Heidelberger Texte zur Mathematikgeschichte

Autor: **Kirchhoff, Gustav R.** (1824–1887)

Titel: **Zur Theorie des Condensators**

Quelle: Repertorium der literarischen Arbeiten aus dem Gebiete der reinen und angewandten Mathematik : Originalberichte der Verfasser.
Band 2 (1879),
Seite 48 – 50.

Selbstrezension Gustav R. Kirchhoffs zu seinem Aufsatz:

Zur Theorie des Condensators
In: *Monatsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin.* 1877, S. 144-162

1877 gründete Leo Koenigsberger gemeinsam mit Gustav Zeuner die Zeitschrift *Repertorium der literarischen Arbeiten aus dem Gebiete der reinen und angewandten Mathematik*, die Mathematikern die Möglichkeit bot, ihre neuen Publikationen in Eigenreferaten vorzustellen.

$(f,f)^{\frac{n}{2}}$ proportional wird und dass die beiden Invarianten von U 2. und 3. Ordnung i und j Potenzen des Proportionalitätsfactors sind; p enthält wieder 2 lineare Factoren α und s von U ebenfalls nur quadratisch und U wird in α und s:

$$f = \binom{n}{1} c_1 \alpha^{n-1} s + \binom{n}{\frac{n}{2}} c_2 \alpha^{\frac{n}{2}} s^{\frac{n}{2}} + \binom{n}{1} c_3 \alpha s^{n-1}.$$

Die Coefficienten c_i und n bestimmen sich aus den früheren Bedingungen, nämlich das Verschwinden der Covarianten 2. Ordnung und vom Grade $< n$. Es wird $n \leqq 12$.

Da $n = 4$ ausgeschlossen, so bleiben nur die Fälle zu untersuchen $n = 8$ und $n = 12$. Für $n = 8$ erhält man eine Form, deren Hessische Form das volle Quadrat einer Form 6. Grades ist, die linear aus der Form 6. Grades des Falles A. hervorgeht.

Daher bleibt schliesslich nur die Form 12. Grades G_2.

Erlangen. P. Gordan.

G. Kirchhoff: Zur Theorie des Condensators. (Monatsberichte der Berl. Akademie vom 15. März 1877.)

Ein Condensator, der zu Messungen dienen soll, besteht in seiner gewöhnlichsten und einfachsten Gestalt aus zwei gleichen, kreisförmigen Metallplatten, die nahe bei einander und so aufgestellt sind, dass sie eine gemeinschaftliche Achse haben. Die Aufgabe der Theorie des Condensators ist es, die Elektricitätsmengen anzugeben, die die beiden Platten enthalten, wenn das Potential in ihnen zwei gegebene, verschiedene Werthe besitzt. Nimmt man den Abstand der Platten als unendlich klein an, so werden die Elektricitätsmengen unendlich gross; es ist sehr leicht ihre Werthe zu finden, wenn man sich dabei auf die Glieder höchster Ordnung beschränken will; die Aufgabe wird aber viel schwieriger, wenn die Elektricitätsmengen bis auf unendlich kleine Grössen ermittelt werden sollen. Es ist dieses zuerst durch Hrn. Clausius (Pogg. Ann. Bd. 86) geschehen, jedoch nur unter der Voraussetzung, dass die Dicke der Platten verschwindend klein auch gegen ihren Abstand ist. Hr. Helmholtz hat (Monatsber. der Berl. Akad. vom

23. April 1868) eine Methode kennen gelehrt, die zu dem Resultate des Herrn Clausius führt ohne die beschwerlichen Rechnungen, die dieser durchzumachen hatte; eine Methode, die auf der Theorie der conformen Abbildung eines ebenen Flächenstücks auf einem andern beruht, und die in Verbindung mit der Methode, die Herr Schwartz (Borchardt's Journal Bd. 70) angegeben hat, um irgend ein durch gerade Linien begrenztes, ebenes Flächenstück auf einem andern, durch gerade Linien begrenzten, ebenen Flächenstücke conform abzubilden, erlaubt, auch die Dicke der Condensatorplatten zu berücksichtigen. Es ist dieses in der vorliegenden Notiz durchgeführt. Es sei R der Radius der beiden Platten, $2a$ ihr Abstand, b ihre Dicke, die als von der Ordnung von a angenommen wird; für den Fall, dass die Potentialwerthe in den beiden Platten $+1$ und -1 sind, ergiebt sich dann die Menge positiver Elektricität in der einen und die Menge negativer Elektricität in der andern

$$=\frac{R^2}{4a}+\frac{R}{2\pi}\left(\lg\frac{4\pi(2a+b)R}{ea^2}+\frac{b}{2a}\lg\frac{2a+b}{b}\right),$$

wo e die Basis der natürlichen Logarithmen bedeutet. Ist das Potential in beiden Platten $+1$, so ist die Menge positiver Elektricität einer jeden

$$=\frac{R}{\pi}.$$

Hiernach findet man auf bekannte Weise leicht die Elektricitätsmengen der beiden Platten für den Fall, dass die Potentialwerthe in ihnen zwei beliebige sind.

Dieselben Methoden, die zu diesen Resultaten geführt haben, gestatten in ähnlicher Weise auch die Theorie eines von Sir W. Thomson angegebenen Condensators zu entwickeln, der dadurch vor dem einfacheren sich auszeichnet, dass bei ihm ein Einfluss äusserer elektrischer Kräfte nicht zu fürchten ist. Es lässt dieser Condensator sich in der folgenden Weise beschreiben: der untere, horizontale Boden einer metallnen, cylindrischen Büchse besteht aus zwei Theilen, einem äusseren, dem sogenannten Schutzringe, und einem inneren, der die Collectorplatte genannt werden möge; unter diesem Boden, in kleinem Abstande von demselben befindet sich eine Metallplatte von gleicher Grösse. Das Potential in dieser sei $=0$, während es in der Büchse und der Collectorplatte $=1$ sei; es handelt sich darum die Elektricitätsmenge der Collectorplatte zu finden. Es sei a der Abstand der Collectorplatte von der unteren Platte, b die Dicke derselben, $2c$ die Breite des ringförmigen

Zwischenraumes zwischen ihr und dem Schutzringe, $R-c$ endlich ihr Radius; a, b und c werden als unendlich klein von derselben Ordnung angenommen. Es ergiebt sich die Elektricitätsmenge der Collectorplatte durch elliptische ϑ-Functionen ausgedrückt. Ihre Berechnung ist im Allgemeinen beschwerlich, da sie die Auflösung verwickelter, transcendenter Gleichungen erfordert; sie wird aber sehr einfach, wenn man b als sehr gross gegen c annimmt und bei einer gewissen Näherung stehen bleibt; man findet dann die Elektricitätsmenge der Collectorplatte

$$= \frac{R^2}{4a} - \frac{R}{\pi}(\beta \operatorname{tg}\beta + \lg\cos\beta + 4q\sin^2\beta),$$

wo

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{c}{a}$$

und

$$-\lg q = 2\left(1 + \frac{\beta}{\operatorname{tg}\beta} + \frac{b}{c}\,\frac{\pi}{2}\right)$$

ist.

Berlin. **G. Kirchhoff.**

R. Ferrini: Sulla composizione più economica dell' elettromotore capace di un dato effetto.

In questa breve nota, mi sono proposto di mostrare che la condizione che la resistenza di un elettromotore sia eguale a quella del circuito esterno, non basta a fissarne la composizione più utile in vista di un effetto da raccogliersi. Bisogna perciò costituirlo inoltre cosi che l'intensità della corrente che si facesse circolare inoperosa nel medesimo circuito, rappresenti una somma di energía quadrupla del lavoro da produssi, sotto una forma qualsiasi.

Do in seguito le formole relative alla composizione in discorso.

Milano. **R. Ferrini.**

F. Klein: Ueber lineare Differentialgleichungen. (Math. Annal. XII. p. 167—179.)

In der ersten unter diesem Titel erschienenen Note (Erlanger Berichte 1876, Juni, Math. Annalen XI. p. 115) hatte ich, ausgehend von der Theorie der endlichen Gruppen linearer Transformationen