Universitätsbibliothek
Heidelberg

Ferdinand Schweins
und
Otto Hesse

von

Moritz Cantor

Neu herausgegegeben von **Gabriele Dörflinger**,
Universitätsbibliothek Heidelberg, 2009.

Heidelberger Texte zur Mathematikgeschichte

Moritz Cantor
geb. 23. August 1829 in Mannheim
gest. 10. April 1920 in Heidelberg

Ferdinand Schweins

Otto Hesse

Der Aufsatz erschien in
Heidelberger Professoren aus dem 19. Jahrhundert : Festschrift zur Zentenarfeier ihrer Erneuerung durch Karl Friedrich. - 2. Band (1903), S. 221–242
Signatur UB Heidelberg: **F 2145-4**::2

Das Portrait Ferdinand Schweins ist 1828 entstanden und befindet sich in der Graphischen Sammlung der Universitätsbibliothek Heidelberg: HeidICON Die Heidelberger Bilddatenbank. Bild-ID 4713
Die Photographie Otto Hesses dagegen ist im Besitz des Universitätsarchives Heidelberg. Bild-ID 1550

Kombinatorische Aufgaben, das heißt solche, bei welchen die Anordnung oder die Anzahl gewisser Elemente oder beides in Frage steht, ohne daß ein Wertunterschied jener Elemente unmittelbar Berücksichtigung fände, haben seit altgriechischer Zeit den Denkern sich aufgedrängt und wurden vereinzelter Betrachtung unterzogen. Verhältnismäßig häufiger traten sie bei Mathematikern des sechzehnten und der ersten Hälfte des siebzehnten Jahrhunderts auf. Aber auch in der Darstellung der Geschichte der Mathematik jener Zeit ist man immer nur berechtigt, von *kombinatorischen Aufgaben* zu reden, welche bald in diesem, bald in jenem Zusammenhange erscheinen. Eine *Kombinatorik* als solche gab es nicht. Sie mußte erst erfunden werden, und der zwanzigjährige *Gottfried Wilhelm Leibniz* gab ihr 1666 durch seine Dissertation *De arte combinatoria* Dasein und Namen.

Leibniz war, so unsterbliche Verdienste er sich um die Mathematik erworben hat, in erster Linie Philosoph. Auch seiner Ars combinatoria ist dieses anzumerken. Wohl hat Leibniz nachmals mit Hülfe kombinatorischer Betrachtungen den polynomischen Lehrsatz für den Fall ganzzahliger positiver Exponenten erledigt, wohl war er der Anwendung von Determinanten zur Auflösung von Gleichungen ersten Grades mit mehreren Unbekannten so nahe, daß man ihm billigerweise diese Erfindung zuzuschreiben hat, aber die Ars combinatoria selbst war als Einleitung zur *Scientia generalis* gedacht, zu jener allgemeinen Wissenschaft, welche die Denk- und Sprachlehre auf neue Grundlage zu stellen beabsichtigte. Leibnizens Zeitgenossen würdigten den großartigen Plan ungenügend. Leibniz, durch vielfältige andere Tätigkeit behindert, vermochte nicht, ihn durchzuführen. Die Kombinatorik wurde wieder, was sie gewesen war, bevor Leibniz sich ihr zuwandte, ein Hülfsmittel, das man von Fall zu Fall gebrauchte, um mathematische Aufgaben verschiedener Art zu bewältigen, und Deutsche, Franzosen, Engländer bedienten sich ihrer in diesem Sinne, Da trat im letzten Viertel des achtzehnten Jahrhunderts in Leipzig ein Schriftsteller auf, der zum eigentlichen Untersuchungsgegenstande machte, was bis dahin Hülfsmittel gewesen war, *Karl Friedrich Hindenburg.*

Hindenburg (1741-1808) war kein Leibniz, und die Kombinatorik, wie er sie verstand, war kein Werkzeug allgemeinen Denkens, sondern nur ein solches der mathematischen Analysis, aber innerhalb dieser Beschränkung lehrte Hindenburg das Werkzeug verwenden und für seine Zwecke ausbilden. Nicht leicht wird heute mehr irgend jemand sich zu den Worten bekennen, welche 1831 noch allgemeinen Widerhall fanden: „Als Erfinder der kombinatorischen Analyse hat sich Hindenburg einen unsterblichen Namen erworben“ (Stimmer in Ersch und Grubers Enzyklopädie s. v. Hindenburg), dagegen wird man gern zustimmen, es sei ein wirkliches Verdienst gewesen, die verschiedensten kombinatorischen Bildungsweisen durch neue Namen unterschieden, Regeln für deren Herstellung gegeben, Bezeichnungen für dieselben erfunden zu haben. Jetzt konnte man in kurzen Zeichen Ausdrücke andeuten, welche ausgeführt ganze Seiten einnahmen, und die Übersichtlichkeit, wenn auch nicht immer die tiefere Einsicht in das Wesen der geschaffenen Formen, war gewonnen.

Leider gingen Hindenburgs Schüler in schwärmerischer Anhänglichkeit an den Lehrer weit über das richtige Maß der Wertschätzung der Kombinatorik hinaus. Man glaubte in Deutschland in ihr den mathematischen Stein der Weisen erfunden! Die *kombinatorische Schule* entstand und machte sich an vielen Orten zur Besitzerin der mathematischen Lehrstühle. Heinrich August Töpfer, Hieronymus Eschenbach, Heinrich August Rothe, Johann Christoph Weingaertner sind heute fast vergessene, ehemals hochberühmte Namen. Auch Bernhard Friedrich Thibaut (1775-1832), der jüngere Bruder des Heidelberger Pandektisten, war bis zu einem gewissen Grade Kombinatoriker. Sein Verdienst ist es, gezeigt zu haben, daß kombinatorische Betrachtungen, wenn sie auch für die Entwicklungen der Analysis höchst fruchtbar sind, für sich allein die Analysis nicht ausmachen, daß vielmehr anderweitige Untersuchungen hinzutreten müssen, für welche dadurch Raum geschafft wird, daß die rein formalen Darstellungen mehr oder weniger beiseite gelassen werden. So verfuhr Thibaut in seinen Druckschriften, so in den Vorlesungen, welche er in Göttingen als Privatdozent, als außerordentlicher Professor, seit 1805 als ordentlicher Professor hielt, und zu welchen sich bis zu 130 begeisterte Zuhörer vereinigten, so daß oftmals der größte Hörsaal kaum ausreichte, sie zu fassen. Neben Thibaut ließ sich 1806 ein junger Privatdozent der Mathematik in Göttingen nieder, Magister Schweins.

Franz Ferdinand Schweins ist am 24. März 1780 in Fürstenberg im Bistum Paderborn geboren. Er erhielt seine erste Gymnasialbildung in Paderborn und sollte sich der Theologie widmen, allein eine ausgesprochene Vorliebe für mathematische Studien machte sich bei ihm geltend, und er durfte dieser seiner Neigung folgen. Er bezog von 1801 bis 1802 die Akademie der zeichnenden Künste in Kassel, dann 1802 die Universität Göttingen. In Göttingen habilitierte er sich als Privatdozent, und die Vorlesungsanzeiger dieser Universität für Sommer 1806, Winter 1806 bis 1807, Sommer 1807, Winter 1807-1808, Sommer 1808 kündigten Vorlesungen des Magister Schweins über verschiedene elementarmathematische Gegenstände an. Wieso die Bezeichnung als Magister in jener Zeit unverändert blieb, ist unerklärlich, da nach Ausweis der Akten der Göttinger Fakultät Ferdinand Schweins aus Fürstenberg dort unter dem 9. März 1807 als Doktor promoviert wurde. In Übereinstimmung damit nennt ein 1808 in Göttingen herausgegebener Band „System der Geometrie mit einer Einleitung in die Größenlehre als Handbuch zu Vorlesungen“ als Verfasser: F. Schweins, der Philosophie Doktor und Privatlehrer zu Göttingen. Ob Schweins neben Thibaut keine Lehrerfolge zu hoffen hatte, ob eine Beförderung weniger rasch, als er es wünschte, in Aussicht stand, ob andere Beweggründe vorlagen, wissen wir nicht. Jedenfalls verschwindet der Name Schweins nach dem Sommer 1808 aus dem Göttinger Vorlesungsanzeiger. Im gleichen Jahre soll er in Darmstadt Vorlesungen über Mathematik gehalten haben. Im Winter 1809-1810 siedelte er zu neuer Habilitation nach Heidelberg über und begann als Privatdozent im März 1810 seine Vorlesungen daselbst, welche bereits im Vorlesungsanzeiger für das Sommersemester 1810 ihre Ankündigung als Größenlehre und Geometrie nach seinem Systeme der Geometrie, kameralistische, forstwissenschaftliche und juristische Rechnungen, praktische Geometrie mit Übungen auf dem Felde, Analysis des Endlichen gefunden hatten.

In Heidelberg war seit 1806 *Karl Christian von Langsdorf* der ordentliche Professor der Mathematik, ein hervorragender, wenn auch seinem älteren Bruder Johann Wilhelm nicht ebenbürtiger Meister in der Salinenkunde, tüchtiger Technologe im allgemeinen, Verfasser eines damals geschätzten Lehrbuchs der Hydraulik, zweier Bände Grundlehren der Photometrie u. s. w. Als Mathematiker aber war v. Langsdorf von kaum zu nennender Bedeutung trotz des alle anderen Mathematiker von oben herab behandelnden Tones, der sich in den Schriften „Über die Unstatthaftigkeit der unendlichen Teilbarkeit“ (Erlangen 1804) und „Neue und richtigere Darstellung der Prinzipien der Differentialrechnung“ (Heidelberg 1807) breit macht.

Neben v. Langsdorf in die Höhe zu kommen war verhältnismäßig leicht. Schon 1811 wurde Schweins zum außerordentlichen, 1816 zum ordentlichen Professor ernannt. Letztere Beförderung hing mit der Ablehnung einer Berufung nach Greifswald zusammen, und nun gab es bis zur Emeritierung v. Langsdorfs im Jahre 1827 zwei Ordinariate der Mathematik in Heidelberg. Schweins hatte seine ordentliche Professur 40 Jahre hindurch inne. In dem Anzeiger der Vorlesungen für das Sommerhalbjahr 1856 finden sich von ihm angekündigt: Algebra (Montag, Mittwoch und Freitag von 2-3), Zinszins- und Wahrscheinlichkeitsrechnung mit Anwendung auf die von ihnen abhängenden Staatsinstitute (Dienstag und Donnerstag von 2-3), Praktische Geometrie mit den nötigen Demonstrationen der Instrumente im Auditorium (Montag und Mittwoch von 3-4), Differential- und Integralrechnung nach Diktaten in noch zu verabredenden Stunden. Schweins sah sich durch Krankheit genötigt, seine Stellung noch innerhalb des Semesters niederzulegen, am 15. Juli 1856 starb er. Er hatte ununterbrochen während 93 Semester in Heidelberg gelehrt.

Der Inhalt seiner Vorlesungen dürfte in dieser langen Zeit nur geringe Änderung erfahren haben, wenn auch der Titel nicht immer gleich blieb. Was bis zum Sommer 1823 Semester für Semester als Größenlehre und Geometrie angekündigt wurde, scheint später eine Spaltung erfahren zu haben. Was zuerst kameralistische, forstwissenschaftliche und juristische Rechnungen hieß, erhielt später den Namen Rechnungen für das Geschäftsleben, mag auch einen Teil des Inhaltes an die Vorlesung über Wahrscheinlichkeitsrechnung abgegeben haben. Etwa seit 1838 las Schweins meistens im Winter: reine Mathematik und Rechnungen für das Geschäftsleben; im Sommer: Trigonometrie, praktische Geometrie und eine elementare Statik und Mechanik, mithin lauter Vorlesungen, welche die damalige Prüfungsordnung dem Studierenden der Kameralwissenschaften auferlegte. Mit der praktischen Geometrie waren bis zum Sommer 1853 einschließlich Übungen auf dem Felde verbunden. Im Sommer 1854 kündigte Schweins die praktischen Übungen im Messen auf dem Felde besonders an. Im Sommer 1856 versprach er, wie wir gesehen haben, nur das Vorzeigen und Erläutern der Instrumente im Hörsaale. Für Mathematiker von Fach zeigte Schweins bald Analysis, bald analytische Geometrie, bald Differential- und Integralrechnung, bald höhere Mechanik an und fand in früherer Zeit Zuhörer dazu. Wir kennen durch einen Zufall solche in Bern aufbewahrte Vorlesungshefte, nachgeschrieben und ausgearbeitet von *Jakob Steiner*. Der große Geometer aus Utzenstorf hat sich, wie Herr J. H. Graf in dessen Lebensbild erzählt, im Winter 1819-1820, im Sommer 1820 und im Winter 1820-1821 unter den Zuhörern von Schweins befunden. Im Winter 1819-1820 hörte Steiner Analysis des Endlichen und Mechanik, im Sommer 1820 Auflösung von Gleichungen verschiedener Grade, im Winter 1820-1821 Differential- und Integralrechnung. Wenn berichtet wird, Steiner habe in allen drei Semestern Mechanik getrieben, so muß dieses sein Privatstudium gewesen sein, denn Schweins hat nur für den Winter 1819-1820 Mechanik angekündigt. In späterer Zeit, etwa von 1835 an, müssen studierende Mathematiker in Heidelberg mehr und mehr zu den Seltenheiten gehört haben. Läßt doch von jenem Zeitpunkte an schon die Art der Ankündigung einigermaßen höherer Vorlesungen auf das deutlichste erkennen, daß eine wirkliche aufsteigende Reihenfolge der Vorlesungen nicht eingehalten wurde, vermutlich nicht eingehalten werden konnte, weil es an Zuhörern fehlte, die betreffenden Vorlesungen zu stande zu bringen. Wie will man es anders deuten, wenn solche Vorlesungen nur selten zum voraus auf bestimmte Stunden angesetzt waren, oder wenn in die Wahl der Zuhörer gestellt war, ob höhere Mechanik oder Theorie der krummen Linien (Sommer 1836), ob Analysis oder analytische Geometrie (Sommer 1847) gelesen werden solle? Finden wir überdies in den Ankündigungen, daß noch nach 1850, also zu einer Zeit, an welcher in allen norddeutschen Hochschulen der freie mathematische Vortrag sich längst eingelebt hatte, Schweins ausdrücklich analytische Geometrie nach Diktaten, krumme Linien vom zweiten Grade nach Diktaten (Winter 1851 -1852), neuere Methoden der Geometrie nach Diktaten (Winter 1849 bis 1850, Winter 1850-1851, Sommer 1852), Differential- und Integralrechnung nach Diktaten und gar nur zweistündig anzeigte, so wird man es jungen Leuten, die Mathematik studieren wollten, nicht verargen, wenn sie es vorzogen, nordische Universitäten aufzusuchen, um dort moderne Wissenschaft in moderner Form in sich aufzunehmen. Auch den Verfasser dieses Aufsatzes schreckte damals, was er über die Lehrart von Schweins in Erfahrung brachte, und er suchte und fand in Göttingen und Berlin die Lehrer, nach deren Muster er sich zu bilden bestrebt gewesen ist. Schweins hatte sich überlebt, und ihm fehlte das Bewußtsein, daß es so war. Er glaubte noch an sich, als alle diesen Glauben verloren hatten. Das ist die wissenschaftliche Sünde, die er auf sich geladen hat.

Daß es auch eine Zeit gab, in welcher Schweins ein beliebter und geschätzter Lehrer war, haben wir schön gesagt, und wir können Belege zur Stütze dieser Behauptung beibringen. Unter Schweins wurde Heidelberg zum Mittelpunkte der kombinatorischen Schule. Von hier nahmen Ludwig Öttinger, Anton Müller, Arthur Arneth ihren Ausgangspunkt, welche man als die drei letzten einigermaßen namhaften Kombinatoriker der alten Schule wird bezeichnen dürfen. Schule bildend oder auch nur den Geist einer überkommenen Schule fortpflanzend wirkte man aber kaum jemals anders als durch Unterricht. Schriftstellerische Leistungen allein reichen dazu in den seltensten Fällen hin, wenn sie auch oftmals die Aufmerksamkeit auf denjenigen lenken, der sie verfaßt hat.

Wir müssen uns darum den Schriftwerken von Schweins zuwenden. Steiner hat ihn als genialen Verfasser einer Analysis und als ausgezeichneten Kombinatoriker genannt (Steiner, Gesammelte Werke I, 175 und II, 18), und wenn er, als er später mit Schweins zerfallen war, dessen Methode verhöhnte und insbesondere seiner Geometrie einen naheliegenden Spottnamen beilegte, wie unter anderem Herr Graf in seinem schon erwähnten Lebensbilde Steiners berichtet, so darf man nicht vergessen, daß Steiner wenig sorgfältig in der Wahl seiner Ausdrücke war, und daß auch C. G. J. Jakobi von ihm in Briefen mit keineswegs schmeichelhaften Beiworten bedacht ward. Schweins war, das müssen wir in Übereinstimmung mit Steiners gedruckten Äußerungen aufrecht erhalten, ausgezeichneter Kombinatoriker, und er blieb dieser freilich einseitigen, aber geschichtlich nun einmal vorhandenen Richtung bis nahezu zum Schlusse seiner schriftstellerischen Laufbahn getreu. Wir haben drei Werke zu schildern.

„Geometrie nach einem neuen Plane gearbeitet“, betitelt sich das erste Werk, welches in zwei Bänden 1805 und 1808 in Göttingen herauskam. Neben dem größeren Werke gab Schweins gleichfalls in Göttingen 1808 das früher von uns genannte System der Geometrie mit einer Einleitung in die Größenlehre als Handbuch zu Vorlesungen, welchem wir (System S. 216) entnehmen, daß noch ein dritter Band des größeren Werkes folgen sollte, der aber nie erschienen ist. Die Geometrie bildet einen der ersten Versuche, auch in Deutschland zu wagen, was in Frankreich, um von älteren Schriftstellern beider Länder abzusehen, 1794 von Legendre unternommen worden war, die Geometrie anders als nach dem mehr als drei Jahrtausende alten Muster des Euklid vorzutragen. Die Geometrie von Schweins ist ein folgerichtig aufgebautes Werk, welches auch heute noch unsere Aufmerksamkeit dadurch zu erregen vermag, daß es, wenn wir so sagen dürfen, eine kombinatorische Geometrie ist. Im Systeme werden nacheinander Gebilde von 3, 4, 5 und mehr graden Linien untersucht. Dann kommt der Kreis an die Reihe in Verbindung mit graden Sehnen und Tangenten. Zwei, drei Kreise folgen. Hier schließt sich die Lehre von den Kreisfunktionen an, die fortan in Gebrauch treten und zur

Trigonometrie, Tetragonometrie, Polygonometrie führen. Nach dem Kreise, als einziger ordentlich gekrümmter Linie, folgen die unordentlich gekrümmten Linien Parabel, Ellipse, Hyperbel, Cissoide, Conchoide, Cardioide, Cykloide in elementaranalytischer Behandlung. Eine kurze, auch wieder nach der Anzahl der betrachteten Raumelemente kombinatorisch angelegte Stereometrie bildet den Schluß des Systems. Einige Spracheigentümlichkeiten wie Rechteck im Sinne von rechtwinkligem Dreieck, während das rechtwinklige Viereck Rectangel heißt, Hypothenuse mit th, der Kathete (männlich), Ellypse mit y, Assymptote mit ss mögen Anstoß erregen.

Analysis heißt das zweite Werk, welches 1820 in Heidelberg erschien. Genialer Verfasser wurde Schweins von Steiner grade im Hinblick auf dieses Werk genannt, und doch trägt das Titelblatt die wehmütige Bemerkung „auf Kosten des Verfassers und in Kommission bei Mohr und Winter". Es sind neun in losem Zusammenhange stehende Abhandlungen, deren Wesen Schweins in dem ersten Satze einer ausführlichen Inhaltsanzeige folgendermaßen kennzeichnet: „Der Inhalt des ganzen Werkes besteht in dem Vervielfachen und Messen der Faktoren, welche bestimmten Gesetzen unterworfen sind, und in dem Aufsuchen der Gesetze bei den Produkten, welche durch diese Geschäfte hervorgebracht werden". Es ist nicht unmöglich, daß in den 387 Quartseiten des Bandes beachtenswerte Ergebnisse sich finden, aber es ist heute unmöglich, sich durch den Band hindurchzuarbeiten, welcher dem Leser zumutet, sich an Bezeichnungen von nicht zu beschreibender Schwerfälligkeit zu gewöhnen, die Schweins teilweise allerdings Vorgängern entlehnte, teilweise aber auch neu bildete. Die Sorglosigkeit im Rechnen mit unendlichen Reihen wird man Schweins im Jahre 1820 nicht verübeln dürfen, denn *Bolzanos* heute berühmt gewordene Arbeiten von 1816 und 1817 hatten damals noch keine Leser gefunden und konnten dementsprechend auch keine Wirksamkeit ausüben; die noch um mehrere Jahre ältere Abhandlung von *Gauß* (Disquisitiones circa seriem etc.) war vielleicht gelesen, aber sicherlich in ihrer Tragweite nicht verstanden, *Euler* dagegen, der Gründer einer algebraischen Analysis und allgemeiner Lehrer in diesem Fache, war selbst, man könnte fast sagen leichtfertig, mit Reihen umgesprungen.

Als drittes Werk erschien die Theorie der Differenzen und Differentiale, der gedoppelten Verbindungen, der Produkte mit Versetzungen, der Reihen, der wiederholenden Funktionen, der allgemeinsten Fakultäten und der fortlaufenden Brüche, Heidelberg 1825, Verlag von C. F. Winter, mithin vier Jahre später als *Cauchys* Cours d'analyse von 1821, ein Jahr nach *Eytelweins* Grundlehren der höheren Analysis, in welchen die Einwirkung Cauchys namentlich im zweiten Bande nicht zu verkennen ist. Aber Schweins hatte das bahnbrechende Werk des französischen Schöpfers einer zeitgemäßen Analysis nicht kennen gelernt. Wir entnehmen diese Tatsache den zahlreichen Erwähnungen anderer Schriftsteller, durch welche Schweins sich rühmlich auszeichnet, unter welchen aber Cauchy fehlt. Wieder begegnen wir also der größten Sorglosigkeit im Gebrauche unendlicher Ausdrücke, wieder einer Fülle von ungeheuerlichen Zeichen, wieder einer an Unmöglichkeit grenzenden Schwierigkeit sich hindurchzuwinden. Erst im Jahre 1884 hat Herr Muir (Philosophical Magazine Ser. 5, Vol. 18, pag. 416-427) darauf hingewiesen, daß unter dem Namen Theorie der Produkte mit Versetzungen (S. 319-431) eine ziemlich ausführliche Behandlung der Lehre von den Determinanten sich verborgen hat. Gerade hier nennt Schweins mehrere in französischer Sprache schreibende Vorgänger: Bezout, Laplace, Desnanot, Wronski, aber Cauchy nennt er nicht.

Wir sagten oben, Schweins sei nahezu bis zum Schlusse seiner schriftstellerischen Laufbahn Kombinatoriker und nur Kombinatoriker gewesen. Wir berücksichtigen mittels des einschränkenden Wortes „nahezu" einige Aufsätze aus den Jahren 1846, 1849, 1854 (Crelle 32, 38, 47), welche auf Kräftepaare sich beziehend manche Berührungspunkte mit Arbeiten von *Möbius* aufweisen.

Auch damit ist die Aufzählung des im Drucke Erschienenen nicht vollständig, aber das Weggelassene, teils elementare Lehrbücher, teils abgesondert veröffentlichte kleinere kombinatorische Abhandlungen, kann vernachlässigt werden, ohne Schweins zu beeinträchtigen.

Wir wissen bereits, daß Schweins am 15. Juli 1856 starb, daß er schon vorher seine Lehrstelle niedergelegt hatte. Die Berufung eines Nachfolgers für ihn wurde so beschleunigt, daß dessen Ankündigung für das Wintersemester 1856 - 1857 noch in den Vorlesungsanzeiger aufgenommen werden konnte. Wir finden dort den Namen Professor *Hesse* mit Enzyklopädie der gesamten Mathematik sechsstündig und analytische Geometrie der Ebene zweistündig.

Die Enzyklopädie kehrte dann noch einmal im Winter 1857 bis 1858 wieder, die zweistündige analytische Geometrie der Ebene noch zweimal in den Sommerhalbjahren 1858 und 1859, während der gleiche Gegenstand seit dem Winter 1860-1861 stets dreistündig behandelt wurde. Einen Wechsel in der aufgewandten Stundenzahl weisen auch andere Heidelberger Vorlesungen Hesses auf. Analytische Geometrie des Raumes las er zweimal vierstündig, dann dreistündig. Differential- und Integralrechnung vereinigt nahmen im Sommer 1857 vier Stunden in Anspruch, dann jedes für sich vier Stunden, bis vom Winter 1860-1861 an Differentialrechnung und Integralrechnung abwechselnd in je drei Stunden gelesen wurden. Einleitung in die Analysis des Unendlichen nahm im Sommer 1859 vier Stunden in Anspruch, später wiederholt deren drei, und in dieser Vorlesung des Winters 1864-1865 vereinigte Hesse die höchste Zahl seiner Zuhörer, nämlich 27, während diese sonst bei ihm in Heidelberg zwischen 10 und 20 schwankte. Von sonstigen Vorlesungen Hesses nennen wir eine mehrfach wiederkehrende dreistündige Mechanik und allmählich, in jedem Semester angekündigte einstündige analytisch-geometrische Entwicklungen. Dieser Namen bezeichnete seminaristische Übungen, wie solche von Jacobi in Königsberg erstmals vorgenommen worden waren. Hesse, welcher als Jacobis Schüler den didaktischen Wert solcher Übungen kennen gelernt hatte, übertrug sie, wenn auch in etwas enger Stoffbegrenzung, nach Heidelberg, wo das mathematische Seminar fortan eine regelmäßige sich mehr und mehr erweiternde Einrichtung blieb. Hesse hat zuletzt für den Winter 1868-1869 Vorlesungen in Heidelberg angezeigt, aber nicht mehr gehalten. Er war im Herbst 1868 nach München abgegangen.

Ludwig Otto Hesse ist am 22. April 1811 in Königsberg geboren und gehörte wie durch seine Geburt, so auch durch seine Vorfahren dem preußischen Nordosten an. Ebendahin weist die Familie von Hesses Gemahlin, die Geburt seiner Kinder, ebendorthin seine Erziehung, seine Studienzeit, seine bedeutendsten wissenschaftlichen Erfolge als Erfinder wie als Lehrer auf einem vor ihm kaum jemals bearbeiteten Teilgebiete der Mathematik, der Verbindung von Algebra mit Geometrie. Hesse wurde verhältnismäßig spät, im April 1832, also mit 21 Jahren, vom Gymnasium seiner Vaterstadt zur Universität entlassen. Er meldete sich zur Erfüllung seiner Militärpflicht, wurde aber zuerst zurückgestellt, 1834 endgültig zurückgewiesen, was nachmalig jeden mit Erstaunen erfüllte, der den breitschultrigen, wetterharten, strapazengewohnten Mann kannte, zu welchem der rasch aufgeschossene, flachbrüstige Jüngling sich entwickelt hatte. In den dreißiger und vierziger Jahren des 19. Jahrhunderts war Königsberg die hervorragend mathematische Universität Deutschlands. *C. G. J. Jacobi, Bessel, Franz Neumann, Richelot* wirkten dort nebeneinander, und ihr Schüler war Hesse fünf Jahre lang. Alsdann legte er 1837 die Prüfung zum Oberlehrer ab, machte sein Probejahr durch, trat im Herbste 1838 als Lehrer in die Königsberger Gewerbeschule ein, um an ihr während drei Jahren in Physik und Chemie zu unterrichten. Inzwischen arbeitete er an seiner Doktordissertation über die acht Durchschnittspunkte dreier Oberflächen zweiter Ordnung, promovierte am Anfang des Jahres 1840 und trat dann selbst als Privatdozent der Mathematik in. den Lehrkörper der heimatlichen Universität ein, welchem er — seit 1845 als außerordentlicher Professor — bis 1856 angehörte. Hesses Lehrtätigkeit wie seine schriftstellerische Fruchtbarkeit in jener Zeit waren von gleich hoher Bedeutung, und so muß es als eine eigentümliche Ungunst der Verhältnisse bezeichnet werden, daß er erst mit 44 1/2 Jahren durch eine Berufung nach Halle zum ordentlichen Professor befördert wurde. Der Aufenthalt in Halle sollte nur ein kurzer sein von Neujahr 1856 bis zum Schlusse des Sommersemesters des gleichen Jahres. Im Mai erhielt Hesse einen Ruf nach Heidelberg, dem er, wie wir schon gesehen haben, mit Anfang des Winterhalbjahrs folgte.

Im Mai 1838 war Hesse von Wanderlust ergriffen zu einer mehrmonatlichen Reise aufgebrochen. Meist zu Fuß, den Ranzen auf dem Rücken, hatte er Österreich durchschritten, war nach Italien vorgedrungen und über die Schweiz nach Deutschland zurückgekehrt. Damals sah er Heidelberg und gab sich auf der Neckarbrücke süßen Träumen hin, wie glücklich er sein würde, wenn es ihm beschieden wäre, einmal an diesem Orte leben zu dürfen! Der Jugendtraum sollte sich nach 18 Jahren erfüllen! Kein Wunder, daß Hesse nicht zögerte, von der Möglichkeit dieser Erfüllung Gebrauch zu machen. Traf er doch in Heidelberg auch Kirchhoff, der in Königsberg zu seinen Schülern gehört hatte. Der Heidelberger Aufenthalt dauerte bis 1868. Damals eröffnete sich für Hesse die Möglichkeit, nach Bonn überzusiedeln. Gleichzeitig etwa bot sich ihm eine Professur an dem neu gegründeten Polytechnikum in München. Er ging auf das letztere Anerbieten ein. Er verließ Heidelberg, wo man ihn vielleicht unschwer hätte halten können. Er verließ es mit drückenden Gefühlen, denn dort war die Grabstätte eines geliebten Kindes, das ihm 1861 im Alter von 10 Jahren gestorben war, und dessen Verlust er nie verschmerzt hat.

In München fand Hesse eine Erweiterung seiner Berufstätigkeit, inbesondere eine Zuhörerzahl, die er niemals vorausgesehen hatte. Er rühmte sich ihrer scherzend in Briefen an Heidelberger Freunde, besonders an Pfarrer Schmetzer. „Ich habe“, erzählte er diesem einmal in einem solchen Briefe, „im vorigen Jahre das höchste Ziel menschlichen Hoffens, Einkünfte im Betrage einer Million, überschritten; was tut es, wenn es auch nur eine Million Pfennige waren?“ Hesses Gesundheit war aber ins Wanken gekommen. Die ohne Begleiter unternommenen Fußwanderungen im Gebirge, welche zu seiner alljährlichen Gewohnheit gehörten, und welche bei Hesses Geringschätzung aller Äußerlichkeiten zu den komischsten Verwechslungen Anlaß gaben, mußten aufhören. Ein schweres Leberleiden entwickelte sich langsam. Im Sommer 1874 mußte Hesse seine Vorlesungen unterbrechen, um in Karlsbad Heilung zu suchen. Der Erfolg rechtfertigte nicht die auf das Bad gesetzte Hoffnung. Am 4. August 1874 erlag Hesse in München seinen Leiden. Am 7. August wurde er in Heidelberg bestattet. Er ruht neben dem Grabe seines unvergeßlichen Gretchens, Schüler aus den verschiedensten Zeiten seiner Dozentenlaufbahn umstanden seinen Sarg und erfüllten die von ihm selbst getroffene Verfügung: „Ich will in dem Blumengarten meines Heidelbergs ruhen, zu Grabe geleitet von Schülern“. Sein Freund, Pfarrer Schmetzer, hielt die Grabrede.

Wir haben oben Kirchhoff als einen Schüler Hesses aus der Königsberger Zeit bezeichnet; andere waren Aronhold, Clebsch, Durège, Lipschitz, C. Neumann, Schröter. In Heidelberg hörten von namhaften Mathematikern v. Drach, Gundelfinger, O. Henrici, E. Hess, Hierholzer, Lüroth, Ad. Mayer, Minnigerode, Nöther, Prym, E. Schröder, H. Stahl, H. Weber, Zöppritz seine Vorlesungen, und alle bewahrten dem Lehrer ein dankbares Angedenken.

Die Bedeutung der Schüler ist eine Art von Maßstab für die Bedeutung des Lehrers, dessen Persönlichkeit sie eher an diese als an eine andere Hochschule zog oder sie hier festhielt. Auch die Anerkennung, welche ein Gelehrter bei Gelehrten während seines Lebens fand, kann in gleicher Richtung Verwendung finden, und so verdient es Erwähnung, daß Hesse Mitglied der Göttinger, der Berliner, der Münchener Akademie, der Londoner Mathematical Society war, daß ihm 1872 von der Berliner Akademie der Steinersche

Preis zuerkannt wurde.

Aber das Bleibendste an einem Manne der Wissenschaft sind doch seine Schriften, über welche die Nachwelt ihr unbefangenes Urteil zu fällen vermag. Wir haben diese Reihenfolge der Besprechung bei Schweins eingehalten, wir müssen auch Hesses Schriften uns zuwenden, müssen fragen, welche Stellung er vermöge derselben in der Geschichte der Mathematik einnimmt.

Man kann in Hesses wissenschaftlichem Leben zwei Perioden unterscheiden, die erste, der Zeit nach so ziemlich mit seinem Aufenthalte in Königsberg sich deckend, in welcher er durch neue wichtige Entdeckungen die Wissenschaft förderte, die zweite Periode, welcher die Heidelberger und Münchener Zeit angehören, in welcher er vorzog, die von ihm und anderen gewonnenen Schätze in gangbare Münze umzuprägen und in Lehrbüchern der Geometrie, wie er sich dieselben dachte, zu sammeln, was in Abhandlungen hie und da ungeordnet zerstreut, teilweise allerdings auch ganz neu war. So entstanden die Vorlesungen über analytische Geometrie des Raumes (1861), die Vorlesungen aus der analytischen Geometrie der geraden Linie, des Punktes und des Kreises in der Ebene (1865), vier Vorlesungen aus der analytischen Geometrie (1866 in dem 11. Bande der Zeitschrift für Mathematik und Physik), sieben Vorlesungen aus der analytischen Geometrie der Kegelschnitte (1874 in dem 19. Bande der genannten Zeitschrift), die Determinanten elementar behandelt (1871), die vier Species (1872). Die beiden letzten Schriftchen sind von geringer Bedeutung, aber die analytisch-geometrischen Werke, mehrfach aufgelegt, zuletzt durch Herrn Gundelfinger, einen nahen Schüler Hesses, im Drucke überwacht und mit Zusätzen versehen, waren und sind Meisterwerke. Nicht als ob sie, wie Hesse selbst wähnte, geeignet wären, zur ersten Einführung in die Wissenschaft dienen zu können; dagegen sind und bleiben sie für denjenigen Leser, dem die Geometrie kein fremdes Gebiet mehr ist, Muster großartiger Übersicht und methodischer Eleganz, letzteres so sehr, daß man der Raumgeometrie sogar den Vorwurf gemacht hat, die Formvollendung ersticke in dem Leser den Wunsch, durch eigene Untersuchung Lücken auszufüllen, weil ihm solche nicht bemerklich werden.

Hesses eigentliche Stellung in der Wissenschaft war aber schon für alle Zeiten gesichert, als die geometrischen Lehrbücher erschienen. Sie beruht, wie oben bemerkt wurde, wesentlich auf den bis 1856 in Königsberg verfaßten Arbeiten, auf jenen zahlreichen Abhandlungen, welche Hesse in Crelles Journal erscheinen ließ, und welche bei aller scheinbaren Verschiedenheit des Inhaltes doch wesentlich zur Ausführung einiger großen Grundgedanken dienten. Wir haben Hesse einen Schüler von *C. G. J. Jacobi* genannt, und in der Tat knüpfte Hesse an manche Untersuchung seines Lehrers an. Unverkennbar ist zum Beispiel der Einfluß, welchen Jacobis Abhandlung von 1834 über die linearen Substitutionen, mittels derer zwei homogene Funktionen zweiten Grades in Summen von Quadraten übergeführt werden (Crelle 12), und insbesondere die bahnbrechenden Abhandlungen von 1841 über Determinanten (Crelle

22) auf Hesse geübt haben, aber Hesse schlug von dem ihm überkommenen Ausgangspunkte aus ganz neue eigene Bahnen ein. Aus den algebraischen und kombinatorischen Gebilden schuf er sich Werkzeuge zur Vervollkommnung der Geometrie. Wenig anders, nur in entgegengesetzter Richtung, liefen die Wege, zu deren Betretung die unbewiesen veröffentlichten geometrischen Sätze *Steiners* den Anlaß boten. „Die Steinerschen Sätze", sagte Hesse 1863 in einem Nachrufe an den am 1. April jenes Jahres Verstorbenen (Crelle 62), „bleiben für den Geometer ein zu erstrebendes Ziel, für den Analytiker ein Wegweiser zur Bildung und Erforschung von Funktionen, die in der höheren Algebra von großer Bedeutung sind." Für Hesse war es gewissermaßen Glaubensartikel, daß es keinen algebraischen Satz gebe, dem nicht eine geometrische Eigenschaft, keine geometrische Eigenschaft, der nicht ein algebraischer Satz gegenüberstehe. Am deutlichsten, meinte Hesse selbst, zeige sich jene Dualität als Quelle neuer mathematischer Wahrheiten in seiner Abhandlung von 1856 über die Doppeltangenten der Kurven vierter Ordnung (Crelle 49), und deshalb halte er sie für das Beste, was er geschrieben.

Auf Einzelheiten eingehende Würdigungen von Hesses Leistungen sind aus den Federn der Herren Felix Klein (1875), Max Nöther (1875), Gustav Bauer (1882) erschienen. Wir dürfen ihnen in diesem Sammelbande, der eine rein fachwissenschaftliche, einer Mehrheit von Lesern vollkommen unverständliche Darstellung von selbst verbietet, nicht folgen. Wir dürfen höchstens diejenige allgemeinere Kennzeichnung von Hesses Forschungen wiedergeben, welche Herr Nöther in die Worte gekleidet hat: „Es ist Hesse, der zuerst erkannt hat, daß die Theorie der homogenen Formen das von aller Geometrie losgelöste Untersuchungsfeld für den Algebraiker bildet, wobei dann die Resultate der Forschung ihre Interpretation in denjenigen geometrischen Eigenschaften der algebraischen Kurven und Flächen finden, welche wir die projektivischen nennen. Er hat weiterhin jene Theorie auch wirklich eingeleitet, indem er wenigstens die nächste der von einer Grundform abhängigen Formen, die Determinante, welche jetzt Hesses Namen trägt, aufstellte, und ihre Bedeutung in wichtigen Problemen der Elimination und Geometrie systematisch verfolgte. So knüpfen die ersten Begriffe und die erste Entwicklung der Invariantentheorie an Hesse an." Wir fügen allenfalls die bibliographische Notiz bei, daß die aus zweiten Differentialquotienten gebildete Hessesche Determinante (Hessian nannten dieselbe die englischen Mathematiker, welche, wie Cayley, Sylvester, Salmon, sich mit ähnlichen Fragen anfangs mehr als die Deutschen beschäftigt haben) zuerst 1844 in den beiden Abhandlungen über die Elimination der Variabeln aus drei algebraischen Gleichungen zweiten Grades mit zwei Variabeln und über die Wendepunkte der Kurve dritter Ordnung (Crelle 28) erschien. Wir betonen ferner als eine Hesse geradezu kennzeichnende Eigentümlichkeit seine unübertroffene Kunstfertigkeit in der Erzielung symmetrisch gebauter Formeln.

Auch in Heidelberg und München sind noch Abhandlungen zum Drucke gegeben, welchen es keineswegs an mathematischer Bedeutung fehlt. Die Abhandlungen über das Pascalsche Sechseck (Crelle 66, 68, 75) gehören der Geometrie an. In der Abhandlung über die Kriterien des Maximums und Minimums der einfachen Integrale (Crelle 54) hat sich Hesse erfolgreich der Variationsrechnung-zugewandt. Die Abhandlung über das Problem der drei Körper (Crelle 74) zeigt in der angestrebten Symmetrie der Darstellung Hesses schriftstellerische Eigenart, hat aber leider einen unrichtigen Satz als Endergebnis.

Wir glaubten Hesses wissenschaftliche Tätigkeit bis zu seinem Tode verfolgen zu sollen. Kehren wir in kurzen Schlußworten zu seiner Heidelberger Tätigkeit zurück. Seinen unmittelbaren Vorgänger in der ordentlichen Professur der Mathematik haben wir als Vertreter einer heute ausgestorbenen formalen Kombinatorik kennen gelernt. Es stellt einen eigentümlichen Zufall dar, daß auch Hesse Vertreter einer Richtung gewesen ist, welche kombinatorische Gebilde in den Mittelpunkt der Betrachtungen rückte, wenn wir ihm auch nicht dadurch nahe treten möchten, daß wir der Versuchung erlägen, ihn Vertreter einer neuen kombinatorischen Schule zu nennen.

Als Hesse aus dem Leben ging, hatte sich, wie Herr Nöther in seinem Nachrufe gesagt hat, seine tiefeingreifende Wirkung auf die Entwicklung der Wissenschaft so rasch vollzogen, daß sie im ganzen als beendet bezeichnet werden durfte. Inzwischen hatte eine neue mathematische Richtung sich geltend gemacht, die funktionentheoretische. Ihr gehören die Nachfolger Hesses in der ordentlichen Professur der Mathematik in Heidelberg an. Auch deren Würdigung zu versuchen, müssen wir uns versagen, da Hesses unmittelbarer Nachfolger noch unter den Lebenden sich befindet und, nachdem er von 1875 bis 1884 auswärtigen Berufungen gefolgt war, seit dem letztgenannten Zeitpunkte wieder der unsere ist. *Immanuel Lazarus Fuchs* (1833-1902) aber, welcher in der erwähnten Zwischenzeit 1875 - 1884 den ordentlichen Lehrstuhl der Mathematik in Heidelberg inne hatte, und welcher am 26. April 1902 in Berlin auf dem Spaziergange von jähem Tode betroffen wurde, nimmt in der Geschichte der Mathematik heute schon eine allzuhohe Stellung ein, als daß es gestattet wäre, ihn gewissermaßen anhangsweise zu erwähnen. Die „Fuchssche Klasse der Differentialgleichungen“, die „Fonctions Fuchsiennes“ französischer Mathematiker, sichern auch äußerlich die Unvergeßlichkeit seines Namens.