit Punkten, wahrscheinlich als Tilgungszeichen, überzeichnet sind; St. S. III bemerkt das nur von dem כן. Der Satz stimmt auch so ziemlich mit M. b. M.

[2) המשך lies המשוך? Für אל lies על? נופל steht an ungeeigneter Stelle?

Wer messen will, multiplicire die Höhe in die halbe Basis, und was aus der Rechnung sich ergibt, das ist die M'schichah.

d) Wie das spitzwinklige? (Die) zwei kürzeren (welche auch gleich sein können) jede für sich quadrirt und zu einander addirt geben mehr als das Quadrat der dritten Seite, welche die Basis ist. Es gibt unter den spitzwinkligen auch gleichseitige; wer messen will berechne es mit Hülfe der Basis (und Höhe); somit finden wir die Winkel spitz. Wie das Maass des ersteren, so das des letzteren מן החדים צלעי (?)[1])

e) Wer das Maas der Höhe wissen will, bei gleichen Seiten, (gleichseit. Dreieck), multiplicire eine der Seiten in sich selbst [und die Hälfte der andern Seite in sich selbst][2]), ziehe das Kleinere vom Grösseren ab, was bleibt ist das Fundament (יסוד Quadrat, wovon die Wurzel gezogen werden muss), was dann gefunden wird (beim Ausz. d. W.) das ist die Höhe.

f) Wie zählt (berechnet) man? Zehn auf zehn sind hundert, und die Hälfte der andern Seite welche 5 beträgt, in sich selbst multiplicirt (gibt) 25, werfe das Kleinere vom Grösseren ab, so bleibt dort 75, das ist das Fundament (Quadrat) und seine Wurzel ist 8 und ein Rest.

Wer den Flächeninhalt messen muss, der multiplicire die Wurzel in die Hälfte der unteren Seite, und was sich (aus der Rechnung?)[3]) ergibt, das ist die M'schichah, welches 43 und etwas beträgt.[4])

---

vergl. unten § g. Anstatt מקבע lies הקבע, also: die von ihnen gezogene Säule (Höhe) fällt auf die lange Seite, das ist die Basis (קבע). St.]

[1) Dieser erste Satz muss im Text stark emendirt werden, um der kürzeren Fassung des M. b. M. (franz. S. 8 unten) zu entsprechen. או השוים „oder gleichen", steht dort nicht. „קבועים" für addirt ist mir sonst nicht bekannt. Lies מחוברים? Für הצלע השני muss השלישי, für ויותר muss הוא יותר emendirt werden. Der Schlusssatz . . . נמצא bedürfte noch einer Erklärung. מן החדים gehört vielleicht noch zu מדת האחרון und צלעי allein wäre zu tilgen. Ich verstehe noch nicht, was die spitzen Winkel (des gleichschenkligen Dreiecks) hier zu thun haben, und in Analogie mit unten § k möchte ich es nur als Vordersatz auffassen: Folglich ist (in Bezug auf) Spitzwinkel wie das Maass des ersteren etc. St.] Was die spitzen Winkel betrifft, so glaube ich, dass der Verfasser hier beweisen will, dass die Winkel eines gleichseitigen Dreiecks alle spitz sein müssen, weil die Summe der Quadrate zweier Seiten hierbei entschieden grösser sein muss, als das Quadrat der dritten Seite. Siehe Art. IV, a (4). — Und was ferner den ungewöhnlichen Ausdruck קבועים für Addition betrifft, so könnte vielleicht der Verfasser damit das Ansetzen der geometrischen Quadrate an einander ausdrücken wollen.

2) Hier sind offenbar vom Abschreiber die eingeklammerten Worte „וחצי הצלע השני בתוך עצמו" irrthümlich wegen des homoteleuton weggelassen.

[3) Für מן liest St. היא; man könnte auch החשבון ergänzen, ist aber nicht nöthig.] S. V, c.

4) Beachtenswerth ist es, dass M. b. M. an dieser Stelle den Fusspunkt der Höhe unter dem Namen Masquèt al hadjar ganz ausführlich algebraisch, mit

g) Sieben[1]) andere Arten (Methoden) bei den Dreiecken. Bei einem gleichseitigen Dreieck [betrachte] jede[2]) Seite für sich; was von dieser Seite gesagt wird, das gilt auch von jener, und was von jener gesagt wird, das gilt auch von dieser.

Wer versteht בתפוח[3]), der multiplicire (quadrire) eine der Seiten für sich, was hundert beträgt; werfe den vierten Theil davon, 25, weg; es bleibt 75.

Wer (den Inhalt) messen muss, multiplicire 75 in 25, d. h. drei Viertel in ein Viertel 25[4]); das beträgt 1875, ergreife dann die Wurzel, und das ist die M'schichah, welche 43 und einen Rest beträgt. Daraus findest du, dass die Senkrechte (Säule) aus der halben Basis[5]) immer in die Spitze einfällt.

h) So hast du gefunden (herausgebracht) die Ausrechnung beim Gleichseitigen, und so bei einem ihm ähnlichen (wahrscheinlich gleichschenkligen Dreieck), aber zur Berechnung des ungleichseitigen hast du daraus kein

---

Benutzung einer Gleichung zweiten Grades, bestimmt, während unsere Schrift kein Wort davon erwähnt. Dass M. b. M. trotzdem, dass er die algebraische Lösung hat, dennoch gleich unserer Schrift dem Fall auszuweichen sucht, wo die Höhe ausserhalb des Dreiecks fällt, kommt wohl daher, dass er die negative Wurzel sichtlich vermeiden will.

1) Was diese sieben Arten bedeuten sollen, ist mir unverständlich, wenn man nicht einen Sinn hineinzwingen wollte. Vielleicht soll es auch יש בה, etwa il-y-a, anstatt שבעה heissen.

2) Ueber ראיה steht ˙˙, vielleicht ein Zeichen, dass das Wort unrichtig sei und am Rande emendirt werden sollte.

3) Apfel (?). Soll es vielleicht den Ort, wohin der Apfel fällt, d. h. den Fusspunkt bedeuten, wie „msaquèt al hadjar"? der Ort, wohin der Stein fällt, bei M. b. M. (Vgl. Deutsch. Sprw. „der Apfel fällt nicht weit vom Stamme").

4) Diese Worte: drei Viertel und ein Viertel für 75 und 25, kommen bei M. b. M. nicht vor. Die Bemerkung, dass 25 und 75, wenn die Seite 100 ist, dieselbe Rolle spielen, welche $\frac{1}{4}$ und $\frac{3}{4}$, wenn die Seite als Einheit genommen wird, und der Umstand, dass hier der Dezimalbruch schon bis auf 4 Dezimalen geht (modern gesprochen $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = 0{,}25 \times 0{,}75 = 0{,}1875$), erinnert wiederum an meine Bemerkung in Art. I, h, dass unser Verfasser (oder vielleicht Jemand, der diesen Zusatz eingeschoben hätte) auf die Verwandlung der Brüche in Dezimalbrüche aufmerksam zu machen sucht, während M. b. M. dieses übergeht.

5) An dieser Stelle heisst es im Texte ס״א d. h. in der sehr gebräuchlichen Abkürzung ספר אחר: in einem andern Buche. Ist das eine Bemerkung des Abschreibers oder des Verfassers selbst, der übrigens seinerseits ebenfalls ein Abschreiber ist? Jedenfalls ist es wichtig, zu wissen, dass mehr als ein Buch hier vorlag. Vielleicht erklärt schon dieses den Umstand, dass, trotzdem diese Schrift Hand in Hand mit Mohamed ben Musa geht, dieselbe doch Manches enthält, was sich bei Jenem nicht findet, und umgekehrt.

Mittel zur[1]) Berechnung der M'schichah. Wer dieselben genau untersucht, der wird es herausfinden, entweder durch die[2]) Seiten, oder durch Höhe und Basis.

i) Wie berechnet man z. B.[3]) ein ungleichseitiges Dreieck, welches spitze Winkel hat (und) 15 an einer Seite, 14 an der zweiten und 13 an der dritten beträgt?

Wer messen muss, nehme alle drei Seiten zussmmen, das beträgt 42; nehme die Hälfte und siehe um wie viel dieselbe grösser als die erste Seite ist, multiplicire die Hälfte mit dem Ueberschuss, was 21 $\times$ 6 ausmacht und 126 beträgt; dieses stelle bei Seite. Nehme wieder jene Hälfte, und siehe nun um wie viel sie grösser ist als die zweite Seite, multiplicire den Ueberschuss, d. h. 7 mit den ersten 126, es beträgt 882; stelle dieses bei Seite. Nehme zum dritten Mal die Hälfte, und siehe, um wie viel sie grösser ist als die dritte Seite, multiplicire den Ueberschuss 8 in 882, es beträgt 7056; die Wurzel daraus ist 84, und das ist eben das Maass der M'schichah.

k) Wie das offene (stumpfwinklige?)

Wenn jede der kürzeren Seiten für sich quadrirt[4]) und zusammen addirt, und die dritte Seite d. h. die Basis für sich quadrirt wird, so ist das Quadrat der letztern grösser, als die (Summe der Quadrate der) erstern. Ist z. B. 5 an einer Seite, 6 an einer andern Seite und 9 an einer andern (dritten) Seite, so findet sich, dass einer der Winkel offen, (stumpf), und breit ist. [Weil] das Erste (die Summe der Quadrate der kleinern) 61 ist, und das Letztere (Quadrat der Basis) 81 (und somit nach obiger Definition bewiesen).

Wer messen soll, der rechne (klar) durch Höhe und Basis; wenn er aber die Rechnung der Seiten und ihrer Hälfte (Heronische Formel) vorzieht, so rechne er nach einer Art immer.

---

1) Das hier sich findende Wort קשה giebt keinen Sinn. Dagegen fehlt dieses Wort augenscheinlich in V, f. Vielleicht stand dasselbe früher am Rande und kam dann an unrichtiger Stelle in den Text herein?

2) ישכיל H. S., ישפיל in der Ausgabe, ist Schreibfehler. Anstatt ב' צלעים möchte ich בין בצלעים lesen.

3) Dieselben Zahlen für die Seiten nimmt auch M. b. M., aber an die Heronische Formel erinnert er mit keinem Worte, wohl aber Alkarkhi Seite 23. Vgl. auch die Citate bei St. S. V., Anm. 12, und Zeitschrift für Mathematik und Physik X, 487.

4) מצורך H. S. und so übersetzt; nicht מצרך wie in der Ausgabe.

[5) מְחַשְׁבָה (nicht מַחֲשָׁבָה), wie am Ende der Mischna; ברורה würde noch מַחְשָׁבָה (ist aber nicht Calcul) erfordern. St.]

Art. V.

a) Drei Arten giebt es bei dem Runden, und zwar: das Hängende, das Hügelartige und das Flache. Welches ist das Hängende? Das ist das[1]) runde nach allen Seiten, wie ein Ball, oder ist die M'schicha (Oberfläche) wie bei einem Kürbis[2]) (כאבטיח), welcher rings umher rund ist, wenn nur die Rundung gleichförmig ist nach Länge, Breite und Tiefe. Wie (bestimmt man) durch Messen? Man multiplicire einen der Fäden (Durchmesser) in die Hälfte des andern[3]), (Umfangs), was herauskommt ist die M'schichah (Oberfläche) der Kugel, wenn das verdoppelt wird. Denn sie (die Wölbungen) sind als ihre (cylindrischen) Wände zu betrachten.[4])

b) Welches ist das Hügelartige? Das als Hälfte des Hängenden dasteht, wie ein Hügel, oder wie (eine Höhlung), wie ein Zelt[5]), wenn (die Rundung) nur gleichförmig ist. Wer messen soll, der multiplicire einen der Fäden von Ecke zur Ecke, (Durchmesser), in die Hälfte des andern[6]) Fadens (Umfanges), was herauskommt ist die M'schichah, (Oberfläche der Halbkugel).

c) Wie das Flache? Das was auf dem Boden liegt, wie ein rundes Feld, oder eine runde Figur. Wer messen soll, multiplicire den Faden (Durchmesser) in sich selbst, werfe davon ein Siebentel und ein halbes Siebentel weg; der Rest ist die M'schichah, das ist ihr Gag.[7])

---

1) עומדת עקר ד' vermag ich nicht zu erklären. S. hebr. Text.

2) Bei Beha-Eddin kommt ebenfalls der Ausdruck Gurke und Rübe vor. S. 29 und 32. Siehe zu S. 29 die Anmerkung 17 des Uebersetzers auf S. 66.

3) Das Wort עצמו kann sich hier durch den Abschreiber irrthümlich anstatt האחר eingeschlichen haben.

4) Siehe Alkarkhi Cap. 11. Es ist also der Satz ausgesprochen, dass die Oberfläche der Kugel gleich ist dem Cylindermantel von derselben Höhe.

5) H. S. כקובה; in der Ausgabe כמו נקובה ist unrichtig. כ als נ zu nehmen war sehr leicht, und anstatt כמו findet man in der H. S. einen üblichen Zickzack zur Ergänzung der Zeile.

6) Die Worte או בתוך חצי עצמו werden wohl wie oben irrthümlich eingeschoben sein, und zwar von einem, welcher unter האחר einen andern Durchmesser verstand; und daher hielt er sich berechtigt und verpflichtet, die Bemerkung zu machen, dass man ebensogut den Durchmesser selbst noch einmal nehmen kann. Indess ist aber hier unter dem (andern) Faden nicht der Durchmesser, sondern der Umfang gemeint. Uebrigens siehe hier M. b. M. Er hat da nämlich zwei Methoden: in der einen kommt der Umfang, in der andern aber kommt wirklich der Durchmesser selbst. Ob nicht hier wiederum so eine zweideutige Stelle beide Verfasser auf verschiedene Wege führte? oder ob nicht vielleicht in unserer hebräischen Schrift durch Auslassung von ein Paar Zeilen beide Methoden in einander sich verschmolzen haben? — ich wage es nicht zu entscheiden.

7) Hier findet sich הוא anstatt מן und oben IV, f, umgekehrt מן anstatt הוא: Verwechselung des Schreibers, wozu das gleiche Wort המשיחה Veranlassung gegeben hat.

Wenn du den Umfang ringsherum wissen willst, so multiplicire den Faden (Durchmesser) in $3\frac{1}{7}$, das beträgt 22 [wenn der Durchmesser 7 ist].

Willst du die M'schichah (durch den Umfang) bestimmen, so nimm den halben Umfang, das ist 11, multiplicire es in den halben Faden (Durchmesser), was $3\frac{1}{2}$ beträgt, und es kommen $38\frac{1}{2}$ heraus. So im ersten Falle, so auch im letzten. Heisst es ja[1]): „Er machte das Meer gegossen zehn Ellen von seinem Rande zu seinem Rande, rund ringsum, und fünf Ellen seine Höhe", da es heisst: „Und eine Schnur von 30 Ellen umringt es ringsherum." Was lernst du (aus den Worten) „und eine Schnur von 30 Ellen" u. s. w.? Da die Erdenkinder (Profanen) von einem Kreise behaupten, der Umfang enthalte drei und ein Siebentel in den Faden; davon aber ein Siebentel an die Dicke des Meeres an seinen beiden Rändern aufgeht, so bleiben dreissig Ellen, welche es umringen. In diesem Maasse sind gleich die Meere, die Bäder und die Brunnen in Länge, Breite und Tiefe. Somit hast du das Maass des Runden gelernt.

e[2]) Drei Dinge sind beim Bogenartigen gesagt worden und zwar:

(Es gibt) eine gleiche (Figur), eine mangelhafte und eine überschüssige.

Welches ist die gleiche? — Die als Halbkreis dasteht, nicht weniger und nicht mehr. Die mangelhafte — die weniger als ein Halbkreis, und die Ueberschüssige, welche den Halbkreis übertrifft. Die Regel ist: Die, deren Pfeil[3]) kleiner ist, als die halbe Sehne, ist die mangelhafte, und die, deren Pfeil grösser ist, als die halbe Sehne, ist die Ueberschüssige.

f) Wer die gerade[4]) (gleiche) messen will, multiplicire die ganze[5]) Sehne in sich selbst, werfe davon ein Siebentel (und ein halbes Siebentel)[6]) weg; von dem Rest werfe man die Hälfte weg; was gefunden wird, ist die M'schichah.

g) Bei den andern musst du wissen, wie viel die Rundung (der Bogen) beträgt. Wie (macht man das)? Man multiplicire die halbe Sehne in sich selbst, das Ergebniss theile durch den Pfeil, was aus der Theilung gefunden wird addire zum Pfeil, das Ergebniss ist der [halbe] Faden des

---

1) I. Regum VII, 23; II. Chron. IV, 2.

2) § d fehlt; es ist aber im Manuscripte kein leerer Raum dafür gelassen.

3) Es muss heissen שְׁתְּצָה, anstatt שתצירה. Hier hat wohl auch Jemand verbessern wollen und hat dadurch das Errathen nur erschwert.

4) Das Wort היתר hat wohl der Abschreiber aus dem Nachfolgenden genommen. Vielleicht hat ihn das sich wiederholende Wort את dazu verleitet.

5) Auf בתוך finden sich im Manuscript zwei Punkte und auf כולו ein Punkt, um anzuzeigen, dass man כולו בתוך עצמו zu lesen hat.

6) Dass וחצי שביעי hier einzuschalten sei, ist klar.

Kreises. $\left(\frac{d}{2} = r\right)$; ergreife die Hälfte dieses Fadens, multiplicire ihn in den halben Bogen[1]), das Ergebniss stelle man bei Seite, und sehe zu, ob der Bogen ein mangelhafter ist, dann werfe (ziehe) seinen Pfeil von dem halben Kreisfaden ab und multiplicire den Rest in die halbe Sehne, und ziehe das ab von dem Hingestellten, der Rest ist die M'schichah.[2]) Ist aber der Bogen ein überschüssiger, so werfe den halben Kreisfaden[3]) von dem Pfeile selbst ab, multiplicire den Rest in die halbe Sehne und addire das zum Hingestellten. Was herauskommt ist die M'schichah. Wie das Maass des erstern, so auch das Maass des letztern.[4])

Der Art. ist zu Ende und mit ihm auch die Mischnath (so!)
Hamiddoth, mit Hilfe denjenigen, der die Räthsel kennt (versteht).

---

1) Vielleicht gehört hierher das Wort קשת von Art. IV, h, welches dort den Sinn nur erschwert. Das kann vielleicht am Rande als Correctur für החץ gestanden haben, und ist dann an unrichtiger Stelle in den Text hineingekommen.

2) Die zwei Worte ר״ח ומשליך geben hier keinen Sinn. Auch מן für היא s. oben.

3) Lies משליך חצי חוט העגולה מֵחִצָּה.

4) D. h. das Resultat beider Methoden ist dasselbe.

Schlussbemerkung.

Nachdem gegenwärtige Arbeit fertig war, sandte ich sie dem Herrn Dr. Steinschneider, dem wir überhaupt die erste Auffindung unserer Schrift in dem genannten Cod. der Münchener Bibliothek verdanken, zur gefälligen Durchsicht.

Ich spreche hiermit demselben meinen innigsten Dank aus für freundliche Bemerkungen, von denen ich mehrere in eckigen Klammern unter Bezeichnung St. zuzufügen mir erlaubt habe. Sollte ich manche Fragen nicht genügend beantwortet, resp. manche Einwendung nicht hinreichend widerlegt haben, so dürfte mir vielleicht der ungeheure Mangel an Zeit einigermassen zur Entschuldigung dienen.

Wer vor mir versucht hätte diese Aufgabe zu lösen, wird es mir hoffentlich nicht übel nehmen, wenn noch vielleicht etwas zu wünschen übrig geblieben, falls die Aufgabe mindestens der Hauptsache nach als gelöst betrachtet werden könnte.

Vielleicht ist es mir später einmal vergönnt, auf den Gegenstand noch zurückzukommen. Vorläufig erwartet wohlwollende Zurechtweisungen in aller Ergebenheit der

Uebersetzer.

משנת המדות

נמצאה בכ"י במינכען על ידי המגלה צפונות בגנזי בית עקד ספרי כ"י הרב ד"ר שטיינשניידער והובאה בפעם הראשון לדפוס על ידו; ועתה העתקתיה ובארתיה בשפת אשכנז, אחרי אשר הוספתי לנקותה משגיאות רבות על פי הכ"י ועל פי ספר המשיחה למחמד בן מוסה אלחריזמי, המחבר היותר קדמון בחכמת המאטהעמאטיק בספרות הערבית, בהראותי כי מקורו גם מקור משנתנו ממקור אחד נבעו,

הערמאן שפירא יליד רוסיא,

יושב כעת בשבת תחכמוני,
ודורש חכמת המאטהעמאטיק

פה היידעלבערג בארץ באַדען.

בשנת מִשְׁנָה זוֹ אֵין מִדָּה טוֹבָה הֵימֶּנָּה לפ"ק.

פרק א׳ .I

בארבעה דרכים המדידה נקבצת ואלו הן המרבעת, והמשלשת, והעגלה, (a) א׳ והקשותה, זה הכלל השניה חצי הראשון, והרביעית חצי השלישית, ושאר האחרות משלבות זו בזו כסינר בברית.

המרבעת בג׳ פנים, בצלע, בחוט, ובגג. אי זו היא הצלע זה המחזיק (b) ב׳ דופנותיו של גג, שנאמר רבוע יהיה המזבח, והחוט זה המפסיק מזוית לזוית מן הקצה אל הקצה והוא היותר בארכו של גג. והגג עצמו היא המשיחה.

והמשלשת בד׳ פנים, בשני־הַצֶּלַע, בקבע, בעמוד, בגג. אלו הן שני צלע (c) ג׳ זה השני משוכים ימין ויכין שנ׳ כי ימין ושמאל תפרוצי. והקבע זה ששני צלעים קבועים עליו שנ׳ אשר הבית נכון עליהם. והעמוד זה חוט הכולל היורד מבין שני הצלעים לקבע והוא בזוית למקצעות המשכן. והגג עצמו היא המשיחה.

העגול בג׳ פנים, בסביבה, בחוט, ובגג. איזו היא סביבה הוא הקו (d) ד׳ המקיף את העגול שנ׳ וקו שלשים באמה יסב אותו סביב. והחוט זה המשוך משפה אל שפה שנ׳ משפתו אל שפתו. והגג עצמו היא המשיחה.

והקשותה בד׳ פנים, בקשת, וביתר, ובחץ ובגג. איזו היא קשת [זה] החלק (e) ה׳. מן העגול שנ׳ כמראה הקשת אשר יהיה בענן. היתר זה המחזיק בפי הקשת שנ׳ קשת דרוכה. והחץ הוא המשוך מאמצע הקשת לאמצע היתר שנ׳ כוננו חצם על יתר. והגג עצמו היא המשיחה.

כיצד מודדין את המשיחה במנין אתה מחשב אחד על אחד זהו (f) ו׳ המשיחה והיא אמה על אמה. נמצא הגג השוה בצלעים ובזויותיו הרי אתה מונה אותם מכל צד. והטבלא העומדת שנים מכל צד והזויות שוים. והמדידה מחזקת ד׳ מונים במדת הא׳ שהיא אמה בתוך אמה, וכשהיא ג׳ מכל צד הרי הוא ט׳ מונים במדת הא׳, וכן ד׳ על ד׳ וה׳ על ה׳. מכאן ואילך צא וחשוב במדה זאת ולמעלה.

I. (a) האחרות St. ergänzt hier הצורות, man muss aber bedenken, dass dieses Wort überhaupt schon für die obigen bestimmten Figuren wie המרבעת etc. hier zugedacht werden muss. — בברית nach St. anstatt בבריות im Cod.

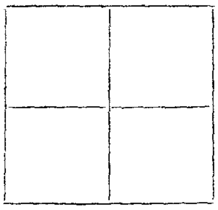
(b) המפסיק so! die Correctur המחזיק ,המהדק halte ich für überflüssig; wiederholt sich ja hier der Ausdruck פְּסקה, פוסקה, מפסיק im Sinne des Durchschneidens.

(c) בשני הצלע Manuscript; בשני׳ בצלע Ausg. fehlerhaft.

(d) בזוית unter rechtem Winkel, anst. später gebräuchl. בזוית נצבת; s. Uebers.

(f) והזויות שוים Manuscript; Ausg. שנים unrichtig.

(g) ז׳ והפחותין מן הא׳ כך אתה מחלקן, אמה אחת לשני חוטין זה מפסיק את זה באמצע מצלע ימין לצלע שמאל וכן מרום לתחת, נמצא הגג חלוק בד׳ פסקאות ואתה מוצא חצי אמה על חצי אמה ומשיחה עצמה חלק מאמה שהוא רבע מכל הגג, וכן שליש על שליש וחומש בתוך חומש בשוים ובחלופים. מכאן ואילך צא וחשוב בשבורים במדה הזאת ולמטה.



(h) ח׳ כבר אמרו מחצה על מחצה הוא מרובע וכן שליש על שליש הוא מתשע, בהן ובדומין להן. אלא בשוין ובחלופים מנים להם אב אהוא[?] כך אתה מונה עשרה על עשרה הרי הן עולין ק׳ וחצי העשר הוא ה׳. ה׳ פעמים ה׳ הם כ״ה והוא רבע ק׳. ומעמד הי׳ בא׳ ומעמד הק׳ בי׳ ואלף בק׳. מכאן ואילך צא וחשוב בשבורים כמדת האחדים אבל באחדים הוא מוסיף ובפחותים הוא גורע.

(i) ט׳ זה הכלל מחצה על מחצה, חצי המחצה. ושליש על שליש שליש השליש. וכן מחצה על השליש חצי השליש. וכן רביע על השליש רביע השליש. בהן ובדומין להן בשוים ובחלופים.

פרק שני. II.

(a) א׳ הרוצה למוד השדות המרבעות בשוים ובחלופים מצרף הארך על הרחב והעולה משניהם הוא המשיחה.

(b) ב׳ ובמשלשת בין בשוים בין בחלופים מצרף העומד בחצי הקבע והעולה משניהם היא המשיחה, והרבה מבואותה בה.

(c) ג׳ העגולה כיצד מצרף החוט בתוך עצמו ומשליך ממנו שביע וחצי שביע והיתר היא המשיחה. כמו חוט שהוא משוך לז׳ וצרופו מ״ט ושביע וחצי שביע הוא [י׳ וחצי] נמצאת המשיחה ל״ח ומחצה.

(d) ד׳ הקשותה כיצד נותן החץ על היתר שניהם בבת אחת ומצרף אותה בתוך חצי החץ ומעמידן לצד, וחוזר ולוקח חצי היתר וצורפו בתוך עצמו ומחלק על י״ד והעולה מוסיפו על העומד והעולה היא המשיחה. ויש בה פנים אחרים.

(g) מחלקן so! — זה מפסיק nach St. anst. והמספיק im Cod. ebenso שמאל anstatt ימין. — מאמה so; Ausgabe מ׳[?] אמה; auch מכל הגג anstatt מכל צד Manuscr. u. Ausg.

(h) lies מְתֻשָׁע; von אלא bis אבאהוא s. Uebersetzung.

(i) שליש השליש nach St. anst. חצי השליש; s. Uebers.

II. (a) השדות nach Manuscr. anstatt המדות Ausg. — הוא המשיחה so! das zwischen diesen beiden Worten eingeschlichene Wort הרחב ist sicherlich eine irrthümliche Wiederholung von oben.

(b) העומד nach der Handschr. anst. העמוד in der Ausg. — מבואותה Hs. Ausg. מבואתה.

(c) שביע; im Mscr. wie in d. Ausg. heisst es bald so und bald שביעי; ich habe überall das erstere in Analogie mit שליש gesetzt. — והיתר; St. corrigirt והנותר. — [י׳ וחצי] von St. mit Recht ergänzt.

הרוצה למוד את הגג המרובע אפי׳ שהוא שוה אפי׳ הוא מחלף שהוא ארך ורחב הגג במניין שש פנים, שש כנפים לאחד, מצרף ארך בתוך רחב בתוך העמק והעולה משלשתן היא משיחת הגג והוא הגוף. (e) ה׳

ואם היה עגול או משולש או לכל מיני צדדין מלבד שיהיה עמקו ישר ונאה ממה מודד הגג במדד שלו במדה שאמרו ותדע המשיחה והיודע אותה מצרפו בתוך העומק הוא משיחת הגוף. (f) ו׳

והמשוך ראשו חד וסופו ממוצע ואפי׳ מרובע או שיהי׳ עגול או משולש, אתה מודד משיחת הגוף והשלך שני שלישי המשיחה ואחוז השליש [ה] אחר ואתה מצרפו בתוך הקומה והעולה הוא משיחת הגוף מראש ועד סוף. (g) ז׳

הצריך למוד התל או דבר מקובה ובלבד שיהיו דופנותיו שוות מכל צד כחצי כדור או כדומה לו, מצרף א׳ מן החוטין מן הקצה אל הקצה בתוך חצי האחד והעולה משניהם היא המשיחה. (h) ח׳

עמוד. ובעמוד אם היה משוך לראשו וראשו חד או משוך לחציו הקובה או לכל שהוא מכין בסופו ובקטועו שהוא הקטוע הראש מוחלק זה מזה כשיעור הסוף ומודדו (כמו) בחשבון האחרון ומשליך הקטן מן החבל והנשאר הוא משיחת העמוד. (i) ט׳

כיצד משער כגון עמוד מרבע וסופו ד׳ אמות בתוך ד׳ אמות חסר ועולה חסר ועולה וראשו שתי אמות על שתי אמות רבוע; וצריך אתה לידע כמה משיחתו וכמה קומתו, וכבר נאמ׳ באחרון אלא שזו קטוע ועדין אי אתה יודע כמה הוא העמוד עד שיכלה אחד מלמעלה. (k) י׳

במניין אתה משער, כמדת שתיים מארבע׳ כן ארך העמוד שהוא חצי המעלה, נמצא כל העמוד עד שיכלה הראש עשרים אמה ועד הקטופה י׳ אמות הא למדת שמדת שנים מן הארבעה כמדת הי׳ מן העשרים. (l) יא׳

הצריך למוד אוחז שליש ראשו חד צורף בסוף והם ה׳ ושליש ומצרפו בתוך כ׳ אז הם עולים ק״ו אמות ושני שלישי אמה ומעמידן לצד אחד, וחוזר ואוחז שליש צרוף הקטופה ב׳ על ב׳ והוא אמה ושליש ומצרפו בתוך עשר (m) יב׳

(e) שהוא ארך ורחב, so! St. ergänzt auch hier ועומק; s. Uebers. — כנפים, hier in dem Sinne von כנפות, Ecken, Kanten gedeutet!

(f) במדד vielleicht eine eigene Form für Massstab. — והיודע anst. והמודע, s. M. b. M. — העומק, anstatt העמק.

(g) [ה]אחר, St. — מראש nach St. anst. וראש.

(h) האחד; in d. Ausg. האחר.

(i) הקובה; St. emendirt המקובה. — מוחלק Hs. anst. מחלק in der Ausg., welches Veranlassung zu einer andern Auffassung gegeben hat. — (כמו) in der Ausg. weggelassen; sieht in der Hs. auch aus wie ein Zickzack zur Ergänzung der Zeile. — החבל von St. mit Fragezeichen begleitet; vielleicht: Messschnur.

(k) אחד eine der im gegenwärtigen Falle zu betrachtenden zwei Pyramiden; einfacher jedoch die Emendation חד von St.

(m) בסוף Basis, die in unsrem Falle 16 beträgt; die Correctur בט״ז ist also unnöthig. — ושליש, ומשליך, so!! In der Hs., wie in der Ausg. findet sich zwischen diesen beiden Worten noch ein ganzer, falsch geschrieben gewesener, dann vom

אמות עליונות והם עולים י״ג אמה ושליש, ומשליך אותם מן ק״ו ושלישים נשתיירו שם צ״ג ושליש והוא באת [?] העמוד גיו הקטוע, ואם הי׳ עגול השלך ממנו השביע וחצי השביע והנשאר בו הוא [המשיחה].

פרק ג׳. III.

(a) א׳ חמשה פנים יש במרובעות ואלו הן יש ישרה בצלעותיה ובזוויותיה. ב׳. ויש מי שהיא משונ׳ בצלעותיה וישרה בזויותיה. ג׳. ויש שהיא ישרה בצלעותיה ומשונ׳ בזויותיה. ד׳. ויש שהיא ישרה משונ׳ בצלעותיה ובזוויותיה ושני ארכן שוין לבד ושני רחבן לבד. ה׳. ויש מי שהיא משונה בצלעותיה ובזוויותיה כל עיקר.

(b) ב׳ השוה בצלעות ובזוויות איזו היא כגון עשרה מן [כל] צד מצרף ארך על הרחב והעולה היא המשיחה והם ק׳ והצלע האחד הוא עקדה האחד ושני צלעותיה הם שני עקריה וכן ג׳ וכן ד׳.

(c) ג׳ והמשונה בצלעותיה וישרה בזוויותיה, כגון ח׳ בשני צלע וששה בשני צלע, מצרף ארך על רחב שהן מ״ח והיא המשיחה, ישרה בצלע וישרה בקו.

(d) ד׳ הישרה בצלעותיה ומשונה בזוויותיה איזו היא, כגון ה׳ מכל צד ושני זוית צרים וב׳ זוית רחבים וב׳ חוטין מפסיקין זה את זה באמצע הא׳ משמנה והב׳ מששה. והרוצה למוד מצרף הא׳ מן החוטין בתוך חצי חברו והעולה משניהם היא המשיחה כ״ד אמה כזה.

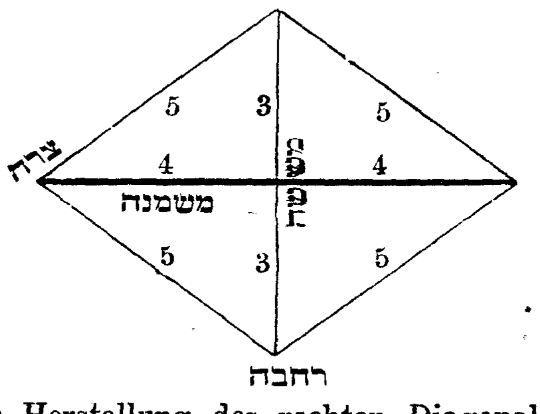
Schreiber selbst verbesserter, und später aus Irrthum stehen gelassener Satz: ושליש, והשלך מן כ״ו ושלישים נשתיירו שם ע״ט ושליש והוא מ׳צ׳ ומשליך אותם מן ק״ו ושלישים נשתיירו שם ש״ט ושליש והוא וכו׳. — צ״ג anstatt ש״ט. — באת St. will מדת einsetzen; dafür würde auch der Umstand sprechen, dass der Schreiber das erste mal nach והוא ein מ׳ angefangen hatte; das צ gehört vielleicht dem צ״ג an anstatt dessen ש״ט irrthümlich geschrieben ist. S. Uebers. — [המשיחה] nach St.

III. (b) [כל] nach St. — עקריה anst. עקרה in d. Ausg.

(c) בקו wie in der Hs. anstatt [בזוי׳ ?] in der Ausg.

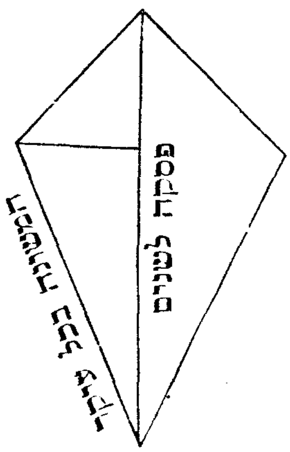
(d) כזה zeigt auf die nebenstehende Figur, 

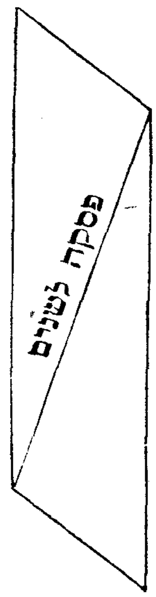
welche offenbar von dem Schreiber missverstanden wurde; die Figur ist so gemeint:



Man beachte, dass zur Herstellung des rechten Diagonalwinkels hier wiederum die sogenannten Pythagoräischen Zahlen 3, 4, 5 gewählt sind. Dieselbe Figur findet sich bei M. b. M.

המשונה בצלעות ובזויות ושני ארכן לבד ושני רחבן לבד והזויות (e) ה׳ עקומות כיצד מחשב אותה פוסקה שנים מזוית לזוית ומעמיד בשנים ומחשב





כל אחד בפני עצמה כמדת המשולשת וכן היא המשיחה. וכן אתה מודד חשבון המשנה בכל עקר וכל המרבעות המשונות עשה אותם ממשלשותיהן כזה.

IV. פרק ד׳.

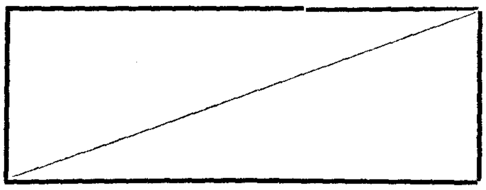
שלש מדות במשלשות ואלו הן הנצבה, החדה, הפתוחה. איזו היא (a) א׳ נצבה שני צדיה הקצורים מצורפים כל אחד בפני עצמו והוא שוה לראשון כגון ששה מצד זה ושמנה מצד זה והעולה מאלו בפני עצמן מאה ומזה בפני עצמו מאה. והצריך למוד [מצרְהַ אחד] מן הקצורים בתוך חצי חברו או ח׳ בתוך ג׳ או ו׳ בתוך ד׳ והעולה היא המשיחה.

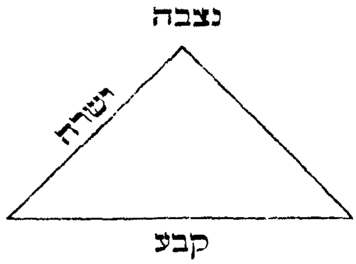
(e) מחשב אותה nach Steinschneider, anstatt ממחשבה אמה im Cod. — Nach וכל finden sich zwei Worte פסקה לשנים, welche offenbar zur Figur gehören; ebenso die Worte המשונה בכל עיקר und פסקה לשנים am Ende dieses Kapitels; ich habe diese Worte auch in die betreffenden Figuren, wo sie hingehören, hineingeschrieben. Hier der Text in der Ausg.: וכל [?] פסקה לשנים. המרבעות המשונות עשה [?] אותם משלישותיה המשונ׳ בכל עיקר כזה פסקה לשנים.

Was die Figuren überhaupt betrifft, so sind sie zwar als Freihandzeichnungen nicht ganz genau, indess konnte ich die Meinung des Herrn St. nicht theilen: „sie könnten etwa weggelassen werden, weil sie das Verständniss nicht förderten"(?). Ich habe sie hier wiedergegeben; nur genauer und in etwas grösserem Massstabe. Die Berechtigung dazu verschafft der augenscheinliche Sinn einerseits und die Vergleichung mit M. b. M. andererseits. — ממשלשותיהן anstatt משלישותיה.

IV. (a) [מצרְהַ אחד] nach St.

(b) ב׳ והזוית שהיא עומדת בין הקצורים היא הנצבה והיא חציה של מרובעת שהיא משונה בצלעים וישרה בזוית. המבקש לחשבה בעמוד יחשב כדרכו

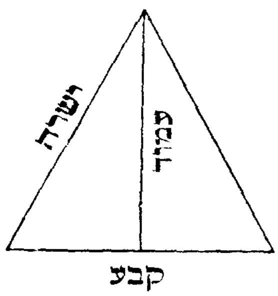




והוא ששני צלעותיה הקצורים הם שני עמודיה והם דומים סמוכים ישרים.

(c) ג׳ והעמוד המשך מהם אל צד הארוך נופל והוא מקבע. והרוצה למוד מצרף העמוד בתוך החצי הקבע והעולה מן החשבון היא המשיחה.

(d) ד׳ החדה כיצד, שני צלעותיה קצורים או השוים כל אחד ואחד מצורף בפני עצמו קבועים זה עם זה והצלע השני שהוא הקבוע מצורף בפני עצמו הצרוף הראשון יותר מן האחרון. ויש מן החדה שצלעותיה ישרות והרוצה למוד מחשב אותה כנגד הקבע נמצא הזויות חדות כמדת הראשון כן מדת האחרון.



(e) ה׳ הרוצה לדעת במדת העמוד בצלעות השוות מצרף את האחד מן הצלעות בתוך עצמו [וחצי הצלע השני בתוך עצמו] ומשליך המיעוט מן המרובה והנשאר הוא היסוד והנמצא הוא העמוד.

(f) ו׳ כיצד מונים, עשרה על עשרה ק׳ וחצי הצלע השני שהוא ה׳ מצורף בפני עצמו כ״ה ומשליך הקטן מן הרב נשאר שם ע״ה והוא היסוד ועקרו [ח׳] ושירים. והצריך למוד מצרף העקר בתוך החצי הצלע התחתון והעולה מן החשבון [היא] המשיחה שהיא מ״ג ושירים.

(g) ז׳ שבעה פנים אחרות במשולשות השוה בצלעותיה כל צלע וצלע. בפני עצמו את האמור של [זה] בזה ואת האמור של זה בזה והמבין בתפוח [?]

(b) הקצורים הם שני עמודי׳ anstatt הקצורים לֹּן הם שני צלעוֹתֿיה עמודיה in der Handschrift, wo die Doppelpunkte über לֹּן und צלעוֹתֿיה sicherlich Tilgungszeichen sind. In der Ausg. sind die Punkte weggelassen, und dafür nach כן ein Fragezeichen gesetzt.

(d) יותר anst. ויותר. — Nach מדת האחרון finden sich im Text noch die Worte: „מן החדים צלעי׳“, die von St. mit (sic) begleitet wurden; vielleicht gehören sie auch den Figuren an.

(e) Die Worte von עצמו bis עצמו fehlen in Hs und Ausg.

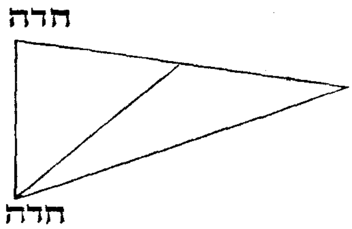
(f) [ח׳] nach St. anst. ה׳ in d. Hs. — [היא] nach St. anst. מן einzusetzen; ich habe מן gelassen und habe analog dem Obigen (IV, (c)) noch החשבון hinzugefügt.

(g) שבעה s. Uebers. nach St. könnte es vielleicht ursprünglich ז׳ פנים אחרות geheissen haben, wobei ז׳ den Paragraphen bezeichnen sollte, und ist aus Missverständniss שבעה anstatt ז׳ geschrieben worden und dann noch ein ז׳ zur Bezeichnung des § obendrein (?). — Nach וצלע findet sich noch ein Wort ראִיה, über

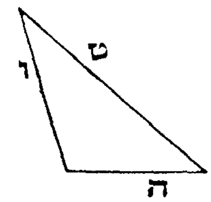
מצרף אחד מהם בפני עצמו שהם ק' ומשליך את הרבע שהוא כ"ה ונשאר ע"ה והצריך למוד מצרף ע"ה בתוך כ"ה שהם ג' רבעים ברבע. (כ"ה) אחד והם עולים אלף ות"ת וע"ה ותופש את העיקר והוא המשיחה והוא מ"ג ושירים. מכאן אתה מוצא שהעמוד של חצי הקבע (ס"א) נופל לעולם.

ה' (h) הרי שהוצאת השוה וכן הדומה לו, אבל חשבון חלופים אין לך מהם בחשבון המשיחה, והמדקדק בהם ישכיל בין בצלעים בין בעמוד עם הקבע.

ט' (i) כיצד משער, כגון משלשת חלופים שהיא חדה בזוית ט"ו מצד ראשון י"ד מצד שני י"ג מצד שלישי, והצריך למוד מחזיק שלשתן בבת אחת עולים מ"ב, ולוקח את המחצה ורואהו כמה הוא יתר על צד ראשון ומצרף המחצה על היתר שהוא כ"א בתוך ר' והם נעשים קכ"ו ומעמידו לצד, וחוזר שנית ולוקח את המחצה ורואה כמה הוא יתר על צד שני ומצרף את היתר שהוא ז' בתוך קכ"ו הראשונים והם עולים ת"ת ופ"ב ומעמידו לצד. וחוזר שלישית ולוקח המחצה ורואה כמה הוא יתר על צד שלישי ומצרף את היתר שהוא ח' בתוך ת"ת ופ"ב האחרים והם עולים ז' אלפים ונ"ו ועקרם פ"ד והם הם שיעור המשיחה.



י' (k) הפתוחה כיצד, צלעותיה הקצרים כל אחד מהם "מצורף„ בפני עצמו, ומוסיפין זה על זה והצלע הג' שהוא הקבע מצורף בפני עצמו, הצירוף האחרון יתר מן הראשון כמו ה' מצד [זה] ו' מצד זה ט' מצד זה נמצאת א' מן הזויות פתוחה ורחבה נמצא הראשון ס"א והאחרון פ"א. והצריך למוד מחשבה ברור בעמוד עם הקבע. ואם חפץ הוא בחשבון הצלעים והמחצה מחשבה מדה אחת לעולם.



פרק ה'. V.

א' (a) שלש מדות בעגולה, ואלו הן התלויה, התלולה, והשפלה. אי זו היא התלויה זו העומדת עקר העגולה מכל צד כדור או שהיתה המשיחה כאבטיח שהיא עגולה לסביבותיה ובלבד [שתהא] עגולתה בשוה ארך ורחב

---

welchem die drei Punkte wahrscheinlich als Tilgungszeichen anzusehen sind. — [זה] nach St. — בתפות s. Uebers. — (ס"א) s. Uebers.

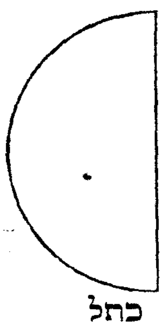
(h) Zwischen לך und מהם das Wort קשת in Hs. und Ausg. S. Uebers. — ישכיל בין בצלעים wird sich Rath schaffen, entweder mittels der Seiten, oder etc. anst. ישפיל ב' צלעים in Hs. und Ausg.

(i) Das Wort הם vor הראשונים in der Ausg. findet sich im Manuscripte nicht; dagegen steht an dessen Stelle ein Zickzack zur Ergänzung der Zeile.

(k) „מצורף“ Hs. anstatt מצרף in der Ausg. — [זה] St. — ברור anstatt ברורה welches wahrscheinlich durch die irrthümliche Auffassung von מַחְשָׁבָה anstatt מְחַשְּׁבָה entstanden ist.

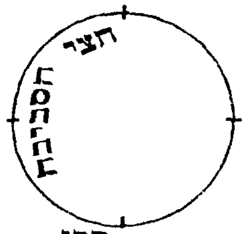
V. (a) העומדת anstat היא עומדת. — העגולה oder vielleicht ועגולה anstatt ד' עגולה. — עגולה anstatt העגולה. — [שתהא] fehlt in Hs. und Ausgabe.

ועמק. במדה. כיצד מודד מצרף את החוטין הא׳ בתוך חצי „האחד“ והעולה היא המשיחה והכפל אותה שהן קירותיה.



(b) ב׳ התלולה איזו היא, זו שעומדת בחצי התלויה, כתל או כקובה ובלבד שתהא שוה. והצריך למוד מצרף אחד מן החוטין מן הקצה אל הקצה בתוך חצי האחד והעולה היא המשיחה.

(c) ג׳ השפלה איזו היא, זו הנתונה על הארץ כשדה עגולה או צורה עגולה. הצריך למוד מצרף החוט בתוך עצמו ומשליך ממנו שביע וחצי שביע והנשאר המשיחה הוא גגה. ואם אתה חפץ לידע את הסיבוב חלילה חלילה הֻוָא מצרף את החוט בתוך ג׳ ושביע ועולה כ״ב. ואם אתה חפץ לשער את המשיחה אחוז חצי הסביבה שהיא י״א וצרף אותה בחצי החוט שהוא ג׳ וחצי ועולין ל״ח ומחצה, כן בראשונה כן באחרונה. הרי הוא אומר ויעש את הים מוצק עשר באמה משפתו אל שפתו עגל סביב ושלשים אמה סביבתו שנ׳ וקו שלשים באמה יסב אותו סביב, מה תלמוד וקו שלשים באמה וגומ׳ לפי שאמרו בני ארץ בעגולה שהסביבה מחזקת שלש פעמים ושביע בחוט יצא מהם שביע אחד בעביו של ים לשתי שפתות ונותר שם ל׳ אמה יסוב אותו סביב ובשעור הזה שוים אחד הימים והמקואות והבורות בארך וברחב ועמק הא למדת מדת העגולה.



(e) ה׳ ג׳ דברים נאמרו בקשותה ואלו הן, הישרה, החסרה והיתרה איזו היא ישרה כל שהיא עומדת בחצי העגולה לא חסר ולא יתר, החסרה כל שהיא פחותה מחצי העגולה, והיתרה כל שהיא עודפת על חצי העגולה, זה הכלל כל שֶׁחִצָּה עומד פחות מֶחֱצִי היתר [בידוע] שהיא חסרה, וכל שֶׁחִצָּה יותר מֶחֱצִי היתר בידוע שהיא יתרה.

(a) האחד anstatt עצמו.

(b) כקובה nach der Hs. anst. כמו נקובה in Ausg. — Die vier Worte או בתוך חצי עצמו, die sich nach dem Worte האחד in Hs. und Ausg. vorfinden, sind offenbar einem Verbesserungsversuche, von einem, der das Original nicht verstanden hat, zuzuschreiben. S. Uebers.

(c) הֻוָא so! — ועולין nach der Hs. anstatt ועולה in d. Ausg. — ל״ח anst. ל״ה — Zu der Figur V (c). קרן wahrscheinlich *Pol*. In der Hs. ist diese Figur viereckig anst. kreisförmig zu sein; die Figuren tragen überhaupt den Charakter einer flüchtigen Nachzeichnung an sich. An der Figur zu (a) habe ich ein Wort תלויה, welches dort keinen Sinn giebt, weggelassen; es soll vielleicht חצי התלויה heissen.

(d) סביבתו so!! wollte man die Lesart קומתו, wie in Hs. und Ausgabe auf Grund der betr. Bibelstelle beibehalten, so müsste man וחמש באמה anstatt ושלשים אמה setzen, und dann noch das folgende שנ׳ streichen. — בני ארץ Prophanen; nach einer Seite verwandt mit עמי הארץ. — שוים אחד anstatt אחד שוים in Hs. und Ausg.

(e) שֶׁחִצָּה anst. שחציה in Hs. und Ausg. — [בידוע] nach St.

הרוצה למוד את הישרה מצרף את היתר כולו בתוך עצמו ומשליך (f) ו'
ממנו שביע [וחצי שביע] והנותר משליך חציו והנמצא הוא המשיחה.

והאחרות צריך אתה לידע כמה שעור עגלתה, כיצד מצרף את חצי (g) ז'
היתר בתוך עצמו והעולה מחלקו על החץ והנמצא מן החלוק מוסיפו על
החץ והעולה הואֹ [חצי] חוט העגולה, ואוחז חצי־החוט הזה ומצרף אותו
בתוך חצי "הקשת„ והעולה מעמידו על צד ורואה אם היתה הקשותה
חסרה משליך חִצָּה מֵחֲצִי חוט העגולה ומצרף הנותר בתוך חצי היתר
ופוחת אותו מן הצד והנשאר "היא„ המשיחה. ואם היתה הקשותה יתרה
משליך [חצי חוט] העגולה מֵחִצָּה עצמה ומצרף את הנשאר בתוך חצי
היתר ומוסיף אותו על הצד והעולה היא המשיחה. כמדת הראשון כן
מדת האחרון.

נשלם הפרק ובהשלמתו תמה משנת המדות,
בעזר יודע חידות.

(f) את הישרה so! das dazwischen befindliche Wort היתר ist überflüssig. — כולו בתוך עצמו anst. בתוך עצמו כולו in der Ausgabe. — [וחצי שביע] fehlt in Hs. und Ausgabe. — מוסיפו על anst. מוסיפו מן. — [חצי] fehlt in Hs. und Ausgabe. „חֲצִי־הַחוּט הזה“: diesen erwähnten *Radius*; und nicht etwa „die Hälfte des erwähnten Durchmessers“, da oben vom Radius und nicht vom Durchmesser die Rede war. — „הקשת“ anstatt החץ. — חִצָּה anstatt חציה. — „היא“ anst. מן; nach המשיחה finden sich in Hs. und Ausg. zwei überflüssige Worte ר"ח ומשליך. — [חצי חוט] fehlt in Hs. und Ausg. — מֵחִצָּה so!

Schluss: משנת nach der Hs. anstatt מסכת' in der Ausgabe.

So der hebr. Text der Mischnath Hammiddoth wie ich ihn mir in der Uebersetzung gedacht habe. Die Abweichungen, die ich mir von Hs. und Ausg. erlaubt habe sind in den Randbemerkungen angegeben.

Zur Vergleichung über die besprochene Analogie zwischen unsrer Schrift und der ersten arabischen **Geometrie** von **Mohamed ben Musa Alkharezmy** mag hier der arabische Text des letztern nach der Ausgabe von Rosen, London 1831, von Seite ٥٠ = 50 bis Seite ٦٤ = 64 folgen.

باب المساحة *

اعلم ان معني واحد في واحد انما هي مساحة ومعناه ذراع في ذراع * وكل سطح متساوي الاضلاع والزوايا يكون من كل جانب واحد فان السطح كله واحد * فان كان من كل جانب اثنان وهو متساوي الاضلاع والزوايا فالسطح كله اربعة امثال السّطح الذي هو ذراع في ذراع * وكذلك ثلثة في ثلثة وما زاد علي ذلك او نقص وكذلك نصف في نصف بربع وغير ذلك من الكسور فعلي هذا * وكل سطح مربع يكون من كل جانب نصف ذراع فهو مثل ربع السطح الذي هو من كل جانب ذراع وكذلك ثلث في ثلث وربع في ربع وخمس في خمس وثلثان في نصف او اقل من ذلك او اكثر فعلي حسابه * وكل سطح مربع متساوي الاضلاع فان احد اضلاعه في واحد جذره وفي اثنين جذراه صغر ذلك السطح او كثر *

وكل مثلث متساوي الاضلاع فان ضربك العمود ونصف القاعدة التي يقع عليها العمود هو تكسير ذلك المثلث *

وكل معيّنة متساوية الاضلاع فان ضربك احد القطرين في نصف الاخر هو تكسيرها *

وكل مدورة فان ضربك القطر في ثلثة وسبع هو الدور الذي يحيط بها وهو اصطلاح بين الناس من غير اضطرار * ولاهل الهندسة فيه قولان اخران احدهما ان تضرب القطر في مثله ثم في عشرة ثم تاخذ جذر ما اجتمع فما كان فهو الدور * فالقول الثاني لاهل النجوم منهم وهو ان تضرب القطر في اثنين وستين الفا وثماني ماية واثنين وثلثين ثم تقسم ذلك علي عشرين الفا فما خرج فهو الدور وكل ذلك قريب بعضه من

بعض ❊ والدور اذا قسمته علي ثلثة وسبع يخرج القطر ❊ وكل مدورة فان نصف القطر في نصف الدور هو التكسير لان كل ذات اضلاع وزوايا متساوية من المثلثات والمربعات والمخمسات وما فوق ذلك فان ضربك نصف ما يحيط بها في نصف قطر اوسع دائرة يقع فيها تكسيرها ❊ وكل مدورة فان قطرها مضروبا في نفسه منقوصا منه سبعه ونصف سبعه هو تكسيرها وهو موافق للباب الاول ❊

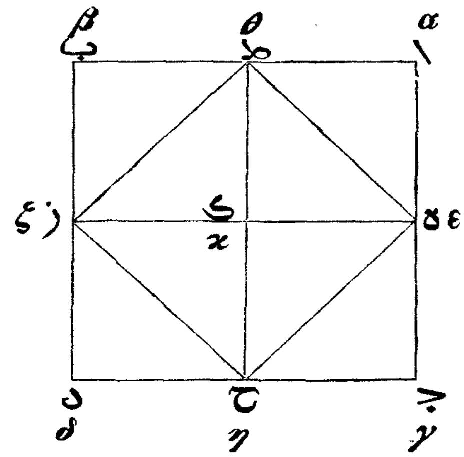
وكل قطعة من مدورة مشبهة بقوس فلا بد ان يكون مثل نصف مدورة او اقل من نصف مدورة او اكثر من نصف مدورة و الدليل علي ذلك ان سهم القوس اذا كان مثل نصف الوتر فهي نصف مدورة سوا واذا كان اقل من نصف الوتر فهي اقل من نصف مدورة واذا كان السهم اكثر من نصف الوتر فهي اكثر من نصف مدورة ❊ واذا اردت ان تعرف من اي دائرة هي فاضرب نصف الوتر في مثله واقسمه علي السهم وزد ما خرج علي السهم فما بلغ فهو قطر المدورة التي تلك القوس منها ❊ فان اردت ان تعرف تكسير القوس فاضرب نصف قطر المدورة في نصف القوس واحفظ ما خرج ثم انقص سهم القوس من نصف قطر المدورة ان كانت القوس اقل من نصف مدورة وان كانت اكثر من نصف مدورة فانقص نصف قطر المدورة من سهم القوس ثم اضرب ما بقي في نصف وتر القوس وانقصه مما حفظت ان كانت القوس اقل من نصف مدورة او زده عليه ان كانت القوس اكثر من نصف مدورة فما بلغ بعد الزيادة او النقصان فهو تكسير القوس ❊

وكل مجسم مربع فان ضربك الطول في العرض ثم في العمق هو التكسير ❊ فان كان علي غير تربيع وكان مدورا او مثلثا او غير ذلك الا ان عمقه علي الاستواء والموازاة فان مساحة ذلك ان تمسح سطحه فتعرف تكسيره فما كان ضربته في العمق وهو التكسير ❊

واما المخروط من المثلث والمربع والمدور فان الذي يكون من ضرب ثلث مساحة اسفله في عموده هو تكسيره ❊

واعلم ان كل مثلث قائم الزاوية فان الذي يكون من ضرب الضلعين الاقصرين كل واحد منهما في نفسه مجموعين مثل الذي يكون من ضرب

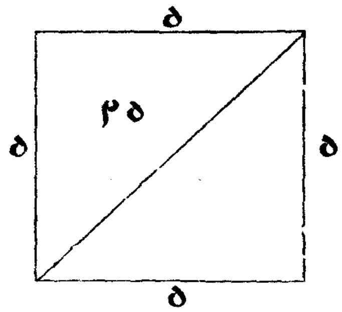
الضلع الاطول في نفسه ❋ وبرهان ذلك انا نجعل سطحا مربعا متساوي الاضلاع والزوايا اب جد ثم نقطع ضلع اج بنصفين علي نقطة ه ثم نخرجه الي ز ثم نقطع ضلع اب بنصفين علي نقطة ط و نخرجه الي نقطة ح فصار سطح اب جد اربعة سطوح متساوية الاضلاع والزوايا والمساحة وهي سطح اك وسطح جك وسطح بك وسطح دك ثم نخرج من نقطة ه الي نقطة ط خطا يقطع سطح اك بنصفين فحدث من السطح مثلثين وهما مثلثا اطه وهكط فقد تبين لنا ان اط نصف اب و اه مثله وهو نصف اج و توترهما خط طه علي زاوية قائمة وكذلك نخرج خطوطا من ط الي ز ومن ز الي ح ومن ح الي ه فحدث من جميع المربعة ثماني مثلثات متساويات وقد تبين لنا ان اربع منها نصف السطح الاعظم الذي هو اد وقد تبين لنا ان خط اط في نفسه تكسير مثلثين و اه تكسير مثلثين بمثلهما فيكون جميع ذلك تكسير اربع مثلثات وضلع هط في نفسه ايضا تكسير اربع مثلثات اخر وقد تبين لنا ان الذي يكون من ضرب اط في نفسه و اه في نفسه مجموعين مثل الذي يكون من ضرب طه في نفسه وذلك ما اردنا ان نبين وهذه صورته ❋



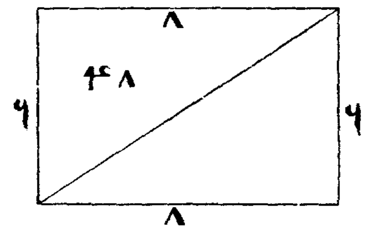
اعلم ان المربعات خمسة اجناس فمنها مستوية الاضلاع قائمة الزوايا والثانية قائمة الزوايا مختلفة الاضلاع طولها اكثر من عرضها والثالثة تسمي المعينة وهي التي استوت اضلاعها واختلفت زواياه والرابعة المشبهة بالمعينة وهي التي طولها وعرضها مختلفان وزواياها مختلفة غير ان الطولين مستويان والعرضين مستويان ايضا والخامسة المختلفة الاضلاع والزوايا ❋

فما كان من المربعات مستوية الاضلاع قائمة الزوايا او مختلفة الاضلاع

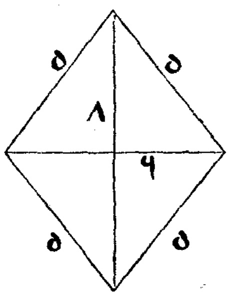
قائمة الزوايا فان تكسيرها ان تضرب الطول في العرض فما بلغ فهو التكسير ❋ ومثال ذلك ارض مربعة من كل جانب خمسة اذرع تكسيرها خمسة وعشرون ذراعا وهذه صورتها ❋



والثانية ارض مربعة طولها ثمانية اذرع ثمانية اذرع والعرضان ستة ستة فتكسيرها ان تضرب ستة في ثمانية فيكون ثمانية واربعين ذراعا وذلك تكسيرها وهذه صورتها ❋

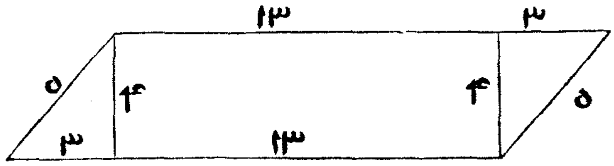


واما المعينة المستوية الاضلاع التي كل جانب منها خمسة اذرع فاحد قطريها ثمانية والاخر ستة اذرع فاعلم ان تكسيرها ان تعرف القطرين او احدهما فان عرفت القطرين جميعا فان الذي يكون من ضرب احدهما في نصف الاخر هو تكسيرها وذلك ان تضرب ثمانية في ثلثة او اربعة في ستة فيكون اربعة وعشرين ذراعا وهو تكسيرها فان عرفت قطرا واحدا فقد علمت انهما مثلثان كل واحد منهما ضلعاها خمسة اذرع خمسة اذرع والضلع الثالث هو قطرهما فاحسبهما علي حساب المثلثات وهذه صورتها ❋



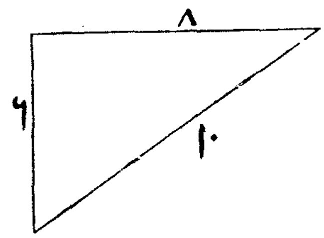
واما المشبهة بالمعينة فعلي مثل المعينة ❋

واما سادر المربعات فانما تعرف تكسيرها من قبل القطر فيخرج الي حساب المثلثات فاعلم ذلك وهذه صورة المشبهة بالمعينة ❋



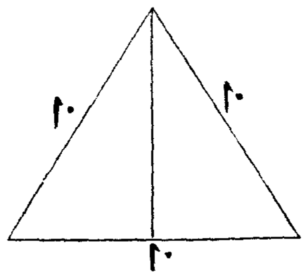
واما المثلثات فهي ثلثة اجناس القائمة والحادة والمنفرجة ❋ واما القائمة فهي مثلثة اذا ضربت ضلعيها الاقصرين كل واحد منهما في نفسه ثم جمعتهما [كان مجموع ذلك مثل الذي يكون من ضرب الضلع الاطول في نفسه ❋ واما الحادة فهي مثلثه اذا ضربت ضلعيها الاقصرين كل واحد منهما في نفسه ثم جمعتهما] كانا اكثر من الضلع الاطول مضروبا في نفسه ❋ واما المنفرجة فهي كل مثلثه اذا ضربت ضلعيها الاقصرين كل واحد منهما في نفسه وجمعتهما كانا اقل من الضلع الاطول مضروبا في نفسه ❋

فاما القائمة الزوايا فهي التي لها عمودان وقطر وهي نصف مربعة فمعرفة تكسيرها ان تضرب احد الضلعين المحيطين بالزاوية القائمة في نصف الاخر فما بلغ ذلك فهو تكسيرها ❋ ومثل ذلك مثلثة قائمة الزاوية ضلع منها ستة اذرع وضلع منها ثمانية اذرع والقطر عشر فحساب ذلك ان تضرب ستة في اربعة فيكون اربعة وعشرين ذراعا وهو تكسيرها ❋ وان احببت ان تحسبها بالعمود فان عمودها لا يقع الا علي الضلع الاطول لان الضلعين القصيرين عمودان فان اردت ذلك فاضرب عمودها في نصف القاعدة فما كان فهو تكسيرها وهذه صورتها ❋



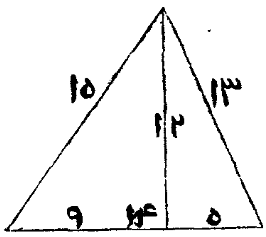
واما الجنس الثاني فالمثلثة المتساوية الاضلاع حادة الزوايا من كل جانب عشرة اذرع فان تكسيرها تعرف من قبل عمودها ومسقط حجرها واعلم ان كل ضلعين متساويين من مثلثة تخرج منهما عمود علي قاعدة فان مسقط حجر العمود يقع علي زاوية قائمة ويقع علي نصف القاعدة

سوا اذا استوا الضلعان فان اختلفا خالف مسقط الحجر عن نصف القاعدة ولكن قد علمنا ان مسقط حجر هذه المثلثة علي اي اضلاعها جعلته لا يقع الا علي نصفه فذلك خمسة اذرع فمعرفة العمود ان تضرب الخمسة في مثلها وتضرب احد الضلعين في مثله وهو عشر فيكون ماية فتنقص منها مبلغ الخمسة في مثلها وهو خمسة وعشرون فيبقي خمسة وسبعون فخذ جذر ذلك فهو العمود وقد صار ضلعا علي مثلثتين قائمتين فان اردت التكسير. فاضرب جذر الخمسة والسبعين في نصف القاعدة وهو خمسة وذلك ان تضرب الخمسة في مثلها حتي تكون جذر خمسة وسبعين في جذر خمسه وعشرين فاضرب خمسة وسبعين في خمسة وعشرين فيكون الفا وثماني ماية وخمسة وسبعين فخذ جذر ذلك وهو تكسيرها وهو ثلثة واربعون وشيء قليل وهذه صورتها ❋

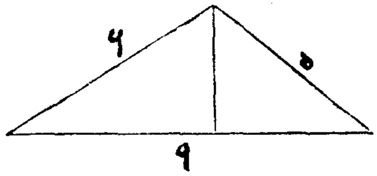


وقد تكون من هذه الحادة الزوايا مختلفة الاضلاع فاعلم ان تكسيرها يعلم من قبل مسقط حجرها و عمودها وهي ان تكون مثلثة من جانب خمسة عشر ذراعا و من جانب اربعة عشر ذراعا ومن جانب ثلثة عشر ذراعا فاذا اردت علم مسقط حجرها فاجعل القاعدة اي الجوانب شئت فجعلناها اربعة عشر وهو مسقط الحجر فمسقط حجرها يقع منها علي شيء مما يلي اي الضلعين شئت فجعلنا الشيء مما يلي الثلثة عشر فضربناه في مثله فصار مالا ونقصناه من ثلثة عشر في مثلها وهو ماية وتسعة وستون فصار ذلك ماية وتسعة وستين الا مالا فعلمنا ان جذرها هو العمود وقد بقي لنا من القاعدة اربعة عشر الا شيئا فضربناه في مثله فصار ماية وستة وتسعين ومالا الا ثمانية وعشرين شيئا فنقصناه من الخمسة عشر في مثلها فبقي تسعة وعشرون درهما وثمانية وعشرون شيئا الا مالا وجذرها هو العمود فلما صار جذرها هذا هو العمود وجذر

ماية وتسعة وستين الا مالا هو العمود ايضا علمنا انهما متساويان فقابل بهما وهو ان تلقي مالا بمال لان المالين ناقصان فيبقي تسعة وعشرون وثمانية وعشرون شيئا يعدل ماية وتسعة وستين فالق تسعة وعشرين من ماية وتسعة وستين فيبقي ماية واربعون يعدل ثمانية وعشرين شيئا فالشيء الواحد خمسة وهو مسقط الحجر مما يلي الثلثة عشر وتمام القاعدة مما يلي الضلع الاخر فهو تسعة فاذا اردت ان تعرف العمود فاضرب هذه الخمسة في مثلها وانقصها من الضلع الذي يليها مضروبا في مثله وهو ثلثة عشر فيبقي ماية واربعة واربعون فجذر ذلك هو العمود وهو اثني عشر والعمود ابدا يقع علي القاعدة علي زاويتين قائمتين ولذلك سمي عمودا لانه مستو فاضرب العمود في نصف القاعدة وهو سبعة فيكون اربعة وثمانين وذلك تكسيرها وذلك صورتها ❋

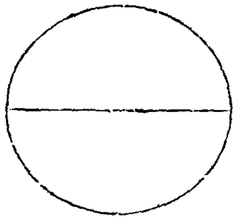


والجنس الثالث منفرجة وهي التي لها زاوية منفرجة وهي مثلث من كل جانب عدد مختلف وهي من جانب ستة ومن جانب خمسة ومن جانب تسعة فمعرفة تكسير هذه من قبل عمودها ومسقط حجرها ولا يقع مسقط حجر هذه المثلثة في جوفها الا علي الضلع الاطول فاجعله قاعدة ولو جعلت احد الضلعين الاقصرين قاعدة لوقع مسقط حجرها خارجها وعلم مسقط حجرها وعمودها علي مثال ما علمتك في الحادة وعلي ذلك القياس وهذه صورتها ❋

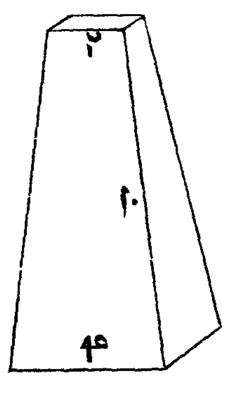


واما المدورات التي فرغنا من صفتها وتكسيرها في صدر الكتاب فمنها مدورة قطرها سبعة اذرع ويحيط بها اثنان وعشرون ذراعا فان تكسيرها ان تضرب نصف القطر وهو ثلثة ونصف في نصف الدور الذي

يحيط بها وهو احد عشر فيكون ثمانية وثلثين ونصفا وهو تكسيرها فان احببت فاضرب القطر وهو سبعة في مثله فيكون تسعة واربعين فانقص منها سبعها ونصف سبعها وهو عشرة ونصف فيبقي ثمانية وثلثون ونصف وهو التكبير وهذه صورتها ❋

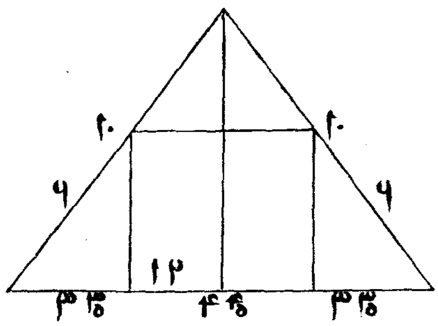


فان قال عمود مخروط اسفله اربعة اذرع في اربعة اذرع وارتفاعه عشرة اذرع وراسه ذراعان في ذراعين وقد كنّا بيّنّا ان كل مخروط محدد الراس فان ثلث تكسير اسفله مضروبا في عموده هو تكسيره فلما صار هذا غير محدد اردنا ان نعلم كم يرتفع حتي يكمل رأسه فيكون لا رأس له فعلمنا ان هذه العشرة من الطول كله كعد الاثنين من الاربعة فالاثنان نصف الاربعة فاذا كان ذلك كذلك فالعشرة نصف الطول والطول كله عشرون ذراعا فلما عرفنا الطول اخذنا ثلث تكسير الاسفل وهو خمسة وثلث فضربناه في الطول وهو عشرون ذراعا فبلغ ذلك ماية وستة اذرع وثلثي ذراع فاردنا ان نلقي منه ما زدنا عليه حتي يخرط وهو واحد وثلث الذي هو ثلث تكسير اثنين في اثنين في عشرة وهو ثلثة عشر وثلث و ذلك تكسير ما زدنا عليه حتي انخرط فاذا رفعنا ذلك من ماية وستة اذرع وثلثي ذراع بقي ثلثة وتسعون ذراعا وثلث وذلك تكسير العمود المخروط وهذه صورته ـ ❋



وان كان المخروط مدورا فالق من ضرب قطره في نفسه سبعه ونصف سبعه فما بقي فهو تكسيره ❋

فان قيل ارض مثلثة من جانبيه عشرة اذرع عشرة اذرع والقاعدة اثنا عشر ذراعا في خوفها ارض مربعة كم كل جانب من المربعة فقياس ذلك ان تعرف عمود المثلثة وهو ان تضرب نصف القاعدة وهو ستة في مثله فيكون ستة وثلثين فانقصها من احد الجانبين الاقصرين مضروبا في مثله وهو ماية يبقي اربعة وستون فخذ جذرها ثمانية وهو العمود وتكسيرها ثمانية واربعون ذراعا وهو ضربك العمود في نصف القاعدة وهو ستة فجعلنا احد جوانب المربعة شيئا فضربناه في مثله فصار مالا فحفظناه ثم علمنا انه قد بقي لنا مثلثتان عن جنبتي المربعة ومثلثة فوقها فاما المثلثتان اللتان علي جنبتي المربعة فهما متساويتان وعموداهما واحد وهما علي زاوية قائمة فتكسيرها ان تضرب شيئا في ستة الا نصف شيء فيكون ستة اشياء الا نصف مال وهو تكسير المثلثتين جميعا اللتان هما علي جنبتي المربعة فاما تكسير المثلثة العليا فهو ان تضرب ثمانية غير شيء وهو العمود في نصف شي فيكون اربعة اشياء الا نصف مال فجميع ذلك هو تكسير المربعة وتكسير الثلث المثلثات وهو عشرة اشياء تعدل ثمانية واربعين هو تكسير المثلثة العظمي فالشيء الواحد من ذلك اربعة اذرع واربعة اخماس ذراع وهو كل جانب من المربعة ❋ وهذه صورتها ❋



Universitätsbibliothek
Heidelberg

The Algebra of Mohammed Ben Musa

edited and translated by Frederic Rosen

London, 1831. - p. 70 - 85

MENSURATION.

KNOW that the meaning of the expression "one by one" is mensuration : one yard (in length) by one yard (in breadth) being understood

Every quadrangle of equal sides and angles, which has one yard for every side, has also one for its area. Has such a quadrangle two yards for its side, then the area of the quadrangle is four times the area of a quadrangle, the side of which is one yard. The same takes place with three by three, and so on, ascending or descending: for instance, a half by a half, which gives a quarter, or other fractions, always following the same rule. A quadrate, every side of which is half a yard, is (51) equal to one-fourth of the figure which has one yard for its side. In the same manner, one-third by one-third, or one-fourth by one-fourth, or one-fifth by one-fifth, or two-thirds by a half, or more or less than this, always according to the same rule.

One side of an equilateral quadrangular figure, taken once, is its root; or if the same be multiplied by two, then it is like two of its roots, whether it be small or great.

If you multiply the height of any equilateral triangle by the moiety of the basis upon which the line marking the height stands perpendicularly, the product gives the area of that triangle.

In every equilateral quadrangle, the product of one diameter multiplied by the moiety of the other will be equal to the area of it.

In any circle, the product of its diameter, multiplied by three and one-seventh, will be equal to the periphery. This is the rule generally followed in practical life, though it is not quite exact. The geometricians have two other methods. One of them is, that you multiply the diameter by itself; then by ten, and hereafter take the root of the product; the root will be the periphery. The other method is used by the astronomers among them: it is this, that you multiply the diameter by sixty-two thousand eight hundred and thirty-two and then divide the product by twenty thousand; the quotient is the periphery. Both methods come very nearly to the same effect. [1]

If you divide the periphery by three and one-seventh, the quotient is the diameter.

The area of any circle will be found by multiplying the moiety of the circumference by the moiety of the diameter; since, in every polygon of equal sides and angles, such as triangles, quadrangles, pentagons, and so on, the area is found by multiplying the moiety of the circumference by the moiety of the diameter of the middle circle that may be drawn through it.

If you multiply the diameter of any circle by itself, and subtract from the product one-seventh and half one-seventh of the same, then the remainder is equal to the area of the circle. This comes very nearly to the same result with the method given above, [2]

Every part of a circle may be compared to a bow. It must be either exactly equal to half the circumference, or less or greater than it. This may be ascertained by the arrow of the bow. When this becomes equal to the moiety of the chord, then the arc is exactly the moiety of the circumference: is it shorter than the moiety of the chord, then the bow is less than half the circumference; is the arrow longer than half the chord, then the bow comprises more than half the circumference.

If you want to ascertain the circle to which it belongs, multiply the moiety of the chord by itself, divide it by the arrow, and add the quotient to the arrow, the sum is the diameter of the circle to which this bow belongs.

If you want to compute the area of the bow, multiply the moiety of the diameter of the circle by the moiety of the bow, and keep the product in mind. Then subtract the arrow of the bow from the moiety of the diameter of the circle, if the bow is smaller than half the circle; or if it is greater than half the circle, subtract half the diameter of the circle from the arrow of the bow. Multiply the remainder by the moiety of the chord of the bow, and subtract the product from that which you have kept in mind if the bow is smaller than the moiety of the circle, or add it thereto if the bow is greater than half the circle. The sum after the addition, or the remainder after the subtraction, is the area of the bow.

The bulk of a quadrangular body will be found by multiplying the length by the breadth, and then by the height.

If it is of another shape than the quadrangular (for instance, circular or triangular), so, however, that a line representing its height may stand perpendicularly

[1] The three formulas are,
1st, $3\frac{1}{7}d = p$ i.e. $3.1428d$
2d, $\sqrt{10d^2} = p$ i.e. $.16227d$
3d, $\frac{d\times 62832}{20000} = p$ i.e.$3.1416d$

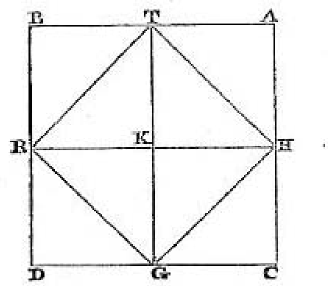
[2] The area of a circle whosse diameter is d is $\pi\frac{d^2}{4} = \frac{22}{7\times 4}d^2 = (1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{2\times 7})d^2$.

on its basis, and yet be parallel to the sides, you must calculate it by ascertaining at first the area of its basis. This, multiplied by the height, gives the bulk of the body.

Cones and pyramids, such as triangular or quadrangular ones, are computed by multiplying one-third of the area of the basis by the height.

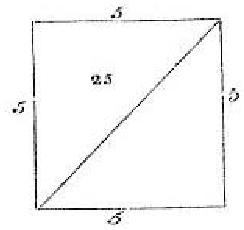
Observe, that in every rectangular triangle the two short sides, each multiplied by itself and the products added together, equal the product of the long side multiplied by itself.

The proof of this is the following. We draw a quadrangle, with equal sides and angles $ABCD$. We divide the line AC into two moieties in the point H, from which we draw a parallel to the point R. Then we divide, also, the line AB into two moieties at the point T, and draw a parallel to the point G. Then the quadrate $ABCD$ is divided into four quadrangles of equal sides and angles, and of equal area; namely., the squares AK, CK, BK, and DK. Now, we draw from the point H to the point T a line which divides the quadrangle AK into two equal parts: thus there arise two triangles from the quadrangle, namely, the triangles ATH and HKT. We know that AT is the moiety of AB, and that AH is equal to it, being the moiety of AC; and the line TH joins them opposite the right angle. In the same manner we draw lines from T to R, and from R to G, and from G to H. Thus from all the squares eight equal triangles arise, four of which must, consequently, be equal to the moiety of the great quadrate AD. We know that the line AT multiplied by itself is like the area of two triangles, and AK gives the area of two triangles equal to them; the sum of them is therefore four triangles. But the line HT, multiplied by itself, gives likewise the area of four such triangles. We perceive, therefore, that the sum of AT multiplied by itself, added to AH multiplied by itself, is equal to TH multiplied by itself. This is the observation which we were desirous to elucidate. Here is the figure to it:

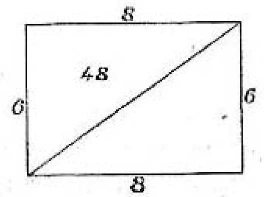


Quadrangles are of five kinds: firstly, with right angles and equal sides; secondly, with right angles and unequal sides; thirdly, the rhombus, with equal sides and unequal angles; fourthly, the rhomboid, the length of which differs from its breadth, and the angles of which are unequal, only that the two long and the two short sides are respectively of equal length; fifthly, quadrangles with unequal sides and angles.

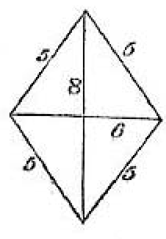
First kind. – The area of any quadrangle with equal sides and right angles, or with unequal sides and right angles, may be. found by multiplying the length by the breadth. The product is the area. For instance: a quadrangular piece of ground, every side of which has five yards, has an area of five-and-twenty square yards. Here is its figure



Second kind. – A quadrangular piece of ground, the two long sides of which are of eight yards each, while the breadth is six.. You find the area by multiplying six by eight, which yields forty-eight yards. Here is the figure to it:

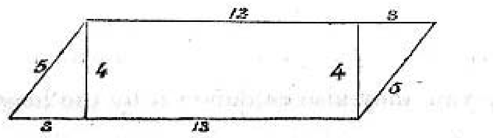


Third kind, the Rhombus. – Its sides are equal: let each of them be five, and let its diagonals be, the one eight and the other six yards. You may then compute the area, either from one of the diagonals, or from both. As you know them both, you multiply the one by the moiety of the other, the product is the area: that is to say, you multiply eight by three, or six by four; this yields twenty-four yards, which is the area. If you know only one of the diagonals, then you are aware, that there are two triangles, two sides of each of which have every one five yards, while the third is the diagonal. Hereafter you can make the computation according to the rules for the triangles. [3] This is the figure:



The fourth kind, or Rhomboid, is computed in the same way as the rhombus. Here is the figure to it:

[3]If the two diagonals are d and d', and the side s, the area of the rhombus is $\frac{dd'}{2} = d \times \sqrt{s^2 - \frac{d^2}{4}}$.

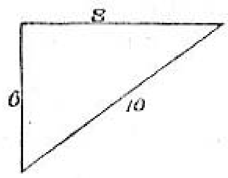


The other quadrangles are calculated by drawing a diagonal, and computing them as triangles.

Triangles are of three kinds, acute-angular, obtuse-angular, or rectangular. The peculiarity of the rectangular triangle is, that if you multiply each of its two short sides by itself, and then add them together, their sum will be equal to the long side multiplied by itself. The character of the acute-angled triangle is this : if you multiply every one of its two short sides by itself, and add the products, their sum is more than the long side alone multiplied by itself. The definition of the obtuse-angled triangle is this : if you multiply its two short sides each by itself, and then add the products, their sum is less than the product of the long side multiplied by itself.

The rectangular triangle has two cathetes and an hypotenuse. It may be considered as the moiety of a quadrangle. You find its area by multiplying one of its cathetes by the moiety of the other. The product is the area.

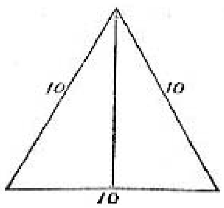
Examples. – A rectangular triangle; one cathete being (58) six yards, the other eight, and the hypotenuse ten. You make the computation by multiplying six by four: this gives twenty-four, which is the area. Or if you prefer, you may also calculate it by the height, which rises perpendicularly from the longest side of it: for the two short sides may themselves be considered as two heights. If you prefer this, you multiply the height by the moiety of the basis. The product is the area. This is the figure:



Second kind. – An equilateral triangle with acute angles, every side of which is ten yards long. Its area may be ascertained by the line representing its height and the point from which it rises. [4] Observe, that in every isosceles triangle, a line to represent the height drawn to the basis rises from the latter in a right angle, and the point from which it proceeds is always situated in the midst of the basis; if, on the contrary, the two sides are not equal, then this point never lies in the middle of the basis. In the case now before us we perceive, that towards whatever side we may draw the line which is to represent the height, it must necessarily always fall in the middle of it, where the length of the basis is five. Now the height will be

[4]The height of the equilateral triangle whose side is 10, is $\sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75}$ and the area of the triangle is $5\sqrt{75} = 25\sqrt{3}$

ascertained thus. You multiply five by itself; then multiply one of the sides, that is ten, by itself, which gives a hundred. Now you subtract from this the product of five multiplied by itself, which is twenty-five. The remainder is seventy-five, the root of which is the height. This is a line common to two rectangular triangles. If you want to find the area, multiply the root of seventy-five by the moiety of the basis, which is five. This you perform by multiplying at first five by itself; then you may say, that the root of seventy-five is to be multiplied by the root of twenty-five. Multiply seventy-five by twenty-five. The product is one thousand eight hundred and seventy-five ; take its root, it is the area: it is forty-three and a little. [5] Here is the figure:



There are also acute-angled triangles, with different sides. Their area will be found by means of the line representing the height and the point from which it proceeds. Take, for instance, a triangle, one side of which is fifteen yards, another fourteen, and the third thirteen yards. In order to find the point from which the line marking the height does arise, you may take for the basis any side you choose; e. g. that which is fourteen yards long. The point from which the line representing the height does arise, lies in this basis at an unknown distance from either of the two other sides. Let us try to find its unknown distance from the side which is thirteen yards long. Multiply this distance by itself; it becomes an [unknown] square. Subtract this from thirteen multiplied by itself; that is, one hundred and sixty-nine. The remainder is one hundred and sixty-nine less a square. The root from this is the height. The remainder of the basis is fourteen less thing. We multiply this by itself; it becomes one hundred and ninety-six, and a square less twenty-eight things. We subtract this from fifteen multiplied by itself; the remainder is twenty-nine dirhems and twenty-eight things less one square. The root of this is the height. As, therefore, the root of this is the height, and the root of one hundred and sixty-nine less square is the height likewise, we know that, they both are the same. [6] Reduce them, by removing square against square, since both are negatives. There remain twenty-nine [dirhems] plus twenty-eight things, which are equal to one hundred and sixty-nine. Subtract now twenty-nine from one hundred and sixty-nine. The remainder is one hundred and forty, equal

[5] The root is 43.3 +

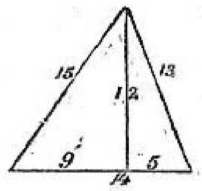
[6] $\sqrt{169} - x^2 = 29 + 28x - x^2$

$163 = 20 + 28x$

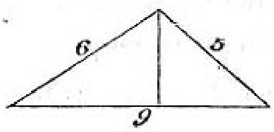
$140 = 28x$

$5 = x$

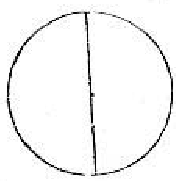
to twenty-eight things. One thing is, consequently, five. This is the distance of the said point from the side of thirteen yards. The complement of the basis towards the other side is nine. Now in order to find the height, you multiply five by itself, and subtract it from the contiguous side, which is thirteen, multiplied by itself. The remainder is one hundred and forty-four. Its root is the height. It is twelve. The height forms always two right angles with the basis, and it is called the *column*, on account of its standing perpendicularly. Multiply the height into half the basis, which is seven. The product is eighty-four, which is the area. Here is the figure :



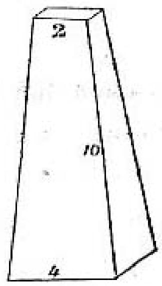
The third species is that of the obtuse-angled triangle with one obtuse angle and sides of different length. For instance, one side being six, another five, and the third nine. The area of such a triangle will be found by means of the height and of the point from which a line representing the same arises. This point can, within such a triangle, lie only in its longest side. Take therefore this as the basis : for if you choose to take one of the short sides as the basis, then this point would fall beyond the triangle. You may find the distance of this point, and the height, in the same manner, which I have shown in the acute-angled triangle; the whole computation is the same. Here is the, figure;



We have above treated at length of the circles, of their qualities and their computation. The following is an example: If a circle has seven for its diameter, then it has twenty-two for its circumference. Its area you find in the following manner: Multiply the moiety of the diameter, which Is three and a half, by the moiety of the circumference, which Is eleven. The product is thirty-eight and a half, which is the area. Or you may also multiply the diameter, which is seven, by itself: this is forty-nine; subtracting herefrom one-seventh and half one-seventh, which is ten and a half, there remain thirty-eight and a half, which is the area. Here is the figure:



If some one inquires about the bulk of a pyramidal pillar, its base being four yards by four yards, its height ten yards, and the dimensions at its upper extremity two yards by two yards; then we know already that every pyramid is decreasing towards its top, and that one-third of the area of its basis, multiplied by the height, gives its bulk. The present pyramid has no top. We must therefore seek to ascertain what is wanting in its height to complete the top. We observe, that the proportion of the entire height to the ten, which we have now before us, is equal to the proportion of four to two. Now as two is the moiety of four, ten must likewise be the moiety of the entire height, and the whole height of the pillar must be twenty yards; At present we take one-third of the area of the basis, that is, five and one-third, and multiply it by the lengthj which is twenty. The product is one hundred and six yards and two-thirds. Herefrom we must then subtract the piece, which we have added in order to complete the pyramid. This we perform by multiplying one and one-third, which is one-third of the product of two by two, by ten : this gives thirteen and a third. This is the piece which we have added in order to complete the pyramid. Subtracting this from one hundred and six yards and two-thirds, there remain ninety-three yards and one-third : and this is the bulk of the mutilated pyramid. This is the figure:



If the pillar has a circular basis, subtract one-seventh and half a seventh from the product of the diameter multiplied by itself, the remainder is the basis. If some one says: "There is a triangular piece of land, two of its sides having ten yards each, and the basis twelve; what must be the length of one side of a quadrate situated within such a triangle?" the solution is this. At first you ascertain the height of the triangle, by multiplying the moiety of the basis, (which is six) by itself, and subtracting the product, which is thirty-six, from one of the two short sides multiplied itself, which is one hundred; the remainder is sixty-four: take the root from this; It is eight. This is the height of the triangle. Its area is, therefore, forty-eight yards: such being the product of the height multiplied by the moiety of the basis, which is six. Now we assume that one side of the quadrate inquired for is thing. We multiply it by itself; thus it becomes a square, which we keep in mind. We know that there must remain two triangles on the two sides of the quadrate, and one above it. The two triangles on both sides of it are equal to each other : both having the same height and being rectangular. You find their area by multiplying thing by six less half a thing, which gives six things less half a square. This is the area of both the triangles on the two sides of the quadrate together. The area of the upper triangle will be found by multiplying eight less thing, which is the height, by half one thing. The product is four things less half a square. This altogether is equal to the area of the quadrate plus that of the three triangles: or, ten things are equal to forty-eight, which is the area of the great triangle. One thing from this is four yards and four-fifths of a yard; and this is the length of any side of the quadrate. Here is the figure: