



Über Wert und Bedeutung der Mathematik.

Vortrag

gehalten am 15. März 1845 im Wissenschaftlichen Verein zu Berlin

von

Karl Schellbach.

Elektronische Ausgabe von Gabriele Dörflinger

Universitätsbibliothek Heidelberg

2013

Quelle:

Schellbach, Karl: Über Wert und Bedeutung der Mathematik.

In: *Karl Schellbach : Rückblick auf sein wissenschaftliches Leben* / hrsg. von Felix Müller. - Leipzig. - 1905, S. 56–76

(Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften ; 20)

Signatur UB Heidelberg: **L 6-1::19-20**

Karl Schellbach

* 25.12.1804 Eisleben

† 29.5.1892 Berlin

Felix Müller

* 27.4.1843 Berlin

† 31.3.1928 Dresden



Die Publikation *Felix Müllers* enthält als Frontispiz das obenstehende Portrait *Karl Schellbachs*.

Vielleicht ist es unvorsichtig gewesen, Ihnen das kurze Inhaltsverzeichnis meines Vortrages im voraus mitzuteilen, statt es am Ende erraten zu lassen, da gewiß alle Damen und selbst die meisten Herren aus dem Kreise der hochgeehrten Versammlung bei dem Worte Mathematik ein leiser Schauer durchrieselt. Ich kann es nicht leugnen, die Mathematik hat eine gewisse Verwandtschaft mit der Rechenkunst, und das Rechnen ist doch bekanntlich das traurigste und langweiligste Geschäft des Kopfes, — des Geistes, wage ich kaum zu sagen. Aber gerade dieser allgemein verbreitete Abscheu vor dem Rechnen läßt es mich wagen, die Mathematik zum Gegenstande einer kurzen Betrachtung zu machen. Den Mathematikern ist es nämlich ganz ebenso ums Herz wie anderen Menschen; sie hassen nichts mehr als das Rechnen; ja man kann fast behaupten, ihre ganze Tätigkeit ist gegen diesen Feind des Denkens gerichtet. Sie wollen nichts mehr und nichts lieber, als das Rechnen ausrotten. Vor mehr als 200 Jahren brachte die Furcht vor der Multiplikation einer siebenzifferigen Zahl mit einer anderen ebenfalls siebenzifferigen Zahl den schottischen Baron NAPIER zu dem verzweifelten Entschlusse, die Logarithmen zu erfinden, eins der wirksamsten Mittel zur Abkürzung aller Rechnungen. Er verrecknete mit edler Aufopferung dabei einen schönen Teil seines Lebens, um anderen Menschen künftig das Rechnen zu ersparen. Dafür verehren ihn die Geometer auch jetzt noch wahrhaft abgöttisch. Denn dieser Mann hat das Leben vieler ihrer Mitmathematiker um mehr als das Dreifache verlängert. So z. B. mußte KEPLER, einer der größten Astronomen und sinnigsten Menschen aller Zeiten, über 50 Folioseiten zu Rechnungen verwenden, zu denen unseren heutigen Astronomen ein einziges Quartblatt hinreicht. Und die Mathematiker wissen nur zu gut, daß rechnen und denken zwei feindliche Brüder sind, aber leben und denken nichts als ein Leib und eine Seele. Der Abscheu vor dem Rechnen, dieser horror vacui, hat sogar in neuester Zeit einen geistreichen englischen Geometer BABBAGE eine Maschine erfinden lassen, welche mathematische und astronomische Tafeln berechnet und auch sogleich die Mühe des Druckens übernimmt. Die englische Regierung war bereitwillig genug, für den Bau derselben mehr als 100000 Taler zu verwenden, indessen ist zur Vollendung etwa noch die doppelte Summe erforderlich. Die Möglichkeit der Ausführung solcher Maschinen, selbst wenn sie halbe Wunderwerke sein sollten, rechtfertigt das Publikum vollständig wegen seiner Geringschätzung der Rechenkunst.

Vielleicht würde man von dem seltsamen Talente eines gewissen Herrn DASE, der sich vor mehreren Jahren in Berlin zeigte und kürzlich in Wien und München harte Prüfungen bestehen mußte, noch eine gnädige Anwendung machen können, wenn man ihn einem geistvollen Mathematiker zum Gehilfen gäbe. Wenigstens würde dann seine Arbeit fruchtbarer und minder qualvoll sein. Denn ein gewisser Grad von Folter ist es doch wohl zu nennen, wenn es wahr ist, was Zeitungen berichten, daß Herr DASE in München eine hundertzifferige Zahl mit einer hundertzifferigen Zahl im Kopfe multiplizieren mußte, wozu er über acht Stunden Zeit gebrauchte.

Um endlich den kurzen Ernst dieses langen Scherzes zusammenzufassen: Die Mathematik kann der Rechenkunst zwar nicht entbehren, aber sie gelangt nicht durch sie zu ihren wichtigsten Resultaten. Auf welchem anderen Wege dies geschieht? Diese Frage eben wünschte ich zu beantworten und beginne daher, wie wir gewöhnlich zu tun pflegen, aus ziemlicher Ferne.

Der Trieb zu vergleichen und zu messen ist uns allen angeboren. Schon die Kinder überraschen durch ihre treffenden Vergleiche. Wie oft und mit welchem Eifer werfen

junge Leute die Frage auf, wer ist der größte Komponist, Maler oder Dichter! Selbst die Jünger Christi fragten, wer ist der Größte im Himmelreich? und durch dieses Messen glaubt niemand mehr über ein äußerliches Verhalten der Dinge zueinander Aufschluß zu gekommen, sondern man hofft zugleich einen Blick in ihr innerstes Wesen zu tun. So kühne Hoffnung hegt aber gewöhnlich nur die frischere aufstrebende Jugend. Der reifere Mann hat leider nur zu oft die Schwierigkeit der Lösung seiner Fragen erfahren. Er bemäntelt seine wohl erkannte Schwäche hinter dem Ausspruche, daß die Dinge, die gemessen werden sollten, sich nicht miteinander vergleichen lassen, daß sie heterogen sind, bis in den kleinsten Teil hinein, bis zum Atom hinab. Und dennoch sträubt sich gegen diese Überzeugung ein gewisses dunkles Gefühl von der durchdringenden Einheit des großen Ganzen. Sehen wir auch Männer diese Fragen von sich weisen, so drängen sie sich doch dem Greise mit unwiderstehlicher Gewalt wieder auf, und oft leuchten ihm Strahlen der Hoffnung ihrer einstigen Lösung ins Jenseit hinüber. In der Tat, es muß ein Band der Einheit geben, welches alles umschlingt, eine Gleichheit, die alles durchdringt. Vergleichen wir nicht Sinnliches mit Sinnlichem, Geistiges mit Geistigem und Irdisches und Himmlisches untereinander, nennen wir nicht den Ton süß, schmelzend, herb und rau? geben der Farbe einen Ton und dem Lichte fast die Kraft, sich allen Sinnen zugleich begreiflich zu machen. Diese Tätigkeit des Messens und Vergleichens, die sich selbst da noch regt, wo jeder Maßstab fehlt, sie ist uns angeboren, sie ist das poetische Erbteil jedes begabteren Menschen, an dem schon die Kinder teilnehmen, denn in ihren Spielen, in denen sie Alles zu Allem machen, in ihren zufälligen Äußerungen verraten sie diesen reichen Schatz. Eine der süßesten Tätigkeiten des Lebens bleibt für den Jüngling dieses Messen ohne Maß, dieses Beleuchten der Dinge durch die schillernden Reflexe der übrigen, dem Echo zu lauschen, welches eine tönende Saite der Seele von den tausendfachen Gebilden seiner Phantasie hervorruft. Erst der wissenschaftliche Forscher setzt dieser poetischen Tätigkeit Schranken; er sucht das Maß, mit dem er messen soll, denn für ihn sind die Dinge selbst nur ihr Maß. Er begreift die Wesen völlig, die er vermessen kann, und der dann noch unmeßbare Rest, dieser Rückstand, ist die unterschiedlose allgemeine Substanz, die alle miteinander gemein haben.

Seit mehr als zwei Jahrtausenden hat sich eine eigene Wissenschaft des Messens gebildet, eine Wissenschaft, deren Wert und Bedeutung vom Altertume mit Begeisterung erkannt und die von den größten Menschen aller Zeiten gepflegt und gefördert wurde. Der erste, leicht verständliche Teil der Mathematik, der auch in den Kreis unserer allgemeinen Bildung mit hineingezogen worden ist, beschäftigt sich mit dem Messen der Gegenstände durch ein unmittelbar gegebenes Maß und erscheint zunächst als eine ganz äußerliche Tätigkeit, am wenigsten geeignet, die Natur der Dinge zu ergründen. Es bedarf keiner langen Überlegung, wie die Länge dieses Saales auszumessen ist; man schreitet ihn aus oder setzt, wenn eine größere Genauigkeit verlangt wird, Fuß an Fuß und findet so seine Länge 80 Fuß lang. Ebenso überzeugt man sich, daß die Breite 42 Fuß beträgt. Es ist leicht begreiflich, wie, vermittelt eines in Fuß geteilten Stabes, auch die Höhe des Zimmers gefunden werden kann. Messen heißt Vergleichen, und auf der ersten Stufe läßt sich nur das direkt Gleichartige vergleichen, also eine Linie kann nur mit einer Linie verglichen oder durch sie gemessen werden. Wenn man aber die Wände mit Teppichen bekleiden wollte, so würde man zu wissen wünschen, wieviel Stoff ist dazu erforderlich? Wie groß ist die Oberfläche einer Wand? Um diese Oberfläche zu messen, bedarf man als Maß selbst einer Fläche.

Man nimmt als Maßeinheit das Quadrat, von dem jede Seite einen Fuß lang ist. Dieses Viereck wird Quadratfuß genannt. Ist der Saal 40 Fuß hoch und 80 Fuß lang, so würde die längste Wand zu ihrer Bekleidung 80 Streifen erfordern, von denen jeder einen Fuß breit und 40 Fuß hoch ist. Jeder solche Streifen enthielte offenbar 40 Quadratfuß, daher alle zusammen 80 mal 40 oder 3200 Quadratfuß. Auf diese Weise läßt sich die ganze Oberfläche der Wände bestimmen.

Man hat sorgfältige Erfahrungen darüber gesammelt, wieviel Luft erforderlich ist, damit ein Mensch das Atmen etwa eine Stunde lang ungestört fortsetzen könne. Diese Beobachtungen setzen uns in den Stand, z. B. die Frage zu beantworten, wie lange ein Mensch in diesem Raume hier zu atmen vermöchte, wenn alle Luftzugänge fest verschlossen wären. Zu diesem Zwecke muß zunächst berechnet werden, wieviel Luft im Saale enthalten ist. Ein Rauminhalt läßt sich nur mit einem anderen Rauminhalte vergleichen. Als Maß für die Körperräume hat man den Würfel gewählt, dessen Seite die Längeneinheit ist, also etwa einen Zoll oder einen Fuß lang. Ein solcher Würfel wird kurz ein Kubikzoll oder ein Kubikfuß genannt. Da der Saal 80 Fuß lang ist, so können 80 solcher Würfel auf dem Fußboden, der größten Seite entlang, aufgestellt werden und da die Breite des Saals 42 Fuß beträgt, so läßt sich der Fußboden mit 42 solcher Würfelreihen bedecken, oder es haben 42 mal 80 also 3360 derselben auf dem Fußboden Raum. Diese Schicht bedeckt den Boden nur einen Fuß hoch, der Saal ist aber 40 Fuß hoch, daher lassen sich 40 solcher Schichten also 40 mal 3360 oder 134400 Kubikfuß in diesem Raum anhäufen. Ein Kubikfuß Wasser wiegt 66 Pfund, ein ebenso großer Rauminhalt Luft ist aber 770 Mal leichter, daher beträgt das Gewicht der in diesem Saale befindlichen Luft 11520 Pfund oder mehr als 100 Zentner. Von dieser Luft ist aber nur $\frac{1}{5}$ sogenanntes Sauerstoffgas, oder dem Atmen dienliche Luft; da nun ein Erwachsener jede Stunde einen Kubikfuß dieses Gases verzehrt, so würde er erst nach 26880 Stunden oder nach 3 Jahren und 25 Tagen die Lebensluft dieses Saales verbraucht haben. Wenn aber die heutige wissenschaftliche Inschrift an den Pforten dieses Tempels der Kunst nicht zu viele vom Eintritt zurückgeschreckt hat, so atmen jetzt mehr als 900 Menschen in diesem Raume, welche also alle Lebensluft desselben in weniger als 30 Stunden verzehren. Am Ende einer Stunde ist daher $\frac{1}{30}$ des Ganzen verschwunden. Sollte nun der Mangel dieses Dreißigstel vielleicht die kleine Unbehaglichkeit und Unruhe der hochgeehrten Versammlung erzeugen, welche bisweilen nach 6 Uhr bemerkt worden ist, so wäre dies wohl, für einen Mathematiker wenigstens, Grund genug, pünktlich um 6 Uhr seinen Vortrag zu schließen. Er würde damit zugleich den Vorteil erringen, auch die Abholdesten vom Nutzen mathematischer Spekulationen überzeugt zu haben.

Die vorangehenden Beispiele genügen vielleicht, um auch Damen, deren Bildungsgang die Mathematik nicht zu berühren pflegt, eine Vorstellung davon zu geben, wie ohngefähr die Größe auch noch anders gestalteter Flächen und Körperräume zu ermitteln wäre.

Der Begriff der *Ähnlichkeit* ist für die Mathematik einer der fruchtbarsten. Jedes Modell eines Doms, einer Festung oder eines anderen räumlichen Gegenstandes kann tausende von mathematischen Fragen lösen, denn offenbar brauchen bei der Verfertigung desselben nur einzelne Dimensionen ermittelt zu werden, und die übrigen ergeben sich durch die Zusammenstellung der Teile von selbst. Ist z. B. das Modell nach einem Maßstabe ausgeführt, der nur $\frac{1}{50}$ der natürlichen Größe beträgt, und wir messen an diesem Körper irgend eine Entfernung zweier Punkte und finden die-

selbe einen Fuß lang, so werden wir schließen, daß die Entfernung der entsprechenden Punkte in der Wirklichkeit auch 50 Mal größer sein, also 50 Fuß betragen wird. Was hier von Raumgebilden in Erinnerung gebracht worden ist, die alle drei Dimensionen des Raumes an sich tragen, dasselbe gilt von jeder genauen Konstruktion, die man in einer Ebene nach einem verkleinerten Maßstabe ausgeführt hat. Jeder Grundriß, jede Zeichnung ist zur Beantwortung solcher mathematischen Fragen geschickt. Durch Hilfe derselben ist es möglich, Entfernungen zu messen, die in der Wirklichkeit völlig unzugänglich sind. Genaue Zeichnungen sind sogar geeignet, mathematische Wahrheiten oder Sätze finden zu lassen. Zeichnet man z. B. ein rechtwinkliges Dreieck, von welchem die eine Seite 3 Fuß und die auf ihr senkrechtstehende 4 Fuß beträgt, so wird man finden, daß die dritte Seite, welche dem rechten Winkel gegenüber liegt, genau 5 Fuß lang ist. Bildet man nun von diesen drei Zahlen 3, 4 und 5 die Quadrate, das heißt, multipliziert man jede derselben mit sich selbst, so erhält man 9, 16 und 25. Aber die Summe der beiden ersten, 9 und 16, bildet die dritte Zahl 25. Dieses eigentümliche Verhalten der drei Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks ist überhaupt ein allgemeines und vielleicht in dieser Weise des Versuchens von PYTHAGORAS 500 Jahre vor unserer Zeitrechnung entdeckt worden oder, was noch wahrscheinlicher ist, durch die zahlentheoretischen Spekulationen gefunden; wenigstens ist es unwahrscheinlich, daß er durch bloße Schlüsse, die wir jetzt einen mathematischen Beweis nennen, zu dieser Wahrheit gelangte, da er wohl sonst kaum eine Hekatombe, also vielleicht hundert Stiere, den Göttern als Dankopfer für dieses Geschenk dargebracht haben würde.

Diese und einige andere Sätze der Art sind es ohngefähr, die in den Kreis des mathematischen Unterrichts aufgenommen werden. Fast immer handelt es sich darum zu entscheiden, in welchem Falle zwei Raumgebilde einander gleich oder ähnlich sind. Solche Untersuchungen bedürfen zu ihrer Unterstützung noch der Rechenkunst oder Arithmetik, in einer etwas ausgedehnteren Gestalt, als die vier bekannten Operationen des Rechnens sie gewöhnlich kennen lehren. Der hier gezeichnete Umriß könnte vielleicht manchem dürftig erscheinen, indessen hat doch alles das, was man noch bemüht war, aus dieser Wissenschaft in den Kreis unserer sogenannten allgemeinen Bildung hineinzuziehen, nicht vermocht, diese ganze Wissenssphäre vor dem Vorwurfe der Trockenheit zu schützen. Und was versteht man unter Trockenheit einer Wissenschaft? Doch offenbar nicht ihre Schwierigkeit, sondern man will durch dieses Wort das Unfruchtbare und Müßige der Spekulationen bezeichnen, Betrachtungen, die nur eine ganz äußerliche Seite der Existenz der Dinge berühren und weit entfernt davon sind, in das Wesen und das Mark derselben einzudringen. In der Tat würde dieser Vorwurf auch nicht ganz unbegründet sein, wenn das, was unter dem Namen der Mathematik bekannt ist, sie selbst oder auch nur ein Hauptteil von ihr wäre.

Nur die Astronomie, deren mathematische Verwandtschaft fast alle kennen, hat sich mehr Freunde und größere Achtung erhalten. Diese Wissenschaft, die eine der schönsten Anwendungen der Mathematik ist, ein Leib von einer mathematischen Seele bewohnt, verdankt ihre Freunde hauptsächlich ihrer sogenannten Erhabenheit. Wenn man die Geschwindigkeit des Schalles kennt, welcher die gewöhnliche Geschwindigkeit der Dampfwagen auf unseren Eisenbahnen mehr als dreißig Mal übertrifft, und erfährt, daß der Schall den Weg von der Erde bis zum Monde in vierzehn Tagen, aber bis zur Sonne erst in fünfzehn Jahren zurücklegen würde, wenn er diese Himmelskörper erreichen könnte, so erstaunt man über die ungeheuren Entfer-

nungen. Der Lichtstrahl aber durchmißt den Weltraum mit einer so unglaublichen Schnelligkeit, daß er schon nach einer Sekunde von der Erde bis zum Monde und nach acht Minuten und dreizehn Sekunden bis zur Sonne gelangt. Und doch kann das Licht der nächsten Fixsterne kaum in sechs Jahren die Erde erreichen, und das der ferneren gebraucht dazu vielleicht ebensoviel Jahrtausende, so daß der ganze Fixsternhimmel längst erloschen sein könnte und dennoch sein ruhiger Glanz unsere Nächte schmücken würde. Es ist wahr, wer diese Vergleichen zum ersten Male anstellen hört, kann sich eines gewissen Schauers nicht erwehren, aber die Erhabenheit der Astronomie läßt sich nicht nach der Stärke dieser Erschütterungen ermessen. Die Wissenschaft hat sie längst überwunden. In dem einen Worte — unendlich —, welches Kinder fast mit derselben Klarheit als die tiefsinnigsten Weisen fassen, liegt diese Herrlichkeit begraben. Man stelle sich im Geiste an die Grenze des Weltraumes, und diese erdrückenden Dimensionen schrumpfen zum Punkte zusammen.

Die Art und Weise, wie HEGEL in seiner Naturphilosophie gegen die Verehrung der Sterne kämpft, ist zu eigentümlich, als daß ich sie hier mit Stillschweigen übergehen könnte. Er sagt: „Man kann die Sterne wegen ihrer Ruhe verehren; an Würde sind sie aber dem konkreten Individuellen nicht gleich zu setzen. Die Erfüllung des Raumes schlägt in unendlich viele Materien aus; das ist aber nur das erste Ausschlagen, das den Anblick ergötzen kann. Dieser Lichtauschlag ist so wenig bewunderungswürdig als einer am Menschen oder als die Menge von Fliegen.“ — Wenn diese Worte ein Gefühl erregen sollten, dem völlig ungleich, welches der Anblick der Sterne erweckt, dann haben sie wohl bei einem jeden ihren Zweck nur zu vollständig erreicht. Es ist begreiflich, wie der Versuch, sich das unendlich Große zur Vorstellung zu bringen, auf den Menschen fast denselben Eindruck macht als der entgegengesetzte, sich das unendlich Kleine zu versinnlichen. Bald nach der Erfindung des Mikroskops bildete sich, fast zu gleicher Zeit mit der mathematischen Analysis des unendlich Kleinen, eine Analysis der kleinsten Organismen aus, die bekanntlich in neuerer Zeit durch einen unserer berühmten Mitbürger einen bedeutenden Aufschwung genommen hat. Diese Untersuchungen bestätigen den Satz, daß die Welt nicht allein nach außen hin unendlich ist, sondern auch nach innen. Aber auch hier ist das Interesse ein falsches, wenn es seine Befriedigung im Anstaunen der Zahl findet. Das Infusionstierchen erreicht ebenso wenig das Unendlichkleine, als alle Siriusweiten das Unendlichgroße. Kein Teil der Materie ist so klein, daß ihn der Gedanke nicht noch tausende von Malen spalten könnte, und keine Ausdehnung so groß, daß der Raum ihr unendlich Vielfaches nicht noch fassen sollte. Mit Recht sagt SCHILLER: „Ist die Natur nur groß, weil sie zu zählen euch gibt?“ Aber wer wagte jetzt noch solche Fragen an Astronomen und Naturforscher zu richten, die längst erkannt haben, daß ihre Aufgabe ist, Gesetze zu suchen, und nicht Erscheinungen, Prinzipien zu entwerfen und nicht vereinzelte Tatsachen aufzuzählen.

Es liegt aber in der Natur der Sache, daß die allgemein verbreiteten Ansichten über diese Wissenschaft nicht die richtigen sein können. Unser Bildungsgang hat bisher eine ganz andere Richtung genommen und nur in der neuesten Zeit sind diese Gegenstände locker und oberflächlich in ihn verflochten worden. Ja selbst die allerwenigsten der Männer, denen diese Unterrichtszweige anvertraut werden mußten, konnten sich an Gediegenheit der Bildung mit denen messen, in deren Händen die übrigen lagen. Aber die strengen Wissenschaften drängen sich jetzt mit unwiderstehlicher Gewalt ins Leben ein. Auf die Jugendblüte der Kunst scheint das Mannesalter

der Wissenschaft zu folgen. Die Welt fühlt immer deutlicher, daß Gesetze allein die Wohlfahrt des Einzelnen wie des Ganzen sichern; aber Gesetze geben und ihnen frei gehorchen lehrt nur die Wissenschaft. Man kann die Wissenschaften nie zu hoch erheben; denn es wird doch den meisten stets behaglicher erscheinen, sich im Kunstgenusse zu berauschen, als den reinen Äther des Gedankens einzuatmen.

Ich will im folgenden zu zeigen versuchen, daß auch die Mathematik fähig ist, die Natur der Dinge zu ergründen; eine Wissenschaft, die sich nicht bloß an der sogenannten äußerlichen inhaltlosen Quantität abmüht, sondern auch die Qualität zum Gegenstande ihrer Forschung macht. Denn Mathematik und Naturforschung haben es über allen Zweifel erhoben, daß alle Qualitäten, von denen hier die Rede sein kann, sich in eine Reihe quantitativer Bestimmungen auflösen, also durch Zahlen vollständig bestimmen und messen lassen.

Sobald der Maßstab, mit dem gemessen werden soll, gegeben ist, so erscheint die Ausführung des Geschäftes selbst als etwas Mechanisches, Äußerliches, wenn es auch viel Scharfsinn erfordern kann, sehr große und sehr kleine Dimensionen mit Genauigkeit zu messen und zu berechnen. Aber erheben wir uns mit der Mathematik eine Stufe höher, so finden wir sie beschäftigt, den Maßstab erst zu schaffen, der fähig ist, die Größe zu ermessen. Denken wir uns z. B. eine gesetzmäßige krumme Linie, etwa eine Ellipse, eine solche Linie, welche jeder Kreis zu bilden scheint, der in einer schiefen Lage vom Auge betrachtet wird, so finden wir sie an verschiedenen Stellen verschieden gekrümmt; offenbar ist diese Krümmung an den beiden voneinander am weitesten entfernten Punkten am größten, an den Punkten aber, die sich am nächsten gegenüber stehen, am kleinsten. Die Krümmung nimmt von den ersten Punkten nach den letztern hin stets ab. Ein jeder wird wohl die Frage verständlich finden, wie groß ist die Entfernung der am weitesten voneinander abstehenden Punkte? oder welchen Umfang hat diese krumme Linie? aber niemand wagt zu fragen, wie krumm ist die Linie in irgend einem Punkte? denn jeder glaubt, die Krümmung sei eine Qualität der Linie, die nicht durch Zahlen bestimmt werden kann. Man weiß zwar, ein Kreis hat in allen seinen Punkten gleiche Krümmung, und diese Krümmung nimmt um so mehr ab, je größer sein Durchmesser oder Halbmesser wird, aber es leuchtet nicht gleich von selbst ein, daß der Kreis der Maßstab sei, durch welchen die Krümmung in irgend einem Punkte jeder anderen krummen Linie gemessen werden müsse. Und doch ist es so. Es läßt sich mit der größten Schärfe für jeden Punkt einer krummen Linie ein Kreis berechnen und zeichnen, der sich an dieser Stelle inniger an sie anschließt, als jeder andere denkbare Kreis. Diesen Kreis nennt man den Krümmungskreis. Konstruieren wir für irgend zwei Punkte der erwähnten Ellipse die beiden Krümmungskreise, und finden den Halbmesser des einen dreimal größer als den des andern, so schreiben wir der Ellipse im letzten Punkte eine dreimal größere Krümmung zu, als im ersten. Durch Hilfe der Mathematik ist man also imstande, von den Krümmungen einer Linie in Zahlen zu sprechen, offenbar auf eine bestimmtere und sicherere Weise, als dies in jeder anderen Sprache möglich wäre. Wer sich nicht eine klare Vorstellung vom Krümmungskreise gebildet hat, kann es unmöglich verstehen, wenn er in der Geographie hört, die Grade eines Erdmeridians wären unter dem Äquator kleiner als unter den Polen. Bekanntlich ist ein solcher Erdmeridian fast eine Ellipse, deren größte Krümmung unter dem Äquator liegt. Erfahren wir nun, daß der Meridiangrad unter den Polen $14 \frac{4}{11}$ Meilen, in Berlin $14 \frac{3}{11}$ und unter dem Äquator $14 \frac{1}{11}$ Meilen beträgt, so muß man sich für diese drei Punkte die Krümmungskreise

des Meridians konstruiert denken und auf jedem dieser drei Kreise die Länge eines Grades bestimmen. Diese Längen würden dann entsprechend die angegebene Größe haben. Ebenso verständlich ist es nun auch, wenn von den Eisenbahnen behauptet wird, ihr Krümmungshalbmesser dürfe an keiner Stelle kleiner als 400 Fuß sein.

Durch fortgesetzte Bemühung Qualitäten zu messen ist es der Mathematik möglich geworden, sogar ein Maß für die Kräfte zu finden. Wer sollte wohl nicht zugestehen, daß ihm das Wort Kraft von allen, die er je gebraucht hat, das dunkelste gewesen ist. Wird man gezwungen, ihm einen bestimmten Sinn unterzulegen, so sagt man: Kraft ist die Ursache der Veränderung. Aber wie die Ursachen zu messen sind, scheint eben nicht viel klarer zu sein, als wie das Maß von Kräften zu finden ist. Nun kommt noch hinzu, daß man sich trotzdem die Aufgabe doch noch etwas leichter denkt, als sie ist, denn man denkt sich die Kräfte als fest bestimmte, unveränderliche Wesen. Aber Kraft ist selbst nichts als ein Prozeß, ein Vorgang, ein Auf- und Niedergang. Wer die Kraft messen will, muß die Flucht selbst zu fesseln verstehen. An der Schwerkraft wenigstens wollen wir zu zeigen versuchen, mit welchem Maße die Mathematik die Kräfte mißt. NEWTON hat seinen unsterblichen Ruhm hauptsächlich durch die Entdeckung des Gesetzes der Schwere gegründet, welches der neueren Astronomie zur Basis dient. Nach ihm ist die Materie gleichgültig gegen Ruhe und Bewegung. Ruhende Materie beharrt in Ruhe, bewegte in Bewegung. Bewegte Materie zur Ruhe zu bringen, erfordert dieselbe Kraft, die angewandt werden mußte, ihr diese Bewegung zu erteilen. Hierin ist das Gesetz der Trägheit ausgesprochen. Das Gesetz der Schwere aber lehrt: Alle Materie zieht einander an proportional ihrer Masse, und diese Kraft nimmt ebenso ab, wie das Quadrat der Entfernung zunimmt. Zum Messen der Schwerkraft, also überhaupt zur Entdeckung des Gesetzes, ist die Untersuchung gewisser Differenzen oder Unterschiede erforderlich, deren hohe Bedeutung NEWTON und LEIBNIZ zuerst kennen lehrten.

Was wir gewohnt sind, Bildung zu nennen, läßt sich auch als die Fähigkeit auffassen, Unterschiede zu erkennen, überhaupt zu unterscheiden. Wer zur Beschauung eines Kunstwerks nur die Worte „schön“ und „häßlich“ mit sich trägt, eine Tat nur „gut“ oder „schlecht“ zu nennen vermag, ist ungebildet. Der Gebildete sieht da noch tausendfache Unterschiede und Gliederung, wo dem Ungebildeten eine einfarbige Fläche erscheint. Der Mensch ist erfindungsreich genug gewesen, sich Worte zu schaffen, um die leisesten Differenzen zu bezeichnen. Diese Worte sind das Eigentum der Gesellschaft geworden, aber sie sind leider sehr oft das bunte Gefieder, mit dem Pfeile in die Luft schwirren, ohne ihr Ziel zu treffen.

Auch die Mathematik kennt die Bedeutung der Unterschiede, aber für die unendliche Mannigfaltigkeit der Unterschiede, die sie erkannt hat, gibt es keine Worte mehr, nur der Reichtum der Zahlen ist unerschöpflich genug, sie zu bezeichnen. Dieses Bilden der Unterschiede und die Vergleichung ihrer gegenseitigen Verhältnisse ist seit NEWTON und LEIBNIZ ein Hauptgeschäft der Mathematik geworden.

Betrachten wir z. B. die Bewegung zweier Kugeln, die sich anziehen; denken uns also die Erde fest und den Mond plötzlich in seiner Laufbahn um die Erde gehemmt, so würde er mit unwiderstehlicher Gewalt zu ihr herabstürzen. Man kann nun zunächst die Frage aufwerfen, wieviel Fuß hat jetzt der Mond bereits zurückgelegt? Die Beantwortung dieser Frage geschieht durch die einfache Operation des Messens. Wenn auch in diesem Falle das Maß selbst nicht wirklich angelegt werden kann, so ist die

Ausführbarkeit des Geschäfts doch denkbar. Ganz anders verhält es sich aber, man zu wissen wünscht: wie groß ist in diesem Augenblicke die Geschwindigkeit des Mondes, das heißt, wieviel Fuß würde er jetzt in jeder Sekunde zurücklegen, wenn die Kraft der Erde nicht mehr auf ihn einwirkte? Um diese Frage zu lösen, muß man die Bildung von Unterschieden zu Hilfe nehmen. Man mißt die beiden in kurz aufeinander folgenden Zeiträumen durchlaufenen Wege und dividirt mit dem Unterschiede der Zeiten in die Unterschiede dieser Wege. Der Quotient gibt dann die gesuchte Geschwindigkeit um so genauer an, je kleiner diese Differenzen waren, mit denen man operierte. Man kann nun endlich die Kraft zu kennen verlangen, welche in jedem Augenblicke auf den Mond einwirkt. Zu dem Ende bestimmt man wieder für zwei einander sehr nahe Zeitpunkte die beiden entsprechenden Geschwindigkeiten, dividirt mit der Differenz der Zeiträume in die Differenz der Geschwindigkeiten, und findet so, um wieviel innerhalb einer Sekunde die Geschwindigkeit der Bewegung zugenommen hätte, wenn sie gleichförmig gewachsen wäre. Der zuletzt erhaltene Quotient gibt nun eine ganz bestimmte Vorstellung von der Größe der Kraft, die jetzt auf den Mond einwirkt. Diese Rechnung würde ein vollkommen richtiges Resultat geliefert haben, wenn man mit unendlich kleinen Differenzen hätte operieren können. Ein nur etwas längeres Verweilen bei diesem Gegenstande, als es uns erlaubt ist, würde die Möglichkeit dieses Verfahrens zeigen können. Es handelte sich hier nur darum nachzuweisen, wie die Bildung von Differenzen, und zwar von unendlich kleinen Differenzen, und das Aufsuchen ihrer gegenseitigen Verhältnisse eines der wichtigsten Geschäfte der Mathematik ist. Durch sie steigt man vom Messen des *Raumes* und der *Zeit* auf zum Messen der *Geschwindigkeit* und von ihm zum Messen der *Kraft*. Diesen Betrachtungen konnte jede andere Kraft zugrunde gelegt werden, aber an der Schwerkraft haben die Menschen zuerst das Wesen der Kräfte studiert und erkannt, daß die übrigen Kräfte nicht etwa spezifisch verschiedene Wesenheiten sind, sondern sich alle diesen Betrachtungen unterwerfen. Durch solche Spekulationen hat sich der Mathematiker den Weg zum Studium der Physik gebahnt, die selbst nichts anderes als eine Mechanik oder Bewegungslehre im weitesten Sinne ist.

Die jetzt schon vorhandene und mehr und mehr sich verbreitende Herrschaft der Mathematik in fast allen Teilen der Physik gestattet ihr der Physiker willig, und selbst der Naturphilosoph kann sie ihr nicht streitig machen. Wäre es z. B. auch nicht die Masse des Mondes, wie wir es glauben, sondern, sowie es HEGEL auffaßt, der wasserlose Kristall, der an unserem Meere gleichsam zu integrieren, den Durst seiner Starrheit zu löschen sucht und daher Ebbe und Flut bewirkt. Der Mathematiker braucht nicht zu untersuchen, ob dieser Vergleich ebenso tiefsinnig ist, als er spielend erscheint, aber man verlangt von ihm zu wissen, wie hoch dieser Durst des Mondes das Meer in unseren Häfen aufsaugt, und diese Zahl von Füßen vermag niemand aus dem philosophischen Bilde zu lesen. Aber diese numerischen und geometrischen Bestimmungen allein sind es, die einen praktischen Wert und ein wahres allgemein verbreitetes Interesse haben, welches befriedigt werden muß. Das Verlangen nach Wahrheit wird da, wo es möglich ist, durch Zahlen am vollständigsten gestillt; wie weit aber diese Möglichkeit reicht, kann die Mathematik nur selbst lehren.

Den Eingang in die Physik im engeren Sinne fand die Mathematik zuerst durch das Licht. Die Zurückwerfung und Brechung des Lichtes folgen so einfachen und numerisch so scharf bestimmten Gesetzen, daß alle Schlüsse, die aus ihnen zu ziehen sind, nur mathematische Operationen bilden. Auf diesen beiden Eigenschaften des Lichtes

beruht die Konstruktion der Fernröhre, der Mikroskope, der Camera obscura und fast aller optischen Instrumente. Die hohe Vollendung, welche das letztere Instrument in der neuesten Zeit als Daguerreotyp erfahren hat, verdanken wir nur den Rechnungen eines Mathematikers. Die Zurückwerfung und einfache Brechung des Lichtes konnten die Geometer behandeln, ohne von einer bestimmten Ansicht über die eigentliche Natur des Lichtes ausgehen zu müssen. Aber es gibt andere Manifestationen des Lichtes, wie z. B. die Farben, welche man nicht mehr mathematisch untersuchen kann, ohne der Rechnung eine bestimmte Hypothese zugrunde zu legen. NEWTON sah das Licht als eine höchst feine Materie an, welche vom leuchtenden Körper ausströmt. Er entwickelte mit bewundernswürdigem Scharfsinne die Folgerungen, welche die Mathematik aus dieser Emanationshypothese zu ziehen vermag; aber dennoch blieben nach seiner Theorie viele Erscheinungen, die das Licht darbietet, dunkel und unerklärt. Die Hypothesen der Mathematiker sind aber in ganz anderem Sinne aufzufassen, als die Philosopheme der Naturphilosophen. An NEWTONS Hypothese über die allgemeine Schwere läßt sich am besten klar machen, welchen Wert ihnen die Mathematik überhaupt beilegt. Durch diese Sätze vermögen es die Astronomen, alle Erscheinungen der Bewegung der Himmelskörper, ohne Ausnahme, nach Maß und Zahl so genau zu bestimmen, daß Messungen mit Instrumenten, die zu einem bewunderungswürdigen Grade von Vollendung gebracht worden sind, auch nicht den geringsten Fehler haben entdecken lassen. Und nicht allein den gegenwärtigen Zustand des Planetensystems umfassen die Formeln der Astronomen, sondern Vergangenheit und Zukunft dieses Gebäudes ist in ihnen mit klaren Worten ausgedrückt. Der Astronom kann sein Fernrohr nach dem Himmel richten und voraussagen, heut über zehn Jahre, zu dieser Stunde, werden die Strahlen des Jupiters ihre Richtung durch dieses Rohr nehmen, und es wird gewiß geschehen. Aber alle Messungen, auch die genauesten, sind mit Fehlern behaftet, deren hauptsächlichste Quelle die Ungenauigkeit der Instrumente und die Sinnenschwäche des Beobachters bilden, obgleich bisher die Rechnungen so genau mit den Beobachtungen übereinstimmten, daß alle Abweichungen diesen unvermeidlichen Fehlern zugeschrieben werden konnten.

Denken wir uns indes die Meßinstrumente in einem noch ungeahnten Grade von Vollendung, so ist es möglich, ja sogar wahrscheinlich, daß jetzt unsere Rechnungen und Beobachtungen nicht mehr in Einklang zu bringen sind, daß Differenzen zwischen beiden sichtbar werden, welche die Grenzen der Beobachtungsfehler überschreiten. Dann wird die alte ehrwürdige Hypothese von der allgemeinen Attraktion der Masse verlassen werden müssen, aber auch erst dann, wenn eine neue an ihre Stelle getreten ist, nach welcher Rechnung und Beobachtung besser übereinstimmen. Dies ist der langsame, aber sichere Weg, den der Mathematiker zur Wahrheit fortschreitet. Uns ist es jedoch wahrscheinlich, ja wir wünschen und hoffen es, dieser Weg werde zu einem unerreichbaren, aber immer heller strahlenden Ziele führen. Ähnlich dachte auch LESSING, wenn er von sich selbst sagt: „Wenn Gott in seiner Rechten alle Wahrheit und in seiner Linken den einzigen immer regen Trieb nach Wahrheit verschlossen hielte, und spräche zu mir: wähle! Ich fiel ihm mit Demut in seine Linke und sagte: Vater gib! Die reine Wahrheit ist ja doch nur für dich allein!“ Also: daß ich es noch einmal hervorheben darf, der Mathematiker, ganz unähnlich dem Philosophen, will das numerisch bestimmte Resultat, und die Hypothese ist nur Mittel zum Zweck, aber über allen Hypothesen erhaben schweben seine Rechnungen als reine Operationen des Denkens.

Der NEWTONSchen Hypothese über die Natur des Lichtes trat gleich anfangs eine andere von HUYGENS gegenüber, welche, aus Mangel an Tatsachen und zum Teil durch NEWTONS großes Ansehen unterdrückt, erst in unsern Zeiten eine vollständige Ausbildung erfahren und durch tiefgreifende Entdeckungen einen hohen Grad von Wahrscheinlichkeit erhalten hat. Fast alle Erscheinungen, die das Licht hervorruft, lassen sich nach ihr auf eine ungezwungene Weise mit der größten Schärfe numerisch bestimmen. Sie hat daher jetzt die NEWTONSche Theorie fast gänzlich verdrängt. Die Anhänger dieser Hypothese denken sich den Weltraum mit einer luftähnlichen Substanz erfüllt, die sie Äther nennen. Diese Substanz ist so unendlich zart, daß sie alle Stoffe durchdringt; daher leistet auch der Äther den schweren Massen der Planeten bei ihrer Bewegung um die Sonne keinen merklichen Widerstand, der nur in geringerem Maße bei den lockern Kometen sichtbar wird, und namentlich von unserem berühmten Astronomen ENCKE zuerst, an dem nach ihm benannten Kometen, beobachtet worden ist. So wie nun ein Stein, den man in einen ruhigen See wirft, auf dem Wasserspiegel sichtbare Wellenkreise erregt, die sich allmählich weiter und weiter verbreiten, bis sie ans Ufer anschlagen, so bringt eine tönende Glocke oder Saite in dem umgebenden Luftmeere durch ihr stetes Leben rings umher Wellen hervor, die das Ohr treffen und in ihm die Empfindung des Tones hervorrufen, und ebenso setzt ein leuchtender Körper, wie die Sonne, der selbst in unsichtbar kleinen, aber unglaublich schnellen Oszillationen begriffen ist, den Äther selbst in Schwingungen, die sich fast mit Blitzesschnelle durch den Weltraum fortpflanzen und im Auge die Empfindung von Licht erwecken. Von dieser Hypothese ausgehend, ist es der Mathematik gelungen, die Farben und alle übrigen noch wunderbareren Erscheinungen des Lichtes auf das genügendste zu erklären und numerisch zu bestimmen. Nach den neuesten Untersuchungen über die Wärme bestehen höchst wahrscheinlich auch ihre Wirkungen in eigentümlichen Oszillationen des Äthers, deren Natur aber noch zu wenig bestimmt ist, als daß sie bereits einer näheren mathematischen Untersuchung unterworfen werden könnten. Da die Elektrizität die Körper mit einer Geschwindigkeit durchströmt, welche die des Lichtes noch übertrifft, und solche schnelle Fortbewegungen eines wirklich materiellen Stoffes auf Widersprüche der seltsamsten Art führen würden, so mögen auch wohl die Wirkungen der Elektrizität und des Magnetismus eigentümliche Tätigkeiten des Äthers sein. Hier aber noch weniger als bei der Wärme ist es möglich gewesen, Hypothesen aufzustellen, welche fähig wären, als Ausgangspunkte für eine Rechnung zu dienen. Bisher hat sich den Erscheinungen die Ansicht mehr anpassen lassen, nach welcher Wärme, Elektrizität und Magnetismus außerordentlich feine Flüssigkeiten sind, deren Druck oder Bewegung alle die wunderbaren Erscheinungen dieser Naturkräfte hervorruft. Diese Hypothese ist bis jetzt auch mit befriedigendem Erfolge der Rechnung unterworfen worden und hat so am vollständigsten die Erscheinungen erklärt. Über die Entstehungsweise der Töne und die Akustik überhaupt brauche ich hier wohl kaum etwas zu erwähnen, da einer unserer geistvollsten Physiker diesem Gegenstande kürzlich eine Vorlesung gewidmet hat, deren reicher Inhalt uns allen wohl noch gegenwärtig ist. Die Akustik hat am wenigsten von allen Disziplinen der Physik mit Hypothesen zu kämpfen gehabt, hatte z. B. niemals nötig, sich eines sogenannten Schallstoffs zu entäußern, der ihr neulich angedichtet wurde. Daher machte auch gleich von NEWTON an die Mathematik in dieser Wissenschaft entscheidende Schritte. Wie einst ARCHIMEDES zum König HIERO sagte, als dieser die Kraft seiner Maschinen bewunderte: „Gib mir einen festen Punkt, und ich bewege die Erde“, so kann der Mathematiker jetzt ausrufen: „Gib mir

die Geschwindigkeit eines fallenden Steines, und ich bestimme den Ton einer schwingenden Saite.“ Und die Kluft zwischen der Geschwindigkeit eines Steines und dem Tone einer Saite übersprungen zu haben erfordert gewiß weit größere Anstrengung, als der Fortschritt von der Bewegung einer einfachen Last zur Überwältigung einer millionenfach größeren.

Es bedarf wohl kaum der Erwähnung, daß die Mathematik noch Probleme genug zu lösen hat, ehe sie sich den Weg zu rein geistigen Gebieten, oder selbst nur zu physiologischen Erscheinungen bahnt, obgleich mathematische Philosophen, namentlich HERBART, diesen Versuch schon anstellten.

Sie hat noch nicht einmal vermocht, diejenigen Kräfte der Materie der Rechnung zu unterwerfen, welche ihre drei Aggregatzustände bestimmen, nämlich den Zustand des Festen, Flüssigen und Luftförmigen, und fast jede Materie ist fähig, in diesen drei Formen zu erscheinen, wie z. B. das Wasser als Eis, als tropfbar flüssiges Wasser und als Gas oder Luft in unseren Dampfapparaten.

Es wird sich in dieser Sphäre einst eine Wissenschaft ausbilden, die man eine umgekehrte Astronomie nennen könnte. Die Forschungen der Physiker, vor allen aber der Chemiker, haben es nämlich höchst wahrscheinlich gemacht, daß die Materie nicht bis ins Unendliche teilbar ist, also weder auf mechanischem Wege durch Zerstoßen und Zerreiben, noch durch irgend eine andere auflösende Kraft der Natur, selbst die des Feuers nicht, in beliebig oder gar unendlich kleine Teile verwandelt werden könne, sondern daß man bei der Auflösung oder sogenannten Vernichtung der Körper endlich auf Teile kommen müsse, welche zwar in Gedanken noch geteilt werden können, aber nicht mehr durch die Kräfte der Natur. Wenn übrigens die Naturforschung nur diesen einen Satz zutage gefördert hätte, der über allen Zweifel erhaben ist, daß nichts Materielles vernichtet werden kann, so würde sie damit der Philosophie einen der reichsten Schätze überliefert haben. Die kleinsten unteilbaren Teile der Materie nennen die Chemiker Atome. Die Atome der verschiedenen einfachen Stoffe oder Elemente sind selbst voneinander verschieden; z. B. die des Goldes verschieden von denen des Silbers, die des Schwefels von denen des Kiesels. Ein jeder solcher einfache Stoff, wie das Gold, wird nun nicht etwa durch eine Gruppe von Atomen gebildet, in welcher ein Atom das andere berührt; denn wie wäre sonst eine Ausdehnung oder Zusammenziehung der Körper möglich, die durch Wärme und Kälte doch stets erfolgt, sondern diese Atome werden in gesetzmäßigen Entfernungen voneinander gehalten, durch ein Spiel von Kräften, deren Natur uns unbekannt ist. Diese Entfernungen verhalten sich wahrscheinlich zu der Größe der Atome selbst, wie die ungeheuren Entfernungen der Fixsterne zu diesen Himmelskörpern; so daß also ein goldener Ring vielleicht ganz passend mit dem System der Fixsterne verglichen werden kann, welche die Milchstraße bilden. Wie leicht ist es der Phantasie, sich riesenhafte Wesen zu denken, für welche der Bau der Milchstraße zum goldenen Reifen zusammenschrumpft, während für die Zwerge unter den Pygmäen sich der Ring an unserm Finger zum goldenen Heer der Sterne ausdehnt. Es ist hinlänglich bekannt, daß die Fixsterne nicht ganz mit Recht ihren Namen führen, sie durchfliegen den Weltraum wahrscheinlich in gewaltiger Eile, aber ihre Bahnen, die sie selbst in Jahrhunderten beschreiben, erscheinen uns von unserm fernen Standpunkte aus als kaum merkliche Veränderungen ihrer gegenseitigen Stellungen. Wenn nun die Atome der Körper durch Kräfte in den gesetzlichen Entfernungen gehalten werden, so müssen sie, ähnlich den Sternen, Bewegungen ausführen, deren Geschwindigkei-

ten im Verhältnis zu der Schärfe unserer Beobachtungen außerordentlich klein sein können. Diese Analogieen, die sich leicht noch viel weiter ausspinnen ließen, sollen nur zeigen, wie man bei mathematischen Untersuchungen über die Natur und Zusammensetzung der Körper leicht an die Astronomie erinnert wird. Auch nimmt die Wissenschaft in dieser Sphäre wahrscheinlich einst denselben Gang, den die Astronomie genommen hat. Im Anfang des siebzehnten Jahrhunderts fand nämlich KEPLER die drei wichtigsten Gesetze der Planetenbewegung durch jahrelanges beharrliches Forschen und Versuchen, ich vermag es nicht besser auszudrücken, als wenn ich sage, durch die Kraft seines unerschütterlichen Glaubens. KEPLER konnte aber die Gesetze nicht beweisen, wenigstens nicht alle, das heißt, er konnte nicht alle aus einem einzigen letzten Prinzip ableiten. Dies war gegen Ende desselben Jahrhunderts NEWTON vorbehalten, der sich den Weg dazu durch seine großartigen mathematischen Kenntnisse und Entdeckungen gebahnt hatte, Entdeckungen, deren Größe und Wert von den allerwenigsten seiner Zeitgenossen gefaßt werden konnte. Unsere gegenwärtigen Physiker sind dem großen KEPLER zu vergleichen, auch sie haben uns neue Welten und ihre Gesetze kennen gelehrt. Denn z. B. noch 1831, vor FARADAYS Entdeckung, hatte niemand eine Ahnung davon, was freilich auch wie ein Feenmärchen klingt, daß, wenn einem metallenen Ringe der Pol eines Magneten genähert wird, fast alle Kräfte der Natur den Ring durchströmen. Er erwärmt sich, und diese Erwärmung kann sich steigern bis zur Glut; er kann in glühenden Tropfen zerfließen oder mit Funkensprühen verbrennen. Die Intensität des dabei entwickelten Lichtes ist sonnenähnlich. Leitet man den erregten Strom durch einen anderen Ring, der einen Eisenstab umgibt, so wird dieses Eisen selbst magnetisch; fließt dieser Kraftstrom durch den menschlichen Körper, so vermag er die heftigsten Erschütterungen zu erregen; das Wasser zerlegt er, wenn er es durchströmt, in zwei Luftarten, seine beiden Bestandteile. Und das alles geschieht nur so lange als der Magnet dem Ringe sich nähert. Sobald der Magnet ruht, sind alle Kräfte verschwunden, die Ströme hören auf zu fließen. Entfernt sich der Magnet wieder vom Ringe, so entstehen die gewaltigen Ströme wieder, aber sie fließen nun in entgegengesetzter Richtung. .

Ebenso wie dem Astronomen KEPLER der Beweis zu seinen Gesetzen fehlte, so mangelt auch den heutigen Physikern die Beweise, das heißt, es fehlt die Aufstellung eines einzigen großen Prinzips, aus welchem sich alle Erscheinungen als Folgerungen ableiten lassen. Die Aufstellung eines solchen Prinzips kann nur die Sache kommender Mathematiker sein, denn so wie sich jetzt mehrere Naturforscher in die riesenhafte Arbeit der Erregung schlummernder Naturkräfte und ihre genaue Maßbestimmung haben teilen müssen, ebenso wenig ist es wahrscheinlich, daß ein einziger mathematischer Kopf, ein zweiter größerer NEWTON, die Wahrheit aussprechen wird, welche Licht in dieses Chaos von Erscheinungen werfen muß. Alle Gesetze, welche die Materie beherrschen, gelten nur von ihren kleinsten Teilen, von ihren Atomen, und durch die Tätigkeit sämtlicher Atome auf einmal muß das klare Gesetz, nach welchem das einzelne wirkt, verdunkelt werden. Die Naturerscheinungen sind fast immer das Resultat der gleichzeitigen Einwirkung sehr vieler Kräfte, oft sogar unendlich vieler, und es gehört ein scharfes Ohr dazu, aus diesem Konzert den Ton der einzelnen Saite deutlich herauszuhören.

Aber raubte man selbst der Mathematik die Mittel, ihre Forschungen auf die Natur ausdehnen zu können, so würde doch der bleibende Rest fast größer sein als das Ganze. Denn diese Fülle der Anwendungen ist dennoch nur ein glänzendes Ge-

wand, welches die reinen edlen Formen der Wissenschaft verbirgt. Die Gesetze und Erscheinungen unseres eigenen Geistes sind reicher, wichtiger und wunderbarer als alle Gesetze der Natur und ihre herrlichen Manifestationen. Vor den scharfen durchdringenden Blicken der Mathematik sind die Fabeln der Philosophen von anziehenden und abstoßenden Kräften, welche die Natur vor dem Zusammensturz in einen Punkt und vor unendlicher Zerstreung bewahren sollen, gänzlich verschwunden. Denn selbst wenn nur drei Massen existierten, welche sich nach dem Gravitationsgesetze anziehen, so beschrieben sie, ohne alle Einwirkung abstoßender Kräfte, stets gesondert umeinander ihre Bahnen. Wer den Zusammenhang der Zahlen weit mit den Gebilden des Raumes schaute, hat einen tieferen Blick in die Schöpfung getan als alle, die den Bau des Himmels und der Erde kennen lehrten. Ginge die Welt mit ihren Gesetzen unter und nur der Geist des Menschen bliebe unversehrt, dann würden Naturwissenschaft und Naturphilosophie unter ihren Trümmern begraben. Aber sobald eine neue Gesetzessaat aus der Asche eine neue Welt hervorrief, vermöchte die Mathematik noch immer aus ihrer Kenntnis die Reihenfolge der Erscheinungen dem Auge des Geistes vorüberzuführen. Schon jetzt ist uns bekannt, was sich ereignen müßte, wenn bei einem neuen Gravitationsgesetze an die Stelle des Quadrats der Kubus träte. Die Bahnen der Himmelskörper würden sich in wirbelnden Spiralen verschlingen, und Körper, die nur einmal einander berührten, hielten sich mit Riesenarmen umschlungen, denn so reißen schnell würde die Kraft der Anziehung mit der Nähe wachsen, daß auf einen schnellen Fiebersturm ein langer Schlaf der Natur erfolgen müßte.

Noch habe ich nicht gewagt, die mathematische Gleichung, die Formel, zu erwähnen, und doch ist es allgemein bekannt, welchen Wert die Mathematik auf Formeln legt. Es ist unmöglich, in Worten von Formeln zu sprechen, Formeln der Mathematik durch Worte zu ersetzen; denn gerade das ist der Wert und das Wesen der Formel, daß sie tausende von Worten in ein einziges Zeichen, in ein Symbol zusammenfaßt. Die Mathematik ist nichts für das Ohr, sie ist nur etwas für das Auge, eine Wahrheit, die ich nicht ohne Grund bis zuletzt verschwiegen habe. Die Formel allein hat die Mathematik zur Wissenschaft erhoben. Anfangs bezeichnete man durch Buchstaben bestimmte Zahlenwerte und drückte Rechnungsoperationen durch Buchstabenverbindungen aus. In der ersten Hälfte des 17. Jahrhunderts erweiterte DESCARTES das Reich der Formeln durch einen der kühnsten Gedanken. Er zeigte, daß der Buchstabe in der Formel nicht mehr einen einzelnen fest bestimmten Wert zu vertreten braucht, sondern in ein und derselben Formel alle Werte der Größe durchlaufen kann. Durch ihn war die Formel gewissermaßen flüssig geworden, sie umfaßte stetige Größe, also auch die Raumgebilde und die Zeit, die Geometrie und die Mechanik. Durch sie wurden nun die schwierigsten Aufgaben der Geometrie gelöst. Es darf hier wohl erwähnt werden, daß DESCARTES' erhabene Freundin, die Prinzessin ELISABETH, Tochter des Churfürsten FRIEDRICH VON DER PFALZ, also die Tante unserer großen Königin SOPHIE CHARLOTTE, durch seine Methoden Aufgaben löste, mit einer Genialität, die seine ganze Bewunderung erregte, und der berühmte Herausgeber der Geometrie des DESCARTES glaubte diesem unsterblichen Werke keine schönere Zierde verleihen zu können, als wenn er es dieser ausgezeichneten Fürstin widmete. In der zweiten Hälfte desselben Jahrhunderts wurde endlich durch NEWTON und LEIBNIZ die Formel zu dem erhoben, was sie noch heute ist. Sie lehrten einsehen, daß der Buchstabe in der Formel nicht mehr einen bloßen Zahlenwert zu bedeuten braucht, sondern einen gan-

zen Begriff darstellen kann, und mit diesen Begriffsformeln läßt sich rechnen wie mit Zahlengrößen. So ist es möglich geworden, durch die Untersuchung fast einer einzigen Formel, die Gesetze der Bewegung der Flüssigkeiten, der Luft und des Äthers, also fast die ganze Physik zu entwickeln. Die Formeln der Mathematik sind das Mittel gewesen, den menschlichen Verstand weit über seine scheinbaren Grenzen hinaus zu erweitern. Sie sind die wahren Zauberformeln, für welche das Wort und die Sache eins ist.

DESCARTES widmete seine „Prinzipien der Philosophie“ mit Worten höchster Verehrung der Prinzessin ELISABETH, und ihre Nichte, die Königin SOPHIE CHARLOTTE, hatte schöpferischen Anteil an der Entstehung der Theodicee des großen LEIBNIZ. Man wird dieser außerordentlichen Erscheinung, daß zwei so nahe verwandte Fürstinnen auf zwei Männer, deren Leistungen in der Mathematik und Philosophie Epoche machen, einen entschiedenen Einfluß ausgeübt haben, die lebhafteste Teilnahme gewiß nicht versagen. Seit dieser Zeit hat die deutsche Mathematik ihren bleibenden Sitz in unserm Vaterlande genommen. FRIEDRICH DER GROSSE verherrlichte seine Akademie durch mathematische Geister von unsterblichen Namen; aber fast alle, die man nennen könnte, waren Fremde. Je mehr sie bemüht waren, die Grenzen der Wissenschaft zu erweitern, um so weniger kümmerten sie sich um ihre Wurzel in unserm vaterländischen Boden. Erst in der neuesten Zeit ist es einem wahrhaft großen mathematischen Talente gelungen, nach beiden Seiten hinstrebend, seine rastlosen Bemühungen mit gleichem Erfolge zu krönen. Nach zwanzigjähriger Arbeit sieht dieser ausgezeichnete Mann zahlreiche Schüler und Freunde Bahnen verfolgen, auf denen er schon als Jüngling, hier unter uns, kühn voranschritt und seinem Vaterlande so den Ruhm mathematischen Tiefsinnes dauernd sicherte. —

Ich darf zum Schlusse nicht verschweigen, daß es Männer gegeben hat, und auch noch gibt, deren allseitig ausstrahlende Fülle geistiger Kraft staunende Bewunderung verdient, die aber über alle diese Dinge anderer, ja ganz entgegengesetzter Meinung gewesen sind. Z. B. äußert sich einer derselben bei Erwähnung der FARADAYSchen Entdeckung in folgenden Worten: „Zwar wird es nicht an Versuchen fehlen, auch diese große Entdeckung, sowie alle die folgenden, die sie veranlassen wird, in die Vereinzelung hineinzuziehen, das Vereinzelte durch abstrakte Hypothesen zu unterbauen und das Totgeborene in den Kalkül einzuschnüren — ja diese Versuche werden nach der herrschenden Denkweise allein Beifall finden. Aber die herannahende Zukunft, die den Magnetismus zur Grundlage einer sich entwickelnden qualitativen Physik bestimmt hat, wie das Abstraktum der Gravitation bis jetzt die Grundlage der quantitativen war, kann durch solche Versuche höchstens verzögert, nie vernichtet werden.“ — In diesen Worten spricht sich deutlich genug Verachtung der klar bestimmten Quantität aus, neben einer mystischen Verehrung trüber Qualitäten. Aber die Mathematik und die Naturforschung haben es über allen Zweifel erhoben, daß alle Qualitäten, von denen hier die Rede sein kann, sich in mehrere Quantitäten auflösen, also vollständig durch Zahlen bestimmen lassen.

Noch vor kurzem haben wir hier in einer Vorlesung gehört, wie ungeheuer der Irrtum wäre, wenn wir wieder an die Stelle des Geldes einen Tauschhandel mit Produkten wollten treten lassen, wenn wir an die Stelle dieser Marke, auf der durch eine unzweideutige Zahl die Größe unserer Ansprüche ausgeprägt ist, die wir an die Gesellschaft zu machen haben, wieder den schwankenden vergänglichen Wert der Erzeugnisse setzen wollten. Und schlägt etwa diese Quantität des Geldes nicht selbst schon durch die

allereinfachste Operation, durch bloßes Addieren, in die stolzesten Qualitäten um? Und ähnlich die Mathematik. Sobald auf irgend einen Gedanken, ein Gesetz, eine Theorie, die Rechnung angewandt werden kann, dann ist auch der unsichere Tausch der Ideen in eine höhere Stufe der Kultur erhoben, er ist durch einen untrüglichen Verkehr mit allgemein gültigen Zahlen ersetzt. Übrigens stellt man den Meinungen berühmter Autoritäten am besten die Äußerungen nicht minder gefeierter Namen gegenüber; daher führe ich hier die Worte des Baron FOURIER an, nicht etwa des Sozialisten, sondern eines Mannes, der auch schon ohne seine tiefen mathematischen Kenntnisse auf der Höhe unserer Bildung stand. Die Mathematik, sagt er, bildet sich nur allmählich weiter, aber sie wächst und fußt mitten unter den unaufhörlichen Schwankungen und den Irrtümern des menschlichen Geistes. Ihr Attribut ist die Klarheit, sie vereint getrennte Erscheinungen und entdeckt das geheime Band, welches sie vereinigt. Wenn Luft und Licht und die wogenden Erscheinungen der Elektrizität und des Magnetismus uns zu entfliehen scheinen, wenn die Körper fern von uns in die Unermeßlichkeit des Raumes gestellt sind, wenn der Mensch das Schauspiel des Himmels verflossener Jahrhunderte schauen will und die Wirkungen der Schwere und der Wärme tief im ewig unzugänglichen Inneren unsers Erdballs erforschen, dann ruft er die mathematische Analysis zu seiner Hilfe herbei. Sie verkörpert den unfühlbaren Stoff und fesselt die flüchtige Erscheinung, sie ruft die Körper aus der Unendlichkeit des Himmels und erschließt uns das Innere der Erde. Sie scheint eine Kraft des menschlichen Geistes, die bestimmt ist, uns für die Unvollkommenheit der Sinne und für die Kürze unseres Lebens zu entschädigen. Ja, was noch bewundernswürdiger ist, ruft er aus, sie befolgt ein und denselben Gang im Studium dieser Erscheinungen, sie erklärt alle durch dieselbe Sprache, fast als ob sie die Einheit und Einfachheit im Plane des Weltalls bezeugen wollte.

FOURIER schrieb diese Gedanken nieder in einem Alter von mehr als fünfzig Jahren, sie sind also nicht als der Ausfluß einer jugendlichen übervollen Seele zu betrachten. Sie erinnern lebhaft an jenen berühmten Ausspruch des ARCHIMEDES. Sie sind die Sprache der Begeisterung, deren die Wissenschaft ebenso fähig ist als die Kunst.