

# KREDITPORTFOLIOMANAGEMENT

DIE BEDEUTUNG VON KORRELATIONEN  
FÜR DIE BEWERTUNG  
VON KREDITAUSFALLRISIKEN

INAUGURALDISSERTATION  
ZUR ERLANGUNG DER WÜRDE EINES DOKTORS  
DER WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTEN  
DER WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLICHEN FAKULTÄT  
DER UNIVERSITÄT HEIDELBERG

VORGELEGT VON  
ALEXANDER LIPPONER  
AUS SCHÖNAU

HEIDELBERG, 25.VII.2000

Für Lara und Nicolai.

# Vorwort

Die hier vorliegende Arbeit wurde im Sommersemester 2000 an der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät der Universität Heidelberg als Dissertation eingereicht. Die Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Wirtschaftspolitik I der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät der Universität Heidelberg.

Mein Dank gilt Herrn Prof. Dr. Hans Gersbach, der mich während der gesamten Zeit hervorragend betreut hat und Herrn Prof. Dr. Roland Fahrion, für die Bereitschaft zur Übernahme des Koreferats. Darüber hinaus bedanke ich mich bei Herrn Prof. Dr. Hans Gersbach für die Bereitschaft, stets geduldig über alle Fragestellungen der Arbeit zu diskutieren und für die wertvollen Hinweise und Anregungen, welche sich aus diesen Diskussionen ergeben haben. Ebenso gilt mein Dank allen Mitarbeitern am Lehrstuhl für die gute Zusammenarbeit und das angenehme Arbeitsklima. Besonderer Dank gilt Herrn Marten Keil für seine aufmunternden Bemerkungen und für zahlreiche Vorschläge bei der Suche nach konzisen Formulierungen und Herrn Ulrich Erlenmaier, sowie Herrn Thomas Fischer für die Bereitschaft, Teile der Arbeit zu lesen und für die zahlreichen Verbesserungen, welche darauf hin in die Arbeit eingeflossen sind.

Meiner Familie danke ich für die Geduld, die sie mir während der Erstellung dieser Arbeit entgegenbrachte. Meiner Frau Isabella dafür, daß sie in der Endphase ihres eigenen Examens genügend Energie aufbrachte, um mir in den entscheidenden Augenblicken den Rücken frei zu halten, meinen Eltern dafür, daß sie mir den Weg zum Studium und zur Promotion durch ihre Unterstützung geebnet haben und nicht zuletzt meinen beiden Kindern Lara und Nicolai, die mir stets neue Kraft für dieses Projekt gegeben haben.

Alexander Lipponer

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Motivation und Fragestellung . . . . .	1
1.2	Aufbau der Arbeit . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Einzelkredit</b>	<b>5</b>
2.1	Begriffsbestimmungen . . . . .	5
2.2	Ausfallwahrscheinlichkeit . . . . .	6
2.2.1	Vorbemerkung . . . . .	6
2.2.2	Optionspreisansatz . . . . .	7
2.2.3	Ratingsysteme . . . . .	11
2.2.3.1	Vorbemerkungen . . . . .	11
2.2.3.2	Moody's . . . . .	11
2.2.3.3	Standard & Poor's . . . . .	12
2.2.3.4	Bankeninterne Ratingsysteme . . . . .	14
2.3	Banken und Kreditausfälle . . . . .	15
2.3.1	Risikoneutralität . . . . .	15
2.3.1.1	Berechnung der Kreditausfallprämie . . . . .	15
2.3.1.2	Probleme . . . . .	15
2.3.2	Risikoaversion . . . . .	16
2.3.3	Kapitalunterlegung . . . . .	17

<b>3</b>	<b>Kreditportfolios</b>	<b>19</b>
3.1	Vorbemerkung . . . . .	19
3.2	Risikokennzahlen für Kreditportfolios . . . . .	19
3.3	Portfolioeffekte . . . . .	22
3.4	Bankbetriebliche Praxis . . . . .	24
3.4.1	Traditionelles Verfahren . . . . .	24
3.4.2	Zukünftige Verfahren . . . . .	26
3.5	Korrelationen in Kreditportfolios . . . . .	27
3.5.1	Vorbemerkung . . . . .	27
3.5.2	Länderspezifische Risiken . . . . .	27
3.5.3	Gesamtwirtschaftliche Risiken . . . . .	28
3.5.4	Sektorspezifische und regionale Risiken . . . . .	28
3.5.5	Spezielle Risiken . . . . .	29
3.5.6	Bedeutung . . . . .	29
3.6	Ausfallkorrelationen im Optionspreismodell . . . . .	30
3.6.1	Vorbemerkung . . . . .	30
3.6.2	Modell . . . . .	30
3.6.2.1	Einführung . . . . .	30
3.6.2.2	Annahmen und Notation . . . . .	31
3.6.2.3	Ausfallkorrelationen . . . . .	32
3.6.2.4	Eigenschaften der Ausfallkorrelationen . . . . .	33
3.6.2.5	Resultat . . . . .	38
3.6.3	Isolation des Korrelationseffektes . . . . .	39
3.7	Empirische Bestimmung . . . . .	40
<b>4</b>	<b>Kreditrisikomodelle</b>	<b>43</b>
4.1	Vorbemerkung . . . . .	43
4.2	Klassifizierung von Kreditrisikomodellen . . . . .	43

4.3	Credit Portfolio Manager (CPM)	44
4.3.1	Ansatz	44
4.3.2	Berücksichtigung von Korrelationen	47
4.4	Credit Metrics (CM)	50
4.4.1	Ansatz	50
4.4.2	Berücksichtigung von Korrelationen	53
4.5	Credit Risk <sup>+</sup> (CR <sup>+</sup> )	55
4.5.1	Ansatz	55
4.5.2	Berücksichtigung von Korrelationen	57
4.6	Credit Portfolio View (CPV)	59
4.6.1	Ansatz	59
4.6.2	Berücksichtigung von Korrelationen	62
4.7	Zusammenfassung und Vergleich	63
4.8	Kritik	66
4.9	Fazit	73
<b>5</b>	<b>Simulationstool</b>	<b>75</b>
5.1	Simulation vs. Berechnung	75
5.2	Ansatz	78
5.3	Vorgaben für die Simulationen	79
5.4	Programmbeschreibung	80
5.4.1	Vorbemerkung	80
5.4.2	Zentrale Prozeduren	81
5.4.2.1	Cholesky-Zerlegung	81
5.4.2.2	Multivariat normalverteilte Zufallszahlen	81
5.4.2.3	Multivariat lognormalverteilte Zufallszahlen	82
5.4.2.4	Korrelationskoeffizient	83
5.4.3	Struktur	83

5.4.3.1	Allgemeines . . . . .	83
5.4.3.2	Input . . . . .	85
5.4.3.3	Übergabeparameter . . . . .	85
5.4.3.4	Programmablauf . . . . .	87
5.4.3.5	Output . . . . .	89
<b>6</b>	<b>Homogene Portfolios</b>	<b>90</b>
6.1	Vorbemerkungen . . . . .	90
6.2	Normalverteilte Aktivawerte . . . . .	91
6.3	Lognormalverteilte Aktivawerte . . . . .	93
6.3.1	Exogene Rückzahlungsquoten . . . . .	93
6.3.2	Endogene Rückzahlungsquoten . . . . .	98
6.3.3	Unterschiedliche Makroschocks . . . . .	99
6.4	Fazit . . . . .	101
<b>7</b>	<b>Inhomogene Portfolios</b>	<b>102</b>
7.1	Vorbemerkungen . . . . .	102
7.2	Unterschiedliche Ausfallwahrscheinlichkeiten . . . . .	102
7.3	Unterschiedliche Aktivakorrelationen . . . . .	104
7.4	Ausfallwahrscheinlichkeiten und Korrelationen . . . . .	105
7.5	Fazit . . . . .	105
<b>8</b>	<b>Schlußbetrachtung</b>	<b>107</b>
8.1	Zusammenfassung . . . . .	107
8.2	Implikationen . . . . .	113
<b>A</b>	<b>Quellcode des Simulationstools</b>	<b>114</b>
<b>B</b>	<b>SAS-Programm</b>	<b>131</b>

# 1 Einleitung

*»Die Bank sollte darauf achten, daß ihr Bestreben, Geld gegen Zins auszuleihen, nicht wesentlich stärker wird als ihre Fähigkeit vor auszusehen, ob es wieder zurückgezahlt wird.«<sup>1</sup>*

## 1.1 Motivation und Fragestellung

Banken sind verschiedenen Risiken ausgesetzt. Dabei stehen Marktpreis- und Kreditrisiken im Vordergrund. Letztere haben den höchsten Anteil am Gesamtrisiko einer Bank.<sup>2</sup> Trotz dieser Tatsache wurde die Entwicklung von Modellen zur Messung von Kreditrisiken erst in den letzten zwei Jahrzehnten beschleunigt. Ausgelöst wurde diese Entwicklung durch die weltweit steigende Zahl an Kreditausfällen, dem Trend zur Disintermediation bei Kreditnehmern mit hoher Bonität, dem wachsenden Wettbewerb zwischen Banken auf nationaler und internationaler Ebene und damit sinkender Margen im Kreditgeschäft und dem in vielen Bereichen abnehmenden Wert materieller Sicherheiten. Auch der Wunsch, Kredite durch die Schaffung derivativer Finanzinstrumente handelbar zu machen, lieferte einen Beitrag zur beschleunigten Entwicklung von Kreditrisikobewertungsansätzen.<sup>3</sup>

Bei der Evaluierung von Kreditrisiken spielen Portfoliobetrachtungen, die auf MARKOWITZ (1952) zurückgehen und bei Anlageentscheidungen von Investoren vielfach eingesetzt werden, bis heute eine untergeordnete Rolle. Solche Ansätze sind jedoch für die Berücksichtigung von Konzentrationseffekten und Diversifikationspotentialen

---

1 Manfred Rommel (\* 1928), ehemaliger Präsident des Deutschen Städtetages und Stuttgarter Oberbürgermeister.

2 Der Begriff „Bank“ wird in dieser Arbeit als Synonym für „Universalbank“ verwendet.

3 Vgl. ALTMAN UND SAUNDERS (1998).

bei der Portfoliobildung, sowie für die Messung des Risikobeitrags einzelner Positionen oder Gruppen von Positionen erforderlich, da diese nur durch ein Portfoliomodell adäquat quantifiziert werden können. Die Notwendigkeit einer Auseinandersetzung mit portfolioorientierten Ansätzen zur Bewertung von Kreditrisiken kann auch durch die aktuelle Diskussion um die Neuregelungen des Grundsatzes I in Bezug auf die Eigenkapitalunterlegung von Kreditrisiken belegt werden. Es ist geplant, durch die Regulierungsbehörden überprüfte Kreditrisikomodelle für die Bestimmung des bankaufsichtsrechtlich erforderlichen Eigenkapitals zuzulassen.

Da die Notwendigkeit einer portfolioorientierten Bewertung von Kreditrisiken besteht, soll in dieser Arbeit das gemeinsame Ausfallverhalten von Krediten untersucht werden. Insbesondere wird diskutiert, wie Ausfallkorrelationen von Aktivakorrelationen und Ausfallwahrscheinlichkeiten abhängen und welche Eigenschaften die Ausfallkorrelationen haben.

Ein zweiter Schwerpunkt der Arbeit besteht in der Untersuchung der Auswirkungen makroökonomischer Schocks auf das Risiko von Kreditportfolios. Dazu soll analysiert werden, welchen Einfluß makroökonomische Schocks auf Ausfallwahrscheinlichkeiten und Ausfallkorrelationen haben und wie dadurch das Gesamtrisiko eines Kreditportfolios verändert wird.

Um die Frage zu beantworten, soll ein Verfahren implementiert werden, welches in der Lage ist, die simultan auftretenden Effekte von Ausfallwahrscheinlichkeiten und Ausfallkorrelationen zu trennen und separat zu quantifizieren. Anschließend soll untersucht werden, in welchem Verhältnis die beiden Effekte zueinander stehen und wie diese Proportionen variieren, wenn die Zusammensetzung des Kreditportfolios verändert wird. Außerdem soll geklärt werden, von welchen weiteren Dimensionen das Ausmaß der Effekte abhängt. Auf Basis dieser Untersuchung soll ein robustes Muster für die Effekte über alle diese Dimensionen aufgestellt werden. Zur Durchführung dieser Untersuchungen soll ein Monte-Carlo Simulationstool entwickelt werden, welches das gemeinsame Ausfallverhalten von Krediten simuliert und daraus die für die Analyse erforderlichen Informationen gewinnt.

Die Fragen in dieser Arbeit betreffen Probleme des Kreditportfoliomanagements in Banken. Banken sind an der Entwicklung portfolioorientierter Kreditrisikomodelle interessiert, um – im Gegensatz zum derzeitigen Standardverfahren – eine dem tatsächlichen Kreditportfoliorisiko adäquate Eigenkapitalunterlegung gewährleisten zu können. Insbesondere wollen Banken eine gemessen am wirklichen Portfoliorisiko zu hohe Kapitalunterlegung vermeiden, um damit verbundene Kosten einzusparen.

Die Ergebnisse dieser Arbeit haben aber auch eine Bedeutung für die Bankenaufsicht. Die Bankenaufsicht wird zukünftig die Aufgabe haben, die von den Banken entwickelten Kreditrisikomodelle vor deren Anwendung zur Bestimmung der bankaufsichtsrechtlichen Eigenkapitalunterlegung zu überprüfen und zu genehmigen.<sup>4</sup> Die Bankenaufsicht will damit u.a. Bankenrisiken, d.h. Liquiditäts- und Insolvenzschwierigkeiten bei einer großen Anzahl von Banken vorbeugen. Die empirische Relevanz von Bankenrisiken belegen Studien des IWF, wonach seit den 80er Jahren mehr als 70% aller Mitgliedstaaten von Problemen im Bankensektor betroffen waren. Diese Probleme traten sowohl in Industrieländern als auch in Entwicklungs- und Schwellenländern auf.<sup>5</sup> Da Bankenrisiken in vielen Fällen volkswirtschaftliche Kosten von mehr als 10% des BIP nach sich zogen,<sup>6</sup> besteht Interesse des Regulators an einer kritischen Überprüfung der für die Bestimmung der Eigenkapitalunterlegung verwendeten Modelle, um Bankenrisiken entgegenzuwirken.

## 1.2 Aufbau der Arbeit

Die Analyse beginnt im 2. Kapitel mit der Betrachtung von Einzelkrediten. Nach der Abgrenzung zentraler Begriffe werden gängige Verfahren zur Bestimmung von Ausfallwahrscheinlichkeiten untersucht. Anschließend wird beschrieben, wie Banken derzeit Einzelkreditausfallrisiken begegnen und wie sie die dafür erforderliche, bankaufsichtsrechtliche Eigenkapitalunterlegung bestimmen.

Das 3. Kapitel widmet sich der Betrachtung von Kreditportfolios. Zunächst werden Risikomaße für Kreditportfolios definiert. Anschließend werden die in Kreditportfolios auftretenden Diversifikationseffekte dargestellt. Weiter wird gezeigt, welche Auswirkungen unterschiedliche Korrelationsbeziehungen und die Zahl der Kreditnehmer auf das Risiko eines Kreditportfolios haben. Danach wird die derzeitige bankbetriebliche Praxis der Behandlung von Kreditportfolios beschrieben. Da die momentan verwendeten Verfahren Korrelationseffekte ignorieren, wird im Anschluß an deren Beschreibung geklärt, ob positive, nicht perfekte Korrelationen vorhanden sind und woraus diese Korrelationen resultieren. Vor diesem Hintergrund werden

---

4 Für Marktrisikomodelle ist dies im 7. Abschnitt des Grundsatz I geregelt (vgl. DEUTSCHE BUNDESBANK (1998), §§ 32-36). Zum Stand der Diskussion um die Zulassung von Kreditrisikomodelle vgl. BASLER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUF S I C H T (1999), BASLER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUF S I C H T (1999A) und EUROPÄISCHE KOMMISSION (1999).

5 Vgl. LINDGREN, GARCIA UND SAAL (1996).

6 Vgl. PETER (1999), S. 4.

dann die Ausfallkorrelationen im Rahmen eines Optionspreismodells genauer analysiert. Im Rahmen dieser Analyse werden Eigenschaften der Ausfallkorrelationen aufgezeigt, eine obere Schranke bei gegebener Aktivakorrelation hergeleitet und einige Näherungsgleichungen für die Ausfallkorrelationen entwickelt. Es wird ein Verfahren implementiert, um die bei makroökonomischen Schocks simultan auftretenden Auswirkungen steigender Ausfallwahrscheinlichkeiten und wachsender Ausfallkorrelationen zu trennen. Den Abschluß des Kapitels bildet eine empirische Studie zur Bestimmung von Ausfallkorrelationen auf Ratingklassenebene.

Im 4. Kapitel werden die in der Praxis und der wissenschaftlichen Literatur bedeutendsten Kreditportfoliomodelle beschrieben. Zunächst wird eine Grobklassifikation der Modelle vorgenommen. Anschließend werden die Modelle dargestellt. Dabei wird insbesondere auf die Berücksichtigung von Korrelationsbeziehungen eingegangen. Weiter wird der Frage nachgegangen, wie die divergierenden Modellergebnisse vergleichbar gemacht werden können. Eine ausführliche Kritik an den Modellen mündet in der Diskussion, weshalb derzeit keines der Modelle von der Bankenaufsicht für die Bestimmung der erforderlichen Eigenkapitalunterlegung freigegeben werden kann.

Im 5. Kapitel wird das Simulationstool beschrieben, welches in der Folge verwendet wird, um die Eigenschaften beliebiger Kreditportfolios im Rahmen eines Optionspreisansatzes zu analysieren. Zunächst wird begründet, weshalb eine Simulation der Portfolios einer formalen Untersuchung vorzuziehen ist. Daran schließt sich die Beschreibung des Simulationsansatzes und der erforderlichen Vorgaben an. Die Vorstellung der Simulationstechnik beschränkt sich im Wesentlichen auf die Darstellung der zentralen Prozeduren und der generellen Struktur des entwickelten Computerprogrammes. Das Kapitel endet mit einer detaillierten Beschreibung der Anwendung des Programmes.

Kapitel 6 und 7 enthalten die Ergebnisse der Simulation für homogene resp. inhomogene Portfolios und für unterschiedliche Annahmen bezüglich der Aktivakorrelationen, der Ausfallwahrscheinlichkeiten, der Anzahl der Kredite im Portfolio, der angenommenen Verteilungsfunktion für die Aktivawerte und der Art und Weise, wie Rückzahlungsquoten modelliert werden. Im Zentrum der Untersuchungen stehen die Ausfallkorrelationen, der unerwartete Portfolioverlust, das ökonomische Kapital und deren Veränderung beim Eintritt makroökonomischer Schocks.

Kapitel 8 liefert eine Zusammenfassung der Hauptergebnisse und einige Implikationen, welche sich aus dieser Arbeit für das Kreditgewerbe und für die wissenschaftliche Forschung ergeben.

## 2 Einzelkredit

### 2.1 Begriffsbestimmungen

Unter einem Kredit soll im Rahmen dieser Arbeit das Vertrauen in die Fähigkeit und Bereitschaft einer Person oder eines Unternehmens verstanden werden, eine für eine bestimmte Zeit zur Verfügung gestellte Leistung wie vorher vereinbart zurückzugeben.<sup>1</sup> Hier erkennt man den ethymologischen Ursprung der Bezeichnung „Kredit“ vom lateinischen „credere“, was so viel wie „vertrauen“, „glauben“ bedeutet.

Kredite können in handelbare und nicht handelbare Kredite unterteilt werden. Während Bankkredite in der Regel nicht handelbar sind, können Unternehmensanleihen an den internationalen Wertpapiermärkten gekauft und verkauft werden und zählen daher zu den handelbaren Krediten. In dieser Arbeit soll zwischen den beiden Klassen nicht unterschieden werden. Daher wird angenommen, daß handelbare Kredite immer bis zum Ende des betrachteten Risikohorizontes gehalten werden.

Unter „Kreditausfall“ soll der ganze oder teilweise Ausfall des Kredites bzw. vereinbarter Zahlungen, also vor allem Tilgung und Zinsen, verstanden werden.<sup>2</sup> Nicht termingerechte Zahlungen werden auf Grund entstehender Opportunitätskosten als teilweiser Zahlungsausfall interpretiert. Provisionen und Gebühren sollen in den Zinsen enthalten sein.

Das „Kreditrisiko“ besteht aus zwei Komponenten. Die erste Komponente enthält das Risiko, welches bereits beim Abschluß des Kreditvertrages wahrgenommen wird. Dieses entwächst der Bonität des Kreditnehmers zu diesem Zeitpunkt. Hinzu kommt als zweiter Bestandteil das Risiko einer Bonitätsverschlechterung. Daher soll in dieser Arbeit unter „Kreditrisiko“ die Gefahr von Bonitätsänderungen bis hin zum Kreditausfall verstanden werden.

---

1 Vgl. HÜTTEMANN (1997), S. 5.

2 Vgl. HÜTTEMANN (1997), S. 7.

## 2.2 Ausfallwahrscheinlichkeit

### 2.2.1 Vorbemerkung

Bei der Bestimmung von Kreditausfallrisiken steht die Schätzung der Ausfallwahrscheinlichkeit<sup>3</sup> eines Kreditnehmers im Mittelpunkt. Ratings sind die klassische Methode, um Ausfallwahrscheinlichkeiten zu schätzen. Mit Hilfe fundamentaler Faktoren werden die Kreditnehmer in Ratingklassen eingeteilt, für die dann auf empirischer Basis Ausfallwahrscheinlichkeiten bestimmt werden können. Man unterscheidet externe und interne Ratings. Externe Ratings werden von internationalen Ratingagenturen erstellt und veröffentlicht. Interne Ratings werden von Banken als Hilfsmittel zur Kreditentscheidung ermittelt und bleiben in der Regel geheim. Da Ratingsysteme für die in Kapitel 4 diskutierten Kreditrisikomodelle von zentraler Bedeutung sind, erfolgt eine ausführliche Beschreibung in Kapitel 2.2.3.

Neben den Ratings existieren seit längerer Zeit statistische Verfahren, welche im Wesentlichen darauf beruhen, Kennzahlen aus dem Jahresabschluß so zu verarbeiten, daß hieraus die Ausfallwahrscheinlichkeit hergeleitet werden kann. Zu diesen Verfahren gehören die Logit- und Probit-Modelle, die Diskriminanzanalyse und die neuronalen Netzwerke.<sup>4</sup> Statistische Verfahren arbeiten vergangenheitsorientiert und können daher strukturelle Veränderungen und Prognosen über die zukünftige Entwicklung des Unternehmens nicht berücksichtigen.

Andere Verfahren hingegen berechnen die Ausfallwahrscheinlichkeiten durch den Vergleich der Marktpreise für Anleihen des betreffenden Unternehmens mit vergleichbar ausgestatteten, aber weitgehend risikolosen Anleihen. Diese Differenz wird Bonitätsspread genannt und enthält die Meinung des Marktes über das in der Anleihe enthaltene Risiko. Die Verwendung von Marktpreisen stellt sicher, daß alle den Marktteilnehmern bekannten und als wesentlich erachteten Informationen in die Berechnung eingehen.<sup>5</sup> Dieses Verfahren ist nur für eine kleine Zahl von Unternehmen

---

<sup>3</sup> Vgl. zu diesem Abschnitt KASSBERGER UND WENTGES (1999), S. 25.

<sup>4</sup> Einen Vergleich zwischen linearer Diskriminanzanalyse und neuronalen Netzwerken für die Bestimmung von Ausfallwahrscheinlichkeiten findet man z.B. bei ALTMAN, MARCO, UND VARETTO (1994).

<sup>5</sup> Die Schwierigkeit einer korrekten Einschätzung im Umfeld von asymmetrischer Informationsverteilung, sowie ein möglicherweise opportunistisches Verhalten des Kreditnehmers während der Laufzeit des Kredites, stellen für alle Verfahren kaum überwindbare Hindernisse bei der korrekten Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit dar (vgl. FREIXAS UND ROCHET (1998), S. 29ff). Hier findet man auch eine detailliertere Ausführung zu den Themen adverse Selektion und moral hazard im Bereich der Finanzintermediation mit Angabe weiterer Referenzen.

adäquat, deren Anleihen mit hinreichend hohen Umsätzen gehandelt werden. Außerdem besteht bei diesem Ansatz das Problem, den Bonitätsspread exakt zu identifizieren. Da nicht für alle Anleihen vergleichbar ausgestattete risikolose Staatsanleihen existieren, ist die Wahl der Bezugsgröße für die Ermittlung des Bonitätsspreads nicht immer offensichtlich.

Zuletzt sei noch der auf MERTON (1974) zurückgehende optionspreistheoretische Ansatz genannt. Auch dieser basiert auf Marktpreisen und bietet daher den Vorteil, zukunftsorientiert zu sein und neue Informationen rasch verarbeiten zu können. Da dieser Ansatz im weiteren Verlauf dieser Arbeit eine wesentliche Rolle spielt, wird er im nächsten Abschnitt detailliert beschrieben.

## 2.2.2 Optionspreisansatz

Der optionspreistheoretische Ansatz zur Bestimmung von Ausfallwahrscheinlichkeiten geht zurück auf MERTON (1974).<sup>6</sup> Kredite werden als europäische Calloptionen auf die Eigentumsrechte an den Firmen betrachtet und nach einem Optionspreisansatz bewertet.<sup>7</sup> Basiswert der Option ist der Wert der Aktiva des Kreditnehmers. Deren Wertentwicklung unterliegt annahmegemäß einem Zufallsprozeß. Ein Kreditausfall tritt genau dann ein, wenn am Ende des betrachteten Zeithorizontes der Wert der Aktiva den fälligen Rückzahlungsbetrag für die Kreditverpflichtungen unterschreitet. Der Gläubiger übt die Calloption aus und übernimmt das Unternehmen.<sup>8</sup> Anschließend liquidiert er die verbliebenen Werte. Der Verlust resultiert aus der Differenz zwischen dem vereinbarten Rückzahlungsbetrag und dem Liquidationserlös. Das Ausfallrisiko eines Kredites hängt von der Wertentwicklung der Aktiva des Kreditnehmers ab und Kreditausfälle werden *indirekt* über diese Wertentwicklungen verursacht.<sup>9</sup>

Der Optionspreisansatz wird verwendet, da in der Realität nur selten sämtliches Eigen- und Fremdkapital eines Unternehmens am Markt gehandelt wird. Hier könnte der Unternehmenswert zu jedem Zeitpunkt durch Addition aller Marktwerte be-

---

<sup>6</sup> Vgl. MERTON (1974), S. 450-455.

<sup>7</sup> Dieser Optionspreis- oder Ruinwahrscheinlichkeitsansatz ist in der Literatur weit verbreitet, siehe z.B. WILCOX (1973), SANTOMERO UND VINSO (1977), SCOTT (1981) und KEALHOFER (1998).

<sup>8</sup> Alternativ kann der Kredit als europäische Putoption modelliert werden. Diese würde im Falle der Insolvenz des Unternehmens von den Firmeneignern ausgeübt.

<sup>9</sup> Vgl. WAHRENBURG UND NIETHEN (1999), S. 4.

stimmt werden. Wenn es Marktpreise für das Eigenkapital, nicht aber für das Fremdkapital gibt, hilft der Optionspreisansatz weiter.<sup>10</sup>

Dieser geht von folgenden Annahmen<sup>11</sup> aus:

1. Der Marktwert der Aktiva wird durch eine geometrische Brown'sche Bewegung<sup>12</sup> beschrieben.
2. Das Fremdkapital der Firma besteht nur aus einer Nullkuponanleihe (Zerobond). Diese hat den Nominalwert  $F$  und die Fälligkeit  $t$ .
3. Während der Laufzeit des Zerobonds erfolgen keine Ausschüttungen an die Eigenkapitalgeber.
4. Die erwartete Aktivarendite  $\mu$  ist konstant und bekannt.<sup>13</sup>
5. Der Marktwert der Aktiva  $A_t$  und dessen konstante Volatilität  $\sigma$  sind nicht beobachtbar. Im Gegensatz dazu sind der Marktwert des Eigenkapitals  $E_t$  und dessen Volatilität  $\sigma_t^E$  beobachtbar.
6. Auf arbitragefreien Märkten findet der Handel stetig und ohne Transaktionskosten bei beliebiger Teilbarkeit der Wertpapiere und ohne Steuern und Leerverkaufsbeschränkungen statt.
7. Auf Grund der friktionsfreien Kapitalmärkte gilt das Theorem von Modigliani und Miller,<sup>14</sup> wonach die Kapitalstruktur des Unternehmens keinen Einfluß auf den Firmenwert hat.

---

10 Vgl. KASSBERGER UND WENTGES (1999), S. 42 u. 43.

11 Vgl. KASSBERGER UND WENTGES (1999), S. 43.

12 Eine Brown'sche Bewegung ist ein Markov-Prozeß. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung zukünftiger Werte hängt nur vom momentanen Wert und nicht von vergangenen Realisationen ab. Die Veränderungen des Prozesses sind voneinander unabhängig und für abgeschlossene Zeitintervalle normalverteilt mit in Abhängigkeit von der Intervalllänge linear ansteigender Varianz. Für infinitesimal kleine Zeitintervalle  $dt$  werden die Veränderungen  $dz$  einer Brown'schen Bewegung gemäß der Formel  $dz = \varepsilon_t \sqrt{dt}$  mit  $\varepsilon_t \sim N(0, 1)$  beschrieben. Die Änderungen einer geometrischen Brown'schen Bewegung  $dx$  sind ein Spezialfall einer Brown'schen Bewegung mit Drift  $dx = a(x, t)dt + b(x, t)dz$ , mit  $a(x, t) = ax$  und  $b(x, t) = bx$ . Prozentuale Änderungen  $\frac{\Delta x}{x}$  sind approximativ normalverteilt, während absolute Veränderungen  $\Delta x$  lognormalverteilt sind (vgl. DIXIT UND PINDYK (1993), S. 63-71).

13 Abweichend vom originalen Ansatz von BLACK UND SCHOLES (1973) wird hier mit den tatsächlichen Aktivarenditen anstelle von risikolosen Renditen gearbeitet. Es wird weiterhin angenommen, daß man aus der langjährigen Beobachtung des Unternehmens die erwartete Aktivarendite  $\mu$  bestimmen kann.

14 Vgl. MILLER UND MODIGLIANI (1958).

Da die Eigentümer einer beschränkten Haftung unterliegen, ist Wert des Eigenkapitals nach Fälligkeit des Zerobonds 0, falls der Rückzahlungsbetrag den Wert der Firma übersteigt, und im anderen Fall  $A_t - F$ . Dies läßt sich formal darstellen als

$$E_t = \max\{A_t - F, 0\}.$$

Das ist identisch mit dem Wert einer europäischen Calloption auf den Firmenwert. Dies wird nun verwendet, um aus den beobachtbaren Werten für  $F$ ,  $t$  und  $\mu$  die nicht beobachtbaren Werte  $A_t$  und  $\sigma$  und die Ausfallwahrscheinlichkeit zu bestimmen.<sup>15</sup>

Der aus einer geometrischen Brown'schen Bewegung<sup>16</sup>

$$\frac{dA}{A} = \mu dt + \sigma dz$$

resultierende Marktwert  $A_t$  der Aktiva zum Zeitpunkt  $t$  kann dargestellt werden als<sup>17</sup>

$$A_t = A_0 \cdot \exp \left\{ \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) \cdot t + \sigma \cdot \sqrt{t} \cdot \zeta_t \right\}.$$

Dabei sind  $\mu$  und  $\sigma^2$  der Erwartungswert und die Varianz der Aktivarenditen und  $\zeta_t \sim N(0, 1)$ .  $A_t$  ist dann lognormalverteilt mit Erwartungswert  $E(A) = A_0 \cdot e^{\mu \cdot t}$ .<sup>18</sup>

Ein Kreditausfall tritt demzufolge dann ein, wenn

$$\zeta_t < \frac{\ln \left( \frac{F}{A_0} \right) - \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) \cdot t}{\sigma \sqrt{t}} = - \frac{\ln \left( \frac{A_0}{F} \right) + \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) \cdot t}{\sigma \sqrt{t}} =: -d_2$$

ist.

Die Ausfallwahrscheinlichkeit beträgt somit

$$p = \phi(-d_2),$$

wobei  $\phi$  die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung ist.<sup>19</sup>

Abbildung 2.1 veranschaulicht das Modell noch einmal grafisch.

15 Vgl. KASSBERGER UND WENTGES (1999), S. 43.

16 Vgl. Fußnote 12 mit  $x = A$ ,  $a = \mu$  und  $b = \sigma$ .

17 Eine ausführliche Herleitung dieses Zusammenhangs findet man bei BANKS (1994), S. 37-39.

18 Vgl. CROUHI, GALAI UND MARK (2000), S. 73.

19 Vgl. CROUHI, GALAI UND MARK (2000), S. 75-76.

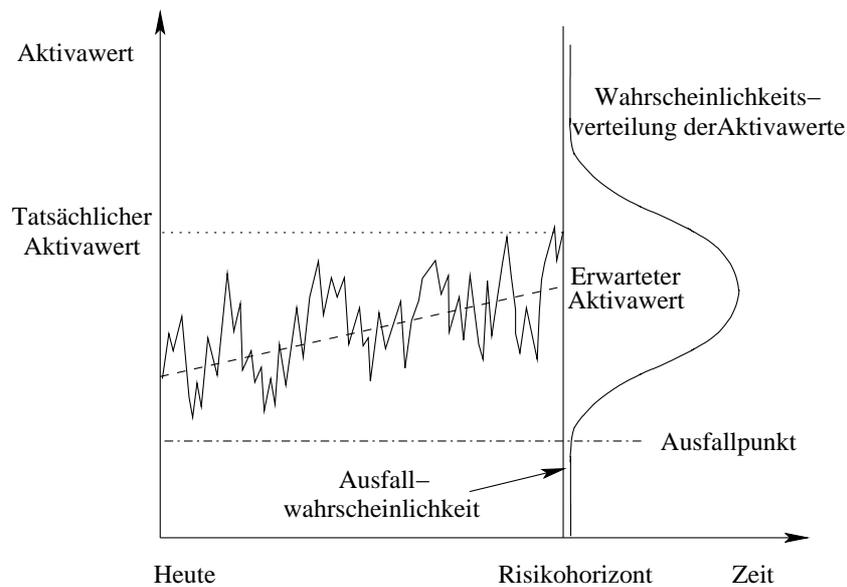


Abbildung 2.1: Optionspreisansatz zur Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit. Quelle: CROUHI, GALAI UND MARK (2000), S. 74.

Die letzte Unbekannte, für die Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit  $\phi(-d_2)$ , ist  $\sigma$ , die Volatilität der Aktivrendite.

Mit

$$d_1 := \frac{\ln\left(\frac{A_0}{F}\right) + \left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot t}{\sigma\sqrt{t}}$$

ergibt sich nach BLACK UND SCHOLES (1973) der Wert der Calloption auf das Eigenkapital der Firma und damit der Wert des Eigenkapitals als<sup>20</sup>

$$E_t = A_t\phi(d_1) - F \cdot e^{-\mu t}\phi(d_2). \quad (2.1)$$

Für die Volatilität von  $E_t$  erhält man

$$\sigma_t^E = \frac{A_t}{E_t}\phi(d_1) \cdot \sigma. \quad (2.2)$$

Die Werte von  $A_t$  und  $\sigma$  lassen sich nun als simultane Lösungen der Gleichungen (2.1) und (2.2) bestimmen<sup>21</sup>.

<sup>20</sup> Vgl. BLACK UND SCHOLES (1973), S. 644. Eine gute Darstellung des Black-Scholes-Modells und eine ausführliche Herleitung der Black-Scholes Formeln für die Bewertung einer Europäischen Option geben WILMOTT, HOWISON UND DEVYNNE (1995) auf S. 33-49.

<sup>21</sup> Vgl. KASSBERGER UND WENTGES (1999), S. 44.

## 2.2.3 Ratingsysteme

### 2.2.3.1 Vorbemerkungen

Im diesem Kapitel werden gängige Ratingsysteme vorgestellt. Grundsätzlich wollen Ratings eine Einschätzung darüber geben, wie es um die zukünftige Fähigkeit eines Schuldners bestellt ist, den Verpflichtungen gegenüber seinen Gläubigern nachzukommen.<sup>22</sup>

Zunächst werden die Ratingsysteme der beiden führenden internationalen Ratingagenturen Moody's und Standard & Poor's skizziert. Diese Agenturen bieten den Vorteil eines hohen Bekanntheitsgrades und öffentlich zugänglicher Ratings. Da die exakte Vorgehensweise bei der Bestimmung der Ratings nicht transparent ist, kann nur auf prinzipielle Aspekte eingegangen werden. Im Anschluß daran werden kurz die wesentlichen Merkmale bankeninterner Ratingsysteme dargestellt.

### 2.2.3.2 Moody's

Die älteste Ratingagentur der Welt wurde 1900 gegründet. Seit 1909 werden die Ratingsymbole Aaa bis C benutzt.<sup>23</sup> Diese werden bis heute im Bereich der langfristigen Schuldverschreibungen, Adressenausfallrisiken, Versicherungsunternehmen und Investmentfonds angewendet. Kurzfristige Schuldverschreibungen mit einer Laufzeit von weniger als einem Jahr werden in die Ratingkategorien Prime 1 bis Prime 3 und Not Prime eingestuft. Vorzugsaktien und vergleichbare Genußscheine werden mit kleinen Buchstaben von aaa bis c bewertet, um einen direkten Vergleich mit den Schuldverschreibungen zu vermeiden, da Vorzugsaktien gegenüber den Schuldverschreibungen eine nachrangige Stellung in der Kapitalstruktur eines Unternehmens einnehmen. Die Ratingklassen Aa bis B werden von Moody's noch einmal numerisch von 1 bis 3 unterteilt. Dabei zeigt die Ziffer an, in welches Drittel der Ratingkategorie das bewertete Papier einzuordnen ist. Papiere der Klassen Aaa bis Baa3, bzw. Prime 1 bis Prime 3 werden als Papiere mit Investmentqualität bezeichnet, die der Klassen Ba1 bis C und Not Prime werden dem spekulativen Bereich zugeordnet. Verbindlich sind jeweils immer nur die aktuellsten Ratingdefinitionen in der englischen Originalfassung.<sup>24</sup>

---

22 Vgl. BERBLINGER (1996), S. 31.

23 Vgl. BERBLINGER (1996), S. 25.

24 Vgl. MOODY'S (2000).

Grundlage des Ratingansatzes von Moody's ist eine umfassende quantitative Analyse des Emittenten. Hierdurch wird eine objektive Grundlage für den Ratingprozeß geliefert. Hinzu kommen aber qualitative Einschätzungen der beteiligten Analysten. Rein qualitativ werden z.B. das Management, die Unternehmensstrategie und die finanzielle Flexibilität des Unternehmens bewertet. Die quantitative Analyse stützt sich vor allem auf die Geschäftsberichte, die Berichte der Wirtschaftsprüfer, die Ergebnisanalyse und den Finanzplan. Die Marktposition des Unternehmens wird als weiteres Indiz für das Unternehmensrisiko hinzugenommen. Wettbewerbstrends und eine umfassende Branchenanalyse bilden die Grundlage für die Einschätzung des Branchenrisikos. Das Länderrisiko wird an Hand der rechtlichen Rahmenbedingungen und einer wirtschaftlichen Analyse des Herkunftslandes untersucht. Durch eine fortlaufende Sammlung von Informationen über das eingestufte Unternehmen werden die Ratings permanent überprüft und damit die Aktualität der Ratings sichergestellt. Steigt die Wahrscheinlichkeit einer Bonitätsveränderung, setzt Moody's die Ratings des Emittenten auf die „Watchlist“. Darüber werden der Emittent und die Öffentlichkeit umgehend informiert. Nach erfolgter Neueinstufung wird das Rating des Emittenten wieder von der „Watchlist“ entfernt.<sup>25</sup>

### 2.2.3.3 Standard & Poor's

Ein Rating von Standard & Poor's basiert auf ähnlichen Vorgehensweisen, wie ein Rating von Moody's. In einem vertraulichen Prozeß wird in Zusammenarbeit mit dem Management des Unternehmens das Rating aus qualitativen und quantitativen Informationen bestimmt und anschließend einem permanenten Überwachungs- und Überprüfungsmechanismus unterworfen. Muß ein Rating auf Grund von veränderten Rahmenbedingungen überdacht werden, so wird das Rating nach einer vorläufigen Überprüfung auf die „Credit Watch List“ gesetzt. Dieser Prozeß ist vergleichbar mit der bei Moody's beschriebenen Prozedur der „Watchlist“. Das Rating wird mit einem der Zusätze positiv, negativ oder stabil gekennzeichnet, je nach dem, ob eine bessere, schlechtere oder gleichbleibende Bewertung erwartet wird. Im Anschluß an die vorläufige Überprüfung wird eine umfassende neue Analyse vorgenommen, welche zu einer neuen Ratingentscheidung führen kann. Emittent und Öffentlichkeit werden darüber unmittelbar informiert. Ratingänderungen können jederzeit vorgenommen werden und sind nicht an die turnusmäßig stattfindenden, planmäßigen Überwachungen gebunden.

---

<sup>25</sup> Vgl. BERBLINGER (1996), S. 57-64.

Die verwendeten Kriterien unterscheiden sich je nach Typ des Emittenten. Hauptkriterien zur Bewertung eines Industrieunternehmens sind z.B. Bilanz- und Rechnungswesen, Finanzpolitik, Rentabilität, Kapitalstruktur, Cash-Flow, besondere Industriemerkmale, Wettbewerbsposition und Qualität des Managements.<sup>26</sup>

Langfristige Schuldverschreibungen werden in die Ratingklassen AAA bis C eingeteilt. Innerhalb der Klassen AA bis CCC kann durch anfügen von „+“ oder „-“ eine Verfeinerung vorgenommen werden, um die relative Stellung innerhalb der Klassen herauszustellen. Die vier höchsten Klassen AAA, AA, A und BBB bilden zusammen die sogenannte Investmentklasse, die anderen Klassen werden als Spekulationsklassen bezeichnet. Auch Standard & Poor's verwendet für Schuldverschreibungen mit einer Laufzeit bis zu einem Jahr abweichende Ratingklassen. Es sind dies die Klassen A-1 bis A-3, B und C. Die Klasse D, welche bei Moody's nicht existiert, kennzeichnet eine Obligation – kurz oder langfristig – die sich im Zahlungsverzug befindet. Nachrangige Schuldtitel werden grundsätzlich niedriger eingestuft als vorrangige Obligationen.<sup>27</sup>

In Tabelle 2.1 werden die Ratings für langfristige Anleihen von Moody's und Standard & Poor's gegenübergestellt und empirisch ermittelte Obergrenzen für die korrespondierenden Ausfallwahrscheinlichkeiten angegeben.<sup>28</sup>

Moody's	S&P	$p_{\max}^*$	Qualität
Aaa	AAA	0,02%	Investmentqualität
Aa	AA	0,05%	
A	A	0,10%	
Baa	BBB	0,25%	
Ba	BB	0,50%	Spekulativer Bereich
B	B	2%	
Caa	CCC	12%	
Ca	CC	15%	
C	C	20%	

Tabelle 2.1: Langfristige Moody's und Standard & Poor's Ratings. \*Obergrenze der Ausfallwahrscheinlichkeit für die jeweilige Ratingklasse (siehe hierzu auch Fußnote 28). Quelle: MOODY'S (2000) und STANDARD AND POOR'S (2000).

26 Vgl. MEYER-PARPART (1996), S. 116-121.

27 Vgl. STANDARD AND POOR'S (2000).

28 Ausfallwahrscheinlichkeiten werden von den Ratingagenturen nicht explizit zugewiesen. Empirisch ermittelte Ausfallwahrscheinlichkeiten für die Ratingklassen findet man zum Beispiel bei KEENAN (2000), S. 25. Die hier angegebenen Wahrscheinlichkeiten lehnen sich an BOHN (1999), S. 7-9, KEALHOFER, KWOK UND WENG (1998), S. 17-21, CROUHI, GALAI UND MARK (2000), S. 94-95 und MCQUOWN (1993), S. 1 u. 18 an.

#### 2.2.3.4 Bankeninterne Ratingsysteme

Bankeninterne Ratingsysteme<sup>29</sup> liefern wichtige Informationen für die Kreditentscheidung einer Bank. Wie bei den Ratingagenturen versucht das interne Rating das Risiko von Verlusten aus Kreditausfällen in Kennziffern zusammenzufassen.<sup>30</sup>

Die von Banken verwendeten internen Ratingsysteme zeigen zum Teil erhebliche Unterschiede. Einer dieser Unterschiede ist die Anzahl der verwendeten Ratingkategorien. Diese liegt in der Regel zwischen 6 und 10. Moody's und Standard & Poor's verwenden, „Watchlist“ bzw. „Credit Watch List“ ausgenommen, 22 Ratingkategorien.<sup>31</sup>

Viele Banken nutzen neuerdings statistische Modelle innerhalb des Ratingprozesses. Diese liefern aber zur Zeit nur einen geringen Anteil am Gesamtergebnis. Der Schwerpunkt des Ratingprozesses liegt nach wie vor in der fundamentalen Untersuchung und der daraus resultierenden Einschätzung durch ein Analystenteam.<sup>32</sup>

Die dem Rating zu Grunde liegenden erklärenden Variablen sind ähnlich derer von Moody's oder Standard & Poor's. Von der wirtschaftlichen Situation des Unternehmens, u.a. angezeigt durch Cash-Flow, Kapitalstruktur und Liquidität, über die Positionierung am Markt bis hin zur Qualität des Managements, ausgedrückt durch Erfahrung, erzielte Erfolge und Qualität des Rechnungswesens und des Controlling, werden objektive und subjektive Komponenten in die Bestimmung des Ratings einbezogen. Die Kriterienliste und die Gewichtungen der einzelnen Kriterien unterscheiden sich von Bank zu Bank. Im Unterschied zu den öffentlichen Ratings sind bankinterne Ratings in der Regel geheim und oft nicht einmal dem eingestuften Unternehmen bekannt. Weitere Unterschiede bestehen in der Nähe zum Unternehmen und dem damit verbundenen besseren Informationsfluß und darin, daß hier Risiken bewertet werden, welche die Bank selbst betreffen. Daher kann im Vergleich zu den großen Ratingagenturen eine flexiblere Anpassung der Ratings an neue Umstände unterstellt werden.<sup>33</sup>

---

29 Siehe auch Kapitel 3.4.2.

30 Vgl. TREACY UND CAREY (2000), S. 168.

31 Vgl. KRAHNEN UND WEBER (1999), S. 7.

32 Vgl. TREACY UND CAREY (2000), S. 168.

33 Vgl. KRAHNEN UND WEBER (1999), S. 4-7 und ELSAS ET AL. (1999), S. 196.

## 2.3 Banken und Kreditausfälle

### 2.3.1 Risikoneutralität

#### 2.3.1.1 Berechnung der Kreditausfallprämie

Voraussetzung für die Berechnung einer Kreditausfallprämie  $AP$  ist die Kenntnis der Ausfallwahrscheinlichkeit  $p$  und der Rückzahlungsquote  $RQ$  eines Kredites. Unter der Rückzahlungsquote (engl. recovery rate) versteht man den Teil des Kreditbetrages  $K$ , welcher der Bank bei Insolvenz des Kreditnehmers zufließt. Dieser variiert in der Realität mit der Rangstelle und der Besicherung des Kredites.<sup>34</sup> Liegen Annahmen über Ausfallwahrscheinlichkeit und Rückzahlungsquote vor, kann die Bank unter Annahme eines vollkommenen Kapitalmarktes die Ausfallprämie als Aufschlag auf den risikolosen Zinssatz  $Z$  berechnen, indem sie den Erwartungswert aus dem Kreditgeschäft bestimmt und diesen mit den Erlösen aus der risikolosen Anleihe vergleicht:

$$E = p \cdot RQ \cdot K + (1 - p) \cdot K \cdot (1 + Z + AP) \stackrel{!}{=} K \cdot (1 + Z).$$

Für die Ausfallprämie ergibt sich

$$AP = \frac{p}{1 - p} \cdot (1 + Z - RQ).$$

Die Ausfallprämie wächst mit steigender Ausfallwahrscheinlichkeit, steigendem risikolosem Zinssatz und fallender Rückzahlungsquote.

#### 2.3.1.2 Probleme

Die Berechnung der Ausfallprämie basiert auf erwarteten Verlusten. Unerwartete Verluste bleiben unberücksichtigt. In der Realität würde eine Bank auf die Kreditvergabe verzichten, da der risikolose Zinssatz auch ohne Kreditvergabe und damit ohne finanzielles Risiko erreicht werden kann. Nur eine risikoneutrale Bank würde zu diesen Konditionen einen Kredit vergeben. Risikoaverse Investoren wollen aus risikobehafteten Engagements, und somit Banken aus dem Kreditgeschäft, grundsätzlich eine höhere als die risikolose Rendite erzielen.<sup>35</sup>

<sup>34</sup> Vgl. z.B. KEENAN (2000), S. 25.

<sup>35</sup> Vgl. KELLER UND SIEVI (1999), S. 639.

Ein weiteres Problem besteht darin, daß das Engagement nicht im Zusammenhang mit anderen Krediten der Bank gesehen wird. Mögliche Diversifikationseffekte bleiben unberücksichtigt. Solche Überlegungen resultieren aus portfoliotheoretischen Ansätzen, welche in Kapitel 3 und 4 behandelt werden.

### 2.3.2 Risikoaversion

Im Falle der Risikoaversion wird zur Absicherung gegen unerwartete Verluste eine Risiko- oder Zusatzprämie erforderlich. Die Berechnung ist nicht einfach. Denn a priori ist nicht klar, welcher Teil des unerwarteten Verlustes durch die Zusatzprämie abgedeckt werden soll. KELLER UND SIEVI (1999) beispielsweise diskutieren an Hand eines optionspreistheoretischen Modells die Frage, ob die Kreditabteilungen der Banken den Aufschlag für die Übernahme von Kreditrisiken durch eine risikoaverse Bank korrekt bestimmen. VASIEK (1984) stellt in seinem „Credit Valuation Model“ ebenfalls dar, wie die Bewertung eines Kredites und damit die Berechnung der Prämie – inklusive eines Aufschlages für übernommene systematische Risiken – auf optionspreistheoretischer Basis durchführbar ist.<sup>36</sup>

Die tatsächlich realisierte Zusatzprämie wird letztlich vom Grad der Risikoaversion und von der Wettbewerbssituation abhängen. Der Wettbewerb beeinflusst die Margen und damit die über die Ausfallprämie hinaus möglichen Aufschläge. Das geht aus einer Studie des CFS<sup>37</sup> hervor. Die Studie kommt zu dem Ergebnis, daß die Margen im Kreditgeschäft der Banken von der Qualität des Kreditnehmers einerseits und der Größe des Unternehmens andererseits signifikant beeinflusst werden. Somit enthalten die Margen eine positive, aus der Risikoeinschätzung abgeleitete Risikoprämie. Jedoch haben größere Unternehmen gemäß dieser Studie eine höhere Verhandlungsmacht als kleine und mittelständische Unternehmen und können somit ihre Kreditkonditionen positiv beeinflussen. Damit wird die Möglichkeit für die Bank begrenzt, die erforderliche Zusatzprämie durchzusetzen. Die Studie konnte außer den beiden genannten Gründen nur noch die Besicherung des Kredites als signifikante Bestimmungsgröße für die Marge feststellen. Alle anderen Variablen, beispielsweise die Rechtsform des Kreditnehmers, die Dauer der Geschäftsbeziehung oder die lokale Nähe zwischen Kreditnehmer und Bank, hatten keinen statistisch nachweisbaren Einfluß auf die Marge.<sup>38</sup>

---

36 Vgl. VASIEK (1984), S. 9-13.

37 Center for Financial Studies - Institut für Kapitalmarktforschung an der Universität Frankfurt.

38 Vgl. ELSAS ET AL. (1999), S. 192.

### 2.3.3 Kapitalunterlegung

Gemäß § 10 Abs. 1 Satz 1 KWG<sup>39</sup> müssen Banken über angemessene Eigenmittel verfügen, um die Verpflichtungen gegenüber ihren Gläubigern erfüllen zu können und um die Sicherheit der Vermögenswerte sicherzustellen, welche ihnen anvertraut wurden. Diese Eigenmittel bestehen nach Abs. 2 Satz 1 aus dem haftenden Eigenkapital und Drittrangmitteln. Das haftende Eigenkapital setzt sich zusammen aus dem Kernkapital und dem Ergänzungskapital, vermindert um eine Reihe von Abzugspositionen. Diese Begriffe werden in den Absätzen 2a (Kernkapital), 2b (Ergänzungskapital) und 2c (Dritrangmittel) unter Berücksichtigung von Abs. 6 Satz 1 (Abzugspositionen) präzisiert. Im Rahmen dieser Arbeit wird vereinfachend der Begriff Eigenkapital für den bankaufsichtsrechtlichen Begriff der Eigenmittel verwendet. Die für die Bankenaufsicht erforderliche detaillierte Aufschlüsselung der Eigenmittel liefert für die in dieser Arbeit diskutierten Probleme keine zusätzlichen Erkenntnisse und kann daher vernachlässigt werden.

Grundsatz I verlangt für Adressenausfallrisiken, worunter die in dieser Arbeit „Kreditausfallrisiken“ genannten Tatbestände zu verstehen sind, eine Kapitalunterlegung in Höhe von 8% der gewichteten Risikoaktiva.<sup>40</sup> Die Gewichtungsfaktoren reichen von 100% für Risikoaktiva aus dem Geschäft der Bank mit gewerblichen und privaten Kunden, über 70% für Bauspardarlehen, 50%, 20% und 10%, bis hin zu 0% für Risikoaktiva, welche u.a. von der Bundesrepublik Deutschland, der Kreditanstalt für Wiederaufbau (KfW) oder der Europäischen Union geschuldet oder gewährleistet werden.<sup>41</sup>

Neueste Vorschläge des Basler Ausschusses für Bankenaufsicht<sup>42</sup> und der Europäischen Kommission<sup>43</sup> gehen von der Bevorzugung externer Ratings aus und schlagen übereinstimmend die in Tabelle 2.2 zusammengestellten und auf S&P-Ratingklassen basierenden Gewichtungsfaktoren für Gegenparteienausfallrisiken vor. Wenngleich die Verwendung von externen Ratings nicht eingestufte Unternehmen benachteiligen kann, gehen die Dienststellen der Europäischen Kommission davon aus, daß in der Hauptsache externe Ratings dazu beitragen werden, in Zukunft die Standardmethoden weiterzuentwickeln und die Anforderung an die Eigenkapitalunterlegung besser

39 Vgl. DEUTSCHE BUNDESBANK (1999).

40 Vgl. z. B. DEUTSCHE BUNDESBANK (1998), S. 7.

41 Eine ausführliche Aufstellung findet man z.B. in BÜSCHGEN (1998), S. 1130-1133, eine vereinfachte Darstellung liefern BURGHOF UND RUDOLPH (1996), S. 149-150.

42 Vgl. BASLER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUF SICHT (1999A), S. 29.

43 Vgl. EUROPÄISCHE KOMMISSION (1999), S. 29.

am tatsächlichen Risiko zu orientieren. Die Europäische Kommission gibt in diesem Zusammenhang lediglich zu bedenken, daß die geringe Verbreitung von Ratings in einigen Bereichen der Wirtschaft zu Wettbewerbsverzerrungen führen könnte.<sup>44</sup> Vorgeschlagene Gewichtungen von über 100% tragen der Tatsache Rechnung, daß es sich um sehr risikoträchtige Anleihen handelt.<sup>45</sup>

Forderung an	AAA bis AA-	A+ bis A-	BBB+ bis BBB-	BB+ bis B-	unter B-	nicht eingestuft
Staatl. Schuldner	0%	20%	50%	100%	150%	100%
Banken	Opt. 1	20%	50%	100%	100%	100%
	Opt. 2	20%	50%	50%	100%	50%
Unternehmen	20%	100%	100%	100%	150%	100%

Tabelle 2.2: Neue Vorschläge für Gewichtungsfaktoren. Quelle: BASLER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUF SICHT (1999A), S. 29. Option 1 gilt bei Einordnung über die Risikogewichtung des Heimatstaates, Option 2 gilt für Institute mit externem Rating.

44 Vgl. EUROPÄISCHE KOMMISSION (1999), S. 24-25.

45 Vgl. BASLER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUF SICHT (1999A), S. 30.

## 3 Kreditportfolios

### 3.1 Vorbemerkung

Dieses Kapitel befaßt sich mit den Auswirkungen der Portfoliobildung. Zunächst werden Risikomaße für Kreditportfolios vorgestellt. Anschließend werden die bei der Portfoliobildung auftretenden Effekte an Hand zweier Beispiele erläutert. Auf die Beschreibung der bankbetrieblichen Praxis folgt ein Abschnitt, der die Ursachen für Korrelationen in Kreditportfolios skizziert. Nach einer theoretischen Untersuchung der Eigenschaften von Ausfallkorrelationen im Rahmen eines Optionspreismodells schließt der Versuch einer empirischen Bestimmung von Ausfallkorrelationen das Kapitel ab.

### 3.2 Risikokennzahlen für Kreditportfolios

Als Risikomaße für Kreditportfolios<sup>1</sup> werden der erwartete Verlust, der unerwartete Verlust und das ökonomische Kapital verwendet. Wie schon beim einzelnen Kredit birgt der erwartete Verlust eines Portfolios kein eigentliches Risiko für den Kreditgeber. Er ist in die Prämienberechnungen einzubeziehen und mit der Bildung von Reserven abzusichern. Der erwartete Verlust  $EV$  eines Portfolios wird berechnet als

$$EV = \sum_{i=1}^n A_i \cdot EV_i \quad (3.1)$$

wobei  $EV_i$  die erwarteten Verluste der einzelnen Kredite und  $A_i$  deren wertmäßige Anteile am Portfolio sind. Damit reduziert sich das Problem auf die Bestimmung

---

<sup>1</sup> Vgl. hierzu KEALHOFER (1998), S. 6 u. 7, ALTMAN UND SAUNDERS (1998), S. 1731f u. 1737 und WILSON (1997A), S. 111.

der erwarteten Verluste für die Einzelkredite. Diese erhält man aus den Ausfallwahrscheinlichkeiten  $p_i$  und den Ausfallverlusten  $AV_i$  nach der Formel  $EV_i = p_i \cdot AV_i$ .

Die Standardabweichung der Verluste wird als „unerwarteter Verlust“  $UV$  bezeichnet. Dieser kann auf Grund der Portfolioeffekte nur bei Kenntnis der Ausfallkorrelationen  $\rho_{ij}^A$  bestimmt werden. Mit den unerwarteten Verlusten der einzelnen Kredite

$$UV_i = \sigma_i = \sqrt{p_i(1-p_i)} \cdot AV_i$$

erhält man den unerwarteten Verlust des Portfolios als

$$UV = \sqrt{\sum_{i,j} A_i \cdot A_j \cdot UV_i \cdot UV_j \cdot \rho_{ij}^A}. \quad (3.2)$$

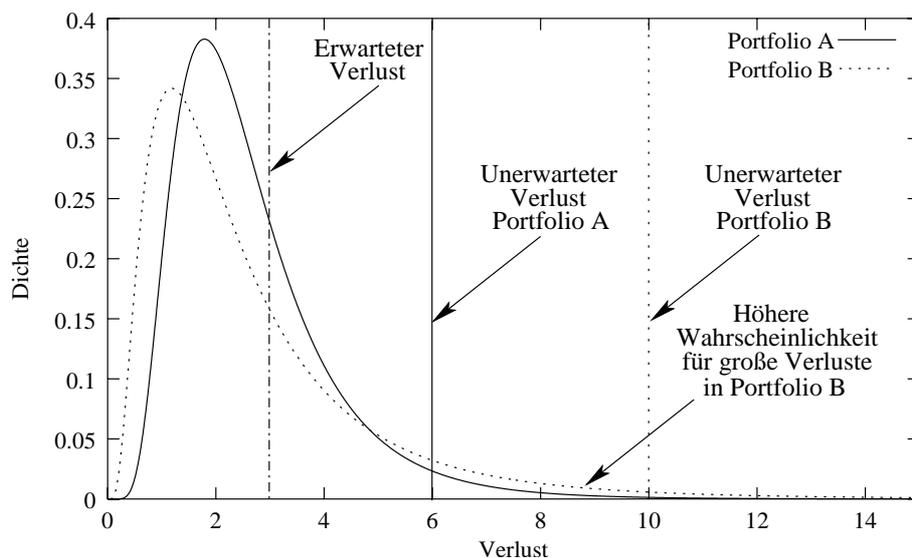


Abbildung 3.1: Erwarteter und unerwarteter Verlust. Quelle: Eigene Berechnungen.

Der unerwartete Verlust eines Portfolios kennzeichnet mögliche Abweichungen vom Erwartungswert. Mit einem höheren unerwarteten Verlust geht u.a. eine höhere Wahrscheinlichkeit für große, weit über den Erwartungswert hinausgehende Verluste einher.<sup>2</sup>

<sup>2</sup> Der unerwartete Verlust ist ein symmetrisches Risikomaß. Daher ist der Zusammenhang zwischen höherem unerwartetem Verlust und größerer Wahrscheinlichkeit für hohe Verluste (einseitige Betrachtung der rechten Seite der Verteilung) für beliebige Wahrscheinlichkeitsverteilungen nicht kausal. Für die im Rahmen von Kreditportfoliobetrachtungen in dieser Arbeit verwendeten Wahrscheinlichkeitsverteilungen kann jedoch vom Bestehen dieser Kausalität ausgegangen werden.

Dies wird in Abbildung 3.1 deutlich. Die beiden dargestellten Portfolios haben den selben erwarteten Verlust. Der unerwartete Verlust und die Wahrscheinlichkeit für große Verluste ist bei Portfolio B höher als bei Portfolio A.

Das ökonomische Kapital, im angelsächsischen Sprachraum auch „credit risk capital“ oder „credit value at risk“ genannt, ist die Kapitalunterlegung, welche vom Kreditgeber benötigt wird, um mit einer hohen, vorgegebenen Wahrscheinlichkeit nicht durch unerwartete Verluste insolvent zu werden. Für ein A Rating<sup>3</sup> darf die Ausfallwahrscheinlichkeit des Kreditgebers nicht mehr als 0.1% betragen.<sup>4</sup> Um dies sicherzustellen muß gegen das Ausfallrisiko des Kreditportfolios Eigenkapital gehalten werden, welches nur in weniger als 0.1% aller Fälle durch unerwartete Verluste aufgezehrt wird. In der folgenden Grafik wird der Zusammenhang zwischen erwartetem Verlust und ökonomischem Kapital dargestellt. Der erwartete Verlust liegt in diesem konkreten Beispiel bei 5 Krediteinheiten. Weitere 15,5 Krediteinheiten an Eigenkapital sind notwendig, um in die Ausfallwahrscheinlichkeit für ein A Rating zu erhalten. Weitere 5 Krediteinheiten an Eigenkapital ergäben ein AAA Rating, was einer Ausfallwahrscheinlichkeit von 2 Basispunkten entspricht.

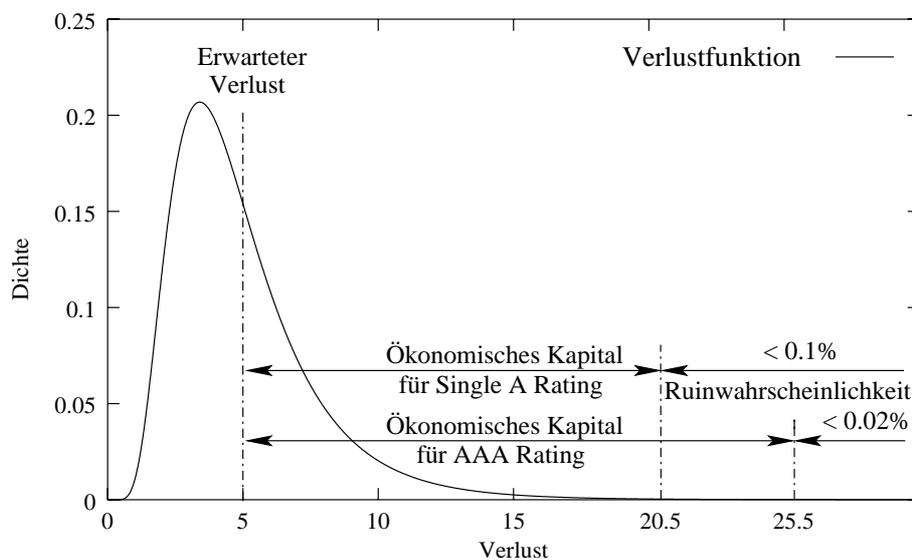


Abbildung 3.2: Ökonomisches Kapital. Quelle: Eigene Berechnungen.

<sup>3</sup> Vgl. Kapitel 2.2.3.

<sup>4</sup> Vgl. Tabelle 2.1 auf S. 13.

### 3.3 Portfolioeffekte

Die Aggregation einzelner Engagements zu einem Portfolio führt in der Regel zu Diversifikationseffekten. Diese Effekte entstehen dadurch, daß bei der Portfoliobildung die Standardabweichung der Gesamtposition kleiner wird als die gewichtete Summe der einzelnen Standardabweichungen. Im Extremfall kann die Standardabweichung des Portfolios sogar ganz verschwinden.<sup>5</sup>

Alle Arbeiten in diesem Bereich gehen zurück auf das Werk „Portfolio Selection“ von Markowitz aus dem Jahre 1952.<sup>6</sup> Neu an Markowitz' Ansatz war die Berücksichtigung von Korrelationen zwischen den einzelnen Positionen eines Portfolios. Besonders negative Korrelationen tragen zu einer Verringerung der Varianz des Portfolios bei.<sup>7</sup>

An Hand eines einfachen Beispiels mit zwei Firmen sollen die einleitenden Aussagen verdeutlicht werden. Es seien  $A_1 = A_2 = \frac{1}{2}$  und  $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ . Die Ergebnisse für die Standardabweichungen der Verluste dieses Portfolios werden in Tabelle 3.1 in Abhängigkeit von der Ausfallkorrelation  $\rho_{12}^A$  wiedergegeben.

$\rho_{12}^A$	$UV$
1.0	1.00
0.5	0.75
0.0	0.50
-0.5	0.25
-1.0	0.00

Tabelle 3.1: Unerwarteter Verlust bei variierender Ausfallkorrelation. Quelle: Eigene Berechnungen.

Der Einfluß der Korrelationen ist deutlich zu erkennen. Eine Ausfallkorrelation von  $\rho_{12}^A = -1$  führt in diesem Beispiel mit nur zwei Krediten zu einer vollständigen Eliminierung des unerwarteten Verlustes.

Im folgenden Beispiel wird die Abnahme der Standardabweichung pro Krediteinheit durch Diversifikation im Portfolio erneut veranschaulicht. Die Bank vergibt einschließlich Zinsen insgesamt 100 Krediteinheiten an 1, 2, 10 oder 100 Kreditnehmer. Die Kredithöhe für jeden Kreditnehmer beträgt somit 100, 50, 10 oder 1 Einheit.

<sup>5</sup> Vgl. HARTMANN-WENDELS, PFINGSTEN UND WEBER (2000), S. 547.

<sup>6</sup> Siehe MARKOWITZ (1952).

<sup>7</sup> Vgl. HARTMANN-WENDELS, PFINGSTEN UND WEBER (2000), S. 548 und MARKOWITZ (1952), S. 79.

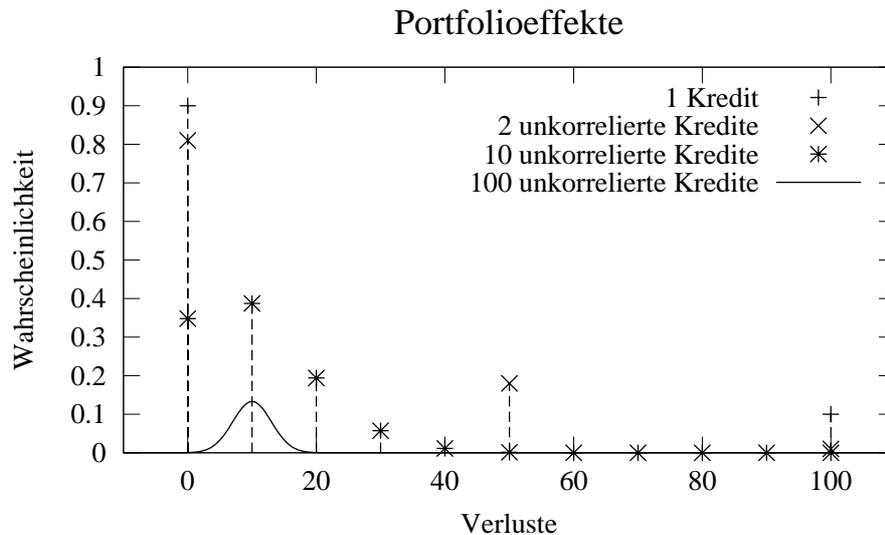


Abbildung 3.3: Abnahme der Varianz durch Diversifikation. Quelle: Eigene Berechnungen.

Alle Kreditnehmer sind identisch und die an sie vergebenen Kredite fallen voneinander unabhängig mit einer Wahrscheinlichkeit von 10% aus. Die Rückzahlung bei Kreditausfall beträgt 0. Als erwarteter Verlust ergibt sich gemäß Gleichung (3.1) in allen Fällen  $EV = 10$  Krediteinheiten. Der unerwartete Verlust nimmt mit zunehmender Zahl unkorrelierter Kredite im Portfolio ab und verschwindet für unendlich viele Kreditnehmer ganz. Denn annahmegemäß<sup>8</sup> ergibt sich für den unerwarteten Verlust gemäß Gleichung (3.2)

$$UV = \sqrt{\sum_i A^2 UV^2} = \sqrt{N \left(\frac{1}{N}\right)^2 p(1-p) \cdot 100^2} = 100 \sqrt{\frac{p(1-p)}{N}} = \frac{30}{\sqrt{N}}.$$

Hier wird deutlich, daß der unerwartete Verlust auch dann verschwinden kann, wenn keine negativen Korrelationen auftreten. Bei vollkommen positiv korrelierten Krediten ergibt sich ein anderes Bild. Hier entspricht die Verlustverteilung unabhängig von der Anzahl der Kredite immer der Verlustverteilung für  $N = 1$  und somit bleibt der unerwartete Verlust bei  $UV = 30$ . Eine Diversifikation findet in diesem Fall nicht statt, gleichgültig ob man einen großen oder mehrere kleine Kredite vergibt.

Während im Bereich des Asset Managements die Messung und Optimierung von Portfoliorisiken zu den Standardverfahren gehören, kann die Berücksichtigung von

<sup>8</sup> Für alle  $i$  und  $j$  gilt  $p_i = p_j = p = \frac{1}{10}$ ,  $A_i = A_j = A = \frac{1}{N}$ ,  $UV_i = UV_j = \sqrt{p(1-p)} \cdot 100$ . Für die Ausfallkorrelationen ergibt sich in diesem Fall  $\rho_{ij}^A = 0$  für  $i \neq j$  und  $\rho_{ii}^A = 1$ .

Diversifikationseffekten bei Kreditrisiken als eher unterentwickelt angesehen werden. Drei Ziele stehen bei der Portfoliobetrachtung von Kreditausfallrisiken im Vordergrund. Erstens möchte die Bank das tatsächliche Risiko bestimmen, welches dem Kreditportfolio entwächst, um die erforderliche Kapitalunterlegung gewährleisten zu können. Dies soll künftig mit Hilfe interner Modelle des Kreditrisikomanagements geschehen.<sup>9</sup> Zweitens ist der Beitrag eines zusätzlichen Kredites zum Gesamtrisiko des Portfolios eine wichtige Komponente bei der korrekten Preisfindung für diesen Kredit. Drittens<sup>10</sup> erhofft man sich Aufschluß über den im Portfolio aktuell realisierten Grad der Diversifikation. Auf Grund von in der Regel positiven Korrelationen<sup>11</sup> und endlich vieler Kreditnehmer kann in einem realen Portfolio nie das gesamte Risiko eliminiert werden. Ziel des Portfoliomanagements muß es u.a. sein, noch nicht genutzte Diversifikationsmöglichkeiten aufzuspüren und zu nutzen. Dabei muß beachtet werden, daß die Beiträge aller Einzelpositionen zum Gesamtrisiko des Portfolios mit jeder Veränderung der Portfoliozusammensetzung variieren.<sup>12</sup>

## 3.4 Bankbetriebliche Praxis

Die beiden folgenden Abschnitte beschreiben, wie Kreditportfolios von Banken auf traditionelle Weise behandelt werden und welche Verfahren nach Auffassung der Bankenaufsicht zukünftig in Frage kommen.

### 3.4.1 Traditionelles Verfahren

Bei der Betrachtung von Kreditportfolios verwenden Banken bis heute Hilfsinstrumente. Bankaufsichtsrechtlich werden Kreditportfolios durch die Summe der für die jeweiligen Einzelkredite notwendige Kapitalunterlegung abgesichert. Diese Standardmethode wird aus zwei Gründen<sup>13</sup> bewußt so einfach gehalten. Erstens soll der administrative Aufwand bei den Banken begrenzt und zweitens nicht zu stark in die individuelle Risikosteuerung der Banken eingegriffen werden. Der Grundsatz I<sup>14</sup>

---

9 Vgl. hierzu auch Kapitel 3.4.2.

10 Vgl. KEALHOFER (1998), S. 17.

11 Siehe Kapitel 3.5.

12 Vgl. zur Portfoliodiversifikation auch WILSON (1997B), S. 57-58.

13 Vgl. DEUTSCHE BUNDESBANK (1998), S. 6.

14 Vgl. DEUTSCHE BUNDESBANK (1998), S. 7.

unterstellt hier implizit ein – so wörtlich – „risikomäßig breit gestreutes Kreditportfolio [...], in dem sich Risikoüber- und unterzeichnungen einzelner Positionen im Wesentlichen ausgleichen“, ohne dies genauer zu konkretisieren.

Darüber hinaus existieren im KWG Regelungen für Großkredite, welche zur Vermeidung von Risikokonzentrationen beitragen sollen. Nach § 13 Abs. 1 KWG<sup>15</sup> liegt ein solcher Großkredit dann vor, wenn die Kredite an einen Kreditnehmer 10% des haftenden Eigenkapitals der Bank überschreiten. Dies ist bei der Deutschen Bundesbank anzeigepflichtig. Übersteigen die Kredite an einen Kreditnehmer 25%<sup>16</sup> (Großkrediteinzelobergrenze), so ist dies nach § 13 Abs. 3 KWG<sup>17</sup> unverzüglich der Deutschen Bundesbank und dem Bundesaufsichtsamt für das Kreditwesen zu melden und bedarf der Genehmigung durch das Bundesaufsichtsamt für das Kreditwesen. Der überschreitende Betrag ist in voller Höhe mit Eigenmitteln zu unterlegen. Außer der Großkrediteinzelobergrenze gibt es noch eine Großkreditgesamtobergrenze. Diese besagt, daß alle Großkredite zusammen nicht das achtfache des haftenden Eigenkapitals überschreiten dürfen.<sup>18</sup>

Über diese gesetzlichen Regelungen hinaus waren Banken, die auf Grund des begrenzten Preissetzungsspielraumes<sup>19</sup> weitgehend als Preisnehmer auf den Kreditmärkten bezeichnet werden können, auch schon vor der Entwicklung portfolioorientierter Kreditrisikomodelle bestrebt, Klumpenbildung in ihren Kreditportfolios durch weitere geeignete Maßnahmen zu vermeiden. Hier sind im Wesentlichen die Risikozerfällung und eine einfache Variante der Risikodiversifikation zu nennen.<sup>20</sup> Die Risikozerfällung stellt eine Art naiver Diversifikation dar, da ohne Berücksichtigung von Korrelationen zwischen einzelnen Engagements davon ausgegangen wird, daß eine möglichst große Anzahl kleinerer Kredite zum gewünschten Ergebnis führt. Bei der Risikodiversifikation wird bei der Kreditvergabe Wert darauf gelegt, daß die Ursachen für einen Ausfall einzelner Kredite möglichst auf unterschiedlichen Einflußfaktoren beruhen. Während man die Risikozerfällung rein durch quantitative Beschränkungen in Form von Volumenlimiten erreichen kann, geht die Diversifikation einen Schritt weiter. Jedoch beschränkt sie sich in der Praxis auf die Bildung von Teilportfolios für bestimmte Kundengruppen oder Wirtschaftsbranchen, die wiederum als in sich homogen behandelt werden. Eine exakte Berechnung des Kreditrisikos

15 Siehe DEUTSCHE BUNDESBANK (1999).

16 Für verbundene, nicht konsolidierte Unternehmen gilt eine Obergrenze von 20%.

17 Siehe DEUTSCHE BUNDESBANK (1999).

18 Vgl hierzu auch HARTMANN-WENDELS, PFINGSTEN UND WEBER (2000), S. 351-354.

19 Vgl. Kapitel 2.3.2.

20 Vgl. zum Folgenden BÜSCHGEN (1998), S. 967-969.

im Portfolio ist auf diese Weise nicht möglich, da hierfür die Korrelationen zwischen den einzelnen Positionen benötigt werden. Auch ist die hier beschriebene Risikostreuung nicht für alle Institute im gleichen Maße möglich. Regional tätige Banken oder solche, die sich auf bestimmte Branchen spezialisiert haben, können die geschilderten Verfahren nur in beschränktem Umfang anwenden.

### 3.4.2 Zukünftige Verfahren

Zukünftig soll Banken die Möglichkeit gegeben werden, Kreditportfolios mit Hilfe von internen, auf portfoliotheoretischen Erkenntnissen beruhenden Modellen zu bewerten. Solche portfolioorientierten Kreditrisikomodelle als Grundlage für die Bestimmung der regulatorischen Eigenkapitalunterlegung werden vor allem von den großen Instituten mit Hochdruck entwickelt.<sup>21</sup>

Die bekanntesten portfolioorientierten Kreditrisikomodelle sind Credit Metrics von J.P. Morgan, Credit Risk<sup>+</sup> von Credit Suisse Financial Products, Credit Portfolio View von McKinsey und Credit Portfolio Manager von KMV Corporation. Diese bilden im Wesentlichen die Grundlage für die Schaffung interner Kreditportfoliomodelle und werden im Kapitel 4 genauer beschrieben.

Nach Auffassung des Basler Ausschusses für Bankenaufsicht kommt neben den internen Modellen für die Bemessung der Eigenkapitalanforderungen auch eine erweiterte Form des bisherigen Ansatzes und die Verwendung bankinterner Ratings in Frage. Der Einsatz interner Portfoliomodelle im Rahmen von Risikomanagementsystemen wird vom Ausschuss ausdrücklich begrüßt.<sup>22</sup> Möglichen Nutzen sieht der Ausschuss aber nicht nur in der Schätzung des Kreditrisikos mit besserer Berücksichtigung von zugrundeliegenden Positionen und Konzentrationen. Vielmehr bringt nach Auffassung des Ausschusses die Entwicklung der Modelle auch Fortschritte in den Bereichen Datenerhebung, Limitgestaltung, Reservebildung und Preisfindung.<sup>23</sup>

Bei der Bemessung des aufsichtsrechtlich erforderlichen Eigenkapitals dürfen die Modelle allerdings noch nicht verwendet werden. Dies scheidet zur Zeit noch an der fehlenden Überprüfbarkeit der Modelle und der unzureichenden Datenbasis.<sup>24</sup>

---

21 Vgl. HUSCHENS UND LOCAREK-JUNGE (2000), S. 2.

22 Vgl. BASLER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUF S I C H T (1999A), S. 10.

23 Vgl. BASLER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUF S I C H T (1999), S. 4-5.

24 Vgl. BASLER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUF S I C H T (1999A), S. 11.

## 3.5 Korrelationen in Kreditportfolios

### 3.5.1 Vorbemerkung

Zur Bestimmung von Konzentrations- und Diversifikationseffekten in Portfolios ist die Kenntnis der Korrelationen zwischen den einzelnen Positionen erforderlich. Dieses Kapitel zeigt Ursachen für in der Regel positive Korrelationen zwischen Kreditausfällen auf. Die Korrelationen werden durch systematische Risiken hervorgerufen, welche nicht, wie idiosynkratische Risiken, einzelne Unternehmen, sondern mehrere Unternehmen, einen Sektor, eine bestimmte Region, ein ganzes Land oder die ganze Welt gleichzeitig betreffen.

Systematische Risiken implizieren positive oder negative Beziehungen zwischen den Erträgen von Unternehmen. Da Erträge und Kreditausfälle eng miteinander verbunden sind,<sup>25</sup> führen diese Beziehungen zu positiven oder negativen Korrelationen zwischen den Kreditausfallrisiken dieser Firmen.<sup>26</sup> Als unmittelbare Konsequenz ergibt sich, daß Korrelationen bei der Betrachtung von Kreditportfolios nicht vernachlässigt werden dürfen, wie dies in vielen Ansätzen auf Grund vereinfachender Annahmen der Fall ist.<sup>27</sup>

### 3.5.2 Länderspezifische Risiken

Risiken, die durch grenzüberschreitende Transaktionen entstehen, werden Länderrisiken genannt. Eine genauere Abgrenzung des Länderrisikos erhält man, wenn man ein inländisches und ein ausländisches Engagement vergleicht und diejenigen Risiken herausfiltert, die nur im ausländischen Engagement enthalten sind. Aus Sicht des Kreditportfoliomanagers lassen sich zunächst zwei Dimensionen des länderspezifischen Risikos unterscheiden: Erstens könnte trotz bestehender Zahlungsfähigkeit eines Schuldners eine Devisenbewirtschaftung seitens des ausländischen Staates den Schuldendienst erschweren oder unmöglich machen. Zweitens könnte der Staat selbst aus unterschiedlichen politischen Gründen, im Extremfall wegen drohender politischer Instabilität, Umsturz, Bürgerkrieg oder nach Verstaatlichung eines Unternehmens die Zahlungen verzögern oder einstellen.<sup>28</sup>

---

25 Vgl. z.B. Kapitel 2.2.2.

26 Vgl. BESSIS (1998), S. 290.

27 Siehe hierzu BASLER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUF SICHT (1999), S. 6.

28 Vgl. BÜSCHGEN (1998), S. 980.

Als dritte Dimension bleibt auch bei Staaten, für welche Zahlungsunwilligkeit nicht relevant ist, das Wechselkursrisiko. Innerhalb bestehender Währungssysteme oder einer Währungsunion spielt dieses Risiko naturgemäß eine untergeordnete bzw. keine Rolle. Für Transaktionen über die Grenzen solcher Systeme hinweg haben Wechselkursveränderungen nach wie vor großen Einfluß auf die Konkurrenzfähigkeit der Produkte eines Landes, damit auf die Absatzchancen und somit auf die Erträge der Unternehmen in diesem Land. Darüber hinaus können durch das Wechselkursregime hervorgerufene Zahlungsbilanzschwierigkeiten zur Zahlungsunfähigkeit eines Landes und damit zum Ausbleiben fälliger Zahlungen führen.<sup>29</sup>

### 3.5.3 Gesamtwirtschaftliche Risiken

Gesamtwirtschaftliche Risiken mit Bedeutung für das Ausfallrisiko eines Kreditportfolios, sind konjunkturelle Risiken und Zinsänderungsrisiken. Im Kontext der Kreditrisiken müssen hier vor allem Rezessionen und Zinserhöhungen als Risiko eingeschätzt werden. Während sich Rezessionen primär über die verringerte Nachfrage negativ auf die Erträge der Firmen auswirken, bedeuten Zinserhöhungen in erster Linie eine höhere Belastung für den Schuldendienst des Unternehmens, können aber über eine Verringerung der Investitionsneigung auch für einen Nachfragerückgang verantwortlich sein.

### 3.5.4 Sektorspezifische und regionale Risiken

Bestimmte Entwicklungen in einer Ökonomie können einzelne Sektoren oder Regionen verstärkt oder ausschließlich treffen. Eine Verschärfung des Wettbewerbs innerhalb einer Branche, ein Wandel in den Perspektiven für einen Wirtschaftszweig oder eine technische Innovation sind Beispiele für sektorspezifische Risiken. Regionale Risiken entwachsen eher aus Naturkatastrophen wie Dürren, Erdbeben, Vulkanausbrüchen oder Überschwemmungen. Andere Ursachen für regionale Risiken können der Strukturwandel oder Dominoeffekte in Form von Problemen bei einem Großunternehmen und sich dadurch ergebenden Schwierigkeiten bei lokalen Zulieferern sein. Diese Risiken erschweren die Diversifikation vor allem für regional tätige oder an bestimmte Branchen gebundene Kreditinstitute.

---

<sup>29</sup> Vgl. BÜSCHGEN (1998), S. 981.

### 3.5.5 Spezielle Risiken

Alle systematischen Risiken, die nicht in eine der bisher genannten Kategorien eingeordnet werden können, werden unter der Bezeichnung „spezielle Risiken“ subsumiert. Hervorzuheben sind in dieser Klasse vor allem Ölpreisschocks, die in der Vergangenheit stets schwerwiegende Folgen nach sich zogen.

### 3.5.6 Bedeutung

Die größte Bedeutung für die Analyse von Kreditausfällen nehmen die gesamtwirtschaftlichen Risiken ein. Diese Einschätzung deckt sich mit einer Untersuchung von WILSON (1998). Nach den Ergebnissen dieser Studie erklären makroökonomische Faktoren in den meisten untersuchten Ländern mehr als 90% der Varianz in den Kreditausfallzeitreihen. Zu diesen Ländern gehören u.a. Deutschland, die Vereinigten Staaten, Großbritannien, Japan, die Schweiz, Spanien, Belgien und Frankreich.<sup>30</sup>

In einer Studie von CHEN, ROLL UND ROSS (1983) werden eine Reihe ökonomischer Variablen im Rahmen eines Arbitrage-Pricing-Modells daraufhin untersucht, ob sie Beiträge zum systematischen Risiko eines Portfolios liefern. Nur fünf dieser makroökonomischen Variablen zeigten signifikanten Einfluß, nämlich die Wachstumsrate der Industrieproduktion, Veränderungen in den Ausfallprämien (default premium), Veränderungen in der Zinsstrukturkurve und, mit etwas schwächerem Einfluß, unerwartete Inflation und Veränderungen der Realzinsen.<sup>31</sup> Keine Signifikanz zeigten Ölpreisveränderungen und Änderungsraten des realen Pro-Kopf-Konsums.<sup>32</sup>

Die Ergebnisse dieser Untersuchung zeigen, daß Wirtschaftswachstum bzw. Rezessionen und Zinsänderungen das systematische Risiko in einem Portfolio weitgehend erklären können. Sie sind daher die zentralen Bestimmungsgrößen für die Korrelationen zwischen den Firmenwerten und damit für die Ausfallkorrelationen eines Kreditportfolios, welches aus Krediten an diese Firmen besteht. Da die genannten Risiken alle Firmen in der gleichen Weise treffen, kann von überwiegend positiven Aktiva- und Ausfallkorrelationen ausgegangen werden.<sup>33</sup>

30 Vgl. WILSON (1998), S. 74.

31 Vgl. CHEN, ROLL UND ROSS (1983), S. 393-399 u. 402.

32 Vgl. CHEN, ROLL UND ROSS (1983), S. 399-401.

33 Laut KMV liegen Aktivakorrelationen typischerweise im Bereich zwischen 0.1 und 0.6 und Ausfallkorrelationen zwischen 0.02 und 0.15 (vgl. BOHN (1999A)).

## 3.6 Ausfallkorrelationen im Optionspreismodell

### 3.6.1 Vorbemerkung

In diesem Kapitel wird gezeigt, wie im Rahmen eines Optionspreismodells<sup>34</sup> Ausfallwahrscheinlichkeiten, Aktivakorrelationen und Kreditausfallkorrelationen zusammenhängen und welche Eigenschaften die Ausfallkorrelationen haben.

Dazu werden die Firmenwerte als Zufallsvariablen aufgefaßt. Die zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Korrelationen werden als bekannt angenommen und exogen vorgegeben. Mit Hilfe der ebenfalls bekannten Kreditvolumina ergibt sich ein Kreditausfall genau dann, wenn der Firmenwert unter den ausstehenden Kreditbetrag fällt. Die Wahrscheinlichkeit der Insolvenz hängt damit einerseits vom Verhältnis zwischen dem Marktwert des Unternehmens und den Kreditverpflichtungen und andererseits von der Volatilität des Marktwertes ab.

Es wird angenommen, daß alle Unternehmenswerte positiv korreliert sind, da sie von nicht näher spezifizierten, gemeinsamen Hintergrundfaktoren abhängen.

Nach einer kurzen Modellbeschreibung folgt die Ableitung einiger Eigenschaften der Ausfallkorrelationen und die Herleitung einer oberen Schranke bei gegebener Aktivakorrelation. Schließlich wird gezeigt, wie die Ausfallkorrelationen neben der Aktivakorrelation auch von den Ausfallwahrscheinlichkeiten abhängen und wie man die Auswirkungen eines makroökonomischen Schocks auf den unerwarteten Verlust eines Kreditportfolios in zwei Komponenten zerlegen kann, wovon eine Komponente nur durch die gestiegenen Ausfallwahrscheinlichkeiten, die andere nur durch die gestiegenen Ausfallkorrelationen hervorgerufen wird.

### 3.6.2 Modell

#### 3.6.2.1 Einführung

Das Modell geht zurück auf LUCAS (1995)<sup>35</sup> und steuert die Ausfallkorrelationen in Abhängigkeit von der Korrelation der Aktiva. Abbildung 3.4 veranschaulicht die Vorgehensweise am Beispiel zweier Firmen X und Y. Unterschreiten beide Firmenwerte die entsprechenden Ausfallpunkte  $a$  für X bzw.  $b$  für Y, so fallen beide Firmen

---

<sup>34</sup> Vgl. Kapitel 2.2.2.

<sup>35</sup> Vgl. LUCAS (1995), S. 77-79 und KEALHOFER (1998), S. 7-9.

gemeinsam aus. Unterschreitet nur der Wert einer Firma ihren Ausfallpunkt, so fällt nur sie aus. Liegen beide Firmenwerte über den Ausfallpunkten, so tritt kein Kreditausfall ein.

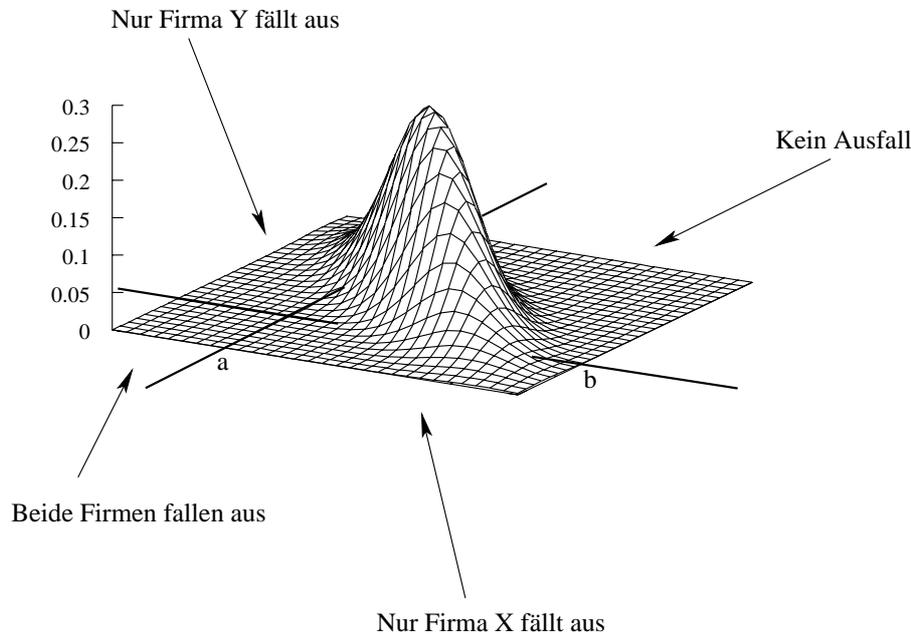


Abbildung 3.4: Korrelierte Aktivawertverteilung, Ausfall- und Nichtausfallzonen.

Welche Situation realisiert wird, ergibt sich durch eine Ziehung aus der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung beider Firmenwerte. Diese berücksichtigt die Korrelation zwischen den Firmenwerten. Für positiv korrelierte Firmenwerte ist mit hoher Wahrscheinlichkeit der Firmenwert für beide Firmen zum gleichen Zeitpunkt gemeinsam hoch oder niedrig. Somit wird auch das Ausfallverhalten positiv korreliert sein. Die diskreten Ereignisse „Kreditausfall“ und „Kein Kreditausfall“ bilden Bernoulli-verteilte Zufallsvariablen.

### 3.6.2.2 Annahmen und Notation

Das Modell wird in der Folge für zwei Firmen formal analysiert. Zur weiteren Vereinfachung sei angenommen, daß die Firmenwerte  $X$  und  $Y$  der beiden Unternehmen normalverteilt sind. Die Ergebnisse lassen sich ohne weiteres auf die sonst übliche Annahme normalverteilter Aktivarenditen und somit lognormalverteilter Firmenwerte übertragen.<sup>36</sup>

<sup>36</sup> Die einfachste Möglichkeit hierzu ist die Interpretation der Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$  als normalverteilte Aktivarenditen. Damit bleiben alle Ergebnisse erhalten, beziehen sich nun aller-

Sei  $X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2)$  und  $Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$  mit Verteilungsfunktionen  $\phi_X$  und  $\phi_Y$ . Die gemeinsame Verteilungsfunktion von  $X$  und  $Y$  sei  $\phi_{XY}$  und die Korrelation gleich  $\rho$ . Bezeichnet man die ausstehenden Kreditverpflichtungen mit  $a$  und  $b$ , so ergeben sich für die Firmen die Ausfallwahrscheinlichkeiten  $p_X = \phi_X(a)$  und  $p_Y = \phi_Y(b)$ .

### 3.6.2.3 Ausfallkorrelationen

Man erhält die folgenden Bernoulli-verteilten Zufallsvariablen, welche den Wert 1 für „Kreditausfall“ und den Wert 0 für „Kein Kreditausfall“ annehmen:

$$\Xi = \begin{cases} 1 & \text{falls } X < a \\ 0 & \text{falls } X \geq a \end{cases}$$

$$\Upsilon = \begin{cases} 1 & \text{falls } Y < a \\ 0 & \text{falls } Y \geq a. \end{cases}$$

Die Ausfallkorrelationen berechnen sich nach der Formel

$$\rho^A = \frac{\text{Cov}(\Xi, \Upsilon)}{\sigma_\Xi \sigma_\Upsilon}. \quad (3.3)$$

Die Kovarianz erhält man als

$$\text{Cov}(\Xi, \Upsilon) = E(\Xi \Upsilon) - E(\Xi) E(\Upsilon).$$

Mit  $E(\Xi \Upsilon) = \phi_{XY}(a, b, \rho)$  und  $E(\Xi) E(\Upsilon) = \phi_X(a) \phi_Y(b)$  ergibt sich für die Ausfallkorrelation die Gleichung

$$\rho^A = \frac{\phi_{XY}(a, b, \rho) - \phi_X(a) \phi_Y(b)}{\sqrt{\phi_X(a) (1 - \phi_X(a))} \sqrt{\phi_Y(b) (1 - \phi_Y(b))}}. \quad (3.4)$$

Sie hängt von den Ausfallwahrscheinlichkeiten der einzelnen Firmen, der gemeinsamen Ausfallwahrscheinlichkeit beider Firmen und damit von der Aktivakorrelation ab.

---

dings auf die Beziehungen zwischen Renditen und Ausfällen.  $a$  und  $b$  sind in diesem Fall nicht die Kreditverpflichtungen der Unternehmen, sondern Schwellenwerte für die Rendite, die bei Unterschreitung zum Kreditausfall führen.

### 3.6.2.4 Eigenschaften der Ausfallkorrelationen

In diesem Abschnitt werden einige Eigenschaften der Ausfallkorrelationen näher untersucht. Als erstes wird eine obere Schranke für  $\rho^A$  bestimmt. Wie ERLÉNMAIER UND GERSBACH (2000) zeigen, wird diese erreicht, wenn beide Unternehmen eine Ausfallwahrscheinlichkeit von 50% haben.

#### Proposition 1

Falls  $a = \mu_X$  und  $b = \mu_Y$ , d.h. falls  $\phi_X(a) = \phi_Y(b) = 50\%$ , dann ist

$$\rho^A(\rho) = \frac{2}{\pi} \arcsin \rho. \quad (3.5)$$

Die Abbildungen 3.5 und 3.6 visualisieren diese Eigenschaft. Alle Ausfallkorrelationen liegen unter der oberen Schranke  $\frac{2}{\pi} \arcsin \rho$ . In Abbildung 3.5 werden zwei Firmen mit identischer Ausfallwahrscheinlichkeit betrachtet. Die Ausfallwahrscheinlichkeit wird sukzessive von 0.1% auf 50% erhöht. Die Ausfallkorrelationen steigen mit der Ausfallwahrscheinlichkeit an und für eine Ausfallwahrscheinlichkeit von 50% ergibt sich das Maximum. Für eine Korrelation der Firmenwerte von 1 beträgt die Ausfallkorrelation unabhängig von der Ausfallwahrscheinlichkeit immer 1.

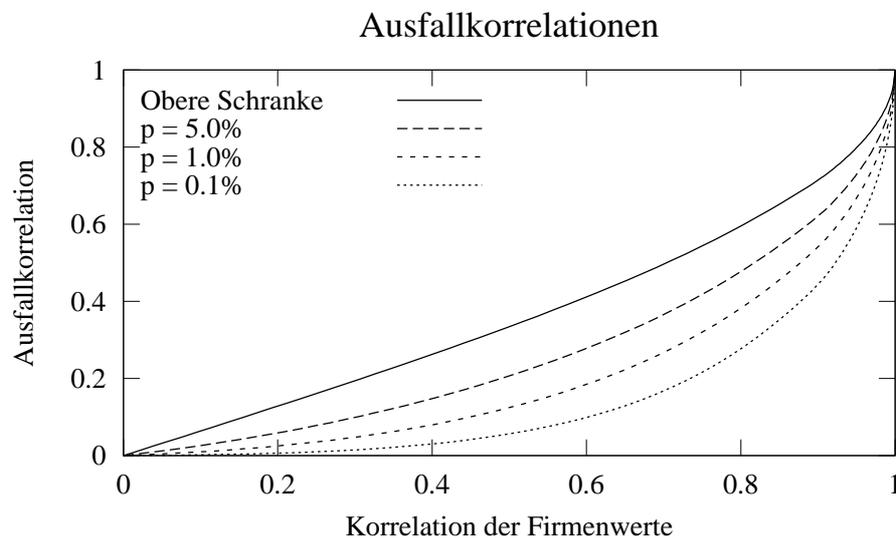


Abbildung 3.5: Zwei gleiche Firmen. Quelle: Eigene Berechnungen.

Ein anderes Bild ergibt sich in Abbildung 3.6. Dort werden Firmen mit unterschiedlicher Ausfallwahrscheinlichkeit betrachtet. Während die Ausfallwahrscheinlichkeit einer Firma immer 50% beträgt, variiert die andere wieder von 0.1% bis 50%. Auch

hier zeigt sich, daß die Korrelationen mit der Ausfallwahrscheinlichkeit wachsen und stets unter der oberen Schranke von  $\frac{2}{\pi} \arcsin \rho$  liegen. Jedoch liegen die Ausfallkorrelationen selbst bei perfekter Korrelation der Firmenwerte unter 1.

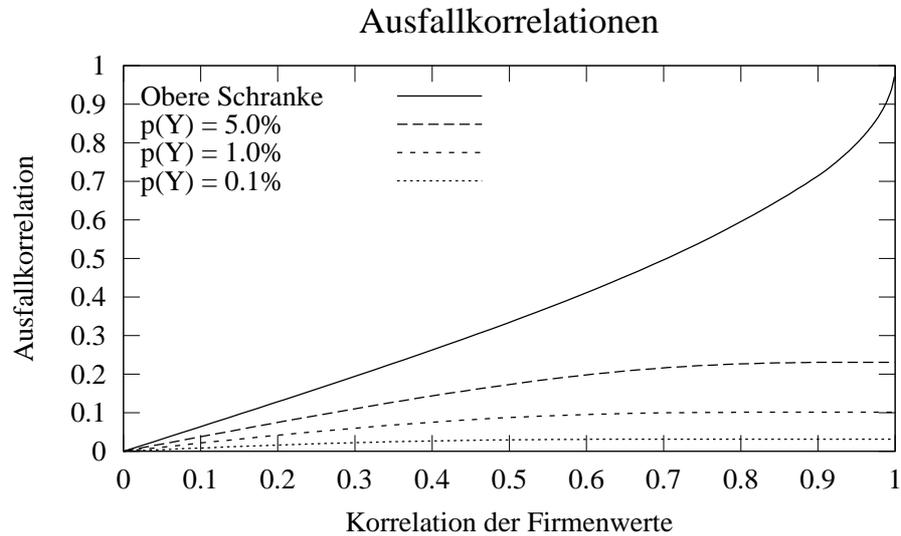


Abbildung 3.6: Zwei unterschiedliche Firmen. Quelle: Eigene Berechnungen.

### Beweis von Proposition 1

$$E(\Xi\Upsilon) = \int_{-\infty}^a \int_{-\infty}^b \frac{dXdY}{2\pi\sigma_X\sigma_Y\sqrt{1-\rho^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[ \frac{(X-\mu_X)^2}{\sigma_X^2} - 2\rho \frac{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)}{\sigma_X\sigma_Y} + \frac{(Y-\mu_Y)^2}{\sigma_Y^2} \right] \right\} \quad (3.6)$$

Mit  $a = \mu_X$  und  $b = \mu_Y$  und der Substitution

$$X = \mu_X + \sigma_X u, \quad Y = \mu_Y + \sigma_Y \sqrt{1-\rho^2} \cdot v + \rho\sigma u,$$

erhält man

$$\begin{aligned} E(\Xi\Upsilon) &= \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^{\frac{-\rho}{\sqrt{1-\rho^2}}u} \frac{1}{2\pi} \exp \left\{ -\frac{1}{2}(u^2 + v^2) \right\} dvdu \\ &= \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{u^2}{2} \right) \int_{-\infty}^{\frac{-\rho}{\sqrt{1-\rho^2}}u} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{v^2}{2} \right) dvdu. \end{aligned}$$

Auf diese Weise wurde die zweidimensionale Normalverteilung  $\phi_{XY}$  in zwei unabhängige Standardnormalverteilungen transformiert.

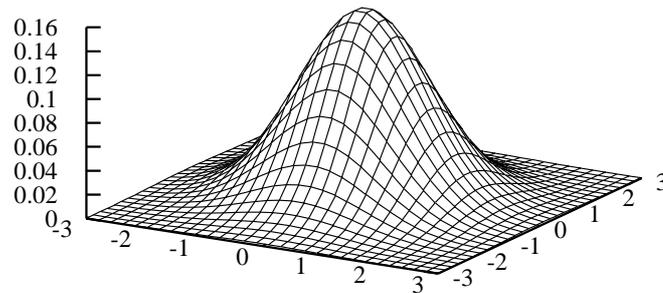


Abbildung 3.7: Unabhängige zweidimensionale Standardnormalverteilung.

Da die unabhängige zweidimensionale Normalverteilung rotationssymmetrisch ist (vgl. Abb. 3.7), ergibt sich

$$E(\Xi\Upsilon) = \frac{|\beta|}{2\pi}.$$

$\beta$  ist in diesem Fall der Winkel zwischen den beiden Halbgeraden  $u = 0, v < 0$  und  $v = -\frac{\rho}{\sqrt{1-\rho^2}}u, u < 0$  in der  $(u, v)$ -Ebene. Abbildung 3.8 veranschaulicht die Lage von  $\beta$ .

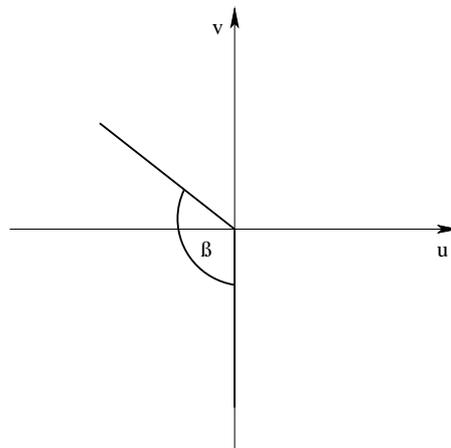


Abbildung 3.8:  $\beta$  in der  $(u, v)$ -Ebene.

Man erhält

$$\begin{aligned}
 |\beta| &= \frac{\pi}{2} + \left| \arctan \left( -\frac{\rho}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) \right| \\
 &= \frac{\pi}{2} + \arctan \left( \frac{\rho}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) \\
 &= \frac{\pi}{2} + \arcsin(\rho).
 \end{aligned}$$

Damit ist

$$E(\Xi\Upsilon) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2\pi} \arcsin(\rho)$$

und

$$\begin{aligned}
 \rho^A(\rho) &= \frac{\text{Cov}(\Xi, \Upsilon)}{\sigma_{\Xi}\sigma_{\Upsilon}} = \frac{E(\Xi\Upsilon) - E(\Xi)E(\Upsilon)}{\sigma_{\Xi}\sigma_{\Upsilon}} \\
 &= \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{2\pi} \arcsin(\rho) - \frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} \\
 &= \frac{2}{\pi} \arcsin(\rho).
 \end{aligned}$$

□

Als nächstes werden einige Grenzwerteigenschaften der Ausfallkorrelationen abgeleitet. Da  $\text{Cov}(\Xi, \Upsilon)$  immer in einen Ausdruck transformiert werden kann, welcher nur standardnormalverteilte Zufallsvariablen enthält, wird zu Vereinfachung der Notation in der Folge mit standardnormalverteilten Zufallsvariablen gearbeitet.

### Proposition 2

$\rho^A(\rho)$  kann als eine Funktion der beiden Schwellenwerte  $a$  und  $b$  aufgefaßt werden. Für  $\rho^A(a, b, \rho)$  gilt

$$\lim_{a \rightarrow -\infty} \rho^A(a, b, \rho) = 0.$$

### Beweis von Proposition 2

Dieses Resultat folgt aus Gleichung (3.4), wenn man in  $\phi_{XY}(a, b) = \phi_X(a) \cdot \phi_{X|Y}(b|a)$  den Wert von  $\phi_X(a)$  für ein festes  $b$  gegen 0 gehen läßt.

□

Aufgrund der Symmetrie gilt das gleiche Ergebnis auch für  $b \rightarrow -\infty$ , also

$$\lim_{b \rightarrow -\infty} \rho^A(a, b, \rho) = 0. \quad (3.7)$$

Aus diesen Ergebnissen folgt eine bedeutende Approximationseigenschaft für die Ausfallkorrelationen:

**Proposition 3**

*Wenn eine Firma eine geringe Ausfallwahrscheinlichkeit hat, kann ihre Ausfallkorrelation mit anderen Firmen durch Null approximiert werden.*

Die bisherigen Ergebnisse ergeben zusammengefaßt die folgende Beziehung zwischen der Ausfallkorrelation  $\rho^A(a, b, \rho)$  und der Aktivakorrelation  $\rho$ :

**Proposition 4**

*Da die Ausfallkorrelation  $\rho^A(a, b, \rho)$  eine stetige Funktion der Ausfallpunkte  $a$  und  $b$  und der Aktivakorrelation  $\rho$  ist, kann die Ausfallkorrelation  $\rho^A(a, b, \rho)$  für eine feste Aktivakorrelation  $\rho$  abhängig von der Lage der Schwellenwerte  $a$  und  $b$  alle Werte zwischen 0 und  $\frac{2}{\pi} \arcsin(\rho)$  annehmen.*

Im Folgenden wird diese Eigenschaft für den Fall  $\rho = 1$  oder gleichbedeutend  $X = Y$  näher untersucht. Wenn  $\rho = 1$  dann ist  $E(\Xi Y) = \phi(\min(a, b))$  und somit

$$\rho^A(a, b, 1) = \frac{\phi(\min(a, b)) - \phi_X(a)\phi_Y(b)}{\sqrt{\phi_X(a)(1 - \phi_X(a))}\sqrt{\phi_Y(b)(1 - \phi_Y(b))}}.$$

Dadurch ergibt sich als nächste Eigenschaft der Ausfallkorrelationen:

**Proposition 5**

*Für  $\rho = 1$  gilt*

$$\rho^A(a, b, 1) = \begin{cases} \frac{\sqrt{\phi(a)}\sqrt{1-\phi(b)}}{\sqrt{1-\phi(a)}\sqrt{\phi(b)}} & \text{falls } a < b \\ \frac{\sqrt{1-\phi(a)}\sqrt{\phi(b)}}{\sqrt{\phi(a)}\sqrt{1-\phi(b)}} & \text{falls } a > b. \end{cases} \quad (3.8)$$

Wieder erhält man für ein festes  $b$ , daß  $\lim_{a \rightarrow -\infty} \rho^A(a, b, 1) = 0$  und für festes  $a$  entsprechend  $\lim_{b \rightarrow -\infty} \rho^A(a, b, 1) = 0$ . Außerdem erkennt man, daß für  $\rho = 1$  nur die Relation der Schwellenwerte zueinander wesentlich für die Höhe der Ausfallkorrelation ist. Die absoluten Werte sind hier nicht von großer Bedeutung. Die Gleichungen

(3.8) können verwendet werden, um die Ausfallkorrelationen für Firmen mit ausreichend hoher Aktivakorrelation abzuschätzen. ERLÉNMAIER UND GERSBACH (2000) zeigen darüberhinaus, daß man diese Eigenschaft weiter verallgemeinern kann. Zum Beispiel ist für jede gegebene Aktivakorrelation  $\rho$  die Ausfallkorrelation  $\rho^A(a, b, \rho)$  für  $b \leq a$  monoton wachsend in  $b$  und umgekehrt.

Aktivakorrelation	0.40	0.80
Ausfallwahrscheinlichkeit	Ausfallkorrelation	
1%	0.08	0.37
5%	0.14	0.47
10%	0.18	0.51
15%	0.21	0.54
20%	0.22	0.56
25%	0.24	0.57
30%	0.25	0.58
35%	0.25	0.58
40%	0.26	0.58
45%	0.26	0.59
50%	0.26	0.59

Tabelle 3.2: Ausfallkorrelationen bei wachsender Ausfallwahrscheinlichkeit. Quelle: Eigene Berechnungen.

### 3.6.2.5 Resultat

Die Höhe der Ausfallkorrelationen wird also nicht nur durch die Aktivakorrelationen beeinflusst. Bei gegebenen Aktivakorrelationen führen wachsende Ausfallwahrscheinlichkeiten zu steigenden Ausfallkorrelationen. Tabelle 3.2 zeigt dies exemplarisch für Aktivakorrelationen von 0.4 und 0.8 und Ausfallwahrscheinlichkeiten von 1% bis 50%. Während die Aktivakorrelationen das Niveau und die obere Schranke für die Ausfallkorrelationen bestimmen, zeigt sich ein großer und nicht zu vernachlässigender Einfluß der Ausfallwahrscheinlichkeiten.

Der positive Zusammenhang zwischen den Ausfallwahrscheinlichkeiten und den Ausfallkorrelationen ist von zentraler Bedeutung für die Veränderung des Kreditrisikos im Falle makroökonomischer Schocks. Falls die Kreditverträge zwischen einem Unternehmen und einer Bank mit flexiblem Zinssatz ausgestaltet sind, könnte sich folgendes Szenario ergeben: In Folge eines ansteigenden Zinsniveaus in der Ökonomie werden die Zinssätze für den Kreditvertrag an das neue Zinsniveau angepaßt.

Dadurch steigt das Gesamtkreditvolumen der Firma an, da sich dieses aus dem nominellen Kreditbetrag und den anfallenden Zinszahlungen zusammensetzt. Im Modell bedeutet dies eine Erhöhung von  $a$  resp.  $b$ . Daher steigen die Ausfallwahrscheinlichkeiten und somit wachsen simultan die Ausfallkorrelationen zwischen der betroffenen Firma und allen anderen Firmen, die in gleicher Weise betroffen sind. Die Zinserhöhung wird folglich das Potential für eine Diversifikation der Kreditrisiken der Bank durch die Erhöhung der Ausfallkorrelationen vermindern. Das gleiche Ergebnis erhält man bei negativen aggregierten Produktivitätsschocks. Diese ergeben ceteris paribus für alle Firmen einen Rückgang im erwarteten Firmenwert. Das entspricht im Modell einer Verringerung von  $\mu$  und führt ebenfalls zu einer Erhöhung der Ausfallwahrscheinlichkeit und zu steigenden Ausfallkorrelationen.

Die Resultate ergeben sich bei konstanter Aktivakorrelation. Sollten sich die Aktivakorrelationen in Folge des makroökonomischen Schocks ändern, führt dies zu weiteren Auswirkungen auf die Ausfallkorrelationen. Der hier untersuchte Effekt wird allein durch veränderte Ausfallwahrscheinlichkeiten ausgelöst. Um diesen Effekt und seine Auswirkungen analysieren zu können, muß eine gleichzeitige Änderung der Aktivakorrelationen durch den makroökonomischen Schock ausgeschlossen werden.

### 3.6.3 Isolation des Korrelationseffektes

Das Risiko in einem Kreditportfolio steigt also bei makroökonomischen Schocks sowohl *direkt* durch die gestiegenen Ausfallwahrscheinlichkeiten, als auch *indirekt* durch die auf Grund der wachsenden Ausfallkorrelationen abnehmenden Diversifikationseffekte. Will man den Beitrag der gestiegenen Ausfallkorrelationen von dem der gestiegenen Ausfallwahrscheinlichkeiten trennen, so bietet sich im Rahmen einer Simulation die folgende Vorgehensweise an.

Liegt ein makroökonomischer Schock in Form einer Zinserhöhung vor, so erhöht man zunächst exogen den Zins und ermittelt den dadurch ausgelösten Anstieg des Risikos im Portfolio. Als Maß hierfür bieten sich der erwartete und unerwartete Portfolioverlust an.

Im Anschluß daran erfolgt eine Anpassung der Aktivakorrelationen. Diese werden so weit gesenkt, bis die Ausfallkorrelationen wieder ihren Ausgangswert vor der Zinserhöhung erreichen. Die Ausfallwahrscheinlichkeiten selbst werden durch diesen Anpassungsprozeß nicht verändert, da diese nicht von den Korrelationen abhängen. Somit werden auch die erwarteten Verluste des Portfolios von der Anpassung nicht

berührt, denn diese werden allein durch die Ausfallwahrscheinlichkeiten bestimmt. Lediglich der unerwartete Verlust nimmt im Rahmen der Anpassung ab.

Die auf diese Weise beobachtete relative Veränderung des unerwarteten Verlustes ist das gesuchte Maß für den Einfluß der durch den makroökonomischen Schock veränderten Ausfallkorrelationen auf das Risiko des Kreditportfolios. Die jetzt noch verbleibende Erhöhung der Standardabweichung im Vergleich zur Ausgangssituation vor dem makroökonomischen Schock ist einzig den gestiegenen Ausfallwahrscheinlichkeiten zuzurechnen.

Damit kann man nun zwischen dem Effekt der Korrelationen, im Folgenden Korrelationseffekt  $\kappa$  genannt, und dem der Ausfallwahrscheinlichkeiten unterscheiden und jeden der beiden Effekte separat quantifizieren.

### 3.7 Empirische Bestimmung

Die Ermittlung der Ausfallkorrelationen zwischen einzelnen Unternehmen ist problematisch und es existiert kein wirklich zufriedenstellendes Verfahren, um Ausfallkorrelationen auf Firmenebene direkt zu schätzen.<sup>37</sup> LUCAS (1995) schlägt eine Methode vor, mit der zumindest historische Ausfallkorrelationen zwischen Ratingklassen bestimmt werden können. Dieses Verfahren wird im Folgenden beschrieben.<sup>38</sup>

Die Ausfallkorrelationen können in Abhängigkeit von den individuellen Ausfallwahrscheinlichkeiten  $p_X$  und  $p_Y$  und der gemeinsamen Ausfallwahrscheinlichkeit  $p_{XY}$  gemäß Gleichung (3.4) geschrieben werden als

$$\rho_{XY}^A = \frac{p_{XY} - p_X p_Y}{\sqrt{p_X (1 - p_X)} \sqrt{p_Y (1 - p_Y)}}.$$

Nimmt man an, daß die einem Unternehmen zugewiesene Ratingklasse die eindeutige Zuordnung einer Ausfallwahrscheinlichkeit gestattet, so sind die individuellen Ausfallwahrscheinlichkeiten  $p_X$  und  $p_Y$  bekannt. Eine Möglichkeit hierfür besteht in der Verwendung historischer Ausfallwahrscheinlichkeiten für Ratingklassen, welche beispielsweise KEENAN (2000) entnommen werden können.

<sup>37</sup> Vgl. z.B. KEALHOFER (1998), S. 8.

<sup>38</sup> Vgl. zum Folgenden LUCAS (1995), S. 78-82.

Die gemeinsame Ausfallwahrscheinlichkeit wird bestimmt, indem für alle möglichen Ratingklassenpaare und über alle Perioden die Zahl  $AS_t$  der in beiden Klassen in einer Periode gemeinsam ausgefallenen Schuldner und die gesamte Anzahl von Unternehmen  $N_t$  in den beiden Klassen bestimmt wird. Die Zahl der ausgefallenen Schuldnerpaare in Periode  $t$  beträgt dann  $ASP_t = \frac{AS_t(AS_t-1)}{2}$  und die Zahl aller Firmenpaare  $FP_t = \frac{N_t(N_t-1)}{2}$ . Beide Werte werden über alle Perioden summiert und der Quotient dieser Summen ergibt den Schätzer für die gemeinsame Ausfallwahrscheinlichkeit für Unternehmen in Ratingklasse  $X$  und  $Y$

$$p_{XY} = \frac{\sum_{t=1}^T ASP_t}{\sum_{t=1}^T FP_t}.$$

Die empirische Untersuchung von LUCAS (1995) zeigt, daß Ausfallkorrelationen sehr niedrig sind und mit ansteigenden Ratingklassen abnehmen. Seine Begründung dafür ist, daß Ausfälle in hohen Ratingklassen, abgesehen davon, daß sie sehr selten auftreten, typischerweise ein Ergebnis von firmenspezifischen Problemen sind. Sie werden daher nicht primär von gesamtwirtschaftlichen Effekten ausgelöst, welche für die Ausfallkorrelationen hauptverantwortlich sind.<sup>39</sup>

Die meisten der ermittelten empirischen Ausfallkorrelationen wachsen mit ansteigender Periodenlänge zunächst an und nehmen dann mit der Zeit wieder ab. Das wird damit erklärt, daß auf der einen Seite für immer kürzere Perioden die Ausfallereignisse mehr und mehr von den gesamtwirtschaftlichen Effekten unabhängig werden und daher nur noch von idiosynkratischen Risiken abhängig sind. Andererseits gilt für sehr lange Perioden, daß die Einflüsse von Aufschwüngen und Rezessionen auf das Ausfallverhalten im Mittel verschwinden, was ebenfalls zu einer Verringerung der Korrelationen führt.

LUCAS (1995) ermittelt paarweise Ausfallkorrelationen mit einem Zeithorizont von einem bis zehn Jahren für Ratingklassen von Aaa bis B. Die höchsten Werte werden für die Ratingpaare Baa/Ba (0.03), Baa/B (0.08), Ba/Ba (0.15) und Ba/B (0.25) bei einem Zeithorizont von sechs bis sieben Jahren erreicht, was obige Hypothese stützt. Dagegen spricht, daß für die Ratingklassenkombinationen A/B (0.12), A/Ba (0.05) und B/B (0.39) das Maximum nach neun Jahren, für Aaa/B (0.09) und Aa/B (0.08) gar erst nach 10 Jahren erreicht wird.

---

<sup>39</sup> Vgl. hierzu Kapitel 3.5.

Da die hier ermittelten Ausfallkorrelationen nur die historischen Verhältnisse nachzeichnen, sind sie keine exakte Beschreibung für die gegenwärtigen Korrelationsbeziehungen zwischen Ausfallereignissen. Die wahre ex ante Korrelation bleibt immer unbeobachtbar. Ein Problem dieser Studie ist die mangelhafte Datenbasis. Während mit etwa 4000 Emittenten die Zahl der berücksichtigten Ausfallkandidaten recht hoch war, standen für die Studie nur Ausfalldaten von 1970-1993 zur Verfügung. Die 24 Perioden zur Ermittlung der einjährigen Korrelationen mögen noch ausreichend sein, wohingegen 15 überlappende Perioden für die 10-Jahres-Analyse als statistisch problematisch angesehen werden müssen. Auf die Nennung der Ergebnisse für die höheren Ratingklassenpaare, deren Ausfallkorrelation sich im Bereich von 0 bis 0.03 bewegte, wurde an dieser Stelle bewußt verzichtet, weil extrem niedrige Ausfallwahrscheinlichkeiten in Kombination mit der geringen Zahl an Beobachtungszeitpunkten keine zuverlässigen Schätzungen erlauben. Schließlich sagt die Studie nichts über die Korrelationen innerhalb und zwischen verschiedener Industrien oder gar zwischen einzelnen Unternehmen aus. Da aber alle von Moody's eingestufteten Unternehmen einbezogen waren, sollten die Ergebnisse der Studie eine grobe Abschätzung für die durch die allgemeine wirtschaftliche Entwicklung verursachte „Grundkorrelation“ zwischen den Ausfällen aller Unternehmen sein.

# 4 Kreditrisikomodelle

## 4.1 Vorbemerkung

In diesem Kapitel werden die vier zur Zeit bedeutendsten Modelle zur portfolioorientierten Bewertung von Kreditrisiken besprochen. Zunächst wird eine grundlegende Klassifizierung der Modelle vorgenommen. Anschließend werden die Modellansätze dargestellt und der Frage nach den verwendeten Konzepten bei der Berücksichtigung von Korrelationen nachgegangen. Eine Zusammenfassung wesentlicher Elemente und kritische Anmerkungen zu den Modellen runden das Kapitel ab.

## 4.2 Klassifizierung von Kreditrisikomodellen

Grundsätzlich werden Kreditportfoliomodelle nach den verwendeten Eingangsdaten in die Ausfallraten- und die Assetwertmodelle eingeteilt. Während die Ausfallratenmodelle direkt mit den Kreditausfallwahrscheinlichkeiten arbeiten, beruhen die Assetwertmodelle auf der Veränderung von Marktwerten der Aktiva.<sup>1</sup>

Zur Ermittlung des Marktwertes verwenden die Assetwertmodelle den in Abschnitt 2.2.2 vorgestellten Optionspreisansatz. Die Wertentwicklung der Aktiva beeinflusst c.p. die strukturelle Zusammensetzung der Passiva in Eigenkapital und Fremdkapital. Anhaltend negative Entwicklungen des Firmenwertes führen, wenn das Eigenkapital aufgezehrt ist, zum Kreditausfall. Daher findet man für diese Modelle in der Literatur häufig die Bezeichnung „strukturelle Modelle“.<sup>2</sup> Kreditausfälle werden in diesen Modellen also *indirekt* über die Wertentwicklung der Aktiva verursacht.<sup>3</sup>

---

1 Vgl. HUSCHENS UND LOCAREK-JUNGE (2000), S. 3.

2 Vgl. BASLER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUF S ICHT (1999), S. 35.

3 Vgl. WAHRENBURG UND NIETHEN (1999), S. 4. Eine gute Darstellung des Assetwertmodells für das Risiko in Kreditportfolios findet man bei OVERBECK (1999).

Zu dieser Modellklasse gehören Credit Metrics von J.P. Morgan und das von KMV entwickelte Modell Credit Portfolio Manager.

In den Ausfallratenmodellen werden die Kreditausfälle *direkt* modelliert. In jedem diskreten Zeitpunkt kann es zu Kreditausfällen oder Ratingveränderungen kommen. Lediglich die Wahrscheinlichkeiten für solche Ereignisse werden spezifiziert. Die Wahrscheinlichkeiten werden nicht konstant angenommen, sondern schwanken als stochastische Variablen in Abhängigkeit von sogenannten Hintergrundfaktoren.<sup>4</sup> Bei diesen Hintergrundfaktoren kann es sich um beobachtbare Variablen, wie z.B. gesamtwirtschaftliche Indikatoren, oder um latente, zufällige Risikofaktoren handeln. Credit Risk<sup>+</sup> und Credit Portfolio View gehören zu dieser Klasse von Kreditportfoliomodellen, die in der Literatur auch als „reduzierte Modelle“ bezeichnet werden.<sup>5</sup>

Tabelle 4.1 faßt die hier beschriebene Klassifizierung von Kreditportfoliomodellen noch einmal zusammen.

Assetwert basiert	Ausfallraten basiert
Strukturelle Modelle	Reduzierte Modelle
Credit Metrics	Credit Risk <sup>+</sup>
Credit Portfolio Manager	Credit Portfolio View

Tabelle 4.1: Klassifizierung von Kreditrisikomodellen. Quelle: HUSCHENS UND LOCAREK-JUNGE (2000), S. 3 und BASLER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUF SICHT (1999), S. 35.

## 4.3 Credit Portfolio Manager (CPM)

### 4.3.1 Ansatz

CPM gehört zu den assetwertbasierten Modellen. Bei CPM steht die individuelle Kreditrisikomessung im Vordergrund. Dementsprechend verwendet KMV zur Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeiten keine historischen Daten von Ratingagenturen. Diese hängen nur vom jeweiligen Rating ab und sind daher identisch für alle Firmen einer Ratingkategorie. Die Ausfallwahrscheinlichkeiten werden für jeden Kreditnehmer separat mittels eines Optionspreisansatzes gewonnen. Sie können praktisch permanent neu berechnet werden und erfassen damit Veränderungen in

<sup>4</sup> Vgl. WAHRENBURG UND NIETHEN (1999), S. 5.

<sup>5</sup> Vgl. BASLER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUF SICHT (1999), S. 35.

der Kreditnehmerqualität besser, als die in dieser Hinsicht trägen Ratings. Die Ausfallwahrscheinlichkeiten sind abhängig von der Kapitalstruktur, der Volatilität der Aktivarenditen und dem gegenwärtigen Wert der Aktiva des Unternehmens.<sup>6</sup>

Das Modell verwendet die Marktwerte der Aktiva der zu untersuchenden Unternehmen. Denn nur die Marktwerte reflektieren die zukünftigen Aussichten und die Profitabilität eines Unternehmens. Um den Marktwert der Aktiva zu bestimmen bedient man sich des Marktwertes der Passiva. Für börsennotierte Unternehmen resultiert der Wert des Eigenkapitals unmittelbar aus dem Börsenwert der Aktien.<sup>7</sup> Abweichend von MERTON (1974) läßt das KMV-Modell mehrere Klassen von Verbindlichkeiten zu. Der Wert der Verbindlichkeiten wird ermittelt, indem für ausgegebene Bonds die aktuellen Marktpreise verwendet und Kredite mit aktuellen Zinssätzen bewertet werden. Kurzfristige Verbindlichkeiten bewertet man mit ihrem Nominalbetrag, da sie in der Regel unmittelbar fällig sind. KMV nimmt an, daß die Verbindlichkeiten nur aus den genannten Positionen bestehen. Die Summe der so ermittelten Werte des Eigenkapitals und der Verbindlichkeiten entspricht dem Betrag, der aufgewendet werden muß, um alle Aktiva der Firma zu kaufen, also deren Marktwert. Veränderungen in der Zusammensetzung der Passiva ändern MILLER UND MODIGLIANI (1958) folgend nichts am Marktwert der Aktiva. Das gilt auch im Falle des Konkurses. Hier geht das Eigentum an der Firma von den Aktionären auf die Kreditgeber über. Diese werden den Liquidationserlös mit dem Unternehmenswert vergleichen und, falls letzterer höher ist, das Unternehmen weiterführen oder gegebenenfalls an andere Investoren verkaufen.<sup>8</sup>

Das KMV-Modell geht für die Marktwerte der Aktiva von einer geometrischen Brown'schen Bewegung aus. Damit werden normalverteilte Aktivarenditen und lognormalverteilte Aktivawerte unterstellt. In Kapitel 2.2.2 wurde bereits ausführlich beschrieben, wie in diesem Fall die Ausfallwahrscheinlichkeiten bestimmt werden können. Die in diesem Zusammenhang benötigte Volatilität der Aktiva wird von KMV mit der impliziten Volatilität der Aktienkurse abgeschätzt.<sup>9</sup>

Auf Grund langjähriger Beobachtungen von Ausfalldaten hat KMV festgestellt, daß Unternehmen häufig bereits ausfallen, wenn der Wert der Aktiva zwischen dem Ge-

---

6 Vgl. CROUHI, GALAI UND MARK (2000), S. 85.

7 Für nicht börsennotierte Unternehmen ist es schwieriger diesen Wert zu bestimmen. Hier werden in der Praxis oft Vielfache des Jahresumsatzes oder des Cash-Flows angesetzt.

8 Vgl. VASIEK (1984), S. 2.

9 Es ist fraglich, ob diese einen guten Schätzer für die Aktivavolatilitäten abgeben und unklar, welcher Schätzer für nicht börsennotierte Unternehmen verwendet werden soll (vgl. SCHIERENBECK (1999), S. 241).

samtwert der Verbindlichkeiten und dem Wert der kurzfristigen Verbindlichkeiten liegt. Daher ist die Wahrscheinlichkeitsmasse, die unterhalb des Wertes der gesamten Verbindlichkeiten liegt, kein exaktes Maß für die tatsächliche Ausfallwahrscheinlichkeit. Die Genauigkeit wird auch durch weitere Faktoren, wie nicht exakt normalverteilte Aktivarenditen, die vereinfachenden Annahmen über die Kapitalstruktur der Unternehmen und nicht offengelegte, aber durch die Banken bereits eingeräumte Kreditlinien beeinträchtigt.<sup>10</sup>

Daher schaltet KMV eine Zwischenstufe<sup>11</sup> in die Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeiten ein und berechnet zunächst den sogenannten „Abstand zum Ausfall“ oder „distance-to-default“  $DD$ . Dies ist der in Einheiten der Standardabweichung  $\sigma_{AR}$  der Aktivarenditen gemessene Abstand zwischen dem erwarteten Wert der Aktiva  $E(A)$  in einer Periode und dem „Ausfallpunkt“  $AP$ , welcher sich aus den kurzfristigen und der Hälfte der langfristigen Verbindlichkeiten zusammensetzt:

$$DD = \frac{E(A) - AP}{\sigma_{AR}}.$$

Gegeben eine geometrische Brown'sche Bewegung für die Marktwerte der Aktiva, ergibt sich der Abstand zum Ausfall abhängig von Erwartungswert  $\mu$  der Aktivarenditen, der jährlichen Aktivavolatilität  $\sigma$ , dem Risikohorizont  $T$  und gegebenenfalls erforderlichen Anpassungen<sup>12</sup>  $\Delta$  für Zinszahlungen und Dividenden als<sup>13</sup>

$$DD = \frac{\ln\left(\frac{A_0}{AP_T}\right) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T - \Delta}{\sigma\sqrt{T}}.$$

Die Abstände zum Ausfall sagen noch nichts über die Ausfallwahrscheinlichkeit aus. Als ordinales Risikomaß können sie zum Vergleich der einzelnen Engagements in Bezug auf ihr Ausfallrisiko herangezogen werden. Bei gegebenem Risikohorizont bedeutet ein größerer Abstand zum Ausfall ein geringeres Ausfallrisiko. Denn je größer der Abstand zum Ausfall, desto stärker darf der Firmenwert fallen, ohne die Gefahr einer Insolvenz hervorzurufen.<sup>14</sup>

In der letzten Phase werden aus den berechneten  $DD$  die Ausfallwahrscheinlichkeiten bestimmt. Hierzu werden im Gegensatz zum Ansatz bei MERTON (1974), der

<sup>10</sup> Vgl. CROUHI, GALAI UND MARK (2000), S. 88.

<sup>11</sup> Vgl. CROUHI, GALAI UND MARK (2000), S. 89.

<sup>12</sup> Vgl. WAHRENBURG UND NIETHEN (1999A), S. 10.

<sup>13</sup> Vgl. Kapitel 2.2.2.

<sup>14</sup> Vgl. KASSBERGER UND WENTGES (1999), S. 45.

von einer Normalverteilung der  $DD$  ausgeht, historische Ausfalldaten verwendet. Es wurde beobachtet, mit welcher Häufigkeit Firmen mit bestimmten Abstand zum Ausfall tatsächlich am Ende der Periode ausgefallen sind.<sup>15</sup> Mit Hilfe der berechneten Ausfallwahrscheinlichkeiten und deren Übertragung in Ratingklassen (z.B. gemäß Tabelle 2.1), lassen sich Migrationswahrscheinlichkeiten bestimmen, welche mit den Übergangswahrscheinlichkeiten in historisch ermittelten Migrationsmatrizen verglichen werden können. Es stellt sich heraus, daß die Unterschiede zum Teil erheblich sind. Außer für die Ratingklasse AAA ist im KMV-Modell die Wahrscheinlichkeit in der selben Ratingklasse zu verbleiben nur etwa ein Drittel bis die Hälfte so groß, wie bei den historisch ermittelten Werten. Die Migrationswahrscheinlichkeiten sind dementsprechend in den KMV-Tabellen höher, während die Ausfallwahrscheinlichkeiten, insbesondere bei den schlechteren Ratingklassen, geringer ausfallen.<sup>16</sup>

Das KMV-Modell bietet neben der Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit auch die Möglichkeit, das ökonomische Kapital zu ermitteln. Dazu werden mögliche zukünftige Aktivarenditen simuliert. Daraus ergeben sich Kreditausfälle oder Veränderungen im Ausfallrisiko einzelner Positionen. Portfolioeffekte finden über die Korrelationsstruktur der Aktivarenditen Berücksichtigung. Eine anschließende Neubewertung des Portfolios für jeden Simulationslauf generiert über alle Simulationen eine Wahrscheinlichkeitsverteilung zukünftiger Portfoliowerte, der die entsprechenden Quantile entnommen werden können.<sup>17</sup>

### 4.3.2 Berücksichtigung von Korrelationen

Für die *direkte* Bestimmung der Ausfallkorrelationen existiert kein zufriedenstellendes Verfahren.<sup>18</sup> Gleichung (3.4) legt nahe, die Ausfallkorrelationen *indirekt* aus den Ausfallwahrscheinlichkeiten  $p_X$  und  $p_Y$  der beiden Firmen und ihrer gemeinsamen Ausfallwahrscheinlichkeit  $p_{XY}$  nach der Formel

$$\rho_{XY}^A = \frac{p_{XY} - p_X p_Y}{\sqrt{p_X (1 - p_X)} \sqrt{p_Y (1 - p_Y)}}$$

zu berechnen. Allerdings muß zur Bestimmung der gemeinsamen Ausfallwahrscheinlichkeiten  $p_{XY}$  für jedes Firmenpaar die Aktivkorrelation bestimmt werden. Selbst

15 Vgl. CROUHI, GALAI UND MARK (2000), S. 90.

16 Vgl. CROUHI, GALAI UND MARK (2000), S. 96.

17 Vgl. WAHRENBURG UND NIETHEN (1999), S. 5.

18 Vgl. KEALHOFER (1998), S. 7-9 und CREDIT RISK (1997), S. 15.

wenn es möglich wäre, diese aus historischen Daten genügend genau zu schätzen, würde dies einen enormen Aufwand bedeuten. Für  $N$  Kreditnehmer einer Bank, sind  $\frac{N \cdot (N-1)}{2}$  Aktivkorrelationen zu schätzen. Bei 1000 Firmen ergibt das knapp eine halbe Million Korrelationen. Daher besteht die Notwendigkeit, die Zahl der zu schätzenden Variablen zu reduzieren.<sup>19</sup>

Zur Lösung dieses Problems wird ein Faktormodell entwickelt. Dazu wird angenommen, daß die Aktivrenditen sowohl durch idiosynkratische, als auch durch systematische Faktoren bestimmt werden.<sup>20</sup> Da die idiosynkratischen Faktoren nicht korreliert sind, liefern sie auch keine Beiträge zur Aktivrenditenkorrelation. Die Korrelationen zwischen den Aktivrenditen werden ausschließlich durch die systematischen, alle Firmen gemeinsam betreffenden Faktoren erklärt. Dazu werden die Aktivrenditen  $AR_k$  für jede Firma  $k$ ,  $k = 1, \dots, N$  beispielsweise wie folgt modelliert:

$$AR_k = b_{1k}S_1 + b_{2k}S_2 + \varepsilon_k. \quad (4.1)$$

Hierbei sind  $S_1$  und  $S_2$  zwei systematische oder gemeinsame Faktoren. Mit  $b_{1k}$  und  $b_{2k}$  werden die Reagibilitäten der Aktivrenditen in Bezug auf diese Faktoren bezeichnet.  $\varepsilon_k$  ist der nicht auf gemeinsame Faktoren zurückzuführende idiosynkratische Risikofaktor. Dieser ist unabhängig von den systematischen Risikofaktoren der Firma und den idiosynkratischen Risikofaktoren der anderen Firmen.

Damit ergibt sich für die Varianz

$$\sigma_k^2 = b_{1k}^2 \text{Var}(S_1) + b_{2k}^2 \text{Var}(S_2) + \text{Var}(\varepsilon_k) + 2b_{1k}b_{2k} \text{Cov}(S_1, S_2)$$

und für die Kovarianz

$$\sigma_{ij} = b_{1i}b_{1j} \text{Var}(S_1) + b_{2i}b_{2j} \text{Var}(S_2) + (b_{1i}b_{2j} + b_{2i}b_{1j}) \text{Cov}(S_1, S_2).$$

Mit  $\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}$  erhält man die Korrelation der Aktivrenditen zwischen Firma  $i$  und Firma  $j$ . Diese Vorgehensweise reduziert die Zahl der zu schätzenden Parameter für 1000 Firmen auf 2003, nämlich  $2N$  Parameter  $b_{ik}$  und die 3 Elemente der Varianz-Kovarianz-Matrix der systematischen Faktoren. Allgemein, für  $K$  gemeinsame Faktoren, ergeben sich  $KN + \frac{K(K-1)}{2}$  zu schätzende Parameter, also gut 10000 für 10

<sup>19</sup> Vgl. CROUHI, GALAI UND MARK (2000), S. 103.

<sup>20</sup> Vgl. hierzu auch Kapitel 3.5 und zum Folgenden CROUHI, GALAI UND MARK (2000), S. 104-107.

systematische Faktoren anstelle einer knappen halben Million bei der individuellen Schätzung der Aktivakorrelationen.<sup>21</sup>

Für die Faktorstruktur wählt KMV ein dreistufiges Modell, welches in Abbildung 4.1 gezeigt wird.

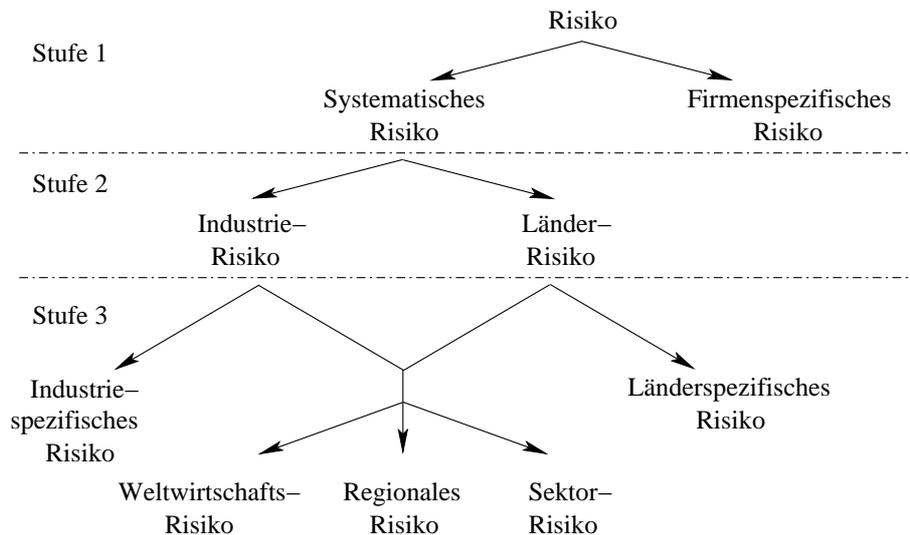


Abbildung 4.1: Faktormodell für die Aktivarenditenkorrelation. Quelle: KMV Corporation. Zitiert nach CROUHI, GALAI UND MARK (2000), S. 106.

Auf der ersten Stufe wird das Risiko in einen firmenspezifischen, idiosynkratischen Faktor  $\varepsilon_k$  und die verbleibenden gemeinsamen, systematischen Risiken  $S_k$  zerlegt. Damit ergibt sich für die Aktivarenditen aller Firmen  $k$

$$AR_k = b_k \cdot S_k + \varepsilon_k.$$

Die systematischen Risiken werden in der zweiten Stufe in Industrie- und Länderrisiken aufgeteilt. Genauer gesagt wird  $S_k$  als gewichtetes arithmetisches Mittel aller Industrie- und Länderrisikofaktoren  $I_n$  und  $L_m$  aufgefaßt:

$$S_k = \sum_n w_{kn} I_n + \sum_m w_{km} L_m.$$

Dabei sind  $w_{kn}$  die Gewichte der Industrierisikofaktoren und  $w_{km}$  die Gewichte der Länderrisikofaktoren und es gilt  $\sum w_{kn} = \sum w_{km} = 1$ .

<sup>21</sup> Die oben angegebenen Terme lassen sich bei Verwendung von orthogonalen Faktoren noch vereinfachen, da dann die Kovarianzen zwischen den Faktoren verschwinden.

Auf der dritten Stufe werden diese Risiken noch einmal in systematische und idiosynkratische Komponenten zerlegt. Die systematischen Komponenten werden durch die Faktoren „Entwicklung der Weltwirtschaft“, „Regionale Effekte“ und „Sektorielle Effekte“ erfaßt. Die idiosynkratischen Risiken umfassen auf dieser Stufe die spezifischen Risiken der Industrie bzw. des Landes. Während der systematische Faktor der ersten Stufe noch von der jeweiligen Firma abhing, sind die Faktoren der dritten Stufe für alle Länder und Industrien identisch. Daher kann die so gewonnene Faktorstruktur jetzt in eine Form wie in Gleichung (4.1) gebracht und damit die Korrelationen der Aktivarenditen bestimmt werden.

## 4.4 Credit Metrics (CM)

### 4.4.1 Ansatz

Als assetwertbasiertes Modell simuliert CM normalverteilte, korrelierte Aktivarenditen<sup>22</sup> aller Kreditnehmer. In Abhängigkeit von den simulierten Renditen wird das Unternehmen ausgehend von der bisherigen Ratingkategorie einer neuen Ratingklasse zugeordnet. Die damit einhergehende Veränderung der Bonitätseinschätzung führt zu einer Neubewertung der Kredite. Abbildung 4.2 veranschaulicht die Vorgehensweise am Beispiel eines in die Ratingklasse BB eingestuften Unternehmens. Die Intervalle unter der Verteilung<sup>23</sup> sind so berechnet, daß sie den Ausfall- bzw. Migrationswahrscheinlichkeiten aus der empirisch ermittelten Migrationsmatrix (siehe Tabelle 4.2) entsprechen. Dahinter verbirgt sich die Annahme, daß die Ratingklassen in Bezug auf Ausfallwahrscheinlichkeit und Migrationsverhalten homogen sind.<sup>24</sup>

Zur Neubewertung der Kredite werden für ausgefallene Kredite zufällige Rückzahlungsquoten bestimmt. Diese werden aus einer Betaverteilung gezogen. Die Parametrisierung der Betaverteilung in Erwartungswert und Varianz erfolgt je nach Seniorität der Kredite gemäß Tabelle 4.3.<sup>25</sup>

22 Hierzu gibt es mehrere Möglichkeiten. Ein praktikables Verfahren wird in Kapitel 5.4.2 beschrieben und im Simulationstool umgesetzt. Zur Berücksichtigung von Korrelationen in CM siehe Kapitel 4.4.2. Ein ausführliches Beispiel für die Generierung von Szenarien mit einem Portfolio aus drei Firmen findet man in CREDIT METRICS (1997), S. 113-119.

23 CM unterstellt normalverteilte Renditen. In den weiteren Berechnungen kürzen sich Erwartungswert und Varianz, so daß man sich auf die Standardnormalverteilung beschränken kann. Vgl. hierzu WOHLERT (1999), S. 352.

24 Vgl. WAHRENBURG UND NIETHEN (1999), S. 9.

25 Vgl. CREDIT METRICS (1997), S. 77-80. Hier wird auch eine Begründung für die Verwendung der Betaverteilung gegeben, welche in Abschnitt 4.8 kritisch hinterfragt wird.

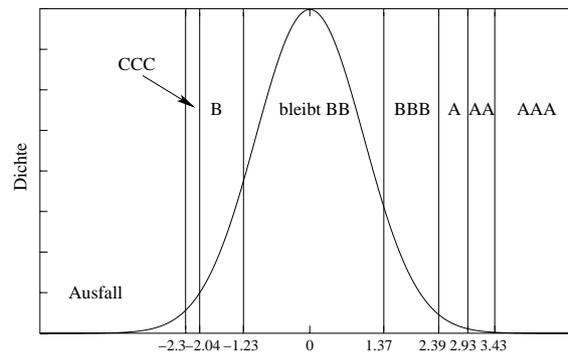


Abbildung 4.2: Ratingmigration eines in Klasse BB eingestuften Unternehmens. Quelle: CROUHI, GALAI UND MARK (2000), S. 75.

		Wahrscheinlichkeit für Rating am Jahresende (in %)							
		AAA	AA	A	BBB	BB	B	C	D
Anfängliches	AAA	90.81	8.33	0.68	0.06	0.12	0.00	0.00	0.00
	AA	0.70	90.65	7.79	0.64	0.06	0.14	0.02	0.00
	A	0.09	2.27	91.05	5.52	0.74	0.26	0.01	0.06
	BBB	0.02	0.33	5.95	86.93	5.30	1.17	0.12	0.18
Rating	BB	0.03	0.14	0.67	7.73	80.53	8.84	1.00	1.06
	B	0.00	0.11	0.24	0.43	6.48	83.46	4.07	5.20
	C	0.22	0.00	0.22	1.30	2.38	11.24	64.86	19.79

Tabelle 4.2: Einjahres-Migrationsmatrix. Quelle: STANDARD AND POOR'S (1996).

Für die nicht ausgefallenen Kredite werden die Gegenwartswerte der ausstehenden Cash-Flows berechnet. Diese hängen nicht nur von den Bonitätsveränderungen, sondern auch von der Zinsentwicklung ab. Um Marktrisiken und Kreditrisiken zu trennen wird unterstellt, daß zukünftige Zinsentwicklungen in den Terminzinssätzen bereits enthalten sind. Daher werden zur Bestimmung der Gegenwartswerte die deterministischen Forward-Zerobondrenditen der jeweiligen Ratingkategorien verwendet

Rangstelle/Besicherung	$\overline{RQ}$	$\sigma_{RQ}$
Besicherte Senior Bankkredite	69,91	23,47
Besicherte Senior Anleihen	52,31	25,15
Unbesicherte Senior Anleihen	48,84	25,01
Nachrangige Senior Anleihen	39,46	24,59
Nachrangige Anleihen	33,17	20,78
Nachrangige Junior Anleihen	19,69	13,85

Tabelle 4.3: Rückzahlungsquoten und Rangstelle. Quelle: KEENAN (2000), S. 25.

und gegebenenfalls anfallende Kuponzahlungen addiert.<sup>26</sup> Diese unabhängige Analyse von Marktrisiken und Kreditrisiken stellt nach Auffassung von CROUHI, GALAI UND MARK (2000) eine wesentliche Einschränkung des Modellansatzes dar.<sup>27</sup>

Für jeden Simulationslauf wird auf diese Weise ein Portfoliowert generiert. Aus den Portfoliowerten aller Simulationen wird eine Wahrscheinlichkeitsverteilung der zukünftigen Portfoliowerte berechnet. Das ökonomische Kapital läßt sich als Quantil dieser Verteilung bestimmen.<sup>28</sup>

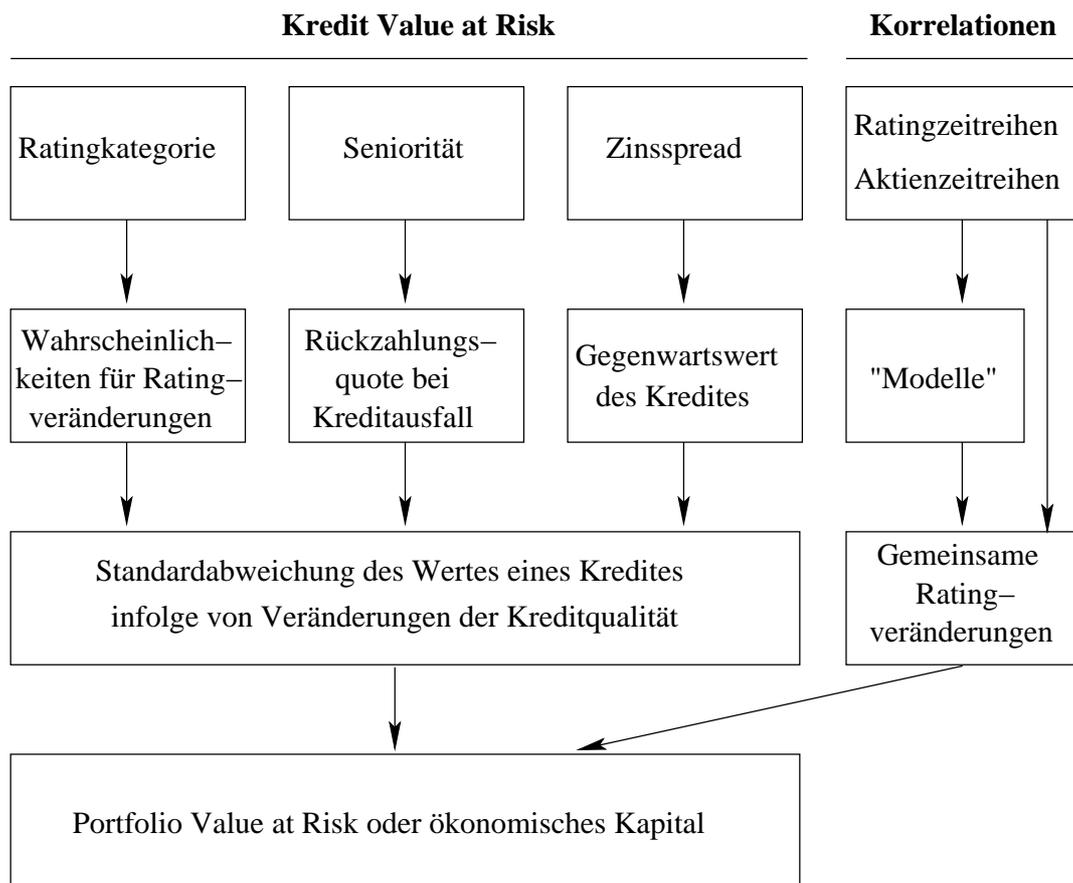


Abbildung 4.3: Bausteine von CM. Quelle: CREDIT METRICS (1997), S. 41.

CM schlägt alternativ oder zusätzlich zur Simulation die analytische Berechnung von Erwartungswert und Standardabweichung bzw. Volatilität des zukünftigen Portfoliowertes vor. Dies kann bei Kenntnis der Korrelationen auf Basis der bestimmten Gegenwartswerte und ihrer aus der Migrationsmatrix bekannten Wahrscheinlichkei-

26 Vgl. WOHLERT (1999), S. 342-343.

27 Vgl. CROUHI, GALAI UND MARK (2000), S. 64.

28 Vgl. WAHRENBURG UND NIETHEN (1999), S. 10-11.

ten erfolgen. Bei Marktrisiken mag die Volatilität als Kennzahl für die Abweichungen vom Erwartungswert auf Grund der symmetrischen Verteilung der Erträge aus Marktengagements ein vernünftiges Maß sein. Da aber die erwarteten Erträge aus Kreditengagements im Gegensatz zu den Marktrisiken eine starke Asymmetrie aufweisen, kann die Volatilität nur eingeschränkt zur Bestimmung des Kreditrisikos eingesetzt werden.<sup>29</sup> Denn die Quantile der Verteilung lassen sich bei Asymmetrie nicht mehr alleine durch Kenntnis von Erwartungswert und Volatilität bestimmen.<sup>30</sup> Die Ursache für die Asymmetrie liegt darin begründet, daß bei Kreditengagements auf der einen Seite Kreditausfälle für sehr hohe Verluste sorgen können, während auf der anderen Seite die Gewinnmöglichkeiten durch Bonitätsverbesserungen begrenzt sind.<sup>31</sup>

Die Hauptbausteine von CM faßt Abbildung 4.3 zusammen. Dabei wird deutlich, wie zentral in CM die Bestimmung des Kredit-VaR eines Einzelkredites ist und wie erst über den Baustein Korrelationen der Portfolio-VaR gewonnen werden kann.

#### 4.4.2 Berücksichtigung von Korrelationen

Um die Diversifikationseffekte im Kreditportfolio messen zu können, benötigt CM die Korrelationen für die paarweisen Kreditqualitätsveränderungen aller Kreditnehmer. Diese sind nicht direkt beobachtbar. Ohne Berücksichtigung von Korrelationen ergeben sich die gemeinsamen Migrationswahrscheinlichkeiten einfach als Produkt der einzelnen Wahrscheinlichkeiten. Da die Korrelationen nicht vernachlässigt werden können (vgl. Diskussion in Kapitel 3.5), müssen sie geeignet geschätzt werden. Um die Kreditkorrelationen zu schätzen, werden zuerst die Korrelationen der Eigenkapitalrenditen der Kreditnehmer bestimmt. Letztere werden dann zur Bestimmung der gemeinsamen Migrationswahrscheinlichkeiten verwendet. Die Ausfallkorrelationen von Kreditnehmer X und Y ergeben sich nach Formel (3.4).<sup>32</sup> Um die gemeinsame Ausfallwahrscheinlichkeit  $p_{XY}$  bestimmen zu können, werden die Aktivakorrelationen  $\rho$  benötigt. Da das in CM propagierte Verfahren der Ableitung dieser Korrelationen aus der Entwicklung fundamentaler Faktoren eng an die in Kapitel 4.3.2 bereits beschriebene Vorgehensweise von KMV angelehnt ist, wird an dieser Stelle auf eine ausführliche Darstellung verzichtet.

<sup>29</sup> Vgl. WOHLERT (1999), S. 343-344.

<sup>30</sup> Vgl. CROUHI, GALAI UND MARK (2000), S. 63.

<sup>31</sup> Vgl. CREDIT METRICS (1997), S. 7-8.

<sup>32</sup> CROUHI, GALAI UND MARK (2000), S. 73-78.

Sind die Aktivakorrelationen bestimmt, so können die korrelierten Firmenwertänderungen in allen Ratingkategorien simuliert werden. Nach Rückübersetzung dieser Resultate in Ratingklassen erhält man die gesuchte gemeinsame Migrationsmatrix.<sup>33</sup>

J.P. Morgan schlägt noch zwei weitere Methoden vor, um Korrelationen zu berücksichtigen. Ein Verfahren besteht in der direkten Schätzung der gemeinsamen Migrationsmatrizen aus historischen Daten gemeinsamer Ratingveränderungen. Der Vorteil dieser von Annahmen über die zugrunde liegenden Prozesse freien Methode wird allerdings durch die mangelhafte Datenbasis konterkariert. J.P. Morgan stehen nach eigener Auskunft nicht in ausreichendem Umfang Daten für eine qualitativ hochwertige Studie zur Verfügung. Auch sind kreditnehmerspezifische Analysen auf diese Weise unmöglich.<sup>34</sup>

Eine zweite Vorgehensweise benutzt die Korrelationen von Zinsspreads. Die starke Verbindung zwischen Veränderungen der Bondpreise und Änderungen in der Qualität eines Emittenten ist intuitiv. Ein solcher Ansatz benötigt Reihen historischer Bondpreise und ein Modell, welches die Beziehung zwischen Zinsspreads und Kreditereignissen spezifiziert.<sup>35</sup> Neben der Tatsache, daß Anleihen eines Emittenten durchaus mit unterschiedlichen Spreads gehandelt werden können, macht sich auch hier die schlechte Datenbasis negativ bemerkbar.<sup>36</sup>

SCHIERENBECK (1999) schlägt des Weiteren vor, vom Anwender vorgegebene konstante Korrelationen zu verwenden. Dieser einfache und daher praktikable Ansatz bietet die Möglichkeit einer expliziten Berücksichtigung von Risikokonzentrationen aus Großkrediten. Die subjektive Festlegung der Korrelationen birgt allerdings die Gefahr, daß Klumpenrisiken an anderen Stellen nicht oder nicht adäquat berücksichtigt werden.<sup>37</sup>

---

33 Vgl. LESKO UND VORGRIMLER (1999), S. 32.

34 Vgl. CREDIT METRICS (1997), S. 83-84.

35 Vgl. CREDIT METRICS (1997), S. 84-85. Einen Überblick über die Modellierung von Bonitäts-spreads geben REICHLING UND SCHULMERICH (1999).

36 Vgl. SCHIERENBECK (1999), S. 238.

37 Vgl. SCHIERENBECK (1999), S. 238.

## 4.5 Credit Risk<sup>+</sup> (CR<sup>+</sup>)

### 4.5.1 Ansatz

CR<sup>+</sup> zählt zu den ausfallratenbasierten Modellen. Das Ausfallrisiko wird mittels eines versicherungsmathematischen Ansatzes geschätzt.<sup>38</sup> Dabei beschränkt sich CR<sup>+</sup> auf die Modellierung des Ausfallrisikos. Das Risiko einer Migration zwischen Ratingklassen wird nicht erfaßt. Ebenfalls werden keine Annahmen über die Ursachen von Kreditausfällen gemacht. Insbesondere bleibt die Kapitalstruktur der betrachteten Unternehmen unberücksichtigt.<sup>39</sup> Die benötigten Inputs für die in einer geschlossenen mathematischen Lösung mündenden Berechnungen sind die Höhe der Kreditverpflichtungen, die erwarteten Ausfallwahrscheinlichkeiten (bzw. die Zahl der erwarteten Ausfälle), deren Volatilität und die Rückzahlungsquoten.<sup>40</sup> Mit diesen Inputs wird die Verteilung der Portfolioverluste in einem zweistufigen Prozeß gewonnen. Dieser wird in Abbildung 4.4 grafisch dargestellt.

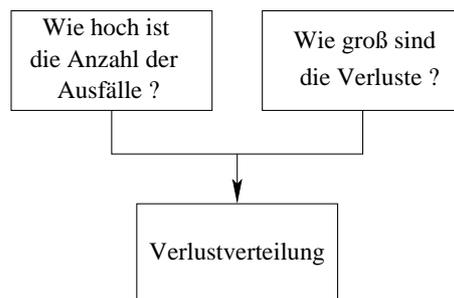


Abbildung 4.4: Stufen in Credit Risk<sup>+</sup>. Quelle: CREDIT RISK (1997), S. 17.

Die Schwere der Ausfälle ergibt sich aus der Differenz zwischen Kreditbetrag und erzielter Rückzahlung. Um den Verlust im Falle einer Insolvenz zu bestimmen, verwendet CR<sup>+</sup> vorgegebene, als exogen angesehene Rückzahlungsquoten.<sup>41</sup> Diese stammen z.B. aus KEENAN (2000).<sup>42</sup> Da die Rückzahlungsquoten einer starken Variation unterliegen, empfiehlt CREDIT RISK (1997) einen vorsichtigen Umgang mit den Annahmen über die Rückzahlungsquoten und die Berechnung potentieller Verlustfunktionen mit unterschiedlichen Szenarien.<sup>43</sup>

38 Vgl. KRETSCHMER (1999), S. 363.

39 Vgl. CREDIT RISK (1997), S. 7-8.

40 Vgl. CREDIT RISK (1997), S. 11.

41 Vgl. CROUHI, GALAI UND MARK (2000), S. 109.

42 Vgl. Tabelle 4.3.

43 Vgl. CREDIT RISK (1997), S. 14.

Zur Reduktion der zu verarbeitenden Datenmenge werden die Kreditbeträge um die erwartete Rückzahlung vermindert. Dies ergibt den effektiven Verlustbeitrag eines Kreditausfalls. Anschließend erfolgt die Bildung sogenannter Exposurebänder. Für alle Kredite eines Exposurebandes wird unterstellt, daß sie einen identischen potentiellen Verlustbeitrag liefern. Durch die Wahl einer engen Bandbreite für die Exposurebänder, läßt sich der Informationsverlust dieser Annahme eingrenzen. Die Annahme wird getroffen, um später auf einfache Art von der Verteilung der Anzahl der Ausfälle auf die Verlustverteilung des Portfolios schließen zu können.<sup>44</sup>

Die Zahl der Ausfälle wird mittels doppelter Stochastik ermittelt. Dazu wird angenommen, daß die sektorspezifischen Ausfallwahrscheinlichkeiten selbst zufällig sind und von Hintergrundfaktoren getrieben werden. Für die Zahl der Ausfälle bei gegebener Ausfallwahrscheinlichkeit wird eine Poisson-Verteilung angenommen.<sup>45</sup> Bei unterstellter Unabhängigkeit ergibt sich für die Zahl der Ausfälle eigentlich eine Binomialverteilung. Auf Grund der (sehr) kleinen Ausfallwahrscheinlichkeiten stellt die Poisson-Verteilung jedoch eine hinreichend gute Approximation der Binomialverteilung dar. Die Wahrscheinlichkeit für  $n$  Ausfälle<sup>46</sup> beträgt somit

$$P(n) = \frac{e^{-\mu} \cdot \mu^n}{n!}.$$

Die Ausfallraten der Sektoren werden, wie bereits geschildert, als unvorhersehbar angesehen. Sie werden daher nicht fest vorgegeben, sondern mit Hilfe einer (zweiparametrischen) Gammaverteilung mit der Dichte<sup>47</sup>

$$f(x) = \frac{1}{\beta^{\alpha_k} \Gamma(\alpha_k)} e^{-\frac{x}{\beta_k}} x^{(\alpha_k-1)} \quad \text{mit} \quad \Gamma(\alpha_k) = \int_{x=0}^{\infty} e^{-x} x^{(\alpha_k-1)} dx$$

modelliert. Dabei wird für die sektorspezifischen Ausfallraten ein Erwartungswert  $\mu_k$  und eine Standardabweichung  $\sigma_k$  angenommen. Diese werden aus historischen Daten geschätzt. Die beiden Parameter  $\alpha_k$  und  $\beta_k$  der Gammaverteilung sind dann implizit gegeben mit  $\mu_k = \alpha_k \beta_k$  und  $\sigma_k^2 = \alpha_k \beta_k^2$ . Durch die Überlagerung von Poisson- und Gamma-Verteilung ergibt sich für die Zahl der Ausfälle jedes Sektors eine negative

44 Vgl. KRETSCHMER (1999), S. 369.

45 Vgl. KRETSCHMER (1999), S. 364.

46 Vgl. WAHRENBURG UND NIETHEN (1999), S. 7.

47 Vgl. CREDIT RISK (1997), S. 45.

Binomialverteilung. Als Wahrscheinlichkeit für  $n$  Ausfälle in Sektor  $k$  erhält man

$$P(n) = (1 - p_k)^{\alpha_k} \cdot \binom{n + \alpha_k - 1}{n} \cdot p_k^n$$

mit  $\alpha_k = \frac{\mu_k^2}{\sigma_k^2}$  und  $p_k = \frac{\beta_k}{1 + \beta_k}$ .<sup>48</sup>

Annahmegemäß wird die Ausfallwahrscheinlichkeit in jedem Sektor nur von genau einem Makrofaktor beeinflusst, der die Variation der durchschnittlichen Ausfallrate dieses Sektors über die Zeit erklärt.<sup>49</sup> Damit sind die Ausfallereignisse unterschiedlicher Sektoren voneinander unabhängig. Die Verlustverteilung des Portfolios erhält man daher direkt aus den Ausfallverteilungen der einzelnen Sektoren.<sup>50</sup> Obwohl die Verteilung der Ausfallereignisse für jeden Sektor einzeln betrachtet die negative Binomialverteilung ist, gilt dies nicht für das gesamte Portfolio. Die Verteilung der Ausfallereignisse im Portfolio ist die unabhängige Summe der negativ binomialen Sektorverteilungen.<sup>51</sup>

#### 4.5.2 Berücksichtigung von Korrelationen

Weder die direkte Schätzung der Ausfallkorrelationen aus historischen Ausfalldaten, noch die indirekte Gewinnung über einen Optionspreisansatz finden bei CR<sup>+</sup> Anwendung. Während die direkte Schätzung auf Grund ungenügender historischer Daten ausscheidet, sprechen aus der Sicht von Credit Suisse Financial Products die erforderlichen zusätzlichen Annahmen und das Fehlen von Marktpreisen für Aktiva nicht börsengehandelter Firmen gegen die Verwendung des Optionspreisansatzes.<sup>52</sup> Daher wird, um Korrelationen zwischen den Kreditereignissen zu erzeugen, eine Abhängigkeit der Ausfallraten von gemeinsamen Hintergrundfaktoren modelliert. Über die so generierten Korrelationen der Ausfallwahrscheinlichkeiten ergeben sich von Null verschiedene Korrelationen für die Ausfallereignisse, obwohl für gegebene Ausfallwahrscheinlichkeiten unabhängige Ausfallereignisse unterstellt wurden. Die Hintergrundfaktoren werden implizit modelliert. Dazu wird jeder Kreditnehmer über Sektorgewichte einem oder anteilig mehreren Sektoren zugeteilt.<sup>53</sup>

48 Vgl. CREDIT RISK (1997), S. 45.

49 Vgl. CREDIT RISK (1997), S. 42.

50 Vgl. WAHRENBURG UND NIETHEN (1999), S. 8.

51 Vgl. CREDIT RISK (1997), S. 46.

52 Vgl. CREDIT RISK (1997), S. 15.

53 Vgl. WAHRENBURG UND NIETHEN (1999), S. 5-6.

Das Gewicht von Kreditnehmer  $X$  in Sektor  $k$  sei gleich  $\theta_{Xk}$ . Dann kann aus Erwartungswerten und Volatilitäten für die einzelnen Kreditnehmer  $\mu_X$  und  $\sigma_X$  der Erwartungswert des Sektors mit  $\mu_k = \sum_X \theta_{Xk} \cdot \mu_X$  und die Standardabweichung mit  $\sigma_k = \sum_X \theta_{Xk} \cdot \sigma_X$  bestimmt werden.<sup>54</sup> Falls spezifische Einzelrisiken berücksichtigt werden sollen, kann dafür ein eigener Sektor eingeführt werden.

Nimmt man an, daß alle Kreditnehmer aus einem einzigen Sektor stammen, so werden alle Ausfallraten jeweils nur von einem, systematischen Faktor beeinflusst. Auf diese Weise werden zwar mögliche Konzentrationsrisiken erfaßt, vorhandene Diversifikationspotentiale werden jedoch vernachlässigt.

Läßt man mehrere Sektoren zu, unterstellt jedoch, daß jeder Kreditnehmer nur einem Sektor angehören kann, so erreicht man bei gleichem Erwartungswert der Verluste einen Rückgang in der Standardabweichung, da nun Diversifikationseffekte berücksichtigt werden. Ein Manko an dieser Betrachtung sind die Extreme in den Ausfallkorrelationen. Während Kreditnehmer innerhalb eines Sektors paarweise hohe Ausfallkorrelationen aufweisen, sind Ausfälle über die Sektorgrenzen hinweg unkorreliert. Realistisch wird das Modell erst mit der Annahme, daß Kreditnehmer mehreren Sektoren angehören dürfen, da ihr Ausfallrisiko von mehreren systematischen Faktoren und zusätzlich von idiosynkratischen Risikofaktoren abhängen kann.<sup>55</sup>

Für die Korrelation der Ausfallereignisse zwischen Firma  $X$  und  $Y$  ergibt sich wie bereits in CM und CPM die nun an die hier verwendete Symbolik angepaßte Formel

$$\rho_{XY}^A = \frac{\mu_{XY} - \mu_X \mu_Y}{\sqrt{\mu_X - \mu_X^2} \sqrt{\mu_Y - \mu_Y^2}}.$$

Unterstellt man die marginalen<sup>56</sup> Ausfallwahrscheinlichkeiten (Intensitäten)  $\lambda_X$  und  $\lambda_Y$  und approximiert man die sich daraus im Zeitintervall  $\Delta t$  ergebende Anzahl erwarteter Ausfallereignisse  $\mu_X = 1 - e^{-\lambda_X \Delta t}$  bzw.  $\mu_Y = 1 - e^{-\lambda_Y \Delta t}$  mit  $\lambda_X \Delta t$  bzw.  $\lambda_Y \Delta t$ , so erhält man als Näherungsformel für die Korrelation der Ausfallereignisse

$$\rho_{XY}^A \approx \sqrt{\mu_X \mu_Y} \cdot \sum_{k=1}^N \theta_{Xk} \theta_{Yk} \left( \frac{\sigma_k}{\mu_k} \right)^2. \quad (4.2)$$

54 Die Zahl der Ausfälle in Sektor  $k$  schwankt also mit der Standardabweichung  $\sigma_k$  um den Erwartungswert  $\mu_k$ .

55 Vgl. KRETSCHMER (1999), S. 374-377.

56 Falls die Anzahl seltener Ereignisse in einem Zeitintervall poissonverteilt ist, sind die Zwischenereigniszeiten exponentialverteilt. Geht die Intervalllänge gegen 0, wird die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Ereignisses im Intervall immer kleiner und konvergiert schließlich gegen die Wahrscheinlichkeit für das augenblickliche Eintreten eines Ereignisses.

Diese Formel hängt nur vom Erwartungswert und der Varianz, nicht aber von der spezifizierten Verteilungsannahme ab. Daher ist die für die Ausfallraten der Sektoren angenommene Gammaverteilung irrelevant für die Berechnung der Ausfallkorrelationen. Die Approximation unterstellt allerdings, daß die Ausfallwahrscheinlichkeiten in der betrachteten Periode klein sind und ist daher nicht universell gültig.<sup>57</sup>

## 4.6 Credit Portfolio View (CPV)

### 4.6.1 Ansatz

Das von WILSON (1997A, 1997B, 1998) entwickelte und von McKinsey vermarktete Risikomanagementmodell Credit Portfolio View ist ein Multi-Faktor-Modell, welches Verlustverteilungen und Änderungen von Ausfall- und Migrationswahrscheinlichkeiten in Kreditportfolios mittels einer Simulation und in Abhängigkeit von der Entwicklung explizit modellierter makroökonomischer Hintergrundfaktoren bestimmt. Hierzu werden zufällige makroökonomische Szenarien generiert. Als Makrofaktoren dienen die Arbeitslosenquote, die Wachstumsrate des Bruttoinlandsproduktes, die langfristigen Zinssätze, die Wechselkurse, die Höhe der Staatsausgaben und die Sparquote. Damit basiert CPV auf der bereits in Kapitel 3.5 angesprochenen Erkenntnis, daß die Ausfall- und Migrationswahrscheinlichkeiten eng an die wirtschaftliche Entwicklung gekoppelt sind, was eine hohe Korrelation von Kredit- und Wirtschaftszyklen impliziert. Da dies insbesondere für Ratings aus dem spekulativen Bereich zutrifft, kann dieses Modell besonders gut auf solche Kredite angewendet werden.<sup>58</sup>

Die Vorgehensweise kann grob in drei Schritte gegliedert werden. Zuerst wird auf Basis zuvor geschätzter Parameter für die Bestimmungsgleichungen der Makrofaktoren eine mögliche Realisation für den Zustand der Ökonomie simuliert. Im zweiten Schritt wird dieses Ergebnis verwendet, um korrelierte länder- oder industriespezifische Ausfallwahrscheinlichkeiten zu generieren. Zuletzt gewinnt man hieraus die kumulierten und auf den Zustand der Ökonomie bedingten Migrationsmatrizen für beliebige Risikohorizonte.<sup>59</sup>

Die Formulierung des Modells wird im Folgenden detailliert beschrieben:<sup>60</sup>

57 Vgl. CREDIT RISK (1997), S. 56-57.

58 Vgl. CROUHI, GALAI UND MARK (2000), S. 113-114.

59 Vgl. WILSON (1997), S. 17.

60 Vgl. WILSON (1997), S. 21-24 (Technical Appendix).

1. *Zustand der Ökonomie*

Der Zustand der Ökonomie hängt von den bereits genannten Größen ab, deren Entwicklung über die Zeit der Einfachheit halber mit unabhängigen autoregressiven Prozessen zweiter Ordnung beschrieben wird.<sup>61</sup> Die Entwicklung der  $i$ -ten makroökonomischen Variable  $X$  zum Zeitpunkt  $t$  wird folglich durch die Gleichung

$$X_{i,t} = a_i + b_i X_{i,(t-1)} + c_i X_{i,(t-2)} + \varepsilon_{i,t} \quad (4.3)$$

beschrieben. Die Parameter  $a_i$ ,  $b_i$  und  $c_i$  sind aus historischen Daten zu schätzen und die  $\varepsilon_{i,t}$  stellen zu simulierende Fehlerterme dar, welche als unabhängig und identisch normalverteilt angenommen werden, also  $\varepsilon_t \sim_{iid} N(0, \Sigma_\varepsilon)$ .

2. *Länder-/Industrie-/Ratingspezifische Ausfälle*

Basierend auf dem so gewonnenen Zustand der Ökonomie werden nun die segmentspezifischen Ausfallwahrscheinlichkeiten bestimmt. Anschaulich gesprochen zieht man für jedes Land/jede Industrie (im Folgenden kurz Segment) aus einer Urne mit schwarzen und weißen Kugeln. Je schlechter der Zustand der Ökonomie, desto größer der Anteil schwarzer Kugeln in der Urne und umgekehrt.

Konkret werden für jedes Segment die Parameter einer Logit-Funktion geschätzt, bei der die abhängige Variable die Ausfallwahrscheinlichkeit  $p_{j,t}$  einer Gegenpartei aus Segment  $j$  zum Zeitpunkt  $t$  und die unabhängige Variable ein segmentspezifischer Index  $y_{j,t}$  ist, der von der Realisierung der Makrovariablen abhängt:

$$p_{j,t} = \frac{1}{1 + e^{y_{j,t}}}. \quad (4.4)$$

Die Logit-Funktion wird aus zwei Gründen gewählt. Erstens liefern die Schätzungen eine gute Anpassung<sup>62</sup> und zweitens stellt sie sicher, daß unabhängig vom Wert für  $y_{j,t}$  die generierten Wahrscheinlichkeiten selbst bei Simulation extremer Wirtschaftszyklen über mehrere Jahre hinweg immer in  $[0, 1]$  liegen.

Der Makroindex  $y_{j,t}$  für Segment  $j$  zum Zeitpunkt  $t$  hängt von den einleitend

---

61 WILSON (1997) merkt an dieser Stelle an, daß die Modellierung über einen VARMA(p,q)-Prozeß zu besseren Ergebnissen führt, dies aber aus Gründen der einfacheren Handhabbarkeit nicht implementiert wurde. Er überläßt Verbesserungen im Bereich der makroökonomischen Modelle ausdrücklich zukünftigen Entwicklungen.

62 Siehe hierzu WILSON (1997), S. 12-13 und WILSON (1998), S. 74.

genannten Faktoren ab. Somit gilt etwa

$$y_{j,t} = \gamma_{j,0} + \gamma_{j,1}X_{j,1,t} + \cdots + \gamma_{j,m}X_{j,m,t} + \nu_{j,t}. \quad (4.5)$$

Die Regressionskoeffizienten  $\gamma_{j,\cdot}$  müssen für jedes Segment separat geschätzt werden. Die erklärenden Variablen dürfen von Segment zu Segment, insbesondere von Land zu Land voneinander abweichen. Die Variable  $\nu_{j,t}$  wird als unabhängig identisch verteilt angenommen, also  $\nu_{j,t} \sim_{iid} N(0, \sigma_{\nu_j})$  bzw.  $\nu_t \sim_{iid} N(0, \Sigma_\nu)$ .

Nun folgt eine Kombination der Fehlerterme zu

$$E_t = \begin{pmatrix} \nu_t \\ \varepsilon_t \end{pmatrix} \sim N(0, \Sigma) \quad \text{mit} \quad \Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_\nu & \Sigma_{\nu,\varepsilon} \\ \Sigma_{\varepsilon,\nu} & \Sigma_\varepsilon \end{pmatrix}$$

und eine Cholesky-Zerlegung<sup>63</sup> von  $\Sigma$ , so daß  $\Sigma = A^T A$ , um die gemeinsame Verteilung der Ausfallwahrscheinlichkeiten aller Segmente zu simulieren. Dazu wird für alle Zeitpunkte  $t$  ein Vektor  $z_t \sim_{iid} N(0, I)$  generiert. Die Komponenten von  $z_t$  sind also unabhängig standardnormalverteilt. Eine Realisation von  $E_t$  berechnet sich damit nach  $E_t = A^T \cdot z_t$ .<sup>64</sup> Diese wird verwendet, um die Ausfallwahrscheinlichkeiten  $p_{j,t}$  aus dem System der Gleichungen (4.3), (4.4) und (4.5) zu bestimmen.

### 3. Kumulierte Migrationsmatrizen

Im letzten Schritt werden die Wahrscheinlichkeiten des Übergangs von einer Ratingklasse zu einer anderen für beliebige Zeithorizonte bestimmt. Ausgangspunkt hierfür sind die unkorrelierten Migrationsmatrizen, wie sie aus historischen Daten von den internationalen Ratingagenturen bereitgestellt werden.<sup>65</sup> Da diese Matrizen als Durchschnitt über lange Zeithorizonte hinweg ermittelt werden, sind die darin tabellierten Wahrscheinlichkeiten unabhängig vom jeweiligen Zustand der Ökonomie. Daher werden die Matrizen nun an die simulierten Entwicklungen in Abhängigkeit vom Verhältnis der tabellierten Ausfallwahrscheinlichkeit  $\bar{p}$  und der simulierten Ausfallwahrscheinlichkeit  $p_t$  angepaßt. Falls  $p_t/\bar{p} > 1$ , werden die Wahrscheinlichkeiten für eine schlechtere Einstufung angehoben. Im anderen Fall, wenn  $p_t/\bar{p} < 1$ , werden die Wahr-

<sup>63</sup> Siehe hierzu auch Kapitel 5.4.2.1.

<sup>64</sup> Siehe hierzu auch Kapitel 5.4.2.2.

<sup>65</sup> Vgl. z.B. Tabelle 4.2.

scheinlichkeiten für eine bessere Einstufung erhöht. Damit erhält man die auf den Zustand der Ökonomie bedingten und korrelierten Übergangsmatrizen  $M_t = M(p_t/\bar{p})$  für die Periode  $t$  in Abhängigkeit von  $p_t/\bar{p}$ .

Die kumulierten Migrationsmatrizen  $M_T$  für einen beliebigen Zeithorizont  $T$  lassen sich für alle zukünftigen Entwicklungen der Ausfallwahrscheinlichkeiten  $p_t$  nach der Gleichung

$$M_T = \prod_{t=1, \dots, T} M(p_t/\bar{p})$$

bestimmen.

Diese Matrix wird nun mit Hilfe eines Monte-Carlo Ansatzes mehrfach simuliert, um daraus die korrelierten mehrperiodigen Verteilungen der Ausfallwahrscheinlichkeiten und Ratingmigrationen zu gewinnen. Dies kann für jede beliebige Kombination aus Zeithorizont, Ratingkategorie, Land und Industrie geschehen. Die so gewonnenen Verteilungen ähneln für spekulative Ratingklassen der Normalverteilung, werden mit zunehmend besseren Ratings aber immer schief und sind, da Wahrscheinlichkeiten nicht negativ sind, bei Null abgeschnitten.

Mit den Verteilungen der Ausfall- und Migrationswahrscheinlichkeiten, kann schließlich die Verlustverteilung für das Kreditportfolio bestimmt werden. Hierzu werden zufällige Rückzahlungsquoten verwendet, welche aus einer zuvor entsprechend historischer Erfahrungen<sup>66</sup> generierten Verteilung unabhängig gezogen werden.<sup>67</sup>

### 4.6.2 Berücksichtigung von Korrelationen

Die systematischen Risiken und damit die Korrelationen werden in CPV über die gewichteten Makrofaktoren berücksichtigt. Das Verfahren ist in der obigen Beschreibung des Modells eingebettet und kann auf Grund der Verflechtung mit dem Rest des Modellansatzes nicht so einfach herausgenommen werden, wie das bei den anderen Modellen der Fall war. Daher folgt an dieser Stelle lediglich die Begründung, weshalb in CPV ein Multi-Faktor-Modell zur Erfassung der Korrelationen verwendet wird.

<sup>66</sup> Siehe hierzu beispielsweise Tabelle 4.3.

<sup>67</sup> Vgl. WILSON (1997), Part 2, S. 13.

Die Verwendung mehrerer Faktoren ist zentral, da ein Faktor alleine zwar im Mittel einen großen Teil des systematischen Risikos zu erklären vermag, im Detail aber erhebliche Unterschiede existieren. So führt WILSON (1998)<sup>68</sup> eine Studie von McKinsey an, nach der ein nicht weiter spezifizierter „Faktor 1“ über alle betrachteten Länder hinweg immerhin schon 77.5% des systematischen Risikos erklärt. Einen höheren Beitrag vermögen die meisten Ein-Faktor-Modelle nicht zu erklären. Während „Faktor 1“ beispielsweise für Japan immerhin 79.2% erklärt, sind es für die USA nur 23.9% und für das UK nur 56.2%. Aus diesem Grund sind Ein-Faktor-Modelle zu Erklärung der Korrelationen ungeeignet. Ein substantieller Anteil der noch zu erklärenden Korrelation wird von den Faktoren 2 und 3 erfaßt. Insgesamt liegt man mit 3 Faktoren schon bei 99.4%, die USA kommen nun auf 92.6%, für Unternehmen mit Moody's-Ratings werden sogar 99.6% erreicht.

## 4.7 Zusammenfassung und Vergleich

Zum Abschluß werden in Tabelle 4.4 noch einmal die wesentlichen Charakteristika aller vier Modelle gegenübergestellt.

Variable	Ausprägung in			
	CM	CPM	CR <sup>+</sup>	CPV
Risiko	Marktwert- änderung	Marktwert- änderung	Ausfall- verlust	Marktwert- änderung
Risiko- treiber	Aktiva- werte	Aktiva- werte	Ausfallwahr- scheinlichkeit	Ausfallwahr- scheinlichkeit
Korrelation	indirekt über Verteilung der Renditen/Aktivawerte		über doppelte Stochastik	über Makro- faktoren
Recovery	Zufällig	Konstant	Konstant	Zufällig
Risiko	Migration u. Ausfall	Migration u. Ausfall	Ausfall	Migration u. Ausfall
Methode	Simulation	Simulation	Analytisch	Simulation
Verteilung	Renditen multidim. $N(\mu, \Sigma)$	Aktiva- werte multidim. $\log N(\mu, \Sigma)$	Ausfall- wahrschein- lichkeiten unabhängig $\Gamma(\mu_i, \sigma_i)$	Makro- faktoren AR(2) Störterme iid $N(0, \Sigma)$

Tabelle 4.4: Charakteristika der Kreditrisikomodelle

68 Vgl. WILSON (1998), S. 74.

Zwei der Modelle, nämlich CM und  $CR^+$  wurden bereits 1997 vorgestellt. Ihre technischen Dokumentationen CREDIT METRICS (1997) und CREDIT RISK (1997) sind frei verfügbar. Daher haben sich die beiden Modelle in den letzten Jahren zum Benchmark auf dem Gebiet der Kreditrisikomodelle entwickelt. Sie sollen daher in diesem Abschnitt einem direkten Vergleich unterzogen werden.

Letztlich messen beide Modelle das gleiche Risiko. Dennoch bestehen große Unterschiede insbesondere im Bereich der Verteilungsannahmen und der Techniken für die Kalibrierung und Lösung. Daraus ergibt sich für das gleiche Kreditportfolio bei Verwendung der beiden Modelle ein unterschiedliches Risikomaß.<sup>69</sup> Das kann von der Bankenaufsicht nur akzeptiert werden, falls die Unterschiede in Ausmaß und Ursache transparent sind.<sup>70</sup> Die notwendigen Vereinfachungen und Kalibrierungen, um mit CM und  $CR^+$  vergleichbare Schätzungen für den Value-at-Risk eines Kreditportfolios zu erhalten werden im Folgenden an einem Beispiel aus der Bauindustrie skizziert.

In CM resultiert ein Risiko nicht nur aus dem Ausfall einer Gegenpartei, sondern auch aus Migrationen zwischen den Ratingklassen. Da aber  $CR^+$  nur Ausfälle modelliert, muß CM für diesen Vergleich auf die zwei Zustände „Kreditausfall“ / „Kein Kreditausfall“ beschränkt werden. Außerdem muß die Rückzahlungsquote fixiert werden, da variable Rückzahlungsquoten in  $CR^+$  nicht vorgesehen sind.<sup>71</sup>

Die Zuordnung der Ausfallwahrscheinlichkeiten über Ratingklassen bei CM und Sektoren bei  $CR^+$  erfordert auch hier eine Modifikation. Für einen empirischen Vergleich der Modelle an Hand von Unternehmen aus dem Baugewerbe<sup>72</sup> unterstellen WAHRENBURG UND NIETHEN (1999) folglich, daß alle Unternehmen dieses Sektors einer einheitlichen Ratingklasse angehören. Die mittlere Ausfallwahrscheinlichkeit und deren Standardabweichung wurde aus den Insolvenzreihen des Statistischen Bundesamtes geschätzt. Damit läßt sich die Gammaverteilung der Ausfallrate bei  $CR^+$  parametrisieren, aus der sich dann implizit die Korrelationen ergeben. Für CM werden die benötigten Renditekorrelationen der Aktiva auf Basis logarithmierter monatlicher Renditen der im MDAX enthaltenen Bauaktien ermittelt.<sup>73</sup>

---

69 Vgl. GORDY (2000), S. 120.

70 Vgl. Kapitel 3.4.2.

71 Vgl. GORDY (2000), S. 124-125.

72 Die Untersuchung wurde erfolgreich mit der „Speculative Grade“ Ausfallzeitreihe von Moody's wiederholt, um zu analysieren, wie die Ergebnisse vom verwendeten Datenmaterial abhängen (vgl. WAHRENBURG UND NIETHEN (1999), S. 20).

73 Vgl. WAHRENBURG UND NIETHEN (1999), S. 12 u. 13.

Die Ergebnisse der Studie zeigen, daß diese Anpassungen nicht ausreichend sind. Die ermittelten Value-at-Risk Werte sind bei CM systematisch höher als bei CR<sup>+</sup>. Die Unterschiede nehmen mit wachsender Portfoliogröße überproportional zu. Eine lineare Skalierung ist daher nicht möglich.

Im weiteren Verlauf kann aber gezeigt werden, daß die verbleibenden Unterschiede nicht auf die grundlegend unterschiedlichen Verteilungsannahmen oder Berechnungsverfahren der beiden Kreditrisikomodelle zurückzuführen sind. Vielmehr gehen die Unterschiede auf die empirische Kalibrierung zurück. Dies wird verdeutlicht, indem eine konsistente Schätzung der Korrelationen für die beiden Modelle durchgeführt wird.

Da die Korrelationskonzepte von CM und CR<sup>+</sup> nicht direkt vergleichbar sind, bedarf es hierzu einiger Überlegungen. Während in CM die Ausfallkorrelationen indirekt über die Renditekorrelationen in Modell eingehen, verwendet CR<sup>+</sup> eine gemeinsame Stochastik der Ausfallraten. Gemeinsame Basis für die konsistente Schätzung der Ausfallkorrelationen ist Gleichung (3.4). Sie vereinfacht sich auf Grund der hier angenommenen einheitlichen Ausfallwahrscheinlichkeit  $p$  zu

$$\rho^A = \frac{p_{XY} - p^2}{p(1 - p)}$$

und liefert die notwendige Schnittstelle für die Kalibrierung. Dazu wird sie nach der gemeinsamen Ausfallwahrscheinlichkeit beider Firmen  $p_{XY}$  aufgelöst:

$$p_{XY} = p^2 + \rho^A p(1 - p). \quad (4.6)$$

Die implizite Ausfallkorrelation in CR<sup>+</sup> läßt sich näherungsweise nach Gleichung (4.2) und mit den hier gemachten Vereinfachungen mittels  $\rho^A = p \cdot \sigma^2$  berechnen.

Für jede gegebene Ausfallwahrscheinlichkeit  $p$  kann durch Variation der Volatilität der Ausfallwahrscheinlichkeit  $\sigma$  jede beliebige Ausfallkorrelation  $\rho^A$  erreicht werden. Über die mit dieser Ausfallkorrelation nach Gleichung (4.6) berechneten gemeinsamen Ausfallwahrscheinlichkeiten  $p_{XY}$  können nun mit Gleichung (3.6) die erforderlichen konsistenten Renditekorrelationen  $\rho$  bestimmt werden. Als Ergebnis erhält man konsistente Paare von Renditekorrelation (für CM) und Volatilität der Ausfallwahrscheinlichkeiten (für CR<sup>+</sup>).<sup>74</sup>

---

<sup>74</sup> Vgl. WAHRENBURG UND NIETHEN (1999), S. 15-17.

In der sich anschließenden Vergleichsanalyse ergeben sich erneut Unterschiede im Kredit-VaR. Diese machen aber maximal 2% des gesamten Kreditvolumens aus. Sie sind auf die unterschiedliche Konzeption der Modelle und auf zufällige Fehler in der bei CM verwendeten Monte-Carlo Simulation zurückzuführen. Damit ist gezeigt, daß die Unterschiede nahezu ausschließlich durch die differierende empirische Kalibrierung zustande kommen.<sup>75</sup>

Kritisch anzumerken ist allerdings, daß in CM eine sehr kleine Renditekorrelation angenommen werden muß, um die  $CR^+$ - Ausfallkorrelationen konsistent nachzubilden. Solch niedrige Renditekorrelationen werden allerdings empirisch nicht durch Schätzungen unter Verwendung von Aktienkurszeitreihen gestützt. Damit steht die Frage, ob assetwertbasierte oder ausfallratenbasierte Modelle ein besseres Abbild für das Kreditrisiko darstellen, in engem Zusammenhang mit der Frage nach der tatsächlichen Höhe der Korrelationen.<sup>76</sup>

Außerdem werden in einem realen Portfolio die Kreditnehmer unterschiedliche Ausfallwahrscheinlichkeiten haben. Dann ist es nicht mehr möglich, auf die hier dargestellte Art und Weise eine eindeutige Beziehung zwischen Renditekorrelation und Volatilität der Ausfallwahrscheinlichkeiten zu generieren. Konsistente Parametrisierungen können dann nur noch mittels gemeinsamer Hintergrundfaktoren erreicht werden, die sowohl die Volatilität der Ausfallwahrscheinlichkeiten, als auch die Renditekorrelationen beeinflussen.<sup>77</sup>

## 4.8 Kritik

CM und CPM beruhen als assetwertbasierte Modelle auf dem in Kapitel 2.2.2 beschriebenen Optionspreisansatz und unterliegen auf Grund der dort gemachten Annahmen einigen Einschränkungen. Für eine theoretische Betrachtung von Kreditausfallrisiken sind diese Einschränkungen akzeptabel. Für die Praxis müssen die vereinfachenden Annahmen des Optionspreisansatzes aber noch auf ihre Auswirkungen hin untersucht werden. Im Folgenden werden daher einige Annahmen des Merton-Modells wiederholt und auf Besonderheiten in der Anwendung durch CM und CPM eingegangen.

---

<sup>75</sup> Vgl. WAHRENBURG UND NIETHEN (1999), S. 18-19.

<sup>76</sup> Vgl. WAHRENBURG UND NIETHEN (1999), S. 19.

<sup>77</sup> Vgl. FINGER (1998), S. 6.

In Bezug auf die Kapitalstruktur der Unternehmen wird angenommen, daß nur eine einzige Klasse an Fremdkapital existiert. Die Fremdfinanzierung der Unternehmen geschieht ausschließlich über die Ausgabe von Zerobonds. CPM erweitert hier allerdings Mertons Ansatz und läßt mehrere Klassen an Fremdkapital zu.<sup>78</sup> Des Weiteren wird ein konstanter risikoloser Zinssatz unterstellt, was die Ausweitung der Modelle auf nicht lineare Produkte, wie Optionen und Swaps deutlich einschränkt. Darüber hinaus wird davon ausgegangen, daß Kreditausfälle nur am Laufzeitende möglich sind. Damit lassen sich Ausfallwahrscheinlichkeiten für Zeithorizonte, die kürzer als die Restlaufzeit sind, nur schwer mit diesen Modellen angeben. Eine Lösungsmöglichkeit für dieses Problem ist die Definition von mehreren Risikohorizonten und die Annahme, daß Kredite am Ende jedes dieser Risikohorizonte ausfallen können.<sup>79</sup>

Außerdem werden konstante Volatilitäten der Aktivawerte unterstellt. Diese sind tatsächlich im Zeitverlauf relativ stabil. Sie ändern sich aber beispielsweise nach Aussage von KMV bei Fusionen oder Firmenübernahmen und für den Fall, daß ein Unternehmen den Industriezweig wechselt.<sup>80</sup>

Ein weiteres Problem dieser Modelle ist die Verwendung von Aktienkursen für die Ermittlung des Marktwertes der Aktiva und der Aktivakorrelationen. Erstens kann diese Vorgehensweise nur für börsennotierte Gesellschaften angewendet werden. Offen bleibt die Frage, wie nicht börsennotierte Firmen bewertet werden sollen. Zweitens sind Börsenwerte beim Auftreten spekulativer Blasen keine gute Approximation für Firmenwerte. Weiter sind Kursschwankungen, die durch Mißverständnisse, Falschmeldungen, überreagierende Spekulanten oder absichtliche Kurspflege an den Verfallstagen der Terminbörse oder zum Jahreswechsel (sogenanntes „Window Dressing“) ausgelöst werden, nicht auf eine wirklich substantielle Änderung im Unternehmen zurückzuführen und können daher keine korrekten Aussagen über den Firmenwert, dessen Volatilität und der Korrelation zwischen Firmenwerten erzeugen. Viertens dürfte der Marktwert der Aktiva bei keiner Gesellschaft wirklich dem um den Wert des Fremdkapital verringerten Börsenwert entsprechen. Börsenexperten nutzen diesbezügliche Unterbewertungen zum Kauf oder zu Kaufempfehlungen.<sup>81</sup> Fünftens

---

78 Vgl. Kapitel 4.3.

79 Vgl. ZHOU (1997), S. 13.

80 Siehe BOHN (1999A).

81 Dieser Ansatz des „Value Investing“ geht im Wesentlichen auf W. Buffet zurück. Ein Beispiel soll zeigen, welche Dimensionen die Fehlbewertungen annehmen können. Der Börsenwert von Seagate, einem Festplattenhersteller, betrug im März 1999 ca. 12 Mrd. US\$, der Wert aller Beteiligungen bereinigt um Bargeld und Schulden lag bei rund 22 Mrd. US\$. Der Wert des Unternehmens selbst ist hier noch nicht berücksichtigt (vgl. BÖRSE ONLINE (2000), S. 39).

wird im Falle einer vereinfachten Abschätzung der Aktivarenditen und Aktivakorrelationen durch die Aktienkursentwicklungen ein Schwerpunkt auf das Eigenkapital gelegt und unterstellt, daß das Fremdkapital keinen Einfluß auf die Wertentwicklung der Aktiva hat oder alle Aktivitäten des Unternehmens eigenkapitalfinanziert sind. Zur hier unterstellten Ineffizienz von Kapitalmärkten existieren zahlreiche Studien. Unter Kapitalmarkteffizienz wird im engeren Sinne die Informationsverarbeitungseffizienz oder kurz Informationseffizienz verstanden. Nach FAMA (1970) ist Informationseffizienz dann gegeben, wenn die Wertpapierpreise zu jeder Zeit jegliche verfügbare Information voll widerspiegeln.<sup>82</sup> FAMA (1970) gibt als hinreichende Bedingungen für Kapitalmarkteffizienz die Abwesenheit von Transaktionskosten für den Wertpapierhandel, die kostenlose Verfügbarkeit aller Informationen für die Marktteilnehmer und homogene Erwartungen bezüglich der Auswirkungen der Informationen auf die Kurse unter den Marktteilnehmern an.<sup>83</sup> Aus der Nichtgegebenheit kostenloser Informationen schließen GROSSMAN UND STIGLITZ (1980) auf die Nichtexistenz informationseffizienter Märkte.

Des Weiteren wurde in der obigen Argumentation von Irrationalitäten auf den Kapitalmärkten ausgegangen. Diese eher psychologisch begründeten Phänomene werden in der wirtschaftswissenschaftlichen Diskussion zwar nicht bestritten, aber dennoch weitgehend vernachlässigt. Im Einzelnen handelt es sich bei diesen empirisch relevanten, aber nur teilweise durch die Theorie gestützten Faktoren um (1) Launen und Modeströmungen, (2) Marktüberreaktionen, (3) Mean Reversion, (4) Verrauschte Kurse<sup>84</sup> und (5) Positive Rückkopplung oder Herdentrieb.<sup>85</sup> Solche irrationalen Verhaltensweisen widersprechen der Grundprämisse der Markteffizienz, dem rationalen Verhalten der Marktteilnehmer.

Die in den heutigen Marktpreisen enthaltenen Erwartungen und Informationen reflektieren also die zukünftige Entwicklung der Unternehmen keinesfalls korrekt. Die Modellannahmen sollten in Folge der Ineffizienzen auf den Kapitalmärkten dahingehend interpretiert werden, daß niemand in der Lage ist, eine in allen Belangen überlegene Bewertung abzugeben.<sup>86</sup>

---

82 Vgl. FAMA (1970), S. 383.

83 Vgl. FAMA (1970), S. 387.

84 Fundamentale Kurse werden durch eine zufällige objektiv nicht nachprüfbare Kurskomponente, dem Rauschen, überlagert.

85 Für eine ausführliche Darstellung der aufgezählten Phänomene siehe BRUNS UND MEYER-BULLERDIEK (1996), S. 67-72.

86 Vgl. PFEIFFER (1999), S. 236.

Zusätzlich weist der Optionspreisansatz – etwa gegenüber Ratingsystemen – eine hohe Prognosequalität auf. Dies kann leicht durch einen Vergleich an Hand bereits ausgefallener Unternehmen belegt werden. Häufig steigen die aus dem Optionspreisansatz generierten Ausfallwahrscheinlichkeiten in den Monaten vor einem Ausfall signifikant an. Die Ratings hingegen bleiben oft trotz nahendem Ausfall konstant. Daher liefert der Optionspreisansatz eine präzisere Frühindikation für einen Kreditausfall als Ratingsysteme.<sup>87</sup> Darüber hinaus bietet der Optionspreisansatz die Möglichkeit, Höhe und Wahrscheinlichkeit von Kreditausfällen endogen aus dem Modell heraus zu bestimmen. Subjektive Einschätzungen sind nicht erforderlich.<sup>88</sup>

Der Hauptansatzpunkt für Kritik speziell an CM liegt daher nicht in der verwendeten Methodik, sondern vielmehr in den historisch ermittelten Übergangsmatrizen. Die Genauigkeit des berechneten Kreditrisikos steht und fällt mit der Gültigkeit der aus vergangenen Werten bestimmten Wahrscheinlichkeiten für die Zukunft. Des Weiteren ist die Annahme zu kritisieren, allen Kreditnehmern einer Ratingklasse die gleichen Migrations- und Ausfallwahrscheinlichkeiten zuzuordnen. Damit sind Ratingänderungen und Änderungen der Kreditnehmerqualität ebenso synonym, wie Ratingklassen und Ausfallwahrscheinlichkeiten. Da das KMV-Modell nicht auf historischen Daten der Ratingagenturen aufbaut, sondern die Ausfallwahrscheinlichkeiten firmenspezifisch aus einem Optionspreisansatz gewinnt, gilt der letzte Kritikpunkt für CPM nicht.<sup>89</sup>

Die Kritik an der Verwendung historischer Migrationsmatrizen folgt einer Studie von KMV. KEALHOFER, KWOK UND WENG (1998) kommen nach 50000 Replikationen einer 25-Jahres-Ausfallstudie von Moody's zu den folgenden Ergebnissen: Selbst wenn man unterstellt, daß alle Kreditnehmer einer Ratingklasse wirklich die gleichen Ausfall- und Migrationswahrscheinlichkeiten haben, können diese historischen, durchschnittlichen Ausfall- und Migrationswahrscheinlichkeiten signifikant von den aktuellen Wahrscheinlichkeiten abweichen. Denn die Ausfall- und Migrationswahrscheinlichkeiten werden aus langen Zeitreihen über mehrere Kreditzyklen hinweg ermittelt und spiegeln daher die aktuellen Wahrscheinlichkeiten nur unzureichend wider. Migrationsmatrizen sind dynamisch und ändern sich im Zeitablauf. Außerdem bestehen erhebliche Unterschiede innerhalb der Ratingkategorien. Es ist sogar möglich, daß Bonds einer höheren Ratingklasse eine größere Ausfallwahrscheinlichkeit haben, als Bonds einer niedrigeren Klasse. Es besteht folglich ein Überlappungs-

---

87 Vgl. KASSBERGER UND WENTGES (1999), S. 48.

88 Vgl. PFEIFFER (1999), S. 236.

89 Vgl. CROUHI, GALAI UND MARK (2000), S. 84-85.

bereich in den Ausfallwahrscheinlichkeiten der Ratingklassen. Diese Überlappungen lassen sich teilweise durch die schleppenden Anpassungsverfahren der Ratingagenturen erklären. Da außerdem die mittleren Ausfallwahrscheinlichkeiten der Ratingklasse den Median zum Teil erheblich überschreiten, haben die meisten Kreditnehmer eine geringere Ausfallwahrscheinlichkeit, als es ihr Rating signalisiert. Die historischen Ausfallwahrscheinlichkeiten stellen eine Schätzung des Mittelwertes dar und überschätzen somit systematisch die Ausfallwahrscheinlichkeiten für typische Kreditnehmer der Ratingklassen. Ein weiteres Problem der Ratings liegt in der begrenzten Anzahl eingestufte Firmen.<sup>90</sup>

CR<sup>+</sup> teilt mit CM und CPM die Einschränkung, daß Marktrisiken unberücksichtigt bleiben und daß keine nicht linearen Produkte, wie Optionen und Swaps behandelt werden können. Zusätzlich ignoriert das Modell Änderungen in der Kreditnehmerqualität, die nicht unmittelbar zu einem Kreditausfall führen. Daher werden die Exposures der Kreditnehmer als konstant angesehen und variieren nicht mit etwaigen Veränderungen in der Ausfallwahrscheinlichkeit. Auch die Einführung der Hintergrundfaktoren ändert an dieser Tatsache nichts. Es ist auch über die Makrofaktoren nicht möglich, die Exposures variabel zu gestalten.<sup>91</sup>

Für CPV ist kritisch anzumerken, daß für die Kalibrierung des Modells die Notwendigkeit besteht, Ausfall- und Migrationsdaten für alle Segmente, also zuerst alle Länder und gegebenenfalls dann der Industrien innerhalb der Länder, zu gewinnen. Ein weiterer Kritikpunkt ergibt sich aus der Art und Weise, wie die Anpassung der Migrationsmatrizen vorgenommen wird. Es ist unklar, weshalb die hier vorgestellte Methode besser sein soll, als eine kontinuierliche Anpassung der Wahrscheinlichkeiten basierend auf internen Expertisen der Kreditabteilung der Bank.<sup>92</sup> Immerhin wird erkannt, daß eine Anpassung erforderlich ist, um ausgehend von den historischen Werten die aktuellen Wahrscheinlichkeiten zu erhalten.

Allgemein läßt sich sagen, daß die Datenbasis gemessen an der Zahl der zu schätzenden Parameter, vor allem der Korrelationsmatrix, zu dünn ist.<sup>93</sup> Abhilfe sollen Verfahren schaffen, die die Korrelationen auf die Abhängigkeit von der Entwicklung gemeinsamer Faktoren zurückführen. Auch wenn unterstellt würde, daß die Modellierung dieser Abhängigkeiten hinreichend genau erfolgen kann, löst diese Vorgehensweise nicht alle mit der Korrelation verbundenen Probleme. Speziell für CR<sup>+</sup>,

---

90 Vgl. KEALHOFER, KWOK UND WENG (1998), S. 4-5.

91 Vgl. CROUHI, GALAI UND MARK (2000), S. 113.

92 Vgl. CROUHI, GALAI UND MARK (2000), S. 116-117.

93 Vgl. CROUHI, GALAI UND MARK (2000), S. 103.

wo Ausfallwahrscheinlichkeiten bei Korrelation geschätzt werden müssen gilt, daß die Ausfallrate zwar einen erwartungstreuen Schätzer für die Ausfallwahrscheinlichkeit darstellt, der Stichprobenfehler dieser Schätzung aber nicht beliebig klein wird. Die relative Häufigkeit der Ausfälle konvergiert somit nicht gegen die Ausfallwahrscheinlichkeit, sondern gegen eine Wahrscheinlichkeitsverteilung, deren Erwartungswert die Ausfallwahrscheinlichkeit ist, deren Varianz aber positiv bleibt und nicht verschwindet.

Gegeben die Ausfallrate  $R$  mit

$$R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n AE_i$$

als relative Häufigkeit der Ausfallereignisse  $AE_i$ , ergibt sich als Erwartungswert  $E(R)$  die Ausfallwahrscheinlichkeit  $p$ . Als Varianz von  $R$  erhält man auf Grund der Korrelation

$$\begin{aligned} \text{Var}(R) &= \frac{1}{n^2} (np(1-p) + n(n-1)\rho p(1-p)) \\ &= \frac{p(1-p)}{n} + \frac{n-1}{n} \rho p(1-p) \\ &> \rho p(1-p). \end{aligned}$$

Damit ergibt sich  $\rho p(1-p)$  als untere Schranke für die Varianz der Ausfallrate. Diese ist positiv für alle  $\rho > 0$ .<sup>94</sup>

Ein weiterer Ansatzpunkt für die Kritik sind die gewählten Verteilungsannahmen. CM und CPV gehen von zeitlich unkorrelierten multivariat normalverteilten Renditen und damit zeitlich unkorrelierten multivariat lognormalverteilten Firmenwerten aus.<sup>95</sup> Diese Verteilungsannahmen sind vor allem an den Rändern und im Zentrum der Verteilung nicht exakt. Empirisch beobachtete Verteilungen weisen in beiden Bereichen mehr Masse auf, haben in der Regel eine negative Schiefe<sup>96</sup> und sind schwach autokorreliert.<sup>97</sup> Vor allem im kurzfristigen Bereich von Tagesrenditen läßt sich die Hypothese der Normalverteilung generell ablehnen. Im längerfristigen Bereich kann

94 Vgl. HUSCHENS UND LOCAREK-JUNGE (2000), S. 14-15.

95 Vgl. hierzu z.B. Kapitel 4.3.

96 Der Schwerpunkt der Wahrscheinlichkeitsmasse liegt im linken Bereich der Verteilung.

97 Vgl. RISK METRICS (1995), S. 46-47. Alle Untersuchungen der statistischen Eigenschaften von Finanzzeitreihen und deren Renditen gehen zurück auf die Arbeiten von MANDELNBROT (1963) und FAMA (1965). Beide weisen schon damals auf die Abweichungen zwischen empirischen Verteilungen von Aktienrenditen und der Normalverteilung hin.

die Normalverteilungshypothese immer seltener abgelehnt werden.<sup>98</sup> Daher ist diese in der Literatur weit verbreitete Approximation für die tatsächliche Verteilung zwar nicht exakt, im Bereich der Kreditrisiken auf Grund vergleichsweise langfristiger Risikohorizonte aber akzeptabel.

Das Ziehen der Rückzahlungsquote bei CM aus einer Betaverteilung ergibt sich nicht aus empirischen Untersuchungen und Verteilungstests, sondern resultiert aus der einfachen Parametrisierbarkeit der Betaverteilung mittels Erwartungswert und Varianz. Letztere sind aus Kreditausfallstudien z.B. in Abhängigkeit von den Rangstellen der Kredite bekannt (vgl. Tabelle 4.3). Auf Grund der hohen Unsicherheit, resultierend aus den immensen Schwankungen der Rückzahlungsquoten, könnte man ebenso von einer Gleichverteilung ausgehen. Diese würde allerdings mit einem Mittelwert von 50% und einer Standardabweichung von 29% keine Unterschiede zwischen den Rangstellen zulassen. Dies wird durch die Verwendung von je nach Rangstelle unterschiedlich parametrisierten Verteilungen, beispielsweise der Betaverteilung, möglich. Eine Begründung, weshalb die Betaverteilung anderen möglichen Verteilungen vorgezogen wird, gibt J.P. Morgan nicht.<sup>99</sup>

Auch CPV bestimmt die Rückzahlungsquoten durch zufällige Ziehungen aus auf historischen Erfahrungen aufbauenden Verteilungen. Sowohl CM als auch CPV unterstellen dabei Unabhängigkeit zwischen den Rückzahlungsquoten verschiedener Kredite. Diese Annahme kann jedoch falsch sein. Denn für beliebig verteilte Aktivarenditen, hängt die tatsächliche Rückzahlung von der konkreten Realisation der Aktivarenditen ab. Bei positiv korrelierten Aktivarenditen sollten daher auch die Rückzahlungsquoten positiv korreliert sein. Trotz dieser Tatsache werden die Rückzahlungsquoten im CPV unabhängig gezogen. Neben der höheren Komplexität des Modells bei Modellierung korrelierter Rückzahlungsquoten, sind Informationsdefizite der Hauptgrund für diese Vorgehensweise.<sup>100</sup> CPM und CR<sup>+</sup> gehen dieser Problematik aus dem Weg und unterstellen der Einfachheit halber konstante Rückzahlungsquoten.

CR<sup>+</sup> nimmt für die Ausfallraten der einzelnen Sektoren eine Gammaverteilung an. Auch dies resultiert mehr aus der einfachen Parametrisierbarkeit, als aus Bezug zur Realität. Die Verwendung der Poissonverteilung zur Modellierung der seltenen Kreditausfallereignisse kommt aus dem Bereich der Versicherungswirtschaft und trifft

---

98 Vgl. GOTHEIN (1995), S. 71-74.

99 Vgl. CREDIT METRICS (1997), S. 79-80.

100 Vgl. WILSON (1997), Part 2, S. 13.

die eigentlich binomialverteilten Ausfallereignisse auf Grund der endlichen Zahl an Kreditnehmern nur approximativ. Mit steigender Zahl  $N$  der Kreditnehmer wird die Summe der Wahrscheinlichkeiten für  $N + 1, N + 2, \dots, \infty$  Ausfallereignisse so klein, daß dieser Fehler tolerierbar ist.<sup>101</sup>

## 4.9 Fazit

Auf Grund der dargelegten Mängel kann nach objektiven Gesichtspunkten derzeit keine generelle Empfehlung für die Bevorzugung eines Modells gegeben und keines der Modelle von der Bankenaufsicht zur Bestimmung der erforderlichen Eigenkapitalunterlegung freigegeben werden.

Ein allgemein anerkanntes Verfahren zur Überprüfung der Genauigkeit von Kreditrisikomodellen existiert gegenwärtig noch nicht.<sup>102</sup> Hauptproblem in diesem Zusammenhang ist der im Vergleich zu den Marktrisikomodellen lange Zeithorizont der Kreditrisiken, der im Bereich von einem Jahr oder darüber liegt. Eine weitere Schwierigkeit stellen die in Kreditrisikomodellen verwendeten Konfidenzintervalle mit extrem niedriger Fehlerwahrscheinlichkeit dar. Beides zusammen erfordert bei der Validierung eine nicht praktikable Anzahl an Datenjahren über mehrere Kreditzyklen hinweg.<sup>103</sup> Außerdem ist unklar, ob Konfidenzintervalle mit solchen Fehlerwahrscheinlichkeiten exakt zu schätzen sind und in wie weit sie zu stark modellabhängigen Kapitalanforderungen führen. Das würde die Vergleichbarkeit der Ergebnisse von Bank zu Bank unmöglich machen. Darüber hinaus kann keine Aussage darüber gemacht werden, wie die in den einzelnen Modellen unterstellten Annahmen die äußeren Enden der Wahrscheinlichkeitsverteilungen und damit die berechneten Kapitalanforderungen beeinflussen.<sup>104</sup>

Als zusätzliche Schwierigkeit erweist sich die Tatsache, daß für die meisten Kreditinstrumente kein Marktwert existiert. Eine den Marktrisiken vergleichbare Vorgehensweise, bei der zukünftige Preise auf Basis von historischen Daten hochgerechnet werden, steht aus diesem Grund nicht zur Verfügung. Vielmehr ist man bei der Parametrisierung auf vereinfachende Annahmen dringend angewiesen. Der hohe Anteil der Kreditrisiken am Gesamtrisiko einer Bank und die möglichen Auswirkungen ei-

101 Vgl. CROUHI, GALAI UND MARK (2000), S. 108.

102 Vgl. BASLER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUF S I C H T (1999), S. 12.

103 Vgl. BASLER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUF S I C H T (1999), S. 55.

104 Vgl. BASLER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUF S I C H T (1999), S. 7.

ner Fehleinschätzung auf die Solvenz der Bank machen klar, daß die Abhängigkeit der Modellergebnisse von diesen Annahmen einer genauen Überprüfung unterzogen werden muß. Eine Zulassung kann erst dann erfolgen, wenn die Ergebnisse der Modelle vergleichbar und die verbleibenden Unterschiede in Ausmaß und Ursache transparent sind.<sup>105</sup>

Ein erster Schritt könnte darin bestehen, weniger seltene Ereignisse über kürzere Risikohorizonte zu schätzen, also etwa das kurzfristige Ausfallverhalten spekulativer Anleihen. Hier sind die Ergebnisse nicht so stark von den Inputparametern abhängig. Anwendungsbereich solcher Modelle könnte die risikoadäquate Preisfindung und die interne Steuerung von Kreditrisiken der schlechteren Bonitätsklassen sein. Mit der Erfahrung aus diesem Bereich wären die Institute im Laufe der Zeit in der Lage, mehr über die Sensitivität der Modelle in Bezug auf die Parametrisierungen zu lernen und schließlich Modelle zu entwickeln, die den Anforderungen der Bankenaufsicht dann auch für höhere Bonitätsklassen und längere Risikohorizonte genügen.<sup>106</sup>

---

105 Vgl. BASLER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUF S I C H T (1999), S. 54.

106 Vgl. HUSCHENS UND LOCAREK-JUNGE (2000), S. 18.

# 5 Simulationstool

## 5.1 Simulation vs. Berechnung

Bevor das für die Analysen in Kapitel 6 und 7 verwendete Simulationstool näher beschrieben wird, soll die Verwendung der Simulation gegenüber der formalen Berechnung begründet werden. Da die Vorzüge einer Simulation auch von der Struktur und Zusammensetzung des Portfolios abhängen, werden an dieser Stelle zunächst die Begriffe „homogene“ und „inhomogene“ Portfolios definiert:

Homogene Portfolios werden in Kapitel 6 behandelt und setzen sich aus Firmen zusammen, die in Bezug auf die relevanten Vorgaben (vgl. Tabelle 5.1) die selben Eigenschaften aufweisen. Das bedeutet insbesondere, daß die Firmenwerte durch die gleiche Wahrscheinlichkeitsverteilung bestimmt werden und die Firmen im Hinblick auf Kreditvolumen, Kreditzinssatz, Rückzahlungsquote und Aktivakorrelation übereinstimmen. Damit unterliegen alle Firmen auch der gleichen Ausfallwahrscheinlichkeit.

Inhomogene Portfolios enthalten Positionen, die sich in einer oder mehreren dieser Dimensionen unterscheiden. Für eine systematische Analyse bietet sich an, die Homogenität schrittweise und kontrolliert aufzugeben. Auf diese Weise können die jeweiligen Auswirkungen besser beobachtet werden. Daher werden in Kapitel 7 zunächst unterschiedliche Ausfallwahrscheinlichkeiten, dann unterschiedliche Aktivakorrelationen und schließlich eine Kombination von beidem zugelassen. Weitere inhomogene Konstellationen bis hin zu völlig unterschiedlichen Firmen sind denkbar. Das Simulationstool unterliegt in dieser Hinsicht keinerlei Einschränkungen.

Nach Gleichung (3.2) kann für homogene Portfolios mit exogenen, konstanten Rückzahlungsquoten  $RQ$  bei Kenntnis der Ausfallwahrscheinlichkeiten  $p$  und der Ausfallkorrelationen  $\rho^A$  der mit dem Gesamtkreditvolumen normierte unerwartete Verlust

$UV^*$  berechnet werden als

$$UV^*(p, \rho^A) = \sqrt{p(1-p)(1-RQ)^2 \left[ \left(1 - \frac{1}{N}\right)\rho^A + \frac{1}{N} \right]}. \quad (5.1)$$

Genügt der unerwartete Verlust (neben dem erwarteten) als Kennzahl für das Kreditrisiko, kann man die Simulation auf Firmenpaare beschränken und so die für die Berechnung nach Gleichung (5.1) benötigten Ausfallwahrscheinlichkeiten  $p$  und die Ausfallkorrelationen  $\rho^A$  gewinnen. Können die individuellen Ausfallwahrscheinlichkeiten  $p$  aus einer Tabelle entnommen werden und liegt zusätzlich ein Verfahren zur Bestimmung der gemeinsamen Ausfallwahrscheinlichkeit vor, so kann auf eine Simulation ganz verzichtet und  $\rho^A$  nach Gleichung (3.4) berechnet werden.

Die Höhe des Korrelationseffektes  $\kappa$  kann allgemein nach der Gleichung

$$\kappa = \frac{UV^*(p_s, \rho_s^A) - UV^*(p, \rho^A)}{UV^*(p_s, \rho_s^A) - UV^*(p, \rho^A)} \quad (5.2)$$

bestimmt werden,<sup>1</sup> wobei  $p$  und  $\rho^A$  die Ausfallwahrscheinlichkeiten und Ausfallkorrelationen vor dem Schock,  $p_s$  und  $\rho_s^A$  die Ausfallwahrscheinlichkeiten und Ausfallkorrelationen nach dem Schock bezeichnen.

Für unendlich viele Firmen vereinfacht sich Formel (5.1) zu

$$UV^*(p, \rho^A) = \sqrt{p(1-p)(1-RQ)^2 \rho^A}. \quad (5.3)$$

Damit kann die Höhe des Korrelationseffektes für unendlich viele Firmen direkt nach der Gleichung

$$\kappa = \frac{\sqrt{p_s(1-p_s)\rho_s^A} - \sqrt{p_s(1-p_s)\rho^A}}{\sqrt{p_s(1-p_s)\rho_s^A} - \sqrt{p(1-p)\rho^A}} \quad (5.4)$$

berechnet werden.

Da Gleichung (3.2) für die Bestimmung des unerwarteten Verlustes eines Kreditportfolios allgemein gilt, lassen sich auch inhomogene Portfolios rechnerisch behandeln. Mit wachsender Zahl der Dimensionen, in denen sich die einzelnen Portfoliopositionen unterscheiden, reduzieren sich mögliche Vereinfachungen der Formel. Diese Tatsache macht die formale Behandlung inhomogener Portfolios unattraktiv.

---

<sup>1</sup> Vgl. Kapitel 3.6.3.

Man erhält allgemein für den mit dem Gesamtkreditvolumen normierten unerwarteten Verlust  $UV^*$  eines Kreditportfolios die auch für inhomogene Portfolios gültige Gleichung

$$UV^*(p, \rho^A) = \sqrt{\sum_{i,j} A_i A_j \sqrt{p_i (1 - p_i)} \sqrt{p_j (1 - p_j)} (1 - RQ_i)(1 - RQ_j) \rho_{ij}^A}.$$

$A_i$  und  $A_j$  bezeichnen hier die Anteile des  $i$ -ten und  $j$ -ten Kredites am Gesamtkreditvolumen. Die restliche Notation wird beibehalten. Es erfolgt lediglich eine Indizierung, um die jeweiligen Ausprägungen für den  $i$ -ten und  $j$ -ten Kredit unterscheiden zu können. Mit Hilfe der Gleichung (3.4) läßt sich die Formel vereinfachen zu

$$UV^*(p, \rho^A) = \sqrt{\sum_{i,j} A_i A_j (1 - RQ_i)(1 - RQ_j) (p_{ij}(\rho_{ij}^A) - p_i p_j)}. \quad (5.5)$$

Für zunehmend inhomogene Portfolios müssen für die Berechnung immer mehr Summanden einzeln bestimmt werden. Daher erscheint eine *ausschließlich* analytische Vorgehensweise bei der Untersuchung von Kreditportfolios auf Grund vorhandener Alternativen zu aufwendig. Falls die Rückzahlungsquoten nicht im Vorfeld fixiert, sondern endogen aus den jeweils realisierten Firmenwerten bestimmt werden sollen, ist eine analytische Vorgehensweise sogar ausgeschlossen, da die zur Berechnung benötigten Rückzahlungsquoten im Vorfeld nicht bekannt sind. Erst wenn ein Verlust tatsächlich eintritt, kann das Ausmaß des eingetretenen Verlustes und damit die jeweilige Rückzahlungsquote bestimmt werden.<sup>2</sup> Ein weiteres Argument für die Verwendung eines Simulationsansatzes ist, daß vielfach erwarteter und unerwarteter Verlust nicht für die Bewertung von Kreditportfolios ausreichen. Ursache hierfür ist die bei Kreditrisiken typischerweise asymmetrische Verlustverteilung. Mit Hilfe einer Simulation können die Eigenschaften der Verlustverteilung untersucht und Risikomaße ermittelt werden, die zur Analyse asymmetrischer Verteilungen geeignet sind. Zu diesen Risikomaßen gehört u.a. das ökonomische Kapital.

Um eine umfassende Untersuchung von Kreditportfolios unter verschiedenen Szenarien und auf Firmenebene zu ermöglichen, wurde ein Monte-Carlo Simulationstool entwickelt. Die Ergebnisse der Simulation liegen in Abhängigkeit von Rechengeschwindigkeit und Speicherkapazität des verwendeten Rechners in angemessener

<sup>2</sup> Zur Generierung endogener Rückzahlungsquoten vgl. Abschnitt 5.3.

Zeit und akzeptabler Genauigkeit vor. Neben unerwartetem Verlust und Korrelationseffekt erhält man als Ergebnis der Simulation die wichtigsten Parameter der Verlustverteilung, allen voran das ökonomische Kapital auf unterschiedlichen Signifikanzniveaus.

Vergleicht man die Simulationsergebnisse mit analytisch gewonnenen Resultaten und mit den Ergebnissen aus Kapitel 3.6.2, so zeigen sich konsistente Resultate. Daher erscheint die Verwendung von Simulationen gerechtfertigt. Zur Kontrolle der Simulationsergebnisse wird für homogene Portfolios mit konstanten Rückzahlungsquoten der unerwartete Verlust, die Ausfallkorrelation und der Korrelationseffekt zusätzlich mit Hilfe des SAS-Programmes in Anhang B berechnet.

Durch die Wahl einer hohen Zahl von bis zu 5 Millionen Replikationen kann für die tabellierten Simulationsergebnisse eine Genauigkeit von drei Nachkommastellen garantiert werden, was für unsere Zwecke ausreichend ist. Lediglich für sehr kleine Ausfallwahrscheinlichkeiten ( $p < 0.5\%$ ) in Kombination mit geringen Aktivkorrelationen ( $\rho < 0.25$ ) zeigen sich größere Abweichungen. Da bei endogener Rückzahlungsquote eine Kontrollrechnung unmöglich und bei inhomogenen Portfolios zu aufwendig ist, beschränken sich die Simulationen und damit die Analysen in diesen Fällen (Kapitel 6.3.2 und 7) auf den „sicheren“ Wertebereich jenseits dieser Marken. Für die Analysen wurden exemplarisch Aktivkorrelationen von  $\rho = 0.4$  bzw.  $\rho = 0.8$  und Ausfallwahrscheinlichkeiten von 2% resp. 5% ausgewählt. Diese Auswahl stellt keine große Einschränkung dar, da man damit die Fälle niedrige / hohe Aktivkorrelation mit den Fällen niedrige / hohe Ausfallwahrscheinlichkeit kombinieren und analysieren kann.

## 5.2 Ansatz

Die Idee hinter der Simulation ist es, die betrachtete Periode, etwa ein Jahr, mehrfach zu durchlaufen. Aus der Historie der Simulation können die Ereignisse „Kreditausfall“, „Kein Kreditausfall“ und „Gemeinsamer Kreditausfall“ für jede Replikation gewonnen werden. Damit lassen sich weitere Größen, wie z.B. die Ausfallkorrelationen berechnen. Die genaue Vorgehensweise wird im Abschnitt 5.4 beschrieben.

### 5.3 Vorgaben für die Simulationen

Um die Simulation durchzuführen, wird eine ganze Reihe an Vorgaben benötigt. Tabelle 5.1 faßt diese zusammen.

Variable	Beschreibung
$\mu, \sigma^2$	Parameter der Verteilungsfunktion der Aktiva
$\Sigma = (\sigma_{ij})_{i,j=1,\dots,N}$	Varianz-Kovarianz-Matrix der Aktiva
$N$	Anzahl der Firmen im Portfolio
$K$	Nennwert des Kreditbetrags
$Z$	Zinssatz für den Kreditvertrag
$RQ$	Rückzahlungsquote
$R$	Replikationszahl

Tabelle 5.1: Daten für die Simulation

Offensichtlich sind Kreditverträge in der Praxis komplexer ausgestaltet. So werden dort die Zinssätze von der Rangstelle, der Besicherung oder der Restlaufzeit abhängen. Hier soll an Hand eines einfachen, einperiodigen Modells gezeigt werden, wie sich z.B. makroökonomische Schocks auf Kreditportfolios auswirken. Um solche Effekte zu isolieren, ist es erforderlich die Kreditverträge möglichst einfach auszugestalten.

Die Aufspaltung in nominalen Kreditbetrag und Zinskomponente ist notwendig, um gegebenenfalls zwischen den Auswirkungen einer Zinsänderung und denen einer Änderung des Kreditvolumens differenzieren zu können.

Zur Bestimmung der Rückzahlungsquote sind zwei unterschiedliche Verfahren implementiert. Erstens kann die Rückzahlungsquote fixiert werden. Dies geschieht für jede Firma separat und kann, wie z.B. bei Credit Risk<sup>3</sup>, von der Rangstelle des Kreditvertrages abhängig gemacht werden. Für Unternehmensanleihen und Bankkredite kann dazu auf die Studie von KEENAN (2000) zurückgegriffen werden. Zur Simulation unterschiedlicher Szenarien können die Rückzahlungsquoten aber auch beliebig festgelegt werden. Sollen beispielsweise Korrelationen der Ausfallereignisse bestimmt werden, so setzt man die Rückzahlungsquoten aller Firmen auf 0.<sup>4</sup>

Das zweite Verfahren besteht in der Endogenisierung der Rückzahlungsquote. Die im Simulationstool hierzu verwendete Methode hat den Vorteil leichter Implementierbarkeit und arbeitet nach folgendem Prinzip. Für jeden Konkurs werden die verblie-

<sup>3</sup> Vgl. CREDIT RISK (1997), S. 13-14.

<sup>4</sup> Oder auf einen anderen, von 1 verschiedenen, aber für alle Firmen gleichen Wert.

benen Vermögenswerte bestimmt. Damit berechnet man, zunächst unter Vernachlässigung von Liquidationskosten und Rangstellen der Gläubiger, die Rückzahlungsquote als Anteil der verbliebenen Vermögenswerte am ausstehenden Kreditbetrag. Falls Erfahrungswerte über Liquidationskosten und Auswirkungen der Seniorität bestehen, kann zu deren Berücksichtigung ein bestimmter Anteil von der Rückzahlung einbehalten werden. Um dies zu realisieren wird ein Diskontfaktor eingeführt. Dieser wird gleichverteilt aus dem Intervall  $[d, 1]$  gezogen.  $d$  stellt die Untergrenze für den Diskontfaktor dar und wird per Übergabeparameter vorgegeben. Sollen die Effekte unberücksichtigt bleiben, muß  $d = 1$  gesetzt werden. Standardwert für  $d$  ist  $\frac{1}{2}$ , so daß der Nettoliquidationserlös zwischen 50% und 100% des verbliebenen Firmenwertes liegt.

## 5.4 Programmbeschreibung

### 5.4.1 Vorbemerkung

Das Simulationstool ist im Wesentlichen als C-Programm realisiert. Dort wo es sinnvoll ist, bedient es sich einiger Erweiterungen von C++. So werden beispielsweise eine Vektor- und eine Matrixklasse definiert. Diese bringen u.a. eine Indexüberprüfung und überladene Operatoren für die Ausgabe mit. Die Matrixklasse erbt alle Eigenschaften der Vektorklasse. Die Matrixklasse erhält zusätzlich einen Konstruktor für die Einheitsmatrix. Damit erschöpft sich weitgehend die Anwendung der objektorientierten Programmierung. Das Programm selbst ist prozedural und modular aufgebaut. Dabei werden die nicht-objektorientierten Erweiterungen von C++ konsequent angewendet. Die erheblich verbesserte Typprüfung erleichtert die sichere Transformation von Typklassen. Der größte Teil der Ein-/Ausgabeoperationen wird ebenfalls mit C++-Syntax bewältigt, genauso wie die Übergabe von Parameter an Prozeduren und Funktionen. Die Variablenübergabe „by reference“ wurde möglichst oft genutzt, um Rechenzeit und Speicherbedarf für den Kopiervorgang der zum Teil recht großen Datenfelder zu sparen.

Im nächsten Abschnitt werden zunächst die Algorithmen der zentralen Prozeduren vorgestellt. Daran schließt sich die Beschreibung der Programmstruktur an. Dort wird detailliert auf die Inputs, die Übergabeparameter, den Ablauf der Simulation und den Output eingegangen.

## 5.4.2 Zentrale Prozeduren

### 5.4.2.1 Cholesky-Zerlegung

Dieses Verfahren zerlegt positiv semidefinite Matrizen in das Produkt einer oberen Dreiecksmatrix und deren transponierter Matrix. Somit z.B. die Varianz-Kovarianz-Matrix  $\Sigma_x$  in das Produkt

$$\Sigma_x = C^T C = \sqrt{\Sigma_x}^T \sqrt{\Sigma_x}.$$

Da Varianz-Kovarianz-Matrizen immer positiv semidefinit sind, kann diese Zerlegung hier immer angewendet werden. Darüber hinaus ist auf Grund der Dreiecksgestalt der Komponenten eine rekursive Bestimmung in einem Computerprogramm realisierbar. Der Algorithmus für die Cholesky-Zerlegung lautet:

$$c_{jj} = \sqrt{\sigma_{jj} - \sum_{k=1}^{j-1} c_{jk}^2} \quad \text{und} \quad c_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{falls } i < j \\ \frac{\sigma_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} c_{ik} c_{jk}}{c_{jj}} & \text{falls } i > j. \end{cases}$$

### 5.4.2.2 Multivariat normalverteilte Zufallszahlen

Um abhängig normalverteilte Zufallszahlen zu erzeugen werden zwei Dinge benötigt. Erstens unabhängig normalverteilte Zufallszahlen und zweitens eine Wurzel der Varianz-Kovarianz-Matrix der zu erzeugenden, abhängigen Zufallszahlen. Eine elegante Möglichkeit für die Bestimmung dieser Wurzel stellt die im vorherigen Abschnitt beschriebene Cholesky-Zerlegung dieser Matrix dar. Die unabhängig normalverteilten Zufallszahlen kann man auf vielfache Art erzeugen. Hier wird die Box-Muller Transformation<sup>5</sup> eingesetzt, welche aus nur zwei im Intervall  $[0, 1]$  gleichverteilten Zufallszahlen zwei standardnormalverteilte Zufallszahlen erzeugt. Dazu werden für die beiden gleichverteilten Zufallszahlen  $u_1$  und  $u_2$  die neuen Zufallszahlen

$$z_1 = \sqrt{-2 \ln u_1} \cdot \sin(2\pi u_2) \quad \text{und} \quad z_2 = \sqrt{-2 \ln u_1} \cdot \cos(2\pi u_2)$$

berechnet.

---

<sup>5</sup> Siehe BOX UND MULLER (1958) S. 610f.

Sei nun  $z = (z_1, \dots, z_n)^T$  ein Vektor von  $n$  unabhängig standardnormalverteilten Zufallszahlen, so erhält man mit

$$x = \sqrt{\Sigma_x} \cdot z + \mu_x$$

einen Vektor normalverteilter Zufallszahlen mit Erwartungswert  $\mu_x$  und Varianz-Kovarianz-Matrix  $\Sigma_x$ .

Denn für den Erwartungswert erhält man

$$E(\sqrt{\Sigma_x} \cdot z) + E(\mu_x) = \mu_x$$

und für die Varianz-Kovarianz-Matrix

$$\sqrt{\Sigma_x}^T \sqrt{\Sigma_x} \cdot \Sigma(z) = \Sigma_x.$$

□

### 5.4.2.3 Multivariat lognormalverteilte Zufallszahlen

Um multivariat lognormalverteilte Zufallszahlen zu erhalten muß lediglich beachtet werden, daß für jede lognormalverteilte Zufallsvariable  $l$  eine normalverteilte Zufallsvariable  $n$  mit eindeutiger Parametrisierung existiert, so daß  $e^n = l$ . Die notwendige Parametrisierung der multidimensionalen Normalverteilung, also  $\mu$ ,  $\sigma^2$  und  $\sigma_{ij}$ , ergibt sich aus den folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} \mu &= \ln \left( \frac{m^2}{\sqrt{m^2 + s^2}} \right) \\ \sigma^2 &= 2 \ln \left( \frac{\sqrt{m^2 + s^2}}{m} \right) \\ \sigma_{ij} &= \ln \left( 1 + \frac{c_{ij}}{m_i m_j} \right). \end{aligned} \tag{5.6}$$

Dabei sind  $m$ ,  $s^2$  und  $c_{ij}$  die für die Lognormalverteilung gewünschten Werte für den Erwartungswert, die Varianz und die Kovarianzen.

Damit können also zunächst multivariat normalverteilte Zufallszahlen  $n$  mit den Parametern  $\mu$ ,  $\sigma^2$  und  $\sigma_{ij}$  erzeugt werden. Die daraus abgeleiteten Zufallszahlen

$l = e^n$  sind dann multivariat lognormalverteilt mit den vorgegebenen Parametern  $m$ ,  $s^2$  und  $c_{ij}$ .

Die Gleichungen (5.6) ergeben sich aus den folgenden Beziehungen:

Erstens gilt für das  $k$ -te Moment der univariaten Lognormalverteilung<sup>6</sup>

$$E(X^k) = e^{k\mu - \frac{\sigma^2 k^2}{2}}$$

und daher für deren Erwartungswert und die Varianz

$$E(X) = m = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} \quad \text{und} \quad \text{Var}(X) = s^2 = e^{2\mu + 2\sigma^2} - e^{2\mu + \sigma^2}.$$

Zweitens gilt für die Kovarianz der multivariaten Lognormalverteilung<sup>7</sup>

$$c_{ij} = (e^{\sigma_{ij}} - 1) e^{\mu_i + \mu_j + \frac{\sigma_i^2 + \sigma_j^2}{2}}.$$

Durch auflösen nach  $\mu$ ,  $\sigma^2$  und  $\sigma_{ij}$ , erhält man die Gleichungen (5.6).

□

#### 5.4.2.4 Korrelationskoeffizient

Um die Korrelation der Ausfälle nach Pearson bestimmen zu können, werden die Kovarianzen und Standardabweichungen der beteiligten Zufallsvariablen benötigt. Für die Kreditausfallkorrelationen sind diese Zufallsvariablen die Rückzahlungsquoten ( $RQ$ ) der jeweiligen Kredite X und Y. Die Berechnung geschieht dann nach der Formel

$$\rho^A = \frac{\text{Cov}(RQ_X, RQ_Y)}{\sigma_{RQ_X} \sigma_{RQ_Y}}. \quad (5.7)$$

### 5.4.3 Struktur

#### 5.4.3.1 Allgemeines

Die Struktur des Programmes läßt sich am besten in einem vereinfachten Ablaufdiagramm darstellen. Dieses ist in Abbildung 5.1 wiedergegeben. Aus Gründen einer

<sup>6</sup> Vgl. u.a. LINDGREN (1976), S. 190.

<sup>7</sup> Vgl. JOHNSON UND KOTZ (1972), S. 20.

übersichtlicheren Darstellung wird auf eine exakte Beschreibung der einzelnen Prozeduren verzichtet. Die Algorithmen der zentralen Prozeduren wurden bereits im Kapitel 5.4.2 vorgestellt. Der Quellcode ist im Anhang A wiedergegeben, so daß der Leser Details der Implementierung dort entnehmen kann.

Art und Ablauf der Simulation werden durch Übergabeparameter<sup>8</sup> gesteuert. Die Firmendaten werden aus einer Eingabedatei gelesen und die Ergebnisse in eine Ausgabedatei geschrieben.

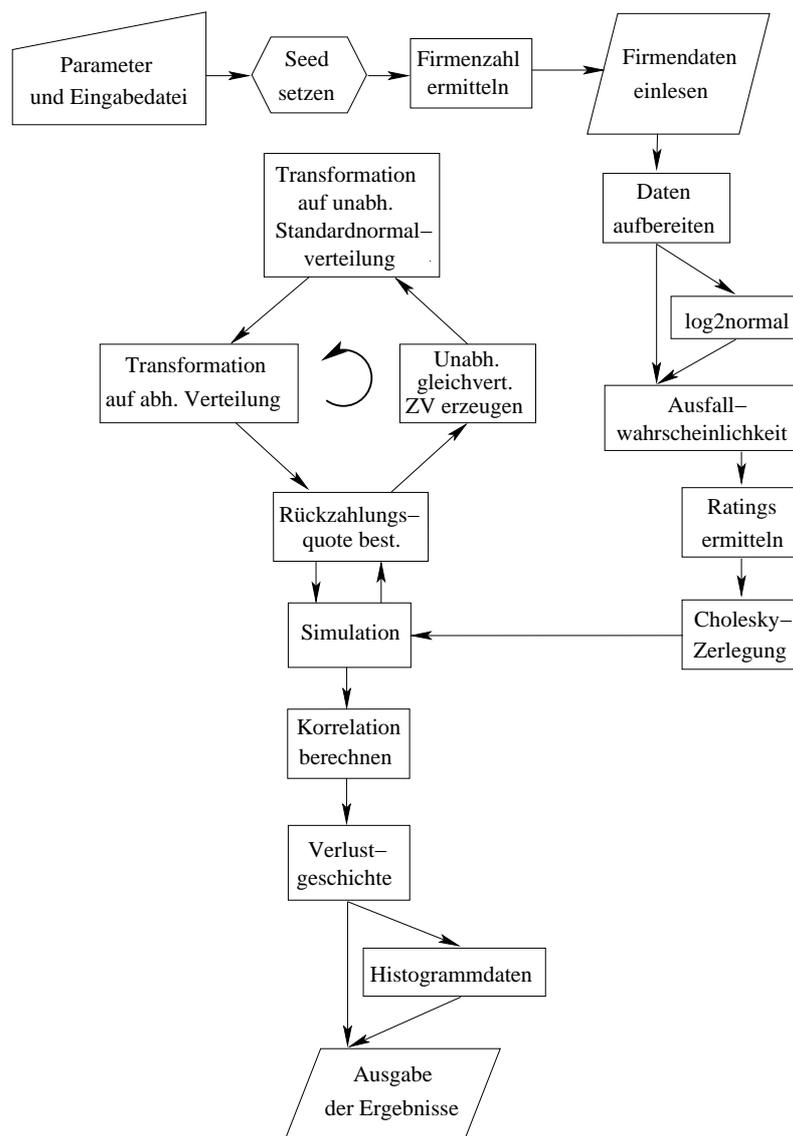


Abbildung 5.1: Ablaufdiagramm der Simulation.

<sup>8</sup> Vgl. Kapitel 5.4.3.3.

### 5.4.3.2 Input

In der Eingabedatei sind für alle Firmen, die in Tabelle 5.1 aufgeführten Daten enthalten. Die Struktur der Eingabedateien ist streng vorgegeben. Jede Firma wird in einer Zeile repräsentiert. Dort stehen nacheinander und durch mindestens ein Leerzeichen getrennt der Nennwert des Kreditbetrages, der Zinssatz für den Kredit, die gegebenenfalls fest angenommene Rückzahlungsquote, der erwartete Firmenwert und schließlich die Kovarianzen mit den anderen Firmen und die Varianz des Firmenwertes. Kovarianzen und Varianzen sind so angeordnet, daß sich im Gesamtbild die Varianz-Kovarianz-Matrix ergibt.

### 5.4.3.3 Übergabeparameter

In diesem Abschnitt werden die zur Steuerung des Simulationstools notwendigen Parameter beschrieben. Diese Parameter können beliebig kombiniert werden. Einige Kombinationen sind nicht sinnvoll, da sie sich gegenseitig widersprechen. So ist es beispielsweise nicht plausibel, gleichzeitig feste und variable Rückzahlungsquoten zu fordern. Eine Fehlermeldung erfolgt in einem solchen Fall nicht. Bei sich gegenseitig ausschließenden Optionen gilt immer die zuletzt übergebene Einstellung.

- Steuerung der Rückzahlungsquote
  - f Ist diese Option gesetzt, arbeitet das Programm mit festen Rückzahlungsquoten. Die Höhe wird für jede Firma der Eingabedatei entnommen und kann daher für jeden Kredit getrennt festgelegt werden.
  - v Dieser Parameter bewirkt, daß mit endogenen, also variablen Rückzahlungsquoten gearbeitet wird.<sup>9</sup>
  - d Hier kann man für die variablen Rückzahlungsquoten eine Untergrenze für den Diskontfaktor<sup>10</sup> vorgeben. Standardwert ist 50%.

Die Voreinstellung des Programms ist „-f“. Werden beide Optionen gesetzt, gilt die jeweils letztgenannte.<sup>11</sup>

Beispiel: `creco -v -d 0.75 eingabedatei`

<sup>9</sup> Vgl. hierzu auch Kapitel 5.3. Dort wurde ausführlich auf das Verfahren zur Bestimmung endogener Rückzahlungsquoten eingegangen.

<sup>10</sup> Vgl. hierzu Kapitel 5.3.

<sup>11</sup> „-vfv“ würde also eine Simulation mit variabler Rückzahlungsquote ergeben.

- Steuerung der Verteilungsannahme für die Aktivawerte

- l Diese Option muß gesetzt werden, wenn lognormalverteilte Firmenwerte simuliert werden sollen.
- n Das bewirkt normalverteilte Aktivawerte und ist die Standardeinstellung des Programmes.<sup>12</sup>

Werden beide Optionen für die Verteilungsannahme „-l“ und „-n“ gesetzt, so gilt die jeweils letzte Einstellung.<sup>13</sup>

Beispiel: `creco -l eingabedatei`

- Steuerung der Replikationszahl

- r Standardmäßig läuft die Simulation mit 100000 Replikationen und liefert damit bereits stabile Ergebnisse. Will man die Zahl der Replikationen verändern, so geschieht das mit Hilfe dieser Option.<sup>14</sup> Der Bedarf an Speicherplatz und die Rechenzeit steigt mit der Replikationszahl. Dies sollte man bei der Wahl der Replikationszahl bedenken und einen Kompromiß aus Rechenzeit und gewünschter Genauigkeit der Ergebnisse finden.

Beispiel: `creco -r 250000 eingabedatei`

- Allgemeine Optionen (standardmäßig deaktiviert)

- p Soll aus den Daten der Verlustgeschichte ein Histogramm erstellt werden, so kann man mit dieser Option entsprechend aufbereitete Ausgabedateien anfordern. Diese enthalten drei Spalten. Die erste Spalte enthält den Mittelwert der Verluste des jeweiligen Intervalls, die zweite Spalte die relative Häufigkeit dieses Intervalls und die dritte Spalte die kumulierten relativen Häufigkeiten.
- a Durch Setzen dieser Option erhält man eine ausführliche Ausgabe. Ohne diese Option werden die Ratings, die berechneten und simulierten Ausfallwahrscheinlichkeiten, das ökonomische Kapital und weitere Verteilungsdaten wie das 75%-Quantil (Q3), der Median und das 25%-Quantil (Q1) nicht ausgegeben. Das ergibt eine übersichtlichere Ausgabedatei.

---

12 Diese Standardeinstellung geht auf frühe Versionen des Programmes zurück, in denen nur die Simulation normalverteilter Aktivawerte möglich war.

13 „-lnlnl“ würde eine Simulation mit lognormalverteilten Aktiva ergeben.

14 „-r 500000“ setzt die Replikationszahl auf 500000.

- Hilfe

-h Diese Option gibt einen Hilfetext aus, welcher den Aufruf des Programmes und die Funktion der Übergabeparameter kurz erklärt.

Beispiel: `creco -h`

Der ausgegebene Hilfetext lautet:

```
creco -- Programm zur Simulation von Kreditausfällen.
Benutzung: creco -avflnp -d faktor -r replikationszahl dateiname
-a Ausführlichere Ausgabe.
-v Variable Recovery-Rate.
-f Fixe Recovery-Rate.
-l Lognormalverteilungsannahme für die Aktiva.
-n Normalverteilungsannahme für die Aktiva.
-d Discount Faktor für variable RR. Default=50%
-p Generiert notwendige Daten für Histogramme mit gnuplot.
Letze Option gilt jeweils. Ohne Argumente gilt -fn.
```

Um mit den in der Datei *daten* gespeicherten Firmenwerten eine Simulation mit 1 Million Replikationen, lognormalverteilten Aktivawerten, exogener Rückzahlungsquote und ausführlicher Ausgabe durchzuführen, würde man das Programm mit

```
creco -lfa -r 1000000 daten
```

aufrufen.

#### 5.4.3.4 Programmablauf

Zuerst setzt das Programm den Wert einiger globaler Konstanten. Dazu gehören u.a. der Samen für den Zufallszahlengenerator und die Anzahl der Perzentile für die Analyse der Verlustverteilung.<sup>15</sup> Diese Werte sollen normalerweise vom Anwender nicht verändert werden und lassen sich daher nicht durch Übergabeparameter steuern. Sollten Änderungen erforderlich sein, so können diese am Beginn des Quellcodes vorgenommen werden. Weiter wird an dieser Stelle der Defaultwert für die Replikationszahl gesetzt. Danach ermittelt das Programm die Zahl der Zeilen resp. Firmen in der Eingabedatei. Da die Anzahl der Firmen dann bekannt ist, können

---

<sup>15</sup> Die Zahl der Perzentile beträgt standardmäßig 1000. Das erlaubt eine Analyse der Verlustverteilung bis in den Promillebereich.

alle Felder in der korrekten Größe deklariert und initialisiert werden. Die Firmendaten werden zunächst in eine Matrix eingelesen. Die in der Matrix enthaltenen Rohdaten werden dann in die Vektoren `nettoschulden`, `zins`, `bruttoschulden`, `exp_recovery`, `mittelwert` und in die Varianz-Kovarianz-Matrix `varcov` umgewandelt. Die `bruttoschulden` werden aus den `nettoschulden` und dem `zins` berechnet. Soll die Simulation unter der Annahme lognormalverteilter Aktivawerte erfolgen, werden bereits hier die dafür notwendigen Anpassungen vorgenommen.<sup>16</sup>

Die Berechnungen können abhängig von der Replikationszahl, der Größe des Portfolios und der Rechenleistung einige Zeit in Anspruch nehmen.<sup>17</sup> Im nächsten Schritt werden für alle Firmen im Portfolio die theoretischen Ausfallwahrscheinlichkeiten berechnet. Der Algorithmus für die Integration der Normalverteilung geht zurück auf HASTINGS (1957) und hat einen Approximationsfehler von unter  $7.5 \cdot 10^{-8}$ . Danach ermittelt das Programm hieraus die S&P-Ratings der Firmen nach Tabelle 2.1, bestimmt den maximal möglichen Verlust im Sinne eines Totalausfalls aller ausstehenden Kredite und berechnet die Obergrenze für die Ausfallkorrelationen gemäß Gleichung (3.4). Zur Vorbereitung der Erzeugung abhängiger Zufallsvariablen<sup>18</sup> wird eine Cholesky-Zerlegung<sup>19</sup> der Varianz-Kovarianz-Matrix durchgeführt. Anschließend beginnt die eigentliche Simulation, in der korrelierte Firmenwerte generiert werden, um daraus die Rückzahlungsquoten zu bestimmen. Die Ergebnisse werden protokolliert.<sup>20</sup> Aus diesen Aufzeichnungen werden nach Abschluß der Simulation die Ausfallkorrelationen nach Gleichung (5.7) bestimmt.

Mit Hilfe der gegebenen Bruttoschulden werden des Weiteren die tatsächlichen Verluste berechnet, welche sich aus den simulierten Rückzahlungsquoten ergeben. Diese werden über die Firmen addiert und anschließend gespeichert. Diese Verlustgeschichte enthält alle Informationen über die Verluste, welche die Bank in den jeweiligen Durchläufen durch die Summe aller Kreditausfälle erlitten hat. Diese werden verwendet, um Erwartungswert und Varianz der Verluste zu berechnen. Nach aufsteigendem Sortieren der Verlustgeschichte erhält man die Verlustfunktion und kann

---

16 Siehe hierzu auch Kapitel 5.4.2.3.

17 Auf einem AMD Athlon mit 500Mhz und 192MB Arbeitsspeicher benötigt eine Simulation für 10 Firmen und 100000 Replikationen etwa eine halbe Minute, für 100 Firmen und 100000 Replikationen werden gut 45 Minuten benötigt.

18 Siehe hierzu Kapitel 5.4.2.2.

19 Siehe hierzu Kapitel 5.4.2.1.

20 Ursprünglich sollten alle zur Berechnung des Korrelationskoeffizienten erforderlichen Werte rekursiv bestimmt werden. Der davon ausgehende Effekt der Speicherplatzeinsparung wurde von einem erheblichen Mehrbedarf an Rechenzeit konterkariert. Daher wurde die rekursive Berechnung verworfen.

damit weitere Kennzahlen, wie den Median oder beliebige Perzentile bestimmen. Die Perzentile der Verlustfunktion ergeben bei gegebenem Signifikanzniveau das ökonomische Kapital, mit dem das Kreditportfolio unterlegt werden muß. Soll z.B. das ökonomische Kapital auf 98%-Niveau ermittelt werden, so entnimmt man der aufsteigend sortierten Verlustgeschichte aus  $R$  Replikationen den Eintrag mit der Nummer  $R \cdot \frac{98}{100}$ . Da nur 2% aller Verluste höher waren, wäre die Bank nur in 98% aller Fälle nicht durch unerwartete Verluste insolvent geworden.

#### 5.4.3.5 Output

Die Ausgabedateien enthalten die Ergebnisse der Simulation. Über den Übergabeparameter „-a“ kann gesteuert werden, wie detailliert die Ergebnisse in der Ausgabedatei gespeichert werden.<sup>21</sup> Der Dateiname einer Ausgabedatei wird vom Dateinamen der Eingabedatei abgeleitet. Dazu wird nach Auswertung der Übergabeparameter die Endung „.fix“ oder „.var“ und „.nv“ oder „.ln“ angehängt, was für feste oder variable Rückzahlungsquoten und normalverteilte oder lognormalverteilte Aktivawerte steht. Um die Datei als Ausgabedatei kenntlich zu machen, wird zusätzlich die Dateinamenserweiterung „.out“ angefügt.<sup>22</sup>

Die Replikationszahl wird in den Ausgabedateien als erster Wert gespeichert. Es folgen – ausführliche Ausgabe vorausgesetzt – die um die berechneten Bruttoschulden ergänzten Werte aus der Eingabedatei und die Ergebnisse in der Reihenfolge Ausfallkorrelationen, theoretische Obergrenzen der Ausfallkorrelationen bei normalverteilten Aktiva gemäß Gleichung (3.4), Firmenratings, Ausfallwahrscheinlichkeiten, erwarteter Verlust, Standardabweichung und Varianz der Verluste, Gesamtkreditvolumen, ökonomisches Kapital auf 90%-99%-Niveau in 1%-Schritten und für 99.9%, Q3, Median und Q1 der Verlustverteilung.

---

<sup>21</sup> Siehe hierzu Abschnitt 5.4.3.3.

<sup>22</sup> Der Ausgabedatei „daten.fix.nv.out“ liegt somit die Eingabedatei „daten“ und eine Simulation mit konstanten Rückzahlungsquoten und normalverteilten Firmenwerten zugrunde.

# 6 Homogene Portfolios

## 6.1 Vorbemerkungen

In diesem Kapitel werden homogene Kreditportfolios analysiert. Im Zentrum der Untersuchungen stehen der unerwartete Verlust, die Ausfallkorrelationen und die auftretenden Korrelationseffekte.

In der Ausgangssituation herrscht jeweils ein Zinssatz von 5%. Infolge eines makroökonomischen Schocks steigt das Zinsniveau in der Ökonomie auf 10% an. Diese Analysen sind äquivalent zur Untersuchung der Auswirkungen eines negativen aggregierten Produktivitätsschocks, wenn dadurch die Ausfallwahrscheinlichkeiten in gleichem Ausmaß beeinflusst werden. Zur Ermittlung des Korrelationseffektes werden ausgehend vom Schockszenario die in Kapitel 3.6.3 beschriebenen Anpassungen vorgenommen.

Um die auftretenden Portfolioeffekte darzustellen, wird die Zahl der Kreditnehmer in den Abschnitten 6.2 und 6.3.1 kontinuierlich von 1, 2, 6 über 10, 50 und 100 auf unendlich viele Firmen gesteigert. Dabei wird u.a. gezeigt, daß die Betrachtung von 100 Krediten für die Untersuchung der im Rahmen dieser Arbeit relevanten Effekte genügt. Daher erfolgt ab Kapitel 6.3.2 eine Beschränkung der Simulationen auf Kreditportfolios mit 100 Firmen.

Um von reinen Skaleneffekten zu abstrahieren werden alle Werte mit dem jeweiligen Gesamtkreditvolumen normiert. Damit ist beispielsweise ein angegebener unerwarteter Verlust immer als unerwarteter Verlust pro vergebener Krediteinheit anzusehen. Es ist deshalb unerheblich, welche erwarteten Firmenwerte und welche Kreditvolumina tatsächlich angenommen werden, um unter der jeweiligen Verteilungsannahme die gewünschten Ausfallwahrscheinlichkeiten zu erhalten.

Konkret gehen alle Simulationen von einem erwarteten Firmenwert von 10 Einheiten aus. Bei einer Standardabweichung von 1.0 muß daher ein Nettokreditvolumen von

8.043 Einheiten angenommen werden, um bei lognormalverteilten Aktivawerten in der Ausgangssituation auf eine Ausfallwahrscheinlichkeit von 5% zu kommen.<sup>1</sup>

Im Abschnitt 6.2 werden die Kreditportfolios unter der Annahme normalverteilter Aktivawerte und konstanter Rückzahlungsquoten analysiert. Dies entspricht den Prämissen in Kapitel 3.6 und dient dem Vergleich der Simulationen mit den dortigen Resultaten.

Aus Abschnitt 2.2.2 ist bekannt, daß Aktivawerte unter üblichen Annahmen, darunter die Annahme normalverteilter Aktivarenditen, lognormalverteilt sind. Dem wird ab Abschnitt 6.3 Rechnung getragen. Alle Simulationen und Berechnungen dieses und der folgenden Kapitel gehen von lognormalverteilten Aktivawerten aus.

In Kapitel 6.3.1 werden zunächst die Rückzahlungsquoten weiter konstant gehalten. Fixe Rückzahlungsquoten werden in allen Simulationen aus Gründen der Vergleichbarkeit auf 50% festgelegt. Abschnitt 6.3.2 analysiert die Auswirkungen von endogenen Rückzahlungsquoten. Deren Gewinnung wurde in Abschnitt 5.3 ausführlich beschrieben. Die Auswirkungen unterschiedlich starker Makroschocks werden in Abschnitt 6.3.3 wieder unter der Annahme exogener Rückzahlungsquoten diskutiert.

## 6.2 Normalverteilte Aktivawerte

Für die Analysen in diesem Abschnitt werden zunächst Portfolios betrachtet, die ausschließlich Firmen enthalten, deren Ausfallwahrscheinlichkeit vor dem Schock bei 5% liegt. Dies entspricht einem CCC-Rating. Die Aktivakorrelation soll bei  $\rho = 0.8$  resp.  $\rho = 0.4$  liegen.

Die Möglichkeiten zur Reduktion des unerwarteten Verlustes durch Aufnahme zusätzlicher Firmen ins Portfolio sind schnell ausgeschöpft. Schon bei 10 Firmen im Portfolio sind etwa 85% des Gesamteffektes erreicht.

Alle Ausfallkorrelationen liegen unter der in Kapitel 3.6 eingeführten oberen Schranke  $\frac{2}{\pi} \arcsin \rho$ . Diese liegt für Aktivakorrelationen von  $\rho = 0.8$  bei 0.590 und für  $\rho = 0.4$  bei 0.262.

---

<sup>1</sup> Die bei einem erwarteten Firmenwert von 10 Krediteinheiten und einer Standardabweichung von 1.0 erforderlichen Kreditvolumina für alle Ratings von AAA bis D sind in einem Kommentar des in Anhang B wiedergegebenen SAS-Programmes in Abhängigkeit von der jeweiligen Verteilungsannahme für die Aktivawerte aufgeführt.

Durch den makroökonomischen Schock kommt es zu einem Anstieg der Ausfallkorrelationen. Die relative Zunahme ist um so größer, je niedriger die Aktivkorrelationen und damit die Ausfallkorrelationen vor dem Schock sind. So steigen die Ausfallkorrelationen um 13% von 0.146 auf 0.189 bei einer Aktivkorrelation von  $\rho = 0.4$  und lediglich um 10% von 0.469 auf 0.518 bei einer Aktivkorrelation von  $\rho = 0.8$ .

Firmenzahl	1	2	6	10	50	100	$\infty$
Unerwarteter Verlust*	0.109	0.093	0.081	0.079	0.075	0.075	0.074
dto. nach Makroschock	0.154	0.134	0.119	0.116	0.112	0.111	0.111
dto. nach Anpassung	0.154	0.132	0.115	0.111	0.107	0.106	0.105
Korrelationseffekt	0%	5%	11%	12%	14%	15%	15%
Ausfallkorrelationen	0.469						
dto. nach Makroschock	0.518						
dto. nach Anpassung	0.469						
Obere Schranke	0.590						

Tabelle 6.1: Aktivkorrelation  $\rho = 0.8$ , 5% Ausfallwahrscheinlichkeit vor dem Schock, also CCC-Rating, Rückzahlungsquote=50%, \*normiert mit Gesamtkreditvolumen. Quelle: Eigene Berechnungen.

Bei hoher Aktivkorrelation ( $\rho = 0.8$ ) ist auch der Korrelationseffekt bei 10 Firmen im Portfolio mit 12% von maximal möglichen 15% bereits weitgehend enthalten. Bei geringerer Aktivkorrelation ( $\rho = 0.4$ ) ist das nicht der Fall. Hier sind 50 Firmen erforderlich, um bis auf 3 Prozentpunkte an das Maximum von 32% heranzukommen.

Firmenzahl	1	2	6	10	50	100	$\infty$
Unerwarteter Verlust*	0.109	0.082	0.058	0.052	0.044	0.043	0.042
dto. nach Makroschock	0.154	0.119	0.088	0.080	0.070	0.068	0.067
dto. nach Anpassung	0.154	0.117	0.083	0.074	0.062	0.061	0.059
Korrelationseffekt		6%	17%	22%	29%	31%	32%
Ausfallkorrelationen	0.146						
dto. nach Makroschock	0.189						
dto. nach Anpassung	0.146						
Obere Schranke	0.262						

Tabelle 6.2: Aktivkorrelation  $\rho = 0.4$ , 5% Ausfallwahrscheinlichkeit vor dem Schock, also CCC-Rating, Rückzahlungsquote=50%, \*normiert mit Gesamtkreditvolumen. Quelle: Eigene Berechnungen.

Tabelle 6.3 zeigt die Ergebnisse für den Korrelationseffekt für eine systematische Variation des Parameterraumes. Die Aktivkorrelationen werden von 0.001 bis 1.0 und die Ausfallwahrscheinlichkeiten von 0.02% bis 30% variiert. Es zeigt sich, daß der

Korrelationseffekt mit sinkenden Ausfallwahrscheinlichkeiten und Aktivakorrelationen steigt. Für Aktivakorrelationen von  $\rho = 1.0$  verschwindet der Korrelationseffekt unabhängig von der Ausfallwahrscheinlichkeit. Mit 59% wird für AAA eingestufte Firmen mit Aktivakorrelation  $\rho = 0.001$  in der Tabelle das Maximum erreicht. Auf welchen Grenzwert der Korrelationseffekt tatsächlich steigt, wenn Ausfallwahrscheinlichkeiten und Aktivakorrelationen weiter gegen Null gehen kann nicht angegeben werden, da eine analytische Methode zur Berechnung dieses Grenzwertes derzeit nicht verfügbar ist.

Rating	$p$ in %	Aktivakorrelation												
		.001	.05	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	.95	1.0
AAA	0.02	59	57	55	51	45	40	34	29	23	17	10	6	0
AA	0.05	58	56	54	50	45	40	34	28	23	17	10	6	0
A	0.1	57	55	53	49	44	39	34	28	23	17	10	6	0
BBB	0.25	56	54	52	48	43	38	33	28	22	17	10	6	0
BB	0.5	54	52	50	46	42	37	32	27	22	17	10	6	0
B	2	50	48	47	43	39	35	30	26	21	16	10	6	0
CCC	5	47	45	43	40	36	32	28	24	20	15	10	6	0
CCC	10	44	42	40	37	33	30	26	22	18	14	9	6	0
CC	15	42	40	38	35	32	28	25	21	17	13	9	6	0
C	20	40	39	37	34	30	27	24	20	17	13	8	5	0
D	25	39	38	36	33	29	26	23	20	16	12	8	5	0
D	30	38	37	35	32	29	25	22	19	16	12	9	5	0

Tabelle 6.3: Korrelationseffekt in % bei unendlich vielen Firmen. Quelle: Eigene Berechnungen.

## 6.3 Lognormalverteilte Aktivawerte

### 6.3.1 Exogene Rückzahlungsquoten

Wie im vorherigen Abschnitt werden auch hier zunächst wieder Portfolios betrachtet, die ausschließlich Firmen mit CCC-Rating enthalten. Die Ausfallwahrscheinlichkeit vor dem Schock soll erneut bei 5% liegen. Die Aktivakorrelation beträgt wieder  $\rho = 0.8$  oder  $\rho = 0.4$ .

Es zeigt sich, daß die Verwendung lognormalverteilter Aktivawerte gegenüber den im vorherigen Abschnitt unterstellten normalverteilten Aktivawerten andere, aber vergleichbare Resultate liefert. Wie zuvor sind ca. 85% des Diversifikationspotentials

bereits bei 10 Firmen ausgeschöpft. Die Ausfallkorrelationen sind nahezu auf dem gleichen Niveau und der maximale Korrelationseffekt liegt lediglich bei der niedrigen Aktivakorrelation ( $\rho = 0.4$ ) mit 33% einen Prozentpunkt höher als zuvor.

Firmenzahl	1	2	6	10	50	100	$\infty$
Unerwarteter Verlust*	0.109	0.093	0.081	0.079	0.076	0.075	0.074
dto. nach Makroschock	0.162	0.142	0.126	0.123	0.119	0.118	0.117
dto. nach Anpassung	0.162	0.139	0.121	0.117	0.112	0.112	0.111
Korrelationseffekt		6%	11%	13%	14%	15%	15%
Ausfallkorrelationen		0.470					
dto. nach Makroschock		0.526					
dto. nach Anpassung		0.470					
Obere Schranke		0.590					

Tabelle 6.4: Aktivakorrelation  $\rho = 0.8$ , 5% Ausfallwahrscheinlichkeit vor dem Schock, also CCC-Rating, Rückzahlungsquote=50%, \*normiert mit Gesamtkreditvolumen. Quelle: Eigene Berechnungen.

Erneut steigen die Ausfallkorrelationen durch den Schock an. Wieder ist der relative Anstieg größer, wenn die Korrelationen in der Ausgangssituation kleiner sind. Mit 11% bei  $\rho = 0.8$  und 25% bei  $\rho = 0.4$  fällt sowohl der Anstieg selbst, als auch der Unterschied zwischen dem Anstieg bei hoher und niedriger Aktivakorrelation stärker aus, als bei normalverteilten Aktivawerten.

Firmenzahl	1	2	6	10	50	100	$\infty$
Unerwarteter Verlust*	0.109	0.083	0.059	0.053	0.044	0.043	0.042
dto. nach Makroschock	0.162	0.125	0.093	0.085	0.075	0.073	0.072
dto. nach Anpassung	0.162	0.123	0.087	0.078	0.066	0.064	0.062
Korrelationseffekt		6%	18%	22%	30%	31%	33%
Ausfallkorrelationen		0.147					
dto. nach Makroschock		0.196					
dto. nach Anpassung		0.147					
Obere Schranke		0.262					

Tabelle 6.5: Aktivakorrelation  $\rho = 0.4$ , 5% Ausfallwahrscheinlichkeit vor dem Schock, also CCC-Rating, Rückzahlungsquote=50%, \*normiert mit Gesamtkreditvolumen. Quelle: Eigene Berechnungen.

Die unterschiedlichen Verteilungsannahmen führen zu höheren Werten für den unerwarteten Verlust nach dem Schock und unter dem Anpassungsszenario. Während der unerwartete Verlust z.B. für  $\rho = 0.4$  und unendlicher Firmenzahl hier 0.072 nach dem Schock und 0.062 nach der Anpassung beträgt, waren es unter der Normalverteilungsannahme mit 0.067 und 0.059 etwa 7% resp. 5% weniger.

Die erneute systematische Variation des Parameterraumes für den Korrelationseffekt zeigt Tabelle 6.6. Die Aktivkorrelationen werden wieder von 0.001 bis 1.0 und die Ausfallwahrscheinlichkeiten von 0.02% bis 30% variiert.

Rating	$p$ in %	Aktivkorrelation												
		.001	.05	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	.95	1.0
AAA	0.02	65	63	61	56	50	44	38	32	25	19	11	7	0
AA	0.05	63	61	59	54	49	43	37	31	25	18	11	7	0
A	0.1	61	59	57	53	48	42	37	31	25	18	11	7	0
BBB	0.25	59	57	55	51	46	41	35	30	24	18	11	7	0
BB	0.5	57	55	53	49	44	39	34	29	23	18	11	7	0
B	2	52	50	48	44	40	36	31	26	22	16	10	7	0
CCC	5	48	46	44	40	36	33	28	24	20	15	10	6	0
CCC	10	44	42	41	37	34	30	26	22	18	14	9	6	0
CC	15	42	40	39	35	32	28	25	21	17	13	9	6	0
C	20	40	39	37	34	30	27	24	20	17	13	8	6	0
D	25	39	38	36	33	29	26	23	20	16	12	8	5	0
D	30	38	37	35	32	29	25	22	19	16	12	8	5	0

Tabelle 6.6: Korrelationseffekt in % bei unendlich vielen Firmen. Quelle: Eigene Berechnungen.

Es ergibt sich, auf etwas höherem Niveau, das gleiche Bild wie zuvor: Der Korrelationseffekt nimmt mit sinkenden Ausfallwahrscheinlichkeiten und Aktivkorrelationen zu. Erneut verschwindet der Korrelationseffekt unabhängig von der Ausfallwahrscheinlichkeit, wenn die Aktivkorrelation  $\rho = 1.0$  beträgt. Das Maximum des Korrelationseffektes wird wieder für AAA eingestufte Firmen mit Aktivkorrelation  $\rho = 0.001$  erreicht und beträgt 65%. Damit kann der Korrelationseffekt für bis zu zwei Dritteln des infolge eines makroökonomischen Schocks ansteigenden unerwarteten Verlustes verantwortlich gemacht werden. Mit weiter fallenden Aktivkorrelationen und Ausfallwahrscheinlichkeiten sollten die Werte weiter ansteigen. Der tatsächliche Grenzwert ist auch in diesem Fall – in Ermangelung eines formalen Beweises – zur Zeit analytisch nicht zu bestimmen.

Die folgenden drei Abbildungen zeigen die Entwicklung des Korrelationseffektes in Abhängigkeit von der angenommenen Aktivkorrelation und der Anzahl der Firmen im Portfolio. Die Firmenzahl wird dazu von 2, 6, 10, über 50, 100 und 1000 auf unendlich gesteigert.

Die Zunahme des Korrelationseffektes mit wachsender Firmenzahl kann in allen drei Abbildungen gut beobachtet werden und stellt eine dritte wichtige Dimension für

die Analyse dar: Je größer die Zahl der Firmen im Kreditportfolio, je größer also der vermeintlich erreichte Grad der Diversifikation, um so höher ist der Anteil des Korrelationseffektes und um so gefährlicher ist es, diesen Effekt bei der Bestimmung der Portfoliorisiken zu vernachlässigen.

Als weitere Eigenschaft ergibt sich, daß der Korrelationseffekt bei endlicher Firmenzahl ein inneres Maximum in Bezug auf die Aktivkorrelation aufweist. Während bei geringer Firmenzahl das Maximum bei hohen Aktivkorrelationen liegt, wandert es mit zunehmender Zahl der Firmen im Portfolio kontinuierlich in Richtung geringerer Aktivkorrelationen. Für unendlich viele Firmen liegt kein inneres Maximum mehr vor. In diesem Fall wird das Maximum des Korrelationseffektes für  $\rho \rightarrow 0$  erreicht.

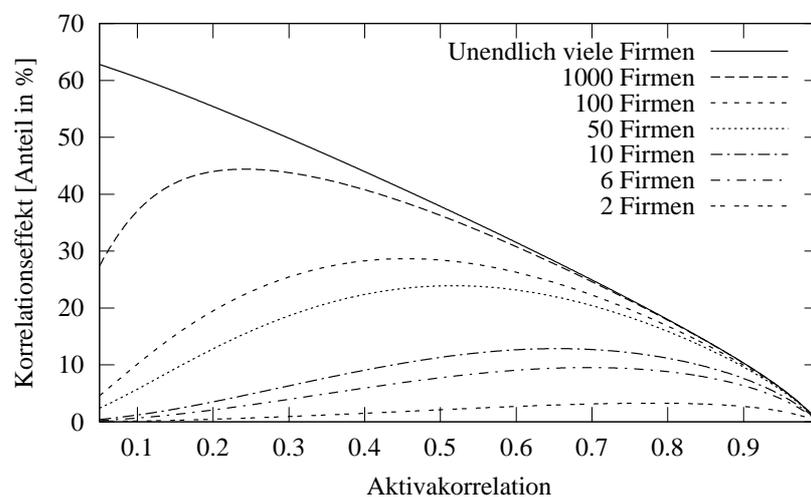


Abbildung 6.1: Korrelationseffekt bei AAA-Rating aller Firmen. Quelle: Eigene Berechnungen.

Abbildung 6.1 zeigt, daß für eine Ausfallwahrscheinlichkeit von 0.02% (AAA) auch 1000 Firmen im Portfolio nur für Aktivkorrelationen über 0.35 ausreichen, um den Korrelationseffekt bei unendlich hoher Firmenzahl annähernd genau zu erreichen. Der Fehler liegt für  $\rho = 0.35$  bei 5% und nimmt mit wachsenden Aktivkorrelationen kontinuierlich ab. Für Aktivkorrelationen unter 0.35 ist die Simulation noch größerer Portfolios notwendig, falls keine Abweichungen über 5% akzeptiert werden sollen. Im Extremfall steigt die Abweichung bei der Verwendung von 1000 Firmen auf inakzeptable 56% an.

Für eine Ausfallwahrscheinlichkeit von 2% (vgl. Abbildung 6.2) genügen 100 Firmen, wenn man Portfolios mit Aktivkorrelationen von 0.4 und mehr mit einem Fehler von unter 5% analysieren möchte. 1000 Firmen sind in diesem Fall im ge-

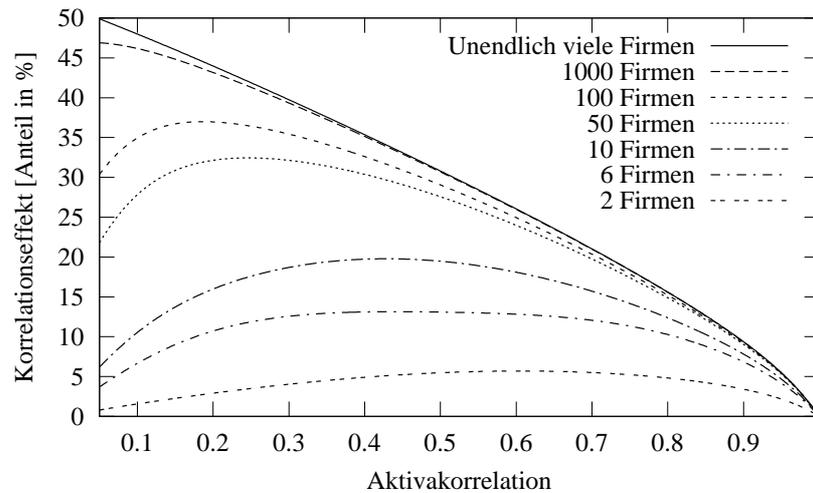


Abbildung 6.2: Korrelationseffekt bei B-Rating aller Firmen. Quelle: Eigene Berechnungen.

samten Spektrum möglicher Aktivakorrelationen ausreichend. Der maximale Fehler bei der Verwendung von 1000 Firmen liegt bei knapp 6%, was für die Analysen als hinreichend genau angesehen werden kann.

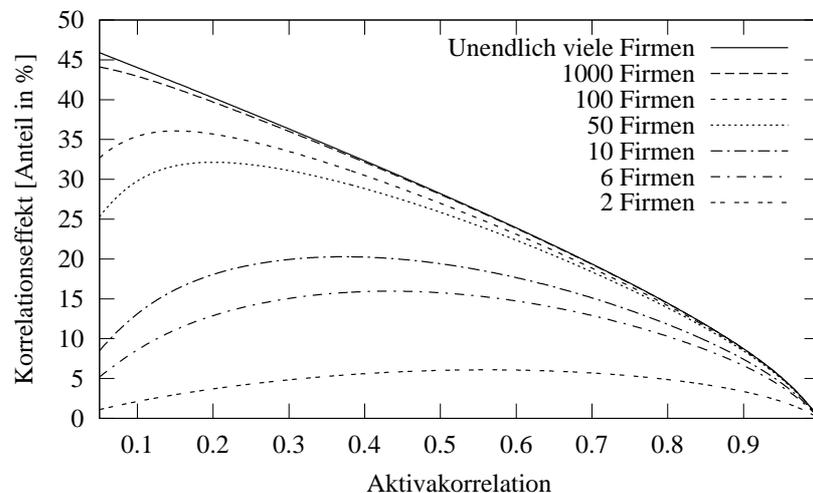


Abbildung 6.3: Korrelationseffekt bei CCC-Rating aller Firmen. Quelle: Eigene Berechnungen.

Abbildung 6.3 zeigt, daß bei 5% Ausfallwahrscheinlichkeit (CCC) 100 Firmen ausreichen, wenn nur Aktivakorrelationen von 0.3 bis 1.0 analysiert werden sollen. Der Fehler liegt hier ebenfalls unter 5%. Portfolios mit 1000 Firmen müssen verwendet werden, will man Aktivakorrelationen von 0.0 bis 1.0 betrachten. Der maximale Approximationsfehler beträgt hier 4%.

Bereits in Kapitel 5.1 wurde festgelegt, daß für die folgenden Abschnitte nur Ausfallwahrscheinlichkeiten von 2% und 5% und Aktivkorrelationen von 0.4 und 0.8 betrachtet werden sollen. Wie eben gesehen, genügen hier Portfolios mit 100 Firmen, um die gewünschten Effekte mit einer Fehlertoleranz von weniger als 5% zu gewinnen. Daher werden im weiteren Verlauf nur noch Portfolios mit 100 Firmen simuliert.

### 6.3.2 Endogene Rückzahlungsquoten

Dieser Abschnitt widmet sich der Betrachtung von Kreditportfolios unter der Annahme endogener Rückzahlungsquoten. Es werden diesbezüglich die Grundeinstellungen des Simulationstools verwendet. Das bedeutet, daß angenommen wird, der Kreditgeber könne zwischen 50% und 100% des *verbliebenen Firmenwertes* beim Verkauf der Konkursmasse erzielen. Diese Annahme wurde getroffen, um vergleichbare Bedingungen zu den vorherigen Kapiteln zu schaffen. Dort wurde davon ausgegangen, daß stets 50% des *ausstehenden Kreditbetrages* erzielt werden können.

	B		CCC	
	$\rho = 0.4$	$\rho = 0.8$	$\rho = 0.4$	$\rho = 0.8$
Unerwarteter Verlust*	0.014	0.026	0.025	0.044
dto. nach Makroschock	0.027	0.047	0.044	0.071
dto. nach Anpassung	0.023	0.044	0.037	0.066
Korrelationseffekt ( $\kappa$ )	32%	16%	35%	18%
Ökonomisches Kapital* (98%)	0.048	0.088	0.097	0.192
dto. nach Makroschock	0.104	0.204	0.170	0.282
dto. nach Anpassung	0.088	0.184	0.144	0.263
Fehler bei vernachlässigtem $\kappa$	29%	17%	36%	21%

Tabelle 6.7: 100 Firmen, \*normiert mit Gesamtkreditvolumen. Quelle: Eigene Berechnungen.

Tabelle 6.7 listet die Ergebnisse der Simulationen für Ausfallwahrscheinlichkeiten von 2% (B) und 5% (CCC) und Aktivkorrelationen von  $\rho = 0.4$  und  $\rho = 0.8$ . Eine Darstellung der Ausfallkorrelationen ist nicht möglich, da auf Grund der endogenen Rückzahlungsquoten alle 4950 Ausfallkorrelationen unterschiedliche Werte annehmen können. Die Anpassung der Aktivkorrelationen wurde daher an Hand der Korrelation der *Ausfallereignisse* ( $RQ = 0$ ) vorgenommen.

Die mit dem Kreditvolumen normierten unerwarteten Verluste sind geringer als unter der Annahme exogener Rückzahlungsquoten. Der Korrelationseffekt liegt al-

lerdings mit 3-4 Prozentpunkten nur wenig über den Werten bei festen Rückzahlungsquoten. Die Auswirkungen einer Endogenisierung der Rückzahlungsquoten auf den Korrelationseffekt sind also gering und haben in Bezug auf die Größenordnung keinen Einfluß auf die bisherigen Resultate.

In Tabelle 6.7 wird zusätzlich zum unerwarteten Verlust auch das mit dem jeweiligen Gesamtkreditvolumen normierte ökonomische Kapital auf einem Signifikanzniveau von 98% wiedergegeben. Wie der unerwartete Verlust, so wird auch das ökonomische Kapital durch die Ausfallwahrscheinlichkeiten und die Aktivakorrelationen beeinflusst. Daher steigt das ökonomische Kapital in Folge des Zinsschocks aus beiden Gründen an. Die Anpassungsprozedur zur Bestimmung des Korrelationseffektes führt zu einem Rückgang im ökonomischen Kapital. Äquivalent zum Korrelationseffekt kann damit der Anteil des Anstiegs im ökonomischen Kapital bestimmt werden, welcher ausschließlich auf die durch den Schock gestiegenen Ausfallkorrelationen zurückzuführen ist. Dieser Anteil quantifiziert das Ausmaß des Fehlers, welcher bei Vernachlässigung der Veränderung der Ausfallkorrelationen gemacht wird. Dieser Fehler liegt, wie Tabelle 6.7 zeigt, größenordnungsmäßig etwa im Bereich des Korrelationseffektes. Für kleine Aktivakorrelationen ( $\rho = 0.4$ ) und niedrige Ausfallwahrscheinlichkeit (B) liegt der Fehler mit 29% gegenüber 32% etwas unter, sonst um 1-3 Prozentpunkte über dem Korrelationseffekt. Alle diese Abweichungen liegen innerhalb der zulässigen Fehlertoleranz und sind daher nicht signifikant.

Damit wurde gezeigt, daß auch das ökonomischen Kapital, das auf Grund der asymmetrischen Verlustverteilung bei der Analyse von Kreditportfoliorisiken eine wichtige Rolle spielt, bei Vernachlässigung des Korrelationseffektes unterschätzt wird.

### 6.3.3 Unterschiedliche Makroschocks

Neben den fünf bislang untersuchten Dimensionen Firmenzahl, Aktivakorrelation, Verteilungsfunktion der Aktiva, Ausfallwahrscheinlichkeit und Gestaltung der Rückzahlungsquoten drängt sich bei der Suche nach einem robusten Muster für den Korrelationseffekt eine weitere Dimension auf: die Schwere des makroökonomischen Schocks.

Für alle bisherigen Analysen wurde ein makroökonomischer Schock in Form einer allgemeinen Zinsniveauerhöhung von 5% auf 10% unterstellt. Dies erscheint als Schockszenario ausreichend hoch und vom Ausmaß realistisch.

Dennoch soll an dieser Stelle für exogene Rückzahlungsquoten und unter der Annahme lognormalverteilter Aktiva von dieser Annahme abgegangen werden, um die Auswirkungen der Schwere des Schocks zu untersuchen. Dazu wird in Anknüpfung an die bisher ermittelten Resultate von einem AAA-Rating (0.02% Ausfallwahrscheinlichkeit) und einer Aktivakorrelation von  $\rho = 0.001$  ausgegangen, da für diese Werte mit 65% der bisher höchste Korrelationseffekt auftrat.

Tabelle 6.8 stellt den Korrelationseffekt in Abhängigkeit von der Zinsdifferenz vor und nach dem makroökonomischen Schock dar. Als Ausgangszinsniveau wurden wieder 5% gewählt, um die Resultate mit den vorherigen vergleichen zu können.

Zinsanstieg	$p$ nach Schock	Korrelationseffekt
0.01%-Punkte	0.02% (AAA)	47%
0.1%-Punkte	0.02% (AAA)	47%
0.5%-Punkte	0.02% (AAA)	49%
1%-Punkte	0.03% (AA)	51%
5%-Punkte	0.11% (BBB)	65%
10%-Punkte	0.43% (BB)	77%
15%-Punkte	1.40% (B)	84%
20%-Punkte	3.69% (CCC)	88%
25%-Punkte	8.15% (CCC)	91%
30%-Punkte	15.5% (C)	92%
40%-Punkte	38.2% (D)	93%
50%-Punkte	64.4% (D)	93%

Tabelle 6.8: Korrelationseffekte und ansteigende Ausfallwahrscheinlichkeit bei unterschiedlichen Schockszenarios, unendlich vielen Firmen, alle Firmen AAA vor dem Schock. Quelle: Eigene Berechnungen.

Wie die Tabelle zeigt, wächst der Korrelationseffekt mit der Schwere des makroökonomischen Schocks. Während bereits eine marginale Zinsdifferenz von 0.01%-Punkten einen Korrelationseffekt von annähernd 50% verursacht, steigt der Korrelationseffekt zunächst mit wachsendem Schock sehr stark an. Ab etwa 15%-Punkten Zinsdifferenz nimmt der Anstieg merklich ab, um bei Zinsdifferenzen jenseits von 40%-Punkten ganz zu verschwinden. Das Niveau des Korrelationseffektes liegt dann bereits bei über 90%.

Die Ergebnisse in Tabelle 6.8 gehen von zum Teil unrealistischen Zinsszenarios aus. Im weiteren Verlauf wird die Analyse wieder auf den 5%igen Zinsschock beschränkt. Es muß jedoch – wie gesehen – ausdrücklich darauf hingewiesen werden, daß im Falle größerer Schocks höhere Werte für den Korrelationseffekt zu Tage treten.

## 6.4 Fazit

Der Korrelationseffekt ist also, von extrem hohen Aktivakorrelationen abgesehen, relevant. Er wächst mit sinkender Ausfallwahrscheinlichkeit, abnehmender Aktivakorrelation, wachsender Firmenzahl und der Schwere des Schocks.

Der Korrelationseffekt kann unter bestimmten Umständen mehr als 90% des in Folge eines makroökonomischen Schocks ansteigenden unerwarteten Verlustes erklären und darf daher bei der Bestimmung von Kreditportfoliorisiken nicht vernachlässigt werden.

Eine Endogenisierung der Rückzahlungsquote führt tendenziell zu etwas höheren Werten, die jedoch in der gleichen Größenordnung liegen. Daher werden die Hauptergebnisse durch die vereinfachende Annahme konstanter Rückzahlungsquoten nicht beeinträchtigt.

Auch die unterschiedlichen Verteilungsannahmen für die Aktivawerte liefern nur marginale Unterschiede in den Resultaten. Die in Kapitel 3.6 unter der Annahme normalverteilter Aktivawerte formal abgeleiteten Resultate bleiben gemäß den hier gemachten Beobachtungen auch in einer Umgebung lognormalverteilter Aktivawerte gültig. Bei der Durchführung der Simulationen unter der Lognormalverteilungsannahme wurde kein Fall beobachtet, bei dem die Ausfallkorrelationen den in Kapitel 3.6 abgeleiteten Eigenschaften widersprachen. Auf Grundlage dieser Beobachtungen können diese Eigenschaften auch unter der Annahme lognormalverteilter Aktiva zur Abschätzung der Ausfallkorrelationen verwendet werden.

Die unterschiedlichen Dimensionen und die jeweiligen Auswirkungen auf den Korrelationseffekt werden am Ende des 7. Kapitels noch einmal tabellarisch gegenübergestellt.

# 7 Inhomogene Portfolios

## 7.1 Vorbemerkungen

In diesem Kapitel wird analysiert ob und in welcher Art die Ergebnisse in Kapitel 6 durch die Annahme homogener Portfolios beeinflusst werden.

Dazu wird in den folgenden Abschnitten die Homogenität schrittweise aufgegeben. Kapitel 7.2 läßt unterschiedliche Ausfallwahrscheinlichkeiten zu. Die Firmen 1-50 haben eine Ausfallwahrscheinlichkeit von 2%, wohingegen die Firmen 51-100 eine Ausfallwahrscheinlichkeit von 5% haben. Kapitel 7.3 untersucht die Auswirkungen unterschiedlicher Aktivakorrelationen. Firmen mit ungerader Nummer haben untereinander eine (hohe) Korrelation von  $\rho = 0.8$ , während Firmen mit gerader Nummer untereinander eine (niedrige) Aktivakorrelation von  $\rho = 0.4$  aufweisen. Abschnitt 7.4 schließlich läßt in einer Kombination von beidem sowohl unterschiedliche Ausfallwahrscheinlichkeiten, als auch unterschiedliche Aktivakorrelationen zu. Die Simulationen werden für 100 Kreditnehmer, unter der Annahme lognormalverteilter Aktivawerte und mit einer exogenen Rückzahlungsquote von 50% durchgeführt. Alle bereits in Abschnitt 6.1 gemachten Vorbemerkungen, welche sich nicht explizit auf die Homogenität der Portfolios beziehen, bleiben auch in Kapitel 7 weiterhin gültig.

## 7.2 Unterschiedliche Ausfallwahrscheinlichkeiten

Tabelle 7.1 zeigt die Resultate für Portfolios mit unterschiedlichen Ausfallwahrscheinlichkeiten, aber übereinstimmender Aktivakorrelation.

Treffen identische Firmen paarweise aufeinander, so stimmen die Ausfallkorrelationen mit denen für homogene Portfolios überein. Die Ausfallkorrelationen für gemischte Firmenpaare liegen bei kleinen Aktivakorrelationen zwischen den Werten für

identische Paare, bei hohen Aktivkorrelationen sind sie stets kleiner. Dieses Simulationsergebnis hält einer rechnerischen Überprüfung mit Hilfe des SAS-Programmes in Anhang B in vollem Umfang stand. Daraus kann geschlossen werden, daß mit wachsenden Aktivkorrelationen die Inhomogenität bei den Ausfallwahrscheinlichkeiten eine Verringerung der Ausfallkorrelationen bei den gemischten Paaren bewirkt.

	$\rho = 0.4$	$\rho = 0.8$
Unerwarteter Verlust*	0.033	0.060
dto. nach Makroschock	0.059	0.099
dto. nach Anpassung	0.051	0.092
Korrelationseffekt ( $\kappa$ )	35%	18%
Ökonomisches Kapital*	0.130	0.247
dto. nach Makroschock	0.236	0.411
dto. nach Anpassung	0.196	0.381
Fehler bei vernachl. $\kappa$	38%	18%
Ausfallkorrelationen	0.120 <sup>(BC)</sup> 0.103 <sup>(B)</sup> 0.147 <sup>(C)</sup>	0.406 <sup>(BC)</sup> 0.412 <sup>(B)</sup> 0.470 <sup>(C)</sup>
dto. nach Makroschock	0.170 <sup>(BC)</sup> 0.153 <sup>(B)</sup> 0.196 <sup>(C)</sup>	0.466 <sup>(BC)</sup> 0.477 <sup>(B)</sup> 0.526 <sup>(C)</sup>
dto. nach Anpassung	0.120 <sup>(BC)</sup> 0.103 <sup>(B)</sup> 0.147 <sup>(C)</sup>	0.406 <sup>(BC)</sup> 0.412 <sup>(B)</sup> 0.470 <sup>(C)</sup>

Tabelle 7.1: 100 Firmen, 5% und 2% Ausfallwahrscheinlichkeit vor dem Schock, also B bzw. CCC-Rating, \*normiert mit Gesamtkreditvolumen, ökonomisches Kapital auf 98% Signifikanzniveau, <sup>(BC)</sup> B und CCC gemischt, <sup>(B)</sup> B untereinander, <sup>(C)</sup> CCC untereinander. Quelle: Eigene Berechnungen.

Auswirkungen auf den Korrelationseffekt und den unerwarteten Verlust können jedoch nicht beobachtet werden. Letzterer ergibt sich für beide Aktivkorrelationen aus dem gewichteten arithmetischen Mittel der Werte für 2% (B) und 5% (CCC) Ausfallwahrscheinlichkeit und 100 homogenen Firmen. Als Gewichtungsfaktoren dienen die wertmäßigen Anteile der jeweiligen Positionen am Portfolio.<sup>1</sup>

Erneut liegt der Fehler im bestimmten ökonomischen Kapital bei Vernachlässigung des Korrelationseffektes in der gleichen Größenordnung wie der Korrelationseffekt. Für  $\rho = 0.4$  liegt er 3 Prozentpunkte über dem Korrelationseffekt, für  $\rho = 0.8$  ergeben sich übereinstimmend 18%.

1 Die für diese Aussagen benötigten Werte für den unerwarteten Verlust für homogene Portfolios mit 5% Ausfallwahrscheinlichkeit sind in Tabelle 6.6 aufgeführt. Die Werte für 2% Ausfallwahrscheinlichkeit sind im Kapitel 6.3 nicht wiedergegeben, da sie dort keine zusätzlichen Erkenntnisse gebracht hätten. Sie betragen bei 100 Firmen für  $\rho = 0.4$ :  $UV^* = 0.023$ ,  $UV_S^* = 0.046$ ,  $UV_A^* = 0.039$  und für  $\rho = 0.8$ :  $UV^* = 0.045$ ,  $UV_S^* = 0.080$  und  $UV_A^* = 0.074$ . Index *S* kennzeichnet jeweils das Schock-, Index *A* das Anpassungsszenario.

Es zeigt sich, daß bei Inhomogenitäten in Form von unterschiedlichen Ausfallwahrscheinlichkeiten die unerwarteten Verluste aus dem gewichteten arithmetischen Mittelwert der unerwarteten Verluste homogener Portfolios bestimmt werden können. Damit liefern diesbezügliche Inhomogenitäten keine neuen Erkenntnisse.

### 7.3 Unterschiedliche Aktivakorrelationen

Läßt man unterschiedliche Aktivakorrelationen zu und hält die Ausfallwahrscheinlichkeiten konstant, so ergeben sich die in Tabelle 7.2 dargestellten Resultate.

Rating	B	CCC
Unerwarteter Verlust*	0.034	0.059
dto. nach Makroschock	0.063	0.096
dto. nach Anpassung	0.057	0.088
Korrelationseffekt ( $\kappa$ )	21%	22%
Ökonomisches Kapital* (98%)	0.140	0.245
dto. nach Makroschock	0.255	0.375
dto. nach Anpassung	0.230	0.335
Fehler bei vernachlässigtem $\kappa$	22%	31%
Ausfallkorrelationen	0.103 <sup>(4)</sup> 0.412 <sup>(8)</sup>	0.147 <sup>(4)</sup> 0.470 <sup>(8)</sup>
dto. nach Makroschock	0.153 <sup>(4)</sup> 0.477 <sup>(8)</sup>	0.196 <sup>(4)</sup> 0.526 <sup>(8)</sup>
dto. nach Anpassung	0.103 <sup>(4)</sup> 0.412 <sup>(8)</sup>	0.147 <sup>(4)</sup> 0.470 <sup>(8)</sup>

Tabelle 7.2: 100 Firmen, Aktivakorrelation  $\rho = 0.4$  und  $0.8$ , \*normiert mit Gesamtkreditvolumen, <sup>(4)</sup>Aktivakorrelation  $\rho = 0.4$ , <sup>(8)</sup>Aktivakorrelation  $\rho = 0.8$ . Quelle: Eigene Berechnungen.

Es ergibt sich ein zu den Erkenntnissen aus dem vorherigen Abschnitt vergleichbares Bild. Die Ausfallkorrelationen der jeweiligen Paare sind identisch mit denen für homogene Portfolios. Der unerwartete Verlust ergibt sich als arithmetisches Mittel der entsprechenden Werte bei homogenen Portfolios und für geringe Ausfallwahrscheinlichkeiten liegt der Fehler im ökonomischen Kapital bei Nichtberücksichtigung des Korrelationseffektes erneut nur wenig (1 Prozentpunkt) über dem Korrelationseffekt. Für höhere Ausfallwahrscheinlichkeiten ergibt sich eine etwas größere Abweichung.

Wie zuvor muß attestiert werden, daß die untersuchte Inhomogenität keine neuen Erkenntnisse generiert. Die Resultate aus diesem und dem vorherigen Abschnitt legen die Vermutung nahe, daß auch eine Kombination beider Inhomogenitäten, wie sie im nächsten Kapitel untersucht wird im Ergebnis nur der Bildung von Mittelwerten gleichkommt.

## 7.4 Ausfallwahrscheinlichkeiten und Korrelationen

Tabelle 7.3 bestätigt die geäußerte Vermutung. Alle Werte für den unerwarteten Verlust und das ökonomische Kapital entsprechen den gewichteten arithmetischen Mittelwerten der jeweiligen Ergebnisse aus den Tabellen 7.1 und 7.2.

Die aufgeführten Ausfallkorrelationen sind für Firmenpaare mit identischer Ausfallwahrscheinlichkeit aus der Analyse homogener Portfolios und für die gemischten Paare aus den Ausführungen in Abschnitt 7.2 bekannt.

Unerwarteter Verlust*	0.047
dto. nach Makroschock	0.079
dto. nach Anpassung	0.072
Korrelationseffekt	22%
Ökonomisches Kapital* (98%)	0.192
dto. nach Makroschock	0.319
dto. nach Anpassung	0.286
Fehler bei vernachlässigtem $\kappa$	26%
Ausfallkorrelationen	0.120 <sup>(BC4)</sup> 0.103 <sup>(B4)</sup> 0.147 <sup>(C4)</sup> 0.406 <sup>(BC8)</sup> 0.412 <sup>(B8)</sup> 0.470 <sup>(C8)</sup>
dto. nach Makroschock	0.170 <sup>(BC4)</sup> 0.153 <sup>(B4)</sup> 0.196 <sup>(C4)</sup> 0.466 <sup>(BC8)</sup> 0.477 <sup>(B8)</sup> 0.526 <sup>(C8)</sup>
dto. nach Anpassung	0.120 <sup>(BC4)</sup> 0.103 <sup>(B4)</sup> 0.147 <sup>(C4)</sup> 0.406 <sup>(BC8)</sup> 0.412 <sup>(B8)</sup> 0.470 <sup>(C8)</sup>

Tabelle 7.3: 100 Firmen, Aktivkorrelation  $\rho = 0.4$  und  $0.8$ , 2% und 5% Ausfallwahrscheinlichkeit vor dem Schock, also B bzw. CCC-Rating, \*normiert mit Gesamtkreditvolumen, <sup>(BC)</sup> B und CCC gemischt, <sup>(B)</sup> B untereinander, <sup>(C)</sup> CCC untereinander, <sup>(4)</sup>Aktivkorrelation  $\rho = 0.4$ , <sup>(8)</sup>Aktivkorrelation  $\rho = 0.8$ . Quelle: Eigene Berechnungen.

## 7.5 Fazit

Die explizite Betrachtung inhomogener Portfolios könnte daher unterbleiben, falls für alle im Portfolio enthaltenen Positionen die Analysen für homogene Portfolios vorliegen. Durch die Bildung gewichteter arithmetischer Mittelwerte könnten dann die betrachteten Risikomaße für inhomogene Portfolios aus den Ergebnissen für homogene Portfolios berechnet werden.

Die direkte Simulation inhomogener Portfolios bietet gegenüber der Berechnung aus bekannten Werten für homogene Portfolios den Vorteil, daß *nicht* im Vorfeld die Re-

sultate für alle möglichen homogenen Konstellationen vorliegen müssen. Mit Hilfe der Simulation können beliebige inhomogene Portfolios analysiert und die gewünschten Risikokennzahlen ohne Umwege generiert werden.

Für die Suche nach den Extremwerten des Korrelationseffektes kann die Untersuchung inhomogener Portfolios entfallen. Denn durch die ausgleichende Wirkung der Mittelwertbildung erreichen die beobachteten Effekte bei inhomogenen Portfolios nicht die extremen Werte homogener Portfolios.

Zum Abschluß der Analysen werden die untersuchten Dimensionen und ihre Auswirkungen auf den Korrelationseffekt noch einmal in tabellarischer Form zusammengefaßt.

Dimension	Änderung	Auswirkung
Verteilung der Aktivawerte	normal/lognormal	gering
Rückzahlungsquote	endogen/exogen	gering
Portfoliozusammensetzung	inhomogen	$\kappa$ geht zurück <sup>#</sup>
Schockausmaß	steigt	$\kappa$ wächst monoton <sup>+</sup>
Anzahl der Firmen	steigt	$\kappa$ wächst monoton
Ausfallwahrscheinlichkeit	fällt	$\kappa$ wächst monoton
Aktivakorrelation	fällt	$\kappa$ wächst monoton <sup>*</sup>

Tabelle 7.4: Dimensionen des Korrelationseffektes  $\kappa$ . <sup>#</sup>Die Ergebnisse für inhomogene Portfolios ergeben sich aus denen homogener Teilportfolios. <sup>+</sup>Mit begrenzter Bandbreite. <sup>\*</sup>Bei unendlich vielen Firmen. Für endlich viele Firmen ergibt sich ein inneres Maximum, welches mit steigender Firmenzahl in Richtung niedrigerer Aktivakorrelationen wandert.

# 8 Schlußbetrachtung

## 8.1 Zusammenfassung

Für die Steuerung und Bewertung von Kreditportfolios ist die Berücksichtigung von Portfolioeffekten unverzichtbar. Ziel dieser Arbeit war daher die Untersuchung der Bedeutung von Korrelationen für Kreditrisiken. Ausgehend vom Einzelkredit, gefolgt von einer grundsätzlichen Betrachtung von Kreditportfolios sollte zunächst geklärt werden, wie derzeit verfügbare Kreditportfoliomodelle arbeiten und wie konkret Korrelationen berücksichtigt werden. Darüber hinaus war die Frage zu beantworten, wie sich im Rahmen eines Optionspreismodells Aktivakorrelationen und Ausfallwahrscheinlichkeiten auf Kreditausfallkorrelationen auswirken und wie makroökonomische Schocks die Eigenschaften von Kreditportfolios verändern. Weiter war zu untersuchen, wie die simultan auftretenden Effekte steigender Ausfallwahrscheinlichkeiten und wachsender Ausfallkorrelationen separiert werden können. Der Korrelationseffekt sollte quantifiziert und seine Abhängigkeit von der Struktur des Kreditportfolios untersucht werden. In der Folge werden die Hauptergebnisse der Arbeit zusammengefaßt.

Beim Kreditportfoliomanagement steht die Identifikation der Risiken aller Einzelpositionen an erster Stelle. Zur Quantifizierung von Einzelkreditrisiken müssen die Ausfallwahrscheinlichkeiten bestimmt werden. Hierzu existieren verschiedene Verfahren. Auf Grund ihrer Bedeutung im weiteren Verlauf der Arbeit, werden der Optionspreisansatz und die Ratingsysteme genauer dargestellt. Während die Ratingsysteme aus einer Mischung subjektiv und objektiv bestimmter Kennzahlen ein Rating ermitteln und den Ratingklassen ex post auf empirischer Basis Ausfallwahrscheinlichkeiten zugewiesen werden, ergeben sich die Ausfallwahrscheinlichkeiten aus dem Optionspreisansatz direkt. Beim Optionspreisansatz werden Kredite als europäische Calloptionen modelliert. Diese werden vom Kreditgeber ausgeübt, wenn der

Firmenwert am Ende der Periode den ausstehenden Kreditbetrag unterschreitet. Er übernimmt die Firma und liquidiert sie. Trotz zum Teil problematischer Annahmen zeigt sich in der Praxis bei der Verwendung des Optionspreisansatzes eine gute Frühindikation von Kreditausfällen. Die Verwendung von Marktdaten ermöglicht eine schnelle und flexible Anpassung an neue Informationen. Das zeichnet den Optionspreisansatz gegenüber den Ratingsystemen aus und bedingt seine überlegene Prognosefähigkeit.

Im nächsten Schritt wurde untersucht, wie Banken mit Kreditrisiken umgehen. Dazu wurde die Ausfallprämie zur Abdeckung erwarteter Verluste bestimmt. Unter der Annahme risikoneutraler Banken ist keine zusätzliche Risikoprämie erforderlich. Da Banken aber als risikoavers eingestuft werden müssen, erfolgte im weiteren Verlauf eine Diskussion über die Möglichkeiten der Absicherung unerwarteter Verluste durch Zusatzprämien. Es wurde festgestellt, daß die Marktmacht der Kreditnehmer unter Umständen dazu führen kann, daß die Bank nicht in der Lage ist, die gewünschte Zusatzprämie in vollem Umfang zu realisieren. Daher werden erwartete Verluste durch Ausfallprämien abgedeckt und darüber hinaus ein von der Wettbewerbssituation abhängiger Aufschlag gefordert.

Zur Absicherung des Insolvenzrisikos der Bank durch eine Häufung unerwarteter Verluste ist eine Eigenkapitalunterlegung der risikobehafteten Kreditgeschäfte erforderlich. Im weiteren Verlauf wurde gezeigt, daß dies in der Praxis durch eine Kapitalunterlegung in Höhe von 8% der gewichteten Risikoaktiva erfolgt. Danach wurden Vorschläge für zukünftige Regelungen in diesem Rahmen vorgestellt. Dabei wurde insbesondere auf die Entwürfe der Europäischen Kommission und des Basler Ausschusses für Bankenaufsicht eingegangen, die eine Abhängigkeit der Gewichtungsfaktoren von externen Ratings favorisieren und für Schuldner mit schlechter Bonität Gewichte von bis zu 150% vorsehen.

Unberücksichtigt bleiben heute und in naher Zukunft die Portfolioeffekte. Während erwartete Verluste eines Kreditportfolios nicht von Korrelationen im Portefeuille abhängen, sind diese für die Bestimmung des unerwarteten Verlustes und des ökonomischen Kapitals und damit für die tatsächlich benötigte Eigenkapitalunterlegung erforderlich. Da die Bankenaufsicht bislang keines der entwickelten Kreditportfoliomodelle zulassen kann, bleibt es bis auf Weiteres bei der traditionellen Vorgehensweise, welche Kreditportfolios nach ihren Einzelkomponenten beurteilt und die daraus gewonnenen Werte unter Vernachlässigung vorhandener Diversifikationspotentiale addiert.

Ursache für die vorhandenen Diversifikationspotentiale sind positive, aber nicht perfekte Ausfallkorrelationen. Als Hauptursachen für die nach Aussage von KMV im Bereich zwischen 0.02 und 0.15 liegenden Ausfallkorrelationen konnten gesamtwirtschaftliche Risiken ausgemacht werden. Aus diesem Grund zählt die Untersuchung der Auswirkungen makroökonomischer Schocks auf das Risiko von Kreditportfolios zu einem der Hauptanliegen im weiteren Verlauf der Arbeit.

Im darauf folgenden Abschnitt wurden die Ausfallkorrelationen im Rahmen des Optionspreismodells genauer untersucht. Es wurde eine Beziehung zwischen der Ausfallkorrelation, den Ausfallwahrscheinlichkeiten und der Aktivakorrelation hergeleitet. Auf Basis dieser Beziehung wurden einige wichtige Eigenschaften der Ausfallkorrelationen, darunter eine allein von den Aktivakorrelationen abhängige obere Schranke und einige Näherungsgleichungen für die Ausfallkorrelationen hergeleitet. Mit der angesprochenen Formel für die Ausfallkorrelationen können diese bei Kenntnis aller benötigter Parameter berechnet werden. Die Approximationen erlauben darüber hinaus eine Abschätzung der Ausfallkorrelationen, falls eine exakte Berechnung auf Grund der Datenlage nicht möglich ist.

Als zentrale Erkenntnis ergibt sich, daß nicht nur die Aktivakorrelationen, sondern auch die Ausfallwahrscheinlichkeiten für die Höhe der Ausfallkorrelationen verantwortlich sind. Sollten diese, etwa in Folge eines makroökonomischen Schocks, ansteigen, so erhöht dies trotz konstant gehaltener Aktivakorrelationen auch die Ausfallkorrelationen. Der unerwartete Verlust steigt also aus zwei Gründen: den gewachsenen Ausfallwahrscheinlichkeiten und den dadurch ausgelösten, höheren Ausfallkorrelationen.

Um den Einfluß der Ausfallkorrelationen besser zu verstehen, wird ein Verfahren entwickelt, um die beiden Effekte zu trennen und damit den durch die erhöhten Ausfallkorrelationen ausgelösten Anteil zu isolieren. Dazu werden nach dem Schockszenario die Aktivakorrelationen so weit reduziert, bis die durch den Schock gestiegenen Ausfallkorrelationen wieder zu ihren Ausgangswerten vor dem Schock zurückkehren. Durch diese Anpassung wird der erwartete Verlust des Portfolios nicht beeinträchtigt. Der in Folge der Anpassungsprozedur beobachtete relative Rückgang im unerwarteten Verlust mißt den alleinigen Anteil der nach dem Schock gestiegenen Ausfallkorrelationen und wird daher in der Folge „Korrelationseffekt“ genannt. Der Korrelationseffekt wurde im Rahmen der Simulationen des 6. und 7. Kapitels genauer untersucht.

Um eine Vorstellung von der Größenordnung der Ausfallkorrelationen zu bekommen, schließt sich zunächst die Beschreibung einer empirischen Studie von LUCAS (1995) an, welche Ausfallkorrelationen auf Ratingklassenbasis ermittelt und zu dem Schluß kommt, daß die paarweisen Ausfallkorrelationen von Ratingklassen zwischen 0 und 0.39 liegen<sup>1</sup> und das Maximum etwa bei einem Zeithorizont von sechs bis sieben Jahren erreicht wird.

Nachdem grundsätzlich geklärt wurde, wie sich Korrelationen auf Kreditportfolios auswirken, werden im Anschluß weit verbreitete Kreditrisikomodelle analysiert und auf die Berücksichtigung von Korrelationen hin untersucht. Übereinstimmender Tenor der Entwickler ist es, daß eine direkte Schätzung der Ausfallkorrelationen auf Grund unzureichender Daten und wegen der zu hohen Zahl der zu bestimmenden Variablen ausscheidet. Daher werden Faktormodelle entwickelt, welche die Korrelationen auf ihre Ursachen zurückzuführen versuchen.

KMV und J.P.Morgan verwenden für ihre auf einem Optionspreisansatz aufbauenden Modelle ein ähnliches Verfahren, das im Wesentlichen darauf beruht, systematische von idiosynkratischen Risiken zu trennen und die systematischen Risiken auf das weltwirtschaftliche, das regionale und das sektorspezifische Risiko zurückzuführen. Prinzipiell erlaubt Credit Metrics beliebige Verfahren zu Bestimmung der Ausfallkorrelationen. Neben dem Faktormodell können, wegen des ratingbasierten Ansatzes von Credit Metrics, auch empirisch bestimmte Ausfallkorrelationen zwischen Ratingklassen Anwendung finden. Die Verwendung von Korrelationen zwischen Zinsspreads ist ebenfalls denkbar.

Credit Suisse Financial Products verwenden für das ausfallratenbasierte Credit Risk<sup>+</sup> ein Faktormodell, das die Unternehmen über Gewichte einzelnen Sektoren zuordnet. Innerhalb der Sektoren liegt eine perfekte positive Korrelation vor, während die Sektoren untereinander unkorreliert sind. Damit lassen sich über Sektorgewichte systematische und idiosynkratische Risiken erfassen und damit beliebige Korrelationsbeziehungen generieren. Idiosynkratische Risiken können realisiert werden, indem Sektoren geschaffen werden, denen nur ein einziges Unternehmen angehört.

Um Korrelationen zu berücksichtigen, modellieren McKinsey & Co. in ihrem Modell Credit Portfolio View die Abhängigkeit der Kreditausfälle von der Entwicklung makroökonomischer Hintergrundfaktoren. Im Gegensatz zu den anderen Modellen baut die Vorgehensweise auf einer Simulation möglicher Pfade dieser makroökonomi-

---

1 Dieser Wert wird für das Ratingklassenpaar B/B erreicht.

schen Hintergrundfaktoren auf. Auf Basis zahlreicher Simulationen erhält man unterschiedliche Pfade für die zukünftige wirtschaftliche Entwicklung und leitet daraus Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die Entwicklung der zu analysierenden Kreditportfolios ab.

Eine Zusammenfassung und der Versuch, die Resultate der beiden bedeutendsten Modelle Credit Metrics und Credit Risk<sup>+</sup> vergleichbar zu machen, runden die Darstellung der Modelle ab. Hier zeigt sich die Hauptschwierigkeit in der empirischen Kalibrierung der Modelle. Eine solche Kalibrierung ist zwar prinzipiell möglich, die sich ergebenden Implikationen widersprechen allerdings teilweise empirischen Beobachtungen und lassen daher Zweifel am Wert dieser Kalibrierungsversuche aufkommen.

Im Anschluß an die Darstellung der Kreditportfoliomodelle erfolgt eine ausführliche Kritik. Alle Modelle weisen Schwachpunkte auf, deren Überwindung angestrebt werden sollte. Eines der Hauptprobleme sind die bei Verwendung unterschiedlicher Modelle stark voneinander abweichenden Ergebnisse. Hier muß zukünftig verstärkt nach Lösungen gesucht werden. Das zur Zeit implementierte Standardverfahren kann erst dann durch Portfoliomodelle ersetzt werden, wenn die Modelle vergleichbare Resultate erzeugen, deren verbleibende Unterschiede sowohl vom Ausmaß, als auch von der Ursache her transparent sind. Eine Empfehlung für die Bevorzugung eines Modells gegenüber anderen kann aus derzeitiger Sicht nach objektiven Maßstäben nicht gegeben werden. Dazu müssen die Modelle u.a. im Backtesting ihre Prognosegüte unter Beweis stellen.

Um Kreditportfolios unter verschiedenen Szenarien auf Firmenebene untersuchen zu können wurde ein Simulationstool entwickelt. Dieses erlaubt die Simulation der Verlustverteilung, die Ermittlung des ökonomischen Kapitals und die Bestimmung von erwarteten und unerwarteten Verlusten für die Portfolios. Darüber hinaus berechnet das Programm neben weiteren Parametern die Ausfallkorrelationen für die im Portfolio enthaltenen Kredite.

Mit Unterstützung durch ein SAS-Programm wurden mit dem Simulationstool homogene und inhomogene Portfolios untersucht. Im Zentrum standen dabei der unerwartete Verlust, die Ausfallkorrelationen und der Korrelationseffekt. Insbesondere wurde die Frage nach deren Abhängigkeit von den Aktivakorrelationen, der Firmenanzahl, den Ausfallwahrscheinlichkeiten, der Rückzahlungsquote und dem Auftreten und der Schwere eines makroökonomischen Schocks geklärt.

Das Resultat für inhomogene Portfolios erleichtert die Analyse und sei daher an dieser Stelle zuerst genannt: Bei inhomogenen Kreditportfolios ergeben sich die mit den (wertmäßigen) Anteilen der einzelnen Positionen gewichteten, arithmetischen Mittelwerte der Resultate für homogene Portfolios. So konnte die Analyse weitgehend auf homogene Portfolios beschränkt werden.

Die Ergebnisse für homogene Portfolios zeigen, daß die Annahme normalverteilter oder lognormalverteilter Aktivawerte im Ergebnis keine gravierenden Unterschiede ergibt. Im weiteren Verlauf der Simulationen wurden, um konsistent mit der im Optionspreismodell unterstellten geometrischen Brown'schen Bewegung der Aktivawerte zu sein, lognormalverteilte Aktivawerte unterstellt.

Ein Schwerpunkt der Untersuchungen lag auf der Suche nach einem robusten Muster für den Korrelationseffekt. Dazu wurden neben den Auswirkungen der Verteilung der Aktivawerte fünf weitere Dimensionen untersucht: die Anzahl der Kredite im Portfolio, die Höhe der Aktivakorrelationen, die Ausfallwahrscheinlichkeit, die Schwere des makroökonomischen Schocks und die Modellierung der Rückzahlungsquoten.

Es wurde gezeigt, daß der Korrelationseffekt mit ansteigender Firmenzahl monoton wächst. Außer für sehr hohe Aktivakorrelationen hat er einen großen Anteil am Anstieg der unerwarteten Verluste. Der Korrelationseffekt nimmt mit abnehmender Ausfallwahrscheinlichkeit und abnehmenden Aktivakorrelationen zu.

Die Schwere des makroökonomischen Schocks beeinflusst ebenfalls das Ausmaß des Korrelationseffektes. Allerdings kann durch eine Variation des makroökonomischen Schocks, also z.B. einer Veränderung der unterstellten allgemeinen Zinsniveauerhöhung, der Korrelationseffekt nur in einer begrenzten, wenn auch großen Bandbreite variiert werden. Dies soll an Hand eines Extrembeispiels deutlich gemacht werden. Für eine Aktivakorrelation von 0.001, eine Ausfallwahrscheinlichkeit von 0.02% (AAA) und unendlich viele Firmen, liegt der Korrelationseffekt bei Variation des Schocks immer zwischen 47% und 93%. Bei einem realistischen Szenario einer Zinserhöhung von 5% auf 10% liegt der Korrelationseffekt c.p. bei zwei Dritteln.

Eine Endogenisierung der Rückzahlungsquote ergab geringfügig höhere Korrelationseffekte. Die Differenz lag allerdings im Bereich weniger Prozentpunkte und innerhalb der zulässigen Fehlertoleranz. Die Annahme exogener Rückzahlungsquoten hat folglich keinen wesentlichen Einfluß auf die Hauptergebnisse dieser Arbeit.

## 8.2 Implikationen

Das aufgezeigte Ausmaß, welches der Korrelationseffekt annehmen kann, zeigt die Relevanz für seine Berücksichtigung in der Gestaltung von Kreditportfoliomodellen. Dies wird um so deutlicher, wenn man sich vor Augen hält, daß diese Effekte unter der Annahme konstanter Aktivakorrelationen abgeleitet wurden. Die Korrelationseffekte, welche sich bei konstanter Aktivakorrelation durch die Gegenwart gesamtwirtschaftlicher Schocks ergeben, müssen vom Bankensektor in die Entwicklung von Kreditrisikomodellen integriert und von der Bankenaufsicht bei der Überprüfung solcher Modelle berücksichtigt werden. Modellen, welche diese Effekte ignorieren, ist die Zulassung zur Berechnung der erforderlichen Eigenkapitalunterlegung zu verweigern. Weder der aktuellen wissenschaftlichen Literatur, noch der Beschreibung der vorgestellten Modelle, ist ein Hinweis auf die Berücksichtigung solcher Effekte zu entnehmen. Daher muß unterstellt werden, daß diese Effekte bislang unberücksichtigt bleiben.

Es ist anzustreben, eine geschlossene analytische Lösung für den Korrelationseffekt herzuleiten. Diese ist zur Zeit nicht verfügbar und somit kann u.a. das Maximum des Korrelationseffektes weder über die unterschiedlichen Dimensionen lokalisiert, noch quantifiziert werden. Die Simulationsergebnisse liefern zwar ein robustes Muster für den Korrelationseffekt, dennoch sollte nach einer analytischen Lösung gesucht werden.

Da Diversifikationseffekte in Kreditportfolios vorhanden sind, stellt das Verharren bei der traditionellen, einzelkreditorientierten Vorgehensweise keine Alternative zur Neu- und Weiterentwicklung von Kreditportfoliomodellen dar. Vor allem die Verbesserung der Modelle, sowie die Analyse ihrer Ergebnisse im Hinblick auf die Abhängigkeit von den Modellannahmen und unter dem Aspekt der Vergleichbarkeit zwischen den unterschiedlichen Modellen sind für das Kreditrisikomanagement der Banken vordringliche Aufgaben der nächsten Zeit.

# A Quellcode des Simulationstools

```
// $Id: creco.cc,v 2.0 2000/07/14 10:36:18 lipponer Exp $

# include <cstdlib>
# include <cstdio>
# include <cassert>

# include <unistd.h>
# include <math.h>
# include <iostream.h>
# include <limits.h>
# include <fstream.h>

# include <vector>
# include <string>
# include <algorithm>

using namespace std;

string quelldateiname, zieldateiname;
const int offset = 4; // D.h. 4 Informationen
// zusätzlich zur
// VarCov-Matrix.
const int num_of_percentiles = 1000; // Analyse der Verlustverteilung
// bis in den Promillebereich
const int seed=7; // Samen für Zufallszahlengenerator
unsigned long replika = 100000; // Default Replikationszahl

// Vektor-Klasse mit Indexueberpruefung
template<class T>
class vektor : public vector<T> // erbt von std::vector<T>
{
public:

    vektor()
    {}

    vektor(size_type n, const T& value = T())
    : vector<T>(n, value)
    {}

    vektor(iterator i, iterator j)
    : vector<T>(i, j)

```

```

    {}

    reference operator[] (difference_type index)
    {
        assert(index >=0
            && index < static_cast<difference_type>(size()));
        return vector<T>::operator[] (index);
    }

    const_reference operator[] (difference_type index) const
    {
        assert(index >=0
            && index < static_cast<difference_type>(size()));
        return vector<T>::operator[] (index);
    }
};

// << Operator für die Klasse vektor.
template<class T>
inline ostream& operator<<(ostream& s, const vektor<T>& v )
{
    typedef vektor<T>::size_type size_type;

    for (size_type i = 0; i < v.size(); i++)
        s << v[i] << " ";
    s <<endl;
    return s;
}

// Matrix als Vektor von Vektoren
template<class T>
class matrix : public vektor<vektor<T> >
{
protected:
    size_type rows,
            columns;

public:
    matrix(size_type x = 0, size_type y = 0)
    : vektor<vektor<T> >(x,
        vektor<T>(y)), rows(x), columns(y)
    {}

    size_type zeilen() const {return rows; }

    size_type spalten() const {return columns; }

    void init(const T& value)
    {
        for (size_type i = 0; i < rows; i++)
            for (size_type j = 0; j < columns ; j++)
                operator[] (i)[j] = value; // i.e. (*this)[i][j]}
    }

    // Einheitsmatrix

```

```

    matrix<T>& I()
    {
        for (size_type i = 0; i < rows; i++)
            for (size_type j = 0; j < columns ; j++)
                operator[](i)[j] = (i==j) ? T(1) : T(0);
        return *this;
    }
}; // class matrix

// << Operator für Klasse matrix
template<class T>
inline ostream& operator<<(ostream& s, const matrix<T>& m )
{
    typedef matrix<T>::size_type size_type;

    for (size_type i = 0; i < m.zeilen(); i++)
    {
        for (size_type j = 0; j < m.spalten(); j++)
            s << m[i][j] <<" ";
        s << endl;
    }

    s <<endl;
    return s;
}

// Ausgabe der Programmversion und der Lizenzbedingungen
void version(void)
{
    string ver="$Revision: 2.0 $";
    string dat="$Date: 2000/07/14 10:36:18 $";
    ver.erase(0,1);
    ver.erase(ver.size()-2);
    dat.erase(0,7);
    dat.erase(dat.size()-10);

    cout << endl << endl << "This is CreCo\n" << ver
         << " vom " << dat << "\n\n(c) by ISLA 1999"
         << endl<< endl;
}

// Bestimmen der Firmenzahl
int firm_count(const string quelldateiname)
{
    ifstream quelle;
    quelle.open(quelldateiname.c_str());
    quelle.clear(0); quelle.seekg(0L);
    char c;
    int anzahl=0;
    quelle.seekg(0L);
    while (quelle.get(c))
        if (c=='\n') anzahl++;
    quelle.close();
    return anzahl;
}

```

```

// Einlesen der Daten in eine Matrix aus einer Textdatei
void file_input(const string quelldateiname,
               matrix<double> &daten,
               const int anzahl)
{
    ifstream quelle;
    cout << endl << anzahl
    << " Firmendaten werden nun aus Textdatei "
        << quelldateiname << " gelesen!" << endl;
    quelle.open(quelldateiname.c_str());
    quelle.clear(0); quelle.seekg(0L);
    int i=0;
    while(!quelle.eof())
    {
        for (int j=0; j<anzahl+offset; j++)
            quelle >> daten[i][j];
        i++;
    }
    quelle.close();
}

// Umwandlung der in einer einzigen Matrix
// enthaltenen Informationen in Vektoren.
void ascii_to_vect(const matrix<double> daten,
                  const int anzahl,
                  vektor<double> &nettoschulden,
                  vektor<double> &zins,
                  vektor<double> &bruttoschulden,
                  vektor<double> &exp_recovery,
                  vektor<double> &mittelwert,
                  matrix<double> &varcov)
{
    for (int a=0; a<anzahl; a++)
    {
        nettoschulden[a]=daten[a][0];
        zins[a]=daten[a][1];
        bruttoschulden[a]=nettoschulden[a]*(1+zins[a]);
        exp_recovery[a]=daten[a][2];
        mittelwert[a]=daten[a][3];
        for (int b=0; b<anzahl; b++)
            varcov[a][b]=daten[a][b+offset];
    }
}

// Prozedur zur Ausgabe der Ergebnisse in eine Datei.
void sol_out(const bool verbose,
             const bool fix_rr,
             const double discount,
             const int anzahl,
             const vektor <double> nettoschulden,
             const vektor <double> bruttoschulden,
             const vektor <double> zins,
             const vektor <double> exp_recovery,
             const vektor <double> mittelwert,
             const matrix <double> rho,

```

```

        const matrix <double> rho_def,
        const matrix <double> rho_def_max,
        const vektor<double> def_prob,
        const vektor<string> rating,
        const vektor <double> ausfaelle,
        const double exp_loss,
        const double streu_loss,
        const double max_loss,
        const vektor <double> loss_percentile)
{
    string outputdateiname;
    outputdateiname=zieldateiname+".out";
    ofstream ziel;

    ziel.open(outputdateiname.c_str());
    ziel.setf( ios::showpos | ios::right | ios::showpoint |
              ios::fixed, ios::floatfield | ios::adjustfield );
    ziel << anzahl << " Firmen ermittelt! Daten sind aus Datei "
          << quelldateiname
          << endl << endl;
    ziel.precision(2); ziel.width(5);
    ziel << "Replikationszahl:\n" << replika << endl;
    ziel.precision(3); ziel.width(5);
    ziel << "Nettoschulden:\n" << nettoschulden << endl;
    ziel << "Bruttoschulden:\n" << bruttoschulden << endl;
    ziel.precision(2); ziel.width(5);
    ziel << "Zinssatz:\n" << zins << endl;
    if (fix_rr)
        {ziel << "Recovery-Rate:\n" << exp_recovery << endl;}
    else
        {ziel << "Discount Faktor für Recovery:\n" << discount
          << " bis 1 " << endl;}
    ziel << "Erwartungswert\n" << mittelwert << endl;
    ziel << "Asset-Korrelationen:\n" << rho << endl;
    ziel.precision(7); ziel.width(10);
    ziel << "Default-Korrelationen:\n" << rho_def << endl;
    ziel.precision(2); ziel.width(5);
    ziel << "Theoretische Obergrenzen der Default-Korrelationen
          bei NV:\n"
          << rho_def_max << endl;
    if (verbose)
        for (int a=0; a<anzahl; a++)
            ziel << "Rating Firma " << a+1 << ": " << rating[a]
                  << endl
                  << "DefProb (analytisch): " << def_prob[a] << "%"
                  << endl
                  << "DefProb (simuliert) : "
                  << ausfaelle[a]/replika*100 << "%"
                  << endl << endl;
    ziel.precision(5);
    ziel
        << "Erwarteter Verlust des Portfolios: "
        << exp_loss << endl
        << "dto. normiert mit Credit Exposure: "
        << exp_loss/max_loss << endl
        << "StdDev der Verluste: "

```

```

    << sqrt(streu_loss) << endl
    << "dto. normiert mit Credit Exposure: "
    << sqrt(streu_loss)/max_loss << endl
    << "Varianz der Verluste: "
    << streu_loss << endl
    << "dto. normiert mit Credit Exposure: "
    << streu_loss/max_loss << endl
    << "Total Credit Exposure (max. loss): "
    << max_loss << endl;
ziel.precision(3);
if (verbose)
    ziel
    << "CreditRiskCapital:" << endl
    << "99.9% " << loss_percentile[999] << endl
    << "99.0% " << loss_percentile[990] << endl
    << "98.0% " << loss_percentile[980] << endl
    << "97.0% " << loss_percentile[970] << endl
    << "96.0% " << loss_percentile[960] << endl
    << "95.0% " << loss_percentile[950] << endl
    << "94.0% " << loss_percentile[940] << endl
    << "93.0% " << loss_percentile[930] << endl
    << "92.0% " << loss_percentile[920] << endl
    << "91.0% " << loss_percentile[910] << endl
    << "90.0% " << loss_percentile[900] << endl
    << endl
    << "Weitere Daten über die Verteilung:"<< endl
    << "Q3 " << loss_percentile[750] << endl
    << "Median " << loss_percentile[500] << endl
    << "Q1 " << loss_percentile[250] << endl
    << endl;
    ziel.close();
}

// 2 Überladene Prozeduren zur Ausgabe von Feldern in Dateien
void file_output(vektor <double> vek, string zieldateiname)
{
    ofstream ziel;
    ziel.open(zieldateiname.c_str());
    ziel << vek ;
    ziel.close();
}

void file_output(matrix <double> mat, string zieldateiname)
{
    ofstream ziel;
    ziel.open(zieldateiname.c_str());
    ziel << mat ;
    ziel.close();
}

// Berechnung der Normalverteilung nach HASTINGS
// Approximationsfehler < 7.5E-8
vektor<double> ausfallwahrscheinlichkeit
    (const vektor<double> a,
     const vektor<double> mu,
     const matrix<double> sigma)

```

```

{
vektor<double> dp(a.size(),0.);
for (int j=0; j<a.size(); j++)
{
double x=(a[j]-mu[j])/sqrt(sigma[j][j]);
double p=0.2316419;
static double b[]={ 0.0,
                    0.319381530,
                    -0.356563782,
                    1.781477937,
                    -1.821255978,
                    1.330274429 };
double t=1./(1.+p*fabs(x));
double z=exp(-x*x*0.5)/2.506628275;
double f=b[5];
for (int i=4; i>=0; i--)
f=f*t+b[i];
if (x<0)
dp[j]=f*z*100;
else
dp[j]=(1-f*z)*100;
}
return dp;
}

// Ratingklassen nach S&P
string standardandpoors(const double def_prob)
{
string standardpoor;
if (def_prob<=0.021) standardpoor="AAA";
else if (def_prob<=0.051) standardpoor="AA ";
else if (def_prob<=0.11 ) standardpoor="A  ";
else if (def_prob<=0.251) standardpoor="BBB";
else if (def_prob<=0.51 ) standardpoor="BB ";
else if (def_prob<=2.01 ) standardpoor="B  ";
else if (def_prob<=12.01) standardpoor="CCC";
else if (def_prob<=15.01) standardpoor="CC ";
else if (def_prob<=20.01) standardpoor="C  ";
else if (def_prob>20.01) standardpoor="N/A";
return standardpoor;
}

// Generiert gleichverteilte Zufallszahlen im Intervall [0,1]
// Verwendet Standard-Zufallsgenerator rand(), welcher Zahlen
// zwischen 0 und RAND_MAX erzeugt.
double uniform()
{
return (double(rand())/RAND_MAX);
}

// Generiert unabhängig standardnormalverteilte Zufallszahlen
// Methode: Transformationsvorschrift von BOX und MULLER
// 2 NV ZV aus 2 UNI ZV => Effektivität=1.
vektor<double> ind_std_normal(const int anzahl)
{
double u0;

```

```

double u1;
vektor<double> n(anzahl, 0.);
int i=0;
while (i<anzahl)
{
    u0=uniform();
    u1=uniform();
    n[i]=sqrt(-2*log(u0))*sin(2*M_PI*u1);
    i++;
    if (i<anzahl)
    {
n[i]=sqrt(-2*log(u0))*cos(2*M_PI*u1); // log==ln !!!
i++;
    }
}
return n;
}

// Cholesky-Zerlegung der Varianz-Covarianz-Matrix.
// Covarianzen muessen != 1 sein fuer die numerische Zerlegung!!!
matrix<double> cholesky(matrix<double> varcov)
{
    matrix<double> at(varcov.size(),varcov.size()); at.init(0.);
    double sum_ik_jk;
    double sq_sum_ik;
    int i;
    for (i=0; i<varcov.size(); i++)
    {
        at[i][0]=varcov[i][0]/sqrt(varcov[0][0]);
        for (int j=1; j<i; j++)
        {
sum_ik_jk=0.;
for (int k=0; k<j; k++)
    sum_ik_jk+=at[i][k]*at[j][k];
at[i][j]=(varcov[i][j]-sum_ik_jk)/at[j][j];
        }
        sq_sum_ik=0.;
        for (int k=0; k<i; k++)
sq_sum_ik+=at[i][k]*at[i][k];

        at[i][i]=sqrt(varcov[i][i]-sq_sum_ik);
    }
    return at;
}

// Generiert einen Vektor von abhängig normalverteilten
// Zufallszahlen.
// Ruft dazu ind_std_normal auf und führt eine lin. Transformation
// mit dem so erhaltenen Vektor unabh.std.-norm.-vert. ZV aus.
// Die Koeffizienten für die Transformation erhält man aus der
// Cholesky-Zerlegung der Varianz-Covarianz-Matrix.
vektor<double> dep_normal(const vektor<double> mittelwert,
                        const matrix<double> cholesky)
{
    int anzahl=cholesky.size();

```

```

    vektor<double> n_ind(anzahl, 0.);
    vektor<double> n_dep(anzahl, 0.);
    n_ind=ind_std_normal(anzahl);
    int i; int j;
    for (i=0; i<anzahl; i++)
    {
        n_dep[i]=mittelwert[i];
        for (j=0; j<anzahl; j++)
    n_dep[i]+=cholesky[i][j]*n_ind[j];
    }
    return n_dep;
}

// Für jede Parametrisierung von logNV ex. NV mit eindeutiger
// Parametrisierung, s.d. exp(NV)=logNV. Die NV werden gemäß
// Prozedur dep_normal erzeugt.
// Die Parametrisierung von NV ergibt sich gemäß untenstehender
// Umrechnungen.
// Das Ergebnis der Ziehung dep_normal muß dann noch
// exp() genommen werden.
void log2normal_parameterumrechnung(
    const bool logn,
    const vektor<double> bruttoschulden,
    const vektor<double> mittelwert,
    const matrix<double> varcov,
    vektor<double> &mod_bs,
    vektor<double> &mod_mw,
    matrix<double> &mod_vc)
{
    int i; int j;
    if (logn)
    {
        for (i=0; i<varcov.size(); i++)
        {
            mod_bs[i]=log(bruttoschulden[i]);
            mod_mw[i]=log((mittelwert[i]*mittelwert[i])/
                (sqrt(mittelwert[i]*mittelwert[i]
                    +varcov[i][i]))));
            mod_vc[i][i]=2*log((sqrt(mittelwert[i]*mittelwert[i]
                +varcov[i][i]))/mittelwert[i]);
        }
        for (i=0; i<varcov.size(); i++)
            for (j=i+1; j<varcov.size(); j++)
                mod_vc[i][j]=log(1+(varcov[i][j]/
                    (mittelwert[i]*mittelwert[j]))));
        for (i=0; i<varcov.size(); i++)
            for (j=0; j<i; j++)
                mod_vc[i][j]=mod_vc[j][i];
    }
    else
    {
        mod_bs=bruttoschulden;
        mod_mw=mittelwert;
        mod_vc=varcov;
    }
}

```

```

}

// Prozedur zur Berechnung der Recovery-Rate
// Kein Kreditausfall: Recovery=100%
// I: Kreditausfall: Recovery=Gemessen am jeweils
// aktuellen Firmenwert
// II: Kreditausfall: Recovery=Vorgegeben
vektor<double> recovery_rate(const bool logn,
                            const bool fix_rr,
                            const double discount,
                            const int anzahl,
                            const vektor <double> bruttoschulden,
                            const vektor <double> exp_recovery,
                            const vektor <double> mittelwert,
                            const matrix <double> at,
                            vektor<double> &ausfaelle)
{
    vektor<double> rr(anzahl, 0.);
    vektor<double> n(anzahl, 0.);
    n=dep_normal(mittelwert,at);
    if (logn) for (int i=0; i<n.size(); i++) n[i]=exp(n[i]);

    for (int i=0; i<rr.size(); i++)
    {
        if (n[i]<bruttoschulden[i] && bruttoschulden[i]!=0)
        {
            ausfaelle[i]++;
            if (n[i]<0) // nötig für NV, da negative Werte
                    // nicht auszuschließen
            {
                if (fix_rr) rr[i]=exp_recovery[i]; // exogene RR
                else rr[i]=0; // endogene RR
            }
            else
            {
                if (fix_rr) rr[i]=exp_recovery[i]; // exogene RR
                else rr[i]=n[i]/bruttoschulden[i]
                    *(uniform()*(1-discount)+discount); // endogene RR
            }
        }
        else
            rr[i]=1.;
    }
    return rr;
}

// Prozedur zur Berechnung des Korrelationskoeffizienten nach PEARSON.
// Zusätzlich wird hier schon der erwartete Verlust des Portfolios berechnet.
// Verlustgeschichte wird gespeichert und zurückgegeben
// (-> weitere Auswertungen)
void pearson2(const bool logn,
              const bool fix_rr,
              const double discount,
              const int anzahl,
              const vektor <double> bruttoschulden,
              const vektor <double> exp_recovery,

```

```

        const vektor <double> mod_mittelwert,
        const matrix <double> at,
        matrix <double> &rho_def,
        vektor<double> &ausfaelle,
        double &exp_loss,
        double &streu_loss,
        const double max_loss,
        vektor<double> &history)
{
    int i; int j; unsigned long k;
    vektor<double> r(anzahl, 0.);
    matrix<double> rr(replika, anzahl); rr.init(0.);
    vektor<double> m(anzahl, 0.);
    matrix<double> vc(anzahl, anzahl); vc.init(0.);

    for (k=0UL; k<history.size(); k++)
    {
        if (k<0) cout << "Replika underflow ERROR !";
        r = recovery_rate(logn, fix_rr, discount,
            anzahl, bruttoschulden,
            exp_recovery, mod_mittelwert,
            at, ausfaelle);
        for (i=0; i<anzahl; i++)
        {
            rr[k][i]=r[i];
            history[k] += (1-r[i]) * bruttoschulden[i];
        }
        for (i=0; i<anzahl; i++)
        {
            for (k=0UL; k<history.size(); k++)
            {
                m[i]+=rr[k][i];
            }
            m[i]/=history.size();
        }
        for (i=0; i<anzahl; i++)
            for (j=0; j<anzahl; j++)
            {
                for (k=0UL; k<history.size(); k++)
                {
                    vc[i][j]+=(rr[k][i]-m[i])*(rr[k][j]-m[j]);
                }
                vc[i][j]/=history.size();
            }

        for (i=0; i <anzahl; i++)
            for (j=0; j<anzahl; j++)
                rho_def[i][j]=vc[i][j]/sqrt(vc[i][i]*vc[j][j]);

        // Berechnung Erwartungswert und Varianz der Verlustfunktion

        for (int a=0; a<history.size(); a++)
        {
            exp_loss+=history[a];
        }
    }
}

```

```

    exp_loss/=history.size();

    for (int a=0; a<history.size(); a++)
    {
        streu_loss+=(history[a]-exp_loss)*(history[a]-exp_loss);
    }
    streu_loss/=history.size();

    // Zum Abschluß noch die history sortieren
    sort(history.begin(),history.end());
}

// Funktion zur Berechnung der Percentile einer Verteilung
// num_of_percentiles ist globale Konstante!
vektor<double> percentile (const vektor<double> history)
{
    cout << "Verlustverteilungsparameter werden berechnet."
         << endl ;
    vektor<double> pct(num_of_percentiles,0.);
    int percentil;
    unsigned long index;

    for (percentil=0; percentil<pct.size(); percentil++)
    {
        index=(percentil*replika/num_of_percentiles);
        pct[percentil] = history[index];
    } //percentil
    return pct;
}

// Prozedur zur Vorbereitung eines Histogrammes
// Die Daten werden in eine Datei ausgegeben!
// -> Weiterbearbeitung mit gnuplot
void histogram (const vektor<double> history)
{
    cout << "Histogrammdata werden vorbereitet." << endl;
    double u=0; double o=0; int v;
    double step=0.5; // 1/2-Million als Schrittweite
    // Berechnung der Intervallzahl aus der Schrittweite:
    unsigned long num=long(*(history.end()-1)/step)+1;
    matrix <double> histogram_data(num,3);
    histogram_data.init(0.);

    for (v=0; v<histogram_data.size(); v++)
    {
        u=o; o+=step;
        histogram_data[v][0]=(u+o)/2;
        for (int z=0; z<history.size(); z++)
            if (history[z]>=u && history[z]<o)
                histogram_data[v][1]++;
        histogram_data[v][1]/=replika;
        histogram_data[v][2]=histogram_data[v][1];
        if (v>0) histogram_data[v][2]+=histogram_data[v-1][2];
    } //v

    file_output(histogram_data, zieldateiname+".hgd");
}

```

```

    //file_output(history, quelldateiname+".hgd.out");
}

// Zentrale Schaltstelle für die Berechnung
// der Verlustverteilung.
void loss_distribution( const bool logn, const bool fix_rr,
                      const bool histo,
                      const double discount,
                      const int anzahl,
                      const vektor <double> bruttoschulden,
                      const vektor <double> mod_bruuttoschulden,
                      const vektor <double> exp_recovery,
                      const vektor <double> mittelwert,
                      const vektor <double> mod_mittelwert,
                      const matrix <double> varcov,
                      const matrix <double> mod_varcov,
                      matrix <double> &rho,
                      matrix <double> &rho_def,
                      matrix <double> &rho_def_max,
                      vektor <double> &def_prob,
                      vektor <string> &rating,
                      vektor <double> &ausfaelle,
                      double &exp_loss,
                      double &streu_loss,
                      double &max_loss,
                      vektor <double> &loss_percentile,
                      vektor <double> &history)

{
    int i; int j;
    matrix<double> at(anzahl);

    cout << endl << "Berechnung läuft mit "
         << anzahl << " Firmen und "
         << replika << " Replikationen.\n\n"
         << "Bitte einen Moment Geduld." << endl;

    // Bestimmung der (theoretischen) Ausfallwahrscheinlichkeiten
    def_prob=ausfallwahrscheinlichkeit(mod_bruuttoschulden,
                                       mod_mittelwert,mod_varcov);

    // Berechnung von max_loss und rho_def_max
    // und Bestimmung der Ratings
    for (i=0; i<anzahl; i++)
    {
        rating[i]=standardandpoors(def_prob[i]);
        max_loss+=bruttoschulden[i];
        for (j=i+1; j<anzahl; j++)
        {
            rho[i][j]=varcov[i][j]/sqrt(varcov[i][i]*varcov[j][j]);
            rho[j][i]=rho[i][j];
            rho_def_max[i][j]=2/M_PI*asin(rho[i][j]);
            rho_def_max[j][i]=rho_def_max[i][j];
        }
    }
}

```

```
// Cholesky-Zerlegung der VarCov-Matrix
at=cholesky(mod_varcov);

// Simulationsaufruf: Berechnung von rho_def, exp_loss,
// Bestimmung der sim. Zahl der Ausfälle,
// Generierung der Verlustgeschichte
pearson2(logn, fix_rr, discount, anzahl,
         bruttoschulden, exp_recovery, mod_mittelwert, at,
         rho_def, ausfaelle, exp_loss, streu_loss,
         max_loss, history);

// Bestimmung der Percentile der Verlustverteilung und
// ggf. Generierung der Histogrammdatei.
loss_percentile=percentile(history);

if (histo) histogram(history);
}

int main (int argc, char **argv)
{
    // Auswertung der Kommandozeilenparameter
    bool verbose = false;
    bool logn = false;
    bool fix_rr= true;
    bool histo = false;
    double discount=0.5;

    int index;
    int c;

    opterr = 0;

    while ((c = getopt (argc, argv, "avfnlhpr:d:")) != -1)
        switch (c)
        {
            case 'a':
                verbose = true;
                break;

            case 'v':
                fix_rr = false;
                break;

            case 'f':
                fix_rr = true;
                break;

            case 'l':
                logn = true;
                break;

            case 'n':
                logn = false;
                break;

            case 'p':
```

```

    histo=true;
    break;

case 'h':
    cout << "creco -- Programm zur Simulation"
        << " von Kreditausfällen."
        << endl
        << "Benutzung: creco -avflnp -d faktor -r"
        << " replikationszahl dateiname "
        << endl
        << "          -a Ausführlichere Ausgabe."
        << endl
        << "          -v Variable Recovery-Rate."
        << endl
        << "          -f Fixe Recovery-Rate."
        << endl
        << "          -l Lognormalverteilungsannahme"
        << " für die Aktiva."
        << endl
        << "          -n Normalverteilungsannahme"
        << " für die Aktiva."
        << endl
        << "          -d Discount Faktor für"
        << " variable RR. Default=50%"
        << endl
        << "          -p Generiert notwendige Daten für "
        << "Histogramme mit gnuplot."
        << endl
        << "Letze Option gilt jeweils."
        << " Ohne Argumente gilt -fn."
        << endl;
    exit(0);

case 'r':
    replika=atol(optarg);
    break;

case 'd':
    discount=atof(optarg);
    break;

case '?:
    if (isprint (optopt))
    cerr << "Unbekannte Option " << char(optopt) << endl
        << "Sie erhalten einen kurzen Hilfetext"
        << " mit der Option -h"
        << endl;
    else
        cerr << "Unbekanntes Zeichen für Option " << endl;
    return 1;
default:
    abort ();
}
for (int index=optind; index<argc; index++)
    quelldateiname=argv[index];

```

```
ifstream source;
source.open(quelldateiname.c_str());
if (!source)
{
    cerr << endl << "Die Datei " << quelldateiname
        << " kann nicht geöffnet werden!\n";
    exit(-1);
}
else
    zieldateiname=quelldateiname;

source.close();
cout << endl ;
if (fix_rr)
{
    cout << "Berechnung erfolgt mit fester Recovery-Rate!"
        << endl;
    zieldateiname=zieldateiname+".fix";
}
else
{
    cout << "Berechnung erfolgt mit variabler Recovery-Rate "
        << " und mit Diskont-Faktor "
        << discount << "." << endl;
    zieldateiname=zieldateiname+".var";
}
if (logn)
{
    cout << "Berechnung erfolgt mit log-NV!" << endl;
    zieldateiname=zieldateiname+".ln";
}
else
{
    cout << "Berechnung erfolgt mit NV!" << endl;
    zieldateiname=zieldateiname+".nv";
}

// Ausgabe der Versionsnummer
version();

// Setzen des Seeds für den Zufallszahlengenerator
srand(seed);

// Deklaration und Initialisierung der benötigten Variablen
int anzahl=firm_count(quelldateiname);
matrix<double> daten(anzahl+1,anzahl+offset+1);

// Einlesen der Daten aus Quelldatei
// und dabei Bestimmung der Firmenzahl
file_input(quelldateiname, daten, anzahl);

// Deklaration der Felder in Abhängigkeit
// der ermittelten Firmenzahl
vektor<double> nettoschulden(anzahl,0.);
vektor<double> zins(anzahl,0.);
vektor<double> bruttoschulden(anzahl,0.);
```

```

vektor<double> mod_bruttoschulden(anzahl,0.);
vektor<double> exp_recovery(anzahl,1.);
vektor<double> mittelwert(anzahl,0.);
vektor<double> mod_mittelwert(anzahl,0.);
matrix<double> varcov(anzahl, anzahl); varcov.I();
matrix<double> mod_varcov(anzahl, anzahl); mod_varcov.I();
matrix<double> cholesky(anzahl, anzahl); cholesky.I();
// Zerlegung von varcov
vektor<double> ausfaelle(anzahl,0.);
vektor<double> def_prob(anzahl,0.);
vektor<double> loss_percentile(num_of_percentiles,0.);
vektor<double> history(replika,0.);
vektor<string> rating(anzahl,"N.N.");
matrix<double> rho(anzahl, anzahl); rho.I();
// Asset-Korrelation
matrix<double> rho_def(anzahl, anzahl); rho_def.I();
// Default-Korrelation
matrix<double> rho_def_max(anzahl, anzahl); rho_def_max.I();
// dto. max. theo. Wert
double exp_loss=0.;
double streu_loss=0;
double credit_risk_capital=0.;
double median_loss=0.;
double max_loss=0.;

// Programmaufrufe
ascii_to_vect(daten, anzahl,
             nettoschulden, zins, bruttoschulden,
             exp_recovery, mittelwert, varcov);

log2normal_parameterumrechnung(logn, bruttoschulden, mittelwert,
                               varcov, mod_bruttoschulden,
                               mod_mittelwert, mod_varcov);

loss_distribution(logn, fix_rr, histo, discount, anzahl,
                 bruttoschulden, mod_bruttoschulden,
                 exp_recovery, mittelwert, mod_mittelwert,
                 varcov, mod_varcov, rho, rho_def,
                 rho_def_max, def_prob, rating, ausfaelle,
                 exp_loss, streu_loss, max_loss,
                 loss_percentile, history);

sol_out(verbose, fix_rr, discount, anzahl,
        nettoschulden, bruttoschulden,
        zins, exp_recovery,
        mittelwert, rho, rho_def, rho_def_max,
        def_prob, rating, ausfaelle,
        exp_loss, streu_loss, max_loss, loss_percentile);
return 0;
}

```

# B SAS-Programm

## Vorbemerkung

Das hier wiedergegebene SAS-Programm berechnet für homogene Portfolios mit konstanten Rückzahlungsquoten die Ausfallkorrelationen nach Gleichung (3.4), den unerwarteten Verlust für 1, 2, 6, 10, 50, 100, 1000 und unendlich viele Firmen im Portfolio nach den Gleichungen (5.1) und (5.3), sowie den Korrelationseffekt nach den Gleichungen (5.2) und (5.4). Da SAS nur Prozeduren für die Integration der uni- und bivariaten Normalverteilung bereitstellt, werden diese bei angenommener Lognormalverteilung der Aktivawerte mit den in Kapitel 5.4.2.3 beschriebenen Umrechnungen verwendet.

## Quellcode

```
/* DISS.SAS by AL 22.07.2000 */

/*****
/* Programm zur Berechnung von unerwartetem Verlust,          */
/* Ausfallkorrelationen und Korrelationsanteil bei          */
/* homogenen Kreditportfolios mit fester Rückzahlungsquote. */
*****/

/* Globale Optionen */

options linesize=100 pagesize=100 nodate center;

data lnv;

/* Formatierungsanweisungen für die Ausgabe */

format pr_x PERCENT8.2 jpr_xy PERCENT8.2
       pr_x_s PERCENT8.2 jpr_xy_s PERCENT8.2
       rdef 5.3 rdef_s 5.3 m_rho 5.3 r 5.3
       ke_inf PERCENT8.1 ke PERCENT8.1 ke1 PERCENT8.1
```

```

ke2    PERCENT8.1 ke6 PERCENT8.1 keX PERCENT8.1
keL    PERCENT8.1 keC PERCENT8.1 keM PERCENT8.1
uv  5.3 uv_s  5.3 uv_a  5.3 uv1 5.3 uv1_s 5.3 uv1_a 5.3
uv2 5.3 uv2_s 5.3 uv2_a 5.3 uv6 5.3 uv6_s 5.3 uv6_a 5.3
uvX 5.3 uvX_s 5.3 uvX_a 5.3 uvL 5.3 uvL_s 5.3 uvL_a 5.3
uvC 5.3 uvC_s 5.3 uvC_a 5.3 uvM 5.3 uvM_s 5.3 uvM_a 5.3;

/* Initialisierung (Erwartete Firmenwerte, Standardabweichung,      */
/* Rückzahlungsquote und typ=1 für Log- typ=0 für Normalverteilung) */

mx=10; my=10;
sx= 1; sy= 1;
typ=1; RQ=0.5;

/* Kreditvolumina (siehe unten) */

a=6.66; b=6.66;

/* Rating DefProb Kreditvolumen      */
/*                               Lognormal Normal */
/* AAA    0.02%    6.66    6.15 */
/* AA     0.05%    6.82    6.39 */
/* A      0.10%    6.97    6.581 */
/* BBB    0.25%    7.16    6.85 */
/* BB     0.50%    7.33    7.07 */
/* B      2.00%    7.721   7.567 */
/* CCC    5.00%    8.043   7.957 */
/* CCC    10.0%    8.34    8.303 */
/* CC     15.0%    8.546   8.537 */
/* C      20.0%    8.713   8.722 */
/* D      25.0%    8.86    8.881 */
/* D      30.0%    8.994   9.024 */

/* Ausfallpunkte bestimmen: Zins=5%, nach Schock 10% */

dpa =a*1.05; dpb =b*1.05;
dpa_s=a*1.10; dpb_s=b*1.10;

/* Umrechnungen falls Lognormal */

if typ=1 then m_mx=log((mx*mx)/sqrt(mx*mx+sx*sx));
if typ=1 then m_my=log((my*my)/sqrt(my*my+sy*sy));
if typ=1 then m_sx=2*log(sqrt(mx*mx+sx*sx)/mx);
if typ=1 then m_sy=2*log(sqrt(my*my+sy*sy)/my);

/* Normierung der Verteilung für Lognormal und Normal */

if typ=1 then m_dpa =(log(dpa)-m_mx)/sqrt(m_sx);
           else m_dpa =(dpa-mx)/sqrt(sx);
if typ=1 then m_dpb =(log(dpb)-m_my)/sqrt(m_sy);
           else m_dpb =(dpb-my)/sqrt(sy);
if typ=1 then m_dpa_s=(log(dpa_s)-m_mx)/sqrt(m_sx);
           else m_dpa_s=(dpa_s-mx)/sqrt(sx);
if typ=1 then m_dpb_s=(log(dpb_s)-m_my)/sqrt(m_sy);
           else m_dpb_s=(dpb_s-my)/sqrt(sy);

```

```

/* Berechnungen für Aktivkorrelation 0.001 bis 0.9 */

do r=0.00 to 0.95 by 0.05;
if r=0.00 then r=0.001;

/* Umrechnung der Aktivkorrelation falls Lognormal */

if typ=1 then m_rho=log(1+r/(mx*my))/sqrt(m_sx*m_sy);
      else m_rho=r;

/* Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeiten */
/* (individuell (pr) & gemeinsam (jpr))      */

pr_x   =probnorm(m_dpa);
pr_y   =probnorm(m_dpb);
jpr_xy =probbnorm(m_dpa,m_dpb,m_rho);
pr_x_s =probnorm(m_dpa_s);
pr_y_s =probnorm(m_dpb_s);
jpr_xy_s=probbnorm(m_dpa_s,m_dpb_s,m_rho);

/* Berechnung von Ausfallkorrelation und Korrelationseffekt */

rdef  =(jpr_xy-pr_x*pr_y)/(sqrt(pr_x*(1-pr_x))*sqrt(pr_y*(1-pr_y)));
rdef_s=(jpr_xy_s-pr_x_s*pr_y_s)/
      (sqrt(pr_x_s*(1-pr_x_s))*sqrt(pr_y_s*(1-pr_y_s)));
ke    =(sqrt(pr_x_s*(1-pr_x_s)*rdef_s)-sqrt(pr_x_s*(1-pr_x_s)*rdef))/
      (sqrt(pr_x_s*(1-pr_x_s)*rdef_s)-sqrt(pr_x*(1-pr_x)*rdef));

/* Unerw. Verlust und Korrelationseffekt für 1, 2, 6, 10, */
/* 50, 100, 1000 und unendl. viele Firmen      */

uv1  =sqrt(pr_x*(1-pr_x)*(1-RQ)**2*((1-(1/1))*rdef+(1/1)));
uv1_s=sqrt(pr_x_s*(1-pr_x_s)*(1-RQ)**2*((1-(1/1))*rdef_s+(1/1)));
uv1_a=sqrt(pr_x_s*(1-pr_x_s)*(1-RQ)**2*((1-(1/1))*rdef+(1/1)));
ke1  =(uv1_s-uv1_a)/(uv1_s-uv1);

uv2  =sqrt(pr_x*(1-pr_x)*(1-RQ)**2*((1-(1/2))*rdef+(1/2)));
uv2_s=sqrt(pr_x_s*(1-pr_x_s)*(1-RQ)**2*((1-(1/2))*rdef_s+(1/2)));
uv2_a=sqrt(pr_x_s*(1-pr_x_s)*(1-RQ)**2*((1-(1/2))*rdef+(1/2)));
ke2  =(uv2_s-uv2_a)/(uv2_s-uv2);

uv6  =sqrt(pr_x*(1-pr_x)*(1-RQ)**2*((1-(1/6))*rdef+(1/6)));
uv6_s=sqrt(pr_x_s*(1-pr_x_s)*(1-RQ)**2*((1-(1/6))*rdef_s+(1/6)));
uv6_a=sqrt(pr_x_s*(1-pr_x_s)*(1-RQ)**2*((1-(1/6))*rdef+(1/6)));
ke6  =(uv6_s-uv6_a)/(uv6_s-uv6);

uvX  =sqrt(pr_x*(1-pr_x)*(1-RQ)**2*((1-(1/10))*rdef+(1/10)));
uvX_s=sqrt(pr_x_s*(1-pr_x_s)*(1-RQ)**2*((1-(1/10))*rdef_s+(1/10)));
uvX_a=sqrt(pr_x_s*(1-pr_x_s)*(1-RQ)**2*((1-(1/10))*rdef+(1/10)));
keX  =(uvX_s-uvX_a)/(uvX_s-uvX);

uvL  =sqrt(pr_x*(1-pr_x)*(1-RQ)**2*((1-(1/50))*rdef+(1/50)));
uvL_s=sqrt(pr_x_s*(1-pr_x_s)*(1-RQ)**2*((1-(1/50))*rdef_s+(1/50)));
uvL_a=sqrt(pr_x_s*(1-pr_x_s)*(1-RQ)**2*((1-(1/50))*rdef+(1/50)));
keL  =(uvL_s-uvL_a)/(uvL_s-uvL);

```

```

uvC  =sqrt(pr_x*(1-pr_x)*(1-RQ)**2* ((1-(1/100))*rdef+(1/100)));
uvC_s=sqrt(pr_x_s*(1-pr_x_s)*(1-RQ)**2* ((1-(1/100))*rdef_s+(1/100)));
uvC_a=sqrt(pr_x_s*(1-pr_x_s)*(1-RQ)**2* ((1-(1/100))*rdef+(1/100)));
keC  =(uvC_s-uvC_a)/(uvC_s-uvC);

uvM  =sqrt(pr_x*(1-pr_x)*(1-RQ)**2* ((1-(1/1000))*rdef+(1/1000)));
uvM_s=sqrt(pr_x_s*(1-pr_x_s)*(1-RQ)**2* ((1-(1/1000))*rdef_s+(1/1000)));
uvM_a=sqrt(pr_x_s*(1-pr_x_s)*(1-RQ)**2* ((1-(1/1000))*rdef+(1/1000)));
keM  =(uvM_s-uvM_a)/(uvM_s-uvM);

uv   =sqrt(pr_x*(1-pr_x)*(1-RQ)**2*rdef);
uv_s =sqrt(pr_x_s*(1-pr_x_s)*(1-RQ)**2*rdef_s);
uv_a =sqrt(pr_x_s*(1-pr_x_s)*(1-RQ)**2*rdef);
ke_inf=(uv_s-uv_a)/(uv_s-uv);

output;
if r=0.001 then r=0.0;
end;
run;

/* Ausgabe der Ergebnisse */

proc print data=lnv round noobs;
var r ke ke1 ke2 ke6 keX keL keC keM ke_inf
    pr_x jpr_xy pr_x_s jpr_xy_s rdef rdef_s
    uv1 uv1_s uv1_a  uv2 uv2_s uv2_a uv6 uv6_s uv6_a
    uvX uvX_s uvX_a  uvL uvL_s uvL_a  uvC uvC_s uvC_a
    uvM uvM_s uvM_a  uv uv_s uv_a;
run;
quit;

```

# Literaturverzeichnis

- ALTMAN, E.I., MARCO, G. UND VARETTO, F., 1994, Corporate Distress Diagnosis: Comparisons using Linear Discriminant Analysis and Neural Networks (the Italian Experience), in: Journal of Banking and Finance, S. 505-529.
- ALTMAN, E.I. UND SAUNDERS, A., 1998, Credit Risk Measurement: Developments over the last 20 Years, in: Journal of Banking and Finance, S. 1721-1742.
- BANKS, E., 1994, The Credit Risk of Complex Derivatives, Macmillan.
- BASLER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUF SICHT, 1999, Entwicklung von Modellen zum Kreditrisiko: aktuelle Verfahren und Verwendung, Bank für internationalen Zahlungsausgleich.
- BASLER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUF SICHT, 1999A, Neuregelung der angemessenen Eigenkapitalausstattung, Bank für internationalen Zahlungsausgleich.
- BERBLINGER, J., 1996, Marktakzeptanz des Rating durch Qualität, in: Büschgen, H. E. und Everling, O., Handbuch Rating, Gabler.
- BESSIS, J., 1998, Risk Management in Banking, Wiley.
- BLACK, F. UND SCHOLES, M., 1973, The Pricing of Options and Corporate Liabilities, in: Journal of Political Economy, S. 637-654.
- BÖRSE ONLINE, 2000, Veritas mit Discount, in: Börse Online 11/2000, 9.3.2000, Börse Online Verlag.
- BOHN, J.R., 1999, Characterizing Credit Spreads, Working Paper, University of California, Berkeley.

- BOHN, J.R., 1999A, Using Market Data to Value Credit Risky Instruments, Pre-Conference Workshop, 27. September 1999, Technical Presentation, KMV Corporation, erhältlich unter <http://www.kmv.com/docs/documents.html> (17.4.2000).
- BOX, G.E.P. UND MULLER, M.E., 1958, A Note on the Generation of Random Normal Deviates, in: *Annals of Mathematical Statistics*, S. 610-611.
- BRUNS, C., MEYER-BULLERDIEK, F., 1996, *Professionelles Portfoliomanagement*, Schäffer-Poeschel Verlag.
- BURGHOF, H.-P. UND RUDOLPH, B., 1996, *Bankenaufsicht: Theorie und Praxis der Regulierung*, Gabler.
- BÜSCHGEN, H.E., 1998, *Bankbetriebslehre: Bankgeschäfte und Bankmanagement*, Gabler.
- CHEN, N.-F., ROLL, R. UND ROSS, S.A., 1983, Economic Forces and the Stock Market, in: *Journal of Business*, S. 383-403.
- CREDIT METRICS, 1997, Technical Document, J.P.Morgan & Co.
- CREDIT Risk, 1997, Credit Risk<sup>+</sup>, A Credit Risk Management Framework, Credit Suisse Financial Products.
- CROUHI, M., GALAI, D., MARK, R., 2000, A Comparative Analysis of Current Credit Risk Models, in *Journal of Banking and Finance*, S. 59-117.
- DEUTSCHE BUNDESBANK, 1998, Grundsatz I über die Eigenmittel der Institute, Bankrechtliche Regelungen 2a.
- DEUTSCHE BUNDESBANK, 1999, Gesetz über das Kreditwesen, Bankrechtliche Regelungen 2.
- DIXIT, A.K. UND PINDYK, R.S., 1993, *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press.
- ELSAS, R., ET AL., 1999, Risikoorientiertes Kreditmanagement deutscher Banken, in: *Die Bank: Zeitschrift für Bankpolitik und Bankpraxis*, S. 190-199.
- ERLENMAIER, U. UND GERSBACH, H., 2000, Properties of Default Correlations, Unpublished Working Paper, University of Heidelberg.

- EUROPÄISCHE KOMMISSION, 1999, Überarbeitung der Eigenkapitalvorschriften für Kreditinstitute und Wertpapierfirmen in der EU, Konsultationspapier Markt/1123/29-DE.
- FAMA, E.F., 1965, Portfolio Analysis in a Stable Paretian Market, in: Management Science, S. 404-419.
- FAMA, E.F., 1970, Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work, Journal of Finance, S. 383-417.
- FINGER, C.C., 1998, Sticks and Stones, Working Paper, Risk Metrics Group.
- FREIXAS, X. UND ROCHET, 1998, J.-C., Microeconomics of Banking, The MIT Press.
- GERSBACH, H. UND LIPPONER, A., 1999, Default Correlations, Macroeconomic Risk and Credit Portfolio Management, Discussion Paper, University of Heidelberg.
- GORDY, M.B., 2000, A Comparative Anatomy of Credit Risk Models, in Journal of Banking and Finance, S. 119-149.
- GOTHEIN, W., 1995, Evaluation von Anlagestrategien, Diss., Gabler.
- GROSSMAN, S.J., STIGLITZ, J.E., 1980, On the Impossibility of Informationally Efficient Markets, in: American Economic Review, S. 393-408.
- HARTMANN-WENDELS, T., PFINGSTEN, A. UND WEBER, M., 2000, Bankbetriebslehre, Springer.
- HASTINGS, C., 1957, Approximations for Digital Computers, Princeton University Press.
- HÜTTEMANN, P., 1997, Kreditderivate im Europäischen Kapitalmarkt, Gabler.
- HUSCHENS, S. UND LOCAREK-JUNGE, H., 2000, Konzeptionelle und statistische Grundlagen der portfolioorientierten Kreditrisikomessung, Working Paper, Technische Universität Dresden.
- JOHNSON, N.L. UND KOTZ, S., 1972, Distributions in Statistics: Continuous Multivariate Distributions, Wiley.

- KASSBERGER, S. UND WENTGES, P., 1999, Die Schätzung der Ausfallwahrscheinlichkeiten von Unternehmen, in: Eller, R., Gruber, W., Reif, M. (Hrsg.), Handbuch Kreditrisikomodelle und Kreditderivate, Schäffer-Poeschel Verlag, S. 21-50.
- KEALHOFER, S., 1998, Portfolio Management of Default Risk, KMV Corporation.
- KEALHOFER, S., KWOK, S. UND WENG, W., 1998, Uses and Abuses of Bond Default Rates, KMV Corporation.
- KEENAN, S.C., 2000, Historical Default Rates of Corporate Bond Issuers, 1920-1999, Moody's Investor Services, Global Credit Research.
- KELLER, T. UND SIEVI, F., 1999, Kreditwirtschaft in der Wahrscheinlichkeitsfalle?, in: Die Bank: Zeitschrift für Bankpolitik und Bankpraxis, S. 638-643.
- KRAHNEN, J.P. UND WEBER, M., 1999, Generally Accepted Rating Principles: A Primer, Working Paper, Center for Financial Studies.
- KRETSCHMER, J., 1999, Credit Risk<sup>+</sup>- Ein portfolioorientiertes Kreditrisikomodell, in: Eller, R., Gruber, W., Reif, M. (Hrsg.), Handbuch Kreditrisikomodelle und Kreditderivate, Schäffer-Poeschel Verlag, S. 359-384.
- LESKO, M. UND VORGRIMLER, S., 1999, Monte-Carlo Techniken bei modernen Kreditrisikomodellen - ein Beispiel, in: Zeitschrift für das gesamte Kreditwesen 21/1999, 1.11.1999, Fritz Knapp Verlag, S. 30-35.
- LINDGREN, B.W., 1976, Statistical Theory, MacMillan Publishing.
- LINDGREN, C.-J., GARCIA, G., SAAL, M.I., 1996, Bank Soundness and Macroeconomic Policy, International Monetary Fund.
- LUCAS, D.J., 1995, Default Correlation and Credit Analysis, in: The Journal of Fixed Income, S. 76-87.
- MANDELBROT, B., 1963, The Variation of Certain Speculative Prices, in: Journal of Business, S. 394-419.
- MARKOWITZ, H., 1952, Portfolio Selection, in: Journal of Finance, S. 77-91.
- MILLER, M. UND MODIGLIANI, F., 1958, The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment, American Economic Review, S. 261-297.

- MCQUOWN, J.A., 1993, A Comment on Market vs. Accounting Based Measures of Default Risk, KMV Corporation.
- MERTON, R., 1974, On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates, in: *Journal of Finance*, S. 449-470.
- MEYER-PARPART, W., 1996, Ratingkriterien für Unternehmen, in: Büschgen, H. E. und Everling, O., *Handbuch Rating*, Gabler.
- MOODY'S, 2000, Rating Definitions, <http://www.moodys.com/ratings/ratdefs.htm>, (8.2.2000), Moody's Investors Service.
- OVERBECK, L., 1999, Die Portfolioversion des Asset-Value-Modells für das Kreditrisiko, in: Eller, R., Gruber, W., Reif, M. (Hrsg.), *Handbuch Kreditrisikomodelle und Kreditderivate*, Schäffer-Poeschel Verlag, S. 103-119.
- PETER, G.V., 1999, The Banking System as a Wealth Redistribution Device, Working Paper, Columbia University, New York.
- PFEIFFER, T., 1999, Kapitalmarktorientierte Konzepte des Kreditrisikomanagements, in: Eller, R., Gruber, W., Reif, M. (Hrsg.), *Handbuch Kreditrisikomodelle und Kreditderivate*, Schäffer-Poeschel Verlag, S. 227-242.
- REICHLING, P., SCHULMERICH, M., 1999, Modellierung des Bonitätsspreads, in: Eller, R., Gruber, W., Reif, M. (Hrsg.), *Handbuch Kreditrisikomodelle und Kreditderivate*, Schäffer-Poeschel Verlag, S. 51-68.
- RISK METRICS, 1995, Technical Document, J.P. Morgan & Co.
- SANTOMERO, A., VINSO, J., 1977, Estimating the Probability of Failure for Firms in the Banking System, in: *Journal of Banking and Finance*, 1, S. 185-206.
- SCOTT, J., 1981, The Probability of Bankruptcy: A Comparison of Empirical Predictions and Theoretical Models, in: *Journal of Banking and Finance*, 5, S. 317-344.
- SCHIERENBECK, H., 1999, *Ertragsorientiertes Bankmanagement*, Band 2: Risiko-Controlling und Bilanzstruktur-Management, Gabler.
- STANDARD AND POOR'S, 1996, Credit Week, 15. April 1996, Standard and Poor's, S. 44-52.

- STANDARD AND POOR'S, 2000, Issuer Credit Ratings Definitions,  
<http://www.standardandpoors.com/ratings/definitions/issuer.htm> (8.2.2000),  
Standard & Poor's.
- TREACY, W.F., CAREY, M., 2000, Credit Risk Rating Systems at Large US Banks,  
in: Journal of Banking and Finance, 24, S. 167-201.
- VASIEK, O.A., 1984, Credit Valuation, KMV Corporation.
- WAHRENBURG, M. UND NIETHEN, S., 1999, Vergleichende Analyse alternativer  
Kreditrisikomodelle, in: Kredit und Kapital, erscheint demnächst.
- WAHRENBURG, M. UND NIETHEN, S., 1999A, Portfolioeffekte bei der Kreditrisi-  
komodellierung, in: Rudolph, B. (Hrsg.), Risikomanagement: Vom Marktrisiko  
zum Gesamtbankansatz, erscheint demnächst.
- WILCOX, J.W., 1973, A Prediction of Business Failure using Accounting Data, in:  
Journal of Accounting Research, 2.
- WILSON, T.C., 1997, Measuring and Managing Credit Portfolio Risk, Part 1 & 2,  
Working Paper, McKinsey & Company.
- WILSON, T.C., 1997A, Portfolio Credit Risk (I), in: Risk Magazine, S. 111-116,  
September.
- WILSON, T.C., 1997B, Portfolio Credit Risk (II), in: Risk Magazine, S. 56-61, Ok-  
tober.
- WILSON, T.C., 1998, Portfolio Credit Risk, in: Economic Policy Review, Federal  
Reserve Bank of New York, S. 71-82.
- WILMOTT, P., HOWISON, S. UND DEWYNNE, J., 1995, The Mathematics of Fi-  
nancial Derivatives, Cambridge University Press.
- WOHLERT, D., 1999, Der Benchmark zur Messung von Kreditrisiken: J.P. Morgans  
Credit Metrics, in: Eller, R., Gruber, W., Reif, M. (Hrsg.), Handbuch Kreditri-  
sikomodelle und Kreditderivate, Schäffer-Poeschel Verlag, S. 337-358.
- ZHOU, C., 1997, Default Correlation: An Analytical Result, Working Paper, Federal  
Reserve Board, Washington.