Heidelberger Texte zur Mathematikgeschichte

— Rezensionen —

Autor: **Cantor, Moritz** (1829–1920)

Titel: **Vorlesungen über Geschichte der Mathematik.**

Erster Band.
Von den ältesten Zeiten bis zum Jahre 1200 n. Chr.

erschienen: Leipzig. B. G. Teubner. 1880.

Rezensent: **Ohrtmann, Carl** (1839–1885)

Rez.-Quelle: Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik
Band 12.1880 (1882)
Seite 16 – 28.

Die beiden Berliner Gymnasialprofessoren *Carl Orthmann* (1839–1885) und *Felix Müller* (1843–1928) gründeten 1869 das *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik* als umfassendes Referateorgan der gesamten Mathematik.

Carl Ohrtmann widmet dem ersten Band von Cantors *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* eine umfangreiche Rezension. Die Original-Seitennummern sind am Rand in runden Klammern angegeben.

M. Cantor. **Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Erster Band. Von den ältesten Zeiten bis zum Jahr 1200 n. Chr.** Leipzig. B. G. Teubner. (16)

Das vorliegende Werk, dessen erster Band bis jetzt erschienen ist, füllt eine oft empfundene Lücke aus, indem es uns eine auf wirklich wissenschaftlicher Grundlage beruhende Geschichte der Mathematik giebt. Gegenüber dem reichen Inhalte und dem überwältigenden Stoffe im Einzelnen und an Einzelnem Kritik zu üben, ist nicht Sache eines Referates in dieser Zeitschrift. Was an solchen Einzelheiten zu bessern ist, wird sich im Laufe der Zeit herausstellen. Wir können hier nur der Freude über das Erscheinen dieses Buches Ausdruck geben. Wenn wir daher im Folgenden versuchen, einen Bericht über den Inhalt desselben zu geben, so bemerken wir dabei, dass von vornherein von einer Kritik der Details abgesehen wird, und dass das Fol- (17)
gende nur eine kurze Skizze des reichen Inhaltes geben soll. Eine Bemerkung aber kann Referent nicht unterdrücken. Bei häufigerem Gebrauch macht sich das Fehlen eines genauen Inhaltsverzeichnisses (neben dem Namenregister) in störender Weise geltend. Grade bei einem Werke, wie dem vorliegenden, handelt es sich oft um das Nachlesen einzelner Abschnitte, und da reicht zur schnellen Orientirung das Namenregister allein nicht aus. Vielleicht lässt sich der Verfasser durch diese Bemerkung bewegen, bei dem zweiten Bande das Fehlende nachzuholen.

In der Einleitung, p. 3–14, beginnt der Verfasser mit einer Schilderung des allmähligen Entstehens der Zahlwörter und Zahlsysteme. Die Zahlwörter beruhen meist auf additivem oder multiplicatorischem Gesetz, wie die sprachliche Bildung derselben zu erkennen giebt. Es zeigt sich deutlich, dass der menschliche Körper einen bestimmenden Einfluss auf die Bildung der Zahlsysteme gehabt hat. Dafür liefert den sprechendsten Beweis das Decimalsystem, neben dem sich in voller Reinheit noch das Vigesimalsystem und wenigstens Spuren eines Quinarsystems nachweisen lassen. Aber daneben kommen doch auch Bildungen mit anderen Grundzahlen vor. Wie sich nun aus der Entstehung der Zahlwörter durch Addition und Multiplication schliessen lässt, dass diese Rechnungsarten schon vor der Fixirung der Zahlwörter existirt haben, so lässt sich Aehnliches auch von der Subtraction, sehr selten dagegen von der Division nachweisen. Eigenthümlich und characteristisch ist, dass sich überall die Ziffern als Wortzeichen bewahrt haben, und dass überall in der Schreibweise das Gesetz hervortritt, dass bei allen additiv vereinigten Zahlen das Mehr stets dem Weniger vorangeht. Aber dieses uralte Wissen, selbst diese bewusst oder unbewusst geübte Systematisirung ist, wie der Verfasser richtig hervorhebt, noch keine Wissenschaft. Ihm beginnt eine wirkliche Geschichte der Mathematik mit dem ersten Schriftdenkmal, welches auf Rechnung und Figurenvergleichung Bezug hat.

Mit p. 17 beginnt der erste Abschnitt: „Aegypter“. Bei ihnen findet sich aus der Zeit von etwa 1700 v. Chr. ein mathematisches Uebungsbuch, dessen Anfangsworte (18) lauten: „Vorschrift zu gelangen zur Kenntnis aller dunklen Dinge ...“ Es rührt von einem gewissen Ahmes her. Man darf sich jedoch darunter nicht ein eigentliches Lehrbuch denken, sondern nur ein Buch, das Regeln zur Lösung von Aufgaben enthält, die an speciellen Beispielen erläutert werden. Der Inhalt bezieht sich auf das Rechnen mit ganzen Zahlen und mit Stammbrüchen und enthält eine Tabelle, mittels deren es möglich ist, einen beliebigen Bruch als Summe von Stammbrüchen darzustellen. Daneben kommen Aufgaben vor, die auf Gleichungen führen und etwa unserer Gesellschaftsrechnung entsprechen würden; ja sogar Aufgaben aus der Lehre von den arithmetischen und geometrischen Reihen fehlen nicht. Den Schluss dieses ersten Capitels macht die Besprechung der Zahlzeichen und der Art des Rechnens. Letzteres ist ein Fingerrechnen und ein instrumentales Rechnen gewesen. Im zweiten Capitel wird die Geometrie der Aegypter besprochen. Auch hier knüpft der Verfasser an den Papyros des Ahmes an und schliesst aus dem Vorkommen gewisser Aufgaben der Flächenund Raumlehre, die dort freilich nur als Rechenaufgaben behandelt werden, auf den Umfang der geometrischen Kenntnisse. Die Feldmessung war es, welche, wie aus den Zeugnissen älterer Schriftsteller gefolgert wird, zum Betriebe der Geometrie veranlasst hatte. Benutzt wurden namentlich der Inhalt des gleichschenkligen Dreiecks und des Trapezes. Aber auch aus der Aehnlichkeitslehre finden sich Aufgaben, ja, es zeigt sich als sehr wahrscheinlich, dass den Aegyptern die Construction eines rechtwinkligen Dreiecks bekannt war. Der Verfasser meint endlich, dass das vorliegende Buch des Ahmes mit Nothwendigkeit zu der Annahme führe, dass schon vor demselben ein anderes Lehrbuch der Mathematik existirt habe.

Bei den Babyloniern (Abschnitt II., p. 67–94) sind es vor allen Dingen das Vorkommen des Sexagesimalsystems, die Kenntnis der Quadrat- und Cubikzahlen, sowie das Rechnen überhaupt, welche das Interesse fesseln. Der Versuch, das Entstehen des Sexagesimalsystems zu erklären, führt auf (sonst durchweg principiell vermiedene) Abschweifungen zur Astronomie. Aus der Erkenntnis der Anzahl der Tage eines (19)
Jahres zu 360 wird die Kreistheilung hergeleitet und damit der Uebergang zur Besprechung der Geometrie gewonnen, die freilich viel weniger entwickelt ist, als das Rechnen der Babylonier. Aber dass auch hier eine Reihe von Kenntnissen vorhanden gewesen, lässt sich doch mit Sicherheit schliessen.

Der dritte Abschnitt ist den Griechen gewidmet. Im Anfangscapitel desselben (4, p. 97) giebt der Verfasser zunächst die Quellen an, aus denen für diesen Theil seines Werkes zu schöpfen war, und schildert den räumlichen Verlauf, den die Entwickelung der Mathematik in Griechenland genommen. Beginnend in der ionischen kleinasiatischen Küsten- und Inselwelt südlich von Smyrna wandte sie sich zu dem dorischen Süd-Italien und Sicilien, um von da erst nach dem eigentlichen Festlande, namentlich Athen zu gelangen. Von da wanderte sie nach der auf ägyptischem Boden liegenden griechischen Stadt Alexandria, wo sie ihre Heroenzeit erlebte, um endlich nach einer nochmaligen Nachblüthe wieder nach dem Festlande Griechenlands zurückzukehren, wo sie in Byzanz und Athen ihren Untergang fand. Diesen einleitenden Gedanken fügt der Verfasser die Nachrichten an, welche über die griechischen Zahlen und das griechische Rechnen vorhanden sind. Bei dieser Gelegenheit auch die Zahlen der Phönikier, Syrer und Hebräer besprechend schildert er die älteren herodianischen, sowie die späteren alphabetischen Zahlzeichen der Griechen, um dann an der Hand von freilich nur wenigen Quellen das Fingerrechnen und die Benutzung des Rechenbrettes klarzulegen.

In Capitel 5 (p. 112) wendet er sich zu Thales und der ältesten griechischen

Geometrie. Der Verfasser schliesst sich dem Mathematikerverzeichnis des Eudemus an und prüft an der Hand der Nachrichten des letzteren die Verdienste des Thales, die nach ihm wesentlich darin bestanden, dass er eine strengere Beweisführung einführte, als er sie in Aegypten und damals überhaupt in Geltung gefunden hatte. Thales gründete eine Schule, die die Wissenschaft um der Wissenschaft willen trieb. Pythagoras von Samos (Capitel 6 u. 7) tritt dann als der Bedeutendste hervor.
Der Verfasser präcisirt hier zunächst seinen Standpunkt gegenüber den vielfachen (20)
Sagen, die sich um diesen Mann und seine Schule gewoben haben. Nachdem er sodann die Quellen für diese Zeit besprochen, zeigt er, dass sich nicht auseinander halten lasse, was Pythagoras selbst und was die Mitglieder seiner Schule geleistet haben. Er fasst daher Beides zusammen. In der Geometrie umfasste die Schule in ihrem Wissen die Kenntnis der Parallellinien und der damit zusammenhängenden Winkelsätze, namentlich auch des Satzes von der Summe der Dreieckswinkel, ferner Sätze über Congruenz des Dreiecks, Flächengleichheit und Anlegung von Flächen, den pythagoräischen Lehrsatz und den goldenen Schnitt. Aber auch die Anfänge der Stereometrie waren ihnen bekannt, so z. B. die fünf regelmässigen Körper nnd die Kugel. Die Sätze waren mit Beweisen versehen, welche freilich erst im Laufe der Zeit den Charakter des Erfahrungsbeweises ablegten. Mehr noch leistete die Schule in der Arithmetik. Hierher gehören namentlich die geometrische Versinnlichung der Zahlenlehre, wie sie in den Ebenen- und Körperzahlen, in den Dreiecks - und Quadratzahlen etc. zu Tage tritt, ferner die pythagoräischen Zahlen und die Lehre vom Irrationalen, nebst vielem Anderen. Neben dieser Schule treten noch eine Reihe anderer Mathematiker auf (Capitel 8), so namentlich Anaxagoras von Klazomene, Oinopides von Chios, Demokritus aus Abdera und unter den Sophisten Hippias von Elis und Zenon von Elea. In diese Zeit gehört endlich auch der in Capitel 9 behandelte Hippokrates von Chios, welcher das erste Elementarlehrbuch der Mathematik verfasste, freilich aber weit bedeutender hervortrat durch die geometrischen Erfindungen, die sich auf die Quadratur des Kreises und die Verdoppelung des Würfels beziehen. Dabei werden auch die Versuche des Antiphon und des Bryson zur Quadratur des Kreises erörtert.

Wir eilen, Platon (Capitel 10), der sich besonders um die Methodik Verdienste erworben, und bei dessen Besprechung zugleich die Lösung der delischen Aufgabe auch durch Eutokius, Archytas und Menächmus behandelt wird, nur kurz berührend, und ebenso die in Capitel 11 erwähnten Akademiker und Aristoteles übergehend, zu Ca-
pitel 12 (p. 221), das uns nach Alexandria führt, welches nun auf $2\frac{1}{2}$ Jahrhunderte (21)
hindurch (300–50 v. Chr.) die Hauptstätte der Wissenschaft für die damalige Welt wurde. Hier ist es zuerst die bedeutende Persönlichkeit des Euklides, die uns entgegen tritt. Von seinem Leben ist uns so gut wie Nichts bekannt. Nur, dass seine Blüthezeit um 300 gewesen, steht fest. Dagegen kennen wir Manches von seinen Werken. Vor allen Dingen sind es die dreizehn Bücher der Elemente, die vom Verfasser einer eingehenden Besprechung unterworfen werden. Dem folgt die Untersuchung der Frage, welche Theile der Elemente Euklid selbständig gearbeitet, und in welchen er sich anderen bekannten Mustern angelehnt habe. Diese Untersuchung schliesst mit der Feststellung, dass die Elemente, so wie sie uns vorliegen, eine Ausgabe des Theon sind. Von den sonstigen Schriften (Capitel 13) des Euklid sind verloren die „Trugschlüsse“ und die drei Bücher der Porismen, deren Wiederherstellung und Inhalt eingehend besprochen werden. Vollständig sind auf uns gekommen die Daten, die gewissermassen Uebungsaufgaben zu den Elementen enthalten, während die Porismen selbständige Anwendungen des dort niedergelegten Materials sind. Das Buch

von der Theilung der Figuren ist wahrscheinlich identisch mit der arabischen Schrift gleichen Titels von Mohammed Bagdadinus. Weiterführungen der Porismen sind die vier Bücher „Ueber die Kegelschnitte“ und zwei Bücher über die „Oerter auf der Oberfläche.“

Gleich gewaltig in seinen Leistungen tritt uns die Persönlichkeit des Archimedes entgegen, dem die beiden nächsten Capitel (14 u. 15, p. 253–281) gewidmet sind. Das Leben des Archimedes, von Heraklides verfasst, ist verloren gegangen, so dass die Nachrichten über ihn, seine Persönlichkeit und sein Leben aus den verschiedensten Quellen zusammengestellt werden müssen. Von seinen Schriften sind uns erhalten: 1) Zwei Bücher vom Gleichgewicht, zwischen welche eine Abhandlung von der Quadratur der Parabel eingeschoben ist, 2) zwei Bücher von der Kugel und dem Cylinder, 3) die Kreismessung, 4) die Schneckenlinien oder Spiralen, 5) das Buch von den Konoiden oder Sphäroiden, 6) die Sandeszahl, 7) zwei Bücher von den schwimmenden Körpern, 8) Wahlsätze. Eine eingehende Schilderung des Inhalts dieser Schriften nach sachlichen Gesichtspunkten geordnet, folgt nun, wobei sich der Verfasser zu- (22)
gleich noch mit griechischem Zahlenrechnen im Allgemeinen beschäftigt.

Im 16. Capitel führt er uns den Eratosthenes vor, der durch seinen Brief über die Würfelverdoppelung bekannt ist, und Apollonius von Pergä, dessen Leistungen für die Lehre von den Kegelschnitten von so hervorragender Bedeutung waren, der aber auch für den rechnenden Theil der Mathematik das Werk des Archimedes förderte. Damit ist die Reihe der grossen Mathematiker zunächst ershöpft. Es folgen die Epigonen: Nikomedes, Diokles, Perseus, Zenodorus, Hypsikles, endlich Hipparch, deren Leistungen im 17. Capitel Würdigung finden.

Dann tritt etwa um 100 n. Chr. Heron von Alexandria auf, dem die Capitel 18 und 19 (p. 313–343) gewidmet sind. Bei der Schilderung der Leistungen dieses grossen Mathematikers ist der Verfasser auf so viel Einzelheiten einzugehen gezwungen, dass es nicht möglich ist, sie in dem Raum dieses Referates anders, als mit des Verfassers eigenen Worten zusammenzufassen, der von Heron (p. 342, 343) sagt: „Er ist und bleibt uns der vorzugsweise Vertreter antiker Feldmesskunst und Feldmesswissenschaft, wenn ersteres Wort uns die Lehre von den eigentlichen fedmesserischen Operationen, letzteres die von den anzuwendenden Formeln bedeuten soll. Er ist uns aber auch der Vertreter einer entwickelten Rechenkunst bis zur Ausziehung von Quadratwurzeln, der Vertreter einer eigentlichen Algebra, soweit von einer solchen ohne Anwendung symbolischer Zeichen die Rede sein kann, bis zur Auflösung unreiner quadratischer Gleichungen einschliesslich.“

Concentrirte sich bisher das Interesse der Schilderung um wirklich bedeutende und hervorragende Persönlichkeiten, so wird das jetzt anders. Capitel 20 (p. 343) behandelt die Geometrie und Trigonometrie bis zu Ptolemäus. Unter den verschiedenen Männern, welche hier auftreten, sind eigentlich nur Ptolemäus selbst und Menelaus von Alexandria, als Vorläufer von Ptolemäus durch seine drei Bücher über Sphärik, zu nennen. Die Bedeutung des Ptolemäus für die Entwickelung der Trigonometrie ist (23)
bekannt genug, um sie hier übergehen zu können.

Höchst interessant, aber in kurzen Worten nicht wohl wiederzugeben, ist der Eingang zum folgenden (21.) Capitel, in dem das Aufkommen der Neupythagoräer geschildert wird, die sich vorzugsweise mit Arithmetik beschäftigten. Dem folgt (Capitel 22) Sextus Julius Africanus mit seinen „Kesten“ und dann Pappus, welcher dem Ende des 3-ten Jahrhunderts angehört. Das Werk des Pappus, das auf uns gekommen ist, heisst: „συναγωγή“ und bestand aus acht Büchern. Der Charakter dieser

Sammlung besteht darin, dass Pappus den Inhalt von zu seiner Zeit hochgeschätzten mathematischen Schriften kurz angiebt und zu denselben erklärende, aber auch erweiternde, oftmals nur den allerlosesten Zusammenhang mit dem grade in Rede Stehenden wahrende Sätze hinzufügt. Die Bedeutung dieses Werkes des Pappus für die Geschichte der Mathematik wird in zwiefacher Beziehung gesucht: einmal in der Selbständigkeit, mit der er in diesen Zusätzen verfährt, zweitens in der Gewissenhaftigkeit, deren er sich bei der Skizzirung der bekannten Werke befleissigt. Eine eingehende Besprechung seines Werkes bildet den Haupttheil dieses Capitels.

Den Neupythagoräern folgen in Capitel 23 (p. 388) die Neuplatoniker. Von den an dieser Stelle besprochenen Männern erwähnen wir Diophantus. Sein Werk: „ἀϱιϑμητικά“ und die Abhandlung über Polygonalzahlen geben reichlichen Stoff für die eingehenden und, wir möchten sagen, plastischen Darstellungen.

So bedeutend diese beiden Männer, Pappus und Diophantus, noch selbst hervortreten, ihr Wirken blieb doch vereinzelt, und es war ihnen nicht vergönnt, wenigstens im griechischen Leben, Grund zu neuen Entwickelungen zu legen. Dass dies nicht der Fall war, zeigt das 24. Capitel (416–439) mit der Ueberschrift: „Die griechische Mathematik und ihre Entartung.“ Es führt in kurzen Zügen, nur bei Proklus noch einen Augenblick verweilend, die Mathematik vor, welche das spätere Griechen und Byzantinerthum hervorbrachte. Die Leistungen dieser letzten Zeit lehnten sich entweder ganz an ältere Schriftsteller an, nur Bekanntes reproducirend, oder sie beschäftigten
sich mit Gegenständen, die kaum noch den Namen Mathematik verdienen. Damit (24)
schliesst dieser Abschnitt.

Der vierte Abschnitt behandelt in drei Capiteln (p. 441–502) die Römer. Gegenüber dem gewaltigen Fortschritte, den die Entwickelung der mathemathischen Wissenschaft bei den Griechen von Thales von Milet bis zu Pappus und Diophantus machte, finden wir bei den Römern im Grunde genommen keinen Fortschritt. Die Mathematik der Römer wird vortrefflich durch das Wort Cicero's gekennzeichnet, der sagt, die Geometrie habe bei den Griechen in höchsten Ehren gestanden, deshalb sei nichts glänzender als ihre Mathematiker, bei den Römern aber sei das Mass jener Kunst durch den Nutzen des Rechnens und Ausmessens begrenzt. In der That, betrachtet man die Schilderung, die der Verfasser uns von den Leistungen der Römer giebt, so ist man überrascht, so gar keine originellen Gedanken und gar keine Weiterbildungen zu finden. Pythagoras und Archimedes rechnet der Verfasser nicht zu den Römern, und mit Recht. Sie gehören, auch wenn sie auf italischem Boden gelebt haben, zu den Griechen. Den Römern selbst oder Etruskern eigenthümlich ist nur das Rechnen, das als Fingerrechnen, Rechnen auf dem Rechenbrett und Rechnen mit Benutzung von Hülfstafeln auftritt, und daneben die Feldmesskunst. Jedoch auch in der Feldmesskunst der Römer ist nur in der ältesten Zeit einiges wahrscheinlich von den Etruskern Ueberkommene originell. Die Agrimensoren, die in Capitel 26 geschildert werden, lehnen sich durchweg an Heron von Alexandria an. Die Blüthezeit der römischen Geometrie beginnt mit keinem geringeren Namen, als dem Caesar's, der selber, in zwei leider verloren Werken, schriftstellerisch aufgetreten ist. Aber auch in den Leistungen dieser Zeit darf man nichts Originelles, keinen wirklichen Fortschritt suchen. Auch das dritte Capitel (das 27-te, p. 675) „Die spätere mathematische Literatur der Römer“ hat nirgends Neues und Fruchtbares zu melden. Ein grosser Theil dieses Capitels ist dem Boethius und den dahin gehörigen Streitfragen gewidmet.

Weithinweg von Italien führt uns der fünfte Abschnitt (505–562), der die Inder
in drei Capiteln behandelt. Waren die Griechen wesentlich geometrisch befähigt, so (25)

tritt bei den Indern im Gegensatz dazu die Begabung für das Rechnerische hervor. Dem entsprechend liegen denn auch ihre Leistungen hauptsächlich auf dem Gebiete des Rechnens und der Algebra. Und es tritt dieser Gegensatz zwischen Indern und Griechen überall auch in dem späteren Abschnitt, der den Arabern gewidmet ist, deutlich hervor, indem sich der Einfluss der Griechen stets auf geometrischem Gebiete, der der Inder auf dem algebraischen zeigt. Das letzte (30-te) Capitel dieses Abschnittes handelt von der Geometrie und Trigonometrie der Inder, in denen der griechische Einfluss vielfach nachgewiesen wird, wie denn ja auch ein umgekehrter Einfluss an einigen Stellen zu spüren ist. Demungeachtet zeigt die indische Trigonometrie wenigstens in einem Punkte, der Sinustabelle, einen wesentlichen Fortschritt, den aber der Verfasser einem glücklichen Zufall zuschreiben zu müssen glaubt.

Den Abschnitt VI., Chinesen, der, wenigstens nach des Referenten Meinung, mehr ein culturhistorisches, als mathemathischhistorisches Interesse bietet, übergehend, wenden wir uns sofort zum Abschnitt VII., der die Araber behandelt. In dieser Abtheilung schildert uns der Verfasser nach einleitenden historischen Bemerkungen, in denen die Gründe für die schnelle Ausbreitung und das schnelle Verschwinden arabischer Herrschaft kurz besprochen werden, die übersetzende und übertragende Thätigkeit arabischer Wissenschaft. Sie erstreckte sich einerseits auf indische, namentlich astronomische Werke, andererseits auch besonders auf griechische. Hierher gehören eine grosse Zahl der, bedeutenden und unbedeutenden, Arbeiten, welche in den früheren Abschnitten berührt wurden. Im folgenden Capitel 33 werden nun zunächst die Zahlzeichen erörtert, und dann wendet sich der Verfasser zu Muhammed ibn Mûsâ Alchwarizmî, dessen beide Hauptwerke, das Rechenbuch und die Algebra, einer eingehenden Besprechung unterzogen werden, da sie die Grundlage für die weitere Entwickelung der arabischen Mathematik geworden sind. Namentlich sucht der Verfasser hier zu scheiden, was auf indischer, was auf griechischer Grundlage ruhe, was endlich eigenthümlich arabisch sei. Er kommt dabei zu dem mit der obigen (26)
Bemerkung übereinstimmenden Resultat, dass indisch die Rechenkunst, griechisch aber die eigentlich wissenschaftliche Mathematik sei. Bei dieser Gelegenheit wird dann auch auf die Entstehung der Worte Algorithmus (aus Alchwarizmî) und Algebra eingegangen. Dem folgt im nächsten Capitel die Schilderung zweier Gruppen von arabischen Mathematikern. Zu der ersten gehören die unter den Abbasiden in Bagdad wirkenden sogenannten Drei Brüder, dann Tâbit ibn Kurra und Albategnius, der eine hervorragende Rolle für die Einführung trigonometrischer Functionen im Abendlande spielte. Charakteristisch tritt bei ihm der Umstand auf, dass die trigonometrischen Lehrsätze das Gepräge ihrer geometrischen Entstehungsweise verloren und dafür den Charakter algebraischer Formeln angenommen haben. Die zweite Gruppe sind die Geometer unter den Bujiden; unter ihnen hervorragend an Bedeutung Abû'l Wafâ, dessen geometrische und trigonometrische Leistungen eine gründliche Erörterung erfahren. Ihm folgen Alkûhî und As-Sâgânî. Ganz anderer Art sind die Leistungen einer Reihe von arabischen Gelehrten, die im 35-ten Capitel besprochen werden. Ein anonymes Buch über die Bildung rationaler rechtwinkliger Dreiecke ist rein zahlentheoretischen Inhaltes. Mit demselben Gegenstande beschäftigen sich Abû Muhammed Alchoschandî und Abû Dscha'far Muhammed ibn Alhusain. Hierher gehören auch Avicenna und Al Bîrûnî. Letzterer war auch auf geometrischem Gebiete thätig; wenigstens stellte er eine Reihe von Aufgaben auf, welche mit Hülfe von Kegelschnitten zu lösen waren. Mit diesen Aufgaben beschäftigte sich dann Abû'l Dschûd, der eine besonders grosse Gewandtheit in der Umsetzung einer geometrischen Aufgabe

in eine Gleichung besass. Dann folgt die Besprechung von Al Nasawî und besonders Alkarchi, dessen beide Schriften: Al Kâfi fîl hisâb und Al-Fachrî, genannt nach dem Beinamen des Wezir Abû Gâlib, dem dieses Werk gewidmet war, eingehend erörtert werden. Neben dem genannten Abû'l Dschûd haben sich noch andere Männer mit der Lösung cubischer Gleichungen beschäftigt, so nicht ohne Glück Al Mâhânî und Abû Dscha'far Alchâzin, wie aus dem Berichte des 'Omar Alchaijâmî hervorgeht.
Letzterer hat sich hohen Ruhm unter seinen Zeitgenossen erworben, und mit Recht. (27)
Hat er sich doch bewusst mit der Lösung von cubischen Gleichungen beschäftigt, die er zwar nicht durch Rechnung, diese hielt er für unmöglich, aber doch durch geometrische Construction mit Hülfe von Kegelschnitten zu finden suchte. Auch scheint er die Binomialentwickelung für ganzzahlige Exponenten gekannt zu haben. Damit aber ist der Höhepunkt der arabischen Mathematik und ziemlich auch ihr Ende erreicht. Das nächste Capitel schildert ihren Niedergang. Nur wenige Namen, und diese aus späterer Zeit, treten uns noch entgegen, so: Nasîr Eddîn († 1274) und Behâ Eddîn (1547–1622). Der zweite Theil dieses Capitels macht uns mit einigen ägyptischen Mathematikern, z. B. Ibn Alhaitam, bekannt.

Das letzte Capitel (37, p. 680) endlich führt uns zu den Westarabern. Von Schriften derselben bis zum elften Jahrhundert ist Nichts bekannt geworden. Der erste Schriftsteller, der erwähnenswerth ist, ist Abû Muhammed Dschâbir ibn Aflah, gewöhnlich Geber genannt. Sein Hauptwerk ist eine Astronomie in 9 Büchern. In dem ersten derselben findet sich eine vollständige Trigonometrie, in welcher er abweichend von allen sonstigen arabischen Schriftstellern eine ganz selbständige Bearbeitung derselben giebt. Dann folgt die Besprechung zweier von Johannes von Sevilla übersetzten Werke, eines Lehrbuchs der Rechenkunst und der Algebra, und endlich noch einer Reihe anderer Werke, deren Inhalt fast derselbe Stoff wie der des eben genannten ist.

Der letzte, achte Abschnitt (703) ist betitelt: „Die Klostergelehrsamkeit des Mittelalters.“ Das erste Capitel desselben (Capitel 38) macht uns mit dem Inhalt der „Origines“ des Isidorus Hispalensis (571–636) bekannt. Es folgt Beda's Werk: „De temporum ratione“ und sodann Alcuin, dessen Bedeutsamkeit für die Geschichte der Mathematik nach zwei Seiten liegt, in seinem Verdienste um den Unterricht und in seiner schriftstellerischen Thätigkeit. Zu letzterer gehört eine Sammlung von Aufgaben, von denen freilich nicht mit voller Sicherheit feststeht, dass sie auf Alcuin selbst zurückzuführen ist. Im Weiteren verbreitet sich der Verfasser über die Art, in der sich die Kenntnisse innerhalb der Klöster fortgepflanzt haben, um sich im Capitel 39
(p. 728) zu Gerbert zu wenden, mit dessen Geometrie er sich eingehend beschäftigt, (28)
dabei nochmals auf die Geometrie des Boethius zurückkommend. Capitel 40 endlich ist den Abacisten und Algorithmikern gewidmet und beschäftigt sich zunächst mit einem Schüler Gerbert's, Bernelinus, ferner mit der Abhandlung des Hermannus Contractus über den Abacus, dann mit Rudolph von Laon und anderen Abacisten. Hieran schliessen sich p. 774 die Algorithmiker. Unter diesem Namen versteht der Verfasser die Schriftsteller, welche ihre unmittelbare Abhängigkeit von arabischen Vorbildern durch das Vorkommen des Wortes „Algorithmus“, durch Anwendung des Stellenwerthes der Ziffern mit Einschluss der Null, und durch Nichtanwendung des Abacus bekunden. Und so ist denn der Zeitpunkt erreicht, den sich der Verfasser für diesen Band als Grenze gesetzt hatte, ihn nur an einzelnen Stellen überschreitend, nämlich das Jahr 1200, welches einen wichtigen Abschnitt für die Geschichte der europäischen Mathematik bildet. *O.*

[Dr. *Ohrtmann* in Berlin.]