

INAUGURAL-DISSERTATION

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Naturwissenschaftlich-Mathematischen
Gesamtfakultät

der

Ruprecht-Karls-Universität

Heidelberg

vorgelegt von

Dipl.-Phys. Sebastian Kempf

aus Heppenheim

Tag der mündlichen Prüfung: 25.07.2012

Entwicklung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers
auf der Grundlage nicht-hysteretischer rf-SQUIDs
zur Auslesung metallischer magnetischer
Kalorimeter

Gutachter: Prof. Dr. Christian Enss
Prof. Dr. Heinz Horner

In der vorliegenden Arbeit wird die Entwicklung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers zur Auslesung metallischer magnetischer Kalorimeter beschrieben. Ein Mikrowellen-SQUID-Multiplexer besteht aus nicht-hysteretischen rf-SQUIDs, die induktiv an supraleitende Resonanzkreise mit eindeutiger Resonanzfrequenz gekoppelt sind. Eine durch ein Detektorsignal verursachte Änderung des magnetischen Flusses in einem der SQUIDs führt zu einer Änderung der effektiven Induktivität des zugehörigen Resonators. Die damit verbundene Änderung der Resonanzfrequenz kann durch eine Messung der Phase oder der Amplitude des Resonators ausgelesen werden. Durch kapazitive Kopplung aller Resonatoren an eine gemeinsame Durchgangsleitung wird eine simultane Anregung und Auslesung aller Resonatoren ermöglicht.

Der entwickelte Multiplexer wurde mit Hilfe von Simulationsrechnungen sowie experimentell bestimmten Größen entworfen. Hierzu wurden die erreichbaren Güten sowie relevante Parameter zur Vorhersage der Resonanzfrequenz der Resonatoren durch temperatur- und leistungsabhängige Messungen an koplanaren $\lambda/4$ -Resonatoren aus Niob bestimmt. Ferner wurde ein Herstellungsprozess für Josephson-Kontakte entwickelt. Die hohe Qualität der hergestellten Tunnelkontakte konnte durch Messungen von Strom-Spannungs-Kennlinien gezeigt werden. Der Vergleich der gemessenen Eigenschaften des hergestellten Multiplexers mit den Designwerten hat ergeben, dass zukünftig Energiesensitivitäten von $\epsilon_c < 100$ h erreichbar sind und somit die Anforderungen für die Auslesung hochauflösender Detektoren erfüllt werden können.

Development of a microwave SQUID multiplexer based on non-hysteretic rf-SQUIDs for the readout of metallic magnetic calorimeters

This thesis describes the development of a microwave SQUID multiplexer for the readout of metallic magnetic calorimeters. A microwave SQUID multiplexer consists of non-hysteretic rf-SQUIDs that are inductively coupled to superconducting microwave resonators with unique resonance frequencies. A change of magnetic flux inside a SQUID due to a detector signal leads to a change of the effective inductance and thus to a change of the resonance frequency of the corresponding resonator. By capacitively coupling different resonators to a common transmission line, injecting a microwave frequency comb and monitoring either amplitude or phase of each resonator, it is therefore possible to measure all detector signals simultaneously.

The design of the multiplexer is based on the results of numerical calculations and measurements. In this context the achievable quality factors and the parameters necessary for predicting the resonance frequencies of the resonators were determined by means of temperature and power dependent measurements on coplanar $\lambda/4$ transmission line resonators made of Niobium. A process for the fabrication of Josephson junctions was established. The high quality of the junctions was demonstrated by measurements of the current-voltage-characteristics. A comparison between the performance of the fabricated multiplexer and the design values showed that in future energy sensitivities below 100 h can be achieved so that the requirements for a readout of high-resolution detectors will be fulfilled.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Metallische magnetische Kalorimeter	5
2.1	Detektionsprinzip metallischer magnetischer Kalorimeter	5
2.2	Das Sensormaterial Au:Er	6
2.3	SQUID-basierte Auslesung magnetischer Kalorimeter	8
2.4	Detektorgeometrien	10
2.5	Signalgröße und Flusskopplung	11
2.5.1	Flusskopplung	13
2.6	Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters	13
2.6.1	Optimales Filtern und Energieauflösung	13
2.6.2	Modell eines magnetischen Kalorimeters als kanonisches Ensemble mit diskreten Subsystemen	14
2.6.3	Magnetisches Johnson-Rauschen	17
2.6.4	Rauschen des SQUID-Magnetometers	18
2.6.5	Niederfrequentes Zusatzrauschen	18
2.6.6	Flussrauschen im SQUID und Energieauflösung	19
2.7	Optimierung magnetischer Kalorimeter	21
2.8	Stand der Entwicklung	24
3	Auslesung von Detektorarrays	27
3.1	Multiplexverfahren, Abtasttheorem und Kanalkapazität	27
3.1.1	Abtasttheorem	28
3.1.2	Kanalkapazität	29
3.2	Raummultiplexverfahren	30
3.3	Zeitmultiplexverfahren	31

3.4	Frequenzmultiplexverfahren	35
3.5	Codemultiplexverfahren	38
4	Supraleitende Mikrowellenresonatoren	41
4.1	Hochfrequenzeigenschaften von Supraleitern	41
4.1.1	Bardeen-Cooper-Schrieffer-Theorie	41
4.1.2	London-Supraleiter und Pippard-Supraleiter	42
4.1.3	Komplexe Leitfähigkeit und Mattis-Bardeen-Theorie	43
4.1.4	Oberflächenimpedanz von Supraleitern	45
4.2	Tunnelsysteme in amorphen Festkörpern	47
4.3	Supraleitende, koplanare Wellenleiter	49
4.4	Kapazitiv gekoppelte $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren mit induktivem Abschluss	51
4.5	Aufbau zur Auslesung supraleitender Resonatoren	56
4.5.1	Besonderheiten bei der Verwendung eines I/Q-Mischers	59
4.5.2	Rauschtemperatur des Messaufbaus	61
4.6	Charakterisierung von $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren aus Niob	63
4.6.1	Herstellung der Resonatoren und experimenteller Aufbau	63
4.6.2	Durchgeführte Messungen und Parameterbestimmung	66
4.6.3	Identifizierung der Resonatoren und Analyse der Kopplungsgüte . .	67
4.6.4	Temperaturabhängigkeit der Resonanzfrequenz	69
4.6.5	Temperaturabhängigkeit der belasteten Güte	73
4.6.6	Amplitudenrauschen und Phasenrauschen	76
5	Josephson-Tunnelkontakte	81
5.1	Physikalische Grundlagen von Josephson-Kontakten	81
5.1.1	Josephson-Gleichungen	81
5.1.2	Josephson-Effekte	82
5.1.3	Josephson-Induktivität	83
5.1.4	Weitere Stromkomponenten und Grundgleichung eines Josephson-Kontakts	83
5.2	RCSJ-Modell und RCSJN-Modell	85

5.3	Herstellung der Josephson-Kontakte	88
5.4	Aufbau zur Charakterisierung der Josephson-Kontakte	92
5.5	Qualitätskriterien für Josephson-Kontakte	93
5.6	Charakterisierung der hergestellten Josephson-Kontakte	96
5.6.1	Diskussion der experimentell bestimmten Eigenschaften eines zufällig ausgewählten Josephson-Kontakts der Charge JJ01	97
5.6.2	Diskussion der Verteilung der Gap-Spannungen sowie der Normal-Widerstände der Josephson-Kontakte der Charge JJ01	98
5.6.3	Diskussion der Subgap-Widerstände der Charge JJ01	102
5.6.4	Diskussion der Verteilung der kritischen Ströme der Charge JJ01	104
5.7	Temperaturabhängige Messungen an einem Josephson-Kontakt	109
6	Mikrowellen-SQUID-Multiplexer	113
6.1	Nicht-hysteretische, ungeschuntete rf-SQUIDs	113
6.2	Grundlagen des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers	117
6.2.1	Funktionsweise des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers	117
6.2.2	Auswirkung der Bandbreite der Resonatoren auf die Kennlinien der SQUIDs	119
6.2.3	Eingangskreise der SQUIDs	120
6.2.4	Energiesensitivität nicht-hysteretischer rf-SQUIDs	122
6.2.5	Beiträge zum Flussrauschen der SQUIDs	124
6.3	Multiplexer-Design SQMUX01	126
6.3.1	Washer-SQUID mit Einkoppelpule	127
6.3.2	Kopplung der SQUIDs an die Resonatoren	130
6.3.3	Zusammenfassung der Parameter des Designs SQMUX01	132
6.4	Charakterisierung des Multiplexer-Designs SQMUX01	133
6.4.1	Herstellung des Multiplexers	133
6.4.2	Experimenteller Aufbau	135
6.4.3	Bestimmung der Eigenschaften der Josephson-Kontakte	135
6.4.4	Bestimmung der Eigenschaften der Resonatoren	141
6.4.5	Funktionstests der SQUIDs	143

6.4.6	Eingangssensitivität der SQUIDs	144
6.4.7	Maximalwert der Frequenzverschiebung der SQUIDs	146
6.4.8	Flussrauschen der SQUIDs	149
6.4.9	Zusammenfassung und Einordnung der Ergebnisse	154
7	Analoge und digitale Auslesungsverfahren	155
7.1	Vollständig analoge Auslesung des Multiplexers	155
7.2	Software Defined Radio	157
8	Zusammenfassung und Ausblick	161
	Literaturverzeichnis	165
	Danksagung	183

1. Einleitung

Spektroskopische Messungen tragen seit jeher zum Verständnis der Natur bei. Sie geben wesentliche Anreize bei der Entwicklung neuer Theorien und führen nicht selten zu unerwarteten Entdeckungen. So konnten beispielsweise mit der von Gustav Robert Kirchhoff und Robert Wilhelm Bunsen entwickelten Spektralanalyse nicht nur die Grundlagen der modernen Astronomie gelegt, sondern auch neue chemische Elemente, wie etwa Helium, Caesium und Rubidium, entdeckt und entscheidende Impulse für die Entwicklung der Quantenmechanik gegeben werden.

Zur Durchführung spektroskopischer Messungen wurden in der Vergangenheit eine Vielzahl verschiedener Detektoren entwickelt, mit denen die Energie bzw. die Wellenlänge elektromagnetischer Strahlung gemessen werden kann. Diese unterscheiden sich hinsichtlich des abgedeckten Spektralbereichs und des Auflösungsvermögens. Die Liste der entwickelten Detektoren umfasst pyroelektrische und bolometrische Sensoren für Terahertz- und Infrarotstrahlung, Prismen- und Gitterspektrometer zur Bestimmung der Wellenlänge von sichtbarem Licht sowie Kristallspektrometer und Halbleiter-Ionisationsdetektoren zur Messung der Energie von Röntgen- und Gammastrahlung. Diese Liste könnte nahezu endlos fortgesetzt werden. Insbesondere die Erschließung des Röntgenbereichs hat die Überprüfung fundamentaler physikalischer Theorien, wie etwa die Quantenelektrodynamik, ermöglicht und zudem die Röntgenastronomie begründet, durch die viele neue Erkenntnisse über die Entstehung und den Aufbau des Universums gewonnen werden konnten.

Standardmäßig werden heutzutage Halbleiter-Ionisationsdetektoren aus hochreinem Silizium und Germanium sowie Kristallspektrometer zur Detektion von Röntgenstrahlung verwendet. Kristallspektrometer heben sich hierbei durch ein besonders hohes Auflösungsvermögen hervor. Allerdings ist die Quanteneffizienz dieser Detektoren vergleichsweise gering. Da zudem der bei einer Messung zugängliche Spektralbereich eng begrenzt ist, sind zur Aufnahme eines breiten Spektrums, insbesondere bei kleinen Intensitäten der Strahlungsquelle, sehr zeitaufwändige Messungen erforderlich. Im Gegensatz hierzu zeichnen sich Halbleiter-Ionisationsdetektoren durch eine hohe spektrale Bandbreite sowie eine deutlich höhere Quanteneffizienz aus. Die minimal erreichbare Energieauflösung dieser Detektoren ist jedoch fundamental auf Werte $\Delta E_{\text{FWHM}} > 100 \text{ eV}$ begrenzt. Obwohl diese Auflösung für viele Anwendungen ausreichend ist, wird häufig ein höheres Auflösungsvermögen benötigt, um beispielsweise die Feinstruktur einer Röntgenfluoreszenzlinie sichtbar zu machen oder die Energie einer Spektrallinie im Röntgenbereich mit hoher Genauigkeit festlegen zu können.

Mit der Entwicklung von Tieftemperatur-Teilchendetektoren [Ens05b] konnte diese offensichtliche Lücke erstmals geschlossen und ein hohes Auflösungsvermögen mit einer hohen spektralen Bandbreite des Detektors vereint werden. Physikalisch basieren diese auch als Mikrokalorimeter bezeichneten Detektoren auf dem kalorimetrischen Messprinzip. Dieses besagt, dass die Messung der Energie eines einfallenden Teilchens auf die Messung der Temperaturänderung eines Teilchenabsorbers zurückgeführt werden kann, sofern dessen Wärmekapazität mit hinreichender Genauigkeit bekannt ist. Durch die Wahl tiefer Temperaturen für den Betrieb eines Mikrokalorimeters können hierbei einerseits große Temperaturerhöhungen garantiert und andererseits thermische Rauschbeiträge stark vermindert werden [Sim35].

Von der Vielzahl der entwickelten Tieftemperatur-Teilchendetektoren sind für die Detektion von Röntgenstrahlung besonders Thermistoren [McC05a], supraleitende Phasenübergangsthermometer [Irw05] sowie metallische magnetische Kalorimeter [Fle05] hervorzuheben, mit denen im Energiebereich bis 10 keV Energieauflösungen zwischen 1,6 eV und 3,2 eV demonstriert worden sind [McC05a, Pie12, Smi12]. Damit unterschreiten diese Detektoren die fundamentale Auflösungsgrenze von Halbleiter-Ionisationsdetektoren um mehr als eine Größenordnung und decken gleichzeitig einen weiten Spektralbereich ab. Da Mikrokalorimeter somit eine ernstzunehmende Alternative zu herkömmlichen Röntgendetektoren darstellen, wird momentan beispielsweise für das zukünftige *International X-ray Observatory* [Boo10] der NASA, ESA und JAXA intensiv an der Entwicklung einer aus mehreren tausend Mikrokalorimetern bestehenden Röntgenkamera gearbeitet. Da bei einer solch großen Zahl von Detektoren jedoch nicht jedes Mikrokalorimeter aus Gründen der Komplexität und der nur begrenzt zur Verfügung stehenden Kühlleitung individuell ausgelesen werden kann, müssen Verfahren entwickelt werden, mit denen die Anzahl der Auslesungskanäle reduziert werden kann. Auf diesem Gebiet konnte in den letzten Jahren insbesondere bei den supraleitenden Phasenübergangsthermometern große Fortschritte erzielt werden [Irw05], so dass das Röntgenspektrometer des *International X-ray Observatory* eine auf supraleitenden Phasenübergangsthermometern basierende Röntgenkamera enthalten wird [dH10].

Da die Energieauflösung eines metallischen magnetischen Kalorimeters vergleichbar mit der eines supraleitenden Phasenübergangsthermometers ist bzw. zukünftig Energieauflösungen unter 1 eV erreichbar sein werden und magnetische Kalorimeter zudem durch den konsequenten Einsatz von Methoden der Mikrosystemtechnik [Bur08, Fle09] in großer Zahl und mit reproduzierbaren Ergebnissen hergestellt werden können, wird momentan intensiv an der Entwicklung eines Multiplexverfahrens zur Auslesung eines aus magnetischen Kalorimetern bestehenden Detektorarrays gearbeitet. Diese Entwicklung wird jedoch nicht nur den Bau einer Röntgenkamera ermöglichen, sondern auch andere Projekte nachhaltig beeinflussen. Zu den Projekten,

die sehr von einem großen, auf magnetischen Kalorimetern basierenden Detektorarrays profitieren werden, gehört unter anderem das *MARE*-Projekt [And07], mit dessen Hilfe eine direkte Bestimmung der Masse eines Elektronantineutrinos aus dem β -Zerfall von ^{187}Re möglich sein wird und für das aus Gründen der Statistik eine enorm große Zahl von Detektoren benötigt wird.

Mit dem Ziel des Aufbaus eines großen, auf magnetischen Kalorimetern basierenden Detektorarrays wurde im Rahmen dieser Arbeit ein SQUID-basiertes Frequenzmultiplexverfahren zur Auslesung magnetischer Kalorimeter entwickelt. Dieses beruht auf der Idee eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers [Irw06, Mat08], bei dem die Auslesung einzelner Detektoren mit Hilfe nicht-hysteretischer rf-SQUIDs erfolgt. Diese sind induktiv an supraleitende Resonanzkreise mit eindeutiger Resonanzfrequenz gekoppelt und können als flussabhängige Induktivitäten betrachtet werden. Aufgrund der induktiven Kopplung führt eine Änderung des magnetischen Flusses in den SQUIDs zu einer Änderung der effektiven Induktivitäten der Resonatoren, die sich in Änderungen der Resonanzfrequenzen übersetzen. Durch eine kapazitive Kopplung aller Resonatoren an eine gemeinsame Durchgangsleitung kann mit Hilfe einer geeigneten Elektronik eine simultane Auslesung aller Resonatoren und damit aller Detektoren ermöglicht werden.

In Kapitel 2 werden die physikalischen Grundlagen metallischer magnetischer Kalorimeter diskutiert. Dies beinhaltet eine Beschreibung der SQUID-basierten Auslesung einkanaliger Detektoren, verschiedener, bisher genutzter Detektorgeometrien, der Berechnung der Signalgröße sowie der Energieauflösung magnetischer Kalorimeter. Diese wird nicht nur durch die Signalgröße sondern auch durch verschiedene Rauschbeiträge beeinflusst, auf die ebenfalls eingegangen wird. Auf der Grundlage numerischer Optimierungsrechnungen wird der Einfluss der Energiesensitivität des SQUID-Magnetometers auf die erreichbare Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters diskutiert. Hieraus werden Anforderungen an einen Multiplexer zur Auslesung magnetischer Kalorimeter abgeleitet. Schließlich wird der momentane Stand der Entwicklung einkanaliger magnetischer Kalorimeter zusammengefasst.

In Kapitel 3 werden verschiedene Multiplexverfahren zur Auslesung eines aus magnetischen Kalorimetern bestehenden Detektorarrays beschrieben sowie die Vorteile und Nachteile dieser Multiplexverfahren diskutiert. In diesem Zusammenhang wird die im Rahmen dieser Arbeit verfolgte Entwicklung eines auf einem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer basierenden Frequenzmultiplexverfahrens motiviert.

Die physikalischen Grundlagen supraleitender, kapazitiv gekoppelter, koplanarer Leitungsresonatoren, die zur Frequenzcodierung der unterschiedlichen Detektorsignale verwendet werden, sind in Kapitel 4 beschrieben. In diesem Zusammenhang erfolgt eine Zusammenfassung der Hochfrequenzeigenschaften von Supraleitern sowie der grundlegenden Eigenschaften von atomaren Tunnelsystemen. Diese beeinflussen so-

wohl die Resonanzfrequenz als auch die erreichbaren Güten der Resonatoren. Ferner wird der Messaufbau zur Auslesung der Resonatoren bzw. eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers diskutiert. Anhand von durchgeführten Charakterisierungsmessungen an kapazitiv gekoppelten, koplanaren $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren aus Niob werden einerseits relevante Parameter zur Vorhersage der Resonanzfrequenzen sowie andererseits die erreichbaren Güten und die Rauschtemperatur des Messaufbaus bestimmt.

In Kapitel 5 werden zunächst die Eigenschaften von Josephson-Tunnelkontakten erläutert, die essentielle Bestandteile nicht-hysteretischer rf-SQUIDs darstellen. Es folgt eine Beschreibung des Herstellungsprozesses, mit denen im Rahmen dieser Arbeit zum einen einzelne Josephson-Tunnelkontakte und zum anderen ein Prototyp eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers hergestellt worden ist. Anhand charakteristischer Parameter, die aus Messungen der Strom-Spannungs-Kennlinien der Josephson-Kontakte bestimmt worden sind, wird sowohl die Qualität als auch die Reproduzierbarkeit der hergestellten Josephson-Kontakte sowie in diesem Zusammenhang auftretende Probleme diskutiert.

In Kapitel 6 erfolgt zunächst eine Beschreibung nicht-hysteretischer rf-SQUIDs, die zum Aufbau eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers benötigt werden. Es folgt eine Darstellung der Funktionsweise sowie eine Diskussion der Energiesensitivität eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers. Im weiteren Verlauf dieses Kapitels wird ein im Rahmen dieser Arbeit entwickelter Prototyp eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers beschrieben. In diesem Zusammenhang werden mit Hilfe von numerischen Simulationen die Induktivitäten der unterschiedlichen Spulen sowie die erwarteten Kopplungen berechnet. Hierauf basierend werden die erwarteten Eigenschaften des hergestellten Multiplexers abgeschätzt, die im weiteren Verlauf dieses Kapitels mit experimentell bestimmten Werten verglichen werden.

In Kapitel 7 wird schließlich ein Überblick über die möglichen Realisierungen einer digitalen Hochfrequenzelektronik gegeben, die zur simultanen Auslesung aller Resonatoren benötigt wird. Diese basiert auf dem sogenannten *software defined radio*, bei dem sowohl die Anregung der Resonatoren als auch die Detektion der mit einem Detektorsignal verbundenen Frequenzverschiebung der Resonatoren mit Hilfe einer speziell angepassten Hardware vollständig softwarebasiert erfolgt.

2. Metallische magnetische Kalorimeter

Zu Beginn dieser Arbeit sollen zunächst die Grundlagen metallischer magnetischer Kalorimeter diskutiert werden. In diesem Zusammenhang wird eine Beschreibung des Detektionsprinzips magnetischer Kalorimeter, der Eigenschaften des Sensormaterials Au:Er sowie der SQUID-basierten Auslesung einkanaliger Detektoren gegeben. Nach einer Diskussion verschiedener, bisher genutzter Detektorgeometrien wird ein Ausdruck für die Signalgröße sowie für die Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters abgeleitet. Anhand von Optimierungsrechnungen wird ferner der Einfluss der Energiesensitivität des SQUID-Magnetometers auf die erreichbare Energieauflösung diskutiert. Schließlich wird der Stand der Entwicklung einkanaliger magnetischer Kalorimeter anhand eines konkreten Beispiels zusammengefasst.

2.1 Detektionsprinzip metallischer magnetischer Kalorimeter

Metallische magnetische Kalorimeter sind energiedispersive Teilchendetektoren, deren Detektionsprinzip auf dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik beruht. Zentrale Bestandteile eines magnetischen Kalorimeters sind, wie in Abbildung 2.1 schematisch dargestellt ist, ein an die jeweilige Anwendung angepasster Teilchenabsorber sowie ein paramagnetischer Temperatursensor, der sich in einem schwachen äußeren Magnetfeld H befindet. Absorber und Sensor stehen in gutem thermischem Kontakt zueinander und sind über eine hinreichend schwache Kopplung mit einem Wärmebad der Temperatur T_{Bad} verbunden. Auf diese Weise kann der Detektor ohne äußeren Energieeintrag einen wohldefinierten Zustand annehmen. Gemäß dem kalorimetrischen Messprinzip führt ein Energieeintrag δE in den Absorber zu einer Temperaturerhöhung δT , die in guter Näherung durch

$$\delta T \simeq \frac{\delta E}{C_{\text{tot}}} \quad (2.1)$$

gegeben ist, wobei C_{tot} die Gesamtwärmekapazität des Detektors bezeichnet. Mit der Temperaturerhöhung δT ist eine Abnahme der Magnetisierung des Sensors verknüpft, welche sehr präzise mit Hilfe eines SQUID-Magnetometers in Form einer magnetischen Flussänderung $\delta\Phi$ gemessen werden kann. Für einen hinreichend kleinen Energieeintrag δE in den Detektor ist die Änderung δM der Magnetisierung des Sensors sowie die damit verbundene Änderung $\delta\Phi$ des magnetischen Flusses proportional zur Energie des absorbierten Teilchens:

$$\delta\Phi \propto \delta M \simeq \frac{\partial M}{\partial T} \delta T \simeq \frac{\partial M}{\partial T} \frac{\delta E}{C_{\text{tot}}} \quad (2.2)$$

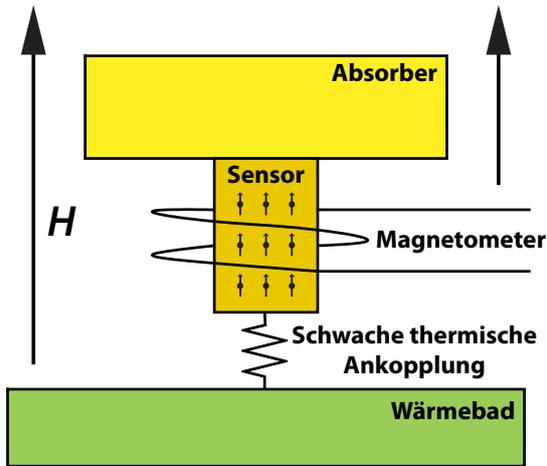


Abb. 2.1: Schematische Darstellung eines metallischen magnetischen Kalorimeters.

Die Arbeitstemperatur eines magnetischen Kalorimeters liegt typischerweise bei Temperaturen unter 100 mK, da in diesem Temperaturbereich einerseits die Magnetisierung des Sensors gemäß dem Curie-Gesetz, $M \propto 1/T$, eine starke Temperaturabhängigkeit zeigt und andererseits die phononischen ($c_{\text{ph}} \propto T^3$) und elektronischen ($c_e \propto T$) Beiträge zur Wärmekapazität stark reduziert sind. Dies führt nach Gleichung 2.2 zu einer Maximierung des Detektorsignals, die sich zusammen mit dem bei diesen Temperaturen verhältnismäßig kleinen thermischen Rauschen positiv auf das Auflösungsvermögen des Detektors auswirkt. Trotz des Betriebs bei tiefen Temperaturen können in diesem Temperaturbereich durch die Einbettung paramagnetischer Ionen in einen metallischen Wirtskristall aufgrund der starken Elektron-Spin-Kopplung zwischen den Leitungselektronen und den magnetischen Momenten schnelle Thermalisierungszeiten garantiert werden [Ban93].

2.2 Das Sensormaterial Au:Er

In der vorliegenden Arbeit wurde ein SQUID-basiertes Multiplexverfahren zur Auslesung metallischer magnetischer Kalorimeter entwickelt. Um hierfür eine Abschätzung der Anforderungen an die Energiesensitivität ϵ des Multiplexers zu erhalten, wurde der Einfluss der Energiesensitivität ϵ des SQUID-Magnetometers auf die Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters bestimmt. Bei den in diesem Zusammenhang durchgeführten Optimierungsrechnungen, deren Ergebnisse in Abschnitt 2.7 diskutiert werden, wurde als Sensormaterial eine verdünnte Legierung aus dem Edelmetall Gold und geringen Mengen des Seltenerdmetalls Erbium angenommen. Diese Legierung, Au:Er, ist derzeit das am häufigsten verwendete Material zum Bau magnetischer Kalorimeter [Ens00, Zin06, Loi08, Hsi08, Fle09], da es einen ausgewogenen Kompromiss zwischen chemischer Stabilität, Verarbeitbarkeit, intrinsischen Thermalisierungszeiten, Wärmekapazität und Magnetisierung darstellt. Da eine ausführliche

Beschreibung der Eigenschaften von Au:Er in [Fle03] oder [Fle05] zu finden ist, wird an dieser Stelle nur eine kurze Zusammenfassung der für den weiteren Verlauf dieser Arbeit relevanten Eigenschaften von Au:Er gegeben.

Erbium kann in geringen Konzentrationen in Gold gelöst werden [Rid65] und besetzt unter Abgabe von drei Valenzelektronen reguläre Gitterplätze der fcc-Matrix von Gold. Die hierbei gebildeten Er^{3+} -Ionen tragen aufgrund ihrer unvollständig gefüllten $4f$ -Schale ein permanentes magnetisches Moment, welches für das paramagnetische Verhalten von Au:Er verantwortlich ist. Aufgrund der weiter außen liegenden $5s$ - bzw. $5p$ -Elektronen ist der Einfluss des Kristallfelds am Ort der $4f$ -Elektronen deutlich reduziert. Daher können die Gesamtdrehimpulse \mathbf{L} , \mathbf{S} und \mathbf{J} mit Hilfe der Hundschen Regeln berechnet werden. Man erhält hierbei die Werte $L = 6$, $S = 3/2$ und $J = 15/2$. Mit dem zugehörigen Landé-Faktor $g_J = 6/5$ kann das magnetische Moment $\boldsymbol{\mu} = -g_J \mu_B \mathbf{J}$ der Er^{3+} -Ionen berechnet werden, wobei $\mu_B = 9,274 \cdot 10^{-24}$ J/T das Bohrsche Magneton bezeichnet [Abr70a].

Für hohe Temperaturen ($T > 100$ K) stimmt die gemessene Magnetisierung verdünnter Au:Er-Legierungen gut mit auf diesen Annahmen basierenden Vorhersagen überein [Wil69]. Bei tieferen Temperaturen ($T < 100$ K) muss jedoch berücksichtigt werden, dass das Kristallfeld am Ort der $4f$ -Elektronen nicht vollständig abgeschirmt ist [Wil69]. Dies führt dazu, dass die Entartung des Grundzustands aufgehoben und dieser in Reihe verschiedener Multipletts aufgespalten wird. Das energetisch niedrigste Multiplett ist durch ein Γ_7 -Kramers-Doublett gegeben, dessen Abstand im Nullfeld zum ersten angeregten Multiplett in mehreren unabhängigen Messungen bestimmt worden ist. Hierbei wurden Werte zwischen $\Delta E/k_B = 11$ K und $\Delta E/k_B = 17$ K gefunden [Dav73, Hah92, Sjö75, Wil69], wobei $k_B = 1,380 \cdot 10^{-23}$ J/K die Boltzmann-Konstante bezeichnet. Der zur Zeit wohl zuverlässigste Wert, mit dem die experimentellen Daten sehr gut beschrieben werden können, stammt aus Neutronenstreuexperimenten und beträgt $\Delta E/k_B = 17$ K [Hah92]. Folglich kann das Verhalten von Au:Er bei Temperaturen unter 1 K und in kleinen Magnetfeldern durch ein Zwei-Niveau-System mit einem effektiven Quasi-Spin von $\tilde{S} = 1/2$ und einem effektiven, isotropen Landé-Faktor von $\tilde{g} = 34/5$ beschrieben werden [Abr70a].

Für quantitative Vorhersagen der Eigenschaften eines magnetischen Kalorimeters müssen sowohl die Wärmekapazität des Detektors als auch die Temperaturabhängigkeit der Magnetisierung des Temperatursensors bekannt sein. Beide Größen werden bei den typischen Arbeitstemperaturen des Detektors durch den Beitrag der Er^{3+} -Ionen dominiert und können zuverlässig mit Hilfe numerischer Methoden unter Berücksichtigung der Dipol-Dipol-Wechselwirkung und der RKKY-Wechselwirkung berechnet werden [Ens00, Fle00, Fle05]. Ferner konnte mittlerweile gezeigt werden, dass auch die Eigenschaften dünner, mikrostrukturierter Au:Er-Filme nicht von denen von Vollmaterial bekannten Eigenschaften abweichen [Bur08, Fle09, Hsi09].

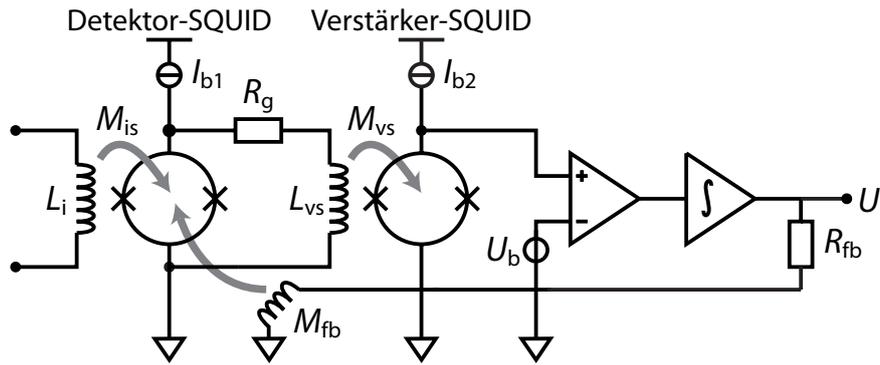


Abb. 2.2: Schematische Darstellung eines zweistufigen dc-SQUIDs mit Flussrückkopplung zur Auslesung metallischer magnetischer Kalorimeter.

2.3 SQUID-basierte Auslesung magnetischer Kalorimeter

Bei der Beschreibung des Detektionsprinzips magnetischer Kalorimeter wurde gezeigt, dass ein Energieeintrag in den Detektor zu einer Änderung der Magnetisierung des Temperatursensors führt, die in Form einer magnetischen Flussänderung gemessen werden kann. Die derzeit empfindlichsten Messgeräte für magnetische Flussänderungen bei gleichzeitig hoher Bandbreite sind supraleitende Quanteninterferenz-Detektoren, kurz SQUIDs, die heutzutage mit modernen Methoden der Dünnschicht-technologie zuverlässig hergestellt werden können. Während im Rahmen dieser Arbeit nicht-hysteretische, ungeschuntete¹ rf-SQUIDs zur Auslesung großer Detektorarrays entwickelt worden sind, werden für einkanalige Detektoren in der Regel zweistufige dc-SQUIDs verwendet [Fle05]. Diese bestehen, wie in Abbildung 2.2 gezeigt ist, aus zwei dc-SQUIDs und zeichnen sich durch eine hohe Bandbreite, ein niedriges magnetisches Flussrauschen sowie eine geringe Leistungsdissipation aus [Dru04].

Bevor jedoch auf die Funktionsweise eines zweistufigen dc-SQUIDs näher eingegangen wird, soll an dieser Stelle eine kurze Beschreibung der Funktionsweise eines einstufigen dc-SQUIDs gegeben werden, dessen Aufbau in Abbildung 2.3(a) schematisch dargestellt ist. Wie in der Abbildung zu erkennen ist, besteht ein dc-SQUID aus einer supraleitenden Leiterschleife, die an zwei Stellen durch Josephson-Kontakte mit kritischen Strömen $I_{c,0}$ unterbrochen ist. An diesen Stellen kann magnetischer Fluss entweder in das SQUID eindringen oder aus dem SQUID austreten. Parallel zu den Josephson-Kontakten sind Shuntwiderstände angeordnet, mit denen ein hysteretisches Verhalten des SQUIDs vermieden werden kann [Cla04]. Wird nun ein Strom I_b durch das SQUID getrieben, so fällt über dem SQUID bis zum Erreichen des kritischen Stroms I_c keine Spannung ab. Der Wert des kritischen Stroms I_c hängt

¹Als ungeschuntete SQUIDs sollen im Rahmen dieser Arbeit solche SQUIDs bezeichnet werden, bei denen die Josephson-Kontakte nicht mit einem Parallelwiderstand versehen sind.

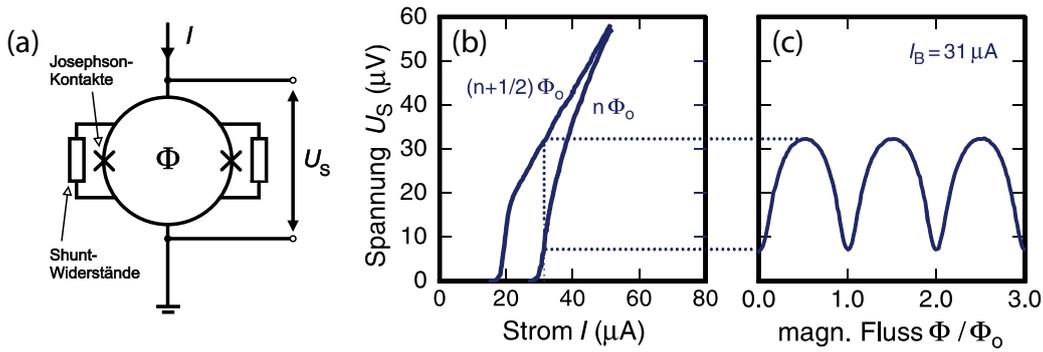


Abb. 2.3: (a) Schematische Darstellung eines dc-SQUIDs. (b) Strom-Spannungskennlinien eines dc-SQUIDs für $\Phi = n\Phi_0$ und $\Phi = (n + 1/2)\Phi_0$. (c) Spannungsabfall über dem SQUID für den in (b) markierten Betriebsstrom I_b als Funktion des magnetischen Flusses Φ . (Abbildung nach [Wei96]).

hierbei einerseits von den kritischen Strömen $I_{c,0}$ der Josephson-Kontakte sowie andererseits auf periodische Weise vom magnetischen Fluss Φ durch die Leiterschleife des SQUIDs ab. Es zeigt sich, dass der kritische Strom I_c für $\Phi = n\Phi_0$ maximal und für $\Phi = (n + 1/2)\Phi_0$ minimal wird, wobei n eine ganze Zahl und $\Phi_0 = 2,067 \cdot 10^{-15} \text{ Vs}$ das magnetische Flussquant bezeichnen. Oberhalb des kritischen Stroms stellt sich über dem SQUID ein endlicher Spannungsabfall ein, der durch die Quasiteilchencharakteristik der Josephson-Kontakte bestimmt wird. Wird das SQUID mit einem Strom $I_b > I_c$ betrieben, so hängt die über dem SQUID abfallende Spannung gemäß Abbildung 2.3(c) periodisch vom magnetischen Fluss durch die Leiterschleife des SQUIDs ab. Ein dc-SQUID stellt somit einen empfindlichen Fluss-Spannungswandler dar und bietet die Möglichkeit, Änderungen des magnetischen Flusses Φ in Form von Spannungsänderungen ΔU zu detektieren.

Nach der Beschreibung eines dc-SQUIDs soll nun im Folgenden der Aufbau sowie die Funktionsweise eines zweistufigen dc-SQUIDs mit Flussrückkopplung zur Auslesung metallischer magnetischer Kalorimeter beschrieben werden. Dieses besteht, wie in Abbildung 2.2 dargestellt ist und weiter oben bereits angedeutet wurde, aus zwei dc-SQUIDs, die jeweils mit konstanten Strömen I_{b1} bzw. I_{b2} betrieben werden. Eine durch eine Stromänderung in der Einkoppelspule L_i hervorgerufene Flussänderung $\Delta\Phi$ im Detektor-SQUID führt zu einer Änderung des Spannungsabfalls ΔU über diesem SQUID. Die damit verbundene Änderung des Stroms ΔI_{vs} durch den Widerstand R_g wird in Form einer Änderung des magnetischen Flusses $\Delta\Phi_{vs} = M_{vs}\Delta I_{vs}$ in das Verstärker-SQUID eingekoppelt, wobei M_{vs} die Gegeninduktivität zwischen der Einkoppelspule und der Eigeninduktivität des Verstärker-SQUIDs bezeichnet.

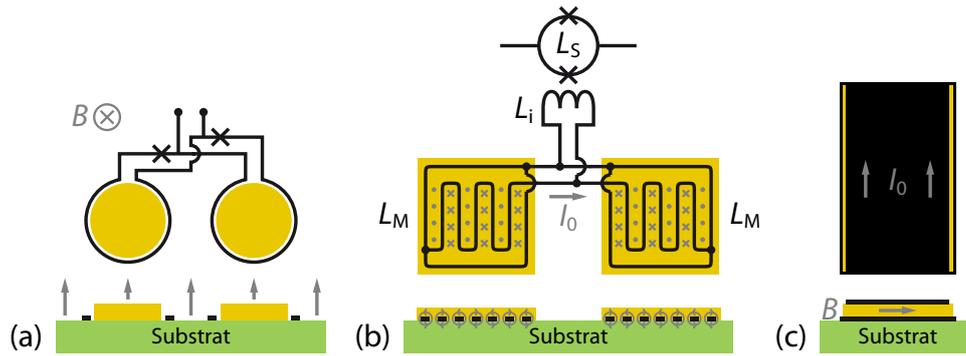


Abb. 2.4: Schematische Darstellung möglicher Detektorgeometrien von metallischen magnetischen Kalorimetern: (a) Kreisförmige Spulengeometrie mit zylinderförmigen Sensoren, (b) mäanderförmige Detektionsspule mit planaren Sensoren und (c) streifenleiterartige Detektorgeometrie. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde in der Abbildung auf eine Darstellung der Teilchenabsorber verzichtet.

Insgesamt führt dies zu einer Kleinsignal-Fluss-zu-Fluss-Verstärkung von

$$G_{\Phi} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial \Phi_1} = M_{vs} \left(\frac{\partial I_{vs}}{\partial \Phi_1} \right)_{R_g, I_{b1}} \quad (2.3)$$

am Arbeitspunkt, die durch die Eigenschaften des Detektor-SQUIDs, den Betriebsstrom I_{b1} , den Widerstand R_g sowie die Gegeninduktivität M_{vs} festgelegt wird. Der Spannungsabfall über dem Verstärker-SQUID dient als Eingangssignal einer bei Raumtemperatur befindlichen Rückkoppelelektronik, deren Ausgangsspannung einerseits als Messsignal verwendet wird und andererseits über den Widerstand R_{fb} und die Gegeninduktivität M_{fb} die ursprüngliche und zu messende Flussänderung $\Delta \Phi$ im Detektor-SQUID durch negative Rückkopplung kompensiert [Dru04].

2.4 Detektorgeometrien

Abbildung 2.4 zeigt Beispiele für Temperatursensor- bzw. Spulengeometrien, die bisher zum Bau magnetischer Kalorimeter verwendet worden sind bzw. die heutzutage verwendet werden. Bei der in Abbildung 2.4(a) dargestellten Detektorgeometrie befinden sich zwei zylinderförmige Sensoren innerhalb der kreisförmigen Leiterschleifen eines gradiometrischen dc-SQUIDs, wobei das zur Ausrichtung der magnetischen Momente erforderliche Magnetfeld durch eine externe Feldspule erzeugt wird. Aufgrund des gegenläufigen Windungssinns der beiden Leiterschleifen führen Temperaturerhöhungen in den verschiedenen Sensoren zu Signalen mit entgegengesetzter Polarität, so dass Ereignisse in den beiden Sensoren anhand des Vorzeichens der zugehörigen Detektorsignale voneinander unterschieden werden können. Zusätzlich werden durch

diese Anordnung Einflüsse von Instabilitäten des äußeren Magnetfelds sowie der Substrattemperatur reduziert, da sich diese gleichsam auf beide Sensoren auswirken und sich die daraus resultierenden Signale gerade kompensieren.

Die in Abbildung 2.4(b) dargestellte Geometrie gehört zur Gruppe der transformatorgekoppelten Detektorgeometrien und basiert auf einer Parallelschaltung der Einkoppelspule eines Stromsensor-SQUIDs sowie zweier mäanderförmiger Detektionsspulen, auf denen jeweils ein planarer Temperatursensor aufgebracht ist. Dies erlaubt eine räumliche Trennung zwischen SQUID und Detektor, durch die thermische Einflüsse des SQUIDs auf den Detektor reduziert werden. Zusätzlich kann das für die Ausrichtung der magnetischen Momente notwendige Magnetfeld durch einen in die Detektionsspulen eingepprägten Dauerstrom erzeugt werden. Bei Verwendung von zwei jeweils mit einem Sensor bestückten Detektionsspulen stellt auch diese Geometrie ein Gradiometer erster Ordnung dar, wodurch Instabilitäten der Temperatur des Wärmebads oder äußerer Magnetfelder kompensiert werden. Die Polarität des Detektorsignals ermöglicht hier ebenfalls eine Unterscheidung der beiden Sensoren. Ein weiterer Vorteil gegenüber der Geometrie mit kreisförmigen Leiterschleifen ist, dass der Füllfaktor F höher ist und nahe an dem theoretischen Maximum von $F = 0,5$ einer einseitig mit Sensormaterial gefüllten Detektionsspule liegt.

Abbildung 2.4(c) zeigt eine Detektorgeometrie, mit der ein Füllfaktor von $F \simeq 1$ erreicht werden kann. Hierbei wird der Sensor zwischen zwei supraleitenden Streifen platziert. Um einerseits die Induktivität des Detektors sowie andererseits die Homogenität des Magnetfelds im Sensor zu erhöhen, werden die übereinanderliegenden Streifen in Form flacher Spiralen angeordnet, wobei der Abstand zwischen den Spiralbahnen konstant gehalten wird. Bei einem hinreichend kleinen Mitte-zu-Mitte-Abstand zwischen den Bahnen zeigt das durch den Dauerstrom erzeugte Magnetfeld einen hohen Grad an Homogenität und es kann ein Füllfaktor von $F \simeq 1$ erreicht werden [Rot07, Boy09, Fle09, Heu11].

2.5 Signalgröße und Flusskopplung

Die Signalgröße $\delta\Phi/\delta E$ eines magnetischen Kalorimeters gibt die Änderung des magnetischen Flusses $\delta\Phi$ in der Detektionsspule pro Energieeintrag δE in den Detektor an. Sie hängt von der Detektorgeometrie ab und kann bei Kenntnis der thermodynamischen Eigenschaften des Sensormaterials sowie der Verteilung der Magnetfeldbeiträge im Sensor mit Hilfe numerischer Methoden berechnet werden. Obwohl eine allgemeine Beschreibung möglich ist, sollen an dieser Stelle nur solche Geometrien betrachtet werden, bei denen das zur Ausrichtung der magnetischen Momente erforderliche Magnetfeld durch einen in der Detektionsspule eingepprägten Dauerstrom I_0 erzeugt wird. In diesem Fall existiert ein einfacher Zusammenhang zwischen den auf-

tretenen Magnetfeldbeträgen $B(\mathbf{r})$ und den einheitenlosen Geometriefaktoren $G(\mathbf{r})$, die ein Maß für die Stärke der Kopplung zwischen den magnetischen Momenten und der Detektionsspule darstellen.

Nach Gleichung 2.2 erfordert die Berechnung der Signalgröße die Kenntnis von der Gesamtwärmekapazität C_{tot} des Detektors sowie von der Temperaturabhängigkeit $\partial M/\partial T$ der Magnetisierung. Diese Größen sind im Allgemeinen nicht über das gesamte Sensorvolumen konstant, da das vom Dauerstrom erzeugte Magnetfeld inhomogen ist. Aus diesem Grund unterteilt man den Sensor in infinitesimal kleine Volumenelemente und bestimmt die Gesamtänderung des magnetischen Flusses $\delta\Phi$ in der Detektionsspule durch Summation der Flussänderungen $d(\delta\Phi)$ in diesen Volumenelementen. Formal bietet sich für die Änderung des magnetischen Flusses $d(\delta\Phi)$ eines Volumenelements d^3r am Ort \mathbf{r} der Ansatz

$$d(\delta\Phi) = \mu_0 \frac{G(\mathbf{r}/\xi)}{\xi} \delta M(\mathbf{r}) d^3r \quad (2.4)$$

an, wobei $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$ die magnetische Permeabilität des Vakuums, $G(\mathbf{r}/\xi)$ den Geometriefaktor und $\delta M(\mathbf{r}) d^3r$ die Änderung des magnetischen Moments im Volumenelement d^3r am Ort \mathbf{r} bezeichnen. Die Größe ξ stellt eine für die jeweilige Geometrie charakteristische Längenskala dar. Für eine Geometrie mit mäanderförmigen Detektionsspulen kann für diese beispielsweise der Mitte-zu-Mitte-Abstand p zweier benachbarter Leiterbahnen und bei einer streifenleiterartigen Geometrie die Streifenbreite w gewählt werden. Bezeichnet man mit I_0 den in der Detektionsspule fließenden Dauerstrom, so können die Geometriefaktoren $G(\mathbf{r}/\xi)$ nach [Bur04] aus der Verteilung der Magnetfeldbeträge $B(\mathbf{r})$ im Sensor berechnet werden:

$$B(\mathbf{r}) = \mu_0 G(\mathbf{r}/\xi) \frac{I_0}{\xi} \quad . \quad (2.5)$$

Da sowohl die Magnetisierung als auch die Wärmekapazität des Sensors magnetfeldabhängige Größen sind, bietet es sich an, die Integration der Gleichung 2.4 nicht über das Sensorvolumen V , sondern über die Verteilung $P(B)$ der Magnetfeldbeträge B im Sensor durchzuführen. Die Verteilung $P(B)$ ist hierbei derart definiert, dass $P(B)dB$ die Häufigkeit angibt, mit der im Sensor ein Magnetfeld vom Betrag B im Intervall $[B, B + dB]$ vorzufinden ist. Mit der Definition

$$\langle X \rangle = \int P(B) X dB \quad (2.6)$$

und durch Verknüpfung der Gleichungen 2.2, 2.4 und 2.5 kann die Signalgröße wie folgt dargestellt werden:

$$\frac{\delta\Phi}{\delta E} = \frac{V}{C_{\text{abs}} + V \langle c_{\text{sens}} \rangle} \left\langle \mu_0 \frac{G}{\xi} \frac{\partial M}{\partial T} \right\rangle \quad . \quad (2.7)$$

Hierbei bezeichnet C_{abs} die Wärmekapazität des Absorbers und $c_{\text{sens}}(B, T)$ die spezifische Wärme des Sensors.

2.5.1 Flusskopplung

Die Flusskopplung $\delta\Phi_S/\delta\Phi$ stellt ein Maß für die im SQUID gemessene Flussänderung $\delta\Phi_S$ dar, die sich bei einer Änderung $\delta\Phi$ des magnetischen Flusses in der Detektionsspule ergibt. Die Flusskopplung hängt von der Detektorgeometrie sowie der Kopplung zwischen dem Sensor und dem SQUID ab, welche zum Beispiel direkt oder, wie in Abbildung 2.4(b), über einen supraleitenden Flusstransformator erfolgen kann. Bei einem transformatorgekoppelten Aufbau mit mäanderförmigen Detektionsspulen wird die Flusskopplung durch die im Flusstransformator auftretenden Induktivitäten bestimmt. Hierzu zählen die Induktivitäten L_M der mäanderförmigen Detektionsspulen, die Induktivität L_i der Einkoppelspule des SQUIDs, die Gegeninduktivität M_{is} zwischen der Einkoppelspule und der Eigeninduktivität des SQUIDs sowie parasitäre Induktivitäten L_w zwischen der Einkoppelspule und den mäanderförmigen Detektionsspulen. Ausgehend von der Erhaltung des magnetischen Flusses in geschlossenen supraleitenden Schleifen und den Kirchhoffschen Gesetzen findet man für diese spezielle Detektorgeometrie den folgenden Ausdruck für die Flusskopplung:

$$\frac{\delta\Phi_S}{\delta\Phi} = \frac{M_{is}}{L_M + 2(L_w + L_i)} \quad . \quad (2.8)$$

Für andere Detektorgeometrien und Kopplungsschemen zwischen dem Sensor und dem SQUID können auf analoge Art und Weise ähnliche Ausdrücke gefunden werden.

2.6 Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters

2.6.1 Optimales Filtern und Energieauflösung

Die erreichbare Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters ist eng mit dem Verfahren verknüpft, mit dessen Hilfe einem verrauschten Detektorsignal $s(t)$ eine Amplitude E_0 zugeordnet wird. Das in der vorliegenden Arbeit verwendete Verfahren beruht auf der Idee des optimalen Filterns und setzt voraus, dass das Detektorsignal als Summe $s(t) = E_0p(t) + n(t)$ der ungestörten Antwort $E_0p(t)$ des Detektors mit Punktantwortfunktion $p(t)$ und einem additiven stationären Rauschen $n(t)$ zusammengesetzt werden kann. Unterteilt man den Frequenzraum in äquidistante Intervalle der Breite Δf , so ist in diesem Fall die i -te Fourierkomponente \tilde{s}_i des Signals im Frequenzintervall $[i\Delta f, (i+1)\Delta f]$ durch $\tilde{s}_i = E_0\tilde{p}_i + \tilde{n}_i$ gegeben. Da jede der Fourierkomponenten \tilde{s}_i proportional zur Amplitude E_0 ist und das Rauschen $n(t)$ im Frequenzraum unkorreliert ist, kann in jedem dieser Frequenzintervalle eine unabhängige Abschätzung E_i der Signalamplitude gewonnen werden. Durch eine

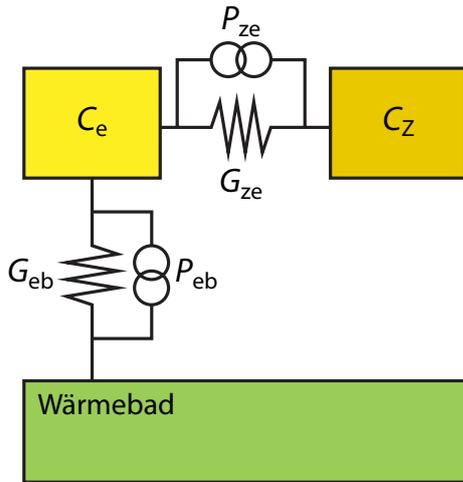


Abb. 2.5: Thermodynamisches Modell eines metallischen magnetischen Kalorimeters, in dem der Detektor als kanonisches Ensemble mit zwei diskreten Subsystemen beschrieben wird. Die Bedeutung der auftretenden Bezeichnungen erschließt sich im Text.

gewichtete Mittelung der Form

$$E = \sum_i w_i E_i \quad \text{mit} \quad w_i = \frac{1}{\sum_k SNR_k^2} SNR_i^2 \quad (2.9)$$

kann nach [McC05b] eine präzise Abschätzung der Amplitude E_0 des Detektorsignals gewonnen werden. Hierbei bezeichnet $SNR_i^2 = SNR^2(f_i)\Delta f$ die i -te Fourierkomponente des Signal-zu-Rauschen-Verhältnisses $SNR(f)$, das sich aus der Fouriertransformierten $\tilde{p}(f)$ der Punktantwortfunktion des Detektors sowie der spektralen Leistungsdichte $S_n(f)$ des Rauschens $n(t)$ des Detektors gemäß

$$SNR^2(f) = \frac{|\tilde{p}(f)|^2}{S_n(f)} \quad (2.10)$$

berechnen lässt. Die Breite ΔE_{FWHM} der Verteilung auf halber Höhe der mit Gleichung 2.9 ermittelten Amplitude entspricht der Energieauflösung des Detektors und ist durch

$$\Delta E_{FWHM} = 2\sqrt{2 \ln(2)} \left(\int_0^\infty SNR^2(f) df \right)^{-1/2} \quad (2.11)$$

gegeben [McC05b].

2.6.2 Modell eines magnetischen Kalorimeters als kanonisches Ensemble mit diskreten Subsystemen

Abbildung 2.5 zeigt ein kanonisches Ensemble mit zwei diskreten Subsystemen, welches als Modell für ein metallisches magnetisches Kalorimeter verwendet werden kann. Die beiden Subsysteme repräsentieren einerseits das System der Leitungselektronen von Absorber und Sensor mit Wärmekapazität C_e und andererseits das

System der magnetischen Momente mit Wärmekapazität C_Z . Beide Systeme sind über eine thermische Kopplung G_{ze} miteinander verbunden. Ferner ist das System der Leitungselektronen über eine thermische Kopplung G_{eb} mit dem Wärmebad verbunden. Parallel zu den Kopplungen sind thermische Rauschquellen $P_{ze}(t)$ und $P_{eb}(t)$ eingezeichnet, die die Fluktuationen des Wärmeflusses durch die thermischen Kopplungen beschreiben und deren Leistungsspektren in Analogie zum Stromrauschen eines Widerstands durch $S_{P_{eb}} = 4k_B T^2 G_{eb}$ bzw. $S_{P_{ze}} = 4k_B T^2 G_{ze}$ gegeben sind.

Die zeitliche Entwicklung der Temperaturen beider Subsysteme kann nach [Fle05] durch ein System gekoppelter Differentialgleichungen beschrieben werden. Unter Vernachlässigung der thermischen Rauschquellen und der Annahme, dass ein Energieeintrag in den Detektor im System der Leitungselektronen instantan thermalisiert, kann die Punktantwortfunktion $p(t)$ des Detektors für einen Wärmeeintrag der Form $\dot{Q}(t) = E\delta(t)$ mit der Dirac-Funktion $\delta(t)$, die hier die Einheit s^{-1} besitzt, berechnet werden. Bezeichnet man mit $\beta = C_Z/(C_e + C_Z)$ den relativen Anteil der Wärmekapazität der magnetischen Momente an der Gesamtwärmekapazität des Detektors, so ist die Punktantwortfunktion durch

$$p(t) \simeq \beta \left(-e^{-t/\tau_0} + e^{-t/\tau_1} \right) \quad (2.12)$$

gegeben. Hierbei bezeichnen τ_0 und τ_1 charakteristische Zeitkonstanten des Systems, die von den Wärmekapazitäten C_e und C_Z sowie den thermischen Kopplungen G_{eb} und G_{ze} abhängen und den Anstieg bzw. den Abfall der inneren Energie des Systems der magnetischen Momente beschreiben. Während die Abfallszeit τ_1 in guter Näherung durch die Gesamtwärmekapazität $C_{\text{tot}} = C_e + C_Z$ und die thermische Kopplung G_{eb} des Detektors an das Wärmebad gemäß $\tau_1 = C_{\text{tot}}/G_{eb}$ gegeben ist, hängt die Anstiegszeit τ_0 von der materialabhängigen Zeitkonstante τ_K ab, mit der die magnetischen Momente auf einen Energieeintrag in das System der Leitungselektronen reagieren. Die Temperaturabhängigkeit dieser Zeitkonstanten ergibt sich aus der Korringa-Relation $\tau_K T = \kappa$, wobei κ die Korringa-Konstante bezeichnet. Berücksichtigt man desweiteren, dass ein Anstieg der Temperatur des Systems der magnetischen Momente gleichzeitig zu einem Abkühlen des Systems der Leitungselektronen führt, so ist die Anstiegszeit τ_0 durch die Beziehung $\tau_0 = (1 - \beta) \tau_K$ gegeben. Mit den charakteristischen Frequenzen $f_{0/1} = 1/(2\pi\tau_{0/1})$ ergibt sich für den Betrag der auf positive Frequenzen beschränkten Fouriertransformierten $|\tilde{p}(f)|$ der Punktantwortfunktion der Ausdruck

$$|\tilde{p}(f)| \simeq \frac{2\beta\tau_1}{\sqrt{1 + (f/f_0)^2} \sqrt{1 + (f/f_1)^2}} \quad (2.13)$$

Berücksichtigt man, dass die Rauschquellen $P_{ze}(t)$ bzw. $P_{eb}(t)$ statistisch unabhängig voneinander sind, so kann das Leistungsspektrum S_{E_Z} der Fluktuationen des Energieinhalts des Systems der magnetischen Momente berechnet werden. Für die in dieser

Arbeit relevanten Situationen, d.h. für $C_e \simeq C_Z$ sowie $\tau_0 \ll \tau_1$, erhält man hierbei die Beziehung

$$S_{E_Z} = k_B C_Z T^2 \left((1 - \beta) \frac{4\tau_0}{1 + (f/f_0)^2} + \beta \frac{4\tau_1}{1 + (f/f_1)^2} \right) . \quad (2.14)$$

Das Spektrum der Energiefluktuationen $\sqrt{S_{E_Z}}$ setzt sich demnach aus zwei stufenförmigen Anteilen mit unterschiedlichen Plateauwerten und Abschneidefrequenzen zusammen. Während die niederfrequente Stufe, deren Plateauwert $\sqrt{4k_B C_Z T^2 \tau_1 \beta}$ beträgt, die Energiefluktuationen zwischen dem Wärmebad und dem System der magnetischen Momente beschreibt, resultiert die höherfrequente Stufe aus den Energiefluktuationen zwischen dem System der magnetischen Momente und dem System der Leitungselektronen und besitzt einen Plateauwert von $\sqrt{4k_B C_Z T^2 \tau_0 (1 - \beta)}$.

Da das Spektrum der Punktantwortfunktion im Vergleich zum Spektrum der thermodynamischen Energiefluktuationen ein qualitativ unterschiedliches Frequenzverhalten zeigt, ist das Signal-zu-Rauschen-Verhältnis $SNR(f)$ nur bis zu einer Frequenz f_{eff} konstant und fällt oberhalb dieser Frequenz proportional zu f^{-1} ab. Es lässt sich durch die Funktion

$$SNR^2(f) = \frac{SNR_0^2}{1 + (f/f_{\text{eff}})^2} \quad (2.15)$$

beschreiben, wobei der niederfrequente Plateauwert SNR_0^2 und die Frequenz f_{eff} durch

$$SNR_0^2 \simeq \frac{\beta \tau_1}{k_B C_Z T^2} \quad \text{und} \quad f_{\text{eff}} \simeq \sqrt{f_0 f_1} \sqrt{\frac{\beta}{1 - \beta}} \quad (2.16)$$

gegeben sind [Fle03]. Aufgrund des Abfalls des Signal-zu-Rauschen-Verhältnisses oberhalb der Frequenz f_{eff} ist die nutzbare Bandbreite des Detektors effektiv auf Frequenzen $f < f_{\text{eff}}$ beschränkt. Mit den Gleichungen 2.15 und 2.11 ergibt sich für die Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters bei Verwendung eines optimalen Filters im hier diskutierten Modell der Ausdruck

$$\Delta E_{\text{FWHM}} = 2,35 \sqrt{4k_B C_e T^2} \left(\frac{1}{\beta(1 - \beta)} \frac{\tau_0}{\tau_1} \right)^{1/4} , \quad (2.17)$$

anhand dessen sich einige wichtige Aussagen hinsichtlich der erreichbaren Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters ableiten lassen:

- Aufgrund der endlichen Signalanstiegszeit τ_0 des Detektors ist die Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters auf einen endlichen Wert beschränkt und damit fundamental limitiert.

- Die Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters wird für $\beta = 1/2$ minimal. In diesem Fall ist die Wärmekapazität der Leitungselektronen C_e , die in etwa der Wärmekapazität des Absorbers entspricht, gleich der Wärmekapazität der magnetischen Momente C_Z , welche die Wärmekapazität des Sensors dominiert.
- Bei Vernachlässigung weiterer Rauschbeiträge wird die Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters umso besser, je kleiner die Signalanstiegszeit τ_0 und je größer die Abklingzeit τ_1 des Detektorsignals ist. Allerdings wird die Anstiegszeit τ_0 durch die materialspezifische Spin-Elektron-Relaxationszeit τ_K und die Abklingzeit τ_1 durch die im Experiment minimal geforderte Zählrate beschränkt.
- Da die Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters proportional zur Temperatur T sowie der Wurzel $\sqrt{C_e}$ aus der Wärmekapazität des Absorbers ansteigt, kann durch den Betrieb des Detektors bei tiefen Temperaturen sowie die Verwendung eines Absorbers mit geringer Wärmekapazität C_e eine Minimierung der Energieauflösung ΔE_{FWHM} des Detektors erreicht werden.

2.6.3 Magnetisches Johnson-Rauschen

Analog zur Brownschen Molekularbewegung führen Elektronen in einem leitenden Material aufgrund ihrer thermischen Energie ungerichtete und voneinander unabhängige Bewegungen aus. In der unmittelbaren Umgebung der Elektronen sind mit diesen Bewegungen zeitlich fluktuierende Magnetfelder verbunden, die über die Detektionsspule im SQUID als magnetisches Flussrauschen wahrgenommen werden. Die Berechnung dieses Rauschbeitrags kann auf verschiedene Arten erfolgen. So kann als Ausgangspunkt die statistische Bewegung der Elektronen gewählt und mit Hilfe der Maxwell-Gleichungen die Flussänderung in der Detektionsspule berechnet werden [Var84, Gil98]. Alternativ kann das Reziprozitätstheorem in Verbindung mit dem Fluktuations-Dissipations-Theorem verwendet werden [Har68]. Unter der Annahme eines Wechselstroms mit der Frequenz ω in der Detektionsspule berechnet man hierbei die Wirbelstromverluste in leitfähigen Materialien in der Umgebung der Spule und ordnet so der Detektionsspule einen frequenzabhängigen Widerstand $R(\omega)$ zu. Aus diesem kann dann mit Hilfe des Fluktuations-Dissipations-Theorems das magnetische Flussrauschen berechnet werden:

$$S_{\Phi}(\omega) = \frac{1}{\omega^2} S_U(\omega) = 4k_B T \frac{R(\omega)}{\omega^2} . \quad (2.18)$$

Aus Gleichung 2.18 ist ersichtlich, dass das magnetische Johnson-Rauschen proportional zur thermischen Energie $k_B T$ und der elektrischen Leitfähigkeit σ der umgebenden Materialien zunimmt. Durch eine geeignete Wahl von Materialien kann daher

stets gewährleistet werden, dass der Beitrag des magnetischen Johnson-Rauschens zum Gesamtrauschen gering ist, so dass das magnetische Johnson-Rauschen keine fundamentale Limitierung der Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters darstellt.

2.6.4 Rauschen des SQUID-Magnetometers

Als Maß für das scheinbare magnetische Flussrauschen eines SQUIDs kann entweder die spektrale Dichte S_{Φ}^{SQ} des magnetischen Flussrauschens oder die Energiesensitivität ϵ bzw. die gekoppelte Energiesensitivität ϵ_c verwendet werden. Diese Größen sind über die Beziehungen

$$\epsilon = \frac{S_{\Phi}^{\text{SQ}}}{2L_S} \quad \text{und} \quad \epsilon_c = \frac{L_i S_I}{2} = \frac{\epsilon}{k^2} \quad (2.19)$$

miteinander verknüpft, wobei L_S die Eigeninduktivität des SQUIDs, S_I das scheinbare Stromrauschen in der Einkoppelspule und k den Kopplungsfaktor zwischen Einkoppelspule und der Eigeninduktivität des SQUIDs bezeichnen. Typischerweise setzt sich die Energiesensitivität eines SQUIDs aus der Summe eines weißen Beitrags mit $\epsilon(f) = \text{const.}$ und eines frequenzabhängigen Anteils mit $\epsilon \propto 1/f^\eta$ zusammen, wobei der Exponent η Werte zwischen 0,5 und 1 annehmen kann [Dru11].

2.6.5 Niederfrequentes Zusatzrauschen

In der Vergangenheit wurde bei magnetischen Kalorimetern mit Sensoren aus Au:Er ein weiterer, niederfrequenter Rauschbeitrag beobachtet, dessen physikalische Ursache bislang noch nicht vollständig verstanden ist. Experimentell konnte gezeigt werden, dass dieser Rauschbeitrag im Temperaturbereich zwischen 30 mK und 4,2 K temperaturunabhängig und proportional zur Anzahl N_{Er} der Erbium-Ionen im Sensor ist. Ferner kann dieser Beitrag durch die Annahme eines fluktuierenden magnetischen Moments mit einer spektralen Leistungsdichte von $S_m \simeq 0,1\mu_B^2/f^\eta$ pro Erbium-Ion beschrieben werden. Hierbei bezeichnet μ_B das Bohrsche Magneton, f die Frequenz und für den Exponenten η wurden abhängig von der Detektorgeometrie und dem verwendeten Herstellungsprozess Werte zwischen 0,8 und 1 gefunden.

In [Dan05] wurden als mögliche Ursachen für dieses niederfrequente Zusatzrauschen Spin-Spin-Korrelationen, wie sie in Spin-Gläsern unterhalb der Übergangstemperatur auftreten, diskutiert. Allerdings liegt der Temperaturbereich, in dem der niederfrequente Rauschbeitrag bisher beobachtet wurde, um bis zu vier Größenordnungen höher als die Temperatur des Spin-Glas-Übergangs von Au:Er mit den typischerweise verwendeten Erbium-Konzentrationen. Zudem zeigen Effekte, die auf Spin-Spin-Korrelationen beruhen, eine starke Temperaturabhängigkeit und nehmen

zu höheren Temperaturen rapide ab [Rei86, Sve89]. Dagegen wurde in [Bur08] untersucht, ob der niederfrequente Zusatzbeitrag zum Rauschen von Wechselwirkungen zwischen den Erbium-Ionen und den elektrischen Kernquadrupolmomenten von Gold verursacht wird. Hierzu wurde das niederfrequente Rauschen eines Detektors mit Gold-Erbium-Sensor mit dem niederfrequenten Rauschen eines Detektors mit Silber-Erbium-Sensor verglichen. Obwohl Silber im Gegensatz zu Gold keine elektrischen Kernquadrupolmomente besitzt, zeigt der auf ein Erbium-Ion bezogene niederfrequente Rauschbeitrag in beiden Detektoren einen identischen Wert. Die Kerneigenschaften des Wirtsmaterials können daher als Ursache für das zusätzlich beobachtete Rauschen ausgeschlossen werden.

2.6.6 Flussrauschen im SQUID und Energieauflösung

Bei der Diskussion der Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters in Abschnitt 2.6.2 wurden bislang nur die thermodynamischen Energiefluktuationen S_{Ez} zwischen den Subsystemen des Detektors berücksichtigt. Wie in den vorherigen Abschnitten erläutert worden ist, existieren allerdings weitere Rauschbeiträge, die Einfluss auf die Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters haben. Hierzu zählen das Rauschen S_{Φ}^{SQ} des verwendeten SQUIDs, das magnetische Johnson-Rauschen S_{Φ}^{J} normalleitender Detektorkomponenten sowie das niederfrequente Zusatzrauschen S_{Φ}^{Er} , das bei Detektoren mit Au:Er-Sensoren experimentell beobachtet worden ist. Da diese Beiträge statistisch unabhängig voneinander sind, kann das Gesamtrauschen S_{Φ}^{ges} im SQUID durch inkohärente Addition aller Beiträge berechnet werden:

$$S_{\Phi}^{\text{ges}}(f) = \left(\frac{\delta\Phi_{\text{S}}}{\delta\Phi} \right)^2 \left[\frac{1}{\beta^2} \left(\frac{\delta\Phi}{\delta E} \right)^2 S_{Ez}(f) + S_{\Phi}^{\text{J}}(f) + S_{\Phi}^{\text{Er}}(f) \right] + S_{\Phi}^{\text{SQ}}(f) \quad (2.20)$$

Hieraus kann dann das scheinbare Rauschen S_{Ez}^{ges} des Energieinhalts des Systems der magnetischen Momente und damit zusammen mit den Gleichungen 2.13 und 2.10 das Signal-zu-Rauschen-Verhältnis $SNR(f)$ berechnet werden.

Abbildung 2.6 zeigt die spektrale Dichte $\sqrt{S_{Ez}^{\text{ges}}}$ sowie den Betrag der Fouriertransformierten $|\tilde{p}(f)|$ der Punktantwortfunktion eines optimierten, transformatorgekoppelten magnetischen Kalorimeters mit *einer* mäanderförmigen Detektionsspule und *einem* planaren Au:Er-Sensor. Der Mitte-zu-Mitte-Abstand p bzw. die Streifenbreite w der Detektionsspule betragen $p = 6 \mu\text{m}$ bzw. $w = 3 \mu\text{m}$. Für die Wärmekapazität des Absorbers wurde ein Wert von $C_{\text{abs}} = 0,15 \text{ pJ/K}$ bei einer Temperatur von $T = 30 \text{ mK}$ angenommen. Zur Auslesung des Detektors wurde ein SQUID mit einer Einkoppelinduktivität von $L_1 = 1,8 \text{ nH}$, einer Gegeninduktivität von $M_{\text{is}} = 383 \text{ pH}$, einem weißen Rauschanteil von $\sqrt{S_{\Phi}^{\text{SQ}}} = 0,3 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ und einem zu $1/f$ proportionalen Rauschbeitrag mit einer Eckfrequenz von $f_c = 277 \text{ Hz}$ vorausgesetzt. Ferner

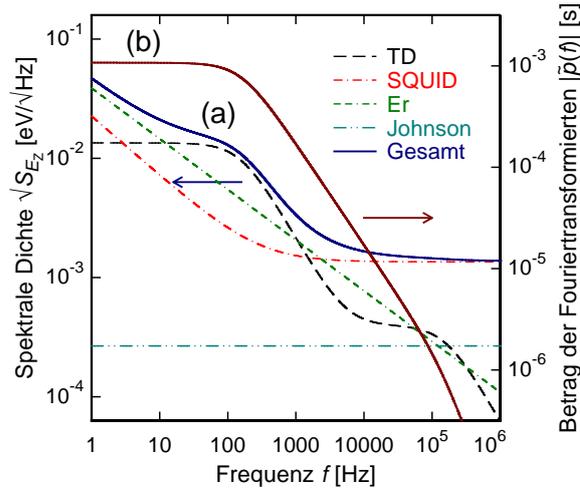


Abb. 2.6: (a) Spektrale Leistungsdichte $\sqrt{S_{E_Z}}$ der scheinbaren Energiefluktuationen sowie (b) Betrag der Fouriertransformierten der Punktantwortfunktion eines optimierten, transformatorgekoppelten magnetischen Kalorimeters mit mäanderförmiger Detektionsspule. Die Detektorparameter sind im Text beschrieben. Die gestrichelten Linien stellen die verschiedenen Rauschbeiträge zum Gesamttrauschen des Detektors dar.

wurde angenommen, dass die Summe der parasitären Induktivitäten L_w im Flusstransformator einen Wert von 500 pH besitzt und dass die thermischen Kopplungen zwischen Absorber, Sensor und Wärmebad derart gewählt sind, dass sich charakteristische Zeitkonstanten von $\tau_0 = 1 \mu\text{s}$ und $\tau_1 = 1 \text{ms}$ ergeben. In Abbildung 2.6 ist deutlich zu erkennen, dass das Spektrum $\sqrt{S_{E_Z}^{\text{ges}}}$ für hohe Frequenzen durch das SQUID-Rauschen dominiert wird und einen konstanten Wert annimmt, der durch den Wert des weißen Rauschanteils des SQUIDs bestimmt wird. Zu sehr niedrigen Frequenzen hin, $f < 10 \text{Hz}$, zeigt sich ein Anstieg des Spektrums, der durch das niederfrequente Rauschen der Erbium-Ionen sowie dem frequenzabhängigen Anteil des Rauschens des SQUIDs verursacht wird. Wie Abbildung 2.7 zeigt, führt dies dazu, dass das Signal-zu-Rauschen-Verhältnis SNR von dem durch Gleichung 2.15 beschriebenen Verhalten abweicht. Bei niedrigen Frequenzen steigt das Signal-zu-Rauschen-Verhältnis zunächst mit steigender Frequenz an, durchläuft ein Plateau, dessen Wert im Gegensatz zu dem durch Gleichung 2.16 gegebenen Wert geringfügig erniedrigt ist, und fällt bei hohen Frequenzen zunächst proportional zu $1/f$ und für $f > f_0$ proportional zu $1/f^2$ ab. Insgesamt wird hierdurch die effektiv nutzbare Bandbreite des Detektors reduziert und der durch die thermodynamischen Energiefluktuationen limitierte Wert der Energieauflösung von $\Delta E_{\text{FWHM}} = 0,32 \text{eV}$ auf $\Delta E_{\text{FWHM}} = 0,76 \text{eV}$ erhöht. Folglich hat das zusätzliche $1/f$ -Rauschen des Au:Er-Sensors wie auch das magnetische Flussrauschen des zur Auslesung des Detektors verwendeten SQUIDs bei metallischen magnetischen Kalorimetern einen signifikanten Einfluss auf die erreichbare Energieauflösung.

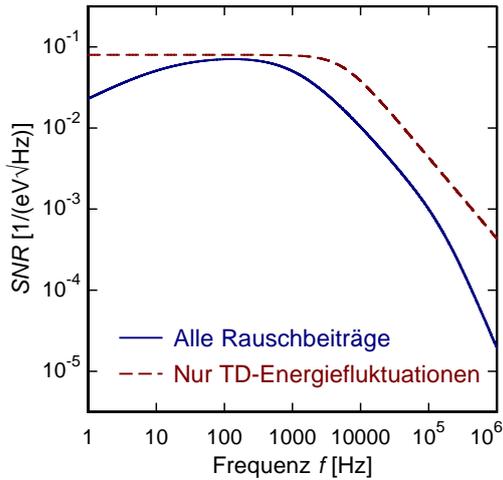


Abb. 2.7: Signal-zu-Rauschen-Verhältnis des im Text exemplarisch diskutierten Detektors, bei dem einerseits nur die thermodynamischen Energiefluktuationen und andererseits alle bei einem magnetischen Kalorimeter auftretenden Rauschbeiträge berücksichtigt wurden.

2.7 Optimierung magnetischer Kalorimeter

Abhängig von der Anwendung, für die ein magnetisches Kalorimeter entwickelt werden soll, werden unterschiedliche Anforderungen an den Detektor gestellt. Hierzu zählen die charakteristischen Zeitkonstanten τ_0 und τ_1 , die die Zeitauflösung und die maximale Zählrate des Detektors festlegen, die sensitive Fläche des Detektors sowie die Quanteneffizienz des Absorbers für Teilchen bzw. Photonen einer bestimmten Energie. Durch die Wahl der Arbeitstemperatur T_{Bad} und des Absorbermaterials wird dann zusammen mit der Detektionsfläche und der Quanteneffizienz die Wärmekapazität C_{abs} des Absorbers festgelegt. Setzt man das Sensormaterial und die generelle Detektorgeometrie als gegeben voraus, so hängt die Energieauflösung ΔE_{FWHM} des Detektors von einer Reihe von Parametern ab, die innerhalb gewisser Grenzen frei gewählt werden können. Durch geschickte Wahl dieser Parameter ist es daher möglich, die Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters zu minimieren.

In früheren Arbeiten wurden für die in Abschnitt 2.4 diskutierten Detektorgeometrien analytische Ausdrücke der optimalen Werte der freien Detektorparameter angegeben [Fle05, Fle09]. Hierbei wurde jedoch der Einfluss des $1/f$ -Rauschanteils des SQUIDs sowie des mit den Erbium-Ionen verknüpften, niederfrequenten Rauschbeitrags auf die erreichbare Energieauflösung nur qualitativ diskutiert. Da Gleichung 2.11 allerdings mit numerischen Methoden ausgewertet werden kann, ist es möglich, die Energieauflösung des Detektors unter Berücksichtigung aller Rauschbeiträge und experimenteller Randbedingungen zu minimieren. Für den im vorangegangenen Abschnitt diskutierten Detektor erhält man auf diese Weise die in Tabelle 2.1 zusammengefassten optimalen Detektorparameter.

Durch derartige Optimierungsrechnungen können jedoch nicht nur die optimalen Detektorparameter für ein gegebenes SQUID bestimmt, sondern auch der Einfluss

T [mK]	C_{abs} [pJ/K]	ϵ [h]	f_c [Hz]	h_{sens} [μm]	A_{sens} [μm^2]	x [ppm]	I_0 [mA]	ΔE_{FWHM} [eV]
30	0,15	3	277	0,732	(101,2) ²	221	32,1	0,76

Tab. 2.1: Optimale Parameter für den in Abschnitt 2.6.6 diskutierten Detektor. Hierbei bezeichnen h_{sens} bzw. A_{sens} die Höhe bzw. die Fläche des Sensors, x die Erbium-Konzentration des Sensormaterials und I_0 den magnetfelderzeugenden Dauerstrom in der Detektionsspule.

der gekoppelten Energiesensitivität ϵ_c eines SQUIDs auf die erreichbare Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters bestimmt werden. Abbildung 2.8(a) zeigt die erreichbare Energieauflösung eines optimierten, transformatorgekoppelten magnetischen Kalorimeters mit *einer* mäanderförmigen Detektionsspule ($p = 6 \mu\text{m}$, $w = 3 \mu\text{m}$) und *einem* planaren Au:Er-Sensor als Funktion der gekoppelten Energiesensitivität ϵ_c des zur Auslesung des Detektors verwendeten SQUIDs. Hierbei wurde angenommen, dass die Wärmekapazität des Absorbers bei einer Arbeitstemperatur von $T = 30 \text{ mK}$ einen Wert von $C_{\text{abs}} = 0,15 \text{ pJ/K}$ besitzt. Dies entspricht beispielsweise einem Bismutabsorber mit einer Grundfläche von $250 \mu\text{m} \times 250 \mu\text{m}$ und einer Quanteneffizienz von 99 % für niederenergetische Photonen mit Energien bis 10 keV [Vai04]. Die thermischen Kopplungen zwischen Absorber, Sensor und Wärmebad wurden erneut so gewählt, dass sich charakteristische Zeitkonstanten von $\tau_0 = 1 \mu\text{s}$ und $\tau_1 = 1 \text{ ms}$ ergeben. Für die parasitären Induktivitäten im Flusstransformator wurde ein Wert von $L_w = 500 \text{ pH}$ angenommen. Die Induktivität L_i der Einkoppelspule des SQUIDs wurde bei den durchgeführten Rechnungen als freier Parameter betrachtet. Auf diese Weise konnte gewährleistet werden, dass die Flusskopplung $\delta\Phi_S/\delta\Phi$ stets einen maximalen Wert annimmt. Für ein ideales rauschfreies SQUID mit $\epsilon_c \rightarrow 0$ ist die minimal erreichbare Energieauflösung eines solchen Detektors durch $\Delta E_{\text{FWHM}} = 0,54 \text{ eV}$ gegeben, wobei die freien Detektorparameter die in Tabelle 2.2 zusammengefassten optimalen Werte annehmen.

T [mK]	C_{abs} [pJ/K]	h_{sens} [μm]	A_{sens} [μm^2]	x [ppm]	I_0 [mA]	L_i [pH]	ΔE_{FWHM} [eV]
30	0,15	1,677	(63,2) ²	152	48,9	685	0,54

Tab. 2.2: Optimale Parameter für den im Text diskutierten Detektor unter Annahme eines idealen rauschfreien SQUIDs mit $\epsilon_c \rightarrow 0$. Hierbei bezeichnen h_{sens} bzw. A_{sens} die Höhe bzw. die Fläche des Sensors, x die Erbium-Konzentration des Sensormaterials und I_0 den magnetfelderzeugenden Dauerstrom in der Detektionsspule.

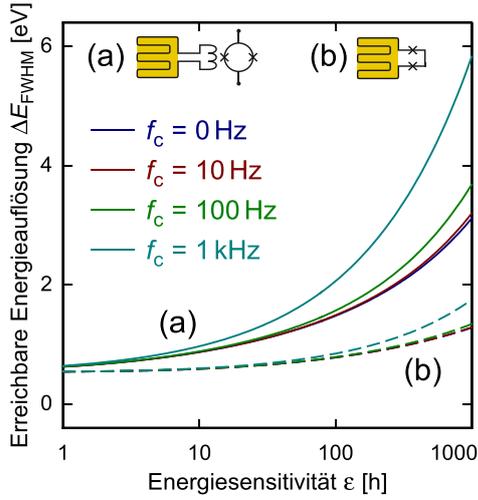


Abb. 2.8: Minimal erreichbare Energieauflösung eines optimierten magnetischen Kalorimeters mit (a) transformatorgekoppelter und (b) im SQUID integrierter mäanderförmiger Detektionsspule unter den im Text angegebenen Randbedingungen in Abhängigkeit von der Energiesensitivität ϵ und der $1/f$ -Eckfrequenz f_c des Flussrauschens des zur Auslesung verwendeten SQUIDs. Zur Erinnerung sind in der Abbildung die beiden Detektorgeometrien schematisch dargestellt.

Zweistufige dc-SQUIDs zeigen heutzutage gekoppelte Energiesensitivitäten von $\epsilon_c < 4$ h mit $1/f$ -Eckfrequenzen von $f_c < 300$ Hz, sofern diese bei Temperaturen unter 100 mK betrieben werden [Dru07, Dru11]. Nach Abbildung 2.8(a) kann mit einem solchen zweistufigen dc-SQUID eine Energieauflösung von $\Delta E_{\text{FWHM}} < 0,8$ eV erreicht werden. Mit zunehmender Energiesensitivität ϵ_c des SQUIDs steigt die erreichbare Energieauflösung ΔE_{FWHM} des Detektors allerdings an, da das Flussrauschen S_{Φ}^{SQ} des SQUIDs das Gesamtrauschen S_{Φ}^{ges} des Detektors immer stärker dominiert. Die Optimierungsrechnungen zeigen desweiteren, dass die optimalen Werte der Erbium-Konzentration x sowie der Fläche A_{sens} und der Höhe h_{sens} des Sensors mit steigender Energiesensitivität ϵ_c des SQUIDs ebenfalls anwachsen, da dies zu einer Zunahme des Detektorsignals und damit zu einer Erhöhung des Signal-zu-Rauschen-Verhältnisses führt. Auf diese Weise kann zwar einerseits der Einfluss des SQUID-Rauschens teilweise kompensiert werden, andererseits nimmt mit der Erhöhung des Volumens bzw. der Erbium-Konzentration des Sensors der Beitrag des niederfrequenten Rauschanteils der Erbium-Ionen zu. Da der Einfluss dieses niederfrequenten Rauschbeitrags dann jedoch schneller als die Signalgröße anwächst, nimmt insgesamt das Signal-zu-Rauschen-Verhältnis mit steigender Energiesensitivität ϵ_c ab, so dass in der Summe die Energieauflösung ΔE_{FWHM} des Detektors ansteigt.

Etwas moderatere Anforderungen hinsichtlich der gekoppelten Energiesensitivität ϵ_c des SQUIDs ergeben sich, sofern auf die räumliche Trennung zwischen SQUID und Detektor verzichtet werden kann. Unter der Annahme einer optimalen Kopplung zwischen der Detektionsspule mit Induktivität L und der Einkoppelspule des SQUIDs ergibt sich für die Flusskopplung einer transformatorgekoppelten Geometrie, wie sie beispielsweise in Abbildung 2.8(a) dargestellt ist, der Ausdruck

$$\frac{\delta\Phi_S}{\delta\Phi} \leq \frac{k}{2} \sqrt{\frac{L_S}{L}} \quad , \quad (2.21)$$

wobei L_S die Eigeninduktivität des SQUIDs und k den Kopplungsfaktor zwischen der Einkoppelspule und der Eigeninduktivität des SQUIDs bezeichnen. Folglich ist die Energiesensitivität bezogen auf die Detektionsspule des in Abbildung 2.8(a) gezeigten Aufbaus mit supraleitendem Flusstransformator um den Faktor $4/k^2$ gegenüber der Energiesensitivität ϵ des SQUIDs degradiert.

Abbildung 2.8(b) zeigt die erreichbare Energieauflösung eines Detektors ohne Transformatorkopplung als Funktion der Energiesensitivität ϵ für verschiedene Werte der $1/f$ -Eckfrequenz f_c des Flussrauschens des SQUIDs. Es wurde dabei angenommen, dass das SQUID eine mäanderförmige Induktivität L_S mit einem Wert von $L_S = 100$ pH besitzt, auf der ein planarer Sensor aus Au:Er platziert wird. Wie man erkennen kann, ergeben sich bei Verzicht auf die Transformatorkopplung selbst für Energiesensitivitäten im Bereich von $\epsilon \approx 100$ h Energieauflösungen von $\Delta E_{\text{FWHM}} < 0,8$ eV. Da jedoch der Sensor bei einem solchen Szenario thermisch durch das SQUID beeinflusst wird und auch die Eigenschaften des SQUIDs aufgrund der kapazitiven Kopplung zwischen der SQUID-Schleife und dem Sensor nachteilig und schwer vorhersehbar beeinflusst werden kann, wurde im Rahmen dieser Arbeit zunächst ein Mikrowellen-SQUID-Multiplexer für transformatorgekoppelte Detektoren entwickelt.

2.8 Stand der Entwicklung

Zum Abschluss dieses Kapitels soll das Ergebnis einer Charakterisierungsmessung eines Detektors für Röntgenphotonen mit Energien bis 10 keV hinsichtlich der momentan mit magnetischen Kalorimetern erreichbaren Energieauflösung diskutiert werden. Bei dem Detektor handelt sich um den in [Heu11] diskutierten Ein-Pixel-Detektor, der auf der in Abbildung 2.4(c) dargestellten Detektorgeometrie basiert und der einen Goldabsorber mit einer Wärmekapazität von $C_{\text{abs}} = 0,15$ pJ/K bei einer Temperatur von 30 mK besitzt. Zur Auslesung des Detektors wurde ein kommerziell erhältliches, zweistufiges SQUID-Magnetometer der Physikalisch Technischen Bundesanstalt in Berlin verwendet, wobei für derartige SQUID-Magnetometer mit einer direkt gekoppelten Auslesungselektronik typischerweise ein weißes Flussrauschen von $0,5 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ und ein $1/f$ -artiger Rauschanteil von $5 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ bei einer Frequenz von 1 Hz gemessen werden [Dru07, Dru11]. Auf Grundlage der mit diesen Werten durchgeführten Optimierungsrechnungen ist für den betrachteten Detektor eine Energieauflösung von $\Delta E_{\text{FWHM}} = 0,95$ eV zu erwarten.

Abbildung 2.9 zeigt zwei Ausschnitte eines mit diesem Detektor bei einer Temperatur von $T = 28$ mK und einem in der Detektionsspule fließenden, magnetfelderzeugenden Dauerstrom von $I = 30$ mA gemessenen Spektrums einer ^{55}Fe -Röntgenquelle. Dargestellt ist zum einen die gemessene Linienform der K_α -Linie von ^{55}Mn , in das

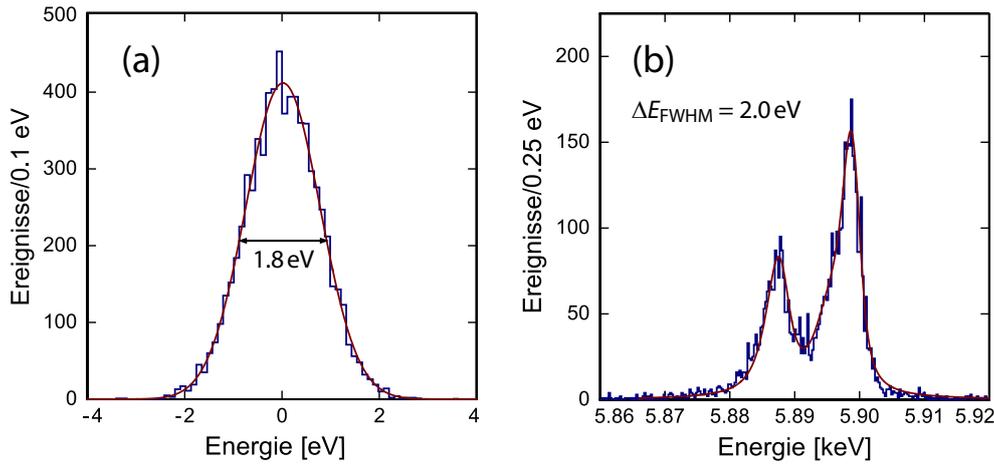


Abb. 2.9: (a) Verteilung der Energien der Ruhesignale sowie (b) Linienform der K_α -Linie von ^{55}Mn , die mit dem in [Heu11] diskutierten Ein-Pixel-Detektor bei einer Temperatur von $T = 28 \text{ mK}$ und einem in der Detektionsspule fließenden, magnetfelderzeugenden Dauerstrom von $I = 30 \text{ mA}$ gemessen worden sind. Die durchgezogenen Kurven entsprechen einer Faltung der natürlichen Linienform gemessen mit einem Kristallspektrometer [Höl97] mit einer Gauß-Verteilung der Breite $\Delta E_{\text{FWHM}} = 2,0 \text{ eV}$.

^{55}Fe durch einen Elektroneneinfangprozess mit einer Halbwertszeit von $T_{1/2} = 2,7 \text{ a}$ zerfällt, sowie zum anderen die Verteilung der Ruhesignale des Detektors. Unter der Annahme, dass sich das Rauschen der Ruhesignale nicht systematisch von dem einer Pulsantwort des Detektors überlagerten Rauschen unterscheidet, kann derselbe Algorithmus, der zur Zuweisung einer Energie bei getriggerten Ereignissen verwendet wird, auch auf ungetriggerte Rauschsignale angewendet werden. Aus der Verteilung der resultierenden scheinbaren Signalhöhen der Rauschsignale kann dann die erreichbare Energieauflösung des Detektors für Photonen mit einer Energie von 0 keV abgelesen werden. Wie in Abbildung 2.9(a) zu erkennen ist, beträgt diese bei der durchgeführten Messung $\Delta E_{\text{FWHM}} = 1,8 \text{ eV}$ und weicht damit etwa einen Faktor 2 von der vorhergesagten Energieauflösung des Detektors ab. Als Gründe hierfür sind ein erhöhtes Flussrauschen des verwendeten zweistufigen SQUIDs, eine gegenüber den numerischen Rechnungen erhöhte Induktivität der Detektionsspulen, die zu einer Reduzierung der Flusskopplung zwischen Detektor und SQUID führt, sowie eine um etwa 25 % erhöhte Wärmekapazität des Detektors anzuführen. Aus dem Vergleich der gemessenen Linienform mit der natürlichen Linienform der K_α -Linie von ^{55}Mn erhält man für die Energieauflösung des Detektors bei einer Röntgenenergie von $5,9 \text{ keV}$ einen Wert von $\Delta E_{\text{FWHM}} = 2,0 \text{ eV}$, der im Vergleich zu dem aus der Verteilung der Ruhesignale extrahierten Wert um etwa 10 % erhöht ist. Trotz der vergleichsweise geringen Statistik ist anhand von Abbildung 2.9(b) jedoch zu erkennen, dass die beiden aus der Feinstrukturaufspaltung der K_α -Linie resultierenden Linien zu kleinen Ener-

gien hin systematisch verbreitert sind. Dies deutet auf eine Positionsabhängigkeit der Signalhöhen bzw. einen Verlust von Energie in Form von athermischen Phononen in einer frühen Phase der Thermalisierung des Detektors hin. Ein solcher Effekt wurde in der Vergangenheit schon häufig beobachtet [Kem07, Bur08, Fle09] und kann bei zukünftigen Messungen durch eine weitere Reduktion der Kontaktfläche zwischen dem Absorber und dem Temperatursensor verringert werden.

Obwohl das Auflösungsvermögen dieses Detektors mit $E/\Delta E > 3000$ bereits jetzt für viele Anwendungen ausreichend ist, wird momentan intensiv an der Behebung der aufgeführten Probleme gearbeitet, um die vorhergesagten Energieauflösungen von unter 1 eV auch experimentell verifizieren zu können. Während eine Verbesserung des magnetischen Flussrauschens der verwendeten SQUIDs noch vergleichsweise einfach durch eine Optimierung der Betriebsparameter bzw. des experimentellen Aufbaus zu erreichen ist, müssen die Ursachen der erhöhten Induktivität sowie der Wärmekapazität des Detektors zunächst noch eingehender untersucht werden. Experimentell konnte bislang gezeigt werden, dass die Werte gemessener Induktivitäten systematisch größer als die aus numerischen Simulationen gewonnenen Werte sind, wobei dies unabhängig von der verwendeten Simulationsmethode ist und selbst für sehr realitätsnahe Simulationen und insbesondere bei kleinen Detektionsspulen mit Induktivitäten unter 10 nH auftritt. Desweiteren haben Messungen gezeigt, dass nahezu alle im institutseigenen Reinraum gesputterten Au- und Au:Er-Filme erhöhte Wärmekapazitäten zeigen, deren Werte mit der hier beobachteten zusätzlichen Wärmekapazität verträglich sind. Da bisweilen jedoch noch nicht eindeutig geklärt werden konnte, welche Freiheitsgrade die erhöhten Wärmekapazitäten verursachen, konnten die Herstellungsprozesse bislang noch nicht auf eine Vermeidung bzw. Reduzierung der zusätzlichen Wärmekapazität angepasst werden. Aus diesem Grund wird momentan intensiv daran gearbeitet, den Einfluss dieser zusätzlichen Wärmekapazität, etwa durch eine Verringerung der Schichtdicken der gesputterten Goldschichten, sofern dies prozesstechnisch möglich ist, oder durch die Verwendung alternativer Sensormaterialien, auf einen vernachlässigbaren Wert zu reduzieren. Ungeachtet der technischen Herausforderungen, die es in diesem Zusammenhang noch zu bewältigen gilt, ist es jedoch zu erwarten, dass die diskutierten Probleme in naher Zukunft überwunden werden und auf diese Weise die „magische“ Grenze der Energieauflösung von 1 eV bald mit einem metallischem magnetischem Kalorimeter unterschritten werden kann.

3. Auslesung von Detektorarrays

Durch den konsequenten Einsatz von Methoden der Dünnschichttechnik und der Photolithographie können magnetische Kalorimeter heutzutage in großer Zahl und mit nahezu identischen Eigenschaften hergestellt werden. Hierdurch wurde eine notwendige Voraussetzung für den Bau großer Detektorarrays erfüllt, durch die die Zahl der Detektoren in zukünftigen Experimenten signifikant erhöht werden kann, um so die Statistik der Experimente zu erhöhen, die Detektionsfläche zu vergrößern oder orts aufgelöste und damit bildgebende Messungen zu ermöglichen. Allerdings muss in diesem Zusammenhang zwangsläufig die Frage beantwortet werden, auf welche Weise große Detektorarrays ausgelesen werden können. Obwohl eine individuelle Auslesung der einzelnen Detektoren prinzipiell möglich ist, führt diese auch als Raummultiplexverfahren bekannte Methode zu Problemen, da sowohl die Zahl der zur Auslesung notwendigen Leitungen als auch die dissipierte Leistung proportional zur Größe des Detektorarrays anwächst. Jedoch können die Signale mehrerer Detektoren am Ort des Detektorarrays, d.h. bei tiefen Temperaturen, mit Hilfe eines Multiplexers gebündelt bzw. ineinander verschachtelt werden, so dass diese simultan über einen gemeinsamen Kanal bzw. eine gemeinsame Leitung übertragen werden können.

3.1 Multiplexverfahren, Abtasttheorem und Kanalkapazität

Multiplexverfahren sind Methoden, mit denen die Signale mehrerer voneinander unabhängiger Detektoren gebündelt und über einen gemeinsamen Kanal bzw. eine gemeinsame Leitung übertragen werden können. Abhängig von der Art und Weise wie die Signale zusammengefasst, übertragen und schließlich wieder voneinander getrennt werden, unterscheidet man die folgenden Multiplexverfahren:

Raummultiplexverfahren Jedes Signal wird über einen individuellen Kanal übertragen, der der jeweiligen Signalquelle exklusiv zur Verfügung steht.

Zeitmultiplexverfahren Die einzelnen Signale werden zeitversetzt über einen gemeinsamen Kanal übertragen. Hierzu wird der Übertragungskanal jeder Signalquelle abwechselnd für ein Zeitfenster Δt exklusiv zur Verfügung gestellt.

Frequenzmultiplexverfahren Die einzelnen Signale werden simultan in verschiedenen, sich nicht überschneidenden Frequenzbereichen über einen gemeinsamen Kanal übertragen.

Codemultiplexverfahren Die einzelnen Signale werden mit speziellen, voneinander unterscheidbaren Bitmustern codiert, um im Basisband eine simultane Übertragung der Signale über einen gemeinsamen Kanal zu ermöglichen.

Obwohl alle genannten Multiplexverfahren zur Auslesung eines aus magnetischen Kalorimetern bestehenden Detektorarrays geeignet sind, wird sich im Folgenden zeigen, dass sich die verschiedenen Multiplexverfahren hinsichtlich der Zahl der zur Auslesung erforderlichen Leitungen, der Komplexität der Auslesungselektronik sowie der bei tiefen Temperaturen dissipierten Leistung unterscheiden. Aus diesem Grund muss je nach Einsatzgebiet und Größe eines Detektorarrays individuell entschieden werden, welches Multiplexverfahren zur Auslesung verwendet werden soll.

3.1.1 Abtasttheorem

Abhängig von dem verwendeten Multiplexverfahren erfolgt die Auslesung der einzelnen Signale entweder kontinuierlich in der Zeit oder durch diskrete Abtastung zu bestimmten, jedoch wohldefinierten Zeitpunkten t_k . Während bei einer kontinuierlichen Erfassung keine speziellen Randbedingungen hinsichtlich der Auslesung erfüllt sein müssen, erfordert eine diskrete Abtastung der Detektorsignale die Einhaltung des Nyquist-Shannon-Abtasttheorems [Sha49]. Dieses besagt, dass ein Signal $s(t)$, dessen Frequenzspektrum oberhalb einer Frequenz f_{Ny} verschwindet, vollständig durch eine Folge von Punkten $s_k = s(k\Delta t)$ mit einem zeitlichen Abstand von $\Delta t = 1/(2f_{Ny})$ beschrieben werden kann. Das Signal $s(t)$ lässt sich in diesem Fall durch

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s_k \frac{\sin[\pi(2f_{Ny}t - k)]}{\pi(2f_{Ny}t - k)} \quad (3.1)$$

darstellen und kann mit endlichem Aufwand beliebig genau approximiert bzw. mit unendlich hohem Aufwand exakt rekonstruiert werden. Bezeichnet man mit f_S die Frequenz, mit der das Signal $s(t)$ abgetastet wird, so kann das Abtasttheorem auch in der Form $f_S \geq 2f_{Ny}$ ausgedrückt werden.

Da die diskrete Erfassung sinusförmiger Signale mit Frequenzen $|f + nf_S|$ mit $f \in [-f_S/2, f_S/2]$ und $n \in \mathbb{Z}$ mit einer Abtastfrequenz f_S identische Resultate liefert, kommt es bei Verletzung des Abtasttheorems zum sogenannten Alias-Effekt. Hierbei erscheinen Frequenzen $|f + nf_S|$, die außerhalb des Intervalls $[-f_S/2, f_S/2]$ liegen, im Basisband bei der Frequenz f und führen zu einer Erhöhung des zugehörigen Frequenzanteils im Spektrum des Signals. Hierdurch wird das ursprüngliche Signal $s(t)$ verfälscht und kann nicht mehr exakt rekonstruiert werden. Zur Vermeidung dieses Effekts muss die Bandbreite des Signals auf Frequenzen $f < f_S/2$ eingeschränkt werden, wobei hierfür im Idealfall ein Tiefpassfilter mit einer unendlich hohen Kantensteilheit und einer Grenzfrequenz von $f_S/2$ verwendet werden müsste.

3.1.2 Kanalkapazität

In der Einleitung dieses Kapitels wurde bereits erläutert, dass durch die Verwendung eines Multiplexverfahrens die Zahl der zur Auslesung eines Detektorarrays notwendigen Leitungen reduziert werden soll. Hierzu werden die Signale mehrerer Detektoren in der Nähe des Detektorarrays, d.h. bei tiefen Temperaturen, gebündelt, über einen gemeinsamen Kanal übertragen und schließlich wieder voneinander getrennt. Die Zahl der Signale N_{\max} , die ohne Verlust von Information über einen gemeinsamen Kanal übertragen werden können, ist jedoch auf einen endlichen Wert

$$N_{\max} = \frac{C_{\text{sig}}}{C_{\text{K}}} \quad (3.2)$$

beschränkt und hängt einerseits von der Signalkapazität C_{sig} der Detektorsignale und andererseits von der Kanalkapazität C_{K} des Übertragungskanals ab. Beide Größen stellen ein logarithmisches Maß für die Informationsmenge pro Zeiteinheit dar, die im Detektorsignal enthalten ist bzw. die fehlerfrei über einen Informationskanal übertragen werden kann. Nach dem Shannon-Hartley-Gesetz [Har28, Sha49] ist die Kanalkapazität eines Übertragungskanals, der durch additives Rauschen mit gaußförmiger Amplitudenverteilung gestört wird, durch

$$C_{\text{K}} = \int_0^B \log_2 [1 + \text{SNR}^2(f)] df \quad (3.3)$$

gegeben, wobei B die Bandbreite des Übertragungskanals und SNR das Signal-zu-Rauschen-Verhältnis bezeichnen. Durch Verwendung des binären Logarithmus $\log_2(x)$ ist die Einheit der Kanalkapazität auf $[C_{\text{K}}] = 1 \text{ bit/s}$ festgelegt. Da das intrinsische Rauschen magnetischer Kalorimeter eine gaußförmige Amplitudenverteilung besitzt, kann die Signalkapazität C_{sig} des Detektorsignals analog zu Gleichung 3.3 mit Hilfe des Shannon-Hartley-Gesetzes berechnet werden.

In Abschnitt 2.6 wurde gezeigt, dass sowohl das Signal-zu-Rauschen-Verhältnis SNR als auch die Bandbreite B , die zur Auslesung eines magnetischen Kalorimeters erforderlich ist, von einer Reihe von Parametern abhängen, die entweder durch die Anwendung vorgegeben werden oder sich durch Optimierung des Detektors hinsichtlich der Energieauflösung ergeben. Dementsprechend variiert die Signalkapazität C_{sig} eines magnetischen Kalorimeters und damit verbunden die maximale Zahl an Detektoren, die über einen Übertragungskanal ausgelesen werden kann. Um eine Abschätzung für die auftretenden Größenordnungen zu erhalten, soll im Folgenden exemplarisch die Signalkapazität eines magnetischen Kalorimeters zur Detektion weicher Röntgenstrahlung mit Energien bis 10 keV berechnet werden, wobei die Eigenschaften einer möglichen Umsetzung eines solchen Detektors in Abschnitt 2.6.6 diskutiert

worden sind. Es soll angenommen werden, dass der Detektor mit einer Bandbreite von $B = 30 \text{ kHz}$ ausgelesen wird. Dieser Wert ist vergleichsweise niedrig und zu gering, um die intrinsische Anstiegszeit des Detektors aufzulösen. Da allerdings in Abschnitt 2.6 gezeigt worden ist, dass die effektive Bandbreite eines magnetischen Kalorimeters etwas unterhalb der zur Anstiegszeit zugehörigen Frequenz f_0 liegt, reicht dieser Wert aus, um das volle Auflösungsvermögen des Detektors gewährleisten zu können. Berücksichtigt man ferner, dass der Rauschbeitrag des zur Auslesung des Detektors notwendigen SQUIDs der Kanalkapazität des Übertragungskanals und nicht dem Detektorsignal zugeordnet werden muss, so erhält man für die Signalkapazität einen Wert von $C_{\text{sig}} \simeq 450 \text{ kbit/s}$.

In allen Anwendungen, bei denen Multiplexverfahren in Verbindung mit Tieftemperatur-Teilchendetektoren verwendet werden, werden die gebündelten Detektorsignale zunächst bei tiefen Temperaturen verstärkt. Aus diesem Grund hängt die Kanalkapazität des Übertragungskanals von der Art des verwendeten Verstärkers ab. Je nach Multiplexverfahren werden hierfür entweder SQUID-Verstärker oder HEMT¹-Verstärker eingesetzt. SQUID-Verstärker ohne Flussrückkopplung haben typischerweise einen linearen Flussbereich von $\Delta\Phi_{\text{lin}} \simeq \Phi_0/\pi$ bei einem magnetischen Flussrauschen von $\sqrt{S_\Phi} \simeq 1 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ und einer Bandbreite von $B \simeq 10 \text{ MHz}$. Damit liegt die Kanalkapazität von SQUID-Verstärkern im Bereich von $C_K \simeq 100 \text{ Mbit/s}$. Der im Rahmen dieser Arbeit verwendete HEMT-Verstärker² besitzt eine Rauschtemperatur von $T_N \simeq 3 \text{ K}$, eine Sättigungsleistung von $P_{\text{sat}} \simeq -40 \text{ dBm}$ und eine Bandbreite von $B = 4 \text{ GHz}$. Damit ergibt sich eine Kanalkapazität von $C_K \simeq 300 \text{ Gbit/s}$. Nach Gleichung 3.2 liegt damit die maximale Zahl von Detektoren, die gemeinsam über einen Übertragungskanal ausgelesen werden können, bei Verwendung von SQUID-Verstärkern im Bereich von $N_{\text{max}} \simeq 200$ und bei Verwendung von HEMT-Verstärkern im Bereich von $N_{\text{max}} \simeq 6 \cdot 10^5$.

3.2 Raummultiplexverfahren

Als Raummultiplexverfahren (SDM³-Verfahren) werden solche Multiplexverfahren bezeichnet, bei denen jeder Signalquelle ein individueller Übertragungskanal zur exklusiven Nutzung zur Verfügung gestellt wird. Streng genommen handelt es sich daher im klassischen Sinn nicht um ein Multiplexverfahren, da bei dieser Methode die Zahl der Übertragungskanäle nicht reduziert wird. Allerdings ist es aufgrund der räumlichen Bündelung der einzelnen Übertragungskanäle üblich, diese Art der Signalübertragung dennoch als Multiplexverfahren zu bezeichnen.

¹Kurzform für **H**igh **E**lectron **M**obility **T**ransistor.

²Modell LNF-LNC4_8A, Low Noise Factory AB, Schweden.

³Abkürzung aus dem Englischen für **S**pace-**D**ivision **M**ultiplexing.

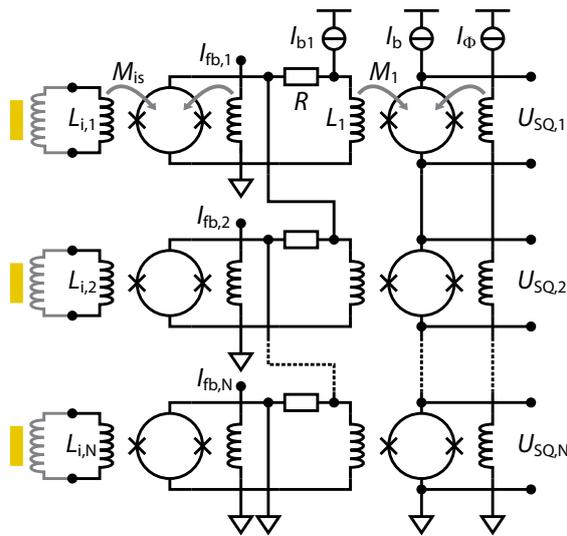


Abb. 3.1: Schematische Darstellung eines Raummultiplexverfahrens zur Auslesung eines aus magnetischen Kalorimetern bestehenden Detektorarrays. Jeder Detektor wird mit Hilfe eines zweistufigen dc-SQUIDs ausgelesen.

Abbildung 3.1 zeigt eine schematische Darstellung einer möglichen Realisierung eines SDM-Verfahrens zur Auslesung eines aus N magnetischen Kalorimetern bestehenden Detektorarrays, wobei die Detektionsspulen der unterschiedlichen Detektoren jeweils an die Einkoppelspulen $L_{i,i}$ der verschiedenen Detektor-SQUIDs angeschlossen sind. Der Grundgedanke des dargestellten Verfahrens ist, jeden Detektor individuell mit Hilfe eines zweistufigen dc-SQUIDs auszulesen. Dementsprechend unterscheidet sich die Auslesung eines Detektorarrays nicht von der in Abschnitt 2.3 diskutierten Auslesung einkanaliger Detektoren. Insbesondere können die Kennlinien aller SQUIDs durch Verwendung einer Rückkoppelelektronik linearisiert werden, so dass sich hinsichtlich der gekoppelten Energiesensitivität, der zur Verfügung stehenden Bandbreite sowie der bei tiefen Temperaturen dissipierten Leistung gegenüber der Auslesung einkanaliger Detektoren keine Änderungen ergeben und die Auflösung der Detektoren folglich nicht beeinträchtigt wird. Da die Zahl der zur Auslesung erforderlichen Leitungen sowie die bei tiefen Temperaturen dissipierte Leistung allerdings linear mit der Größe des Detektorarrays anwächst, können sehr große Detektorarrays mit einem Raummultiplexverfahren nur mit einem vergleichsweise hohen Aufwand betrieben werden. Für kleine Detektorarrays stellt ein SDM-Verfahren jedoch einen vielversprechenden Ansatz dar.

3.3 Zeitmultiplexverfahren

Bei einem Zeitmultiplexverfahren (TDM⁴-Verfahren) werden die Signale unterschiedlicher Detektoren zeitversetzt über einen gemeinsamen Datenkanal übertragen. Hierzu stellt der Multiplexer jedem Detektor abwechselnd für einen bestimmten Zeit-

⁴Abkürzung aus dem Englischen für **T**ime-**D**ivision **M**ultiplexing.

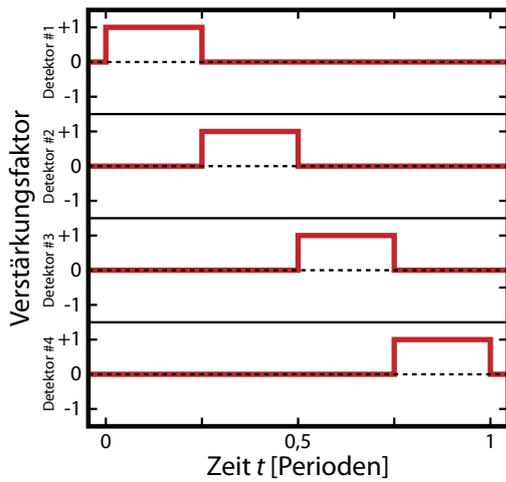


Abb. 3.2: Schematische Darstellung der orthogonalen Modulationsfunktionen eines Zeitmultiplexverfahrens am Beispiel eines aus vier Detektoren bestehenden Detektorarrays. Der Faktor, mit dem die Ausgangssignale der einzelnen Detektoren durch den Multiplexer verstärkt werden, ist hierbei als Funktion der Zeit aufgetragen. Außerhalb des dargestellten Zeitbereichs werden die Modulationsfunktionen periodisch fortgesetzt.

abschnitt Δt_i den Übertragungskanal zur Übermittlung des Signals exklusiv zur Verfügung. Mathematisch betrachtet werden die Signale der einzelnen Detektoren mit um das Zeitintervall Δt_i gegeneinander verschoben und sich periodisch wiederholenden Rechteckfunktionen multipliziert und anschließend aufsummiert. Die entsprechenden Modulationsfunktionen sind in Abbildung 3.2 exemplarisch für ein aus vier Detektoren bestehendes Detektorarray dargestellt.

Abbildung 3.3(a) zeigt schematisch eine Implementierung eines Zeitmultiplexverfahrens, das in der Vergangenheit erfolgreich zur Auslesung supraleitender Phasenübergangsthermometer verwendet worden ist [Bey09] und grundsätzlich auch zur Auslesung magnetischer Kalorimeter eingesetzt werden kann. Wie in der Abbildung zu sehen ist, sind N identische dc-SQUIDs seriell verschaltet und mit einer bei Raumtemperatur befindlichen Konstantstromquelle I_b verbunden. Der Spannungsabfall U über der Serienschaltung aller SQUIDs wird als Eingangssignal einer Rückkoppel-elektronik verwendet, die sich ebenfalls bei Raumtemperatur befindet. Parallel zu jedem SQUID sind supraleitende Schalter angeordnet, die individuell über Adressleitungen $I_{a,i}$ geöffnet und geschlossen werden können.

Sofern alle Schalter geschlossen sind, fließt der von der Konstantstromquelle eingepreßte Strom I_b an den SQUIDs vorbei, da diese über den supraleitenden Schalter kurzgeschlossen sind. Der Wert des Konstantstroms I_b wird dabei so gewählt, dass er dem optimalen Betriebsstrom der verwendeten SQUIDs entspricht. Wird ein Schalter geöffnet, so fließt der Strom durch das zugehörige SQUID, so dass dieses flusssensitiv wird und einen Spannungsabfall über der Serienschaltung aller SQUIDs erzeugt. Gemäß dem Prinzip eines Zeitmultiplexverfahrens werden nun die einzelnen SQUIDs nacheinander durch Betätigung der zugehörigen Schalter aktiviert, so dass ihr momentaner Flusszustand anhand des Spannungsabfalls ausgelesen werden kann. Die zur Messung des Spannungsabfalls verwendete Elektronik steuert zusätzlich die Aktivierung der Schalter und stellt ein zeitlich abgestimmtes, negatives Rückkoppel-

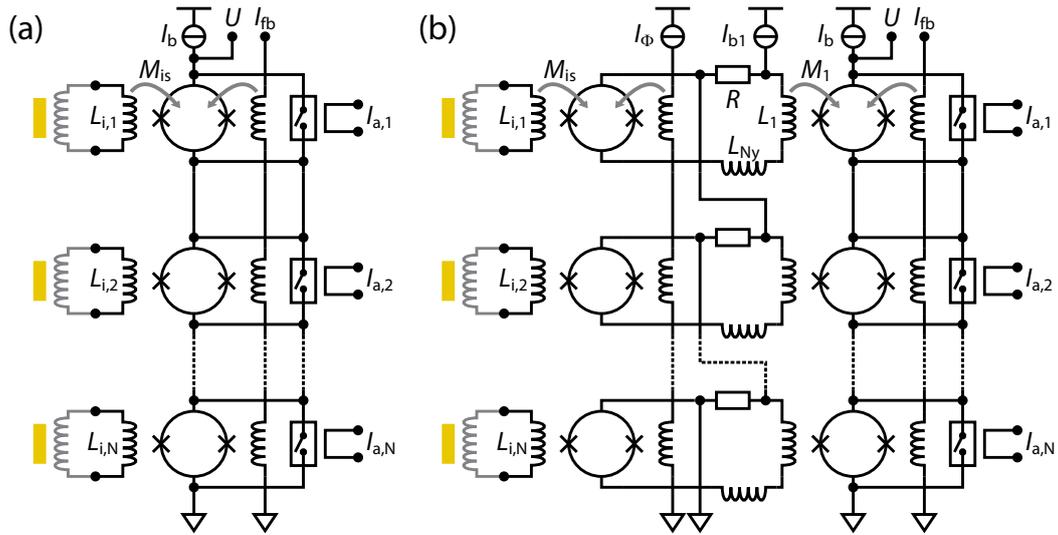


Abb. 3.3: (a) Schematische Darstellung eines Zeitmultiplexverfahrens zur Auslesung magnetischer Kalorimeter, das auf der Verwendung von dc-SQUIDs und supraleitenden Schaltern basiert [Bey09]. (b) Modifikation des in (a) dargestellten Zeitmultiplexverfahrens, mit dessen Hilfe der Einfluss der durch den Alias-Effekt erhöhten gekoppelten Energiesensitivität der periodisch ausgelesenen SQUIDs verringert werden kann.

signal bereit, durch das die Flussänderung in dem gerade aktiven SQUID über die allen SQUIDs gemeinsame Rückkoppelung I_{fb} kompensiert werden kann [Rei03].

Im Vergleich zu einem Raummultiplexverfahren kann die Zahl der erforderlichen Leitungen zur Auslesung eines aus N magnetischen Kalorimetern bestehenden Detektorarrays mit diesem Verfahren deutlich reduziert werden. Aufgrund dessen, dass durch eine Kombination von M Multiplexern dieser Art zu einem zweidimensionalen $N \times M$ Detektorarray für jede Zeile nur eine gemeinsame Adressleitung erforderlich ist, ist das Skalierungsverhalten des Multiplexers nicht wie bei einem SDM-Verfahren durch $\mathcal{O}(N \cdot M)$, sondern durch $\mathcal{O}(N + M)$ gegeben. Da in jeder Spalte zu jedem Zeitpunkt stets nur ein SQUID flusssensitiv ist, gelten analoge Aussagen für die bei tiefen Temperaturen dissipierte Leistung.

Obwohl das hier diskutierte Verfahren grundsätzlich zur Auslesung magnetischer Kalorimeter geeignet ist, lässt sich dieses Schema dennoch nur bedingt zur Auslesung großer Detektorarrays verwenden, da ohne weitere Modifikationen die Energieauflösung der Detektoren durch den in Abschnitt 3.1.1 diskutierten Alias-Effekt degradiert wird. Bezeichnet man mit f_{sw} die Frequenz, mit der zwischen den einzelnen Kanälen umgeschaltet wird, so ist die Abtastrate jedes einzelnen Kanals, d.h. die Zeilenfrequenz, durch f_{sw}/N gegeben. Nach dem Abtasttheorem muss daher die Bandbreite der Detektorsignale auf Frequenzen $f < f_{sw}/2N$ eingeschränkt werden. Hierzu kann entweder ein elektrischer Tiefpass verwendet oder alternativ die Anstiegszeit

des Detektors durch einen thermischen Widerstand zwischen Sensor und Absorber verringert werden. Hierdurch nimmt die Abschneidefrequenz der hochfrequenten Stufe der thermodynamischen Energiefluktuationen und damit fast gleichbedeutend die Bandbreite des Detektors ab. Obwohl sich eine Einschränkung der Bandbreite grundsätzlich negativ auf die Energieauflösung der Detektoren auswirkt, ist dieser Effekt jedoch für kleine N vernachlässigbar, da die effektive Bandbreite der Detektoren bereits durch das SQUID-Rauschen geringfügig reduziert ist. Allerdings ist die Energiesensitivität ϵ des SQUIDs gegenüber einer zeitkontinuierlichen Auslesung um einen Faktor N erhöht [Irw02]. Die damit verbundene Erhöhung des SQUID-Rauschens kann jedoch nicht wie bei supraleitenden Phasenübergangsthermometern durch eine Erhöhung der Einkoppelinduktivität L_i und damit verbunden durch eine Erhöhung der Signalgröße aufgrund der ebenfalls erhöhten Gegeninduktivität M_{is} des SQUIDs kompensiert werden, da bei magnetischen Kalorimetern die Induktivität der Detektionsspule an die Induktivität des SQUIDs angepasst ist. Wie anhand von Abbildung 2.8 im Rahmen der Diskussion der Optimierung magnetischer Kalorimeter gezeigt worden ist, steigt die erreichbare Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters mit der Energiesensitivität des SQUIDs an, so dass ohne weitere Modifikation bereits bei vergleichsweise kleinen Detektorarrays die erreichbare Energieauflösung signifikant degradiert wird.

Abbildung 3.3(b) zeigt eine Modifikation des diskutierten TDM-Verfahrens, mit dem die Erhöhung der Energiesensitivität der SQUIDs teilweise kompensiert werden kann. Wie zu erkennen ist, wird zwischen der Einkoppelspule L_i und dem periodisch ausgelesenen SQUID ein weiteres SQUID geschaltet, das dauerhaft fluss sensitiv ist. Bis auf die zusätzliche Induktivität L_{Ny} , deren Bedeutung sich später erschließen wird, entspricht damit jeder Kanal formal einem in Abschnitt 2.3 diskutierten zweistufigen SQUID, so dass der Einfluss des erhöhten Flussrauschens des durchgeschalteten SQUIDs um die Fluss-zu-Fluss-Verstärkung G_Φ abgeschwächt wird. Die negative Rückkopplung erfolgt allerdings weiterhin auf das durchgeschaltete SQUID, da sonst für jeden Kanal eine individuelle Rückkoppelleitung erforderlich wäre. Da die Induktivität L_{Ny} zusammen mit dem Widerstand R , dem dynamischen Widerstand R_{dyn} des SQUIDs und der Spule L_1 einen Tiefpassfilter erster Ordnung bildet, kann durch geeignete Wahl von L_{Ny} die Bandbreite des Detektorsignals entsprechend dem Abtasttheorem eingeschränkt werden, ohne dass die Anstiegszeit des Detektors thermisch verringert werden muss. Aufgrund dieses Filters kann die Fluss-zu-Fluss-Verstärkung G_Φ allerdings keine beliebig großen Werte annehmen [Dru96]. Weiterhin ist der lineare Flussbereich $\Delta\Phi_{lin}$ eines nicht-rückgekoppelten SQUIDs mit $\Delta\Phi_{lin} \simeq \Phi_0/\pi$ vergleichsweise gering. Obwohl daraus resultierende Nichtlinearitäten in den Detektorsignalen mit entsprechenden Messungen korrigiert werden können, sind für viele Anwendung lineare Kennlinien wünschenswert. Mit der in Abbildung 3.4 dargestellten Erweiterung des TDM-Verfahrens kann der li-

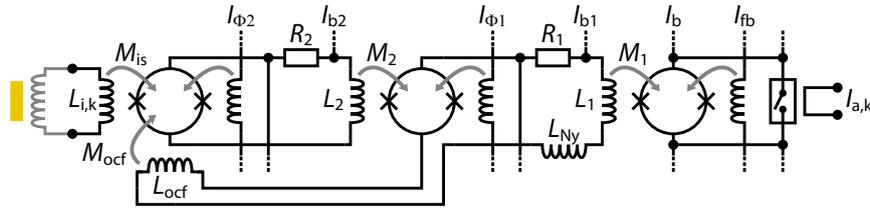


Abb. 3.4: Schematische Darstellung eines einzelnen Kanals eines auf dem Prinzip eines SQUID-basierten Operationsverstärkers [Irw01] beruhenden Zeitmultiplexverfahrens zur Auslesung metallischer magnetischer Kalorimeter.

neare Flussbereich sowie der Wert der Fluss-zu-Fluss-Verstärkung erhöht werden. Es handelt sich hierbei um eine zweistufige Realisierung des in [Irw01] diskutierten SQUID-basierten Operationsverstärkers, bei dem der Ausgangsstrom der letzten Stufe vor dem periodisch ausgelesenen SQUID negativ in das Detektor-SQUID zurückgekoppelt wird. Auf diese Weise wird die Kennlinie des Detektor-SQUIDs über einen weiten Flussbereich linearisiert sowie mit jedem weiteren SQUID die Fluss-zu-Fluss-Verstärkung G_Φ erhöht [Kiv08, Dru09]. Auf diese Weise kann der Einfluss der Energiesensitivität des periodisch ausgelesenen SQUIDs sowie die Nichtlinearität auf ein vernachlässigbares Niveau reduziert werden. Da mit der hier diskutierten Modifikation des TDM-Verfahrens mit jeder zusätzlich eingeführten SQUID-Stufe nur zwei weitere Konstantstromquellen zum Betrieb des Multiplexers erforderlich sind, wird die Gesamtzahl der erforderlichen Leitungen nur unwesentlich erhöht. Allerdings wächst in einem $N \times M$ Detektorarray die vom Multiplexer dissipierte Leistung proportional zur Anzahl $N \cdot M$ der Detektoren und zur Zahl der SQUID-Stufen pro Kanal an. Dies kann bei sehr großen Detektorarrays zu Problemen hinsichtlich der zur Verfügung stehenden Kühlleistung führen. Für kleine Detektorarrays stellt das beschriebene TDM-Verfahren allerdings einen vielversprechenden Ansatz dar.

3.4 Frequenzmultiplexverfahren

Ein Frequenzmultiplexverfahren (FDM⁵-Verfahren) ist dadurch gekennzeichnet, dass die Signale verschiedener Detektoren auf Trägersignale mit unterschiedlichen Trägerfrequenzen moduliert werden. Auf diese Weise entstehen schmale Frequenzbänder, die zu einem breitbandigen Signal zusammengefasst und simultan und unabhängig voneinander über eine gemeinsame Leitung übertragen werden können. Im Gegensatz zu dem im vorangegangenen Abschnitt diskutierten TDM-Verfahren muss hierbei nicht zwingend die Bandbreite der einzelnen Detektoren eingeschränkt werden. Aufgrund der zeitkontinuierlichen Auslesung wird bei einem Frequenzmultiplexverfahren

⁵Abkürzung aus dem Englischen für **F**requency-**D**ivision **M**ultiplexing.

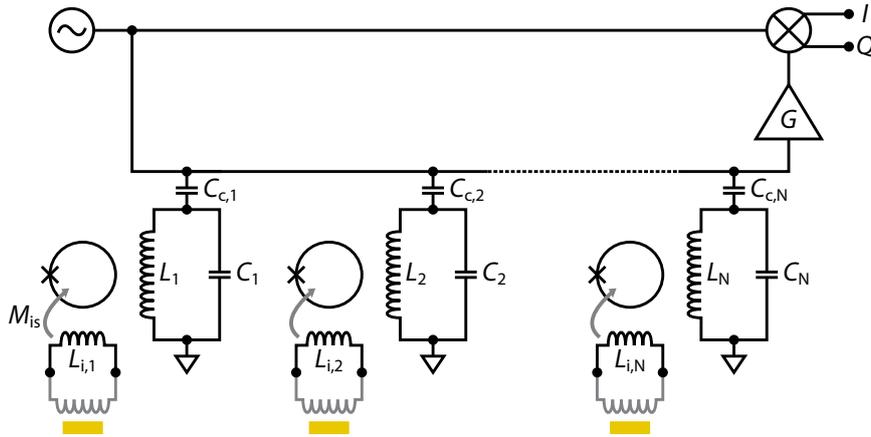


Abb. 3.5: Schematische Darstellung eines auf nicht-hysteretischen, ungeschunteten rf-SQUIDs basierenden Mikrowellen-SQUID-Multiplexers, auf dessen Grundlage im Rahmen dieser Arbeit ein Frequenzmultiplexverfahren zur Auslesung magnetischer Kalorimeter entwickelt worden ist.

das Signal-zu-Rauschen-Verhältnis ferner nicht durch den Alias-Effekt beeinträchtigt. Dementsprechend hängt die Energieauflösung der einzelnen Detektoren nicht von der Größe N des Detektorarrays ab, die daher nur durch die Kanalkapazität des Übertragungskanals und die einem Detektor zur Verfügung gestellte Bandbreite limitiert ist. Aus diesem Grund ist es mit einem FDM-Verfahren grundsätzlich möglich, die verhältnismäßig schnellen Signalanstiegszeiten eines magnetischen Kalorimeters unverfälscht wiederzugeben, ohne dass dies Einfluss auf die Energieauflösung der Detektoren hat.

In der Vergangenheit wurden eine Reihe unterschiedlicher Frequenzmultiplexverfahren zur Auslesung von Tieftemperatur-Teilchendetektoren entwickelt, die entweder mit SQUID-Verstärkern bei MHz-Frequenzen [Yoo01, vdK04] oder bei GHz-Frequenzen mit HEMT-Verstärkern [Ste02, Day03, Irw04] betrieben wurden. Aufgrund der Fülle der verschiedenen Verfahren können an dieser Stelle allerdings nicht alle Verfahren im Detail erläutert werden. Aus diesem Grund beschränkt sich die folgende Diskussion auf das in [Mat08] beschriebene Verfahren, das als Grundlage für das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Multiplexverfahren diente.

Abbildung 3.5 zeigt eine schematische Darstellung des in [Mat08] beschriebenen Verfahrens, das als Mikrowellen-SQUID-Multiplexer bezeichnet wird. Bei diesem Verfahren werden im Gegensatz zu den bislang diskutierten Auslesungsverfahren keine dc-SQUIDs, sondern nicht-hysteretische, ungeschuntete rf-SQUIDs verwendet, die sich wie eine flussabhängige Induktivität verhalten. Wie in der Abbildung zu sehen ist, besteht jeder Kanal eines derartigen Multiplexers aus einem solchen rf-SQUID, das induktiv an einen supraleitenden Resonator gekoppelt ist. Durch eine geeignete

Wahl der Resonanzfrequenzen kann jeder Resonator eindeutig von den übrigen Resonatoren unterschieden werden. Die simultane Auslesung aller Kanäle wird durch kapazitive Kopplung aller Resonatoren an eine gemeinsame Durchgangsleitung erreicht. Für den Betrieb des Multiplexers wird in diese Leitung ein Mikrowellenfrequenzkamm aus sinusförmigen Signalen mit konstanten Amplituden und festen Frequenzen eingespeist, wobei diese auf die Resonanzfrequenzen der einzelnen Resonatoren abgestimmt sind. Aufgrund der Filtercharakteristik der Resonatoren, wird jeder Resonator durch das ihm zugehörige Signal angeregt, ohne dass hiervon die übrigen Signale beeinflusst werden. Durch die induktive Kopplung der Resonatoren mit den zugehörigen rf-SQUIDs hängen die Resonanzfrequenzen allerdings nicht nur von der Induktivität L_k und der Kapazität C_k der Resonatoren, sondern auch vom magnetischen Fluss, der das zugehörige rf-SQUID durchsetzt, ab. Dementsprechend sind je nach Flusszustand der SQUIDs die Anregungsfrequenzen gegenüber den Resonanzfrequenzen verschoben, so dass durch Messung der Amplitude oder der Phase des transmittierten Signals im Vergleich zum Anregungssignal der Flusszustand der SQUIDs und damit das Signal der zugehörigen Detektoren ausgelesen werden kann.

Wie die Diskussion in Abschnitt 3.1.2 ergeben hat, sollte mit dieser Technik in einem Frequenzband von 4 GHz bis 8 GHz mit Hilfe von zwei Koaxialkabeln und einem HEMT-Verstärker eine simultane Auslesung mehrerer tausend Detektoren möglich sein. Da jedoch verglichen mit einem TDM-Verfahren die zur Anregung und Auslesung der Resonatoren erforderliche Raumtemperaturelektronik, deren Beschreibung in Kapitel 7 erfolgt, relativ komplex ist, wird zum momentanen Zeitpunkt die Zahl der simultan auslesbaren Detektoren auf einige hundert Detektoren beschränkt. Allerdings ist aufgrund der Fortschritte im Bereich der Hochfrequenzelektronik sowie der Entwicklung immer schnellerer Signalwandler abzusehen, dass in naher Zukunft leistungsfähigere Elektroniken entwickelt werden können, so dass die momentane Situation nicht als fundamentale Limitierung der Anzahl der auslesbaren Detektoren anzusehen ist. Ungeachtet dessen wird sich in den nächsten Kapiteln zeigen, dass es grundsätzlich schwieriger ist, rf-SQUID-basierte Multiplexer mit derart niedrigen Energiesensitivitäten zu entwickeln, so dass diese direkt mit dc-SQUIDs konkurrieren können. Allerdings ist die von einem nicht-hysteretischen, ungeschunteten rf-SQUID bei tiefen Temperaturen dissipierte Leistung aufgrund der fehlenden Shuntwiderstände um Größenordnungen gegenüber einem dc-SQUID reduziert, so dass das hier diskutierte Multiplexverfahren, trotz einiger offener Fragen, auf die ebenfalls im weiteren Verlauf dieser Arbeit eingegangen wird, einen sehr erfolgversprechenden Ansatz zur Auslesung sehr großer Detektorarrays darstellt.

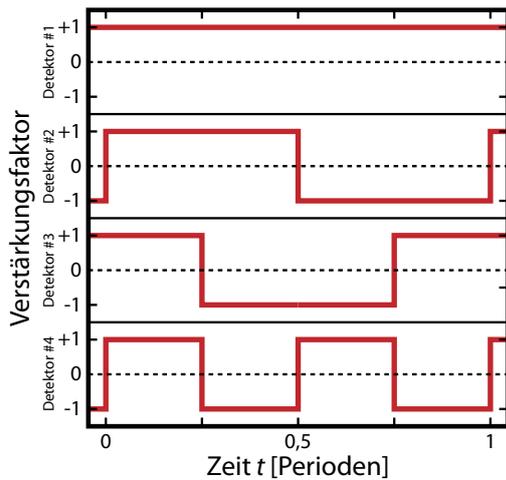


Abb. 3.6: Graphische Darstellung der Modulationsfunktionen eines vollständig normierten, orthogonalen Walsh-Funktionensystems, mit dem ein aus vier Detektoren bestehendes Detektorarray ausgelesen werden kann. Der Faktor, mit dem die Ausgangssignale der einzelnen Detektoren durch den Multiplexer verstärkt werden, ist als Funktion der Zeit aufgetragen. Außerhalb des dargestellten Zeitbereichs werden die Modulationsfunktionen periodisch fortgesetzt.

3.5 Codemultiplexverfahren

Ein Codemultiplexverfahren (CDM⁶-Verfahren) ist ein Multiplexverfahren, bei dem die Signale unterschiedlicher Detektoren mit speziellen Bitmustern codiert, aufsummiert und schließlich über einen gemeinsamen Kanal übertragen werden. Die Codierung der Detektorsignale erfolgt hierbei durch Multiplikation der analogen Ausgangssignale mit orthogonalen Spreizcodes. Sofern diese Voraussetzung erfüllt wird, können im Empfänger die ursprünglichen Detektorsignale durch Korrelation des übertragenen Datenstroms mit dem zu einem Detektorkanal zugehörigen Spreizcode rekonstruiert werden. Ein Beispiel für ein vollständig normiertes, orthogonales Funktionensystem, das in der Nachrichtentechnik häufig zur Implementierung von Codemultiplexverfahren verwendet wird und mit dem in der Vergangenheit bereits erfolgreich die simultane Auslesung supraleitender Phasenübergangsthermometer demonstriert worden ist [Nie10], sind die Walsh-Funktionen [Wal23], die in Abbildung 3.2 für ein aus vier Detektoren bestehendes Detektorarray schematisch dargestellt sind.

Die Verwendung zeitabhängiger Modulationsfunktionen setzt voraus, dass die Polarität der Detektorsignale zeitlich geändert werden kann. Obwohl hierfür supraleitende Schalter erforderlich sind, wird sich im Folgenden zeigen, dass auf diese Weise die Komplexität der Leitungsführung gegenüber alternativen CDM-Verfahren reduziert wird. Bei diesen Verfahren werden die einzelnen Detektorsignale mit unterschiedlicher Polarität in voneinander unabhängige SQUIDs eingekoppelt, die entweder mit Hilfe eines SDM- oder eines TDM-Verfahrens ausgelesen werden [Pod02, Irw10]. Hierfür müssen jedoch von jedem Detektor zu jedem SQUID Verbindungsleitungen geführt werden, so dass die Komplexität der Leitungsführung mit der Zahl der Detektoren in einem Detektorarray rapide ansteigt und eine obere Grenze für die maximale Zahl von Detektoren definiert. Zudem müssen parasitäre Induktivitäten,

⁶Abkürzung aus dem Englischen für **C**ode-**D**ivision **M**ultiplexing.

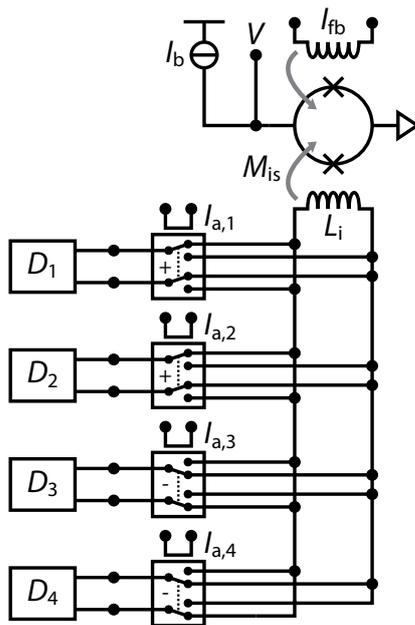


Abb. 3.7: Schematische Darstellung einer möglichen Realisierung eines auf zeitabhängigen Modulationsfunktionen basierenden Codemultiplexverfahrens zur Auslesung eines aus vier Detektoren (D_1 bis D_4) bestehenden Detektorarrays. Die Stellung der supraleitenden DPDT-Schalter, + oder -, und damit verknüpft die Polarität des Detektorsignals im SQUID, wird gemäß dem zeitlichen Verlauf der Modulationsfunktionen aus Abbildung 3.6 geändert.

die sich aus der Leitungsführung ergeben, grundsätzlich klein gehalten werden, um die Flusskopplung zwischen Detektor und SQUID nicht negativ zu beeinflussen. Obwohl es ungeachtet dessen durchaus möglich ist, auf diese Weise ein CDM-Verfahren zur Auslesung magnetischer Kalorimeter zu implementieren, wird im Folgenden ein auf zeitabhängigen Modulationsfunktionen basierendes CDM-Verfahren beschrieben, das auf [Nie10] bzw. [Irw10] zurückgeht und einen möglichen Ansatz zur Auslesung metallischer magnetischer Kalorimeter darstellt.

Abbildung 3.7 zeigt eine schematische Darstellung eines auf zeitabhängigen Modulationsfunktionen basierenden CDM-Verfahrens, das zur Auslesung eines aus vier Detektoren bestehenden Detektorarrays verwendet werden kann. Wie in der Abbildung zu erkennen ist, werden die einzelnen Detektoren über adressierbare, supraleitende DPDT⁷-Schalter mit der Einkoppelspule eines SQUIDs verbunden, wobei die unterschiedlichen Detektorsignale gemäß der Stellung des zugehörigen Schalters entweder mit positiver oder negativer Polarität in das SQUID eingekoppelt werden. Die eigentliche Codierung der Detektorsignale erfolgt nun dadurch, dass die Stellungen der Schalter und die damit verbundenen Polaritäten der Detektorsignale im SQUID gemäß dem zeitlichen Verlauf der Modulationsfunktionen durch eine bei Raumtemperatur befindliche Elektronik geändert werden. Durch die Art der dargestellten Verschaltung wird einerseits die Komplexität der Leitungsführung reduziert und andererseits die Flusskopplung zwischen Detektor und SQUID nicht durch die übrigen Detektoren beeinflusst.

Analog zum TDM-Verfahren muss auch beim Codemultiplexverfahren die Band-

⁷Abkürzung aus dem Englischen für **double pole, double throw**

breite des SQUIDs größer als die Bandbreite der Detektoren sein, die gemäß dem Abtasttheorem auf Frequenzen $f < f_{\text{sw}}/2N$ eingeschränkt werden muss, wobei f_{sw} die Schaltfrequenz und N die Zahl der ausgelesenen Detektoren bezeichnen. Die mit dem Alias-Effekt verbundene Erhöhung des SQUID-Rauschens um den Faktor \sqrt{N} kann bei einem Codemultiplexverfahren dadurch kompensiert werden, dass die Auslesung der einzelnen Detektoren kontinuierlich in der Zeit erfolgt und man daher für jeden Detektor in jedem Zeitabschnitt N unabhängige Signalwerte erhält, so dass das Signal der Detektoren ebenfalls um einen Faktor \sqrt{N} erhöht ist. Aus diesem Grund ist es im Vergleich zu einem TDM-Verfahren nicht notwendigerweise erforderlich, durch ein weiteres, dauerhaft flusssensitives SQUID das Detektorsignal vorzuverstärken. Jedoch kann auch hier ein solches SQUID in Verbindung mit einer Induktivität dazu verwendet werden, die Bandbreite des Detektors gemäß dem Abtasttheorem zu beschränken. Eine Verringerung der Anstiegszeit des Detektors durch einen thermischen Widerstand zwischen Absorber und Sensor wäre dann nicht erforderlich.

Obwohl durch die Verwendung von zeitabhängigen Modulationsfunktionen die Komplexität der Leitungsführung erheblich vereinfacht wird, führt das Schalten der Polarität des Detektorsignals zu einem unerwünschten Nebeneffekt, durch den die Bandbreite der Detektoren eingeschränkt wird. Wie in [Irw10] gezeigt ist, wird während des Schaltvorgangs in der Induktivität L_i eine Spannung induziert, die dazu führt, dass im zeitlichen Mittel ein zur induzierten Spannung proportionaler Strom durch die Einkoppelspule fließt. Diese Proportionalität kann durch einen scheinbaren Widerstand R_{sw} des Schalters beschrieben werden, dessen Wert durch $R_{\text{sw}} = L_i/\tau_d$ gegeben ist, wobei τ_d die mittlere Zeit zwischen zwei Schaltvorgängen bezeichnet. Dieser scheinbare Widerstand des supraleitenden Schalters stellt zusammen mit der Induktivität des Detektors und der Einkoppelinduktivität des SQUIDs einen Hochpass dar, durch den die Bandbreite des Detektors auf Frequenzen $f > 50$ Hz beschränkt wird, sofern realistische Werte für die auftretenden Induktivitäten sowie für die Verweildauer τ_d angenommen werden. Somit ist, insbesondere für große Detektorarrays, die einem Detektor insgesamt zur Verfügung stehende Bandbreite auf etwa zwei bis drei Dekaden reduziert. Dies wirkt sich, wie in Abschnitt 2.6 gezeigt worden ist, direkt auf das Auflösungsvermögen der Detektoren aus. Für kleine Detektorarrays hingegen, bei denen die Nyquist-Frequenz deutlich größere Werte annimmt, stellt das hier vorgestellte CDM-Verfahren jedoch einen vielversprechenden Ansatz dar, da die Zahl der notwendigen Leitungen durch binäre Adressierung der supraleitenden Schalter [Irw10] sowie die geringe bei tiefen Temperaturen dissipierte Leistung gegenüber einem TDM-Verfahren nochmals reduziert ist. Gleichzeitig kann die von den TDM-Verfahren bereits existierende Elektronik auch für das hier vorgestellte CDM-Verfahren verwendet werden.

4. Supraleitende Mikrowellenresonatoren

Im folgenden Kapitel sollen die Grundlagen supraleitender, koplanarer Leitungsresonatoren diskutiert werden, die bei dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Frequenzmultiplexverfahren zur Codierung der unterschiedlichen Detektorsignale verwendet werden. In diesem Zusammenhang werden zunächst die Hochfrequenzeigenschaften von Supraleitern sowie die dielektrischen Eigenschaften amorpher Festkörper im relevanten Temperatur- und Frequenzbereich beschrieben. Weiterhin wird der Messaufbau zur Auslesung der Resonatoren bzw. des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers erläutert. Anhand von Messungen an kapazitiv an eine Durchgangsleitung gekoppelten, koplanaren $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren aus Niob werden zudem wichtige Parameter zur Vorhersage der Resonanzfrequenzen, die erreichbaren Güten der Resonatoren sowie die Rauschtemperatur des Messaufbaus bestimmt.

4.1 Hochfrequenzeigenschaften von Supraleitern

4.1.1 Bardeen-Cooper-Schrieffer-Theorie

Im Rahmen der BCS-Theorie [Bar57] wird gezeigt, dass in einem Festkörper eine beliebig schwache, attraktive Wechselwirkung zwischen zwei Elektronen an der Fermi-Oberfläche zu einer Absenkung der Energie dieser Elektronen führt und diese in Form eines Cooper-Paars gebunden werden [Coo56]. Obwohl eine attraktive Wechselwirkung zwischen Elektronen aufgrund der Coulomb-Abstoßung zunächst unwahrscheinlich erscheint, kann in einem Festkörper eine attraktive Wechselwirkung zwischen Elektronen zum Beispiel durch den Austausch virtueller Phononen vermittelt werden. Die Bindungsenergie 2Δ eines Cooper-Paars ist durch die Differenz der Wechselwirkungsenergie und der Coulomb-Energie der Elektronen gegeben, die jedoch aufgrund des Abschirmeffekts des Fermi-Sees gegenüber der Coulomb-Energie freier Elektronen reduziert ist. Da für Temperaturen $T \rightarrow 0$ alle Zustände der Elektronen unterhalb der Fermi-Energie E_F besetzt sind, stehen für die durch virtuelle Phononen vermittelte Wechselwirkung der Elektronen nur Zustände innerhalb des Energiebereichs von E_F bis $E_F + \hbar\omega_D$ zur Verfügung, wobei ω_D die Debye-Frequenz bezeichnet. Mit zunehmender Zahl von Cooper-Paaren nimmt die Zahl der freien Zustände allerdings ab, so dass der Wert der Bindungsenergie 2Δ auf endliche Werte begrenzt ist und für Temperaturen $T \rightarrow 0$ ein Maximum annimmt, dessen Wert durch $\Delta_0 = 1,764 k_B T_c$ gegeben ist [Bar57], wobei T_c die Phasenübergangstemperatur des Supraleiters bezeichnet.

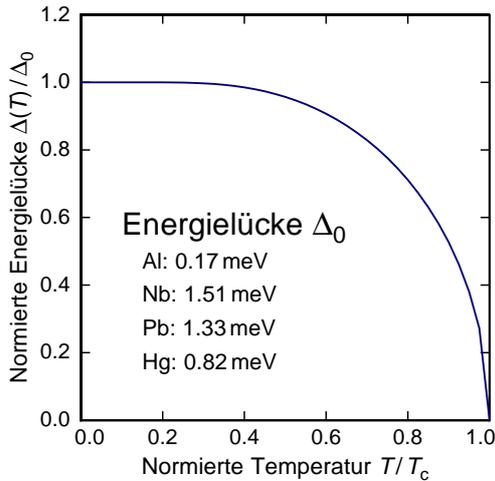


Abb. 4.1: Verlauf der normierten Energielücke $\Delta(T)/\Delta_0$ eines Supraleiters als Funktion der normierten Temperatur T/T_c . Zusätzlich sind die Werte der Energielücke Δ_0 einiger typischer Supraleiter angegeben (nach [Ens05a]).

Bei endlichen Temperaturen $T > 0$ sind nicht alle Elektronen an der Fermi-Oberfläche in Form von Cooper-Paaren gebunden, da diese durch thermische Anregungen aufgebrochen werden. Die hierbei gebildeten Quasiteilchen besetzen Zustände, die den Cooper-Paaren nicht mehr zur Verfügung stehen. Aus diesem Grund wächst mit zunehmender Temperatur einerseits die Zahl der Quasiteilchen an und andererseits nimmt der Wert der Bindungsenergie 2Δ ab und verschwindet schließlich bei der kritischen Temperatur T_c vollständig. Die Temperaturabhängigkeit $\Delta(T)$ der Energielücke, die in Abbildung 4.1 als Funktion der normierten Temperatur T/T_c dargestellt ist, kann mit Hilfe des Ausdrucks [Bar57]

$$\frac{1}{N(0)V} = \int_0^{\hbar\omega_D} \tanh\left(\frac{\sqrt{\epsilon^2 + \Delta^2(T)}}{2k_B T}\right) \frac{d\epsilon}{\sqrt{\epsilon^2 + \Delta^2(T)}} \quad (4.1)$$

berechnet werden, wobei das Phonon-Wechselwirkungspotential $N(0)V$ durch Auswertung von Gleichung 4.1 an der Sprungtemperatur T_c bestimmt werden kann:

$$\frac{1}{N(0)V} = \int_0^{\hbar\omega_D} \tanh\left(\frac{\epsilon}{2k_B T}\right) \frac{d\epsilon}{\epsilon} \quad (4.2)$$

4.1.2 London-Supraleiter und Pippard-Supraleiter

Die elektrodynamischen Eigenschaften eines Supraleiters werden durch drei charakteristische Längenskalen bestimmt. Diese sind die Kohärenzlänge ξ_0 , die magnetische Eindringtiefe λ sowie die mittlere freie Weglänge l_e der Elektronen. Während die Kohärenzlänge $\xi_0 = \hbar v_F / \pi \Delta_0$ der mittleren Ausdehnung eines Cooper-Paars entspricht, wobei v_F die Fermi-Geschwindigkeit bezeichnet, stellt die magnetische Eindringtiefe

λ ein Maß für das Eindringen des magnetischen Felds an der Oberfläche eines Supraleiters dar. Abhängig von den relativen Größenordnungen dieser drei Längenskalen zeigen Supraleiter ein unterschiedliches elektromagnetisches Verhalten.

Der Bereich $\lambda \gg \xi_0$ wird als London-Bereich bezeichnet. Das magnetische Feld H ist in diesem Bereich über die räumliche Ausdehnung eines Cooper-Paars nahezu konstant, so dass die Stromdichte $\mathbf{j}_s(\mathbf{r})$ durch das lokale elektrische Feld $\mathcal{E}(\mathbf{r})$ am Ort \mathbf{r} bestimmt wird. In diesem Fall ist die magnetische Eindringtiefe λ identisch zur Londonschen Eindringtiefe

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m_s}{\mu_0 n_s q_s^2}} \quad (4.3)$$

und das Verhalten eines Supraleiters kann mit Hilfe der London-Gleichung [Lon35]

$$\mathbf{j}_s(\mathbf{r}) = -\frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} \mathbf{A}(\mathbf{r}) \quad (4.4)$$

beschrieben werden, wobei $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ ein entsprechend geeichtetes Vektorpotential und n_s , q_s sowie m_s die Teilchenzahldichte, die Ladung sowie die Masse eines Cooper-Paars bezeichnen.

Der Bereich $\lambda \ll \xi_0$ wird Pippard-Bereich genannt. In diesem Bereich nimmt das elektrische Feld $\mathcal{E}(\mathbf{r})$ innerhalb des Volumens eines Cooper-Paars stark ab, so dass die Stromdichte $\mathbf{j}_s(\mathbf{r})$ nicht mehr vom lokalen, sondern vom mittleren elektrischen Feld im Volumen eines Cooper-Paars abhängt. Die Stromdichte $\mathbf{j}_s(\mathbf{r})$ am Ort \mathbf{r} wird im Pippard-Bereich mit dem Vektorpotential $\mathbf{A}(\mathbf{r}')$ an benachbarten Orten \mathbf{r}' über den Ausdruck

$$\mathbf{j}_s(\mathbf{r}) = -\frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} \frac{3}{4\pi \xi_0} \int \frac{\mathbf{R}(\mathbf{R} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}'))}{R^4} e^{R/r_0} d^3 r' \quad (4.5)$$

verknüpft [Pip53]. Hierbei bezeichnet $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$ den Abstand zwischen den Punkten \mathbf{r} und \mathbf{r}' und die elektromagnetische Kohärenzlänge r_0 ist durch den Ausdruck

$$\frac{1}{r_0} = \frac{1}{\xi_0} + \frac{1}{l_e} \quad (4.6)$$

definiert. Abhängig davon, ob es sich um einen *sauberen* ($l_e \gg \xi_0$) oder einen *schmutzigen* ($l_e \ll \xi_0$) Supraleiter handelt, ist die magnetische Eindringtiefe im Pippard-Bereich entweder durch $0,28 \sqrt[3]{\lambda_L^2 \xi_0}$ oder $\lambda_L \sqrt{1 + \frac{\xi_0}{l_e}}$ gegeben.

4.1.3 Komplexe Leitfähigkeit und Mattis-Bardeen-Theorie

Das Konzept der komplexen Leitfähigkeit σ , das erfolgreich zur Beschreibung der elektrischen Eigenschaften normalleitender Metalle verwendet wird, kann auch zur

Beschreibung der Leitfähigkeit eines Supraleiters verwendet werden [Glo57]. Hierbei wird angenommen, dass die Leitfähigkeit σ eines Supraleiters in der Form

$$\sigma(\omega, T) = \sigma_1(\omega, T) - i\sigma_2(\omega, T) \quad (4.7)$$

dargestellt werden kann, wobei T die Temperatur und ω die Kreisfrequenz des elektromagnetischen Felds bezeichnen. Der Realteil σ_1 und der Imaginärteil σ_2 können im Rahmen der Mattis-Bardeen-Theorie [Mat58] mit der Leitfähigkeit σ_n des Supraleiters im normalleitenden Zustand oberhalb der Sprungtemperatur T_c verknüpft werden. Die hierbei gefundenen Ausdrücke gelten sowohl im London-Bereich als auch im Pippard-Bereich und können auf saubere und schmutzige Supraleiter angewendet werden. Während der Realteil σ_1/σ_n durch den Ausdruck

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_1}{\sigma_n} = & \frac{2}{\hbar\omega} \int_{\Delta}^{\infty} \frac{[f(\epsilon) - f(\epsilon - \hbar\omega)] (\epsilon^2 + \Delta^2 + \hbar\omega\epsilon)}{\sqrt{\epsilon^2 - \Delta^2} \sqrt{(\epsilon + \hbar\omega)^2 - \Delta^2}} d\epsilon \\ & + \frac{1}{\hbar\omega} \int_{\Delta - \hbar\omega}^{-\Delta} \frac{[1 - 2f(\epsilon - \hbar\omega)] (\epsilon^2 + \Delta^2 + \hbar\omega\epsilon)}{\sqrt{\epsilon^2 - \Delta^2} \sqrt{(\epsilon + \hbar\omega)^2 - \Delta^2}} d\epsilon \end{aligned} \quad (4.8)$$

gegeben ist, kann der Imaginärteil σ_2/σ_n mit Hilfe der Gleichung

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_n} = \frac{1}{\hbar\omega} \int_{\Delta - \hbar\omega, -\Delta}^{\Delta} \frac{[1 - 2f(\epsilon - \hbar\omega)] (\epsilon^2 + \Delta^2 + \hbar\omega\epsilon)}{\sqrt{\Delta^2 - \epsilon^2} \sqrt{(\epsilon + \hbar\omega)^2 - \Delta^2}} d\epsilon \quad (4.9)$$

berechnet werden, wobei $f(\epsilon) = (1 + e^{\epsilon/k_B T})^{-1}$ die Fermi-Dirac-Verteilung bezeichnet. Der zweite Term in Gleichung 4.8 trägt nur für Frequenzen ω mit $\hbar\omega > 2\Delta_0$ zum Realteil σ_1 bei und die untere Grenze des in Gleichung 4.9 auftretenden Integrals ist für Frequenzen mit $\hbar\omega < 2\Delta_0$ durch $\Delta_0 - \hbar\omega$ und für Frequenzen mit $\hbar\omega \geq 2\Delta_0$ durch $-\Delta_0$ gegeben.

Die Abbildungen 4.2 bzw. 4.3 zeigen den gemäß der Gleichungen 4.8 bzw. 4.9 berechneten Verlauf des Realteils σ_1 bzw. des Imaginärteils σ_2 der elektrischen Leitfähigkeit σ als Funktion der normierten Temperatur T/T_c bzw. der Energie $\hbar\omega$. Es ist zu erkennen, dass bei Temperaturen nahe der kritischen Temperatur T_c sowie für Energien oberhalb der Energielücke ($\hbar\omega > 2\Delta_0$) der Realteil σ_1 , der die Mikrowellenabsorption eines Supraleiters beschreibt [Glo57, Mat58], signifikante Werte annimmt. Die Variation $\sigma_2(T)/\sigma_2(0)$ des Imaginärteils σ_2 , der die magnetische Eindringtiefe λ des Supraleiters bestimmt, zeigt unabhängig von der Frequenz ω einen qualitativ ähnlichen Verlauf. Dieser Verlauf spiegelt die Abnahme der Teilchenzahldichte der Cooper-Paare mit zunehmender Temperatur T und höheren Frequenzen ω wieder.

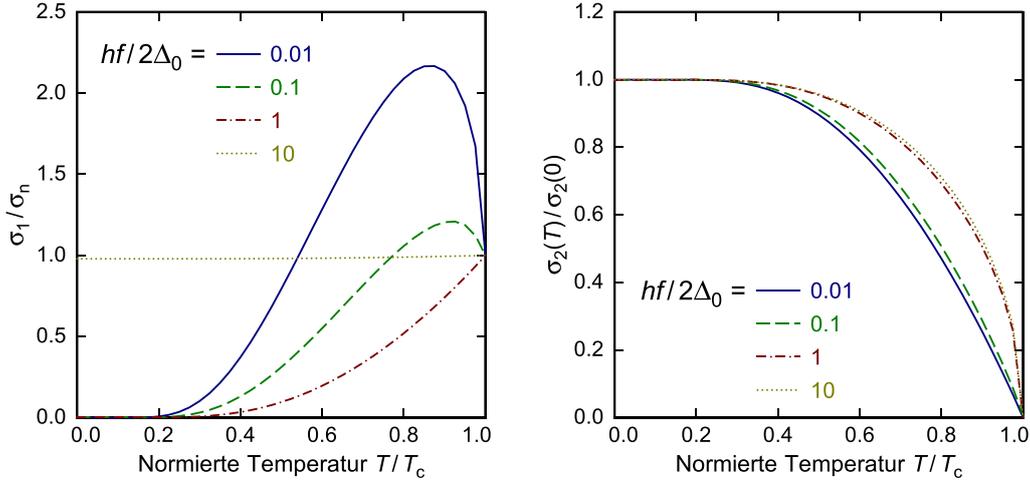


Abb. 4.2: Mit Hilfe der Gleichungen 4.8 und 4.9 berechneter Verlauf des (**links**) Realteils σ_1/σ_n und (**rechts**) des Imaginärteils $\sigma_2(T)/\sigma_2(0)$ der elektrischen Leitfähigkeit σ eines Supraleiters als Funktion der normierten Temperatur T/T_c für verschiedene Frequenzen f eines treibenden elektromagnetischen Felds, die unter- bzw. oberhalb der Energielücke $2\Delta_0$ des Supraleiters liegen.

4.1.4 Oberflächenimpedanz von Supraleitern

Obwohl unterhalb der kritischen Temperatur T_c der elektrische Gleichstromwiderstand R eines Supraleiters verschwindet, besitzen Supraleiter für hochfrequente Ströme mit Kreisfrequenz ω eine endliche Oberflächenimpedanz Z_S , die sich aus einem resistiven Anteil R_S und einem induktiven Anteil $i\omega L_S$ zusammensetzt:

$$Z_S = R_S + i\omega L_S \quad . \quad (4.10)$$

Während der resistive Anteil R_S ohmsche Verluste im Supraleiter beschreibt, die auf die Quasiteilchen zurückzuführen sind, wird der induktive Anteil $i\omega L_S$ durch die magnetische Induktivität L_m sowie die kinetische Induktivität L_{kin} bestimmt.

Werden Cooper-Paare durch elektrische Felder in der Nähe der Oberfläche eines Supraleiters beschleunigt, so kann in der Bewegung der Cooper-Paare kinetische Energie gespeichert werden. Da sich Cooper-Paare verlustfrei durch einen Supraleiter bewegen, kann die in der Bewegung gespeicherte kinetische Energie durch Umkehrung des elektrischen Felds vollständig zurückgewonnen werden. Jedoch können Cooper-Paare aufgrund ihrer Massenträgheit einer Änderung des elektrischen Felds nicht instantan folgen. Beide Effekte können dadurch beschrieben werden, dass man der Bewegung der Cooper-Paare eine kinetische Induktivität L_{kin} zuordnet.

Elektrische Felder an der Oberfläche eines Supraleiters beschleunigen allerdings nicht nur Cooper-Paare, sondern auch Quasiteilchen, deren Streumechanismus sich

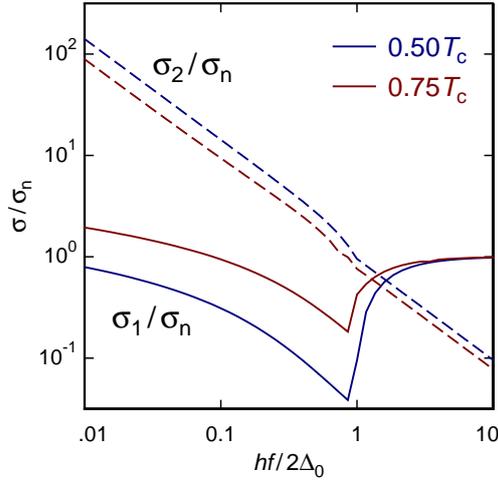


Abb. 4.3: Mit Hilfe der Gleichungen 4.8 und 4.9 berechneter Verlauf des Realteils σ_1/σ_n und des Imaginärteils σ_2/σ_n der elektrischen Leitfähigkeit σ eines Supraleiters als Funktion der Frequenz f des treibenden elektromagnetischen Felds für verschiedene Werte der Temperatur T .

nicht vom Streumechanismus von Elektronen in einem normalleitenden Metall unterscheidet. Aus diesem Grund zeigen Supraleiter bei hochfrequenten Wechselströmen ohmsche Verluste, die sich in Form eines Oberflächenwiderstands R_S beschreiben lassen. Dieser ist direkt mit der Anzahl der Quasiteilchen im Supraleiter verknüpft und nimmt daher exponentiell mit sinkender Temperatur ab, so dass die Oberflächenimpedanz Z_S für tiefe Temperaturen, d.h. für Temperaturen $T \ll T_c$, alleine durch die Oberflächeninduktivität $i\omega L_S$ dominiert wird.

Der Oberflächenwiderstand R_S und die Oberflächeninduktivität L_S kann auf die komplexe Leitfähigkeit $\sigma = \sigma_1 - i\sigma_2$ zurückgeführt werden¹. Die hierbei gefundenen Ausdrücke für die Oberflächenimpedanz Z_S hängen einerseits davon ab, ob es sich um einen London-Supraleiter oder einen Pippard-Supraleiter handelt, und andererseits, ob der Supraleiter sauber ($l_e \gg \xi_0$) oder schmutzig ($l_e \ll \xi_0$) ist. Für einen schmutzigen Supraleiter mit der Dicke d ergeben sich beispielsweise im Grenzfall $\sigma_2 \gg \sigma_1$, d.h. bei tiefen Temperaturen, die folgenden Ausdrücke für den Oberflächenwiderstand R_S und die Oberflächeninduktivität L_S [Kau78]:

$$R_S = \mu_0 \omega \lambda \frac{\sigma_1}{2\sigma_2} \beta \coth\left(\frac{d}{\lambda}\right) \quad (4.11)$$

$$L_S = \mu_0 \lambda \coth\left(\frac{d}{\lambda}\right) \quad (4.12)$$

Der Parameter $\beta = 1 + \frac{2d/\lambda}{\sinh(2d/\lambda)}$ nimmt für Vollmaterial ($d \rightarrow \infty$) den Wert $\beta = 1$ und für dünne Filme ($d \rightarrow 0$) den Wert $\beta = 2$ an. Ferner kann die effektive magnetische Eindringtiefe λ_{eff} durch den Ausdruck $\lambda_{\text{eff}} = \lambda \coth(\frac{d}{\lambda})$ definiert werden.

¹Eine Übersicht über die Verknüpfung zwischen der elektrischen Leitfähigkeit $\sigma = \sigma_1 - i\sigma_2$ eines Supraleiters und der Oberflächenimpedanz $Z_S = R_S + i\omega L_S$ in den verschiedenen Grenzfällen ist beispielsweise in [Gao08a] oder [Doy08] zu finden.

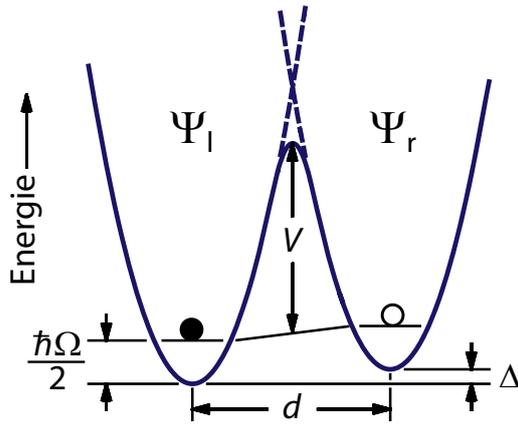


Abb. 4.4: Schematische Darstellung eines Doppelmuldenpotentials, das im Rahmen des Standardtunnelmodells zur Beschreibung der niederenergetischen Anregungszustände in einem amorphen Festkörper verwendet wird.

4.2 Tunnelsysteme in amorphen Festkörpern

Die thermischen, akustischen und dielektrischen Eigenschaften amorpher Festkörper werden bei tiefen Temperaturen durch niederenergetische Anregungszustände bestimmt, deren Eigenschaften sich durch das phänomenologische Standardtunnelmodell beschreiben lassen [And72, Phi72]. Im Rahmen dieses Modells wird die Existenz niederenergetischer Zwei-Niveau-Systeme postuliert, durch die berücksichtigt wird, dass aufgrund der ungeordneten Struktur eines amorphen Festkörpers einzelne Atome, Moleküle oder kleinere Atomgruppen mehrere energetisch nahezu identische Gleichgewichtslagen besitzen können. Diese Situation lässt sich formal durch die Bewegung eines Teilchens der Masse m in einem Doppelmuldenpotential beschreiben, das aus zwei identischen harmonischen Potentialen gebildet wird. Wie in Abbildung 4.4 dargestellt ist, sind diese Potentiale durch eine Barriere der Höhe V voneinander getrennt sowie energetisch um die Asymmetrieenergie Δ und entlang der Konfigurationsachse um den Abstand d gegeneinander verschoben. Da bei tiefen Temperaturen eine Besetzung angeregter Zustände der beiden harmonischen Potentiale unwahrscheinlich ist, müssen bei der Beschreibung der Tieftemperatureigenschaften amorpher Festkörper nur die Grundzustände der beiden Potentialmulden betrachtet werden, deren Energie durch $\hbar\Omega/2$ gegeben ist. Ferner ist bei tiefen Temperaturen ein thermisch aktiviertes Überwinden der Potentialbarriere V so unwahrscheinlich, dass die Teilchen nur durch den quantenmechanischen Tunneleffekt ihre Position zwischen den verschiedenen Gleichgewichtslagen ändern können. Wie in [Ens05a] gezeigt wird, können die Wellenfunktionen des Doppelmuldenpotentials als Linearkombination der Wellenfunktion Ψ_l und Ψ_r der einzelnen Potentialmulden dargestellt werden. Für die Energieaufspaltung E des Grundzustands findet man den Ausdruck $E = \sqrt{\Delta^2 + \Delta_0^2}$, wobei $\Delta_0 \approx \hbar\Omega e^{-\lambda}$ die Tunnelaufspaltung und $\lambda \approx \frac{d}{2\hbar} \sqrt{2mV}$ den Tunnelparameter bezeichnen. Aufgrund der ungeordneten Struktur eines amorphen Festkörpers können die Asymmetrieenergie Δ sowie der Tunnelparameter λ sehr unterschiedliche Werte besitzen. Aus diesem Grund wird

im Rahmen des Standardtunnelmodells ferner angenommen, dass diese Parameter voneinander unabhängig und ihre Werte gleichverteilt sind.

Elektrische Wechselfelder \mathcal{E} führen zu zeitlichen Änderungen $\delta\Delta$ und $\delta\Delta_0$ der Asymmetrieenergie Δ sowie der Tunnelaufspaltung Δ_0 . Während die Änderung $\delta\Delta_0$ der Tunnelaufspaltung in guter Näherung vernachlässigt werden kann [Phi84], kann die Änderung $\delta\Delta$ der Asymmetrieenergie für hinreichend kleine Felder \mathcal{E} durch $\delta\Delta = 2\mathbf{p} \cdot \mathcal{E}$ dargestellt werden, wobei \mathbf{p} das elektrische Dipolmoment der Tunnel-systeme bezeichnet. Dies führt zu einer Änderung δE der Energieaufspaltung E des Grundzustands, die durch $\delta E = 2\mathbf{p} \cdot \mathcal{E} \frac{\Delta}{E}$ gegeben ist. Die Beschreibung der Dynamik von Tunnelsystemen in äußeren Feldern \mathcal{E} kann analog zu einem magnetischen Spin- $\frac{1}{2}$ -System in einem statischen Magnetfeld mit Hilfe der Bloch-Gleichungen erfolgen. Die dort gefundenen Lösungen lassen sich unmittelbar auf Tunnelsysteme übertragen [Hun76], sofern die magnetische Suszeptibilität χ_m durch die elektrische Suszeptibilität χ_{el} bzw. die Permittivität $\epsilon = 1 + \chi_{el}$ ersetzt wird. Hierbei handelt es sich um komplexwertige Größen, deren Temperaturabhängigkeit durch Relaxationsprozesse sowie durch resonante Prozesse bestimmt werden.

Relaxationsprozesse Die Besetzungszahl N der Energiezustände hängt von der Energieaufspaltung E der Tunnelsysteme ab, so dass die durch ein externes Wechselfeld \mathcal{E} der Frequenz ω verursachte Variation δE der Energieaufspaltung zu einer Störung des thermischen Gleichgewichts führt. Dieses versuchen die Tunnelsysteme durch Austausch von Energie mit dem Wärmebad wiederherzustellen. Aufgrund der endlichen Relaxationszeit τ der Tunnelsysteme ergibt sich jedoch eine Phasenverschiebung zwischen dem elektrischen Feld \mathcal{E} und der Polarisation \mathbf{P} , die durch die komplexwertige Permittivität $\epsilon = \epsilon' + i\epsilon''$ beschrieben werden kann. Für identische Tunnelsysteme mit Energieaufspaltung E und Asymmetrieenergie Δ ist diese durch den Ausdruck

$$\delta\epsilon = -\frac{4N}{\epsilon_0} \left(\frac{p\Delta}{E} \right)^2 \frac{\partial f}{\partial E} \frac{1}{1 - i\omega\tau} \quad (4.13)$$

gegeben [Ens05a], wobei $f(E) = (1 + e^{E/k_B T})^{-1}$ die Fermi-Dirac-Verteilung und ω die Kreisfrequenz des elektrischen Felds bezeichnen. Mit Hilfe von Gleichung 4.13 kann die Variation $\delta\epsilon'$ der Dielektrizitätskonstante sowie der Verlustwinkel $\tan \delta = \epsilon''/\epsilon'$ eines amorphen Festkörpers berechnet werden. Da jedoch die Relaxationszeit τ sowie die Energieaufspaltung E in einem amorphen Festkörper breit verteilt sind, muss bei der Berechnung der Permittivität über die Verteilung $P(\Delta, \lambda)$ der Parameter der Tunnelsysteme integriert werden.

Resonante Prozesse Bei tiefen Temperaturen spielen resonante Prozesse zwischen dem äußeren elektrischen Feld \mathcal{E} und den Tunnelsystemen bei der Beschreibung

der dielektrischen Eigenschaften amorpher Festkörper eine wichtige Rolle. Sofern die Energie $\hbar\omega$ der Photonen der Energieaufspaltung E eines Tunnelsystems entspricht, findet sowohl Absorption als auch stimulierte Emission statt, wobei die Rate des jeweiligen Prozesses von der Besetzungszahldifferenz der beiden Zustände abhängt. Für elektrische Felder im Mikrowellenbereich ($f \sim 10$ GHz) und für tiefe Temperaturen ($T < 1$ K) ist die Temperaturabhängigkeit der relativen Änderung der Dielektrizitätskonstante ϵ' für hinreichend schwache Felder durch

$$\frac{\delta\epsilon'}{\epsilon'} = \frac{2\delta_{\text{TLS}}^0}{\pi} \left[\text{Re}\Psi \left(\frac{1}{2} + \frac{\hbar\omega}{2\pi i k_{\text{B}}T} \right) - \ln \left(\frac{\hbar\omega}{k_{\text{B}}T} \right) \right] \quad (4.14)$$

gegeben [vS76, Phi87], wobei sich der Vorfaktor $\delta_{\text{TLS}}^0 = 2p^2P/3\epsilon$ aus dem elektrischen Dipolmoment p und der Zustandsdichte P der Tunnelsysteme zusammensetzt, und $\Psi(x)$ die Digamma-Funktion [Abr70b] bezeichnet. Für die Temperaturabhängigkeit des Verlustwinkels δ_{TLS} erhält man die Beziehung [vS77, Phi87]

$$\delta_{\text{TLS}} = \delta_{\text{TLS}}^0 \tanh \left(\frac{\hbar\omega}{2k_{\text{B}}T} \right) . \quad (4.15)$$

Für starke elektrische Felder \mathcal{E} muss berücksichtigt werden, dass die resonante Absorption von Tunnelsystemen aufgrund des Zwei-Niveau-Charakters der Tunnelsysteme gesättigt werden kann. Dieser Sättigungseffekt tritt oberhalb einer kritischen Intensität \mathcal{E}_c^2 des elektrischen Felds ein. Bei Intensitäten über \mathcal{E}_c^2 werden mehr Tunnelsysteme durch resonante Absorption angeregt als Tunnelsysteme durch spontane Emission oder Phononenemission in den Grundzustand zurückkehren. Dies führt dazu, dass für starke elektrische Felder \mathcal{E} nahezu Gleichbesetzung der beiden Zustände erreicht wird und sowohl die Dielektrizitätskonstante $\delta\epsilon'$ als auch der Verlustwinkel $\tan\delta$ nahezu temperaturunabhängig werden [vS77].

4.3 Supraleitende, koplanare Wellenleiter

Abbildung 4.5 zeigt ein schematisches Schrägbild eines koplanaren Wellenleiters. Ein koplanarer Wellenleiter besteht aus einem metallischen Streifenleiter der Breite s , der zusammen mit zwei im Abstand w parallel verlaufenden Masseflächen auf einem dielektrischen Substrat mit Permittivität ϵ_r strukturiert ist und auf dem sich elektromagnetische Signale in Form einer quasi-statischen TEM-Mode ausbreiten. Diese ist dadurch gekennzeichnet, dass der Wellenvektor \mathbf{k} , das elektrische Feld \mathbf{E} sowie das magnetische Feld \mathbf{B} senkrecht zueinander stehen. Hierdurch ergeben sich zusammen mit dem planaren Aufbau eine Reihe von Vorteilen, die in [Sim01] diskutiert sind und hier kurz zusammengefasst werden sollen:

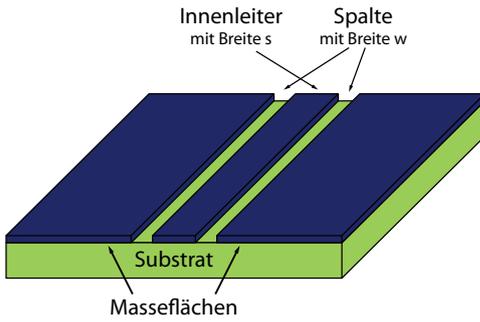


Abb. 4.5: Schematisches Schrägbild eines symmetrischen, koplanaren Wellenleiters mit unendlich ausgedehnten Masseflächen, der auf einem unendlich dickem Substrat mit Permittivität ϵ_r strukturiert ist.

- Aufgrund der planaren Geometrie ist die Herstellung eines koplanaren Wellenleiters vergleichsweise einfach, da einerseits nur eine einzige metallische Schicht strukturiert werden muss und andererseits keine Querverbindungen zwischen verschiedenen, übereinanderliegenden Schichten erforderlich sind.
- Die charakteristische Impedanz eines koplanaren Wellenleiters hängt nur vom Verhältnis $k = s/(s + 2w)$ sowie der effektiven Permittivität ϵ_{eff} des Substrats ab. Aus diesem Grund können auf einem Substrat Wellenleiter mit unterschiedlichen Strukturgrößen miteinander kombiniert werden, ohne dass hierdurch die charakteristische Impedanz geändert wird.
- Da zwischen zwei benachbarten Streifenleitern stets eine Massefläche verläuft, wird elektromagnetisches Übersprechen zwischen verschiedenen Wellenleitern reduziert. Auf diese Weise kann die Packungsdichte der Strukturen auf einem Substrat grundsätzlich sehr hohe Werte annehmen.

Die kapazitiven und induktiven Leitungsbeläge eines koplanaren Wellenleiters können mit Hilfe der Methode der konformen Abbildung berechnet werden. Für einen unendlich dünnen koplanaren Wellenleiter, der auf einem dickem Substrat mit Permittivität ϵ_r aufgebracht ist, findet man für den magnetischen Induktivitätsbelag L'_g sowie den Kapazitätsbelag C' die Ausdrücke [Sim01]

$$L'_g = \frac{\mu_0}{4} \frac{K(k')}{K(k)} \quad (4.16)$$

$$C' = 4\epsilon_0\epsilon_{\text{eff}} \frac{K(k)}{K(k')} \quad (4.17)$$

Hierbei ist $k = s/(s + 2w)$ die relative Breite des Innenleiters und k' ist über den Ausdruck $k^2 + k'^2 = 1$ definiert. Ferner bezeichnen $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$ die Permittivität des Vakuums und $K(x)$ das vollständige elliptische Integral erster Art [Abr70b]. Die effektive Dielektrizitätskonstante ϵ_{eff} kann in guter Näherung durch $\epsilon_{\text{eff}} \approx (\epsilon_r + 1)/2$ berechnet werden [Sim01] und berücksichtigt, dass der Streifenleiter im oberen Halbraum von Vakuum und im unteren Halbraum durch das Dielektrikum umgeben ist.

Der kinetische Induktivitätsbelag $L'_{\text{kin}} = gL'_g$ wird bei einem supraleitenden, koplanaren Wellenleiter durch den Oberflächeninduktivitätsbelag L'_g sowie einen geometrieabhängigen Faktor g bestimmt. Dieser kann für einen koplanaren Wellenleiter mit einer Dicke von $t < 0,05 s$ und nicht zu breitem Innenleiter mit $k < 0,8$ durch eine Summe $g = g_c + g_g$ berechnet werden. Die Summanden g_c bzw. g_g beschreiben den Beitrag des Streifenleiters bzw. der Masseflächen zum kinetischen Induktivitätsbelag L'_{kin} und sind durch

$$g_c = \frac{1}{4s(1-k^2)K(k)^2} \left[\pi + \ln \left(4\pi \frac{s}{t} \right) - k \ln \left(\frac{1+k}{1-k} \right) \right] \quad (4.18)$$

$$g_g = \frac{k}{4s(1-k^2)K(k)^2} \left[\pi + \ln \left(4\pi \frac{s+2w}{t} \right) - \frac{1}{k} \ln \left(\frac{1+k}{1-k} \right) \right] \quad (4.19)$$

gegeben [Col92]. Der Induktivitätsbelag L' eines supraleitenden, koplanaren Wellenleiters ist somit durch $L' = L'_g + gL'_{\text{kin}}$ gegeben.

4.4 Kapazitiv gekoppelte $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren mit induktivem Abschluss

Ein $\lambda/4$ -Leitungsresonator ist ein Wellenleiter mit einer Länge l , der an einem Ende offen und am anderen Ende kurzgeschlossen ist. Sofern die Resonanzbedingung

$$(2n-1) \frac{\lambda}{4} = l \quad \text{mit} \quad n \in \mathbb{N} \quad (4.20)$$

erfüllt ist, wobei λ die Wellenlänge und n die Modenzahl bezeichnen, bilden sich auf einer solchen Leitung stehende Wellen aus. Die zugehörige Resonanzfrequenz $f_0^{(n)}$ der n -ten Mode ist durch

$$f_0^{(n)} = (2n-1)f_0 \quad \text{mit} \quad f_0 = \frac{1}{4l\sqrt{L'C'}} \quad (4.21)$$

gegeben, wobei L' und C' den Induktivitätsbelag und den Kapazitätsbelag des Wellenleiters und f_0 die Resonanzfrequenz der Grundmode mit $n = 1$ bezeichnen.

Abbildung 4.6 zeigt eine schematische Darstellung eines $\lambda/4$ -Leitungsresonators mit charakteristischer Impedanz Z_{LR} , der mit einer Induktivität L_A abgeschlossen und über eine Kapazität C_c an den Innenleiter einer Durchgangsleitung mit Impedanz Z_0 gekoppelt ist. Wie sich im Folgenden zeigen wird, kann durch die kapazitive Kopplung zum einen die Bandbreite des Resonators auf einen wohldefinierten Wert eingestellt werden und zum anderen wird eine simultane Auslesung einer Vielzahl von gleichartigen Resonatoren mit unterschiedlichen Resonanzfrequenzen über die gemeinsame Durchgangsleitung ermöglicht. Der induktive Abschluss L_A erlaubt es

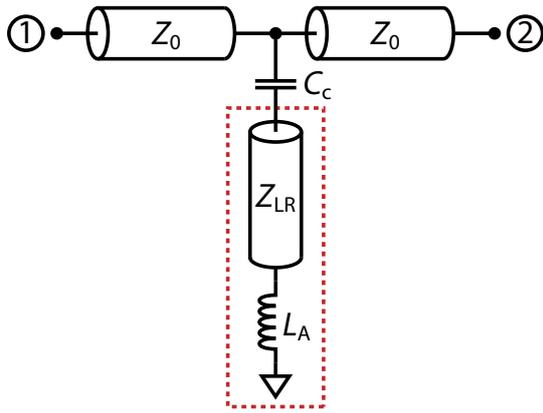


Abb. 4.6: Schematische Darstellung eines $\lambda/4$ -Leitungsresonators mit Impedanz Z_{LR} und induktivem Abschluss L_A , der über eine Kapazität C_c an den Innenleiter einer Durchgangsleitung mit Impedanz Z_0 gekoppelt ist. Am Anschluss 1 kann ein Hochfrequenzsignal eingespeist und am Anschluss 2 detektiert werden.

ferner, den Resonator induktiv mit anderen Strukturen, wie beispielsweise einem nicht-hysteretischen, ungeschunteten rf-SQUID, zu koppeln.

Ein geeigneter Ausgangspunkt für die Berechnung des Streuparameters S_{21} der in Abbildung 4.6 gezeigten Struktur, der die Vorwärts-Transmission eines elektromagnetischen Signals entlang der Durchgangsleitung beschreibt, ist die Eingangsimpedanz Z_{in} des induktiv abgeschlossenen Leitungsresonators, der in Abbildung 4.6 durch die rote Umrandung gekennzeichnet ist. Die Impedanz Z_{in} ist durch die Beziehung

$$Z_{in} = Z_{LR} \frac{i\omega L_A + Z_{LR} \tanh(\gamma l)}{Z_0 + i\omega L_A \tanh(\gamma l)} \quad (4.22)$$

gegeben [Col92], wobei ω die Kreisfrequenz und $\gamma = \alpha + i\beta$ die Übertragungskonstante bezeichnen. Diese setzt sich aus der Dämpfungskonstante α und der Phasenkonstante $\beta = \omega/v_{ph}$ mit der Phasengeschwindigkeit $v_{ph} = 1/\sqrt{L'C'}$ zusammen. Die Dämpfungskonstante α berücksichtigt einerseits ohmsche Verluste, die in einem supraleitenden Wellenleiter für hochfrequente Wechselströme durch Quasiteilchen hervorgerufen werden, und andererseits Strahlungsverluste sowie dielektrische Verluste. Diese drei Verlustmechanismen definieren die intrinsische Güte $Q_i = \frac{\beta}{2\alpha}$ des Leitungsresonators, die ein Maß für die im Resonator gespeicherte Energie E bezogen auf den Energieverlust P pro Periode ω darstellt. Für die Gesamtimpedanz Z der Serienschaltung aus der Impedanz Z_{in} und der Koppelkapazität C_c erhält man

$$Z = \frac{1}{i\omega C_c} + Z_{LR} \frac{i\omega L_A + Z_{LR} \tanh \left[\beta l \left(\frac{2}{Q_i} + i \right) \right]}{Z_0 + i\omega L_A \tanh \left[\beta l \left(\frac{2}{Q_i} + i \right) \right]} \quad (4.23)$$

Mit der Gesamtimpedanz Z kann schließlich der Streuparameter $S_{21} = 2 / \left(2 + \frac{Z_0}{Z} \right)$ der in Abbildung 4.6 dargestellten Struktur berechnet werden. Dieser ist in der Nähe der Resonanzfrequenz f_r des Resonators durch die Beziehung

$$S_{21} = \frac{S_{21}^{\min} + 2iQ_1 \frac{\delta f_r}{f_r}}{1 + 2iQ_1 \frac{\delta f_r}{f_r}} \quad (4.24)$$

gegeben, wobei $\delta f_r = f - f_r$ die Differenz zwischen der Frequenz f des Anregungssignals und der Resonanzfrequenz bezeichnet. Die Resonanzfrequenz f_r ist hierbei aufgrund der kapazitiven Kopplung sowie des induktiven Abschlusses gegenüber der Resonanzfrequenz f_0 des unbelasteten Leitungsresonators zu kleineren Frequenzen hin verschoben und kann unter den Voraussetzungen $\omega_0 C_c Z_{LR} \ll 1$ und $\omega_0 L_A \ll Z_{LR}$ mit Hilfe des Ausdrucks

$$f_r = \frac{f_0}{1 + 4f_0 C_c Z_{LR} + 4f_0 \frac{L_A}{Z_{LR}}} \quad (4.25)$$

berechnet werden. Die in Gleichung 4.24 auftretende Größe $S_{21}^{\min} = Q_1/Q_i$ stellt ein Maß für die „Tiefe“ der Resonanzkurve dar und wird durch die intrinsische Güte Q_i sowie die belastete Güte Q_1 des Resonators bestimmt. Diese setzt sich gemäß der Gleichung

$$\frac{1}{Q_1} = \frac{1}{Q_i} + \frac{1}{Q_c} + \frac{1}{Q_A} \quad (4.26)$$

aus der intrinsischen Güte Q_i des Resonators, der Kopplungsgüte Q_c sowie der Güte Q_A der Induktivität L_A zusammen. Während die Kopplungsgüte Q_c den Energieverlust des Resonators durch die Koppelkapazität C_c beschreibt und nach [Maz04] durch die Beziehung

$$Q_c = \frac{\pi}{2Z_0 Z_{LR} (\omega_r C_c)^2} \quad (4.27)$$

gegeben ist, berücksichtigt die Güte Q_A Verluste in den induktiv an den Resonator gekoppelten Strukturen. Die intrinsische Güte Q_i stellt, wie bereits erwähnt worden ist, ein Maß für die im Resonator gespeicherte Energie E bezogen auf den Energieverlust P pro Periode ω dar und berücksichtigt alle Mechanismen innerhalb des Resonators, die zu einem Energieverlust führen. Diese sind bei supraleitenden Leitungsresonatoren durch Quasiteilchenverluste Q_{MB}^{-1} , dielektrische Verluste Q_{diel}^{-1} sowie Strahlungsverluste Q_{rad}^{-1} gegeben.

Quasiteilchenverluste In Abschnitt 4.1 wurde gezeigt, dass ein Supraleiter nur für Gleichströme bzw. für Wechselströme mit niedriger Kreisfrequenz ω einen verschwindenden Widerstand R besitzt. Für hochfrequente Wechselströme werden auch Quasiteilchen vom elektrischen Wechselfeld beschleunigt und führen zu ohmschen Verlusten, die durch den Oberflächenwiderstand R_S des Supraleiters beschrieben werden können. Dieser wiederum ist über die Beziehung 4.11 mit der elektrischen Leitfähigkeit $\sigma = \sigma_1 - i\sigma_2$ verknüpft. Bezeichnet man mit $\alpha = \frac{L_{kin}}{L_{ges}}$ das Verhältnis der kinetischen Induktivität L_{kin} zur Gesamtinduktivität L_{ges} des Resonators, so kann der von den Quasiteilchen verursachte Beitrag Q_{MB} zur intrinsischen Güte Q_i des Resonators im Rahmen der Mattis-Bardeen-Theorie (MB) durch

$$Q_{MB} = \frac{2}{\alpha\beta} \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \quad (4.28)$$

dargestellt werden. Der Parameter $\beta = 1 + \frac{2d/\lambda}{\sinh(2d/\lambda)}$ gibt hierbei die relative Schichtdickenabhängigkeit der magnetischen Eindringtiefe λ an und ist wie in Abschnitt 4.1.4 definiert.

Dielektrische Verluste Die Dämpfungskonstante α_{diel} einer Koplanarleitung, mit der ein Hochfrequenzsignal auf einem verlustbehafteten dielektrischen Substrat mit Permittivität ϵ_r abgeschwächt wird, kann nach [Sim01] mit Hilfe des Ausdrucks

$$\alpha_{\text{diel}} = \frac{\beta F}{2} \tan \delta \quad (4.29)$$

berechnet werden. Hierbei bezeichnen β die Phasenkonstante des elektromagnetischen Signals und $\tan \delta$ den dielektrischen Verlustwinkel des Substrats. Der in Gleichung 4.29 auftretende Füllfaktor F hängt einerseits von der Permittivität ϵ_r des Substrats und andererseits von den Strukturbreiten s und w des Wellenleiters sowie der Dicke des Substrats ab und berücksichtigt die Inhomogenität der Verteilung des elektrischen Felds im Substrat. Mit der Beziehung $Q = \beta/2\alpha$ sowie Gleichung 4.29 kann der Beitrag Q_{diel} der dielektrischen Verluste zur intrinsischen Güte Q_i des Resonators berechnet werden. Berücksichtigt man hierbei, dass die dielektrischen Verluste bei den im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Substraten klein sind, d.h. $\tan \delta \approx \delta$, und bei tiefen Temperaturen durch die in Abschnitt 4.2 diskutierten atomaren Tunnelsysteme mit Verlustwinkel δ_{TLS} bestimmt werden, so kann die Güte Q_{diel} in der Form

$$Q_{\text{diel}} = \frac{1}{F \delta_{\text{TLS}}} \quad (4.30)$$

dargestellt werden.

Strahlungsverluste Der Beitrag Q_{rad} der elektromagnetischen Strahlungsverluste zur intrinsischen Güte Q_i eines $\lambda/4$ -Resonators, der im Vakuum geradlinig auf einem unendlich dicken Substrat mit Permittivität ϵ_r verläuft, kann nach [Maz04] mit Hilfe der Beziehung

$$Q_{\text{rad}} = \frac{\pi(1 + \epsilon_r)^2}{2\epsilon_r^{5/2}} \frac{Z_{\text{vak}}}{Z_{\text{LR}}} \frac{1}{I'(n, \epsilon_r)} \frac{1}{n - \frac{1}{2}} \left(\frac{l}{s}\right)^2 \quad (4.31)$$

berechnet werden. Hierbei bezeichnen $Z_{\text{vak}} = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ den Freiraumwellenwiderstand, n die Modenzahl, l die Länge des Resonators und s die Breite des Innenleiters der Koplanarleitung. Das Integral $I'(n, \epsilon_r)$ kann numerisch berechnet werden und nimmt für die Grundmode eines auf einem Substrat mit $\epsilon_r \approx 10$ verlaufenden Resonators einen Wert von $I'(n = 1, \epsilon_r \approx 10) = 1,62$ an.

Weiter oben wurde bereits erläutert, dass der durch Gleichung 4.24 beschriebene komplexwertige Streuparameter S_{21} die Vorwärts-Transmission eines elektromagne-

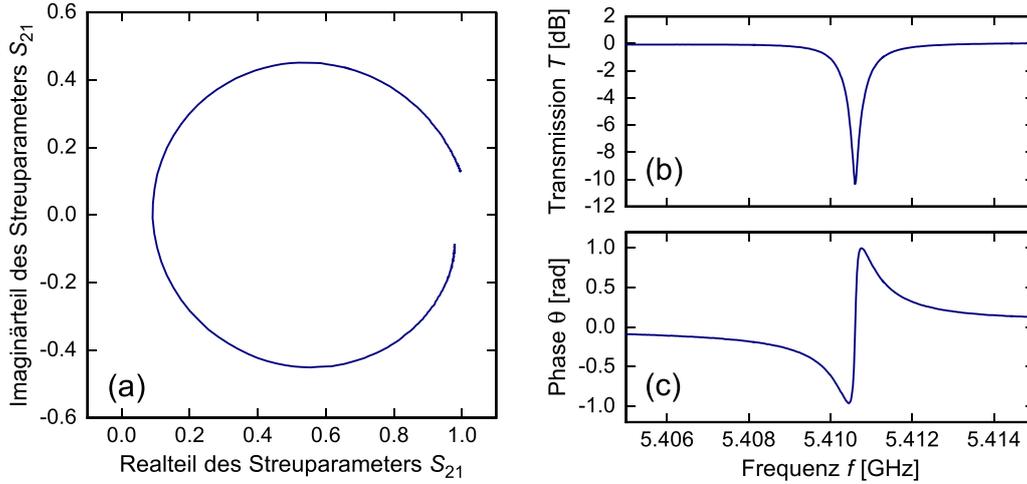


Abb. 4.7: Verschiedene Darstellungen der Resonanzkurve eines kapazitiv an eine Durchgangsleitung gekoppelten, koplanaren $\lambda/4$ -Leitungsresonators: **(a)** Parameterdarstellung ($\text{Re } S_{21}(f)$, $\text{Im } S_{21}(f)$) in der komplexen Ebene sowie **(b)** Verlauf der Transmission T und **(c)** Verlauf der Phasenverschiebung θ als Funktion der Frequenz. Die dargestellten Kurven entsprechen gemessenen Daten, die für einen kapazitiv an eine Durchgangsleitung gekoppelten $\lambda/4$ -Leitungsresonator aus Niob aufgezeichnet wurden.

tischen Signals entlang der Durchgangsleitung und damit verknüpft den frequenzabhängigen Verlauf der Resonanzkurve des belasteten Leitungsresonators beschreibt. Graphisch kann der Verlauf der Resonanzkurve dementsprechend auf unterschiedliche Art und Weisen dargestellt werden. So kann die Resonanzkurve entweder durch den Verlauf der Transmission T bzw. der zusätzlichen Phasenverschiebung θ als Funktion der Frequenz oder durch die Parameterdarstellung ($\text{Re } S_{21}(f)$, $\text{Im } S_{21}(f)$) in der komplexen Zahlenebene dargestellt werden. Wie in Abbildung 4.7 zu erkennen ist, zeigen sowohl der Verlauf der Transmission T als auch der Verlauf der zusätzlichen Phasenverschiebung θ , die im weiteren Verlauf dieser Arbeit vereinfachend als Phase bezeichnet wird, in der Umgebung der Resonanzfrequenz f_r eine für eine Bandsperre charakteristische Signatur. Weiterhin ist in der Abbildung zu sehen, dass die Resonanzkurve in der komplexen Zahlenebene durch einen Resonanzkreis beschrieben wird. Der Mittelpunkt $(x_c, 0)$ sowie der Radius r dieses Kreises sind über die Beziehungen $x_c = (1 + S_{21}^{\text{min}})/2$ und $r = (1 - S_{21}^{\text{min}})/2$ mit der belasteten Güte Q_1 und der Kopplungsgüte Q_c verknüpft, wobei der Parameter S_{21}^{min} den Durchmesser des Resonanzkreises und damit die „Tiefe“ der Resonanzkurve bezeichnet. Die Transmission T bzw. die Phase θ sind ferner durch die Gleichungen

$$T = \frac{\sqrt{(\text{Re } S_{21})^2 + (\text{Im } S_{21})^2}}{1 - x_c} \quad (4.32)$$

$$\tan \theta = \frac{\text{Im } S_{21}}{x_c - \text{Re } S_{21}} \quad (4.33)$$

mit dem Realteil $\text{Re } S_{21}$ bzw. dem Imaginärteil $\text{Im } S_{21}$ des Streuparameters S_{21} sowie dem Mittelpunkt $(x_c, 0)$ des Resonanzkreises verknüpft.

Eine wichtige Größe bei der Dimensionierung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers ist der Strom I_A , der durch den induktiven Abschluss L_A des Resonators fließt. Dieser hängt von der charakteristischen Impedanz Z_{LR} des Resonators sowie von der Leistung P_{int} der propagierenden elektromagnetischen Welle im Resonator ab. Nach [Bar09] kann diese mit Hilfe der Gleichung

$$\frac{P_{\text{int}}}{P_{\text{rf}}} \simeq \frac{2 Q_1^2 Z_0}{\pi Q_c Z_{LR}} \quad (4.34)$$

berechnet werden, wobei P_{rf} die Leistung des Hochfrequenzsignals am Eingang der Durchgangsleitung bezeichnet. Berücksichtigt man, dass sich im Resonator aufgrund von Interferenz eine stehende Welle ausbildet und demnach der tatsächlich im Resonator fließende Strom im Vergleich zum Strom der propagierenden Welle um einen Faktor 2 erhöht ist, so kann mit Hilfe von Gleichung 4.34 und der Beziehung $P = I^2 Z$ für die Amplitude I_A des durch die Induktivität L_A fließenden Stroms der folgende Ausdruck hergeleitet werden:

$$I_A = \sqrt{\frac{8 Q_1^2 Z_0 P_{\text{rf}}}{\pi Q_c Z_{LR} Z_{LR}}} \quad (4.35)$$

4.5 Aufbau zur Auslesung supraleitender Resonatoren

Abbildung 4.8 zeigt eine schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus, mit dem einerseits die unten beschriebenen Messungen an kapazitiv gekoppelten, supraleitenden $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren durchgeführt und mit dem andererseits der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Mikrowellen-SQUID-Multiplexer charakterisiert wurde. Wie in der Abbildung zu erkennen ist, wurde ein homodynes Messverfahren verwendet, bei dem durch den Einsatz eines I/Q-Mischers simultan sowohl der Realteil $\text{Re } S_{21}$ als auch der Imaginärteil $\text{Im } S_{21}$ des Streuparameters S_{21} des Resonator- bzw. Multiplexer-Chips gemessen werden kann.

Das für die Messung notwendige Hochfrequenzsignal im Frequenzband zwischen 4 GHz und 6 GHz wird mit Hilfe eines Signalgenerators (Rohde & Schwarz, SMT06) erzeugt, dessen Oszillator zur Erhöhung der Frequenz- und Phasenstabilität mit einem externen Rb-Frequenzstandard (Stanford Research Systems, FS725) durch eine Phasenregelschleife synchronisiert wird. Das synthetisierte Signal mit einer Leistung von +13 dBm wird durch einen 10 dB-Richtkoppler in zwei Teile getrennt. Während der eine Teil als Referenzsignal des I/Q-Mischers (Miteq, IRM0208LC2Q) verwendet wird, dient der zweite Teil als Messsignal. Dieses durchläuft zunächst außerhalb des

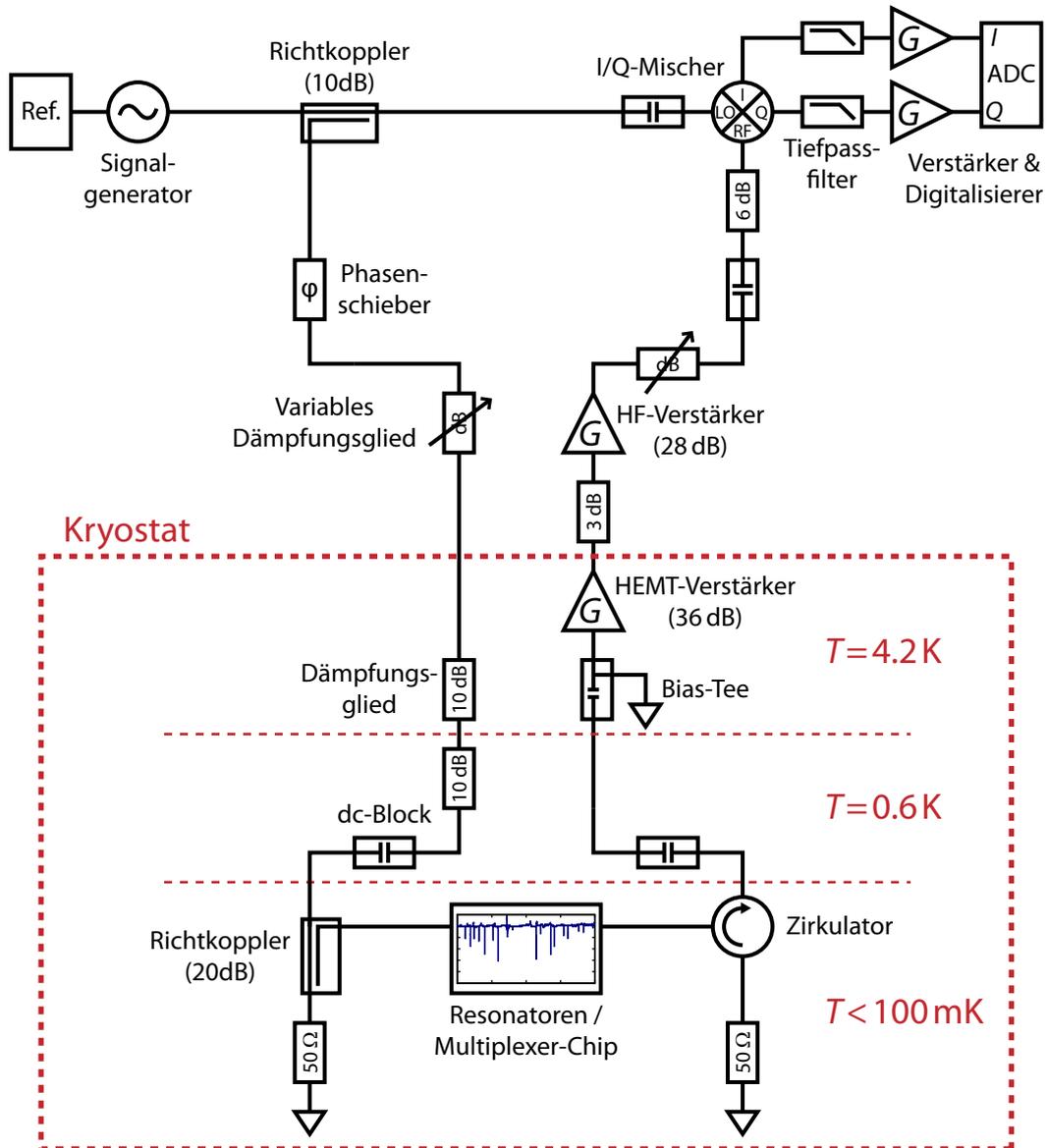


Abb. 4.8: Schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus zur Auslesung supraleitender Mikrowellenresonatoren bzw. eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers. Eine Beschreibung des homodynen Messverfahrens sowie der Funktion der einzelnen Hochfrequenzkomponenten ist im Text zu finden.

Kryostaten eine Reihe von Dämpfungsgliedern sowie einen variablen Phasenschieber, durch die sowohl die Leistung des Signals am Eingang des Kryostaten als auch die Phase relativ zum Referenzsignal eingestellt werden kann. Im Kryostat wird das Signal um weitere 40 dB gedämpft. Hierfür werden zwei 10 dB-Dämpfungsglieder sowie ein 20 dB-Richtkoppler verwendet, die auf unterschiedlichen Temperaturstufen des Kryostaten thermisch angekoppelt sind. Auf diese Weise wird nicht nur das Messsignal, sondern auch der Einfluss thermischer Rauschquellen sukzessive abgeschwächt. Durch die Verwendung eines an zwei Toren mit einem $50\ \Omega$ -Widerstand abgeschlossenen Richtkopplers anstelle eines Dämpfungsglieds kann gewährleistet werden, dass das Rauschen am Eingang des Resonator- bzw. Multiplexer-Chips durch einen kalten $50\ \Omega$ -Widerstand und nicht durch ein im Vergleich zur Temperatur der Experimentierplattform warmes Dämpfungsglied bestimmt wird.

Auf der Empfangsseite wird das Signal innerhalb des Kryostaten durch einen an das Heliumbad des Kryostaten thermisch angekoppelten HEMT-Verstärker (Low Noise Factory, LNF-LNC4_8A) zunächst um 36 dB sowie außerhalb des Kryostaten durch einen rauscharmen Hochfrequenzverstärker (Miteq, AFS3-0400080-10-ULN) um weitere 28 dB verstärkt. Durch das 3 dB-Dämpfungsglied zwischen den Verstärkern werden stehende Wellen reduziert. Ein an der Experimentierplattform des Kryostaten montierter Zirkulator (Pamtech, CTH1392K4) isoliert den Ausgang des Resonator- bzw. Multiplexer-Chips vom Eingang des HEMT-Verstärkers. Auf diese Weise wird gewährleistet, dass das Rauschen am Eingang des HEMT-Verstärkers nicht zum Resonator- bzw. Multiplexer-Chip zurückgesendet wird und diese am Ausgang nur einen $T < 100\ \text{mK}$ kalten $50\ \Omega$ -Widerstand sehen. Das hochverstärkte Messsignal durchläuft eine Reihe von Dämpfungsgliedern und wird zusammen mit dem Referenzsignal im I/Q-Mischer heruntergemischt, wobei aufgrund des homodynens Messverfahrens die Signale des In-Phase-Anteils I sowie des Quadratur-Phase-Anteils Q im Basisband um $f = 0\ \text{Hz}$ liegen. Der Wert des empfangsseitig verbauten variablen Dämpfungsglieds wird dabei in Abhängigkeit vom Wert des sendeseitig verbauten variablen Dämpfungsglieds so gewählt, dass die Leistung des Messsignals am RF-Eingang des Mixers in etwa konstant bleibt. Die beiden Gleichspannungssignale I und Q werden um 20 dB verstärkt, mit Hilfe eines Analog-Digital-Wandlers (National Instruments, NI-USB-6251M) digitalisiert und auf der Festplatte des Messrechners gespeichert. Aus den aufgezeichneten Daten kann dann der Streuparameter S_{21} bestimmt werden.

Die einzelnen Hochfrequenzkomponenten im Kryostaten sind mit Hilfe halbstarerer Koaxialkabel verbunden. Die Innenleiter derartiger Kabel sind jedoch aufgrund der bei tiefen Temperaturen vergleichsweise geringen thermischen Leitfähigkeit der verwendeten Dielektrika thermisch nahezu entkoppelt, so dass über die Innenleiter Wärme auf die Kaltstufe des Kryostaten eingetragen werden kann. Aus diesem Grund

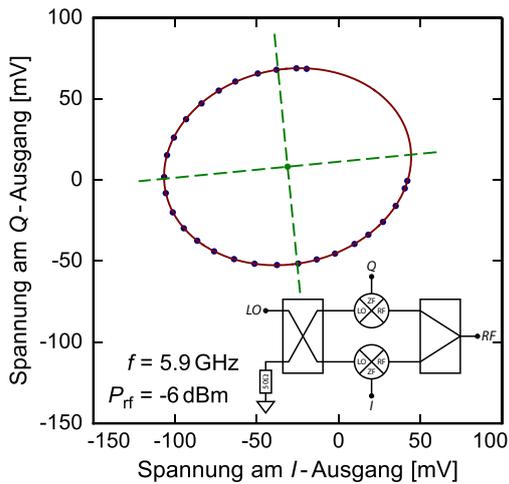


Abb. 4.9: Parameterdarstellung ($I(\phi), Q(\phi)$) der Spannungen I und Q an den beiden Ausgängen des im Rahmen dieser Arbeit verwendeten I/Q-Mischers bei einer Frequenz von $f = 5,9$ GHz und einer HF-Leistung von $P_{\text{rf}} = -6$ dBm am RF-Eingang des Mischers. Ferner sind in der Abbildung eine numerische Anpassung einer Ellipse an die gemessenen Daten sowie eine schematische Darstellung des Aufbaus eines I/Q-Mischers gezeigt.

wurden die Leitungen durch Gleichstromsperrern (dc-Blocks), die sowohl die Innenleiter als auch die Außenleiter der Leitungen galvanisch trennen, unterbrochen, so dass die thermische Leitfähigkeit entlang der halbstarren Koaxialkabel reduziert ist. Da durch die Dämpfungsglieder desweiteren die Außenleiter mit den Innenleitern galvanisch verbunden sind, werden diese zusätzlich gekühlt. Auf diese Weise kann die Wärmelast auf die Kaltstufe des Kryostaten deutlich verringert werden. Aus einem äquivalenten Grund wurde vor dem Eingang des HEMT-Verstärkers eine Fernspeiseweiche (Bias-Tee) verwendet, deren Gleichstromeingang niederohmig mit der Masse des Kryostaten verbunden ist. Durch die galvanische Trennung des Hochfrequenzeingangs wird der Wärmefluss über den Innenleiter der an den Verstärker angeschlossenen Leitung vermieden.

4.5.1 Besonderheiten bei der Verwendung eines I/Q-Mischers

Im vorangegangenen Abschnitt wurde erläutert, dass zur Bestimmung des Streuparameters S_{21} des Resonator- bzw. Multiplexer-Chips ein homodynes Messverfahren in Verbindung mit einem I/Q-Mischer verwendet wurde. Durch den Einsatz eines I/Q-Mischers kann simultan sowohl der Realteil $\text{Re } S_{21}$ als auch der Imaginärteil $\text{Im } S_{21}$ des Streuparameters S_{21} und damit verbunden sowohl die Amplitude A als auch die Phase ϕ des transmittierten Signals bezogen auf das Referenzsignal gemessen werden. Wie in Abbildung 4.9 gezeigt ist, besteht ein I/Q-Mischer aus zwei herkömmlichen Abwärtsmischern, einem 3 dB-Leistungsteiler sowie einem 90°-Hybrid-Koppler mit einer symmetrischen Leistungsauskopplung von 3 dB. Mit Hilfe des Kopplers wird das Referenzsignal zunächst in zwei Signale geteilt, deren Phasen um 90° verschoben sind und die als Oszillatorsignale der Abwärtsmischer verwendet werden. Das Messsignal wird durch den 3 dB-Leistungsteiler in zwei symmetrische Signale geteilt, die in den Mixern mit den zugehörigen Oszillatorsignalen heruntergemischt werden.

Auf diese Weise erhält man den zum Realteil $\text{Re } S_{21}$ proportionalen In-Phase-Anteil I sowie den zum Imaginärteil $\text{Im } S_{21}$ proportionalen Quadratur-Phase-Anteil Q , der sich aus der Multiplikation des Messsignals mit dem gegenüber dem Referenzsignal um 90° phasenverschobenen Oszillatorsignal ergibt.

Die Ausgangssignale I und Q eines I/Q-Mischers sind aufgrund des nicht-idealen Verhaltens der im Mischer verbauten Komponenten durch

$$I = I_0 + G_I \cdot A \cos \phi \quad (4.36)$$

$$Q = Q_0 + G_Q \cdot A \sin(\phi + \Delta\phi) \quad (4.37)$$

gegeben. Hierbei bezeichnen I_0 und Q_0 Offset-Gleichspannungen an den Ausgängen des Mischers, G_I und G_Q die Mischverluste der Abwärtsmischer und $\Delta\phi$ die Abweichung der Phasendifferenz des Hybrid-Kopplers vom idealen Wert 90° . Um aus den Signalen I und Q die Amplitude A sowie die Phase ϕ des Messsignals bezogen auf das Referenzsignal bestimmen zu können, müssen die nicht-idealen Eigenschaften des I/Q-Mischers ermittelt und bei der Analyse der Daten berücksichtigt werden. Zur Bestimmung der parasitären Eigenschaften des Mischers wurde in Abbildung 4.8 der Ausgang des Phasenschiebers über ein 3 dB Dämpfungsglied direkt mit der Gleichstromsperre am RF-Eingang des I/Q-Mischers verbunden. Bei konstanter Frequenz und Amplitude des Hochfrequenzsignals wurde mit Hilfe des Phasenschiebers die Phase ϕ zwischen dem Referenzsignal und dem Messsignal variiert und die Spannung an den Ausgängen I und Q als Funktion der Phase ϕ gemessen. Während man bei einem idealen I/Q-Mischer erwartet, dass die Parameterdarstellung $(I(\phi), Q(\phi))$ einen Kreis um den Ursprung $(0, 0)$ beschreibt, ergibt sich bei einem realen, nicht-idealen I/Q-Mischer eine um den Winkel $\Delta\phi$ verkippte Ellipse, deren Halbachsen im Verhältnis G_I/G_Q zueinander stehen und deren Mittelpunkt im Punkt (I_0, Q_0) liegt. Durch Bestimmung der Parameter dieser Ellipse können die parasitären Eigenschaften I_0 , Q_0 , G_I/G_Q und $\Delta\phi$ des I/Q-Mischers bestimmt werden. Abbildung 4.9 zeigt das Ergebnis einer derartigen Kalibrationsmessung für eine Frequenz von $f = 5,9$ GHz sowie eine Leistung von $P_{\text{rf}} = -6$ dBm am RF-Eingang des Mischers. Die durchgezogene Linie entspricht einer numerischen Anpassung einer Ellipse an die Parameterdarstellung $(I(\phi), Q(\phi))$ der gemessenen Daten. Durch äquivalente Messungen bei unterschiedlichen Frequenzen konnte der verwendete I/Q-Mischer vollständig charakterisiert werden, wobei die Ergebnisse in Abbildung 4.10 zusammengefasst sind. Mit Hilfe der Gleichungen 4.36 und 4.37 sowie der Kalibrationskurven können dann die Amplitude A sowie die Phase ϕ des Messsignals bezogen auf das Referenzsignal aus den Spannungen I und Q bestimmt werden.

Weiterhin muss bei der Verwendung eines I/Q-Mischers berücksichtigt werden, dass die Ein- bzw. Ausgänge des Mischers nicht vollständig voneinander isoliert sind und es aus diesem Grund zu unerwünschten Interferenzen kommen kann. So verursacht das Referenzsignal am RF-Eingang ein unerwünschtes Signal, dessen Leistung

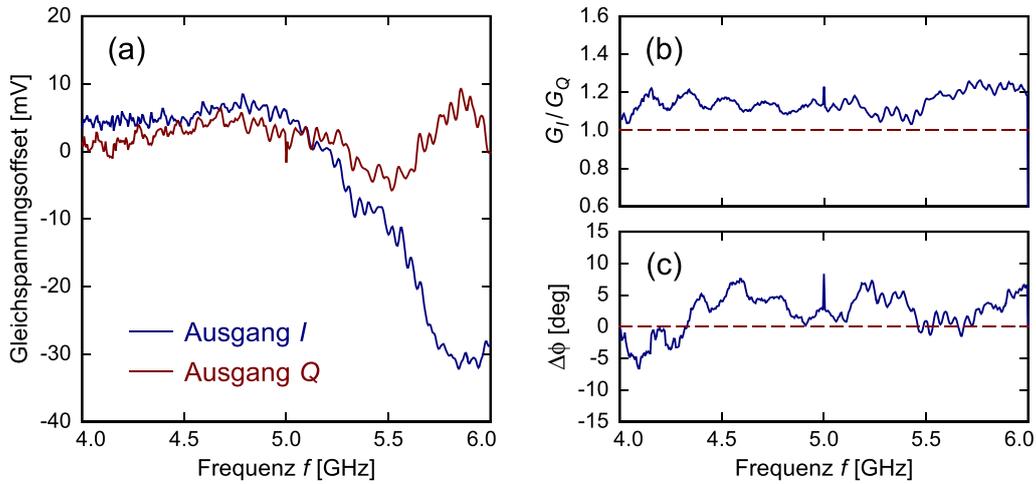


Abb. 4.10: (a) Gleichspannungsoffsets, (b) Verhältnis G_I/G_Q der Mischverluste sowie (c) Abweichung $\Delta\phi$ der Phasenlage der Ausgänge I und Q des verwendeten I/Q-Mischers des Typs IRM0208LC2Q von Miteq.

mit der Leistung des eigentlichen Messsignals vergleichbar ist. Dieses Signal wird am Ausgang des Hochfrequenzverstärkers entsprechend dem Wert des Streuparameters S_{22} reflektiert und erscheint als Gleichspannungsoffset an den Ausgängen des Mischers. Aus diesem Grund wurde zwischen dem Hochfrequenzverstärker und dem RF-Eingang des Mischers ein 6 dB-Dämpfungsglied platziert. Während das Messsignal dieses nur einmal durchläuft, wird das parasitäre Signal zweimal gedämpft, so dass dessen Beitrag im Vergleich zum eigentlichen Messsignal verringert wird. An den Ausgängen des Mischers treten ähnliche Effekte auf, die durch Verwendung von Tiefpassfiltern mit einer Abschneidfrequenz unterhalb der Frequenz des Messsignals jedoch beseitigt werden können. Zur Vermeidung von Masseschleifen wurden ferner die beiden Eingänge des Mischers durch Gleichstromsperrern vom restlichen Aufbau getrennt.

4.5.2 Rauschtemperatur des Messaufbaus

Die Rauschtemperatur T_N einer Kettenschaltung aus n elektrischen Zweitoren, wie sie bei dem hier beschriebenen Messaufbau gegeben ist, kann nach [Fri44] mit Hilfe der Formel

$$T_N = T_1 + \frac{T_2}{G_1} + \frac{T_3}{G_1 G_2} + \dots + \frac{T_n}{G_1 G_2 \dots G_{n-1}} \quad (4.38)$$

berechnet werden, wobei T_i die Rauschtemperatur und G_i die Verstärkung bzw. Dämpfung des i -ten Zweitors bezeichnet. Die Rauschtemperatur T_v eines Verstärkers ist hierbei über die Beziehung $P_{\text{out}} = G_v(P_{\text{in}} + k_B T_v)$ definiert, sofern P_{in} die Eingangs-

leistung, P_{out} die Ausgangsleistung und G_v den Verstärkungsfaktor des Verstärkers bezeichnen. Im Gegensatz hierzu ist die Rauschtemperatur T_d eines dämpfenden Elements durch dessen physikalische Temperatur T_0 bestimmt und kann in Verbindung mit dem Dämpfungsfaktor G_d mit Hilfe des Ausdrucks $T_d = T_0(1 - G_d)/G_d$ berechnet werden. Es kann ferner gezeigt werden [Bar09], dass die Rauschtemperatur T_N des Messaufbaus sowohl „auf“ als auch „neben“ einer Resonanz über die Beziehung

$$S_{A,\theta} = \frac{k_B T_N}{r^2 P_{\text{rf}}} \quad (4.39)$$

mit dem Amplitudenrauschen S_A bzw. dem Phasenrauschen S_θ , dem Radius r des Resonanzkreises sowie der zur Auslesung verwendeten Leistung P_{rf} des Hochfrequenzsignals verknüpft ist.

Die Rauschtemperatur T_N des im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Messaufbaus wird durch den HEMT-Verstärker bei 4,2 K dominiert. Dieser besitzt im Frequenzbereich von 4 GHz bis 6 GHz abhängig von der Frequenz des Signals eine Rauschtemperatur zwischen 3 K und 4 K bei einer Verstärkung zwischen 35 dB und 36 dB. Aus diesem Grund kann sowohl der Beitrag der sendeseitig verbauten Dämpfungselemente, der mit Gleichung 4.38 zu $T_N = 90$ mK abgeschätzt werden kann, als auch die Rauschleistung des zweiten Verstärkers bei Raumtemperatur, die mit 75 K bei einer durchschnittlichen Verstärkung von 28 dB spezifiziert ist, vernachlässigt werden. Zur Berechnung der Rauschtemperatur am Ausgang des Resonator- bzw. Multiplexer-Chips muss ferner berücksichtigt werden, dass die Fernspeiseweiche, die Gleichstromsperre sowie der Zirkulator im Gegensatz zu den verwendeten supraleitenden Koaxialkabeln eine Einfügedämpfung zeigen. Diese kann in der Summe auf etwa 3 dB abgeschätzt werden. Auf diese Weise erhält man bezogen auf den Ausgang des Resonator- bzw. Multiplexer-Chips eine effektive Rauschtemperatur T_N des Messaufbaus zwischen 6 K und 8 K. Die Rauschtemperatur des HEMT-Verstärkers nimmt damit am Eingang des Mischers aufgrund der in der Summe gegebenen Verstärkung von $G \simeq 50$ dB Werte von $T_N > 6 \cdot 10^5$ K an. Die Mischverluste des I/Q-Mischers sind mit $G \simeq 8$ dB spezifiziert, so dass sich für diesen eine Rauschtemperatur von 1900 K ergibt, die im Vergleich zum Beitrag des HEMT-Verstärkers vernachlässigt werden kann. Das Eingangsspannungsrauschen $\sqrt{S_U}$ des Analog-Digital-Wandlers besitzt im verwendeten Messbereich von ± 1 V einen Wert von $\sqrt{S_U} = 32$ nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$, was bei $R = 50 \Omega$ und unter Berücksichtigung des Spannungsverstärkers mit einem Verstärkungsfaktor von $G = 10$ einer Rauschtemperatur von $T_N \sim 3700$ K entspricht. Dieser übersetzt sich mit den Mischverlusten des I/Q-Mischers zu einem Wert von $2,4 \cdot 10^3$ K am Eingang des I/Q-Mischers und kann folglich, verglichen mit dem Beitrag des HEMT-Verstärkers, ebenfalls vernachlässigt werden.

4.6 Charakterisierung von $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren aus Niob

Die Entwicklung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers setzt die genaue Kenntnis der Eigenschaften der supraleitenden Resonatoren voraus, die zur Auslesung der rf-SQUIDs verwendet werden. Hierzu müssen einerseits charakteristische Größen der Resonatoren, zu denen unter anderem die Beiträge zur intrinsischen Güte Q_i zählen, bestimmt, sowie andererseits der zur Auslesung der Resonatoren verwendete Messaufbau hinsichtlich der Rauschtemperatur T_N , der Stabilität und fehlerhaft angepasster Komponenten charakterisiert werden. Aus diesem Grund wurde eine Reihe von supraleitenden, koplanaren $\lambda/4$ -Mikrowellenresonatoren aus Niob hergestellt, die kapazitiv an eine Durchgangsleitung gekoppelt sind. Durch temperatur- und leistungsabhängige Messungen der Resonanzfrequenzen und der Güten dieser Resonatoren sowie einer Analyse des Phasen- und Amplitudenrauschens konnten die für die Entwicklung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers relevanten Parameter experimentell bestimmt werden.

4.6.1 Herstellung der Resonatoren und experimenteller Aufbau

Die in der Einleitung dieses Abschnitts beschriebenen Resonatoren aus Niob wurden auf $330\ \mu\text{m}$ dicken Siliziumsubstraten mit einem Durchmesser von 2 Zoll strukturiert, deren Oberflächen eine $240\ \text{nm}$ dicke, durch thermische Oxidation erzeugte SiO_2 -Schicht besitzen, die die Substrate elektrisch isolieren. Jedes Substrat wurde zunächst in der Schleusenkammer der zur Abscheidung der Niobschicht verwendeten UHV-Sputteranlage² durch einen Ionen-Ätzprozess mit Argon-Ionen physikalisch gereinigt. Anschließend wurde auf das gereinigte Substrat bei einer Temperatur von $T = 200\ ^\circ\text{C}$ mit Hilfe eines dc-Magnetron-Sputterprozesses vollflächig eine $100\ \text{nm}$ dicke Schicht aus Niob abgeschieden, wobei sich bei einer Sputterleistung von $P_{\text{Nb}} = 500\ \text{W}$ und einem Prozessgasdruck von $p_{\text{Ar}} = 0,27\ \text{Pa}$ eine Depositionsrate von $\dot{n}_{\text{Nb}} = 8,33\ \text{\AA}/\text{s}$ ergeben hat. Die Strukturierung der Resonatoren erfolgte durch UV-Photolithographie in Verbindung mit einem nasschemischen Ätzprozess, wobei als Ätze eine Lösung aus einem Teil Flußsäure (HF), 6 Teilen Salpetersäure (HNO_3) und 10 Teilen Wasser (H_2O) verwendet wurde.

Nach der Strukturierung der Resonatoren wurde das Substrat in $12\ \text{mm} \times 6,5\ \text{mm}$ große Chips gesägt, von denen der Chip C2 zur Charakterisierung ausgewählt worden ist. Dieser wurde mit Hilfe eines tieftemperaturtauglichen Spulensacks (GE Varnish 7031) auf einen Probenhalter aus Kupfer geklebt. Die Durchgangsleitung wurde sowohl am Eingang als auch am Ausgang des Resonator-Chips durch ultraschallverschweißte Aluminiumdrähte mit einem Durchmesser von $25\ \mu\text{m}$ mit koplanaren

²DCA Instruments Oy, Turku, Finnland.

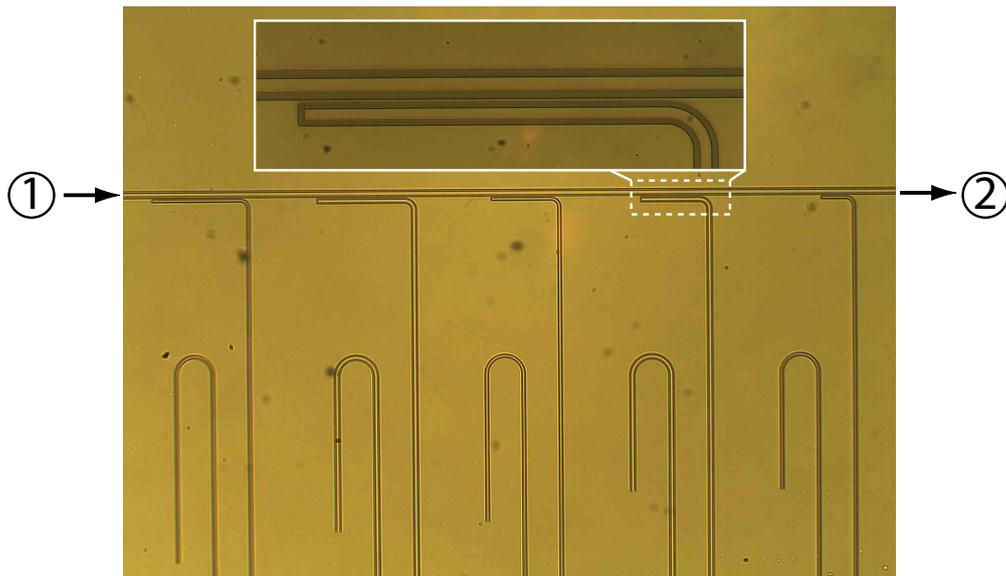


Abb. 4.11: Lichtmikroskopische Aufnahme eines Ausschnitts des Resonator-Chips C2, mit dem die in diesem Abschnitt beschriebenen Charakterisierungsmessungen durchgeführt worden sind. Während der Niobfilm hellgelb erscheint, haben die freiliegenden Stellen des Substrats eine etwas dunklere Farbe. Das Hochfrequenzsignal wird am Anschluss 1 eingespeist und am Anschluss 2 detektiert. In der Vergrößerung ist ein ellbogenförmiger Koppler zu erkennen, durch den die Resonatoren jeweils kapazitiv an die Durchgangsleitung angekoppelt sind.

Wellenleitern aus Kupfer verbunden, die auf einem für Hochfrequenzanwendungen geeigneten Platinenmaterial (RO3010, Rogers Corporation) strukturiert und mit SMA-Steckverbindern kontaktiert worden sind. Die Massefläche des Resonator-Chips wurde mit einer großen Zahl von ultraschallverschweißten Aluminiumdrähten mit dem Experimenthalter verbunden, um auf diese Weise Potentialunterschiede auf der Massefläche des Resonator-Chips zu vermeiden.

Abbildung 4.11 zeigt eine lichtmikroskopische Aufnahme eines Ausschnitts des Resonator-Chips C2, mit dessen Hilfe die in diesem Abschnitt beschriebenen Experimente durchgeführt worden sind. Auf dem Chip wurden insgesamt 20 Resonatoren mit unterschiedlichen Resonanzfrequenzen, Strukturgrößen und Kopplungskapazitäten platziert. Wie in der Vergrößerung zu sehen ist, wurde zur kapazitiven Kopplung der Resonatoren an die Durchgangsleitung eine ellbogenförmige Kopplerstruktur verwendet, bei der jeweils ein Teil der Resonatorlänge in der Nähe des offenen Endes parallel zur Durchgangsleitung geführt wird. Hierbei wurde darauf geachtet, dass die Massefläche zwischen der Durchgangsleitung und den Resonatoren nicht unterbrochen wird, da sich anderweitig ein asymmetrischer Strompfad ergibt, der zum Auftreten unsymmetrischer Moden führt.

Da das Resonator-Design ursprünglich für die Verwendung von Siliziumsubstraten mit einer Permittivität von $\epsilon_r = 11,9$ und ohne thermisches Oxid vorgesehen war, wurden für die Durchgangsleitung Strukturgrößen von $s_s = 10 \mu\text{m}$ und $w_s = 6 \mu\text{m}$ gewählt, um eine charakteristische Impedanz Z_0 der Durchgangsleitung von $Z_0 = 50 \Omega$ gewährleisten zu können. Hierbei bezeichnen s_s bzw. w_s die Breite des Innenleiters bzw. den Abstand zwischen dem Innenleiter und den Masseflächen der Durchgangsleitung. Aus fertigungstechnischen Gründen musste jedoch, wie bereits bei der Beschreibung der Herstellung der Resonatoren angedeutet worden ist, auf ein Siliziumsubstrat mit thermisch erzeugter Oxidschicht zurückgegriffen werden. Aufgrund der damit verbundenen Verringerung der effektiven Dielektrizitätskonstanten ϵ_{eff} ergibt sich eine charakteristische Impedanz von $Z_0 = 54 \Omega$. Dies entspricht einer leichten Fehlanpassung gegenüber der Impedanz des Messaufbaus, die jedoch vergleichbar mit den Fehlanpassungen der übrigen Hochfrequenzkomponenten ist.

Die Strukturgrößen s_r und w_r der Resonatoren wurden ebenfalls so gewählt, dass sich bei der Verwendung eines Siliziumsubstrats eine charakteristische Impedanz von $Z_{\text{LR}} = 50 \Omega$ ergeben hätte. Demnach sind auch die Resonatoren schwach fehlangepasst. Die Fehlanpassung der Resonatoren führt allerdings im Gegensatz zur Fehlanpassung der Durchgangsleitung nicht zu unerwünschten Reflexionen, da die Resonatoren nur auf Resonanz die Transmission entlang der Durchgangsleitung beeinflussen und hier ohnehin einen Kurzschluss zur Masse und damit verbunden eine Diskontinuität der Durchgangsleitung darstellen. Insgesamt wurden für die Innenleiter der Resonatoren zwei unterschiedliche Strukturbreiten verwendet, deren Werte $s_r^{(1)} = 5 \mu\text{m}$ bzw. $s_r^{(2)} = 8 \mu\text{m}$ betragen. Für die Abstände zwischen den Innenleitern und den Masseflächen haben sich hieraus Werte von $w_r^{(1)} = 3 \mu\text{m}$ bzw. $w_r^{(2)} = 4,8 \mu\text{m}$ ergeben. Für die Längen l_r der Resonatoren wurden Werte zwischen $l_r = 5 \text{mm}$ und $l_r = 7,5 \text{mm}$ gewählt, so dass sich für die Resonanzfrequenzen f_r der Resonatoren auf dem verwendeten Substrat bei Vernachlässigung der kinetischen Induktivität sowie der Frequenzverschiebung aufgrund der kapazitiven Kopplung Werte zwischen $f_r = 4,4 \text{GHz}$ und $f_r = 6,6 \text{GHz}$ ergeben. Da die Längen der Resonatoren vergleichbar mit den lateralen Abmessungen des Chips sind, wurden die Resonatoren posaunenartig aufgewickelt, wobei durch einen hinreichend großen Abstand zwischen den Innenleitern parasitäre Kapazitäten und Induktivitäten zwischen den verschiedenen Resonatoren vermieden werden sollten. Zur Berechnung der Kopplungskapazitäten zwischen der Durchgangsleitung und den Resonatoren wurde auf eine Finite-Elemente-Methode zurückgegriffen. Hierfür wurde das Programm FEMM³ verwendet, mit dessen Hilfe quasi-zweidimensionale Probleme der Elektro- und Magnetostatik gelöst werden können. Bei der gewählten Breite $d_c = 2 \mu\text{m}$ der Massefläche zwischen der Durchgangsleitung und dem parallel geführten Teil des Resonators findet man für die

³FEMM: **F**inite **E**lement **M**ethod **M**agnetics (Version 4.0) von David Meeker, Freeware, <http://femm.foster-miller.net>.

	f_r^{calc} [GHz]	f_r [GHz]	Q_1	Q_c^{calc}	Q_c	$F\delta_{\text{TLS}}^0$ [10^{-5}]	α^{fit} [%]	α^{calc} [%]	Q_s
R1	4,4788	4,1145	4996	4375	6827	4,09	18,0	15,6	18556
R2	4,4430	4,1907	2628	3352	3000	3,41	12,6	11,0	21894
R3	4,7027	4,3128	6198	22454	7895	4,46	19,0	15,9	28306
R4	4,6598	4,3953	4998	17158	4737	3,31	13,0	11,0	< 100
R5	4,9267	4,5202	9828	45740	11983	4,33	18,4	15,8	54192
R6	4,8765	4,5932	5099	35119	50299	3,71	13,2	11,3	< 100
R11	5,5985	5,1448	2617	4195	2103	4,58	20,6	15,6	< 100
R12	5,5268	5,2108	5235	3373	8342	3,33	13,6	11,1	14025
R13	5,8224	5,3564	7175	22555	7042	4,44	20,0	15,4	< 100
R14	5,7435	5,4106	5348	17385	5878	3,13	13,2	11,3	62015
R15	6,0464	5,5444	13275	46477	20112	4,58	22,4	15,9	38635
R16	5,9602	5,6059	10171	35701	13965	3,27	14,4	11,5	37262

Tab. 4.1: Experimentell bzw. rechnerisch (calc) bestimmte Werte für die Resonatoren R1-R6 sowie R11-R16. Die Strukturgröße s_r ist bei Resonatoren mit geradem Index durch $s_r = 5 \mu\text{m}$ und bei Resonatoren mit ungeradem Index durch $s_r = 8 \mu\text{m}$ gegeben. Die Werte von f_r und Q_1 sind für eine Temperatur von $T = 18,5 \text{ mK}$ angegeben. Die Berechnung der Werte f_r^{calc} und Q_c^{calc} erfolgte unter Berücksichtigung des tatsächlich zur Herstellung der Resonatoren verwendeten Substrats. Die kinetische Induktivität L_{kin} der Resonatoren wurde hingegen bei der Berechnung nicht berücksichtigt.

auf die Länge l_c des Kopplers normierten Kopplungskapazitäten C_c bei Resonatoren mit einer Strukturbreite von $s_r^{(1)} = 5 \mu\text{m}$ einen Wert von $C_c^{(1)} = 17,48 \text{ pF/m}$ und bei Resonatoren mit $s_r^{(1)} = 8 \mu\text{m}$ einen Wert von $C_c^{(2)} = 20,10 \text{ pF/m}$. Da für die Längen l_c der Koppler Werte zwischen $40 \mu\text{m}$ und $800 \mu\text{m}$ gewählt wurden, erwartet man nach Gleichung 4.27 Kopplungsgüten Q_c zwischen 10^3 und 10^5 . Eine Übersicht über die berechneten Resonanzfrequenzen f_r^{calc} und Kopplungsgüten Q_c^{calc} bei Berücksichtigung des tatsächlich zur Herstellung der Resonatoren verwendeten Substrats ist für zwölf Resonatoren in Tabelle 4.1 zu finden, wobei bei der Berechnung der Werte f_r^{calc} die kinetische Induktivität L_{kin} der Resonatoren vernachlässigt wurde.

4.6.2 Durchgeführte Messungen und Parameterbestimmung

Die Charakterisierung der Resonatoren erfolgte mit dem in Abschnitt 4.5 beschriebenen Messaufbau durch frequenzabhängige Messungen des Streuparameters S_{21} , aus denen die Resonanzfrequenzen f_r sowie die belasteten Güten Q_1 der Resonatoren bestimmt worden sind. Diese Art der Messung wurde für eine Reihe verschiedener Temperaturen T zwischen 18 mK und $2,5 \text{ K}$ und für zwei verschiedene Leistungen P_{ff} des

Hochfrequenzsignals durchgeführt. Obwohl die Wahl der Leistung des Hochfrequenzsignals mit $P_{\text{rf}} = -63$ dBm bzw. $P_{\text{rf}} = -53$ dBm zunächst willkürlich erscheint, wird sich in Abschnitt 6.2 im Rahmen der Diskussion der Energiesensitivität ϵ bzw. des Flussrauschens $\sqrt{S_{\Phi}}$ eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers zeigen, dass mit diesen Leistungen eine stabile Auslesung des Multiplexers bei einem erwarteten Flussrauschen von $\sqrt{S_{\Phi}} < 1 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ gewährleistet werden kann. Daher konnte mit den durchgeführten Messungen das Verhalten der Resonatoren in dem für den Betrieb des entwickelten Multiplexers relevanten Leistungsbereich analysiert werden.

Für die frequenzabhängigen Messungen des Streuparameters S_{21} wurde mit dem Signalgenerator ein linearer Frequenzsweep zwischen 4 GHz und 6 GHz durchgeführt, wobei die Ausgangsspannungen I und Q des I/Q-Mischers kontinuierlich aufgezeichnet wurden. Die so gewonnenen Daten wurden sowohl hinsichtlich der nicht-idealen Eigenschaften des I/Q-Mischers als auch der Kabelverzögerung τ korrigiert. Diese resultiert aus den unterschiedlichen Längen des Referenz- und des Signalpfads und führt dazu, dass sich die Phasenverschiebung zwischen dem Referenz- und dem Messsignal in Abhängigkeit von der Frequenz ändert. Um die Kabelverzögerung zu korrigieren, wurde bei einer vergleichsweise hohen Temperatur von $T = 6,5$ K ein Frequenzsweep durchgeführt. Da für Temperaturen $T > T_c/2$ die Verluste im Supraleiter groß sind, können bei diesen Temperaturen keine Resonanzen beobachtet werden. Aus diesem Grund lässt sich aus den Messdaten für $T > T_c/2$ die Kabelverzögerung τ bestimmen, mit der die bei tiefen Temperaturen aufgezeichneten Daten korrigiert werden können. Zur Bestimmung der Resonanzfrequenzen f_r sowie der belasteten Güten Q_1 der Resonatoren wurde Gleichung 4.24 nach der Methode der kleinsten Abweichungsquadrate numerisch an die korrigierten Messdaten angepasst. Hieraus können dann zusammen mit den Mittelpunkten $(x_c, 0)$ und den Radien r der Resonanzkreise, deren Verknüpfung mit der Güte Q_1 sowie der „Tiefe“ S_{21}^{min} der Resonanzkurve in Abschnitt 4.5 angegeben wurde, die Kopplungsgüten Q_c und damit verbunden die intrinsischen Güten Q_i der Resonatoren bestimmt werden.

Zur Analyse des Amplituden- und Phasenrauschens wurde der Streuparameter S_{21} bei einer festen Frequenz des Signalgenerators als Funktion der Zeit gemessen. Aus den aufgezeichneten Daten, die ebenfalls hinsichtlich der nicht-idealen Eigenschaften des I/Q-Mischers sowie der Kabelverzögerung korrigiert wurden, lassen sich dann durch diskrete Fouriertransformation die spektralen Leistungsdichten S_{θ} des Phasenrauschens und S_A des Amplitudenrauschens bestimmen.

4.6.3 Identifizierung der Resonatoren und Analyse der Kopplungsgüte

Abbildung 4.12 zeigt den gemessenen Verlauf der Transmission T entlang der Durchgangsleitung des charakterisierten Resonator-Chips C2 als Funktion der Frequenz f

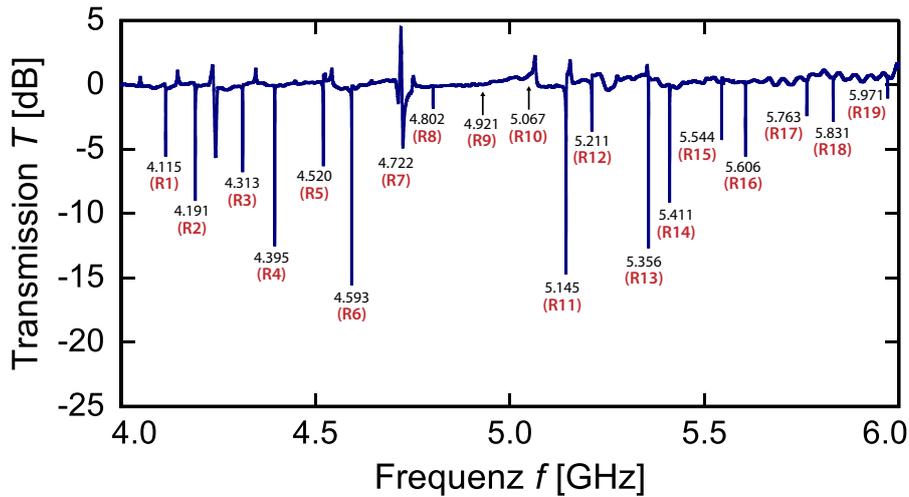


Abb. 4.12: Verlauf der Vorwärts-Transmission T entlang der Durchgangsleitung des charakterisierten Resonator-Chips C2 als Funktion der Frequenz f des Hochfrequenzsignals. Die Messung wurde bei einer Temperatur von 18,5 mK und mit einer Leistung von $P_{\text{rf}} = -63$ dBm durchgeführt. Die angegebenen Zahlen entsprechen den auf drei Stellen gerundeten Resonanzfrequenzen in GHz. Die darunter stehenden Bezeichnungen stellen eine Nummerierung der identifizierten Resonatoren dar.

des Hochfrequenzsignals. Die Messung wurde bei einer Mischkammertemperatur von 18,5 mK und bei einer Leistung des Hochfrequenzsignals von $P_{\text{rf}} = -63$ dBm nach der in Abschnitt 4.6.2 beschriebenen Methode durchgeführt. Von den ursprünglich auf dem Chip platzierten 20 Resonatoren konnten 19 Resonatoren identifiziert werden. Unter Berücksichtigung der kinetischen Induktivität L_{kin} und dem verwendeten Substrat, wird für die Resonanzfrequenz f_{r} des Resonators R20 ein Wert von $f_{\text{r}} \simeq 6,015$ GHz erwartet, der folglich außerhalb des experimentell zugänglichen Messbereichs liegt. Bei Frequenzen von $f \simeq 4,235$ GHz und $f \simeq 4,710$ GHz sind parasitäre Leitungsresonanzen zu erkennen, deren Ursache bislang nicht eindeutig geklärt werden konnte. Die ebenfalls zu beobachtende Restwelligkeit des Transmissionsverlaufs resultiert aus Reflexionen an den verwendeten Hochfrequenzkomponenten sowie an den Übergängen zwischen dem Resonator-Chip und den SMA-Steckverbindern. Dies konnte durch Zeitbereichsreflektometrie nachgewiesen werden.

Die Kopplungsgüten Q_{c} der Resonatoren können, wie in den Abschnitten 4.4 und 4.6.2 gezeigt worden ist, aus den Mittelpunkten $(x_{\text{c}}, 0)$ und den Radien r der Resonanzkreise bestimmt werden. Wie die Gegenüberstellung der berechneten und der gemessenen Kopplungsgüten $Q_{\text{c}}^{\text{calc}}$ und Q_{c} in Tabelle 4.1 zeigt, weichen die gemessenen Werte teilweise signifikant von den berechneten Werten ab. Hierbei scheint die Abweichung insbesondere bei kleinen Kopplerlängen und damit verbunden bei hohen Kopplungsgüten groß zu sein. Eine mögliche Ursache hierfür ist, dass bei den durchge-

fürten Finite-Elemente-Simulationen an den Enden der Koppler auftretende Randeﬀekte nicht berücksichtigt werden konnten. Wie ein Vergleich mit anderen Arbeiten [Maz04, Ham11] zeigt, haben diese Randeﬀekte insbesondere bei Kopplern mit geringerer Länge l_c einen Einfluss auf die Koppelkapazitäten C_c . Als weitere Ursachen für die Diskrepanz der Kopplungsgüten können stehende Wellen auf der Durchgangsleitung [Mat11], Potentialunterschiede auf der Masseﬂäche des Resonator-Chips [Ham11] sowie durch elektromagnetisches Übersprechen zwischen Resonatoren verursachte, parasitäre Resonator-Moden [Led10] angeführt werden. Während ein Vergleich mit Simulationsdaten [Ham11] zeigt, dass elektromagnetisches Übersprechen aufgrund des Frequenzabstands der Resonatoren von $\Delta f \geq 70$ MHz sowie dem räumlichen Abstand von $d \geq 100$ μm unwahrscheinlich erscheint, können stehende Wellen auf der Durchgangsleitung sowie Potentialunterschiede auf der Masseﬂäche des Chips nicht a priori ausgeschlossen werden. So ist es denkbar, dass sich zwischen den Übergängen der Durchgangsleitung auf die SMA-Steckverbinder aufgrund der Fehlanpassung der Durchgangsleitung stehende Wellen ausbilden können. Diese können auch als mögliche Ursache für die oben beschriebenen Leitungsresonanzen bei $f \simeq 4,235$ GHz und $f \simeq 4,710$ GHz angeführt werden. Ferner stellen Potentialunterschiede auf der Masseﬂäche des Resonator-Chips ein realistisches Szenario dar, da die Masseﬂächen zwischen den einzelnen Resonatoren nur an den Rändern des Chips sowie oberhalb der Koppler miteinander verbunden sind. Obwohl der Kontakt zwischen den verschiedenen Bereichen der Masseﬂäche durch Massebrücken, wie sie beispielsweise in [Ham07] oder [Lan12] verwendet werden, erhöht werden kann, wurde im Rahmen dieser Arbeit auf die Verwendung solcher Brücken verzichtet, da zu deren Herstellung ein weiterer, bisher wenig erprobter Strukturierungsprozess erforderlich ist. Für zukünftige Messungen ist jedoch der Einsatz eines solchen Prozesses angedacht, so dass durch eine erneute Messung der Kopplungsgüten geprüft werden kann, ob diese durch Verbesserung des Kontakts zwischen den Masseﬂächen mit höherer Zuverlässigkeit vorhergesagt werden können.

4.6.4 Temperaturabhängigkeit der Resonanzfrequenz

Abbildung 4.13 zeigt am Beispiel von Resonator R14 eine Parameterdarstellung des Streuparameters S_{21} sowie den Verlauf der Transmission T als Funktion der Frequenz f des Hochfrequenzsignals bei verschiedenen Temperaturen. Wie in der Abbildung gezeigt ist, ändert sich mit der Temperatur sowohl die Resonanzfrequenz f_r als auch die belastete Güte Q_1 des Resonators.

Die Resonanzfrequenzen f_r supraleitender Leitungsresonatoren werden nach Gleichung 4.21 einerseits durch die Länge l_r der Resonatoren sowie andererseits durch den Induktivitätsbelag L' und den Kapazitätsbelag C' der Resonatoren bestimmt. Hierbei zeigen sowohl der Induktivitätsbelag L' aufgrund des Beitrags der kineti-

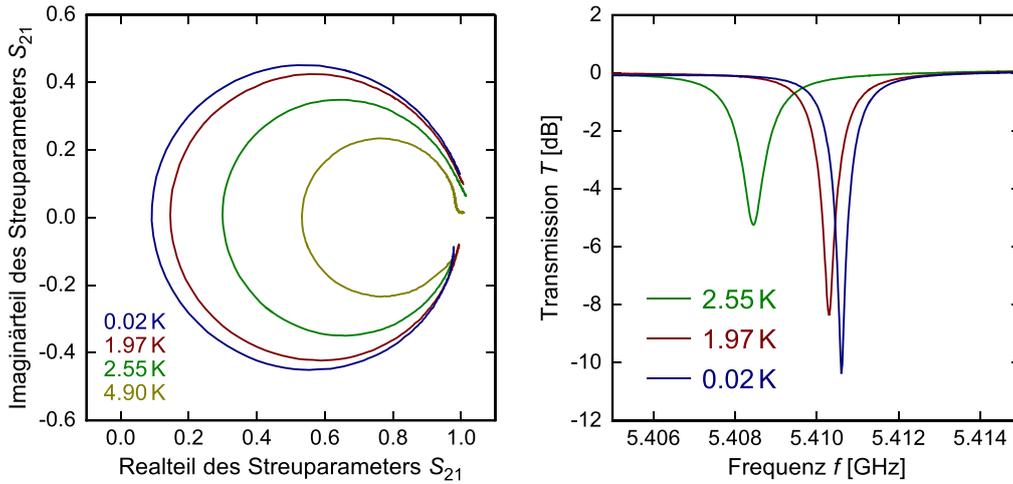


Abb. 4.13: (links) Parameterdarstellung des Streuparameters S_{21} und (rechts) Verlauf der Transmission T des Resonators R14 als Funktion der Frequenz f des Hochfrequenzsignals bei verschiedenen Temperaturen und einer Leistung von $P_{\text{rf}} = -63$ dBm.

schen Induktivität L'_{kin} als auch der Kapazitätsbelag C' aufgrund der Proportionalität $C' \propto \epsilon_r$ charakteristische Temperaturverläufe, die im vorliegenden Temperatur- und Frequenzbereich durch die Gleichungen 4.9 und 4.14 beschrieben werden. Die relative Änderung $\delta f_r(T)/f_r$ der Resonanzfrequenz kann demnach durch den Ausdruck

$$\frac{\delta f_r(T)}{f_r} = \frac{\alpha}{2} \frac{\delta \sigma_2(T)}{\sigma_2} + \frac{F}{2} \frac{\delta \epsilon_r(T)}{\epsilon_r} \quad (4.40)$$

beschrieben werden. Hierbei bezeichnen $\alpha = L_{\text{kin}}/L_{\text{ges}}$ den Anteil der kinetischen Induktivität L_{kin} an der Gesamtinduktivität L_{ges} der Resonatoren und F den in Abschnitt 4.4 eingeführten Füllfaktor, durch den die Inhomogenität des elektrischen Felds in den dielektrisch aktiven Teilen der Resonatoren berücksichtigt wird.

Abbildung 4.14 zeigt die relative Änderung $\delta f_r(T)/f_r$ der Resonanzfrequenz für vier beispielhaft ausgewählte Resonatoren im Temperaturbereich $T \leq 1$ K bei zwei verschiedenen Leistungen P_{rf} des Hochfrequenzsignals. Die eingezeichneten Kurven entsprechen einer im Temperaturbereich zwischen 0,1 K und 1 K vorgenommenen Anpassung von Gleichung 4.40 an die Messdaten, wobei die hierbei bestimmten Faktoren $F\delta_{\text{TLS}}^0$ in Tabelle 4.1 zusammengefasst sind. Wie in der Abbildung zu sehen ist, können die Messdaten in diesem Temperaturbereich unabhängig von der Leistung P_{rf} sehr gut mit Hilfe von Gleichung 4.40 beschrieben werden. Bei Temperaturen unter 100 mK weichen die Messdaten allerdings von den angepassten Kurven ab und sind nahezu temperaturunabhängig. Ferner liegen in diesem Temperaturbereich die Daten für $P_{\text{rf}} = -63$ dBm systematisch über den Daten für $P_{\text{rf}} = -53$ dBm. Dieses Verhalten kann durch die Sättigung von Tunnelsystemen erklärt werden und wurde

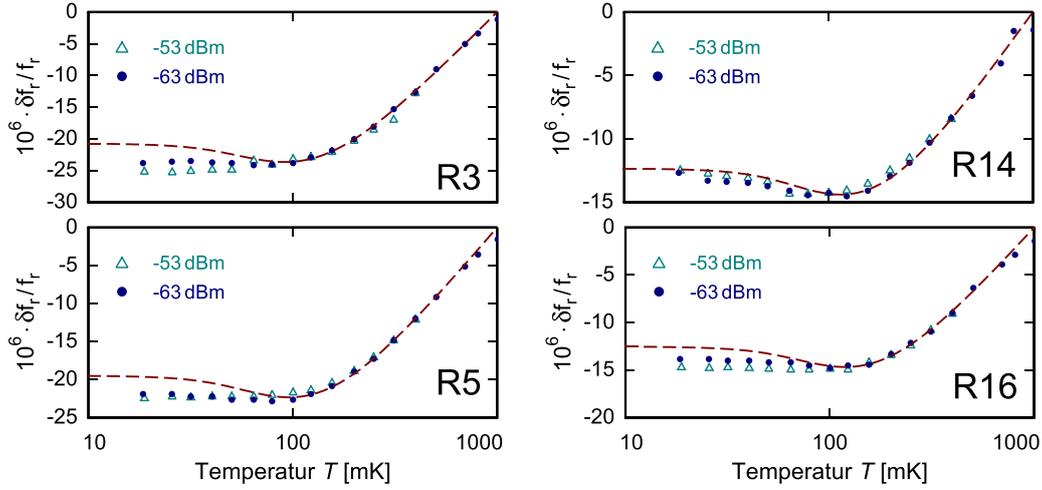


Abb. 4.14: Verlauf der relativen Frequenzänderung $\delta f_r(T)/f_r$ der Resonanzfrequenz der Resonatoren R3, R5, R14 und R16 als Funktion der Temperatur T für zwei verschiedene Leistungen P_{rf} des Hochfrequenzsignals im Temperaturbereich $T < 1$ K. Die eingezeichneten Kurven entsprechen einer im Temperaturbereich zwischen 0,1 K und 1 K vorgenommenen, numerischen Anpassung der Gleichung 4.40 an die Messdaten.

in anderen Arbeiten ebenfalls beobachtet [Gao08b, Kum08]. Der Absolutwert des Faktors $F\delta_{\text{TLS}}^0$ ist mit der Strukturbreite s_r der Resonatoren korreliert und zeigt für $s_r = 5 \mu\text{m}$ einen etwa 30% größeren Wert als für $s_r = 8 \mu\text{m}$. Diese Korrelation deckt sich mit Überlegungen zum Füllfaktor für Tunnelsysteme in oberflächennahen Schichten der Resonatoren und dem in [Gao08b] gefundenen Skalierungsverhalten $F \propto s_r^{-\gamma}$. Für den Exponenten γ wurde bei den hier diskutierten Messungen ein Wert von $\gamma \sim 0,6$ gefunden.

Abbildung 4.15 zeigt die relative Änderung $\delta f_r(T)/f_r$ der Resonanzfrequenz der ausgewählten Resonatoren im Temperaturbereich zwischen 18,5 mK und 2,5 K. Die eingezeichneten Kurven entsprechen wiederum einer Anpassung von Gleichung 4.40 an die Messdaten, wobei in diesem Fall der Beitrag $\delta\epsilon_r/\epsilon_r$ nicht variiert, sondern entsprechend den oben gefundenen Werten festgesetzt wurde. Auf diese Weise konnte das kinetische Induktivitätsverhältnis α ungeachtet der geringen Zahl der Datenpunkte für den Temperaturbereich $T > 1$ K mit ausreichender Genauigkeit bestimmt werden. Die auf diese Weise gefundenen Werte α^{fit} des kinetischen Induktivitätsverhältnisses sind in Tabelle 4.1 aufgelistet. Das kinetische Induktivitätsverhältnis α kann nicht nur durch die oben durchgeführte Anpassung von Gleichung 4.40 an die Messdaten, sondern auch durch einen Vergleich der gemessenen Resonanzfrequenz f_r^{ex} mit der auf Basis rein geometrischer Überlegungen berechneten Resonanzfrequenz f_r^{geo} der

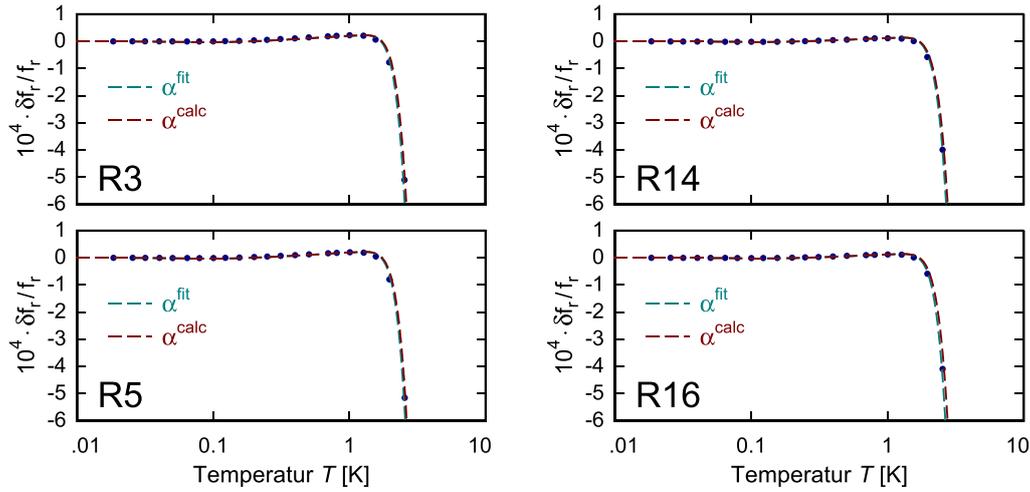


Abb. 4.15: Verlauf der relativen Frequenzänderung $\delta f_r(T)/f_r$ der Resonanzfrequenz der Resonatoren R3, R5, R14 und R16 als Funktion der Temperatur T für zwei verschiedene Leistungen P_{rf} des Hochfrequenzsignals im Temperaturbereich zwischen 18,5 mK und 2,5 K. Die eingezeichneten Kurven entsprechen einerseits einer numerischen Anpassung von Gleichung 4.40 an die Messdaten, wobei der Beitrag der relativen Änderung $\delta\epsilon_r(T)/\epsilon_r$ der Dielektrizitätszahl ϵ_r auf einen festen Wert gesetzt wurde, und andererseits einer mit Gleichung 4.40 berechneten Vorhersage des Temperaturverlaufs, der auf dem gemäß Gleichung 4.41 berechneten kinetischen Induktivitätsverhältnis α^{calc} basiert.

Resonatoren bestimmt werden. Diese sind über die Beziehung

$$\alpha = 1 - \left(\frac{f_r^{\text{ex}}}{f_r^{\text{geo}}} \right)^2 \quad (4.41)$$

mit dem kinetischen Induktivitätsverhältnis α verknüpft. Die auf diese Weise berechneten Werte α^{calc} sind ebenfalls in Tabelle 4.1 zusammengefasst. Zusätzlich sind in Abbildung 4.15 die mit diesen Werten und Gleichung 4.40 berechneten Kurven für die relative Frequenzverschiebung $\delta f_r(T)/f_r$ der Resonanzfrequenz gezeigt.

Der Absolutwert des relativen Anteils der kinetischen Induktivität L_{kin} ist ebenfalls mit der Strukturweite s_r der Resonatoren korreliert und zeigt für $s_r = 5 \mu\text{m}$ einen etwa 40% größeren Wert als für $s_r = 8 \mu\text{m}$. Hierbei ist zu bemerken, dass die Werte α^{fit} im Vergleich zu den Werten α^{calc} stärker streuen, was auf die geringe Zahl der Datenpunkte für $T > 1 \text{ K}$ zurückzuführen ist. Dennoch ist auch für die Werte α^{fit} die Korrelation mit der Strukturweite s_r eindeutig zu erkennen. Die gefundene Korrelation deckt sich einerseits mit dem in [Gao06] experimentell beobachteten Verhalten an Leitungsresonatoren aus Aluminium und andererseits mit den in [Ham11] durchgeführten Simulationsrechnungen zur Ermittlung der erwarteten Werte des kinetischen Induktivitätsverhältnisses α für Niob.

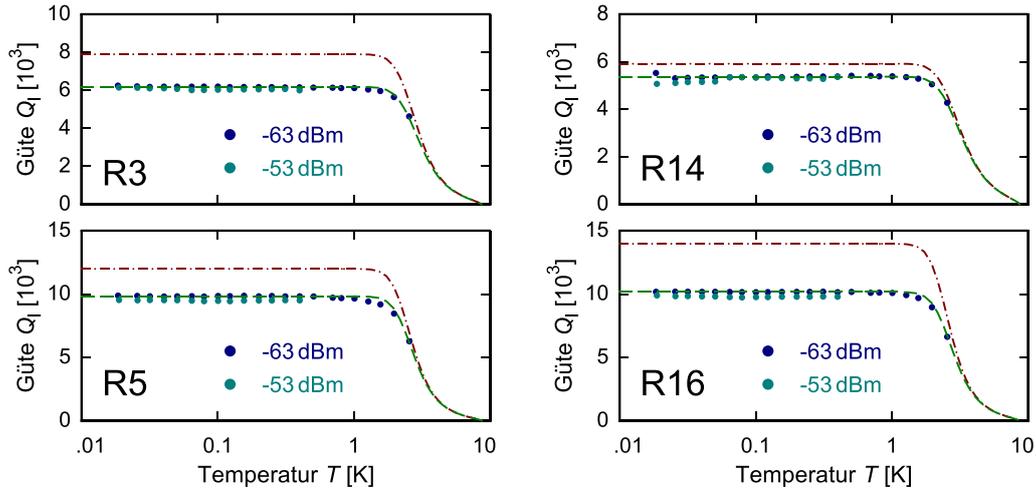


Abb. 4.16: Verlauf der belasteten Güte Q_1 der Resonatoren R3, R5, R14 und R16 als Funktion der Temperatur T für zwei verschiedene Leistungen P_{rf} des Hochfrequenzsignals im Temperaturbereich zwischen 18,5 mK und 2,5 K. Während die in rot eingezeichnete Kurve einer auf Gleichung 4.42 basierenden Vorhersage des Temperaturverlaufs $Q_1(T)$ entspricht, ist bei der grün eingezeichneten Kurve der für die Daten bei $P_{\text{rf}} = -63$ dBm berechnete Sättigungsfaktor Q_s berücksichtigt.

4.6.5 Temperaturabhängigkeit der belasteten Güte

Die belastete Güte Q_1 eines supraleitenden Leitungsresonators setzt sich nach Gleichung 4.26 aus der Kopplungsgüte Q_c sowie der intrinsischen Güte Q_i des Resonators zusammen. Diese wird nach Abschnitt 4.4 durch Quasiteilchenverluste Q_{MB}^{-1} , dielektrische Verluste Q_{diel}^{-1} sowie Strahlungsverluste Q_{rad}^{-1} bestimmt. Da sich für die Strahlungsverluste bei den gewählten Strukturgrößen s_r und Längen l_r der Resonatoren nach Gleichung 4.31 Werte von $Q_{\text{rad}} > 10^6$ ergeben, können diese im Vergleich zu den übrigen Beiträgen vernachlässigt werden. Aus Gründen, die sich später erschließen werden, sollen außerdem zunächst die dielektrischen Verluste Q_{diel} vernachlässigt werden, so dass die belastete Güte Q_1 mit Hilfe der Gleichung

$$\frac{1}{Q_1} = \frac{1}{Q_c} + \frac{\alpha}{2} \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \quad (4.42)$$

berechnet werden kann, wobei α das kinetische Induktivitätsverhältnis und σ_1 bzw. σ_2 den Real- bzw. Imaginärteil der elektrischen Leitfähigkeit σ bezeichnen.

Abbildung 4.16 zeigt den gemessenen Verlauf der Güte Q_1 für die bereits im vorherigen Abschnitt gezeigten Resonatoren als Funktion der Temperatur für zwei verschiedene Leistungen P_{rf} des Hochfrequenzsignals im Temperaturbereich zwischen 18,5 mK und 2,5 K. Wie in der Abbildung zu sehen ist, liegen die Daten für $P_{\text{rf}} = -63$ dBm systematisch über den Daten für $P_{\text{rf}} = -53$ dBm. Ferner weichen

beide Datensätze von den rot eingezeichneten Kurven ab, die auf Gleichung 4.42 basierenden Vorhersagen der Verläufe $Q_1(T)$ entsprechen. Diese Abweichung kann durch einen Sättigungsfaktor Q_s beschrieben werden, dessen Wert sich über die Beziehung $Q_s^{-1} = Q_1^{-1} - Q_c^{-1} - Q_{\text{MB}}^{-1}$ berechnen lässt und für eine Leistung von $P_{\text{rf}} = -63$ dBm in Tabelle 4.1 aufgelistet ist. Wie anhand der grünen Kurven in Abbildung 4.16 zu sehen ist, kann der gemessene Verlauf $Q_1(T)$ bei Berücksichtigung dieses Sättigungsfaktors gut beschrieben werden.

Eine mögliche Erklärung für das Auftreten des Sättigungsfaktors Q_s sind dielektrische Verluste Q_{diel}^{-1} , die bislang bei der Diskussion vernachlässigt worden sind. Diese können mit Hilfe der Gleichungen 4.30 und 4.15 in Verbindung mit den im vorherigen Abschnitt bestimmten Faktoren $F\delta_{\text{TLS}}^0$ berechnet werden. Während sich für Temperaturen $T \rightarrow 0$ bei einer Breite des Innenleiters von $s_r = 5 \mu\text{m}$ eine Güte von $Q_{\text{diel}} \simeq 22700$ ergibt, können die dielektrischen Verluste für $s_r = 8 \mu\text{m}$ durch $Q_{\text{diel}} \simeq 29800$ ausgedrückt werden. Obwohl diese Werte in der Größenordnung der Sättigungsfaktoren Q_s liegen, kann das beobachtete Verhalten aus zwei Gründen nicht vollständig durch die dielektrischen Verluste erklärt werden. Zum einen zeigen dielektrische Verluste nach Gleichung 4.15 einen charakteristischen Temperaturverlauf, der bei Berücksichtigung der Quasiteilchenverluste zum Auftreten eines Maximums im Temperaturverlauf $Q_1(T)$ führt, wie es beispielsweise in [Bar07] gefunden worden ist. Dieser charakteristische Verlauf konnte bei den durchgeführten Messungen nicht beobachtet werden. Zum anderen können Tunnelsysteme durch hohe elektrische Felder gesättigt werden. Dies führt zu einer Abhängigkeit der dielektrischen Verluste Q_{diel}^{-1} von der elektrischen Feldstärke \mathcal{E} , die nach [vS77] durch den Ausdruck

$$\delta_{\text{TLS}}(\mathcal{E}) = \frac{\delta_{\text{TLS}}(0)}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_c}\right)^2}} \quad (4.43)$$

gegeben ist, wobei \mathcal{E}_c eine kritische Feldstärke bezeichnet. Demnach sollten mit steigender Leistung P_{rf} des Hochfrequenzsignals höhere Güten Q_{diel} erreicht werden können. Da bei den Messungen der relativen Frequenzänderung $\delta f_r(T)/f_r$ eindeutig gezeigt werden konnte, dass mit den gewählten Leistungen P_{rf} des Hochfrequenzsignals die Tunnelsysteme bereits gesättigt werden, können diese folglich als alleinige Ursache ausgeschlossen werden.

Als weitere Ursachen für das Auftreten des Sättigungsfaktors Q_s können Bewegungen von Vortices in den Innenleitern und den Masseflächen der Resonatoren [Son09, Bot12], ein durch die Bildung von Oxiden erhöhter Oberflächenwiderstand R_s der Resonatoren [Chi92, Hal05] sowie eine athermische, streulichtinduzierte Quasiteilchendichte [Bar11] angeführt werden. Ferner werden Einflüsse des Kantenprofils der Resonatoren [Mat11] sowie des verwendeten Herstellungsprozesses [Che08] auf die intrinsische Güte berichtet. Der Einfluss dieser Effekte nimmt mit dem im Supra-

leiter fließenden Strom I_{rf} und damit mit der Leistung P_{rf} des Hochfrequenzsignals zu. Dies deckt sich mit der bei den Messungen beobachteten Leistungsabhängigkeit. Eine weitere Eingrenzung, welcher der angeführten Effekte letztlich für das Auftreten des Sättigungsfaktors Q_s verantwortlich ist, kann an dieser Stelle jedoch nicht gegeben werden. Da der Resonator-Chip bei den Messungen lokal nicht magnetisch abgeschirmt wurde, ist es denkbar, dass magnetischer Fluss in Form von Vortices in den Innenleitern sowie den Masseflächen der Resonatoren eingefroren wurde. Weiterhin waren die Resonatoren nach der Herstellung für einige Tage der Raumluft ausgesetzt, so dass sich an der Oberfläche der Resonatoren mit Sicherheit oxidische Niobverbindungen gebildet haben. Streulichtinduzierte Quasiteilchenverluste kommen ebenfalls in Frage, wobei Streulicht einerseits indirekt über das Dielektrikum der Koaxialkabel und andererseits durch Öffnungen im metallischen Gehäuse in den Messaufbau einkoppeln kann. In [Mat11] konnte ferner gezeigt werden, dass ein rechteckiges Kantenprofil der Resonatoren im Gegensatz zu einem trapezförmigen Profil zu höheren intrinsischen Güten führt. Wie durch Aufnahmen mit einem Rasterelektronenmikroskop gezeigt werden konnte, besitzen die hier charakterisierten Resonatoren aufgrund des nasschemischen Ätzverfahrens ein leicht trapezförmiges Kantenprofil, so dass auch Quasiteilchenverluste in den „spitz“ zulaufenden Kanten eine mögliche Erklärung darstellen.

Um die Ursachen für das Auftreten des Sättigungsfaktors Q_s endgültig klären zu können, sind weitere Messungen erforderlich. So ist es geplant, in zukünftigen Messungen den experimentellen Aufbau sowohl gegen magnetische Felder als auch gegen Streulicht besser zu schirmen. Weiterhin soll durch eine Umstellung des Ätzprozesses der Niobstrukturen von dem im Rahmen dieser Arbeit verwendeten nasschemischen Ätzverfahren auf ein Trockenätzverfahren mit SF_6 , durch das, wie Vorversuche gezeigt haben, ein rechteckiges Kantenprofil erreicht werden kann, der Einfluss des Kantenprofils auf die intrinsische Güte der Resonatoren systematisch untersucht werden. Außerdem ist es beabsichtigt, durch die Verwendung anderer supraleitender Materialien, wie etwa Titanitrid, mit dem in einer anderen Arbeit [Led10] supraleitende Mikrowellenresonatoren mit intrinsischen Güten von $Q_i > 10^7$ hergestellt werden konnten, sowie durch Verwendung alternativer Abscheidungsverfahren, wie etwa Molekularstrahlepitaxie oder Atomlagenabscheidung, nach weiteren Hinweisen für die Ursachen der vergleichsweise niedrigen Güten Q_i zu suchen und die Herstellung der Resonatoren entsprechend anzupassen. Berücksichtigt man allerdings, dass für die Resonatoren des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Mikrowellen-SQUID-Multiplexers Güten von $Q_1 < 10^4$ vorgesehen sind, um die mit den rf-SQUIDs verbundenen Detektoren mit ausreichender Bandbreite auslesen zu können, so sind die zum momentanen Zeitpunkt erreichten intrinsischen Güten der Resonatoren aus Niob bereits so hoch, dass keine negativen Auswirkungen der Güten der Resonatoren für den Betrieb des entwickelten Mikrowellen-SQUID-Multiplexers zu befürchten sind.

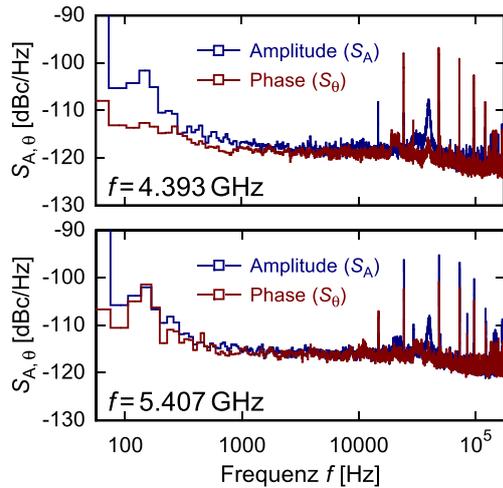


Abb. 4.17: Gemessenes Amplitudenrauschen S_A und Phasenrauschen S_θ des Messaufbaus bei einer Temperatur von $T = 25,6$ mK und einer Leistung des Hochfrequenzsignals von $P_{\text{rf}} = -63$ dBm bei zwei verschiedenen Frequenzen, die in der Nähe der Resonanzfrequenzen der Resonatoren R4 und R14 liegen.

4.6.6 Amplitudenrauschen und Phasenrauschen

Zur Bestimmung der Rauschtemperatur des Messaufbaus wurde nach der in Abschnitt 4.6.2 beschriebenen Methode sowohl das Amplitudenrauschen S_A als auch das Phasenrauschen S_θ bei verschiedenen Frequenzen f des Hochfrequenzsignals gemessen. Abbildung 4.17 zeigt für zwei verschiedene Frequenzen f_1 und f_2 das Ergebnis dieser Messung, die bei einer Temperatur von $T = 25,6$ mK und einer Leistung des Hochfrequenzsignals von $P_{\text{rf}} = -63$ dBm durchgeführt wurde. Die verwendeten Frequenzen $f_1 = 4,393$ GHz und $f_2 = 5,407$ GHz liegen in der Nähe der Resonanzfrequenzen der Resonatoren R4 und R14, so dass die Ergebnisse später direkt mit „auf Resonanz“ gemessenen Spektren verglichen werden können.

Die gemessenen Spektren des Amplitudenrauschens S_A und des Phasenrauschens S_θ zeigen für Frequenzen $f > 1$ kHz ein frequenzunabhängiges Plateau, welches oberhalb von $f > 25$ kHz aufgrund eines zur Vermeidung des Alias-Effekts verwendeten Tiefpassfilters abfällt und einen durch das Eingangsrauschen des Analog-Digital-Wandlers bestimmten Wert annimmt. Die Werte der Plateaus für $f < 25$ kHz liegen abhängig von der Frequenz des Signals zwischen -119 dBc/Hz und -116 dBc/Hz. Für Frequenzen unterhalb von 1 kHz zeigen die Spektren einen annähernd $1/f$ -artigen Anstieg, der durch Instabilitäten der Verstärkung der Hochfrequenzverstärker sowie durch den I/Q-Mischer erklärt werden kann. Aus den bestimmten Werten der Plateaus, die für das Amplitudenrauschen und das Phasenrauschen identische Werte annehmen, kann mit Hilfe von Gleichung 4.39 die Rauschtemperatur des Messaufbaus berechnet werden. Mit einer Signalleistung von $P_{\text{rf}} = -63$ dBm erhält man eine Rauschtemperatur T_N zwischen 8 K und 16 K. Die experimentell bestimmte Rauschtemperatur liegt damit über der in Abschnitt 4.5.2 abgeschätzten Rauschtemperatur, für die Werte zwischen 6 K und 8 K bestimmt worden sind.

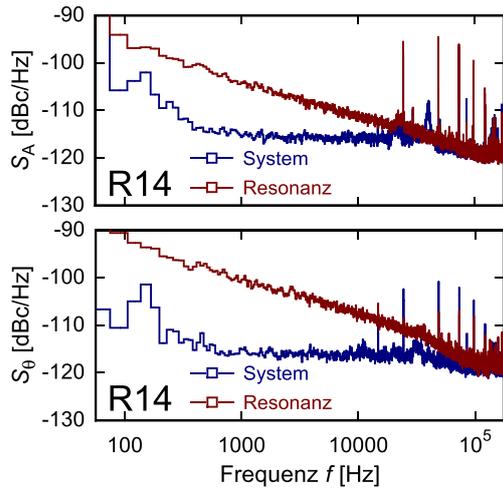


Abb. 4.18: „Auf Resonanz“ (**rot**) gemessenes Amplitudenrauschen S_A und Phasenrauschen S_θ von Resonator R14 bei einer Temperatur von $T = 25,6$ mK und einer Leistung des Hochfrequenzsignals von $P_{\text{rf}} = -63$ dBm. Zum Vergleich ist das ebenfalls bei dieser Temperatur und Leistung gemessene Amplituden- und Phasenrauschen des Messaufbaus bei einer Frequenz von $f = 5,407$ GHz knapp neben der Resonanz (**blau**) dargestellt.

Die beobachtete Abweichung kann zwei verschiedene Ursachen haben. Einerseits kann der HEMT-Verstärker, der nach Abschnitt 4.5.2 die Rauschtemperatur des Systems dominiert, bei den eingestellten Betriebsspannungen bzw. Betriebsströmen eine erhöhte Rauschtemperatur besitzen, die in diesem Fall Werte zwischen 4 K und 8 K annehmen müsste. Andererseits kann die Leistung des Hochfrequenzsignals am Eingang des Resonator-Chips aufgrund der nicht berücksichtigten Dämpfung der zur Verbindung der Hochfrequenzkomponenten verwendeten halbstarren Koaxialkabel falsch abgeschätzt worden sein. Unter der Annahme, dass die Rauschtemperatur des Messaufbaus $T_N = 7$ K beträgt, müsste die Leistung P_{rf} des Hochfrequenzsignals einen Wert von $P_{\text{rf}} = -64,8$ dBm besitzen. Damit würde sich für die Dämpfung der Koaxialkabel ein durchaus realistischer Wert von 1,8 dB ergeben.

Während das Amplitudenrauschen S_A und das Phasenrauschen S_θ des Messaufbaus nahezu identisch sind, kann bei den „auf Resonanz“ gemessenen Rauschspektren ein anderes Verhalten beobachtet werden. Dieses soll anhand von Abbildung 4.18 diskutiert werden, die das für Resonator R14 gemessene Amplitudenrauschen S_A und Phasenrauschen S_θ „auf Resonanz“ zeigt. Die Messung wurde ebenfalls bei einer Leistung des Hochfrequenzsignals von $P_{\text{rf}} = -63$ dBm und bei einer Temperatur von $T = 25,6$ mK durchgeführt. Wie in der Abbildung zu sehen ist, sind sowohl das Amplitudenrauschen S_A als auch das Phasenrauschen S_θ gegenüber dem Rauschen des Messaufbaus, d.h. dem Rauschen knapp neben der Resonanz, erhöht und zeigen einen $1/f$ -artigen Anstieg zu niedrigen Frequenzen hin. Der Wert dieses Rauschbeitrags nimmt bei einer Frequenz von $f = 100$ Hz für das Amplitudenrauschen S_A von Resonator R14 einen Wert von -96 dBc/Hz und für das Phasenrauschen S_θ einen Wert von -92 dBc/Hz an.

Während die Erhöhung des Phasenrauschens auf Resonanz gegenüber dem Phasenrauschen des Messaufbaus grundsätzlich durch die Existenz von Tunnelsystemen

erklärt werden kann [Maz04, Gao08a, Bar09], können diese als Erklärung für die Erhöhung des Amplitudenrauschens nicht herangezogen werden [Gao08b]. Weiterhin kann der Signalgenerator aufgrund des homodynen Messverfahrens sowie der Form des Spektrums des Amplitudenrauschens S_A des Messaufbaus als Ursache ausgeschlossen werden. Ebenso können die Hochfrequenzverstärker, der I/Q-Mischer, der Analog-Digital-Wandler oder andere elektronische Komponenten als Ursache ausgeschlossen werden, da sich ein Einfluss dieser Komponenten auch auf das Rauschen des Messaufbaus auswirken müsste. Wie jedoch die Diskussion der möglichen Ursachen der in Abschnitt 4.6.5 beobachteten Leistungsabhängigkeit $Q_1(P_{\text{rf}})$ gezeigt hat, könnte die Quasiteildichte in den Resonatoren aufgrund von absorbiertem Streulicht gegenüber der Dichte im thermischen Gleichgewicht erhöht sein. Die mit der Absorption von Streulicht verbundene Erzeugung bzw. Vernichtung von Quasiteilchen beeinflusst sowohl den Realteil σ_1 als auch den Imaginärteil σ_2 der elektrischen Leitfähigkeit σ und kann daher nicht nur zu einer $1/f$ -artigen Erhöhung des Phasenrauschens S_θ , sondern auch zu einer Erhöhung des Amplitudenrauschens S_A führen. Ein äquivalenter Effekt könnte durch die Erzeugung bzw. Vernichtung von Vortices beobachtet werden. Die ebenfalls bei der Diskussion der Leistungsabhängigkeit $Q_1(P_{\text{rf}})$ angeführte Erhöhung des Oberflächenwiderstands R_S kann hingegen ausgeschlossen werden, da Nyquist-Rauschen [Nyq28] in diesem Frequenzbereich frequenzunabhängig sein sollte.

Obwohl das Amplitudenrauschen „auf Resonanz“ gegenüber dem Amplitudenrauschen des Messaufbaus nicht erhöht sein sollte, kann eindeutig festgestellt werden, dass das Phasenrauschen S_θ „auf Resonanz“ gegenüber dem Amplitudenrauschen S_A nochmals um einen konstanten Faktor erhöht ist. Diese Überhöhung nimmt bei dem in Abbildung 4.18 gezeigten Messungen an Resonator R14 einen Wert von 4 dB bei einer Frequenz von 100 Hz an, der mit steigender Temperatur T abfällt. Dieser Effekt kann, wie oben bereits angedeutet worden ist, durch die Existenz von Tunnelsystemen erklärt werden. Da die Tunnelsysteme bei den gewählten Leistungen P_{rf} des Hochfrequenzsignals allerdings bereits teilweise gesättigt werden, fällt die Erhöhung des Phasenrauschens S_θ gegenüber dem Amplitudenrauschen S_A im Vergleich zu anderen Arbeiten [Gao07, Bar08, Kum08], bei denen bei deutlich niedrigeren Leistungen gemessen worden ist, gering aus. Aus diesem Grund konnten innerhalb der Messgenauigkeit auch die charakteristischen Abhängigkeiten $S_\theta \propto P_{\text{rf}}^{-1/2}$ und $S_\theta \propto T^{-2}$ an dieser Stelle nicht eindeutig nachgewiesen werden.

Da die zur Charakterisierung der Resonatoren gewählten Leistungen des Hochfrequenzsignals entsprechend den später zur Auslesung des entwickelten Mikrowellen-SQUID-Multiplexers vorgesehenen Leistungen gewählt worden sind, können aus den hier gewonnenen Erkenntnissen hinsichtlich des Amplituden- und Phasenrauschens direkt Aussagen über das erwartete Flussrauschen bzw. die erwartete Leistungsfähig-

keit des Multiplexers getroffen werden. So soll an dieser Stelle zunächst angemerkt werden, dass mit der zu $T_N \simeq 7\text{ K}$ bestimmten Rauschtemperatur des Messaufbaus und den gewählten Leistungen P_{rf} des Hochfrequenzsignals von -63 dBm bzw. -53 dBm für den entwickelten Mikrowellen-SQUID-Multiplexer ein stabiler Betrieb mit einem magnetischen Flussrauschen im Bereich von $\sqrt{S_{\Phi}} \simeq 1\ \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ bzw. einer gekoppelten Energiesensitivität im Bereich von $\epsilon_c \simeq 100\text{ h}$ zu erwarten ist. Dies wird sich im Rahmen der Diskussion der Grundlagen eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers in Kapitel 6 ergeben. Basierend auf der Diskussion der Energieauflösung metallischer magnetischer Kalorimeter in den Abschnitten 2.6 und 2.7 kann hiermit bei Verwendung von transformatorgekoppelten Detektoren mit mäanderförmigen Detektionsspulen und planaren Temperatursensoren aus Au:Er eine Energieauflösung ΔE_{FWHM} zwischen $1,5\text{ eV}$ und $2,0\text{ eV}$ erwartet werden. Dies stellt bereits für viele Anwendungen, für die metallische magnetische Kalorimeter entwickelt werden, eine ausreichende Energieauflösung dar. Niedrigere Energieauflösungen können jedoch vergleichsweise einfach durch eine Verringerung der Rauschtemperatur des Messaufbaus erreicht werden. So wurden kürzlich erste vielversprechende Ergebnisse mit parametrischen Verstärkern erzielt [Spi08, Spi10, LF11]. So konnte beispielsweise in [LF11] ein parametrischer nano-SQUID-Hochfrequenzverstärker mit einer Rauschtemperatur von etwa 200 mK bei einer Verstärkung von über 20 dB demonstriert werden. Durch Verwendung eines solchen Verstärkers als Vorverstärker des im Kryostaten platzierten HEMT-Verstärkers sollte es damit zukünftig möglich sein, gekoppelte Energiesensitivitäten ϵ_c im Bereich von 20 h und damit verknüpft Energieauflösungen ΔE_{FWHM} im Bereich von 1 eV zu erreichen.

Da das Amplitudenrauschen bzw. das Phasenrauschen „auf Resonanz“ verglichen mit dem Rauschen des Messaufbaus zu niedrigen Frequenzen hin allerdings deutlich erhöht ist, muss zum momentanen Zeitpunkt jedoch eine Degradierung der Leistungsfähigkeit des Multiplexers bzw. der Energieauflösung der Detektoren gegenüber den hier angegebenen Werten erwartet werden. Hierbei ist zu bemerken, dass der Einfluss der Tunnelsysteme aufgrund der vergleichsweise hohen Leistungen des Hochfrequenzsignals und der damit bei tiefen Temperaturen auftretenden Sättigung der Tunnelsysteme gering ist und nahezu keinen Einfluss auf die erwartete Energieauflösung der Detektoren besitzt. Im Gegensatz hierzu beeinflusst der bislang unbekannte Mechanismus, der zu der Überhöhung des Amplitudenrauschens sowie des Phasenrauschens führt, die erwartete Leistungsfähigkeit des Multiplexers signifikant. Dies ergibt sich aus Abbildung 2.8 unter Berücksichtigung, dass der experimentell bestimmte Wert der $1/f$ -Eckfrequenz des Amplituden- bzw. Phasenrauschens „auf Resonanz“ bei etwa 30 kHz liegt. Aus diesem Grund ist es zur Auslesung hochauflösender Detektoren zwingend erforderlich, die Ursache der Überhöhung des Rauschens „auf Resonanz“ zu identifizieren. In diesem Zusammenhang ist es zunächst geplant, wie schon in Abschnitt 4.6.5 bei der Diskussion der Güte der Resonatoren angedeutet wurde,

durch eine Schirmung des experimentellen Aufbaus gegen magnetische Felder bzw. Streulicht den Einfluss von Vortices bzw. streulichtinduzierten, athermischen Quasiteilchendichten auf das Rauschen zu untersuchen. Sollten sich mit einer Schirmung des Messaufbaus keine Verbesserungen hinsichtlich des Anstiegs der Spektren zu niedrigen Frequenzen hin ergeben, so ist es ferner geplant, das Rauschen von Resonatoren, die aus alternativen Materialien bestehen, systematisch zu untersuchen, um auf diese Weise entweder weitere Hinweise für die Ursache der hier beobachteten Überhöhung des Rauschens zu finden oder die beschriebenen Probleme durch die Verwendung alternativer Materialien zu beseitigen. Da das Rauschen „auf Resonanz“ verglichen mit anderen Arbeiten, wie etwa [Gao07] oder [Bar09], zum momentanen Zeitpunkt aber grundsätzlich ein atypisches Verhalten zeigt, ist es durchaus zu erwarten, dass die Ursache der momentan beobachteten Überhöhung des Rauschens in naher Zukunft identifiziert und behoben werden kann. Aus diesem Grund ist zukünftig durchaus eine Auslesung hochauflösender metallischer magnetischer Kalorimeter mit Energieauflösungen unter 2 eV zu erwarten.

5. Josephson-Tunnelkontakte

Unter einem Josephson-Kontakt versteht man eine schwache elektrische Verbindung zwischen zwei Supraleitern, die von Cooper-Paaren ohne Verlust ihrer Kohärenz durchtunnelt werden kann. Eine solche Verbindung lässt sich beispielsweise durch eine wenige Nanometer dünne Metalloxidschicht zwischen zwei supraleitenden Elektroden realisieren. Josephson-Kontakte stellen essentielle Bestandteile eines SQUIDS dar und können heutzutage mit modernen Methoden der Dünnschichttechnologie zuverlässig und reproduzierbar hergestellt werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurden im Reinraum des Kirchhoff-Instituts für Physik erstmals supraleitende Josephson-Kontakte hergestellt, deren physikalische Grundlagen, Herstellung und Charakterisierung in den folgenden Abschnitten diskutiert werden soll.

5.1 Physikalische Grundlagen von Josephson-Kontakten

In Abschnitt 4.1 wurde gezeigt, dass der Stromtransport in einem Supraleiter durch Cooper-Paare erfolgt, bei denen es sich um gebundene Elektronenpaare handelt, deren Gesamtspin im Fall von Niob verschwindet und die der Bose-Einstein-Statistik unterliegen. Aus diesem Grund bilden Cooper-Paare unterhalb der kritischen Temperatur des Supraleiters ein räumlich ausgedehntes Kondensat, dessen Zustand durch eine makroskopische Wellenfunktion

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sqrt{n_s} e^{i\varphi(\mathbf{r})} \quad (5.1)$$

beschrieben werden kann. Hierbei bezeichnen n_s die Teilchenzahldichte der Cooper-Paare und $\varphi(\mathbf{r})$ die Phase der Wellenfunktion. Die Existenz dieser makroskopischen Wellenfunktion führt einerseits zur Quantisierung des magnetischen Flusses in mehrfach zusammenhängenden supraleitenden Strukturen [Lon50, Dea61, Dol61] und andererseits zu den Josephson-Effekten [Jos62, And63, Sha63, Gia65], die das kohärente Tunneln von Cooper-Paaren durch Josephson-Kontakte beschreiben.

5.1.1 Josephson-Gleichungen

Die Zustände der supraleitenden Elektroden eines Josephson-Kontakts können, wie soeben gezeigt worden ist, durch makroskopische Wellenfunktionen Ψ_1 bzw. Ψ_2 beschrieben werden. Diese sind aufgrund der geringen Dicke der Tunnelbarriere eines Josephson-Kontakts und dem hieraus resultierenden Überlapp der Wellenfunktionen

miteinander gekoppelt. Als Resultat dieser Kopplung kann ein Suprastrom I_S von Cooper-Paaren durch den Josephson-Kontakt fließen, der periodisch von der eichinvarianten Phasendifferenz

$$\phi = \varphi_2 - \varphi_1 - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_1^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} \quad (5.2)$$

zwischen den supraleitenden Elektroden des Josephson-Kontakts abhängt. Hierbei bezeichnen φ_1 und φ_2 die Phasen der Wellenfunktionen Ψ_1 und Ψ_2 in den beiden supraleitenden Elektroden und $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ das magnetische Vektorpotential in der Tunnelbarriere des Josephson-Kontakts. Für eine hinreichend schwache Kopplung zwischen den supraleitenden Elektroden ergibt sich eine sinusförmige Beziehung zwischen dem Suprastrom I_S und der Phasendifferenz ϕ [Jos62, Jos64]:

$$I_S = I_c \sin \phi \quad . \quad (5.3)$$

Die in Gleichung 5.3 auftretende Proportionalitätskonstante I_c wird kritischer Strom genannt und hängt von der Fläche der Tunnelbarriere, den Teilchenzahldichten n_{s1} und n_{s2} der Cooper-Paare in den beiden Elektroden sowie von der Stärke der Kopplung zwischen den supraleitenden Elektroden, d.h. von der Dicke der Tunnelbarriere, ab. Desweiteren wird in [Jos62] gezeigt, dass im Fall eines endlichen Spannungsabfalls über dem Tunnelkontakt die zeitliche Entwicklung $\dot{\phi}$ der Phasendifferenz gemäß der Beziehung

$$\dot{\phi} = \frac{2\pi}{\Phi_0} U \quad (5.4)$$

mit dem Spannungsabfall U über dem Josephson-Kontakt verknüpft ist. Aus den beiden Josephson-Gleichungen 5.3 und 5.4 ergeben sich eine Reihe interessanter Effekte, von denen der Josephson-Gleichstrom-Effekt sowie der Josephson-Wechselstrom-Effekt am bekanntesten sind und im folgenden Abschnitt kurz erläutert werden.

5.1.2 Josephson-Effekte

Wird ein Josephson-Kontakt von einem konstanten Strom $I < I_c$ durchflossen, so kann dieser Strom nach Gleichung 5.3 vollständig durch einen Suprastrom I_S tunnelnder Cooper-Paare getragen werden. Die Phasendifferenz ϕ zwischen den beiden supraleitenden Elektroden des Josephson-Kontakts wird hierbei durch den äußeren Strom I festgelegt und ist zeitlich konstant. Nach Gleichung 5.4 führt eine zeitlich konstante Phasendifferenz ϕ allerdings nicht zu einem Spannungsabfall über dem Kontakt, so dass der Transport des äußeren Stroms I durch den Josephson-Kontakt ohne Spannungsabfall über der Tunnelbarriere erfolgt. Dieser Effekt des spannungsfreien Stromtransports durch einen Josephson-Kontakt wird als Josephson-Gleichstrom-Effekt bezeichnet.

Wird der Wert des äußeren Stroms I dagegen über den kritischen Strom I_c des Josephson-Kontakts erhöht, so kann der Strom nach Gleichung 5.3 nicht ausschließlich durch einen Suprastrom I_S getragen werden. Es fließt zusätzlich ein Strom von Quasiteilchen durch den Kontakt, der jedoch mit einem endlichen Spannungsabfall U über dem Josephson-Kontakt verbunden ist. Nach Gleichung 5.4 wächst die Phasendifferenz ϕ zwischen den supraleitenden Elektroden aufgrund dieses Spannungsabfalls linear mit der Zeit an. Dies führt dazu, dass zwischen den supraleitenden Elektroden ein hochfrequenter Suprastrom

$$I_S = I_c \sin(\omega_J t + \phi_0) \quad \text{mit} \quad \omega_J = \frac{2\pi}{\Phi_0} U \quad (5.5)$$

durch die Tunnelbarriere fließt, dessen Frequenz mit $f_J/U \simeq 484 \text{ MHz}/\mu\text{V}$ vergleichsweise hoch ist und der bei der Beschreibung der Dynamik eines Josephson-Kontakts eine wichtige Rolle spielt. Das Auftreten dieses hochfrequenten Suprastroms wird als Josephson-Wechselstrom-Effekt bezeichnet.

5.1.3 Josephson-Induktivität

Eine zeitliche Änderung eines durch einen Josephson-Kontakt fließenden Suprastroms I_S führt nach Gleichung 5.3 zu einer zeitlichen Änderung $\dot{\phi}$ der Phasendifferenz zwischen den supraleitenden Elektroden des Kontakts. Diese wiederum führt gemäß Gleichung 5.4 zu einem endlichen Spannungsabfall U über der Tunnelbarriere des Kontakts. Folglich verhält sich ein Josephson-Kontakt hinsichtlich einer zeitlichen Änderung des Suprastroms I_S wie eine nichtlineare Induktivität $L(\phi)$, deren Wert von der Phasendifferenz ϕ zwischen den supraleitenden Elektroden abhängt und für hinreichend kleine zeitliche Änderungen $\dot{\phi}$ der Phasendifferenz durch

$$L(\phi) = L_J \sec(\phi) \quad \text{mit} \quad L_J = \frac{\Phi_0}{2\pi I_c} \quad (5.6)$$

gegeben ist [Jos64]. Hierbei bezeichnen $\sec(x) = 1/\cos(x)$ den Sekans und L_J die sogenannte Josephson-Induktivität, die vom Wert des kritischen Stroms I_c des Tunnelkontakts abhängt und daher über den durch Mikrofabrikation definierbaren kritischen Strom I_c in einem weiten Bereich eingestellt werden kann.

5.1.4 Weitere Stromkomponenten und Grundgleichung eines Josephson-Kontakts

Der Nettostrom I durch einen Josephson-Kontakt kann nur in wenigen, sehr speziellen Situationen ausschließlich mit dem durch die Cooper-Paare getragenen Suprastrom I_S beschrieben werden. In den meisten Situationen müssen weitere Stromkomponenten berücksichtigt werden, um die statischen und dynamischen Eigenschaften

eines Josephson-Kontakts vollständig beschreiben zu können. Zu diesen zählen der vom Spannungsabfall U über dem Josephson-Kontakt abhängende Quasiteilchenstrom I_N , der von der Spannungsänderung \dot{U} abhängende Verschiebungsstrom I_D , der aufgrund der endlichen Kapazität des Josephson-Kontakts existiert, sowie die von den Quasiteilchen und elektromagnetischen Störsignalen verursachten Rauschströme I_F . Der Nettostrom I durch einen Josephson-Kontakt setzt sich aus der Summe dieser Ströme zusammen und kann demzufolge in der Form

$$I = I_S(\phi) + I_N(U) + I_D(\dot{U}) + I_F(t) \quad (5.7)$$

dargestellt werden. Gleichung 5.7 stellt zusammen mit den Gleichungen 5.2 und 5.4 die Grundgleichung eines Josephson-Kontakts dar.

Quasiteilchenstrom In den supraleitenden Elektroden eines Josephson-Kontakts ist bei endlichen Temperaturen stets eine endliche Zahl von Quasiteilchen vorhanden. Diese tragen jedoch, sofern der von außen in den Josephson-Kontakt eingeprägte Strom geringer als der kritische Strom I_c des Kontakts ist, nicht zum Nettostrom durch den Josephson-Kontakt bei. Sobald sich allerdings beim Überschreiten des kritischen Stroms ein endlicher Spannungsabfall über dem Josephson-Kontakt einstellt, fließt durch die Tunnelbarriere ein Strom von Quasiteilchen I_N , der von der Spannung U über dem Josephson-Kontakt abhängt. Die Spannungsabhängigkeit $I_N(U)$ dieses Quasiteilchenstroms, die häufig als Quasiteilchencharakteristik bezeichnet wird, ist hochgradig nichtlinear und kann nicht geschlossen analytisch dargestellt werden. Für Temperaturen nahe der kritischen Temperatur T_c sowie für Spannungen $U_g > (\Delta_1 + \Delta_2)/e$ nimmt die Quasiteilchencharakteristik jedoch die einfache Form $I_N = U/R_N$ an [Lik86], wobei Δ_1 und Δ_2 die Energielücken der supraleitenden Elektroden und R_N den sogenannten Normal-Widerstand des Josephson-Kontakts bezeichnen.

Verschiebungsstrom In Situationen, in denen nicht nur der Spannungsabfall U sondern auch die zeitliche Änderung \dot{U} des Spannungsabfalls über der Tunnelbarriere des Josephson-Kontakts einen endlichen Wert besitzt, muss der Verschiebungsstrom I_D berücksichtigt werden. Dieser resultiert aus der endlichen Kapazität C eines Josephson-Kontakts, die sich aus der geometrischen Anordnung der supraleitenden Elektroden sowie der Form und der Dicke der Tunnelbarriere ergibt und damit von der konkreten Realisierung eines Josephson-Kontakts abhängt. Für eine Vielzahl von experimentell relevanten Situationen, zu denen auch die im Rahmen dieser Arbeit vorliegenden Gegebenheiten zählen, kann der Verschiebungsstrom I_D durch den aus der Elektrodynamik wohlbekannten Ausdruck $I_D = C\dot{U}$ dargestellt werden.

Rauschströme Die durch einen Josephson-Kontakt fließenden Rauschströme I_F setzen sich einerseits aus einem von den Quasiteilchen verursachten Beitrag

sowie andererseits aus einem durch externe Störsignale hervorgerufenen Anteil zusammen. Da externe Störsignale allerdings durch einen sorgfältigen experimentellen Aufbau in der Regel auf ein vernachlässigbares Minimum reduziert werden können, soll an dieser Stelle auf eine weitere Beschreibung der mathematischen Modellierung des Einflusses dieser Störsignale verzichtet werden. Der von den Quasiteilchen verursachte Rauschbeitrag ist hingegen eine intrinsische Eigenschaft eines Josephson-Kontakts und setzt sich aus einem thermisch induzierten Rauschanteil (Nyquist-Rauschen), der proportional zur thermischen Energie $k_B T$ ist, sowie einem zum Spannungsabfall über dem Josephson-Kontakt proportionalen Beitrag (Schrotrauschen) zusammen. Da die auftretenden Gleichungen jedoch sehr komplex sind und die Rauschströme im Rahmen dieser Arbeit aufgrund der tiefen Temperaturen, bei denen der entwickelte Mikrowellen-SQUID-Multiplexer betrieben wird, nur eine untergeordnete Rolle spielen, soll an dieser Stelle auf eine weitere Beschreibung dieser Beiträge verzichtet werden. Eine ausführliche Darstellung ist allerdings zum Beispiel in [Lik86] zu finden.

5.2 RCSJ-Modell und RCSJN-Modell

Die dynamischen Eigenschaften eines Josephson-Kontakts lassen sich auch heutzutage nicht vollständig im Rahmen einer mikroskopischen Theorie beschreiben. Jedoch wurden in der Vergangenheit verschiedene Modelle entwickelt, mit denen sich die Eigenschaften eines Josephson-Kontakts hinreichend genau vorhersagen lassen. Zwei bekannte Modelle, die in der Praxis häufig und sehr erfolgreich verwendet werden, sind das Modell eines resistiv und kapazitiv geshunteten Josephson-Kontakts, kurz RCSJ-Modell, sowie das Modell eines nichtlinear resistiv und kapazitiv geshunteten Josephson-Kontakts, kurz RCSJN-Modell, deren grundlegende Annahmen und die sich hieraus ergebenden Vorhersagen im Folgenden diskutiert werden sollen. Beide Modelle gelten für punktförmige Josephson-Kontakte, deren laterale Ausdehnungen klein gegenüber der Josephson-Eindringtiefe

$$\lambda_J = \sqrt{\frac{\Phi_0}{2\pi\mu_0 j_c (\lambda_L^{(1)} + \lambda_L^{(2)} + d)}} \quad (5.8)$$

sind [Wei69]. Hierbei bezeichnen j_c die kritische Stromdichte des Josephson-Kontakts, $\lambda_L^{(1)}$ bzw. $\lambda_L^{(2)}$ die Londonschen Eindringtiefen der supraleitenden Elektroden und d die Dicke der Tunnelbarriere.

Im Rahmen des RCSJ-Modells [McC68, Ste68] wird angenommen, dass der Quasiteilchenstrom I_N durch den Josephson-Kontakt unabhängig vom Wert des Spannungsabfalls U über der Tunnelbarriere durch das Ohmsche Gesetz, $U = R_N I_N$, und

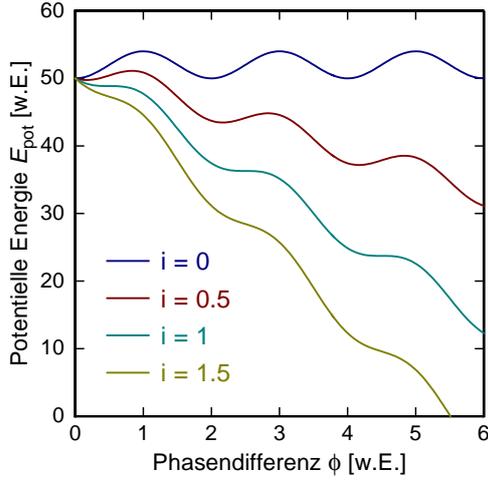


Abb. 5.1: Verlauf des gekippten Waschbrett-Potentials $E_{\text{pot}}(\phi)$ als Funktion der Phasendifferenz ϕ für verschiedene Werte des normierten Stroms i .

der Verschiebungsstrom I_D durch die Beziehung $I_D = C\dot{U}$ dargestellt werden kann. Hierbei bezeichnen R_N den Normal-Widerstand und C die Kapazität des Josephson-Kontakts. Unter Vernachlässigung der Rauschströme I_F und durch Verwendung der Gleichungen 5.4 und 5.7 ergibt sich für die Phasendifferenz ϕ zwischen den supraleitenden Elektroden des Josephson-Kontakts der Ausdruck

$$I = I_c \sin \phi + \frac{1}{R_N} \frac{\Phi_0}{2\pi} \dot{\phi} + C \frac{\Phi_0}{2\pi} \ddot{\phi} \quad (5.9)$$

Gleichung 5.9 ist formal äquivalent zur Bewegungsgleichung eines Teilchens mit Masse $m = C \cdot (\Phi_0/2\pi)^2$, das sich unter dem Einfluss einer Reibungskraft mit Reibungskoeffizienten $\mu = 1/R_N \cdot (\Phi_0/2\pi)^2$ in einem Potential der Form

$$E_{\text{pot}}(\phi) = E_J (1 - \cos \phi - i\phi) \quad (5.10)$$

mit der Josephson-Kopplungsenergie $E_J = I_c \cdot (\Phi_0/2\pi)$ und dem normierten Strom $i = I/I_c$ bewegt. Der Verlauf des Potentials $E_{\text{pot}}(\phi)$ ist in Abbildung 5.1 für verschiedene Werte des normierten Stroms i dargestellt. Wie in der Abbildung zu sehen ist, zeigt das Potential für $i < 1$ lokale Minima, in denen das Teilchen gefangen werden kann und mit einer Frequenz

$$\omega = \omega_p (1 - i^2)^{1/4} \quad \text{mit} \quad \omega_p = \sqrt{\frac{1}{L_J C}} \quad (5.11)$$

oszilliert, sofern die thermische Energie des Teilchens bzw. die Rauschströme I_F klein gegenüber der Höhe der Potentialbarrieren sind. Der Mittelwert $\langle \dot{\phi} \rangle$ der zeitlichen Entwicklung der Phasendifferenz ist in diesem Fall durch $\langle \dot{\phi} \rangle = 0$ gegeben. Für $i \geq 1$ verschwinden die Potentialbarrieren, so dass das Teilchen das Potential hinunterrollen kann. Folglich ist $\langle \dot{\phi} \rangle \neq 0$ und es fällt eine endliche Spannung U über dem Josephson-Kontakt ab. Wird nun der Strom I sukzessive erniedrigt, so entstehen für $i < 1$

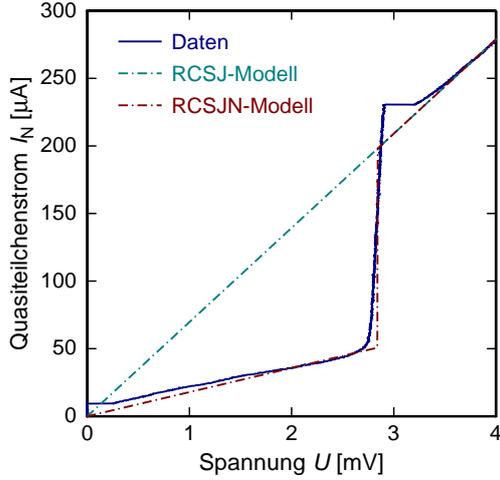


Abb. 5.2: Vergleich der experimentell bestimmten Quasiteilchencharakteristik $I_N(U)$ mit dem RCSJ- und dem RCSJN-Modell. Die Messung erfolgte bei einer Temperatur von 4,2 K an einem Josephson-Kontakt, der im Rahmen dieser Arbeit hergestellt worden ist.

erneut lokale Minima im Potential $E_{\text{pot}}(\phi)$, wobei die Höhe der Potentialbarrieren mit abnehmendem Strom i anwächst. Bei einem Strom I_r kann das Teilchen wieder in einer der Potentialmulden eingefangen werden. Der Wert dieses Stroms I_r hängt vom Verhältnis aus der Masse m des Teilchens und dem Reibungskoeffizienten μ ab, das in dimensionslosen Einheiten durch den Stewart-McCumber-Parameter

$$\beta_C = \frac{2\pi C R_N^2 I_c}{\Phi_0} \quad (5.12)$$

dargestellt werden kann. Für den Einfangstrom I_r ergibt sich mit dieser Definition der Ausdruck [Lik86]

$$\frac{I_r}{I_c} = \frac{4}{\pi\sqrt{\beta_C}} \quad (5.13)$$

Für $\beta_C \ll 1$ kann das Teilchen bei einem Strom $i \approx 1$ in einer Potentialmulde eingefangen werden. Dagegen ist dies für $\beta_C \gg 1$ erst bei einem Strom $i \approx 0$ möglich, so dass die Strom-Spannungs-Kennlinie ein stark hysteretisches Verhalten zeigt.

Der Vergleich des RCSJ-Modells mit experimentellen Daten in Abbildung 5.2 zeigt, dass aufgrund der Nichtlinearität der Quasiteilchencharakteristik $I_N(U)$ nur mit einem externen Widerstand R geshuntete Josephson-Kontakte adäquat durch das RCSJ-Modell beschrieben werden können. Für die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten ungeschunteten Josephson-Kontakte weicht das Modell hingegen für Spannungen $|U| < U_g$ deutlich von den Vorhersagen des RCSJ-Modells ab. Hierbei bezeichnet $U_g = (\Delta_1 + \Delta_2)/e$ die sogenannte Gap-Spannung des Josephson-Kontakts, die sich aus den Energielücken der supraleitenden Elektroden des Tunnelkontakts ergibt. Diese Abweichung wird im Rahmen des RCSJN-Modells dadurch beseitigt, dass die Quasiteilchencharakteristik des Josephson-Kontakts empirisch angenähert wird. Hierfür eignet sich beispielsweise, wie in Abbildung 5.2 durch die strichpunktierte Linie gezeigt ist, eine stückweise lineare Funktion, die für Spannungen $|U| > U_g$ den

Wert des Normal-Widerstands R_N sowie für Spannungen $|U| < U_g$ den Wert des sogenannten Subgap-Widerstands R_{sg} annimmt:

$$I_N(U) = U \cdot \begin{cases} 1/R_{sg} & \text{für } |U| < U_g \\ 1/R_N & \text{für } |U| > U_g \end{cases} . \quad (5.14)$$

5.3 Herstellung der Josephson-Kontakte

Für die technische Realisierung des entwickelten Mikrowellen-SQUID-Multiplexers war es erforderlich, einen zuverlässigen und reproduzierbaren Herstellungsprozess für Josephson-Tunnelkontakte zu entwickeln. Dieser sollte grundsätzlich mit den im institutseigenen Reinraum zur Verfügung stehenden Depositions- und Strukturierungstechniken umsetzbar sein und außerdem in den bereits etablierten Prozess zur Herstellung metallischer magnetischer Kalorimeter integriert werden können. Beide Bedingungen konnten durch die Entwicklung eines auf einer Nb/Al-AlOx/Nb-Dreischichtstruktur basierenden Fertigungsprozesses erfüllt werden. Diese Art von Josephson-Kontakten, die allerdings im Vergleich zu dieser Arbeit häufig auf andere Art und Weise gefertigt werden, wird heutzutage standardmäßig für die Herstellung von bei tiefen Temperaturen betriebenen dc-SQUIDs verwendet [Cla04], so dass die Eigenschaften dieser Tunnelkontakte in der Literatur ausführlich beschrieben sind.

Der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Fertigungsprozess basiert auf einer in situ mit Hilfe eines Sputterverfahrens abgeschiedenen Nb/Al-AlOx/Nb-Dreischichtstruktur, die ähnlich zu den in [Lai72] oder [Gur83] beschriebenen Schichtstrukturen ist. Für die eigentliche Definition der Fläche der Tunnelbarriere wurde zunächst eine Reihe verschiedener Verfahren¹ getestet, die auf selektiven Ätzprozessen beruhen, die abhängig von dem jeweils gewählten Verfahren zusätzlich mit einem elektrochemischen Passivierungsprozess kombiniert werden. Als besonders vielversprechend hat sich der im Folgenden beschriebene Prozess erwiesen, bei dem die Definition der Fläche der Josephson-Kontakte durch eine Kombination eines selektiven Trockenätzprozesses für Niob mit einem elektrochemischen Passivierungsprozess für Niob und Aluminium erfolgt und der eine Adaption des in [Gur83] beschriebenen selektiven Niob-Ätz-Prozesses, kurz SNEP, darstellt.

Abbildung 5.3 zeigt eine schematische Darstellung des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Herstellungsprozesses für Josephson-Kontakte. Zu Beginn des Prozesses wird die Oberfläche des 330 μm dicken Siliziumsubstrats, dessen Oberfläche durch eine 240 nm dicke, thermisch erzeugte SiO₂-Schicht elektrisch isoliert ist, in der

¹Eine Übersicht über die verschiedenen Prozesse, die zur Definition der Fläche eines Josephson-Kontakts verwendet werden können, ist beispielsweise in [Cla04] zu finden.

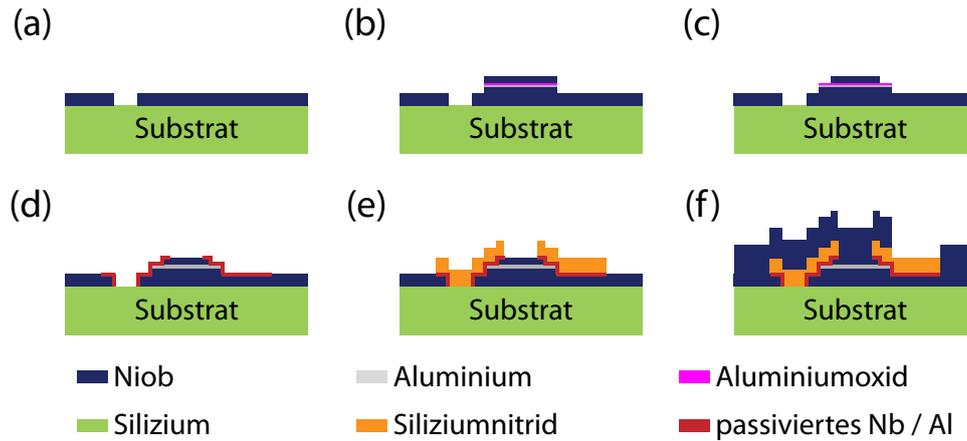


Abb. 5.3: Schematische Darstellung des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Herstellungsprozesses für Nb/Al-AlOx/Nb-Josephson-Kontakte: (a) Deposition und Strukturierung einer Niobschicht zur Kontaktierung der Basiselektrode (b) Deposition der Nb/Al-AlOx/Nb-Dreischichtstruktur (c) Strukturierung der Deckelektroden (d) Elektrochemische Passivierung der Ränder des Josephson-Kontakts (e) Deposition und Strukturierung einer Si₃N₄-Schicht zur elektrischen Isolation (f) Deposition und Strukturierung einer zweiten Niobschicht zur Kontaktierung der Deckelektrode.

Schleusenkammer der verwendeten UHV-Sputteranlage² physikalisch durch Ionen-Ätzung mit Argon-Ionen gereinigt. Auf das so präparierte Substrat wird in der Hauptkammer der Sputteranlage, die einen Basisdruck von $p < 1 \cdot 10^{-6}$ Pa besitzt, bei einer Substrattemperatur von 200 °C ein Niobfilm mit einer Dicke zwischen 100 nm und 400 nm abgeschieden. Hierfür wird ein DC-Magnetron-Sputterprozess verwendet. Bei einem Prozessgasdruck von $p_{Ar} = 0,27$ Pa und einer Sputterleistung von $P_{Nb} = 500$ W nimmt die Depositionsrate einen Wert von $\dot{n}_{Nb} = 8,33$ Å/s an, wobei als Prozessgas Argon mit einer Reinheit von 6 N verwendet wird. Die so abgeschiedene Schicht aus Niob wird durch UV-Photolithographie in Verbindung mit einem nasschemischen Ätzprozess strukturiert. Als Ätze wird hierbei eine Lösung aus einem Teil Flusssäure (HF), 6 Teilen konzentrierter Salpetersäure (HNO₃) und 10 Teilen Wasser (H₂O) verwendet. Während der sich hieran anschließenden Abscheidung der Nb/Al-AlOx/Nb-Dreischichtstruktur wird das Substrat aktiv gekühlt. Zunächst werden ein wenige 10 nm dicker Niobfilm, die sogenannte Basiselektrode, sowie ein wenige Nanometer dicker Aluminiumfilm mit typischen Sputterraten von $\dot{n}_{Nb} = 8,33$ Å/s und $\dot{n}_{Al} = 0,67$ Å/s abgeschieden. Die Sputterleistungen betragen $P_{Nb} = 400$ W bzw. $P_{Al} = 50$ W. Während der Prozessgasdruck beim Abscheiden des Basiselektrode für verschiedene Proben aus weiter unten diskutierten Gründen systematisch zwischen $p_{Ar} = 0,27$ Pa und $p_{Ar} = 1,33$ Pa variiert worden ist, wurde der Aluminiumfilm bei allen Proben bei einem Prozessgasdruck von $p_{Ar} = 1,33$ Pa abgeschieden.

²DCA Instruments Oy, Turku, Finnland.

Die Bildung der Tunnelbarriere erfolgt unmittelbar im Anschluss an die Abscheidung der Aluminiumschicht. Hierzu wird bei Raumtemperatur in der zuvor mit reinem Sauerstoff gespülten Schleusenkammer der Sputteranlage die Oberfläche der zuvor abgeschiedenen Aluminiumschicht in einer reinen Sauerstoffatmosphäre oxidiert. Die Dicke der hierbei gebildeten Aluminiumoxidschicht und damit verbunden die kritische Stromdichte j_c der Tunnelbarriere hängt gemäß der empirisch gefundenen Beziehung $j_c \propto (p_{\text{ox}} \cdot t_{\text{ox}})^{-\kappa}$ von der Sauerstoffaussetzung $p_{\text{ox}} \cdot t_{\text{ox}}$ während des Oxidationsprozesses ab. Hierbei bezeichnet p_{ox} den Sauerstoffpartialdruck und t_{ox} die zeitliche Dauer des Oxidationsprozesses. Für den auftretenden Exponenten κ werden in der Literatur bei hohen Sauerstoffaussetzungen, $p_{\text{ox}} \cdot t_{\text{ox}} > 10^4$ Pa s, Werte zwischen $\kappa = 0,38$ und $\kappa = 0,8$ berichtet [Hug85, Mil93, Sau95]. Unmittelbar nach Bildung der Tunnelbarriere wird in der Hauptkammer der Sputteranlage unter verglichen mit der Deposition der Basiselektrode identischen Bedingungen eine wenige 10 nm dicke Deckelektrode aus Niob abgeschieden, so dass man letztlich die in Abbildung 5.3(b) gezeigte Nb/Al-AlOx/Nb-Dreischichtstruktur erhält.

Die Definition der Josephson-Kontakte erfolgt, wie in den Abbildungen 5.3(c)-(e) dargestellt ist, in drei Schritten. Zunächst wird die Deckelektrode der Dreischichtstruktur mit Hilfe eines induktiv gekoppelten Plasmaätzprozesses mit SF₆ strukturiert. Die nach dem Ätzen der Deckelektrode freiliegenden Bereiche der Aluminiumschicht sowie die seitlichen Ränder der Deckelektrode werden im Anschluss in einer Lösung aus 39 g Ammonium-Pentaborat ((NH₄)B₅O₈), 190 ml Wasser (H₂O) und 280 ml Ethylen-Glycol (C₄H₁₀O₂) elektrochemisch passiviert. In einem weiteren Prozessschritt wird mit einem RF-Magnetron-Sputterprozess eine Si₃N₄-Schicht mit einer Dicke zwischen 100 nm und 400 nm aufgebracht. Diese Schicht wird bei aktiver Kühlung des Substrats von einem Si₃N₄-Sputtertarget abgeschieden. Bei einem Prozessgasdruck von $p_{\text{Ar}} = 1,33$ Pa und einer Sputterleistung von $P = 200$ W ergibt sich hierbei eine typische Depositionsrate von $\dot{n}_{\text{Si}_3\text{N}_4} = 31,7$ Å/min. Abschließend wird die Deckelektrode des Josephson-Kontakts zunächst durch einen Ionen-Ätzprozess mit Argon-Ionen physikalisch gereinigt und anschließend durch eine 400 nm dicke Niobschicht elektrisch kontaktiert. Die Deposition dieser letzten Schicht erfolgt bei einem Prozessgasdruck von $p_{\text{Ar}} = 0,27$ Pa und einer Sputterleistung von $P_{\text{Nb}} = 500$ W. Nach all den beschriebenen Prozessschritten erhält man schließlich das in Abbildung 5.3(f) schematisch dargestellte Querschnittsbild der im Rahmen dieser Arbeit hergestellten Josephson-Kontakte.

Mechanische Spannungen sowie Rauheit der Niobschichten

Die Qualität von Nb/Al-AlOx/Nb-Josephson-Kontakten wird empfindlich durch die Eigenschaften der abgeschiedenen Niobfilme beeinflusst. Hierzu zählen insbesondere die Rauheit der Oberfläche sowie die mechanischen Verspannungen (Stress) der

abgeschiedenen Filme. Diese werden unter anderem durch den Prozessgasdruck und die Kathodenspannung bei der Deposition der Filme beeinflusst und können zu einer Streuung und Erniedrigung der Sprungtemperatur der supraleitenden Elektroden, zu Leckströmen durch die Tunnelbarriere sowie zu einer Streuung der kritischen Ströme und der Normal-Widerstände R_N der Josephson-Kontakte führen. Aus diesem Grund ist es erforderlich, die Parameter des Depositionsprozesses dahingehend zu optimieren, dass die abgeschiedenen Niobschichten möglichst frei von mechanischen Verspannungen sind und annähernd glatte Oberflächen besitzen, um auf diese Weise dauerhaft reproduzierbare Ergebnisse garantieren zu können.

Wie in der Literatur berichtet wird, sind Niobfilme, die bei einem Prozessgasdruck p_{Ar} zwischen 1 Pa und 2 Pa mit Hilfe eines Sputterprozesses abgeschieden werden, nahezu frei von mechanischen Verspannungen [Wu79, Ima88, Kur88]. Niedrigere bzw. höhere Prozessgasdrücke führen hingegen zu kompressiven bzw. zu tensilen Verspannungen. Bedingt durch die Beobachtung, dass tensile Verspannungen zu tiefen Temperaturen hin aufgrund der stark unterschiedlichen thermischen Ausdehnungskoeffizienten zwischen dem Substrat sowie den Niobschichten weiter anwachsen, sind für reproduzierbare Ergebnisse bei Raumtemperatur stressfreie bzw. minimal kompressiv verspannte Niobschichten wünschenswert. Da die mechanischen Verspannungen eines Dünnsfilms jedoch nicht nur vom Absolutwert des Prozessgasdrucks sondern vielmehr von der Kombination aus dem Prozessgasdruck, der Kathodenspannung, der Sputterleistung, dem Zustand (Erosion) des Sputtertargets sowie der Anordnung zwischen dem Substrat und der Sputterkanone abhängen, ist es erforderlich, den optimalen Satz von Prozessparametern für jede Depositionsanlage individuell zu suchen und fortlaufend zu kontrollieren. Aus diesem Grund wurden im Rahmen dieser Arbeit zur Abscheidung der Elektroden der Josephson-Kontakte verschiedene Prozessgasdrücke zwischen 0,2 Pa und 1,4 Pa bei sonst konstant gehaltenen Prozessparametern verwendet, um anhand der charakteristischen Kenngrößen sowie der Parameterstreuung der jeweils hergestellten Josephson-Kontakte den optimalen Prozessgasdruck empirisch bestimmen zu können. Hierbei zeigte sich, dass zufriedenstellende Resultate mit einem Prozessgasdruck p_{Ar} zwischen 0,9 Pa und 1,1 Pa erreicht werden konnten.

Der Prozessgasdruck p_{Ar} beeinflusst jedoch nicht nur die mechanischen Verspannungen der abgeschiedenen Niobfilme, sondern zusammen mit dem Prozessgasfluss \dot{V}_{Ar} auch die Oberflächenrauheit der Elektroden. Während Prozessgasdrücke, die zu stressfreien bzw. minimal kompressiv verspannten Filmen führen, zu säulenartigen Strukturen mit kurzen, abgerundeten Spitzen führen, zeigen tensil bzw. stark kompressiv verspannte Niobfilme säulenartige Strukturen mit langen, spitz zulaufenden Enden [Du07]. Je nach Länge dieser Säulen können die Strukturen bei einer unzureichenden Dicke der auf der Basiselektrode abgeschiedenen Aluminiumschicht zu mikroskopisch kleinen Kurzschlüssen zwischen den supraleitenden Elektroden der

Josephson-Kontakte führen, die sich in Form von Leckströmen durch die Tunnelbarriere sowie räumlich inhomogenen Verteilungen der kritischen Stromdichte j_c bemerkbar machen [Du07]. Bei konstant gehaltenem Druck p_{Ar} führen sowohl sehr niedrige als auch sehr hohe Prozessgasflüsse \dot{V}_{Ar} zu säulenartigen Strukturen mit langen, spitz zulaufenden Enden, so dass grundsätzlich mittlere Prozessgasflüsse im Bereich von einigen Standardkubikzentimetern pro Minute zu bevorzugen sind.

Die Eigenschaften eines Josephson-Kontakts werden allerdings nicht zwangsläufig durch eine raue Oberfläche der Elektroden negativ beeinflusst. So kann die Rauheit der Basiselektrode aufgrund der Affinität zwischen Aluminium und Niob mit Hilfe einer hinreichend dicken, auf der Basiselektrode abgeschiedenen Aluminiumschicht geglättet werden. An der Oberfläche dieser Schicht kann in einem nachfolgenden Prozessschritt die Tunnelbarriere durch Oxidation gebildet werden. Da bislang die Rauheit der abgeschiedenen Niobfilme nicht systematisch untersucht werden konnte, wurde die minimal notwendige Dicke der Aluminiumschicht zur Glättung der Basiselektrode ebenfalls empirisch bestimmt. Hierbei zeigt sich, dass ab einer Schichtdicke von etwa 8 nm qualitativ hochwertige Josephson-Kontakte mit niedrigen Leckströmen, d.h. hohen Widerstandsverhältnissen R_{sg}/R_N , hergestellt werden konnten.

5.4 Aufbau zur Charakterisierung der Josephson-Kontakte

Im Verlauf der Entwicklung des in Abschnitt 5.3 beschriebenen Prozesses zur Herstellung der Josephson-Kontakte wurden systematisch eine Reihe verschiedener Prozessparameter variiert und die damit verbundenen Auswirkungen auf die Qualität und die Reproduzierbarkeit der hergestellten Josephson-Kontakte analysiert. Die Beurteilung der Qualität und der Reproduzierbarkeit der Kontakte erfolgte hierbei anhand charakteristischer Kenngrößen, deren Werte aus Messungen der Strom-Spannungs-Kennlinien der Josephson-Kontakte bestimmt worden sind. Zur Messung dieser Kennlinien wurde der in Abbildung 5.4 schematisch dargestellte Messaufbau verwendet, der im Folgenden kurz beschrieben werden soll.

Wie in Abbildung 5.4 zu sehen ist, wurde zur Messung der Strom-Spannungs-Kennlinien der Josephson-Kontakte eine klassische Vierdraht-Messmethode verwendet. Der Strom I durch den Josephson-Kontakt wurde hierbei durch Anlegen einer Spannung U_b an der aus dem Tunnelkontakt sowie einem im Vergleich zum Normalwiderstand R_N viel größeren Widerstand mit $R \simeq 10 \text{ k}\Omega$ gebildeten Serienschaltung vorgegeben. Die Messung der über dem Josephson-Kontakt abfallenden Spannung U erfolgte differentiell, wobei zur Bildung der Differenzspannung ein batteriebetriebener Instrumentenverstärker (Burr Brown, INA110) mit einem Spannungsverstärkungsfaktor von 20 dB verwendet wurde. Der überwiegende Teil der Messungen wurde bei einer Temperatur von 4,2 K in einer Transportkanne für flüssiges Helium

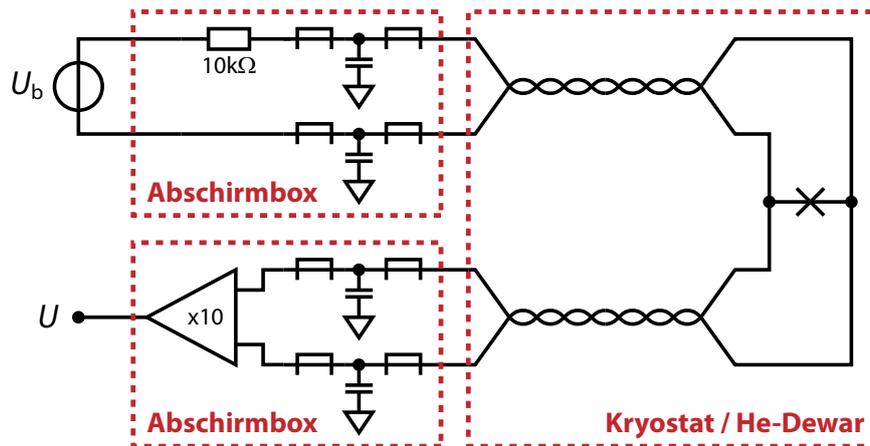


Abb. 5.4: Schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus zur Messung der Strom-Spannungs-Kennlinien der hergestellten Josephson-Kontakte.

durchgeführt. In einigen Fällen wurden zudem bei tieferen Temperaturen in einem $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Verdünnungskryostaten temperaturabhängige Messungen der Strom-Spannungs-Kennlinien durchgeführt. Um in beiden Fällen den Einfluss hochfrequenter Störsignale bei der Messung zu reduzieren, wurden in den einzelnen Messleitungen niederohmige Hochfrequenzfilter mit jeweils zwei Ferritperlen und einer Kapazität zur Masse vorgesehen. Die Abschneidefrequenz dieser Filter liegt im Bereich von einigen MHz. Zur Reduktion magnetisch eingekoppelter Gegentaktschwingungen wurden ferner zusammengehörige Leitungen sowohl innerhalb als auch außerhalb des Kryostaten bzw. der Transportkanne verdrillt.

5.5 Qualitätskriterien für Josephson-Kontakte

Abbildung 5.5 zeigt den typischen Verlauf einer Strom-Spannungs-Kennlinie eines ungeschunteten Josephson-Kontakts, der aufgrund der fehlenden resistiven Dämpfung ein hysteretisches Verhalten zeigt, wie in Abschnitt 5.2 erläutert wurde. Da das Auftreten dieser Hysterese eine simultane Messung des kritischen Stroms I_c sowie der Quasiteilchencharakteristik $I_N(U)$ des Josephson-Kontakts erlaubt, können auf diese Weise zeitgleich die Werte des kritischen Stroms I_c , der Gap-Spannung U_g , des Normal-Widerstands R_N sowie des Subgap-Widerstands R_{sg} bestimmt werden. Diese Größen stellen charakteristische Kenngrößen des Josephson-Kontakts dar und können daher zur Beurteilung der Qualität des Josephson-Kontakts verwendet werden. Ferner kann durch einen Vergleich der für eine Vielzahl von gleichartigen Josephson-Kontakten bestimmten Werte dieser Kenngrößen die Reproduzierbarkeit des Fertigungsprozesses beurteilt werden.

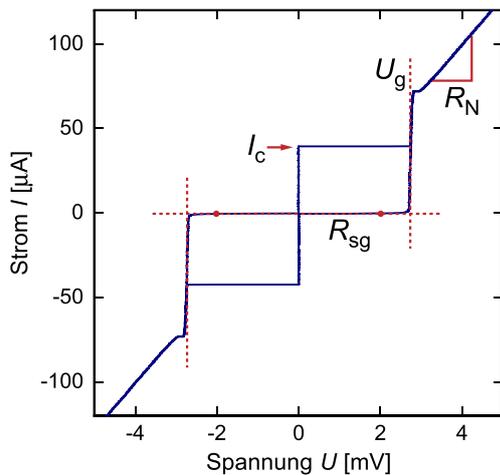


Abb. 5.5: Strom-Spannungs-Kennlinie eines ungeschunteten Josephson-Kontakts. Zusätzlich sind in der Abbildung die Definitionen der verschiedenen Kenngrößen nochmals graphisch dargestellt.

Gap-Spannung Die Gap-Spannung U_g eines Josephson-Kontakts ist gemäß der Beziehung $U_g = (\Delta_1 + \Delta_2)/e$ direkt mit den Energielücken Δ_1 und Δ_2 der Basis- und Deckelektrode des Josephson-Kontakts verknüpft. Aus diesem Grund spiegelt die Gap-Spannung U_g die Eigenschaften der supraleitenden Elektroden des Josephson-Kontakts wider. Nach [Car90] nimmt die Energielücke Δ von Niob für Temperaturen $T \rightarrow 0$ im Fall von Vollmaterial Werte zwischen 2,92 meV und 3,02 meV an. Mit steigender Temperatur T fällt der Wert der Energielücke gemäß der BCS-Theorie jedoch kontinuierlich ab, wobei die Temperaturabhängigkeit $\Delta(T)$ durch Gleichung 4.1 gegeben ist. Für die Gap-Spannung eines Nb/Al-AlOx/Nb-Josephson-Kontakts sind daher bei einer Temperatur von $T = 4,2\text{K}$ Werte zwischen 2,83 mV und 2,93 mV zu erwarten. Sofern die Dicke der Elektroden jedoch geringer als die magnetische Eindringtiefe λ ist, werden die kritischen Temperaturen und damit verbunden die Werte der Energielücken reduziert. Zusätzlich kann das Auftreten des Proximity-Effekts an den Grenzflächen zwischen den Elektroden und der normalleitenden Aluminiumschicht eines Nb/Al-AlOx/Nb-Josephson-Kontakts [Hou93, Yam94] sowie eine durch mechanische Verspannungen verringerte Sprungtemperatur der Elektroden [Kur88] zu einer Reduzierung der Gap-Spannung U_g eines Josephson-Kontakts führen.

$I_c R_N$ -Produkt In Abschnitt 5.1 wurde gezeigt, dass die Rate von Cooper-Paaren, die durch die Barriere eines Josephson-Kontakts tunneln können, von der Stärke der Kopplung zwischen den supraleitenden Elektroden des Tunnelkontakts abhängt. Konkret bedeutet dies, dass der Wert des kritischen Stroms I_c mit steigender Kopplung zwischen den Elektroden, d.h. mit dünner werdender Oxidschicht, zunimmt. Im Gegensatz hierzu nimmt der Wert des Widerstands R_N für Quasiteilchen mit geringer werdender Barrierendicke ab. Unter der Annahme, dass sich die Tunnelprozesse für Quasiteilchen und Cooper-Paare nicht grund-

legend voneinander unterscheiden, erwartet man daher, dass das Produkt aus dem kritischen Strom I_c und dem Widerstand R_N unabhängig von der Kopplung der Elektroden, d.h. der Dicke der Barriere, des Josephson-Kontakts ist. Nach der Ambegaokar-Baratoff-Theorie [Amb63] kann das $I_c R_N$ -Produkt für Josephson-Tunnelkontakte, bei denen die beiden Elektroden der Kontakte aus dem gleichen supraleitenden Material mit Energielücke Δ bestehen, mit Hilfe der Gleichung

$$I_c R_N = \frac{\pi}{2e} \Delta(T) \tanh \left[\frac{\Delta(T)}{2k_B T} \right] \quad (5.15)$$

berechnet werden. Mit den oben angegebenen Werten für die Energielücke Δ von Niob erwartet man folglich für das $I_c R_N$ -Produkt von Nb/Al-AlO_x/Nb-Josephson-Kontakten bei Temperaturen $T \rightarrow 0$ Werte zwischen 2,29 mV und 2,37 mV. Da zur Herleitung von Gleichung 5.15 ideales Cooper-Paar-Tunneln mit einem rechteckförmigen Potentialverlauf der Tunnelbarriere vorausgesetzt wurde, der allerdings im Experiment aufgrund von parasitären Effekten an den Rändern der Josephson-Kontakte und prozessbedingt lateral inhomogenen Tunnelbarrieren nur in seltenen Fällen tatsächlich vorliegt, nehmen die experimentell bestimmten Werte der $I_c R_N$ -Produkte realer Josephson-Kontakte in der Regel geringere Werte an.

Subgap-Widerstand Im Gegensatz zum Widerstand R_N , dessen Wert unabhängig vom Spannungsabfall U über einem Josephson-Kontakt ist, zeigt der Subgap-Widerstand R_{sg} im Allgemeinen eine nicht-triviale Spannungsabhängigkeit, die sich aus einer Reihe unterschiedlicher Effekte ergibt. So sind in einem Supraleiter bei Temperaturen $T > T_c/5$ bereits so viele Quasiteilchen angeregt, dass der Stromtransport über diese thermisch erzeugten Quasiteilchen die Spannungsabhängigkeit $R_{sg}(U)$ dominiert. Aus diesem Grund zeigt die Quasiteilchencharakteristik $I_N(V)$ in diesem Temperaturbereich ein ohmsches Verhalten. Bei Temperaturen weit unterhalb der kritischen Temperatur der supraleitenden Elektroden spielen neben anderen Effekten vielfache Andreev-Reflexionen [Oct83] sowie Vielteilchen-Tunnelprozesse von Cooper-Paaren [Tay63, Sch63] eine wichtige Rolle. Diese führen zum Auftreten von stufenartigen Strukturen in der Quasiteilchencharakteristik eines Josephson-Kontakts. Da der Großteil der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen der Strom-Spannungs-Kennlinien allerdings bei einer Temperatur von 4,2 K, d.h. bei $T \simeq T_c/2$, erfolgte, können diese Effekte für die in diesem Kapitel diskutierte Charakterisierung der Josephson-Kontakte vernachlässigt werden. Bei Temperaturen unter 100 mK, bei denen der entwickelte Mikrowellen-SQUID-Multiplexer betrieben wird, können diese Effekte allerdings eine wichtige Rolle spielen. Jedoch konnten im Rahmen von Messungen der Strom-Spannungs-Kennlinien von Josephson-Kontakten bei Temperaturen unterhalb von 50 mK keine Hin-

weise auf das Auftreten der genannten Effekte gefunden werden. Aus diesem Grund wird an dieser Stelle auf eine weitere Beschreibung dieser Effekte verzichtet.

Sofern der Subgap-Widerstand R_{sg} zur Beurteilung der Qualität eines Tunnelkontakts verwendet wird, es ist üblich, den Wert dieses Widerstands bei einer über dem Kontakt abfallenden Spannung von $U = 2 \text{ mV}$ anzugeben. Mit dem so bestimmten Widerstandswert betrachtet man einerseits das Widerstandsverhältnis $R_{\text{sg}}/R_{\text{N}}$ sowie andererseits die charakteristische Spannung $V_{\text{c}} = R_{\text{sg}}I_{\text{c}}$. Da die Werte dieser Größen unabhängig von der Fläche des Josephson-Kontakts sind, können diese, ähnlich wie das $I_{\text{c}}R_{\text{N}}$ -Produkt, gut für einen Vergleich zwischen verschiedenen großen, jedoch gleichartigen Josephson-Kontakten verwendet werden. Für qualitativ hochwertige Josephson-Kontakte können Werte von $R_{\text{sg}}/R_{\text{N}} > 10$ sowie $V_{\text{c}} > 30 \text{ mV}$ erwartet werden.

5.6 Charakterisierung der hergestellten Josephson-Kontakte

In Abschnitt 5.3 wurde gezeigt, dass die Eigenschaften eines Josephson-Kontakts von einer Reihe verschiedener Parameter bei der Herstellung der Kontakte beeinflusst werden. Hierzu gehören nicht nur die Sauerstoffaussetzung $p_{\text{ox}} \cdot t_{\text{ox}}$, durch die die kritische Stromdichte j_{c} der Tunnelbarriere festgelegt wird, sondern auch die Schichtdicken der Elektroden, Kontaktierungsstrukturen und Isolationsschichten, die Prozessgasdrücke und Depositionsraten beim Abscheiden der verschiedenen Filme sowie die Methoden, mit denen die unterschiedlichen Schichten strukturiert werden. In diesem Zusammenhang zeigt sich jedoch, dass die Eigenschaften eines Josephson-Kontakts nicht alleine von den Absolutwerten der Prozessparameter sondern vielmehr von vielen, teilweise sehr subtilen Feinheiten bei der Fertigung abhängen. Aus diesem Grund können in der Literatur beschriebene Herstellungsprozesse nur als Anhaltspunkt bei der Entwicklung eines eigenen Prozesses dienen. Aufgrund dieser Tatsache wurde im Rahmen dieser Arbeit eine Vielzahl von Josephson-Kontakten mit jeweils unterschiedlichen Prozessparametern hergestellt, um für den in Abschnitt 5.3 beschriebenen Fertigungsprozess durch einen Vergleich der experimentell bestimmten Eigenschaften dieser Kontakte einen derzeit „optimalen“ Satz von Prozessparametern empirisch ermitteln zu können. Da es an dieser Stelle allerdings nicht möglich ist, alle Entwicklungsschritte sowie die in diesem Zusammenhang jeweils durchgeführten Charakterisierungsmessungen im Detail zu beschreiben, soll stellvertretend anhand eines konkreten Beispiels eine vollständige Diskussion der Eigenschaften der hergestellten Josephson-Kontakte erfolgen. Der hierfür ausgewählte Parametersatz, der in Tabelle 5.1 zusammengefasst ist, entspricht bis auf wenige Ausnahmen dem Satz von Parametern, der zur Herstellung des in Abschnitt 6.4 diskutierten

d_{Nb1} [nm]	d_{Basis} [nm]	d_{Al} [nm]	d_{Deckel} [nm]	p_{Ar} [Pa]	$p_{\text{ox}} \cdot t_{\text{ox}}$ [MPa s]	$d_{\text{Si}_3\text{N}_4}$ [nm]	d_{Nb2} [nm]
400	30	8	25	1,07	24	100	400

Tab. 5.1: Übersicht über die Prozessparameter, die zur Herstellung der Josephson-Kontakte der Charge JJ01 verwendet wurden. Die Bedeutung der Parameter ergibt sich aus der Beschreibung des Herstellungsprozesses in Abschnitt 5.3.

Mikrowellen-SQUID-Multiplexers verwendet worden ist. Um die nun folgende Diskussion der Eigenschaften dieser Josephson-Kontakte etwas übersichtlicher zu gestalten, soll die Menge der Josephson-Kontakte, die mit den in Tabelle 5.1 zusammengefassten Prozessparametern hergestellt worden sind, im weiteren Verlauf dieser Arbeit als Charge JJ01 bezeichnet werden.

5.6.1 Diskussion der experimentell bestimmten Eigenschaften eines zufällig ausgewählten Josephson-Kontakts der Charge JJ01

Abbildung 5.6 zeigt die experimentell bestimmte Strom-Spannungs-Kennlinie eines zufällig ausgewählten Josephson-Kontakts der Charge JJ01 mit einer Fläche von $A = 75,2 \mu\text{m}^2$. Die Messung der Kennlinie erfolgte mit dem in Abschnitt 5.4 diskutierten Messaufbau bei einer Temperatur von 4,2 K. Aus der dargestellten Kennlinie können die in der Abbildung angegebenen Werte für den kritischen Strom I_c , den Normal-Widerstand R_N , die Gap-Spannung U_g sowie den Subgap-Widerstand R_{sg} bestimmt werden. Mit diesen Werten können ferner für das $I_c R_N$ -Produkt, das Widerstandsverhältnis R_{sg}/R_N sowie die charakteristische Spannung V_c Werte von $I_c R_N = 1,26 \text{ mV}$, $R_{\text{sg}}/R_N = 31,2$ und $V_c = 39,4 \text{ mV}$ berechnet werden. Insbesondere der hohe Wert des Widerstandsverhältnisses R_{sg}/R_N lässt hierbei auf eine hohe Qualität des Josephson-Kontakts schließen. Der Wert der Gap-Spannung, der mit $U_g = 2,68 \text{ mV}$ im Vergleich zu den in Abschnitt 5.5 angegebenen Werten geringfügig kleiner ist, kann einerseits auf den Proximity-Effekt sowie andererseits auf die geringen Dicken der Elektroden zurückgeführt werden. Diese liegen mit Werten von 30 nm für die Basiselektrode und 25 nm für die Deckelektrode deutlich unterhalb der Londonschen Eindringtiefe λ_L von Niob-Vollmaterial, die für $T \rightarrow 0$ einen Wert von $\lambda_L \simeq 39 \text{ nm}$ besitzt [Max65].

Auf Grundlage der experimentell bestimmten Gap-Spannung U_g kann für das $I_c R_N$ -Produkt nach der Ambegaokar-Baratoff-Theorie [Amb63] ein Wert von 2,1 mV erwartet werden, der damit um etwa 70 % größer als der aus dem kritischen Strom I_c und dem Widerstand R_N berechnete Wert von 1,26 mV ist. Obwohl nach Abschnitt 5.5 für reale Josephson-Kontakte durchaus eine Abweichung der experimentell

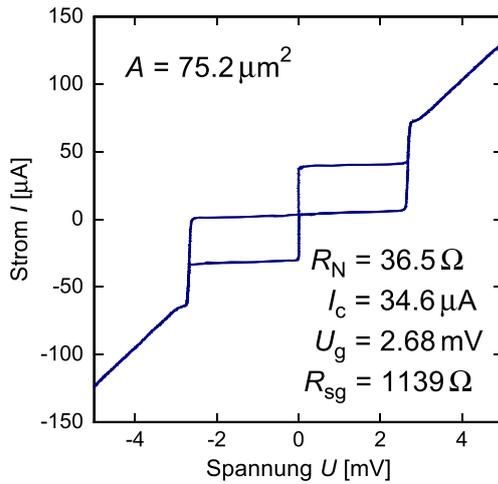


Abb. 5.6: Strom-Spannungs-Kennlinie eines zufällig ausgewählten Josephson-Kontakts der Charge JJ01. Die Messung der Kennlinie wurde bei einer Temperatur von 4,2 K mit dem in Abschnitt 5.4 diskutierten Messaufbau durchgeführt. In der Abbildung sind zusätzlich die experimentell bestimmten Werte des Widerstands R_N , des kritischen Stroms I_c , der Gap-Spannung U_g sowie des Subgap-Widerstands R_{sg} angegeben.

bestimmten $I_c R_N$ -Produkte von den theoretischen Werten zu erwarten ist, erscheint eine Abweichung von mehr als 50 % zwischen Theorie und Experiment vergleichsweise hoch. Es wird sich allerdings im weiteren Verlauf zeigen, dass für die kritischen Ströme I_c mit hoher Wahrscheinlichkeit systematisch zu geringe Werte gemessen worden sind, so dass an dieser Stelle anhand des $I_c R_N$ -Produkts keine zuverlässige Aussage über die Qualität des Josephson-Kontakts getroffen werden kann.

5.6.2 Diskussion der Verteilung der Gap-Spannungen sowie der Normal-Widerstände der Josephson-Kontakte der Charge JJ01

Bevor in Abschnitt 5.6.4 die Problematik bei der Messung der kritischen Ströme I_c erläutert wird, soll zunächst die Reproduzierbarkeit der Josephson-Kontakte anhand der Verteilung der Normal-Widerstände R_N sowie der Gap-Spannungen U_g diskutiert werden. Hierzu sind in Abbildung 5.7 sowohl die gemessenen Werte der Widerstände R_N als Funktion der inversen korrigierten Fläche³ $1/A$ als auch die Verteilung der Gap-Spannungen U_g der Josephson-Kontakte der Charge JJ01 dargestellt. Es ist zu sehen, dass der Verlauf $R_N(1/A)$ gemäß der theoretischen Erwartung $R_N = R_0/A$ einer Ursprungsgeraden folgt, deren Steigung sich zu $R_0 = 2592,2 \Omega \mu\text{m}^2$ bestimmen lässt. Für die Mitte der Verteilung der Gap-Spannungen kann ferner ein Wert von $U_g = 2,69 \text{ mV}$ ermittelt werden. In Abbildung 5.7 ist außerdem leicht zu erkennen, dass sowohl die Widerstände R_N für Josephson-Kontakte gleicher Größe als auch die Gap-Spannungen U_g geringfügig streuen. Während sich die Streuung der Wider-

³Im Rahmen dieser Arbeit konnte ein konstanter Offset zwischen den „im Entwurf vorgesehenen“ und den „realen“ Abmessungen der Josephson-Kontakte beobachtet werden. So waren die lateralen Dimensionen der Tunnelkontakte nach der Strukturierung um etwa $1 \mu\text{m}$ größer als vorher im Entwurf gezeichnet. Im weiteren Verlauf der Diskussion sollen diese, hinsichtlich der lateralen Dimensionen angepassten, Flächen der Josephson-Kontakte als „korrigierte“ Flächen A bezeichnet werden.

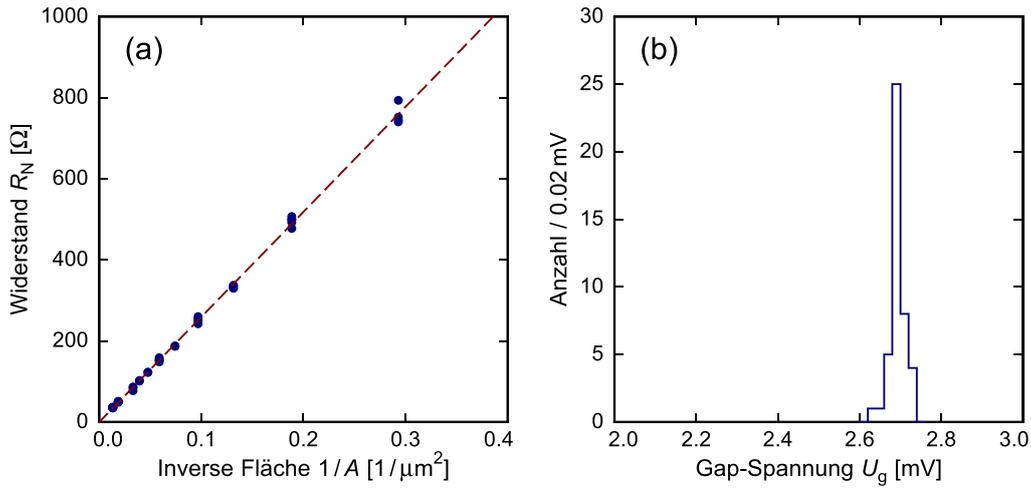


Abb. 5.7: (a) Verlauf des Widerstands R_N als Funktion der inversen korrigierten Fläche $1/A$ sowie (b) Verteilung der Werte der Gap-Spannungen U_g der Josephson-Kontakte der Charge JJ01. Die gestrichelte Linie in (a) stellt eine an die Messdaten angepasste Ursprungsgerade dar.

stände R_N unter Umständen auf eine Variation der Fläche der Josephson-Kontakte zurückführen ließe, scheiden derartige geometrieabhängige Effekte als Erklärung für die Streuung der Gap-Spannungen aus, da diese bis auf die Dickenabhängigkeit der Energielücken Δ_1 und Δ_2 geometrieunabhängig sind und nur von den Energielücken der Basis- und Deckelektroden abhängen. Dementsprechend muss aus der Beobachtung, dass die Gap-Spannungen U_g über die Charge verteilt variieren, auf eine Streuung der Werte der Energielücken der Elektroden geschlossen werden. Als Ursache hierfür kommen beispielsweise Variationen der Schichtdicken der Elektroden⁴ oder der Aluminiumschicht⁵ in Frage. In diesem Fall sollten jedoch die Gap-Spannungen für verschiedene, eng benachbarte Josephson-Kontakte identische Werte besitzen, da bei einem Sputterprozess eine lokale Variation der Schichtdicken mit hoher Wahrscheinlichkeit ausgeschlossen werden kann. Allerdings beobachtet man selbst für sehr nah beieinanderliegende Josephson-Kontakte eine Variation der Gap-Spannungen U_g von teilweise mehr als $40 \mu\text{V}$, so dass inhomogene Schichtdicken als Ursache ausgeschlossen werden können.

Als alternative Erklärung können mechanische Verspannungen in den Elektroden bzw. den zur Kontaktierung der Elektroden verwendeten Niobstrukturen angeführt

⁴Da die Schichtdicken der Elektroden geringer als die Londonsche Eindringtiefe λ_L sind, können geringfügige Variationen der Schichtdicken zu Änderungen der effektiven magnetischen Eindringtiefe λ_{eff} und damit verbunden zu Änderungen der Eigenschaften der Elektroden führen.

⁵Aufgrund des Proximity-Effekts werden die Energielücken der Elektroden durch die benachbarten Aluminiumschichten geringfügig reduziert. Aus diesem Grund können inhomogene Schichtdicken hier zu einer Variation der Gap-Spannung führen.

werden. Allerdings konnte in der Vergangenheit gezeigt werden, dass Verspannungen bei Josephson-Kontakten, bei denen die Nb/Al-AlO_x/Nb-Dreischichtstruktur in Verbindung mit einem Lift-Off-Prozess abgeschieden wurde, nur eine untergeordnete Rolle spielen [Kur88]. Es wird sich jedoch bei der Diskussion der Widerstandsverhältnisse $R_{\text{sg}}/R_{\text{N}}$ zeigen, dass die Eigenschaften der Tunnelkontakte der Charge JJ01 von dem in [Kur88] beschriebenen Verhalten der mit einem Lift-Off-Prozess hergestellten Josephson-Kontakte deutlich abweichen. Aus diesem Grund kann basierend auf der Tatsache, dass zur Herstellung der hier diskutierten Josephson-Kontakte ein Lift-Off-Prozess verwendet wurde, nicht unmittelbar darauf geschlossen werden, dass mechanische Verspannungen in den Niobfilmen nur eine untergeordnete Rolle spielen. Insbesondere ist es durchaus denkbar, dass die mechanischen Verspannungen nicht prozessbedingt entstanden sind, sondern erst während des Abkühlvorgangs auf die Messtemperatur von 4,2 K aufgrund der unterschiedlichen Ausdehnungskoeffizienten der Niobschichten und dem Siliziumsubstrat aufgetreten sind.

Einen weiteren Hinweis darauf, dass mechanische Verspannungen in den Elektroden bzw. den zur Kontaktierung verwendeten Niobstrukturen ein Problem darstellen könnten, erhält man durch die Beobachtung, dass die Widerstände R_{N} der Josephson-Kontakte ebenfalls geringfügig streuen. Da diese allerdings neben den Eigenschaften der Tunnelbarriere auch von den Flächen der Josephson-Kontakte abhängen, muss in diesem Fall eine Variation der Flächen als mögliche Erklärung für die Streuung der Widerstände R_{N} ebenfalls in Betracht gezogen werden. Um den Einfluss eines solchen Effekts abschätzen zu können, bietet es sich an, aus der an die Messdaten angepassten Ursprungsgeraden $R_{\text{N}} = R_0/A$ die „effektiven“ Werte A_{eff} der Flächen der Josephson-Kontakte zu berechnen und die relative Abweichung $(A_{\text{eff}} - A)/A$ dieser Werte gegenüber den Werten der korrigierten Flächen A zu betrachten. Das Ergebnis einer solchen Rechnung ist in Abbildung 5.8 dargestellt. In der Abbildung ist zu sehen, dass die relative Abweichung zwischen den effektiven Werten A_{eff} und den korrigierten Flächen A unabhängig vom Wert der korrigierten Flächen A bis zu 7 % betragen müsste, um die Streuung der Widerstände R_{N} alleine durch eine Variation der Flächen erklären zu können. Dies jedoch würde bedeuten, dass die absolute Abweichung der lateralen Abmessungen der Josephson-Kontakte mit größer werdenden Flächen zunehmen müsste. Obwohl eine Abweichung der lateralen Dimensionen grundsätzlich auf einem bestimmten Niveau zu erwarten ist, ist dieses Szenario als Erklärung für die beschriebenen Beobachtungen unrealistisch, da der Absolutwert der lateralen Abweichung in der Realität unabhängig von der Strukturgröße sein sollte und insbesondere kleine Strukturen deutlich stärker betroffen sein sollten. Da zudem eine derartige Analyse bei anderen Chargen als Ergebnis eine Abweichung der vermeintlichen Flächen von teilweise mehr als 100 % liefert, kann eine Variation der Fläche als alleinige Ursache für die beobachtete Streuung ausgeschlossen werden.

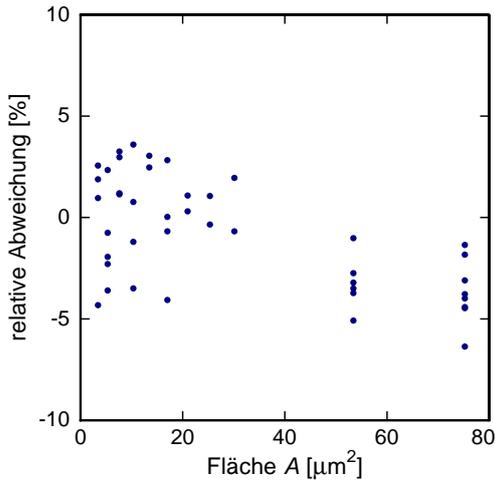


Abb. 5.8: Mit der im Text beschriebenen Hypothese berechnete Abweichung $(A_{\text{eff}} - A)/A$ der aus dem theoretischen Verlauf der Widerstände R_N bestimmten effektiven Flächen A_{eff} der Josephson-Kontakte von den korrigierten Flächen A .

Nimmt man jedoch an, dass einerseits die lateralen Abmessungen der Josephson-Kontakte auf verschiedenen Chips jeweils systematisch um einen konstanten Wert ϵ von den korrigierten Werten abweichen und andererseits die Steigungen R_0 der Widerstandsgeraden $R_N = R_0/A$ auf verschiedenen Chips unterschiedliche Werte annehmen, so erhält man die in Abbildung 5.9 dargestellte Situation. Es ist deutlich zu erkennen, dass der Verlauf $R_N(1/A)$ für alle Chips sehr gut mit den Messdaten übereinstimmt und dass die Streuung sichtbar reduziert ist. Die Werte der Abweichungen ϵ liegen in einem Bereich von 100 nm und sind für das gewählte Strukturierungsverfahren durchaus zu erwarten. Dagegen nehmen die Werte der Steigungen R_0 für unterschiedliche Chips deutlich verschiedene Werte an. Im Gegensatz zu der Verteilung der Gap-Spannungen U_g , bei der selbst eng benachbarte Josephson-Kontakte unterschiedliche Werte zeigen, kann hier allerdings ein systematischer Zusammenhang gefunden werden. Konkret lässt sich durch einen Vergleich der Steigungen R_0 der Widerstandsgeraden mit den Positionen der Chips auf dem Substrat zeigen, dass die Werte R_0 von der Mitte des Substrats ausgehend in radialer Richtung systematisch abnehmen. Dies könnte mit einem Abfall der Dicken der Tunnelbarrieren in radialer Richtung erklärt werden. Da die Dicke der Tunnelbarrieren im Vergleich zur Dicke der Aluminiumschicht allerdings gering ist, scheidet eine Inhomogenität der Schichtdicke der Aluminiumschicht als Erklärung sehr wahrscheinlich aus. Wie sich im Folgenden zeigen wird, können als alternative Erklärung thermische Effekte bei der Abscheidung der verschiedenen Schichten herangezogen werden. So wird in der Literatur berichtet, dass der Widerstand R_N eines Josephson-Kontakts durch Erhitzen zunimmt [Leh92, Mig03]. Hierbei ist selbst für vergleichsweise kurze Zeiten von nur einigen Minuten und moderat hohen Temperaturen von etwa 120 °C ein deutlicher Effekt zu beobachten [Mig03]. Der zur Erklärung der beobachteten radialen Abnahme der Steigungen R_0 notwendige, radiale Temperaturgradient entlang der Oberfläche des Substrats könnte damit begründet werden, dass das Substrat bei der Deposition

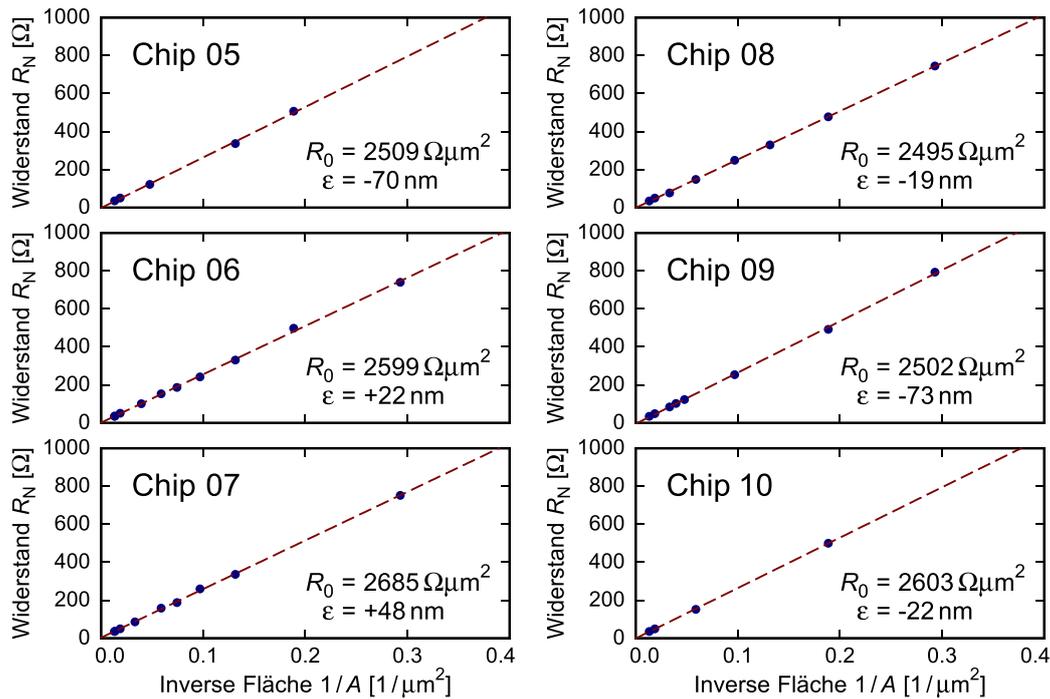


Abb. 5.9: Widerstände R_N als Funktion der inversen korrigierten Fläche $1/A$ der Josephson-Kontakte für verschiedene Chips der Charge JJ01. Die gestrichelten Linien stellen Ausgleichsgeraden durch den Ursprung dar, deren Steigungen R_0 in den Diagrammen angegeben sind. Die lateralen Dimensionen der Josephson-Kontakte wurden, wie im Text beschrieben, für jeden Chip jeweils um einen konstanten Wert ϵ korrigiert.

der verschiedenen Schichten ohne ein Kontaktmittel auf dem Substrathalter auflag und nur am äußeren Rand mit einem Metallring an den Halter angeedrückt wurde. Da der Prozessgasdruck in der Sputteranlage während der Abscheidung der Schichten vergleichsweise gering ist, kann das Substrat nur indirekt durch den Kontakt mit dem Substrathalter gekühlt werden. Unter der Annahme, dass die Unterseite des Substrats aufgrund der Oberflächenbeschaffenheit des Substrathalters nicht überall gleichermaßen aufliegt, ist es folglich aufgrund des Verzichts eines Kontaktmittels durchaus denkbar, dass das Substrat am Rand aufgrund des aufliegenden Halterings besser gekühlt wird als in der Mitte des Substrats.

5.6.3 Diskussion der Subgap-Widerstände der Charge JJ01

Abbildung 5.10 zeigt die gemessenen Verhältnisse R_{sg}/R_N der Josephson-Kontakte der Charge JJ01 als Funktion der korrigierten Fläche A . Das Widerstandsverhältnis R_{sg}/R_N und somit die Qualität der Josephson-Kontakte nimmt mit größer werdenden Flächen zu und erreicht für große Flächen verhältnismäßig hohe Werte von etwa

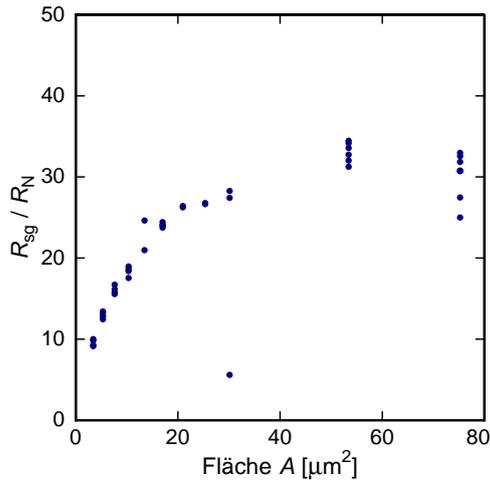


Abb. 5.10: Widerstandsverhältnisse $R_{\text{sg}}/R_{\text{N}}$ als Funktion der korrigierten Fläche A für die Josephson-Kontakte der Charge JJ01.

$R_{\text{sg}}/R_{\text{N}} = 30$. Diese Werte deuten einmal mehr auf die hohe Qualität der mit dem in Abschnitt 5.3 beschriebenen Fertigungsprozess hergestellten Josephson-Kontakte hin. Die Beobachtung, dass die Streuung der Subgap-Widerstände mit der Größe der Fläche ebenfalls zunimmt, kann darauf zurückgeführt werden, dass die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von mikroskopisch kleinen Defekten in der Tunnelbarriere mit größer werdenden Flächen A ansteigt. Aus diesem Grund muss für große Flächen durchaus mit einer höheren Streuung der Werte gerechnet werden. Dies bedeutet jedoch gleichzeitig, dass die Tunnelbarrieren der hergestellten Josephson-Kontakte noch nicht vollkommen homogen sind und beispielsweise raue Oberflächen, wie bereits bei der Diskussion anderer Parameter erwähnt, ein Problem darstellen könnten.

Die in Abbildung 5.10 dargestellte Abhängigkeit der Subgap-Widerstände von den Flächen der Josephson-Kontakte konnte auch in früheren Arbeiten [Kur88, Bhu91] beobachtet werden und wurde auf verschiedene Effekte zurückgeführt. So wurde in [Kur88] als Erklärung angeführt, dass beim Ätzen der Deckelektrode mechanische Verspannungen in den Niobschichten relaxieren und als Folge dessen die Tunnelbarrieren an den Rändern der Josephson-Kontakte beschädigt werden. Die Ursache für den Abfall der Subgap-Widerstände zu kleinen Flächen hin, ist in diesem Modell damit zu erklären, dass das Verhältnis zwischen den Flächen der Josephson-Kontakte und dem Umfang linear mit der Breite der Josephson-Kontakte anwächst und somit der Einfluss dieser „Randeffekte“ mit größer werdenden Flächen abnimmt. Im Gegensatz hierzu zeigte sich in [Bhu91], dass die Stromdichte j , die zur elektrochemischen Passivierung (Anodisierung) der Ränder der Josephson-Kontakte verwendet wird, Einfluss auf die Qualität der Tunnelkontakte besitzt. Während die Verhältnisse $R_{\text{sg}}/R_{\text{N}}$ bei hohen Stromdichten unabhängig von der Fläche der Josephson-Kontakte waren, konnte bei niedrigen Stromdichten ein Abfall mit kleiner werdenden Flächen beobachtet werden. Dies wurde darauf zurückgeführt, dass bei konstant gehaltener

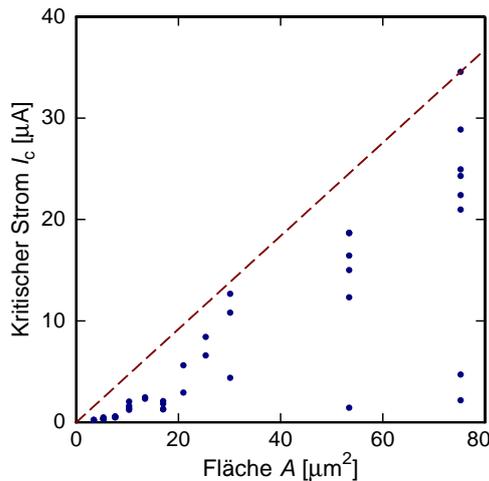


Abb. 5.11: Gemessene kritische Ströme I_c der Josephson-Kontakte der Charge JJ01 als Funktion der korrigierten Fläche A (**Punkte**). Die gestrichelte Linie stellt eine Ursprungsgerade dar, die durch den höchsten, experimentell beobachteten Wert des kritischen Stroms I_c verläuft. Aus der Steigung dieser Geraden erhält man eine kritische Stromdichte von $j_c = 46 \text{ A/cm}^2$.

Dicke der gebildeten Passivierungsschicht die benötigte Zeit für die Anodisierung umso kürzer ist, je höher die Stromdichte bei der Passivierung ist. Auf diese Weise wird die Kontaktzeit zwischen der Anodisierflüssigkeit und der Photolackmaske reduziert, so dass einerseits eine Beschädigung des Photolacks [Bhu91] und andererseits eine Passivierung der Deckelektrode unterhalb des Photolacks (Unterkriechen) [Kai11a] vermieden wird. Da in einer frühen Phase dieser Arbeit bei hohen Spannungen und Stromdichten eine massive Beschädigung der Lackmaske beim Anodisieren beobachtet werden konnte, wurde einerseits die Spannung sowie andererseits die Stromdichte deutlich reduziert. Dies hat dazu geführt, dass die Kontaktzeit zwischen der Anodisierflüssigkeit und der Lackmaske von etwa $\Delta t_{\text{anod}} = 15 \text{ s}$ um mehr als einen Faktor 5 auf $\Delta t_{\text{anod}} = 90 \text{ s}$ erhöht werden musste. Obwohl im Gegensatz zu den ersten hergestellten Josephson-Kontakten bei der Charge JJ01 nach der Anodisierung optisch keine Beschädigung der Lackmaske festgestellt werden konnte, ist es nicht auszuschließen, dass ein Unterkriechen oder eine Erosion der Lackmaske auf einem optisch nicht erkennbaren Niveau stattgefunden hat. Da es sich bei diesen Effekten ebenfalls um einen „Randeffekt“ handelt, würde sich unmittelbar der Anstieg der Subgap-Widerstände R_{sg} mit zunehmender Fläche der Josephson-Kontakte erklären.

5.6.4 Diskussion der Verteilung der kritischen Ströme der Charge JJ01

Nachdem in den vorangegangenen Abschnitten bislang nur aus der Quasiteilchencharakteristik bestimmte Kenngrößen der Josephson-Kontakte betrachtet worden sind, soll an dieser Stelle die bereits in Abschnitt 5.6.1 angesprochene Diskussion der kritischen Ströme erfolgen. Hierzu ist in Abbildung 5.11 der Verlauf der kritischen Ströme I_c der Josephson-Kontakte der Charge JJ01 als Funktion der korrigierten Fläche A dargestellt. Es ist zweifelsfrei zu erkennen, dass die kritischen Ströme sehr

stark streuen und von dem erwarteten Verlauf einer Ursprungsgeraden $I_c = j_c \cdot A$ deutlich abweichen. Auf den ersten Blick müsste man aufgrund dieser Beobachtung auf erhebliche Probleme bei der Herstellung der Josephson-Kontakte schließen. Dies stellt jedoch in Anbetracht der hohen Werte der Subgap-Widerstände R_{sg} sowie dem linearen Verlauf der Widerstände R_N als Funktion der korrigierten Flächen A einen offensichtlichen Widerspruch dar und könnte nur dahingehend interpretiert werden, dass die physikalischen Prozesse, die dem Tunneln der Cooper-Paare bzw. der Quasiteilchen zu Grunde liegen, verschieden voneinander waren. Ein unabhängiger Hinweis, der eine derartige Vermutung bestätigen würde, konnte allerdings bei keiner der durchgeführten Messungen beobachtet werden. Berücksichtigt man desweiteren, dass der kritische Strom eines Josephson-Kontakts durch eine Reihe verschiedener Effekte beeinflusst wird, so kann die beobachtete Streuung auch anderweitig erklärt werden. So können einerseits magnetische Felder zu einer Reduktion der kritischen Ströme führen [Jos62, And63, Fis64]. Andererseits ist es denkbar, dass durch thermisch induzierte Rauschströme oder elektromagnetische Störsignale systematisch zu niedrige Werte für die kritischen Ströme gemessen werden [Dan84, Kai11b].

Bevor jedoch auf diese beiden Effekte eingegangen wird, soll die Bedeutung der in Abbildung 5.11 eingezeichneten gestrichelten Linie erläutert werden, anhand der eine Abschätzung einer unteren Grenze der kritischen Stromdichte j_c der Josephson-Kontakte der Charge JJ01 gegeben werden kann. Diese Linie stellt eine Ursprungsgerade durch den höchsten im Experiment beobachteten kritischen Strom dar. Unter der Annahme, dass die kritischen Ströme aller Josephson-Kontakte durch die oben genannten Effekte reduziert sind, kann aus der Steigung dieser Ursprungsgeraden eine untere Grenze für die kritische Stromdichte abgeleitet werden, wobei sich ein Wert von $j_c = 46 \text{ A/cm}^2$ ergibt. Zusammen mit der in Abschnitt 5.6.2 bestimmten Steigung der Widerstandsgeraden $R_N(1/A)$, die einen Wert von $R_0 = 2592 \Omega \mu\text{m}^2$ besitzt, erhält man damit für das $I_c R_N$ -Produkt eine untere Grenze von 1,2 mV, die um etwa einen Faktor 2 unter dem theoretisch erwarteten Wert von 2,1 mV liegt. Um diesen Wert besser beurteilen zu können, soll im Folgenden kurz eine Messung der kritischen Ströme I_c sowie der Widerstände R_N einiger Josephson-Kontakte der Charge JJ01 bei einer Temperatur von 17 mK diskutiert werden. Diese Messung wurde in einem $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Verdünnungskryostaten mit dem in Abschnitt 5.4 diskutierten Messaufbau durchgeführt. Das Ergebnis dieser Messung ist in Abbildung 5.12 dargestellt. Es ist klar zu erkennen, dass der Verlauf der gemessenen kritischen Ströme gut durch die Beziehung $I_c = j_c \cdot A$ beschrieben werden kann, sowie, dass die Streuung der Werte der kritischen Ströme deutlich reduziert ist. Aus dem Verlauf der kritischen Ströme $I_c(A)$ sowie dem Verlauf der Widerstände $R_N(1/A)$ können für die kritische Stromdichte ein Wert von $j_c = 65 \text{ A/cm}^2$ sowie für die Steigung der Widerstandsgeraden ein Wert von $R_0 = 2628 \Omega \mu\text{m}^2$ bestimmt werden. Damit erhält man für das $I_c R_N$ -Produkt einen Wert von 1,7 mV, der nur 20 % geringer als der aus

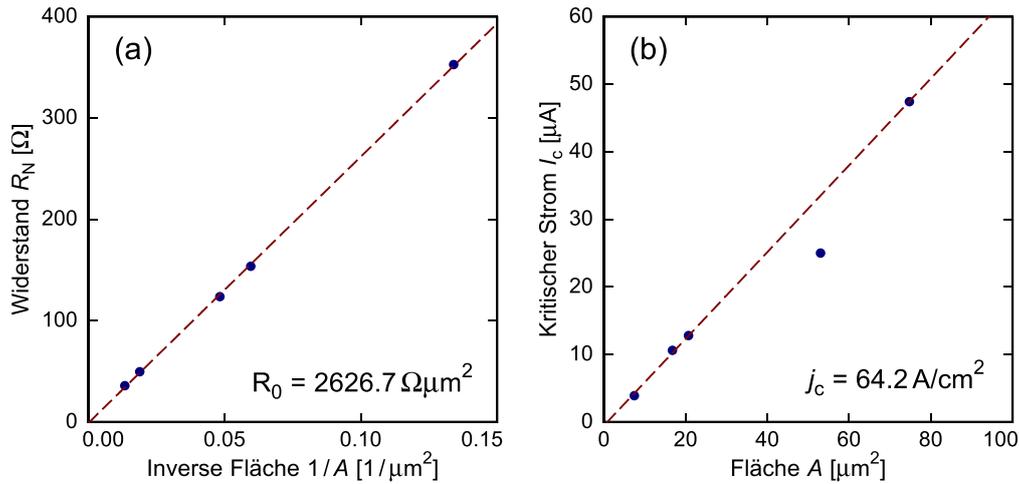


Abb. 5.12: Bei einer Temperatur von 17 mK gemessene (a) Widerstände R_N als Funktion der inversen korrigierten Fläche $1/A$ und (b) kritische Ströme I_c als Funktion der korrigierten Fläche A der auf dem Chip 07 platzierten Josephson-Kontakte der Charge JJ01. Die gestrichelten Linien stellen an die Messdaten angepasste Ursprungsgeraden dar, deren Steigungen R_0 bzw. j_c in den jeweiligen Diagrammen angegeben sind.

der Gap-Spannung berechnete Wert von 2,16 mV ist. Diese Abweichung fällt deutlich geringer als in den Messungen bei einer Temperatur von 4,2 K aus und liegt durchaus in einem Bereich, den man für reale Josephson-Kontakte erwarten kann. Mit Hilfe der Ambegaokar-Baratoff-Theorie [Amb63] bzw. mit Gleichung 5.15 kann ferner der erwartete Wert des $I_c R_N$ -Produkts bei einer Temperatur von 4,2 K bestimmt werden. Es ergibt sich ein Wert von 1,5 mV, so dass die Werte der kritischen Ströme I_c , die bei einer Temperatur von 4,2 K gemessen wurden, um mindestens 40 % gegenüber den erwarteten Werten reduziert sind.

Zu Beginn der Diskussion der beiden weiter oben genannten Effekte, die sowohl zu einer Streuung als auch zu einer systematischen Verringerung der gemessenen Werte der kritischen Ströme I_c führen können, soll zunächst der Einfluss magnetischer Felder auf den kritischen Strom eines Josephson-Kontakts betrachtet werden. Aufgrund der Abhängigkeit der Phasendifferenz ϕ vom Vektorpotential \mathbf{A} stellt der kritische Strom I_c eines Josephson-Kontakts eine periodische Funktion des magnetischen Flusses Φ durch den Josephson-Kontakt dar. Sofern das magnetische Feld parallel zur Tunnelbarriere, d.h. parallel zur Oberfläche des Substrats, orientiert ist, kann für einen Josephson-Kontakt mit rechteckiger Grundfläche der einfache Zusammenhang

$$I_c = I_c^{\max} \left| \frac{\sin(\pi \frac{\Phi}{\Phi_0})}{\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}} \right| \quad (5.16)$$

zwischen dem kritischen Strom I_c im Magnetfeld und dem maximalen kritischen

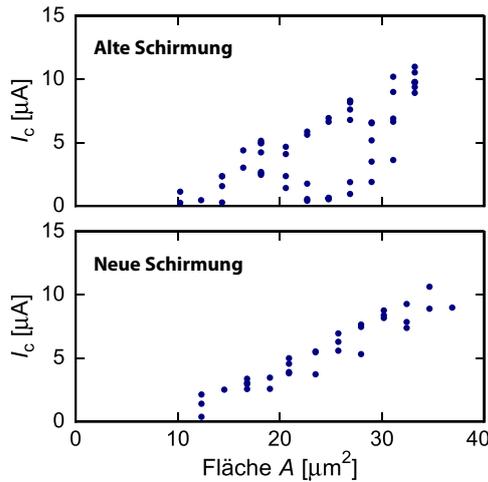


Abb. 5.13: Vergleich des Verlaufs der gemessenen kritischen Ströme I_c einer Reihe von Josephson-Kontakten als Funktion der korrigierten Fläche A . Für die Messungen wurden zwei verschiedene magnetische Schirmungen verwendet. Es ist deutlich zu sehen, dass die kritischen Ströme mit neuer Schirmung weniger stark streuen.

Strom I_c^{\max} im Nullfeld gefunden werden [Jos64]. Der magnetische Fluss Φ ist hierbei gemäß der Beziehung $\Phi = Bl(d + 2\lambda)$ mit der magnetischen Flussdichte B , der Breite l des Josephson-Kontakts, der Dicke d der Tunnelbarriere sowie der magnetischen Eindringtiefe λ der beiden supraleitenden Elektroden verknüpft. Abhängig von der Seitenlänge der Josephson-Kontakte werden daher mit $d + 2\lambda \simeq 100$ nm nach Gleichung 5.16 magnetische Flussdichten B zwischen 2 mT und 8 mT benötigt, um die kritischen Ströme vollständig unterdrücken können. Diese Werte erscheinen vergleichsweise hoch, um sie durch das Erdmagnetfeld oder anderweitige magnetische Felder in der unmittelbaren Umgebung des Messaufbaus erklären zu können. Aus diesem Grund ist es auf den ersten Blick sehr fragwürdig, ob die Streuung der kritischen Ströme I_c durch ein äußeres Magnetfeld verursacht werden kann. Allerdings konnte gegen Ende dieser Arbeit eindeutig gezeigt werden, dass durch eine Verbesserung der magnetischen dc-Schirmung des Messaufbaus durch Cryoperm die Streuung der kritischen Ströme auf ein Niveau unter 30 % reduziert werden konnte. Dies ist in Abbildung 5.13 gezeigt. Obwohl die Herkunft des äußeren Magnetfelds bislang nicht geklärt werden konnte, scheint es damit dennoch nachträglich bewiesen, dass der überwiegende Teil der Streuung der kritischen Ströme durch ein externes Magnetfeld verursacht worden ist.

Die verbleibende Streuung der kritischen Ströme sowie die Beobachtung, dass für die kritischen Ströme bei einer Temperatur von 4 K systematisch in etwa 40 % zu niedrige Werte gemessen worden sind, könnten durch thermisch induzierte Rauschströme sowie elektromagnetische Störsignale erklärt werden. Beide Effekte führen dazu, dass dem durch den Tunnelkontakt getriebenen Strom I_m ein Rauschstrom I_F additiv überlagert ist, so dass der durch den Josephson-Kontakt fließende Strom durch $I = I_m + I_F$ gegeben ist. Abhängig vom jeweiligen Wert des Rauschstroms I_F wird der wahre kritische Strom I_c des Josephson-Kontakts in verschiedenen Situationen bei unterschiedlichen Werten des Stroms I_m erreicht. Als Resultat dieses Effekts

erhält man bei einer wiederholten Messung des kritischen Stroms eines Josephson-Kontakts eine Verteilung von gemessenen Werten, die gegenüber dem wahren kritischen Strom reduziert sind. In [Dan84] wird ein Ausdruck für den durch thermisches Rauschen reduzierten Wert I_c^{red} des kritischen Stroms I_c hergeleitet. Dieser ist durch

$$\frac{I_c^{\text{red}}}{I_c} = 1 - \left[\frac{3}{\sqrt{8}\gamma} \ln \left(\frac{\omega_p I_c}{\pi \sqrt{8}\gamma \dot{I}_m} \right) \right]^{2/3} \quad (5.17)$$

gegeben, wobei $\gamma = \hbar I_c / e k_B T$ den Rauschparameter des Josephson-Kontakts, ω_p die in Abschnitt 5.2 definierte Plasmafrequenz und \dot{I}_m die Änderungsrate des Stroms I_m bezeichnen. Da allerdings weder die Plasmafrequenzen ω_p aufgrund der experimentell bislang nicht bestimmten Kapazität der Josephson-Kontakte noch die Werte I_c der kritischen Ströme bekannt sind, kann an dieser Stelle nur eine Abschätzung für diesen Effekt gegeben werden. Unter der Annahme eines kritischen Stroms von $I_c = 2 \mu\text{A}$ und einer Kapazität von $C = 0,2 \text{ pF}$, die man aus geometrischen Überlegungen und der Permittivität von Aluminiumoxid abschätzen kann, erhält man eine Plasmafrequenz von $\omega_p \simeq 1,8 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}$ sowie einen Rauschparameter von $\gamma \simeq 22$. Damit erhält man für das Verhältnis I_c^{red}/I_c bei der im Experiment gewählten Änderungsrate des Stroms von $\dot{I}_m = 1 \text{ mA/s}$ mit Hilfe von Gleichung 5.17 einen Wert von $I_c^{\text{red}}/I_c = 0,9$. Somit kann zumindest ein Teil der verbleibenden Streuung, insbesondere bei kleinen Kontakten, erklärt werden.

Elektromagnetische Störsignale, die von außen in den Messaufbau einkoppeln, können ebenfalls dazu führen, dass für die kritischen Ströme zu kleine Werte gemessen werden. Da im Rahmen dieser Arbeit eindeutig ein Einfluss der verwendeten Messgeräte auf die gemessenen Werte der kritischen Ströme festgestellt werden konnte, wurde versucht, diesen Einfluss durch eine geschickte Wahl von Messgeräten sowie Tiefpassfiltern so weit wie möglich zu reduzieren. In diesem Zusammenhang zeigte sich beispielsweise, dass die gemessenen Werte der kritischen Ströme durch die Verwendung eines batteriebetriebenen Instrumentenverstärkers anstatt eines mit Netzspannung betriebenen Differenzverstärkers zur Verstärkung der über den Josephson-Kontakten abfallenden Spannung um nahezu einen Faktor 2 erhöht werden konnten und die Streuung der Werte in gleichen Umfang zurückging. Basierend auf einer Reihe von systematisch durchgeführten Tests wurde schließlich der in Abschnitt 5.4 beschriebene Messaufbau zusammengestellt, der somit zum momentanen Zeitpunkt den „optimalen“ Messaufbau darstellt. Allerdings wurde beispielsweise in [Kai11b] gezeigt, dass selbst mit einem gut geschirmten und gewissenhaft zusammengestellten Messaufbau noch um bis zu 20 % geringere Werte für die kritischen Ströme gemessen werden. Dieser Missstand konnte dort durch die Verwendung von bei tiefen Temperaturen platzierten Tiefpassfiltern beseitigt werden. Nach der Installation derartiger Filter in den im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Messaufbau konnten allerdings keine Änderungen bei den gemessenen kritischen Strömen beobachtet werden.

d_{Basis} [nm]	d_{Al} [nm]	d_{Deckel} [nm]	p_{Ar} [Pa]	$p_{\text{ox}} \cdot t_{\text{ox}}$ [MPa s]	$d_{\text{Si}_3\text{N}_4}$ [nm]	d_{Nb_2} [nm]
250	12	125	1,07	1,152	375	500

Tab. 5.2: Übersicht über die Prozessparameter, die zur Herstellung des in diesem Abschnitt 5.7 diskutierten Josephson-Kontakts verwendet wurden. Die Bedeutung der Parameter ergibt sich aus der Beschreibung des Herstellungsprozesses in Abschnitt 5.3.

5.7 Temperaturabhängige Messungen an einem Josephson-Kontakt

Zum Abschluss dieses Kapitels sollen einige temperaturabhängige Messungen von Strom-Spannungs-Kennlinien an einem Josephson-Kontakt diskutiert werden, der mit den in Tabelle 5.2 zusammengefassten Prozessparametern hergestellt worden ist. Das Ziel dieser Messungen bestand darin, die Vorhersagen der BCS-Theorie hinsichtlich der Temperaturabhängigkeit der Gap-Spannung U_g und des Subgap-Widerstands R_{sg} , sowie die Vorhersagen der Ambegaokar-Baratoff-Theorie hinsichtlich der Temperaturabhängigkeit des $I_c R_N$ -Produkts bzw. des kritischen Stroms I_c zu überprüfen, um auf diese Weise Aussagen über die Qualität des Josephson-Kontakts sowie die Homogenität der Tunnelbarriere treffen zu können.

Abbildung 5.14 zeigt den Verlauf der Strom-Spannungs-Kennlinie des in diesem Abschnitt diskutierten Josephson-Kontakts für drei verschiedene Temperaturen. Wie in der Abbildung zu sehen ist, nehmen der kritische Strom I_c , die Gap-Spannung U_g sowie der Subgap-Widerstand R_{sg} mit fallender Temperatur zu. Bei einer Temperatur von 2 K nehmen die Gap-Spannung, der Subgap-Widerstand sowie der kritische Strom hierbei Werte von $U_g = 2,88 \text{ mV}$, $R_{\text{sg}} = 1,4 \text{ k}\Omega$ und $I_c = 82 \text{ }\mu\text{A}$ an. Der Widerstand R_N zeigt erwartungsgemäß keine Temperaturabhängigkeit und besitzt einen Wert von $R_N = 11,4 \Omega$. Bevor die Temperaturabhängigkeit dieser Größen diskutiert wird, soll aus Gründen der Vollständigkeit auf zwei Effekte hingewiesen werden, die in den Strom-Spannungs-Kennlinien zu erkennen sind. Einerseits ist bei tiefen Temperaturen am oberen Ende des Gaps eine in Abbildung 5.15(b) gekennzeichnete, hysteretische Struktur zu erkennen, die sich bei höheren Temperaturen nur in Form eines Knicks in der Strom-Spannungs-Kennlinie bemerkbar macht. Diese Struktur wird durch den Proximity-Effekt zwischen der Basiselektrode und der darüberliegenden Aluminiumschicht verursacht [Yam94] und ist bei dem hier diskutierten Josephson-Kontakt aufgrund der vergleichsweise hohen Dicke der Aluminiumschicht von 12 nm besonders ausgeprägt. Andererseits ist mit steigender Temperatur ein „Ausschmieren“ des Gaps, d.h. eine Änderung der Steigung der Strom-Spannungs-Kennlinie

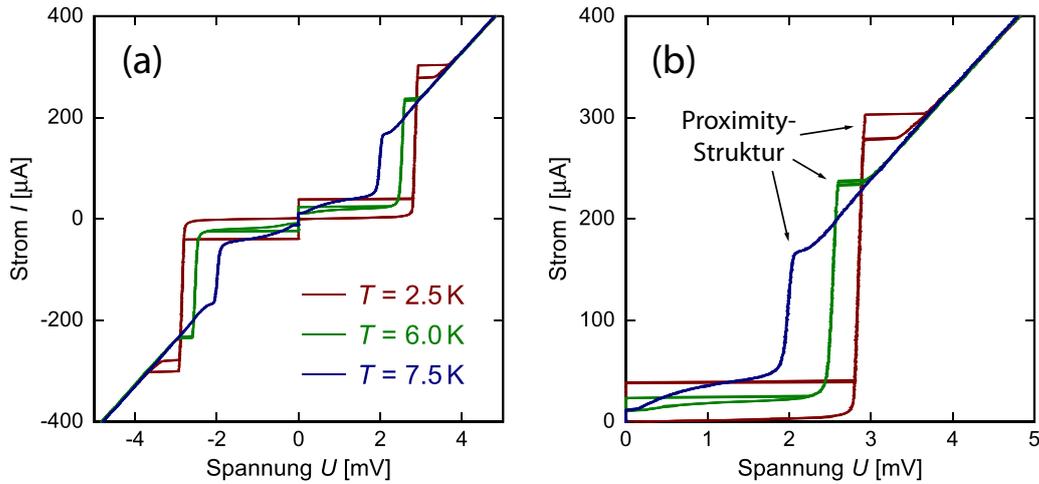


Abb. 5.14: (a) Strom-Spannungs-Kennlinien des in diesem Abschnitt diskutierten Josephson-Kontakts für drei verschiedene Temperaturen T . (b) Auf positive Spannungen und Ströme eingeschränkte Vergrößerung der Strom-Spannungs-Kennlinien aus (a).

im Bereich des Gaps, zu erkennen. Dies kann durch die Abnahme der Rekombinationszeit in Verbindung mit der Erhöhung der Anzahl der Quasiteilchen und den damit verbundenen Einflüssen auf die Zustandsdichte der Elektronen erklärt werden [Dyn78].

Zu Beginn der Diskussion der Temperaturabhängigkeit der oben genannten Größen soll zunächst der gemessene Verlauf der Gap-Spannung U_g als Funktion der Temperatur T betrachtet werden. Dieser ist in Abbildung 5.15(a) dargestellt. Die zusätzlich eingezeichnete gestrichelte Linie stellt den im Rahmen der BCS-Theorie berechneten Verlauf der Temperaturabhängigkeit der Gap-Spannung dar, der durch Gleichung 4.1 gegeben ist. Die zur Berechnung dieses Verlaufs benötigten Werte der Energielücke $2\Delta(0)$ sowie der kritischen Temperatur T_c wurden durch Extrapolation der Messdaten bestimmt. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Messdaten sehr gut durch den theoretischen Verlauf beschrieben werden. Hieraus kann zusammen mit dem hohen Wert der Gap-Spannung $U_g(0)$, der mit den in [Car90] angeführten Werten gut übereinstimmt, auf eine hohe Qualität der supraleitenden Elektroden geschlossen werden.

Der Temperaturverlauf des kritischen Stroms I_c bzw. des $I_c R_N$ -Produkts ist in Abbildung 5.15(b) dargestellt. Zusätzlich sind theoretische Vorhersagen der beiden Größen im Rahmen der Ambegaokar-Baratoff-Theorie eingezeichnet, wobei zur Berechnung dieser Größen die aus dem Temperaturverlauf der Gap-Spannung U_g bestimmten Werte der kritischen Temperatur T_c sowie der Energielücke $2\Delta(0)$ verwendet wurden. In der Abbildung ist zu sehen, dass die Messdaten bei tiefen Temperaturen gut durch den erwarteten Verlauf beschrieben werden. Bei höheren Tempera-

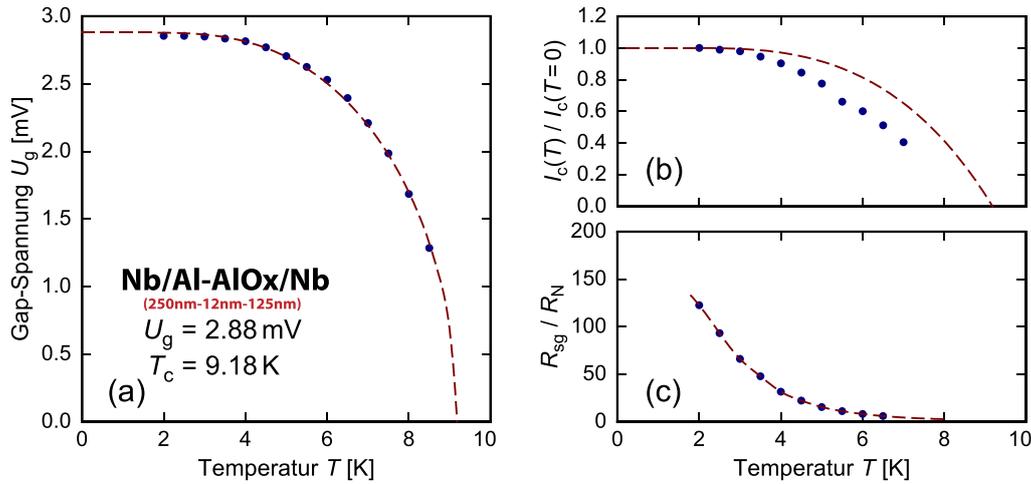


Abb. 5.15: Verlauf der (a) Gap-Spannung U_g , (b) des $I_c R_N$ -Produkts sowie (c) des Verhältnisses R_{sg}/R_N des in diesem Abschnitt diskutierten Josephson-Kontakts als Funktion der Temperatur T . Während die Linien in (a) bzw. (b) theoretischen Vorhersagen der Verläufe im Rahmen der BCS-Theorie bzw. der Ambegaokar-Baratoff-Theorie entsprechen, stellt die Linie in (c) eine Verbindung der Messpunkte dar.

turen weichen die Messdaten allerdings vom theoretischen Verlauf ab und nehmen im Vergleich zur Theorie kleinere Werte an. Eine derartige Abweichung vom erwarteten Temperaturverlauf konnte in der Vergangenheit in anderen Arbeiten ebenfalls gefunden werden [Pat75, Bro76, Sei80] und wurde dort mit der Existenz von Schichten mit reduzierter kritischer Temperatur und damit letztlich durch den Proximity-Effekt erklärt. So wird in [Sei80] gezeigt, dass der Temperaturverlauf des kritischen Stroms I_c in Anwesenheit einer normalleitenden Schicht auf der Basiselektrode eines Josephson-Kontakts von der Ambegaokar-Baratoff-Theorie abweicht und bei hohen Temperaturen systematisch niedriger liegt. Hierbei lässt sich beobachten, dass die Abweichung von der Ambegaokar-Baratoff-Theorie mit steigender Dicke der normalleitenden Schicht zunimmt. Da sich bei tiefen Temperaturen eine ausgeprägte hysteretische Struktur in den Strom-Spannungs-Kennlinien zeigt, kann davon ausgegangen werden, dass der Proximity-Effekt bei dem vorliegenden Josephson-Kontakt eine wichtige Rolle spielt. Aus diesem Grund ist die experimentell beobachtete Abweichung von der Ambegaokar-Baratoff-Theorie letztlich zu erwarten.

In Abschnitt 5.5 wurde gezeigt, dass der Subgap-Widerstand R_{sg} ein Maß für den von Quasiteilchen getragenen Strom durch den Josephson-Kontakt darstellt. Demzufolge sollte der Subgap-Widerstand zu tiefen Temperaturen hin zunehmen, da die Zahl der Quasiteilchen mit sinkender Temperatur abnimmt. Dieses Verhalten kann auch bei dem in diesem Abschnitt diskutierten Josephson-Kontakt beobachtet werden, wie in Abbildung 5.15(c) dargestellt ist. Es ist zu erkennen, dass

der Subgap-Widerstand R_{sg} für tiefe Temperaturen Werte von $R_{\text{sg}} > 1 \text{ k}\Omega$ annimmt. Dieses Resultat ist insofern wichtig, da sich in Kapitel 6 zeigen wird, dass bei einem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer die effektive Impedanz Z_{eff} eines nicht-hysteretischen, ungeschunteten rf-SQUIDs im Rahmen des RCSJN-Modell nicht nur von der Josephson-Induktivität L_J , sondern auch von der Kapazität C und dem inversen Subgap-Widerstand $1/R_{\text{sg}}$ des in der supraleitenden Leiterschleife des SQUIDs integrierten Josephson-Kontakts bestimmt wird. Hierbei muss für einen erfolgreichen Betrieb des Multiplexers gewährleistet werden, dass die inverse Impedanz $i\omega C$ der Kapazität sowie der inverse Subgap-Widerstand $1/R_{\text{sg}}$ des Josephson-Kontakts im Vergleich zur Josephson-Induktivität L_J gering ist. Diese Bedingung erfordert, dass der Subgap-Widerstand einen vergleichsweise großen Wert annimmt. Für den im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Multiplexer wird sich in diesem Zusammenhang in Kapitel 6.1 zeigen, dass die momentan erreichten Widerstandsverhältnisse von $R_{\text{sg}}/R_N > 10$ bereits hinreichend hoch sind, um einen erfolgreichen Betrieb des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Multiplexers gewährleisten zu können.

6. Mikrowellen-SQUID-Multiplexer

In diesem Kapitel werden zunächst die Eigenschaften nicht-hysteretischer, ungeschunteter rf-SQUIDs beschrieben. Im Anschluss daran wird die Funktionsweise des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Mikrowellen-SQUID-Multiplexers diskutiert sowie ein Ausdruck für die Energiesensitivität ϵ abgeleitet. Im weiteren Verlauf wird das entwickelte Multiplexer-Design SQMUX01 beschrieben. In diesem Zusammenhang werden mit Hilfe numerischer Simulationen die auftretenden Induktivitäten und Kopplungen berechnet. Hierauf basierend werden Werte für die charakteristischen Kenngrößen sowie für das Flussrauschen $\sqrt{S_\Phi}$ des Multiplexers ermittelt. Schließlich werden die so gewonnenen Vorhersagen mit den experimentell bestimmten Werten verglichen und auftretende Abweichungen diskutiert.

6.1 Nicht-hysteretische, ungeschuntete rf-SQUIDs

Abbildung 6.1(a) und (b) zeigen sowohl eine schematische Darstellung als auch ein Ersatzschaltbild eines ungeschunteten rf-SQUIDs, das induktiv an einen Parallelschwingkreis mit Induktivität L_T , Kapazität C_T und Widerstand R_T gekoppelt ist. Wie die Abbildung zeigt, besteht ein ungeschuntetes rf-SQUID aus einer geschlossenen supraleitenden Leiterschleife mit Induktivität L_S , die an einer Stelle durch einen Josephson-Kontakt unterbrochen ist. Dieser wird in dem in Abbildung 6.1(b) dargestellten Ersatzschaltbild durch eine Parallelschaltung aus der Josephson-Induktivität L_J , dem Subgap-Widerstand R_{sg} sowie der Kapazität C_J ersetzt. Diese Beschreibung entspricht dem in Abschnitt 5.2 diskutierten RCSJN-Modell eines Josephson-Kontakts im Subgap-Bereich. Die Stärke der induktiven Kopplung zwischen dem SQUID und dem Resonator mit unbelasteter Resonanzfrequenz $\omega_0 = 2\pi/\sqrt{L_T C_T}$ wird durch die Gegeninduktivität $M_T = k_T \sqrt{L_S L_T}$ quantifiziert, wobei k_T den Kopplungsfaktor zwischen der SQUID-Induktivität L_S und der Induktivität L_T des Resonators bezeichnet. Ferner werden durch den Parallelwiderstand R_T im Resonator auftretende dissipative Verluste berücksichtigt. Diese können jedoch, wie in Kapitel 4 gezeigt worden ist, durch die Verwendung eines supraleitenden Resonators sehr klein gehalten werden, so dass die intrinsische Güte $Q_i = \omega_0 L_T / R_T$ des Resonators große Werte annehmen kann.

Aus der Erhaltung des magnetischen Flusses in geschlossenen, supraleitenden Leiterschleifen kann in Verbindung mit Gleichung 5.2 eine Beziehung für die Phasendifferenz ϕ zwischen den supraleitenden Elektroden des Josephson-Kontakts abgelei-

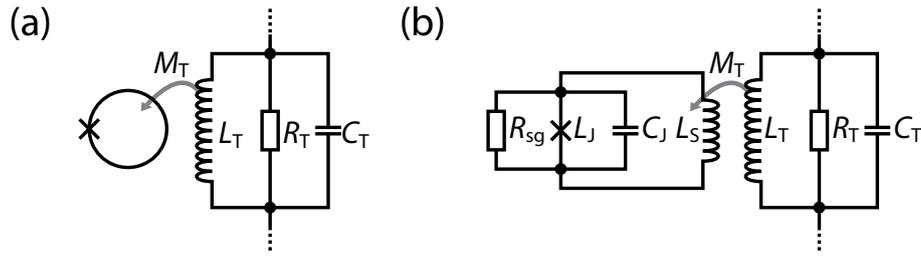


Abb. 6.1: (a) Schematische Darstellung und (b) Ersatzschaltbild eines ungeschunteten rf-SQUIDs, das induktiv an einen Parallelschwingkreis mit Induktivität L_T , Kapazität C_T und Widerstand R_T gekoppelt ist. Die Beschreibung des Josephson-Kontakts durch die Josephson-Induktivität L_J , den Subgap-Widerstand R_{sg} sowie die Kapazität C_J wird durch das in Abschnitt 5.2 diskutierte RCSJN-Modell im Subgap-Bereich motiviert.

tet werden. Diese Beziehung ist durch die Gleichung

$$\phi + 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} = 2\pi n \quad \text{mit } n \in \mathbb{Z} \quad (6.1)$$

gegeben und bestimmt den in der Leiterschleife fließenden Suprastrom I_S , für den sich mit Hilfe von Gleichung 5.3 die Beziehung

$$I_S = -I_c \sin \left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \quad (6.2)$$

ergibt. Hierbei bezeichnen I_c den kritischen Strom des Josephson-Kontakts und $\Phi = \Phi_{\text{ext}} + L_S I_S$ den magnetischen Fluss durch das SQUID, der sich aus der Summe des äußeren Flusses Φ_{ext} und des vom Suprastrom I_S im SQUID induzierten Flusses $\Phi_s = L_S I_S$ zusammensetzt. In Verbindung mit Gleichung 6.2 und durch Einführung der normierten magnetischen Flüsse $\varphi = 2\pi\Phi/\Phi_0$ bzw. $\varphi_{\text{ext}} = 2\pi\Phi_{\text{ext}}/\Phi_0$ kann die Grundgleichung eines rf-SQUIDs demnach in der Form

$$\varphi = \varphi_{\text{ext}} - \beta_L \sin \varphi \quad (6.3)$$

dargestellt werden.

Anhand der Beziehung 6.3 bzw. der Abbildung 6.2 ist sofort ersichtlich, dass das Verhalten eines rf-SQUIDs in zwei Bereiche eingeteilt werden kann, die sich mit Hilfe des Hystereseparameters

$$\beta_L = 2\pi \frac{L_S I_c}{\Phi_0} \quad (6.4)$$

unterscheiden lassen. Für $\beta_L < 1$ ist die Kurve $\varphi(\varphi_{\text{ext}})$ streng monoton steigend und nicht-hysteretisch. Der äußere Fluss φ_{ext} ist in diesem Fall eindeutig mit dem Gesamtfluss φ verknüpft. Für $\beta_L > 1$ ist die Kurve $\varphi(\varphi_{\text{ext}})$ dagegen nicht mehr

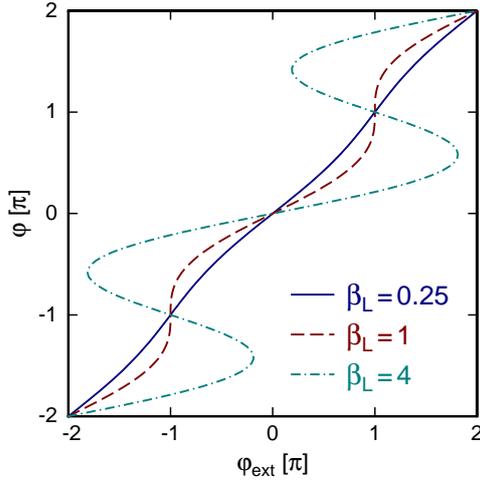


Abb. 6.2: Normierter magnetischer Fluss φ in einem rf-SQUID als Funktion des normierten äußeren Flusses φ_{ext} für verschiedene Werte des Hystereseparameters β_L .

eindeutig bestimmt und zeigt ein hysteretisches Verhalten. Als Folge dieses hysteretischen Verhaltens stellen die Flusszustände φ keine stabilen Zustände mehr dar, so dass zwischen den Zuständen mit gleichem φ Übergänge auftreten können [Sil67].

Der Betrieb eines rf-SQUIDs ist sowohl im hysteretischen als auch im nicht-hysteretischen Bereich möglich [Lik86, Ryh89, Cla04]. Im hysteretischen Bereich ($\beta_L > 1$) finden im SQUID Übergänge zwischen den verschiedenen Flusszuständen statt, durch die Energie mit einer Rate dissipiert wird, die periodisch mit dem äußeren Fluss φ_{ext} ist. Diese Dissipation führt zur Modulation der Güte Q_i des Resonators, die in Form einer Spannungsänderung über dem Resonator ausgelesen werden kann. Im nicht-hysteretischen Bereich ($\beta_L < 1$) kann das Verhalten eines rf-SQUIDs in Form einer parametrischen Induktivität beschrieben werden [Han73, Rif76], die die Induktivität L_T des Resonators abhängig vom Wert des Flusses φ verschieden stark abschirmt und so die Resonanzfrequenz ω_0 des Resonators moduliert. Diese Modulation kann beispielsweise phasensensitiv gemessen werden. Da ferner die Modulation der Resonanzfrequenz nicht zu einer Leistungsdissipation führt, stellt ein nicht-hysteretisches rf-SQUID, das induktiv an einen supraleitenden Resonator mit $R_T \rightarrow 0$ gekoppelt ist, ein intrinsisch dissipationsfreies SQUID-Magnetometer dar.

Die Berechnung der effektiven Induktivität L_{eff} des Resonators, die aus der Abschirmung der Induktivität L_T durch das rf-SQUID resultiert, kann nach [Goo70] mit Hilfe des in Abbildung 6.1(b) dargestellten Ersatzschaltbilds berechnet werden. Mit der Josephson-Induktivität $L_J = \Phi_0/2\pi I_c$ und dem Kopplungsfaktor k_T zwischen der SQUID-Induktivität L_S und der Induktivität L_T des Resonators findet man den Ausdruck

$$L_{\text{eff}}(\varphi) = L_T \left[1 - k_T^2 \frac{L_S}{L_S + L_J \sec \varphi} \right]. \quad (6.5)$$

Dieser Ausdruck kann mit der Gegeninduktivität $M_T = k_T \sqrt{L_S L_T}$ zwischen dem

SQUID und dem Resonator sowie dem in Gleichung 6.4 definierten Hystereseparameter β_L in der im weiteren Verlauf dieser Arbeit verwendeten Form

$$L_{\text{eff}}(\varphi) = L_T - \frac{M_T^2}{L_S} \frac{\beta_L \cos \varphi}{1 + \beta_L \cos \varphi} \quad (6.6)$$

dargestellt werden.

Nach dem RCSJN-Modell besitzen reale Josephson-Kontakte, wie im Ersatzschaltbild in Abbildung 6.1(b) bereits angedeutet worden ist, im Subgap-Bereich eine Kapazität C_J , die aus der Anordnung der Basis- und Deckelektrode in Form eines Plattenkondensators mit der Oxidschicht als Dielektrikum resultiert, sowie einen Subgap-Widerstand R_{sg} , durch den Leckströme durch die Tunnelbarriere des Josephson-Kontakts berücksichtigt werden. Sowohl die Kapazität C_J als auch der Subgap-Widerstand R_{sg} stellen einen Shunt für die Josephson-Induktivität L_J dar und beeinflussen die effektive Impedanz Z_{eff} des SQUIDs. Diese effektive Impedanz des SQUIDs kann nach [Mat11] in Form des Ausdrucks

$$Z_{\text{eff}} \approx i\omega L_{\text{eff}}(\varphi) + \frac{(\omega M_T)^2 \left(i\omega C_J + \frac{1}{R_{\text{sg}}} \right)}{(1 + \beta_L \cos \varphi)^2} \quad (6.7)$$

dargestellt werden. Die Kapazität C_J des Josephson-Kontakts kann experimentell beispielsweise aus der Lage von Resonanzstrukturen, den sogenannten Fiske-Stufen, in der Strom-Spannungs-Kennlinie des Josephson-Kontakts in einem schwachen äußeren Magnetfeld bestimmt werden [Coo65]. Da derartige Messungen allerdings für die im Rahmen dieser Arbeit hergestellten Josephson-Kontakte bislang nicht durchgeführt wurden, kann die Kapazität C_J der hergestellten Josephson-Kontakte zu diesem Zeitpunkt nur aus rein geometrischen Überlegungen abgeschätzt werden. Man erhält hierbei für die Kapazität der flächenmäßig größten Tunnelkontakte einen Wert von $C_J \simeq 0,5$ pF. Der Subgap-Widerstand kann ebenfalls, wie in den Abschnitten 5.5 und 5.6 gezeigt worden ist, aus der Messung der Strom-Spannungs-Kennlinie des Josephson-Kontakts bestimmt werden und hängt, wie in Abschnitt 5.3 gezeigt wurde, unter anderem von den Prozessparametern beim Abscheiden der Niobfilme ab. Die geringsten Werte für die Subgap-Widerstände der hergestellten und gemessenen Josephson-Kontakte lagen bei den durchgeführten Messungen im Bereich von $R_{\text{sg}} \simeq 20 \Omega$. Mit den Werten der Resonanzfrequenzen ω_0 , der Gegeninduktivitäten M_T sowie der Hystereseparameter β_L der SQUIDs, die in den folgenden Abschnitten für den im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Mikrowellen-SQUID-Multiplexer angegeben werden, findet man, dass der Beitrag der Kapazität C_J sowie des Subgap-Widerstands R_{sg} zur effektiven Impedanz Z_{eff} des SQUIDs verglichen mit dem Beitrag der effektiven Induktivität L_{eff} geringer als 1% ist und daher im Folgenden vernachlässigt werden kann.

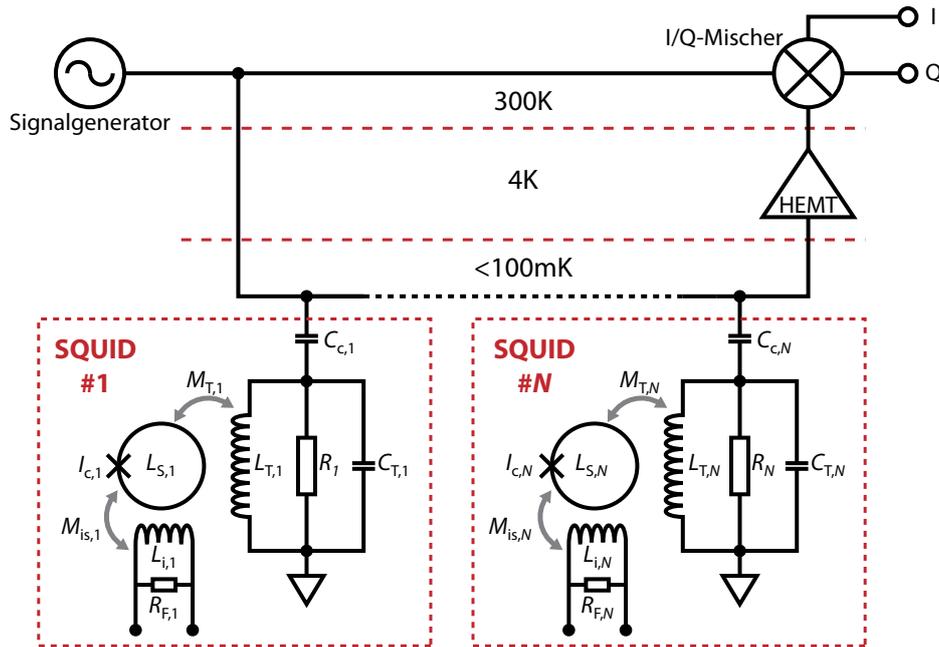


Abb. 6.3: Schematische Darstellung eines auf nicht-hysteretischen, ungeschunteten rf-SQUIDs basierenden Mikrowellen-SQUID-Multiplexers zur Auslesung eines aus metallischen magnetischen Kalorimetern bestehenden Detektorarrays.

6.2 Grundlagen des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers

6.2.1 Funktionsweise des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers

Nachdem in Abschnitt 3.4 der Aufbau und das Prinzip des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Frequenzmultiplexverfahrens zur Auslesung magnetischer Kalorimeter nur in Grundzügen diskutiert worden ist, sollen im Folgenden anhand von Abbildung 6.3 der Aufbau, die Funktionsweise sowie die grundlegenden Eigenschaften eines auf nicht-hysteretischen, ungeschunteten rf-SQUIDs basierenden Mikrowellen-SQUID-Multiplexers im Detail erläutert werden. Wie die Abbildung zeigt, besteht ein derartiger Multiplexer aus N nicht-hysteretischen, ungeschunteten rf-SQUIDs, deren Eigenschaften durch die Induktivitäten $L_{S,i}$, die kritischen Ströme $I_{c,i}$ der Josephson-Kontakte sowie die Hystereseparameter $\beta_{L,i} = 2\pi L_{S,i} I_{c,i} / \Phi_0$ beschrieben werden können. Jedes dieser SQUIDs ist sowohl induktiv an einen supraleitenden Resonator mit Induktivität $L_{T,i}$ und Kapazität $C_{T,i}$ als auch an eine Einkoppelspule mit Induktivität $L_{i,i}$ gekoppelt, wobei die beiden Kopplungen durch die Gegeninduktivitäten $M_{T,i}$ und $M_{is,i}$ ausgedrückt werden können. Parallel zur Einkoppelspule $L_{i,i}$ ist ein Widerstand $R_{F,i}$ geschaltet, dessen Bedeutung sich in Abschnitt 6.2.3 erschließen wird. Die Induktivitäten $L_{T,i}$ und Kapazitäten $C_{T,i}$ der supraleitenden Resonatoren werden

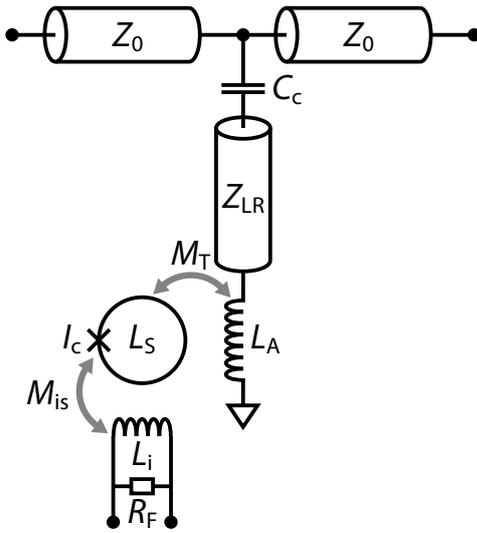


Abb. 6.4: Schematische Darstellung eines Auslesungskanals des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten und auf nicht-hysteretischen, ungeshunteten rf-SQUIDs basierenden Mikrowellen-SQUID-Multiplexers.

derart gewählt, dass die zugehörigen Resonanzfrequenzen $f_{r,i}$ voneinander verschieden sind und die Resonatoren somit eindeutig anhand ihrer Resonanzfrequenz $f_{r,i}$ identifiziert werden können. Die einzelnen Resonatoren sind ferner über Kapazitäten $C_{c,i}$ an eine gemeinsame Durchgangsleitung gekoppelt, mit deren Hilfe eine simultane Anregung und Auslesung aller Resonatoren möglich ist.

Aufgrund der induktiven Kopplung jedes Resonators mit einem SQUID hängt die Resonanzfrequenz $f_{r,i}$ des Resonators vom magnetischen Fluss $\varphi_i = 2\pi\Phi_i/\Phi_0$ im SQUID ab. Zur Berechnung der hieraus resultierenden Flussabhängigkeit $f_{r,i}(\varphi_i)$ der Resonanzfrequenz muss der Aufbau des Resonators berücksichtigt werden. In der vorliegenden Arbeit wurden als Resonanzkreise supraleitende $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren mit induktivem Abschluss L_A verwendet. Der Aufbau derartiger Resonatoren wurde in Kapitel 4 ausführlich diskutiert und motiviert die in Abbildung 6.4 gezeigte schematische Darstellung eines Auslesungskanals des Multiplexers, wobei aus Gründen der Übersichtlichkeit ab diesem Zeitpunkt auf eine Indizierung der auftretenden Größen hinsichtlich der Nummer des Auslesungskanals verzichtet werden soll.

Nach Gleichung 4.25 ist die Resonanzfrequenz f_r des in Abbildung 6.4 gezeigten supraleitenden Leitungsresonators durch

$$f_r(\varphi) = \frac{f_0}{1 + 4f_0 C_c Z_{LR} + 4f_0 \frac{L_A(\varphi)}{Z_{LR}}} \quad (6.8)$$

gegeben, wobei Z_{LR} die charakteristische Impedanz und f_0 die Resonanzfrequenz des unbelasteten Resonators bezeichnen. Diese kann mit Hilfe von Gleichung 4.21 aus der Länge l_r , dem Induktivitätsbelag L' sowie dem Kapazitätsbelag C' des Resonators berechnet werden. In Gleichung 6.8 wurde ferner berücksichtigt, dass die Abschlussinduktivität L_A durch das SQUID abgeschirmt wird. Weiterhin kann mit Hilfe von Gleichung 6.8 in Verbindung mit Gleichung 6.6 die Flussabhängigkeit $f_r(\varphi)$

der Resonanzfrequenz für den Grenzfall $\omega_0 L_A \ll Z_{LR}$ abgeleitet werden:

$$f_r(\varphi) \approx f_0 - 4f_0^2 C_c Z_{LR} - \frac{4f_0^2 L_A}{Z_{LR}} + \frac{4f_0^2 M_T^2}{Z_{LR} L_S} \frac{\beta_L \cos \varphi}{1 + \beta_L \cos \varphi} \quad (6.9)$$

Außerdem ergibt sich für die Steilheit der Flussabhängigkeit der Resonanzfrequenz die Beziehung

$$\frac{\partial f_r(\varphi)}{\partial \varphi} = - \frac{4f_r^2 M_T^2}{Z_{LR} L_S} \frac{\beta_L \sin \varphi}{(1 + \beta_L \cos \varphi)^2} \quad (6.10)$$

und für den Spitze-Spitze-Wert Δf_r^{\max} der Verschiebung der Resonanzfrequenz erhält man den Ausdruck

$$\Delta f_r^{\max} = \frac{4f_r^2 M_T^2}{Z_{LR} L_S} \frac{2\beta_L}{1 - \beta_L^2} \quad (6.11)$$

6.2.2 Auswirkung der Bandbreite der Resonatoren auf die Kennlinien der SQUIDs

Die Bandbreite $\Delta f = f_r/Q_1$ des zur Auslesung eines SQUIDs verwendeten Resonators, die durch die Resonanzfrequenz f_r sowie die belastete Güte Q_1 des Resonators bestimmt wird, kann durch die Wahl der Kopplungskapazität C_c über einen weiten Bereich eingestellt werden. Dieser Bereich wird nur durch die intrinsische Güte Q_i des Resonators beschränkt. Ebenso kann die Gegeninduktivität M_T zwischen der Abschlussinduktivität L_A des Resonators sowie dem SQUID Werte über einen weiten Bereich annehmen. Die Wahl der Gegeninduktivität M_T beeinflusst jedoch gemäß Gleichung 6.11 den Spitze-Spitze-Wert Δf_r^{\max} der Verschiebung der Resonanzfrequenz f_r sowie den Transferkoeffizient $V_\Phi = \frac{\partial \theta}{\partial \Phi}$ des SQUIDs. Abhängig vom Wert des Verhältnisses $\eta = \Delta f_r^{\max}/\Delta f$ zwischen dem Spitze-Spitze-Wert der Frequenzverschiebung Δf_r^{\max} und der Bandbreite Δf des Resonators, das mit Hilfe von Gleichung 6.11 in der Form

$$\eta = \frac{4f_r Q_c M_T^2}{Z_{LR} L_S} \frac{2\beta_L}{1 - \beta_L^2} \quad (6.12)$$

dargestellt werden kann, ist das Verhalten des Resonators auf eine Flussänderung $\Delta \Phi$ im SQUID sehr verschieden. Dies soll anhand von Abbildung 6.5 diskutiert werden, in der die Phasenänderung θ des Resonators bei Anregung mit einem Hochfrequenzsignal konstanter Amplitude und Frequenz als Funktion des magnetischen Flusses Φ im SQUID aufgetragen ist. Wie in der Abbildung zu sehen ist, nimmt der Transferkoeffizient $\frac{\partial \theta}{\partial \Phi}$ für $\eta < 1$ vergleichsweise kleine Werte an. Der Flussbereich $\Delta \Phi_{lin}$, in dem die Phasenänderung $\theta(\Phi)$ nahezu linear verläuft, ist jedoch verhältnismäßig groß. Für $\eta > 1$ nähert sich die Kurve $\theta(\Phi)$ einer Rechteckfunktion an, so dass einerseits der Transferkoeffizient $\frac{\partial \theta}{\partial \Phi}$ an der steilsten Stelle sehr große Werte annimmt und andererseits der lineare Flussbereich $\Delta \Phi_{lin}$ jedoch sehr klein wird. Zusätzlich können

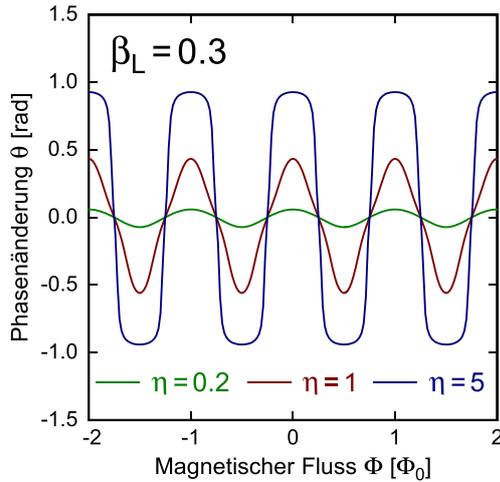


Abb. 6.5: Mit Hilfe der Gleichungen 4.24, 6.9 und 6.12 berechneter Verlauf der Phasenänderung θ des Resonators bei Anregung mit einem Hochfrequenzsignal konstanter Amplitude und Frequenz als Funktion des magnetischen Flusses Φ durch das zugehörige SQUID mit $\beta_L = 0,3$ für drei verschiedene Werte des Verhältnisses η .

in diesem Bereich bei einer hohen Leistung P_{rf} des Anregungssignals aufgrund von im Resonator auftretenden Nichtlinearitäten Übergänge zwischen den verschiedenen dynamischen Zuständen des Josephson-Kontakts auftreten [Shn80, Dmi82, Sid05], so dass der Resonator abhängig von der Frequenz des Anregungssignals bistabil werden kann und chaotisches Verhalten in Form von Bifurkationen zeigt. Da sich in Abschnitt 6.2.4 zeigen wird, dass der Wert der Energiesensitivität ϵ des SQUIDs mit steigendem Pegel P_{rf} des Anregungssignals sinkt, sind für den Betrieb des SQUIDs grundsätzlich hohe Leistungen wünschenswert. Aus diesem Grund bietet sich für den Betrieb des SQUIDs der Bereich $\eta \approx 1$ an, da hier eine Auslesung des Resonators mit einer vergleichsweise hohen Leistung möglich ist und gleichzeitig der Wert des Transferkoeffizienten $\frac{\partial \theta}{\partial \Phi}$ sowie die Breite $\Delta \Phi_{lin}$ des linearen Flussbereichs große Werte annehmen.

6.2.3 Eingangskreise der SQUIDs

Der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Mikrowellen-SQUID-Multiplexer wurde zur Auslesung transformatorgekoppelter magnetischer Kalorimeter konzipiert. Aus diesem Grund ist jedes SQUID induktiv an eine Einkoppelspule mit Induktivität L_i gekoppelt, die mit Hilfe von supraleitenden Verbindungsdrähten mit der Detektionsspule eines magnetischen Kalorimeters verbunden ist. Parallel zur Einkoppelspule ist ein Widerstand R_F geschaltet, der zusammen mit der Induktivität L_D der Detektionsspule sowie der Induktivität L_i der Einkoppelspule einen Tiefpass erster Ordnung bildet. Dieser Tiefpass soll den Detektor vor den hochfrequenten Wechselströmen, die im Resonator bzw. dem rf-SQUID fließen, abschirmen.

Die Übertragungsfunktion $\delta \Phi_S / \delta \Phi$, die eine Flussänderung $\delta \Phi$ im Detektor mit der Flussänderung $\delta \Phi_S$ im SQUID verknüpft, sowie die Grenzfrequenz ω_c des Tiefpassfilters können mit Hilfe des in Abbildung 6.6 dargestellten Ersatzschaltbilds des

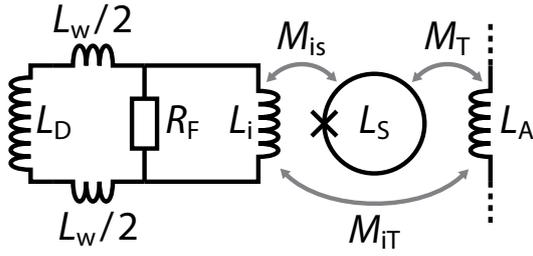


Abb. 6.6: Schematische Darstellung des Eingangskreises eines SQUIDs des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten SQUID-Multiplexers.

Eingangskreises eines SQUIDs des Multiplexers berechnet werden. In diesem Ersatzschaltbild werden zusätzlich zu den bereits eingeführten Induktivitäten und Kopplungen die Induktivitäten $L_w/2$ der Verbindungsdrähte zwischen der Detektionsspule des Detektors und der Einkoppelspule des SQUIDs sowie die Gegeninduktivitäten M_{iT} zwischen der Abschlussinduktivität L_A des Resonators und der Einkoppelspule des SQUIDs berücksichtigt. Aus der Erhaltung des magnetischen Flusses in geschlossenen supraleitenden Leiterschleifen sowie den Kirchhoffschen Regeln kann für die Übertragungsfunktion $\delta\Phi_S/\delta\Phi$ die Beziehung

$$\frac{\delta\Phi_S}{\delta\Phi} = \frac{R_F M_{iS}}{R_F(L_i + L'_D) + i\omega L_i L'_D} \quad (6.13)$$

und für die Grenzfrequenz ω_c des Tiefpassfilters der Ausdruck

$$\omega_c = R_F \frac{L_i + L'_D}{L_i L'_D} \quad (6.14)$$

mit $L'_D = L_D + L_w$ hergeleitet werden [Gör01]. Während die Induktivität L_w der Verbindungsdrähte typischerweise Werte von $L_w \simeq 500$ pH annimmt, können die optimalen Werte der Induktivitäten L_i und L_D für eine gegebene Energiesensitivität ϵ des SQUIDs mit Hilfe der in Abschnitt 2.7 diskutierten Optimierungsrechnungen bestimmt werden. Da stets eine optimale Flusskopplung zwischen der Detektionsspule und der Einkoppelspule gewährleistet werden sollte, sind die Werte der Induktivitäten L_i und L_D folglich nicht frei wählbar. Daher kann die Grenzfrequenz ω_c des Tiefpassfilters nur mit Hilfe des Widerstands R_F eingestellt werden. Bei Wahl dieses Widerstands muss allerdings beachtet werden, dass dieser Widerstand auch zum thermischen Stromrauschen in der Einkoppelspule des SQUIDs beiträgt, das sich wiederum als zusätzlicher Beitrag zum Flussrauschen bemerkbar macht. Aus diesem Grund muss bei der Wahl des Widerstands R_F ein Kompromiss zwischen der Grenzfrequenz ω_c des Tiefpassfilters sowie dem Beitrag zum magnetischen Flussrauschen gefunden werden. Ein Beispiel, dass ein solcher Kompromiss gefunden werden kann, wird in Abschnitt 6.2.5 gegeben.

Wie weiter oben bereits erwähnt worden ist, ist der Eingangskreis jedes einzelnen SQUIDs einerseits über das SQUID, d.h. indirekt über die Gegeninduktivitäten M_{iS} und M_T , sowie andererseits direkt über die Gegeninduktivität M_{iT} induktiv mit dem

Resonator gekoppelt. Da durch die Einführung des Widerstands R_F im Eingangskreis des SQUIDs ein resistives Element vorhanden ist, kann der Realteil $\text{Re}(Z_L)$ der Impedanz Z_L des Eingangskreises einen von Null verschiedenen Wert annehmen. Folglich kann im Resonator gespeicherte Energie im Eingangskreis dissipiert werden. Diesem Verlustmechanismus kann eine Güte Q_A der Abschlussinduktivität L_A zugeordnet werden, die nach Gleichung 4.26 bei der Berechnung der belasteten Güte Q_1 des Resonators berücksichtigt werden muss und die sich mit Hilfe der Beziehung

$$Q_A = \frac{\pi Z_{LR}}{4\text{Re}(Z_L)} \quad (6.15)$$

bestimmen lässt. Für die Impedanz Z_L des Eingangskreises des SQUIDs erhält man hierbei nach [Mat11] den Ausdruck

$$Z_L = i\omega \left[L_A + \frac{M_T^2(L_i + L'_D) - 2(L_S M_{iT}^2 + M_{is} M_T M_{iT})}{2L_S(L_i + L'_D) + M_{is}^2} \right] . \quad (6.16)$$

6.2.4 Energiesensitivität nicht-hysteretischer rf-SQUIDs

Die Energiesensitivität ϵ eines nicht-hysteretischen rf-SQUIDs wird in der Literatur für eine Vielzahl verschiedener Situationen diskutiert [Ryh89, Che98, Kle07]. Hierbei zeigt sich, dass die Energiesensitivität im Fall einer starken Kopplung zwischen dem Resonator und dem SQUID einen minimalen Wert ϵ^{\min} annehmen kann. Dieser minimale Wert wird durch die Eigenschaften des SQUIDs bestimmt und ist durch den Ausdruck

$$\epsilon^{\min} \approx \frac{3k_B T}{\beta_L \omega_c} \quad (6.17)$$

gegeben [Ryh89], wobei T die Temperatur, $\omega_c = R_{sg}/L_S$ die maximale Betriebsfrequenz und β_L den Hystereseparameter des SQUIDs bezeichnen. Um den durch Gleichung 6.17 gegebenen Wert der Energiesensitivität ϵ erreichen zu können, muss das SQUID an einem Punkt der Kennlinie mit hohem Transferkoeffizient $V_\Phi = \frac{\partial \theta}{\partial \Phi}$ betrieben werden. Wie in Abschnitt 6.2.2 gezeigt wurde, ist dies möglich, da der Transferkoeffizient V_Φ im Bereich $\eta \gg 1$ nahezu beliebig hohe Werte annehmen kann. Da in diesem Bereich allerdings bei hohen Leistungen P_{rf} des Anregungssignals Bifurkationen auftreten können, die das Verhalten des SQUIDs unvorhersehbar machen, wurde der entwickelte Multiplexer für den Betrieb im Bereich $\eta \approx 1$ ausgelegt. In diesem Bereich wird die Energiesensitivität ϵ nicht durch das SQUID, sondern, wie sich weiter unten zeigen wird, durch den HEMT-Verstärker dominiert.

Für die folgende Diskussion der Energiesensitivität ϵ eines nicht-hysteretischen rf-SQUIDs soll angenommen werden, dass die charakteristische Impedanz der Durchgangsleitung und des Resonators identisch sind, d.h. $Z_0 = Z_{LR}$, und dass die belastete Güte Q_1 des Resonators durch die Kopplungsgüte Q_c bestimmt wird. In diesem

Fall kann die Amplitude I_A des Stroms durch die Abschlussinduktivität L_A gemäß Gleichung 4.35 durch den Ausdruck

$$I_A = \frac{2V_{\text{rf}}}{Z_0} \sqrt{\frac{2Q_c}{\pi}} \quad (6.18)$$

dargestellt werden, wobei V_{rf} die Amplitude der Spannung des zur Auslesung des Resonators verwendeten Hochfrequenzsignals bezeichnet. Der Strom I_A erzeugt im SQUID einen magnetischen Fluss, dessen Spitze-Spitze-Wert γ , ausgedrückt in Einheiten des Flussquants Φ_0 , durch

$$\gamma = \frac{2M_{\text{T}}I_A}{\Phi_0} = \frac{4M_{\text{T}}V_{\text{rf}}}{\Phi_0 Z_0} \sqrt{\frac{2Q_c}{\pi}} \quad (6.19)$$

gegeben ist. Mit Hilfe der Beziehung 6.19 sowie den Gleichungen 6.10 und 6.12 kann für $\Phi = \Phi_0/4$ der maximale Wert V_{Φ}^{max} des Transferkoeffizienten auf Resonanz berechnet werden [Mat11]:

$$V_{\Phi}^{\text{max}} = \left(\frac{\partial U}{\partial \Phi} \right)_{f_{\text{r}}, \Phi_0/4} = \sqrt{2\pi Q_c \omega_{\text{r}} \gamma \beta_{\text{L}}} \frac{M_{\text{T}}}{L_{\text{S}}} \approx \sqrt{\frac{\pi^2 \gamma^2 \eta \beta_{\text{L}} \omega_{\text{r}}}{2} \frac{1}{L_{\text{S}}}} Z_0 \quad (6.20)$$

Mit dem Spannungsrauschen $S_{\text{U}}^{\text{HEMT}} = 4k_{\text{B}}T_{\text{N}}Z_0$ des HEMT-Verstärkers, wobei T_{N} dessen Rauschtemperatur bezeichnet, ergibt sich für die Energiesensitivität ϵ des SQUIDs die Beziehung

$$\epsilon = \frac{S_{\text{U}}^{\text{HEMT}}}{2(V_{\Phi}^{\text{max}})^2 L_{\text{S}}} = \frac{4}{\pi^2 \gamma^2 \eta} \frac{k_{\text{B}}T_{\text{N}}}{\beta_{\text{L}} \omega_{\text{r}}} \quad (6.21)$$

Demnach ist für ein an den Resonator angepasstes SQUID, d.h. $\eta \approx 1$ und $\gamma \simeq 1/\pi$, mit einem Hystereseparameter von $\beta_{\text{L}} = 0,3$ bei einer Resonanzfrequenz von $f_{\text{r}} = 5 \text{ GHz}$ sowie einer Rauschtemperatur des HEMT-Verstärkers im Bereich von $T_{\text{N}} \simeq 5 \text{ K}$ eine Energiesensitivität von $\epsilon \simeq 40 \text{ h}$ zu erwarten. Dieser Wert liegt damit etwas mehr als eine Größenordnung über den heutzutage mit dc-SQUIDs erreichbaren Werten von $\epsilon \simeq 3 \text{ h}$. Allerdings können mit einem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer, der aus einer Vielzahl einzelner rf-SQUIDs mit nahezu identischen Eigenschaften besteht, mehrere hundert oder tausend Detektoren simultan mit identischer Auflösung und ohne Beeinträchtigung der Signalform ausgelesen werden. Ferner kann durch eine Reduktion der Rauschtemperatur T_{N} des HEMT-Verstärkers oder, wie es in Abschnitt 4.6.6 diskutiert worden ist, durch Verwendung eines parametrischen Verstärkers als Vorverstärker des HEMT-Verstärkers die Energiesensitivität ϵ der SQUIDs verringert werden, so dass zukünftig durchaus mit einem dc-SQUID vergleichbare Energiesensitivitäten zu erwarten sind.

6.2.5 Beiträge zum Flussrauschen der SQUIDs

In Abschnitt 2.6.1 wurde gezeigt, dass zur Vorhersage der erreichbaren Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters das erwartete Signal-zu-Rauschen-Verhältnis über die Bandbreite des Detektors integriert werden muss. Hierfür muss das magnetische Flussrauschen S_{Φ}^{SQ} des zur Auslesung des Detektors verwendeten SQUIDs bekannt sein. Dieses setzt sich bei den hier diskutierten SQUIDs jedoch nicht nur aus dem Spannungsrauschen $S_{\text{U}}^{\text{HEMT}}$ des HEMT-Verstärkers, sondern auch aus dem Johnson-Rauschen S_I des Filterwiderstands R_{F} , dem durch die Tunnelsysteme des Resonators verursachten Frequenzrauschen S_{f_i} , den Fluktuationen des kritischen Stroms I_c des Josephson-Kontakts sowie einem magnetischen Rauschbeitrag zusammen, der häufig bei Dünnschicht-SQUIDs beobachtet wird.

Rauschen des HEMT-Verstärkers Der Beitrag S_{Φ}^{HEMT} des HEMT-Verstärkers zum magnetischen Flussrauschen S_{Φ}^{SQ} kann mit Hilfe der Energiesensitivität ϵ aus Gleichung 6.21 sowie der Induktivität L_{S} des SQUIDs gemäß der Gleichung

$$S_{\Phi}^{\text{HEMT}} = 2\epsilon L_{\text{S}} \quad (6.22)$$

berechnet werden. Dieser Beitrag definiert eine untere Schranke für das Flussrauschen S_{Φ}^{SQ} , das beispielsweise für ein SQUID mit einer Induktivität von $L_{\text{S}} = 20 \text{ pH}$ und bei einer Energiesensitivität von $\epsilon = 100 \text{ h}$ einen Wert von $\sqrt{S_{\Phi}^{\text{HEMT}}} = 0,79 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ annimmt.

Johnson-Rauschen des Filterwiderstands Durch die Verwendung des Parallelwiderstands R_{F} im Eingangskreis des SQUIDs fließen durch die Einkoppelspule mit Induktivität L_i Rauschströme mit spektraler Dichte S_I , die gemäß dem Nyquist-Theorem [Nyq28] durch den Ausdruck

$$S_I = \sqrt{\frac{4k_{\text{B}}T}{R_{\text{F}}}} \quad (6.23)$$

mit der Temperatur T berechnet werden kann. Diese Rauschströme teilen sich gemäß der Induktivitäten L_i und $L'_{\text{D}} = L_{\text{D}} + L_{\text{w}}$ auf die Einkoppelspule und die Detektionsspule auf und führen im SQUID zu einem magnetischen Flussrauschen $\sqrt{S_{\Phi}^{\text{RF}}}$, das sich mit der Gegeninduktivität M_{is} zwischen der SQUID-Induktivität und der Einkoppelspule zu

$$\sqrt{S_{\Phi}^{\text{RF}}} = M_{\text{is}} \frac{L'_{\text{D}}}{L_i + L'_{\text{D}}} \sqrt{\frac{4k_{\text{B}}T}{R_{\text{F}}}} \quad (6.24)$$

berechnen lässt. Hierbei bezeichnen L_{D} und L_{w} die Induktivitäten der Detektionsspule bzw. der Verbindungsdrähte zwischen der Detektionsspule und der Einkoppelspule des SQUIDs.

Um eine Abschätzung für die Größenordnung des durch den Filterwiderstand verursachten Stromrauschens zu erhalten bzw. um zu zeigen, dass der in Abschnitt 6.2.3 angesprochene Kompromiss zwischen der Abschneidefrequenz des Tiefpassfilters und dem vom Filterwiderstand verursachten Stromrauschen gefunden werden kann, soll im Folgenden ein Detektor betrachtet werden, dessen Detektionsspule eine Induktivität von $L_D = 500$ pH besitzt und der bei einer vergleichsweise hohen Temperatur von 100 mK betrieben wird. Die Detektionsspule soll mit Hilfe von supraleitenden Verbindungsdrähten mit einer parasitären Induktivität von $L_w = 500$ pH mit einem SQUID mit $L_i = 1$ nH und $M_{is} = 300$ pH verbunden sein. Mit einem Filterwiderstand von 10Ω erhält man nach Gleichung 6.14 eine Abschneidefrequenz des Filters von $f_c = 3,2$ GHz, so dass die Anregungssignale der Resonatoren, deren Resonanzfrequenzen bei dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Multiplexer im Frequenzbereich zwischen 4 GHz und 6 GHz liegen, effektiv unterdrückt werden. Der Beitrag des Filterwiderstands zum magnetischen Flussrauschen kann mit Hilfe von Gleichung 6.24 zu $\sqrt{S_{\Phi}^{\text{RF}}} \simeq 50 \text{ n}\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ berechnet werden. Dieser Beitrag ist im Vergleich zum Beitrag $\sqrt{S_{\Phi}^{\text{HEMT}}}$ des HEMT-Verstärkers um etwa eine Größenordnung kleiner und trägt daher nur unwesentlich zum Gesamtrauschen bei.

Frequenzrauschen des Resonators In den Abschnitten 4.2 und 4.6 wurde gezeigt, dass die physikalischen Eigenschaften des zur Auslesung des SQUIDs verwendeten Resonators durch atomare Tunnelsysteme beeinflusst werden. Dieser Einfluss macht sich bei tiefen Temperaturen unter anderem in Form eines Rauschens S_{f_r} der Resonanzfrequenz des Resonators bemerkbar [Gao07, Kum08], das einen Beitrag S_{Φ}^{TLS} zum Flussrauschen S_{Φ}^{SQ} des SQUIDs liefert. Die beiden spektralen Leistungsdichten S_{f_r} und S_{Φ}^{TLS} sind hierbei über die Beziehung

$$S_{\Phi}^{\text{TLS}} = \left(\frac{1}{f_r} \frac{\partial f_r}{\partial \Phi} \right)^{-2} \frac{S_{f_r}}{f_r^2} \quad (6.25)$$

miteinander verknüpft, wobei der Transferkoeffizient $\frac{1}{f_r} \frac{\partial f_r}{\partial \Phi}$ für $\Phi = \Phi_0/4$ auf Resonanz mit Hilfe von Gleichung 6.10 berechnet werden kann:

$$\frac{1}{f_r} \frac{\partial f_r}{\partial \Phi} = \frac{\pi\eta}{Q_c\Phi_0} (1 - \beta_L^2) \quad . \quad (6.26)$$

Der Beitrag der Tunnelsysteme zum Flussrauschen S_{Φ}^{SQ} hängt von den verwendeten Materialien, den Mikrofabrikationsprozessen sowie der Leistung P_{rf} des zur Anregung des Resonators verwendeten Hochfrequenzsignals ab. Für Resonatoren aus Niob wurden auf hochreinen Siliziumsubstraten bei einer Temperatur von $T \simeq 100$ mK und einer Leistung von $P_{\text{rf}} \simeq -72$ dBm im Frequenzbereich zwischen 200 Hz und 300 Hz mittlere Werte des Frequenzrauschens von

$S_{f_r}/f_r^2 \simeq 10^{-20} \text{ Hz}^{-1}$ gefunden [Kum08]. Aus diesen Werten kann mit einer Kopplungsgüte von $Q_c \simeq 5000$, einem Verhältnis von $\eta \approx 1$ und einem Hystereseparameter von $\beta_L = 0,3$ eine obere Schranke von $\sqrt{S_{\Phi}^{\text{TLS}}} \simeq 0,2 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ für den erwarteten Beitrag der Tunnelsysteme zum Flussrauschen S_{Φ}^{SQ} abgeleitet werden.

Kritische Stromfluktuationen und magnetisches Rauschen In SQUIDs können neben den bereits diskutierten Beiträgen zum Flussrauschen S_{Φ}^{SQ} häufig zwei weitere Beiträge beobachtet werden, die einerseits auf Fluktuationen der kritischen Ströme I_c der Josephson-Kontakte [Sav87, Wel04, Müc05] sowie andererseits auf Fluktuationen von magnetischen Momenten in der Umgebung der SQUIDs [Koc07, dS07, Sen08] zurückzuführen sind. Beide Beiträge führen zu einem $1/f$ -artigen Anstieg des Flussrauschens S_{Φ}^{SQ} bei niedrigen Frequenzen und können den weißen Rauschanteil der SQUIDs bei einer Frequenz von 1 Hz um mehr als eine Größenordnung übertreffen. Während die Fluktuationen der kritischen Ströme I_c durch Tunnelsysteme und schwach gebundene Ladungsträger in den Barrieren der Josephson-Kontakte erklärt werden können [Sim04, Mar05], kann das magnetische Rauschen aus Bewegungen von Vortices in den Leiterschleifen der SQUIDs [Sta04, Sen08] sowie aus Fluktuationen von magnetischen Momenten auf den Oberflächen der Leiterschleifen der SQUIDs resultieren [Koc07, dS07].

6.3 Multiplexer-Design SQMUX01

Das Design SQMUX01 stellt einen ersten Prototyp eines auf nicht-hysteretischen, ungeschunteten rf-SQUIDs basierenden Mikrowellen-SQUID-Multiplexers dar, der speziell für die Auslesung metallischer magnetischer Kalorimeter konzipiert worden ist. Insbesondere wurde der Multiplexer für die Auslesung von Detektoren entwickelt, die für die hochauflösende Röntgenspektroskopie vorgesehen sind und mit denen der Energiebereich bis 10 keV mit einer Energieauflösung von $\Delta E_{\text{FWHM}} < 2 \text{ eV}$ abdeckt werden soll. Mögliche Realisierungen für derartige Detektoren wurden im Rahmen der Diskussion der Eigenschaften metallischer magnetischer Kalorimeter in Kapitel 2 beschrieben. In diesem Zusammenhang wurde mit Hilfe von numerischen Rechnungen der Einfluss der gekoppelten Energiesensitivität ϵ_c des zur Auslesung verwendeten SQUIDs auf die erreichbare Energieauflösung ΔE_{FWHM} der Detektoren bestimmt sowie die optimalen Werte für die Induktivität L_i der Einkoppelspule des SQUIDs ermittelt. Die entsprechenden Ergebnisse sind in Abbildung 6.7 nochmals zusammengefasst und wurden als Anhaltspunkte für die Entwicklung des Multiplexer-Designs SQMUX01 verwendet. Da dieses Design jedoch in erster Linie als Machbarkeitsstudie dienen sollte und der in Abschnitt 5.3 beschriebene Prozess zur Herstellung

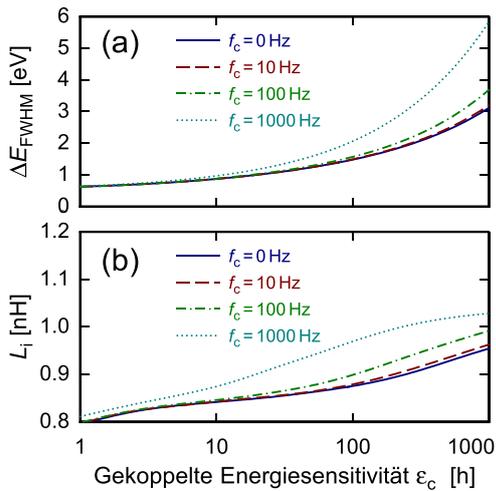


Abb. 6.7: Verlauf (a) der erreichbaren Energieauflösung ΔE_{FWHM} eines optimierten magnetischen Kalorimeters und (b) des optimalen Werts der Induktivität L_i der Einkoppelspule des SQUIDs als Funktion der gekoppelten Energiesensitivität ϵ_c sowie der $1/f$ -Grenzfrequenz f_c des zur Auslesung des Detektors verwendeten SQUIDs. Eine Beschreibung der für die Simulation verwendeten Parameter wird in den Abschnitten 2.6 und 2.7 gegeben.

der Josephson-Kontakte zum damaligen Zeitpunkt nur beschränkt die Vorhersage der Eigenschaften der Josephson-Kontakte erlaubt hat, wurde auf eine aufwendige Optimierung der Parameter des Multiplexers verzichtet. Aus diesem Grund weichen einige Größen, wie etwa die Induktivität L_i der Einkoppelspule, geringfügig von den optimalen Werten ab bzw. wurden auf Werte festgesetzt, die sich im Nachhinein als nicht optimal erwiesen haben. Ungeachtet dessen konnte mit dem Design SQMUX01 ein erster voll funktionsfähiger Mikrowellen-SQUID-Multiplexer hergestellt werden, mit dem viele wichtige Ergebnisse für die weitere Entwicklung gesammelt wurden.

6.3.1 Washer-SQUID mit Einkoppelspule

Für die Entwicklung des Designs SQMUX01 war es zunächst erforderlich, den Aufbau bzw. die Geometrie des SQUIDs festzulegen. Diese sollte einerseits einen hohen Wert für den Kopplungsfaktor k_{is} zwischen der Einkoppelspule und der SQUID-Induktivität sowie andererseits eine effektive Unterdrückung magnetischer Störsignale erlauben. Während die Forderung nach einem hohen Kopplungsfaktor k_{is} die Verwendung einer planaren Washer-Geometrie [Det79, Jay81] nahelegt, können magnetische Störsignale durch einen gradiometrischen Aufbau [Zim71, Ket78] effektiv unterdrückt werden. Aus diesem Grund wurde für die SQUIDs des Designs SQMUX01 eine planare Washer-Geometrie verwendet, mit der durch eine Parallelschaltung von je vier identischen Washern pro SQUID jeweils ein Gradiometer zweiter Ordnung realisiert wurde.

Der Aufbau eines rf-SQUIDs mit planarer Washer-Geometrie soll anhand von Abbildung 6.8(a) diskutiert werden. Wie in der Abbildung zu sehen ist, wird die SQUID-Induktivität L_S durch eine supraleitende breite Ringstruktur mit Spalt ge-

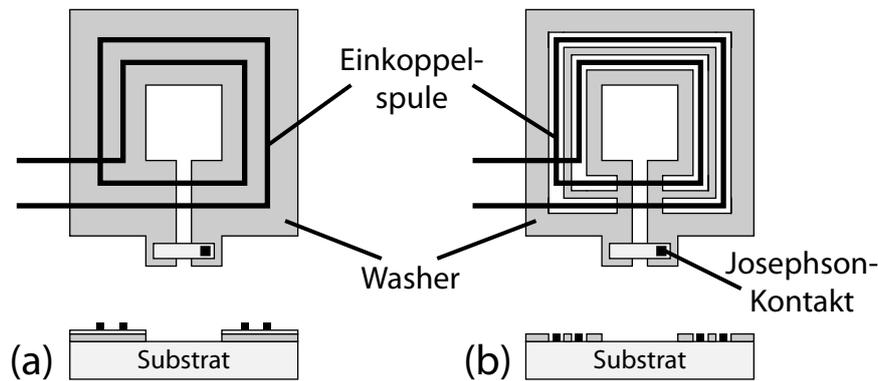


Abb. 6.8: Schematische Darstellung eines ungeschunteten rf-SQUIDs mit (a) vollflächigem Washer und (b) geschlitztem Washer.

bildet, die als Washer¹ bezeichnet wird und oberhalb derer sich, galvanisch getrennt, die Einkoppelspule des SQUIDs befindet. Obwohl für den Washer häufig eine quadratische Form verwendet wird, kann ebenso eine achteckige, ein runde oder jede anders geformte breite Bahn gewählt werden. Auf einer der beiden Seiten des Spalts befindet sich am Rand des Washers ein Josephson-Kontakt, der supraleitend mit der gegenüberliegenden Seite des Washers verbunden ist. Die gesamte Struktur stellt damit eine geschlossene supraleitende Leiterschleife dar, die an einer Stelle durch einen Josephson-Kontakt unterbrochen ist, und entspricht somit dem grundsätzlichen Aufbau eines rf-SQUIDs. Die Einkoppelspule mit N_i Windungen ist von dem darunter liegenden Washer durch eine dünne Isolationsschicht getrennt. Wird für die Dicke dieser Schicht ein hinreichend kleiner Wert gewählt, so können für die Kopplungsfaktoren k_{is} Werte im Bereich von $0,95 \leq k_{is} \leq 1$ erreicht werden. Aufgrund der kapazitiven Kopplung zwischen dem Washer sowie der Einkoppelspule des SQUIDs können in einem Washer-SQUID allerdings parasitäre Resonanzen auftreten [Enp91], die zu einer Degradierung der Eigenschaften des SQUIDs führen. Das Auftreten dieser parasitären Resonanzen kann entweder durch die Verwendung resistiver Elemente stark gedämpft [Knu87, Fog89] oder durch eine Verringerung der kapazitiven Kopplung zwischen dem Washer und der Einkoppelspule vermieden werden. Hierfür bietet sich die Verwendung eines geschlitzten Washers [Rue08] an, dessen Prinzip in Abbildung 6.8(b) dargestellt ist. Wie in der Abbildung gezeigt ist, verläuft die Einkoppelspule bei einem SQUID mit geschlitztem Washer nicht oberhalb des Washers, sondern innerhalb von Schlitzen, mit denen der Washer versehen ist. Da in diesem Fall die Einkoppelspule zusammen mit dem Washer keinen Streifenleiter bildet, wird die kapazitiven Kopplung deutlich reduziert. Allerdings entstehen aufgrund des verhältnismäßig großen räumlichen Abstands zwischen den Bahnen der Einkoppelspule

¹Englischer Begriff für Scheibe, Unterlagsscheibe bzw. Unterlegting.

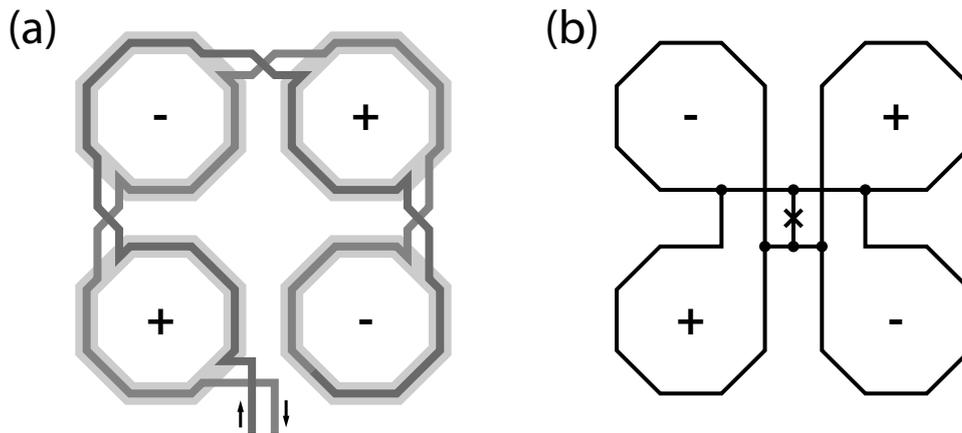


Abb. 6.9: (a) Schematische Darstellung der Leitungsführung der Einkoppelspule und (b) der Verschaltung der achteckigen Washer des im Rahmen dieser Arbeit entworfenen SQUID-Designs. Aufgrund der Parallelschaltung von vier identischen Washern, deren Windungssinn durch + und – angedeutet ist, bildet das SQUID ein Gradiometer zweiter Ordnung, durch das magnetische Hintergrundfelder unterdrückt werden können.

und dem SQUID-Washer magnetische Koppelverluste, die zu einer Verringerung des Kopplungsfaktors k_{is} führen.

Für das Design SQMUX01 wurden sowohl SQUIDs mit vollflächigen Washern als auch SQUIDs mit geschlitzten Washern entworfen. In beiden Fällen sind die SQUIDs durch eine Parallelschaltung aus je vier identischen Washern mit Induktivität L_W als parallele Gradiometer zweiter Ordnung ausgeführt. Abbildung 6.9(b) zeigt einerseits, wie die vier Washer miteinander verschaltet sind, und gibt andererseits deren Windungssinn an. Für die SQUID-Induktivität L_S ergibt sich bei dieser Art der Verschaltung in guter Näherung ein Wert von $L_S \approx L_W/4$. Wie in Abbildung 6.9(a) gezeigt ist, wurde die Leitung der über jedem Washer verlaufenden Teil der Einkoppelspule in zwei Teile getrennt, die entsprechend der Darstellung in Serie geschaltet sind. Hierbei wurde der Windungssinn der einzelnen Teilspulen an den Windungssinn des zugehörigen Washers angepasst. Durch die dargestellte Verschaltung kann die parasitäre Fläche des SQUIDs, die ein Maß für die Abweichung von einem perfekt gradiometrischen Aufbau darstellt, gering gehalten werden. Die Induktivität der Einkoppelspule L_i kann bei der gewählten Art der Verschaltung mit $L_i \simeq 4N_iL_W$ abgeschätzt werden, wobei N_i die Zahl der Windungen der Einkoppelspule auf jedem der vier Washer bezeichnet.

Um das Design SQMUX01 vergleichsweise einfach zu halten, wurde für die Zahl der Windungen der mit den Washern gekoppelten Spulen ein Wert von $N_i = 1$ gewählt. Ferner wurde für die Induktivität der Einkoppelspule L_i des SQUIDs ein Wert im Bereich von $L_i \simeq 900$ pH angestrebt, wobei sich dieser Wert aus einer Abschätzung

der erwarteten gekoppelten Energiesensitivität ϵ_c des SQUIDs in Verbindung mit den Ergebnissen der in Abschnitt 2.7 diskutierten Optimierungsrechnungen ergeben hat. Damit erhält man für die Induktivität L_S des SQUIDs bzw. für die Induktivität L_W der einzelnen Washer vorläufige Entwurfswerte von $L_S \simeq 55$ pH bzw. $L_W = 230$ pH. Nachdem mit diesen Werten ein Entwurf des SQUIDs angefertigt wurde, wurden die Werte der Induktivitäten L_S und L_i unter Berücksichtigung parasitärer Induktivitäten, wie etwa der Induktivität des Washer-Schlitzes, mit Hilfe numerischer Simulationen berechnet. Hierbei wurden für ein SQUID mit vollflächigen Washern Werte von $L_S = 50,2$ pH und $L_i = 821,0$ pH und für ein SQUID mit geschlitzten Washern Werte von $L_S = 60,0$ pH und $L_i = 1336,0$ pH gefunden. Für den kritischen Strom I_c des Josephson-Kontakts wurde in beiden Fällen ein Entwurfswert von $I_c = 4$ μ A festgelegt, so dass sich für den Hystereseparameter β_L ein Wert im Bereich von $\beta_L \simeq 0,70$ ergibt.

6.3.2 Kopplung der SQUIDs an die Resonatoren

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt der Aufbau bzw. die Geometrie der SQUIDs des Multiplexer-Designs SQMUX01 beschrieben worden ist, soll in diesem Abschnitt auf die Kopplung zwischen dem Resonator und dem SQUID eingegangen werden. Diese wird nach Gleichung 6.12 bei festgelegten SQUID- und Resonatorparametern durch die Gegeninduktivität M_T zwischen der Abschlussinduktivität L_A des Resonators und dem SQUID bestimmt. Wie die Diskussion in Abschnitt 6.2.2 ergeben hat, sollte die Gegeninduktivität M_T hierbei so gewählt werden, dass sich für das Verhältnis $\eta = \Delta f_r^{\max} / \Delta f$ des Spitze-Spitze-Werts Δf_r^{\max} der Frequenzverschiebung des Resonators bezogen auf dessen Bandbreite $\Delta f = f_r / Q_1$ ein Wert im Bereich von $\eta \approx 1$ ergibt. Mit den im vorherigen Abschnitt angegebenen Werten für den Hystereseparameter β_L und die SQUID-Induktivität L_S kann für die Gegeninduktivität M_T eines Resonators mit $Z_{LR} = 50$ Ω , $f_r = 5$ GHz und $Q_1 = 10^4$ ein Wert von $M_T \simeq 3$ pH berechnet werden. Dieser Wert ist relativ klein, so dass die Kopplung zwischen der Induktivität L_A und dem SQUID vergleichsweise schwach sein muss.

Eine Möglichkeit eine schwache Kopplung zwischen dem SQUID und der Abschlussinduktivität L_A zu erreichen, ist in Abbildung 6.10 dargestellt. Die Induktivität L_A besitzt hierbei die Form eines liegenden „E“, wobei dieses an den beiden äußeren Enden mit den Masseflächen und in der Mitte mit dem kurzschlussenden Ende des Innenleiters des Resonators verbunden ist. Der Grundgedanke dieser Art der Kopplung besteht darin, dass der Strom I_A , der durch die Abschlussinduktivität L_A fließt, in zwei gleiche Teilströme aufgespalten wird. Diese Ströme fließen durch die beiden Leitungsbögen der „E“-förmigen Struktur zu den Masseflächen des Resonators ab und erzeugen im jeweils benachbarten Washer des SQUIDs magnetische Flüsse, die zum jeweiligen Umlaufsinn des Washers passen und sich daher konstruktiv

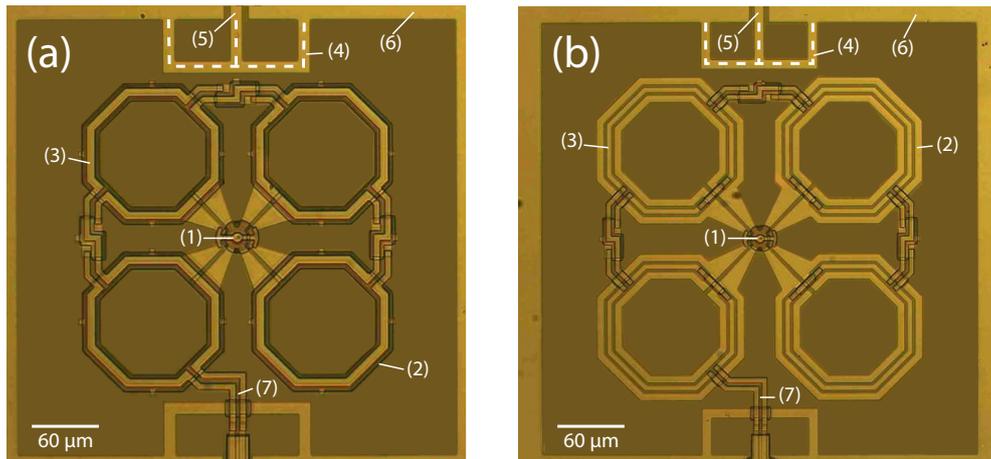


Abb. 6.10: Lichtmikroskopische Aufnahmen zweier im Rahmen dieser Arbeit hergestellter, nicht-hysteretischer rf-SQUIDs mit (a) vollflächigen Washern und (b) geschlitzten Washern. Die weiß gestrichelten Linien verdeutlichen den Verlauf der Abschlussinduktivität L_A . Die in den Aufnahmen dargestellten Zahlen kennzeichnen die wichtigsten Strukturen: (1) Josephson-Kontakt, (2) Washer, (3) Einkoppelspule, (4) „E“-förmige Abschlussinduktivität L_A , (5) Innenleiter des Resonators, (6) Massefläche des Resonators und (7) Anschlussleitungen der Einkoppelspule.

überlagern. Der Wert der Gegeninduktivität M_T wird bei dieser Art der Kopplung über den Abstand d der „E“-förmigen Struktur von den SQUID-Washern sowie über die Länge l der Grundseite der Struktur bestimmt und wurde mit Hilfe numerischer Methoden als Funktion des Abstands d und der Länge l berechnet.

Für die in Abbildung 6.10 dargestellten und in Abschnitt 6.3.1 beschriebenen SQUID-Designs mit einer Washer-Induktivität von $L_W \simeq 230$ pH wurden mit Hilfe des Programms FASTHENRY² bei einem Abstand von $d = 10$ µm und bei den gewählten Längen der Kopplungsstruktur von $l = 120$ µm bzw. $l = 60$ µm Werte von $M_T = 845,0$ fH bzw. $M_T = 211,5$ fH berechnet. Diese Werte weichen damit deutlich von dem optimalen Wert von $M_T \simeq 3$ pH ab. Diese Abweichung ist so zu erklären, dass zum Zeitpunkt des Entwurfs des Multiplexer-Designs SQMUX01 ein Fehler bei den durchgeführten Simulationen aufgetreten ist, durch den für die Gegeninduktivitäten zu große Werte berechnet wurden. Dies hat dazu geführt, dass eine vergleichsweise geringe Seitenlänge l für die „E“-förmige Struktur gewählt worden ist, um den ursprünglich beabsichtigten Wert von $M_T \simeq 3$ pH zu erreichen. Da sich bei der Charakterisierung des Multiplexers allerdings deutlich gezeigt hat, dass dieser Wert falsch berechnet worden ist, wurde die Simulation überprüft und berichtigt. Die hier angegebenen Werte spiegeln daher die realen Gegeninduktivitäten M_T wider.

²FASTHENRY [Kam94]: Freeware, <http://www.fastfieldsolvers.com/>.

SQ#	Art	L_S [pH]	L_i [pH]	M_T [fH]	Q_c	$1/M_{is}$ [$\mu\text{A}/\Phi_0$]	k_{is}	$\epsilon_c(5\text{ GHz})$ [h]
1	WS	50,2	821,0	211,5	10^4	11,2	0,92	5955
2	WS	50,2	821,0	845,0	10^4	11,2	0,92	374
3	GWS	60,0	1336,0	211,5	$5 \cdot 10^3$	10,4	0,67	13774
4	GWS	60,0	1336,0	845,0	$5 \cdot 10^3$	10,4	0,67	875

Tab. 6.1: Zusammenfassung der Entwurfparameter bzw. der erwarteten Werte der verschiedenen SQUID-Entwürfe des Multiplexer-Designs SQMUX01. Die Werte der gekoppelten Energiesensitivität ϵ_c wurden exemplarisch für eine Resonanzfrequenz von $f_r = 5\text{ GHz}$ berechnet. Die Abkürzung *WS* steht für ein SQUID mit vollflächigen Washern und die Abkürzung *GWS* bezeichnet ein SQUID mit geschlitzten Washern.

6.3.3 Zusammenfassung der Parameter des Designs SQMUX01

Bei dem Multiplexer-Design SQMUX01 wurden auf jedem Multiplexer-Chip vierzehn nicht-hysteretische rf-SQUIDs platziert, wobei hierfür insgesamt vier verschiedene SQUID-Entwürfe verwendet wurden, deren Parameter in Tabelle 6.1 zusammengefasst sind. Die verschiedenen SQUID-Designs unterscheiden sich einerseits hinsichtlich der Art der Washer (vollflächig oder geschlitzt) sowie andererseits hinsichtlich der Stärke der Kopplungen mit der Abschlussinduktivität L_A der Resonatoren. Die Innendurchmesser der Washer wurden bei allen SQUID-Entwürfen so dimensioniert, dass sich SQUID-Induktivitäten L_S zwischen 50 pH und 60 pH ergeben haben. Die Fläche der Josephson-Kontakte wurde so gewählt, dass die kritischen Ströme I_c bei einer prozessabhängigen kritischen Stromdichte von $j_c = 65\text{ A/cm}^2$ Werte von $I_c = 4\text{ }\mu\text{A}$ annehmen. Der Hystereseparameter β_L der SQUIDs kann damit rechnerisch zu $\beta_L \simeq 0,70$ bestimmt werden. Der Kopplungsfaktor k_{is} zwischen der Einkoppelpule und der SQUID-Induktivität hängt von der Art der SQUID-Washer ab und wurde numerisch mit Hilfe des Programms FASTHENRY berechnet. Für die SQUID-Entwürfe mit vollflächigen Washern ergab sich so ein Wert von $k_{is} = 0,92$ und für SQUIDs mit geschlitzten Washern konnte ein Werte von $k_{is} = 0,67$ bestimmt werden.

Für die Länge l der Grundseite der „E“-förmigen Struktur, mit der jeder Resonator an sein SQUID gekoppelt ist, wurden zwei verschiedene Werte verwendet. Diese sollten ursprünglich so dimensioniert werden, dass sich für das Verhältnis η einerseits Werte von $\eta \simeq 1$ und andererseits Werte von $\eta \simeq 20$ ergeben hätten. Aufgrund des aufgetretenen Fehlers bei den Simulationen (vergleiche Abschnitt 6.3.2) wurden hier jedoch zu geringe Seitenlängen l gewählt, so dass sich letztlich Gegeninduktivitäten von $M_T = 211,5\text{ fH}$ sowie $M_T = 845,0\text{ fH}$ ergeben haben.

Für die Auslesung der SQUIDs wurden koplanare $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren aus Niob verwendet, wobei für die Streifenbreite des Innenleiters s_r und den Abstand w_r zwischen dem Innenleiter und den Masseflächen der Resonatoren jeweils Werte von $s_r = 10 \mu\text{m}$ bzw. $w_r = 6 \mu\text{m}$ festgesetzt wurden. Damit erhält man für die charakteristische Impedanz einen Wert von $Z_{\text{LR}} \simeq 50 \Omega$. Jeder Resonator wurde mit Hilfe eines ellbogenförmigen Kopplers kapazitiv an die Durchgangsleitung mit $s_s = 15 \mu\text{m}$, $w_s = 9 \mu\text{m}$ und $Z_0 \simeq 50 \Omega$ gekoppelt. Die Längen l_c der Koppler wurde hierbei so gewählt, dass sich Kopplungsgüten von $Q_c = 5 \cdot 10^3$ bzw. $Q_c = 10^4$ ergeben. Die Resonanzfrequenzen f_r der Resonatoren wurden über den Frequenzbereich zwischen $f = 4,3 \text{ GHz}$ und $f = 5,7 \text{ GHz}$ verteilt, wobei der Frequenzabstand zwischen zwei Resonatoren minimal 50 MHz betragen hat. Auf diese Weise sollte elektromagnetisches Übersprechen zwischen den verschiedenen Resonatoren vermieden werden.

6.4 Charakterisierung des Multiplexer-Designs SQMUX01

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt das Multiplexer-Design SQMUX01 ausführlich erläutert wurde, soll im Folgenden die Charakterisierung eines auf diesem Design basierenden und im Rahmen dieser Arbeit hergestellten Multiplexers diskutiert werden. Hierzu werden zunächst die Herstellung des Multiplexers sowie der experimentelle Aufbau beschrieben. Im Anschluss daran werden verschiedene charakteristische Kenngrößen des Multiplexers diskutiert. In diesem Zusammenhang werden einerseits die durchgeführten Messungen erläutert und andererseits die experimentell bestimmten Werte der charakteristischen Größen mit den Entwurfsdaten verglichen.

6.4.1 Herstellung des Multiplexers

Der in diesem Abschnitt diskutierte Multiplexer wurde auf einem $330 \mu\text{m}$ dicken Siliziumsubstrat, dessen Oberfläche durch eine 240 nm dicke, thermisch erzeugte SiO_2 -Schicht elektrisch isoliert war, mit dem in Abschnitt 5.3 beschriebenen Fertigungsprozess hergestellt. Da dieser Prozess in Abschnitt 5.3 ausführlich diskutiert worden ist, soll an dieser Stelle auf eine nochmalige Beschreibung der einzelnen Prozessschritte verzichtet werden. Es sollen lediglich die Dicken der abgeschiedenen Schichten sowie wichtige Prozessparameter zusammengefasst werden.

Die erste Niobschicht, aus der die SQUID-Strukturen sowie die Resonatoren hergestellt sind, wurde bei einer Substrattemperatur von $T = 200 \text{ }^\circ\text{C}$, einem Prozessgasdruck von $p_{\text{Ar}} = 0,27 \text{ Pa}$ sowie einer Sputterleistung von $P_{\text{Nb}} = 500 \text{ W}$ abgeschieden. Für die Dicke dieser Schicht wurde ein Wert von 250 nm gewählt. Zur elektrischen Isolation gegenüber nachfolgenden Strukturen wurde diese Schicht an den dafür vorgesehenen Stellen zunächst elektrochemisch passiviert und anschließend mit einer 175 nm

dicken Schicht aus Si_3N_4 abdeckt. Die beiden Niobschichten der Nb/Al-AlOx/Nb-Dreischichtstruktur wurden unter aktiver Kühlung des Substrats bei einem Prozessgasdruck von $p_{\text{Ar}} = 1,07 \text{ Pa}$ und einer Sputterleistung von $P_{\text{Nb}} = 400 \text{ W}$ aufgebracht. Für die Dicke der Basiselektrode bzw. der Deckelektrode der Josephson-Kontakte wurden Werte von 30 nm bzw. 50 nm gewählt. Die Aluminiumschicht der Nb/Al-AlOx/Nb-Dreischichtstruktur, die zur Bildung der Barriere der Josephson-Kontakte bei einem Druck von $p_{\text{ox}} = 13,33 \text{ kPa}$ für eine Dauer von $t_{\text{ox}} = 45 \text{ min}$ oxidiert wurde, besitzt eine Dicke von 8 nm und wurde nach Bildung der Barriere mit einer 1 nm dicken Schicht aus Aluminium abgedeckt. Bei der Abscheidung beider Aluminiumschichten wurde eine Sputterleistung von $P_{\text{Al}} = 40 \text{ W}$ und ein Prozessgasdruck von $p_{\text{Ar}} = 1,33 \text{ Pa}$ verwendet. Für die Dicke der zur Isolation der Josephson-Kontakte verwendeten Si_3N_4 -Schicht wurde ein Wert von 175 nm gewählt. Die zur Kontaktierung der Deckelektrode der Josephson-Kontakte sowie zur Verbindung der einzelnen Spulen vorgesehene Niobschicht mit einer Dicke von 400 nm wurde schließlich bei einem Prozessgasdruck von $p_{\text{Ar}} = 0,27 \text{ Pa}$ und einer Sputterleistung von $P_{\text{Nb}} = 500 \text{ W}$ bei aktiv gekühltem Substrathalter abgeschieden.

Die Dicke der zur Isolation der SQUID-Washer verwendeten Si_3N_4 -Schicht ist mit 175 nm im Vergleich zur Dicke der ersten Niobschicht von 250 nm relativ gering. Da die Höhe der Si_3N_4 -Schicht allerdings den Kopplungsfaktor k_{is} zwischen der Einkoppelpule und den Washern des SQUIDs direkt beeinflusst, sollte für die Dicke dieser Schicht ein minimaler Wert gewählt werden. In einer Reihe von Vorversuchen konnte gezeigt werden, dass eine 175 nm dicke Isolationsschicht in Verbindung mit der elektrochemischen Passivierung der darunterliegenden Niobschicht ausreichend ist, um eine zuverlässige elektrische Isolation der Washer von der darüber liegenden Einkoppelpule gewährleisten zu können. Anhand von Widerstandsmessungen bei Raumtemperatur konnte auch bei dem charakterisierten und hier diskutierten Multiplexer nachgewiesen werden, dass die gewählte Schichtdicke für eine elektrische Isolation ausreichend war. Nachdem der Multiplexer allerdings im Kryostaten auf seine Betriebstemperatur von $T = 18 \text{ mK}$ abgekühlt worden war, konnten zwischen der Einkoppelpule der einzelnen SQUIDs sowie der Massefläche der Resonatoren jeweils niederohmige Verbindung gemessen werden. Dies deutet auf einen Defekt der Isolationsschicht durch thermische Kontraktion oder elektrostatische Entladungen hin. Ähnliche Effekte könnten grundsätzlich auch dazu geführt haben, dass zwischen den Washern und der Einkoppelpule der verschiedenen SQUIDs Kurzschlüsse aufgetreten sind, da die Einkoppelpule an vielen Stellen oberhalb der Washer verläuft bzw. diese kreuzt. Mögliche Kontakte zwischen der Einkoppelpule und dem SQUID können allerdings leider durch einfache Widerstandsmessungen nicht überprüft werden, da für rf-SQUIDs keine galvanischen Verbindungen zur Umwelt nötig und daher auch nicht vorhanden sind. Aus diesem Grund können Kurzschlüsse an dieser Stelle weder zweifelsfrei ausgeschlossen noch eindeutig bewiesen werden.

6.4.2 Experimenteller Aufbau

Der experimentelle Aufbau, der zur Charakterisierung des Multiplexers verwendet worden ist, entspricht im Wesentlichen dem Aufbau, mit dessen Hilfe die Eigenschaften supraleitender Leitungsresonatoren aus Niob ohne induktiven Abschluss bestimmt worden sind. Dieser Aufbau wurde in den Abschnitten 4.5 und 4.6.1 ausführlich beschrieben und soll daher an dieser Stelle nicht nochmals erläutert werden. Aufgrund des verhältnismäßig geringen Pegels des Messsignals am Ausgang des Kryostaten, der auf ein defektes Koaxialkabel zurückzuführen war, wurde das Messsignal bei Raumtemperatur mit Hilfe eines zusätzlichen Leistungsverstärkers (Miteq, AMF-4F-04000800-15-25P) um weitere 36 dB verstärkt. Auf diese Weise konnte das Messsignal so weit verstärkt werden, dass der Pegel des Messsignals ähnlich zum Pegel des Signals der in Abschnitt 4.6 diskutierten Messungen war, so dass der Einfluss der parasitären Eigenschaften des Mischers, die in Abschnitt 4.5.1 erläutert wurden, in beiden Messungen vergleichbar war.

Die Einkoppelpulen aller SQUIDs wurden seriell miteinander verschaltet und mit Hilfe von verdrehten Leitungen, die von Raumtemperatur auf die Kaltstufe des Kryostaten geführt worden sind, mit der Konstantstromquelle einer kommerziell erhältlichen SQUID-Elektronik³ verbunden. Die Stromquelle der verwendeten SQUID-Elektronik besitzt ein vergleichsweise geringes Stromrauschen und ermöglicht die Erzeugung von dreieckförmigen Testsignalen, mit deren Hilfe unter anderem die ersten Funktionstests der SQUIDs durchgeführt sowie die Eingangssensitivitäten $1/M_{is}$ der SQUIDs bestimmt worden sind. Durch die serielle Verschaltung der Einkoppelpulen aller SQUIDs konnten mit nur einer Stromquelle gleichzeitig Testsignale in allen SQUIDs erzeugt werden. Aufgrund der bei tiefen Temperaturen aufgetretenen, niederohmigen Verbindungen zwischen den Einkoppelpulen der SQUIDs und der Massefläche der Resonatoren erschwerte dies jedoch die Interpretation der Messergebnisse, da es grundsätzlich denkbar ist, dass die Ströme durch die Einkoppelpulen auch auf anderen Wegen als auf den ursprünglich im Entwurf vorgesehenen Wegen fließen konnten. Dieser Effekt kann beispielsweise zu einer Reduktion der Eingangskopplung M_{is} der SQUIDs führen und muss daher bei der Interpretation der entsprechenden Messergebnisse in Abschnitt 6.4.6 berücksichtigt werden.

6.4.3 Bestimmung der Eigenschaften der Josephson-Kontakte

Die Eigenschaften nicht-hysteretischer rf-SQUIDs werden, wie in Abschnitt 6.1 gezeigt worden ist, maßgeblich durch den Hystereseparameter $\beta_L = 2\pi L_S I_c / \Phi_0$ bestimmt. Dieser hängt einerseits über die SQUID-Induktivität L_S von der Geome-

³XXF-1, Magnicon GmbH, Hamburg, Deutschland.

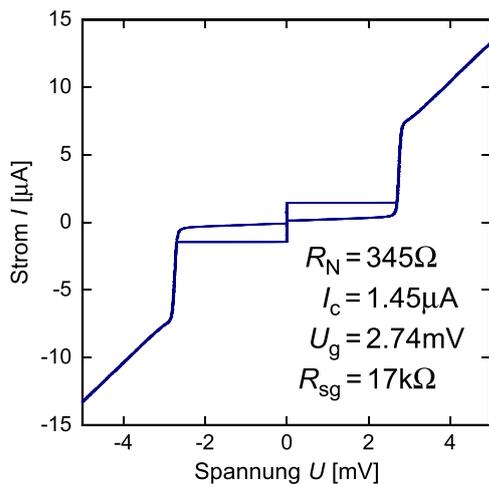


Abb. 6.11: Strom-Spannungs-Kennlinie eines Josephson-Kontakts, der am Rand eines Multiplexer-Chips platziert worden ist. In der Abbildung sind zusätzlich die gemessenen Werte für den Normal-Widerstand R_N , den kritischen Strom I_c , den Subgap-Widerstand R_{sg} sowie die Gap-Spannung U_g angegeben.

trie der SQUIDs und andererseits von den kritischen Strömen I_c der Josephson-Kontakte ab. Während für die SQUID-Induktivität L_S mit Hilfe numerischer Methoden ein Wert von 50 pH für SQUIDs mit vollflächigen Washern und ein Wert von 60 pH für SQUIDs mit geschlitzten Washern berechnet werden konnte, ließen sich die Eigenschaften der Josephson-Kontakte, insbesondere die kritischen Ströme I_c , zum Zeitpunkt der Herstellung des Multiplexers noch nicht zuverlässig vorher-sagen. Um dennoch einen Vergleich zwischen den experimentell bestimmten Kenn-größen und den Entwurfswerten des Multiplexers zu ermöglichen, wurden die kri-tischen Ströme I_c der Josephson-Kontakte experimentell bestimmt. Da allerdings eine direkte Messung der Eigenschaften der Josephson-Kontakte der rf-SQUIDs auf-grund der galvanischen Trennung der SQUIDs von ihrer Umgebung sowie der Ein-bettung in eine geschlossene supraleitende Leiterschleife nicht möglich ist, wurden beim Entwurf des Multiplexer-Designs SQMUX01 an den Rändern der einzelnen Multiplexer-Chips einige Josephson-Kontakte platziert, deren Aufbau identisch zu den in den SQUIDs verwendeten Josephson-Kontakten ist. Diese konnten zur Mes-sung von Strom-Spannungs-Kennlinien elektrisch kontaktiert werden. Unter der An-nahme, dass sich die Eigenschaften dieser Tunnelkontakte nicht systematisch von den Eigenschaften der Josephson-Kontakte in den SQUIDs unterscheiden, konnten so die relevanten Eigenschaften der Josephson-Kontakte bestimmt werden. Die Messungen der Kennlinien erfolgten hierbei mit dem in Abschnitt 5.4 beschriebenen Messaufbau bei einer Temperatur von 4,2 K in einer Transportkanne für flüssiges Helium.

Abbildung 6.11 zeigt die gemessene Strom-Spannungs-Kennlinie eines Josephson-Kontakts, der am Rand eines Multiplexer-Chips platziert worden war. Die aus der Kennlinie bestimmten Werte für den kritischen Strom I_c , den Normal-Widerstand R_N , die Gap-Spannung U_g sowie den Subgap-Widerstand R_{sg} sind in der Abbildung ebenfalls angegeben. Der gemessene Wert der Gap-Spannung von $U_g = 2,74$ mV stimmt mit dem Wert, der zuvor für gleichartige Josephson-Kontakte mit identi-

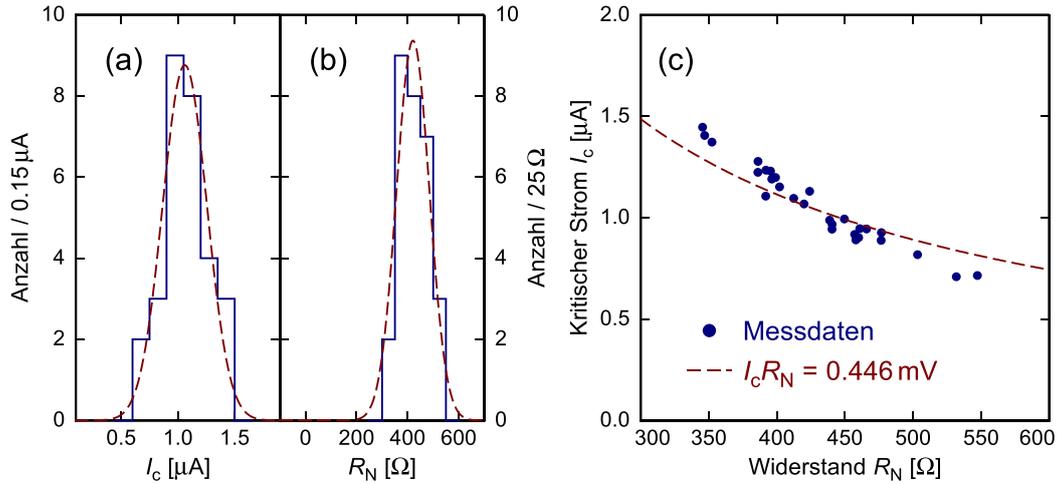


Abb. 6.12: (a) Verteilung der Werte der kritischen Ströme I_c , (b) Verteilung der Werte der Widerstände R_N und (c) Verlauf der kritischen Ströme I_c als Funktion des Normal-Widerstands R_N für die an den Rändern der Multiplexer-Chips platzierten Josephson-Kontakte. Die gestrichelten Linien in (a) und (b) stellen numerisch an die Verteilungen angepasste Gaußverteilungen dar. Die Linie in (c) zeigt den unter der Annahme eines $I_c R_N$ -Produkts von $446 \mu\text{V}$ erwarteten Verlauf $I_c(R_N)$.

schen Schichtdicken der Basis- und Deckelektrode sowie der auf der Basiselektrode abgeschiedenen Aluminiumschicht bestimmt worden ist, sehr gut überein. Aus dem gemessenen Subgap-Widerstand von $R_{\text{sg}} \simeq 17 \text{ k}\Omega$ kann für das Verhältnis aus dem Subgap-Widerstand und dem Widerstand R_N ein Wert von $R_{\text{sg}}/R_N \simeq 49$ bestimmt werden. Derartig hohe Werte konnten auch für die übrigen an den Rändern der Multiplexer-Chips platzierten Tunnelkontakte gefunden werden und lassen auf eine sehr hohe Qualität der hergestellten Josephson-Kontakte schließen. Im Vergleich zu den Josephson-Kontakten der Charge JJ01 konnte folglich durch die Erhöhung der Schichtdicke der Deckelektrode sowie der Isolationsschicht aus Si_3N_4 die Qualität der Josephson-Kontakte sichtbar verbessert werden.

Das $I_c R_N$ -Produkt des hier stellvertretend für alle anderen gezeigten Josephson-Kontakts nimmt mit $I_c R_N = 0,5 \text{ mV}$ einen vergleichsweise niedrigen Wert an und ist bezogen auf den aus der Ambegaokar-Baratoff-Theorie berechneten Wert von $2,1 \text{ mV}$ um etwas mehr als einen Faktor 4 reduziert. Um diesen Wert sinnvoll einordnen zu können, wurden die Strom-Spannungs-Kennlinien der übrigen Josephson-Kontakte ebenfalls ausführlich analysiert und die Werte der kritischen Ströme I_c sowie der Widerstände R_N bestimmt. Hierbei zeigte sich, dass sowohl die Werte der kritischen Ströme I_c als auch die Werte der Widerstände R_N streuen. Dies lässt sich in den Abbildungen 6.12(a) und (b) deutlich erkennen. Durch numerisch an die gemessenen Verteilungen angepasste Gaußverteilungen lassen sich für den kritischen Strom ein

Mittelwert von $\langle I_c \rangle = 1,06 \mu\text{A}$ und für den Normal-Widerstand ein Mittelwert von $\langle R_N \rangle = 420,9 \Omega$ bestimmen. Damit nimmt das mittlere $I_c R_N$ -Produkt einen Wert von $\langle I_c \rangle \langle R_N \rangle = 446 \mu\text{V}$ an, der sich mit dem weiter oben gefundenen Wert von $0,5 \text{ mV}$ im Rahmen von 10% deckt. Da man aus der Verteilung der Widerstände R_N sowie der kritischen Ströme I_c jedoch nicht unmittelbar auf eine Korrelation zwischen beiden Größen schließen kann, sind in Abbildung 6.12(c) die kritischen Ströme I_c als Funktion des Normal-Widerstands R_N aufgetragen. In der Abbildung ist zu sehen, dass die Werte der kritischen Ströme mit steigendem Widerstand R_N fallen und durch die Annahme eines konstanten $I_c R_N$ -Produkts von $446 \mu\text{V}$ noch gut beschrieben werden können. Hieraus lässt sich schließen, dass die Normal-Widerstände R_N streng mit den zugehörigen kritischen Strömen I_c korreliert sind. Dementsprechend scheiden hier die in Abschnitt 5.6.4 diskutierten Effekte thermisch induzierter Rauschströme sowie magnetischer Hintergrundfelder als mögliche Erklärungen für die Streuung der Widerstände R_N bzw. der kritischen Ströme I_c aus, da diese Effekte nur die kritischen Ströme, jedoch nicht die Normal-Widerstände der Josephson-Kontakte beeinflussen. Dies bedeutet allerdings nicht, dass die Werte der kritischen Ströme aufgrund dieser Effekte nicht systematisch um einen konstanten Faktor reduziert sein können. Dieser Punkt wird zu einem späteren Zeitpunkt nochmals aufgegriffen werden.

Als Ursache für die Streuung der kritischen Ströme I_c bzw. der Widerstände R_N kommen, analog zu der in Abschnitt 5.6 geführten Diskussion, grundsätzlich zwei mögliche Erklärungen in Frage. Einerseits kann die Fläche der Josephson-Kontakte über den Wafer verteilt variieren und andererseits können die Tunnelbarrieren der Kontakte unterschiedliche Eigenschaften, wie z.B. unterschiedliche Dicken, besitzen. Um die gemessenen Breiten der Verteilungen der kritischen Ströme I_c sowie der Normal-Widerstände R_N durch eine Variation der Fläche der Josephson-Kontakte erklären zu können, müsste die Variation der Fläche einen Wert von etwa 15% annehmen. Dieser Wert kann in einen relativen Fehler der lateralen Abmessungen von ungefähr 8% bzw. in eine absolute Variation von 220 nm übersetzt werden. Obwohl dieser Wert geringfügig höher als der in Abschnitt 5.6.2 gefundene Wert ist, ist eine Variation der lateralen Abmessungen der Josephson-Kontakte auf diesem Niveau mit vorangegangenen Beobachtungen verträglich. Demzufolge kann die Streuung der Normal-Widerstände R_N sowie der kritischen Ströme I_c durchaus auf eine Variation der Flächen der Josephson-Kontakte zurückgeführt werden.

Andererseits konnte bei den zur Optimierung des Herstellungsprozesses durchgeführten Messungen beobachtet werden, dass eine Erhöhung der Schichtdicken der Basis- und Deckelektrode sowie der Si_3N_4 -Isolationsschicht in einigen Fällen zu einer Erhöhung der Streuung der Normal-Widerstände R_N geführt hat. Zudem nahmen die Subgap-Widerstände der Josephson-Kontakte in diesen Fällen geringere Werte an. Die Zunahme der Streuung sowie die Abnahme der Subgap-Widerstände wurde

zum damaligen Zeitpunkt auf eine Verstärkung des Einflusses mechanischer Verspannungen in den supraleitenden Elektroden sowie der Isolationsschicht der Josephson-Kontakte aufgrund der höheren Schichtdicken zurückgeführt. Bei der Herstellung des hier diskutierten Multiplexers wurden für die Schichtdicken der Elektroden Werte von 30 nm und 50 nm sowie für die Isolationsschicht eine Dicke von 175 nm gewählt, da in vorangegangenen Messungen gezeigt werden konnte, dass mit diesen Schichtdicken qualitativ hochwertige Josephson-Kontakte hergestellt werden können. Diese Beobachtung kann für die hier diskutierten Josephson-Kontakte auf Grundlage der gemessenen Subgap-Widerstände R_{sg} bestätigt werden. Da die Schichtdicken der Elektroden sowie der Isolationsschicht im Vergleich zu den in Abschnitt 5.6 diskutierten Josephson-Kontakten der Charge JJ01 allerdings deutlich erhöht sind, ist ein verstärkter Einfluss mechanischer Verspannungen nicht a priori auszuschließen. Allerdings erscheint es zum momentanen Zeitpunkt aufgrund der Homogenität der Gap-Spannungen sowie der hohen Werte der Subgap-Widerstände eher wahrscheinlich, dass die beobachtete Streuung der Widerstände R_N sowie der kritischen Ströme I_c auf eine Variation der Fläche der Josephson-Kontakte zurückzuführen ist.

Nach der Diskussion der Streuung der Normal-Widerstände R_N sowie der kritischen Ströme I_c soll nun der vergleichsweise niedrige Wert des $I_c R_N$ -Produkts von 446 μV etwas näher betrachtet werden. Wie bereits erwähnt worden ist, weicht dieser Wert um etwas mehr als einen Faktor 4 von dem aus den Gap-Spannungen U_g berechneten Wert ab und ist zudem im Vergleich zu dem in Abschnitt 5.6 bestimmten Wert des $I_c R_N$ -Produkts der Charge JJ01 ebenfalls um mehr als einen Faktor 2 reduziert. Dies könnte, analog zu der in Abschnitt 5.6 geführten Diskussion, entweder dadurch erklärt werden, dass für die kritischen Ströme systematisch zu geringe Werte gemessen worden sind, oder dass das $I_c R_N$ -Produkt für die hier diskutierten Josephson-Kontakte aufgrund der gewählten Prozessparameter diesen relativ niedrigen Wert annimmt. Ein direkter Vergleich mit anderen Josephson-Kontakten, die mit identischen Prozessparametern hergestellt worden sind, ist an dieser Stelle nicht möglich, da der hier gewählte Parametersatz aus den Ergebnissen aller vorangegangenen Entwicklungsschritte zusammengestellt worden ist und dementsprechend zuvor noch nicht zur Herstellung von Josephson-Kontakten verwendet wurde. Folglich ist es durchaus möglich, dass die hier gewählte Kombination von Prozessparametern zu mechanisch stark verspannten Schichten, zu Defekten bzw. Verunreinigungen in der Tunnelbarriere oder zu einer schlechten Transparenz zwischen den supraleitenden Elektroden und der Tunnelbarrieren geführt hat. All diese Effekte können einen niedrigen Wert des $I_c R_N$ -Produkts zur Folge haben.

Andererseits wurde in Abschnitt 5.6.4 gezeigt, dass thermisch induzierte Rauschströme sowie magnetische Felder dazu führen können, dass für die kritischen Ströme und damit verbunden für die $I_c R_N$ -Produkte systematisch zu geringe Werte gemes-

sen werden. Um den möglichen Einfluss beider Effekte beurteilen zu können, soll im Folgenden abgeschätzt werden, welche magnetische Flussdichte B bzw. welche Temperatur T der Tunnelkontakte erforderlich wäre, damit das $I_c R_N$ -Produkt von dem im Abschnitt 5.6.3 bestimmten Wert von 1,5 mV auf den hier beobachteten Wert von 446 μ V reduziert wird. Hierfür müssten die realen Werte der kritischen Ströme I_c gegenüber den gemessenen Werten um den Faktor $I_c^{\text{red}}/I_c \simeq 0,3$ verringert sein.

Für eine Abschätzung der erforderlichen magnetischen Flussdichte B kann eine modifizierte Version von Gleichung 5.16 verwendet werden. Berücksichtigt man, dass die Grundfläche der hier diskutierten Josephson-Kontakte kreisförmig und nicht quadratisch ist, so kann Gleichung 5.16 in der Form

$$I_c = I_c^{\text{max}} \left| \frac{J_1\left(\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)}{\frac{1}{2}\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}} \right| \quad (6.27)$$

mit $\Phi = 2Br(d + 2\lambda)$ dargestellt werden [Kai11b]. Hierbei bezeichnen $J_1(x)$ die Besselfunktion erster Art, r den Radius der Josephson-Kontakte, d die Dicke der Tunnelbarriere und λ die magnetische Eindringtiefe der supraleitenden Elektroden. Mit $r = 1,4 \mu\text{m}$, $d + 2\lambda \simeq 100 \text{ nm}$ sowie Gleichung 6.27 erhält man für die notwendige magnetische Flussdichte einen Wert von $B = 6,5 \text{ mT}$. Obwohl ein derart hoher Wert des Erdmagnetfelds oder anderer Magnetfelder am Ort des Messaufbaus nicht zu erwarten war, konnten in Abschnitt 5.6.3 ähnlich hohe Werte für die magnetischen Flussdichten B gefunden werden. Da dort allerdings eindeutig gezeigt werden konnte, dass eine verbesserte Schirmung zu einer deutlichen Änderung der gemessenen Werte der kritischen Ströme führt, ist es an dieser Stelle nicht auszuschließen, dass die kritischen Ströme tatsächlich um den beobachteten Faktor von 3,6 reduziert sind.

Im Gegensatz hierzu kann eine erhöhte Temperatur der Josephson-Kontakte als Erklärung ausgeschlossen werden, da eine analog zu der in Abschnitt 5.6.4 durchgeführte Analyse unter der Annahme $I^{\text{red}}/I_c \simeq 0,3$ ergibt, dass die Temperatur der Josephson-Kontakte einen Wert von $T \simeq 7 \text{ K}$ besessen haben müsste, um die notwendige Verringerung der kritischen Ströme erklären zu können. Diese Temperatur liegt allerdings um nahezu einen Faktor 2 über der Temperatur des Messaufbaus. Eine derartige Erwärmung der Josephson-Kontakte erscheint aufgrund der relativ geringen Leistungsdissipation während der Messung, die deutlich unterhalb von $1 \mu\text{W}$ liegt, sowie aufgrund der Tatsache, dass die Tunnelkontakte von flüssigem Helium umgeben waren, als nicht plausibel. Aus diesem Grund können thermisch induzierte Rauschströme als alleinige Ursache für eine systematische Verringerung der kritischen Ströme ausgeschlossen werden.

Aufgrund der Tatsache, dass nicht zweifelsfrei nachgewiesen werden konnte, dass die Werte der kritischen Ströme systematisch durch die Messung reduziert sind, wird in den folgenden Abschnitten für die kritischen Ströme der in den SQUIDs befindli-

chen Josephson-Kontakte der gemessene Wert von $\langle I_c \rangle = 1,06 \mu\text{A}$ verwendet. Damit erhält man für die Hystereseparameter der SQUIDs mit vollflächigen Washern einen Wert von $\beta_L = 0,16$ und für den Hystereseparameter der SQUIDs mit geschlitzten Washern einen Wert von $\beta_L = 0,19$.

6.4.4 Bestimmung der Eigenschaften der Resonatoren

Die Resonanzfrequenz f_r des zur Auslesung eines SQUIDs verwendeten Resonators hängt nach Gleichung 4.25 von der Resonanzfrequenz f_0 des unbelasteten Resonators, der Kopplungskapazität C_c , mit der der Resonator an die Durchgangsleitung gekoppelt ist, sowie der Abschlussinduktivität L_A des Resonators ab, über die das SQUID an den Resonator gekoppelt ist. Ferner setzt sich die belastete Güte Q_1 des Resonators nach Gleichung 4.26 aus der Kopplungsgüte Q_c , der intrinsischen Güte Q_i sowie der Güte Q_A der Abschlussinduktivität zusammen. Aus diesem Grund können aus einem Vergleich der experimentell bestimmten Resonanzfrequenzen f_r bzw. der gemessenen Güten Q_1 aller Resonatoren mit den Entwurfswerten bereits erste Aussagen über die Vorhersagbarkeit der Eigenschaften des Multiplexers sowie über prozess- bzw. entwurfsbedingte Abweichungen getroffen werden.

Die Bestimmung der Resonanzfrequenz f_r sowie der Güte Q_1 jedes Resonators erfolgte mit dem in Abschnitt 4.6.2 beschriebenen Messaufbau bei einer Temperatur von 18 mK. Bei dem hierfür durchgeführten Frequenzsweep konnten dreizehn der vierzehn Resonatoren des hier diskutierten Multiplexer-Chips identifiziert werden. Die Ursache für den Ausfall des Resonators R5, dessen Resonanzfrequenz bei $f_r \simeq 5,2 \text{ GHz}$ und damit innerhalb des zugänglichen Frequenzbereichs liegen sollte, konnte bislang nicht geklärt werden. Eine optische Inspektion des Resonators vor und nach den hier diskutierten Messungen ließ keinerlei Auffälligkeiten erkennen. Die Resonanzfrequenz f_r und die Güte Q_1 der übrigen Resonatoren wurde jeweils durch numerische Anpassung von Gleichung 4.24 an die aufgezeichneten Daten bestimmt. Die entsprechenden Resultate sind für acht exemplarisch herausgegriffene Resonatoren in der Tabelle 6.2 zusammengefasst. Ferner sind dort die Entwurfswerte für die Längen l_r der Resonatoren und die Längen l_c der ellbogenförmigen Koppler sowie die hieraus mit Hilfe der Gleichungen 4.25 und 4.27 berechneten Werte für die Resonanzfrequenzen f_r^{calc} und die Kopplungsgüten Q_c^{calc} angegeben. Die hierfür neben den Längen l_r und l_c benötigten Parameter, wie etwa die Leitungsbeläge L' bzw. C' der Resonatoren, die Kopplungskapazitäten C_c , das kinetische Induktivitätsverhältnis α und die Induktivitäten L_A , wurden entweder numerisch berechnet oder aus den in Abschnitt 4.6 diskutierten Messungen abgeleitet.

Wie in Tabelle 6.2 zu sehen ist, wurden die Resonanzfrequenzen f_r der Resonatoren hier mit einer relativen Genauigkeit von etwa 1% vorhergesagt. Bei der

	SQ#	l_r [μm]	l_c [μm]	f_r^{calc} [GHz]	f_r [GHz]	$\delta f_r/f_r$ [%]	Q_c^{calc}	Q_1	Q_i
R1	4	6843,5	585,4	4,4957	4,5443	1,08	4808	2808	13337
R2	2	6728,0	404,5	4,5866	4,6272	0,89	9675	5574	11483
R3	3	6539,4	559,4	4,7421	4,7927	1,07	4732	3117	5232
R4	1	6298,5	378,7	4,9372	4,9676	0,62	9526	5550	8090
R11	3	5552,3	475,0	5,5678	5,6326	1,16	4761	4054	4681
R12	1	5382,4	323,6	5,7596	5,8084	0,85	9587	2511	12330
R13	4	5254,9	449,5	5,8105	5,8891	1,35	4882	2373	3650
R14	2	5193,5	312,3	5,8969	5,9692	1,23	9819	4655	17693

Tab. 6.2: Experimentell bzw. durch den Entwurf festgelegte oder hieraus rechnerisch (calc) bestimmte Parameter für die Resonatoren R1-R4 sowie R11-R14 des charakterisierten Multiplexers. Die Größe $\delta f_r/f_r$ gibt die relative Abweichung der gemessenen von der berechneten Resonanzfrequenz an. Die intrinsische Güte Q_i wurde aus dem berechneten Wert der Kopplungsgüte Q_c sowie der gemessenen belasteten Güte Q_1 berechnet. Die angegebene SQUID-Nummer SQ# bezieht sich auf die Bezeichnung der verschiedenen SQUIDs in Tabelle 6.1.

Beurteilung dieser Genauigkeit ist zu berücksichtigen, dass die reale Geometrie der Resonatoren bei der Berechnung der Leitungsbeläge und der Kopplungskapazitäten aufgrund der verwendeten Simulationswerkzeuge nur bedingt erfasst werden konnte. Eine genauere Betrachtung der relativen Abweichung $\delta f_r/f_r$ zwischen der gemessenen und der berechneten Resonanzfrequenz zeigt, dass für die Resonanzfrequenz der Resonatoren mit einer Kopplungsgüte von $Q_c \simeq 5 \cdot 10^3$ systematisch zu kleine Werte berechnet wurden, sowie dass die Abweichung zu kürzeren Kopplerlängen l_c hin tendenziell zunimmt. Ähnliche Effekte wurden bereits in Abschnitt 4.6 bei der Charakterisierung von Leitungsresonatoren ohne Abschlussinduktivität beobachtet und wurden auf Ungenauigkeiten bei der Berechnung der Kopplungskapazitäten C_c sowie nicht berücksichtigter Randeffekte an den Rändern der Koppler zurückgeführt. Angenommen, diese Randeffekte würden zukünftig mit Hilfe anderer Simulationswerkzeuge berücksichtigt werden, so erscheinen Werte von $\delta f_r/f_r < 5 \cdot 10^{-4}$ für die relative Abweichung der Resonanzfrequenzen als durchaus plausibel.

Für die Güten Q_A der Abschlussinduktivitäten der Resonatoren können numerisch Werte von $Q_A > 10^5$ berechnet werden. Diese Werte liegen damit um etwas mehr als eine Größenordnung über den berechneten Kopplungsgüten Q_c und können daher bei der Beschreibung der belasteten Güten Q_1 der Resonatoren vernachlässigt werden.

Für die intrinsischen Güten sind nach den in Abschnitt 4.6.5 diskutierten Messungen Werte im Bereich von $Q_i \simeq 10^4$ zu erwarten, wobei hier sowohl die Beiträge

der Tunnelsysteme als auch die experimentell bestimmten Sättigungsgüten Q_s berücksichtigt wurden. Die gemessenen Werte Q_i der intrinsischen Güten stimmen mit dieser Vorhersage gut überein. Aufgrund der vergleichsweise niedrigen Güten Q_i , die in der gleichen Größenordnung wie die erwarteten Kopplungsgüten Q_c liegen, wird die belastete Güte Q_l der Resonatoren nicht alleine durch die kapazitive Kopplung an die Durchgangsleitung bestimmt, so dass sowohl die gemessene Bandbreite der Resonatoren als auch die Energiesensitivität ϵ der SQUIDs gegenüber den Entwurfsdaten erhöht ist. Da zudem die in den Resonatoren dissipierte Leistung von der intrinsischen Güte Q_i abhängt, muss für zukünftige Multiplexer weiterhin an einer Erhöhung der intrinsischen Güte gearbeitet werden. In diesem Zusammenhang wurde bereits mit der Durchführung der in Abschnitt 4.6.5 erläuterten Messungen begonnen, wobei bis zum Ende dieser Arbeit keine eindeutigen Hinweise für die Ursache der relativ niedrigen intrinsischen Güte gefunden werden konnte.

Im Rahmen der hier beschriebenen Messungen zeigte sich ferner, dass der Pegel des Messsignals am Ausgang des Kryostaten bei gleicher Leistung P_{rf} am Eingang gegenüber früheren Messungen deutlich reduziert gewesen ist. Aus dem Vergleich mit den in Abschnitt 4.6 diskutierten Messungen konnte geschlossen werden, dass sich im experimentellen Aufbau innerhalb des Kryostaten eine zusätzliche Dämpfung von etwa 30 dB befunden haben musste. Nach dem Aufwärmen des Kryostaten, d.h. am Ende der hier beschriebenen Messungen, zeigte sich, dass diese zusätzliche Dämpfung mit großer Wahrscheinlichkeit durch ein defektes Koaxialkabel zwischen dem Richtkoppler und dem Probenhalter des Multiplexer-Chips verursacht wurde.

6.4.5 Funktionstests der SQUIDs

Nach der Bestimmung der Eigenschaften der Resonatoren konnte ein erster Funktionstest der an die Resonatoren gekoppelten rf-SQUIDs durchgeführt werden. Hierfür wurden die Resonatoren der Reihe nach mit einem Hochfrequenzsignal konstanter Frequenz und Amplitude angeregt, wobei die Frequenz f_{exc} des jeweiligen Signals so gewählt wurde, dass diese knapp neben der Resonanzfrequenz f_r des zugehörigen Resonators lag. Als Messsignal wurde die Spannung U_I am I -Ausgang des I/Q -Mischers verwendet, das im Vergleich zu dem in Abschnitt 4.5 diskutierten Messaufbau vor der Digitalisierung um weitere 20 dB verstärkt und mit einem Tiefpass mit einer Abschneidefrequenz von $f_{gr} = 1$ kHz und einer Kantensteilheit von 12 dB/oct geglättet wurde. Zur Erzeugung eines magnetischen Flusssignals im SQUID wurde auf die Einkoppelspule des jeweiligen SQUIDs ein periodisches, dreieckförmiges Stromsignal mit einer Frequenz von 30 Hz und einer Amplitude von 40 μ A gegeben.

Abbildung 6.13 zeigt die für die Resonatoren R11 bis R14 gemessenen Verläufe der Spannung U_I als Funktion des Stroms I_{in} durch die Einkoppelspule des zugehö-

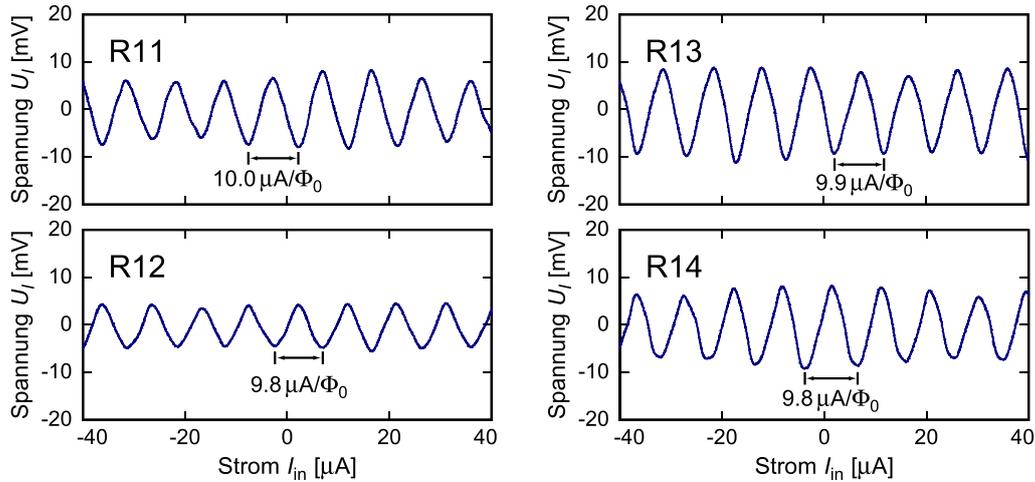


Abb. 6.13: Verlauf der Spannung U_I am I -Ausgang des I/Q-Mischers als Funktion des Stroms I_{in} durch die Einkoppelpule des zugehörigen SQUIDs für die an die Resonatoren R11 bis R14 gekoppelten SQUIDs. Die Resonatoren wurden jeweils mit einem Hochfrequenzsignal angeregt, dessen Frequenz f_{exc} so gewählt wurde, dass diese knapp neben der Resonanzfrequenz f_r des betrachteten Resonators lag. In den Abbildungen sind zusätzlich die Eingangssensitivitäten $1/M_{is}$ der SQUIDs angegeben.

rigen SQUIDs. Wie in der Abbildung zu sehen ist, konnte bei allen Resonatoren eine Modulation der Spannung U_I mit dem Strom durch die Einkoppelpule des SQUIDs beobachtet werden. Obwohl in der Abbildung nur beispielhaft die Ausgangssignale für die Resonatoren R11 bis R14 dargestellt sind, konnte das beschriebene Verhalten für alle dreizehn der im vorherigen Abschnitt identifizierten Resonatoren beobachtet werden. Berücksichtigt man, dass eine Änderung der Spannung U_I einer Änderung der Differenz $\delta f = f_{exc} - f_r$ zwischen der Frequenz f_{exc} des Anregungssignals und der Resonanzfrequenz f_r des Resonators entspricht, so führt eine Änderung des Stroms durch die Einkoppelpule des SQUIDs folglich bei konstant gehaltener Frequenz des Anregungssignals zu einer Änderung der Resonanzfrequenz des zugehörigen Resonators. Dies entspricht dem in den Abschnitten 6.1 und 6.2 beschriebenen Verhalten eines nicht-hysteretischen rf-SQUIDs, so dass mit den hier diskutierten Messungen eindeutig die Funktionstüchtigkeit des Multiplexers gezeigt werden konnte.

6.4.6 Eingangssensitivität der SQUIDs

Eine charakteristische Größe, die unmittelbar aus den in Abschnitt 6.4.5 diskutierten Messungen bestimmt werden kann, ist die Eingangssensitivität $1/M_{is}$ der SQUIDs. Diese stellt ein Maß für den zur Erzeugung eines magnetischen Flussquants Φ_0 im SQUID benötigten Strom I_{in} in der Einkoppelpule des SQUIDs dar und kann durch

		R1	R2	R3	R4	R11	R12	R13	R14
$1/M_{\text{is}}^{\text{calc}}$	$[\mu\text{A}/\Phi_0]$	10,4	11,2	10,4	11,2	10,4	11,2	10,4	11,2
$1/M_{\text{is}}$	$[\mu\text{A}/\Phi_0]$	11,1	9,9	9,2	9,0	10,0	9,8	9,9	9,9

Tab. 6.3: Experimentell bzw. rechnerisch (calc) bestimmte Eingangssensitivitäten $1/M_{\text{is}}$ der an die Resonatoren R1-R4 bzw. R11-R14 gekoppelten rf-SQUIDs.

Messung der Periode der Strom-Spannungs-Kennlinie $U_I(I_{\text{in}})$ bestimmt werden, wie in Abbildung 6.13 illustriert ist. Die auf diese Weise bestimmten Werte $1/M_{\text{is}}$ der Eingangssensitivität der SQUIDs sind zusammen mit den numerisch berechneten Werten $1/M_{\text{is}}^{\text{calc}}$ in Tabelle 6.3 zusammengefasst. Im Mittel wurde für die Eingangssensitivität $1/M_{\text{is}}$ für ein SQUID mit vollflächigen Washern ein Wert von $9,7 \mu\text{A}/\Phi_0$ und für ein SQUID mit geschlitzten Washern einen Wert von $10,1 \mu\text{A}/\Phi_0$ gefunden.

Obwohl die gemessenen Werte sehr nahe bei den berechneten Werten liegen, lässt sich eindeutig feststellen, dass die gemessenen Werte systematisch kleiner als die berechneten Werte sind. Diese Beobachtung kann entweder durch eine stärkere Kopplung zwischen den SQUIDs und den Einkoppelpulen oder durch gegenüber der Simulation erhöhten Werten der Induktivitäten L_S und L_i erklärt werden. Mit Hilfe numerischer Simulationen kann gezeigt werden, dass eine einfache Verringerung des Abstands zwischen den SQUID-Washern und der Einkoppelpule, die zu einer Erhöhung des Kopplungsfaktors k_{is} führen würde, nicht ausreichend ist, um die beobachtete Abweichung zu erklären. Allerdings können galvanische Kontakte zwischen der Einkoppelpule und den Washern eine deutlich gesteigerte Gegeninduktivität M_{is} vortäuschen. Im Fall galvanischer Kontakte zwischen den Washern und der Einkoppelpule eines SQUIDs, die aufgrund der in Abschnitt 6.4.1 beschriebenen Kurzschlüsse nicht auszuschließen sind, ist es nämlich denkbar, dass die durch die Einkoppelpule getriebenen Ströme I_{in} durch einen Teil des SQUIDs fließen und auf diese Weise direkt, d.h. ohne magnetische Koppelverluste, Fluss im SQUID erzeugen.

Als alternativer Erklärungsansatz können gegenüber der Simulation erhöhte Werte der Induktivitäten L_S und L_i angeführt werden. Hierbei zeigt sich, dass eine Erhöhung der Werte der Induktivitäten um etwa 5% bis 15% ausreicht, um die experimentell bestimmten Eingangssensitivitäten beschreiben zu können. Derartige Abweichungen zwischen numerisch berechneten und experimentell bestimmten Induktivitäten konnten in der Vergangenheit auch bei der Charakterisierung magnetischer Kalorimeter mit spiral- oder mäanderförmigen Detektionsspulen beobachtet werden [Heu11, Por11]. Da die hierbei zur Berechnung der Induktivitäten verwendeten Programme identisch mit dem im Rahmen dieser Arbeit eingesetzten Simulationswerkzeugen sind, erscheint demnach ein gegenüber den Simulationen erhöhter Wert der Induktivitäten L_S und L_i grundsätzlich nicht unplausibel.

Zum Schluss dieses Abschnitts soll aus Gründen der Vollständigkeit eine weitere Möglichkeit diskutiert werden, die zu diesem Zeitpunkt aufgrund der beobachteten Kurzschlüsse nicht gänzlich ausgeschlossen werden kann und die dennoch nicht sehr wahrscheinlich erscheint. Diese Möglichkeit ergibt sich aus der Beobachtung, dass mit wenigen Ausnahmen für alle SQUIDs eine sehr ähnliche Eingangssensitivität im Bereich von $1/M_{\text{is}} = 9,9 \mu\text{A}/\Phi_0$ bestimmt worden ist. So zeigen beispielsweise die an die Resonatoren R11 bis R14 gekoppelten SQUIDs einen nahezu identischen Wert für die Eingangssensitivität, obwohl es sich einerseits um SQUIDs mit vollflächigen Washern (R12 und R14) und andererseits um SQUIDs mit geschlitzten Washern (R11 und R13) handelt. Für den Unterschied der Eingangssensitivität kann man auf Grundlage der durchgeführten Simulationen einen Wert von $0,8 \mu\text{A}/\Phi_0$ erwarten, der jedoch bei den hier diskutierten Resonatoren nicht beobachtet wurde. Aufgrund der unterschiedlichen Kopplungsfaktoren k_{is} beider SQUID-Designs, die sich aus den verschiedenartigen Anordnungen zwischen der Einkoppelpule und den SQUID-Washern ergeben, kann eine nahezu identische Eingangssensitivität bei beiden Designs ein Hinweis darauf sein, dass der magnetische Fluss nicht mit Hilfe der Einkoppelpulen sondern auf eine andere Weise in die SQUIDs eingekoppelt wird. So könnte beispielsweise ein kurzschlussverursachter Stromfluss über die Masseflächen der Resonatoren in allen SQUIDs in gleichem Maß magnetischen Fluss erzeugen. Allerdings zeigen Simulationen, dass für derartige Effekte sehr niedrige Gegeninduktivitäten im Bereich von unter 10 pH zu erwarten sind.

Aufgrund der Vielzahl der möglichen Erklärungen kann zum momentanen Zeitpunkt keine endgültige Antwort auf die Frage nach der beobachteten Abweichung gegeben werden. Jedoch wird es in zukünftigen Messungen nach einer Verbesserung der elektrischen Isolation zwischen den Washer sowie der Einkoppelpule der SQUIDs auf einfache Weise möglich sein, zu entscheiden, welcher der unterschiedlichen Erklärungsansätze für die beobachtete Diskrepanz tatsächlich verantwortlich ist.

6.4.7 Maximalwert der Frequenzverschiebung der SQUIDs

Die in Abschnitt 6.4.5 beschriebenen Funktionstests der SQUIDs haben eindeutig gezeigt, dass eine Änderung des Stroms I_{in} durch die Einkoppelpule eines SQUIDs zu einer Änderung der Resonanzfrequenz f_r des zugehörigen Resonators führt. Der Spitze-Spitze-Wert Δf_r^{max} der Verschiebung der Resonanzfrequenz hängt hierbei nach Gleichung 6.11 von der Resonanzfrequenz f_r , der SQUID-Induktivität L_S , dem Hystereseparameter β_L sowie der Gegeninduktivität M_T zwischen der Abschlussinduktivität des Resonators und dem SQUID ab. Zur Bestimmung des Werts Δf_r^{max} wurde jeweils für zwei verschiedene Werte des Stroms I_{in} durch die Einkoppelpule eines SQUIDs die Resonanzfrequenz f_r des zugehörigen Resonators gemessen. Die Werte des Stroms I_{in} wurden hierbei so gewählt, dass in einem SQUID jeweils ein

magnetischer Fluss von $\Phi = 0$ bzw. $\Phi = \Phi_0/2$ erzeugt wurde, da in diesem Fall die Resonanzfrequenz f_r ihren minimalen bzw. ihren maximalen Wert annimmt.

Im Rahmen der durchgeführten Messungen zeigte sich, dass die maximale Frequenzverschiebung Δf_r^{\max} der SQUIDs mit einer Grundseitenlänge der Induktivität L_A von $l = 120 \mu\text{m}$ einen Wert im Bereich von $\Delta f_r^{\max} \simeq 1 \text{ kHz}$ besitzt. Konkret konnte beispielsweise für das an den Resonator R14 gekoppelte SQUID eine maximale Frequenzverschiebung von $\Delta f_r^{\max} = 4 \text{ kHz}$ gemessen werden. Für die übrigen SQUIDs, bei denen die Länge der Grundseite der Kopplungsstruktur einen kleineren Wert von $l = 60 \mu\text{m}$ annimmt, konnten hingegen keine exakten Werte für die Frequenzverschiebung Δf_r^{\max} ermittelt werden, da die Resonanzkurven für verschiedene Werte des Stroms I_{in} innerhalb der Messgenauigkeit nicht voneinander unterschieden werden konnten. Aus einem Vergleich der gemessenen Fluss-Spannungs-Kennlinien der verschiedenen SQUIDs konnten jedoch Werte im Bereich von einigen 100 Hz abgeschätzt werden.

Mit Hilfe numerischer Simulationen konnten in Abschnitt 6.3 für die Gegeninduktivitäten M_T zwischen den SQUIDs und den Induktivitäten L_A Werte von 845,2 fH bzw. 211,5 fH ermittelt werden. Hierbei bezieht sich der erste Wert auf eine Länge der Grundseite der Abschlussinduktivität von $l = 120 \mu\text{m}$. Nach Gleichung 6.11 erwartet man damit für das an Resonator R14 gekoppelte SQUID eine maximale Frequenzverschiebung von $\Delta f_r^{\max} = 12,4 \text{ kHz}$. Demnach weicht der experimentell bestimmte Wert von dem berechneten Wert um etwa einen Faktor 3 ab. Für die übrigen SQUIDs können Abweichungen in der gleichen Größenordnung festgestellt werden.

Der maximale Wert Δf_r^{\max} der Frequenzverschiebung hängt nach Gleichung 6.11 von der Resonanzfrequenz f_r des Resonators, der SQUID-Induktivität L_S , der Gegeninduktivität M_T sowie dem Hystereseparameter β_L ab. Aus diesem Grund müssen grundsätzlich Abweichungen dieser vier Parameter von den erwarteten Werten als mögliche Erklärung der Diskrepanz in Betracht gezogen werden. Da die Resonanzfrequenzen f_r eindeutig bestimmt werden konnten und diese zudem gut mit den erwarteten Werten übereinstimmen, wie in Abschnitt 6.4.4 gezeigt worden ist, können Abweichungen der Resonanzfrequenzen f_r als mögliche Ursache ausgeschlossen werden. Die verbleibenden drei Parameter L_S , M_T und β_L können hingegen nicht direkt bzw. unabhängig voneinander gemessen werden. Aus diesem Grund soll im Folgenden der Einfluss von Abweichungen dieser drei Parameter von den berechneten Werten auf die Frequenzverschiebung Δf_r^{\max} diskutiert werden. Da jedoch der Hystereseparameter β_L von der SQUID-Induktivität L_S sowie dem kritischen Strom I_c des Josephson-Kontakts abhängt, soll die angesprochene Diskussion nicht für den Hystereseparameter β_L sondern für den kritischen Strom I_c geführt werden.

Zunächst soll der Einfluss der SQUID-Induktivität L_S sowie des kritischen Stroms I_c diskutiert werden. Hierbei soll angenommen werden, dass der Wert der Gegen-

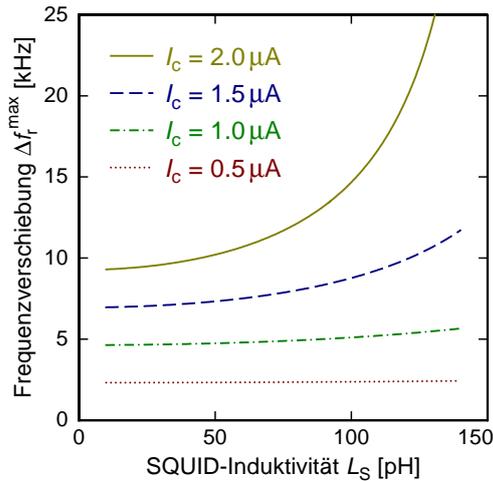


Abb. 6.14: Berechneter Verlauf der maximalen Frequenzverschiebung Δf_r^{\max} für das an den Resonator R14 gekoppelte SQUID als Funktion der SQUID-Induktivität L_S für verschiedene Werte des kritischen Stroms I_c . Bei der Berechnung wurde angenommen, dass der Wert der Gegeninduktivität M_T zwischen dem SQUID und der Abschlussinduktivität L_A des Resonators durch den numerisch bestimmten Wert von $M_T = 845,0$ fH gegeben ist.

induktivität M_T durch den numerisch berechneten Wert von $M_T = 845,0$ fH gegeben ist. Abbildung 6.14 zeigt am Beispiel des an den Resonator R14 gekoppelten SQUIDs die erwartete Frequenzverschiebung Δf_r^{\max} als Funktion der SQUID-Induktivität L_S für verschiedene Werte des kritischen Stroms I_c . Wie in der Abbildung zu sehen ist, könnte die experimentell bestimmte Frequenzverschiebung von $\Delta f_r^{\max} = 4$ kHz bei festem Wert der Gegeninduktivität M_T dadurch erklärt werden, dass der kritische Strom I_c gegenüber dem in Abschnitt 6.4.3 bestimmten Wert von $I_c = 1,06 \mu\text{A}$ reduziert ist. Für das konkrete Beispiel müsste der kritische Strom einen Wert von $I_c = 0,7 \mu\text{A}$ besessen haben. Auf Grundlage von Abbildung 6.14 kann ein erhöhter Wert des kritischen Stroms I_c bzw. eine Abweichung der SQUID-Induktivität L_S von dem numerisch berechneten Wert unter der Annahme eines festen Werts der Gegeninduktivität M_T hingegen als Ursache für den geringen Wert der Frequenzverschiebung Δf_r^{\max} ausgeschlossen werden. Wie in Abschnitt 6.4.3 gezeigt worden ist, konnte bei den an den Rändern der Multiplexer-Chips platzierten Tunnelkontakten eine breite Verteilung für die kritischen Ströme I_c gemessen werden. Der aus der Frequenzverschiebung Δf_r^{\max} bestimmte Wert des kritischen Stroms von $I_c = 0,7 \mu\text{A}$ liegt innerhalb der 2σ -Umgebung dieser Verteilung, so dass der kritische Strom des an den Resonator R14 gekoppelten SQUIDs durchaus diesen Wert besitzen kann.

Für die Diskussion des Einflusses der Gegeninduktivität M_T soll angenommen werden, dass die SQUID-Induktivität L_S sowie der Hystereseparameter β_L durch die berechneten bzw. gemessenen Werte gegeben sind. In diesem Fall wird die beobachtete Diskrepanz bei der Frequenzverschiebung Δf_r^{\max} durch eine Abweichung der Gegeninduktivität M_T von dem berechneten Wert verursacht. Als konkretes Beispiel soll wieder das an den Resonator R14 gekoppelte SQUID betrachtet werden. Für dieses SQUID wurde gezeigt, dass der experimentell bestimmte Wert der Frequenzverschiebung Δf_r^{\max} vom erwarteten Wert um etwa einen Faktor 3 abweicht,

der sich in eine hypothetische Abweichung der Gegeninduktivität M_T um einen Faktor $\sqrt{3}$ übersetzt. Diese Abweichung von 70 % erscheint vergleichsweise groß, um sie durch Diskretisierungsfehler oder numerische Probleme bei der Berechnung erklären zu können. Ebenso zeigt ein Vergleich mit einer anderen Arbeit [Mat11], dass die berechneten Werte der Gegeninduktivitäten M_T durchaus plausibel sind. Dies spricht somit gegen eine Abweichung der Gegeninduktivität M_T von den numerisch berechneten Werten. Da sich die Gegeninduktivität M_T allerdings nicht unabhängig von anderen Größen wie der SQUID-Induktivität L_S oder dem Hystereseparameter β_L bestimmen lässt, ist es an dieser Stelle nicht möglich, eine Abweichung zweifelsfrei auszuschließen. Jedoch erscheint die Erklärung eines gegenüber der Annahme reduzierten kritischen Stroms I_c weitaus plausibler. Ebenfalls sehr wahrscheinlich ist, dass eine Kombination aus beiden Effekten für die beobachtete Diskrepanz verantwortlich ist. So kann man beispielsweise die beobachtete Frequenzverschiebung von $\Delta f_r^{\max} = 4$ kHz mit einer Abweichung der Gegeninduktivität sowie einem gegenüber der Annahme reduzierten Wert des kritischen Stroms von jeweils 10 % erklären.

6.4.8 Flussrauschen der SQUIDs

In Abschnitt 6.2.5 wurde gezeigt, dass das magnetische Flussrauschen $\sqrt{S_\Phi}$ der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten SQUIDs durch eine Reihe verschiedener Beiträge bestimmt wird. Zu diesen Beiträgen zählen das Rauschen des HEMT-Verstärkers, das Johnson-Rauschen des Filterwiderstands des Eingangskreises, das Frequenzrauschen der Tunnelsysteme in den Resonatoren sowie Fluktuationen des kritischen Stroms und magnetisches Rauschen im SQUID. Es wurde ferner gezeigt, dass der Beitrag des HEMT-Verstärkers zum Flussrauschen $\sqrt{S_\Phi}$ den dominanten Anteil darstellt. Hierauf basierend wurde in Abschnitt 6.2.4 ein Ausdruck für die Energiesensitivität ϵ des SQUIDs abgeleitet, mit dessen Hilfe das magnetische Flussrauschen $\sqrt{S_\Phi}$ berechnet werden kann.

Die Energiesensitivität ϵ der hier diskutierten SQUIDs hängt nach Gleichung 6.21 von einer Reihe charakteristischer Größen ab, die entweder experimentell bestimmt oder numerisch berechnet werden können. Für die verschiedenen SQUID-Entwürfe des Multiplexer-Designs SQMUX01 wurden in Tabelle 6.1 die erwarteten Werte für die gekoppelte Energiesensitivität ϵ_c zusammengefasst. Hierbei zeigte sich, dass für SQUIDs mit vollflächigen Washern, bei denen die Länge der Grundseite der Abschlussinduktivität L_A einen Wert von $l = 120 \mu\text{m}$ annimmt, eine gekoppelte Energiesensitivität von etwa $\epsilon_c \simeq 370$ h erwartet wird. Der erwartete Wert der gekoppelten Energiesensitivität der übrigen SQUIDs liegen deutlich über diesem Wert, wie sich aus Abschnitt 6.3.3 ergibt. Aus diesem Grund soll die Diskussion der Energiesensitivität ϵ bzw. des Flussrauschens $\sqrt{S_\Phi}$ auf ein SQUID mit vollflächigen Washern und einer Länge der Grundseite der Induktivität L_A von $l = 120 \mu\text{m}$ beschränkt wer-

den. Aufgrund des in Abschnitt 6.4.4 beschriebenen Signalverlusts im Kryostaten, der durch ein defektes Koaxialkabel zwischen dem Richtkoppler und dem Probenhalter bedingt war, sowie dem geringen Wert Δf_r^{\max} der maximalen Verschiebung der Resonanzfrequenz muss allerdings auch bei einem solchen SQUID verglichen mit dem oben genannten Wert von $\epsilon_c \simeq 370$ h mit einem signifikant erhöhten Wert der Energiesensitivität ϵ bzw. des magnetischen Flussrauschens $\sqrt{S_\Phi}$ gerechnet werden.

Um die Diskussion der Energiesensitivität ϵ bzw. des magnetischen Flussrauschens $\sqrt{S_\Phi}$ an einem konkreten Beispiel führen zu können, wird im Folgenden das an den Resonator R14 gekoppelte SQUID betrachtet. Für den Resonator R14 konnte eine Resonanzfrequenz von $f_r = 5,9692$ GHz, eine Güte von $Q_1 = 4655$ sowie eine Kopplungsgüte von $Q_c = 6316$ bestimmt werden. Für das SQUID wurde ferner eine Eingangssensitivität von $1/M_{\text{is}} = 9,9 \mu\text{A}/\Phi_0$, ein Hystereseparameter⁴ von $\beta_L = 0,11$ sowie eine maximale Frequenzverschiebung von $\Delta f_r^{\max} = 4$ kHz ermittelt. Hieraus ergibt sich für das Verhältnis $\eta = Q_1 \Delta f_r^{\max} / f_r$ ein Wert von $\eta = 3,11 \cdot 10^{-3}$. Unter Berücksichtigung des in Abschnitt 6.4.4 bestimmten Pegels des Messsignals am Eingang des Multiplexer-Chips ergibt sich für den einheitenlosen Parameter γ , der ein Maß für den im SQUID erzeugten magnetischen Fluss, ausgedrückt in Einheiten des magnetischen Flussquants Φ_0 , darstellt, ein Wert von $\gamma = 1,85 \cdot 10^{-3}$. Damit erwartet man für die Energiesensitivität dieses SQUIDs mit einer Rauschtemperatur des Messaufbaus von $T_N = 8$ K einen Wert von $\epsilon = 1,54 \cdot 10^7$ h bzw. ein magnetisches Flussrauschen von $\sqrt{S_\Phi} = 488 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$.

Zur experimentellen Bestimmung des magnetischen Flussrauschens $\sqrt{S_\Phi}$ wurde das in Abschnitt 4.6.2 beschriebene Verfahren verwendet. Hierbei wurde die Phase zwischen dem Referenzsignal und dem Messsignal derart justiert, dass die Spannung U_I am I -Ausgang des I/Q -Mischers maximiert worden ist. In diesem Fall entspricht die Spannung U_I direkt der Amplitude A des Messsignals und die Phase θ zwischen beiden Signalen ist durch die Spannung U_Q am Q -Ausgang des Mischers gegeben. Auf diese Weise konnte eine direkte Messung des Flussrauschens $\sqrt{S_\Phi}$ bei einer amplituden- bzw. phasensensitiven Auslesung des Resonators ermöglicht werden. Weiterhin wurde mit Hilfe eines durch die Einkoppelspule fließenden Gleichstroms I_{dc} der magnetische Fluss im SQUID auf einen Wert von $\Phi \simeq \Phi_0/4$ eingestellt, da an diesem Punkt der Transferkoeffizient $V_\Phi = \frac{\partial U_I}{\partial \Phi}$ des SQUIDs einen maximalen Wert annimmt, wie in Abschnitt 6.2.4 gezeigt wurde. Die Bestimmung des Transferkoeffizienten $V_\Phi = \frac{\partial U_I}{\partial \Phi}$ des SQUIDs erfolgte durch eine Messung der Fluss-Spannungs-Kennlinie $U_I(\Phi)$ des SQUIDs, deren Ergebnis in Abbildung 6.15(a) dargestellt ist. Für den Transferkoeffizienten V_Φ kann anhand der Steigung der Kenn-

⁴Bei dem hier angegebenen Wert wurde angenommen, dass die beobachtete Diskrepanz bei der Frequenzverschiebung Δf_r^{\max} durch einen verringerten Wert des kritischen Stroms des Josephson-Kontakts verursacht wird und dieser einen Wert von $I_c = 0,7 \mu\text{A}$ annimmt.

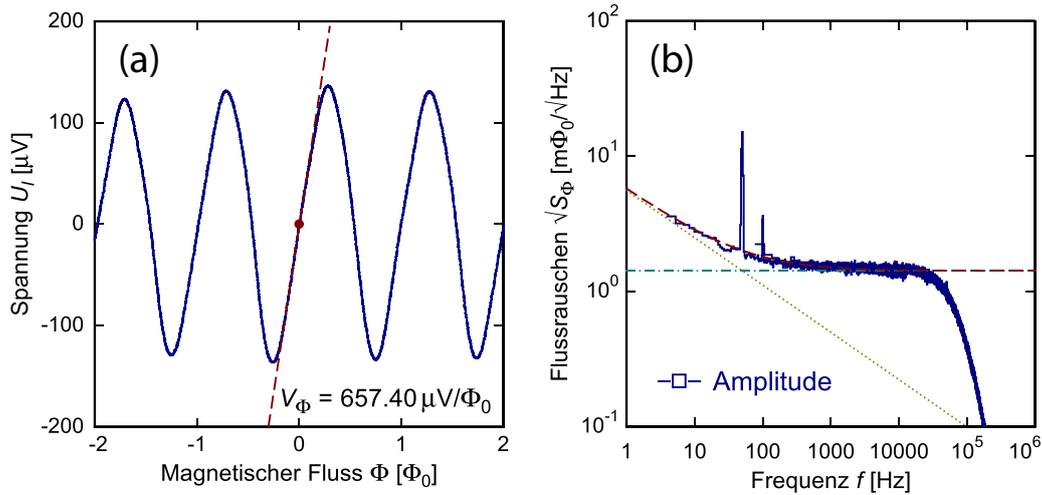


Abb. 6.15: (a) Fluss-Spannungs-Kennlinie $U_I(\Phi)$ und (b) aus dem Spannungssignal U_I bestimmtes magnetisches Flussrauschen $\sqrt{S_\Phi}$ des an den Resonator R14 gekoppelten SQUIDs. Der Resonator wurde mit einem Hochfrequenzsignal angeregt, dessen Frequenz knapp neben der Resonanzfrequenz des Resonators lag. Für die Steigung der Kennlinie am Arbeitspunkt konnte ein Wert von $V_\Phi = 657,4 \mu\text{V}/\Phi_0$ bestimmt werden. An das gemessene Flussrauschen $\sqrt{S_\Phi}$ wurde Gleichung 6.28 numerisch angepasst (rote gestrichelte Linie). Auf diese Weise konnte für den frequenzunabhängigen Rauschbeitrag (hellblaue strichpunktiierte Linie) ein Wert von $1,42 \text{ m}\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ und für den niederfrequenten Beitrag mit $S_\Phi \propto 1/f^\kappa$ (gelbe punktierte Linie) bei einer Frequenz von 1 Hz ein Wert von $5,58 \text{ m}\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ sowie ein Exponent von $\kappa = 0,7$ gefunden werden.

linie am Arbeitspunkt ein Wert von $V_\Phi = 657,40 \mu\text{V}/\Phi_0$ bestimmt werden.

Abbildung 6.15(b) zeigt das aus dem Amplitudenrauschen S_A mit dem Transferkoeffizienten V_Φ bestimmte Spektrum des Flussrauschens $\sqrt{S_\Phi}$ des SQUIDs. Wie in der Abbildung zu sehen ist, zeigt das Spektrum für Frequenzen f zwischen 500 Hz und 15 kHz ein frequenzunabhängiges Plateau und steigt zu niedrigen Frequenzen hin proportional zu $1/f^\kappa$ an. Der Abfall des Spektrums für Frequenzen $f > 20 \text{ kHz}$ wird durch einen zur Vermeidung des Alias-Effekts verwendeten Tiefpassfilter mit einer Abschneidefrequenz von $f_{\text{gr}} = 100 \text{ kHz}$ und einer Kantensteilheit von 12 dB/oct verursacht. Bei Vernachlässigung dieses messtechnisch bedingten Abfalls kann die spektrale Leistungsdichte S_Φ des Flussrauschens durch die Funktion

$$S_\Phi = S_\Phi^w + \frac{S_\Phi^{1/f}}{f^\kappa} \quad (6.28)$$

beschrieben werden, wobei S_Φ^w den Wert des frequenzunabhängigen Plateaus und $S_\Phi^{1/f}$ den Wert des zu $1/f^\kappa$ proportionalen Rauschanteils bei einer Frequenz von 1 Hz bezeichnet.

Bevor auf den Verlauf des magnetischen Flussrauschens $\sqrt{S_\Phi}$ eingegangen wird,

soll an dieser Stelle zunächst der gemessene Wert des frequenzunabhängigen Plateaus $\sqrt{S_{\Phi}^w}$ mit dem oben berechneten Wert $\sqrt{S_{\Phi}}$ des magnetischen Flussrauschens verglichen werden. Experimentell konnte für das magnetische Flussrauschen ein Wert von $\sqrt{S_{\Phi}^w} = 1,42 \text{ m}\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ bestimmt werden. Dieser Wert muss mit dem erwarteten Wert von $\sqrt{S_{\Phi}} = 488 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ verglichen werden. Es ist leicht zu erkennen, dass die Größenordnung beider Werte übereinstimmt, der experimentell bestimmte Wert jedoch um einen Faktor 2,9 über dem berechneten Wert liegt. Zur Klärung dieser Diskrepanz soll zunächst Gleichung 6.21 betrachtet werden. Diese besagt, dass die Energiesensitivität ϵ des SQUIDs, aus der das magnetische Flussrauschen berechnet werden kann, von der Rauschtemperatur T_N des Messaufbaus, dem Verhältnis η , dem im SQUID erzeugten magnetischen Fluss γ , dem Hystereseparameter β_L sowie der Resonanzfrequenz f_r des Resonators abhängt. Hierbei stellen die Rauschtemperatur T_N , die Resonanzfrequenz f_r sowie das Verhältnis $\eta = Q_1 \Delta f_r^{\text{max}}/f_r$ unabhängig voneinander bestimmbare Werte dar, die gemessen worden sind und demnach als bekannt vorausgesetzt werden können. Hingegen können der Hystereseparameter β_L , die SQUID-Induktivität L_S sowie der im SQUID erzeugte magnetische Fluss γ nicht unabhängig ermittelt werden. Im Rahmen der Bestimmung der Eingangssensitivität $1/M_{\text{is}}$ der SQUIDs in Abschnitt 6.4.6 sowie der Diskussion der maximalen Frequenzverschiebung Δf_r^{max} in Abschnitt 6.4.7 wurde allerdings ein plausibler Wert von $\beta_L = 0,11$ für den Hystereseparameter sowie von $L_S = 50 \text{ pH}$ für die SQUID-Induktivität bestimmt. Hierbei wurde angenommen, dass die Induktivitäten und Kopplungen des SQUIDs mit den numerisch berechneten Werten übereinstimmen. Unter sonst gleichen Voraussetzungen müsste die Diskrepanz zwischen dem gemessenen und dem berechneten Flussrauschen demnach durch eine Abweichung des durch das Hochfrequenzsignal im SQUID erzeugten magnetischen Flusses γ von dem oben berechneten Wert verursacht werden.

Der magnetische Fluss γ hängt nach Gleichung 6.19 von den Güten Q_1 und Q_c , der Gegeninduktivität M_T sowie der Spannung V_{rf} des Hochfrequenzsignals ab, mit der der Resonator angeregt wird. Demnach ist unter der oben gemachten Annahme, dass die Gegeninduktivität M_T durch den berechneten Wert gegeben ist, die einzig unbekannte Größe die Spannung V_{rf} . Diese wird gemäß der Gleichung $P_{\text{rf}} = V_{\text{rf}}^2/Z_{\text{LR}}$ durch den Pegel P_{rf} des Messsignals am Eingang des Multiplexer-Chips bestimmt. Wie in Abschnitt 6.4.4 erläutert wurde, war im Kryostaten das Koaxialkabel zwischen dem Richtkoppler und dem Probenhalter des Multiplexer-Chips defekt, so dass der Pegel des Messsignals am Eingang des Multiplexer-Chips nicht genau bekannt gewesen ist. Obwohl durch einen Vergleich mit früheren Messungen abgeschätzt werden konnte, dass das Messsignal durch das defekte Kabel zusätzlich um etwa 30 dB gedämpft wurde, kann der Pegel des Anregungssignals des Resonators aufgrund aufgetretener Leitungsresonanzen unter dem angenommenen Wert gelegen haben. Um die Diskrepanz zwischen dem gemessenen und dem berechneten Flussrauschen zu

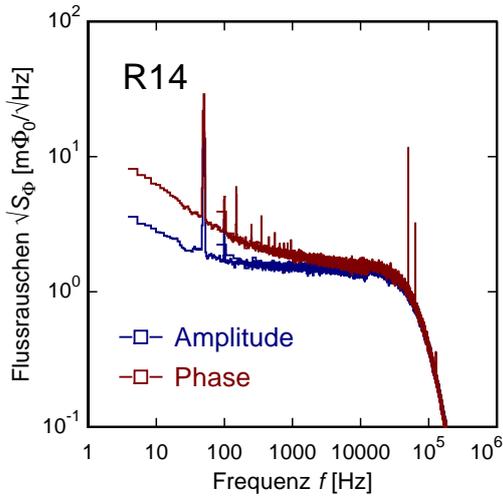


Abb. 6.16: Vergleich zwischen den aus dem Amplitudenrauschen S_A bzw. dem Phasenrauschen S_θ bestimmten Spektren des magnetischen Flussrauschens $\sqrt{S_\Phi}$ des an den Resonator R14 gekoppelten SQUIDs.

erklären, müsste der tatsächliche Pegel des Messsignals um etwa 9 dB unterhalb des angenommenen Werts gelegen haben, was einen durchaus realistischen Wert darstellt.

Bevor im nächsten Abschnitt eine Zusammenfassung und Einordnung der bei der Charakterisierung des hier diskutierten Multiplexers gewonnenen Ergebnisse gegeben wird, soll an dieser Stelle noch kurz auf den Anstieg des gemessenen Flussrauschens zu niedrigen Frequenzen hin eingegangen werden. Hierzu ist in Abbildung 6.16 ein Vergleich zwischen dem aus dem Amplitudenrauschen S_A und dem aus dem Phasenrauschen S_θ bestimmten Spektren des magnetischen Flussrauschens $\sqrt{S_\Phi}$ dargestellt. Man sieht deutlich, dass beide Spektren einen Anstieg zu niedrigen Frequenzen hin zeigen, wobei das aus dem Phasenrauschen S_θ bestimmte Spektrum bei niedrigen Frequenzen gegenüber dem aus dem Amplitudenrauschen S_A ermittelten Spektrum erhöht ist. Für höhere Frequenzen gehen beide Spektren ineinander über und zeigen bei mittleren Frequenzen im Bereich von 10 kHz ein frequenzunabhängiges Plateau sowie bei hohen Frequenzen einen Abfall des Spektrums. Während das frequenzunabhängige Plateau durch den HEMT-Verstärker verursacht wird, resultiert der Abfall bei Frequenzen von $f > 20$ kHz aus dem zur Vermeidung des Alias-Effekts verwendeten Tiefpassfilter. Ein Anstieg der Rauschspektren bei niedrigen Frequenzen konnte bereits der Diskussion des Amplituden- und Phasenrauschens von Leitungsresonatoren aus Niob ohne angekoppelte SQUIDs in Abschnitt 4.6.6 beobachtet werden. Dort wurde ebenso festgestellt, dass das Phasenrauschen S_θ gegenüber dem Amplitudenrauschen S_A erhöht ist. Da in Abschnitt 4.6.6 die möglichen Ursachen für dieses Verhalten ausführlich diskutiert worden ist, soll an dieser Stelle auf eine erneute Aufzählung der möglichen Ursachen verzichtet werden. Es soll lediglich noch einmal darauf hingewiesen werden, dass das Flussrauschen der hier diskutierten SQUIDs aufgrund der vergleichsweise schwachen Kopplung zwischen den SQUIDs und den Resonatoren vollständig durch die Rauschbeiträge der Resonatoren bzw. des HEMT-Verstärkers

dominiert wird. Aus diesem Grund können aus den hier diskutierten Messungen keine Erkenntnisse über intrinsische Rauschbeiträge der SQUIDs, zu denen unter anderem die Fluktuationen der kritischen Ströme der Josephson-Kontakte oder magnetischer Momente zählen, gewonnen werden.

6.4.9 Zusammenfassung und Einordnung der Ergebnisse

In den vorangegangenen Abschnitten konnte eindeutig gezeigt werden, dass das Verhalten des im Rahmen dieser Arbeit hergestellten Prototyps eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers zur Auslesung magnetischer Kalorimeter selbstkonsistent beschrieben werden kann und dass die für das Design eines solchen Multiplexers relevanten physikalischen Größen mit Hilfe numerischer Simulationen mit ausreichend hoher Genauigkeit vorhergesagt werden können. Insbesondere zeigte sich, dass die verhältnismäßig hohen Werte des gemessenen Flussrauschens $\sqrt{S_\Phi}$ auf eine zu schwache Kopplung zwischen den SQUIDs und den zugehörigen Resonatoren sowie auf einen Defekt eines Koaxialkabels im Kryostaten zurückgeführt werden kann. Während das Problem eines defekten Koaxialkabels durch eine Reparatur bzw. einen Austausch des Kabels vergleichsweise einfach beseitigt werden kann, ist für eine Erhöhung der Kopplung zwischen den SQUIDs und den Resonatoren eine Überarbeitung des Multiplexer-Designs notwendig. Hierzu wurden für ein zukünftiges Multiplexer-Design bereits erste Vorüberlegungen angestellt sowie numerische Simulationen durchgeführt. Hierbei zeigt sich, dass die Kopplung auf einfache Weise auf die benötigten Werte erhöht werden kann, um eine Energiesensitivität im Bereich von $\epsilon \simeq 100 \text{ h}$ zu erreichen. Dementsprechend wird es in einer Fortsetzung dieser Arbeit mit hoher Wahrscheinlichkeit möglich sein, die Auslesung eines aus hochauflösenden magnetischen Kalorimetern bestehenden Detektorarrays demonstrieren zu können. Wie in Abschnitt 2.7 gezeigt worden ist, sollten hierbei bei einer realistischen Energiesensitivität der SQUIDs im Bereich von $\epsilon \simeq 100 \text{ h}$ sehr gute Energieauflösungen von $\Delta E_{\text{FWHM}} < 2 \text{ eV}$ im Energiebereich bis 10 keV erreichbar sein.

7. Analoge und digitale Auslesungsverfahren

In den vorangegangenen Kapiteln wurde bereits mehrfach erläutert, dass mit Hilfe eines auf nicht-hysteretischen rf-SQUIDs basierenden Mikrowellen-SQUID-Multiplexers eine parallele Auslesung aller Detektoren eines aus metallischen magnetischen Kalorimetern bestehenden Detektorarrays möglich ist. Hierzu müssen die verschiedenen zur Auslesung der SQUIDs verwendeten Resonatoren simultan mit Hilfe eines Mikrowellenfrequenzkamms angeregt und zeitgleich wahlweise die Amplituden oder die Phasen der einzelnen Resonatoren ausgelesen werden. Die Erzeugung des Mikrowellenfrequenzkamms sowie die Messung der Amplituden bzw. der Phasen der Resonatoren eines aus N Detektoren bestehenden Detektorarrays kann hierbei entweder vollständig analog durch die Verwendung von N Signalgeneratoren und N Abwärtsmischern oder mit Hilfe einer als *Software Defined Radio*, kurz SDR, bekannten Technik erfolgen. Dieses Verfahren, das heutzutage standardmäßig im Bereich der Nachrichtentechnik zum Aufbau von Sendern und Empfängern eingesetzt wird, bietet den Vorteil, dass neben einer schnellen Digitalelektronik nur genau ein Signalgenerator sowie jeweils ein Aufwärtsmischer und ein Abwärtsmischer zur Auslesung eines aus N Detektoren bestehenden Detektorarrays benötigt werden.

7.1 Vollständig analoge Auslesung des Multiplexers

In Abschnitt 4.5 wurde gezeigt, dass mit dem im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Messaufbau, der in Abbildung 4.5 dargestellt ist, ein einzelner, individueller Kanal des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers ausgelesen werden kann. Da es jedoch mit nur einem analogen Signalgenerator sowie mit nur einem I/Q-Mischer nicht ohne Weiteres möglich ist, alle zur Auslesung der SQUIDs verwendeten Resonatoren simultan anzuregen sowie zeitgleich die Amplituden und die Phasen der Resonatoren zu überwachen, kann der in Abbildung 4.8 dargestellte Messaufbau in dieser Form nicht zur simultanen Auslesung aller Kanäle des Multiplexers verwendet werden.

Abbildung 7.1 zeigt eine mögliche Modifikation des im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Messaufbaus, mit dem eine simultane Auslesung aller Kanäle eines aus insgesamt N Kanälen bestehenden Mikrowellen-SQUID-Multiplexers möglich ist. Wie in der Abbildung zu sehen ist, werden die zur Auslesung erforderlichen hochfrequenten Anregungssignale der Resonatoren mit Frequenzen f_1 bis f_N von insgesamt N analogen Signalgeneratoren erzeugt. Die auf diese Weise erzeugten Signale werden mit Hilfe von Richtkopplern in Referenzsignale für die jeweils mit einem Signal-

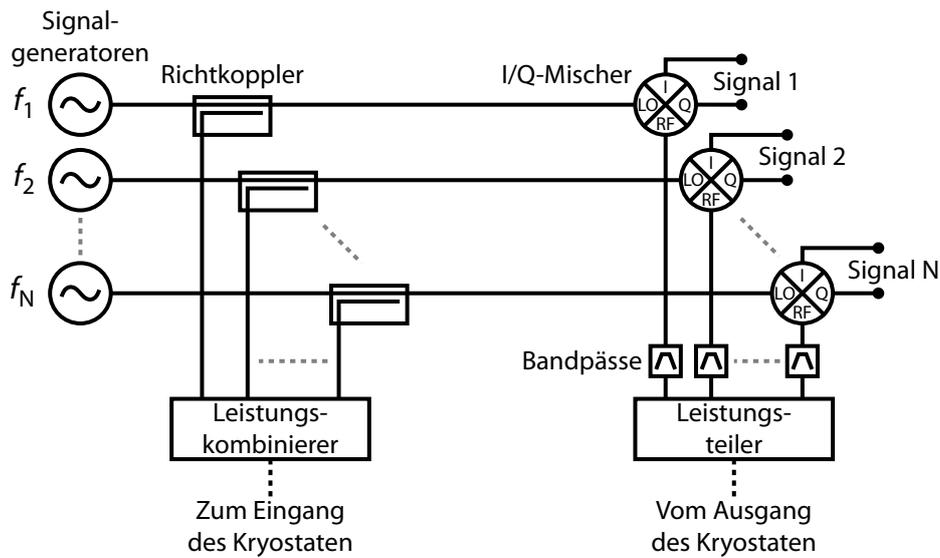


Abb. 7.1: Schematische Darstellung einer möglichen Modifikation des in Abschnitt 4.5 beschriebenen Messaufbaus, mit dem eine simultane Auslesung aller Kanäle eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers möglich ist. Da der im Kryostaten befindliche Teil des Messaufbaus gegenüber der Auslesung eines einzelnen, individuellen Kanals nicht modifiziert ist, wurde auf eine Darstellung dieses Teils des Messaufbaus verzichtet. Ferner sind die außerhalb des Kryostaten verwendeten Dämpfungsglieder, Phasenschieber, Hochfrequenzverstärker und Gleichstromsperrern aus Gründen der Übersichtlichkeit in der Abbildung nicht dargestellt.

generator assoziierten I/Q-Mischer sowie in die eigentlichen Messsignale geteilt. Die einzelnen Messsignale werden mit Hilfe eines Leistungskombinierers zu einem gemeinsamen Signal zusammengefasst, dessen Spektrum sich nach der Kombination der Einzelsignale aus den N Trägerfrequenzen f_1 bis f_N zusammensetzt und das daher die Form des zur Anregung der Resonatoren erforderlichen Frequenzkamms besitzt. Das so präparierte Messsignal durchläuft dann die gleiche analoge Signalkette, die auch zur Auslesung eines einzelnen, individuellen Kanals des Multiplexers verwendet wird. Dies bedeutet, dass zunächst der Pegel des Messsignals außerhalb des Kryostaten durch eine Reihe von Dämpfungsgliedern eingestellt wird. Im Kryostat wird das Signal weiter abgeschwächt, durch die auszulesenden Resonatoren hinsichtlich der Amplituden und der Phasen der einzelnen Trägersignale modifiziert und schließlich durch den HEMT-Verstärker vorverstärkt. Außerhalb des Kryostaten wird das Messsignal, das nun die Amplituden- und Phaseninformationen jedes einzelnen Resonators enthält, zunächst weiter verstärkt und durch einen symmetrischen Leistungsteiler in N identische Signale $s_i(t)$ geteilt. Jedes dieser Signale setzt sich aus den verschiedenen Trägersignalen mit Frequenzen f_1 bis f_N zusammen und beinhaltet daher die Amplituden- und Phaseninformationen der Gesamtheit aller Resonatoren.

Um nun die Amplituden- und Phaseninformationen des i -ten Resonators extrahieren zu können, durchläuft das Signal $s_i(t)$ einen schmalbandigen Bandpass mit der Mittenfrequenz f_i , durch den die übrigen Trägersignale mit Frequenzen f_j mit $j \neq i$ herausgefiltert werden, so dass das Signal $s_i(t)$ nur noch die Amplituden- und Phaseninformationen des i -ten Resonators enthält. Diese Informationen werden mit Hilfe des zugehörigen I/Q-Mischers durch Multiplikation des Signals $s_i(t)$ mit dem jeweiligen Referenzsignal mit Frequenz f_i in Form von Gleichspannungssignalen $I_i(t)$ und $Q_i(t)$ extrahiert und können schließlich für jeden einzelnen Resonator individuell aufgezeichnet werden.

Ein großer Vorteil dieser Art der simultanen Auslesung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers besteht darin, dass sich diese nicht von der Auslesung eines einzelnen, individuellen Kanals unterscheidet und im Vergleich zu der im nächsten Abschnitt diskutierten Lösung sehr einfach gestaltet ist. Dies bedeutet, dass die Ausgangssignale der verschiedenen Kanäle direkt an den Ausgängen der I/Q-Mischer in Form von analogen Spannungssignalen zur Verfügung stehen und auf herkömmliche Art und Weise weiterverarbeitet werden können. Ferner können mit diesem Schema theoretisch nahezu beliebig viele Kanäle simultan ausgelesen werden. Allerdings wächst die Zahl der zur Auslesung des Multiplexers notwendigen Signalgeneratoren und I/Q-Mischer proportional zur Anzahl der Kanäle an. Da die Verwendung von mehreren hundert oder tausend Signalgeneratoren und I/Q-Mischern, die zur Auslesung von sehr großen Detektorarrays benötigt würden, in der Praxis jedoch nur sehr schwer umsetzbar ist, stellt das in diesem Abschnitt diskutierte Verfahren keine realistische Möglichkeit zur Auslesung von sehr großen Detektorarrays dar. Das hier diskutierte Verfahren sollte vielmehr als interessante und einfach zu realisierende Möglichkeit zur Auslesung kleiner Detektorarrays mit wenigen Detektoren angesehen werden und wurde in diesem Kontext auch schon sehr erfolgreich verwendet [Maz04, Mat11].

7.2 Software Defined Radio

Wie im vorherigen Abschnitt gezeigt worden ist, kann eine simultane Auslesung aller Kanäle eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers mit rein analoger Messtechnik nur mit enorm hohem Aufwand umgesetzt werden, da die Zahl der zur Auslesung benötigten Signalgeneratoren und I/Q-Mischer proportional zur Anzahl N der Kanäle des Multiplexers anwächst. Jedoch kann die Zahl der erforderlichen Signalgeneratoren und Mischer durch Verwendung einer als *Software Defined Radio* bezeichneten Technik, die heutzutage standardmäßig im Bereich der Nachrichtentechnik verwendet wird, signifikant reduziert werden. Der Grundgedanke dieser Technik, die erstmals in [Maz06] zur Auslesung von auf supraleitenden Mikrowellenresonatoren basierenden bolometrischen Detektorarrays verwendet wurde und im Folgenden anhand von Ab-

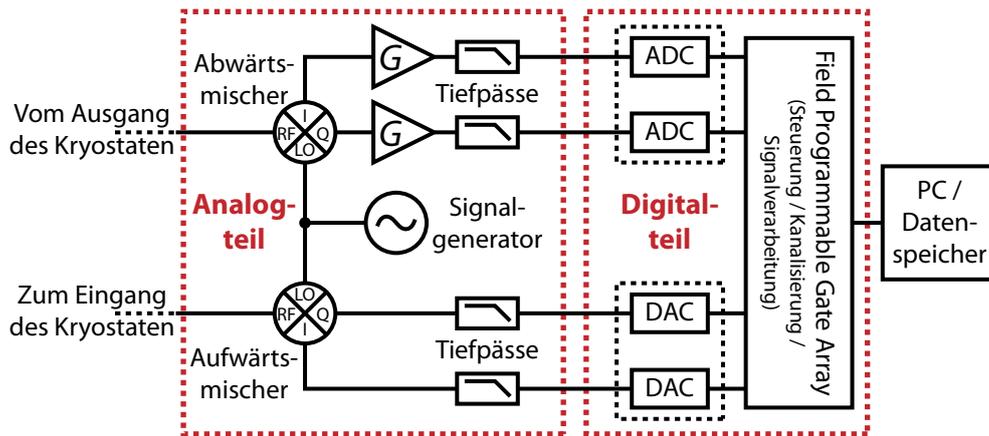


Abb. 7.2: Schematische Darstellung eines SDR-basierten Verfahrens zur Auslesung eines auf nicht-hysteretischen rf-SQUIDs basierenden Mikrowellen-SQUID-Multiplexers. Da der analoge Teil des Messaufbaus gegenüber der Auslesung eines einzelnen, individuellen Kanals nicht modifiziert ist, wurde auf eine Darstellung dieses Teils verzichtet.

bildung 7.2 diskutiert werden soll, besteht darin, den zur Anregung der Resonatoren notwendigen Frequenzkamm nicht mit einzelnen analogen Signalgeneratoren sondern mit einem schnellen Digital-Analog-Wandler, kurz DAC, zu erzeugen. Ferner wird das vom Multiplexer transmittierte Signal, das die Amplituden- und Phaseninformationen der einzelnen Resonatoren enthält, nicht mit einzelnen Bandpässen und analogen I/Q-Mischern verarbeitet, sondern zunächst mit einem schnellen Analog-Digital-Wandler, kurz ADC, digitalisiert und anschließend entweder hardwarebasiert mit einem Field Programmable Gate Array, kurz FPGA, oder softwarebasiert mit einem Messrechner digital weiterverarbeitet. Da die Resonanzfrequenzen der Resonatoren jedoch oberhalb des Frequenzbereichs liegen, der heutzutage mit kommerziell erhältlichen ADCs und DACs abgedeckt werden kann, ist ein Zwischenschritt bei der Erzeugung des Frequenzkamms sowie der Digitalisierung des transmittierten Signals notwendig. Dieser Zwischenschritt besteht darin, dass der Frequenzkamm zunächst in einem mit dem DAC zugänglichen Basisband (BB) erzeugt, anschließend mit Hilfe eines Aufwärtsmischers in den Frequenzbereich der Resonatoren hochgemischt und schließlich vor der Digitalisierung wieder mit Hilfe eines Abwärtsmischers in das Basisband des ADCs heruntergemischt wird. Für diesen Zwischenschritt kann hierbei entweder wie in [Maz06] oder [Yat09] eine Einseitenbandmodulationstechnik oder, wie es in Abbildung 7.2 dargestellt ist und beispielsweise in [Dua10] oder [McH12] verwendet wurde, eine Quadraturamplitudenmodulationstechnik, kurz QAM-Technik, verwendet werden. Bei der QAM-Technik wird mit Hilfe eines analogen Signalgenerators ein zeitlich kontinuierliches Hochfrequenzsignal bereitgestellt, dessen Frequenz f_{LO} in der Nähe der Frequenzen f_1 bis f_N der Anregungssignale der Resonatoren liegt und das einerseits als Oszillatorsignal des I/Q-Aufwärtsmischers sowie andererseits

als Referenzsignal des I/Q-Abwärtsmischers verwendet wird. Der Frequenzkamm im Basisband wird zunächst softwarebasiert berechnet und von einem zweikanaligen DAC in Form von zwei analogen Signalen periodisch ausgegeben. Hierbei setzen sich die Trägersignale $s_i(t)$ der Resonatoren im Basisband aus jeweils zwei sinusförmigen Signalen $s_i^{(1)}(t) = I_{\text{BB},i} \cos(2\pi f_{\text{BB},i}t)$ bzw. $s_i^{(2)}(t) = Q_{\text{BB},i} \sin(2\pi f_{\text{BB},i}t)$ mit Amplituden $I_{\text{BB},i}$ und $Q_{\text{BB},i}$ mit $i = 1, \dots, N$ zusammen, deren Frequenzen $f_{\text{BB},i} = f_i - f_{\text{LO}}$ durch die notwendigen Trägerfrequenzen f_1 bis f_N sowie das Oszillatorsignal mit Frequenz f_{LO} festgelegt und deren Phasen um 90° gegeneinander verschoben sind. Die Summe dieser komplexwertigen Signale $s_i(t) = s_i^{(1)}(t) - i s_i^{(2)}(t)$ wird mit Hilfe des I/Q-Aufwärtsmischers mit dem Oszillatorsignal mit Frequenz f_{LO} multipliziert. Auf diese Weise erhält man am Ausgang des Mischers das eigentliche Messsignal $s(t)$, das eine Überlagerung der zur Anregung der Resonatoren erforderlichen Trägersignale $I_{\text{BB},i} \cos(2\pi f_i t) + Q_{\text{BB},i} \sin(2\pi f_i t)$ darstellt. Das so erzeugte Messsignal durchläuft die gleiche analoge Signalkette, die auch zur Auslesung eines einzelnen, individuellen Kanals des Multiplexers bzw. bei der vollständig analogen Auslesung des Multiplexers verwendet wird. Dies bedeutet insbesondere, dass dem Messsignal $s(t)$ die Amplituden- und Phaseninformationen aller Resonatoren aufgeprägt werden. Außerhalb des Kryostaten wird das Messsignal mit Hilfe des I/Q-Abwärtsmischers mit dem Oszillatorsignal mit Frequenz f_{LO} multipliziert. Hierbei werden am Ausgang des Mischers zwei Signale $I(t)$ und $Q(t)$ erzeugt, die im Basisband des nachfolgenden zweikanaligen ADCs liegen und deren Phasen um 90° gegeneinander verschoben sind. Diese Signale werden mit Hilfe des ADCs digitalisiert. Die hieraus resultierende, digitale Version des komplexwertigen Signals $I(t) - iQ(t)$ kann anschließend digital weiterverarbeitet werden, um schließlich die Amplituden- und Phaseninformationen der einzelnen Resonatoren extrahieren zu können. Die Verwendung einer QAM-Technik mit zweikanaligen DACs und ADCs bietet sich in diesem Fall an, da auf diese Weise die mit einem DAC zur Verfügung stehende Bandbreite effektiv verdoppelt werden kann und sich zudem Trägersignale $s_i(t)$ mit Frequenzen f_i ober- und unterhalb der Oszillatorfrequenz f_{LO} erzeugen lassen.

Das Ziel der Verarbeitung des digitalisierten Signals $I(t) - iQ(t)$ besteht darin, die Amplituden- und Phaseninformationen jedes einzelnen Resonators zu extrahieren. Hierfür muss das Signal $I(t) - iQ(t)$ zunächst „kanalisiert“ werden. Dies bedeutet, dass aus dem Signal $I(t) - iQ(t)$ die einzelnen Trägersignale $s_i(t)$ extrahiert werden müssen, in denen jeweils die Amplituden- bzw. Phaseninformationen der einzelnen Resonatoren enthalten sind. Hierbei können für die Kanalisierung des Signals sowie die Bestimmung der Amplituden- und Phaseninformationen grundsätzlich verschiedene Verfahren verwendet werden, die sich hinsichtlich der Anforderungen an die Hardware bzw. hinsichtlich des Rechenaufwands sowie der Komplexität der zu Grunde liegenden Algorithmen unterscheiden. Zwei Verfahren, die in der Vergangenheit bereits erfolgreich zur Auslesung bolometrischer Detektorarrays, die auf supraleitenden

Mikrowellenresonatoren basieren, verwendet wurden, sind FPGA-basierte Versionen der digitalen Abwärtsmischung [Maz06, Bou11] sowie der schnellen Fouriertransformation [Yat09]. Abhängig von der Zahl der insgesamt auszulesenden Kanäle können verschiedene Verfahren auch miteinander kombiniert werden, um durch eine „Vorkanalisierung“ des Signals $I(t) - iQ(t)$ den Rechenaufwand zur Bestimmung der Träger-signale $s_i(t)$ mit Hilfe von nachfolgenden Verfahren zu reduzieren [Dua10, McH12].

Ein SDR-basiertes Verfahren bietet somit die Möglichkeit, mit genau einer Digitalelektronik, sowie genau einem analogen Signalgenerator, einem I/Q-Aufwärts- und einem I/Q-Abwärtsmischer eine Vielzahl von Kanälen des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers simultan auszulesen. Die maximale Zahl von Kanälen, die hierbei zeitgleich mit einer Elektronik ausgelesen werden kann, wird durch die Bandbreite der DACs und ADCs, die Bandbreite der auszulesenden Detektoren, der Leistungsfähigkeit der Hardware sowie der Effizienz der Algorithmen zur Kanalisierung bestimmt. Jedoch sollten mit kommerziell erhältlichen FPGAs unter Berücksichtigung der effektiven Bandbreite magnetischer Kalorimeter durchaus einige hundert Detektoren mit einer einzigen Elektronik ausgelesen werden können. Durch die Verwendung mehrerer, unabhängiger Elektroniken sollte es darüber hinaus möglich sein, selbst vergleichsweise große Detektorarrays mit mehreren tausend Kanälen simultan auszulesen. Folglich stellt ein SDR-basiertes Verfahren einen sehr vielversprechenden Ansatz zur Auslesung eines rf-SQUID basierten Mikrowellen-SQUID-Multiplexers dar. Allerdings müssen bis zum ersten erfolgreichen Einsatz eines SDR-basierten Verfahrens bei magnetischen Kalorimetern noch einige offene Fragen geklärt und technische Herausforderungen gemeistert werden. So ist zum Beispiel die Bandbreite des Signals eines magnetischen Kalorimeters im Vergleich zu den bolometrischen Detektoren, bei denen SDR-basierte Verfahren bislang mit großem Erfolg eingesetzt worden sind, um nahezu zwei Größenordnungen höher. Aus diesem Grund sind die Anforderungen an die Geschwindigkeit der digitalen Signalverarbeitung verglichen mit bolometrischen Detektoren höher und erfordern die Implementierung hocheffizienter Algorithmen zur Kanalisierung sowie zur Aufbereitung der Signale. Insbesondere wird es nicht möglich sein, die nach der Kanalisierung auftretenden Datenströme, die pro Kanal im Bereich von etwa 50 kHz liegen werden, kontinuierlich zu speichern. Aus diesem Grund muss ebenfalls die Entwicklung einer hardwarebasierten Echtzeit-Datenanalyse mit Hilfe eines optimalen Filters in Betracht gezogen werden. Aufgrund der Fortschritte im Bereich der Nachrichtentechnik, in der SDR-basierte Verfahren ein aktives Forschungsgebiet darstellen, ist es jedoch zweifelsfrei zu erwarten, dass diese noch offenen Fragen beantwortet werden können. Dies wird mit hoher Wahrscheinlichkeit in Kombination mit einer zweiten Generation des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Mikrowellen-SQUID-Multiplexers die Auslesung großer Detektorarrays mit mehreren tausend Detektoren ermöglichen.

8. Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde die Entwicklung eines SQUID-basierten Frequenzmultiplexverfahrens zur Auslesung metallischer magnetischer Kalorimeter diskutiert. Das entwickelte Verfahren basiert auf der Idee eines dissipationsfreien Mikrowellen-SQUID-Multiplexers, bei dem die Auslesung einzelner Detektoren mit Hilfe nicht-hysteretischer rf-SQUIDs erfolgt. Diese sind induktiv an supraleitende Resonanzkreise mit eindeutigen Resonanzfrequenzen gekoppelt und können als parametrische Induktivitäten betrachtet werden. Aufgrund der induktiven Kopplung führt eine Änderung des magnetischen Flusses in einem der SQUIDs zu einer Änderung der effektiven Induktivität des zugehörigen Resonators, die wiederum mit einer Änderung der Resonanzfrequenz verknüpft ist. Durch eine kapazitive Kopplung aller Resonatoren an eine gemeinsame Durchgangsleitung können einerseits die verschiedenen Resonatoren simultan angeregt und andererseits die Änderungen der Resonanzfrequenzen phasensensitiv oder amplitudensensitiv ausgelesen und damit die ursprünglichen Detektorsignale ermittelt werden.

Der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Multiplexer wurde für die Auslesung magnetischer Kalorimeter konzipiert, die für die hochauflösende Röntgenspektroskopie vorgesehen sind und mit denen der Energiebereich bis 10 keV mit einer Energieauflösung von $\Delta E_{\text{FWHM}} < 2 \text{ eV}$ abgedeckt werden soll. Um eine Abschätzung der Anforderungen bzw. eine Dimensionierung des Multiplexers zu ermöglichen, wurde zunächst der Einfluss der gekoppelten Energiesensitivität ϵ_c des SQUID-Magnetometers auf die erreichbare Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters untersucht. Für die in diesem Zusammenhang durchgeführten Optimierungsrechnungen wurde eine transformatorgekoppelte Detektorgeometrie mit mäanderförmiger Detektionsspule und einem paramagnetischen Temperatursensor aus Au:Er vorausgesetzt. Für die Wärmekapazität des Absorbers wurde ein Wert von $C_{\text{abs}}(30 \text{ mK}) = 0,15 \text{ pJ/K}$ bei einer Temperatur von $T = 30 \text{ mK}$ angenommen. Die intrinsische Energieauflösung eines solchen Detektors beträgt $\Delta E_{\text{FWHM}} = 0,54 \text{ eV}$. Es konnte gezeigt werden, dass mit einem solchen Detektor im Energiebereich bis 10 keV eine Energieauflösung von $\Delta E_{\text{FWHM}} < 2 \text{ eV}$ erreicht werden kann, sofern das zur Auslesung des Detektors verwendete SQUID-Magnetometer eine gekoppelte Energiesensitivität von $\epsilon_c < 100 \text{ h}$ sowie eine Eingangsinduktivität im Bereich von $L_i \simeq 900 \text{ pH}$ besitzt.

Um die Entwicklung eines rf-SQUID-basierten Frequenzmultiplexverfahrens für die Auslesung metallischer magnetischer Kalorimeter zu motivieren, wurden die Vor- und Nachteile verschiedener Multiplexverfahren diskutiert. Hierbei zeigte sich, dass dc-SQUID-basierte Zeitmultiplexverfahren oder Codemultiplexverfahren für die Aus-

lesung kleiner Detektorarrays sehr gut geeignet sind. Da bei diesen Verfahren jedoch die Bandbreite der einzelnen Kanäle mit steigender Zahl der Detektoren immer weiter eingeschränkt werden muss und in realitätsnahen Umsetzungen zudem die dissipierte Leistung proportional zur Anzahl der Detektoren anwächst, sind diese Verfahren für die Auslesung großer Detektorarrays nur bedingt geeignet. Ein auf nicht-hysteretischen rf-SQUIDs basierender Mikrowellen-SQUID-Multiplexer ist hingegen intrinsisch dissipationsfrei und erlaubt zudem eine Auslesung von Detektoren mit hoher Bandbreite. Obwohl es einerseits bei einem solchen Multiplexer deutlich schwieriger ist, mit einem dc-SQUID vergleichbare Energiesensitivitäten zu erreichen, hängt andererseits die Energiesensitivität des Multiplexers nicht von der Zahl der ausgelesenen Detektoren ab. Aus diesen Gründen stellt ein rf-SQUID-basiertes Frequenzmultiplexverfahren einen vielversprechenden Ansatz zur Auslesung großer Detektorarrays mit mehreren hundert oder tausend Detektoren dar.

Die bei einem Frequenzmultiplexverfahren notwendige Frequenzcodierung der Detektorsignale wurde im Rahmen dieser Arbeit durch supraleitende, koplanare $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren aus Niob realisiert. Um eine Bestimmung relevanter Parameter für die Vorhersage der Resonanzfrequenzen sowie eine Messung der erreichbaren Güten der Resonatoren zu ermöglichen, wurden auf einem thermisch oxidierten Siliziumsubstrat eine Reihe von Resonatoren aus Niob hergestellt und im Temperaturbereich zwischen 18 mK und 2,5 K leistungsabhängig charakterisiert. Es zeigte sich, dass die Temperaturabhängigkeit der Resonanzfrequenzen durch das Standardtunnelmodell amorpher Festkörper sowie die Mattis-Bardeen-Theorie beschrieben werden kann. Hierbei ergaben sich abhängig von der Breite s_r der Innenleiter der Resonatoren für die kinetischen Induktivitätsverhältnisse α Werte zwischen 10 % und 15 % und für die mit einem Füllfaktor F gewichteten Verlustwinkel δ_{TLS}^0 der Tunnelsysteme wurden Werte zwischen $3 \cdot 10^{-5}$ und $5 \cdot 10^{-5}$ gefunden. Für die erreichbaren Güten der Resonatoren konnten Werte zwischen 10^3 und 10^5 bestimmt werden. Aus einer Analyse des Amplitudenrauschens bzw. des Phasenrauschens konnte ferner geschlossen werden, dass die Rauschtemperatur des Messaufbaus durch den zur Verstärkung des Messsignals verwendeten HEMT-Verstärker dominiert wird und am Eingang des Resonator- bzw. Multiplexer-Chips einen Wert von $T_N \simeq 8$ K annimmt.

Um eine technische Umsetzung des entwickelten Mikrowellen-SQUID-Multiplexer zu ermöglichen, war es erforderlich einen zuverlässigen und reproduzierbaren Herstellungsprozess für Josephson-Tunnelkontakte zu entwickeln. Der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Prozess basiert auf einer mittels eines Kathodenzerstäubungsverfahrens abgeschiedenen Nb/Al-AlO_x/Nb-Dreischichtstruktur. Die Definition der Größe der Josephson-Kontakte erfolgt durch einen selektiven Trockenätzprozess der Deckelektrode der Dreischichtstruktur in Verbindung mit einer elektrochemischen Passivierung der Ränder der Josephson-Kontakte. Im Verlauf der Entwicklung dieses

Prozesses wurde eine Vielzahl von Josephson-Kontakten verschiedener Größen hergestellt, deren Qualität anhand von Messungen der Strom-Spannungs-Kennlinien beurteilt worden ist. Es zeigte sich, dass mit dem entwickelten Prozess qualitativ hochwertige Josephson-Kontakte mit Werten des $I_c R_N$ -Produkts im Bereich von 1,7 mV sowie mit Verhältnissen R_{sg}/R_N im Bereich zwischen 20 und 50 hergestellt werden können. Als mögliche Ursachen für die beobachtete Streuung der kritischen Ströme I_c sowie der Widerstände R_N , die zum momentanen Zeitpunkt eine hundertprozentig zuverlässige Vorhersage der Eigenschaften der Josephson-Kontakte noch nicht erlaubt, konnten mechanische Verspannungen in den abgeschiedenen Niobfilmen sowie Variationen der Größen der Flächen der Josephson-Kontakte angeführt werden.

Auf Grundlage des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Multiplexer-Designs SQMUX01 konnte ein erster Prototyp eines auf nicht-hysteretischen rf-SQUIDs basierenden Mikrowellen-SQUID-Multiplexers hergestellt werden, der speziell für die Auslesung metallischer magnetischer Kalorimeter konzipiert worden ist. Um einerseits hohe Kopplungsfaktoren zwischen den Einkoppelspulen und den SQUIDs garantieren zu können und um andererseits eine effektive Unterdrückung magnetischer Störsignale zu ermöglichen, wurden für die SQUIDs planare Washer-Geometrien gewählt, bei denen durch eine Parallelschaltung aus vier identischen Washern Gradiometer zweiter Ordnung realisiert wurden. Für die SQUIDs wurden sowohl vollflächige Washer als auch geschlitzte Washer verwendet. Für die SQUID-Induktivität L_S konnten numerisch Werte von 50 pH und 60 pH berechnet werden. Für die Induktivität L_i der Einkoppelspulen ergaben sich ferner Werte von 821 pH und 1337 pH.

Anhand von Messungen der Fluss-Spannungs-Charakteristik $U(\Phi)$ der SQUIDs konnte eindeutig gezeigt werden, dass der im Rahmen dieser Arbeit hergestellte Multiplexer voll funktionsfähig ist. Ferner wurden die Eingangssensitivitäten $1/M_{is}$, die maximalen Frequenzverschiebungen Δf_r^{\max} der Resonanzfrequenzen der Resonatoren sowie das magnetische Flussrauschen $\sqrt{S_\Phi}$ der SQUIDs bestimmt. Hierbei zeigte sich, dass die experimentell bestimmten Werte dieser Größen selbstkonsistent beschrieben werden können, sofern von einer Abweichung der kritischen Ströme I_c gegenüber den Entwurfswerten von $I_c = 4 \mu\text{A}$ ausgegangen wird. Diese Annahme konnte durch eine Messung der Verteilung der kritischen Ströme I_c sowie der Normal-Widerstände R_N von zu Testzwecken an den Rändern der Multiplexer-Chips platzierten Josephson-Kontakten untermauert werden. Für den Mittelwert der Verteilung der kritischen Ströme I_c wurde ein Wert von $1,06 \mu\text{A}$ gefunden. Die verhältnismäßig geringen Werte der maximalen Frequenzverschiebung Δf_r^{\max} im Bereich von wenigen kHz konnten auf eine zu schwache Kopplung zwischen den SQUIDs und den Resonatoren zurückgeführt werden. Ebenso konnte das gemessene Flussrauschen der SQUIDs, das Werte im Bereich von $1 \text{ m}\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ angenommen hat, auf die zu schwache Kopplung zwischen den SQUIDs und den Resonatoren sowie einen Signalverlust im Kryostaten

erklärt werden. Der Signalverlust im Kryostat wurde durch ein defektes, halbstarres Koaxialkabel verursacht. Auf Grundlage der durchgeführten Charakterisierungsmessungen konnte geschlossen werden, dass unter idealen experimentellen Randbedingungen mit dem entwickelten Multiplexer ein magnetisches Flussrauschen $\sqrt{S_\Phi}$ im Bereich von $30 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ erreicht werden kann. In einem zukünftigen Multiplexer-Design sollte ferner durch eine Erhöhung der Kopplung zwischen den SQUIDs und den Resonatoren sowie durch eine Erhöhung der kritischen Ströme I_c der Josephson-Kontakte eine gekoppelte Energiesensitivität von $\epsilon_c < 100 \text{ h}$ und damit eine Auslesung hochauflösender metallischer magnetischer Kalorimeter mit Energieauflösungen von $\Delta E_{\text{FWHM}} < 2 \text{ eV}$ möglich sein.

In der vorliegenden Arbeit konnte somit mit der Entwicklung, Herstellung und Charakterisierung eines voll funktionsfähigen und auf nicht-hysteretischen rf-SQUIDs basierenden Mikrowellen-SQUID-Multiplexers ein wichtiger Schritt auf dem Weg zur Auslesung großer, aus mehreren hundert oder tausend hochauflösenden Detektoren bestehenden Detektorarrays getan werden. Insbesondere wurde gezeigt, dass ein solches Verfahren mit den erforderlichen Spezifikationen für höchstauflösende Röntgenspektroskopie realisiert werden kann. Ungeachtet einer Reihe von technischen Herausforderungen, die es sowohl bei der Herstellung als auch bei der Auslesung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers noch zu bewältigen gilt, wird es damit zukünftig möglich sein, im Kontext verschiedener Fragestellungen eine Reihe sehr interessanter Experimente durchzuführen und weitere, womögliche tiefgreifende Erkenntnisse über die Struktur und den Aufbau der physikalischen Welt zu gewinnen.

Literaturverzeichnis

- [Abr70a] A. Abragam und B. Bleaney, *Electron Paramagnetic Resonance of Transition Metals*, Clarendon Press, Oxford, 1970.
- [Abr70b] M. Abramowitz und I. A. Stegun (Ed.), *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, New York, 1970.
- [Amb63] V. Ambegaokar und A. Baratoff, Tunneling between Superconductors, *Phys. Rev. Lett.*, **10**(11), 486–489, 1963.
- [And63] P. W. Anderson und J. M. Rowell, Probable Observation of the Josephson Superconducting Tunneling Effect, *Phys. Rev. Lett.*, **10**(6), 230–232, 1963.
- [And72] P. W. Anderson, B. I. Halperin und C. M. Varma, Anomalous low-temperature thermal properties of glasses and spin glasses, *Philosophical Magazine*, **25**(1), 1–9, 1972.
- [And07] E. Andreotti, C. Arnaboldi, P. de Bernardis, J. Beyer, C. Brofferio, M. Calvo, S. Capelli, O. Cremonesi, C. Enss, E. Fiorini, A. Fleischmann, L. Foggetta, M. Galeazzi, G. Gallinaro, L. Gastaldo, F. Gatti, A. Giuliani, P. Gorla, K. Heeger, K. D. Irwin, R. Kelley, C. A. Kilbourne, B. Margesin, R. Maruyama, S. Masi, D. McCammon, A. Monfardini, C. Nones, A. Nucciotti, M. Pavan, M. Pedretti, D. Pergolesi, G. Pessina, S. Petcov, F. S. Porter, M. Prest, E. Previtali, P. Repetto, M. Ribeiro-Gomez, S. Sangiorgio, D. Schaeffer und M. Sisti, MARE, Microcalorimeter Arrays for a Rhenium Experiment: A detector overview, *Nucl. Inst. Meth. A*, **572**, 208–210, 2007.
- [Ban93] S. R. Bandler, C. Enss, R. E. Lanou, H. J. Maris, T. More, F. S. Porter und G. M. Seidel, Metallic Magnetic Bolometers for Particle Detection, *J. Low Temp. Phys.*, **93**(3/4), 709–714, 1993.
- [Bar57] J. Bardeen, L. N. Cooper und J. R. Schrieffer, Theory of Superconductivity, *Phys. Rev.*, **108**(5), 1175–1204, 1957.
- [Bar07] R. Barends, J. J. A. Baselmans, J. N. Hovenier, J. R. Gao, S. J. C. Yates, T. M. Klapwijk und H. F. C. Hoevers, Niobium and Tantalum High Q Resonators for Photon Detectors, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **17**(2), 263–266, 2007.

- [Bar08] R. Barends, H. L. Hortensius, T. Zijlstra, J. J. A. Baselmans, S. J. C. Yates, J. R. Gao und T. M. Klapwijk, Contribution of dielectrics to frequency and noise of NbTiN superconducting resonators, *Appl. Phys. Lett.*, **92**, 223502, 2008.
- [Bar09] R. Barends, Photon-detecting superconducting resonators, Dissertation, Technische Universität Delft, 2009.
- [Bar11] R. Barends, J. Wenner, M. Lenander, Y. Chen, R. C. Bialczak, J. Kelly, E. Lucero, P. O'Malley, M. Mariani, D. Sank, H. Wang, T. C. White, Y. Yin, J. Zhao, A. N. Cleland, J. M. Martinis und J. J. A. Baselmans, Minimizing quasiparticle generation from stray infrared light in superconducting quantum circuits, *Appl. Phys. Lett.*, **99**(11), 113507, 2011.
- [Bey09] J. Beyer, D. Drung, M. Peters, T. Schurig und S. R. Bandler, A Single-Stage SQUID Multiplexer for TES Array Readout, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **19**(3), 505–508, 2009.
- [Bhu91] M. Bhushan und E. M. Macedo, Nb/AlO_x/Nb trilayer process for the fabrication of submicron Josephson junctions and low-noise dc SQUIDs, *Appl. Phys. Lett.*, **58**(12), 1323–1325, 1991.
- [Boo10] J. Bookbinder, An Overview of the IXO Observatory, *Proc. of SPIE*, **7732**, 77321B, 2010.
- [Bot12] D. Bothner, C. Clauss, E. Koroknay, M. Kemmler, T. Gaber, M. Jetter, M. Scheffler, P. Michler, M. Dressel, D. Koelle und R. Kleiner, Reducing vortex losses in superconducting microwave resonators with microsphere patterned antidot arrays, *Appl. Phys. Lett.*, **100**(1), 012601, 2012.
- [Bou11] O. Bourrion, A. Bideaud, A. Benoit, A. Cruciani, J. F. Macias-Perez, A. Monfardini, M. Roesch, L. Swenson und C. Vescovi, Electronics and data acquisition demonstrator for a kinetic inductance camera, *J. Inst.*, **6**, P06012, 2011.
- [Boy09] S. T. P. Boyd und R. H. Cantor, Microcalorimeter Magnetic Sensor Geometries Using Superconducting Elements, *AIP Conference Proceedings*, **1185**, 595–598, 2009.
- [Bro76] R. F. Broom, Some temperature-dependent properties of niobium tunnel junctions, *J. Appl. Phys.*, **47**(12), 5432–5439, 1976.
- [Bur04] A. Burck, Entwicklung großflächiger magnetischer Kalorimeter zur energieaufgelösten Detektion von Röntgenquanten und hochenergetischen

- Teilchen, Diplomarbeit, Kirchhoff-Institut für Physik, Universität Heidelberg, 2004.
- [Bur08] A. Burck, S. Kempf, S. Schäfer, H. Rotzinger, M. Rodrigues, T. Wolf, L. Gastaldo, A. Fleischmann und C. Enss, Microstructured Magnetic Calorimeter with Meander-Shaped Pickup Coil, *J. Low Temp. Phys.*, **151**(1/2), 337–344, 2008.
- [Car90] J. P. Carbotte, Properties of boson-exchange superconductors, *Rev. Mod. Phys.*, **62**(4), 1027–1157, 1990.
- [Che98] B. Chesca, Theory of RF SQUIDS Operating in the Presence of Large Thermal Fluctuations, *J. Low Temp. Phys.*, **110**(5/6), 963–1001, 1998.
- [Che08] W. Chen, D. A. Bennett, V. Patel und J. E. Lukens, Substrate and process dependent losses in superconducting thin film resonators, *Supercond. Sci. Technol.*, **21**(7), 075013, 2008.
- [Chi92] C. C. Chin, D. E. Oates, G. Dresselhaus und M. S. Dresselhaus, Nonlinear electrodynamics of superconducting NbN and Nb thin films at microwave frequencies, *Phys. Rev. B*, **45**(9), 4788–4798, 1992.
- [Cla04] J. Clarke und A. Braginski (Ed.), The SQUID Handbook: Fundamentals and Technology of SQUIDS and SQUID Systems, Wiley - Weinheim, 2004.
- [Col92] R. E. Collin, Foundations for Microwave Engineering, McGraw-Hill, New York, 1992.
- [Coo56] L. N. Cooper, Bound Electron Pairs in a Degenerate Fermi Gas, *Phys. Rev.*, **104**(4), 1189–1190, 1956.
- [Coo65] D. D. Coon und M. D. Fiske, Josephson ac and Step Structure in the Supercurrent Tunneling Characteristic, *Phys. Rev.*, **138**(3A), 744–746, 1965.
- [Dan84] W. C. Danchi, J. B. Hansen, M. Octavio, F. Habbal und M. Tinkham, Effects of noise on the dc and far-infrared Josephson effect in small area superconducting tunnel junctions, *Phys. Rev. B*, **30**(5), 2503–2516, 1984.
- [Dan05] T. Daniyarov, Metallische magnetische Kalorimeter zum hochauflösenden Nachweis von Röntgenquanten und hochenergetischen Molekülen, Dissertation, Kirchhoff-Institut für Physik, Universität Heidelberg, 2005.
- [Dav73] D. Davidov, C. Rettori, A. Dixon, K. Baberschke, E. P. Chock und R. Orbach, Crystalline-Field Effects in the Electron-Spin Resonance of Rare Earths in the Noble Metals, *Phys. Rev. B*, **8**(8), 3563–3568, 1973.

- [Day03] P. K. Day, H. G. LeDuc, B. A. Mazin, A. Vayonakis und J. Zmuidzinas, A broadband superconducting detector suitable for use in large arrays, *Nature*, **425**, 817–821, 2003.
- [Dea61] B. S. Deaver und W. M. Fairbank, Experimental Evidence For Quantized Flux In Superconducting Cylinders, *Phys. Rev. Lett.*, **7**(2), 43–46, 1961.
- [Det79] F. Dettmann, W. Richter, G. Albrecht und W. Zahn, A Monolithic Thin Film DC-SQUID, *Phys. Stat. Sol.*, **51**(2), K185–K188, 1979.
- [dH10] J. W. den Herder, R. L. Kelley, K. Mitsuda, L. Piro, S. R. Bandler, P. Bastia, K. R. Boyce, M. Bruin, J. A. Chervenak, L. Colasanti, W. B. Doriese, M. DiPirro, M. E. Eckart, Y. Ezoe, E. Figueroa-Feliciano, L. Ferrari, R. Fujimoto, F. Gatti, K. C. Gendreau, L. Gottardi, R. den Hartog, G. C. Hilton, H. Hoevers, K. D. Irwin, Y. Ishisaki, A. Kashanin, C. A. Kilbourne, P. de Korte, J. van der Kuur, C. Macculi, T. Mineo, J. H. Nielanda, T. Ohashi, S. Paltani, E. Perinati, F. S. Porter, P. J. Shirron, S. J. Smith, Y. Takei, M. Tashiro, G. Torrioli, M. Tsujimoto, H. van Weers und N. Y. Yamasaki, The X-ray Microcalorimeter Spectrometer onboard of IXO, *Proc. of SPIE*, **7732**, 77321H, 2010.
- [Dmi82] I. M. Dmitrenko, G. M. Tsoi, V. I. Shnyrkov und V. V. Kartsovnik, RF SQUID in the Nonhysteretic Regime with $k^2Ql > 1$, *J. Low Temp. Phys.*, **49**(5/6), 417–433, 1982.
- [Dol61] H. Doll und M. Näbauer, Experimental Proof Of Magnetic Flux Quantization In a Superconducting Ring, *Phys. Rev. Lett.*, **7**(2), 51–52, 1961.
- [Doy08] S. Doyle, Lumped Element Kinetic Inductance Detectors, Dissertation, Cardiff University, 2008.
- [Dru96] D. Drung, Advanced SQUID read-out electronics, in H. Weinstock (Ed.), *SQUID Sensors: Fundamentals, Fabrication and Applications*, NATO ASI Series, 63–116, Kluwer Dordrecht, 1996.
- [Dru04] D. Drung und M. Mück, SQUID Electronics, in J. Clarke und A. Braginski (Ed.), *The SQUID Handbook: Fundamentals and Technology of SQUIDs and SQUID Systems*, Wiley - Weinheim, 2004.
- [Dru07] D. Drung, C. Assmann, J. Beyer, A. Kirste, M. Peters, F. Ruede und T. Schurig, Highly Sensitive and Easy-to-Use SQUID Sensors, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **17**(2), 699–704, 2007.

-
- [Dru09] D. Drung, J. Beyer, M. Peters, J.-H. Storm und T. Schurig, Novel SQUID Current Sensors With High Linearity at High Frequencies, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **19**(3), 772–777, 2009.
- [Dru11] D. Drung, J. Beyer, J. Storm, M. Peters und T. Schurig, Investigation of Low-Frequency Excess Flux Noise in DC SQUIDs at mK Temperatures, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **21**(3), 340–344, 2011.
- [dS07] R. de Sousa, Dangling-bond spin relaxation and magnetic $1/f$ noise from the amorphous-semiconductor/oxide interface: Theory, *Phys. Rev. B*, **76**(24), 245306, 2007.
- [Du07] J. Du, A. D. M. Charles, K. D. Petersson und E. W. Preston, Influence of Nb film surface morphology on the sub-gap leakage characteristics of Nb/AlO_x-Al/Nb Josephson junctions, *Supercond. Sci. Technol.*, **20**(11), 350–355, 2007.
- [Dua10] R. Duan, S. McHugh, B. Serfass, B. A. Mazin, A. Merrill, S. R. Golwala, T. P. Downes, N. G. Czakon, P. K. Day, J. Gao, J. Glenn, M. I. Hollister, H. G. Leduc, P. R. Maloney, O. Noroozian, H. T. Nguyen, J. Sayers, J. A. Schlaerth, S. Siegel, J. E. Vaillancourt, A. Vayonakis, P. R. Wilson und J. Zmuidzinas, An open-source readout for MKIDs, *Proc. of SPIE*, **7741**, 77411V, 2010.
- [Dyn78] R. C. Dynes, V. Narayanamurti und J. P. Garno, Direct Measurement of Quasiparticle-Lifetime Broadening in a Strong-Coupled Superconductor, *Phys. Rev. Lett.*, **41**(21), 1509–1512, 1978.
- [Enp91] K. Enpuku und K. Yoshida, Modeling the dc superconducting quantum interference device coupled to the multiturn input coil, *J. Appl. Phys.*, **69**(10), 7295–7300, 1991.
- [Ens00] C. Enss, A. Fleischmann, K. Horst, J. Schönefeld, J. Sollner, J. S. Adams, Y. H. Huang, Y. H. Kim und G. M. Seidel, Metallic Magnetic Calorimeters for Particle Detection, *J. Low Temp. Phys.*, **121**(3/4), 137–176, 2000.
- [Ens05a] C. Enss und S. Hunklinger, *Low-Temperature Physics*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2005.
- [Ens05b] C. Enss (Ed.), *Cryogenic Particle Detection*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2005.
- [Fis64] M. D. Fiske, Temperature and Magnetic Field Dependencies of the Josephson Tunneling Current, *Rev. Mod. Phys.*, **36**, 221–222, 1964.

- [Fle00] A. Fleischmann, J. Schönefeld, J. Sollner, C. Enss, J. S. Adams, S. R. Bandler, Y. H. Kim und G. M. Seidel, Low Temperature Properties of Erbium In Gold, *J. Low Temp. Phys.*, **118**(1/2), 7–21, 2000.
- [Fle03] A. Fleischmann, Magnetische Mikrokalorimeter: Hochauflösende Röntgenspektroskopie mit energiedispersiven Detektoren, Dissertation, Kirchhoff-Institut für Physik, Universität Heidelberg, 2003.
- [Fle05] A. Fleischmann, C. Enss und G. M. Seidel, Metallic Magnetic Calorimeters, in C. Enss (Ed.), *Cryogenic Particle Detection*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2005.
- [Fle09] A. Fleischmann, L. Gastaldo, S. Kempf, A. Kirsch, A. Pabinger, C. Pies, J.-P. Porst, P. Ranitzsch, S. Schäfer, F. v. Seggern, T. Wolf, C. Enss und G. M. Seidel, Metallic magnetic calorimeters, *AIP Conference Proceedings*, **1185**, 571–578, 2009.
- [Fog89] V. Foglietti, W. J. Gallagher, M. B. Ketchen, A. W. Kleinsasser, R. H. Koch und R. L. Sandstrom, Performance of dc SQUIDS with resistively shunted inductance, *Appl. Phys. Lett.*, **55**(14), 1451–1453, 1989.
- [Fri44] H. T. Friis, Noise Figures of Radio Receivers, *Proceedings of the IRE*, **32**(7), 419–422, 1944.
- [Gao06] J. Gao, J. Zmuidzinas, B. A. Mazin, P. K. Day und H. G. Leduc, Experimental study of the kinetic inductance fraction of superconducting coplanar waveguide, *Nucl. Inst. Meth. A*, **559**, 585–587, 2006.
- [Gao07] J. Gao, J. Zmuidzinas, B. A. Mazin, H. G. LeDuc und P. K. Day, Noise properties of superconducting coplanar waveguide microwave resonators, *Appl. Phys. Lett.*, **90**(10), 102507, 2007.
- [Gao08a] J. Gao, The Physics of Superconducting Microwave Resonators, Dissertation, California Institute of Technology, 2008.
- [Gao08b] J. Gao, M. Daal, A. Vayonakis, S. Kumar, J. Zmuidzinas, B. Sadoulet, B. A. Mazin, P. K. Day und H. G. Leduc, Experimental evidence for a surface distribution of two-level systems in superconducting lithographed microwave resonators, *Appl. Phys. Lett.*, **92**(15), 2505, 2008.
- [Gia65] I. Giaever, Detection of the ac Josephson effect, *Phys. Rev. Lett.*, **14**(22), 904–906, 1965.

-
- [Gil98] D. T. Gillespie, Theory of electrical noise induced in a wire loop by the thermal motions of ions in solution, *J. Appl. Phys.*, **83**(6), 3118–3128, 1998.
- [Glo57] R. E. Glover und M. Tinkham, Conductivity of Superconducting Films for Photon Energies between 0.3 and $40 kT_c$, *Phys. Rev.*, **108**(1), 243–256, 1957.
- [Goo70] J. M. Goodkind und D. L. Stofa, The Superconducting Magnetic Flux Detector, *Rev. Sci. Instrum.*, **41**(6), 799–807, 1970.
- [Gör01] T. Görlach, Untersuchung paramagnetischer Legierungen für magnetische Tieftemperatur-Kalorimeter, Diplomarbeit, Kirchhoff-Institut für Physik, Universität Heidelberg, 2001.
- [Gur83] M. Gurvitch, M. A. Washington und H. A. Huggins, High quality refractory Josephson tunnel junctions utilizing thin aluminum layers, *Appl. Phys. Lett.*, **42**(5), 472–474, 1983.
- [Hah92] W. Hahn, M. Loewenhaupt und B. Frick, Crystal field excitations in dilute rare earth noble metal alloys, *Physica B*, **180-181**, 176–178, 1992.
- [Hal05] J. Halbritter, Transport in superconducting niobium films for radio frequency applications, *J. Appl. Phys.*, **97**(8), 083904, 2005.
- [Ham07] G. Hammer, S. Wuensch, M. Roesch, K. Ilin, E. Crocoll und M. Siegel, Superconducting coplanar waveguide resonators for detector applications, *Supercond. Sci. Technol.*, **20**, 408–412, 2007.
- [Ham11] G. Hammer, Untersuchung der Eigenschaften von planaren Mikrowellenresonatoren für Kinetic-Inductance Detektoren bei 4,2 K, Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie, 2011.
- [Han73] P. K. Hansma, Superconducting single-junction interferometers with small critical currents, *J. Appl. Phys.*, **44**(9), 4191–4194, 1973.
- [Har28] R. V. L. Hartley, Transmission of Information, *Bell Syst. Tech. Journal*, **7**, 535–563, 1928.
- [Har68] J. T. Harding und J. E. Zimmerman, Quantum Interference Magnetometry and Thermal Noise from a Conducting Environment, *Phys. Lett.*, **27A**(10), 670–671, 1968.

- [Heu11] S. Heuser, Entwicklung mikrostrukturierter magnetischer Kalorimeter mit verbesserter magnetischer Flusskopplung für die hochauflösende Röntgenspektroskopie, Diplomarbeit, Kirchhoff-Institut für Physik, Universität Heidelberg, 2011.
- [Höl97] G. Hölzer, M. Fritsch, M. Deutsch, J. Härtwig und E. Förster, $K_{\alpha 1,2}$ and $K_{\beta 1,3}$ x-ray emission lines of the 3d transition metals, *Phys. Rev. A*, **56**(6), 4554–4568, 1997.
- [Hou93] E. P. . Houwman, J. G. Gijsbertsen, J. Flokstra, H. Rogalla, J. B. le Grand, P. A. J. de Korte und A. A. Golubov, Proximity Effect in Nb/Al,AlOxide,Al/Nb Josephson Tunnel Junctions, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **3**(1), 2170–2173, 1993.
- [Hsi08] W.-T. Hsieh, J. A. Adams, S. R. Bandler, J. Beyer, K. L. Denis, H. Eguchi, E. Figueroa-Feliciano, H. Rotzinger, G. H. Schneider, G. M. Seidel, T. R. Stevenson und D. E. Travers, Fabrication of Metallic Magnetic Calorimeter X-ray Detector Arrays, *J. Low Temp. Phys.*, **151**(1/2), 357–362, 2008.
- [Hsi09] W.-T. Hsieh, S. R. Bandler, D. P. Kelly, J.-P. Porst, H. Rotzinger, G. M. Seidel und T. R. Stevenson, Microfabrication of High Resolution X-ray Magnetic Calorimeters, *AIP Conference Proceedings*, **1185**, 591–594, 2009.
- [Hug85] H. A. Huggins und M. Gurvitch, Preparation and characteristics of Nb/Al-oxide-Nb tunnel junctions, *J. Appl. Phys.*, **57**(6), 2103–2109, 1985.
- [Hun76] S. Hunklinger und W. Arnold, Progress in Physical Acoustics, Academic Press, New York, 1976.
- [Ima88] T. Imamura und S. Hasuo, A submicrometer Nb/AlOx/Nb Josephson junction, *J. Appl. Phys.*, **64**(3), 1586–1588, 1988.
- [Irw01] K. D. Irwin und M. E. Huber, SQUID operational amplifier, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **11**(1), 1265–1270, 2001.
- [Irw02] K. D. Irwin, SQUID multiplexers for transition-edge sensors, *Physica C*, **368**, 203–210, 2002.
- [Irw04] K. D. Irwin und K. W. Lehnert, Microwave SQUID multiplexer, *Appl. Phys. Lett.*, **85**(11), 2107–2109, 2004.
- [Irw05] K. D. Irwin und G. C. Hilton, Transition-Edge Sensors, in C. Enss (Ed.), *Cryogenic Particle Detection*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2005.

-
- [Irw06] K. D. Irwin, J. A. Beall, W. B. Doriese, W. D. Duncan, G. C. Hilton, J. A. B. Mates, C. D. Reintsema, D. R. Schmidt, J. N. Ullom, L. R. Vale, B. L. Zink und K. W. Lehnert, Microwave SQUID multiplexers for low-temperature detectors, *Nucl. Inst. Meth. A*, **559**, 802–804, 2006.
- [Irw10] K. D. Irwin, M. D. Niemack, J. Beyer, H. M. Cho, W. B. Doriese, G. C. Hilton, C. D. Reintsema, D. R. Schmidt, J. N. Ullom und L. R. Vale, Code-division multiplexing of superconducting transition-edge sensor arrays, *Supercond. Sci. Technol.*, **23**(3), 034004, 2010.
- [Jay81] J. M. Jaycox und M. B. Ketchen, Planar Coupling Scheme For Ultra Low Noise dc SQUIDs, *IEEE Trans. Magn.*, **MAG-17**, 400–403, 1981.
- [Jos62] B. D. Josephson, Possible New Effects in Superconducting Tunneling, *Phys. Lett.*, **1**(7), 251–253, 1962.
- [Jos64] B. D. Josephson, Coupled Superconductors, *Rev. Mod. Phys.*, **36**(1), 216–220, 1964.
- [Kai11a] C. Kaiser, J. M. Meckbach, K. S. Ilin, J. Lisenfeld, R. Schäfer, A. V. Ustinov und M. Siegel, Aluminum hard mask technique for the fabrication of high quality submicron Nb/Al-AlO_x/Nb Josephson junctions, *Supercond. Sci. Technol.*, **24**, 035005, 2011.
- [Kai11b] C. Kaiser, High Quality Nb/Al-AlO_x/Nb Josephson Junctions: Technological Development and Macroscopic Quantum Experiments, Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie, 2011.
- [Kam94] M. Kamon, M. J. Tsuk und J. K. White, FASTHENRY: A Multipole-Accelerated 3-D Inductance Extraction Program, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **42**(9), 1750–1758, 1994.
- [Kau78] R. L. Kautz, Picosecond pulses on superconducting striplines, *J. Appl. Phys.*, **49**(1), 308–314, 1978.
- [Kem07] S. Kempf, Entwicklung eines vollständig mikrostrukturierten metallisch magnetischen Kalorimeters, Diplomarbeit, Kirchhoff-Institut für Physik, Universität Heidelberg, 2007.
- [Ket78] M. B. Ketchen, W. M. Goubau, J. Clarke und G. B. Donaldson, Superconducting thin-film gradiometer, *J. Appl. Phys.*, **49**(7), 4111–4116, 1978.
- [Kiv08] M. Kiviranta, SQUID linearization by current-sampling feedback, *Supercond. Sci. Technol.*, **21**(4), 045009, 2008.

- [Kle07] R. Kleiner, D. Koelle und J. Clarke, A Numerical Treatment of the rf SQUID: I. General Properties and Noise Energy, *J. Low Temp. Phys.*, **149**(5-6), 230–260, 2007.
- [Knu87] J. Knuutila, A. Ahonen und C. Tesche, Effects on DC SQUID Characteristics of Damping of Input Coil Resonances, *J. Low Temp. Phys.*, **68**(3/4), 269–284, 1987.
- [Koc07] R. H. Koch, D. P. DiVincenzo und J. Clarke, Model for $1/f$ Flux Noise in SQUIDs and Qubits, *Phys. Rev. Lett.*, **98**(26), 267003, 2007.
- [Kum08] S. Kumar, J. Gao, J. Zmuidzinas, B. A. Mazin, H. G. LeDuc und P. K. Day, Temperature dependence of the frequency and noise of superconducting coplanar waveguide resonators, *Appl. Phys. Lett.*, **92**(12), 123503, 2008.
- [Kur88] K. Kuroda und M. Yuda, Niobiumstress influence on Nb/Al-oxide/Nb Josephson junctions, *J. Appl. Phys.*, **63**(7), 2352–2357, 1988.
- [Lai72] R. B. Laibowitz und A. F. Mayadas, Josephson Junctions with Nb/Al Composite Electrodes, *Appl. Phys. Lett.*, **20**(7), 254–258, 1972.
- [Lan12] Y. J. Y. Lankwarden, A. Endo, J. J. A. Baselmans und M. P. Bruijn, Development of NbTiN-Al Direct Antenna Coupled Kinetic Inductance Detectors, *J. Low Temp. Phys.*, **167**(3/4), 367–372, 2012.
- [Led10] H. G. LeDuc, B. Bumble, P. K. Day, B. H. Eom, J. Gao, S. Golwala, B. A. Mazin, S. McHugh, A. Merrill, D. C. Moore, O. Noroozian, A. D. Turner und J. Zmuidzinas, Titanium nitride films for ultrasensitive microresonator detectors, *Appl. Phys. Lett.*, **97**(10), 102509, 2010.
- [Leh92] T. Lehnert, D. Billon, C. Grassl und K. H. Gundlach, Thermal annealing properties of Nb-Al/AlO_x-Nb tunnel junctions, *J. Appl. Phys.*, **72**(7), 3165–3168, 1992.
- [LF11] E. M. Levenson-Falk, R. Vijay und I. Siddiqi, Nonlinear microwave response of aluminum weak-link Josephson oscillators, *Appl. Phys. Lett.*, **98**(12), 123115, 2011.
- [Lik86] K. K. Likharev, Dynamics of Josephson Junctions and Circuits, Gordon Breach, New York, 1986.
- [Loi08] M. Loidl, E. Leblanc, M. Rodrigues, J. Bouchard, B. Censier, T. Branger und D. Lacour, Metallic Magnetic Calorimeters for Absolute Activity Measurement, *J. Low Temp. Phys.*, **151**(3/4), 1055–1060, 2008.

-
- [Lon35] F. London und H. London, The Electromagnetic Equations Of A Supraconductor, *Proc. Roy. Soc. A*, **149**(866), 71–88, 1935.
- [Lon50] F. London, Superfluids, Wiley, New York, 1950.
- [Mar05] J. M. Martinis, K. B. Cooper, R. McDermott, M. Steffen, M. Ansmann, K. D. Osborn, K. Cicak, S. Oh, D. P. Pappas, R. W. Simmonds und C. C. Yu, Decoherence in Josephson Qubits from Dielectric Loss, *Phys. Rev. Lett.*, **95**(21), 210503, 2005.
- [Mat58] D. C. Mattis und J. Bardeen, Theory of the Anomalous Skin Effect in Normal and Superconducting Metals, *Phys. Rev.*, **111**(2), 412–417, 1958.
- [Mat08] J. A. Mates, G. C. Hilton, K. D. Irwin, L. R. Vale und K. W. Lehnert, Demonstration of a multiplexer of dissipationless superconducting quantum interference devices, *Appl. Phys. Lett.*, **92**(2), 023514, 2008.
- [Mat11] J. A. B. Mates, The Microwave SQUID Multiplexer, Dissertation, University of Colorado, 2011.
- [Max65] B. W. Maxfield und W. L. McLean, Superconducting Penetration Depth Of Niobium, *Phys. Rev.*, **139**(5A), 1515–1522, 1965.
- [Maz04] B. A. Mazin, Microwave Kinetic Inductance Detectors, Dissertation, California Institute of Technology, 2004.
- [Maz06] B. A. Mazin, P. K. Day, K. D. Irwin, C. D. Reintsema und J. Zmuidzinas, Digital readouts for large microwave low-temperature detector arrays, *Nucl. Inst. Meth. A*, **559**, 709–801, 2006.
- [Müc05] M. Mück, M. Korn, C. G. A. Mugford, J. B. Kycia und J. Clarke, Measurements of $1/f$ noise in Josephson junctions at zero voltage: Implications for decoherence in superconducting quantum bits, *Appl. Phys. Lett.*, **86**(1), 012510, 2005.
- [McC68] D. E. McCumber, Effect of ac Impedance on dc Voltage-Current Characteristics of Superconductor Weak-Link Junctions, *J. Appl. Phys.*, **39**(7), 3113–3118, 1968.
- [McC05a] D. McCammon, Semiconductor Thermistors, in C. Enss (Ed.), *Cryogenic Particle Detection*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2005.
- [McC05b] D. McCammon, Thermal Equilibrium Calorimeters - An Introduction, in C. Enss (Ed.), *Cryogenic Particle Detection*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2005.

- [McH12] S. McHugh, B. A. Mazin, B. Serfass, S. Meeker, K. O'Brien, R. Duan, R. Raffanti und D. Werthimer, A readout for large arrays of microwave kinetic inductance detectors, *Rev. Sci. Instrum.*, **83**(4), 044702, 2012.
- [Mig03] J. V. Migacz und M. E. Huber, Thermal Annealing of Nb/Al-AlO_x/Nb Josephson Junctions, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **13**(2), 123–126, 2003.
- [Mil93] R. E. Miller, W. H. Mallison, A. W. Kleinsasser, K. A. Delin und E. M. Macedo, Niobium trilayer Josephson tunnel junctions with ultrahigh critical current densities, *Appl. Phys. Lett.*, **63**(10), 1423–1425, 1993.
- [Nie10] M. D. Niemack, J. Beyer, H. M. Cho, W. B. Doriese, G. C. Hilton, K. D. Irwin, C. D. Reintsema, D. R. Schmidt, J. N. Ullom und L. R. Vale, Code-division SQUID multiplexing, *Appl. Phys. Lett.*, **96**(16), 163509, 2010.
- [Nyq28] H. Nyquist, Thermal Agitation Of Electric Charge In Conductors, *Phys. Rev.*, **32**, 110–113, 1928.
- [Oct83] M. Octavio, M. Tinkham, G. E. Blonder und T. M. Klapwijk, Subharmonic energy-gap structure in superconducting constrictions, *Phys. Rev. B*, **27**(11), 6739–6746, 1983.
- [Pat75] G. Paterno, P. Rissman und R. Vaglio, Temperature dependence of the maximum Josephson current for Nb-NbO_x-Pb junctions, *J. Appl. Phys.*, **46**(3), 1419–1420, 1975.
- [Phi72] W. A. Phillips, Tunneling States in Amorphous Solids, *J. Low Temp. Phys.*, **7**(3/4), 351–360, 1972.
- [Phi84] W. A. Phillips (Ed.), Amorphous Solids - Low Temperature Properties, Springer, Heidelberg, 1984.
- [Phi87] W. A. Phillips, Two-level states in glasses, *Rep. Prog. Phys.*, **50**, 1657–1708, 1987.
- [Pie12] C. Pies, S. Schäfer, S. Heuser, S. Kempf, A. Pabinger, J.-P. Porst, P. Ranzitsch, N. Foerster, D. Hengstler, A. Kampkötter, T. Wolf, L. Gastaldo, A. Fleischmann und C. Enss, maXs: Microcalorimeter Arrays for High-Resolution X-Ray Spectroscopy at GSI/FAIR, *J. Low Temp. Phys.*, **167**(3/4), 269–279, 2012.
- [Pip53] A. B. Pippard, An Experimental and Theoretical Study of the Relation between Magnetic Field and Current in a Superconductor, *Proc. Roy. Soc. A*, **216**(1127), 547–568, 1953.

- [Pod02] M. Podt, J. Weenink, J. Flokstra und H. Rogalla, Coded SQUID arrays, *Physica C*, **368**, 218–221, 2002.
- [Por11] J.-P. Porst, High-Resolution Metallic Magnetic Calorimeters for β -Spectroscopy on $^{187}\text{Rhenium}$ and Position Resolved X-Ray Spectroscopy, Dissertation, Kirchhoff-Institut für Physik, Universität Heidelberg, 2011.
- [Rei86] W. Reim, R. H. Koch, A. P. Malozemoff und M. B. Ketchen, Magnetic Equilibrium Noise in Spin-Glasses: $\text{Eu}_{0.4}\text{Sr}_{0.6}\text{S}$, *Phys. Rev. Lett.*, **57**(7), 905–908, 1986.
- [Rei03] C. D. Reintsema, J. Beyer, S. W. Nam, S. Deiker, G. C. Hilton, K. D. Irwin, J. Martinis, J. Ullom und L. R. Vale, Prototype system for superconducting quantum interference device multiplexing of large-format transition-edge sensor arrays, *Rev. Sci. Instrum.*, **74**(10), 4500–4508, 2003.
- [Rid65] P. E. Rider, K. A. Geschneider und O. D. McMaster, Gold-rich rare-earth-gold solid solutions, *Trans. Metallurgical Soc. Aime*, **233**, 1488–1496, 1965.
- [Rif76] R. Rifkin, D. A. Vincent, B. S. Deaver und P. K. Hansma, rf SQUID's in the nonhysteretic mode: Detailed comparison of theory and experiment, *J. Appl. Phys.*, **47**(6), 2645–2650, 1976.
- [Rot07] H. Rotzinger, Entwicklung magnetischer Mikrokalorimeter für die hochauflösende Spektroskopie des β -Emitters ^{36}Cl , Dissertation, Kirchhoff-Institut für Physik, Universität Heidelberg, 2007.
- [Rue08] F. Ruede, Hochempfindliche Stromsensoren auf DC-SQUID-Basis für den Betrieb in elektromagnetisch gestörter Umgebung, Dissertation, Technische Universität Berlin, 2008.
- [Ryh89] T. Ryhänen, H. Seppä, R. Ilmoniemi und J. Knuutila, SQUID Magnetometers for Low-Frequency Applications, *J. Low Temp. Phys.*, **76**(5/6), 287–386, 1989.
- [Sau95] J. E. Sauvageau, C. J. Burroughs, P. A. A. Booi, M. W. Cromar, S. P. Benz und J. A. Koch, Superconducting Integrated Circuit Fabrication With Low Temperature ECR-Based PECVD SiO_2 Dielectric Films, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **5**(2), 2303–2309, 1995.
- [Sav87] B. Savo, F. C. Wellstood und J. Clarke, Low-frequency excess noise in $\text{Nb-Al}_2\text{O}_3\text{-Nb}$ Josephson tunnel junctions, *Appl. Phys. Lett.*, **50**(24), 1757–1759, 1987.

- [Sch63] J. R. Schrieffer und J. W. Wilkins, Two-Particle Tunneling Processes Between Superconductors, *Phys. Rev. Lett.*, **10**(1), 17–20, 1963.
- [Sei80] P. Seidel und J. Richter, Theoretical Investigation of the Critical Josephson Current of Niobium-Lead Tunnel Junctions, *Phys. Stat. Sol.*, **99**, 607–613, 1980.
- [Sen08] S. Sendelbach, D. Hover, A. Kittel, M. Mück, J. M. Martinis und R. McDermott, Magnetism in SQUIDS at Millikelvin Temperatures, *Phys. Rev. Lett.*, **100**(22), 227006, 2008.
- [Sha49] C. E. Shannon, Communication in the Presence of Noise, *Proceedings of the IRE*, **37**(1), 10–21, 1949.
- [Sha63] S. Shapiro, Josephson Currents in Superconducting Tunneling: The Effects of Microwaves and Other Observations, *Phys. Rev. Lett.*, **11**(2), 80–82, 1963.
- [Shn80] V. I. Shnyrkov, V. A. Khlus und G. M. Tsoi, On Quantum Interference in a Superconducting Ring Closed by a Weak Link, *J. Low Temp. Phys.*, **39**(5/6), 477–496, 1980.
- [Sid05] I. Siddiqi, R. Vijay, F. Pierre, C. M. Wilson, L. Frunzio, M. Metcalfe, C. Rigetti, R. J. Schoelkopf und M. H. Devoret, Direct Observation of Dynamical Bifurcation between Two Driven Oscillation States of a Josephson Junction, *Phys. Rev. Lett.*, **94**(2), 027005, 2005.
- [Sil67] A. H. Silver und J. E. Zimmerman, Quantum States and Transitions in Weakly Connected Superconducting Rings, *Phys. Rev.*, **157**(2), 317–341, 1967.
- [Sim35] F. Simon, Application of Low Temperature Calorimetry to Radioactive Measurements, *Nature*, **135**, 763, 1935.
- [Sim01] R. N. Simons, Coplanar Waveguide Circuits, Components and Systems, John Wiley and Sons, 2001.
- [Sim04] R. W. Simmonds, K. M. Lang, D. A. Hite, S. Nam, D. P. Pappas und J. M. Martinis, Decoherence in Josephson Phase Qubits from Junction Resonators, *Phys. Rev. Lett.*, **93**(7), 077003, 2004.
- [Sjö75] M. E. Sjöstrand und G. Seidel, Hyperfine resonance properties of Er^{3+} in Au, *Phys. Rev. B*, **11**(9), 3292–3297, 1975.

-
- [Smi12] S. J. Smith, J. S. Adams, C. N. Bailey, S. R. Bandler, J. A. Chervenak, M. E. Eckart, F. M. Finkbeiner, R. L. Kelley, C. A. Kilbourne, F. S. Porter und J. E. Sadleir, Small Pitch Transition-Edge Sensors with Broadband High Spectral Resolution for Solar Physics, *J. Low Temp. Phys.*, **167**(3/4), 168–175, 2012.
- [Son09] C. Song, T. W. Heitmann, M. P. DeFeo, K. Yu, R. McDermott, M. Neeley, J. M. Martinis und B. L. T. Plourde, Microwave response of vortices in superconducting thin films of Re and Al, *Phys. Rev. B*, **79**(17), 174512, 2009.
- [Spi08] L. Spietz, K. Irwin und J. Aumentado, Input impedance and gain of a gigahertz amplifier using a dc superconducting quantum interference device in a quarter wave resonator, *Appl. Phys. Lett.*, **93**(8), 082506, 2008.
- [Spi10] L. Spietz, K. Irwin, M. Lee und J. Aumentado, Noise performance of lumped element direct current superconducting quantum interference device amplifiers in the 4-8 GHz range, *Appl. Phys. Lett.*, **97**(14), 142502, 2010.
- [Sta04] G. Stan, S. B. Field und J. M. Martinis, Critical Field for Complete Vortex Expulsion from Narrow Superconducting Strips, *Phys. Rev. Lett.*, **92**(9), 7003, 2004.
- [Ste68] W. C. Stewart, Current-Voltage Characteristics of Josephson Junctions, *Appl. Phys. Lett.*, **12**(8), 277–280, 1968.
- [Ste02] T. R. Stevenson, F. A. Pellerano, C. M. Stahle, K. Aidala und R. J. Schoelkopf, Multiplexing of radio-frequency single-electron transistors, *Appl. Phys. Lett.*, **80**(16), 3012–3014, 2002.
- [Sve89] P. Svedlindh, K. Gunnarsson, P. Nordblad, L. Lundgren, H. Aruga und A. Ito, Equilibrium magnetic fluctuations of a short-range Ising spin glass, *Phys. Rev. B*, **40**(10), 7162–7166, 1989.
- [Tay63] B. N. Taylor und E. Burstein, Excess Currents in Electron Tunneling Between Superconductors, *Phys. Rev. Lett.*, **10**(1), 14–17, 1963.
- [Vai04] J. E. Vaillancourt, C. A. Allen, R. Brekosky, A. Dosaj, M. Galeazzi, R. Kelley, D. Liu, D. McCammon, F. S. Porter, L. E. Rocks, W. T. Sanders und C. K. Stahle, Large area bismuth absorbers for X-ray microcalorimeters, *Nucl. Inst. Meth. A*, **520**(1-3), 212–215, 2004.

- [Var84] T. Varpula und T. Poutanen, Magnetic field fluctuations arising from thermal motion of electric charge in conductors, *J. Appl. Phys.*, **55**(11), 4015–4021, 1984.
- [vdK04] J. van der Kuur, P. A. J. de Korte, P. de Groene, N. H. R. Baars, M. P. Lubbers und M. Kiviranta, Implementation of frequency domain multiplexing in imaging arrays of microcalorimeters, *Nucl. Inst. Meth. A*, **520**, 551–554, 2004.
- [vS76] M. von Schickfus und S. Hunklinger, The dielectric coupling of low-energy excitations in vitreous silica to electromagnetic waves, *J. Phys. C: Solid State Phys.*, **9**, L439–L442, 1976.
- [vS77] M. von Schickfus und S. Hunklinger, Saturation Of The Dielectric Absorption Of Vitreous Silica At Low Temperatures, *Phys. Lett.*, **64A**(1), 144–146, 1977.
- [Wal23] J. L. Walsh, A Closed Set of Normal Orthogonal Functions, *Am. J. Math.*, **45**(1), 5–24, 1923.
- [Wei69] M. Weihnacht, Influence of Film Thickness on D. C. Josephson Current, *Phys. Stat. Sol.*, **32**, K169–K172, 1969.
- [Wei96] H. Weinstock, SQUID Sensors: Fundamentals, Fabrication and Applications, Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [Wel04] F. C. Wellstood, C. Urbina und J. Clarke, Flicker ($1/f$) noise in the critical current of Josephson junctions at 0.09–4.2K, *Appl. Phys. Lett.*, **85**(22), 5296–5298, 2004.
- [Wil69] G. Williams und L. L. Hirst, Crystal-Field Effects in Solid Solutions of Rare Earths in Noble Metals, *Phys. Rev.*, **185**(2), 407–414, 1969.
- [Wu79] C. T. Wu, Intrinsic Stress of Magnetron-Sputtered Niobium Films, *Thin Film Solids*, **64**, 103–110, 1979.
- [Yam94] H. Yamamori, T. Miura, A. Fujimaki, Y. Takai und H. Hayakawa, Study on the transition width at gap voltage caused by the proximity effect in Nb-based Josephson junctions, *Supercond. Sci. Technol.*, **7**(5), 284–286, 1994.
- [Yat09] S. J. C. Yates, A. M. Baryshev, J. J. A. Baselmans, B. Klein und R. Güsten, Fast Fourier transform spectrometer readout for large arrays of microwave kinetic inductance detectors, *Appl. Phys. Lett.*, **95**(4), 042504, 2009.

-
- [Yoo01] J. Yoon, J. Clarke, J. M. Gildemeister, A. T. Lee, M. J. Myers, P. L. Richards und J. T. Skidmore, Single superconducting quantum interference device multiplexer for arrays of low-temperature sensors, *Appl. Phys. Lett.*, **78**(3), 371–373, 2001.
- [Zim71] J. E. Zimmerman und N. V. Frederick, Miniature Ultrasensitive Superconducting Magnetic Gradiometer and Its Use in Cardiology and Other Applications, *Appl. Phys. Lett.*, **19**(1), 16–19, 1971.
- [Zin06] B. L. Zink, K. D. Irwin, G. C. Hilton, J. N. Ullom und D. P. Pappas, Erbium-doped gold sensor films for magnetic microcalorimeter x-ray detectors, *J. Appl. Phys.*, **99**, 08B303, 2006.

Danksagung

Zum Schluss dieser Arbeit möchte ich mich bei all denen bedanken, die auf vielfältige Art und Weise zum erfolgreichen Abschluss dieser Arbeit beigetragen haben. Mein besonderer Dank gilt

- Herrn Prof. Dr. Christian Enss für die freundliche Aufnahme in seine Arbeitsgruppe, die interessante Themenstellung sowie die Möglichkeit, auf dem Gebiet der Tieftemperatur-Teilchendetektoren aktiv mitarbeiten zu können.
- Herrn Prof. Dr. Heinz Horner für die freundliche Übernahme des Zweitgutachtens dieser Arbeit.
- Andreas Fleischmann für seine zahllosen Ratschläge, seine tatkräftige Unterstützung sowie seine fortwährende Hilfe. Durch seinen „Blick fürs Wesentliche“ und seine langjährige Erfahrung konnte er in den entscheidenden Momenten stets wichtige Impulse für den weiteren Fortschritt dieser Arbeit geben. Die unzähligen Diskussionen im Labor, in der Kaffecke oder auf dem Balkon haben diese Arbeit entscheidend geprägt. Ferner bin ich ihm für die kritische und sorgfältige Durchsicht dieser Arbeit zu großem Dank verpflichtet.
- Loredana Gastaldo für ihre enorme Hilfsbereitschaft und ihre fortwährende Unterstützung. Ihr stets offenes Ohr, ihr beständiger Optimismus und ihre schier endlose Begeisterung haben so manchen Rückschlag im Labor oder im Reinraum schnell vergessen gemacht.
- Christian Pies, Jan-Patrick Porst und Sönke Schäfer, mit denen ich im Laufe der letzten Jahre sowohl im Labor, im Reinraum oder im Büro als auch so manches Mal außerhalb des Instituts bei geselligen Abenden eine wunderbare Zeit verbringen durfte und deren tatkräftige Unterstützung maßgeblich zum Erfolg dieser Arbeit beigetragen haben.
- Thomas Wolf für seine tatkräftige Unterstützung, sein unermüdliches Engagement sowie seine kompetente und fortwährende Hilfe bei der Entwicklung und Umsetzung der verschiedenen Prozesse im Reinraum. Durch ihn konnte „Unmögliches“ so manches Mal möglich gemacht werden. Auch möchte ich mich bei ihm vielmals für die vielen Diskussionen über technische Dinge sowie über

unzählige Themen fernab der Physik bedanken, die ich in keinster Weise missen möchte und durch die ich viel lernen und neue Ansichten gewinnen konnte.

- allen aktuellen und ehemaligen Arbeitsgruppenmitgliedern für die angenehme Arbeitsatmosphäre, die zahlreichen Diskussionen, die netten Gespräche in den Kaffeepausen, beim Mittagessen oder beim wöchentlichen Frühstück sowie die geselligen Abende auf den zahlreichen Tagungen. Insbesondere sei an dieser Stelle Andreas Reiser, Daniel Rothfuß und Sebastian Heuser für die vielen Gespräche und Diskussionen, die schönen Stunden außerhalb des Instituts, das rege Interesse am Fortgang dieser Arbeit sowie die zahlreichen Tipps gedankt.
- den Mitarbeitern der Helium-Verflüssigung, der EDV-Abteilung, der Elektronik-Abteilung, der feinmechanischen Werkstatt sowie der Verwaltung, die auf sehr unterschiedliche Art und Weise zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Zu guter Letzt möchte ich mich ganz besonders bei meinen Eltern und bei meiner Schwester bedanken, die mich während der gesamten Zeit und in den verschiedensten Situationen uneingeschränkt und in jeder nur erdenklichen Form unterstützt haben und mir stets mit einer helfenden Hand und einem offenen Ohr zur Seite standen.

Vielen Dank!

Ich erkläre hiermit, dass ich die vorgelegte Dissertation selbst verfasst und mich dabei keiner anderen als der von mir ausdrücklich bezeichneten Quellen und Hilfen bedient habe.

Heidelberg, den

.....

(Sebastian Kempf)