Heidelberger Texte zur Mathematikgeschichte

Autor: **Günther, Siegmund** (1848–1923)

Titel: **War die Zykloide bereits im XVI. Jahrhundert bekannt?**

Quelle: Bibliotheca mathematica.
Neue Folge, Band 1 (1887),
Seite 8 – 14.
Signatur UB Heidelberg: L 15-7::NF: 1-3.1887-89

Die Cykloide ist erst durch Galilei, Roberval und Pascal eingehender untersucht worden; aber nach einer Angabe von Wallis soll diese Curve schon früher bekannt gewesen sein. Herr Günther hat dieser Frage eine nähere Untersuchung gewidmet und ist dabei zu dem Resultate gelangt, dass Bouvelles (1501) wirklich die Cykloide construirt hat; dagegen ist es nicht wahrscheinlich, dass Nicolaus von Cusa von dieser Curve Kenntnis gehabt hat.

(Rezension von Gustaf Eneström (1852–1923) im *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*, Band 19, 1887)

War die Zykloide bereits im XVI. Jahrhundert bekannt?

Von S. GÜNTHER in München.

Die Frage, welcher unsere Titelworte Ausdruck verleihen, ist zuerst durch den Engländer WALLIS angeregt worden, welcher ihr eine eigene Abhandlung [1] widmete. Während man allseitig die Ansicht hege, so äussert er sich dort, dass zuerst GALILEI und PASCAL auf die fragliche Kurve aufmerksam geworden seien*, glaube er die Kenntnis derselben bereits bei NICOLAUS CUSANUS und bei CHARLES DE BOUVELLES nachweisen zu können. Die Sache ist jedenfalls interessant genug, um einmal von neuem in Erwägung gezogen zu werden, nachdem zwei Jahrhunderte lang die WALLIS'schen Angaben keiner andern als höchstens einer beiläufigen Erwähnung gewürdigt worden sind.**

Sehr entschieden weist CHASLES [5] die Behauptung von WALLIS zurück, soweit sich dieselbe auf den CUSANER bezieht, und wenn als Beweismittel allein die Druckschriften des letztern herangezogen werden, so ist auch CHASLES unbedingt im Rechte. Allein er übersieht, dass WALLIS ausdrücklich von

* An die Jugendgeschichte der Radlinie knüpfen sich, genauer betrachtet, die Namen fast aller hervorragender Geometer des XVII. Jahrhunderts, doch behauptet PASCALS *Histoire de la roulette* den entschiedenen Vorrang. POPPE bemerkt hierüber [2]: »MERSENNE soll zuerst 1615 bei Betrachtung des Nagels an einem Wagenrade die Wahrnehmung gemacht haben, dass dieser Punkt eine teils progressive teils drehende Bewegung habe, somit also keine reine Kreislinie beschreibe. Über die Natur dieser Kurve kam er nicht ins klare, wohl aber sein Freund ROBERVAL, den er 1634 ins Vertrauen zog. 1599 war auch GALILEI auf die Kurve aufmerksam geworden, wie er 1639 seinem Schüler TORRICELLI mitteilte. Es wird auch erwähnt, dass bereits bei CUSANUS und BOUVELLES etwas ähnliches vorkomme, doch hätten dieselben wahrscheinlich nicht bemerkt, dass man es mit einer besondern Linie zu thun habe.«

** Man hat bisher auf das Wiedererstehen der eigentlichen Kurvenlehre, dieses höchsten Zweiges der griechischen Geometrie, nicht besonders geachtet, und doch erscheint gerade diese Übergangsperiode wichtig genug, wenn man bedenkt, dass das Mittelalter kaum eine andere Linie kannte als den Kreis. CAMPANO wusste ebenso wie JORDANUS NEMORARIUS dass die Konchoide auf zirkularer Basis zur Trisektion des Winkels diene [3], und in einer alten Regensburger Handschrift ist die archimedische Spirale abgebildet [4], allein die Kegelschnitte wurden erst durch WERNERS *Libellus super viginti duobus elementis conicis* wieder wissenschaftliches Gemeingut, und auf das Gebiet der höheren Kurven wagte sich zuerst ALBRECHT DÜRER als selbstständiger Erfinder.

einem Manuskripte spricht, von welchem er Einsicht habe nehmen können; darin trete der richtige Gedanke ganz unverhüllt zu tage, und nur dem Herausgeber (OMNISANCTUS), der auch erst zu der Basler Ausgabe der Gesamtwerke CUSAS die Figuren hinzugefügt habe, sei es zur Last zu legen, dass er »omnino contra mentem CUSANI» den Zykloidalbogen durch einen Kreisbogen ersetzte. Alles in allem glaubt sich der britische Mathematiker zu der These berechtigt: »Atque hinc satis liquet, cycloidem, quam nunc dicimus, jam ante aliquot secula fuisse consideratam, sed hoc tantum seculo penitius perspectam». Wir müssen nun freilich, da uns WALLIS' Handschriftenkenntnis abgeht, erklären, dass wir bei CUSA keine derartige Andeutung, ja nicht einmal eine hieher gehörige Stelle aufzufinden vermochten, welche missverständlicher Auffassung des Bearbeiters hätte zum Opfer fallen können. Wohl ist es richtig, dass der Kardinal das Fortwälzen eines Kreises auf horizontaler Bahn mehrfach bespricht; so sagt er z. B. einmal im »Complementum theologicum figuratum in complementis mathematicis» folgendes: »Est etiam non praetereundum: quomodo si circumvolvitur circulus super lineam rectam, non tangit eam nisi in puncto: circumferentia enim aequaliter distat a centro. contingens autem recta non contingit circularem nisi in puncto». Allein von der Bahn eines willkürlichen Punktes der rollenden Kreislinie ist hier augenscheinlich gar keine Rede. Und ebensowenig bei der eigentlichen Kreisquadratur. [5] Zwar rektifiziert CUSA zuerst den Kreis und trägt vom Berührungspunkte einer gradlinigen Tangente aus auf dieser letztern die Länge des Kreisumfangs ab; es ist ihm demgemäss klar, dass der völlig abgerollte Kreis mit dem früheren Berührungspunkte bis zu dem Endpunkte der abgetragenen Strecke $2r\pi$ gelangen würde. Doch nur eben der Tangentialpunkt findet Beachtung, und CUSA nimmt nicht die mindeste Notiz von der Bahn eines andern Peripheriepunktes.

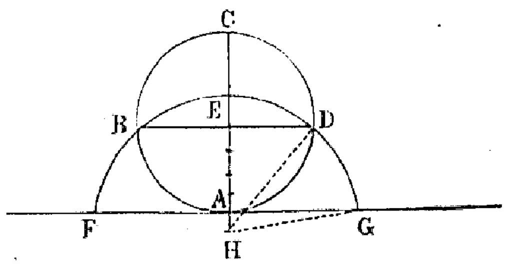
Ungleich begründeter ist dagegen, was WALLIS von BOUVELLES aussagt. Das Werk dieses Gelehrten erschien zuerst 1501 in lateinischer Sprache [6], alsdann wurde es ins französische übertragen [7], und in dieser neuen Form erlebte es noch eine ganze Reihe von Auflagen (1547, 1551, 1557, 1608). CHASLES, der die Verdienste seines Landsmannes um die Förderung der Lehre von den Sternvielecken anerkennend hervorhebt [8], ist der Ansicht, dass BOUVELLES' Kreisquadratur einfach von CUSA entlehnt sei. Dem ist nicht so, denn wenn auch der erstere von seinem deutschen Vorläufer wusste — er nennt ihn unter den Kreisquadrierern neben EUKLIDES, ARCHIMEDES, ARISTOTE-

LES und THOMAS VON BRADWARDIN —, so geht er doch in der Sache selbst über ihn hinaus. Während nämlich CUSA ausschliesslich auf den Berührungspunkt sein Augenmerk gerichtet hatte, untersucht BOUVELLES auch die Bewegung anderer Punkte des Kreisumfanges, und dass er bei dieser Gelegenheit der Entdeckung der Zykloide allerdings sehr nahe kam, dürfte aus seinen eigenen Worten erhellen.

BOUVELLES fährt,[8] nachdem er uns seinen früheren sehr skeptischen Standpunkt gegenüber dem Probleme der Kreisquadratur geschildert hat, in folgender Weise fort: »Car nous estant une fois sur le petit pont de Paris, en regardant les roes dung chariot tournans sur le plat pavé: me surveint visible et facile occasion de venir à fin de mon intention. Il est notoire que quant une roe à fait ung tour entier, est esgalle à la circunference de ladicte roe. Parquoy ne restait plus, que de trouver les certaines incidences des poinctz du quadrant de la roe, et de la moytié, et de la roe entiere sur le pavé: affin que par ce moyen lon peust trouver une ligne droicte esgalle aux partyes de la circunference, et aussi à toute la circunference.»

Es seien AC der vertikale, BD der horizontale Durchmesser eines Kreises vom Mittelpunkt E und vom Radius r, und im tiefsten Punkte A der Peripherie sei an diese eine (horizontale) Berührungslinie gezogen (Fig. 1). Rollt der Kreis

Fig. 1.



gegen die rechte Seite, so trifft der Punkt D die Tangente in G, rollt er gegen links, so kommt der Punkt B mit der Horizontalen in F zusammen, es ist also

$$AG = AF = \text{arc } AD = \text{arc } AB = \frac{1}{2} r\pi,$$

und es kommt alles darauf an, die Lage der Punkte G und F richtig zu bestimmen. BOUVELLES versucht diese Bestimmung, allein leider ist es an sich nicht möglich, den Gedankengang sich klar zu vergegenwärtigen, welcher ihn bei der Lösung dieser vorbereitenden Aufgabe geleitet hat. Dass die von D beschriebene Kurve ein Kreis sein müsse, stand für ihn ohne weitere Überlegung fest, und es kann sich nur noch darum handeln, dessen Halbmesser zu ermitteln, denn dass das Centrum irgendwo auf AC liegen müsse, ist einleuchtend, weil ja die Rollkurve die beiden Punkte B und D in sich aufnehmen muss. Bouvelles verlängert den Radius EA über A hinaus und trägt auf der Verlängerung $EH = \frac{r}{4}$ ab, zieht HB und HD und beschreibt um H als Mittelpunkt mit HB als Halbmesser den bewussten Kreis, welcher der Horizontallinie in den beiden gesuchten Punkten F und G begegnet. Warum diese und keine andere Art der Konstruktion gewählt ward, geht, wie schon bemerkt, aus dem Texte nicht klar hervor, doch wird einiges Licht auf die Beweggründe fallen, wenn wir die rechnerische Kontrolle folgen lassen. Es ist

$$HD = HG = \sqrt{\overline{HE}^2 + \overline{DE}^2} = \sqrt{\frac{25}{16}r^2 + r^2} = \sqrt{\frac{41}{16}r^2};$$

geht man dann zu dem rechtwinkligen Dreiecke AHG über, so hat man weiterhin

$$AG = \sqrt{\overline{HG}^2 - \overline{HA}^2} = \sqrt{\frac{41}{16}r^2 - \frac{1}{16}r^2} = \sqrt{\frac{40}{16}r^2} = \frac{r}{2}\sqrt{10}.$$

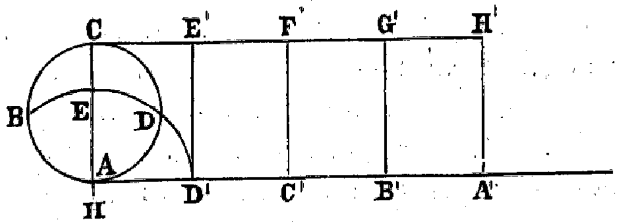
Es ist aber auch, wie wir oben sahen,

$$AG = \frac{1}{2}r\pi = \frac{r}{2}\sqrt{10}; \quad \pi = \sqrt{10}.$$

Und damit sind wir denn auf einen Näherungswert für die Zahl π geraten, welcher sich durch sein ehrwürdiger Alter vor den meisten übrigen auszeichnet, welche man kennt. Cantor weist das Vorkommen dieser Zahl bei Heron Alexandrinus [9] und bei den Indern [10] nach, und Hankel [11] gab sich viele Mühe, die Ursprungsgeschichte jener aufzuklären. Bouvelles hatte zweifelsohne auch von diesem Näherungswerte Kenntnis; es war ihm erwünscht, die kinematische Methode der Kreisrektifikation, welche er sich ausgedacht hatte, mit der Tradition zur Übereinstimmung zu bringen, und um dies zu erreichen, scheute er von einer Erschleichung nicht zurück, denn anders wird man die unbewiesene und selbst durch die Verwechslung des Zykloidalbogens mit einem Kreisbogen nicht zu rechtfertigende Annahme, dass (s. o.) $HG = \frac{5}{4}r$ sein müsse, kaum bezeichnen können.

Das weitere erledigt sich bei BOUVELLES nun begreiflicherweise sehr einfach [12]: »Lentiere revolution dung cercle, sur une ligne droicte esgalle à toute sa circunference: fait ung quadrangle longue et quadruple audict cercle, et contenant quatre fois autant que luy.» In Fig. 2 verhält sich alles wie in 1; Punkt

Fig. 2.



D gelangt beim Wälzen des Kreises nach D' *, Punkt C nach C', Punkt B nach B' und endlich Punkt A nach A'; es wird also

$$AD' = \frac{1}{2} r\pi, \; AC' = r\pi, \; AB' = \frac{3}{2} r\pi, \; AA' = 2r\pi,$$

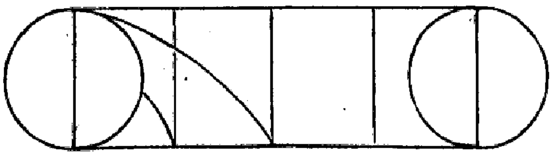
und das aus den vier kongruenten Rechtecken $ACE'D'$, $D'E'F'C'$, $C'F'G'B'$, $B'G'H'A'$ bestehende rechtwinklige Viereck $ACH'A'$ ist gleich $2r^2\pi$; nimmt man somit zwischen AC und $AC' = \frac{1}{2} AA'$ die mittlere geometrische Proportionale, so ist das über derselben errichtete Quadrat dem Kreise um E an Flächeninhalt gleich.

BOUVELLES' Kreisquadratur ist vollständig übergegangen in ein gelehrtes Sammelwerk, welches zu Anfang des XVI. Jahrhunderts alles Wissen der Zeit enzyklopädisch zusammenzufassen sich bestrebte: in die *Margaritha Philosophica* des Karthäusermönches GREGORIUS REYSCH. Es muss auffallen, dass in diesem Buche, das 1503 erschien, bereits Ideen reproduziert werden, welche erst 1501, also nur zwei Jahre vorher, an die Öffentlichkeit gelangt waren, auch wird nach schlimmer Zeitsitte keine Quelle namhaft gemacht, und zudem verrät auch die Darstellung des REYSCH eine gewisse Selbständigkeit, ** allein trotz-

* Die beigesetzten Indizes fehlen natürlich im Texte, der ungescheut einunddenselben Buchstaben mehr denn einmal verwendet.

** REYSCH besitzt anscheinend bereits eine ganz klare Vorstellung von jener Methode der Quadratur krummlinig begrenzter Flächen, welche nachmals GREGORIUS A S. VINCENTIO so geistvoll zu handhaben wusste. Auch dem kann kein Zweifel obwalten, dass nur eine Reproduktion vorliegt. Unsere Fig. 3 ist aus der »Margaritha« entnommen;

Fig. 3.



sie stimmt im wesentlichen mit derjenigen des BOUVELLES (unsere Fig. 2) überein, allein sie geht in dem einen Punkte über jene hinaus, dass in ihr die Bahnen der beiden Punkte D und C (Fig. 2) vollständig ausgezogen sind. Wer im Originale von REYSCH diese Kurvenzüge betrachtet, wird sich der Überzeugung nicht entschlagen können, dass der Zeichner, mochte er auch theoretisch noch in dem Irrtume der BOUVELLES'schen Voraussetzung befangen sein, die Kreisfigur wenigstens als etwas ganz nebensächliches behandelte.

Dies alles berücksichtigend, bringen wir unsere Studie zum folgenden Abschlusse:

WALLIS' Angaben über CUSA sind kaum haltbar, diejenigen über BOUVELLES dagegen sind begründet. Dieser französische Mathematiker hat die erste genetische Konstruktion der Zykloide gegeben, wenn er auch deren Natur durchaus misskannte und seiner vorgefassten Meinung über den Wert von π zuliebe notwendig misskennen musste. REYSCH endlich eignet sich zwar den konstruktiven Teil von BOUVELLES' Darlegung an, vermeidet aber in seinen eigenen Figuren möglichst, die Rollkurve als wirklichen Kreis zu zeichnen. Durch alle diese unvollkommenen Vorarbeiten kann das Verdienst eines GALILEI, PASCAL und ROBERVAL nicht im allermindesten geschmälert werden, selbst wenn man diesen Männern einige Kenntnis jener älteren Versuche zuschreiben wollte.

[1] WALLIS, *An extract of a Letter, of May 4. 1697, concerning the Cycloeid known to Cardinal Cusanus, about the Year 1450; and to Carolus Bovillus about the Year 1500,* Philosophical Transactions 1697. P. 561 ff.

[2] POPPE, *Ausführliche Geschichte der Anwendung aller krummen Linien in mechanischen Künsten und in der Architektur,* Nürnberg 1802. S. 120 ff.

---

in dem an die Kreisberechnung sich anschliessenden *Liber cubacionis sphere* wird mit Hilfe der Bewegung das archimedische Resultat herzuleiten gesucht. Doch ist auch hier BOUVELLES das Vorbild.

[3] CHASLES, *Geschichte der Geometrie, hauptsächlich mit Bezug auf die neueren Methoden, deutsch von* SOHNCKE, Halle 1839. S. 597.

[4] GÜNTHER, *Geschichte des mathematischen Unterrichts im deutschen Mittelalter bis zum Jahre 1525,* Berlin 1887. S. 128.

[5] D. NICOLAI DE CUSA Cardinalis, utriusque Juris Doctoris, in omnique Philosophia incomparabilis viri Opera, Basileae 1565. P. 1024 ff.

[6] BOVILLUS, *Geometriae introductionis libri sex, breviusculis annotationibus explanati, quibus annectuntur libelli de circuli quadratura, et de cubicatione sphaerae, et introductio in perspectivam,* Parisiis 1501.

[7] BOUVELLES, *Livre singulier et utile, touchant l'art et pratique de Geometrie, Composé nouvellement en Francoys,* Paris 1542. Fol. 32, b.

[8] CHASLES, a. a. O., S. 551.

[9] CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik,* 1. Band, Leipzig 1880. S. 551.

[10] Ibid. S. 615.

[11] HANKEL, *Zur Geschichte der Mathematik im Alterthum und Mittelalter,* Leipzig 1874. S. 216 ff.

[12] BOUVELLES, a. a. O., fol. 34, a.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT | JOURNAL

FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1887.

NEUE FOLGE 1. NOUVELLE SÉRIE 1.

STOCKHOLM
G. ENESTRÖM,
Kommendörsgatan 21.

BERLIN
MAYER & MÜLLER.
38/39 FRANZÖSISCHE STRASSE.

PARIS
A. HERMANN.
8 RUE DE LA SORBONNE.

CENTRAL-TRYCKERIET, STOCKHOLM, 1887.