UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
HEIDELBERG

Heidelberger Texte zur
Mathematikgeschichte

Moritz Cantors
Vorlesungen über Geschichte der Mathematik
aus der Sicht seines Kritikers
Gustaf Eneström

Rezensionen, Artikel und Briefe

zusammengestellt von
Gabriele Dörflinger
Universitätsbibliothek Heidelberg
2014

http://www.ub.uni-heidelberg.de/archiv/16473

Quelle: Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik. – 9 (1899)

Moritz Cantor (1829–1920) war der führende Mathematikhistoriker des 19. Jahrhunderts. Er beschäftigte sich mit allen Perioden der Mathematikgeschichte bis zum 19. Jahrhundert. Seine Forschungsergebnisse bis 1758 fasste er in den drei Bänden seiner *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* zusammen, die 1907 durch einen von ihm herausgegebenen vierten Band eines Autorenkollektivs bis zum Jahr 1799 ergänzt wurde.

Quelle: Isis (Chicago, Ill.). – 8 (1926)

Gustaf Eneström (1852–1923), der schwedische Bibliothekar und Mathematikhistoriker, entwickelte sich von einem Anhänger Cantors zu dessen schärfsten Gegner. Diese Entwicklung dokumentiert sich vor Allem in seinen Rezensionen der Cantorschen Mathematikgeschichte.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

Der Mathematikhistoriker GUSTAV ENESTRÖM (1858–1923) beobachtete von Anfang an MORITZ CANTORS (1829-1920) „*Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*“.

Seit 1884 gab er die Zeitschrift ***Bibliotheca mathematica*** heraus, die zunächst als Anhang der ***Acta mathematica*** erschien und neu erscheinende Publikationen zur Mathematikgeschichte aufführte. Ab 1887 erschien die Zeitschrift selbständig als Neue Folge im erweitertem Umfang. Jetzt konnten auch Rezensionen und einige kurze Artikel publiziert werden.

1900 übernahm der Verleger TEUBNER die ***Bibliotheca mathematica*** (3. Folge), die auf ca. 400 Seiten anwuchs und neben den Rezensionen längere Artikel beinhaltete.

Mit Beginn des 1. Weltkriegs wurde das Erscheinen der Zeitschrift eingestellt.

Ohne vorherige Ankündigung richtete Eneström 1900 mit Beginn der 3. Folge der **Bibliotheca mathematica** die Rubrik *Kleine Bemerkungen zur zweiten/letzten Auflage von Cantors Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* ein. Sie sammelte Korekturen und Bemerkungen verschiedener Autoren zum Opus CANTORS.

Vorangegangen waren mehrere Referate Eneströms in französischer Sprache in der zweiten Folge der **Bibliotheca Mathematica** zu CANTORS ***Vorlesungen***. In den ersten äußerte er sich anerkennend, wies aber auch auf kleinere Fehler hin. Der Ton verschärfte sich jedoch von Jahr zu Jahr.

Den Tiefpunkt erreichte er 1913 in seinem Artikel *„Wie kann die weitere Verbreitung unzuverlässiger mathematisch-historischer Angaben verhindert werden?“*[1]. Hier vertrat er die Ansicht, dass es sich nicht nur um kleine Irrtümer, sondern um grundsätzlich fehlerhafte Arbeitsmethoden handele und warf CANTOR mangelnde Mathematikkenntnisse und „bis auf einige Gebiete“ auch fehlende Geschichtskenntnisse vor.

Im Nachlass MORITZ CANTORS, der in der Universitätsbibliothek Heidelberg verwahrt wird, befinden sich 12 Postkarten und 3 Briefe G. ENESTRÖMS. In der Regel bedankte er sich für die erhaltene Lieferung der „Vorlesungen“ und schloss gleich Anmerkungen zu Fehlern an.

[1]S. 4 in: *Bibliotheca Mathematica.* - 3. Folge, 13 (1913), S. 1-13;
online: http://www.ub.uni-heidelberg.de/archiv/12671

Kapitel 1

Rezensionen G. Eneströms

Alle Beiträge Gustav Eneströms zu Moritz Cantor sind in der von ihm herausgegebenen Zeitschrift ***Bibliotheca mathematica*** erschienen. Bis 1899 schrieb er seine Rezensionen auf Französisch, ab 1900 (3. Folge der Zeitschrift) dagegen auf Deutsch.

Eneström publizierte zu den ***Vorlesungen*** die Referate:

1892 Band 2 (BM[1] N.F. 5 u. 6)

1894 Band 1, 2. Aufl. (BM N.F. 8)

1894 Band 3, 1. Abt. (BM N.F. 8)

1896 Band 3, 2. Abt. (BM N.F. 10)

1898 Band 3, 3. Abtl. (BM N.F. 12)

1899 Band 2, 1. Halbband, 2. Aufl. (BM N.F. 13)

1900 Band 2, 2. Halbband, 2. Aufl. (BM 3.F. 1)

1900 Band 3, 1. Abt., 2. Aufl. (BM 3.F. 1)

1901 Band 3, 2. u. 3. Abt., 2. Aufl. (BM 3.F. 2)

1907 Band 1, 3. Aufl. (BM 3.F. 7)

Alle Bände der ***Bibliotheca Mathematica*** findet man in der Universitätsbibliothek Heidelberg unter der Signatur *L 15-7*.

[1] Bibliotheca Mathematica

1.1 Band 1: Von den ältesten Zeiten bis zum Jahre 1200 n. Chr.

Die erste Auflage des 1. Bandes erschien 1880. Sie wurde im ***Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*** von Carl Ohrtmann enthusiastisch begrüßt[2]

Gustaf Eneström hatte damals noch kein Publikationsforum. Aus seinen ersten eigenen Rezensionen der Cantorschen Mathematikgeschichte kann man schließen, dass er damals die Meinung Ohrtmanns teilte.

In seinem Referat zur 2. Auflage gab Eneström keine Inhaltsangabe des Bandes, da er voraussetzte, dass die erste Auflage wohlbekannt sei. Er bezeichnete den Band als „excellent guide“. Die letzten zwei Drittel seines Berichts widmete er der Detailkritik.

Ganz anders der Tenor zur dritten Auflage des 1. Bandes. Im ersten Absatz schrieb er noch: „Es ist also eine nicht unbedeutende Arbeit, der sich Herr Cantor unterzogen hat, um die neue Auflage fertig zu stellen“. Dann kritisierte er die (von ihm vermutete) Arbeitsweise Cantors. 7/8 seines Referats widmete Eneström der Besprechung von fehlerhaften Angaben im 1. Band der *Vorlesungen.* Er schloss seinen Bericht mit den Worten:

> „... wenn man in der neuen Auflage Aufschlüsse über eine gewisse Frage suchen will, so soll man sich immer erinnern, daß man nicht darauf rechnen kann, mit Sicherheit Auskunft über den heutigen Stand der mathematisch-historischen Forschung zu bekommen. Im Gegenteil kann es leicht eintreffen, daß man in Wirklichkeit Auskunft über den Stand dieser Forschung im Jahre 1880 bekommt.“

1.1.1 Band 1: Zweite Auflage, 1894

Bibliotheca Mathematica / herausgegeben von Gustaf Eneström. Neue Folge 8. = Nouvelle Série 8 (1894), S. 25–26.

M. Cantor. Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, Erster Band. Von den ältesten Zeiten bis zum Jahre 1200 n. Chr. Zweite Auflage. Leipzig, Teubner 1894. 8°, VII + 883 p. + 1 pl.

La première édition du premier tome des *Vorlesungen* étant déjà épuisée, M. Cantor a entrepris d'en publier une nouvelle édition. Il est inutile de dire que cette entreprise a été saluée avec la plus grande joie par tous les amis de l'histoire des mathématiques, d'autant plus que la nécessité d'une nouvelle édition a permis à M. Cantor de tirer profit aussi des importants écrits historico-mathématiques parus depuis 1880, date de la publication de la première édition.

L'ouvrage de M. Cantor est trop connu par nos lecteurs pour qu'il soit nécessaire de donner ici un aperçu des sujets y traités et d'en signaler les grands mérites; sans recours à cet excellent guide, il aurait été extrêmement difficile d'écrire plusieurs des monographies historico-mathématiques auxquelles nous venons de faire allusion. Nous faisons remarquer seulement que la seconde édition a été augmentée d'environ 80 pages, et que, d'autre part, les fautes d'impression de la première édition semblent y avoir été éloignées. En parcourant le volume, on voit aisément que M. Cantor s'est efforcé d'y utiliser toutes les nouvelles recherches faites pendant ces derniers temps dans le domaine de l'histoire des mathématiques, à l'exception de celles qui exigeraient un remaniement complet de dizaines de pages, p. ex. les travaux de M. Zeuthen sur l'histoire des sections coniques dans

[2] *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik.* – 12.1880 (1882), S. 16–28;
online: http://www.ub.uni-heidelberg.de/archiv/13381

l'antiquité. Naturellement il est souvent difficile de décider jusqu'à quel point un ouvrage, tel que celui de M. Cantor, doit rendre compte de détails historiques peu importants. Ainsi p. ex. on pourrait mettre en question s'il n'avait pas été convenable de mentionner au moins le nom du mathématicien byzantin Leon, sur lequel M. Heiberg a donné quelques renseignements (voir ***Biblioth. Mathem.*** 1887, p. 33–36).

Dans la nouvelle édition, nous n'avons pu trouver aucun mot sur la question s'il existe des traductions des *Elementa* faites de l'arabe en latin antérieurement à Atelhard de Bath; à la page 670, M. Cantor dit expressément qu'Atelhard était le premier, traducteur de l'arabe. Il est vrai que M. Cantor a parlé de ce sujet dans le second tome (p. 91–92) des *Vorlesungen*, mais, comme il s'agit du temps avant l'an 1200, il nous semble avoir été plus correct d'en rendre compte aussi dans la nouvelle édition du premier tome. De même, dans la notice sur Ahmed Ibn Jusuf (p. 694), M. Cantor n'a pas mentionné l'écrit *de similibus arcubus* cité par lui à la page 71 du second tome, et, pour ce qui concerne le traité sur les proportions, il dit seulement qu'on en parlera dans un chapitre suivant (cf. tome II, p. ,15).

Nous espérons que M. Cantor aura bientôt le plaisir de préparer une troisième édition du premier tome et que, dans cette édition, on retrouvera tout ce qui se rapporte à l'histoire des mathématiques avant l'an 1200.

Stockholm. G. Eneström.

1.1.2 Band 1: Dritte Auflage, 1907

Bibliotheca mathematica. — 3. Folge, Bd. 7 (1906–07), S. 398–406

M. Cantor**. Vorlesungen über Geschichte der Mathematik.** Erster Band. Von den ältesten Zeiten bis zum Jahre 1200 n. Chr. Dritte Auflage. Leipzig, B. G. Teubner 1907. 8, VI + 941 S. + 1 Tafel. 24 Mk.

In seinem kurzen Vorworte lenkt Herr Cantor die Aufmerksamkeit darauf, daß zwischen dem Erscheinen dieser und der vorigen Auflage ein Zwischenraum von 13 Jahren liegt, und daß die mathematisch-historische Forschung während dieser 13 Jahre viele neue Ergebnisse gewonnen hat. Daß nicht nur die letzte Bemerkung richtig ist, sondern auch neugewonnene Resultate von Herrn Cantor berücksichtigt worden sind, kann man schon aus dem Umstande folgern, daß die neue Auflage etwa 60 Seiten mehr als die vorige enthält; noch besser ersieht man es natürlich, wenn man das Buch selbst liest. Es ist also eine nicht unbedeutende Arbeit, der sich Herr Cantor unterzogen hat, um die neue Auflage fertig zu stellen.

Bei dieser Arbeit scheint Herr Cantor folgendes Verfahren angewendet zu haben. Wenn ihm eine mathematisch-historische Schrift zur Verfügung gestellt worden ist, hat er dieselbe durchgesehen und eventuell in sein Handexemplar der Vorlesungen die Ergänzungen oder Verbesserungen, die seines Erachtens dadurch veranlaßt werden konnten, eingetragen, oder wenigstens den Titel der Schrift angemerkt, um etwas später die angebrachten Ergänzungen oder Verbesserungen einzutragen; vielleicht hat er ausnahmsweise auch einige andere Schriften, deren Vorhandensein ihm bekannt geworden ist, auf dieselbe Weise benutzt. Durch dies Verfahren hat er allmählich das Druckmanuskript der neuen Auflage hergestellt und dasselbe dann im Jahre 1906 an den Verleger als druckfertig gesandt.

Ohne Zweifel kann ein solches Verfahren als *Vorarbeit* gebilligt werden, aber jedenfalls nur unter der Bedingung, daß das Druckmanuskript zuletzt genau kontrolliert wird, unter Zuhilfenahme der einschlägigen bibliographischen Arbeiten (z. B. des ***Jahrbuches über die Fortschritte der Mathematik*** und der Abteilung „Neu erschienene Schriften“ der ***Bibliotheca Mathematica***), sowie der schon benutzten mathematisch-historischen Schriften, sofern diese noch zugänglich sind. *Ohne* diese Kontrolle kann man nämlich nicht sicher sein, daß man die mathematisch-historische Literatur so weit möglich herangezogen hat, und übrigens könnte es sehr leicht eintreffen, daß man zuweilen versäumte, ziemlich wichtige Sachen zu notieren, weil man zurzeit anderes zu besorgen hatte; noch dazu ist es eine gewöhnliche Erfahrung, daß es sehr schwer ist, im Laufe einer längeren Zeit konsequent zu sein in betreff der Auswahl der Ergebnisse, die verdienen, notiert zu werden.

Aber so viel ich sehen kann, hat Herr CANTOR die hier als notwendig bezeichnete nachträgliche Kontrolle nicht oder wenigstens nur ausnahmsweise vorgenommen, denn nur unter dieser Voraussetzung kann ich gewisse, sehr auffällige Unvollständigkeiten seiner Darstellung erklären. Eine solche Unvollständigkeit hat er selbst in seinen „Ergänzungen und Verbesserungen" hervorgehoben, wo er (S. 913) mitteilt, daß er seinerzeit versäumte, den wichtigen Artikel des Herrn H. SUTER über *Das Rechenbuch des* ABÛ ZAKARIJÂ EL HASSAR (***Biblioth. Mathem.*** $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 12–40) in seinem Handexemplare anzumerken. Daß aber dieser Fall gar nicht der einzige der fraglichen Art ist, dürfte der sachkundige Leser ohne besondere Mühe ausfindig machen können. Hier werde ich nur noch einen einzigen auffälligen Fall erwähnen.

Im Jahre 1897 veröffentlichte MAX CURTZE in den ***Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik*** (**8**, 8. 1–27), die damals zugleich Supplemente zur ***Zeitschrift für Mathematik und Physik*** (Mitherausgeber MORITZ CANTOR!) waren, eine Algorismus-Schrift, die nachweislich vor 1168 verfaßt wurde, und die von großem Interesse ist, teils wegen ihres Inhalts, teils weil sie die einzige zurzeit bekannte Algorismus-Schrift in lateinischer Sprache ist, von der es nachgewiesen worden ist, daß sie *ganz sicher* dem 12. Jahrhundert entstammt, und weil es wenigstens möglich ist, daß ATELHART von Bath ihr Verfasser ist (vgl. ***Biblioth. Mathem.*** $\mathbf{5}_3$, 1904, S. 416). Aber nichtsdestoweniger behauptet Herr CANTOR noch in der neuen Auflage (S. 911) ganz wie in der vorigen (S. 856): „Andere Algorithmiker aus der Zeit, welche wir hier besprechen, also bis etwa zum Jahre 1200, sind gewiß noch mannigfach in handschriftlichen Texten vorhanden, aber im Drucke nicht veröffentlicht worden", und einen weiteren Beleg dafür, daß er die soeben zitierte Abhandlung von CURTZE vergessen hat, bietet die Bemerkung S. 910: „Wir haben freilich diese komplementäre Multiplikation ... bei keinem älteren Schriftsteller ... gefunden", denn CURTZE hat nachgewiesen, daß dieselbe komplementäre Multiplikation in der vor 1168 verfaßten Algorismus-Schrift vorkommt.

Ich gehe jetzt zu der Frage über, auf welche Weise Herr CANTOR die von ihm wirklich herangezogene mathematisch-historische Literatur benutzt hat. Dabei will ich zuerst als einen erfreulichen Umstand hervorheben, daß man in der neuen Auflage nicht selten den früheren MORITZ CANTOR, den hervorragenden Verfasser der *ersten* Auflage des **ersten** Bandes der *Vorlesungen über Geschichte. der Mathematik* erkennt, wenn er über den Inhalt der seit 1894 zugänglich gemachten mathematischen Schriften des Altertums berichtet. Handelt es sich dagegen nicht um Berichte über den Inhalt neuer *Quellenschriften*, sondern um die Verwertung solcher Resultate anderer Fachgenossen, wodurch die frühere Darstellung des Herrn CANTOR modifiziert sein würde, so liegt die Sache etwas anders. Es scheint nämlich, als ob Herr CANTOR jetzt eine fast kränkliche Abgeneigtheit hätte, das was er früher schrieb, zu streichen oder zu ändern, so daß er sich begnügt, lediglich Zusätze einzufügen, auch wenn Streichungen oder Änderungen sehr leicht anzubringen gewesen wären. Noch schlimmer wird es, wenn die von Herrn CANTOR benutzten mathematisch-historischen Monographien nicht sofort alle erwünschten Aufschlüsse bringen, denn es scheint, als ob er nunmehr im allgemeinen durchaus abgeneigt wäre, auch nur einen Versuch zu machen, um unklare Fragen zu erledigen. Nimmt man noch hinzu, daß die mathematisch-historischen Kenntnisse des Herrn CANTOR in gewissen Gebieten nunmehr auffallend lückenhaft sind, so ist es leicht zu verstehen, daß seine Darstellung an vielen Stellen ungenau oder, sogar unrichtig sein muß. Ich werde jetzt einige Beispiele solcher Stellen geben, hebe aber besonders hervor, daß ich nicht in erster Linie die Stellen gewählt habe, weil sie sehr wichtig sind, sondern weil es außerordentlich leicht gewesen wäre dieselben zu verbessern. Über wichtigere Stellen werden die „Kleinen Bemerkungen“ der folgenden Hefte der **`Bibliotheca Mathematica`** Auskunft geben.

In der vorigen Auflage kam (S. 537) folgender Passus vor:

> Eine ganze Anzahl von Handschriften [hat] sich bis auf den heutigen Tag erhalten, in welchen den Titeln nach die Arithmetik, die Musik, die Geometrie des BOETHIUS aufgezeichnet sind. Die älteste Handschrift ... der Geometrie [soll] dem IX. S.[a] [entstammen].
>
> [a]G. SCHEPSS ... nennt drei Pariser Codices, deren ältester dem IX. S. angehört ... In ihnen wird ausdrücklich das Ganze als Eigentum des BOETHIUS in Anspruch genommen.

In betreff dieses Passus bemerkte PAUL TANNERY in der **`Bibliotheca Mathematica`** (**1**$_3$, 1900, S. 268): „Les mss. contenant une géométrie attribuée à BOÈCE et reconnus comme antérieurs au XI-e siècle, n'en ont qu'un traité en cinq livres dont l'authenticité ne peut être soutenue“, und er begründete seine Behauptung ausführlich in seinen *Notes sur la Pseudo-Géométrie de* BOÈCE (a. a. 0. S. 39–50). Das Material, das TANNERY auf diese Weise zur Verfügung stellte, könnte nun für die neue Auflage der *Vorlesungen* so verwertet worden sein, daß S. 537 Z. 13 „eine Geometrie“ statt „die Geometrie“, sowie Z. 16 „geometrischen Inhalts“ statt „der Geometrie“ gesetzt und außerdem die Fußnote a) ein wenig modifiziert wurde. Ein anderes Verfahren wäre gewesen, schon hier über die verschiedenen Schriften geometrischen Inhalts, die dem BOETIUS zugeschrieben werden, kurz zu berichten. Indessen hat Herr CANTOR weder das eine noch das andere Verfahren benutzt, sondern in der neuen Auflage (S. 577) den ganzen Passus *unverändert abdrucken lassen* und erst S. 580–581 die wesentlichen Berichtigungen TANNERYS als Zusätze eingefügt. Nun will ich nicht mit Herrn CANTOR darüber streiten, ob der zitierte Passus auch unter Bezugnahme auf die TANNERYsche Bemerkung als *buchstäblich* richtig bezeichnet werden kann, denn diese Frage ist für mich von untergeordneter Bedeutung. Dagegen will ich ausdrücklich hervorheben, daß wenn der Zweck des CANTORschen Buches nicht ist, die Leser irre zu führen, sondern sie zu belehren, so ist seine Darstellung jetzt zu beanstanden. Da nämlich Herr CANTOR im Texte zuerst *die* Geometrie nennt und dann angibt, daß die älteste Handschrift *der* Geometrie dem 9. Jahrh. entstammen soll, so *muß* der Leser unnötigerweise die Ansicht bekommen, daß es sich um eine bestimmte Arbeit handelt, die möglicherweise dem BOETIUS zuzuschreiben ist. Aber *die* Arbeit, von welcher eine Handschrift aus dem 9. Jahrhundert bekannt war, ist, wie TANNERY ausführlich dargelegt hat und Herr CANTOR selbst S. 580–581 anzuerkennen scheint, ganz gewiß nicht von BOETIUS verfaßt, während die älteste Handschrift der Arbeit, die möglicherweise von BOETIUS herrührt (die sogenannte *Geometria* BOETII) aus dem 11. Jahrhundert herstammt.

In der vorigen Auflage hatte Herr CANTOR (S. 807) auf eine Handschrift hingewiesen, die vielleicht eine von „JOSEPHUS sapiens“ verfaßte Geometrie enthalten könnte, und er fügte hinzu: „Diese Spur dürfte weitere Verfolgung verdienen“. Hinsichtlich dieses Hinweises bemerkte PAUL TANNERY in der **`Bibliotheca Mathematica`** (**1**$_3$, 1900, S. 269), daß es sich in Wirklichkeit um eine *griechische* Handschrift handelte, die von einem Mönche JOSEPH RHACENDYTES herrührte, und die nur insofern geometrischen Inhalts war, daß sie unter anderem das Kompendium der Mathematik enthielt, das gewöhnlich MICHAEL PSELLOS zugewiesen wird. Mit „JOSEPHUS sapiens“ hat also diese Handschrift gar nichts zu tun. Aber dennoch findet man in der neuen Auflage (S. 857) den erwähnten Passus wieder, nur mit der Veränderung, daß statt „ Diese Spur dürfte weitere Verfolgung verdienen“ jetzt die Worte stehen: „Nur freilich ist gerade diese Spur nicht weiter zu verfolgen, wie an Ort und Stelle vorgenommene Untersuchungen bewiesen haben (briefliche Mitteilung von TANNERY)“. Auch hier lasse ich beiseite, ob die Worte buchstäblich richtig sein können, wenn es sich um eine endgültig erledigte Frage handelt, aber ich kann nicht umhin zu bemerken, daß der Leser unnötigerweise eine unrichtige Auffassung bekommen *muß*. Denn wenn die fragliche Handschrift tatsächlich gar nichts mit „JOSEPHUS sapiens" zu tun hat, so sollte wohl hier, wo es sich gerade um diese Persönlichkeit handelt, der Hinweis ohne weiteres gestrichen oder möglicherweise unter die Fußnoten versetzt werden. Oder soll man annehmen, daß die TANNERYsche Bemerkung Herrn CANTOR unbekannt geblieben ist, und daß die briefliche Mitteilung keine vollständige Auskunft brachte? Das letzte halte ich allerdings für wenig wahrscheinlich auf Grund meiner Bekanntschaft mit PAUL TANNERY.

Die zwei vorangehenden Beispiele beziehen sich auf die CANTORsche Abneigung gegen leichte Änderungen und Streichungen. Jetzt biete ich ein paar Beispiele seiner Abgeneigtheit, auch nur sehr einfache ergänzende Nachforschungen vorzunehmen.

In der vorigen Auflage kam (S. 854) folgender Passus vor:

> Vielleicht darf man ... auch einen Algorithmus des Meister GERHARD, der handschriftlich in London sich befindet,[a] unserem GERHARD von Cremona überweisen. Das wäre alsdann der erste Algorithmus von bekanntem abendländischem Verfasser, den wir zu nennen hätten.
>
> [a]Ebenda [=B. BONCOMPAGNI, GHERARDO CREMONESE] pag. 57.

In betreff dieses Passus bemerkte ich (**`Biblioth. Mathem.`** **6**$_3$, 1905, S. 104), daß statt „London" Oxford zu setzen sei, und daß in Wirklichkeit als Verfasser der Algorismus-Schrifb nicht „Gerardus" sondern GERNANDUS angegeben werde, wodurch der Anlaß, die Schrift dem GHEARDO CREMONESE zu überweisen, hinfällig wird. Ob Herr CANTOR meine Bemerkung gelesen hat, weiß ich nicht, jedenfalls hat er in der neuen Auflage (S. 908) die unrichtige Angabe „London" nicht verbessert, und auch sonst den Passus der vorigen Auflage unverändert abdrucken lassen. Dagegen zitiert er (S. 909) Abhandlungen von A. A. BJÖRNBO und P. DUHEM, und wenn man diese einsieht, findet man:

1. daß Herr BJÖRNBO die von BONCOMPAGNI erwähnte Algorismus-Schrift als ein anderes Exemplar des *Tractatus magistri* GERNARDI des Cod. Reg. Lat. 1261 der Vatikanischen Bibliothek bezeichnet;

2. daß Herr DUHEM eine Handschrift der Nationalbibliothek in Paris untersucht hat, die auf der einen Seite mit dem 1534 gedruckten *Algorithmus demonstratus* identisch ist, auf der anderen Seite mit der Algorismus-Schrift der soeben angeführten Handschrift der Vatikanischen Bibliothek identisch zu sein scheint.

Man kann also schon aus diesen Angaben folgern, daß der von Herrn CANTOR in der vorigen Auflage erwähnte Algorithmus des Meister GERHARD wahrscheinlich mit dem 1534 gedruckten *Algorithmus demonstratus* identisch ist. Nun ist aber diese Schrift nach der Ansicht des Herrn CANTOR (siehe den zweiten Band der *Vorlesungen*, zweite Auflage S. 63–66) eine der wichtigsten Algorismus-Schriften des Mittelalters, und die bloße Möglichkeit, daß sie dem GHERARDO CREMONESE zu überweisen wäre, also schon um die Mitte des 12. Jahrhunderts verfaßt sein würde, ist darum von größtem Belang; in Wahrheit kann die Entwickelang der Arithmetik im christlichen Mittelalter nicht dargestellt werden, ohne daß man zu dieser Frage Stellung nimmt.

Dabei gibt es zwei Auswege, die beide sehr nahe liegen. Man kann nämlich die Mutmaßung, daß Meister GERARD mit GHERARDO CREMONESE identisch ist, als so unbegründet betrachten, daß sie gar nicht berücksichtigt zu werden verdient, denn teils war ja GHERARDO CREMONESE bisher *nur* als Übersetzer bekannt, teils war im Mittelalter „Gerardus" ein gar nicht ungewöhnlicher Verfassername; so z. B. gibt es handschriftlich ein „Liber magistri GERARDI de Brussel De motu", der spätestens dem 13. Jahrhundert zu entstammen scheint. Endlich ist es auf Grund des Inhalts des *Algorithmus demonstratus* höchst unwahrscheinlich — man könnte sogar sagen fast unglaublich —, daß er schon aus der Mitte des 12.

Jahrhunderts herrührt. Man könnte also mit gutem Rechte den ganzen Passus streichen, der von der angeblichen Algorismus-Schrift des GHERARDO CREMONESE handelt.

Der zweite Ausweg wäre, wenigstens einen Versuch zu machen, um die Frage zu erledigen, und für diesen Zweck zuerst die zitierte Schrift von BONCOMPAGNI einzusehen. Tut man dies, so findet man an der von Herrn CANTOR erwähnten Seite folgenden Passus:

> Nel catalogo stampato de' manoscritti della biblioteca Bodleiana d'Oxford si legge: Algorismus Magistri Gerardi in integris et minutiis. Questo trattato d'aritmetica trovasi manoscritto nel codice 61 Digby della medesima biblioteca Bodleiana,

und BONCOMPAGNI verweist auf den *alten* Manuskript-Katalog von 1698. Vergleicht man jetzt dies Zitat mit der von Herrn CANTOR erwähnten Stelle der BJÖRNBOschen Abhandlung, so findet man, daß nach dem *neuen* Manuskript-Katalog der Bodleianischen Bibliothek von 1883 der Titel der von Boncompagni zitierten Algorismus-Schrift lautet: „Algorismus magistri GENARDI in integris et minutiis". Der Traktat, der angeblich vom Meister GERARDUS verfaßt sein würde, muß also jetzt dem Meister GENARDUS (GERNARDUS, GERNANDUS) zugeschrieben werden, und schon dadurch ist es fast sicher geworden, daß GHERARDO CREMONESE gar nichts mit der 1534 herausgegebenen Algorismus-Schrift zu tun hat. Aber Herr CANTOR hat sich nicht einmal die Mühe gegeben, diese leichte Untersuchung auszuführen, sondern begnügt sich, nachdem er den Passus der vorigen Auflage unverändert abgedruckt hat, hinzuzufügen:

> Vielleicht gibt es noch eine zweite umfangreichere Handschrift desselben Algorithmus in einem Vatikancodex, der den *Tractatus magistri* GERNARDI enthält. Genauer werden wir auf diesen Algorithmus, der unter dem Namen *Algorithmus demonstratus* ohne Bezeichnung eines Verfassers 1533 [Druckfehler für 1534] gedruckt worden ist, erst im II. Bande ... eingehen.

Es hat also hier die Frage ganz unnötigerweise unentschieden gelassen. Im Vorübergehen bemerke ich, daß Herr CANTOR sicherlich die Frage endgültig erledigt haben könnte, wenn er nur zwei kurze Briefe geschrieben hätte (vgl. sein Verfahren in betreff der „Hodie"-Frage, S. 287 der zweiten Auflage des dritten Bandes der *Vorlesungen*).

In der vorigen Auflage hatte Herr CANTOR (S. 536) angegeben, daß die Astronomie des BOETIUS nach aller Wahrscheinlichkeit noch 1515 vorhanden war, weil sich eine dies Jahr erschienene Arbeit auf deren Benutzung beruft, und in der neuen Auflage wird (S. 576) diese Angabe wiederholt mit dem Zusatze:

> Möglicherweise ist bei jener Berufung ein 1503 in Paris gedruckter, von FABER STAPULENSIS herausgegebener Band gemeint, der den ... Titel führt: „BOETIUS SEV. Epitome ... insuper Astronomicon". Wenn dem aber so wäre, so stünde die Meinung auch das Astronomicon müsse von BOETHIUS verfaßt gewesen sein, freilich auf recht schwachen Füßen,

und in einer Fußnote teilt Herr CANTOR mit, daß Herr KARL BOPP den Titel einem antiquarischen Kataloge entnommen hat.

Nun verhält es sich aber so, daß der betreffende Sammelband vom Jahre 1503 ein sehr bekanntes Buch ist, dessen eine Abteilung Herr CANTOR selbst im 2. Bande seiner *Vorlesungen* (Aufl. 2, S. 379) zitiert hat, und das von P. RICCARDI teils in der *Biblioteca matematica italiana* **1**, Sp. 142–143, teils ausführlicher in der `Bibliotheca Mathematica` 1894, S. 73–75 beschrieben worden ist. Aus der letzten Beschreibung ersieht man (a. a. 0. S. 75), daß das „Astronomicon" mit den Worten beginnt: „JACOBI FABRI STAPULENSIS Astronomici theorici corporum celestium Liber primus", so daß der Traktat gewiß nicht von BOETIUS herrühren kann.

Ich habe oben bemerkt, daß die mathematisch-historischen Kenntnisse des Herrn Cantor in gewissen Gebieten auffällig fragmentarisch sind und werde dies jetzt durch ein Beispiel belegen; das Beispiel ist übrigens auch ein neuer Beweis seiner Abneigung gegen jede besondere Nachforschung.

S. 800 gibt Herr Cantor an, daß eine sichere Entscheidung einer gewissen Frage allerdings nur dann möglich wäre, wenn es gelänge, den Urtext des *Liber embadorum* Savasordas aufzufinden. Aber dieser Urtext ist längst aufgefunden worden (vgl. *Biblioth. Mathem.* **4**$_3$, 1903, S. 332), und von demselben ist vor einigen Jahren eine Abteilung veröffentlicht worden (vgl. *Biblioth. Mathem.* **5**$_3$, 1904, S. 90). Übrigens kann es Herrn Cantor nicht unbekannt sein, daß Moritz Steinschneider die Geschichte der jüdischen Mathematik und besonders Savasorda eingehend behandelt hat, und es würde Herrn Cantor ziemlich leicht gewesen sein, eine Stelle aufzufinden, wo die bekannten Handschriften des Urtextes des *Liber embadorum* verzeichnet sind, wenn er nur seine eigene Fußnote 3) S. 797 zu Rate gezogen hätte (vgl. *Biblioth. Mathem.* 1896, S. 36–37).

In seinem schon erwähnten Vorworte bemerkt Herr Cantor, daß es die Pflicht des gewissenhaften Geschichtsschreibers ist, seine Leser auf die Streitpunkte aufmerksam zu machen, und daß er hofft, dieser Pflicht genügt zu haben. Auch ich bin überzeugt, daß er wirklich versucht hat, über die Gründe, die von den Vertretern verschiedener Ansichten angeführt worden sind, unparteiisch zu berichten. Aber leider scheinen seine Versuche nicht immer geglückt zu sein, und der Grund dazu ist wohl zum Teil, daß er wesentlich nur die Schriften, die ihm zur Verfügung gestellt wurden, gelesen hat. Es ist natürlich, daß diese Schriften in erster Linie von denen herrühren, die seinen Ansichten beipflichten, während die Gegner dieser Ansichten weniger Anlaß gehabt haben, ihm ihre Abhandlungen zu senden. Aber dann versteht man leicht, wie erfolglos die fraglichen Versuche des Herrn Cantor zuweilen werden müssen. Ein Beispiel dieser Art bietet die Cantorsche Darstellung der Streitfrage über den Ursprung der Schriften, die Herr Cantor (S. 388) „Heronsche Sammlungen“ nennt. Als Vertreter der Ansicht, daß diese Schriften wesentlich byzantinischen Ursprungs sind, zitiert Herr Cantor (S. 392) nur J. L. Heiberg, der in seinem sehr kurzen Berichte über griechische Mathematik, Mechanik und Astronomie (1905) diesen Ursprung ganz beiläufig als „bewiesen“ bezeichnet, aber *nicht* Paul Tannery, der in seinem zweiten Artikel über Heron im *Journal des savants* 1903 (S. 203–211) die Frage ausführlich behandelt hat. Diesen Artikel hat Herr Cantor vermutlich nicht bekommen, denn die fragliche Zeitschrift bietet ihren Mitarbeitern keine Sonderabzüge, und er ist ihm vielleicht auch unbekannt geblieben (der Artikel ist freilich in der *Biblioth. Mathem.* **6**$_3$, 1905, S. 303 erwähnt). Nun enthält der Tannerysche Artikel Ausführungen, aus denen mit großer Wahrscheinlichkeit hervorgeht, daß wenigstens die von Hultsch unter dem Titel „Heronis *Geometria*“ veröifentlichte Schrift byzantinischen Ursprungs ist, und da Herr Cantor gar nichts davon mitteilt, so verliert seine Darstellung der Streitpunkte der Heron-Frage sehr an Wert.

Ein anderer Fehler der Cantorschen Berichte über Streitpunkte ist, daß zuweilen Tatsachen und mehr oder weniger kühne Hypothesen nicht unterschieden werden. Ich hoffe, daß Herr Cantor mit mir einig ist, wenn ich sage: Es wäre unangebracht, in einem Lehrbuche der Arithmetik anzugeben, daß zweimal zwei fünf sei, auch wenn man nachträglich hinzufügte, daß allerdings zweimal zwei nicht genau fünf sondern vielmehr vier beträgt. Aber gerade Fehler verwandter Art begeht Herr Cantor zuweilen, wie aus den zwei folgenden Belegen hervorgehen dürfte; beide beziehen sich auf die Heron-Frage.

S. 364 macht Herr Cantor darauf aufmerksam, daß Heron in seiner Vermessungslehre den Verfasser „der Geraden im Kreise“ zitiert, und Herr Cantor fügt unmittelbar hinzu: „die Geraden im Kreise (S. 362) [rühren] von Hipparch [her]; folglich muß Heron nach der Mitte des II. vorchristlichen Jahrhunderts gelebt haben“; hier wird also *ausdrücklich* behauptet, (vgl. die Verweisung auf S. 362, wo Hipparchos behandelt wird), daß Hip-

PARCHOS Verfasser der von HERON zitierten Schrift ist. Aber in den folgenden Zeilen wird erwähnt, daß auch MENELAOS eine Schrift mit demselben Titel verfaßte, und nun sucht Herr CANTOR nachträglich zu *beweisen*, daß HERON nicht diese Schrift gemeint haben kann (der Beweis ist übrigens meiner Ansicht nach wertlos[3]); ferner bemerkt Herr CANTOR S. 367, daß seine *Übezeugung*, die in der Metrica erwähnte Sehnentafel sei die des HIPPARCHOS, von einem jüngeren Philologen geteilt wird. Aber dann ist es unangebracht, zuerst ganz einfach zu sagen, daß „die Geraden im Kreise“ von HIPPARCH herrühren, ohne hinzuzufügen: „unserer Überzeugung nach“ oder „wie wir unten begründen werden“ oder etwas ähnliches.

S. 366 bemerkt Herr CANTOR : „um das Jahr 500 n. Chr. erzählt CASSIODORIUS von dieser Vermessung und sagt dabei, ein Schriftsteller ***Heron metricus*** habe sich an ihrer Redaktion beteiligt“; hier wird also ausdrücklich von einer tatsächlichen Aussage des CASSIODORIUS gesprochen. Aber unmittelbar nachher gibt Herr CANTOR selbst zu, daß CASSIODORIUS gar nicht einen Schriftsteller HERON nennt, sondern daß die Handschriften „iron“ oder „yron“ (das jedenfalls nicht ein Personenname zu sein braucht) haben. In der Tat ist die Lesart „auctor Heron metricus“ nur eine kühne Konjektur MOMMSENS, und nach PAUL TANNERY (***Journal des savants*** 1903, S. 156) stand vermutlich statt „auctor yron metricus“ ursprünglich „auctor gromaticus“. Wie dem auch sei, ist es durchaus irreleitend zu sagen, daß CASSIODORIUS einen Schriftsteller „Heron metricus“ erwähnt hat.

Bevor ich meine Kritik der neuen Auflage schließe, kann ich nicht umhin, mein Bedauern auszusprechen, daß Herr CANTOR die „Kleinen Bemerkungen“ der ***Bibliotheca Mathematica*** nur sehr unvollständig benutzt hat; diese Bemerkungen enthalten ja ein Material, das ihm sozusagen umsonst zur Verfügung gestellt worden ist. Hinsichtlich derselben ist es bedeutungslos, ob Herr CANTOR zuweilen versäumt hat, nach dem Erscheinen eines neuen Heftes der ***Bibliotheca Mathematica*** die angezeigten Verbesserungen in seinem Handexemplar anzumerken, denn jedes Heft der Zeitschrift enthält Verweise auf alle Bemerkungen der vorangehenden Hefte. Besonders bedauere ich, daß noch in der neuen Auflage (S. 706) die folgende irreleitende Behauptung der vorigen Auflage wiederholt ist: „So müssen beispielsweise die Arbeiten des ZENODORUS den Arabern bekannt gewesen sein, weil in einer lateinischen Abhandlung über die isoperimetrische Aufgabe, welche handschriftlich in Basel vorhanden ist, der Name ARCHIMENIDES vorkommt“ (vgl. ***Biblioth. Mathem.*** $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 405).

Es ist noch übrig, hier ein allgemeines Urteil über die dritte Auflage des ersten Bandes der *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* auszusprechen. Den Liebhabern der Geschichte der Mathematik, die nicht Mathematiker sind und die höchstens ganz beiläufig die literarische Geschichte der Mathematik selbst bearbeiten wollen, kann das Buch unbedingt empfohlen werden. Auch den Mathematikern, die nicht in der Lage sind, die mathematischhistorischen Quellenschriften oder Monographien zu benutzen, wird das Buch sehr willkommen sein, da es jedenfalls viele neue Aufschlüsse bringt, deren einige sonst nicht leicht aufzufinden sind.

Betrachtet man dagegen die neue Auflage vom Gesichtspunkte der mathematischhistorischen Forschern aus, kann das Urteil nicht in so wenigen Worten abgefaßt werden. Als Herr CANTOR seine mathematisch-historischen Studien begann, war die Geschichte der Mathematik mehr ein Gegenstand der Liebhaberei als der rein wissenschaftlichen Forschung, und die vorhandene Literatur war wenig umfassend. Seitdem haben sich die Verhältnisse wesentlich verändert. Die Geschichte der Mathematik ist, zum Teil auf Grund der wertvollen Vorarbeit des Herrn CANTOR, allmählich eine wirkliche Wissenschaft geworden und die diesbezügliche Literatur mehrt sich von Jahr zu Jahr. Eine notwendige Folge dieses

[3] Auf dieselbe Weise könnte man beweisen, daß wenn in einer Arbeit bemerkt wird, in den Logarithmentafeln finde man den Wert des Logarithmus von 2, so entstammt diese Arbeit dem 17. Jahrhundert.

Umstandes ist, daß ein Fachmann allmählich zum Standpunkte des Dilettanten herabsinken wird, wenn er hauptsächlich nur von den Schriften, die er selbst bekommt, Kenntnis nimmt, ohne nachher die bibliographischen Hilfsmittel auszunützen. Diese Veränderung der Verhältnisse scheint Herrn CANTOR leider entgangen zu sein, und darum kann die dritte Auflage des ersten Bandes seiner *Vorlesungen* den Fachgenossen empfohlen werden nur unter der Bedingung, daß sie dieselbe mit großer Vorsicht benutzen. Wie ich schon hervorgehoben habe, besteht der Wert der neuen Auflage in erster Linie darin, daß sie viele Berichte bringt über die Quellenschriften, die seit 1894 zugänglich geworden sind. Ferner enthält sie viele wertvolle Angaben über die neueste mathematisch-historische Literatur, aber man muß sich davor hüten, diese Angaben ohne weiteres als wenigstens annäherungsweise vollständig zu betrachten. Auch die Darstellung der Streitpunkte ist nur mit Vorsicht zu benutzen, und wenn man in der neuen Auflage Aufschlüsse über eine gewisse Frage suchen will, so soll man sich immer erinnern, daß man nicht darauf rechnen kann, mit Sicherheit Auskunft über den heutigen Stand der mathematisch-historischen Forschung zu bekommen. Im Gegenteil kann es leicht eintreffen, daß man in Wirklichkeit Auskunft über den Stand dieser Forschung im Jahre 1880 bekommt.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

1.2 Band 2: Von 1200 – 1668

ENESTRÖM gab in seinem Referat zur ersten Auflage des 2. Bandes zuerst die behandelten Themen an. Zum Abschluss der Rezension behandelte er kleinere Fehler oder Ergänzungen der CANTORschen Darstellung.
Die erste Auflage 1892 bezeichnete er als eine exzellente Darstellung der Mathematikgeschichte.

1899 erschien die zweite Auflage des 2. Bandes der *Vorlesungen*. Die Rezension zum 1. Halbband besteht aus zahlreichen Fehlerhinweisen. In der Besprechung des 2. Halbbandes kritisierte ENESTRÖM ausgiebig die Arbeitsweise CANTORS.

1.2.1 Band 2, 1. Halbband: 1892

Bibliotheca Mathematica / herausgegehen von Gustaf Eneström,
Neue Folge 5 = Nouvelle Série 5 (1891), S. 117–118.

M. Cantor, VORLESUNGEN ÜBER GESCHICHTE DER MATHEMATIK. ZWEITER BAND. VON 1200–1668. ERSTER THEIL. Leipzig, Teubner 1892. 8°, 499 p.

Le premier tome des *Vorlesungen* de M. CANTOR, paru en 1880, contient l'histoire des mathématiques depuis les temps les plus reculés jusque vers l'an 1200. La première partie du second tome, qui vient d'être publiée, embrasse le temps 1200 – 1550; elle est divisée en 26 chapitres traitant respectivement les matières suivantes:

LEONARDO PISANO et son `Liber Abaci.` — Les autres écrits de LEONARDO. — JORDANUS NEMORARIUS; son *Arithmetica et l'Algorithmus demonstratus.* — JORDANUS NEMORARIUS (continuation); *de numeris datis, de triangulis.* — JOHANNES DE SACROBOSCO, JOHANNES CAMPANUS et autres mathématiciens du 13^e siècle. — Mathématiciens anglais 1300–1400. — Mathématiciens français 1300–1400. — Mathématiciens allemands 1300–1400. — Mathématiciens italiens 1300–1400. — Arithméticiens allemands 1400–1450. JOHANN VON GEMUNDEN. GEORG VON PEURBACH. — NICOLAUS CUSANUS. — Mathématiciens italiens 1400–1450. — Le calcul sur les lignes, Le ≪Bamberger Rechenbuch≫. — JOHANNES WIDMANN et les origines de l'algèbre allemande. — Les universités allemandes 1450–1500. REGIOMONTANUS. — L'édition des éléments d'EUCLIDES par Radolt. Alberti. Leonardo da Vinci. Le traité d'arithmétique de Treviso. — Luca Paciuolo. — Autres mathématiciens italiens 1450–1500. Les mathématiciens français Chuquet et Lefèvre. — Mathématiciens français, espagnols et portugais 1500–1550. — Mathématiciens aux universités allemandes 1500–1550. — Professeurs allemands d'arithmétique et d'algèbre en dehors des universités. — Michael Stifel. — Géomètres allemands et mathématiciens anglais 1500–1550. — Mathématiciens italiens 1500–1550. L'équation du 3^e degré. — Les premiers écrits de Cardano. — Les écrits de Tartaglia. — Les écrits ultérieurs, de Cardano.

L'ouvrage de M. Cantor contient une foule de renseîgnements, tirés des écrits mêmes des mathématiciens dont il s'agit ou des nombreux mémoires historiques publiés dans ces derniers temps. En particulier M. Cantor a approfondi l'étude des écrits de Leonardo Pisano, Jordanus Nemorarius, Nicolaus Cusanus, Regiomontanus, Paciuolo, Stifel, Cardano et Tartaglia; quant aux mathématiciens du 2^d ou 3^e ordre, il est naturel qu'il y aura ça et là dans l'exposition de M. Cantor de petites lacunes à combler, Ainsi p. ex. Petrus de Dacia a écrit, outre le traité sur le calendrier indiqué à la page 114, un *Commentum super Algorismum prosaicum Johannis de Sacro Bosco* et composé une *Tabula ad inveniendum propositionem cuiusvis numeri* (cf. `Jahrb. üb. d. Fortschr. d. Mathem.` **17** (1885), p. 5); la *Tabula* contient tous les produits depuis $1 \cdot 1$ jusqu'à $49 \cdot 49$ (cf. `Biblioth. Mathem.` 1890, p, 32) et l'indication de M. Cantor à la page 191: «bei Beldomandi ist, so weit bekannt, erstmalig eine Ausdehnung zum grossen Einmaleins vorgenommen» doit par conséquent être modifiée en faveur de Petrus de Dacia. — Quant à Guglielmo de Lunis, M. Cantor lui attribue (p. 90) une traduction en italien d'une algèbre arabe; il convient de faire observer que le manuscrit du traité de Guglielmo de Lunis gardé à la bibliothèque nationale de Florence est écrit *en latin* (cf. `Biblioth. Mathem.` 1891, p. 32).

Nous attendons avec impatience la fin du 2^d tome des *Vorlesungen*, et nous espérons que M. Cantor sera en état de continuer encore plus loin son excellente exposition de l'histoire des mathématiques.

Stockholm. G. Eneström.

1.2.2 Band 2, 2. Halbband: 1892

Bibliotheca Mathematica / Gustaf Eneström.
Neue Folge 6 = Nouvelle Série 6 (1892), S. 91–92.

M. Cantor. Vorlesungen über Geschichte der Mathematik; Zweiter Band. Von 1200–1668, Zweiter Theil. Leipzig, Teubner 1892. 8°, X p. + p. 501–863.

La `Bibliotheca Mathematica` a déjà rendu compte (voir année 1891, p. 117–118) de la première partie du second tome des *Vorlesungen* de M. Cantor; maintenant nous avons le plaisir d'en annoncer aussi la dernière partie. Cette partie est divisée en deux sections, dont la première embrasse la période 1550–1600, et la seconde, qui occupe seule à peu près 250 pages, la période 1660–1668. La première section comprend 3 chapitres traitant:

Ouvrages d'histoire des mathématiques. Editions d'auteurs classiques. Géométrie. Mécanique. — Géométrie et mécanique (continuation). Cyclométrie et trigonométrie. — Arithmétique et algèbre.

La seconde section est divisée en 12 chapitres, qui se rapportent aux matières suivantes:

Histoire des mathématiques. Editions d'auteurs classiques. — Géométrie. — Mécanique pratique et théorique. — Trigonométrie et cyclométrie. — Arithmétique. Logarithmes. — Invention de différentes méthodes. Calcul des probabilités. Fractions continues. Recueils de problèmes plaisants. — Théorie des nombres. Algèbre. — Méthodes géométriques pour résoudre des équations. Géométrie analytique. — Considérations infinitésimales, Kepler.

Cavalieri. — Descartes. Fermat. — Roberval. Torricelli. — Grégoire de St. Vincent. Wallis. Pascal. De Sluse. Hudde. Van Heuraet.

La seconde partie des *Vorlesungen* est aussi instructive que la première; l'auteur passe en revue un grand nombre de mathématiciens et il expose l'histoire des différentes théories mathématiques. En particulier, il traite amplement VIÈTE, DESCARTES, PASCAL, CAVALIERI, FERMAT et WALLIS, et il donne des notices détaillées sur la découverte des logarithmes et sur les recherches préparatoires pour l'invention du calcul infinitésimal.

A la fin de sa préface, M. CANTOR fait ressortir lui-même, qu'il n'a pas la prétention d'avoir fait une exposition complète de l'histoire des mathématiques pendant la période 1200–1668. En effet, une telle exposition est actuellement impossible, parce qu'un seul homme ne peut pas avoir recours lui-même à toutes les sources manuscrites et imprimées, et parce qu'il nous manque encore des monographies sur plusieurs points de l'histoire des mathématiques. Ce manque dépend sans doute en grande partie de ce que les étudiants de l'histoire des mathématiques n'ont eu jusqu'à présent aucun moyen commode pour connaître les points de l'histoire des mathématiques qui ont encore besoin d'être examinés de plus près. Ce moyen leur a été offert maintenant par le second tome des *Vorlesungen*, qui montre, d'une part tout ce qu'on sait déjà sur la période 1200–1668, d'autre part les lacunes qui doivent être comblées, et nous ne doutons pas que l'important ouvrage de M. CANTOR ne provoquera des recherches où seront approfondies les questions qui n'ont pas été traitées jusqu'à présent d'une manière satisfaisante.

Avant de terminer, nous nous permettons de communiquer quelques petites observations, auxquelles a donné lieu la lecture du livre de M. CANTOR.

A la page 537, l'auteur fait mention du *Canon mathematicus* publié en 1579 par VIÈTE, On sait que cet ouvrage est devenu très rare, parce que VIÈTE retira tous les exemplaires qu'il put recouvrir. Mais on semble ignorer en général que le *Canon* a été réédité en 1609 après la mort de VIÈTE. Un exemplaire de cette édition, dont le titre finit: ≪ Parisiis, Apud Bartholomæum Macæum, in monte D. Hilarij, sub scuto Britanniæ. M.D.C.IX ≫ est gardée à la bibliothèque royale de Stockholm (cf. MÜLLER, *Auserlesene mathematische Bibliothek* [Nürnberg 1820] p. 38–39; KÄSTNER, *Geschichte der Mathematik* III, p. 175).

Les deux éditions de l'algèbre de BOMBELLI, que M. CANTOR mentionne aux pages 570–571, sont probablement identiques (comparez ci-dessous p. 96, question 39[4]; en tout cas le lieu de publication de l'édition de 1572 n'est pas Venezia mais Bologna,

En parlant de la géométrie de DESCARTES, M. CANTOR dit (p. 723): ≪ Statt der Vokale benutzte er die letzten Buchstaben des Alphabetes, vorzugsweise und in erster Linie x, sodann y, z zur Bezeichnung der Unbekannten ≫. Il nous semble qu'on puisse avec plus de raison dire que DESCARTES a employé en premier lieu z comme signe d'une quantité inconnue; en effet z est introduite déjà à la page 4 de la *Géométrie* (édition de 1886), y à la page 5, et x à la page 6.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

1.2.3 Band 2, 1. Halbband: Zweite Auflage, 1899

Bibliotheca mathematica / Gustaf Eneström
Neue Folge 13 = Nouvelle Série 13 (1899), S. 49–57.

Siehe Anhang A.

[4] *Bibliotheca Mathematica*. – N.F. **6** (1892), S. 96. G. Dörflinger

1.2.4 Band 2, 2. Halbband: Zweite Auflage, 1900

Bibliotheca mathematica. — 3. Folge, Bd. 1 (1900), S. 276–278

Moritz Cantor. Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Zweiter Band. Zweiter Halbband. Von 1550–1668. Zweite Auflage. Leipzig, Teubner 1900. 8°, XII S. + S. 481–943. Preis M. 12.

Mit diesem Halbbande liegt der zweite Band der neuen Auflage der *Vorlesungen* vollständig vor, und die Vergleichung mit der ersten Auflage zeigt, daß auch hier sich eine sehr große Anzahl von Verbesserungen und Zusätzen findet. Äußerlich ist der Text des ganzen Bandes scheinbar um 78 Seiten und der des zweiten Halbbandes um 36 Seiten gewachsen, aber 40 Seiten jenes und 16 Seiten dieses Zuwachses rühren von einer Verstärkung des Durchschusses her.

Schon in unserer Besprechung des ersten Halbbandes in der ***Biblioth. Mathem.*** 1899, S. 49–57 haben wir auf die reichhaltige Litteratur hingewiesen, welche die mathematisch-historische Forschung in den letzten Jahren hervorgerufen hat, und was wir dort bemerkten, gilt in gleichem Maße für die Periode, welche der zweite Halbband behandelt. Die *vollständige* Revision eines vor zehn Jahren verfaßten Werkes über die Geschichte der Mathematik 1550–1668 muß also eine sehr große Arbeit erfordern, und für diesen Zweck wäre es vielleicht am angemessensten, zuerst das erste Kapitel der verschiedenen Jahrgänge des ***Jahrbuches über die Fortschritte der Mathematik*** sowie die Schriftverzeichnisse der ***Biblioth. Mathem.*** zu Rate zu ziehen, und dann im Bedarfsfalle die zugängliche mathematisch-historische Litteratur direkt zu benutzen. Auf diese Weise würde man wohl am besten vermeiden irgend einige der neuesten Resultate der mathematisch-historischen Forschung zu übersehen. Diesen Weg scheint Herr Cantor indessen nicht eingeschlagen zu haben, und in der That ist das Verfahren so mühsam und zeitraubend, daß es ihm wahrscheinlich ganz unmöglich gewesen wäre, sich desselben zu bedienen ohne die Herausgabe der neuen Auflage für längere Zeit zu verschieben. Unter solchen Umständen muß man ihm Dank dafür wissen, daß er nicht das Bessere zu bringen unterlassen hat, da er das Beste nicht hat geben können, und man wird nachsichtig sein, daß es auch in der neuen Auflage Notizen giebt, die durch Zuhilfenahme der neuesten Litteratur unmittelbar hätten berichtigt werden können, und daß es zuweilen nur vom Zufall abhängig gewesen ist, ob Herr Cantor eine frühere Bemerkung, die jetzt als ungenau anerkannt worden ist, verbessert hat oder nicht. Um nur ein einziges Beispiel solchen Zufalles anzuführen, hat er (S. 686, 712) die Aufschlüsse des Herrn Dickstein in der ***Biblioth. Mathem.*** 1894, S. 24[5] benutzt, aber (S. 621, 623) die Berichtigung des Herrn Favaro in derselben Zeitschrift 1893, S. 15–17 *nicht* berücksichtigt, obgleich die Verbesserung der (aus einer uns unbekannten Quelle herstammenden) unrichtigen bibliographischen Notiz über Bombelli schon aus dem Grunde erwünscht war, daß diese Notiz Herrn Cantor veranlaßt hat den Erfolg der Bombellischen Algebra zu überschätzen.

Da die dritte Folge der ***Biblioth. Mathem.*** eine besondere Abteilung für kleine Bemerkungen zur zweiten Auflage der Cantorschen *Vorlesungen* enthält, ist es unnötig auf die Einzelheiten des vorliegenden Halbbandes hier einzugehen; nur eine etwas allgemeinere Bemerkung erlauben wir uns dieser kurzen Besprechung hinzuzufügen.

Bekanntlich ist Herr Cantor zwar ein ausgezeichneter historischer Forscher aber kein eigentlicher Bibliograph im modernen Sinne dieses Wortes. Selbständige bibliographische Untersuchungen anzustellen scheint er nicht zu lieben, und wenn er einen Verfasser gefunden hat, dessen bibliographische Notizen im allgemeinen zuverlässig sind, so benutzt er ihn fortgesetzt, ohne großes Gewicht darauf zu legen, ob es vielleicht neuere und noch zuverlässigere Arbeiten derselben Art giebt. So citiert er oft Kästners *Geschichte der*

[5] online: http://www.ub.uni-heidelberg.de/archiv/13408 G. Dörflinger

Mathematik und LIBRIS *Histoire des sciences mathématiques en Italie* auch betreffs älterer italienischer Schriften, obgleich viele Angaben dieser beiden Verfasser durch RICCARDIS ausgezeichnete *Biblioteca matematica italiana* berichtigt oder ergänzt worden sind. Nun ist es ja wahr, daß in einer historischen Arbeit die bibliographischen Notizen nur Nebensache sind, und daß es für die Schilderung des Entwickelungsganges der mathematischen Theorien ganz gleichgültig ist, ob z. B. die erste Auflage von RAMUS' Algebra 1586 oder 1592, wie Herr CANTOR (S. 612, 64l) angiebt, erschien. Auf der anderen Seite können unrichtige bibliographische Notizen zuweilen auf die historische Darstellung Einfluß haben. Einen solchen Fall haben wir schon oben berührt, als wir von BOMBELLI sprachen. Herr CANTOR hat nämlich (S. 621) angegeben, dass BOMBELLIS Algebra zuerst 1572 in Venedig, dann abermals 1579 in Bologna gedruckt ist, und aus der raschen Aufeinanderfolge dieser beiden Ausgaben folgert er (S. 623), daß sie viele Käufer fand. Da es aber konstatiert worden ist, daß keine Ausgabe der Algebra in Venedig erschien (vgl. ***Biblioth. Mathem.*** 1892, S. 92) und daß die angebliche neue Auflage vom Jahre 1579 nur eine neue *Titel*ausgabe ist (vgl. ***Biblioth. Mathem.*** 1893, S. 15–17, 64), so kommt selbstverständlich auch die Folgerung in Fortfall, und es ist sogar wahrscheinlich, daß der Neudruck des Titels im Jahre 1579 stattfand, weil der Vertrieb der Exemplare derr BOMBELLIschen Algebra sehr gering gewesen war (vgl. ***Biblioth. Mathem.*** 1893, S. 17). In diesem Zusammenhange erlauben wir uns auch darauf hinzuweisen, daß unvollständige bibliographische Notizen leicht eine unrichtige Ordnungsfolge der zu besprechenden Schriften veranlassen können. So z. B. ist es eigentlich nur ein Zufall, daß das Buch FELICIANOS *Libro di arithmetica et geometria,* von dem Herr CANTOR (S. 481) nur eine Auflage aus dem Jahre 1550 erwähnt, obgleich es nach RICCARDI (l. c. II, S. 21) zuerst 1526 und dann *neun*mal wieder herausgegeben wurde, nicht einen unrichtigen Platz bekommen hat.

Ein anderer Übelstand, den das Vorkommen unrichtiger bibliographischer Notizen in einem *Standard work*, wie die CANTORschen *Vorlesungen*, mit sich führt, besteht darin, daß junge Verfasser veranlaßt werden, sich als Entdecker von Thatsachen anzusehen, die schon längst bekannt waren. So hat die Notiz des Herrn CANTOR in der ersten Auflage der *Vorlesungen* (II, S. 555): „PITISCUS *Trigonometria* erschien zuerst 1595 in Heidelberg; eine Ausgabe von 1600 (Augsburg) wird häufig irrigerweise als die erste bezeichnet", Herrn GRAVELAAR veranlaßt, die Richtigkeit der schon längst bekannten Thatsache, daß die Schrift von 1595 nur ein Entwurf war, und die drei Auflagen der *Trigonometriae libri quinque* aus den Jahren 1600, 1608, 1612 herrühren (siehe z. B. GERHARDT, *Geschichte der Mathematik in Deutschland*, S. 93–94) in einer besonderen Abhandlung (PITISCUS *Trigonometria;* **Nieuw archief voor wiskunde** $\mathbf{3}_2$, 1898, S. 253–278) ausführlich darzulegen.

Es wäre also sehr gut, wenn für die voraussichtlich bald nötige dritte Auflage des zweiten Bandes der *Vorlesungen* eine möglichst vollständige Revision der bibliographischen Notizen stattfinden könnte.

Hinsichtlich des Registers erlauben wir uns noch einmal (siehe **Biblioth. Mathem.** 1898, S. 60) hervorzuheben, daß es für die Leser sehr willkommen sein würde, wenn dasselbe auch das „Vorwort" umfaßte, da dieses eine ziemlich große Anzahl von Berichtigungen des Textes enthält[6].

G. ENESTRÖM.

[6] Das Vorwort des 2. Bandes in der 2. Auflage enthält sieben Seiten Korrekturen. G. Dörflinger

1.3 Band 3: Von 1668 – 1758

Die Herausgabe des 3. Bandes erstreckte sich von 1894 bis 1898. In der knappen Rezension des 1. Teiles berichtete Eneström den Inhalt und ergänzte nur wenige Details.

Wesentlich länger ist die Rezension des 2. Teils. Hier schilderte Eneström den Inhalt auf einer halben Seite. Die restlichen sieben Seiten des Referats widmen sich zahlreichen Detailproblemen. Genauso verfuhr er in der Rezension des 3. Teiles.

Wie bei den vorherigen Bänden der *Vorlesungen* verzichtet Eneström bei der zweiten Auflage auf eine Inhaltsangabe. Die Referate beschäftigen sich ausschließlich mit Fehlern und monieren die Arbeitsmethode Cantors.

1.3.1 Band 3, 1. Abteilung: 1894

Bibliotheca Mathematica / Gustaf Eneström. Neue Folge 8 = Nouvelle Série 8 (1894), S. 89–91

M.Cantor. Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1759. Erste Abtheilung, Die Zeit von 1668 bis 1699. Leipzig, Teubner 1894. 8°, 251 p.

Comme l'indique le titre, la première partie du troisième tome des *Vorlesungen* de M.Cantor est consacrée à l'exposition de l'histoire des mathématiques pendant les années 1668–1699. Après avoir signalé les ouvrages d'histoire des mathématiques, les sociétés savantes, les éditions d'auteurs classiques et les traités élémentaires de mathématiques de cette période, M.Cantor rend compte successivement de différentes recherches de géométrie élémentaire, et particulièrement de la *Characteristica geometrica* de Leibniz, de l'arithmétique, de l'analyse combinatoire et de la théorie des rentes viagères. Ensuite il expose le développement de la théorie des séries par Mercator, Brouncher, Gregory, Newton, Leibniz, Halley, De Moivre et Jacques Bernoulli. Après avoir traité la théorie des nombres et l'algèbre, les sections coniques et la théorie des autres courbes, il passe à l'histoire de la découverte et du premier développement du calcul infinitésimal. Ici il nous donne une analyse détaillée des écrits de Newton et de Leibniz sur ce calcul jusqu'en 1699, ainsi que des recherches des frères Bernoulli et de L'Hopital se rapportant au même sujet. Il raconte aussi la première partie de l'histoire de la querelle sur le problème isopérimétrique; enfin il mentionne les objections de Nieuwentijt contre le calcul différentiel et l'attaque de Fatio De Duillier contre Leibniz, attaque qui donna lieu aux débats sur la priorité de l'invention des nouveaux calculs. Ces débats seront exposés dans la partie suivante du troisième tome des *Vorlesungen*, qui embrassera les années 1700–1726; une troisième partie suivra le développement des mathématiques jusqu'en 1759, qui sera le point terminal de l'ouvrage de M. Cantor.

Par ce qui vient d'être mentionné, on voit que M. Cantor a divisé en trois parties la période 1668–1759 et que, dans chaque partie, il s'est efforcé de traiter séparément les différentes branches des mathématiques. Il est vrai que ce procédé entraîne avec soi quelques inconvénients; ainsi p. ex. il a été nécessaire d'interrompre l'exposition de la querelle sur le problème isopérimétrique pour la reprendre plus loin. Mais d'autre part cet arrangement offre aussi des avantages essentiels, et par conséquent M. Cantor a sans doute eu raison en s'en servant.

Si les deux tomes antérieurs des *Vorlesungen* s'adressent en premier lieu aux spécialistes dans l'histoire des mathématiques, la première partie du troisième tome doit avoir un intérêt immédiat pour tous les mathématiciens, parce qu'elle rend compte de l'invention du calcul infinitésimal, c'est à dire d'une des plus importantes découvertes qui aient jamais été faites dans le domaine des mathématiques. L'histoire de cette découverte a été déjà racontée, il est vrai, par plusieurs auteurs, mais personne d'entre eux ne l'a fait avec autant d'impartialité et d'exactitude que M.Cantor.

En parcourant l'ouvrage de M.Cantor, il nous a semblé qu'il soit en même temps très complet et très correct; les remarques auxquelles il nous a donné, occasion, sont d'une importance tout à fait secondaire. Ainsi p. ex. nous n'y avons pu retrouver aucune notice sur la formule d'interpolation de Newton publiée dans les *Principia* (comparez p. ex. ***Biblioth. Mathem.*** 1886, 141–142), ni aucun renseignement sur le mathématicien espagnol Omerique (voir ***Biblioth. Mathem.*** 1890, 36). Nous nous permettons aussi d'ajouter que nous aurions désiré à la page 4 une indication de l'écrit historique de H. Wallerius: *De matheseos incrementis* (Upsaliae 1694), cité à la ***Biblioth. Mathem.*** 1889, p. 3.

Stockholm. G. Eneström.

1.3.2 Band 3, 2. Abteilung: 1896

Bibliotheca mathematica / Gustaf Eneström
Neue Folge 10 = Nouvelle Série 10 (1896), S. 17–24.

Siehe Anhang B.

1.3.3 Band 3, 3. Abteilung: 1898

Bibliotheca mathematica / Gustaf Eneström
Neue Folge 12 = Nouvelle Série 12 (1898), S. 53–61.

Siehe Anhang C.

1.3.4 Band 3, 1. Abteilung: Zweite Auflage 1900

Bibiotheca mathematica. — 3. Folge, Bd. 1 (1900), S. 518–519

Moritz Cantor. Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Erste Abteilung. Von 1668 – 1699. Zweite Auflage. Leipzig, Teubner 1900. 261 S. 8°. M. 6,60.

Da dies Heft zum größten Teil der Darstellung der Entdeckung und der ersten Ausbildung der Differential- und Integralrechnung gewidmet ist, und da während der letzten Zeit nur wenige wichtigere, hierher gehörende Aktenstücke veröffentlicht worden sind, so ist es natürlich, daß verhältnismäßig wenige Zusätze nötig waren. Doch enthielt die erste Auflage nur 251 Seiten, so daß auch hier viel neues hinzugekommen ist, und die meisten Schreib- oder Druckfehler, die wir in der ersten Auflage notiert hatten, sind jetzt verbessert worden. Ausnahmsweise sind einige solche stehen geblieben, z. B. S. 10 die Bemerkung, daß Collins „eine Mitwirkung bei dem Drucke der *1687, mithin vier Jahre nach seinem Tode* [1683] erschienenen *Algebra* des Wallis nachgerühmt wird"; bekanntlich erschien die *Algebra* des Wallis 1685, wie Herr Cantor S. 4 und 102 ganz richtig angegeben hat. Als ein nicht verbesserter Schreibfehler der ersten Auflage dürfte auch die Bemerkung (S. 117), bezeichnet werden können, daß die Benutzung von Tschirnhausens Methode, um die Gleichung 5. Grades auf die Form $x^5 + Ax + B = 0$ zu bringen, einige dreißig Jahre jünger als Abels Abhandlung vom Jahre 1824 ist, da es jetzt allgemein bekannt ist, daß dies Verfahren nicht zuerst von Jerrard sondern schon von E. S. Bring (1786) angewendet wurde (siehe z. B. ***L'intermédiaire des mathématiciens* 5**, 1898, S. 40 und die dort citierten Arbeiten, sowie *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften* **I**, S. 516).

Auf der anderen Seite kann man auch in Bezug auf dies Heft bemerken, daß Herr Cantor einige Resultate der neuesten mathematisch-historischen Forschung übersehen hat, und daß es zuweilen vom Zufall abhängig gewesen ist, ob eine wünschenswerte Änderung zu stande gekommen ist oder nicht. So z. B. hat Herr CANTOR (S. 225) die von uns (**Biblioth. Mathem.** 1894, S. 65–72) veröffentlichten Auszüge aus dem Briefwechsel zwischen JOHANN BERNOULLI und HÔPITAL gebührend berücksichtigt, aber (S. 116) übersehen, daß TSCHIRNHAUSENS Brief an LEIBNIZ vom 10. April 1678 jetzt im Wortlaute durch den Druck bekannt gegeben worden ist *(Der Briefwechsel von* G. W. LEIBNIZ *mit Mathematikern, herausgegeben von* C. I. GERHARDT, I, Berlin 1899, S. 354–37l), und dadurch verfehlt, seine Darstellung auch hier zu berichtigen und zu ergänzen. Dagegen ist offenbar das Ausbleiben gewisser anderer Zusätze oder Änderungen, die wir als wünschenswert bezeichnen möchten, nicht dem Zufall zuzuschreiben, z. B. in Bezug auf die von BARROW ausgeführten Integrationen (siehe die von Herrn CANTOR S. 157 zitierte Abhandlung von ZEUTHEN), für welche es nicht leicht sein dürfte in der CANTORschen Darstellung einen passenden Platz zu finden. Etwas schwieriger ist es zu verstehen, warum Herr CANTOR, bei seiner Besprechung der *Principia*, auch in der neuen Auflage (S. 207) den 1. Satz des 5. Abschnittes besonders hervorhebt, nachdem ZEUTHEN (**Bulletin de l'académie des sciences de Danemark** 1895, S. 275–276) darauf hingewiesen hat, daß dies Hervorheben nicht gut begründet und noch dazu irreleitend ist, da der Satz ja gar nicht von NEWTON herrührt, sondern schon von APOLLONIUS und PAPPOS, später von FERMAT und DESCARTES behandelt und bewiesen worden ist. G. ENESTRÖM.

1.3.5 Band 3, 2. Abteilung: Zweite Auflage 1901

Bibliotheca mathematica. — 3. Folge, 2. Band (1901), S. 154–156.

Moritz Cantor. Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Zweite Abteilung. Von 1700–1726. Zweite Auflage. Teubner 1901. 8°, S. 263–492. M. 6,60.

In unserer Besprechung der ersten Auflage dieser Abteilung der *Vorlesungen* (**Biblioth. Mathem.** 1896, S. 17–24) bemerkten wir, daß mit dem Anfange des 18. Jahrhunderts das mathematisch-historische Quellenmaterial so reichhaltig und so verschiedenartig wird, daß es gar nicht von einem einzigen Manne bewältigt werden kann, ohne besondere, zum größten Teil noch nicht vorhandene Vorarbeiten zur Verfügung zu haben, und daß man folglich diese Abteilung der *Vorlesungen* nicht als eine eigentliche Geschichte des Zeitraumes 1700–1726, sondern vielmehr als eine Sammlung von wertvollen und zum Teil sehr vollständigen mathematisch-historischen Spezialuntersuchungen betrachten soll. Da die neue Auflage nur um 10 Seiten vermehrt worden ist, und wesentliche Umarbeitungen nicht vorkommen, so erhellt, daß die oben gemachte Bemerkung auch hier statthaft ist, was um so weniger befremden kann, als in den letzten fünf Jahren verhältnismäßig wenig gethan worden ist, um für den betreffenden Zeitraum die erwünschten Vorarbeiten auszuführen, sodaß sogar ein geschätzter Mitarbeiter dieser Zeitschrift behauptet hat (siehe oben S. 120), und zwar nicht ohne Grund, die Geschichte der Mathematik des 18. Jahrhunderts sei noch zu schreiben.[7]

Wie soeben angedeutet wurde, betragen die Zusätze zusammen 10 Druckseiten; neu hinzugekommen sind u. a. eine Notiz über G. MANFREDI (S. 460–461) und ein kurzer Bericht über einige Untersuchungen von J. RICCATI (S. 411–412, 474–475). Dagegen scheint es dem Verfasser entgangen zu sein, daß auch in Bezug auf einige Gegenstände, die schon in der 1. Auflage berücksichtigt waren, gewisse Ergänzungen erwünscht sind; wir werden uns hier erlauben auf einen solchen Gegenstand aufmerksam zu machen. Bei der

[7] Paul Stäckel: *Beiträge zur Geschichte der Funktionentheorie im achtzehnten Jahrhundert.* G. Dörflinger

ausführlichen Behandlung des Problems der rechtwinkligen Trajektorien (S. 461–473) wird auch (S. 468–469) die von Johann Bernoulli 1716 vorgelegte, damals sehr schwierige Trajektorienaufgabe erwähnt und (S. 469–472) die von Taylor herrührende Lösung dieser Aufgabe *in extenso* mitgeteilt. Darauf bemerkt Herr Cantor (S. 473): „Wir würden der Trajectorienaufgabe eine unverhältnißmäßig große Bedeutung verleihen, wenn wir in gleicher Ausführlichkeit weiter berichten wollten", und fügt noch 6 Zeilen über diesen Gegenstand hinzu. Unseres Erachtens ist dieser unverhältnismäßig kurze Abschluß der vorhergehenden Darstellung sehr zu bedauern, und zwar sowohl vom litterar-geschichtlichen als vom eigentlich mathematisch-historischen Gesichtspunkte aus. Denn teils würde es an und für sich von großem Interesse gewesen sein aus den *Vorlesungen* zu erfahren, auf welche Weise die Bernoullische Partei die von ihrem Leiter gestellte Aufgabe löste; teils hatte Taylor in seiner Lösung dieser Aufgabe den eigentlich schwierigen Punkt, nämlich das Wegschaffen des Parameters a, durch ein Verfahren, das fast wie eine Taschenspielerei aussieht, erledigt, und darum würde es angemessen gewesen sein, wenigstens anzudeuten, wie Johann Bernoulli und sein Sohn Nikolaus in den ***Acta Eruditorum*** 1720 sich einer leichtverständlichen Methode bedienten, deren Grundgedanke zum Teil mit dem des Taylorschen Verfahrens übereinstimmt.

Außer den eigentlichen Zusätzen sind an verschiedenen Stellen Verbesserungen eingeführt worden, die dem Leser natürlich auch sehr willkommen sind. Eine solche Verbesserung, die dem Verfasser offenbar ziemlich große Mühe verursacht hat, erlauben wir uns hier besonders hervorzuheben, zumal wir mit der Weise, in der Herr Cantor seine Darstellung modifiziert hat, nicht ganz einverstanden sind. Bekanntlich giebt es einen Brief von Leibniz an Oldenburg, der vom 21. Juni 1677 ist, und dessen Anfangsworte in dem von Gerhardt veröffentlichten Konzepte: „Accepi hodie literas tuas" lauten, während das Wort „hodie" in dem von Wallis (1699) veranstalteten Abdrucke des Briefes, sowie in dem *Commercium epistolicum* (1712) fehlen; Herr Cantor ist in der ersten Auflage seiner *Vorlesungen* von der Voraussetzung ausgegangen, daß Leibniz seine Antwort am Empfangstage von Newtons Schreiben schrieb, und daß das Wort „hodie" entweder dort stand, oder wenigstens nur durch ein Versehen von Leibniz ausgelassen wurde. Jetzt hat es sich durch die von Herrn Cantor gemachten Nachforschungen herausgestellt, daß der Originalbrief das Wort „hodie" zwar ursprünglich enthalten hatte, daß aber dieses Wort durch einen Klecks unleserlich gemacht worden ist, und Herr Cantor ist geneigt, diesen Umstand so zu erklären, daß Leibniz zwar seine Antwort am Empfangstage von Newtons Schreiben begann, dieselbe aber erst später beendete und darum das Wort „hodie" bis zur Unkenntlichkeit tilgte. Mit dieser Erklärung sind wir vollständig einverstanden (vgl. **Biblioth. Mathem.** 1899, S. 26–27), aber durch dieselbe verliert unserer Ansicht nach die ganze Frage ihre historische Bedeutung; man hätte also im Texte alles, was sich auf das Wort „hodie" bezog, streichen können, und es genügte in einer Note zu bemerken, aus den Anfangsworten des Konzeptes könne man gar nichts über den Empfangstag von Newtons Schreiben schließen und ebenso wenig könne man erraten, wie Leibnizens Antwort ausgesehen hätte, wenn sie wirklich am Empfangstage abgesandt worden wäre Auf diese Weise hat aber Herr Cantor seine Darstellung nicht modifiziert; im Gegenteil wird auch in der neuen Auflage der *Vorlesungen* die „hodie"-Frage wenigstens sechsmal (S. 187, 191, 286–287, 302–303, 311, 320–321) berührt oder behandelt, und an der ersten Stelle wird es sogar ausdrücklich behauptet, Leibniz habe Newtons Brief an dem Tage, an welchem er ihn erhielt, beantwortet. Diese Stelle gehört zwar der vorigen Abteilung der *Vorlesungen* an, und es ist ja möglich, daß die Nachforschungen des Herrn Cantor damals noch nicht beendet waren. In jedem Falle verstehen wir aber nicht, warum S. 303 die Note 3) noch beibehalten ist; wenn das Fehlen von „hodie" in dem älteren Abdrucke darauf beruht, daß Leibniz selbst in seinem Briefe das Wort unleserlich gemacht hatte, so hat es wohl keinen Sinn zu sagen, daß H. Sloman dies Fehlen nicht hinreichend gewürdigt hat.

Unter den Druckfehlern, welche wir in der ersten Auflage notiert hatten, finden wir folgende in der zweiten Auflage wieder: S. 343, Z. 8 „$0+1+1+1+1+\cdots$" statt „$0+1+2+3+4+\cdots$"; S. 355, Z. 23 „Ars cogitandi" statt „Ars conjectandi"; S. 287, Note 1),.stellt wie in der 1. Auflage „Bodmann", aber wahrscheinlich ist E. BODEMANN gemeint. — Von neuen Druckfehlern haben wir nur zwei notiert, nämlich S. 323, Z. 34 „1711" statt „1713" und S. 466, Z. 33 „$xdx + xydy$" statt „$xdx + ydy$".

G. ENESTRÖM.

1.3.6 Band 3, 3. Abteilung: Zweite Auflage 1901

Bibliotheca mathematica. — 3. Folge, Band 2 (1901), S. 445–447

Moritz Cantor. Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Zweite Auflage. Dritte Abteilung. Abschnitt XVIII (1727–1758). Leipzig, Teubner 1901. 8°, X S. + S. 493–923. Mark 12,40.

Im Vorwort zur ersten Auflage dieser Abteilung hat Herr CANTOR über die immer wachsende Sehnsucht berichtet, womit er seit einigen Jahren der Beendigung des dritten Bandes der Vorlesungen entgegensah. Die Wahrhaftigkeit seines Berichtes war der aufmerksame Leser der genannten Abteilung auch selbst im stande zu bestätigen, denn bei einem so hervorragenden Verfasser konnte an einigen Stellen die Behandlung des vorhandenen Materials nur durch diese Sehnsucht nach der Beendigung erklärt werden. In der That war man nicht selten versucht anzunehmen, daß Herr CANTOR durch diese unangenehme Empfindung bewegen worden war, zuerst die Résumés der größeren in Betracht kommenden Werke zu verfertigen, und sich dadurch ein Gerippe bildete, worin er nachträglich das Übrige so gut, als es ihm möglich war, einfügte, ohne Gelegenheit zu haben, das neue Material mit dem alten organisch zu verbinden. Es ist klar, daß ein solches Verfahren leicht dazu führt, dem Leser mehr einen Bericht über den Stand der Mathematik an gewissen Zeitpunkten der behandelten Periode, als eine wirkliche Geschichte der Mathematik zu bieten, und daß es auch in Bezug auf die Darstellungsweise einige Übelstände mit sich bringt. In unserer Besprechung der ersten Auflage (*Biblioth. Mathem.* 1898, 53–61) haben wir diese Sache mit Stillschweigen übergangen und zwar aus dem Grunde, weil Herr CANTOR durch seine offenherzige Erklärung im Vorworte seiner Schrift die Kritik im voraus entwaffnet hatte.

Sehen wir jetzt nach, wie Herr CANTOR bei der Herausgabe der neuen Auflage verfahren ist, so finden wir — übereinstimmend mit dem, was im neuen Vorworte ausdrücklich hervorgehoben wird —, daß er zwar an Einzelheiten die bessernde Hand gelegt, aber sonst die Darstellung unverändert gelassen hat. Die Mängel derselben, die der Leser der ersten Auflage verpflichtet war, als *damals* unvermeidlich zu betrachten, finden sich also in der zweiten Auflage wieder. So z. B. giebt Herr CANTOR S. 750–753 ein Résumé des Inhalts des 1. Kapitels der *Institutiones calculi differentialis*, das möglicherweise den Stand der betreffenden Theorie im Jahre 1755 charakterisieren kann, aber fast gar keinen Aufschluß über die Entstehung der einzelnen Sätze bringt. Zwar weiß der Leser des 3. Bandes der *Vorlesungen* aus S. 343–347 (vgl. S. 755), daß JAKOB BERNOULLI eine Formel hergeleitet hat, aus welcher unmittelbar der Wert von $\sum(x^n)$ hervorgeht; aus S. 385–386 (warum fehlt S. 753 der Verweis hierauf?), daß NICOLE sich mit finiter Integration von Faktorialausdrücken beschäftigte; und aus einigen Worten auf S. 753 kann man folgern, daß bei TAYLOR etwas über die Differenzenrechnung vorkommt Da man aber aus dem Berichte über die *Methodus incrementorum* nur ersieht (vgl. S. 381), daß sich die Formel für $y^{(n)}$ dort findet, so hat man keine Möglichkeit zu entscheiden, ob die übrigen Sätze auf S. 750–753 von EULER selbst herrühren oder nicht. — S. 758–759 erfahren wir, daß und wie der sog. EULERsche Satz von den homogenen Funktionen in den *Institutiones calculi differentialis* bewiesen ist, ferner daß EULER diesen Satz schon in seiner *Mechanica* (1736) für den Fall einer Funktion von zwei Veränderlichen andeutete, und daß FONTAINE denselben Satz vor 1740 nachentdeckte; S. 888–889 bringt uns noch Aufschlüsse über denselben Gegenstand, aber daß EULER den Satz schon in der Abhandlung *De linea brevissima in superficie quacumque dua quaelibet puncta jungente* (`Comment. acad. Petrop.` **3** [gedruckt 1732], S. 120) für eine homogene Funktion nullter Dimension, und in der Abhandlung *De infinitis curvis ejusdem generis* (`Comment. acad. Petrop.` **7** [gedruckt 1740], S. 185) für eine beliebige homogene Funktion von zwei Veränderlichen behandelt hatte, wird nicht erwähnt.

Auf der anderen Seite sind gewisse Punkte auch in der zweiten Auflage mit einer Ausführlichkeit behandelt, welche wir nur in der Weise erklären können, daß Herr CANTOR bei der Bearbeitung der ersten Auflage gewisse Stücke so spät einfügte, daß es ihm unmöglich wurde, das schon fertige mit Bezugnahme hierauf zu ändern. So z. B. ist die EULERsche Summenformel an vier verschiedenen Stellen behandelt. Zuerst begegnet sie uns S. 657, wo ihr Vorkommen in den `Comment. acad. Petrop.` **6** erwähnt wird, dann finden wir S. 664–665 den EULERschen Beweis in den `Comment. acad. Petrop.` **8** ausführlich dargestellt, weiter S. 683–685 einen ebenso ausführlichen Bericht über den MACLAURINschen Beweis im *Treatise of fluxions* § 828–831, und endlich S. 764–767 noch einen Beweis aus den *Institutiones calculi differentialis,* dessen Grundgedanke von dem des früheren kaum verschieden ist; bezüglich der Entwickelungen S. 766 mag beiläufig bemerkt werden, daß die Herleitung der Koeffizienten der Summenformel aus dem Ausdruck $\frac{u}{1-e^{-u}}$ schon früher von MACLAURIN im *Treatise of fluxions* § 847 und von EULER in den `Comment. acad. Petrop.` **12** erledigt worden ist. — Ob die EULERsche Definition: „die Summe einer Reihe ist der geschlossene Ausdruck, aus welchem sie durch Entwickelung hervorgebracht werden kann“, so wichtig ist, daß dieselbe zweimal (vgl. S. 692 und 734), und zwar beidemal in `gesperrter` Schrift dem Leser vor die Augen gestellt werden muß, scheint uns auch fraglich zu sein.

Wir haben schon auf einen Umstand hingewiesen, der bewirkt, daß man leicht irre geführt werden kann, wenn man in der Schlußabteilung der CANTORschen *Vorlesungen* genaue Aufschlüsse über die Entstehung eines besonderen Satzes sucht. Es giebt aber noch einen anderen Umstand, der eine ähnliche Wirkung haben kann, wenn auch auf einem sehr beschränkten Gebiete, nämlich die Folgerung, die Herr CANTOR stillschweigend oder ausdrücklich aus dem Datum auf dem Titelblatte der einzelnen Bände der `Comment. acad. Petrop.` zieht. S. 652 schreibt er mit Bezugnahme auf EULERS Abhandlung in den `Comment. acad. Petrop.` **5** (ad annos 1730 et 1731): „Die Thätigkeit EULERS auf dem Gebiete der Reihenlehre beginnt 1730 ... Wir sind nicht im Stande zu entscheiden, ob EULER damals schon Kenntniß von STIRLINGS ebenfalls von 1730 datirten *Methodus differentialis* besessen haben kann.“ S. 760 bemerkt Herr CANTOR bezüglich einer Abhandlung aus dem `Comment. acad. Petrop.` **6** (ad annos 1732 et 1733): „Wir werden uns im 117. Kapitel überzeugen, daß EULER schon 1732 von dem Dasein eines integrirenden Factors zum Mindesten eine Ahnung hatte“, und S. 882 hebt er ausdrücklich hervor, daß die Zeit der Einreichung einer gewissen Abhandlung — aus dem Zusammenhange geht hervor, daß er diese Zeit mit dem Datum auf dem Titel der betreffenden Veröffentlichung identifiziert —, das Erfinderrecht ihres Verfassers außer Zweifel gestellt hat. Aber Herr CANTOR hat selbst S. 843 darauf aufmerksam gemacht, daß eine in den `Comment. acad. Petrop.` ad annum 1728 publizierte Abhandlung sicherlich nicht vor 1729 in Angriff genommen wurde, und daß dieser Fall gar nicht ungewöhnlich war, lehrt uns die von FUSS herausgegebene, von Herrn CANTOR vielfach erwähnte *Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIII^e^ siècle* (St. Pétersbourg 1843). Dort erfahren wir nämlich u. a. (II, S. 18), daß die erste Abteilung der *Dissertatio hydraulica* des JOHANN BERNOULLI, die in den `Comment. acad. Petrop.` ad annum 1737 veröffentlicht ist, erst am 7. März 1739 eingereicht wurde, ferner (II, S. 42), daß die zweite Abteilung derselben *Dissertatio*, die in den `Comment. acad. Petrop.` ad annum 1738 gedruckt ist, erst am 31. August 1740 fertig war, und in einem Briefe vom 17. Juli 1730 (II, S. 377) ersucht GOLDBACH DANIEL BERNOULLI ihm mitzuteilen, ob ein [damals noch nicht redigierter] Artikel, in den `Comment. acad. Petrop.` ad annum 1728 publiziert werden könne. Unter solchen Umständen dürfte es kaum ratsam sein, die von Herrn CANTOR angewandte Methode zur Sicherstellung des Erfinderrechtes zu empfehlen, und die Resultate, wozu er dadurch gelangt ist, sind also nur mit Vorsicht zu benutzen.

Unter den ziemlich zahlreichen Druckfehlern der ersten Auflage sind zwar einige jetzt verbessert, aber viele derselben sind in der neuen Auflage stehen geblieben. Wir erlauben uns die von uns notierten hier aufzuführen. S. 518 Z. 20 statt 1682 lies 1683. — S. 519 Z. 22 statt 1682 lies 1683. — S. 584 Z. 23 statt 1737 lies 1637. – S. 649 Z. 14 statt $\frac{1}{2}$ lies $\frac{1}{z}$ — S. 666 Anm. statt 1739 lies 1737. — S. 667 Anm. 1) statt 1739 lies 1737. — S. 689 Z. 15 statt $z^{+\sqrt{-1}} + z^{-\sqrt{-1}}$ lies $2^{+\sqrt{-1}} + 2^{-\sqrt{-1}}$. — S. 762 Z. 3 statt < 1 lies $< x$. — S. 777 Z. 23 statt Christophle lies Christophe. — S. 822 Z. 28 statt *Istituzioni* lies *Instituzioni.* — S. 823 Anm. 2) dieselbe Verbesserung. — S. 829 Z. 17 ist nach dem Bruche der Faktor y^{v-s-1} hinzuzufügen. — S. 845 Z. 5 statt CB lies CP. – S. 871 Anm. 1) statt Max lies Mac. — S. 891 Z. 17 statt αdv^2 lies $-\alpha dv^2$. — S. 903 Z. 14 statt DE lies dE. — Auch der Schreibfehler „kürzeste" S. 845 Z. 14, der den betreffenden Passus sinnlos macht, findet sich in der zweiten Auflage.

Wenn wir also bedauern müssen, daß die jetzt besprochene Abteilung der *Vorlesungen* zuweilen keine zuverlässigen Aufschlüsse über die Entstehung der einzelnen Sätze und Methoden giebt, so sollen wir doch auf der anderen Seite anerkennen, daß dieselbe eine große Anzahl von wertvollen historischen Notizen enthält, und aus diesem Grunde freuen wir uns über das Erscheinen der neuen Auflage. Wir würden uns noch mehr gefreut haben, wenn sie als selbständige Schrift unter dem Titel: „Beiträge zur Geschichte der Mathematik 1727–1758" erschienen wäre.

G. ENESTRÖM.

1.4 Band 4: Von 1759 bis 1799

Der vierte Band wurde von einem Autorenkollektiv erstellt und 1908 von Moritz Cantor herausgegeben. Gustaf Eneström publiziert weder zum ganzen Band noch zu den einzelnen Kapitel ein Referat.

Kapitel 2

Kleine Bemerkungen zu Cantors „Vorlesungen über Geschichte der Mathematik“

Ab 1900 erscheint die dritte Folge der `Bibliotheca mathematica` in erweitertem Umfang. Gustaf Eneström richtet in ihr eine Rubrik mit dem Titel *Kleine Bemerkungen zur zweiten Auflage von Cantors „Vorlesungen zur Geschichte der Mathematik“* ein. In ihr sollen Ergänzungen und Korrekturen zu Cantors Opus gesammelt werden. Eneström schreibt in seinem Leitartikel *Ziele und Aufgaben:*

> „Die `Bibliotheca Mathematica` soll aber nicht ausschließlich dazu bestimmt sein, den Verfassern von Gesamtdarstellungen Material zu bieten, sondern sie soll überhaupt das Interesse für die Geschichte der mathematischen Wissenschaften wecken und wach erhalten. Mit Bezug hierauf wird sie auch kleinere Mitteilungen veröffentlichen, um dadurch dem Inhalt der einzelnen Hefte so viel Abwechselung als möglich zu geben. Solche kleinere Mitteilungen können ja oft für die Ausarbeitung ausführlicher Monographien höchst wertvoll sein; so z. B. hat Herr A. von Braunmühl für seine *Vorlesungen über Geschichte der Trigonometrie* eine ganze Menge kleiner Notizen verwertet, die von anderen Verfassern veröffentlicht worden sind, für welche ihm die Quellen aus sprachlichen oder anderen Gründen unzugänglich waren. Zuweilen können auch Bemerkungen, die nur wenige Zeilen umfassen, von Interesse sein, besonders wenn sie Angaben allgemein benutzter Arbeiten berichtigen oder wesentlich ergänzen, und aus diesem Grunde wird die Redaktion in jedem Hefte der `Bibliotheca Mathematica` eine Abteilung mit dem Titel: „Kleine Bemerkungen zur letzten Auflage von Cantors *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*“ einführen; in dieser Abteilung werden die Bemerkungen nach den Seitenzahlen der betreffenden Stellen der *Vorlesungen* geordnet sein, und durch Verweisungen wird dafür gesorgt werden, daß der Leser eines Heftes alle in den vorangehenden Heften eingeführte Bemerkungen zu einer gewissen Stelle unmittelbar auffinden kann.“[1]

Bis zum Erlöschen der Zeitschrift 1914 erschienen diese Bemerkungen in jedem Heft. Am Anfang beteiligten sich neben Eneström ca. 15 Autoren an den *Bemerkungen.* Im Laufe der Zeit wurden die Beiträge anderer Autoren immer seltener und Eneström schrieb fast alle Bemerkungen selbst. Insgesamt wurden ca. 1500 Anmerkungen zu den 2700 Seiten der `Vorlesungen über Geschichte der Mathematik` publiziert. Dies ist im Durchschnitt eine Bemerkung zu knapp zwei Seiten Text. Falls alle Bemerkungen Fehlerhinweise wären,

[1] Gustaf Eneström: Ziele und Aufgaben. In: Bibliotheca mathematica, 3. Folge, Band 1 (1900), S. 5–6

ergäbe sich eine erschreckende Bilanz. Glücklicherweise beinhaltet ein erheblicher Teil der Bemerkungen Ergänzungen und die monierten Fehler sind in der Regel geringfügig.

Moritz Cantor kommentierte die *Bemerkungen* mit *„Wer an den Weg baut, hat viele Meister“*[2]. Später schien ihn die hartnäckige Kritik Eneströms zu kränken.[3]

Die *Kleinen Bemerkungen* wurden entsprechend den „Vorlesungen“ angeordnet; die erste (fette) Zahl bezeichnete den Band, dann folgt nach einem Doppelpunkt die Seite, auf die sich die Bemerkung bezieht. Auf bereits früher publizierte Bemerkungen wird mit Bibliotheca-Band und -Seite verwiesen, so dass man auf einen Blick erkennen kann, ob zu einer bestimmten Stelle in Cantors Opus bereits Bemerkungen vorliegen.

Beispiele

Neue Bemerkungen

> **2** : 57. Bei der Erwähnung des Hugo Physicus könnte noch bemerkt werden, daß derselbe eine *Practica geometriae* verfaßte, die Curtze in den **Monatsh. für Mathem. 8**, 1897, S. 193–224, veröffentlicht hat (vgl. **Biblioth. Mathem.** 1899, S. 117). G. Eneström.
>
> **2** : 597. „Adriaen van Roomen ... fand π auf 17 Dezimalstellen genau“; hier ist 15 statt 17 zu setzen (Braunmühl, *Gesch. d. Trigonom.* I, S. 174).
>
> Quelle: Bibliotheca Mathematica. – 3. Folge, Band 1 (1900), S. 269 u. 270

Referenz auf frühere Bemerkungen

> **2 : 98,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 269–270. — **2 : 100,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 503. — **2 : 111,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 352.
>
> Quelle: Bibliotheca Mathematica. – 3. Folge, Band 3 (1902), S. 406

Unklar bleibt, ob Braunmühl selbst die Bemerkung zu Band 2, S. 597 verfasste, oder ob Eneström sie aufgrund der angegebenen Publikation einfügte.

Als vollständiges Beispiel sind die *Bemerkungen* aus der 3. Folge, Bd. 3 (1902), S. 405–408 im Anhang D wiedergegeben.

[2] Bopp, Karl: Gedenkrede / gehalten zur hundertsten Wiederkehr des Geburtstages von Moritz Cantor im Mathematischen Institut der Universität Heidelberg von K. Bopp. In: *Tätigkeitsbericht der Mathematischen Fachschaft an der Universität Heidelberg*. - 1930, [7 S.]

[3] “He [M.C.] mentioned Eneström’s constant publication, in the **Bibliotheca Mathematica**, of lists of *errata* in the history, or rather of notes on the text which gave the impression of errors. He remarked that it did not seem right to call attention only to changes, and never say a word in praise of his life work.”. Vgl. S. 207 Smith, David Eugene: Moritz Cantor. In: *Scripta Mathematica*. - 1 (1932), S. 204–207.

Kapitel 3

Briefe G. Eneströms an M. Cantor

Im Nachlass Moritz Cantors, der in der Universitätsbibliothek Heidelberg verwahrt wird, befinden sich 3 Briefe und 12 Postkarten, die Gustaf Eneström in der Zeit von 1892 bis 1901 an Cantor richtete. Im Zeitraum vom 21. Mai bis zum 16. Juni 1899 schrieb Eneström fünf Postkarten an Cantor.

3.1 Überblick

- Postkarten
  - 17.07.1892
  - 10.04.1894
  - 19.02.1897
  - 06.05.1898
  - 21.05.1899
  - 30.05.1899
  - 05.06.1899
  - 12.06.1899
  - 16.06.1899
  - 17.08.1899
  - 17.10.1900
  - 16.05.1902
- Briefe
  - 02.05.1896
  - 11.05.1896
  - 26.06.1901

Fast in jedem Schriftstück weist Eneström Cantor auf Fehler in dessen „Vorlesungen“ hin. Nach Einrichtung der „Kleinen Bemerkungen“ bezieht sich die Korrespondenz nicht mehr auf die „Vorlesungen“.

Die ersten Karten sind an Prof. Cantor, ohne Angabe von Straße und Hausnummer adressiert; sie erreichten aber offensichtlich den Empfänger.

Geschwärzte Stellen in den Schreiben Eneströms sind durch ▬ wiedergegeben.

3.2 Postkarte vom 17.07.1892

Adresse: Herrn Prof. Moritz Cantor
Heidelberg
(Baden)

Poststempel: Stockholm 18.7.92 Heidelberg 20.7.92 2-3 N.

Verehrter Herr Professor!

Ich danke Ihnen bestens für die Zusendung des Theiles II:2 der Vorlesungen über Geschichte der Mathematik; ich werde in der nächsten Nummer der Biblioth. Mathem. eine Anzeige dieses Theiles einführen.

Auf der Seite 629 findet sich folgender Passus, den ich nicht verstehen kann: Entgegnungen von Clavius, von Leotaud machten eine Defensio Wallis' von 1685 nothwendig. Aber Clavius starb ja schon 1612 und konnte also Nichts auf Wallis' Schrift De angulo constructus (1656) entgegnen. Ist Clavius hier ein Druckfehler, oder ist der ganze Passus vom Setzer entstellt?

Mit vorzüglicher Hochachtung
ergebenst
Stockholm 1892.VII.17. G. Eneström

Anmerkung:
Die Passage auf S. 629 in der 1. Auflage lautete wie von Eneström angegeben:

> Entgegnungen von CLAVIUS, von LEOTAUD machten eine *Defensio* Wallis' von 1685 nothwendig.

In der zweiten Auflage von 1899 formulierte Cantor auf S. 687:

> Eine Entgegnung in der *Cyclomathia* des LEOTAUD von 1662 machte eine *Defensio* Wallis' von 1685 nothwendig.

In der ersten Auflage ist wahrscheinlich der Autor *Clavius* mit dem Titel *Cyclomathia* verwechselt worden.

3.3 Zur „Hodie"-Frage

Die fünf Postkarten aus dem Zeitraum vom 21. Mai 1899 bis zum 16. Juni 1899 beschäftigen sich mit der Frage, wer und warum das Wort „hodie" in einem Brief LEIBNIZ' an NEWTON getilgt hatte.

Am 24. Oktober 1676 schrieb NEWTON einen langen Brief[1] über seine Arbeiten an LEIBNIZ und übergab ihn HEINRICH OLDENBURG, der ihn in London LEIBNIZ aushändigen sollte; dies konnte er jedoch nicht mehr tun, da LEIBNIZ in der Zwischenzeit bereits abgereist war. Der Brief enthielt zwei chiffrierte Passagen über die Newtonsche Infinitesimalrechnung. OLDENBURG verwahrte den Brief und schickte ihn, nachdem er einen sicheren Boten gefunden hatte, sechs Monate später am 2. Mai 1677 an LEIBNIZ.
Das Konzept des Antwortbriefes[2] enthält (mit anderer Tinte) das Datum vom 21. Juni 1677 und beginnt mit den Worten: „*Accepi hodie literas tuas diu expectatus cum inclusis Neutonianis sane pulcherrimis*, ich erhielt heute Ihren lange erwarteten Brief und als Einschluss einen sehr schönen Brief Newtons"[3]. Das Wort *hodie* ist im Originalbrief geschwärzt und fehlt in der Abschrift gänzlich.

Aus der Abschrift könnte man folgern, dass LEIBNIZ den Brief erst nach sieben Monaten beantwortet habe; Zeit genug, um die Infinitesimalrechnung „nachzuerfinden".

Postkarte vom 21.05.1899

Adresse: Herrn Prof. Moritz Cantor
Gaisbergstr. 15
Heidelberg
(Baden)

Poststempel:	Stockholm	Heidelberg
	22.5.99	24.5.99 1-2 V.

Verehrter Herr Professor!

Besten Dank für Ihre Karte vom 6. Mai. Es freut mich sehr, dass die 2. Auflage des 2. Bandes Ihrer "Vorlesungen" schon vor dem Ausgang dieses Jahres vollendet werden wird. Wahrscheinlich sind Sie jetzt mit der Vorbereitung der 2. Aufl. des 3. Bandes beschäftigt?

Ich bedaure sehr, dass ich in meiner Anzeige der Gerhardt'schen[4] Veröffentlichung Ihnen eine Ansicht über die Bedeutung des Wortes hodie beigelegt habe, welche Sie nicht gutheissen können, aber ich glaube dass Sie selbst nicht ganz ohne Schuld sind. Jedenfalls wäre es gut, wenn Sie in der 2. Aufl. des 3. Bandes bemerkten, das Wort hodie könne

[1]Vgl. *G. W. Leibniz Mathematische Schriften* / hrsg. von C. I. Gerhardt. **1** (1849), S. 122–147
[2]Vgl. *G. W. Leibniz Mathematische Schriften* / hrsg. von C. I. Gerhardt. **1** (1849), S. 154–162
[3]*Cantor, Moritz:* Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Band 3. Zweite Auflage. 1901, S. 287
[4]CARL IMMANUEL GERHARDT (1816–1899) war Gymnasiallehrer für Mathematik in Berlin und Eisleben. Er publizierte die Mathematischen Schriften GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ'. G. Dörflinger

vielleicht von Leibniz selbst absichtlich weggelassen worden sein, und in der Zeile 8, Seite 309[5] unter "geschrieben" die Worte "wenigstens begonnen, vielleicht auf beendet" setzten.

Es ist sehr zu bedauern, dass Leibniz' Brief nicht aufbewahrt worden ist, und dass die zwei [redacted] Copien im Archiv der "Royal Society" nicht ganz übereinstimmen.

Mit vorzüglicher Hochachtung
ergebenst
G. Eneström

Stockholm 1899.V.21.
Brahegatan 43

Postkarte vom 30.05.1899

Adresse: Herrn Prof. Moritz Cantor
Gaisbergstr. 15
Heidelberg
(Baden)

Poststempel: Stockholm 31.5.99 — Heidelberg 2.6.99 2-3 V.

Verehrter Herr Professor!

Die "hodie"-Frage dürfte nicht so einfach sein, als Sie sich vorstellen; und ich habe darum für die Biblioth. Mathem. 1899 Nr. 2 eine Anfrage redigiert, welche ich Ihnen heute in Correctur sende. Sie können daraus ersehen, wie die zwei Copien der Royal Society anfangen.

Beabsichtigen Sie in Ihrer Zeitschrift einen Nachruf für Gerhardt einzuführen? Selbst kenne ich fast gar nichts von seinen Lebensumständen, sonst würde ich wahrscheinlich für die Biblioth. Mathem. eine kleine biographische Notiz über ihn schreiben. Er hat ja dennoch der mathematisch-historischen Forschung einen wirklichen Dienst geleistet.

Mit vorzüglicher Hochachtung
ergebenst
G. Eneström

Stockholm 1899.V.30.
Brahegatan 43

[5] Der Passus im 3. Band lautete: „... sonst wäre gewiss darauf Gewicht gelegt worden, dass die Antwort auf den zweiten Newtonschen Brief am Empfangstag geschrieben wurde.“ G. Dörflinger

Anfragen. — Questions. 63

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

74. Dans ses *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* T. III p. 275—276, M. CANTOR a fait observer que le brouillon de la lettre adressée par LEIBNIZ à OLDENBURG le 21 juin 1677 commence: »Accepi hodie literas tuas», tandis que le mot »hodie» manque dans la reproduction de la lettre qui a été insérée au *Commercium epistolicum* (cf. Biblioth. Mathem. 1899, p. 26). Comme M. CANTOR a attaché une certaine importance à ce fait, je me suis proposé de rechercher si la reproduction citée est exacte ou non; et ayant appris par M. BALL que les archives de la »Royal Society» à London gardent deux copies de la lettre (la lettre même semble perdue, et en tout cas elle n'est pas conservée dans les collections de la »Royal Society»), je me suis adressé au secrétaire de la société pour avoir des renseignements sur les premiers mots des copies qui viennent d'être mentionnées. Il ressort de ces renseignements que la première copie se trouve dans un »Letter-Book» portant le titre: »LEIBNIZ to COLLINS, containing remarks on Mr. NEWTON's method of tangents», et la seconde copie dans le manuscrit LXXXI, qui contient »Letters and papers referred to in the *Commercium epistolicum.* Edit. 1722». Toutes les deux copies commencent actuellement: »Accepi literas tuas», mais dans la seconde le mot »hodie» a été écrit originairement, et puis il a été rayé.

Il s'ensuit que mes recherches n'ont amené à aucun résultat définitif; et pour cette raison je me permets de poser la question:

Peut-on expliquer pourquoi le mot »hodie» a été rayé dans la seconde copie, et, en cas affirmatif, quelle conclusion peut-on en tirer relativement au texte de la lettre même?

(G. Eneström.)

(Quelle: *Bibliotheca Mathematica.* – N. F. **13** (1899), S. 63)

MORITZ CANTOR antwortete:

Zur Anfrage 74. Die von H. ENESTRÖM in London eingezogenen Erkundigungen über die Anfangsworte des Briefes vom 21. Juni 1677, durch welchen LEIBNIZ NEWTON's zweiten Brief beantwortete, lösen zwar die Schwierigkeit, den Wegfall des Wortes *hodie* zu erklären, noch nicht, werfen aber doch ein gewisses Licht darauf. In dem in Hannover aufbewahrten Concepte des Briefes steht bekanntlich *hodie*, in dem durch WALLIS 1699 veranstalteten ersten Abdrucke des Briefes fehlt das Wort. Ich habe in meinen *Vorles. über Gesch. der Mathem.* III, 276 drei Möglichkeiten angegeben: 1) LEIBNIZ kann das Wort in der Reinschrift des Briefes vergessen haben; 2) Es blieb beim Abdruck in WALLIS' Werken durch ein Versehen weg; 3) Es wurde dort mit Absicht weggelassen. Die dritte Möglichkeit wies ich als keiner Begründung fähig zurück, zwischen den beiden ersten Möglichkeiten liess ich die Wahl frei. Eine vierte Möglichkeit ist inzwischen, wenn ich nicht irre durch H. ZEUTHEN, hervorgehoben worden: 4) LEIBNIZ ist nicht an einem Tage mit seinem langen Briefe fertig geworden und hat deshalb in der Reinschrift das Wort *hodie* absichtlich weggelassen. Von den beiden im Archiv der Londoner ≪Royal Society≫ befindlichen Abschriften des Briefes enthält die eine das Wort *hodie* in durchgestrichenem Zustande. Dadurch ist eine Thatsache zweifellos festgestellt: die Reinschrift muss zu irgend einer Zeit ebenso ausgesehen haben. Es ist undenkbar, dass das im Concepte vorhandene Wort in die Copie der Reinschrift eingedrungen wäre, wenn es nicht in der Reinschrift selbst gestanden hätte. Jetzt ist also nur der Zeitpunkt des Durchstreichens fraglich. Wurde das Wort von LEIBNIZ durchstrichen, bevor er die Reinschrift abschickte, oder fand das Durchstreichen in London statt? Wer sich für die zweite dieser Möglichkeiten entschliesst und damit eine Fälschung perfidester Art annimmt, der wird wohl die Zeit dieser Fälschung vor 1699 d. h. vor den Abdruck des Briefes in den Werken von WALLIS verlegen. So ist wenigstens das dortige Fehlen des Wortes in unschuldiger Weise erklärt — ein durchstrichenes Wort druckt man nicht ab — und ebenso auch das Fehlen in jener anderen Abschrift im Archiv der Londoner ≪Royal Society≫, wenn diese überhaupt nach dem Originalbriefe und nicht nach dem Abdrucke bei WALLIS angefertigt ist. Die zwei Möglichkeiten, welche noch einer Entscheidung harren, sind also: 1) LEIBNIZ hat die Reinschrift seines Briefes genau nach dem; Concepte gemacht und hat in der Reinschrift entweder sofort beim Niederschreiben oder später, jedenfalls vor dem Abschicken das zweite Anfangswort durchstrichen. 2) In England ist vor 1699 an dem Briefe durch Durchstreichen des Wortes eine Fälschung begangen worden.

(M. Cantor.)

(Quelle: *Bibliotheca Mathematica.* – N. F. **13** (1899), S. 95–96)

Postkarte vom 05.06.1899

Adresse: Herrn Prof. Moritz Cantor
Gaisbergstr. 15
Heidelberg
(Baden)

Poststempel: Stockholm 5.6.99 — Heidelberg 7.6.99 7-8 N.

Verehrter Herr Professor!

Ihren Artikel werde ich mit großem Vergnügen in der Nr. 3 der Biblioth. Mathem. 1899 veröffentlichen, und Ihnen seinerzeit eine Correctur schicken. Sie gehen von der Voraussetzung aus, dass die zweite Abschrift eine Abschrift des Originals ist, und das ist ja sehr gut möglich, aber in den von mir eingezogenen Erkundigungen findet sich gar nichts mit Bezug hierauf — ich weiss nicht einmal ob die Abschrift vor oder nach 1722 angefertigt ist.

Dass Gerhardt am 5. Mai in Halle gestorben ist, habe ich zuerst aus der Deutschen Litteraturzeitung 1899, Sp. 80 ■ erfahren, mit Ihrem Urtheil über ihn bin ich vollständig einverstanden.

Den Halbband II:1 Ihrer Vorlesungen habe
ich von Teubner bekommen und werde
in der 2. Nummer der Biblioth. Mathem.
1899 eine Anzeige desselben einführen. Mein
Exemplar enthält nur S. 1 – 480, also
nur einen Theil der Zeit von 1500–1550,
aber ich vermuthe, dass es dennoch nicht
unvollständig ist.

Mit vorzüglicher Hochachtung
ergebenst
G. Eneström

Stockholm 1899.VI.5.
Brahegatan 43

Postkarte vom 12.06.1899

Adresse: Herrn Prof. Moritz Cantor
Gaisbergstr. 15
Heidelberg
(Baden)

Poststempel: Stockholm 12.6.99 — Heidelberg 14.6.99 12-1 N.

Verehrter Herr Professor!

Besten Dank für Ihre Karte vom 8. Juni!
Heute schicke ich Ihnen unter Kreuzband
die Recension der neuen Auflage des Bandes II:1 Ihrer Vorlesungen, von der ich
in meiner vorigen Karte gesprochen habe.

In Betreff der hodie-Frage verstehe ich
nicht, wie Sie wissen können, dass die
zweite Abschrift nur (direkt oder indirekt) vom Original entnommen ist.
Warum ist es a priori unmöglich, dass
sie von de Morgan mit Benutzung
des Gerhardt'schen Abdruckes des Conceptes verfertigt worden ist, und dass
de Morgan auf Grund einer Vergleichung
mit dem Commercium epistolicum
das Wort "hodie" durchgestrichen hat?

Mit vorzüglicher Hochachtung
ergebenst
G. Eneström

Stockholm 1899.VI.12.
Brahegatan 43

Postkarte vom 16.06.1899

Adresse: Herrn Prof. Moritz Cantor
Gaisbergstr. 15
Heidelberg
(Baden)

Poststempel: Stockholm 16.6.99 Heidelberg 19.6.99 1-2 V.

Verehrter Herr Professor!

Aus Ihrem freundlichen Schreiben vom 14. d.M. ersehe ich, dass ich bei meiner Bemerkung ("Tadel" soll es nicht genannt werden) zur Seite 47 Ihrer Vorlesungen II:1 (Aufl. 2) nicht nur die Worte: "ganz erfolglos" sondern auch die Worte: "muss man" hätte cursivieren sollen, und ich erlaube mir Ihnen vorzuschlagen, in der 3. Aufl. der Vorlesungen statt "muss man ... ganz erfolglos" die Worte: "müssen wir ... ganz erfolglos" zu setzen. Dann haben Sie ja Ihre Ansicht bestimmt ausgesprochen, aber ohne Anspruch, dass alle anderen Verfasser ("man" würde wohl hier als "Jedermann" aufgefasst werde) diese Ansicht theilen werden.

Über die zweite Abschrift des Leibniz'schen Briefes hoffe ich vor dem Ausgange dieses Jahres von Herrn Bak nähere Auskunft zu bekommen.

Es ist schade, dass Curtze's ausführlicherer Reisebericht im "Centralbl. für Bibliothekswesen" erschienen ist. Haben Sie nicht daran gedacht, denselben in der Zeitschr. für Mathem. abdrucken zu lassen?

Mit vorzüglicher Hochachtung
ergebenst
G. Eneström

Stockholm 1899.VI.16.
Brahegatan 43

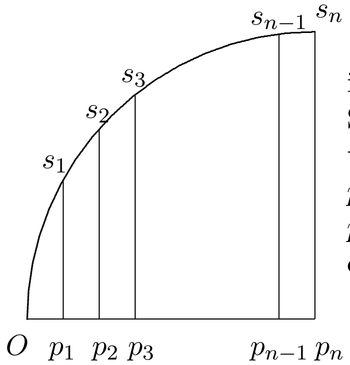
3.4 Brief vom 26.06.1901

Dieser Brief beschäftigt sich nicht mehr mit den *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*.

Moritz Cantor hielt beim III. Internationalen Kongress für Philosophie 1900 in Paris einen Vortrag mit dem Thema *Origines du calcul infinitesimal*. Gustav Eneström ist auch hier der Meinung, dass Cantor zu weitreichende Folgerungen zieht.

Verehrter Herr Professor!

Besten Dank für die Zusendung Ihres Vortrages über die Anfänge der Infinitesimalrechnung, den ich mit grossem Interesse gelesen habe. Aus der Seite 9 ersehe ich, dass Sie noch der Ansicht sind, Oresme habe die Eigenschaft $\frac{dy}{dx} = 0$ des Maximalwerthes y einer Funktion von x wenigstens angedeutet. Meines Erachtens aber gibt es bei Oresme keine Belegstelle für diese Ansicht (vgl. die Note von Timtchenko in der Biblioth. Mathem. 1900, S. 515–516) und, so viel ich verstehe, hat Oresme nur bemerkt dass, wenn man Radius Op_n eines Kreisquadrates



in einer endlichen Anzahl gleicher Stücke $Op_1, p_1p_2, \ldots, p_{n-1}p_n$ theilt und die entsprechenden Ordinaten $p_1s_1, p_2s_2, \ldots p_{n-1}s_{n-1}, p_ns_n$ zieht, so ist $p_1s_1 > p_2s_2 - p_1s_1 > p_3s_3 - p_2s_2 > \ldots > p_ns_n - p_{n-1}s_{n-1}$ d.h. $p_ns_n - p_{n-1}s_{n-1}$ ist ein Minimum. Hieraus

. . . .

kann man ja folgern, Oresme habe gewusst, dass ein Kulminationspunkt $\frac{dy}{dx}$ ein Minimum wird, dass aber für Oresme dies Minimum genau $= 0$ sein würde, möchte ich bis auf Weiteres als eine unhistorische Behauptung bezeichnen. Im Gegentheil scheint es mir viel wahrscheinlicher, dass Oresme dieses Minimum als vom Radius des Kreises abhängig betrachtet hätte (vgl. Timtchenko l.c).

Mit vorzüglicher Hochachtung
ergebenst
G. Eneström

Stockholm 1901.VI.26.
Brahegatan 43.

Anhang

A. Referat zu Band 2,1. Zweite Auflage 1899

B. Referat zu Band 3,2. 1896

C. Referat zu Band 3,3. 1898

D. Kleine Bemerkungen 1902

Anhang A

Band 2
1. Halbband
Zweite Auflage, 1899

Bibliotheca mathematica / Gustaf Eneström
Neue Folge 13 = Nouvelle Série 13 (1899), S. 49–57.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

M. Cantor. VORLESUNGEN ÜBER GESCHICHTE DER MATHEMATIK. ZWEITER BAND. ERSTER HALBBAND. VON 1200—1550. Zweite Auflage. Leipzig, Teubner 1899. In-8°, 480 p.

La première édition de ce cahier a paru en 1891 (la couverture indique 1892 comme année d'impression), et nous en avons rendu compte dans la Biblioth. Mathem. 1891, p. 117—118. L'intervalle entre les deux éditions s'élève donc à presque 8 ans, et dans ce temps les études de l'histoire des mathématiques ont été continuées avec ardeur aussi pour ce qui concerne le moyen âge et la renaissance des sciences exactes. En particulier nous devons à M. CURTZE la découverte d'un grand nombre de nouveaux détails relatifs à l'histoire de la géométrie du moyen âge. Il est donc naturel que M. CANTOR n'a pu se restreindre à revoir les indications de la première édition, mais qu'il lui a été nécessaire d'y faire aussi plusieurs additions. D'autre part, il n'a eu aucune raison de modifier le plan de l'exposition, et comme nous en avons rendu compte aux pages citées de la Biblioth. Mathem. 1891, nous nous permettrons de passer immédiatement aux observations auxquelles notre étude de la nouvelle édition a donné lieu.

P. 7. M. CANTOR mentionne que trois copies du *Liber abaci* de LEONARDO PISANO contiennent les mots »correctus anno 1228», et il s'appuie à cet égard sur une communication écrite de M. GEGENBAUER. Au point de vue bibliographique, on aurait peut-être préféré un renvoi à la note de celui-ci: *Bemerkung über Leonardo Pisano's Liber abaci;* Monatsh. für Mathem. **4**, 1893, 402.

P. 12. »Eine Andeutung darüber, wie jene Zerlegung [in Summen von Stammbrüchen] zu erhalten sei, ist kaum jemals [vor LEONARDO PISANO] vorhanden.» Nous admettons que cette assertion peut être soutenue même après la publication du Papyrus d'Akhmîm, mais, à notre avis, elle ne concorde pas parfaitement avec un passage à la page 470 de la 2e édition du 1er tome des *Vorlesungen;* en effet, nous y lisons: »der wesentliche und nicht hoch genug zu schätzende Unterschied besteht darin, dass der Verfasser des Rechenbuches zu Achmîm die Vorschriften angibt, nach welchen jene Zerlegungen [in Summen von Stammbrüchen] vorgenommen wurden».

P. 46—49. En rendant compte du *Flos* de LEONARDO PISANO, M. CANTOR aurait pu signaler que celui-là s'y est servi aussi du mot »causa» pour désigner une quantité inconnue (voir

Scritti pubblicati da B. BONCOMPAGNI **2**, [1862], p. 236), et que, par conséquent, il a employé pour les quantités inconnues trois mots, savoir *radix, res* et *causa.* Ce fait nous semble d'un certain intérêt, vu l'important rôle, dans l'histoire de l'algèbre, du mot italien correspondant à »causa».

P. 67—73. L'analyse du traité *De numeris datis* de JORDANUS NEMORARIUS est faite d'après l'édition de M. CURTZE dans la Zeitschr. für Mathem. **36**, 1891; Hist. Abth. 1—23, 41—63, 81—95, 121—138. Cette édition est sans doute excellente, mais M. CURTZE fait observer lui-même (l. c. p. 5) qu'il n'avait eu recours à aucune copie complète des propositions XV—XXXV du 4^e^ livre du traité de JORDANUS; heureusement, la lacune est comblée maintenant par l'article de M. R. DAUBLENSKY VON STERNECK: *Zur Vervollständigung der Ausgaben der Schrift des Jordanus Nemorarius »Tractatus de numeris datis»* (Monatsh. für Mathem. **7**, 1896, 165—179), et cet article aurait peut-être mérité d'être cité aussi par M. CANTOR dans la note à la page 67.

P. 87—88. M. CANTOR fixe à 1256 l'année de la mort de SACROBOSCO, mais il a été établi (voir Biblioth. Mathem. 1899, p. 32) que le vers d'où VOSSIUS a tiré cette date, se rapporte à l'achèvement du *Compotus* (cf. aussi l'indication de KÄSTNER dans la *Geschichte der Mathematik* II, p. 310), et M. TANNERY est porté à interpréter le vers comme indiquant la date de 1244. En tout cas on ignore encore la vraie date de la mort de SACROBOSCO. — M. CANTOR dit que l'*Algorismus* est »eine Sammlung von Regeln ... ohne Erwähnung einer Quelle», et, en thèse générale, cette indication est conforme à la vérité. D'autre part, nous nous permettons de faire observer que, dans le chapitre »De radicum extractione et primo in numeris quadratis», SACROBOSCO cite: »BOETIUS in *arismetrica* sua»; par conséquent, l'avis de P. RICCARDI (Biblioth. Mathem. 1894, p. 78) que SACROBOSCO a eu connaissance de l'arithmétique de BOËTIUS, est justifié. — Aux éditions de l'*Algorismus* de SACROBOSCO citées par M. CANTOR on peut ajouter les deux plus anciennes, imprimées respectivement en 1488 (voir CURTZE, Biblioth. Mathem. 1895, p. 36—37) et en 1501 (cf. RICCARDI, Biblioth. Mathem. 1894, p. 76), et celle publiée en 1897 par M. CURTZE. Quant au traité *Opusculum de praxi numerorum quod Algorismum vocant,* publié en 1503 et réédité en 1510, RICCARDI a démontré (Biblioth. Mathem. 1894, p. 73—78) qu'il est identique à l'*Algorismus* de SACROBOSCO et que CLICHTOVE en est l'éditeur.

P. 97. »Im 40. Kapitel des *Opus tertium* ergeht sich BACO in stereometrischen Faseleien, welche ihm kein glänzendes Zeugniss ausstellen.» Il va sans dire que cette appréciation est juste; d'autre part il nous semble peu probable que les bizarreries dont M. CANTOR parle, soient l'invention de ROGER BACON. En effet, le problème *de solidis locum implentibus* a été traité de la même manière déjà par AVERROES († 1198; cf. DE MARCHI, Biblioth. Mathem. 1885, col. 195).

P. 112. Le traité de trigonométrie de LEVI BEN GERSON a été résumé par M. CURTZE dans l'article *Die Abhandlung des Levi ben Gerson über Trigonometrie und den Jacobstab* (Biblioth. Mathem. 1898, p. 97—112). On voit par là que LEVI BEN GERSON connaissait la relation qui a lieu dans un triangle rectiligne entre deux côtés et les sinus des angles opposés. — Pour ce qui concerne le carré géométrique et le quadrant, nous prenons la liberté de renvoyer à la remarque de M. CURTZE dans la Biblioth. Mathem. 1896, p. 66.

P. 123—124. Si JEAN DE MEURS a composé le *Speculum musicæ* déjà en 1321, il ne peut guère être né vers 1310.

P. 126—127. JOHANNES DE LINERIIS a été l'objet de deux petites notes de M. M. STEINSCHNEIDER et CURTZE insérées dans la Biblioth. Mathem. 1889, p. 37—38 et 1895, p. 105—106. La première note a pour but de faire ressortir que M. STEINSCHNEIDER considère JOHANNES DE LINERIIS comme identique à JOHANNES DE LIVERIIS, et de remédier ainsi à un petit malentendu de la part de M. S. GÜNTHER, reproduit, à ce qui nous paraît, par M. CANTOR. Dans la seconde note, M. CURTZE s'est proposé de démontrer définitivement que JOHANNES DE LINERIIS était natif de la France. M. CANTOR est arrivé à la même conclusion, et nous regrettons seulement qu'il ait jugé nécessaire de poser formellement la question aujourd'hui presque inutile: »War er [JOHANNES DE LINERIIS] ein Picarde, ein Deutscher, ein Sicilianer?»

P. 127. L'article de M. CURTZE: *Über den Dominicus Parisiensis der »Geometria Culmensis»* (Biblioth. Mathem. 1895, p. 107—110) fournit quelques renseignements supplémentaires sur cet auteur du 14[e] siècle. Il était né à Chivasso en Italie, et il professait à Paris 1349—1350 les arts libéraux, puis en 1356—1357 la médecine; son ouvrage principal *Practica geometriæ* fut achevé à Paris en 1346.

P. 158. En parlant d'un traité d'algèbre du 14[e] siècle où l'inconnue est désignée par le mot *cosa*, M. CANTOR dit: »höchstens könnte *cosa* bemerkenswerth erscheinen, die Übersetzung von *res,* während GERHARD VON CREMONA und LEONARDO meistens *radix* sagten, LEONARDO allerdings einmal auch *res.*» La fin de cette remarque doit être un peu modifiée; en effet, dans son *Flos,* LEONARDO PISANO fait souvent usage du mot *res* et une fois du mot *causa* (cf. ci-dessus p. 49 et Biblioth. Mathem. 1894, p. 96).

P. 215. »Dass die Jahreszahlen auf Münzen erst mit dem Ende des XV. Jahrhunderts in Stellungszahlen auftreten, wird von Niemand angezweiflet.» Ici nous aurions mis »vers le milieu» au lieu de »vers la fin», car on connaît déjà (voir WERTHEIM, Biblioth. Mathem. 1898, p. 120) une monnaie frappée en 1458, où l'année est indiquée par des chiffres arabes.

P. 228 (cf. p. 234, 250). A l'indication de M. CANTOR que WIDMANN a professé en 1486 à Leipzig un cours d'algèbre, on pourrait ajouter que le cours même a été retrouvé en 1896 par M. CURTZE dans un manuscrit de la bibliothèque de l'université de Leipzig (voir CURTZE, *Eine Studienreise unternommen August bis Oktober 1896;* Altpreussische Monatsschrift **35,** 1897, p. 438).

P. 230. En parlant de l'origine des signes + et —, M. CANTOR fait la remarque suivante: »ein einziger Italiener, bei welchem sie, wie wir später sehen werden, in einer auch kaum viel älteren Handschrift vorkommen, ist eben so schweigsam.» Evidemment il fait allusion à LEONARDO DA VINCI, mais, autant que nous sachions, LIBRI est le seul auteur qui ait cru retrouver dans les manuscrits de LEONARDO DA VINCI les symboles + et — comme signes d'addition et de soustraction, et l'assertion de LIBRI a été réfutée par GOVI. Dans un passage suivant (p. 295—296) M. CANTOR lui-même semble considérer cette assertion comme un peu suspecte, et de notre part, nous sommes du même avis (cf. ENESTRÖM, *Om uppkomsten af tecknen + och — samt de matematiska termerna »plus» och »minus»;* Öfversigt af [svenska] vetenskapsakad. förhandl. 1894, p. 244).

P. 256—257. D'après M. CANTOR, le traité *De triangulis omnimodis* de REGIOMONTANUS a été achevé à Venezia en 1464. Mais M. BRAUNMÜHL (voir p. 54 du mémoire cité par M. CANTOR à la page 265) a appelé l'attention sur un passage d'une lettre de REGIOMONTANUS, d'où il semble ressortir que les livres 3 et 5 de ce traité ont été composés après 1464.

P. 260. Parmi les écrits perdus de REGIOMONTANUS on pourrait peut-être mentionner aussi le traité *de solidis locum implentibus,* parce qu'il doit avoir contenu une réfutation des bizarreries d'AVERROËS et de ROGER RACON (cf. DE MARCHI, Biblioth. Mathem. 1885, col. 193).

P. 264. »Die Trigonometrie anders behandeln zu sollen als in Gestalt einer Einleitung zur Astronomie, war noch Niemand [vor REGIOMONTANUS] eingefallen.» Ce passage, reproduit de la première édition, est en désaccord avec un passage à la page 735 de la 2e édition du 1er tome des *Vorlesungen*, où M. CANTOR fait observer très justement que NASIR EDDIN († 1274) »hat... eine ganz vollständige ebene und sphärische Trigonometrie aufgebaut, welche hier zum ersten Male als Theile der reinen Geometrie erscheinen, d. h. nicht mehr bloss als Einleitung zur Astronomie dienen»; on pourrait aussi renvoyer à la p. 112 du cahier dont nous nous occupons ici. Le »grossartiger Fortschritt» dont M. CANTOR parle, se réduit donc à des dimensions plus modestes, et on peut dire avec M. BRAUNMÜHL (*Beiträge zur Geschichte der Trigonometrie;* Abhandl. d. Deutschen Akad. d. Naturforscher [Halle] **71**, 1897, p. 28) que la valeur du traité *De triangulis omnimodis* consiste »weniger in der Originalität der Schöpfung, als vielmehr in der durchsichtigen Anordnung des Stoffes, in der systematischen Aneinanderreihung der Sätze, sowie in der Gewandtheit in Stellung und Lösung von trigonometrischen Aufgaben».

P. 267. Au sujet du »Sinus-satz», un renvoi au tome I p. 735 aurait été très utile; du reste nous avons déjà fait observer que ce théorème se trouve aussi dans un écrit de LEVI BEN GERSON (mort en 1344).

P. 289. L'écrit de LEVI BEN GERSON cité par M. CANTOR contient aussi un traité de trigonométrie, et un résumé en a été publié en 1898 par M. CURTZE (voir ci-dessus p. 51).

P. 295. Aux 13 manuscrits de LEONARDO DA VINCI cités par M. CANTOR on peut ajouter celui publié en 1891 à Milano par LUCA BELTRAMI e ANGELO DELLA CROCE sous le titre: *Il codice di Leonardo da Vinci nella biblioteca del Principe Trivulzio in Milano.*

P. 308. Parmi les ouvrages inédits de LUCA PACIUOLO, il y a aussi un traité d'arithmétique, d'algèbre et de géométrie, (cod. Vatic. 3129) dont WOEPCKE et BONCOMPAGNI ont publié des extraits dans les tomes **7** (1874) et **12** (1879) du Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. Dans ce traité PACIUOLO s'est occupé aussi de la valeur approchée de $\sqrt{6}$, mais il y procède plus loin qu'il ne l'a fait dans le passage mentionné par M. CANTOR à la page 314.

P. 349. »Das ... allmälige Verschieben des Divisors nach rechts heist [bei CHUQUET] *anteriorer*». Sans doute ce mot, ou plutôt sa forme latine *anteriorare,* était en usage longtemps avant CHUQUET. Déjà dans *l'Algorismus* de SACROBOSCO on trouve non seulement *anteriorare* mais aussi (voir éd. CURTZE, pag. 19) *anterioratio* avec la même signification.

P. 351—352. Dans son article: *L'extraction des racines carrées d'après Nicolas Chuquet* (Biblioth. Mathem. 1887, p. 17—21), M. P. TANNERY a appelé l'attention sur un fait assez curieux, savoir que le procédé de CHUQUET donne régulièrement la suite complète des fractions convergentes intermédiaires et les réduites du développement en fraction continue du nombre incommensurable à calculer.

P. 379. »JODOCUS CLICHTOVAEUS ... hat ... möglicherweise ein ... Rechenbuch (vielleicht das des SACROBOSCO?) zum Drucke befördert.» RICCARDI a établi (voir Biblioth. Mathem. 1894, p. 73—78) que le traité dont il s'agit a été publié par CLICHTOVE et qu'il est identique à *l'Algorismus* de SACROBOSCO (cf ci-dessus p. 50).

P. 397. »Die Algebra des GRAMMATEUS wendet fortwährend die Zeichen + und — an.» On aurait pu ajouter que ce traité est le premier livre imprimé où les symboles + et — sont employés régulièrement comme des signes d'addition et de soustraction.

P. 399. Au sujet de l'étude des mathématiques à l'université de Leipzig au commencement du 16:e siècle, voir aussi la note de M. SUTER: *Die mathematischen und naturwissenschaftlichen Disputationen an der Universität Leipzig 1512—1526* (Biblioth. Mathem. 1889, p. 17—22).

P. 429. Sur l'origine de l'expression *regula cecis,* il y a aussi une autre conjecture, non rapportée par M. CANTOR. En effet, le mathématicien danois J. W. LAUREMBERG indique expressément, dans son *Arithmetica* (1643), que *cecis* a été dérivé d'un mot arabe *sekis* ou *sikish* (cf. Biblioth. Mathem. 1896, p. 96). M. M. SUTER et CARRA DE VAUX ont remarqué (voir Biblioth. Mathem. 1896, p. 120 et 1897, p. 32) que ce mot n'est pas arabe mais turc, mais que la lecture *sikish* peut être une lecture fautive au lieu de *sikkir* (buveur). D'autre part M. CURTZE a publié (Abhandl. zur Gesch. der Mathem. 7, 1895, p. 35) un traité rédigé ou copié vers 1460, où un exemple de la *regula cecis* commence: »ponam casus, quod sint 20 persone in una cecha», d'où il conclut que *cecis* doit bien être dérivé du mot allemand »Zeche».

P. 441, 445. En rendant compte de *l'Arithmetica integra* (1544) de STIFEL, M. CANTOR fait ressortir très justement que, quand il s'agit d'un problème avec plusieurs quantités inconnues, STIFEL exprime les seconde, troisième, quatrième, etc. par les lettres A, B, C, etc., et les puissances de A par $A\mathfrak{z}$, $A\&$, $A\mathfrak{z}\mathfrak{z}$, etc., mais, d'autre part, M. CANTOR ne fait pas connaître que l'édition du traité *Die Coss* publiée par STIFEL en 1553 contient une autre notation, qui mérite sans doute une attention tout à fait particulière. En effet, STIFEL y désigne les puissances successives des inconnues secondaires A, B, C, etc. par les lettres respectives répétées deux, trois, etc. fois. Voici ses propres mots (RUDOLFF, *Die Coss*, éd. 1553, fol. 61[b]):

»Es mag aber die Cossische progresz auch also verzeychnet werden:

0	1	2	3	4
1.	1A.	1AA.	1AAA.	1$AAAA$.

Vnd so fort ahn on ende. Item auch also

0	1	2	3	4
1.	1B.	1BB.	1BBB.	1$BBBB$. etc.

Item auch also

0	1	2	3	4
1.	1C.	1CC.	1CCC.	1$CCCC$. etc.

Vnd so fort an von andern Buchstaben.» Pour faire voir que STIFEL ne s'est pas contenté de proposer en passant cette notation, mais qu'il l'a aussi utilisée, nous nous permettrons de reproduire encore quelque lignes (fol. 465[b]) du traité cité: »Es sind zwo zalen, Wenn man sye mit einander multiplicirt, so kommen 96. So man aber yhre quadrata zusammen addiret so kommen 292. Welche sinds?» STIFEL ne désigne pas les deux inconnues par* $1\varkappa$ et $1A$, mais par $1\varkappa + 1A$ et $1\varkappa - 1A$; après cela il continue: »Multiplicire sye, facit $1\mathfrak{z} - 1AA$. gleych 96. Die quadrata sind

$$1\mathfrak{z} + 2\varkappa A + 1AA. \qquad 1\mathfrak{z} - 2\varkappa A + 1AA.$$

Ist yhr aggregat. $2\mathfrak{z} + 2AA$. gleych 292.» Il a donc déduit deux équations à deux inconnues, et il les résout ensuite sans difficulté.

* Par des raisons typographiques, il nous a été nécessaire de nous servir ici de la lettre grecque $\varkappa$; le signe de STIFEL est d'une forme un peu différente.

Il s'ensuit que Stifel s'est émancipé au moins en partie de la notation impropre dont les premiers algébristes allemands se servirent pour les puissances des quantités inconnues, et qu'il doit être considéré, à ce point de vue, comme le devancier de Harriot. Son défaut était qu'il n'allait pas jusqu'au bout, c'est à dire qu'il n'introduisit pas la même notation pour toutes les quantités inconnues.

P. 454. »Mehr als Vermuthung ist es, wenn ein anderer Schriftsteller [Braunmühl] behauptet, in diesen Büchern [Werners] über die Dreiecke sei die Erfindung der Prosthaphæresis enthalten gewesen.» Nous aurions voulu proposer à M. Cantor de substituer ici »eine prosthaphæretische Formel» au lieu de »die Erfindung der Prosthaphæresis»; de fait, M. Braunmühl a établi aussi, dans la note citée par M. Cantor, que la méthode dont il s'agit a été utilisée déjà par les Arabes au moins dans un cas particulier.

P. 471. Le théorème de Copernicus: »lorsqu'un cercle roule à l'intérieur d'un cercle fixe de rayon double, un point de la circonférence du cercle mobile décrit un diamètre du cercle fixe», a été retrouvé plus tard par M. Curtze (Biblioth. Mathem. 1895, p. 33—34) dans le traité de Nassir Eddin »Memento d'astronomie», dont M. Carra de Vaux a traduit un chapitre en appendice aux *Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne* (Paris 1893) de M. P. Tannery.

P. 472. Aux écrits sur Rheticus signalés par M. Cantor, on pourrait ajouter celui de M. Curtze: *Zur Biographie des Rheticus* (Altpreussische Monatsschr. **31**, 1894, p. 491—496), dont le contenu sera sans doute utilisé dans la nouvelle édition du cahier II : 2 des *Vorlesungen.*

Dans le précédent, nous n'avons pas reproduit quelques-unes des notes que nous avons prises en étudiant le cahier dont il s'agit, parce que ces notes se rapportent à des auteurs que la plupart des lecteurs jugeraient peut-être trop peu importants; ainsi p. ex. nous avons noté, à la page 253, un renvoi à l'édition de M. L. Birkenmajer (Warszawa 1895) du *Geometriæ practicæ seu artis mensurationis tractatus* de Martin Kral de Premislia ou Martin de Zorawica, et, au chapitre 58, le nom du mathématicien (probablement italien) Simon Motot, qui a composé vers 1473 en hébreu un livre de l'algèbre et un traité sur le problème des asymptotes, traduits et annotés par G. Sacerdote (Versailles 1894).

D'un autre côté, nous avons passé sous silence quelques passages où M. Cantor, après avoir rendu compte d'un résultat énoncé par un certain auteur sans analyse ni démonstration, donne pour insuffisants (ou bien omet de mentionner) les essais de restitution de cette analyse proposés par d'autres historiens. On sait que M. CANTOR a toujours soutenu que l'histoire des mathématiques est une exposition de faits constatés et non pas de conjectures, quelque ingénieuses qu'elles soient en elles-mêmes, et, en thèse générale, il a sans doute raison. Mais nous prenons la liberté de lui demander s'il ne serait pas possible de modifier un peu, dans la 3e édition des *Vorlesungen,* la sentence rendue à la page 47 sur les essais de restitution de la méthode utilisée par LEONARDO PISANO pour la résolution approximative d'une équation numérique du 3e degré: »Versuche, welche gemacht wurden, über diese schwierige Frage Licht zu verbreiten, muss man leider als *ganz erfolglos* bezeichnen». En effet, M. ZEUTHEN a fait remarquer (Bulletin de l'acad. d. sc. de Danemark 1893, p. 9) que la conjecture de HANKEL n'est pas tout à fait insoutenable, si l'on suppose que LEONARDO ait déterminé préalablement la valeur approchée $x = 1$ par tâtonnement, et pour ce qui concerne la restitution proposée par M. GRAM, il semble très probable (cf. ZEUTHEN, l. c. p. 17) qu'elle concorde essentiellement avec la méthode dont LEONARDO s'est servi en réalité.

Parmi les fautes d'impression ou de plume, il convient de signaler les suivantes: p. 254, ligne 5 en remontant, lire 1654 au lieu de 1555; p. 345, ligne 3 en remontant, lire SCHWENTER au lieu de »Schmenter»; p. 374, ligne 4, au lieu de »zehn» (qui est reproduit de la première édition) substituer un nombre un peu plus grand (le *Triparty en la science des nombres* de NICOLAS CHUQUET a été publié en 1880).

Les observations que nous avons faites ci-dessus, sont assez nombreuses, mais d'autre part elles se rapportent presque toutes à des détails peu importants, et nous en aurions peut-être omis plusieurs, si nous n'avions pas voulu mettre en évidence la grande activité qui a lieu actuellement dans le domaine de l'histoire des mathématiques. En effet, la plupart des recherches historiques auxquelles nous avons renvoyé, ont été faites après l'année 1892, et naturellement il y a un nombre considérable de telles recherches que nous n'avons eu aucune raison de citer ici, vu que M. CANTOR les a utilisées pour la seconde édition du cahier II: 1 des *Vorlesungen.*

Stockholm. G. ENESTRÖM.

Anhang B

Band 3
2. Abteilung
1896

Bibliotheca mathematica / Gustaf Eneström
Neue Folge 10 = Nouvelle Série 10 (1896), S. 17–24.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

M. Cantor. VORLESUNGEN ÜBER GESCHICHTE DER MATHEMATIK. DRITTER BAND. VOM JAHRE 1668 BIS ZUM JAHRE 1759. ZWEITE ABTHEILUNG. DIE ZEIT VON 1700 BIS 1726. Leipzig, Teubner 1896. 8°, p. 253—472.

L'ordre des matières traitées dans cette seconde partie du troisième tome des *Vorlesungen* est à peu près le même que celui adopté par M. CANTOR pour la période 1668—1699 (voir Biblioth. Mathem. 1894, p. 89—91). En premier lieu il signale les ouvrages d'histoire des mathématiques et les éditions d'auteurs classiques; après quelques notices sur l'histoire du calcul infinitésimal jusqu'en 1704, il donne ensuite une exposition détaillée (42 pages) des débats sur la priorité de l'invention des nouveaux calculs, débats commencés en 1699 par FATIO DE DUILLIER et terminés seulement après la mort de LEIBNIZ. Puis il rend compte successivement du développement de l'analyse combinatoire et du calcul des probabilités, de la théorie des suites et du calcul aux différences. Enfin les trois derniers chapitres sont consacrés aux progrès de l'algèbre, des procédés de différentiation et d'intégration, de la géométrie analytique et projective, ainsi que de l'intégration des équations différentielles.

Personne qui aura lu avec attention la nouvelle partie des *Vorlesungen,* ne niera qu'elle ne soit digne de son éminent auteur. Nous nous permettons de signaler p. ex. l'exposition des débats sur la priorité de l'invention du calcul infinitésimal, exposition tracée de main de maître et évidemment *con amore.* D'autre part nous ne serions pas surpris, si quelque lecteur émettait l'opinion que cette partie ne contienne pas une exposition complète et uniforme des recherches mathématiques les plus importantes faites pendant la période 1700—1726, mais qu'elle soit plutôt un recueil d'importants traités sur les progrès de plusieurs (ou bien la plupart) des branches de mathématiques pendant cette période, renfermant aussi un certain nombre de notices sur les progrès des autres branches dans le même temps. En effet, à partir du commencement du 18e siècle, les matériaux pour l'histoire des mathématiques deviennent si abondants et si hétérogènes, qu'il est à peu près impossible pour un seul homme de les traiter convenablement sans avoir recours à des monographies historiques sur chaque branche particulière. Et même en ce cas, on sera très facilement induit à s'occuper trop des branches pour lesquelles on a une prédilection marquée, et de négliger un peu les autres.

Pour illustrer par un exemple ce que nous venons de dire, nous nous permettons de choisir l'histoire du calcul aux différences finies et en particulier les services rendus par TAYLOR à ce calcul. Dans notre mémoire *Differenskalkylens historia,* I (Upsala 1878), nous avons donné une exposition détaillée de ces services. Il en résulte que TAYLOR a introduit les termes *incrementum* (= différence), *integralis* et *valor successivus;* qu'il a donné les notations pour les différences et les intégrales, savoir

$$\underset{n}{x} = \Delta^n x\,,\quad {}^n[x] = \Sigma^n x\,;$$

qu'il a établi le théorème pour la détermination des différences successives, et appelé l'attention sur la dépendance mutuelle entre les différences et les intégrales; en un mot, qu'il a jeté les fondements de la méthode générale du calcul aux différences. Il a, de plus, fait connaître diverses formules, comme celles qui donnent

$$\underset{n}{u}\,,\ u_{x+h}\,,\ u_{x-h}\,,\ \Delta x^{(m)}\,,\ \Delta x^{(-m)}\,,\ \Delta a^x\,,$$
$$\Delta^n(u_x v_x)\,,\ \Sigma x^{(m)}\,,\ \Sigma x^{(-m)}\,,\ \Sigma a^x\,,\ \Sigma^n(u_x v_x)\,,\ \Sigma[a^x \varphi(x)]\,.$$

Il s'est aussi occupé de la théorie des équations aux différences; il a démontré l'existence d'une solution; il a déterminé la forme générale de la solution complète et exprimé la valeur de la variable dépendante sous la forme d'une série infinie; il a donné une méthode d'intégration pour certaines équations aux différences du premier ordre. Enfin il a appliqué le calcul des différences à l'interpolation et à la sommation des séries.

Maintenant, si nous examinons les quelques pages que M. CANTOR a consacrées à TAYLOR, nous n'y trouvons à peu près rien relativement au calcul des différences finies. M. CANTOR parle (p. 365) un peu des notations générales de TAYLOR, mentionne (p. 367—368) la déduction de la série connue sous son nom, nous avertit (p. 369) que TAYLOR s'est occupé de l'interpolation et de la sommation des séries, et fait observer enfin (p. 370) que dans la *Methodus incrementorum* »die Lehre von den endlichen Differenzen eigentlich am stiefmütterlichsten, mindestens am undeutlichsten behandelt ist, wiewohl sie dem Buche den Titel verlieh und das Buch wieder anderen Mathematikern den Anstoss gab, tiefer in den Gegenstand einzudringen«. On voit que M. CANTOR passe sous silence précisement les plus importantes contributions de TAYLOR au calcul des différences finies.

On pourrait nous objecter que, notre mémoire étant rédigé en suédois, les résultats en ont été inaccessibles à M. CANTOR, et que, par consequent, s'il a traité TAYLOR en marâtre, il a agi tout à fait involontairement. L'objection est sans doute juste, mais nous faisons observer qu'un résumé, en allemand, de notre mémoire a été publié dans le Repertorium der literarischen Arbeiten auf dem Gebiete der Mathematik 2 (1879), p. 340—342, et qu'une courte analyse en français a été insérée au Bulletin des sciences mathématiques 3_2, 1879, p. 381—382. Donc si M. CANTOR avait jugé indispensable de rendre compte de l'histoire du calcul des différences finies à partir de TAYLOR, il ne lui aurait pas été impossible de consacrer à ce sujet au moins une page de plus, sans qu'il lui eût été nécessaire de se livrer à une étude approfondie des passages obscurs et parfois presque incompréhensibles de la *Methodus incrementorum*.

Par ce qui précède, nous n'avons point voulu avancer positivement qu'il y a d'importantes lacunes dans l'exposition de M. CANTOR, d'autant moins que nous reconnaissons que la valeur relative d'une découverte mathématique peut être appréciée très diversement par différentes personnes. Notre intention a été seulement de faire ressortir que, pour les raisons que nous avons indiquées, il est très difficile d'éviter de telles lacunes en traitant la période dont s'est occupé M. CANTOR. En tout cas nous croyons pouvoir affirmer que son ouvrage, tel qu'il est actuellement, rendra les plus grands services à l'étude de l'histoire des mathématiques et que, par conséquent, il nous faut en être vivement reconnaissants à M. CANTOR.

Voici à la fin quelques petites observations, peu importantes au reste, que nous avons faites en lisant la nouvelle partie des *Vorlesungen*.

P. 255. L'écrit *Problema deliacum de duplicationi cubi* (Upsaliæ 1716) n'a pas pour auteur HARALD VALLERIUS (né en 1646, professeur des mathématiques à l'université d'Upsala depuis 1690, mort en 1716), mais (comparez Biblioth. Mathem. 1889, p. 3) son fils JOHANNES VALLERIUS (né en 1677, professeur des mathématiques à l'université d'Upsala depuis 1712, mort en 1718). Cet écrit contient une notice assez complète sur l'histoire du problème Déliaque, dont il indique 25 solutions proposées depuis HIPPOKRATES jusque vers la fin du 17^e^ siècle.

P. 256. Aux écrits historico-mathématiques cités par M. CANTOR, on pourrait ajouter celui de J. GRAM: *De origine geo-*

metriæ apud Ægyptos (Hauniæ 1706; cf. Biblioth. Mathem. 1889, p. 76) et peut-être aussi celui de JEAN II BERNOULLI: *Dissertatio utrum Galli præstant Anglis inventorum physicorum et mathematicorum laude* (Basileæ 1724; cf. Biblioth. Mathem. 1890, p. 100).

P. 259. »Der ... geschichtlichen Literatur ist auch eine Gattung von Werken verwandt, deren erstes, so weit uns bekannt ist, der in diesem Abschnitte behandelten Zeit angehört. Wir meinen mathematische Wörterbücher». Il y a des dictionnaires mathématiques parus antérieurement au 18e siècle. Ainsi HIERONYMUS VITALIS publia en 1668 un *Lexicon mathematicum, astronomicum, geometricum; hoc est rerum omnium ad utramque immo & omnem fere mathesim quomodocunque spectantium collectio & explicatio. Adiecta brevi novorum theorematum expansione, verborumque exoticorum dilucidatione ut non injuria disciplinarum omnium mathematicarum summa & promptuarium dici possit* (Parisiis MDCLXVIII, in-8°), et JACQUES OZANAM est auteur d'un *Dictionaire mathématique ou idée générale des mathématiques, dans lequel sont contenus les termes de cette science, outre plusieurs termes des arts & des autres sciences, avec des raisonnemens qui conduisent peu à peu l'esprit à une connoissance universelle des mathématiques* (Paris et Amsterdam [deux différentes éditions] M. DC. LXXXXI, in-4°).

P. 281. M. CANTOR rapporte un passage d'un article de LEIBNIZ, où est citée la *Synopsis geometrica* du mathématicien HONORÉ FABRI, et il avertit (p. 282) que cet ouvrage a paru en 1669. Comme FABRI n'est pas mentionné dans le tome II des *Vorlesungen,* on aurait pu désirer une petite note signalant que ce savant, connu aussi par ses ouvrages d'astronomie et de physique, était né vers 1606 et mourut en 1688.

P. 340. Il convient de faire observer que l'écrit de JOHAN DE WITT sur la mortalité auquel JACQUES BERNOULLI fait allusion dans sa lettre à LEIBNIZ, est précisement la brochure: *Waerdye Van Lyf-Renten Naer proportie van Los-Renten* (Haag 1671), dont M. CANTOR a rendu compte aux pages 42—45 du cahier III: 1 des *Vorlesungen.*

P. 342. A l'instar de plusieurs auteurs antérieurs (p. ex. MONTUCLA et HOEFER), M. CANTOR indique que la première édition de la *Doctrine of chances* a paru en 1716, mais nous doutons qu'il y en ait des exemplaires portant sur le feuillet de titre cet an d'impression. Le livre de MOIVRE n'a été publié qu'en 1718 (cf. le compte rendu inséré dans les Acta Eruditorum 1721, p. 131), date signalée p. ex. par TODHUNTER et BALL.

P. 358. »Wir ... bemerken ... dass ... das ... Differenzenzeichen damals [c'est à dire en 1711] schon vorhanden war, wovon wir im 100. Kapitel uns überzeugen werden». — P. 439: »Noch eine zweite Bemerkung haben wir an die 1706 gedruckte Abhandlung [c'est à dire le mémoire de JEAN BERNOULLI sur le problème des isopérimètres] zu knüpfen. In ihr erscheint das Differenzenzeichen Δ». Le passage auquel se rapporte l'indication de M. CANTOR, est le suivant (Mémoires de l'académie des sciences de Paris 1706, p. 237): »Il faut aussi remarquer qu'en général on exprimera les différences des fonctions de RO, RT par $\Delta RO \times TO$, en prenant Δ pour le signe ou la caractéristique des différences des fonctions, où l'on omet les différences des grandeurs dont elles sont fonctions». Donc ΔRO n'est pas la différence de RO, mais la différence d'une *certaine fonction de* RO; de plus, on trouve aisément qu'ici le mot »différence» ne signifie point différence finie, mais qu'il correspond au terme moderne »dérivée», et que, par conséquent, le symbole Δ doit être défini non pas par l'équation $\Delta f(x) = f(x+h) - f(x)$, où $f(x)$ est une fonction quelconque, mais par l'équation $\Delta x = \frac{df(x)}{dx}$, où $f(x)$ est une fonction donnée à l'avance (cf. ENESTRÖM, *Framställning af striden om det isoperimetriska problemet.* Upsala universitets årsskrift 1876. Matematik och naturvetenskap II, p. 58). Il s'ensuit que JEAN BERNOULLI n'a pas introduit le symbole actuel de différence finie; autant que nous sachions, EULER est le premier auteur qui s'en est servi.

P. 362. On pourrait ajouter ici que le problème de l'interpolation a été traité déjà avant COTES par HERMANN, qui avait trouvé en 1704 ou 1705 une formule dont celle de NEWTON n'est qu'un cas particulier (cf. ENESTRÖM, *Differenskalkylens historia* I, p. 18—19).

P. 364. »Das Exemplar [der *Methodus incrementorum directa et inversa*] der Heidelberger Universitäts-Bibliothek trägt die irrige Bezeichnung: Londini MDCCXVII. Wir wissen nicht, ob das ein neuer Abdruck ist, oder ob die falsche Jahreszahl auf einem Druckfehler beruht». Dans notre mémoire déjà cité: *Differenskalkylens historia* I, p. 28, nous avons signalé qu'il y a deux variantes du feuillet de titre de la *Methodus incrementorum,* dont la première a l'indication: »Londini ... Prostant apud Gul. Innys ... MDCCXV», et la seconde l'indication: »Londini, Impensis Gulielmi Innys ... MDCCXVII». Mais tous les exemplaires que nous avons vus, appartiennent à une même édition, sauf naturellement ceux de l'édition photolithographiée en 1862 à Berlin par Friedländer & Sohn, qui se sont servis de la seconde variante du feuillet de titre.

P. 369. »Von Unterschieden von endlicher Grösse ist ferner [in der *Methodus incrementorum*] nicht mehr die Rede». Nous faisons observer qu'aux pages 112—114 de l'ouvrage de TAYLOR se trouve une application de la théorie de l'intégration des équations linéaires aux différences finies.

P. 370. »NICOLE ... verfolgte die Absicht, klarer darzustellen, was in TAYLORS *Methodus incrementorum* nicht mit genügender Deutlichkeit ausgeführt sei. NICOLE hat diese seine Absicht durchaus erfüllt». Dans notre note *Om Taylors och Nicoles inbördes förtjänster beträffande differenskalkylens första utbildande* (Öfversigt af [svenska] vetenskapsakad. förhandl. **51**, 1894, p. 177—187) nous avons essayé de démontrer que NICOLE s'est restreint à une partie peu considérable des questions du calcul aux différences finies, dont TAYLOR s'était occupé dans la *Methodus incrementorum.*

P. 404. L'indication que l'écrit *Enumeratio linearum tertii ordinis* de NEWTON a paru en 1706, est sans doute une simple faute d'impression (cf. p. 268 et p. 280, où M. CANTOR mentionne aussi qu'une analyse de cet écrit a été insérée par LEIBNIZ dans le cahier de janvier 1705 des Acta Eruditorum), bien qu'il soit vrai que la *seconde* édition en a été publiée en 1706. Au reste il est probable que la rédaction de cet écrit ait été commencée par NEWTON avant 1676, et que la rédaction définitive ait été achevée vers 1695 (cf. l'important mémoire de M. W. W. R. BALL *On Newton's classification of cubic curves;* Transactions of the London Mathematical society **22**, 1891, p. 104).

P. 429. »In den Acta Eruditorum vom Juni 1700 gab JAKOB BERNOULLI zunächst eine Anzahl von Beispielen [seiner Lösung des isoperimetrischen Problems]». La note à laquelle M. CANTOR fait allusion (Acta Eruditorum 1700, p. 261—266), n'est qu'un extrait d'un opuscule publié par JACQUES BERNOULLI sous le titre suivant: JACOBI BERNOULLII *ad fratrem suum Johannem Bernoulli epistola, cum annexâ solutione propriâ problematis isoperimetrici* (Basileæ 1700, in-4°). Le reste de cet opuscule a été réimprimé par CHARLES BOSSUT dans le journal: Observations sur la physique, sur l'histoire naturelle et sur les arts, dirigé par l'abbé ROZIER, tome XLI (1792), p. 161—173 (cf. ENESTRÖM, *Framställning af striden om det isoperimetriska problemet,* p. 32 et L'intermédiaire des mathématiciens **3**, 1896, p. 30).

P. 439. »JOHANN BERNOULLI hatte die Drucklegung seiner Abhandlung, sei es unabsichtlich, sei es absichtlich, sich verzögern sehen oder verzögern lassen». Dans notre petite note *Sur un point de l'histoire du problème des isopérimètres* (Biblioth. Mathem. 1888, p. 38) nous avons fait observer que JEAN BERNOULLI ne laissait point, pour parler avec BOSSUT (*Histoire générale des mathématiques,* tome II [Paris 1810], p. 41—42), son mémoire »dormir paisiblement pendant cinq ans aux dépots de l'académie». Si JEAN BERNOULLI avait fait sa volonté, le mémoire aurait probablement été publié déjà en 1701, mais VARIGNON arrangeait de manière que le manuscrit en fut retourné à son auteur. Ci-dessous nous nous permettons de reproduire quelques passages de la lettre que VARIGNON adressa à JEAN BERNOULLI sur ce sujet le 27 février 1701.

> Votre frère se prépare à partir dans 15 jours ou 3 semaines pour être à l'ouverture de votre paquet de solutions (que je donnai le 1er de ce mois à l'académie), et cela sans avoir encore fait imprimer les siennes, les apportant (dit-il) en manuscrit à l'académie. J'ai reçu vendredi une lettre des plus terribles . . . Vous ne sauriez croire tout ce qu'il me dit de duretés grossières par rapport à la partialité dont il m'accuse en ce rencontre. . . . Pour l'arrêter, je lui écrivis mercredi sur le champ que j'allais redemander votre paquet à Mr le secrétaire pour vous le renvoyer. Ce que j'ai effectivement fait (suivant l'avis de Mr le marquis de L'HÔPITAL, avec lequel j'en conférai le même jour), non seulement parce que j'ai conçu que vous ne seriez pas content que Mr votre frère fût ici à l'ouverture de vos analyses sans y être aussi pour vous défendre, et sans que les siennes soient publiques. Mais aussi par l'appréhension que j'ai que l'académie ne m'impute le vacarme qu'il pourra faire ici contre elle ou dans les journaux étrangers. A cela Mr le président a dit qu'il fallait que ce fût vous qui redemandassiez vous même votre paquet . . . Voyez et me dites incessamment ce que vous souhaitez en ce rencontre.

La réponse de JEAN BERNOULLI étant perdue, nous ignorons s'il réclama expressément son mémoire, mais en tout cas il est certain que le paquet lui fut renvoyé par FONTENELLE le 23 mars 1701. Après la mort du frère, JEAN BERNOULLI remit de nouveau à VARIGNON le paquet, qui portait encore le cachet de l'académie, et le mémoire fut enfin publié en 1706.

P. 458. »DANIEL BERNOULLI wartete noch zwei Jahre mit der Veröffentlichung seiner Methode». Cette indication doit être un peu modifiée, car la méthode proposée par DANIEL BERNOULLI dans les Acta Eruditorum 1725, p. 473—475 avait été publiée déjà en 1724 dans l'ouvrage: DANIELIS BERNOULLII *exercitationes quædam mathematicæ* (Venetiis. MDCCXXIV, in-4°), p. 77—80. Par la »Licenza» insérée à la page 96 de cet ouvrage, on voit qu'il était achevé déjà le 11 juillet 1724.

P. 460. »Von CHRISTIAN GOLDBACH . . . wissen wir kaum irgend etwas vor seiner Reise, welche er um 1720 nach Italien machte». Dans notre *Nouvelle notice sur un mémoire de Chr. Goldbach relatif à la sommation des séries, publié à Stockholm en 1718* (Biblioth. Mathem. 1887, p. 23—24), nous avons appelé l'attention sur une lettre adressée le 24 novembre 1723 par GOLDBACH à DANIEL BERNOULLI, où celui-là donne quelques renseignements sur ses occupations avant 1720. Par la notice citée et par la note antérieure sur le même sujet (Biblioth. Mathem. 1884, col. 15—16), on voit que GOLDBACH avait séjourné à Stockholm en 1718, et qu'il y avait publié alors un *Specimen methodi ad summas serierum,* reproduit plus tard dans les Acta Eruditorum 1720, p. 27—31; un résumé en suédois de ce *Specimen* se trouve aux pages 455—461 de l'ouvrage de A. G. DUHRE: *Första delen af en grundad geometria* (Stockholm 1721, in-4°). DUHRE dit (p. 459) que le *Specimen* a été imprimé en 1719, mais cette indication est probablement inexacte (cf. Biblioth. Mathem. 1884, col. 16). Dans son opuscule, GOLDBACH fait voir aussi que la série infinie dont le terme général est

$$\frac{e}{px^2 \pm qx \pm r},$$

peut être sommée si, le dénominateur étant réduite à la forme

$$p(x \pm a)(x \pm a + n),$$

n est un nombre entier, et que la somme en est

$$\frac{e}{np}\left(\frac{1}{1 \pm a} + \frac{1}{2 \pm a} + \ldots + \frac{1}{n \pm a}\right).$$

Nous ne nous souvenons pas d'avoir vu ce théorème signalé dans aucun traité antérieur à 1718.

La signature dont GOLDBACH s'est servi dans les Acta Eruditorum 1720, est C. G., et il nous semble très probable qu'il soit aussi l'auteur de la petite note *Temperamentum musicum universale,* publiée sous la même signature dans les Acta Eruditorum 1717, p. 114—115.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

Anhang C

Band 3
3. Abteilung
1898

Bibliotheca mathematica / Gustaf Eneström
Neue Folge 12 = Nouvelle Série 12 (1898), S. 53–61.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

M. Cantor. VORLESUNGEN ÜBER GESCHICHTE DER MATHEMATIK. DRITTER BAND. VOM JAHRE 1668 BIS ZUM JAHRE 1758. DRITTE ABTHEILUNG. DIE ZEIT VON 1727 BIS 1758. Leipzig, Teubner 1898. 8°, XIV p. + p. 473—893.

La troisième partie du troisième tome des *Vorlesungen* de M. CANTOR embrasse 18 chapitres. Dans les quatre premiers l'auteur rend compte des ouvrages d'histoire des mathématiques, des éditions d'auteurs classiques et des dictionnaires mathématiques, ainsi que de l'arithmétique et de la géométrie élémentaire avec la théorie des parallèles. Ensuite neuf chapitres sont consacrés aux sujets suivants: l'algèbre, la théorie des nombres, l'analyse combinatoire et le calcul des probabilités, la théorie des séries et l'analyse algébrique, le calcul différentiel. Enfin trois chapitres se rapportent à la géométrie analytique, un aux recherches sur les problèmes des maxima et des minima, et le dernier aux intégrales définies et aux équations différentielles. Au commencement, on trouve une préface contenant plusieurs corrections aux deux parties précédentes, et à la fin l'éditeur a ajouté une table des noms et des matières embrassant 15 pages à deux colonnes.

Dans notre analyse du cahier III:2 des *Vorlesungen* (Biblioth. Mathem. 1896, p. 17—24) nous avons appelé l'attention sur les difficultés qui se présentent actuellement à l'exposition de l'histoire générale des mathématiques à partir du commencement du 18e siècle. Heureusement, pour ce qui concerne la période 1727—1758, il y a une raison pour laquelle ces difficultés sont plus petites que dans la période précédente, savoir la position dominante qu'EULER occupe ici par ses nombreux et importants ouvrages. En effet l'histoire des mathématiques 1727—1758 est à peu près à demi l'histoire des découvertes d'EULER, et ces découvertes sont exposées dans les écrits originaux accessibles sans peine et rédigés d'une manière si claire et si détaillée qu'en général, l'historien n'a pas besoin d'expliquer, mais peut se restreindre à analyser et à résumer. D'autre part, on ne doit pas se figurer que M. CANTOR ait pu écrire la dernière partie de ses *Vorlesungen* au courant de la plume; au contraire cette partie lui a sans doute coûté beaucoup de travail assez pénible.

Conformément à ce que nous avons fait dans notre analyse de la partie précédente des *Vorlesungen,* nous nous permettons d'insérer ici quelques petites observations auxquelles la lecture de la nouvelle partie a donné lieu.

P. V. Le mathématicien espagnol »Antonio Hugo» signalé par M. CANTOR est sans doute identique à A. H. OMERIQUE mentionné à la page VI et dont les deux prénoms étaient Antonio Hugo. Probablement M. CANTOR a tiré sa notice d'un article de M. LORIA, qui, de son côté, s'est appuyé sur une indication de M. GALDEANO à la page 36 de l'écrit: *Estudios críticos sobre la generación de los conceptos matematicos* **2** (Madrid 1890).

P. 476. D'après J. W. MÜLLER *(Auserlesene mathematische Bibliothek,* Nürnberg 1820, p. 207), le nom du rédacteur de la nouvelle édition du *Mathematisches Lexicon* de CHR. WOLFF était RICHTER (probablement G. F. RICHTER, né en 1691, mort en 1742).

P. 486. Aux écrits d'histoire des mathématiques cités par M. CANTOR, on peut ajouter les suivants, qui ont été mentionnés dans la Biblioth. Mathem. 1889, p. 3—4, 76; 1890, p. 100; 1892, p. 71; 1897, p. 60.

Strömer, M., Specimen historiæ literariæ de arte conjectandi. Upsaliæ 1731.

Helsingius, G., Exercitium academicum historiam literariam algebræ sistens. I. Upsaliæ 1737.

Profe, G., De caussis incrementorum, quæ mathesis recentiori ætate cepit. Altonæ 1740.

Duræus, S., De analysi veterum geometrica. Upsaliæ 1746

Elvius, P., Historien om mathematiska vetenskaper. [Discours sur l'histoire des mathématiques.] Stockholm 1746.

Anchersen, M., Oratio de mathematicis danorum (Dänische Bibliothek **8,** 1746, 701—720).

Elvius, P., Vetenskapernas historia. Om krokuga linier i gemen och om trajectorier i synnerhet. [Sur l'histoire des lignes courbes et en particulier des trajectoires.] Vetenskapsakad. handl. (Stockholm) **9,** 1748, 81—95. — Trad. en allemand dans les »Abhandl. d. schwed. Akad. d. Wissensch.» **10** (1748), 81—96, et en latin dans les »Analecta Transalpina» **2** (1747—1752), 144—151.

Melander[hjelm], D., Disputatio de natura et veritate methodi fluxionum. Upsaliæ 1752.

Wargentin, P., Af vetenskapernas historia; om logarithmerna. [Sur l'histoire des logarithmes.] Vetenskapsakad. handl. (Stockholm) **13,** 1752, 1—11. — Trad. en allemand dans les »Abhandl. d. schwed. Akad. d. Wissensch.» **14** (1752), 3—15, et en latin dans les »Analecta Transalpina» **2** (1747—1752), 378—387.

Giovanni, F., De numeralium notarum minuscolarum origine. (1753.)

Gessner, J., Oratio de præclaris Helvetiorum meritis in mathesi. Tiguri 1733.

Meldercreutz, J., De summatione seriei reciprocæ e quadratis numerorum naturalium. Holmiæ 1755.

P. 489. Il convient de mentionner qu'une seconde édition du *Mathematical dictionary* de MOXON (1627—1700) a été publiée en 1692 par H. COLEY. J. W. MÜLLER (l. c. p. 206) signale une édition de l'année 1715. — L'édition originale du *Dictionaire mathématique* d'OZANAM a paru à Paris; l'édition d'Amsterdam porte sur le feuillet de titre les mots: »Sur l'Imprimé à Paris».

P. 499. Une petite faute de plume qui s'est glissée à la page 50, est répétée ici; la note de LEIBNIZ dont il s'agit se trouve dans les Acta Eruditorum 1683 (non 1682).

P. 616. »Ein wesentlicher Verdienst dieser Schrift (c. à d. *Essai sur la probabilité de la durée de la vie humaine par* DEPARCIEUX, Paris 1746) ist die Einführung des Begriffes der mittleren Lebensdauer eines Neugeborenen, als welche DEPARCIEUX den Bruch

$$\frac{a_0 + 2a_1 + 3a_2 + 4a_3 + \dots}{a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots}$$

benennt, in welchem $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots$ die Anzahl der gleichzeitig Geborenen angiebt, von welchen a_0 im Verlaufe des ersten, a_1 im Verlaufe des zweiten, a_2 und a_3 im Verlaufe des dritten, des vierten Lebensjahres sterben, u. s. w.» Cette indication qui semble tirée de l'ouvrage de L. MOSER: *Die Gesetze der Lebensdauer* (Berlin 1839), n'est pas parfaitement exacte. D'une part, DEPARCIEUX donne pour valeur de la vie moyenne d'un nouveau-né l'expression

$$\frac{\frac{1}{2}a_0 + \frac{3}{2}a_1 + \frac{5}{2}a_2 + \frac{7}{2}a_3 + \dots}{a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots},$$

d'autre part la notion de vie moyenne a été introduite avant DEPARCIEUX par KERSSEBOOM (1742; cf. G. F. KNAPP, *Theorie des Bevölkerungswechsels*, Braunschweig 1874, p. 65, 135).

P. 633. M. CANTOR fait observer que, par le mémoire d'EULER *De progressionibus transcendentibus, seu quarum termini generales algebraice dari nequeunt,* la fonction Γ a été introduite dans la science. Il aurait pu mentionner ici qu'EULER avait défini la fonction Γ sous la forme d'un produit infini déjà dans une lettre adressée à GOLDBACH le 13 octobre 1729 (cf. p. 673).

P. 645. En parlant d'un mémoire d'EULER inséré au tome IX (1739) des Comment. Acad. sc. Petropolitanæ, M. CANTOR dit que dans ce mémoire »die erste uns bekannte Benutzung des Buchstaben *e* für die Basis des natürlichen Logarithmensystems sich findet». Mais à la page 32 de la Biblioth. Mathem. 1894 M. W. W. BEMAN a rappelé que la lettre *e* a été utilisée à cet effet déjà dans une lettre d'EULER à GOLDBACH datée le 25 novembre 1731 et publiée par FUSS.

P. 663. Après avoir rendu compte de l'exposition que MACLAURIN a donnée, dans son *Treatise of fluxions,* de la série actuellement connue sous le nom de la »formule sommatoire d'EULER», M. CANTOR pose la question si MACLAURIN a eu connaissance des recherches d'EULER sur le même sujet, et croit devoir résoudre cette question dans le sens de la négative. De notre côté, nous sommes arrivé à la même conclusion il y a 19 ans dans notre note: *Om upptäckten af den Eulerska summationsformeln,* insérée à l'Öfversigt af [svenska] vetenskapsakademiens förhandlingar **36**, 1879, n:o 10, p. 3—17. En dehors des raisons rapportées par M. CANTOR, nous y avons fait observer aussi que, d'après une indication de MACLAURIN dans la préface de son ouvrage, la plus grande partie du premier tome du *Treatise of fluxions,* où se trouve la formule dont il s'agit, était imprimée déjà en 1737 (comparez CANTOR, p. 721) tandis que le tome des Commentarii acad. sc. Petropolitanæ où EULER a signalé la formule pour la première fois, n'a paru qu'en 1738. En même temps nous avons fait remarquer que MACLAURIN a publié le premier la loi d'après laquelle les coefficients des termes de la série sont formés.

P. 666. Déjà plus d'une année avant la lettre citée du 9 décembre 1741, EULER avait adressé à JEAN BERNOULLI une autre lettre où il signale l'identité entre les deux expressions $2 \cos x$ et $e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}}$ (cf. ENESTRÖM, *Sur la découverte de l'intégrale complète des équations différentielles linéaires à coefficients constants;* Biblioth. Mathem. 1897, p. 48).

P. 772. Le nom du mathématicien cité par L. CARRÉ n'est pas »Koenersma» mais KOËRSMA. Sans doute il s'agit de JACOBUS KOËRSMA, qui a publié en 1690 une petite brochure: *Brief aan Lieuwe Willemz Graef* (cf. BIERENS DE HAAN, *Bibliographie néerlandaise . . . des ouvrages . . . sur les sciences mathématiques et physiques,* Rome 1883, p. 153). Du reste, la cardioïde était assez connue déjà avant CARRÉ, bien qu'on la considérât ordinairement comme une épicycloïde engendrée par un point d'un cercle mobile qui roule sans glisser sur un cercle de même rayon; en effet elle est mentionnée p. ex. dans le *Dictionaire mathématique* d'OZANAM (voir l'édition d'Amsterdam 1691, p. 102—104), qui fait voir aussi que cette courbe a la propriété signalée par M. CANTOR à la page 772.

P. 796. Par la reproduction facsimilée de la première page du traité de MARIA AGNESI, que M. REBIÈRE a inserée à la page 9 de la 2e édition de son ouvrage *Les femmes dans la science* (Paris 1897), on voit que le titre était *Instituzioni* (non »Istituzioni») *analitiche.*

P. 816, 829. M. CANTOR fait mention du professeur KLINGENSTIERNA à Upsala, sans y ajouter des renseignements biographiques. On pourrait en conclure que KLINGENSTIERNA était une personne assez obscure, mais cette conclusion n'est pas juste. KLINGENSTIERNA, qui naquit à Tollefors en 1698, fut en 1728 professeur des mathématiques et en 1750 professeur de la physique à l'université d'Upsala, en 1756 précepteur du prince GUSTAVE (plus tard roi sous le nom de GUSTAVE III), et mourut à Stockholm en 1765. Appelé avec raison »le premier mathématicien de la Suède», il est connu en premier lieu par ses recherches sur la construction de lunettes achromatiques. Dans le domaine des mathématiques pures il a publié plusieurs mémoires et laissé en manuscrit plus de 200 écrits; il s'est occupé aussi de la restitution des *Porismes* d'EUKLIDES. Un de ses mémoires imprimés aurait peut-être mérité d'être signalé par M. CANTOR, savoir celui sur l'intégration des équations différentielles linéaires, publié sous le titre: *Et nytt sätt at integrera differential Equationen* $X = Ay + \frac{Bdy}{dx} + \frac{Cd^2y}{dx^2} + \frac{Dd^3y}{dx^3} + \frac{Ed^4y}{dx^4} + \&c.$ dans les Vetenskapsakademiens handlingar **16** (1755), p. 224—239 (traduction allemande dans les Abhandl. d. schwed. Akad. d. Wissensch. 1755, p. 224—236).

P. 822. On pourrait ajouter ici que JEAN BERNOULLI s'est servi d'un facteur intégrant aussi pour l'intégration de l'équation différentielle mentionnée par M. CANTOR à la page 864.

P. 864. D'après une indication donnée par nous dans la Biblioth. Mathem. 1897, p. 49, M. CANTOR a restitué la méthode de JEAN BERNOULLI pour l'intégration d'une certaine équation différentielle linéaire du $n^{\text{ème}}$ ordre. Au fond la restitution coïncide avec la méthode dont il s'agit, mais JEAN BERNOULLI l'a exposée sous une autre forme, et ci-dessous nous nous permettons de reproduire textuellement sa solution, d'après le brouillon gardé à la Bibliothèque de l'académie des sciences de Stockholm.

Problema analyticum.

Reducere æquationem differentialem cujusque gradus quæ hanc habet formam

$$ydx + axdy + \frac{bxx\,ddy}{dx} + \frac{cx^3\,d^3y}{dx^2} + \text{etc.} = 0,$$

quotquot sunt termini, ex. gr. quatuor; eadem est etenim regula pro pluribus, ad aliam æquationem uno grado depressiorem.

Sit illa, hæc

$$ydx + axdy + \frac{bxx\,ddy}{dx} + \frac{cx^3\,d^3y}{dx^2} = 0.$$

Solutio. Multiplicando per x^p prodit

$$yx^p dx + ax^{p+1}dy + \frac{bx^{p+2}ddy}{dx} + \frac{cx^{p+3}d^3y}{dx^2} = 0.$$

Ad terminum primum addo terminum analogum secundo, qui ambo simul sint integrabiles, deinde huic analogo secundo sub signo contrario addo terminum analogum tertio, qui ambo simul sint integrabiles, et ita ad finem usque, ut videre est ex sequenti laterculo:

$$\int\left(yx^p dx + \frac{1}{p+1}x^{p+1}dy\right) = \frac{1}{p+1}x^{p+1}y,$$

$$\int\left(-\frac{1}{p+1}x^{p+1}dy - \frac{x^{p+2}ddy}{p+1.p+2.dx}\right) = -\frac{x^{p+2}dy}{p+1.p+2.dx},$$

$$\int\left(\frac{x^{p+2}ddy}{p+1.p+2.dx} + \frac{x^{p+3}d^3y}{p+1.p+2.p+3.dx^2}\right)$$
$$= \frac{x^{p+3}ddy}{p+1.p+2.p+3.dx^2}.$$

Nunc multiplico secundum et tertium per coëfficientes constantes e et f, quorum valores ut et valor exponentis p postea quærendi sunt, atque laterculus erit ut sequitur

$$\int\left(yx^p dx + \frac{x^{p+1}dy}{p+1}\right) = \frac{x^{p+1}y}{p+1},$$

$$e\int\left(-\frac{x^{p+1}dy}{p+1} - \frac{x^{p+2}ddy}{p+1.p+2.dx}\right) = -\frac{ex^{p+2}dy}{p+1.p+2.dx},$$

$$f\int\left(\frac{x^{p+2}\,ddy}{p+1.p+2.dx}+\frac{x^{p+3}\,d^3y}{p+1.p+2.p+3.dx^2}\right)$$
$$=\frac{fx^{p+3}\,ddy}{p+1.p+2.p+3.dx^2}.$$

Conjungendo terminos analogos, nascetur æquatio sequens

$$\int\left(yx^p dx+\frac{\overline{1-e}.x^{p+1}\,dy}{p+1}+\frac{\overline{f-e}.x^{p+2}\,ddy}{p+1.p+2.dx}+\frac{fx^{p+3}\,d^3y}{p+1.p+2.p+3.dx^2}\right)$$
$$=\frac{x^{p+1}y}{p+1}+\frac{-ex^{p+2}\,dy}{p+1.p+2.dx}+\frac{fx^{p+3}\,ddy}{p+1.p+2.p+3.dx^2}\pm A.$$

Notæ quod A sit constans arbitraria quæ in integrationibus addi vel subtrahi solet.

Porro ut membrum prius identificetur cum differentiali proposito seu cum ejus æquivalente

$$yx^p dx+ax^{p+1}dy+\frac{bx^{p+2}\,ddy}{dx}+\frac{cx^{p+3}\,d^3y}{dx^2},$$

oportet coæquare coefficientes terminorum homogeneorum, nempe:

$$a=\frac{1-e}{p+1},\quad b=\frac{f-e}{p+1.p+2},\quad c=\frac{f}{p+1.p+2.p+3},$$

unde lucrabimur

$$e=(p+1.p+2.p+3)c-(p+1.p+2)b$$

et

$$f=(p+1.p+2.p+3)c;$$

ipsius vero p valor est radix hujus æquationis

$$1-(p+1)a+(p+1.p+2)b-(p+1.p+2.p+3)c=0,$$

quæ erit trium dimensionum. His igitur valoribus substitutis in altero membro, orietur quæsita æquatio reducta differentialis uno gradu simplicior quam proposita, quæ scilicet hic erit:

$$\frac{x^{p+1}y}{p+1}+[-(p+3)c+b]\frac{x^{p+2}\,dy}{dx}+\frac{cx^{p+3}\,ddy}{dx^2}\pm A=0.$$

Rejecta arbitraria A et tum dividendo per x^{p+1} prodibit æquatio minus quidem universalis sed multo simplicior,

$$\frac{y}{p+1} + [b - (p+3)c]\frac{xdy}{dx} + \frac{cxx\,ddy}{dx^2} = 0.$$

Ceterum vero, servata licet arbitraria A, jam videmus formam quam induit æquatio reducta ex differentiali tertii gradus ad differentialem secundi gradus, quæ forma utique similis est illi quam habet ipsa reducenda, ratione progressionis dimensionum tam ipsius x quam graduum differentialium ipsius dy; unde statim concludere licebit si jam ulterius reducatur, per hanc methodum, æquatio reducta differentialis secundi gradus, ad aliam primi gradus, quæ habitura sit talem formam

$$ax^q y + \frac{bx^{q+1}dy}{dx} \pm Ax^r \pm B = 0.$$

Quæ ipsa post institutam reductionem tertiam quæ hic est finalis, abibit tandem in æquationem finitam sine differentialibus hujus formæ

$$mx^n y \pm Ax^s \pm Bx^t \pm C = 0,$$

ubi cum A, B, C sint assumtæ arbitrariæ possunt illic omnino negligi, retenta sola C, ita ut pro æquatione quæsita sit tantum

$$mx^n y \pm C = 0;$$

per consequens curva ex genere vel hyperbolarum vel parabolarum est, prout exponens n est vel affirmativus vel negativus.

Pour ce qui concerne le »Register» (où il y a quelques legères inadvertances, p. ex. p. 893 deux renvois inexacts sous le nom de WILKINS) il aurait été à désirer qu'il se fût rapporté aussi à la préface, parce qu'elle contient beaucoup d'indications assez importantes.

Parmi les fautes d'impression nous ne signalerons que les deux à la page 596, lignes 15 et 18, où il faut lire »Theiler» et »Theilern» (diviseurs) au lieu de »Theile» et »Theilen» (parties).

Avec le cahier dont nous venons de rendre compte, M. CANTOR a terminé définitivement son traité de l'histoire générale des mathématiques: dans la préface il nous avertit qu'il est arrivé maintenant au point, au delà duquel il n'a pas eu l'intention de continuer son ouvrage, et que désormais il n'a qu'à rédiger, si la public en aura besoin, de nouvelles éditions des trois tomes parus. C'est un important travail qu'il a ainsi mené à bonne fin, et nous avons tout lieu d'en féliciter non seulement l'auteur mais aussi tous ceux qui s'occupent de l'étude de l'histoire des mathématiques. Quant aux nouvelles éditions, nous espérons qu'elles seront bientôt nécessaires, et que M. CANTOR pourra en profiter pour compléter les parties de son ouvrage où les matériaux lui ont fait faute jusqu'ici (voir p. ex. le chapitre »Rechenkunst, besonders in Deutschland», pages 491—505 du cahier III:3).

Dans la préface M. CANTOR exprime aussi ce qu'il pense sur la continuation de son oeuvre au delà de l'an 1758; il la trouve naturellement très désirable, bien qu'il ne soit pas en état de l'entreprendre lui-même. Il discute la forme de cette continuation, et il fait ressortir qu'une exposition à part de chaque branche des mathématiques, très recommendable à un certain point de vue, n'admettrait pas un aperçu du caractère spécifique de l'activité scientifique des différentes époques du développement des mathématiques. Sans doute cette observation est juste, mais d'une part une exposition liée de l'histoire générale des mathématiques récentes n'est guère possible, d'autre part on peut remédier à l'inconvénient signalé par M. CANTOR en rédigeant, après que les différentes monographies historiques soient achevées, un bref aperçu de l'histoire générale des mathématiques à partir de l'an 1759. M. CANTOR nomme aussi quatre savants, dont chacun serait apte à continuer son ouvrage, mais, tout en reconnaissant leur capacité et leur érudition, nous faisons observer que, selon nous, aucun d'eux ne saurait exécuter seul le travail, à cause de l'énorme nombre d'écrits qu'il lui faudrait examiner et résumer. En revanche, il leur serait assurément possible de le faire à des forces réunies et avec le concours d'autres personnes compétentes, et nous espérons vivement de voir paraître bientôt, sur l'initiative de M. CANTOR et sous sa direction, une série complète de monographies se rapportant à l'histoire des différentes branches des mathématiques récentes.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1898: 1.

Anhang D

Kleine Bemerkungen 1902

Bibliotheca mathematica / Gustaf Eneström
Folge 3, Band 3 (1902), S. 405–408.

Kleine Mitteilungen.

Kleine Bemerkungen zur zweiten Auflage von Cantors „Vorlesungen über Geschichte der Mathematik".

Die erste (fette) Zahl bezeichnet den Band, die zweite die Seite der „Vorlesungen".
BM = Bibliotheca Mathematica.

1 : 12, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 265. — **1 : 15,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 323. — **1 : 22, 29, 34,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 265—266. — **1 : 36, 64,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 137. — **1 : 103,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 266. — **1 : 135,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 266; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 137. — **1 : 144, 155, 169, 171,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 137—138. — **1 : 190, 197, 202,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 266. — **1 : 225, 234,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 138. — **1 : 255,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 238. — **1 : 283,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 499. — **1 : 284, 321,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 266—267. — **1 : 370,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 319. — **1 : 383,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 267. — **1 : 395,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 323. — **1 : 400,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 267. — **1 : 429,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 324. — **1 : 432,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 267. — **1 : 436,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 138. — **1 : 437, 440,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 267. — **1 : 457,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 238. — **1 : 463,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 139, 324. — **1 : 467, 469,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 267. — **1 : 475,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 267—268; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 139. — **1 : 476,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 268. — **1 : 510,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 314. — **1 : 519—520,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 239. — **1 : 537, 540, 542,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 268. — **1 : 622,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 143. — **1 : 641,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 139. — **1 : 661,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 499. — **1 : 662,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 499; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 139.

---

1 : 663. Aus dem Umstande, dafs in einer lateinischen Abhandlung über die isoperimetrische Aufgabe die Form „Archimenides" vorkommt, folgert Herr Cantor noch in der 2. Auflage seiner *Vorlesungen*, dafs die Arbeiten des Zenodoros den Arabern bekannt gewesen sein müssen. Diese Schlufsweise kann wohl ohne besondere Begründung als irrig bezeichnet werden (vgl. Curtze, Centralbl. für Bibliotheksw. **16**, 1899, S. 265), und übrigens ist ja von verschiedenen Seiten die Aufmerksamkeit darauf gelenkt worden, dafs die Form „Archimenides" auch in solchen lateinischen Übersetzungen vorkommt, die ohne Zweifel direkt aus dem Griechischen gemacht worden sind. Bekanntlich hat Herr Suter schon 1884 (Zeitschr. für Mathem. **29**; Hist. Abt. S. 99—101) diesen Gegenstand ausführlich behandelt, und Herr Heiberg einige Jahre später (Abhandl. zur Gesch. der Mathem. **5**, 1890, S. 7) darauf hingewiesen, dafs in einer Handschrift der (direkt aus dem Griechischen herstammenden) Übersetzung der „Quadratura parabolae" durch Wilhelm von Moerbek, die Form „Archimenides" sich findet.

G. Eneström.

---

1 : 671, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 499. — **1 : 687—688,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 143—144. — **1 : 694, 704, 706, 708, 714, 735, 736, 744, 748,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 449—500. — **1 : 749,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 268. — **1 : 756, 757, 767,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 500—501. — **1 : 794,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 139. — **1 : 804, 805,**

807, 808, 812, 823, 852, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 268—269. — **1:853, 854,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 501. — **1:854,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 324. — **1:855,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 501.

2:7, siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 351. — **2:8, 10,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 501—502. — **2:14—15,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 144. — **2:20,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 502; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 239. — **2:25,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 274. — **2:31,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 351—352; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 239—240. — **2:34,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 144. — **2:37,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 502. — **2:38,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 352. — **2:39,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 502. — **2:41, 57,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 352. — **2:59,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 502. — **2:70,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 417. — **2:73, 82, 87, 88, 89, 90, 92,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 502—503.

2:97. Die Frage über die lückenlose Ausfüllung des Raumes war schon vor Roger Bacon behandelt worden. Anknüpfend an einer Stelle in Aristoteles' *De coelo* lib. 3, cap. 8 (ed. Didot II, S. 421), hatte Averroes behauptet, daſs nicht nur 8 Würfel, sondern auch 12 an einer Ecke zusammenstoſsende Tetraeder den Raum erfüllen (vgl. De Marchi, Biblioth. Mathem. 1885, Sp. 195), und wahrscheinlich hat Bacon die Arbeit des Averroes gekannt. Dagegen rührt vielleicht die Behauptung, daſs 9 an einer Ecke zusammenstoſsende Oktaeder den Raum erfüllen, von Bacon selbst her.

G. Eneström.

2:98, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 269—270. — **2:100,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 140. — **2:101,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 325. — **2:105,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 503. — **2:111,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 352.

2:116. Siehe oben S. 405 die Bemerkung zu **1**:663.

2:122, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 503—504.

2:126. Daſs Johannes de Liveriis mit Johannes de Lineriis identisch ist, dürfte jetzt ziemlich sicher sein, und es ist nicht richtig, daſs Steinschneider hier zwei Persönlichkeiten unterscheidet; im Gegenteil hat Steinschneider in der Biblioth. Mathem. 1889, S. 37—38 darauf hingewiesen, daſs er von S. Günther an der von Herrn Cantor zitierten Stelle miſsverstanden worden ist.

2:127. Über Dominicus de Clavasio hat M. Curtze in der Biblioth. Mathem. 1895, S. 107—110 einige Notizen mitgeteilt. Dominicus war in Chivasso in Italien geboren, und gehörte 1349—1350 der Artistenfakultät, 1357—1359 der medizinischen Fakultät in Paris als Lehrer an. Seine wichtigste Arbeit *Practica geometriae* wurde 1346 in Paris verfaſst.

2:128, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 504. — **2:132,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 515—516. — **2:143,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 504. — **2:157, 158,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 352. — **2:163, 166,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 504. — **2:175,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 140. — **2:210, 219,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 352—353. — **2:229, 242, 243,** siehe

BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 504—505. — **2 : 253,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 353. — **2 : 273,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 505. — **2 : 274,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 325. — **2 : 282, 283,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 506; $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 353—354. — **2 : 284, 286, 287, 289, 290, 291,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 506—507. — **2 : 296,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 354. — **2 : 313,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 507. — **2 : 328,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 140. — **2 : 334, 353, 381,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 507. — **2 : 385,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 81. — **2 : 386, 395, 401, 405, 425,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 507—508. — **2 : 430,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 145. — **2 : 442,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 325. — **2 : 449, 474, 480,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 140—141. — **2 : 481, 482,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 508. — **2 : 482,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 354; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 240. — **2 : 484,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 141. — **2 : 486, 489, 490, 497,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 509. — **2 : 509,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 270, 509. — **2 : 510,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 509. — **2 : 512,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 141. — **2 : 514, 516, 517,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 509. — **2 : 530,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 354—355; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 141. — **2 : 532, 535, 541, 548, 549,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 509—510. — **2 : 550,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 355. — **2 : 554, 569, 572, 573,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 510. — **2 : 572,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 141. — **2 : 576,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 355—356. — **2 : 579,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 145. — **2 : 582,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 510. — **2 : 583,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 270; $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 356. — **2 : 592,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 146. — **2 : 594, 597,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 270. — **2 : 597, 599—600,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 146. — **2 : 602, 603—604,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 270—271. — **2 : 611,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 356—357. — **2 : 612,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 277; $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 146. — **2 : 613,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 357. — **2 : 614, 620,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 141. — **2 : 621, 623,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 277; $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 146—147. — **2 : 638,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 147. — **2 : 642, 643,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 271. — **2 : 655,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 357. — **2 : 659, 660,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 147—148. — **2 : 665,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 271. — **2 : 683,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 148. — **2 : 700, 701, 703, 704, 705,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 271—273. — **2 : 719,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 357. — **2 : 721, 742,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 273. — **2 : 742,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 142. — **2 : 746, 747,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 273. — **2 : 766,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 142. — **2 : 767,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 148, 357—358. — **2 : 772, 775,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 358—359. — **2 : 777,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 148. — **2 : 783,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 359. — **2 : 784, 820, 825, 840, 856, 865,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 148—149. — **2 : 876, 878, 879,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 511. — **2 : 891,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 273. — **2 : 901,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 511. — **2 : VIII** (Vorwort), siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 142. — **2 : IX, X** (Vorwort), siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 511—512.

---

3 : 9, siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 359. — **3 : 10,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 518. — **3 : 12, 17, 22,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 512. — **3 : 26,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 359. — **3 : 45—48, 49, 50,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 512—513. — **3 : 70,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 360. — **3 : 100,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 149. — **3 : 116,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 513. — **3 : 117,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 518. — **3 : 123,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 513.

---

3 : 124. Der Angabe, dafs Jakob Bernoulli 1695 eine neue Ausgabe der Descartesschen Geometrie veranstaltete, kann hinzugefügt werden, dafs es sich um die lateinische Übersetzung handelt, und dafs Bernoullis Name weder auf dem Titel noch im Buche vorkommt. Der Titel giebt an, es sei die Ausgabe „a viro clariss. denuo revisa et ab innumeris mendis repurgata“ und die erste „praefatio ad lectorem“, die wahrscheinlich vom Verleger herrührt (die zweite „praefatio“ ist die alte Schootensche), spricht von einem „vir clarissimus qui excudendo huic operi suam voluit commodare operam“ und etwas weiter unten von „vir clarissimus, correctoris vicibus defunctus“. Da aber Jakob Bernoulli gewifs Verfasser der von Herrn Cantor erwähnten Anmerkungen ist, so kann man wohl daraus schliefsen, dafs er mit dem „cor-

rector“ identisch war, obgleich dieser Umstand weder aus dem Titel, noch aus der zitierten Vorrede unzweideutig hervorzugehen scheint.

G. Eneström.

3:151, siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 326. — **3:174,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 149—150. — **3:183,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 432. — **3:188,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 241. — **3:201,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 513. — **3:207,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 519. — **3:215,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 150. — **3:218,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 513. — **3:220,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 326. — **3:224,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 514. — **3:225, 228,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 150. — **3:232,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 514. — **3:246,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 514; **2**$_3$, 1901, S. 151. — **3:250,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 514. — **3:303,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 155. — **3:330—331,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 241—242. — **3:447, 455,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 151. — **3:473,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 154—155. — **3:477, 479,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 151—152. — **3:521,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 441. — **3:565, 571, 578,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 326—327. — **3:636—637,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 441. — **3:652,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 446. — **3:660, 667, 689, 695,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 441—442. — **3:750, 758, 760, 766,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 446—447. — **3:774, 798,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 442—443. — **3:845,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 447. — **3:845,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 327—328. — **3:848, 881,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 443. — **3:882,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 447 — **3:892,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 143. — **3:IV** (Vorwort), siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 443.

Vermischte historische Notizen.

Über die angebliche Verstümmelung griechischer Eigennamen durch arabische Übersetzer. Man trifft in mathematisch-historischen Abhandlungen immer und immer wieder auf die Klage über die Verstümmelung griechischer Eigennamen durch arabische Übersetzer. Es ist an der Zeit, dafs diese irrige Anschauung einmal einer richtigen Darstellung Platz mache. Es unterliegt keinem Zweifel, dafs die arabischen[1]) Übersetzer des 8. und 9. Jahrh., die mit der griechischen Sprache ja wohl vertraut waren, die griechischen Eigennamen so in ihre Sprache transskribiert haben, wie sie dieselben von den damaligen Griechen aussprechen hörten; so schrieben sie also, um das für unsern Zweck geeignetste Beispiel zu wählen, Arschimîdes oder Arschimidis (das letzte η wurde, da es den Ton nicht hat, als kurz aufgefafst, daher im Arabischen nicht geschrieben, und konnte daher als *i* oder *e* gelesen werden); das griechische χ wurde nämlich damals schon, wie noch heutzutage, vor *e* und *i* nahezu wie *sch* ausgesprochen, hätte es sich mehr dem deutschen (alemannischen) *ch* genähert, so hätten sie dasselbe durch ihr *ḥ* oder *h* wiedergegeben; das griechische η wurde ebenfalls damals schon wie heute = *î* ausgesprochen. Woher kommt es nun, dafs dieser und andere Namen so abweichende Schreibweisen erfahren haben? Zwei Klassen von Leuten tragen daran die Schuld: in erster Linie die arabischen Abschreiber, und in zweiter die mittelalterlichen Übersetzer ins Lateinische. Jene Abschreiber, die um das tägliche Brod arbeiteten, führten infolge dessen ihre Arbeiten oft sehr flüchtig aus, sie liefsen also z. B. oft, besonders in der späteren Zeit, die sog. diakritischen Punkte weg, die in der arabischen Schrift zur Unterschei-

1) Dafs viele dieser Übersetzer christliche Syrer waren, und viele Übersetzungen aus dem Griechischen erst durch Vermittlung des Syrischen gemacht worden sind, thut hier nichts zur Sache, da die Buchstaben, um die es sich hier handelt, in beiden Sprachen identisch sind.