

INAUGURAL-DISSERTATION

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Naturwissenschaftlich-Mathematischen

Gesamtfakultät

der

Ruprecht-Karls-Universität

Heidelberg

vorgelegt von

Dipl.-Phys. Heiner Kohler

aus Offenburg

Tag der mündlichen Prüfung: 6. 12. 2000

Gruppenintegrale in Chaotischen Quantensystemen

Gutachter: Priv. Doz. Dr. Thomas Guhr
Prof. Dr. Franz Wegner

Dissertation
submitted to the
Combined Faculties for the Natural Sciences and for Mathematics
of the Rupertus Carola University of
Heidelberg, Germany
for the degree of
Doctor of Natural Sciences

Group Integrals in Chaotic Quantum Systems

presented by

Diplom-Physicist: Heiner Kohler

born in: Offenburg

Heidelberg, 6. 12. 2000

Referees: Priv. Doz. Dr. Thomas Guhr
Prof. Dr. Franz Wegner

DANKSAGUNG

Mein Dank gilt Herrn Priv. Doz. T. Guhr für die nimmermüde Betreuung und ständigen Gesprächsbereitschaft während der gesamten Doktorarbeit, ohne die ein Gelingen der Arbeit an dem interessanten jedoch anspruchsvollen Thema undenkbar gewesen wäre.

Desweiteren bedanke ich mich bei Herrn Prof. Wegner für das entgegengebrachte Interesse an meiner Arbeit und für die Übernahme des Koreferats.

Ich danke der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die finanzielle Unterstützung in den ersten zwei Jahren und dem Max-Planck Institut für Kernphysik sowie Herrn Prof. Weidenmüller für die finanzielle Unterstützung im letzten Drittel meiner Arbeit. Diesem möchte ich zudem für das hervorragende Arbeitsklima danken, das in seiner Gruppe herrschte und an dem sowohl er als auch alle anderen Mitglieder der Gruppe ständig mitgewirkt haben. Für viele fruchtbare Diskussionen danke ich allen jetzigen und früheren Mitgliedern der Gruppe Weidenmüller herzlich. Zu besonderem Dank bin ich Herrn Prof. Pluhar verpflichtet.

Außerdem danke ich Gernot Akemann, Bernd Kälber, Thomas Rupp, Christian Wöhler, Marco Dentz und Thomas Papenbrock für das Durchlesen des Manuskripts. Ein spezieller Dank geht auch an Prof. Manuel Fernandez in der Universität Jaen für die Freundlichkeit und Unkompliziertheit mit der er mich für eine gewisse Zeit meiner Doktorarbeit in seinem Departamiento arbeiten ließ.

Desweiteren danke ich meinen Eltern für ihre Unterstützung während der Doktorarbeit und während des gesamten Studiums.

Ein ganz besonderer Dank gilt meiner lieben Freundin Puri.

Gruppenintegrale in Chaotischen Quantensystemen

Für eine spezielle Art von Gruppenintegralen, die als Verallgemeinerung der gewöhnlichen Besselfunktionen in Matrixräumen oder Supermatrixräumen aufgefaßt werden können, wird eine Rekursionsformel hergeleitet. Durch diese Formel wird die exakte Berechnung der Ein-Punkt- und der Zwei-Punkt-Korrelationsfunktion eines Zufallsmatrixmodells ermöglicht. Das Modell besteht aus der Summe zweier Zufallsmatrizen $H(t) = H^{(0)} + \sqrt{t}H^{(1)}$, von denen eine, $H^{(0)}$, reguläres Verhalten modelliert. Die andere Matrix gehört zu einem der klassischen Matrixensembles, GOE oder GSE, und modelliert eine chaotische Beimischung. Wir zeigen, daß die Rekursionsformel im gewöhnlichen Raum für eine beliebige Kopplungskonstante eine Integrallösung eines Hamiltonschen Systems darstellt, das eng verwandt ist mit dem Calogero-Sutherland Modell. Wir leiten für einige Gruppenintegrale über die unitärsymplektische Gruppe geschlossene Ausdrücke her. Desweiteren verallgemeinern wir das System der Gelfand-Tsetlin Koordinaten auf die unitäre orthosymplektische Gruppe $UOSp(k_1/2k_2)$.

Group Integrals in Chaotic Quantum Systems

We derive a recursion formula for a class of group integrals both in ordinary space and in superspace. These group integrals represent the generalization of Bessel functions to matrix and supermatrix spaces. Thereby we derive exact expressions for the one and two-point eigenvalue correlator of a random matrix model. The model consists of a sum of two random matrices $H(t) = H^{(0)} + \sqrt{t}H^{(1)}$. $H^{(0)}$ models the regular part and $H^{(1)}$ is a Gaussian random matrix (GOE or GSE) modelling the chaotic admixture. We prove that in ordinary space the recursion formula is an integral solution of a Hamiltonian system related to Calogero-Sutherland models for arbitrary coupling $\beta > 0$. We calculate closed expressions for some group integrals over the unitary symplectic group. Moreover we generalize the Gelfand-Tsetlin coordinate system and construct a parametrization of the unitary orthosymplectic group $UOSp(k_1/2k_2)$.