



Universitätsbibliothek
Heidelberg

Heinrich Weber

von

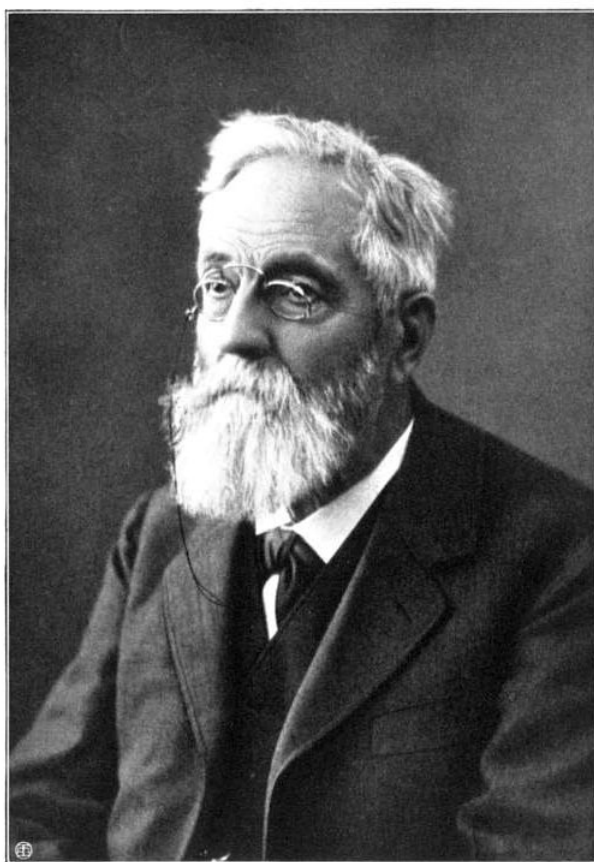
Aurel Voss

Neu publiziert von **Gabriele Dörflinger**,
Universitätsbibliothek Heidelberg, 2010.

Heidelberger Texte zur Mathematikgeschichte

Aurel Voss

geb. 7. Dezember 1845 in Altona, gest. 19. April 1931 in München, studierte im Sommersemester 1866 und im Wintersemester 1866/67 in Heidelberg Mathematik bei Otto Hesse. Im Sommersemester wohnte er im Roten Ochsen bei der Witwe Spengel in der Östlichen Hauptstr. 89 (Das Gasthaus befand sich zwei Häuser hinter dem noch bestehenden Sepp'l am Ende des Karlsplatzes.) und im Wintersemester beim Badhausbesitzer Seiler in der Plöckstr. 64 (das Nachbarhaus zum Jaspers-Haus).



Phot. W. Weiß, Straßburg i. E.

H. Weber

Der Aufsatz erschien im
Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung
Band 23 (1914), S. 431–444

Die Photographie *Heinrich Webers* ist dem gleichen Werk entnommen.

Heinrich Weber.¹

Von A. Voss in München.

(Hierzu Titelbild.) Der am 17. Mai 1913 verstorbene ausgezeichnete Mathematiker *H. Weber* ist geboren am 5. Mai 1842 zu Heidelberg als Sohn des Verfassers des bekannten Lehrbuchs der Weltgeschichte, Professor und Direktor Dr. *G. Weber*, und seiner Gattin *Ida*, geborene Becker, Schon in den mittleren Klassen des Gymnasiums entwickelte sich bei ihm die Neigung für Mathematik, die namentlich durch seinen Lehrer *A. Arneth*, den Verfasser einer Geschichte der reinen Mathematik (1852), gefördert wurde.² Entscheidend wird aber auch der durch viele Interessen angeregte häusliche Familienkreis für seine gesamte Ausbildung gewesen sein, der ihn zugleich auf die akademische Laufbahn hinweisen mochte. 1860-61 bezog er die Universität seiner Vaterstadt, an der damals neben den glänzenden Vertretern der Naturwissenschaften *R. Bunsen* (seit 1852), *G. Kirchhoff* (seit 1854) und *H. Helmholtz* (seit 1858), *Otto Hesse* (seit 1856) als Mathematiker außer dem gegenwärtig 85jährigen Altmeister der Geschichte der Mathematik, *M. Cantor*, wirkte. „Glücklich die deutsche Jugend, die von solchen Professoren erzogen wird“, hatte der italienische Geometer *L. Cremona* beim Erscheinen von Hesses Vorlesungen über Raumgeometrie (1861) in Bewunderung ihrer unvergleichlichen Eleganz in der Darstellung algebraischer Beziehungen ausgerufen, und das feine Verständnis dafür, das alle Schriften Webers auszeichnet, mag schon damals bei Hesse von ihm erworben sein. Von 1861 bis 1862 hörte er in Leipzig bei dem originellen geistvollen Geometer *A. F. Möbius* und dem Analytiker *W. Scheibner*. 1862/63 war er wieder in Heidelberg, wo er am 19. Februar 1863 auf Grund seines Examens zum Dr. phil. promoviert wurde.³ Alsdann wandte er sich nach *Königsberg*, wo der unter *C. G. J. Jacobi* (seit 1822) durch die 1834 erfolgte Einrichtung mathematischen Seminars bewirkte glänzende Aufschwung der mathematischen Studien durch *F. Richelot* und *Franz Neumann* in der erfolgreichsten Weise fortgesetzt war. Hier hat denn auch Weber die Richtung auf die Behandlung der großen analytischen und physikalischen Probleme empfangen, die für seine ganze Produktion so charakteristisch ist.

Zu Beginn des Sommers des Kriegsjahres 1866, dem letzten, den *Riemann* noch erlebte, habilitierte sich Weber in *Heidelberg*; bereits 1869 wurde er dort außerordentlicher Professor. Bei der geradezu erstaunlichen und erfolgreichen Entwicklung seiner wissenschaftlichen Tätigkeit kann es nicht überraschen,

¹Abgedruckt aus den Nekrologen des Jahrbuchs der K. B. Akademie der Wissenschaften 1914. Das beigegebene Titelbild ist der *Heinrich Weber* zu seinem siebzigsten Geburtstag am 5. März 1912 von Freunden und Schülern gewidmeten Festschrift entnommen.

²Noch 1903, bei Gelegenheit seines Aufsatzes über Elementarmathematik, Deutsche Mathematiker-Vereinigung **12**, S. 401, gedenkt Weber dankbar dieses Mannes.

³Eine durch den Druck zu veröffentlichende Dissertation wurde damals in Heidelberg und auch noch einige Jahre später nicht verlangt.

daß er noch in demselben Jahre an das Eidgenössische Polytechnikum in *Zürich* berufen wurde. Dort verheiratete er sich 1870 mit Emilie *Dittenberger*, Tochter des weimarischen Oberhofsintendanten W. Dittenberger.

Im Jahre 1875 folgte er einem Rufe nach *Königsberg*, der Stadt, in der er selbst die Weihe der Wissenschaft empfangen hatte. Acht Jahre hat er dort gewirkt, und die reichen Erfolge, die er hier als Lehrer und Forscher erzielte, haben ihn wohl die herrliche Umgebung seiner Heimat und das großartige Gebirgspanorama der schweizerischen Universitätsstadt weniger vermissen lassen. Trotzdem nahm er 1883 eine Berufung an die Technische Hochschule *Berlin-Charlottenburg* an, siedelte aber bereits 1884 an die Universität *Marburg* über. Eine größere Wirksamkeit wurde ihm zuteil, als er acht Jahre später, 1892, den Ruf nach *Göttingen* erhielt. Aber Weber ist nur kurze Zeit dort geblieben; bereits 1895 folgte er einem Rufe nach *Straßburg*, wo er noch fast 18 Jahre tätig geblieben ist. Die zunehmenden Jahre vermochten weder seine Gesundheit noch seine unerschöpfliche Produktionskraft und seine Tätigkeit als Lehrer zu beeinträchtigen, bis unvermutet ein Schlaganfall seinem der Wissenschaft in so hervorragender Weise gewidmeten Leben ein Ziel setzte: wie ein Liebling der Götter ist er ohne Schmerz und Kampf dahingegangen.

Seine Ehe war mit einer reichen Zahl von Kindern gesegnet, von denen allerdings drei ihm schon in früher Jugend wieder entrissen wurden. Einer seiner Söhne, Rudolf Heinrich Weber, geboren 1874, ist Professor für theoretische Physik an der Universität Rostock; in ihm gewann der Vater allmählich einen verständnisvollen Mitarbeiter.⁴ Besonders nahe stand seinem Herzen seine jüngste Tochter Emilie, die zu seinem großen Kummer 1911 verstarb. Denn mit diesem hochbegabten Kinde verbanden ihn namentlich auch wissenschaftliche Interessen, die in der vortrefflich gelungenen deutschen Herausgabe von *H. Poincarés* *Valeur de la science* (Der Wert der Wissenschaft, ins Deutsche übertragen von E. Weber, mit Anmerkungen und Zusätzen von H. Weber, 2. Aufl. 1910) und der Schrift von *É. Boutroux*, *Wissenschaft und Religion in der Philosophie unserer Zeit*, mit Genehmigung des Verfassers ins Deutsche übertragen von E. Weber, mit einem Einführungswort von Professor H. Holtzmann, 1910, einen beredten Ausdruck gefunden haben.

Weber machte auch äußerlich den Eindruck einer hervorragenden, überaus sympathischen Persönlichkeit, die sich indes nicht leicht im ersten Augenblicke Fremden gegenüber mitteilte. Er war eine durch und durch vornehme Natur, deren abgeklärtes, zurückhaltendes und schweigsames Wesen wohl nicht unbemerkt bleiben konnte. Aber bei näherer Bekanntschaft erschloß er den Reichtum seines Innern um so ungeteilter den zahlreichen Freunden,

⁴So bei der Herausgabe von Gauß' *Principia generalia theoriae figurae fluidorum in statu aequilibrii*, Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften Nr. 135. Herrn Weber bin ich auch bei der Abfassung dieses Aufsatzes für Mitteilungen aus dem Leben seines Vaters zu vielem Danke verpflichtet.

mit denen ihn wissenschaftliche Aufgaben und gemeinsame Interessen zusammenführten.

Seit seiner Studien- und Privatdozentenzeit stand er einer ganzen Reihe von vortrefflichen Männern nahe, die gleich ihm hervorragende Dienste der Wissenschaft geleistet haben, so z. B. *A. Mayer* (Leipzig), *P. du Bois-Reymond* (Tübingen), *C. F. Geiser* (Zürich), *F. Kohlrausch* (dem späteren Präsidenten der Physikalischen Reichsanstalt zu Berlin), *W. Voigt* (Göttingen). In Göttingen trat er dann in besonders freundschaftliche Beziehungen zu *F. Klein*, die auch mehrfach in seinen Publikationen Ausdruck fanden; in Straßburg war es *Th. Reye* sowie der Kreis der jüngeren dort vereinigten Mathematiker, denen sich der verehrte Meister mit der ganzen Liebenswürdigkeit seines Wesens anschloß, dessen Umfang sich durch die persönlichen Beziehungen zwischen den Dozenten der Hochschulen Heidelberg, Tübingen, Freiburg, Karlsruhe, Straßburg noch erweiterte.

Von den obenerwähnten Freunden ist schon eine namhafte Zahl längst dahingegangen. Zu seinen frühesten und intimsten Freunden gehört aber der ausgezeichnete Mathematiker *R. Dedekind* in Braunschweig (geb. 1831), neben dem ein Jahr früher geborenen *C. Neumann* und dem aus dem Jahre 1829 stammenden *M. Cantor* einer der ältesten noch lebenden Mathematiker, mit dem Weber schon frühe (1876) in die engste Beziehung durch die gemeinschaftliche Herausgabe der Werke *B. Riemanns* trat, und mit dem er auch später sich zur gemeinsamen Bearbeitung großer und wichtiger Probleme vereinigte: ein seltenes Dioskurenpaar in unserer oft so eigennützig denkenden Zeit.

Und ebenso ist er seinen zahlreichen Schülern später auch freundschaftlich nahegetreten, so z. B. *H. Minkowski*, *D. Hilbert*, *A. Kneser* *L. Fricke* und anderen. Weber war überall der anregende Lehrer, der zugleich persönlichen Anteil an den Schicksalen seiner Jünger nahm.

Aber seine Interessen beschränkten sich nicht nur auf den Austausch mit ihm durch die gleiche Wissenschaft verbundenen Männern. Webers vielseitige, schon im Vaterhause gewonnene Bildung fand auch eine wesentliche Befriedigung im freundschaftlichen Verkehr mit dem bekannten Theologen *H. Holtzmann*, dem Orientalisten und Theologen *J. Wellhausen*. So war Webers ganzes Wesen erfüllt von einem edlen Humanismus, der sich auch äußerlich in dem durchgeistigten Ausdrucke seines Gesichtes ansprach.

Webers siebenzigster Geburtstag wurde unter allseitiger Teilnahme der wissenschaftlichen Welt und insbesondere seiner Schüler und Freunde festlich begangen sowie auch von der *Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, die er selbst mitbegründet hatte, und der *Redaktion der Mathematischen Annalen*, der er seit Mai 1893 im Verein mit *F. Klein*, *W. von Dyck*, *M. Noether* und anderen vorstand.

Daß eine solche Persönlichkeit überall das vollste Vertrauen der Kollegen gewinnen mußte, ist wohl selbstverständlich. So hat denn auch Weber wie-

derholt (in *Königsberg* 1880, in *Marburg* 1890, in *Straßburg* 1900) die höchste akademische Würde, das Rektorat, bekleidet, und seine reiche Erfahrung war bei vielen organisatorischen Fragen von wesentlicher Bedeutung.

Mannigfaltige Ehrenbezeugungen sind ihm während seines Lebens zuteil geworden. Bei der Feier des hundertjährigen Geburtstages von *N. H. Abel*, des großen norwegischen Mathematikers, dessen Ideen Weber selbst in so hervorragender Weise nachgegangen ist, wurde er zum Ehrendoktor der Universität *Kristiania* ernannt; er war Mitglied der Akademien von *Göttingen*, *München*, *Stockholm*, *Upsala*, der *Accademia dei Lincei* in Rom usw. Im Jahre 1904 war er in *Heidelberg* auch Vorsitzender des Internationalen Mathematiker-Kongresses. Aber bei alledem blieb er immer der bescheidene Mann der Wissenschaft, der die höchste Befriedigung für alle Anstrengungen in der eigenen unablässigen Arbeit zu finden gewohnt ist.

Wir haben versucht, kurz das Leben eines deutschen Gelehrten zu schildern, das sich in glücklichen und harmonischen Verhältnissen bewegt hat. Werfen wir jetzt einen Blick auf seine wissenschaftlichen Leistungen. Bei der ungeheuren Vielseitigkeit und der Beherrschung der verschiedensten Gebiete der Mathematik, durch die sich *Weber* auszeichnete, ist es allerdings nicht leicht, darüber auch nur etwas eingehender zu handeln. Das könnte nur vermöge einer Analyse geschehen, welche sich die Aufgabe zu stellen hätte, bei jeder seiner Schriften genau den Punkt zu bezeichnen, wo er mit seinen eigenen Gedanken fördernd eingriff. Wir müssen uns daher hier bescheiden, nur einzelne Züge aus seinen Arbeiten hervorzuheben in der Hoffnung, daß auch so noch die hervorragende wissenschaftliche Persönlichkeit Webers zum Ausdruck kommen werde.

Webers Arbeiten haben immer den höchsten Teilen der Analysis nebst ihren Anwendungen auf Zahlentheorie, Mechanik und mathematische Physik angehört. Und während bei manchen Mathematikern im Laufe ihrer Entwicklung eine Verschiebung ihrer wissenschaftlichen Interessen in dem Sinne stattzufinden scheint, daß sie, in jüngeren Jahren nach einer bestimmten Richtung arbeitend, später dieselbe mehr oder weniger verlassen, um sich anderen Fragen zuzuwenden, und so verschiedene Perioden ihrer Entwicklung durchlaufen, ist Weber in seiner Universalität sich immer gleichgeblieben. Aber mit immer wachsendem Erfolge greift er denselben Kreis von Problemen an, die ihn schon in seiner Jugend beschäftigt hatten, und mit wachendem Enthusiasmus arbeitet er noch im Alter die fünfte Auflage seiner partiellen Differentialgleichungen in der mathematischen Physik in Rücksicht auf die neuen mathematischen und physikalischen Theorien durch, die sich erst kurz zuvor entwickelt hatten. Bestimmend für den ganzen Charakter seiner Produktion aber sind die Eindrücke gewesen, die er in *Königsberg* erhalten hat: die Richtung auf physikalische Probleme in Verbindung mit der Theorie der *Besselschen* Funktionen durch *F. Neumann*, die gründliche Kenntnis der algebraischen Funktionen und ihre transzendente Untersuchung mittels

der *Jacobischen* und *Riemannschen* Gedanken durch *F. Richelot*, endlich das Interesse für die damit in enger Verbindung stehenden zahlentheoretischen Fragen.

Webers erste Arbeit „Zur Theorie der singulären Lösungen der partiellen Differentialgleichungen“, J. f. M.⁵ LXVI, S. 193, 1866 ist aus den Anregungen hervorgegangen, die er im Seminar bei Richelot empfangen hatte, und ganz im Geiste *Jacobis* geschrieben, dessen posthume Abhandlung über Differentialgleichungen im J. f. M. LX erschienen war.⁶ Sie stellt sich die Aufgabe, unter gewissen beschränkenden Annahmen die Bedingungen für die Existenz singulärer Lösungen einer partiellen Differentialgleichung erster Ordnung mit beliebig vielen unabhängigen Variablen aufzustellen, die nicht nur partikulär, sondern wirklich singulär sind.

Die Arbeit „Über ein Prinzip der Abbildung der Teile einer krummen Oberfläche auf einer Ebene“, J. f. M. LXVII, S. 229, 1867 steht dagegen unter dem Zeichen *Riemanns*. Bei der konformen Abbildung einer Fläche auf die Ebene wird natürlich ein endlicher Teil der in den kleinsten Teilen ähnlichen Karte mehr oder weniger starke Verzerrungen aufweisen. Weber sucht nun ein Maß für die Größe derselben und zugleich die Bedingungen aufzustellen, unter denen diese ein Minimum wird. Setzt man den Bedingungen der Konformität gemäß voraus, daß zwischen dem Längenelement der Fläche dS und dem der Ebene ds die Beziehung $dS = pds$ stattfindet, so wird die relative Verzerrung von dS durch dp/p ausgedrückt, und es kommt nur darauf an, die Funktion $q = \log p$ so zu bestimmen, daß das aus den mit q^2 multiplizierten Flächenelementen der Ebene gebildete Integral ein *Minimum* wird. Dies Problem der Variationsrechnung führt allerdings auf eine verwickelte partielle Differentialgleichung, aber es gelingt Weber, für Rotationsflächen die Rechnung vollständig durchzuführen und seine Lösung mit der von *Gauß* für diesen Fall ermittelten vorteilhaftesten Lösung in Übereinstimmung zu bringen. Allerdings ist seitdem durch *A. Tissots* Mémoire sur la représentation des surfaces et les projections des cartes géographiques (1881) das Problem der Kartenprojektion in andere Bahnen gelenkt, aber auch jetzt noch dürfte der aus dem Wesen der Sache geschöpfte Gedanke Webers von Interesse sein. — Daneben beschäftigt sich Weber schon mit der Integration der Gleichung $\Delta(u) + k^2u = 0$ unter gegebenen Randbedingungen (mit dieser Arbeit eröffnete *A. Clebsch* die Redaktion der Mathematischen Annalen), M. A. I, S. 1, 1869,⁷ und seine konforme Abbildung der allgemeinen Lemniskate durch einfache algebraische, im speziellen Falle rationale ganze Funktionen, ib. II, 1870, gab einen hübschen Beitrag zu der Arbeit von *H. A. Schwarz*, „Über einige Abbildungsaufgaben“, J. f. M. LXX, S. 105.

Fast unmittelbar zu derselben Zeit erschien die Arbeit „Über eine Trans-

⁵Mit J. f. M. ist das Journal für Mathematik bezeichnet.

⁶Jacobi war schon 1851 gestorben.

⁷Mit M. A. werden hier die Mathematischen Annalen bezeichnet.

formation der hydrodynamischen Gleichungen“, J. f. M. LXVIII, S. 286. Bekanntlich lassen sich die Probleme der Hydrodynamik auf zwei Wegen behandeln, je nachdem man sich mit *Eulers* partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung die Aufgabe stellt, den Geschwindigkeitszustand der Flüssigkeit an jeder Stelle x, y, z zur Zeit t zu ermitteln, oder nach *Lagranges* (übrigens auch schon bei Euler auftretenden) Auffassung mittels Gleichungen zweiter Ordnung die Bahn jedes Teilchens als Funktion seines Anfangszustandes und der Zeit zu bestimmen sucht. Weber machte nun darauf aufmerksam, daß auch im zweiten Falle durch eine partielle Integration und Einführung einer neuen Unbekannten ein System von Gleichungen erster Ordnung gewonnen wird, das für den Fall eines Geschwindigkeitspotentials besonders einfach ausfällt.

Aber schon wendet sich Weber, so z. B. auch in dem in den M. A. VIII, S. 49, 1874 veröffentlichten Beweise des *Abelschen* Theorems in seiner allgemeinsten Fassung, den großen Problemen der Analysis zu; welche die algebraischen Funktionen betreffen. Im Jahre 1865 waren die Vorlesungen von Carl *Neumann* über Riemanns Theorie der Abelschen Integrale, 1866 das Werk von Alfred *Clebsch* und Paul *Gordan* über die Abelschen Funktionen erschienen. Hatte das erstere die wesentliche Bedeutung, die genialen Gedanken Riemanns in vereinfachter Darstellung einem größeren Kreise zugänglich zu machen, so fand sich in dem letzteren eine ganz neue an die Vorstellung der algebraischen Kurven im geometrischen Sinne anknüpfende Behandlung, welche dann aber auch namentlich bei dem *Jacobischen* Umkehrproblem über den von *Weierstraß* behandelten hyperelliptischen Fall hinausgehend die allgemeine Lösung bringt. Weber hat hier mit der ganzen Kraft seiner Begabung eingegriffen. Ihm lag daran, die Riemannschen Gedanken rein algebraisch in Riemanns Geist zu entwickeln. Und es ist bewunderungswürdig, wie der kaum 27jährige Dozent in den umfangreichen Arbeiten („Über das Additionstheorem der Abelschen Integrale“ und „Zur Theorie der Umkehrung der Abelschen Integrale“, J. f. M. 1869/70) seine Aufgabe gelöst hat. Das hat auch *C. Neumann* voll gewürdigt, als er in der zweiten Auflage seines obenerwähnten Werkes (1884) S. 375 schrieb: „Ich werde mich (bei der Umkehrung der Abelschen Integrale) wesentlich stützen auf das ausgezeichnete Werk von *Clebsch* und *Gordan*, daneben aber auch auf die diesem Werke sich anschließenden Aufsätze von *H. Weber*.“

Sodann geht Weber daran, seine Untersuchungen über die Θ -Funktionen mit zahlentheoretischen zu verbinden. *Jacobi* hatte bemerkt, daß die bei den unendlich vielen Formen der elliptischen Θ -Funktionen auftretende Konstantenbestimmung mit Hilfe der *Gaußschen Summen* durchführbar sei, und *Ch. Hermite* hatte dies direkt nachgewiesen. Weber stellte sich nun die Aufgabe, für die Θ von mehreren Variablen analoge Resultate zu gewinnen. So entstehen die großen Arbeiten im 74. Bande des J. f. M. (S. 14 und 57), in denen es ihm gelingt, das von *Clebsch* und *Gordan* (S. 326 der Abelschen Funktionen)

so genial gelöste Problem dieser Konstantenbestimmung auf dem von ihm eingeschlagenen Wege zu bewältigen.

So sehen wir den jungen Dozenten in Heidelberg und Zürich überall an den großen Aufgaben der damaligen Zeit arbeiten. Da kann es nicht überraschen, daß er bereits 1875 nach Königsberg berufen wurde.

Kleinere Arbeiten, wie z. B. die über die Transformation algebraischer Funktionen, J. f. M. LXXVI übergehend, wenden wir uns nun zu der großen infolge einer *Preisfrage der Benekeschen Stiftung* an der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften verfaßten und auch von dieser mit dem zweiten Preise geehrten Abhandlung über die *Abelschen Funktionen vom Geschlecht 3*, die 1876 mit Unterstützung der Berliner Akademie herausgegeben wurde. Auch hier verfolgt Weber die Riemannschen Gedanken, indem er sich die Aufgabe stellt, mittels einer Untersuchung der Charakteristiken der Θ -Funktionen von *drei* Variablen die geometrischen Sätze von *Steiner*, *Hesse* und *Aronhold* zu gewinnen und zugleich seine Betrachtungen mit dem von Clebsch eingeführten Geschlechtsbegriff zu verbinden. Auf diese Untersuchungen ist Weber mehrfach zurückgekommen, so z. B. in den *Annali di matematica* IX, S. 126, 1878, dann in der Arbeit über die *Kummersche Fläche*, J. f. M. LXXXIV, deren homogene Punktkoordinaten sich durch Θ von *zwei* Variablen darstellen lassen und deren merkwürdige Eigenschaften nach den Arbeiten von *E. Kummer* (1864), *A. Cayley* und *F. Klein* (von 1870 an) allgemeines Interesse erregt hatten. Gelegentlich verfolgt er noch später den besonderen Fall, wo diese Fläche zur *Fresnelschen Wellenfläche* wird, die infolge ihrer speziellen Natur die Darstellung durch *elliptische* Θ gestattet (*Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft zu Zürich* XLI).

Während dieser ganzen Zeit hat sich Weber zugleich mit Aufgaben beschäftigt, welche die mathematische Durchführung physikalischer Probleme stellte. Da sind es vorzugsweise die *Besselschen Funktionen*, deren funktionentheoretische Behandlung er sich in immer neuen Wendungen vornimmt. Bald sind es Wärmeprobleme, wie z. B. in der *Züricher Vierteljahrsschrift* von 1871, bald die der statischen und strömenden Elektrizität, die den physikalischen Hintergrund abgeben. Diese Untersuchungen, mit dem Studium eines an die Wärmebewegung anknüpfenden Integrals 1868 (J. f. M. LXIX, S. 222) beginnend, haben zunächst die Ermittlung von bestimmten Integralen durch Besselsche Funktionen im Auge; sie schreiten dann fort zu mathematisch völlig ausgeführter Behandlung von physikalischen Versuchsbedingungen über die stationäre Strömung der Elektrizität in Zylindern (J. f. M. LXXVI, S. 1 u. 345) und zur Darstellung willkürlicher Funktionen vermöge Fourierscher Reihen, deren Koeffizienten Besselsche Funktionen sind (M. A. VI, S. 146, 1873). Dabei wird man auch noch der sorgfältigen Studie über Besselsche Differentialgleichungen (M. A. XXXVII, S. 404, 1890) gedenken, in der sich Weber der Schleifenintegrale bedient, um die funktionentheoretische Lösung zu gewinnen.

Im Jahre 1893 kommt Weber in den Göttinger Nachrichten auf die Gleichung der Wärmebewegung zurück, von der er teils beständig konvergente teils durch halbkonvergente Reihen (mit genauer Bestimmung des Restgliedes) ausgedrückte Lösungen gibt, die bestimmten Problemen angepaßt sind. — Einem etwas anderen Kreise dagegen gehört die schon viel früher entstandene Untersuchung der kräftefreien Bewegung eines starren Körpers in einer unendlich ausgedehnten inkompressiblen Flüssigkeit (M. A. XIV, S. 171, 1878) an, bei der unter Voraussetzung eines rotationslosen Anfangszustandes des Körpers die Lösung durch hyperelliptische Θ gewonnen wird, sowie die in den Berliner Berichten von 1897 (S. 936) veröffentlichte Arbeit über die Differentialgleichungen der elektrolytischen Verschiebungen, in der es sich um die Untersuchung der Ionenbewegung, namentlich in Rücksicht auf die funktionalen Unstetigkeiten derselben handelt.

Doch das Gebiet, mit dem sich Weber wohl am eingehendsten und andauerndsten beschäftigt hat, ist das der *Algebra und der Zahlentheorie* im weitesten Umfange. Hier weiß er, im Wetteifer mit dem ausgezeichneten französischen Mathematiker *Ch. Hermite*, unaufhörlich neue Gedanken und Methoden zur Lösung der schwierigsten Fragen in Bewegung zu setzen. Bei der abstrakten Natur dieser Untersuchungen müssen wir es uns versagen, auf Einzelheiten einzugehen; nur einige besonders wichtige Arbeiten können hier angeführt werden. Dieselben gehen nach zwei verschiedenen Richtungen, je nachdem sie rein algebraischer Natur sind oder sich der transzendenten Funktionen zur Untersuchung der speziellen Beschaffenheit der arithmetischen Probleme bedienen.

Werfen wir zunächst einen Blick auf die vorwiegend algebraischen Arbeiten! Im Jahre 1882 erschien gemeinsam mit *Dedekind* (J. f. M. XCII) die grundlegende Abhandlung über die algebraischen Funktionen einer Veränderlichen. Der Zweck der Verfasser war, diejenige strenge und rein arithmetische Begründung der Riemannschen Theorie der algebraischen Funktionen zu geben, welche ohne Anknüpfung an den Begriff der Stetigkeit und die geometrische Anschauung mit Berücksichtigung aller Grenzfälle auskommt. Sie legt dar, wie es mit Hilfe des Begriffes des *Ideals*, dessen von *E. Kummer* eingeführte Betrachtung Dedekind selbst so glänzend weiter entwickelt hatte, gelingt, den Begriff des Geschlechtes, dann den des Differentials erster Gattung einer algebraischen Funktion zu gewinnen und so bis zum Beweise des Riemann-Rochschen Satzes vorzudringen. Mit Recht betonen die Verfasser, daß so ein umfassender Teil der Theorie der algebraischen Funktionen rein algebraisch behandelt war, eine Leistung die in der Geschichte schon allein durch den dabei aufgewandten Scharfsinn von dauernder Bedeutung bleiben wird.

Zugleich wird es nun aber die *Galoissche Gleichungstheorie* die Weber mit seinen Untersuchungen über die transzendenten Funktionen im Sinne der Preisarbeit von 1876 verbindet. So entsteht die Arbeit über die Galois-

sche Gruppe der Gleichung 28. Grades, von der das Doppeltangentenproblem der Kurven vierter Ordnung abhängt (M. A. XVIII, 1884); dann folgen die Aufsätze in den Acta mathematica VI, VIII und IX über die Charakteristiken der Teilungsgleichungen, die Theorie der Abelschen Zahlkörper, in welchen z.B. der *Kroneckersche Satz* bewiesen wird, daß alle absoluten Abelschen Körper Kreiskörper, d. h. aus rationalen Zahlen und Einheitswurzeln bestehende Körper sind (vgl. auch J. f. M. CXXXII, S. 167, 1906), sowie die Schrift über die Grundlagen der Galoisschen Theorie auf Grund des Körperbegriffes, in dem auch schon Körper mit unendlich vielen Elementen betrachtet werden (M. A. XLIII, 1893).

Doch schon zuvor (1891) waren die *akademischen Vorlesungen über elliptische Funktionen und algebraische Zahlen* erschienen. In diesem Werke, das überall die neuesten Fortschritte auf dem Gebiete der Invarianten- und Gruppentheorie heranzieht, findet sich zunächst eine Zusammenfassung der Theorie der elliptischen Funktionen nach Jacobi und Weierstraß, und auf dieser Grundlage werden mittels der von Abel und Galois geschaffenen Gruppentheorie die Teilungsgleichungen, die Theorie der Transformation, endlich auch die Gleichung fünften Grades behandelt, die ein so hohes Interesse durch die Untersuchungen *Hermites* und *F. Kleins* (Vorlesungen über das Ikosaeder 1884) erregte.

Am bedeutsamsten ist aber wohl der dritte Teil des Buches, von dem, Weber mit Recht sagen konnte, daß er vorwiegend solche Gegenstände betreffe, die noch nicht Gemeingut weiterer Kreise geworden waren. Er stellt sich hier die Aufgabe, die von Abel in seinen Bemühungen um die *komplexe Multiplikation* nur fragmentarisch hinterlassenen Fälle, die erst durch Hermite und Kronecker einen Beweis gefunden hatten, im Zusammenhang darzulegen.

Und hiermit steht dann wieder eine ganze Reihe von speziellen zahlen-theoretischen Arbeiten Webers in enger Verbindung. Da ist vor allem die Arbeit in den Mathematischen Annalen XX, 1882 zu erwähnen, nach der jede eigentlich primitive quadratische Form unendlich viele Primzahlen darzustellen fähig ist. *Dirichlet* hatte schon 1840 seinen berühmten Satz von den unendlich vielen Primzahlen in einer arithmetischen Reihe auf gewisse quadratische Formen von *negativer* Diskriminante ausgedehnt. Weber zeigt nun, in welchem Sinne diese Beschränkung des Diskriminantencharakters beseitigt werden kann, und macht zugleich auf eine Lücke in Dirichlets Beweis aufmerksam, deren Beseitigung dieser nur als möglich bezeichnet hatte, die aber bisher nicht weiter beachtet zu sein schien.

Von der großen Zahl seiner weiteren Untersuchungen mögen hier noch die in den Göttinger Nachrichten von 1893, S. 46, 138, 245 erwähnt werden, die sich ebenfalls auf eine schon von Dirichlet für den Fall einer negativen Diskriminante entwickelte Formel, deren besondere Gestalt Kronecker durch elliptische Θ dargestellt hatte, bezieht. Weber ermittelt sie auch für *positive* Diskriminanten, zeigt aber zugleich, daß diese entsprechende letztere Umfor-

mung eine neue Transzendente ζ erfordert.

Auf Grund aller dieser Arbeiten reifte nun bei Weber der Plan, in einem umfassenden Werke den Zustand der gesamten algebraischen Untersuchungen in der Gegenwart darzulegen. So entstand das ausgezeichnete *Lehrbuch der Algebra* 1895/96 in zwei Bänden. Dieses Werk sollte, nachdem jahrzehntelang *J. A. Serrets Cours d'algèbre supérieure* für die Lehrbücher auch in Deutschland maßgebend geblieben war, die großen Gesichtspunkte der Gruppentheorie und die durch *C. Jordan* und andere, namentlich auch Weber selbst, weit entwickelte Galoissche Theorie in Verbindung mit Kroneckers Untersuchungen zur Darstellung bringen. Mit welchem Beifall es aufgenommen wurde, geht daraus hervor, daß schon 1898 eine neue Auflage nötig wurde, in die der unermüdete Verfasser in erneuter Gestalt seine Untersuchungen über die algebraischen Zahlen, die ihn seit 1890 unausgesetzt beschäftigt hatten, aufnahm.

So ist dieses große Werk ein bewunderungswürdiges Zeugnis von dem Scharfsinn und der Klarheit geworden, mit der Weber die schwierigsten Gegenstände der höheren Arithmetik zu beherrschen verstand, ein Werk, dem keine andere Literatur ein ähnliches auf diesem Gebiete zur Seite stellen kann. Schon im Jahre 1900 wurde es ins Französische übersetzt. Endlich war es Weber noch vorgönnt, 1908 als dritten Band des Lehrbuches eine völlige Umarbeitung des Buches von 1891 über elliptische Funktionen hinzuzufügen, ein im höchsten Grade der allgemeinen Bewunderung würdiges Buch.

Zum Schlusse ist noch eines ausgezeichneten Werkes von Weber zu gedenken, der *Partiellen Differentialgleichungen in der mathematischen Physik*. B. Riemann hatte nach *Dirichlets* Tode zunächst über Potentialtheorie und partielle Differentialgleichungen dann über mathematische Physik überhaupt, Vorlesungen in Göttingen gehalten. Dieser Tätigkeit Riemanns (zuletzt im Winter 1860/61) verdanken wir zwei von seinem Zuhörer *K. Hattendorff* herausgegebene Werke. Insbesondere finden sich in den „Partiellen Differentialgleichungen und deren Anwendung auf physikalische Fragen“ (1869, 3. Auflage 1882) neben den Grundlagen der Lehre vom bestimmten Integral und der Theorie der Reihen ausführlichere Untersuchungen über Wärmeleitung, Elastizitätstheorie und Hydrodynamik behandelt.

Aber seit *Maxwells* bahnbrechendem *Treatise of electricity and magnetism* (1873) mußte sich das Interesse ganz besonders auf die Bearbeitung der elektrischen und magnetischen Erscheinungen richten, die Riemann von dem damaligen Standpunkt aus behandelt hatte, der nun gänzlich umgewandelt erschien. Zu einer Bearbeitung dieses Stoffes in dem streng mathematischen Sinne, der genau zwischen den hypothetischen Voraussetzungen und deren logischer Durchführung unterscheidet, konnte wohl kaum jemand geeigneter sein wie H. Weber. Und so ergriff er gegen das Ende der neunziger Jahre gern den Vorschlag des Verlegers Vieweg, die Vorlesungen Riemanns neu zu bearbeiten. Mit Recht durfte er Riemanns Namen dem neuen Werke voran-

setzen, denn es ist wahrhaft in Riemanns Geist geschrieben. Aber er hat es zugleich durch eine so außerordentliche Fülle des ihm Eigentümlichen bereichert, daß eine neue Auflage wohl den Namen Webers allein tragen sollte. So entwickelt das Werk namentlich die für jede mathematisch-physikalische Darstellung grundlegende Auffassung der Vektoretheorie, die Theorie der Potential- und Kugelfunktionen usw. in derjenigen Weise, wie sie einerseits durch die funktionentheoretische Untersuchung der Kugelfunktionen andererseits durch die Lehre von den einwertigen Potentialfunktionen und nicht zum wenigsten durch Webers Arbeiten selbst maßgebend geworden war.

Während der verschiedenen Auflagen des Werkes, die bis zur fünften (1910/12) nötig wurden, war Weber unablässig bemüht, in dasselbe die neuesten Fortschritte der mathematischen Physik aufzunehmen. So finden wir denn auch in dem zweiten Teile desselben die Lehre von den Integralgleichungen, das Relativitätsprinzip, die Grundlagen der Thermodynamik, soweit sie bei der von Riemann behandelten Theorie der Luftstöße herangezogen werden mußten, berücksichtigt. Das vortreffliche Buch ist unentbehrlich für jeden, der die mathematischen Hilfsmittel, welche die moderne theoretische Physik erfordert, kennen lernen will.

Das Interesse für physikalische Probleme führte Weber dazu, sich auch mehrfach mit *naturphilosophischen Fragen* sowie mit der *Geschichte der mechanischen Naturwissenschaften* zu beschäftigen. So entstanden die Aufsätze: „Über Kausalität in den Naturwissenschaften“, Rektoratsrede (Königsberg 1881), „Die Entwicklung unserer modernen Naturanschauung im 19. Jahrhundert“, Rektoratsrede (Straßburg 1900) und „Der heutige Stand der mechanischen Weltanschauung“ (Deutsche Revue 1909). Auf den Inhalt des ersteren legte Weber besonderes Gewicht; noch nach 25 Jahren ist er bei der Herausgabe von Poincarés „Wert der Wissenschaft“ auf denselben zurückgekommen. Allerdings ist hier von einer eigentlich erkenntnistheoretischen Untersuchung des Kausalitätsbegriffes nicht die Rede, sondern nur von seiner für das Wesen der wissenschaftlichen Erklärung charakteristischen Begriffsbestimmung. Um zu einer präzisen Fassung zu gelangen, muß man nach Weber nicht die Ereignisse einzeln betrachten. „Denn die oft gegebene Definition: A ist die Ursache von B (B die Wirkung von A), wenn B nicht sein würde, falls A nicht wäre“, ist unvernünftig; denn wir haben nur *eine* Welt, und in dieser *ist* das A ; wie können wir wissen, was in einer anderen Welt sein würde, in der das A nicht ist?“ Man muß daher unter Voraussetzung des notwendigen und gesetzmäßigen Zusammenhanges des Geschehens zunächst *Ereignisklassen* W und *Ursachsklassen* U voneinander sondern. Solche Klassen heißen *einfach*, wenn sie hinsichtlich ihrer Elemente möglichst große Übereinstimmung zeigen. Der Zusammenhang zwischen W und U ist dann ein *gesetzmäßiger*, wenn W und U beide einfach sind; ist dagegen U nicht einfach, so ist er ein *zufälliger*. Und das Wesen der Naturerklärung beruht darin, zu den einfachen Erscheinungsklassen die zugehörigen (einfachen)

Ursachsklassen aufzusuchen.

Durch seinen Schwager *H. Holtzmann*, den geistvollen freidenkenden Straßburger Theologen, wurde er in späteren Jahren dazu geführt, auch theologische Schriften in den Kreis seiner Gedanken zu ziehen. Daneben beschäftigten ihn aber unausgesetzt Fragen des Unterrichts, insbesondere seiner Organisation, und zwar nicht allein an den Universitäten. Da er selbst mehrere Jahre an zwei technischen Hochschulen gewirkt hatte, kannte er aus eigener Erfahrung das Verhältnis, in dem bei diesen Anstalten Wissenschaft und Praxis miteinander verbunden sein müssen. Die Frage nach der Angliederung der technischen Hochschulen an die Universitäten, die ihm im Interesse der Einheit der wissenschaftlichen Ausbildung wertvoll war, und die allerdings gegenwärtig in einem anderen Sinne vorläufig geregelt ist, hat ihn wiederholt lebhaft beschäftigt. Aber auch dem mathematischen Unterricht an den höheren Schulen, für dessen zeitgemäßere Ausgestaltung sein Freund *F. Klein* mit so energischer Förderung eingetreten war, ist er mit großem Interesse gefolgt. In den Berichten der Deutschen Mathematiker-Vereinigung Bd. XII bemerkt er, daß der Begriff der Elementarmathematik theoretisch wohl durch den Ausschluß des Unendlichen oder des Grenzbegriffs bestimmt werden könne, daß aber damit praktisch nichts erreicht werde, weil einerseits manche weit über die Elemente hinausgreifende Teile der Wissenschaft von jener Vorstellung unabhängig sind, andererseits aber schon die einfachsten Aufgaben der Geometrie z. B. nicht ohne den Grenzbegriff lösbar werden. In welchem Umfange derselbe aber in die Elemente aufzunehmen sei, müsse von der speziellen pädagogischen Begabung des Lehrers abhängig bleiben.

Von seinem Interesse für diese Fragen zeugt auch sein großes Unternehmen, durch eine *Enzyklopädie der Elementarmathematik* der unter *Kleins* Führung ins Leben gerufenen Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluß ihrer Anwendungen ein allerdings bescheideneres Werk an die Seite zu stellen, das, vorwiegend für den praktischen Schulmann bestimmt, demselben ein sicherer Führer bei den mannigfachen Schwierigkeiten des wissenschaftlichen Unterrichts sein könne. Man ist geradezu überrascht, wenn man sieht, wie Weber, der gewohnt war, sich stets nur mit den höchsten Problemen der Analysis zu beschäftigen, in den von ihm gelieferten Beiträgen zu diesem Werke sich auf einen ganz elementaren Standpunkt stellt, diesen aber mit aller Schärfe und Klarheit, deren sein Darstellungstalent fähig war, formuliert, während andere Teile des Werkes auch eine weitergehende Tendenz zeigen. — Die Enzyklopädie der Elementarmathematik von *H. Weber* und *J. Wellstein* (1906) ist 1910 bereits in dritter Auflage erschienen und zugleich durch *B. Kagan* ins Russische übertragen.

Am reichsten aber entfaltete sich Webers tiefes und ausgebreitetes Wissen in seinem mathematischen Seminar, das er fast 20 Jahre hindurch in Straßburg geleitet hat. Und die Anerkennung seiner Schüler klingt auch aufs lebhafteste in dem pietätvollen Zeugnisse wider, das sein Schüler und späterer

Kollege und Mitarbeiter Wellstein kurz nach seinem Tode von seiner unvergleichlichen Leitung entwarf, die das ganze große Gebiet der Wissenschaft, das Weber beherrschte, seinen Hörern zu übermitteln verstand.

Unserer Akademie hat Heinrich Weber seit dem Jahre 1903 als korrespondierendes Mitglied angehört. Sie wird ihm stets ein verehrungsvolles Andenken bewahren, als eines Mannes, dessen Bedeutung in der Wissenschaft einen unvergänglichen Platz behält: *Multi pertransibunt et augebitur scientia.*