Heidelberger Texte zur Mathematikgeschichte

Autor: **Hunrath, Karl** (1847 – nach 1908)

Titel: **Zu Albrecht Dürers Näherungskonstruktionen regelmäßiger Vielecke**

Quelle: Quelle: Bibliotheca mathematica.
3. Folge, Band 6 (1905),
Seite 249 – 251.
Signatur UB Heidelberg: L 15-7::3.F: 6.1905

Der Artikel beschäftigt sich mit den Dürerschen Näherungskonstruktionen des Dreizehnecks und des Neunecks. Inbetreff des Dreizehnecks bemerkt Hunrath, daß die gewöhnliche Angabe, Dürer habe ziemlich ungenau als Seite desselben $\frac{1}{4}$ des Kreisdurchmessers benutzt, zwar mit dem Wortlaut der betreffenden Stelle bei Dürer übereinzustimmen scheint, daß aber die Figur einen viel genaueren Wert andeutet, nämlich $\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{24} = \frac{23}{96}$. Hinsichtlich des Neunecks weist Hunrath darauf hin, daß Schwenter wesentlich dieselbe Konstruktion benutzt hat, obgleich er dieselbe sein Eigentum nennt.

(Rezension von Gustaf Eneström (1852–1923) im *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*, Band 36, 1905)

BIBLIOTHECA MATHEMATICA.

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATISCHEN WISSENSCHAFTEN.

HERAUSGEGEBEN VON

GUSTAF ENESTRÖM

IN STOCKHOLM.

DRITTE FOLGE. SECHSTER BAND.

MIT DEM BILDNISSE VON P. TANNERY ALS TITELBILD, DEM IN DEN TEXT GEDRUCKTEN BILDNISSE VON W. SCHMIDT SOWIE 15 TEXTFIGUREN.

LEIPZIG
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER
1905.

Zu Albrecht Dürers Näherungskonstruktionen regelmäßiger Vielecke.

Von K. HUNRATH in Kassel.

Die geometrischen Näherungskonstruktionen DÜRERS hat S. GÜNTHER zum Gegenstande einer besonderen Untersuchung[1]) gemacht, indem er die lateinische Ausgabe von 1532[2]) zugrunde legte. Ich habe Gelegenheit gehabt, in diese lateinische Ausgabe Einsicht zu nehmen, und habe eine Wahrnehmung gemacht, betreffend die Konstruktion des regelmäßigen Dreizehnecks.

Es steht nämlich an der betreffenden Figur (Fig. 2) ganz nahe unter b neben einem Teilstrich der Buchstabe c, zwischen b und c die Zahl 24, im Text aber, daß dc, nicht db, zur Seite des regelmäßigen Dreizehnecks genommen werde. Ich setze die Figur zur Konstruktion des regelmäßigen Elfecks[3]) (Fig. 1), wie auch im Buche geschehen ist, links von der Figur

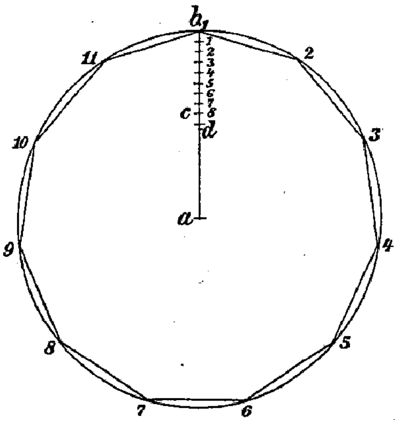

Fig. 1.

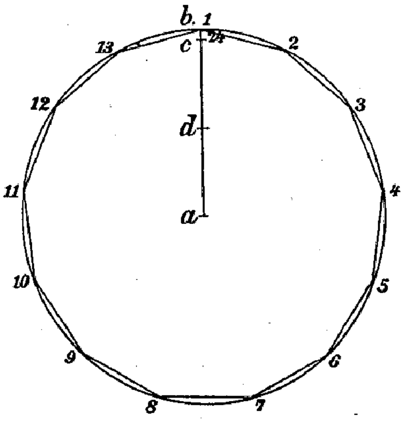

Fig. 2.

zur Konstruktion des regelmäßigen Dreizehnecks. Sodann setze ich die Beschreibungen der Konstruktionen zur Vergleichung nebeneinander.

1) *Die geometrischen Näherungskonstruktionen* ALBRECHT DÜRERS. Programmabhandlung der Studienanstalt Ansbach, 1886. — CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* 2^2, S. 459—467.

2) *Institutiones geometricae.* Paris 1532.

3) bd im Buche, wie oben, versehentlich in 9 (statt in 8) gleiche Teile geteilt

Quum promptè hĕdecagonum intra circulum designari cupio, sumo quartam diametri partem, cui adiungo octavam eiusdem quartae. . .

Quod si circulo figura tredecim laterum atque angulorum aequalium inscribenda fuerit, tunc ex quodam centro a circulum scribò, in quo excito semidiametrum ab, quam per medium seco in puncto d, quo facto utor longitudine dc, qua tredecies intra peripheriam circumeo.

Wenn man annehmen darf, daß bei der Beschreibung der Konstruktion des Dreizehnecks hinter den Worten „in puncto d" etwa die Worte „et a bd abscindo vicesimam quartam partem eiusdem bd, i. e. quartae diametri partis, nempè bc" ausgefallen seien, so ergibt sich eine Konstruktion von großer Genauigkeit. Es ergibt sich nämlich aus $\sin\frac{a}{2} = \frac{23}{96}$ $\frac{a}{2} = 13^0\ 51'\ 43''$, $a = 27^0\ 43'\ 26''$. Der Fehler ist daher, da $\frac{360^0}{13} = 27^0\ 41'\ 32''$ ist, $< 2'$.

Auch zu Dürers Konstruktion des regelmäßigen Neunecks (Fig. 3 und 4) möchte ich einiges bemerken. Er teilt den Kreisumfang in sechs gleiche Teile und beschreibt um die drei in Fig. 3 nicht mit Buchstaben bezeichneten Teilpunkte mit dem Kreishalbmesser Bogen, so daß drei „Fischblasen" entstehen. Darauf teilt er den Kreishalbmesser ab in drei gleiche Teile, errichtet auf ab im Teilpunkte 2 eine Senkrechte, welche den Umfang der Fischblase in e und f schneidet, und beschreibt um a mit ae einen Kreis. Es sei dann ef die Seite des in diesen Kreis einbeschriebenen regelmäßigen Neunecks. Endlich zeichnet er neben der Hauptfigur (Fig. 3) einen Kreis mit dem Halbmesser ae und in diesen ein Neuneck mit der Seite ef (Fig. 4).

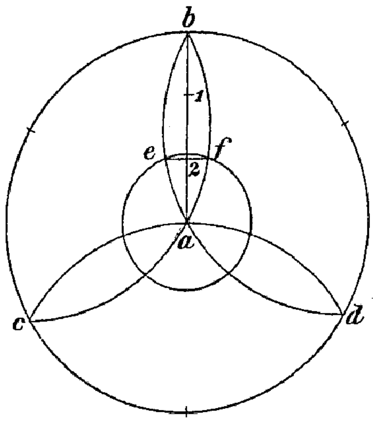

Fig. 3.

Nun löst Daniel Schwenter[1]) die Aufgabe, für einen gegebenen Kreis die Seite des einbeschriebenen regelmäßigen Neunecks zu finden, auf folgende Weise. Er beschreibt um den Mittelpunkt des gegebenen Kreises einen beliebigen größeren Hilfskreis, wendet auf diesen Dürers Konstruktion an und verlängert ae und af der Figur 3 bis zum Durchschnitt mit dem Umfang des gegebenen Kreises. Der Hilfskreis ist selbstverständlich ganz überflüssig. Man kann nämlich entweder den äußeren Kreis der Figur 3

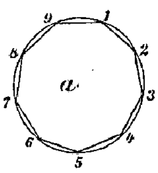

Fig. 4.

1) Cantor, a. a. O. S. 667.

als den gegebenen ansehen oder einen um a mit $a2$ zu beschreibenden. Im ersten Falle hat man nur ae und af bis zum Durchschnitte mit dem äußeren Kreise zu verlängern. Im zweiten Falle hat man mit dem dreifachen Halbmesser des gegebenen Kreises einen diesem konzentrischen Kreis zu beschreiben und an diesem Kreise Dürers Konstruktion auszuführen. Dann ist ef annähernd die Seite des um den als gegeben angenommenen Kreis beschriebenen regelmäßigen Neunecks, und die Durchschnitte von ea und ef mit dem als gegeben angenommenen Kreise sind zwei benachbarte Ecken des einbeschriebenen Neunecks.

In allen Fällen kann man, statt die gefundene Seite des Neunecks neunmal in den Kreisumfang einzutragen, die Ecken des Neunecks auch so finden, daß man vom Kreismittelpunkt (Fig. 3) sowohl nach den nur durch Teilstriche bezeichneten Punkten des äußeren Kreisumfangs Gerade zieht, als auch durch die Punkte, in denen der mit ae beschriebene Kreis die Fischblasen schneidet. Dadurch findet eine Verteilung des Fehlers statt. Die drei Mittelpunktswinkel, deren einer eab ist, sind jeder $= 39^0\ 36'$, die sechs andern jeder $= 60^0 - 19^0\ 48' = 40^0\ 12'$; drei Seiten sind jede $= 0{,}677$, sechs jede $= 0{,}687$ Halbmesser. Für die Mittelpunktswinkel sind die Fehler $-\,24'$, bezw. $+\,12'$, für die Seiten, da die Sehne zu 40^0 etwa 0,684 Halbmesser beträgt, $-\,0{,}07$, bezw. $+\,0{,}03$ Halbmesser. Von den Umfangswinkeln sind drei jeder $= 139^0\ 48'$, sechs jeder $= 140^0\ 6'$, der Fehler also $-\,12'$, bezw. $+\,6'$.

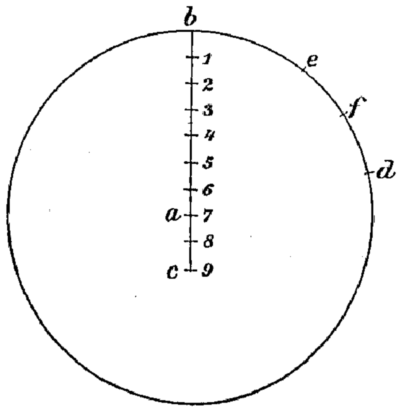

Fig. 5.

Ein Versehen bei dieser Rechnung hat mich auf eine sehr genaue Näherungskonstruktion des regelmäßigen Neunecks geführt. Statt $2 \sin 20^0$ hatte ich $2 \sin 40^0 = 1{,}285575$ gebildet und bemerkt, daß dieser Wert sehr nahe $= \frac{9}{7} = 1{,}285714$ ist. Trägt man nun $\frac{9}{7}$ Halbmesser als Sehne in den Kreis (Fig. 5) $bd = bc$ und halbiert den Bogen bd in e, so ist $\sin bae = \frac{9}{14}$, $\sphericalangle\, bae = 40^0\ 0'\ 18'',7$, der Fehler also $< \frac{1}{3}'$.

Wohl bemerke ich, daß, wenn man die Sehne bf gleich dem Halbmesser in den Kreis einträgt, df annähernd die Seite des einbeschriebenen regelmäßigen Achtzehnecks ist. Es fällt aber dann auf den Mittelpunktswinkel des Achtzehnecks ein Fehler $= 2 \cdot 18'',7$, und wenn man aus dem Achtzehneck das Neuneck finden wollte, auf den des Neunecks ein Fehler von $4 \cdot 18'',7$.