

INAUGURAL - DISSERTATION
zur
Erlangung der Doktorwürde
der
Naturwissenschaftlich - Mathematischen
Gesamtfakultät
der Ruprecht - Karls - Universität
Heidelberg vorgelegt von

Dipl.-Phys. Sebastian Dennis Streubel
aus Lengerich
Tag der mündlichen Prüfung: 16.04.2014

Kontrolle der Umwelteinflüsse auf
THe-Trap am Beispiel der Bestimmung
des Massenverhältnisses von
Kohlenstoff-12 zu Sauerstoff-16

Gutachter:

Prof. Dr. Klaus Blaum
Priv.-Doz. Dr. Klaus Reygers

Deutsche Zusammenfassung:

Tritium-Helium-3-Trap (THE-Trap) ist ein Penningfallen-Aufbau, um das Massenverhältnis von ${}^3\text{H}$ zu ${}^3\text{He}$ mit einer relativen Unsicherheit von weniger als 10^{-11} zu bestimmen. Dies ist 40 mal präziser als der aktuell gemessene Wert und wird daher helfen, mögliche systematische Unsicherheiten des *Karlsruhe Tritium Neutrino Experimentes* (KATRIN) zu bestimmen.

Um die anvisierte Genauigkeit zu erreichen, sind verschiedene Umwelteinflüsse, wie Luftdruck- und Magnetfeldfluktuationen, zu unterdrücken. Mit den implementierten Stabilisierungssystemen kann der relative Magnetfelddrift auf wenige $10^{-12}/\text{h}$ über einen Zeitraum von Wochen reduziert werden.

Zur Bestimmung systematischer Effekte, wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit ein Massenverhältnis von ${}^{12}\text{C}^{4+}$ zu ${}^{16}\text{O}^{5+}$ bestimmt. Diese Messung hatte eine statistische Unsicherheit von $6,3 \cdot 10^{-11}$, welche durch bessere Statistik über längere Messzeiten verbessert werden kann. Während die systematische Genauigkeit der ${}^{12}\text{C}^{4+}$ -Ionen auf einem Niveau von 10^{-11} verstanden ist, konnten die entsprechenden systematischen Verschiebungen bei ${}^{16}\text{O}^{5+}$ aufgrund eines schlechten Vakuums nicht quantifiziert werden. Ohne diese Korrekturen wurde eine systematische Unsicherheit im ${}^{12}\text{C}/{}^{16}\text{O}$ -Massenverhältnis von $1,2 \cdot 10^{-10}$ erreicht.

English summary:

Tritium-Helium-3-Trap (THE-Trap) is a Penning-trap setup dedicated to measure the ${}^3\text{H}$ to ${}^3\text{He}$ mass ratio with a relative uncertainty of better than 10^{-11} . This is 40 times more precise than the currently adopted value and, thus, will help to investigate possible systematic uncertainties of the *Karlsruhe Tritium Neutrino experiment* (KATRIN).

To achieve the desired level of uncertainty, several environmental influences such as atmospheric pressure shifts and magnetic field fluctuations have to be suppressed. With the implemented stabilization system, the relative magnetic field drift could be reduced to a few $10^{-12}/\text{h}$ for a time span of several weeks.

Within the context of this thesis a mass ratio measurement of ${}^{12}\text{C}^{4+}$ to ${}^{16}\text{O}^{5+}$ was performed to characterize systematic effects. This measurement yielded a statistical uncertainty of 6.3×10^{-11} , which can easily be improved with more statistics, i.e. a longer measurement time. While the systematic uncertainty for ${}^{12}\text{C}^{4+}$ -ions were under control at the 10^{-11} level, the systematic shifts could not be quantified for ${}^{16}\text{O}^{5+}$ due to poor vacuum conditions. Without these corrections, a systematic uncertainty of $1.2 \cdot 10^{-10}$ could be achieved for the ${}^{12}\text{C}/{}^{16}\text{O}$ mass ratio measurement.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	vii
Tabellenverzeichnis	ix
1 Einleitung und Motivation	1
1.1 Eigenschaften von Neutrinos	1
1.2 Das β -Endpunktspektrometer KATRIN	4
1.3 Massenmessungen mit Anwendungen in der Neutrino-physik	8
1.3.1 Die Penningfallen-Massenspektrometrie	8
1.3.2 Der Tritium- Q -Wert	9
1.3.3 Relevanz für KATRIN	11
2 Penningfallen, Wärmeausbreitung und Regelungssysteme	13
2.1 Theorie der Penningfalle	13
2.1.1 Die ideale Penningfalle	13
2.1.2 Massendifferenz und Q -Wert	19
2.1.3 Die reale Penningfalle	20
2.1.4 Frequenzmessung bei THE-Trap	23
2.2 Wärmeausbreitung	28
2.3 Regelungssysteme	32
2.3.1 Modell eines linearen Reglers	32
2.3.2 Regelstrecken mit Verzögerung	34
2.3.3 Regelstrecken ohne Verzögerung	36
3 Experimenteller Aufbau von THE-Trap	39
3.1 Die Messapparatur	39
3.1.1 Ionenerzeugung	39
3.1.2 Die Penningfallen von THE-Trap	42
3.1.3 Das Nachweissystem	44
3.1.4 Der Kryostat und das Magnetspulensystem	46
3.1.5 Die Absolutdruckreferenz	50
3.1.6 Gasauslasssystem und Regler des He-Gasdrucks und LHe-Niveaus	54
3.1.7 Helmholtzspulenpaar und Fluxgate-Magnetometer	58
3.2 Anforderungen an die Labore und deren Charakterisierung	62
3.2.1 Raumtemperaturstabilisierung	63
3.2.2 Schwingungsdämpfung des Magneten	65
3.3 THE-Script	66
3.3.1 Programmatischer Aufbau von THE-Script	67

3.3.2	Nutzer-Interaktionen	70
4	Stabilisierungssysteme bei THe-Trap	73
4.1	Stabilisierung des Heliumdrucks im Kryostaten	73
4.1.1	Druckstabilität der APR	75
4.1.2	Druck- und Niveaustabilität des flüssigen Heliums	86
4.2	Externe Magnetfeldstörungen	88
4.2.1	Interner Kompensationsfaktor des Magneten	90
4.2.2	Magnetfeldkompensation durch Helmholtzspulen	91
5	Frequenzmessungen und das Massenverhältnis von ^{16}O zu ^{12}C	93
5.1	Bestimmung der Eigenfrequenzen gespeicherter Ionen	93
5.1.1	Radiale Frequenzen	94
5.1.2	Axiale Frequenz	101
5.1.3	Wahl der Anharmonizität C_4	102
5.2	Frequenzverschiebungen durch die Energie der axialen Bewegung	105
5.3	Stabilität der radialen Eigenfrequenzen	107
5.3.1	Reduzierte Zyklotronfrequenz	107
5.3.2	Magnetronfrequenz	110
5.4	Messung des Massenverhältnisses von ^{16}O zu ^{12}C	112
6	Fazit und Ausblick	119
A	THe-Script	123
A.1	Ladevorgang	124
A.2	Axiale Arretierung	133
A.3	Abtastung und Kühlung	135
A.4	Ionen-Nachweis	140
A.5	Verbund der Scripte	142
	Literaturverzeichnis	145

Abbildungsverzeichnis

1.1	Limit der Neutrinomasse	5
1.2	Kuriegrafik des Tritiumzerfalls	6
1.3	MAC-E-Filter von KATRIN	7
1.4	Entwicklung der Genauigkeit des Tritium- Q -Wertes	10
2.1	Schema einer hyperbolischen Penningfalle	14
2.2	Bewegung von Ionen in einer Penningfalle	17
2.3	Fallenelektroden von THE-Trap	22
2.4	Gedämpfter getriebener harmonischer Oszillator	25
2.5	Abtastung der reduzierten Zyklotronfrequenz	27
2.6	Einfluss des C_4 auf die Messung von ν_+	28
2.7	Schematischer Aufbau zur Temperaturstabilisierung	29
2.8	Zeitverhalten einer Temperaturstabilisierung	32
2.9	Schematische Darstellung einer Regelung	33
2.10	Bestimmung der Regelparameter nach CHR	35
2.11	Bestimmung der Regelparameter nach der T-Summen-Regel	37
3.1	Vakuumaufbau von THE-Trap	41
3.2	Aufbau des Fallenturms	43
3.3	Detektionsschema	46
3.4	Schematischer Aufbau des Heliumbereiches des Magneten	49
3.5	Aufbau der APR	51
3.6	Schaltplan des APR-Temperaturreglers	53
3.7	Schema der Druckverhältnisse im Magneten	55
3.8	Schema des Gasauslasssystem	56
3.9	Prinzip eines Fluxgate-Magnetometers	61
3.10	Ringkern des Fluxgate-Magnetometers	62
3.11	Laboranordnung	63
3.12	Skizze des Magnetraumes	64
3.13	Querschnitt durch das Fundament des Magnetraumes	66
3.14	Benutzerschnittstelle von THE-Script	69
4.1	Druckabhängigkeit von ν_+	74
4.2	Verlauf des Luftdrucks 2013	76
4.3	Absolutdruck in der APR	79
4.4	Sprungantwort der APR (Kern)	81
4.5	Sprungantwort der APR (Aluminiumblech)	82
4.6	Temperaturverhalten der APR	84

Abbildungsverzeichnis

4.7	Temperaturverhalten der Umgebung der APR	85
4.8	Druckstabilität im Magneten	87
4.9	Niveaustabilität des flüssigen Heliums	88
4.10	Magnetfeldschwankungen im Tagesverlauf	89
5.1	Abtastung von ν_+ aus 2011	95
5.2	Abtastung von ν_+ aus 2012	96
5.3	Typische Abtastung von ν_+	98
5.4	Abtastung von ν_-	100
5.5	Fluktuation von C_4	103
5.6	ν_+ in Abhängigkeit des effektiven C_4	104
5.7	Systematische Verschiebung von ν_+ und ν_-	106
5.8	Zeitliche Stabilität von ν_+	108
5.9	Allanabweichung von ν_+	109
5.10	Abtastung von ν_+ in 500 s	110
5.11	Stabilität von ν_-	111
5.12	Frequenzverhältnismessung von $^{12}\text{C}^{4+}$ zu $^{16}\text{O}^{5+}$	115
5.13	Messschema zur Bestimmung eines Massenverhältnisses	116

Tabellenverzeichnis

2.1	Charakteristische Größen bei THe-Trap	15
2.2	Eigenfrequenzen bei THe-Trap	16
2.3	Ionenamplituden bei THe-Trap	18
2.4	Eigenschaften der beim Bau der APR verwendeten Materialien	30
2.5	Regelparameter nach CHR	36
2.6	Regelparameter nach der T-Summen-Regel	37
3.1	Eigenschaften des Helmholtzspulenpaares	60
4.1	ν_+ in Abhängigkeit einer Magnetfeldänderung	90
5.1	Frequenzbestimmung 2011, 2012 und 2013	99
5.2	Systematische Verschiebung von ν_+ und ν_-	106
5.3	Zur Charakterisierung von THe-Trap verwendbare Ionen	112
5.4	ν_- von $^{12}\text{C}^{4+}$ und $^{16}\text{O}^{5+}$	113
5.5	Frequenzverhältnis von $^{16}\text{O}^{5+}$ zu $^{12}\text{C}^{4+}$	117

1 Einleitung und Motivation

Diese Arbeit befasst sich mit dem Penningfallen-Experiment *Tritium-Helium-Trap* (kurz THe-Trap). Die Aufgabe des Experimentes ist die Bestimmung des Massenverhältnisses von Tritium ${}^3\text{H}$ zu Helium ${}^3\text{He}$. Die daraus abgeleitete Massendifferenz zwischen Tritium und Helium wird für die Suche nach der absoluten Neutrinomasse verwendet. In Abschnitt 1.1 werden die generellen Eigenschaften von Neutrinos beschrieben, gefolgt von Abschnitt 1.2, in dem das *Karlsruhe Tritium Neutrino* (KATRIN) Experiment vorgestellt wird, welches sich mit der direkten Bestimmung der Neutrinomasse befasst. Der Beitrag der Penningfallen-Massenspektrometrie zu der Messung der Neutrinomasse wird in Abschnitt 1.3 erläutert.

1.1 Eigenschaften von Neutrinos

Obwohl die Existenz eines Neutrinos ν schon im Jahre 1930 von W. Pauli in einem Brief an die „radioaktive[n] Damen und Herren“ vorausgesagt wurde [KW64], ist die absolute Masse des Neutrinos bis heute immer noch unbekannt. Pauli führte das Neutrino ein, um die Energie- und Impulserhaltung beim β^- -Zerfall $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ zu gewährleisten. Dabei zerfällt ein Neutron n in ein Proton p , ein Elektron e^- und ein Neutrino ν . Ohne die Neutrinohypothese konnte das kontinuierliche Energiespektrum der Elektronen nicht erklärt werden.

Heute ist bekannt, dass Elektronen e^- , Myonen μ^- und Tauonen τ^- in der schwachen Wechselwirkung paarweise mit zugehörigen Antineutrinos $\bar{\nu}_e$, $\bar{\nu}_\mu$ und $\bar{\nu}_\tau$ erzeugt oder vernichtet werden. Daher werden diese zu der Klasse der *Leptonen* gruppiert. Im Standardmodell der Elementarteilchenphysik ist die Leptonenzahl L eine Erhaltungsgröße. Dabei wird den Leptonen jeweils die $L = 1$ zugeordnet, den jeweiligen Antiteilchen entsprechend $L = -1$. Diese Zuordnung der drei Neutrinoarten in e^- -, μ^- - und τ^- -artig wird als sogenannter *Flavour*-Eigenzustand bezeichnet.

Weil es im Jahr 1930 noch keinen Hinweis auf massive Neutrinos gab, führte W. Pauli diese als masselos ein. In den 50er Jahren wurden theoretische Überlegungen aufgestellt, die eine endliche Neutrinomasse berücksichtigen [Pon58]. Jeder Flavour-Eigenzustand ν_α der Neutrinos mit $\alpha \in \{e, \mu, \tau\}$ ist eine Überlagerung der *Massen*-Eigenzustände ν_i mit $i \in \{1, 2, 3\}$:

$$\nu_\alpha = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i} \nu_i . \quad (1.1)$$

Wegen der drei Flavour-Eigenzustände ist die Mischungsmatrix $U_{\alpha i}$ eine 3×3 -Matrix. Die Matrix kann durch drei Mischungswinkel und drei Phasen beschrieben werden. Die vollständige Matrix ist in Ref. [BAB⁺12] nachzulesen. Im Fall von nur zwei Neutrino flavours, beispielsweise e und μ , wird die Mischung auf eine 2×2 -Matrix reduziert. Damit verein-

1 Einleitung und Motivation

facht sich die Mischung auf:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}}_{U_{\alpha i}} \times \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

Dabei ist θ der Mischungswinkel zwischen den zwei Neutrino-Flavour-Eigenzuständen. Wäre $\cos(\theta) = \pm 1$ oder $\cos(\theta) = 0$, so wäre jedem Flavour-Eigenzustand eindeutig genau ein Massen-Eigenzustand zugeordnet. Die Abweichung von 1 führt zu einer sogenannten Neutrinooszillation. Vereinfacht gesagt, wird ein Neutrino durch eine Kernreaktion in einem Flavour-Eigenzustand erzeugt, z.B. ν_e . Die Ausbreitung ist durch die Überlagerung der Massen-Eigenzustände ν_1 und ν_2 bestimmt. Bei der Detektion, einem weiteren Kernprozess, wird ein bestimmter Flavour-Eigenzustand gemessen. Die Wahrscheinlichkeit $P_{e \rightarrow \mu}$, dass das Neutrino während seiner Ausbreitung seinen Flavour-Eigenzustand von e nach μ ändert, ist näherungsweise gegeben durch:

$$P_{e \rightarrow \mu} \approx \sin^2(2\theta) \cdot \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{12}^2 c^4 L}{4E \hbar c} \right). \quad (1.3)$$

Dabei entspricht $\Delta m_{12}^2 = m_1^2 - m_2^2$ der quadratischen Massendifferenz zwischen den Massen-Eigenzuständen. Die Wegstrecke der Ausbreitung ist durch L gegeben. Durch die geringe Ruhemasse der Neutrinos von unter $2 \text{ eV}/c^2$ [BAB⁺12] können diese als hochrelativistisch angesehen werden und ihre Energie mit $E \approx pc$, also Impuls p mal Lichtgeschwindigkeit c , genähert werden. Eine theoretische Behandlung für drei Neutrino-Flavours und die dadurch resultierenden drei Mischungswinkel ist beispielsweise in Ref. [MAB⁺07] gegeben.

Erste experimentelle Hinweise auf eine Oszillation der Flavour-Eigenzustände gab es in dem von Davis, Jr. *et al.* 1964 zur Messung der solaren Neutrinos vorgeschlagenen Experiment [Dav64], welches in der Homestake-Mine durchgeführt wurde [LW03, Dav94]. Bei diesem Experiment wurde eine Flussrate der Neutrinos gemessen, die im Durchschnitt nur einem Drittel der nach dem damals gängigen Sonnenmodell [BBS68] erwarteten Rate entsprach [DHH68]. Durch die Betrachtung des inversen β -Zerfalls $p + \bar{\nu}_e \rightarrow n + e^-$ in ^{76}Cl konnte jedoch alleinig die Flussrate von $\bar{\nu}_e$ gemessen werden. Eine Oszillation der Neutrinos in einen anderen Flavour-Eigenzustand konnte damit also nicht direkt beobachtet werden. Erst 1998 konnte mit Hilfe des Super-Kamiokande-Experiments (SK) [FHI⁺98] experimentell verifiziert werden, dass eine Oszillation der Neutrino-Flavours stattfindet. In SK wechselwirken Neutrinos mit Nukleonen in einem Wasser-Čerenkov-Detektor. Bei dieser Wechselwirkung entstehen je nach Flavourzustand des Neutrinos Leptonen, die im Wasser überlichtschnell sind. Durch die Analyse des Lichtes um den Čerenkov-Kegel ist es möglich, zwischen e^- - und μ -artigen Neutrinos zu unterscheiden. Die Oszillation der Neutrinos wurde anhand von atmosphärischen Neutrinos festgestellt. Diese Neutrinos werden durch die Kollision kosmischer Strahlung mit den Nukleonen in der Atmosphäre erzeugt. Hauptsächlich werden durch die Kollisionen Pionen π^+ erzeugt. Diese zerfallen gemäß $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$. Die Myonen zerfallen weiter in $\mu^+ \rightarrow e^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_e$. Das zu erwartende Verhältnis

von μ -Neutrinos zu e -Neutrinos ist somit etwa zwei zu eins. Mit Hilfe des Super-Kamiokande-Experiments konnte ein Verhältnis von unter zwei gemessen werden, wodurch die Oszillationshypothese bestätigt wurde. Später konnte mit SK ebenfalls die Oszillation solarer Neutrinos nachgewiesen werden [FFI⁺01]. In einer Reihe von Oszillationsexperimenten konnten die quadratischen Massendifferenzen zu $|\Delta m_{12}^2| \approx 7,58 \cdot 10^{-5} (\text{eV}/c^2)^2$ und $|\Delta m_{23}^2| \approx 2,35 \cdot 10^{-3} (\text{eV}/c^2)^2$ bestimmt werden [BAB⁺12]. Bei den Messungen gab es jedoch keine Rückschlüsse auf das Vorzeichen von Δm_{23}^2 . Dies lässt daher die Hierarchie der Massen offen. Demnach ist entweder die normale Ordnung

$$m_1 < m_2 < m_3 \quad (1.4)$$

oder die invertierte Ordnung

$$m_3 < m_1 < m_2 \quad (1.5)$$

möglich.

Mit Hilfe der Oszillationsexperimente konnte somit geklärt werden, dass Neutrinos eine Ruhemasse besitzen. Wie groß diese ist, ist allerdings bisher noch unbekannt. Experimentell gibt es verschiedene Ansätze, die indirekt eine obere Grenze der Neutrinomasse angeben können. Einer der Ansätze ist die Suche nach dem seltenen neutrinolosen doppelten β -Zerfall ($0\nu\beta\beta$). Der Hauptzweck der $0\nu\beta\beta$ -Experimente liegt auf der Bestimmung, ob Neutrinos Majorana-Teilchen sind. Bei Majorana-Teilchen gibt es keinen Unterschied zwischen dem Teilchen und dem Antiteilchen. Im Gegensatz dazu stehen Dirac-Teilchen, zum Beispiel das Elektron und Positron, bei denen zwischen Teilchen und Antiteilchen unterschieden werden kann. Die $0\nu\beta\beta$ -Experimente sind auf eine effektive Masse $m_{0\nu\beta\beta} = \left| \sum_i m_i |U_{\alpha i}|^2 \right|$ sensitiv. Je geringer die Masse $m_{0\nu\beta\beta}$ ist, desto größer ist die Halbwertszeit für einen entsprechenden Zerfall. Das GERmanium-Detector-Array-Experiment GERDA [AdGK13a] konnte in seiner jüngsten Messkampagne den $0\nu\beta\beta$ -Zerfall von ^{76}Ge nicht beobachten. Durch die Beobachtungszeit des Zerfalls durch das GERDA-Experiment ergibt sich eine Halbwertszeit von $T_{1/2}^{0\nu\beta\beta} > 3,0 \cdot 10^{25}$ Jahren in einem 90 % Vertrauensbereich (c.l.) [AdGK13b]. Hieraus resultiert ein Bereich der oberen Grenze von $m_{0\nu\beta\beta} < (0,2 - 0,4) \text{eV}/c^2$.

Ein weiterer indirekter Ansatz zur Bestimmung der Neutrinomasse sind kosmologische Beobachtungen. Die Referenzen [TAL10, RSBP⁺12] fassen verschiedene Beobachtungen zusammen, die zu einer strikten oberen Grenze der Summe der Neutrinomassen von $\sum m_i < 0,28 \text{eV}/c^2$ führen.

Um den Beitrag der Neutrinos zur Dunklen Materie (gravitativ wechselwirkende, nicht sichtbare Materie) und damit zur Strukturbildung des frühen Universums zu bestimmen, ist eine unabhängige, direkte Bestimmung der Neutrinomasse notwendig [OW08]. Modellunabhängig kann diese über die Betrachtung des β -Zerfalls bestimmt werden. Beim einfachen β -Zerfall ist die Form des Energiespektrums der emittierten Elektronen durch die Kinematik des Prozesses vorgegeben. Wie E. Fermi 1934 in seinem „Versuch einer Theorie der β -Strahlung“ [Fer34] beschrieben hat, hängt die Energieverteilung der Zerfallselektronen von der Neutrinomasse ab. Eine vereinfachte Formel für die Anzahl N der pro Energieintervall emittierten Elektronen lässt sich aus Gl. (4) in [OBW06] herleiten.

1 Einleitung und Motivation

Zur einfachen Darstellung der Gleichung werden Anregungszustände des Tochterkerns vernachlässigt und der Impuls der Elektronen nicht-relativistisch angenähert. Es ergibt sich

$$\frac{dN}{dE_{\text{kin}}} \propto \sqrt{2 \cdot E_{\text{kin}} \cdot m_e \cdot (E_{\text{kin}} + m_e c^2)} \cdot (E_0 - E_{\text{kin}}) \sqrt{(E_0 - E_{\text{kin}})^2 - m(\bar{\nu}_e)^2 c^4}. \quad (1.6)$$

Dabei ist E_{kin} die kinetische Energie und m_e die Masse des Elektrons. E_0 ist die maximale Energie, die bei dem Kernprozess unter Annahme eines masselosen Neutrinos ($m(\bar{\nu}_e) = 0$) auf das Elektron übertragen werden könnte. Nahe des Endpunkts des Spektrums, also wenn die kinetische Energie des Elektrons maximal wird, zeigt sich der Einfluss der Ruhemasse des emittierten Neutrinos am deutlichsten. Je geringer die Zerfallsenergie (Q -Wert) des Isotops ist, desto höher ist der Anteil der Elektronen, die eine Energie im Bereich von wenigen eV vor dem Endpunkt der Spektrums aufweisen. Zur direkten Bestimmung der Neutrinomasse bieten sich die zwei Isotope ^{187}Re mit $Q \approx 2,6 \text{ keV}$ und ^3H mit $Q \approx 18,6 \text{ keV}$ an, da diese geringe β -Zerfallsenergien aufweisen. Aktuell befinden sich zwei Experimente zur Beobachtung dieser Kernzerfälle im Aufbau. Diese sind das *K*arlsruhe-*T*ritium-*N*eutrino-*E*xperiment KATRIN [AdKK04, BdKK10] und das *M*icrocalorimeter-*A*rrays-*f*or-*a*-*R*henium-*E*xperiment MARE [FAC⁺12]. Zur Bestimmung der Neutrinomasse hat ^3H gegenüber ^{187}Re folgende Vorteile [OW08]: (1) Die Halbwertszeit von ^3H ist mit $T_{1/2} \approx 12,3$ Jahren deutlich geringer als die von ^{187}Re mit $T_{1/2} \approx 4,3 \cdot 10^{10}$ Jahren. Bei gleicher Stoffmenge bedeutet dies für Tritium eine deutlich höhere absolute Zählrate. (2) Da der Tritiumzerfall (über-)erlaubt ist, ist dessen Kernmatrixelement nicht von der Energie des emittierten Elektrons abhängig. (3) ^3H ist besser verfügbar als ^{187}Re .

1.2 Das β -Endpunktspektrometer KATRIN

KATRIN ist ein Experiment zur direkten Bestimmung der Neutrinomasse $m(\bar{\nu}_e)$. Wie mit den Vorgängerexperimenten aus Mainz [KBB⁺05] und Troitsk [Lob03] wird KATRIN $m(\bar{\nu}_e) := \sqrt{\sum_i |U_{ei}^2| m_i^2}$ aus der Form des Tritium- β -Zerfallsspektrums nahe des Endpunktes des Spektrums bestimmen. Im Bereich der direkten Suche nach der Neutrinomasse wurde mit den Vorgängerexperimenten die aktuelle Obergrenze für die Masse der Neutrinos bestimmt. In Mainz wurde das Quadrat der Neutrinomasse zu $m(\bar{\nu}_e)^2 < (-0,6 \pm 2,2_{\text{stat}} \pm 2,3_{\text{sys}}) \text{ eV}^2/c^4$ bestimmt. Damit konnte die obere Grenze zu $m(\bar{\nu}_e) \leq 2,3 \text{ eV}/c^2$ (95 % c.l.) bestimmt werden [KBB⁺05]. In Troitsk konnte diese mit $m(\bar{\nu}_e) \leq 2,05 \text{ eV}/c^2$ (95 % c.l.) [Lob03] bestimmt werden. KATRIN strebt bei einer Masse von $m(\bar{\nu}_e) > 0,35 \text{ eV}/c^2$ ein Messgenauigkeit von 5σ an.¹ Falls die Neutrinomasse geringer ist, so wird mit einer Sensitivität von $m(\bar{\nu}_e) < 0,2 \text{ eV}/c^2$ (95% c.l.) ein kleinstes oberes Limit angestrebt.

Mit der angestrebten Sensitivität für eine obere Grenze der Neutrinomasse wird es mit KATRIN möglich sein zu entscheiden, ob die Neutrinomassen m_i quasi-degeneriert sind, das heißt, ob diese alle etwa die gleiche Masse haben, siehe Abb. 1.1. Wie oben erläu-

¹Die Standardabweichung σ bezeichnet dabei die Streuung der Messwerte. 5σ bedeutet, dass der wahre Wert mit einer 99,99994 % Wahrscheinlichkeit im Rahmen der 5σ -Unsicherheit mit dem gemessenen Wert übereinstimmen.

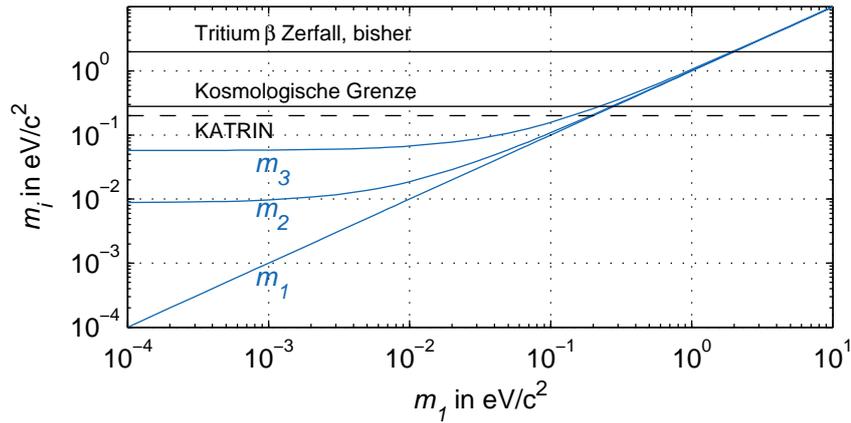


Abbildung 1.1: Limit der Neutrinomasse. Abhängig von der Masse des leichtesten Neutrinomasseneigenzustands m_1 sind die Massen der anderen Zustände entsprechend der quadratischen Massendifferenzen aus den Oszilationsmessungen bestimmt [Bru11]. Nach der Particle Data Group ist die durch den Tritium- β -Zerfall bestimmte Neutrinomasse $m(\bar{\nu}_e) < 2 \text{ eV}/c^2$ [BAB⁺12]. Die kosmologische Grenze ist durch [TAL10, RSBP⁺12] bestimmt. Das Massenlimit für KATRIN ist durch die gestrichelte Linie gegeben.

tert, sind die absoluten Massendifferenzen hinreichend aus den Oszillationsexperimenten bekannt. Aktuell wird KATRIN vorbereitet [DHMW13]. Die Messung mit Tritium wird für 2016 erwartet und dauert ohne Unterbrechungen etwa drei Jahre. In Abb. 1.2 ist die bei KATRIN erwartete Zählrate in Abhängigkeit der kinetischen Energie des Zerfallselektrons E_{kin} grafisch dargestellt, siehe Gl. (1.6). E_0 ist die maximale kinetische Energie der Elektronen, die bei KATRIN beobachtet werden würde, wenn $m(\bar{\nu}_e) = 0$ wäre. Die tatsächlich beobachtete maximale kinetische Energie der Elektronen ist um die Neutrinomasse reduziert. E_0 ist um etwa 18 eV geringer als die Zerfallsenergie von Tritium (dem Q -Wert), die mit der Penningfallen-Massenspektrometrie (PTMS) gemessen werden kann. $Q = (18589,8 \pm 1,2) \text{ eV}$ ist der aktuell genaueste Messwert [NFB⁺06]. Zur Abgrenzung des mit der PTMS gemessenen Q -Wertes wird im Folgenden die Endpunktenergie von KATRIN mit E_0 bezeichnet. Die Energie des Q -Wertes wird gemäß der Impuls- und Energieerhaltung auf den Tochterkern ${}^3\text{He}$ und das Zerfallselektron und das Neutrino verteilt. Aufgrund des Kernrückstoßes ist daher E_0 im Vergleich zum Q -Wert reduziert. Als Zerfallselektronenquelle wird KATRIN molekulares Tritium verwenden. Da ${}^3\text{H}_2$ eines der einfachsten Moleküle ist, kann das Spektrum des Zerfalls in einen angeregten Zustand des verbliebenen $({}^3\text{He}{}^3\text{H})^+$ -Moleküls quantitativ berechnet werden [OW08]. Allerdings müssen diese Anregungszustände sowie die Bindungsenergie des molekularen Tritiums berücksichtigt werden. Alle oben beschriebenen Modifikationen summieren sich zu $Q - E_0 \approx 18 \text{ eV}$. Sie sind so gut verstanden, dass deren Unsicherheiten nicht zur Gesamtunsicherheit von E_0 beitragen. Die Unsicherheit der für KATRIN erwarteten Endpunktenergie $E_0 = (18571,8 \pm 1,2) \text{ eV}$ [OW08] ist ausschließlich von der Unsicherheit des Q -Wertes bestimmt. Dieser Q -Wert soll mit Hilfe von THE-Trap erneut vermessen werden,

1 Einleitung und Motivation

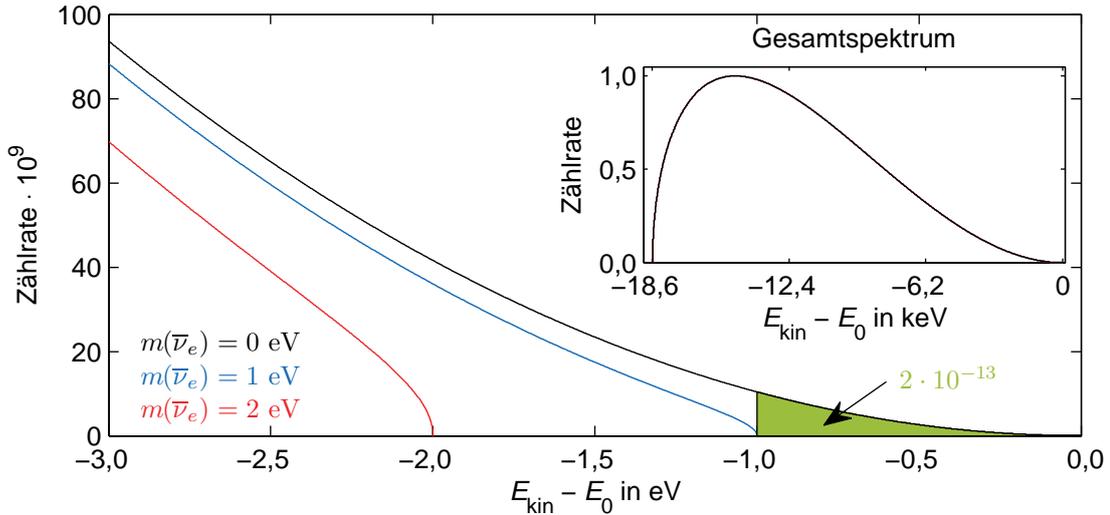


Abbildung 1.2: Energiespektrum E_{kin} der Elektronen des β -Zerfalls von Tritium. E_0 entspricht der maximalen kinetischen Energie der e^- , die bei KATRIN gemessen werden kann, mit $m(\bar{\nu}_e) = 0$. Nahe des Endpunktes ist der Einfluss der Neutrinomasse auf die Form des Spektrums am deutlichsten. Nur ein Anteil von $2 \cdot 10^{-13}$ aller emittierten e^- entfällt auf den Bereich von 1 eV vor E_0 .

um so dessen Unsicherheit auf 30 meV zu reduzieren.

Besonders in der Nähe des Endpunktes E_0 zeigt sich die Abhängigkeit des Spektrums von der Neutrinomasse, siehe Abb. 1.2 und Gl. (1.6). Je höher die Neutrinomasse ist, desto abrupter der Abfall der Zählrate auf null. Die Herausforderung von KATRIN besteht unter anderem darin, dass nur ein geringer Bruchteil der Elektronen diese hohe kinetische Energie nahe E_0 aufweist. Unter der Annahme einer verschwindenden Neutrinomasse entfällt nur ein Anteil von $2 \cdot 10^{-13}$ der gesamten Elektronen auf einen Bereich von 1 eV vor E_0 [OW08, AdKK04].

Damit die erwartete Sensitivität auf die Neutrinomasse erreicht wird, muss mit KATRIN die Form des Spektrums nahe E_0 mit einer Energieauflösung von unter einem eV vermessen werden. Wie die Vorgängerexperimente in Mainz und Troitsk [PBB⁺92, WPB⁺93, LS85] gezeigt haben, eignet sich hierfür ein magnetisch-adiabatisch kollimierender elektrostatischer Filter (MAC-E-Filter) [KR83]. Bei diesem Filter wird eine elektrische Spannung U_A zwischen der Analyseebene und der Tritium-Quelle angelegt. Das so erzeugte Potential müssen die Zerfallselektronen überwinden, siehe Abb. 1.3. Nur Elektronen mit genügend großer kinetischer Energie können in einem nach der Analyseebene positionierten Detektor gezählt werden. Durch die Variation des Potentials kann so ein integrales Spektrum des β -Zerfalls aufgenommen werden. Die zu erwartende Form des Spektrums kann damit im Wesentlichen durch drei Parameter beschrieben werden [OBW06]. Neben $m(\bar{\nu}_e)$ sind die Parameter die Maximalenergie E_0 bei verschwindender Neutrinomasse und die konstante Untergrundereignisrate b des Detektors. Die isotrope Emission der Elektronen beim β -Zerfall ist ein Problem für die einfache elektrische Filterung. Zur

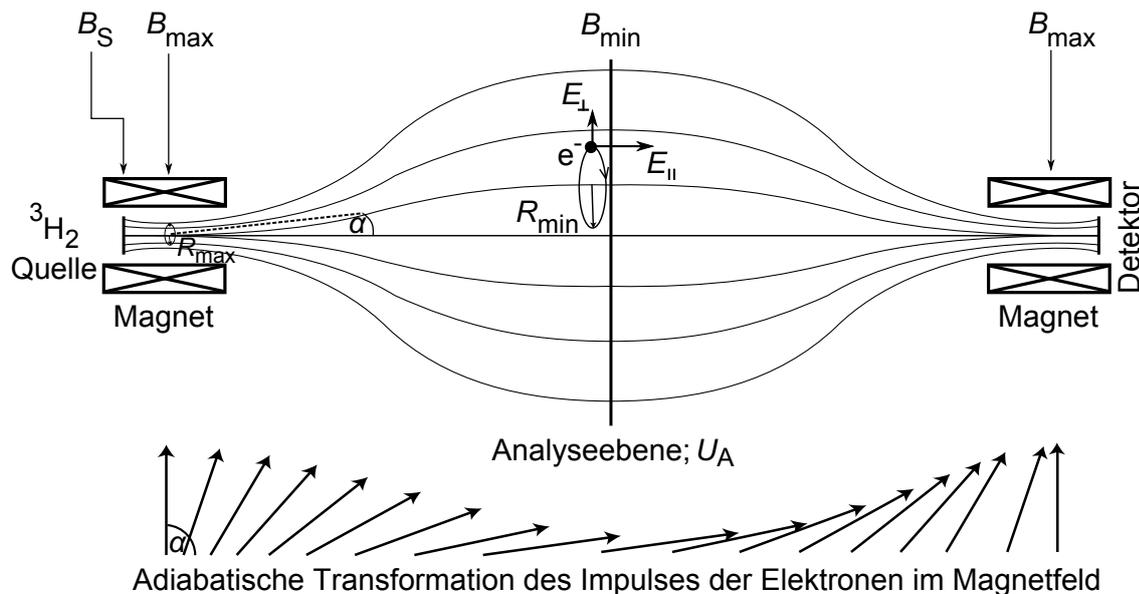


Abbildung 1.3: Prinzip eines MAC-E-Filters. Zerfallselektronen, die im maximalen Magnetfeld B_{\max} einen Winkel α aufweisen, vollführen eine Zyklotronbewegung mit dem Radius R_{\max} . Durch die Abschwächung des Magnetfeldes auf B_{\min} in der Analyseebene wird der Zyklotronradius auf R_{\min} maximiert. Entsprechend der Energieerhaltung wird der Impuls in Vorwärtsrichtung senkrecht zur Analyseebene transformiert. Die Elektronen müssen das Potentialminimum in der Analyseebene überwinden, um im Detektor gezählt zu werden. Dabei bedeutet das Potentialminimum für die Elektronen ein Maximum an potentieller Energie.

Veranschaulichung wird die kinetische Energie $E_{\text{kin}} = E_{\parallel} + E_{\perp}$ gemäß des Impulses in zwei Teile aufgeteilt. E_{\parallel} ist dabei die Energie der Impulskomponente senkrecht zur Analyseebene, während E_{\perp} die Energie des Impulsanteils parallel zur Analyseebene ist, siehe Abb. 1.3. Nur der Anteil E_{\parallel} trägt zum Überwinden des Potentialminimums bei. Da E_{\perp} nicht gemessen werden kann, bestimmt dieser Anteil die Energieauflösung von KATRIN. Mit Hilfe einer magnetischen adiabatischen Kollimation wird der Impuls der Elektronen in Vorwärtsrichtung transformiert und so der Anteil von E_{\perp} an E_{kin} verringert. Dazu befindet sich die Tritiumquelle in einer Magnetfeldstärke B_S . Durch die Lorentzkraft bewegen sich die Elektronen auf Kreisbahnen entlang der Magnetfeldlinien. Der Radius R der Kreisbahn ist durch die Energie E_{\perp} bestimmt. In Richtung der Analyseebene wird die Magnetfeldstärke auf B_{\min} verringert. Die Bewegung der Elektronen ist dabei adiabatisch, dies bedeutet, dass die relative Änderung des Magnetfeldes gering ist gegenüber der Bewegung auf der Kreisbahn. Unter dieser Bedingung sind sowohl die Gesamtenergie $E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}}$ wie auch das magnetische Moment $\mu = E_{\perp}/B$ erhalten. Durch die Abnahme der Magnetfeldstärke wird die Energie der Kreisbewegung E_{\perp} in eine Vorwärtsbewegung in Richtung des Potentialminimums transferiert. Das Verhältnis B_{\min}/B_{\max} gibt also die Energieauflösung des KATRIN-Experiments von $\Delta E = 0,93$ eV an [OW08].

1.3 Massenmessungen mit Anwendungen in der Neutrinophysik

Die Penningfallen-Massenspektrometrie (PTMS) bietet die höchste Präzision bei der Messung von Massen auf der atomaren Skala. Dabei werden Ionen mit Hilfe einer Penningfalle in einem statischen elektromagnetischen Feld gespeichert. Die Elektroden zur Erzeugung des elektrischen Feldes befindet sich in einem Magnetfeld B_0 , wodurch die gespeicherten Ionen eine Zyklotronbewegung ausführen. Für die Masse m_{ion} und Ladung q des beobachteten Ions hat die Bewegung die charakteristische Frequenz $\nu_c = \frac{1}{2\pi} \frac{q}{m_{\text{ion}}} B_0$. Durch den Vergleich der Frequenzen von verschiedenen Ionen, zum Beispiel ${}^3\text{H}^+$ und ${}^3\text{He}^+$, wird so eine Massenverhältnismessung auf eine Frequenzmessung zurückgeführt, vergleiche Abschnitt 2.1. In der PTMS können die elektromagnetischen Felder so stabil gehalten werden, dass eine Massenmessung mit einer relativen Unsicherheit von unter 10^{-11} möglich ist [RTP04, Mye13].

1.3.1 Die Penningfallen-Massenspektrometrie

Mit Hilfe der PTMS kann nicht direkt die Neutrinomasse gemessen werden. Durch die PTMS wird allerdings die Energie des β -Zerfalls von Tritium in Helium-3 (der Q -Wert) bestimmt, welcher zur Bestimmung der Neutrinomasse notwendig ist [EEN13, ENB13]. Über die von A. Einstein gefundene Äquivalenz von Energie und Masse [Ein05] ist die Energie des Q -Werts eines radioaktiven Isotops mit der atomaren Massendifferenz zwischen dem Isotop m_a und dem Zerfallsprodukt m_b verknüpft:

$$Q = (m_a - m_b)c^2. \quad (1.7)$$

Bei der Suche nach der Neutrinomasse werden Q -Werte vielfältig als Eingangsparameter verwendet.

Für die direkte Bestimmung der Neutrinomasse nimmt die Massendifferenz von ${}^3\text{H}$ zu ${}^3\text{He}$ eine zentrale Bedeutung ein, siehe Abschnitt 1.1. Die Reduzierung der Unsicherheit der Massendifferenz um einen Faktor 40 ist die Aufgabe von THE-Trap. Weitere Isotope, die sich für die direkte Suche nach der Neutrinomasse eignen, sind ${}^{187}\text{Re}$, das einem β^- -Zerfall unterliegt, und ${}^{163}\text{Ho}$, welches durch einen Elektronen-Einfangprozess zerfällt. Mit dem PENTATRAP-Experiment, welches sich derzeit in der Aufbauphase befindet [RBCLU⁺12], können die Massen der beteiligten Isotope mit einer relativen Genauigkeit von 10^{-11} und besser vermessen werden. Das Elektronspektrum der Isotope und damit die Neutrinomasse soll durch das *Microcalorimeter-Arrays-for-a-Rhenium-Experiment* (MARE) [FAC⁺12] und das *Electron-Capture- ${}^{163}\text{Ho}$ -Experiment* (ECHO) [BDD⁺13] bestimmt werden. Referenz [DHMW13] fasst die aktuell im Aufbau befindlichen Experimente zur direkten Suche nach der Neutrinomasse zusammen.

Neben der direkten Suche existieren Experimente, mit denen indirekt nach der Neutrinomasse gesucht wird. Mit Hilfe des GERDA-Experiments [AdGK13a] wird nach dem $0\nu\beta\beta$ -Zerfall von Germanium gesucht. Dies dient hauptsächlich zur Entscheidung, ob Neutrinos Majoranateilchen sind. Nur in dem Fall, dass Neutrinos Majoranateilchen sind, findet der $0\nu\beta\beta$ -Zerfall statt. Die Halbwertszeit des $0\nu\beta\beta$ -Zerfalls von ${}^{76}\text{Ge}$ ist durch die

Neutrinomasse bestimmt. Im Falle des neutrinolosen doppelten β -Zerfalls ist die Summe der kinetischen Energien der emittierten Elektronen konstant und entspricht dem Q -Wert. Dieser Wert $Q(^{76}\text{Ge}) = (2039,006 \pm 0,050) \text{ keV}$ [DFC⁺01] wurde mit der PTMS bestimmt.

Seit kurzem werden Überlegungen verfolgt, die Neutrinomasse über den neutrinolosen doppelten Elektroneneinfang ($0\nu 2\text{EC}$) zu bestimmen. Wie beim $0\nu\beta\beta$ ist dieser Zerfallsprozess nur möglich, wenn Neutrinos Majoranateilchen sind. Die Halbwertszeit des Zerfallsprozesses hängt von der Massendifferenz zwischen dem Mutter- und Tochter-Isotop ab. Sind die Massen quasi entartet und stimmen somit nahezu überein, so ist die Halbwertszeit für einen Zerfall über den $0\nu 2\text{EC}$ -Prozess resonant verkürzt. Penningfallenexperimente helfen Isotope mit entarteter Masse zu bestimmen, die sich zur Untersuchung dieses seltenen Zerfalls eignen [ENB12].

1.3.2 Der Tritium- Q -Wert

Seit der Entdeckung des Tritiums 1934 durch Oliphant *et al.* [OHR34] wurde die Zerfallenergie von Tritium mit verschiedenen Methoden gemessen, siehe Abb. 1.4. Neben Radiofrequenzspektrometern [SW75] wurden β -Endpunktspektrometer [WPB⁺93] verwendet. Letztere wurden primär zur Messung der Neutrinomasse entwickelt. Die Messung des Q -Wertes des Tritium- β -Zerfalls ist bei diesen Experimenten nur ein sekundäres Ziel.

An SMILETRAP [BCF⁺02] wurde die bisher genaueste Messung des Q -Wertes von Tritium, $Q = (18589,8 \pm 1,2) \text{ eV}$ [NFB⁺06], mit Hilfe der Flugzeit-Penningfallen-Massenspektrometrie durchgeführt [GKT80, KBK⁺95]. Die Messung des Q -Wertes von Tritium ist im Wesentlichen durch drei systematische Unsicherheiten limitiert:

1. Durch die für die Flugzeitmessung notwendige Anregung der Ionen limitiert die relativistische Massenzunahme die Messung der Massen auf eine relative Unsicherheit von 10^{-10} .
2. Eine weitere Unsicherheit der Messung von derselben Größenordnung resultiert aus der Unsicherheit der Anzahl der gespeicherten Ionen von Tritium und Helium.
3. Während der Messung konnte nicht ausgeschlossen werden, dass Ionen mit einer anderen Masse und Ladung in der Falle gespeichert waren.

Die hieraus abgeleitete Unsicherheit wurde mit $< 10^{-10}$ abgeschätzt.

Um die von THE-Trap anvisierte Genauigkeit von 10^{-11} zu erreichen, ist eine Messmethode notwendig, die nicht von den genannten Effekten limitiert ist. Die Messmethode der Wahl ist die auf der Spiegelstrommethode basierende Penningfallen-Massenspektrometrie. Diese beruht auf einer kontinuierlichen Beobachtung der gespeicherten Ionen. Die Experimente, die diese Methode verwenden, ermöglichen eine Speicherzeit der Ionen von mehreren Stunden und darüber hinaus. Durch diese Speicherzeiten kann der Ausgangszustand der Ionen vor einer Messung besser als in der Flugzeit-PTMS präpariert werden. Unter anderem kann weitestgehend sichergestellt werden, dass nur ein Ion gespeichert ist.

Mit der Spiegelstrom-PTMS wurde ebenfalls der Q -Wert von ^3H vermessen [VDFS93] und eine relative Genauigkeit der Massenverhältnismessung von ^3H und ^3He von $6 \cdot 10^{-10}$ erreicht. Diese Messung wurde durch die Radioaktivität des Tritiums limitiert. Beim jedem Ladevorgang von Tritium wurde ein Teil der Atome auf der Oberfläche der Penningfalle adsorbiert. Die Elektronen aus dem Zerfall des ^3H ionisierten Atome aus dem

1 Einleitung und Motivation

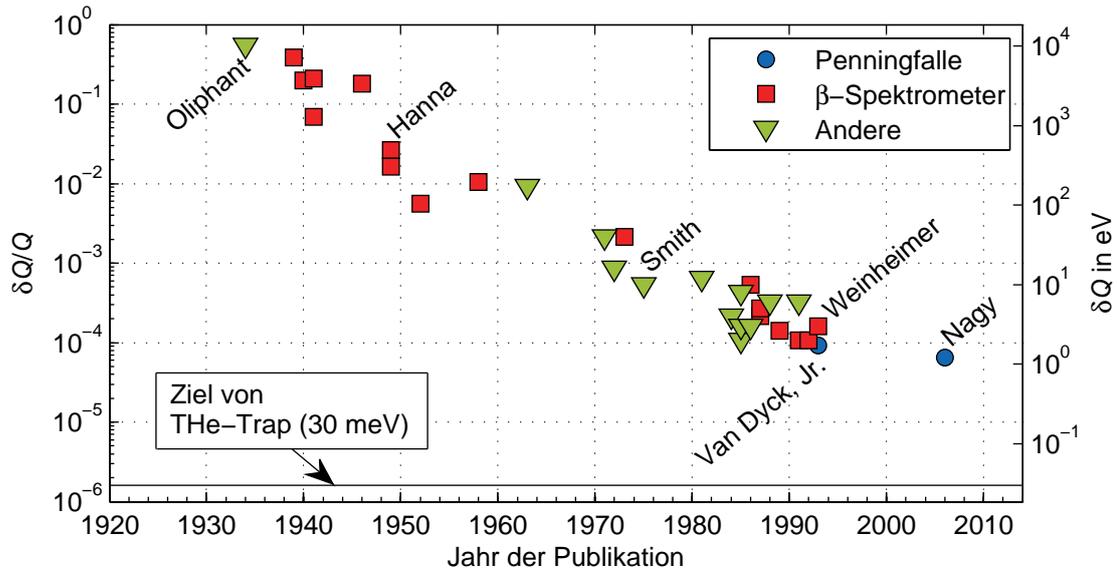


Abbildung 1.4: Messung des Q -Wertes von Tritium seit der Entdeckung 1934 von Oliphant *et al.* [OHR34]. Die Messungen erfolgten überwiegend mit β -Endpunkt-spektrometern, z. B. Hanna *et al.* [HP49], und Radiofrequenzspektrometern z. B. Smith *et al.* [SW75]. Mit den Neutrino-Experimenten wie *Neutrino Mainz*, einem der Vorgängerexperimenten von KATRIN, können Zerfallsenergien gemessen werden, siehe Weinheimer *et al.* [WPB⁺93]. Die präzisesten Messungen werden heute mit der PTMS durchgeführt [NFB⁺06, VDFS93]. Weitere Messungen sind aus Ref. [WW46, CAC49, LM52] entnommen.

Restgas in der Falle. Durch die Anwesenheit der erzeugten Ionen wurde die Messung gestört [VDPVLZ06]. Mit The-Trap wird diesem Problem begegnet, indem die Tritium-Ionen außerhalb der Falle erzeugt werden. Idealerweise werden danach nur einzelne Ionen in das Fallenvolumen transferiert.

Das Ladungs-zu-Massenverhältnis von einer Elementarladung e zu drei atomaren Massen u ($q/m_{\text{ion}} = \frac{1}{3} \frac{e}{u}$) ist eine weitere Schwierigkeit bei der Bestimmung des Q -Wertes von Tritium. Da das Messsignal mit der Ladung skaliert, bildet Tritium, welches nur einfach geladen werden kann, eine schlechte Ausgangslage. Je geringer das Verhältnis von q/m_{ion} , desto geringer die Zyklotronfrequenz ν_c . Die absolute Präzision einer Frequenzmessung an einem Ion ist durch die Beobachtungszeit limitiert. Dies bedeutet für ${}^3\text{H}$, dass eine vergleichsweise lange Messzeit von ν_c benötigt wird, um eine geringe relative Unsicherheit zu bekommen. Bei The-Trap kann mit einer einzelnen Messung durch die kontinuierliche Beobachtung eines Ions dessen Zyklotronfrequenz auf wenige mHz bestimmt werden. Für Ionen wie etwa ${}^3\text{H}$ und ${}^3\text{He}$ entspricht dies einer relativen Präzision von 10^{-10} , siehe Abschnitt 5.1.

Mit dem THE-Trap-Experiment wird das Ziel, die Unsicherheit des Q -Wertes von Tritium auf 30 meV zu reduzieren, verfolgt. Dies entspricht einer Verbesserung um einen Faktor von 40. Die vorliegende Arbeit zeigt, dass die dafür notwendige Bestimmung eines Frequenzverhältnisses mit einer relativen Unsicherheit 10^{-11} von diesem Experiment erreicht werden kann.

1.3.3 Relevanz für KATRIN

Wie in Abschnitt 1.2 erläutert, ist die maximale kinetische Energie des Elektrons E_0 ein wichtiger Parameter für KATRIN, um systematische Verschiebungen bei der Bestimmung der Neutrinomasse zu erkennen. Aktuell ist $E_0 = (18571,8 \pm 1,2) \text{ eV}$ [OW08] durch die Genauigkeit des Q -Werts von Tritium limitiert. Selbst nach Reduzierung der Unsicherheit, kann E_0 nicht als gegebener Parameter in die Auswertung des von KATRIN gemessenen β -Spektrums übernommen werden [OW08, OBW06]. Nahe E_0 wird die Messung von KATRIN durch die konstante Untergrundzählrate b bestimmt, da die Zählrate der Zerfallselektronen gegen Null geht. Die größte Sensitivität auf die Neutrinomasse ist bei einem Signal-zu-Rauschverhältnis von etwa eins gegeben. Dieses Verhältnis ist bei einem Abstand ΔE der kinetischen Energie E_{kin} der Elektronen vom Endpunkt E_0 gegeben ($\Delta E = E_0 - E_{\text{kin}}$). Für das Mainzer Neutrino-Experiment betrug dieser Abstand $\Delta E \approx 15 \text{ eV}$ [KBB⁺05]. Wird E_0 von außen vorgegeben, so trägt dessen Unsicherheit mit ΔE multipliziert zur Unsicherheit der Neutrinomasse bei. Bei der aktuellen Unsicherheit $\delta E_0 = 1,2 \text{ eV}$ würde dies zu einer Unsicherheit der Neutrinomasse von

$$\Delta m^2(\bar{\nu}_e) = \frac{2\Delta E \cdot \delta E_0}{c^4} \approx 36 \frac{\text{eV}^2}{c^4} \quad (1.8)$$

führen [OBW06]. Dies ist deutlich größer als die tatsächlich gemessene systematische Unsicherheit $\Delta m^2(\bar{\nu}_e) \approx 2,1 \text{ eV}^2/c^4$, bei der E_0 als freier Parameter in der Anpassung der Daten verwendet wird [KBB⁺05]. Erst wenn E_0 mit einer Unsicherheit von 50 meV bestimmt ist, kann er als gegebener Parameter zur Analyse beitragen [OBW06].

Aufgrund einer höheren Signalrate liegt bei KATRIN die Sensitivität auf die Neutrinomasse von $\Delta m^2(\bar{\nu}_e) \approx 0,02 \text{ eV}^2/c^4$ bei einem Abstand von $\Delta E = 3 \text{ eV}$ [OBW06]. Damit eine direkte Messung von E_0 als fester Eingangsparameter keine zusätzliche Unsicherheit beiträgt, müsste der Q -Wert auf 3 meV bekannt sein. Hierzu muss das Massenverhältnis von ${}^3\text{H}$ zu ${}^3\text{He}$ auf eine relative Unsicherheit von unter 10^{-12} bekannt sein, siehe Abschnitt 2.1. Selbst wenn die PTMS diese geringe Unsicherheit liefern könnte, kann in der Analyse der KATRIN-Daten der Q -Wert nicht als gegebener Eingangsparameter verwendet werden, siehe [OW08, OBW06, BEG⁺11]. Für die direkte Verwendung muss die Spannung U_A , mit der die Elektronen in KATRIN gefiltert werden, genau genug bekannt sein. Diese hängt von schwer kontrollierbaren Parametern wie zum Beispiel den Austrittsarbeiten von Oberflächen ab. KATRIN wird dennoch von einem verbesserten Q -Wert profitieren, da durch die unabhängige Bestimmung des Wertes systematische Effekte bei KATRIN untersucht werden können.

2 Penningfallen, Wärmeausbreitung und Regelungssysteme

Das folgende Kapitel behandelt die Grundlagen der Penningfallen-Massenspektrometrie (PTMS). Im Abschnitt 2.1 wird neben einer allgemeinen Einführung der Bewegung von Ionen in einer Penningfalle auf das Messprinzip von THE-Trap eingegangen. Im Hinblick auf die Unterdrückung von temperaturabhängigen Störeinflüssen auf eine Massenverhältnismessung werden in Abschnitt 2.2 Grundlagen der Wärmeausbreitung dargelegt. Um die Wirkung einer passiven Wärmeisolationsschicht zu erhöhen, muss die zu stabilisierende Temperatur aktiv geregelt werden. Die Grundlagen zur Dimensionierung geeigneter Regelungssysteme werden in Abschnitt 2.3 gelegt.

2.1 Theorie der Penningfalle

F. M. Penning legte in den 30er Jahren des zwanzigsten Jahrhunderts die Grundlagen der heutigen Penningfallen [Pen36], damals jedoch noch ohne Anwendung zur Bestimmung atomarer Massen. In den 60er Jahren wurden Penningfallen maßgeblich von H. G. Dehmelt an der University of Washington in Seattle zur Beobachtung von einzelnen Elektronen entwickelt [WED73, WD75]. H. G. Dehmelt erhielt 1989 zusammen mit W. Paul den Nobelpreis für „die Entwicklung der Ionenfallentechnik“ (Englisches Original: “the development of the ion trap technique”) [Deh90, Pau90]. Allgemein erlaubt eine Penningfalle die Speicherung von geladenen Teilchen, wie zum Beispiel Protonen, Elektronen [FVDS95], deren Antiteilchen [GKH⁺99], sowie nahezu beliebigen Isotope [VDPVLZ06] und Molekülen [RTP04]. Um 1989 gelang es, Frequenzmessungen an einzelnen Ionen durchzuführen [CWB⁺89]. Die damalige Limitierung durch die Wechselwirkung zwischen mehreren Ionen konnte so eliminiert werden. Heute können Massenverhältnisse in Penningfallen mit einer relativen Genauigkeit von etwa 10^{-11} gemessen werden [VDPVLZ06, RTP04]. Einen allgemeinen Überblick über die theoretischen Grundlagen einer Penningfalle findet sich in Ref. [BG86]. Einen Überblick über die Anwendungen der PTMS gibt Ref. [Bla06]. Theoretische Betrachtungen zu den Eigenschaften des Vorgängerexperimentes von THE-Trap können in Ref. [Far95, VL04, Zaf12] nachgelesen werden.

2.1.1 Die ideale Penningfalle

In einer Penningfalle werden Ionen durch statische elektrische und magnetische Felder gespeichert. Eine Kombination der im Folgenden beschriebenen Felder ermöglicht es, von der Bewegung der Ionen auf deren Masse zu schließen. In einem homogenen, zeitlich konstantem Magnetfeld der Stärke B_0 , mit

$$\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z \quad (2.1)$$

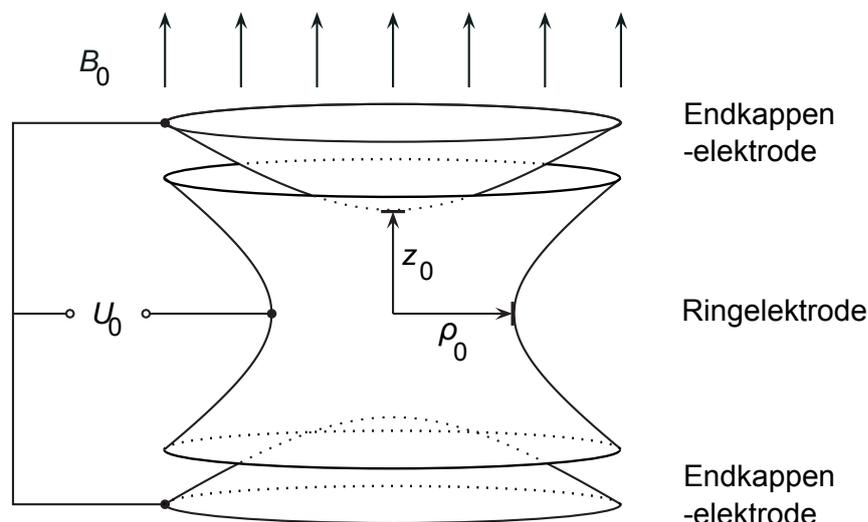


Abbildung 2.1: Hyperbolische Penningfalle in einem homogenen Magnetfeld der Stärke B_0 . Angelegt ist die Spannung U_0 zwischen den Endkappen und dem Ring, um ein elektrisches Quadrupolpotential zu erzeugen. z_0 und ρ_0 beschreiben die Ausdehnung der Falle.

bewegt sich ein Ion mit der Masse m und Ladung $q = n \cdot e$ durch die Lorentzkraft auf einer dazu senkrechten Kreisbahn. e entspricht der Elementarladung. Die Richtung des Magnetfeldes gibt die z -Richtung des Koordinatensystems vor, siehe Abb. 2.1. Die Kreisbahn wird mit der freien Zyklotronfrequenz ν_c umlaufen. Sie ist bestimmt durch

$$\omega_c = 2\pi\nu_c = \frac{q}{m} B_0 . \quad (2.2)$$

Für Rechnungen bietet sich die Kreisfrequenz ω (Einheit $1/s$) an, da im Vergleich zur Frequenz ν (Einheit Hz) der Faktor 2π unterdrückt ist.

Bei der bekannten Ladung q des Ions und einer bekannten Magnetfeldstärke B_0 ist die Messung der Masse des Ions mit Gl. (2.2) durch eine Frequenzmessung von ν_c bestimmt. Von allen Basiseinheiten des internationalen Einheitensystems ist die Zeit beziehungsweise ihr Inverses, die Frequenz, die am genauesten zu messende Größe. Heutzutage können Frequenzen mit einer relativen Stabilität im Bereich von 10^{-15} erzeugt [Ger11] und durch einen Vergleich untereinander gemessen werden. Zur Frequenzerzeugung werden kommerzielle Lösungen angeboten, z.B. der im Rahmen dieser Arbeit verwendete „FTS 1050A“ Quartz-Frequenzstandard, der auf einer Zeitskala von einer Sekunde eine relative Schwankung von unter 10^{-12} aufweist.

Da die Lorentzkraft in einem homogenen Magnetfeld nur auf die zum Feld senkrechte Geschwindigkeitskomponente der Bewegung der Teilchen wirkt, sind diese nur in einer Ebene eingeschlossen. Ein zusätzliches elektrisches Quadrupolpotential Φ_2 sorgt für einen dreidimensionalen Einschluss. Die Fallenelektroden dienen dazu, dieses Potential zu erzeugen. In der nicht idealen Penningfalle hat das Potential vom Quadrupolpotential abweichende Anteile. Zur Unterscheidung dieser Anteile ist an dieser Stelle der Index 2

Tabelle 2.1: Charakteristische Größen bei THE-Trap. Die Größe der Falle ρ_0 und z_0 ist aus Ref. [Pin07] entnommen. Durch thermisches Schrumpfen ist die Fallengröße $d_{4,2\text{K}}$ bei 4,2 K gegeben [Pin07]. Die Stärke des Magnetfeldes B_0 ergibt sich aus einer Messung der freien Zyklotronfrequenz von $^{12}\text{C}^{4+}$, siehe Abschnitt 5.4.

Größe	spezifizierter Wert
ρ_0	2,77 mm
z_0	2,29 mm
d	2,13 mm
$d_{4,2\text{K}}$	2,11 mm
B_0	5,258151 T

benutzt, siehe Abschnitt 2.1.3. Bei THE-Trap sind die Elektroden hyperbolisch geformt. Deren Oberflächen sind den Äquipotentialflächen des elektrischen Quadrupolpotentials nachempfunden. Das Potential kann durch

$$\Phi_2 = \frac{U_0 C_2}{2d^2} \left(z^2 - \frac{x^2 + y^2}{2} \right) \quad (2.3)$$

beschrieben werden. Die Fallenspannung

$$U_0 = U_{\text{End}} - U_{\text{Ring}} \quad (2.4)$$

entspricht der Spannung zwischen den Endkappen U_{End} und der Ringelektrode (kurz Ring) U_{Ring} , siehe Abb. 2.1. Bei THE-Trap liegt der Gleichspannungsanteil von U_{End} auf Masse. Für nicht hyperbolisch geformte Endkappen weicht C_2 von eins ab. Der minimale Abstand des Rings von der Symmetrieachse ist durch ρ_0 gegeben, siehe Abb. 2.1. Die geometrische Größe der Falle ist durch den charakteristischen Fallenparameter d gegeben, mit

$$d^2 = \frac{1}{2} \left(z_0^2 + \frac{\rho_0^2}{2} \right). \quad (2.5)$$

Hierbei ist z_0 der minimale Abstand der Endkappe zum Fallenzentrum. Die charakteristischen Größen der bei THE-Trap verwendeten Penningfalle sind in Tab. 2.1 zu finden.

Durch das elektrische Feld $\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi_2$ erfährt ein Teilchen mit der Geschwindigkeit $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$ die Lorentzkraft

$$\vec{F} = q \left(\vec{E} + \dot{\vec{r}} \times \vec{B} \right). \quad (2.6)$$

Mit dem zweiten Newtonschen Gesetz $\vec{F} = m\ddot{\vec{r}}$ ergeben sich die Bewegungsgleichungen zu

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = \frac{qB_0}{m} \begin{pmatrix} \dot{y} \\ -\dot{x} \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{qU_0 C_2}{2md^2} \begin{pmatrix} x \\ y \\ -z \end{pmatrix}. \quad (2.7)$$

Tabelle 2.2: Eigenfrequenzen bei THE-Trap. Die Fallenspannung U_0 ergibt sich aus der Bedingung $\nu_z = 3,982$ MHz. Durch die Magnetfeldstärke aus Tab. 2.1 ergeben sich mit Gl. (2.2) und Gl. (2.11) die restlichen Frequenzen.

Ionspezies	U_0 in V	ν_z in Hz	ν_- in Hz	ν_+ in Hz	ν_c in Hz
Proton p	29,358	3 982 000	99 025	80 062 474	80 161 499
$^3\text{H}^{1+}$	87,891	3 982 000	299 434	26 477 144	26 776 578
$^3\text{He}^{1+}$	87,890	3 982 000	299 432	26 477 323	26 776 756
$^{12}\text{C}^{4+}$	87,423	3 982 000	297 804	26 622 048	26 919 853
$^{16}\text{O}^{5+}$	93,223	3 982 000	318 055	24 927 044	25 245 098

Aus Gl. (2.7) kann die Bewegung entlang der z -Achse entnommen werden:

$$\ddot{z} + \frac{qU_0C_2}{md^2}z = 0. \quad (2.8)$$

Diese Differentialgleichung (DGL) definiert die axiale Bewegung parallel zu den Magnetfeldlinien. Da die axiale Bewegung dadurch unabhängig vom Magnetfeld ist, kann die DGL separat gelöst werden. Die Gleichung beschreibt eine harmonische Bewegung, die durch den Ansatz $z = A_z \sin(\omega_z t + \varphi_z)$ gelöst werden kann. Dabei sind die Amplitude A_z und die Phase φ_z durch die Anfangsbedingungen vorgegeben. Die axiale Frequenz ν_z ist dabei durch

$$\omega_z = 2\pi\nu_z = \sqrt{\frac{qU_0C_2}{md^2}} \quad (2.9)$$

gegeben. Um ein Ion mit positiver Ladung q zu speichern, muss U_0 ebenfalls positiv sein.

Der verbliebene Anteil von Gl. (2.7) definiert die Bewegung in der Ebene senkrecht zum Magnetfeld:

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} = \frac{qB_0}{m} \begin{pmatrix} \dot{y} \\ -\dot{x} \end{pmatrix} + \frac{qU_0C_2}{2md^2} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$

Die Bewegung ist durch zwei gekoppelte DGLs gegeben, sie wird als radiale Bewegung bezeichnet. Die Abbildung der Gleichungen auf die komplexe Ebene mit $u = x + iy$ reduziert diese auf eine Differentialgleichung mit komplexen Argumenten. Zur Lösung kann der Ansatz $u = e^{-i(\omega t + \varphi)}$ verwendet werden. Mit den Definitionen aus den Gl. (2.2) und Gl. (2.9) werden die Kreisfrequenzen

$$\omega_{\pm} = \frac{1}{2} \left(\omega_c \pm \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_z^2} \right) \quad (2.11)$$

gefunden. Diese sind die reduzierte Zyklotronfrequenz $\nu_+ = \omega_+/(2\pi) \approx \nu_c$ und die Magnetronfrequenz $\nu_- = \omega_-/(2\pi)$. Als charakteristische, in der idealen Falle voneinander unabhängige Frequenzen werden ν_z , ν_- und ν_+ auch als Eigenfrequenzen bezeichnet. Eine Auflistung der für THE-Trap charakteristischen Eigenfrequenzen für verschiedene Ionen ist in Tab. 2.2 gegeben.

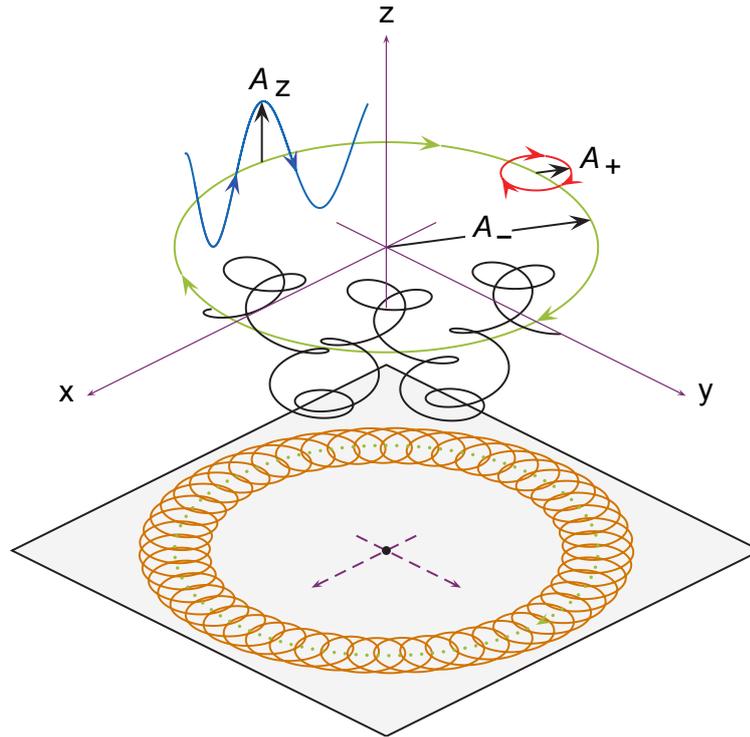


Abbildung 2.2: Bewegung von gespeicherten Ionen in einer Penningfalle. Dargestellt sind die drei Eigenbewegungen: die modifizierte Zyklotronbewegung (rot), die axiale Bewegung (blau), die Magnetronbewegung (grün) und deren Überlagerung (schwarz). In orange ist die Projektion der Bewegungen auf die xy -Ebene eingezeichnet. Mit freundlicher Genehmigung von Jochen Ketter übernommen aus [Ket09].

Der komplexe Exponentialansatz der radialen Bewegung kann mit der Euler'schen Formel $e^{-i\omega t} = \cos(\omega t) - i \sin(\omega t)$ in kartesische Koordinaten zurücktransformiert werden. Aus der Linearität der DGI (2.10) folgt, dass die beiden Lösungen mit beliebigen Amplituden A_+ und A_- überlagert werden können. Die Bewegungstrajektorien ergeben sich zu:

$$x = A_+ \cos(\omega_+ t + \varphi_+) + A_- \cos(\omega_- t + \varphi_-) \quad (2.12)$$

$$y = \underbrace{-A_+ \sin(\omega_+ t + \varphi_+)}_{\text{mod. Zyklotronbew.}} + \underbrace{-A_- \sin(\omega_- t + \varphi_-)}_{\text{Magnetronbew.}} \quad (2.13)$$

$$z = \underbrace{A_z \sin(\omega_z t + \varphi_z)}_{\text{axiale Bew.}} \quad (2.14)$$

Die Magnetronbewegung kann als Driftbewegung gesehen werden, die durch die Überlagerung des elektrischen Potentials mit dem Magnetfeld entsteht. Sie wird auch als $E \times B$ -Drift bezeichnet. Die Überlagerung aller drei Bewegungskomponenten ist in Abb. 2.2 dargestellt.

Tabelle 2.3: Die Energie in der axialen Bewegung ist auf die Umgebungstemperatur von 4,2 K gekühlt. Die radialen Bewegungen werden durch eine Kopplung an die axiale Bewegung gekühlt. Daher sind die Energien der radialen Bewegungen um $E_{\pm} = \pm(\nu_{\pm}/\nu_z)E_z$ skaliert. Entsprechend der Energie ergibt sich die Amplitude der Bewegung nach Gl. (2.15) bis Gl. (2.17).

Ionspezies	Energie in meV			Amplitude in μm		
	E_z	E_+	E_-	A_z	A_+	A_-
Proton p	0,36	7,2	-0,009	10,4	2,3	2,3
$^3\text{H}^{1+}$	0,36	2,4	-0,027	6,1	2,4	2,4
$^3\text{He}^{1+}$	0,36	2,4	-0,027	6,1	2,4	2,4
$^{12}\text{C}^{4+}$	0,36	2,4	-0,027	3,0	1,2	1,2
$^{16}\text{O}^{5+}$	0,36	2,3	-0,029	2,6	1,1	1,1

Die Energie in den Eigenbewegungen ist gegeben durch:

$$E_z = \frac{1}{2}m\omega_z^2 A_z^2 \quad (2.15)$$

$$E_+ = \frac{1}{2}m\omega_+(\omega_+ - \omega_-)A_+^2 \quad (2.16)$$

$$E_- = -\frac{1}{2}m\omega_-(\omega_+ - \omega_-)A_-^2. \quad (2.17)$$

Die Bewegungsamplituden für Ionen in einer kryogenen Umgebung mit einer Temperatur von 4,2 K sind in Tab. 2.3 gegeben. Mit THE-Trap wird nur die axiale Bewegung der gespeicherten Ionen direkt gekühlt. Die radialen Bewegungen werden durch eine Kopplung an die axiale Bewegung indirekt gekühlt, wodurch die Energien der radialen Bewegungen auf $E_{\pm} = \pm\nu_{\pm}/\nu_z \cdot E_z$ reduziert werden können.

Von den Eigenfrequenzen kann mit dem Invarianztheorem [BG82]:

$$\nu_c^2 = \nu_+^2 + \nu_z^2 + \nu_-^2 \quad (2.18)$$

auf die freie Zyklotronfrequenz geschlossen werden. In Ref. [BG82] wurde gezeigt, dass der Zusammenhang zwischen den Frequenzen auch gilt, wenn das elektrische Feld zu dem Magnetfeld verkippt ist. Ebenso behält das Theorem seine Gültigkeit, wenn die Fallenelektroden von der Rotationssymmetrie entlang der z -Achse abweichen.

Durch die quadratische Addition der Frequenzen werden deren Beiträge zu ν_c unterschiedlich gewichtet. In einer Größtfehlerabschätzung ergibt sich die Gesamtunsicherheit aus den drei Eigenfrequenzen zu

$$\frac{\delta\nu_c}{\nu_c} = \left(\frac{\nu_+}{\nu_c}\right)^2 \left|\frac{\delta\nu_+}{\nu_+}\right| + \left(\frac{\nu_z}{\nu_c}\right)^2 \left|\frac{\delta\nu_z}{\nu_z}\right| + \left(\frac{\nu_-}{\nu_c}\right)^2 \left|\frac{\delta\nu_-}{\nu_-}\right|. \quad (2.19)$$

Dabei unterliegen die drei Eigenfrequenzen in einer Penningfalle üblicherweise der Hierarchie

$$\nu_c \cong \nu_+ \gg \nu_z \gg \nu_- . \quad (2.20)$$

Aus Tab. 2.2 sind die bei THE-Trap zu erwarteten Frequenzen für verschiedene Ionen zu entnehmen. Bei THE-Trap ist die axiale Frequenz ν_z über die angelegte Ringspannung auf etwa 4 MHz fest gewählt. Wie in Abschnitt 5.1.2 gezeigt, kann diese bis auf eine statistische Schwankung von $\delta\nu_z \leq 12$ mHz als konstant angesehen werden. Für Ionen mit dem Ladungs-zu-Masseverhältnis von $q/m = \frac{1}{3}e/u$ ergibt sich ein Verhältnis der Frequenzen von 26 : 4 : 0,3. e ist hier die Elementarladung und u die atomare Masseneinheit mit $1 u = \frac{1}{12} \cdot m(^{12}\text{C})$. Die freie Zyklotronfrequenz dieser Ionen soll mit einer relativen Genauigkeit von 10^{-11} bestimmt werden. Entsprechend ergibt sich eine absolute Frequenzbestimmung von $\delta\nu_c < 0,3$ mHz. Die Eigenfrequenzen müssen dazu auf $\delta\nu_+ < 0,3$ mHz, $\delta\nu_z < 2$ mHz und $\delta\nu_- < 30$ mHz bekannt sein, vergleiche Gl. (2.19). Wie in Abschnitt 5.3 erläutert, ist ν_- über Wochen auf $\delta\nu_- < 20$ mHz stabil. Daher muss nur die reduzierte Zyklotronfrequenz ν_+ präzise vermessen werden, da ν_z mit genügender Genauigkeit konstant gehalten wird.

2.1.2 Massendifferenz und Q-Wert

Unter der Annahme eines konstanten Magnetfeldes ist das Massenverhältnis R' zweier Ionen (Index a und b) durch die Messung ihrer freien Zyklotronfrequenzen $\nu_{c,a}$ und $\nu_{c,b}$ in einer Penningfalle direkt beobachtbar. Nach Gl. (2.2) gilt

$$R' = \frac{\omega_{c,b}}{\omega_{c,a}} = \frac{\frac{q_b}{m'_b} B_0}{\frac{q_a}{m'_a} B_0} = \frac{q_b}{q_a} \cdot \frac{m'_a}{m'_b} . \quad (2.21)$$

Dabei ist zu beachten, dass die Massen m'_a und m'_b denen der Ionen entsprechen, gekennzeichnet durch '. Für atomare Massen m_a und m_b müssen die Massen der fehlenden Elektronen m_e und deren Bindungsenergien berücksichtigt werden:

$$m = m' + n \cdot m_e - \frac{1}{c^2} \sum_{i=1}^n E_{B,i} . \quad (2.22)$$

Hierbei entspricht n dem Ladungszustand $q = n \cdot e$ der Ionen. $E_{B,i} > 0$ ist die Bindungsenergie des i -ten Elektrons, welche zum Beispiel aus Ref. [Hay13a] entnommen werden kann.

Über die von A. Einstein gefundene Äquivalenz von Energie und Masse [Ein05] ist die totale Zerfallsenergie, der sogenannte Q -Wert, definiert als die Differenz der Masse des Mutteratoms m_a und des Tochteratoms m_b , multipliziert mit c^2 :

$$Q/c^2 = m_a - m_b = m_b \cdot \left(\frac{m_a}{m_b} - 1 \right) = m_b \cdot (R - 1) . \quad (2.23)$$

Für die relative Unsicherheit des Q -Werts folgt nach Gauß'scher Fehlerfortflanzung:

$$\frac{\delta Q}{Q} = \sqrt{\left(\frac{\delta m_b}{m_b}\right)^2 + \left(\frac{\delta R}{R-1}\right)^2}. \quad (2.24)$$

Das an dieser Stelle verwendete atomare Massenverhältnis $R = m_a/m_b$ ist über Gl. (2.22) auf das mit Penningfallen zugängliche Massenverhältnis der Ionen R' zurückzuführen:

$$R = \frac{m_a}{m_b} = R' \frac{1 + \frac{1}{m_a'} \left(n_a \cdot m_e - \frac{1}{c^2} \sum_{i=1}^{n_a} E_{B,i,a} \right)}{1 + \frac{1}{m_b'} \left(n_b \cdot m_e - \frac{1}{c^2} \sum_{i=1}^{n_b} E_{B,i,b} \right)}. \quad (2.25)$$

Eine Umrechnung zwischen R' und R ist in Ref. [AWW⁺12] angegeben. Für die bei THE-Trap beobachtbaren Ionen ist die Masse eines Elektrons und die Bindungsenergien der Elektronen hinreichend genau bekannt [Hay13a]. Damit ist die Unsicherheit von R allein durch die Unsicherheit von R' bestimmt. Sind zudem die Ladungszustände der Ionen gleich ($n_a = n_b$), so gilt $\delta R \approx \delta R'$.

Das Ziel von THE-Trap ist es, die Unsicherheit der Massendifferenz von ${}^3\text{He}$ (m_b) und ${}^3\text{H}$ (m_a) auf etwa $30 \text{ meV}/c^2$ zu verringern. Dazu wird eine relative Genauigkeit von

$$\frac{\delta Q}{Q} = \frac{0,03 \text{ eV}}{18589,8 \text{ eV}} = 1,6 \cdot 10^{-6} \quad (2.26)$$

benötigt. Der derzeit präziseste Wert für Q lässt sich aus Ref. [NFB⁺06] entnehmen. Aus dieser Referenz können ebenfalls die Massen von ${}^3\text{H}$ und ${}^3\text{He}$ mit einer relativen Genauigkeit von $\frac{\delta m}{m}({}^3\text{H}) = 8 \cdot 10^{-10}$ und $\frac{\delta m}{m}({}^3\text{He}) = 9 \cdot 10^{-10}$ entnommen werden. Somit ist die Unsicherheit der Massendifferenz $\delta Q/Q \approx 10^{-6}$ im Wesentlichen durch Beitrag des Terms $\frac{\delta R}{R-1}$ gegeben. Aufgrund der geringen Massendifferenz zwischen ${}^3\text{H}$ und ${}^3\text{He}$ ergibt sich $R-1 = 6,6 \cdot 10^{-6}$, so dass das Verhältnis R mit einer Genauigkeit von $\delta R = 10^{-11}$ gemessen werden muss.

2.1.3 Die reale Penningfalle

In der Realisierung der Penningfalle kommt es zu verschiedenen Abweichungen von der idealen Penningfalle. Dabei kann die Verkippung der Fallenelektroden gegen das magnetische Feld und die elliptische Abweichung der Elektroden von der Rotationssymmetrie durch die Anwendung des Invarianztheorems (2.18) vernachlässigt werden [BG86]. Nicht zu vernachlässigen sind Abweichungen vom homogenen Magnetfeld und dem elektrischen Quadrupolpotential. Dadurch werden die Eigenfrequenzen der Ionen von der Amplitude der Eigenbewegungen abhängig.

Die Stärke des Magnetfeldes $\vec{B}(r, \vartheta)$ kann durch eine Multipolentwicklung [KEH⁺14b] in Kugelkoordinaten $[r, \vartheta, \varphi]$ mit

$$\vec{B}(r, \vartheta) = \vec{\nabla} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{B_i}{i+1} r^{i+1} P_{i+1}(\cos(\vartheta)) \quad (2.27)$$

beschrieben werden. Mit P_{i+1} werden dabei die Legendrepolynome $(i+1)$ -ter Ordnung bezeichnet. Der Koeffizient B_0 gibt den homogenen Anteil des Magnetfeldes an. Der Einfluss auf die freie Zyklotronfrequenz der Koeffizienten mit ungeraden Index mittelt sich in erster Ordnung über eine Bewegungsperiode heraus [KEH⁺14b]. Im Zusammenhang mit einem nicht spiegelsymmetrischen elektrischen Potential verschiebt sich der Punkt, um den sich die Ionen bewegen. Insbesondere durch den Einfluss des dominanten B_1 -Koeffizienten erfährt das Ion somit eine veränderte Magnetfeldstärke. Die geraden Koeffizienten haben einen direkten Einfluss auf die Frequenzmessung. Die Ionen bewegen sich innerhalb eines kleinen Bereiches, siehe Tab. 2.3. Nach Gl. (2.27) skaliert der Einfluss der $(i+1)$ -ten Magnetfeldkomponenten mit r^i auf das Magnetfeld. Im Rahmen dieser Arbeit werden Beiträge mit höherer Ordnung als B_2 vernachlässigt.

Generell kann das elektrische Potential ebenfalls durch eine Multipolentwicklung beschrieben werden [KEH⁺14b]:

$$\Phi(r, \vartheta) = \frac{U_0}{2} \sum_{i \text{ gerade}} C_i \left(\frac{r}{d}\right)^i P_i(\cos(\vartheta)) . \quad (2.28)$$

Dabei entspricht der Summand in zweiter Ordnung dem in Gl. (2.3) angegebenen Quadrupolpotential. Wie in Abb. 2.3 gezeigt, ist die bei THE-Trap verwendete Falle spiegelsymmetrisch in Bezug auf die xy -Ebene. Bei einer zwischen dem Ring und den Endkappen angelegten Spannung können so ungerade Terme im Potential vernachlässigt werden. Allerdings können sogenannte Oberflächenladungen auf den Fallenelektroden die Symmetrie brechen. Dies sind Ladungen auf der Oberfläche der Elektroden, die sich beispielsweise durch Elektronenbeschuss bilden und aufgrund einer elektrischen Sperrschicht nicht abfließen.

Bei den geraden Koeffizienten spielt C_0 keine physikalisch relevante Rolle, da dessen Auswirkung keinen Beitrag zur Kraft auf die Ionen leistet. Somit ist C_4 die erste relevante Abweichung vom idealen Quadrupolpotential, welches durch C_2 beschrieben wird. Analog zum Magnetfeld nimmt der Einfluss der C_i -Koeffizienten mit steigender Ordnung ab. C_6 und höhere Terme werden in ein effektives C_4 zusammengefasst, siehe [Far95]. Um das elektrische Potential in der Falle beeinflussen zu können, gibt es neben dem Ring und den Endkappen die Korrektorelektroden, siehe Abb. 2.3. Deren Potential kann analog zum Potential der Endkappen zum Ring beschrieben werden. Durch die Überlagerung kann ein effektives C_4 gebildet werden, wodurch es möglich wird, die Ionen in einem lokal harmonischen Potential zu beobachten [VDWED76], siehe auch Abschnitt 5.1.3.

Neben den Einflüssen von B_2 und C_4 hängt die Bewegung der Ionen durch deren relativistische Massenzunahme [Ein05] von der Amplitude ihrer Bewegung ab. Eine allgemeine Beschreibung der aufgrund dieser Einflüsse zu erwartenden Frequenzverschiebungen ist in Ref. [Far95, KEH⁺14b, KEH⁺14a] zu finden. Im Folgenden werden nur die im Rahmen dieser Arbeit notwendigen Frequenzverschiebungen wiedergegeben. Bei der von THE-Trap verwendeten Detektionsmethode von ν_+ und ν_- (Abschnitt 2.1.4) wird die Energien jeweils einer radialen Bewegung angeregt und die daraus resultierende Verschiebung der axialen Frequenz gemessen. Dabei ist die Energie der anderen radialen Bewegung konstant. Die Verschiebungen der axialen Frequenz in Abhängigkeit der Energien der radialen

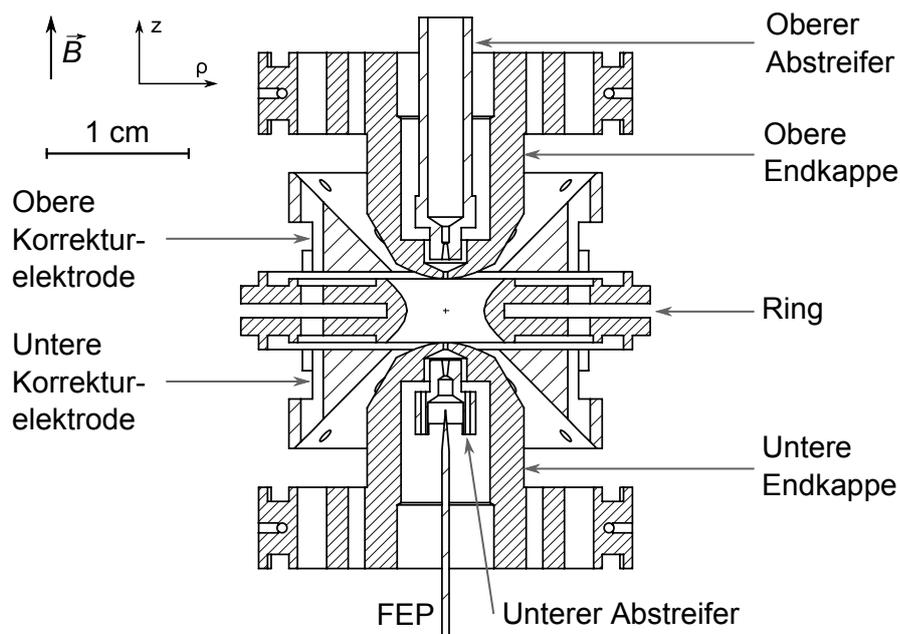


Abbildung 2.3: Schnitt durch die in THE-Trap verwendete Falle. Durch die hyperbolische Form des Rings und der Endkappen wird ein Quadrupolpotential erzeugt. Abweichungen von diesem Potential, etwa durch die endliche Ausdehnung der hyperbolischen Oberflächen, können am Ort der Ionen mit dem Potential der Korrektur Elektroden ausgeglichen werden. Mit Hilfe der Feldemissionsspitze (FEP) wird das Restgas in der Falle durch Elektronenbeschuss ionisiert. Bei einem ausreichend hohen Potential zwischen dem Ring und den Endkappen werden die Ionen gespeichert. Die Abstreifer verringern den Querschnitt des Elektronenstroms und reduzieren so eine Aufladung der Endkappen.

Bewegung sind gegeben durch (Gleichungen aus Ref. [Far95]):

$$\frac{\Delta\omega_z(E_+)}{\omega_z} = \left[\frac{B_2}{m\omega_z^2 B_0} - \frac{1}{2mc^2} - \frac{3C_4}{qU_0} \left(\frac{\omega_z}{\omega_+} \right)^2 \right] E_+ \quad (2.29)$$

und

$$\frac{\Delta\omega_z(E_-)}{\omega_z} = \left[-\frac{B_2}{m\omega_z^2 B_0} + \frac{1}{4mc^2} \left(\frac{\omega_z}{\omega_+} \right)^2 + \frac{6C_4}{qU_0} \right] E_- . \quad (2.30)$$

Während der Detektion von ν_+ beziehungsweise ν_- kommt es zu einer Frequenzverschiebung aufgrund des Energieeintrags in die jeweilige Bewegung. Unter der Bedingung, dass die axiale Frequenz konstant ist (Index „lock“), verschieben sich die radialen Frequenzen

zu [Far95]:

$$\left. \frac{\Delta\omega_+(E_+)}{\omega_+} \right|_{\text{lock}} = \left[-\frac{1}{mc^2} - \frac{3C_4}{2qU_0} \left(\frac{\omega_z}{\omega_+} \right)^4 \right] E_+ \quad (2.31)$$

und

$$\left. \frac{\Delta\omega_-(E_-)}{\omega_-} \right|_{\text{lock}} = \left[-\frac{1}{2mc^2} \left(\frac{\omega_z}{\omega_+} \right)^2 - \frac{6C_4}{qU_0} \right] E_- . \quad (2.32)$$

Dabei ist zu beachten, dass aufgrund der Bedingung der konstanten axialen Frequenz keine Abhängigkeit von der Inhomogenität des Magnetfeldes besteht. Durch eine endliche Energie in der axialen Bewegung, sind die radialen Eigenfrequenzen in einer realen Penningfalle gegenüber den Frequenzen in einer idealen Falle systematisch verschoben. Unter der Bedingung, dass die axiale Frequenz konstant ist, sind die Frequenzverschiebungen der radialen Bewegungen durch [Far95]

$$\left. \frac{\Delta\omega_+(E_z)}{\omega_+} \right|_{\text{lock}} = \left[\frac{B_2}{m\omega_z^2 B_0} - \frac{1}{2mc^2} - \frac{3C_4}{2qU_0} \left(\frac{\omega_z}{\omega_+} \right)^2 \right] E_z \quad (2.33)$$

und

$$\left. \frac{\Delta\omega_-(E_z)}{\omega_-} \right|_{\text{lock}} = \left[-\frac{B_2}{m\omega_z^2 B_0} + \frac{3}{4mc^2} + \frac{3C_4}{qU_0} \right] E_z \quad (2.34)$$

gegeben.

Eine weitere systematische Frequenzverschiebung der radialen Bewegungen resultiert aus der Bildladung der Ionen auf den Elektroden [VDMFS89]. Diese Bildladung verändert das elektrische Potential am Ort der Ionen. Die Verschiebung wurde in dem Vorgängerexperiment in der Arbeitsgruppe um Van Dyck, Jr. [VDPVLZ06] vermessen. Sie hängt von der Geometrie der Falle, der Ladung des gespeicherten Ions sowie dem Reziproken der Stärke des Magnetfeldes ab. Da die damals verwendete Falle mit der hier verwendeten Falle baugleich ist, kann die gemessene Bildladungsverschiebung (Englisch: image charge shift) von $(2,23 \pm 0,09)$ mHz pro Ladungszahl n näherungsweise weiter verwendet werden. Dabei ist n die Ladungszahl des betrachteten Ions mit der Ladung $q = ne$. Durch das damals um den Faktor 1,125 höhere Magnetfeld muss die Verschiebung auf $\Delta\nu_i = (2,51 \pm 0,10)$ mHz pro Ladungszahl bei der Verwendung mit THE-Trap skaliert werden. Für die Berechnung der freien Zyklotronfrequenz ν_c , siehe Gl. (2.18), ist diese Verschiebung zu der gemessenen reduzierten Zyklotronfrequenz ν_+ zu addieren, während sie von der gemessenen Magnetronfrequenz ν_- zu subtrahieren ist [VDMFS89].

2.1.4 Frequenzmessung bei THE-Trap

Nur die axiale Frequenz $\nu_z = \omega_z/(2\pi)$ kann mit THE-Trap direkt gemessen werden. Die bewegte Ladung des gespeicherten Ions erzeugt einen Spiegelstrom, der durch die Endkappen in eine Spule fließt. Diese verbindet beide Endkappen. Die Endkappen und die Spule bilden einen LC-Schwingkreis. Der effektive Parallelwiderstand des Schwingkreises ist

$$R = Q\omega_s L = \frac{Q}{\omega_s C} . \quad (2.35)$$

Dabei stellt ω_s die Resonanzfrequenz der Schwingung dar. $Q = \omega_s/\Delta\omega_s$ ist der Gütefaktor des Schwingkreises bei einer Breite von $\Delta\omega_s$ bei einem Abfall auf $1/\sqrt{2}$ der Rauschresonanz. Ist das Ion in Resonanz mit dem Schwingkreis, gilt also $\omega_s \approx \omega_z$, so wird die axiale Bewegung mit der Abklingkonstante

$$\gamma_z = \frac{R}{m} \left(\frac{q\kappa}{2z_0} \right)^2 \quad (2.36)$$

gedämpft. Die Konstante κ ist durch die Geometrie der Falle gegeben und spiegelt die Abweichung zum idealen Plattenkondensator wider. Für hyperbolische Penningfallen gilt $\kappa \approx 0,8$ [Gab83]. Eine numerische Simulation konnte diese generelle Aussage für die Fallen von THE-Trap mit $\kappa \approx 0,76$ bestätigen [Sch11]. Um die axiale Bewegung zu erhalten und um das Ion auf eine Frequenz zu arretieren, wird eine feste Radiofrequenz von $\nu_{\text{rf}} = \frac{\omega_{\text{rf}}}{2\pi} \approx 4$ MHz nahe der natürlichen axialen Frequenz des Ions $\nu_{z0} = \frac{\omega_{z0}}{2\pi}$ eingestrahlt. Bei einer gegebenen Amplitude der Radiofrequenz wird die Kraft $F = F_0 \sin(\omega_{\text{rf}}t)$ auf das Ion ausgeübt. Die Bewegung des Ions kann als gedämpfter getriebener harmonischer Oszillator beschrieben werden:

$$\ddot{z} + 2\gamma_z \dot{z} + \omega_{z0}^2 z = \frac{F_0}{m} \sin(\omega_{\text{rf}}t) . \quad (2.37)$$

Zur Lösung der Gleichung siehe beispielsweise Ref. [LL76]. Für den stationären Fall, nach dem Einschwingvorgang, folgen für einen Ansatz $z = A \cos(\omega_{\text{rf}}t + \varphi)$ die Bedingungen:

$$\varphi = \arctan \left(\frac{\omega_{z0}^2 - \omega_{\text{rf}}^2}{2\gamma_z \omega_{\text{rf}}} \right) \quad (2.38)$$

und

$$A = - \frac{F_0/m}{\sqrt{(2\gamma_z \omega_{\text{rf}})^2 + (\omega_{z0}^2 - \omega_{\text{rf}}^2)^2}} . \quad (2.39)$$

Bei

$$\omega_{\text{rf}} = \sqrt{\omega_{z0}^2 - 2\gamma_z^2} =: \omega_{\text{res}} \quad (2.40)$$

ist die Anregung in Resonanz mit der natürlichen axialen Bewegung des Ions, so dass die Amplitude der Bewegung maximal wird. Wenn die Radiofrequenz mit der natürlichen axialen Frequenz übereinstimmt $\omega_{z0} = \omega_{\text{rf}}$, ist die Phase $\varphi = 0$. Für $\omega_{z0} < \omega_{\text{rf}}$ gilt $\varphi < 0$ und umgekehrt. Bei THE-Trap wird die Phase φ zwischen der Anregung und der Schwingung des Ions kontinuierlich gemessen. Die Integration dieser gemessenen Phase wird bei THE-Trap *Fehlersignal* genannt. Dieses gibt an, ob ω_{z0} erhöht oder erniedrigt werden muss, um die Resonanzbedingung zu erfüllen. Das Fehlersignal wird dazu verwendet, um die Ringspannung soweit anzupassen, dass die Resonanzbedingung erfüllt ist.

Die Frequenzen der radialen Bewegungen können mit THE-Trap nicht direkt gemessen werden. Zur indirekten Messung werden die Anharmonizitäten (siehe Gl. (2.29) und Gl. (2.30)) der Falle ausgenutzt. Es besteht eine Kopplung zwischen den radialen Bewe-

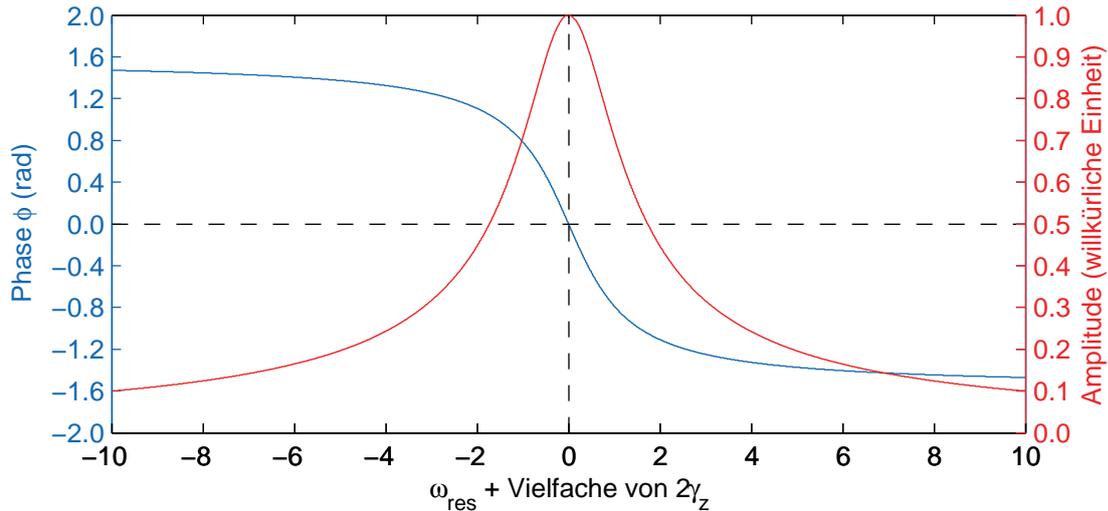


Abbildung 2.4: Phasen- und Amplitudenverhalten des gedämpften und getriebenen harmonischen Oszillators um die Zentrumsfrequenz $\omega_{\text{res}} = \sqrt{\omega_{z0}^2 - 2\gamma_z^2}$. Bei $\omega_{z0} = \omega_{\text{rf}}$ besteht ein Vorzeichenwechsel der Phase, welcher zur Frequenzarretierung genutzt wird.

gungen und der axialen Bewegung. Um die Frequenz der radialen Bewegungen zu messen, wird mit einer Radiofrequenz ν_{rf} ein Bereich um die zu messende Frequenz ν_+ oder ν_- abgetastet. Wenn ν_{rf} mit der zu messenden radialen Frequenz ν_{\pm} übereinstimmt, wird Energie in die radiale Bewegung transferiert. Die Erhöhung der Energie in der Bewegung würde bei einem freien Ion die axiale Frequenz ν_{z0} verändern (siehe Gl. (2.29) und Gl. (2.30)). Gemäß Gl. (2.38) verändert sich dadurch die Phase zwischen der axialen Anregungsfrequenz und dem Signal der Ionen. Die axiale Frequenzarretierung sorgt dafür, dass diese Phasendifferenz minimiert wird, indem das Fehlersignal und darüber die Ringspannung angepasst wird. Eine Abhandlung über den theoretisch zu erwartenden Verlauf des Fehlersignals ist in Ref. [Höc14] zu finden. Vereinfacht kann der Verlauf mit drei Geraden ausgedrückt werden: Als Funktion von ν_{rf} ist das Fehlersignal konstant, solange diese nicht mit einer der radialen Frequenzen übereinstimmt. Solange Energie in die radiale Bewegung transferiert wird, ändert sich das Fehlersignal. Sobald dieser Energietransfer abgeschlossen ist, ist der Verlauf wieder konstant. Der theoretisch zu erwartende Signalverlauf zeigt darüber hinaus eine Schwebung, die die Differenzfrequenz zwischen der reduzierten Zyklotronfrequenz ν_+ und der Radiofrequenzanregung ν_{rf} aufweist. Die Steigung des idealisierten Signalverlaufs ist gleich der maximalen Steigung des theoretisch zu erwartenden Verlaufs. Dabei ist $\nu_{\text{rf},i}$ die Frequenz, ab der sich das Fehlersignal im idealisierten Verlauf beginnt zu verändern, siehe Abb. 2.5. Aufgrund der nicht-resonanten Anregung ist $\nu_{\text{rf},i}$ erreicht, bevor die Radiofrequenz die radiale Frequenz überstreicht. Dadurch resultiert eine systematische Verschiebung der ermittelten radialen Frequenz zu ν_{\pm} , falls die Abtastung nur in eine Richtung (von niedrigeren zu höheren Frequenzen „hoch“, $i = h$, oder umgekehrt „runter“, $i = r$, stattfindet). Bei einer Hochabtastung folgt, $\nu_{\pm} > \nu_{\text{rf},h}$, während bei einer Runterabtastung es umgekehrt ist und $\nu_{\pm} < \nu_{\text{rf},r}$ gilt. Wird mit ν_{rf} die zu messende Frequenz nach-

einander in beiden Richtungen abgetastet, so wird ν_{\pm} eingeklammert. In der einfachen Beschreibung des Fehlersignals wird die Zentrumsfrequenz der beiden Abtastungen mit der zu messenden radialen Frequenz identifiziert und es gilt $\nu_{\pm} \approx \nu_{\text{zent}} = (\nu_{\text{rf,h}} + \nu_{\text{rf,r}})/2$. Der Abstand der Frequenzen ist ein Maß für die Unsicherheit der bestimmten radialen Frequenz mit $\delta\nu_{\pm} = (\nu_{\text{rf,r}} - \nu_{\text{rf,h}})/2$.

Die Messmethode wird im Folgenden an Hand der Bestimmung von ν_{+} näher verdeutlicht. Während des Energietransfers in die modifizierte Zyklotronbewegung ändert sich deren Frequenz gemäß Gl. (2.31). Zur Veranschaulichung wird die momentane reduzierte Zyklotronfrequenz

$$\nu_{+,m}(E_{+}) = \nu_{+,0} + \Delta\nu_{+}(E_{+})|_{\text{lock}} = \nu_{+,0} + \left[-\frac{1}{mc^2} - \frac{3C_4}{2qU_0} \left(\frac{\nu_z}{\nu_{+}} \right)^4 \right] \nu_{+} E_{+} \quad (2.41)$$

in Abhängigkeit von der Energie der Eigenbewegung E_{+} eingeführt. $\nu_{+,0}$ bezeichnet die reduzierte Zyklotronfrequenz für den Grenzfall einer verschwindenden Amplitude der modifizierten Zyklotronbewegung. Wird die elektrische Anharmonizität minimiert ($C_4 \approx 0$), so ist die Frequenzverschiebung alleinig von der relativistischen Massenzunahme abhängig. Mit zunehmender Energie in der Bewegung verringert sich $\nu_{+,m}$. Wird die Radiofrequenz also von hohen zu niedrigen Frequenzen abgetastet, so verringert sich ν_{+} , solange die Frequenzen übereinstimmen. Über die gesamte Zeit wird Energie in die Bewegung transferiert. Wird die Radiofrequenz von niedrigeren Frequenzen zu hohen abgetastet, so besteht die Übereinstimmung von ν_{rf} und $\nu_{+,m}$ für eine kürzere Zeit als bei der entgegengesetzten Abtastung. Entsprechend wird weniger Energie transferiert.

Durch eine nicht-resonante Anregung der modifizierten Zyklotronbewegung mit ν_{rf} wird beim Runterabtasten so viel Energie in die Bewegung transferiert, dass $\nu_{+,m}$ sich verringert und so vor der Abtastfrequenz hergeschoben wird. $\nu_{+,m}$ stimmt damit nie exakt mit der Abtastfrequenz überein. Da auch beim Hochabtasten der Energietransfer in die modifizierte Zyklotronbewegung eine Verringerung von $\nu_{+,m}$ bedeutet, stimmt die Abtastfrequenz kurzzeitig exakt mit $\nu_{+,m}$ überein. Dies führt dazu, dass die Energietransfer beim Hochabtasten schneller passiert als beim Runterabtasten. Entsprechend sind die Anstiege der entsprechenden Fehlersignale unterschiedlich. Da die beiden Messungen somit nicht spiegelsymmetrisch zur Zentrumsfrequenz sind, siehe Abb. 2.6 links, befindet sich die tatsächliche reduzierte Zyklotronfrequenz ν_{+} nicht im Zentrum bei ν_{zent} .

Dieser Asymmetrie kann entgegengewirkt werden, indem die elektrischen Eigenschaften der Falle angepasst werden. Wird der C_4 -Koeffizient so eingestellt, dass dessen Effekt gerade die relativistische Verschiebung kompensiert, siehe Gl. (2.31), so ist die reduzierte Zyklotronfrequenz nicht mehr abhängig von der Energie in der modifizierten Zyklotronbewegung:

$$\nu_{+,m} = \nu_{+,0} = \text{konstant} . \quad (2.42)$$

Hierdurch werden die Abtastungen symmetrisch zueinander, siehe Abb. 2.6 rechts. Der Nachteil dieser künstlich erzeugten elektrischen Anharmonizität ist, dass die reduzierte Zyklotronfrequenz durch den Beitrag von C_4 stark durch die Energie der axialen Bewegung

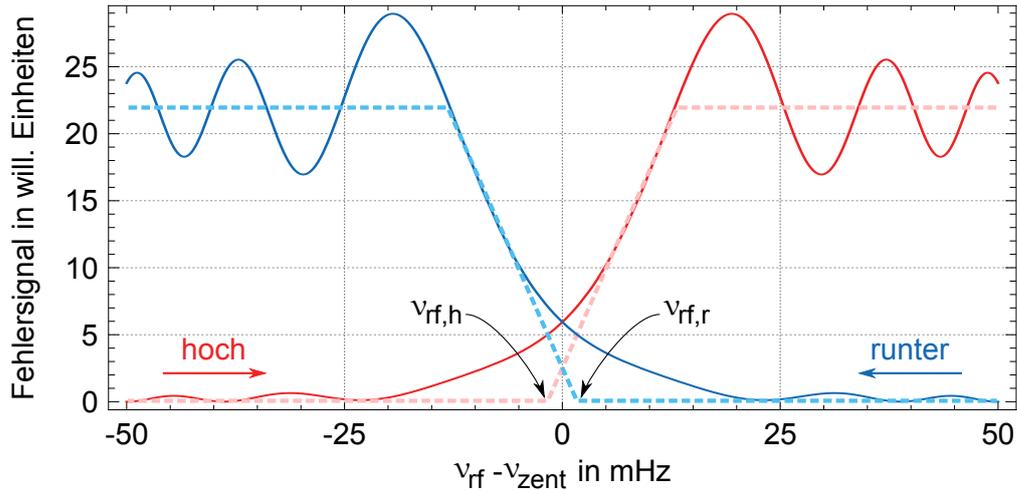


Abbildung 2.5: Prinzip der Abtastung der reduzierten Zyklotronfrequenz ν_+ . Diese liegt zwischen den Frequenzen $\nu_{rf,h}$ und $\nu_{rf,r}$. Das theoretisch zu erwartende Fehlersignal (durchgezogene Linie) wurde mit einer Frequenz von $\nu_+ = \nu_{zent} = 26$ MHz und einer Abtastrate von $0,5$ MHz/s berechnet. Die Anfangsamplitude der modifizierten Zyklotronbewegung wurde auf Null gesetzt. Der langsame Anstieg des Fehlersignals ab etwa 20 MHz, bevor ν_{rf} die reduzierte Zyklotronfrequenz erreicht, ist durch die Anfangsparameter bestimmt. Die Steigung nach dem Überstreichen der Frequenz und damit $\nu_{rf,h}$ und $\nu_{rf,r}$ ist in erster Näherung unabhängig von den Anfangsparametern. Der Anharmonizitätsparameter C_4 ist hier so gewählt, dass $\nu_{+,m}$ keine Funktion der Energie der modifizierten Zyklotronbewegung ist.

verschoben ist, siehe Gl. (2.33). Diese Verschiebung kann gemessen und daher korrigiert werden, siehe Abschnitt 5.2.

Wie ν_+ wird auch ν_- über die Kopplung zur axialen Bewegung gemessen. Prinzipiell ist es allerdings nicht möglich, das elektrische Potential der Penningfalle so einzustellen, dass gleichzeitig die beiden radialen Frequenzen nicht mehr von der Energie ihrer jeweiligen Eigenbewegungen abhängen, siehe Gl. (2.31) und Gl. (2.32). Im Gegensatz zur Bestimmung von ν_+ wird ν_- über die Summenfrequenz $\nu_s = \nu_z + \nu_-$ gemessen. Durch die Anregung des Ions mit ν_s wird Energie zwischen der axialen und der Magnetronbewegung ausgetauscht. Analog zur Bestimmung der reduzierten Zyklotronfrequenz wird die Radiofrequenz in beiden Richtungen abgetastet, um die tatsächliche Summenfrequenz einzugrenzen. Um eine Genauigkeit von $\delta\nu_c/\nu_c \approx \delta\nu_+/\nu_+ \approx 10^{-11}$ zu gewährleisten, muss die Magnetronfrequenz auf 30 MHz und die reduzierte Zyklotronfrequenz auf $0,26$ MHz bekannt sein, vergleiche Gl. (2.19). Wie in Abschnitt 5.1 gezeigt wird, kann die Magnetronfrequenz mit $\delta\nu_- = 20$ MHz leicht auf die oben beschriebene Weise bestimmt werden.

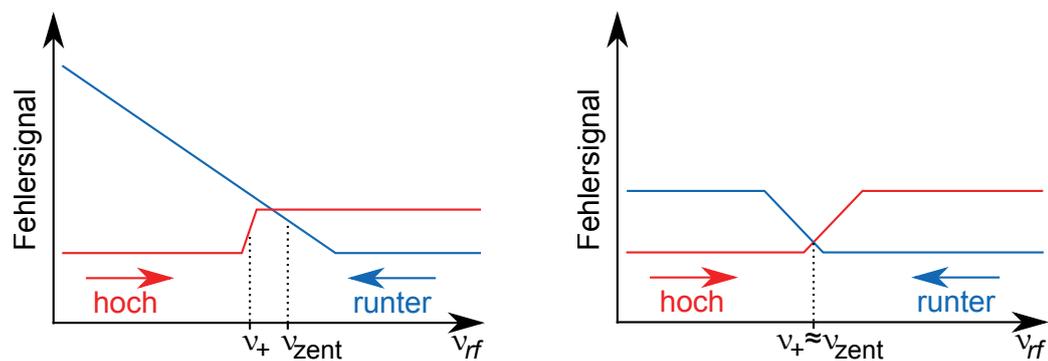


Abbildung 2.6: Abtastung der reduzierten Zyklotronfrequenz ν_+ . Links: Die elektrische Anharmonizität C_4 wurde minimiert. Die beiden Abtastungen sind nicht spiegelsymmetrisch zueinander, somit gilt insbesondere $\nu_+ \neq \nu_{zent}$. Rechts: Der Effekt des C_4 kompensiert die relativistische Frequenzverschiebung der reduzierten Zyklotronfrequenz, Gl. (2.31). Die Abtastungen sind symmetrisch. ν_+ ist im Vergleich zu links genauer durch ν_{zent} definiert.

2.2 Wärmeausbreitung

Die Ziele bei THE-Trap erfordern es, dass an verschiedenen Stellen eine Temperatur konstant gehalten werden muss. Die an vielfältigen Stellen in dem experimentellen Aufbau von THE-Trap verwendeten Aufbauten zur Temperaturstabilisierung umschließen den zu stabilisierenden Bereich typischerweise mit einem Metallkern aus Aluminium und einer Isolationsschicht aus Styrofoam™, siehe Abb. 2.7. Ein zentrales Element von THE-Trap ist eine Druckreferenz, die nach diesem Prinzip die Temperatur des eingeschlossenen Gases konstant hält, siehe Abschnitt 3.1.5.

Zur Beschreibung der thermischen Eigenschaften eines Aufbaus zur Temperaturstabilisierung müssen drei grundlegende Mechanismen des Wärmeübertrages berücksichtigt werden. Bei der *thermischen Konvektion* in Flüssigkeiten und Gasen sorgen Dichtegradienten, hervorgerufen durch Temperaturgradienten, für einen Austausch von Material. Die dichteren Bereiche fallen unter dem Einfluss der Gravitation nach unten. Der Wärmeübertrag kann aufgrund der in dem Material gespeicherten Energie deutlich höher sein als bei den anderen Mechanismen. Besteht ein Temperaturunterschied zwischen der Temperatur in dem zu stabilisierenden Bereich und der umgebenden Luft, so entsteht an der Grenzfläche Konvektion. Die Luft wird durch die Außenfläche aufgewärmt und steigt aufgrund der dadurch reduzierten Dichte nach oben. Oberhalb des Gerätes kühlt sie wieder ab und fällt nach unten. Es ergibt sich ein geschlossener Materiefluss, siehe Abb. 2.7. Bei geringen Temperaturdifferenzen zwischen der Außenwand und der umgebenden Luft bilden sich laminare Strömungen aus. Wird die Differenz größer, so können sich turbulente Strömungen ausbilden.

Eine weitere Übertragungsform von Wärme ist die *Wärmestrahlung*. Nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz [Bol84] ist ausgehend von einem idealen Schwarzkörperstrahler der

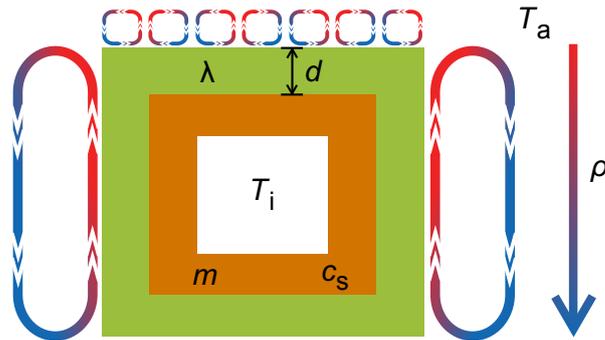


Abbildung 2.7: Schema des Aufbaus zur Temperaturstabilisierung. Der innerste Bereich mit der Temperatur T_i soll temperaturstabilisiert werden. Dazu ist dieser von einem Metallkern (orange) mit der Masse m und der spezifischen Wärmekapazität c_s umgeben. Dieser ist mit einer Isolationsschicht (grün) der Dicke d und der Wärmeleitfähigkeit λ umgeben. Falls sich T_i von der Außentemperatur T_a unterscheidet, kann sich Konvektion ausbilden. Dabei wärmt sich die umgebene Luft auf und steigt aufgrund der geringen Dichte nach oben. Wird die Luft nicht mehr aufgewärmt, kühlt sie sich ab und sinkt wieder nach unten. Dadurch bildet sich ein Dichteprofil ρ .

abgestrahlte Wärmestrom \dot{Q} von der Fläche A bei einer Temperatur T gegeben durch

$$\dot{Q} = \sigma AT^4, \quad (2.43)$$

wobei die Stefan-Boltzmann-Konstante $\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15h^3 c^2} \approx 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$ beträgt. Diese setzt sich aus der Boltzmannkonstanten k_B , der Lichtgeschwindigkeit c und dem Planck'schen Wirkungsquantum h zusammen. In Festkörpern spielt die Wärmestrahlung keine Rolle. Zu beachten ist, dass ein Körper analog zur Emission von Wärmestrahlung auch Wärmestrahlung der Umgebung absorbiert.

Die dritte Übertragungsform ist die *Konduktion* (Wärmeleitung). Wie bei der Wärmestrahlung wird hierbei die Wärme ohne einen Stofftransport übertragen. Ausgehend von einem Wärmereservoir mit der Temperatur T_i und einem weiteren Wärmereservoir der Temperatur T_a , die durch eine wärmeleitende Schicht mit Leitfähigkeit λ , Dicke d und Oberfläche A verbunden sind, beschreibt das Fourier'sche Gesetz

$$\dot{Q} = \frac{\lambda A}{d}(T_i - T_a) \quad (2.44)$$

ein Modell zur Beschreibung des Wärmestroms \dot{Q} zwischen den beiden Wärmereservoirs. Da die bei THE-Trap verwendeten Isolationsschichten häufig in einer zylindrischen Form mit der Höhe h , Innenradius r_i und Außenradius r_a verwendet werden, ist aus Gl. (2.44) der Wärmestrom

$$\dot{Q} = 2\pi h \lambda \frac{T_i - T_a}{\ln(r_a/r_i)} \quad (2.45)$$

für diese Geometrie hergeleitet. Eine Wärmeänderung an den Deckelenden ist dabei ver-

Tabelle 2.4: Eigenschaften der Materialien, die bei THE-Trap für Aufbauten zur Temperaturstabilisierung verwendet werden. Aufgelistet sind die Dichte ρ , die spezifische Wärmekapazität c_s und die Wärmeleitfähigkeit λ .

Material	ρ in kg/m ³	c_s in J/(kg · K)	λ in W/(m · K)
Luft, isochor @ 300 K [Hay13d]	1,161	718,1	0,02638
Luft, isobar @ 300 K [Hay13d]	1,161	1000,7	0,02638
Reines Alu [Hay13c]	2700	897	237
Reines Kupfer [Hay13c]	8960	385	401
Styrofoam™ [GW82, DoW]	33	1214	0,033

nachlässigt. Der Bereich im Inneren des Hohlzylinders hat die Temperatur T_i und die Umgebung hat die Temperatur T_a . Die Wärmeleitfähigkeiten verschiedener Materialien sind in Tab. 2.4 zu finden. Bei Gasen und Flüssigkeiten ist zu beachten, dass die Konvektion üblicherweise einen um Größenordnungen höheren Wärmetransfer als die Konduktion ermöglicht.

Um das Verhalten der zur Temperaturstabilisierung verwendeten Aufbauten zu beschreiben, wird neben dem Wärmeübertrag die spezifische Wärmekapazität

$$c_s = \frac{Q}{m\Delta T} \quad (2.46)$$

definiert. Diese Größe ist eine Eigenschaft des Materials. Sie gibt an, wie viel Energie Q benötigt wird, um die Temperatur eines Körpers mit der Masse m um ΔT zu verändern. Typische Werte liegen in der Größenordnung von einem J/g·K. Eine Auflistung der Eigenschaften der bei THE-Trap in Aufbauten zur Temperaturstabilisierung verwendeten Materialien ist in Tab. 2.4 zu finden.

Größtenteils werden bei THE-Trap Temperaturen passiv stabilisiert. Dabei bedeutet *passiv*, dass keine elektronisch geregelte Wärmezufuhr benutzt wird. Der zu stabilisierende Bereich wird bei einer passiven Temperaturstabilisierung von einem Metallkern umgeben, um eine hohe Wärmekapazität zu erreichen. Um das Gewicht des Kerns gering zu halten, wird bei THE-Trap Aluminium mit einer hohen spezifischen Wärmekapazität verwendet. Um den Wärmeübertrag vom äußeren, nicht stabilisierten, Bereich zu minimieren, wird um den Metallkern eine schlecht wärmeleitende Isolationsschicht gelegt. Diese besteht üblicherweise aus Styrofoam™. Falls ein Bauteil im temperaturstabilisierten Bereich eine Verlustleistung aufweist, ist bei der Wahl der Dicke der Isolationsschicht zu beachten, dass der Wärmetransfer an die umgebene Luft vermindert wird, und sich das Bauteil entsprechend aufheizt, siehe Gl. (2.44). Um den Temperaturgradienten in dem zu stabilisierenden Bereich zu minimieren, sollten die Schichten (Wärmekapazität, Isolationsschicht) kaskadiert werden. Eine Beschreibung des Aufbaus einer Temperaturstabilisierung findet sich in [MDCG09].

Um eine analytische Abschätzung des Temperaturverhaltens für das Modell aus Abb. 2.7 zu erhalten, werden folgende Vereinfachungen gemacht:

- Die Isolationsschicht wird durch eine Dicke d und einer Oberfläche A beschrieben.

- Die Oberflächentemperatur des Aufbaus entspricht der Außentemperatur T_a .
- Die Wärmekapazität der Isolationsschicht wird vernachlässigt.
- Die Wärmeleitfähigkeit der Isolationsschicht sorgt für ein Temperaturgefälle $T_a - T_i$ entlang der Schichtdicke d .
- Die Wärmekapazität des Metallkerns beträgt c_s .
- Die Wärmeleitfähigkeit des Kerns ist so hoch, dass in ihm kein Wärmegradient entsteht.

Unter der Annahme, dass der Aufbau sich zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ zunächst im Gleichgewicht mit $T_a(0) = T_i(0)$ befindet, wird die äußere Temperatur T_a sprunghaft um ΔT_a verändert. Die Temperaturänderung ΔT_i im Inneren des Aufbaus entspricht der Temperaturänderung des Metallkerns, siehe Gl. (2.46). Die dazu benötigte Energie Q wird von dem Wärmefluss \dot{Q} durch die Isolationsschicht über die Zeit δt bereitgestellt, siehe Gl. (2.44). Es folgt für den Temperaturanstieg im Inneren:

$$\frac{\Delta T_i}{\delta t} = \dot{Q} \frac{1}{c_s m} = \frac{\lambda A}{c_s m \cdot d} (\Delta T_a + T_a(0) - T_i(0)) = \frac{\lambda A}{c_s m \cdot d} (\Delta T_a). \quad (2.47)$$

Durch Integration und der Vereinfachung:

$$k = c_s m \frac{\delta T_a}{\dot{Q}} = \frac{c_s m \cdot d}{\lambda A} \quad (2.48)$$

wird die Abhängigkeit

$$T_i(t) = T_i(0) + \Delta T_a \left(1 - e^{-\frac{t}{k}}\right) \quad (2.49)$$

erhalten. k entspricht dabei der Zeit, auf der sich die innere Temperatur T_i auf $\left(1 - \frac{1}{e}\right)$ der äußeren T_a angeglichen hat, siehe Abb. 2.8.

Die charakteristische Zeitkonstante k lässt qualitative Rückschlüsse auf das Temperaturverhalten im Inneren einer Temperaturstabilisierung zu. Findet eine Änderung der äußeren Temperatur auf einer größeren Zeitskala als k statt, so folgt die innere Temperatur der äußeren. Je geringer die Zeitskala ist, auf der sich die äußere Temperatur verändert, desto weniger kann die innere Temperatur folgen. Äußere Temperaturfluktuationen auf der Zeitskala von k werden mit $\left(1 - \frac{1}{e}\right)$ ins Innere unterdrückt übertragen. Damit gilt die Faustformel: Je größer die Masse m des Metallkerns und je dicker die Isolationsschicht, desto weniger kann die innere Temperatur der äußeren folgen. Ist eine Temperaturstabilisierung auf einer größeren Zeitskala als k notwendig, muss die Temperatur aktiv geregelt werden.

Aktive Regelung bedeutet in diesem Fall, dass die Wärmezufuhr in den temperaturstabilisierten Bereich von elektronischen Komponenten geregelt wird. Hat das zu stabilisierende Bauteil nur eine geringe Verlustleistung und ist es zum Betrieb oberhalb der Raumtemperatur geeignet, so reicht für die Wärmezufuhr typischerweise ein Heizdraht. Bei den in THE-Trap verwendeten Aufbauten ist dieser unter einer thermischen Isolationsschicht um

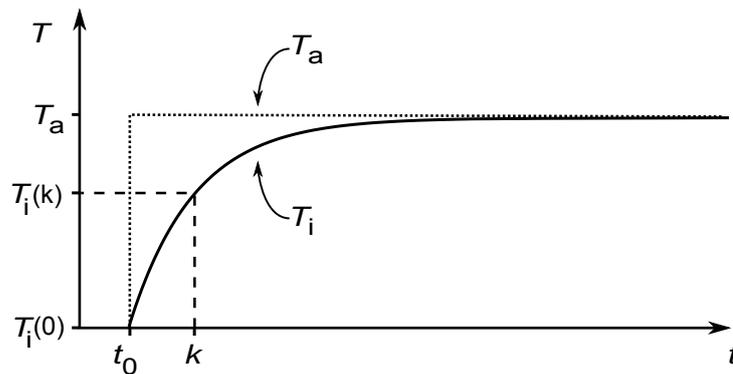


Abbildung 2.8: Schematische Darstellung des Temperaturverlaufs T_i im Inneren einer Apparatur zur Temperaturstabilisierung. Zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ ist die innere Temperatur $T_i(0)$ gleich der äußeren $T_a(0)$. Diese wird sprunghaft um ΔT_a auf T_a verändert. k gibt die Zeitskala an, auf der die innere Temperatur der äußeren folgt.

den Metallkern gewickelt. Durch die Heizleistung des Drahtes wärmt sich der Metallkern auf. Nach Gl. (2.44) entsteht ein Wärmestrom von dem Kern durch die Isolationsschicht in die Umgebung. Die Temperatur im Inneren des Metallkerns ist konstant, wenn die zugeführte Leistung des Heizdrahts gleich dem abgeführten Wärmestrom ist.

2.3 Regelungssysteme

Für die im letzten Abschnitt beschriebene aktive Temperaturstabilisierung ist es notwendig, die Heizleistung abhängig von der Umgebungstemperatur zu regeln. Der folgende Abschnitt erläutert ein allgemeines Modell eines Reglers, welches verwendet wird, um etwa die Temperatur zu regeln. Dabei sind die Grundlagen allgemein formuliert, so dass sie sich auch auf andere Regelungssysteme anwenden lassen.

2.3.1 Modell eines linearen Reglers

Abbildung 2.9 stellt ein Modell eines Regelungssystems dar. Dabei ist die Aufgabe einer Regelung einen Zustand x , dem *Istwert*, gleich einer Vorgabe w , dem *Sollwert*, konstant zu halten. Dazu wirkt der Regler mit der *Stellgröße* y auf das System, beschrieben durch eine Regelstrecke, ein. Der Istwert kann dabei durch eine *Störung* z beeinflusst werden. Um den Istwert konstant zu halten, muss dieser dem Regler in Form der Differenz zum Sollwert $x_d = w - x$ durch Rückkopplung zugeführt werden. Kann die Störung vernachlässigt werden und soll der Istwert dem Sollwert nur folgen, so ist diese Rückkopplung nicht notwendig. Es wird hier von einer offenen Regelung gesprochen. Implizit wird angenommen, dass alle oben aufgeführten Größen zeitabhängig sind. Ein Überblick über Regelungssysteme und deren Implementierung in MATLAB® ist in Ref. [LW12] zu finden.

Dieses allgemeine Modell wird im Folgenden anhand einer Regelung von einer Temperatur beispielhaft verdeutlicht. Soll die Temperatur eines Gerätes (Istwert) oberhalb der

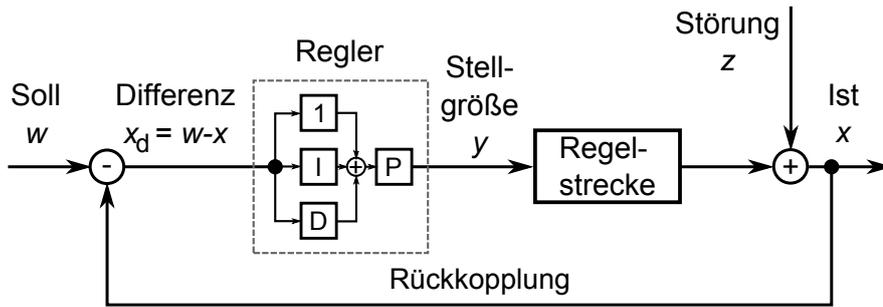


Abbildung 2.9: Schematische Darstellung einer Regelung, die auf einer Regelstrecke einwirkt. Der Istwert x wird auf den Sollwert w durch Einstellen der Stellgröße y konstant gehalten. Bei einer Änderung des Sollwertes wird der Istwert nachgeführt. Der Aufbau des Reglers ist im Text gegeben.

Temperatur der Umgebung auf einen Solltemperatur (Sollwert) geregelt werden, so ist dafür eine Heizleistung (Stellgröße) erforderlich. Die schwankende äußere Temperatur kann dabei als eine Störung angesehen werden. Das Temperaturverhalten des Gerätes wird durch die Regelstrecke beschrieben, konkret ist dies die Temperatur des Gerätes in Abhängigkeit der Heizleistung. Die Temperatur des Gerätes kann zusätzlich von der Außentemperatur gestört werden. In einer Rückkopplung wird der Temperaturwert des Gerätes dem Regler zugeführt. Der Regler nutzt die Differenz des zurück geführten Temperaturwertes zum Solltemperatur um die Heizleistung anzupassen. Diese Rückkopplung ermöglicht es dem Regler, die Temperatur des Gerätes auf die Solltemperatur zu regeln und mögliche Störungen zu kompensieren.

Die bei THe-Trap verwendeten Regler sind lineare Regler, die sich aus verschiedenen Komponenten (Proportional P , Integral I und Differenzial D) zusammensetzen können. Diese können in additiver und in multiplikativer Form zusammengesetzt werden. Da diese Formen ineinander überführt werden können, ist im Folgenden nur die additive Form angegeben. In dieser wirken die einzelnen Komponenten parallel auf die Differenz zur Vorgabe x_d , siehe Abb. 2.9. Erst nachdem die einzelnen Komponenten eine Stellgröße gebildet haben, wird diese summiert an die Rückkopplungsschleife gegeben. Die Regler, die sich aus den einzelnen Komponenten zusammensetzen, werden im Folgenden näher erläutert.

Proportional-Regler (P-Regler) verstärken die Differenz x_d und liefern so eine dazu proportionale Stellgröße y . Charakterisiert ist dieser Regler durch die Verstärkung K_p .

$$y(t) = K_p x_d(t) . \quad (2.50)$$

Im obigen Beispiel wäre dies die Heizleistung geteilt durch die Temperatur. Eine Verstärkung der Differenz zwischen Soll- und Isttemperatur x_d wird etwa benötigt, um auch geringe Temperaturdifferenzen weg zu regeln.

Proportional-Integral-Regler (PI-Regler) integrieren zusätzlich zu dem proportionalen Anteil die Differenz x_d . Der Integralanteil wird durch die Nachstellzeit T_N charakterisiert. Ändert sich die Differenz x_d des Istwertes zum Sollwert sprunghaft, so bildet der Proportionalanteil ohne Verzug eine Stellgröße y . Die vom Integralanteil bereitgestellt Stellgröße

steigt mit der Zeit. Die Nachstellzeit T_N ist die Zeit, die der Integralanteil braucht, um die Stellgröße auf denselben Wert zu ändern, wie der Proportionalteil.

$$y(t) = K_p \left(x_d(t) + \frac{1}{T_N} \cdot \int x_d(t) dt \right) . \quad (2.51)$$

Proportional-Differenzial-Regler (PD-Regler) differenzieren die Differenz x_d . Der differenziale Anteil wird durch die Vorhaltezeit T_V charakterisiert. Bei einem linearen Anstieg von x_d benötigt ein reiner Proportionalanteil die Vorhaltezeit T_V , um die gleiche Änderung y wie ein reiner Differenzialteil zu erzielen. Die Änderung ergibt sich durch

$$y(t) = K_p \left(x_d(t) + T_V \cdot \frac{dx_d(t)}{dt} \right) . \quad (2.52)$$

Proportional-Integral-Differenzial (PID-Regler) kombinieren alle drei Anteile. Der Integral- und der Differenzialanteil wirken parallel, bevor diese zusammen mit x_d verstärkt werden, siehe Abb. 2.9. Die Änderung ergibt sich durch

$$y(t) = K_p \left(x_d(t) + \frac{1}{T_N} \cdot \int x_d(t) dt + T_V \cdot \frac{dx_d(t)}{dt} \right) . \quad (2.53)$$

Eine Regelung mit einem rein differenzialen Anteil ist nicht möglich, da eine bestehende konstante Abweichung zwischen dem Soll- und dem Istwert nicht reduziert werden kann. Daher wird der differenziale Anteil nur in Verbindung mit einem Proportionalanteil bei einer Regelung verwendet. Da die Ergebnisse einer differenzialen Regelung bei der Planung schwer vorherzusagen sind, werden fast ausschließlich P- beziehungsweise PI-Regler bei The-Trap verwendet.

2.3.2 Regelstrecken mit Verzögerung

Für Regelstrecken, die verzögert auf eine Änderung der Stellgröße reagieren, gibt es verschiedene Ansätze von generellen Regeln zur Bestimmung der Regelungsparameter, beispielsweise die Regeln nach Ziegler und Nichols [ZN42]. Eine Weiterentwicklung wurde von Chien, Hrones und Reswick [KHR52] (CHR) erreicht. Die Regeln nach CHR sind für ein breiteres Anwendungsfeld ausgelegt als die von Ziegler und Nichols und werden daher im Folgenden näher beschrieben. Um diese Regel anwenden zu können, muss das Verhalten der Regelstrecke bekannt sein. Dazu wird die sogenannte Sprungantwort benutzt. Bei dieser wird die Stellgröße y sprunghaft verändert und die Übertragungsfunktion, also der Verlauf des Istwertes x der Regelstrecke, gemessen. Um Regelstrecken vergleichbar zu machen, wird ein einfaches Modell angenommen, in dem die Übertragungsfunktion durch drei Parameter beschrieben werden kann. Die Reaktion auf den Sprung der Stellgröße findet um die *Verzugszeit* T_u verzögert statt. Danach ändert sich der Istwert linear, wobei die *Verstärkung* K_S den Endwert der Stellgröße vorgibt. Die Zeit zwischen T_u und dem Erreichen des Endwertes wird als *Ausgleichszeit* T_g bezeichnet. Danach ändert sich der Istwert nicht mehr. Aus dem tatsächlichen zeitlichen Verlauf der Übertragungsfunktion können

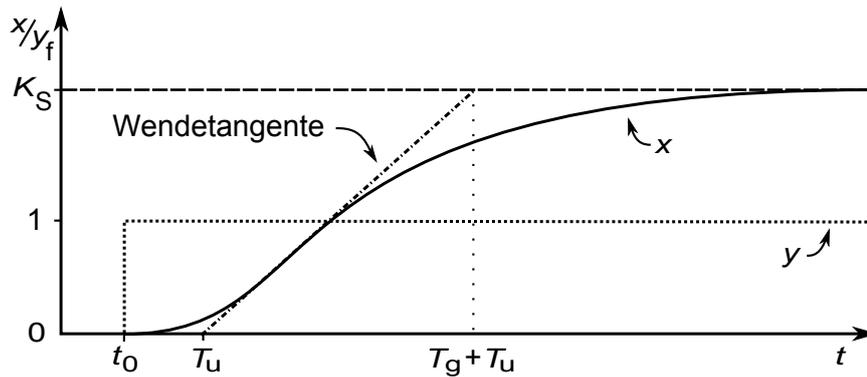


Abbildung 2.10: Schematische Darstellung zur Bestimmung der Regelparameter nach CHR. Eine sprunghafte Veränderung der Stellgröße auf y_f zum Zeitpunkt t_0 löst eine Änderung des Istwertes x aus. Die Verzugszeit T_u ist gegen durch den Schnittpunkt der Wendetangente mit der Abszisse. Nach der Ausgleichszeit T_g erreicht die Wendetangente, um die Verzugszeit verspätet, den Endwert $x_f = K_S \cdot y_f$ des Istwertes.

die Parameter nach dem Wendetangentenverfahren extrahiert werden, siehe Abb. 2.10. Bei diesem Verfahren wird die Tangente an den Wendepunkt der Übertragungsfunktion angelegt. Die Existenz eines Wendepunktes ist ein Charakteristikum für Regelstrecken mit einer Verzögerung. Der Schnittpunkt der Wendetangente mit dem anfänglichen Istwert x_0 markiert die Verzugszeit T_u . Der Schnittpunkt mit dem finalen Wert des Istwertes x_f findet zum Zeitpunkt $T_u + T_g$ statt. Die Verstärkung ist das Verhältnis aus der Änderung des Istwertes $\Delta x = x_f - x_0$ und der Änderung der Stellgröße $\Delta y = y_f - y_0$: $K_S = \Delta x / \Delta y$. Sind diese Werte bestimmt, so können nach der Methode von CHR die Parameter des Reglers, der Proportionalteil (K_p), die Nachstellzeit (T_N) und die Vorhaltezeit (T_V), wie folgt bestimmt werden.

$$K_p = \frac{A \cdot T_g}{K_S T_u} \quad (2.54)$$

$$T_N = B \cdot T_s \quad (2.55)$$

$$T_V = C \cdot T_u \quad (2.56)$$

CHR haben diese Methode für Regelstrecken mit $T_g/T_u > 3$ optimiert. Soll der Istwert dem Sollwert nachgeführt werden, so gilt $T_s = T_g$. Falls das Störverhalten optimiert werden soll, so gilt $T_s = T_u$. Die Parameter A , B und C sind in Tab. 2.5 beschrieben. Dabei wird eine zusätzliche Unterteilung gemacht, wie schnell der Sollwert von der Regelstrecke erreicht wird. Bei dem aperiodischen Regelungstyp nähert sich der Istwert aperiodisch dem Sollwert an. Dieser wird somit nicht überschritten. Der zweite Regelungstyp ist dafür ausgelegt, dass der Istwert den Sollwert zunächst um 20 % überschreitet, bevor der Sollwert angenommen wird. Dies hat den Vorteil, dass der Sollwert schneller erreicht wird als bei der aperiodischen Regelung. Durch das Überschwingen kann die Regelung bei äußeren Störungen allerdings instabil werden.

Aufgrund der Vielfältigkeit der zu regelnden Systeme und deren breiten Anwendung

Tabelle 2.5: Regelparameter nach CHR für eine additive Form der Regleranteile bei einer aperiodischen Regelung oder eines 20%-igen Überschwingens des Sollwertes. Weiterhin sind die Parameter auf eine Nachführung des Istwertes bei einem nicht konstanten Sollwert oder einer Stabilisierung des Istwertes bei konstantem Sollwert optimiert. Die Werte sind aus [LW12] übernommen.

Reglertyp	Parameter	aperiodisch		20% Überschwingen	
		Führung	Stabilisierung	Führung	Stabilisierung
P	A	0,30	0,30	0,70	0,70
PI	A	0,35	0,60	0,60	0,70
	B	1,20	4,00	1,00	2,30
PID	A	0,60	0,95	0,95	1,20
	B	1,00	2,40	1,35	2,00
	C	0,50	0,42	0,47	0,42

ist es möglich, dass die Regelparameter individuell angepasst werden müssen. Die mit dem Verfahren nach CHR gewonnenen Werte dienen als Ausgangspunkt für die Regelparameter. Die individuelle Anpassung kann nach den folgenden Faustformeln geschehen. Wie eingangs erwähnt, ist der Einsatz eines differenziellen Reglers nicht immer sinnvoll. Daher sind hier der Einfachheit halber die Faustformeln auf PI-Regler beschränkt. Nach Gl. (2.51) gibt es zwei Parameter, K_p und T_N , die voneinander abhängig die Regelung beeinflussen. Falls das System nach einer Änderung des Sollwertes stark überschwingt, so ist der proportionale Anteil K_p der Regelung zu groß. Um diesem Verhalten entgegenzuwirken, ist K_p zu vermindern. Zudem sollte die Nachstellzeit T_N erhöht werden. Falls das System zu langsam auf eine Änderung des Sollwertes reagiert, ist der proportionale Anteil zu erhöhen und entsprechend die Nachstellzeit zu vermindern.

2.3.3 Regelstrecken ohne Verzögerung

Eine weite Klasse von Regelstrecken reagiert unverzögert auf eine Änderung der Stellgröße y . Die im letzten Abschnitt beschriebenen Einstellregeln können auf diese Regelstrecken nicht angewandt werden. Stattdessen kann die auf solche Regelstrecken optimierte *T-Summen-Regel* verwendet werden. Analog zu den Einstellregeln nach CHR kann die Regelstrecke über eine Sprungantwort charakterisiert werden. Neben der Verstärkung $K_S = \Delta x / \Delta y$ besitzt die Regelstrecke ein weiteres Charakteristikum, die Summenzeitkonstante T_Σ . Wird die Übertragungsfunktion einer Sprungantwort auf K_S normiert aufgetragen, so ist $T_\Sigma \cdot K_S$ die Fläche A über der Übertragungsfunktion, begrenzt durch K_S :

$$A = \int_0^\infty K_S - \frac{x(t)}{y_f} dt = K_S T_\Sigma . \quad (2.57)$$

In Abb. 2.11 ist $A = A_1 + A_2$ zu erkennen. Anschaulich ist T_Σ der Zeitpunkt, zu dem A_2 und A_3 gleich groß sind.

Sind die Parameter der Regelstrecke K_S und T_Σ bestimmt, so können die Parameter des

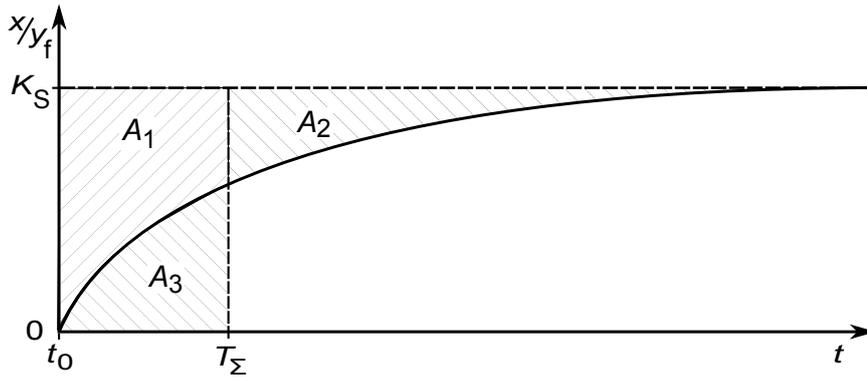


Abbildung 2.11: Schematische Darstellung zur Bestimmung der Regelparameter nach der T-Summen-Regel. T_Σ ist durch die Gleichheit der Flächen von A_2 und A_3 bestimmt.

Tabelle 2.6: Regelparameter nach der T-Summen-Regel für eine additive Form der Regleranteile. Bei den Standardparametern wird der Sollwert um etwa 4,32 % überschritten. Im zweiten Satz von Parametern wird eine schnellere Regelung auf Kosten eines höheren Überschwingens erreicht. Die Werte sind aus [LW12] übernommen.

Reglertyp		Standard	Schnell
PI	A	0,500	1,000
	B	0,500	0,700
PID	A	1,000	2,000
	B	0,667	0,800
	C	0,167	0,194

Reglers, der Proportionalteil K_p , die Nachstellzeit T_N und die Vorhaltezeit T_V , bestimmt werden. Sie sind gegeben durch

$$K_p = \frac{A}{K_S} \quad (2.58)$$

$$T_N = B \cdot T_\Sigma \quad (2.59)$$

$$T_V = C \cdot T_\Sigma \quad (2.60)$$

Die Parameter A , B und C sind in der Tab. 2.6 angegeben. Die Standardwerte sind auf eine Überschreitung der Nachführung des Istwert über den Sollwertes von etwa 4,32 % optimiert. Ist ein größeres Überschwingen möglich, so kann der zweite Satz von Regelparameter verwendet werden. Hierbei wird der Sollwert schneller erreicht. Eine reine Proportionalregelung wird von der T-Summen-Regel nicht behandelt.

3 Experimenteller Aufbau von THe-Trap

Um mit THe-Trap die angestrebte Genauigkeit bei der Massenverhältnismessung von Tritium zu Helium zu erreichen, ist ein erheblicher experimenteller Aufwand erforderlich. Die zur Messung verwendete Apparatur von THe-Trap ist im Abschnitt 3.1 erläutert. Abschnitt 3.2 beschreibt die Maßnahmen in den Laboren zur Minimierung von Umwelteinflüssen auf die Frequenzmessung. Um das Experiment vollständig zu automatisieren, wurde im Rahmen dieser Arbeit das zentrale Steuerprogramm von THe-Trap um eine Skriptsprache erweitert, welche in Abschnitt 3.3 vorgestellt wird.

3.1 Die Messapparatur

Zur Messung der freien Zyklotronfrequenz ν_c der Ionenspezies von Interesse werden die Ionen bei THe-Trap zunächst mit dem im Abschnitt 3.1.1 erläuterten Aufbau erzeugt. Das zentrale Element der Penningfallen-Massenspektrometrie (PTMS) ist die Penningfalle, siehe Abschnitt 3.1.2. Das zur Messung der Eigenfrequenzen der gespeicherten Ionen notwendige Nachweissystem ist in Abschnitt 3.1.3 erklärt. Die spezielle Bauweise des Magneten zur Erzeugung der notwendigen Magnetfeldstärke ist in Abschnitt 3.1.4 beschrieben. Zur Realisierung einer Massenverhältnismessung auf einem Niveau von 10^{-11} ist ein großer experimenteller Aufwand für die Stabilisierung des Magnetfeldes notwendig. Dieses kann durch die temperaturabhängige Suszeptibilität der im Magneten verbauten Materialien gestört werden. Die Temperatur im Magneten wird durch den druckabhängigen Siedepunkt von flüssigem Helium bestimmt. Unter Verwendung eines Gasauslasssystems (Abschnitt 3.1.6) wird der Druck des gasförmigen Heliums im Magneten mit Hilfe einer Absolutdruckreferenz (Abschnitt 3.1.5) konstant gehalten. Störungen des Magnetfeldes werden mit einem Magnetometer gemessen und deren Einfluss auf die Ionen mit einem Helmholtzspulenpaar kompensiert, siehe Abschnitt 3.1.7.

3.1.1 Ionenerzeugung

Im Vergleich zu stabilen Isotopen ist die Radioaktivität von Tritium mit einer Halbwertszeit von 12,3 Jahren für eine präzise und genaue Bestimmung des Massenverhältnisses zu 3-Helium problematisch. Die Genauigkeit bei der Bestimmung des Q -Wertes von Tritium durch das Vorgängerexperiment [VDFS93] von THe-Trap wurde aufgrund des Zerfalls von Tritium limitiert [VDPVLZ06]. Bei dem Experiment wurde beim Laden der Penningfalle mit einem ^3H -Ion auch ^3H -Atome auf den Oberflächen der Fallenelektroden adsorbiert. Durch den Zerfall dieser Atome wurden Elektronen in das Fallenvolumen emittiert. Diese wiederum ionisierten Atome im Restgas, welche in der Falle gespeichert wurden. Die so entstandenen Ionen störten die Messung der freien Zyklotronfrequenz von ^3H - und ^3He -Ionen. Die Lebensdauer der adsorbierten ^3H -Atome ist so lang, dass deren Aktivität wäh-

3 Experimenteller Aufbau von THE-Trap

rend der normalen Nutzungsdauer der Penningfalle von mehreren Jahren kaum abnimmt. Dieses Problem hat zur Entwicklung und Bau von THE-Trap geführt. Ein früher Entwurf ist in Ref. [VDPVLZ06] zu finden.

Eine der Verbesserungen gegenüber dem Vorgängerexperiment aus der Gruppe um Van Dyck, Jr [VDZVL⁺04] ist eine Penningionenquelle, die sich außerhalb der Penningfallen befindet, siehe Abb. 3.1. Innerhalb der Ionenquelle werden Elektronen durch Glühemission erzeugt und auf bis zu 200 eV beschleunigt. Dies reicht aus, um das innerhalb der Ionenquelle befindliche Gas zu ionisieren. Um die Effizienz der Ionenerzeugung zu steigern, werden die Elektronen in einer zylindrischen Penningfalle als Teil der Ionenquelle gespeichert. Dadurch erhöht sich die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elektron mit einem Restgasatom kollidiert und dieses ionisiert. Um spezifisch ³H- und ³He-Ionen zu erzeugen, können entsprechende Gase zugeführt werden. Positiv geladene Ionen, wie ³H⁺ und ³He⁺, verlassen diese Penningionenquelle und werden in den Penningfallenturm geschossen. Durch die Ionenerzeugung außerhalb der Penningfallen wird vermieden, dass eine große Stoffmenge von ³H in die Fallen gelangt und so die Kontamination der Oberflächen der Fallenelektroden vermindert.

In der ursprünglichen Konzeption der Ionenquelle war eine Dispenser-Kathode zur Erzeugung der Elektronen vorgesehen [Pin07]. Der Nachteil dieser Erzeugungsmethode ist, dass die verwendete Kathode nur bei niedrigem Druck unter 10⁻⁶ mBar funktioniert. Das Betreiben der Kathode bei einem höheren Druck kann diese beschädigen. Aufgrund einer geringen Effizienz des Transports der Ionen in Richtung der Penningfallen, konnten mit diesem Aufbau nicht genügend Ionen erzeugt werden [Tre11]. Die Anzahl der erzeugten Ionen steigt mit der Anzahl der Neutralteilchen. Um auch bei höherem Gasdruck Elektronen erzeugen zu können, wurde die Dispenser-Kathode durch einen mit Thorium beschichteten Wolframdraht ersetzt. Mit diesem Draht werden die Elektronen durch Glühemission erzeugt. Das Thorium erniedrigt deren Austrittsarbeit, wodurch die benötigte Temperatur zur Erzeugung des Elektronenstroms im Vergleich zu einem Draht aus reinem Wolfram deutlich verringert wird. Um das Eindringen von Restgas in den Kryobereich des Vakuumaufbaus zu reduzieren, ist eine Diffusionssperre zum Ionenquellenbereich aufgebaut [Sch14]. Diese dient in Form eines Faraday-Behlers zusätzlich als ein Diagnosewerkzeug zur Messung des Ionenstroms.

Die Ionenquelle konnte in ihrem oben beschriebenen Aufbau noch nicht betrieben werden. Eine Fehlfunktion der Turbopumpe hat es notwendig gemacht, den Kryo- vom Ionenquellenbereich zu trennen. Zum Austausch der Pumpe muss der Vakuumaufbau aus dem Magneten gezogen werden. Die plötzliche Temperaturänderung um etwa 300 K führt zu Spannungen im Material des Aufbaus, welche zu größeren Beschädigungen führen können. Um das Risiko der Beschädigung zu vermeiden, wird der Vakuumaufbau so selten wie möglich aus dem Magneten gezogen. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Ionen zur Charakterisierung der Eigenschaften von THE-Trap direkt in der Penningfalle mit Hilfe einer Feldemissionsspitze (englisch: Field Emission Point, FEP) erzeugt. Eine Verwendung der externen Penningionenquelle war nicht zwingend notwendig.

Zur Charakterisierung der Eigenschaften von THE-Trap eignet sich ¹²C⁴⁺ aufgrund des gleichen Ladungs-zu-Masseverhältnisses von ³H¹⁺ von $q/m = \frac{1}{3}e/u$, ohne die Gefahr einer radioaktiven Kontamination der Fallenoberflächen. Durch das Kühlen der Penningfalle auf

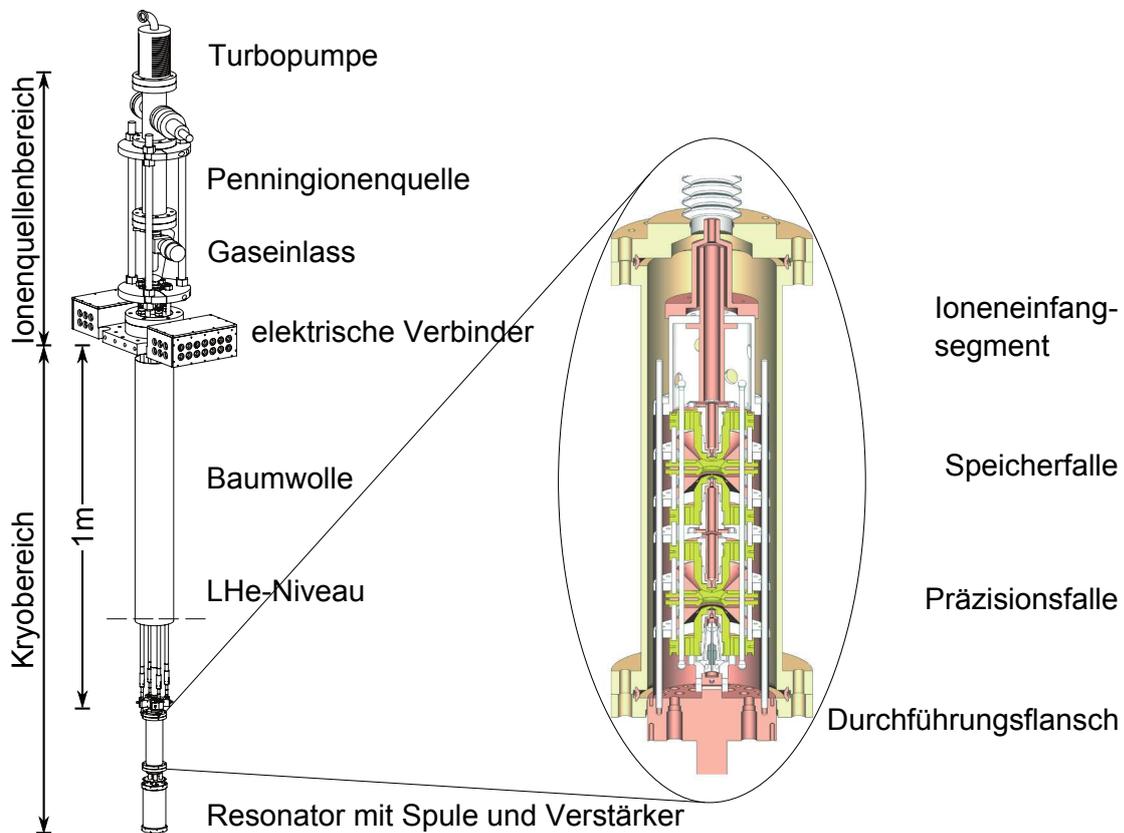


Abbildung 3.1: Vakuumaufbau von THe-Trap. In der Penningionenquelle werden Ionen erzeugt und in Richtung des Penningfallenturms beschleunigt. Hier werden sie im Ioneneinfangsegment abgebremst, in der Speicherfalle gespeichert und in der Präzisionsfalle vermessen. Die Baumwolle reduziert die Wärmestrahlung, die von der auf etwa 300 K temperierten Verbinderbox in das flüssige Helium emittiert wird. Die Box enthält die elektrischen Verbindungen zur nicht-kryogenen Elektronik. Abbildung mit Genehmigung von Ch. Diehl [Die11].

3 Experimenteller Aufbau von THe-Trap

4,2 K befinden sich nur Wasserstoff und Helium-4 im Restgas des Vakuums. Alle anderen Neutralteilchen sind auf den Oberflächen ausgefroren. Der durch die FEP erzeugte Elektronenstrom trifft auf die Oberfläche der Fallenelektroden und löst neben den ausgefrorenen Neutralteilchen auch Teilchen aus der Oberfläche der Elektroden selbst. Unter anderem ist damit auch für einige Minuten atomarer ^{12}C im Restgas des Vakuums vorhanden. Diese Atome im Restgas werden dann vom Elektronenstrom ionisiert und können in der Penningfalle gespeichert werden. Dabei wird eine Wolke von verschiedensten Ionen erzeugt. Für die angestrebte Präzision von THe-Trap zur Messung der freien Zyklotronfrequenz eines Ions ist es wichtig, dass genau ein Ion in der Penningfalle gespeichert ist. Um die Wolke auf ein einzelnes Ion, etwa $^{12}\text{C}^{4+}$, zu reduzieren, wird dessen axiale Bewegung gekühlt. Danach wird das elektrische Potential der Falle auf wenige Volt reduziert, so dass nicht gekühlte Ionen die Falle verlassen. Um zu genau einem $^{12}\text{C}^{4+}$ -Ion zu gelangen, wird der Prozess der axialen Kühlung und der Verminderung des Potentials mehrfach wiederholt. Dabei wird jeweils das Potentialminimum sukzessive verringert, so dass zum Schluss das Potential auf wenige zehn Millivolt abgesenkt wird. Durch die Wechselwirkung der Ionen untereinander wird die axiale Bewegung der $^{12}\text{C}^{4+}$ -Ionen aufgeheizt. Mit sinkender Ionenanzahl nimmt auch die Wechselwirkung ab, sodass ein schrittweises Absenken des Potentialminimums notwendig ist. Die Ladeprozedur ist in Anhang A.1 genauer beschrieben.

3.1.2 Die Penningfallen von THe-Trap

Eine genaue Messung des Massenverhältnisses zweier Ionen wird bei THe-Trap unter Verwendung einer Präzisions-Penningfalle erreicht, siehe Abb. 2.3. Sowohl der Ring als auch die Endkappen sind hyperbolisch geformt. Zwischen diesen Elektroden befinden sich Korrektorelektroden. Diese ermöglichen es, das Potential am Ort der Ionen zu beeinflussen, beispielsweise um es lokal harmonisch zu machen [VDWED76]. Die Penningfalle ermöglicht eine Bestimmung der freien Zyklotronfrequenz ν_c eines Ions binnen einer Stunde auf $\delta\nu_c = 3$ mHz, siehe Abschnitt 5.1. Bei einer Magnetfeldstärke von etwa 5,26 T entspricht dies für Ionen mit dem Ladungs-zu-Masseverhältnis von $q/m = \frac{1}{3}e/u$ einer relativen Präzision von $\frac{\delta\nu_c}{\nu_c} \approx 10^{-10}$. Da in einem realen Aufbau zeitliche Schwankungen der Magnetfeldstärke unvermeidlich sind, ist es für die Messung eines Massenverhältnisses notwendig, die freien Zyklotronfrequenzen der entsprechenden Ionen zeitnah hintereinander zu messen. Daher ist die zweite große Änderung gegenüber dem Vorgängerexperiment neben der externen Ionenquelle ein Doppel-Penningfallenkonzept, siehe Abb. 3.2. Bei THe-Trap soll die freie Zyklotronfrequenz eines Ions in der Präzisionsfalle vermessen werden, während ein zweites Ion in einer weiteren Penningfalle (Speicherfalle) gespeichert ist. Nach der Bestimmung von ν_c des ersten Ions mit einer Präzision von etwa 10^{-10} innerhalb einer Stunde werden die Ionen in wenigen Sekunden zwischen den Fallen ausgetauscht und ν_c des zweiten Ions gemessen. Schwankungen des Magnetfeldes, auf Zeitskalen von mehreren Stunden oder länger, spielen durch den schnellen Austausch der Ionen und der kurzen Messzeit von ν_c keine Rolle. Ein Ionenaustausch zwischen den Fallen konnte im Rahmen dieser Arbeit noch nicht demonstriert werden. Alle Versuche eines Austausches führten zu einer Aufheizung und durch die erhöhte Bewegungsamplitude zu einem Verlust der Ionen.

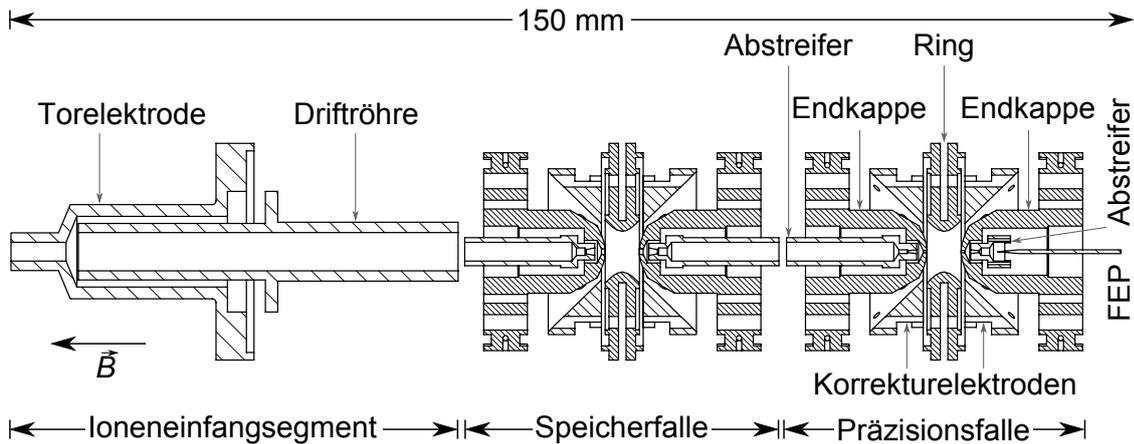


Abbildung 3.2: Aufbau des Fallenturms. Entlang der durch das Magnetfeld \vec{B} vorgegebenen z -Richtung besteht der Turm von unten nach oben aus der Präzisionsfalle, der Speicherfalle und dem Ioneneinfangsegment. Die Bezeichnung der Elektroden der Speicherfalle ist analog zu den Elektroden der Präzisionsfalle. Zusammen mit dem oberen Abstreifer der Speicherfalle bildet der Ioneneinfang das Elektrodensystem für eine weitere Penningfalle. Abbildung mit Genehmigung von Ch. Diehl [Die11].

In einem sogenannten Fallenturm (Abb. 3.2) sind die zwei hyperbolischen Penningfallen übereinander positioniert. Eine Detailansicht einer Falle ist in Abb. 2.3 zu finden. Die Präzisionsfalle ist identisch zu der Falle des Vorgängerexperimentes [VDZS01]. Der Durchmesser der Löcher in den Endkappen der Speicherfalle ist größer als in der Präzisionsfalle. Ansonsten sind die beiden Fallen identisch. Die Löcher der Präzisionsfalle sind mit einem Radius von $r = 153 \mu\text{m}$ und die der Speicherfalle von $r = 371 \mu\text{m}$ entworfen worden. Analog zum Vorgängerexperiment sind die Fallen auf eine charakteristische Größe $d = 2,13 \text{ mm}$ bei Raumtemperatur ausgelegt, siehe Tab. 2.1. In beiden Fallen können Ionen gespeichert und manipuliert werden. Oberhalb der Penningfallen sitzt das Ioneneinfangsegment. Dieses besteht aus zwei Elektroden, die zum Einfangen von extern erzeugten Ionen benötigt werden. Prinzipiell können diese zusammen mit dem oberen Abstreifer der Speicherfalle eine weitere Penningfalle bilden.

Die Korrektorelektroden haben zwei Verwendungszwecke. (1) Zum einen ist es mit ihnen möglich, in dem Bereich der Ionenbewegung das elektrische Potential zu beeinflussen. Das Potential der Korrektorelektroden kann analog zu dem Potential der Endkappen zum Ring durch eine Multipolentwicklung beschrieben werden, vergleiche Gl. (2.28). Die Koeffizienten in der Multipolentwicklung der Endkappen werden mit C_n bezeichnet. In der Multipolentwicklung der Korrektorelektroden werden die Koeffizienten analog mit D_n bezeichnet. Um die Überlagerung der Potentiale zu beschreiben, addieren sich die einzelnen Koeffizienten zu $C'_n = C_n + \frac{U_{\text{Korr}}}{U_0} D_n$. Die D_n -Koeffizienten werden dabei um das Verhältnis der Korrektorelektroden-Spannung U_{Korr} und der Fallenspannung U_0 skaliert. Aufgrund der Symmetrie der Penningfallen sind die Beiträge der Koeffizienten mit ungeradem Index zu vernachlässigen. Die Stärke des Quadrupolpotentials, in dem die Ionen

3 Experimenteller Aufbau von THe-Trap

axial gespeichert werden, ist durch C'_2 gegeben. Die Stärke der ersten Abweichung des Quadrupolpotentials ist durch den C'_4 -Koeffizienten gegeben. Durch Anlegen einer konstanten Spannung an den beiden Korrektorelektroden U_{Korr} kann so das effektive C'_4 der Fallen verändert und kompensiert werden [VDWED76]. Dabei ist zu beachten, dass sich die Eigenfrequenzen der Ionen ändern, da die Fallen von THe-Trap nicht orthogonal sind. Eine orthogonale Falle zeichnet sich durch eine charakteristischen Fallendimension von $\rho_0/z_0 \approx 1,16$ aus [Gab83]. Die charakteristische Fallendimension von THe-Trap (Tab. 2.1) ist $\rho_0/z_0 = 1,21$. Bei einer orthogonalen Falle ist $D_2 = 0$, so dass im Limit einer verschwindenden Bewegungsamplitude der Ionen U_{Korr} keinen Einfluss auf die Eigenfrequenzen der Ionen hat.

(2) Der zweite Verwendungszweck der Korrektorelektroden ist die Anregung der Ionenbewegung. Dafür sind diese in der Zeichenebene von Abb. 3.2 halbiert. Durch das asymmetrische Anlegen einer Wechselspannung an einer der vier Elektroden wird ein elektrisches Feld erzeugt, welches sowohl Dipol- wie auch Quadrupolanteile aufweist. Entspricht die Frequenz der Wechselspannung einer der Eigenfrequenzen des gespeicherten Ions, so wird durch den Dipolanteil Energie in die entsprechende Eigenbewegung transferiert [BG86]. Der Quadrupolanteil wird genutzt, um beim Anlegen der Summenfrequenz von zwei Eigenfrequenzen Energie zwischen den entsprechenden Eigenbewegungen zu transferieren [CWBP90].

Das Ioneneinfangsegment dient dazu, Ionen aus der externen Ionenquelle (Abb. 3.1) zu speichern und zu bremsen [Pin07, Höc10]. Zusammen mit dem oberen Abstreifer der Speicherfalle fungieren die Driftröhre und die Torelektrode als eine Penningfalle. Einfach geladene Ionen aus der Ionenquelle werden mit einer kinetischen Energie von etwa 100 eV in den Ioneneinfang eingeschossen. Um die Ionen zu reflektieren, liegt das Potential des Abstreifers entsprechend auf etwa 100 V. Das Potential der Driftröhre ist um einige Volt geringer. Damit Ionen in das Einfangsegment gelangen können, ist zunächst die Torelektrode auf einem deutlich geringeren Potential. Um die Ionen zu speichern, wird das Potential dieser Elektrode auf den Wert des Abstreifers erhöht, sobald sich Ionen in dem Einfangsegment befinden. In Ref. [Tre11] ist die Speicherdauer der Ionen mit etwa 1,5 Stunden abgeschätzt. Die zeitliche Koordinierung zum Schalten des Potentials der Torelektrode wurde durch die Berechnung der Flugzeit bestimmt [Pin07]. Um die potentielle Energie der Ionen zu reduzieren, werden die Potentiale der Elektroden sukzessive verringert. Ein Teil der gespeicherten Ionen kann danach in die Speicherfalle transferiert werden. Aufgrund der oben beschriebenen Probleme mit der externen Ionenerzeugung konnte bisher die Funktionstüchtigkeit des Ioneneinfangs nicht experimentell verifiziert werden.

3.1.3 Das Nachweissystem

Ein in einer Penningfalle gespeichertes Ion influenziert eine Bildladung auf den Elektroden der Falle. Bei THe-Trap wird nur die axiale Ionenbewegung detektiert. Durch die Bewegung des Ions und dem damit wechselnden Abstand zu den Endkappen ist auch die Bildladung auf diesen Elektroden veränderlich. Das Ion erzeugt so einen Spiegelstrom in einer zu den Elektroden parallel geschalteten Spule. Die Spule bildet zusammen mit den Elektroden einen LC -Schwingkreis. Aufgrund der Limitierung des Platzes wird für die

beiden Fällen nur eine gemeinsame Spule verwendet. Dazu sind die Endkappenelektroden der Penningfallen elektrisch parallel mit der Spule verbunden, siehe Abschnitt 2.1.4. Die in der Spule induzierte Spannung wird mit einem Verstärker im kryogenen Bereich verstärkt. Nur durch das Abkühlen der Verstärkerelektronik auf LHe-Temperaturen (4,2 K) ist es möglich, den Spiegelstrom eines einzelnen Ions zu messen. Bei höheren Temperaturen überwiegt das thermische Rauschen der Verstärkerelektronik gegenüber dem von den Ionen erzeugten Strom. Das Ionensignal wird im Raumtemperaturbereich weiter verstärkt, bevor es in der Analyseelektronik weiter verarbeitet wird, siehe Abb. 3.3.

Die Frequenzen der radialen Bewegungen werden indirekt gemessen. Dazu wird das Ion axial arretiert, das heißt dessen axiale Frequenz wird konstant gehalten. Im Folgenden wird das grundlegende Konzept zur axialen Arretierung eines Ions dargestellt. Durch den Abgriff des Spiegelstroms ist die axiale Bewegung des gespeicherten Ions gedämpft. Eine Radiofrequenz ν_{z1} , nahe der ungetriebenen axialen Frequenz ν_{z0} , die permanent über eine Korrektorelektrode in die Fallen eingestrahlt wird, treibt das Ion an. Damit verhält sich das Ion wie ein gedämpfter getriebener Oszillator, siehe Gl. (2.37). Nach einem Einschwingvorgang schwingt das Ion mit der Radiofrequenz $\nu_{z1} \approx 4 \text{ MHz}$. ν_{z1} wird ebenfalls an die Analyseelektronik übermittelt. Ein Phasenschieber gleicht dabei die Verzögerungszeit, verursacht durch die Leitungen und die Elektronik, zwischen der Frequenzerzeugung und der weiteren Verarbeitung in der Analyseelektronik aus. Die Analyseelektronik erzeugt die Differenz der Phase der Radiofrequenz und der Phase des Signals des Ions. Diese Phasendifferenz ist abhängig von der axialen Frequenz des ungetriebenen Ions ν_{z0} (Abschnitt 2.1.4), die durch die Ringspannung gegeben ist. Die Analyseelektronik minimiert die Phasendifferenz durch Anpassung der Ringspannung. Ist die Phasendifferenz Null, so gilt Gl. (2.40) und bis auf die Dämpfungskonstante entspricht die axiale Frequenz des ungetriebenen Ions der Radiofrequenz also $\nu_{z0} \approx \nu_{z1}$. Somit wird die axiale Frequenz des Ion auf die Radiofrequenz arretiert.

Die Ringspannung U_{Ring} setzt sich aus einem konstanten Anteil U_{konst} und einem variablen Anteil U_{err} mit $U_{\text{Ring}} = U_{\text{konst}} + U_{\text{err}}$ zusammen. U_{err} wird als Fehlersignal bezeichnet und dient als Grundlage zur Bestimmung der radialen Frequenzen. Das Fehlersignal ist konstant, solange ν_{z0} konstant ist. Wird parallel zu ν_{z1} die Frequenz einer radialen Bewegung $\nu_{z1} \approx \nu_{\pm}$ über die Korrektorelektroden eingestrahlt, so erhöht sich die Energie der entsprechenden Eigenbewegung. Durch die Kopplung der Bewegungen gemäß Gl. (2.29) und Gl. (2.30) wird auch ν_{z0} verändert. Die Analyseelektronik stellt die Ringspannung nach, so dass fortwährend $\nu_{z0} \approx \nu_{z1}$ gilt. Die Veränderung von U_{err} wird genutzt, um die radialen Frequenzen zu bestimmen. Eine detaillierte Beschreibung des Messprinzips ist in Abschnitt 2.1.4 zu finden.

Das oben beschriebene grundlegende Konzept zur Arretierung der Ionen ist in der Praxis nicht ohne Weiteres realisierbar. Im Folgenden werden die Erweiterungen des Konzeptes erläutert, die im realen Aufbau verwendet werden. Ein Problem ist die kapazitive Kopplung zwischen den Korrektorelektroden und den Endkappen. Daher erzeugt der axiale Treiber auf den Endkappen ein Pseudo-Ionensignal, welches nicht von dem Signal der Ionen zu unterscheiden ist. Dies verhindert die Arretierung der Ionen. Um das Pseudo-Ionensignal zu unterdrücken, werden die Ionen nicht direkt mit ihrer freien axialen Frequenz, sondern auf einer Seitenbandfrequenz getrieben. Dieses Seitenband wird durch Modulation der

3 Experimenteller Aufbau von THE-Trap

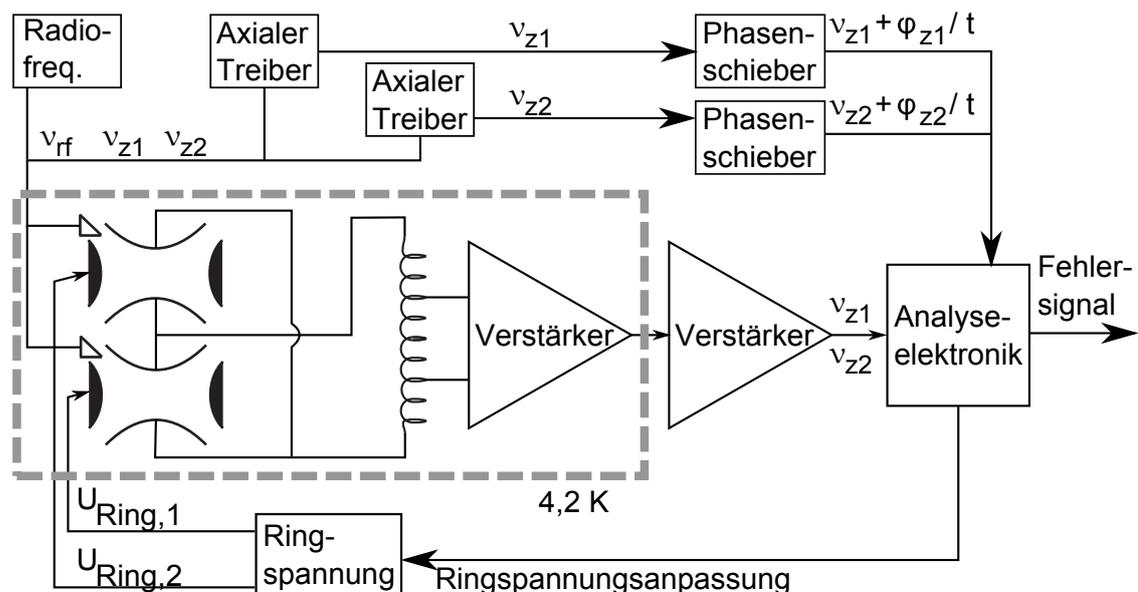


Abbildung 3.3: Schematische Darstellung der Detektion der axialen Frequenz von in den Penningfallen gespeicherten Ionen. Über die Korrektorelektroden werden die axialen Frequenzen ν_{z1} und ν_{z2} in die Fallen eingestrahlt. Das Signal der Ionen wird über die zu den Fallen parallele Spule abgegriffen und verstärkt. Die Analyseelektronik bildet die Phasendifferenz zwischen den Signalen der Ionen und den zugeordneten Frequenzen der axialen Treiber. Um die Verzögerungszeit in den Leitungen und der Elektronik auszugleichen, ist das Signal der axialen Treiber durch Phasenschieber verzögert. Mit Hilfe der Phasendifferenz werden die Ringspannungen $U_{Ring,1}$ und $U_{Ring,2}$ angepasst, so dass die ungetriebene Frequenz der Ionen gleich der Frequenz der axialen Treiber ist. Die Radiofrequenz ν_{rf} dient der Anregung der radialen Bewegungen.

Ringspannung, typischerweise mit 125 kHz, erzeugt. Damit folgen zwei Seitenbänder bei $\nu_{z1} \approx 4 \text{ MHz} \pm 0,125 \text{ MHz}$. Zum Treiben der Ionen wird nur das Obere bei $\nu_{rf} \approx 4 \text{ MHz} + 0,125 \text{ MHz}$ genutzt. Da die Detektion der axialen Bewegung der Ionen weiterhin bei etwa 4 MHz erfolgt, kann die Erregerfrequenz ν_{rf} herausgefiltert werden.

Das oben beschriebene Konzept zur Arretierung der Ionen funktioniert so nur für eine einzelne Falle. Da bei THE-Trap die axiale Frequenz der Ionen in beiden Fallen simultan arretiert werden soll, muss es ein Unterscheidungskriterium geben. Daher werden die Ionen auf unterschiedlichen axialen Frequenzen ν_{z1} und ν_{z2} arretiert. Entsprechend sind der axiale Treiber, der Phasenschieber und die Analyseelektronik doppelt vorhanden, siehe Abb. 3.3. Eine nähere Erläuterung des Arretierungskonzeptes für zwei Ionen ist in Ref. [Pin07] und Ref. [Die11] zu finden.

3.1.4 Der Kryostat und das Magnetspulensystem

Zur Bereitstellung der für Penningfallen benötigten Magnetfeldstärke, die bei THE-Trap etwa 5,26 T beträgt, werden üblicherweise supraleitende Spulen verwendet. Intrinsisch hat

das von supraleitenden Spulen erzeugte Magnetfeld eine hohe zeitliche Stabilität. Um den supraleitenden Zustand der Spulen zu gewährleisten, werden diese mit flüssigem Helium (LHe) auf etwa 4,2 K gekühlt. Die Spulen und der zur Kühlung benötigte Kryostat bilden eine Einheit, diese wird im Folgenden *Magnet* genannt. Der Magnet von THE-Trap ist eine Spezialanfertigung, die von der Gruppe um Van Dyck, Jr. [VDFZS99b] entwickelt und von *Nalorac Cryogenics Corporation* gebaut wurde.

Der Magnet ist aus einem System von mehreren Spulen aufgebaut. In zwei Hauptspulen fließen Ströme von etwa 34 A und 39 A zur Erzeugung der hohen Magnetfeldstärke. Weitere neun Spulen werden verwendet, um die Form des Magnetfeldes anzupassen und dieses über den Bereich der Fallen homogen zu formen. In diesen Spulen fließt ein, im Vergleich zu den Hauptspulen, geringerer Strom von lediglich bis zu 6 A. Zudem gibt es eine Kompensationsspule mit einer selbstschirmenden Wirkung [GT88].

Die zeitliche Stabilität einer supraleitenden Spule wird intrinsisch durch den sogenannten *Flux-Creep*-Effekt limitiert [And62, KHS63, AK64]. Des Weiteren limitieren Kontaktbeziehungsweise Restwiderstände bei der Verbindung der Enden des supraleitenden Drahts miteinander die Konstanz des Magnetfeldes. Auf einer Zeitskala von Wochen verursachen diese beiden Effekte einen linearen Abfall in der Stärke des Magnetfeldes.

Die Aufgabe der Kompensationsspule ist es, diesen linearen Abfall der Magnetfeldstärke und Störungen des Magnetfeldes von außerhalb der Spulen zu kompensieren. Gemäß der Lenz'schen Regel induziert eine äußere Magnetfeldänderung ΔB_{ext} einen Strom in der Spule. Das durch den Strom erzeugte Magnetfeldänderung im Zentrum der Spule ΔB_{int} hängt von der Dimensionierung der Spule ab. Die Länge der Spule ist so gewählt, dass das erzeugte Magnetfeld das äußere Magnetfeld kompensiert. Laut dem Entwurf des Spulensystems im Magneten stimmt die Position der maximalen selbstschirmenden Wirkung mit dem homogenen Teil des Magnetfeldes überein. Daher ist die Präzisionsfalle so positioniert, dass der höchste Abschirmfaktor von

$$A_{\text{schirm}} = \frac{\Delta B_{\text{ext}}}{\Delta B_{\text{ext}} - \Delta B_{\text{int}}} = 180 \quad (3.1)$$

am Ort der in dieser Falle gespeicherten Ionen herrscht [VDFZS99b, VDFZS99a]. Am Ort der Ionen in der Speicherfalle beträgt der Kompensationsfaktor noch etwa 20. Ist B_{ext} nicht homogen über das Spulenvolumen, so verringert sich der Abschirmfaktor.

Eine Besonderheit des bei THE-Trap verwendeten Magneten besteht darin, dass die *Bohrung*, in der sich die Penningfallen befinden, ebenfalls mit flüssigem Helium (LHe) gefüllt ist, siehe Abb. 3.4. Um genaue Frequenzmessungen an einem gespeicherten Ion durchzuführen, ist eine Speicherdauer von einigen Stunden erforderlich. Diese Speicherdauer ist üblicherweise limitiert durch Stöße der Ionen mit den neutralen Restgasatomen und damit verbundene Umladungsprozesse. Durch das Kühlen der Falle auf die Temperatur von LHe bei etwa 4,2 K entsteht eine *Kryopumpwirkung* durch Adsorption der Restgasteilchen auf den Oberflächen. Diese verringert den Druck um mehrere Größenordnungen. Der verbleibende Druck ist nur durch Helium und Wasserstoff bestimmt. Erst bei Temperaturen deutlich unter 4,2 K friert Wasserstoff in mehr als einer Monolage auf der Oberfläche aus. Bei THE-Trap ist das Vakuum unter normalen Bedingungen in der Präzisionsfalle so gut,

3 Experimenteller Aufbau von THE-Trap

dass ein einzelnes $^{16}\text{O}^{5+}$ Ion mehrere Tage lang gespeichert werden kann.

Der zweite Hauptgrund der kalten Bohrung besteht darin, dass damit die Elektronik zum Abgriff des Spiegelstroms des Ions gekühlt werden kann. Durch die Reduktion des thermischen Rauschens der Verstärker und einer Verminderung der Ohm'schen Verluste in der Resonatorspule wird das Signal-zu-Rauschverhältnis erhöht, wodurch dies die Messung des Spiegelstroms eines einzelnen Ions möglich macht.

Die Temperatur im Magneten ist durch den Siedepunkt des LHe gegeben. Durch die temperaturabhängige magnetische Suszeptibilität der im Magneten verbauten Materialien [SW61] wird das Magnetfeld am Ort der Penningfallen beeinflusst. Geringe Temperaturschwankungen im Bereich von einigen $100\ \mu\text{K}$ innerhalb des LHe des Magneten verursachen eine relative Änderung des Magnetfeldes auf dem Niveau von 10^{-9} , die eine präzise Messung des Frequenzverhältnisses zweier Ionen verhindert. Daher ist es notwendig, die Temperatur im Magneten zu stabilisieren. Da das LHe permanent am Sieden ist, ist dessen Temperatur durch den Druck des Heliumgases oberhalb des LHe bestimmt.

Das Niveau des LHe oberhalb der Penningfallen beeinflusst den Temperaturgradienten zum Raumtemperaturbereich. Durch eine Veränderung des Temperaturgradienten wird die Suszeptibilität der Materialien verändert, was wiederum das Magnetfeld am Ort der Ionen verändert. Um das Magnetfeld konstant zu halten, ist es demnach erforderlich, das LHe-Niveau in der Bohrung zu stabilisieren. In Abschnitt 3.1.5 ist die Technik zur Stabilisierung des Drucks und des LHe-Niveaus beschrieben.

Die spezielle Bauweise des Magneten zur Stabilisierung des Drucks und des Niveaus ist in Abb. 3.4 abgebildet. Es können drei mit Helium gefüllte Bereiche unterschieden werden: die Bohrung, das (äußere) Reservoir und das Spulenreservoir. Am unteren Ende ist die Bohrung, in der sich die Fallen befinden, mit dem Reservoir verbunden. Um dem Abfall des LHe-Niveaus durch Verdampfung in der Bohrung entgegenzuwirken, wird der Druck in dem Reservoir angepasst. Daraus resultiert ein Niveauunterschied der Füllstände des LHe in den beiden Bereichen. Das Spulenreservoir ist der dritte Bereich. Dieser enthält das Spulensystem. Da dieser Bereich nur nach oben mit dem Reservoir verbunden ist, ist es im Prinzip möglich, das LHe-Niveau im Reservoir unter die Spulen fallen zu lassen, während weiterhin die Spulen vom LHe bedeckt sind. Das Spulenreservoir wird dabei durch das verdampfende Helium des Reservoirs gekühlt, wodurch der Wärmeeintrag in das Spulenreservoir minimiert wird.

Der Heliumbereich des Magneten ist zusammen mit den Penningfallen an einem gemeinsamen Aufhängepunkt verbunden. Dies verhindert eine Relativbewegung der Fallen zu den Spulen. Der Aufhängepunkt befindet sich oberhalb der Bohrung. Um eine mechanische Kopplung der Einfüllstutzen des LHe auf das Reservoir zu vermindern, sind diese durch flexible Wellschläuche verbunden. Die Bohrung besteht aus einem $3,2\ \text{mm}$ dicken Epoxid-Glasfaserwerkstoff *G10*, um den Wärmestrom in den Magneten zu reduzieren. Aufgrund seiner temperaturabhängigen Suszeptibilität [SW61, LFLM90] ist das *G10* hauptverantwortlich für die zeitlichen Schwankungen des Magnetfeldes. Durch den verbliebenen Wärmestrom in das LHe-Reservoir verdampft kontinuierlich LHe (insgesamt etwa $1,5\ \ell$ pro Tag). Um den Wärmegradienten in der Bohrung konstant zu halten, muss

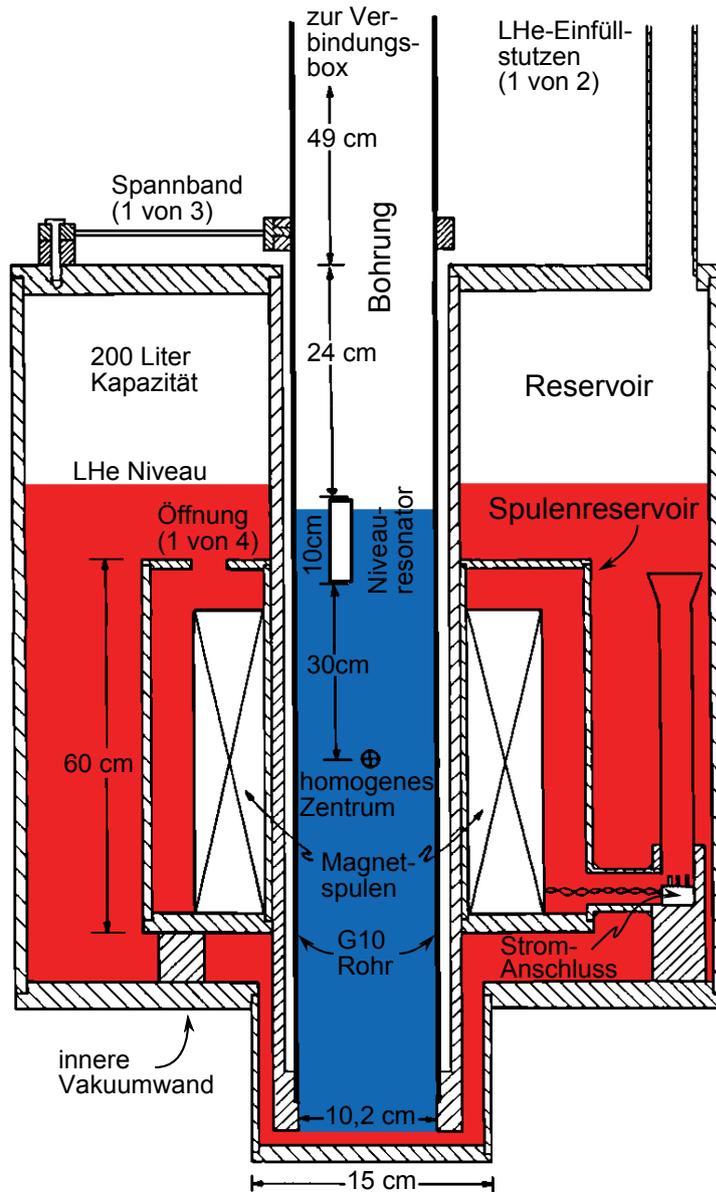


Abbildung 3.4: Aufbau des Heliumbereiches des Magneten. Zur Kühlung der Magnetspulen wird LHe (rot) in einem Reservoir verwendet. Die Spulen befinden sich in einem separaten Spulenreservoir. Das Reservoir ist direkt mit der Bohrung des Magneten verbunden, in die die Penningfallen eingelassen werden und in der sich das homogene Zentrum des Magnetfeldes befindet. Innerhalb der Bohrung wird das LHe-Niveau (blau) über den Druck im Reservoir stabilisiert (aus [VDFZS99b]).

3 Experimenteller Aufbau von THe-Trap

der Wärmeübertrag zwischen der Bohrung und dem Reservoir gering gehalten werden. Dazu befindet sich ein Isolationsvakuum zwischen dem G10-Rohr und der Wand des Reservoirs. Ohne diese Isolation ist der Temperaturgradient zwischen dem LHe-Niveau in der Bohrung und dem Bereich außerhalb des Magneten durch das LHe-Niveau im Reservoir beeinflusst. Abhängig von dem LHe-Niveau im Reservoir würde die Trennwand zur Bohrung auf 4,2 K gekühlt.

3.1.5 Die Absolutdruckreferenz

Das zentrale Element der Druckregulierung im Magneten bildet eine Absolutdruckreferenz (englisch: *Absolute Pressure Reference*, APR), siehe Abb. 3.5. Im oberen Bereich der APR befinden sich zwei Sensoren, die sowohl den Differenzdruck zwischen der APR und der Bohrung wie auch den Differenzdruck zwischen der APR und dem Reservoir messen. Die Messung des ersten Sensors wird genutzt, um den Druck in der Bohrung auf den Druck der APR zu regeln. Der Differenzdruck der APR zum Reservoir entspricht dem hydrostatischen Druck $p(h)$ durch die LHe-Niveaudifferenz h zwischen den beiden Bereichen:

$$p(h) = \rho g h . \quad (3.2)$$

Die Dichte von LHe entspricht etwa $\rho \approx 0,129 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ bei 4 K [Hay13b]. $g \approx 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ entspricht der Erdbeschleunigung. Aus dem LHe-Niveau in der Bohrung folgt mit Gl. (3.2) das Niveau im Reservoir, so dass dies verwendet werden kann, um die Gesamtmenge von LHe im Magneten zu bestimmen.

Die Konstanz des Referenzdrucks in der APR ist essentiell zur Regulierung des Drucks in der Bohrung. Aus der idealen Gasgleichung

$$pV = Nk_{\text{B}}T \quad (3.3)$$

werden die Bedingungen zur Stabilisierung des Referenzdrucks ersichtlich. Neben einem konstanten Volumen V müssen die Teilchenzahl N und die absolute Temperatur T des Gases konstant gehalten werden. k_{B} ist die Boltzmannkonstante. Die temperaturabhängige Ausdehnung des Referenzvolumens ist dabei gegenüber der direkten Temperaturabhängigkeit des Drucks p des Referenzgases zu vernachlässigen. Die einzelnen Teile des Referenzvolumens (Deckel oben und unten sowie Wand) sind durch Gummiringe abgedichtet. Um die Dichtigkeit des Referenzvolumens sicherzustellen, wurde dieses evakuiert und die Dichtigkeit mit einem Helium-Lecktester überprüft, siehe Abschnitt 4.1. Dazu mussten die Isolationsschichten der APR von dem Referenzvolumen entfernt werden. Bei dieser Gelegenheit wurde das von der Gruppe um Van Dyck, Jr. entwickelte Konzept zur Temperaturstabilisierung des Referenzvolumens im Rahmen dieser Arbeit überarbeitet.

Zur Stabilisierung der Temperatur des Gases in der APR ist das Referenzvolumen mit einer thermischen Isolationsschicht umgeben. Das Volumen wird auf eine Temperatur oberhalb der umgebenen Raumtemperatur geregelt. Die Isolationsschicht aus Styrofoam™ ist vertikal aus einzelnen Teilen zusammengebaut. Luftspalte zwischen den einzelnen Teilen

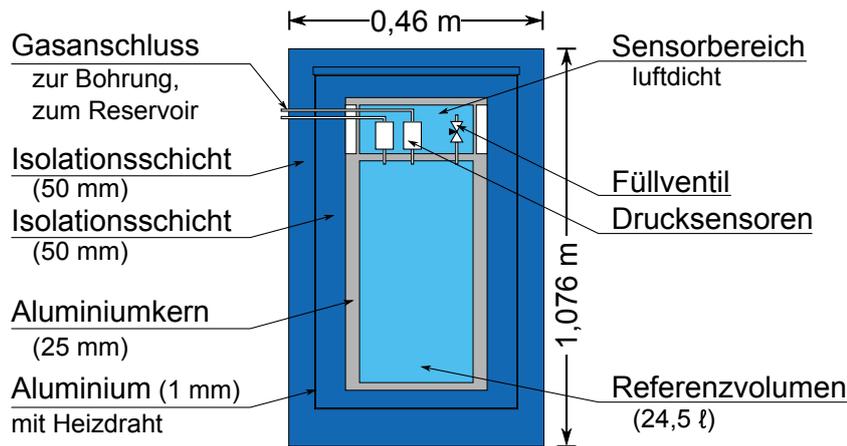


Abbildung 3.5: Skalierter Aufbau der APR. Zur passiven Temperaturregulierung sind um das Referenzvolumen zwei 5 cm starke Isolationsschichten aus StyrofoamTM angebracht. Zwischen diesen befindet sich ein 1 mm dickes Aluminiumblech, auf der ein Heizdraht aufgeklebt ist. Dieser Draht dient zur aktiven Temperaturregulierung. Im Inneren befindet sich das Gasvolumen des Referenzdrucks. Oberhalb davon gibt es einen ebenfalls luftdicht isolierten Bereich für die Drucksensoren. In dem Bereich befindet sich zudem das Füllventil, welches zum Befüllen des Referenzvolumens mit Helium verwendet wird.

würden durch Konvektion zu einem hohen Wärmeübertrag führen, siehe Abschnitt 2.2. Durch ein passgenaues Aufeinandersetzen der Teile der Isolationsschicht werden Luftspalte vermieden. Um einen verbliebenen Luftaustausch zu unterbinden, sind die Verbindungsstellen der einzelnen Teile abgeklebt. Die Isolationsschicht besteht horizontal aus zwei Schichten aus jeweils 5 cm StyrofoamTM. Diese Schichten sind jeweils wie oben beschrieben aufgebaut. Für eine einfache Berechnung des verbliebenen Wärmestroms von der Druckzelle in die Umgebung können näherungsweise die Deckel vernachlässigt werden. Mit der Höhe der Isolationsschicht von 990 mm resultiert aus Gl. (2.45) ein Wärmestrom von $\frac{\dot{Q}}{T_i - T_a} \approx 0,34 \frac{\text{W}}{\text{K}}$.

Innerhalb des Aluminiumkerns der APR sind die einzigen wärmeentwickelnden Elemente zwei eingebaute Drucksensoren. Diese verursachen eine Wärmeleistung von etwa $1/2 \text{ W}$. Aufgrund der thermischen Isolierung heizt sich der Bereich der Drucksensoren auf. Mit dem oben berechneten Wärmefluss von $0,34 \frac{\text{W}}{\text{K}}$ führt der Wärmeeintrag der Drucksensoren zu einer Temperaturerhöhung von 1,5 K gegenüber der Temperatur des Raumes, in dem die APR steht. Da diese Wärmeleistung konstant ist, wird die erreichbare Temperaturstabilität der APR nicht beeinflusst.

Bei einer gegebenen Temperaturschwankung außerhalb der APR ist die Temperaturschwankung im Referenzvolumen neben dem Wärmefluss auch durch die Wärmekapazität des Metallkerns gegeben. Je höher diese ausfällt, desto geringer ist die Temperaturänderung des Gases in der APR, siehe Gl. (2.46). Die Wärmekapazität ist proportional zur Masse des verwendeten Metalls. Um die Masse gering zu halten, ist die Wahl des Me-

3 Experimenteller Aufbau von THE-Trap

talls entscheidend. Aufgrund ihrer Eigenschaften, wie die Wärmeleitfähigkeit, die auf die Masse bezogene spezifische Wärmekapazität, die Toxizität und die Verfügbarkeit, werden üblicherweise Aluminium und Kupfer verwendet. Da die spezifische Wärmekapazität von Aluminium um einen Faktor 2,3 höher ist als die von Kupfer, wird dieses Metall verwendet, vergleiche Tab. 2.4. Das Referenzvolumen von 24,5 ℓ ist zylindrisch mit einer Wandstärke von 25 mm dickem Aluminium gefertigt worden. Bei einer Höhe von 790 mm, einem Durchmesser von 254 mm und einer Dicke der Deckel von 20 mm folgt daraus bei einer Dichte von 2,7 g/cm³ (Tab. 2.4) ein Gewicht von 41,9 kg. Nach Gl. (2.46) ergibt sich somit eine Wärmekapazität von $\frac{Q}{\Delta T} \approx 37,6 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$ für den Aluminiumkern. Die nach Gl. (2.48) berechnete charakteristische Zeit, bei der die innere Temperatur sich der äußeren auf $1 - \frac{1}{e}$ angeglichen hat, entspricht $k \approx 30$ h. Die Temperaturreglung des Raumes, in dem sich die APR befindet, ist auf dieser Zeitskala für eine Stabilität von 200 mK ausgelegt. Diese äußere Temperaturschwankung verursacht dem Modell zu folge innerhalb der APR eine Temperaturschwankung von 130 mK.

Messungen in Abschnitt 4.1 zeigen eine Abhängigkeit der reduzierten Zyklotronfrequenz ν_+ eines Ions vom Druck in der Bohrung. Aus der idealen Gasgleichung (3.3) folgt, dass die relative Änderung des Drucks gleich der relativen Änderung der Temperatur ist $\frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta T}{T}$ (bei konstantem Volumen und konstanter Teilchenzahl). Die Abhängigkeit der reduzierten Zyklotronfrequenz ν_+ von der Druckänderung in der Bohrung beziehungsweise von der Temperaturänderung in der APR ist:

$$\frac{\Delta \nu_+}{\Delta p} = (0,467 \pm 0,070) \frac{\text{mHz}}{\text{Pa}} \quad \xrightarrow{\text{Gl. (3.3)}} \quad \frac{\Delta \nu_+}{\Delta T} = (0,1557 \pm 0,0023) \frac{\text{mHz}}{\text{mK}} . \quad (3.4)$$

Um die relative Schwankung der Zyklotronfrequenz von ³H bei etwa 30 MHz auf die Größenordnung von 10⁻¹¹ zu beschränken, ist daher eine Temperaturstabilität des Gases in der APR von 1 mK nötig. Um dies für mehrere Stunden zu erreichen, ist eine aktive Regelung notwendig. Daher befindet sich zwischen den Isolationsschichten der APR ein 1 mm dickes Aluminiumblech, auf dem zwei Heizdrähte aufgeklebt sind. Um eine homogene Wärmeverteilung in der Druckreferenz zu erreichen, sind die Heizdrähte auch auf den Deckeln aufgeklebt. Die Drähte sind so gewickelt, dass keine magnetische Störung erzeugt wird. Dazu wurde ein Draht auf die Hälfte gefaltet und verdrillt. Das durch einen Strom in den beiden Drahthälften erzeugte Magnetfeld hebt sich außerhalb der APR genau auf. Um einen guten Wärmeübertrag von den Drähten auf das Aluminiumblech zu gewährleisten, sind diese mit Aluminiumklebeband befestigt. Über den zur Regelung verwendeten Heizdraht kann eine maximale Leistung von 3,3 W abgegeben werden. Der zweite Heizdraht hat eine konstante Leistung von 9,3 W. Durch die konstante Heizleistung wird die Temperatur der APR um etwa 9 K angehoben. Durch die Temperaturerhöhung ist gewährleistet, dass der Wärmefluss aus der APR heraus stattfindet. Die variable Heizleistung wird von einem Temperaturregler geregelt.

Zur Regelung der Heizleistung in dem Draht wurde ursprünglich ein Schaltregler verwendet. Dieser Regler hatte zwei Schaltzustände, entweder die maximale Heizleistung, oder gar keine. Die zeitliche Modulation dieser Zustände wurde genutzt, um die erforderliche mittlere Heizleistung bereitzustellen. Die Schaltströme dieses Schaltreglers be-

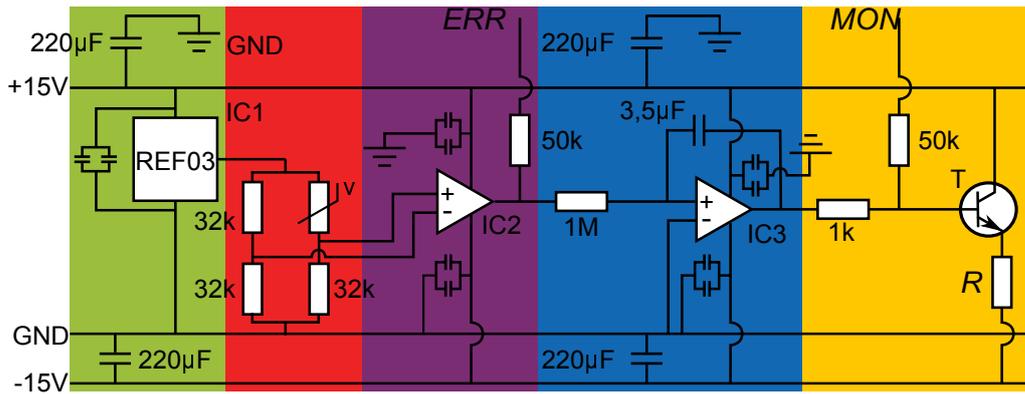


Abbildung 3.6: Schaltplan des APR-Temperaturreglers. Die Abschnitte von links nach rechts sind im Einzelnen: eine 2,5 V-Spannungsversorgung ($IC1 \hat{=} REF03$), eine Wheatstone'sche Messbrücke, ein Differenzverstärker ($IC2 \hat{=} AD622AN$), ein Integrator (mit $IC3 \hat{=} LT1097$) und ein Leistungsverstärker (mit $T \hat{=} BD139$) für den Heizdraht mit $R = 270 \Omega$. Zur Kontrolle werden die Differenzspannung und die Basisspannung von T an den Punkten *ERR* und *MON* abgegriffen.

einflussten elektrische Geräte außerhalb der APR, wodurch eine präzise Frequenzmessung an Ionen unmöglich wurde. Daher wurde im Rahmen dieser Arbeit ein neuer Regler mit einer schaltfreien Regelung der Heizleistung entwickelt, siehe Abb. 3.6. Hierzu kann der Temperaturregler in verschiedene Bereiche unterteilt werden. Die Spannungsreferenz (grün) erzeugt ein stabile Spannung von 2,5 V für die *Wheatstone'sche Messbrücke* (rot). Teil dieser Messbrücke ist ein NTC-Widerstand (englisch: *Negative Temperature Coefficient*), dessen Widerstandswert mit steigender Temperatur abnimmt. Abhängig von der Temperatur bildet sich durch den veränderlichen Widerstand eine Differenzspannung zwischen den Widerständen aus. Die Differenzspannung der Messbrücke (lila) wird um einen Faktor fünf verstärkt und anschließend mit einer Zeitkonstante von 3,5 s integriert (blau). Um den Strom für die benötigte Heizleistung bereitzustellen, wird ein Transistor T (gelb) verwendet. Dissipiert wird diese im Heizdraht mit $R = 270 \Omega$. Um zu vermeiden, dass Temperaturänderungen der einzelnen Elemente des Reglers fälschlich zu einer Änderung der Heizleistung führen, ist der Regler in dem temperaturstabilisierten Bereich der APR montiert. Der temperaturabhängige Widerstand der Wheatstone'schen Messbrücke ist zwischen den Windungen des Heizdrahts auf dem Aluminiumblech der APR angebracht. Abhängig vom Schaltzustand ändert sich die dissipierte Leistung des Transistors T. Zur Vermeidung der Beeinflussung der Temperaturstabilität der APR ist der Transistor außerhalb der Isolationsschicht der APR montiert. Um die Schaltung gegen Hochfrequenzstörungen zu sichern, werden die Versorgungsspannungen mit 10 nF und 100 nF (Kondensatorpaare) beziehungsweise 220 μ F gefiltert.

Für die Differenzdruckmessung zwischen der APR und der Bohrung beziehungsweise zwischen der APR und dem Reservoir werden Differenzdrucksensoren des Typs *BARATRON 223BD* der Firma *MKS Instruments UK Ltd.* verwendet. Der für die Bohrung zuständige Drucksensor hat einen Messbereich von $(3,94 \pm 0,03)$ hPa. Da der Druck im Reservoir

3 Experimenteller Aufbau von THe-Trap

aufgrund der LHe-Niveaustabilisierung in der Bohrung in einem großen Bereich variiert, ist der Messbereich des zuständigen Sensors ($19,7 \pm 0,15$) hPa. Die Sensoren geben eine Spannung proportional zum Differenzdruck aus. Der Messbereich wird so auf eine Spannung von ± 10 V umgesetzt. In der Gruppe um Van Dyck, Jr. wurde ein Zusammenhang zwischen dem Umgebungsdruck der Sensoren und der gemessenen Druckdifferenz festgestellt [VDFZS99b]. Daher sind die Sensoren oberhalb des Referenzvolumens in einer separaten, luftdicht isolierten Kammer eingebaut. Durch die Positionierung der Drucksensoren innerhalb der Isolationsschichten der APR unterliegen die Sensoren nur geringen Temperaturschwankungen.

Die Differenzdrucksensoren messen die Differenz des Absolutdrucks zwischen der APR und den Bereichen des Magneten. Damit keine Partialdruckdifferenz aufgrund unterschiedlicher Gase entsteht, ist die APR mit Helium gefüllt. Somit werden osmotische Prozesse, die zu einem Gasaustausch zwischen dem Referenzvolumen und dem Magneten führen, intrinsisch unterdrückt. Das eingefüllte Helium ist chemisch inert, so dass das Referenzvolumen und die Sensoren auch über Jahre hinweg nicht beschädigt werden. Ein Problem ist der Partialdruck des Wasserdampfes im Referenzvolumen. Dieser ist durch die Dampfdruckkurve von Wasser bestimmt. Ist flüssiges Wasser im Referenzvolumen vorhanden, so ist das in der Gasphase befindliche Wasser und der dadurch ausgeübte Druck abhängig von der Temperatur. Heliumgas in Druckluftflaschen ist üblicherweise trocken, so dass es keine Feuchtigkeit enthält. Etwaiges Wasser von Restfeuchtigkeit auf den Oberflächen des Referenzvolumens befindet sich komplett in der Gasphase. Bei einer Temperaturänderung kann sich daher die Teilchenzahl des Wassers in der Gasphase nicht ändern, so dass der Partialdruck des Wassers konstant ist. Analog zur Feuchtigkeit kann es abhängig von der Temperatur zum Ausgasen von Fetten kommen, falls die Oberflächen des Referenzvolumens verschmutzt sind.

3.1.6 Gasauslasssystem und Regler des He-Gasdrucks und LHe-Niveaus

In Abb. 3.7 sind schematisch die Druckverhältnisse im Magneten und dem daran angeschlossenen Gasauslasssystem dargestellt. Im Zentrum steht der Magnet mit dem hier vereinfacht gezeigten Bereichen für LHe, der Bohrung und dem Reservoir. Das elektrische Ventil He 3E dient der Druckminderung des Heliumgases (hell blau) oberhalb des Flüssigheliums (blau) der Bohrung p_B , so dass der reduzierte Druck p_{red} entsteht (grün). Der Druck in der Bohrung p_B ist gleich dem Druck in der APR p_{APR} . Das elektrische Ventil He 2E erhält sein Signal vom Niveauregler und wird zur Regelung des Heliumgasdrucks p_R (hellrot) oberhalb des LHe im Reservoir (rot), gegen den verminderten Druck der Bohrung p_{red} (grün) genutzt. Somit vereinen sich die Gasflüsse aus der Bohrung und dem Reservoir (grün). Da $p_{red} < p_{APR} = p_B \approx p_R$ gilt, ist es möglich das LHe-Niveau in der Bohrung unabhängig vom LHe-Niveau im Reservoir zu regeln. Um die Stabilität des verminderten Drucks (grün) zu gewährleisten, wird dieser von dem elektrischen Ventil He 1E und einer Membranpumpe, welche als eine Einheit fungieren, gegen den Außendruck geregelt. Zur schnellen Regelung ist es notwendig, dass das Volumen des verminderten Drucks (grün) möglichst gering ist. Prinzipiell ist es durch die Membranpumpe möglich, den Druck im Magneten unter den Außendruck zu regulieren. Da nicht

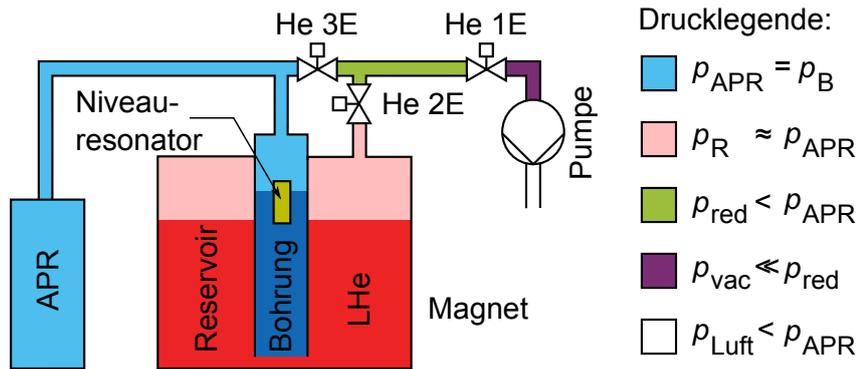


Abbildung 3.7: Druckverhältnisse des Magneten und des Gasauslasssystems. Die Druckmessung der APR wird in einem Druckregler ausgewertet. Dessen Regelsignal steuert die Ventile He 3E und He 1E sowie die Pumpe. Das Ventil He 2E wird über den Niveauresonators gesteuert.

gewährleistet werden kann, dass das Gasauslasssystem leckfrei ist, ist der Referenzdruck der APR jedoch oberhalb des Luftdrucks gesetzt. Somit wird ein Eindringen von Luft in den Magneten vermieden. Die Ventile He 1E und He 3E sowie die Pumpe sind elektrisch miteinander verbunden, so dass diese dasselbe Steuersignal vom Druckregler erhalten.

Das komplette Schema des Gasauslasssystems ist in Abb. 3.8 gezeigt. Neben diversen Puffern zur Erhöhung des Volumens, in dem der Druck geregelt wird, sind manuelle Ventile vorhanden, mit denen der Gasfluss gesteuert werden kann. Beispielsweise muss vor dem Befüllen des Magneten mit LHe zunächst der Überdruck im Magneten abgelassen werden. Dazu wird Ventil He 22 geöffnet. Durch das Füllen mit LHe in das Reservoir des Magneten können Oszillationen des Heliumniveaus in der Bohrung entstehen. Dies führt zu einem erhöhten Heliumverbrauch, wodurch der Füllprozess ineffizient wird. Um diese Oszillationen zu vermeiden, muss der Gasfluss aus der Bohrung durch das Schließen der Ventile He 2B und He 4B unterbunden werden. Die Gasflusszähler können durch die hohe Flussrate des Heliumgases, welches während des Füllens entsteht, beschädigt werden. Daher ist der Fluss durch diese Zähler durch Öffnen des Ventils He 21 zu überbrücken. Im normalen Betrieb sorgen die diversen Puffer von jeweils 60 ℓ für eine Vergrößerung des zu regelnden Volumens. Die Regelung wird damit weniger anfällig gegenüber Störungen des Gasflusses, da die gleiche Gasstromänderung so zu einer geringeren Druckänderung führt.

Um das LHe-Niveau in der Bohrung konstant zu halten, wird eine kontinuierliche Messung des LHe-Niveaus benötigt, ohne dass eine zu hohe Wärmeleistung in das LHe abgegeben wird. Für eine kapazitive Messmethode befindet sich eine Spule, der sogenannte Niveauresonator, teilweise im LHe der Bohrung, siehe Abb. 3.4. Durch den Unterschied der Permeabilität zwischen gasförmigem und flüssigem Helium ist dessen Kapazität abhängig vom Niveau des LHe. Zusammen mit einer außerhalb des Magneten befindlichen Schaltung bildet die Spule einen LC -Schwingkreis, dessen Resonanzfrequenz von dem LHe-Niveau abhängt. Der Niveauresonator wurde so aufgebaut, dass dessen Resonanzfrequenz bei etwa $\nu_{\text{res}} \approx 17,2$ MHz liegt. Mit dieser Messmethode entsteht kein signifikanter Wärmeeintrag in das LHe. Ein in dem Magneten zusätzlich verbauter kommerzieller Niveausensor, der mit Hilfe eines teilweise supraleitenden Drahts das Niveau misst, wird auf

3 Experimenteller Aufbau von THE-Trap

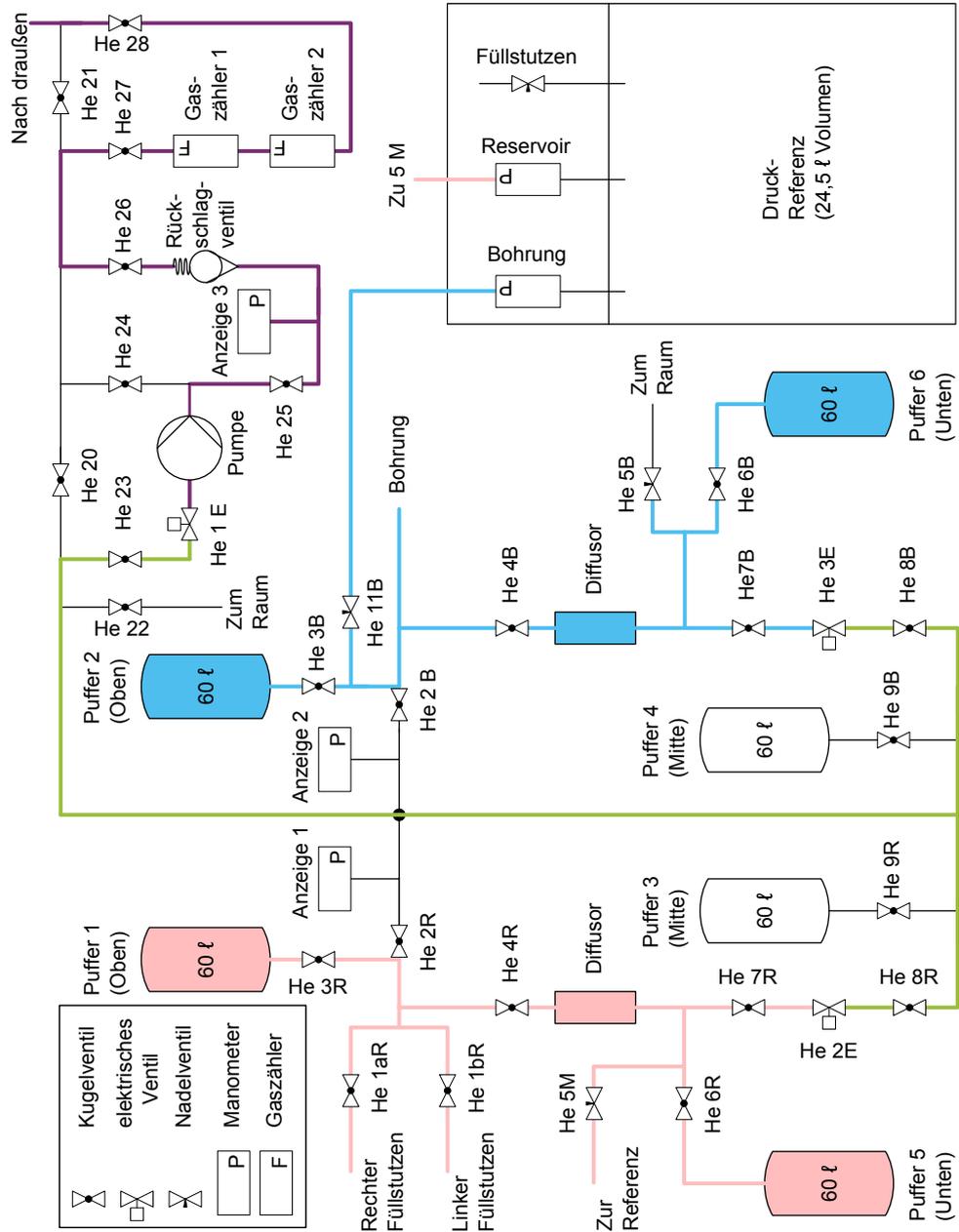


Abbildung 3.8: Gasauslasssystem zur Regelung des Heliumgasflusses aus dem Magneten. Der hellrote Bereich entspricht dem Druck des Reservoirs, der blaue dem der Bohrung. Im grünen Bereich vereinen sich die Gasflüsse. Der dortige Druck ist niedriger als der Druck der Bohrung. Im lilafarbenen Bereich sind verschiedene Drücke zusammengefasst, diese folgen dem Umgebungsdruck. Die farbigen Puffer erhöhen das Volumen, an dem sie angeschlossen sind. Die Drücke werden mit Hilfe der elektrischen Ventile geregelt. Für außergewöhnliche Situationen, wie dem Füllen des Magneten mit LHe, ist es notwendig, den Gasstrom mit den Kugelventilen umzuleiten.

Grund des beim kontinuierlichen Betriebes verdampfenden LHe von $7,5 \ell$ pro Tag nicht verwendet.

Insgesamt werden zur Ansteuerung der elektrischen Ventile zwei Regler, der Druckregler und der Niveauregler, verwendet. Beide Regler basieren auf dem Prinzip eines PI-Reglers, dessen Integrationszeit und Proportionalverstärkung einstellbar sind, siehe Abschnitt 2.3. Der Druckregler regelt die Ventile He 1E und He 3E sowie die Membranpumpe. Dieser Regler bekommt sein Eingangssignal direkt von der ausgegebenen Druckdifferenz der APR. Die Aufgabe des Reglers ist es, diese Druckdifferenz zu minimieren, so dass in der Bohrung der gleiche Druck wie in der APR vorliegt.

Das Eingangssignal des Niveaureglers ist die Resonanzfrequenz ν_{res} des Nivearesonators. Der Niveauregler nutzt die Stabilität eines 10 MHz-Frequenzstandards und erzeugt aus der 10 MHz Frequenz eine konstante Frequenz ν_{konst} von etwa 17,2 MHz. Der Regler vergleicht ν_{res} mit ν_{konst} . Ist die Resonanzfrequenz des Nivearesonators niedriger als ν_{konst} , so bedeutet dies, dass das LHe-Niveau zu hoch ist. Der Niveauregler veranlasst daraufhin durch das Öffnen des Ventils He 2E eine Reduktion des Drucks im Reservoir. Durch den dann verminderten Differenzdruck zwischen der Bohrung und dem Reservoir fällt das LHe-Niveau in der Bohrung und die Resonanzfrequenz ν_{res} steigt, siehe Gl. (3.2). Im umgekehrten Fall $\nu_{\text{res}} > \nu_{\text{konst}}$ wird das Ventil geschlossen, so dass durch das verdampfende Helium Druck im Reservoir aufgebaut wird und somit das LHe-Niveau in der Bohrung steigt. Die Aufgabe dieses Reglers ist es, die Differenz der beiden Frequenzen zu minimieren, so dass $\nu_{\text{res}} = \nu_{\text{konst}}$ gilt und ν_{res} somit konstant ist. Bei einer konstanten Resonanzfrequenz des Nivearesonators ist ebenfalls das LHe-Niveau konstant. Der Sollwert der Resonanzfrequenz ν_{konst} , ist am Regler in einem Bereich von etwa 600 kHz einstellbar. Dies entspricht einer Änderung des LHe-Niveaus in der Bohrung von etwa 9 cm.

Die im Abschnitt 2.3 erläuterten Einstellregeln für Regler gelten für eine einzelne Regelstrecke. Da die beiden Regelungen zur Druck- und Niveaustabilisierung miteinander gekoppelt sind, können die idealen Regelparameter so nicht bestimmt werden. Empirisch werden die Parameter ermittelt, indem die maximalen Verstärkungen bei minimalen Integrationszeiten der Regler gesucht werden, so dass das System gerade noch stabil ist. Der Druck in der Bohrung soll also nicht anfangen zu oszillieren. Dabei ist zu beachten, dass das System mehrere zehn Minuten brauchen kann, um sich einzuschwingen. Durch die hohe Verstärkung kann kleinen Änderungen im Gasdruck entgegengewirkt werden. Allerdings kann der Druck bei großen Störungen, wie zum Beispiel dem deutlich erhöhten Heliumgasfluss beim Betrieb des kommerziellen supraleitenden Niveausensors, anfangen zu oszillieren. Falls es zu Oszillationen des Drucks kommt, ist die Proportionalverstärkung der Druckregulierung zu verringern. Außerdem ist es hilfreich, die Integrationszeit der Druckregelung für die Dauer der Oszillation zu erhöhen. Da eine solch große Störung des Heliumgasflusses im normalen Betrieb des Magneten nicht auftritt, ist es sinnvoll, eine hohe Proportionalverstärkung der Druckregulierung einzustellen. Mit dieser ist die Regelung zwar an der Grenze der Stabilität, reagiert dafür allerdings auch schneller auf kleine Schwankungen im Druck.

Der wesentliche Unterschied der LHe-Niveaustabilisierung in dieser Arbeit zu der LHe-Niveaustabilisierung des Vorgängerexperimentes aus der Arbeitsgruppe um Van Dyck, Jr. ist, dass das LHe-Niveau in der Bohrung bei THE-Trap um etwa 24 cm niedriger ist. Bei THE-Trap erstreckt sich das Vakuumsystem in den Raumtemperaturbereich, um den Ein-

3 Experimenteller Aufbau von THE-Trap

schuss der Ionen von der Ionenquelle in die Fallen zu ermöglichen. Da der Wärmestrom von der Distanz zwischen dem Flüssighelium und dem Raumtemperaturbereich abhängt, hält ein niedriges Heliumniveau bei THE-Trap den Wärmestrom gering, siehe Gl. (2.44). Für THE-Trap bedeutet das niedrigere LHe-Niveau, dass das LHe-Niveau des Reservoirs zeitweise über beziehungsweise unter dem der Bohrung ist. Während das flüssige Helium durch den Wärmeeintrag in den Magneten verdunstet, fällt nur das Niveau des Reservoirs, während das der Bohrung unabhängig vom Füllstand konstant bleibt. Nach dem Füllen von üblicherweise $\approx 100 \ell$ Flüssighelium ist das Reservoirniveau oberhalb des Bohrungsniveaus, vor dem Füllen ist es darunter. Das LHe-Niveau konnte beim Vorgängerexperiment höher sein, da die Vakuumeinhausung der Penningfalle ein abgeschlossenes System war. Mit dem höheren Niveau reichte es dieses ausschließlich nach oben zu drücken [VL04, Zaf12]. Trotz der zusätzlichen Komplexität des Gasauslasssystems bei THE-Trap sind die Fluktuationen im Druck wie auch im Niveau im Rahmen dieser Arbeit vergleichbar mit denen des Vorgängerexperimentes, siehe Abschnitt 4.1.

Obwohl auch in anderen Penningfallenexperimenten eine Abhängigkeit zwischen dem Heliumdruck und der Frequenzmessung messbar ist (siehe z.B. Ref. [BAB⁺05]), sind die verwendeten Techniken zur Druckstabilisierung nicht direkt zu vergleichen. In den meisten Magneten ist es bauartbedingt nicht möglich, sowohl das Niveau wie auch den Druck zu stabilisieren. Das im Aufbau befindliche PENTATRAP-Experiment [RBCLU⁺12] wird eine modifizierte Variante unseres Druck/Niveau-Stabilisationssystems verwenden [Böh14].

3.1.7 Helmholtzspulenpaar und Fluxgate-Magnetometer

Eine Bestimmung der freien Zyklotronfrequenz ν_c dauert bei THE-Trap mehrere Minuten. Binnen einer Stunde kann eine Massenverhältnismessung durchgeführt werden. Nach Gl. (2.2) ist die relative Schwankung $\delta\nu_c/\nu_c$ gleich der relativen Schwankung des Magnetfeldes $\delta B/B$. Um die angestrebte Präzision einer Massenverhältnismessung zu erreichen, soll das Magnetfeld auf diesen Zeitskalen nicht mehr als $\delta B/B = 10^{-11}$ schwanken.

Im THE-Trap-Aufbau werden die Magnetfeldstörungen in z -Richtung von einer Förstersonde, im Englischen auch Fluxgate-Magnetometer [Rip00] genannt, außerhalb des Magneten gemessen. Bei kurzzeitigen Schwankungen im Bereich von Minuten kann die Störung des Magnetfeldes am Ort der Ionen eine Amplitude von einigen Nanotesla aufweisen. Über einen Tag betrachtet oszilliert das Magnetfeld mit einer Amplitude im Bereich von einigen 10 nT, siehe Abb. 4.2. Diese Oszillation kann durch Ströme in der Ionosphäre der Erde erklärt werden [Sch85]. Diese Ströme werden durch geladene Teilchen im Sonnenwind erzeugt. Die genannten Störungen können am Ort der Ionen mit einem Faktor von bis zu 180 durch eine selbstschirmende Spule [GT88], die sich im Inneren des Magneten befindet, unterdrückt werden [VDFZS99b]. Diese Kompensation geschieht entlang der axialen Bewegung der Ionen in z -Richtung. Damit wird das für die radialen Bewegungen relevante Magnetfeld konstant gehalten.

Die Oszillationen der Magnetfeldstärke von einigen 10 nT entsprechen durch die Schwächung von der selbstschirmenden Spule am Ort der Falle einer relativen Schwankung in der Größenordnung 10^{-10} . Daher ist eine weitere Kompensation für die z -Komponente des Magnetfeldes notwendig. Diese wurde ursprünglich für das Vorgängerexperiment von

der Gruppe um Van Dyck, Jr. aufgebaut. Damals hat der Betrieb von Oberleitungsbussen in der Nähe des Experimentes für eine Magnetfeldschwankung in der Größenordnung von einigen 100 nT gesorgt [VDFZS99b]. Damit waren die Magnetfeldschwankungen deutlich höher als die bei THE-Trap vorhandenen Störungen.

Außerhalb des Magneten sind Spulen in Helmholtzkonfiguration angebracht. Aufgrund des einfacheren Fertigungsprozesses für eckige Spulen im Vergleich zu runden Spulen ist das Helmholtzspulenpaar bei THE-Trap ein Achtecke. Aus dem Biot-Savart-Gesetz ergibt sich eine Gleichung, die die Stärke des Magnetfeldes entlang der z -Achse einer n -eckigen Spule beschreibt [Bli81, Ket12]:

$$B_n(z) = \frac{\mu_0 N I}{4\pi} \cdot \frac{R_a^2 \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)}{R_a^2 \cos^2\left(\frac{\pi}{n}\right) + z^2} \cdot \frac{n}{\sqrt{R_a^2 + z^2}}. \quad (3.5)$$

$z = 0$ befindet sich dabei im Zentrum der Spule. R_a bezeichnet den Abstand der Ecken vom Zentrum. μ_0 entspricht der magnetischen Permeabilität im Vakuum. Die Stärke des erzeugten Magnetfeldes $B_n(z)$ ist proportional zum Strom I und der Anzahl der Leiterschleifen N .

Für eine kreisförmige Spule $\left(\lim_{n \rightarrow \infty}\right)$ vereinfacht sich die Gleichung zu:

$$B_\infty(z) = \frac{N I \mu_0}{2} \frac{R_a^2}{(R_a^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (3.6)$$

Mit steigender Anzahl der Ecken sinkt die Abweichung einer n -eckigen Leiterschleife zur kreisrunden Leiterschleife. Schon mit den vorhandenen acht Ecken liegt die Abweichung im niedrigen Prozentbereich. Gegenüber der Unsicherheit bei der Positionierung und der Fertigung der Spulen ist die Abweichung der Spulen zur runden Spule zu vernachlässigen. Daher können die bei THE-Trap verwendeten Spulen in guter Näherung als rund betrachtet werden.

Aus Gl. (3.6) ist ersichtlich, dass eine einzelne Leiterschleife kein räumlich konstantes Magnetfeld erzeugen kann. Um das Magnetfeld über den Bereich des Fallturms konstant zu halten, eignet sich eine Helmholtzkonfiguration von zwei Spulen. Die Penningfallen befinden sich im Zentrum zwischen den Spulen. Entsprechend ist für die folgende Betrachtung des von den Spulen erzeugten Magnetfeldes der Ursprung des Koordinatensystems in das Zentrum zwischen den Spulen gelegt. Zur Kompensation der Magnetfeldstörung in z -Richtung sind die zwei Spulen übereinander platziert. Eine Kompensation der Schwankung des Magnetfeldes in der xy -Ebene findet nicht statt. Aus der Forderung einer verschwindenden räumlichen zweiten Ableitung des Magnetfeldes entlang der z -Richtung ($B''(0) = 0$) folgt, dass der Abstand von kreisförmigen Spulen gleich dem Radius R_a sein muss. Für achteckige Spulen ist der Abstand nur etwa $0,95R_a$ [Ket12]. Aus der symmetrischen Anordnung des Spulenpaares folgt automatisch $B'(0) = 0$. Ein in den Spulen gleichsinnig fließender Strom erzeugt im Zentrum zwischen den Spulen eine Magnetfeld-

3 Experimenteller Aufbau von THE-Trap

Tabelle 3.1: Das vom Helmholtzspulenpaar erzeugte Magnetfeld $B(z = 0)$ wird durch den Radius R_a und die Windungszahl N der einzelnen Spulen bestimmt, siehe Gl. (3.7).

Größe	Wert
N	595
R_a	0,885 m
$B(z = 0)/I$	604,4 $\mu\text{T}/\text{A}$

stärke von

$$B(0) = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{NI\mu_0}{R_a} . \quad (3.7)$$

Die charakteristischen Eigenschaften des Helmholtzspulenpaares von THE-Trap sind in Tab. 3.1 aufgeführt.

Die Messung des Magnetfeldes durch das Fluxgate-Magnetometer wird genutzt, um den Strom in den Spulen zu regeln und damit die Störung des Magnetfeldes lokal am Ort der Penningfallen zu kompensieren. Um eine Genauigkeit im Bereich von Nanotesla zu erhalten, basiert das Arbeitsprinzip des Fluxgate-Magnetometer auf einer periodischen Anregung eines weichmagnetischen Kerns [VDFZS99b]. Das Prinzip eines solchen Aufbaus ist in Abb. 3.9 dargestellt. Mit einer Spule (rot) erzeugt ein sinusförmiger Strom I_{an} ein Magnetfeld B im Kern. Dieses Magnetfeld induziert in der Messspule (blau) einen Strom I_{ind} . Da I_{an} so gewählt ist, dass der Kern gesättigt wird, vollführt B und damit der induzierte Strom I_{ind} keine reine Sinusschwingung. Neben der Grundfrequenz von I_{an} treten in I_{ind} auch höhere harmonische Frequenzen auf. Bei Abwesenheit eines äußeren Magnetfeldes ist die Schwingung von I_{ind} symmetrisch um die Ausgangslage. Dies bedeutet, dass neben der Grundfrequenz nur gerade Vielfache der Grundfrequenz entstehen. Liegt ein äußeres Magnetfeld an, welches sich aus einem konstanten Anteil B_{konst} und einer zu kompensierenden Störung B_s zusammensetzt, so entstehen auch ungeradzahlige Vielfache, deren Amplitude von der Stärke des äußeren Magnetfeldes abhängt. Eine zusätzlich um den Kern gewickelte Spule (grün) kompensiert den konstanten Anteil B_{konst} durch dem Strom I_0 . Das Fluxgate-Helmholtzspulen-System kann die Änderungen des Magnetfeldes nur in einem Bereich von unter $2 \mu\text{T}$ ausgleichen. Um den Kern des Fluxgate-Magnetometers nicht zu sättigen ist die Kompensation des Streufeldes des Magneten notwendig. Im tatsächlichen Aufbau des Fluxgate-Magnetometers wird ein Ringkern [AG36] verwendet, siehe Abb. 3.10. Die Erregerspule (rot) ist toroidal um den geschlossenen Kern gewickelt. Senkrecht zu dem zu messenden Magnetfeld ist die Messspule (blau) um den Kern gewickelt. Das Fluxgate-Magnetometer erzeugt eine Spannung U_{FG} proportional zum Magnetfeld B_s mit $\frac{\Delta B_s}{\Delta U_{\text{FG}}} = (1,561 \pm 0,015) \frac{\mu\text{T}}{\text{V}}$ [Ort08].

Aufgrund der externen Messung ist eine Kompensation im Inneren des Magneten nur möglich, wenn die Störung auf dem Abstand zwischen dem Fluxgate-Magnetometer und den Penningfallen homogen ist. Eine Positionierung des Magnetometers nahe des Magneten ist allerdings aufgrund dessen Streufeldes nicht möglich. Mit 1,6 m Abstand zu den Penningfallen ist die Position des Magnetometers so gewählt, dass die Stärke des Streufeldes des Magneten nur noch etwa $B_{\text{konst}} = 1 \text{ mT}$ beträgt. Diese Magnetfeldstärke kann von

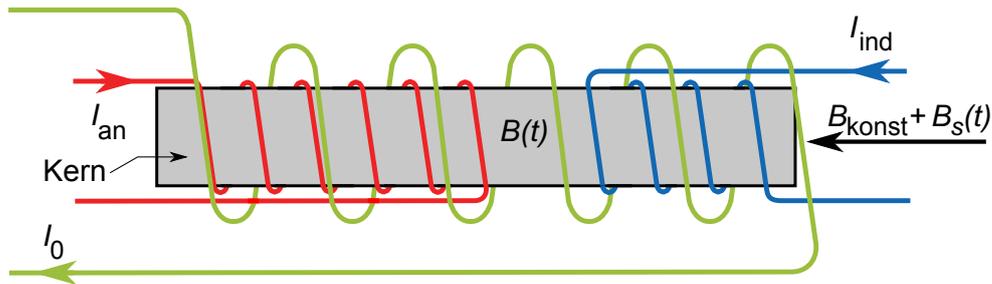


Abbildung 3.9: Funktionsprinzip eines Fluxgate-Magnetometers. Eine Erregerspule (rot) sättigt einen weichmagnetischen Kern periodisch durch den Strom I_{an} . Hierdurch entsteht das periodische Magnetfeld der Stärke B im Kern. Durch die Überlagerung des Magnetfeldes mit einer äußeren Störung B_s wird das Feld im Kern zeitlich asymmetrisch. Dieses Feld ($B_{konst} + B_s$) induziert in einer Messspule (blau) den Strom I_{ind} . Dabei ist die Frequenz von I_{an} so hoch zu wählen, dass sie die Frequenz der Störung übersteigt. Die Amplitude der ungeraden Vielfachen der Erregerfrequenz in dem Strom I_{ind} ist ein Maß für die Störung B_s . Nicht mehr Teil des grundlegenden Funktionsprinzips ist die Kompensationsspule (grün), die über einen Strom I_0 zur Kompensation eines konstanten äußeren Magnetfeldes B_{konst} verwendet wird.

der Kompensationsspule (Abb. 3.9) im Fluxgate-Magnetometer ausgeglichen werden. Bei der Aufstellung des Fluxgate-Magnetometers ist zu beachten, dass dieses sich nicht relativ zu den supraleitenden Spulen im Magneten bewegt. Eine anfängliche Montage an einer Holzwand im Labor hatte diesbezüglich zu Problemen geführt. Druckschwankungen, die beim Öffnen der Labortür entstehen, hatten ausgereicht, um die Holzwand und damit das Fluxgate-Magnetometer um einige Millimeter zu bewegen. Die Bewegung des Fluxgate-Magnetometers im inhomogenen Streufeld des Magneten führt zu einem Messsignal. Dieses kann nicht von einem Messsignal, welches von einer zu kompensierenden homogenen Änderung des Magnetfeldes erzeugt wurde, unterschieden werden. Daher wird bei einer Bewegung des Fluxgate-Magnetometers fälschlich ein Strom in dem Helmholtzspulenpaar erzeugt, der wiederum das Magnetfeld am Ort der Ionen verändert. Zur Vermeidung des Problems wurde im Rahmen dieser Arbeit eine Halterung des Fluxgate-Magnetometers entwickelt, die im Boden verankert ist. Um eine maximale Sensitivität auf Störungen des Magnetfeldes entlang der von den supraleitenden Spulen vorgegebenen z -Achse zu erreichen, besitzt die Halterung die Möglichkeit, das Magnetometer um die drei Raumachsen zu drehen und es entlang der z -Achse zu bewegen. Das Fluxgate-Magnetometer ist auf der Höhe der Penningfallen montiert. Um die Orientierung des Fluxgate-Magnetometers einzustellen, wird näherungsweise angenommen, dass die supraleitenden Spulen ein magnetisches Dipolfeld erzeugen. In dieser Näherung ist die Richtung des Magnetfeldes auf Höhe der Penningfallen außerhalb der Spulen genau entgegengesetzt der z -Richtung. Das Fluxgate-Magnetometer ist so ausgerichtet, dass bei einem konstanten Abstand zum Magneten das gemessene Magnetfeld maximal ist.

Das Fluxgate-Magnetometer gibt proportional zur magnetischen Störung eine Spannung U_{FG} aus. Durch den konstanten elektrischen Widerstand des Helmholtzspulenpaares

3 Experimenteller Aufbau von THe-Trap

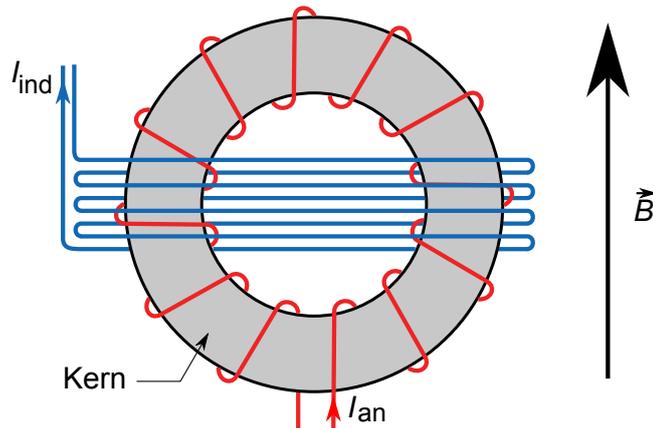


Abbildung 3.10: Schematische Darstellung des Ringkerns eines Fluxgate-Magnetometers. Die Erregerspule (rot) ist toriodial um den Kern gewickelt. Das äußere Magnetfeld \vec{B} verändert den in der Messspule (blau) induzierten Strom und erzeugt ungerade höhere harmonische Frequenzen der Anregungsfrequenz.

führt die an es angelegte Spannung zu einem Strom. Das dadurch erzeugte Magnetfeld am Ort der Ionen ist idealerweise gleich dem negativen gemessenen Magnetfeld am Ort des Fluxgate-Magnetometers. Durch den Strom des Helmholtzspulenpaares wird allerdings am Ort des Fluxgate-Magnetometers auch ein Magnetfeld erzeugt. Dieses kann prinzipiell nicht von der zu kompensierenden Störung unterschieden werden und beeinflusst so die Kompensationswirkung. Um dem entgegenzuwirken, ist der Proportionalfaktor P_0 angepasst. Wird eine konstante Magnetfeldstörung erzeugt, so gibt das Fluxgate-Magnetometer die Spannungen U_{FG} ohne den Einfluss des Helmholtzspulenpaares und U'_{FG} mit dessen Einfluss aus. Eine effektive Proportionalität

$$P_{\text{eff}} = P_0 \frac{U_{\text{FG}}}{U'_{\text{FG}}} . \quad (3.8)$$

kompensiert den Einfluss des Helmholtzspulenpaares auf die Messung des Fluxgate-Magnetometers.

3.2 Anforderungen an die Labore und deren Charakterisierung

Das THe-Trap-Experiment ist in drei Räumen untergebracht, die sich auf zwei Etagen verteilen, siehe Abb. 3.11. Der Magnet steht im *Magnetraum*. Durch eine Holzwand ist dieser Raum mit dem *Kühlraum* verbunden. Im Stockwerk über diesen Räumen befindet sich der *Kontrollraum*. Zwischen dem Magnetraum und dem Kontrollraum befindet sich ein Loch im Boden. Im Fall einer Wartung werden die Fallen und deren Vakuumaufbau durch das Loch in den Kontrollraum gezogen. Um einen Wärmetransfer, durch Konvektion, zwischen dem Magnet- und dem Kontrollraum zu vermindern, ist dieses Loch üblicherweise durch eine Holzplatte verschlossen.

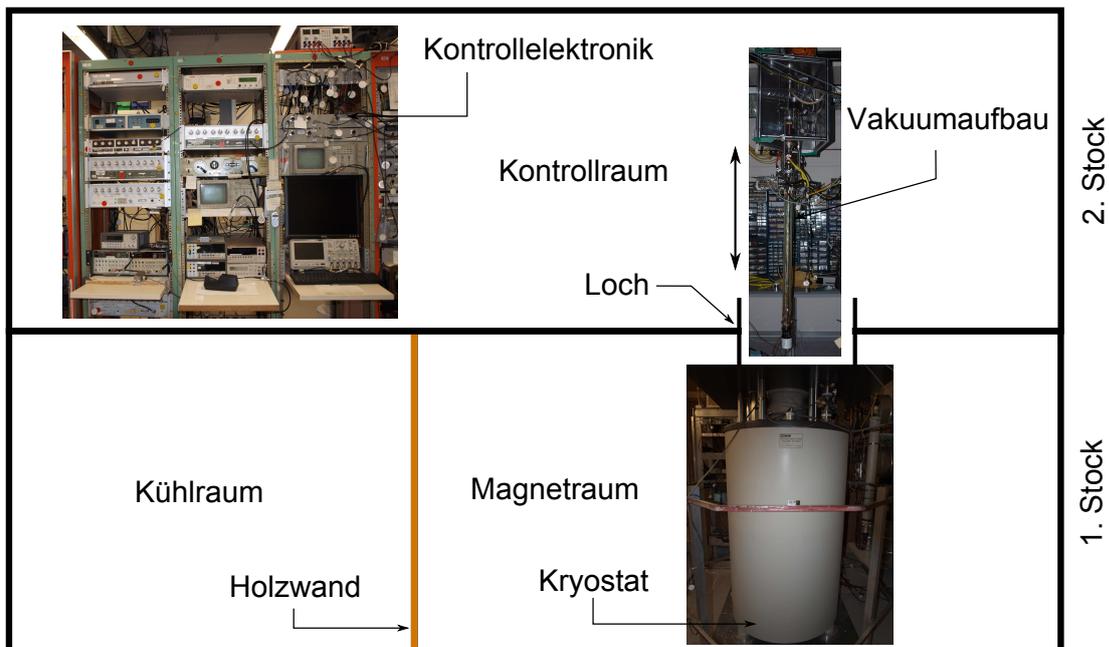


Abbildung 3.11: Anordnung der Labore von THE-Trap. Der Kontroll- und der Magnetraum sind durch ein Loch in der Decke des Magnetraumes miteinander verbunden. Durch dieses kann der Vakuumaufbau, der die Penningfallen enthält, aus dem Magneten gezogen werden. Der Kühlraum ist durch eine Holzwand mit dem Magnetraum verbunden, damit ein Wärmetransfer, durch Wärmeleitung, zwischen diesen Räumen ermöglicht wird.

Den Räumen gemein ist die Luftdichtigkeit zu den benachbarten Räumen, sowie untereinander. Entsprechend sind die Holzwand zwischen dem Magnet- und dem Kühlraum und das Loch zwischen dem Magnet- und dem Kontrollraum abgedichtet. Die Luftdichtigkeit ist Teil des Tritium-Sicherheitskonzeptes [Die11]. Aufgrund der besonderen Sicherheitsanforderungen beim Umgang mit gasförmigem Tritium ist der Druck in den Laborräumen gegenüber der Umgebung um etwa 25 Pa abgesenkt. Die Dichtigkeit der Räume wurde von dem Dienstleistungsunternehmen *DEKRA* gemessen [Bös09]. Die Messungen ergaben, dass bei einer Druckdifferenz des Kontrollraums gegenüber dem Umwelt von 50 Pa die Luft im Kontrollraum alle 35 Minuten ausgetauscht wird. In einer analogen Messung der Dichtigkeit des Magnetraumes wurde ein Luftaustausch alle 45 Minuten festgestellt. Der Unterdruck von etwa 25 Pa in den Laboren, während des normalen Betriebes bedeutet, dass der Luftaustausch nur etwa halb so schnell stattfindet.

3.2.1 Raumtemperaturstabilisierung

Um die Temperatur im Magnetraum zu stabilisieren, ist dieser mit dem Kühlraum thermisch durch die Holzwand verbunden. Da dessen Temperatur unter der des Magnetraumes liegt, bildet die Holzwand eine Wärmesenke und es entsteht durch Konduktion ein Wär-

3 Experimenteller Aufbau von THe-Trap

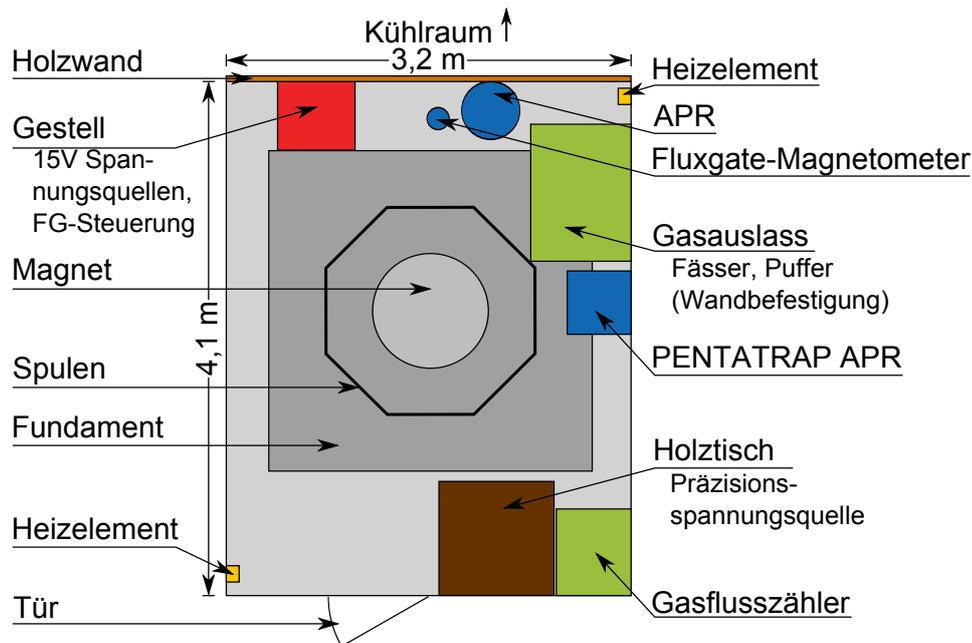


Abbildung 3.12: Skalierte Aufsicht auf dem Magnetraum. Die Heizelemente kompensieren die durch die Holzwand zum Kühlraum abgeführte Wärmeleistung. Im Gestell sind diverse ± 15 V-Spannungsquellen sowie die Steuerung für das Helmholtzspulenpaar (Spulen) und das Fluxgate-Magnetometer (FG-Steuerung). Der Magnet steht auf einem vom Gebäude getrennten Fundament. Der Heliumdruck im Magneten wird relativ zu einer der APRs mit Hilfe des Gasauslasssystems geregelt. Mit dem Gasflusszähler wird der Verbrauch von LHe ermittelt. Unter dem Tisch ist eine Präzisions-Spannungsquelle [Böh14] zur Erzeugung der Ring- und Korrektorelektroden Spannung an den Penningfallen platziert.

mestrom aus dem Magnetraum, siehe Abschnitt 2.2. Dieser Wärmestrom ist durch die Temperatur des Kühlraumes so dimensioniert, dass die Wärmeabfuhr aus dem Magnetraum größer ist als der maximal zu erwartende Wärmeeintrag. Der maximale Wärmeeintrag wiederum ist durch die Umgebungstemperaturen des Raumes im Sommer gegeben. Es hat sich gezeigt, dass eine Temperaturdifferenz von etwa (6 ± 1) K zwischen dem Magnet- und dem Kühlraum ausreicht, um den maximalen Wärmeeintrag abzuführen. Somit ist gewährleistet, dass zu jeder Tages- und Jahreszeit der Gesamtwärmestrom aus dem Magnetraum herausführt. Um die Raumtemperatur konstant zu halten, muss die abgeführte Wärme durch zwei aktive Heizelemente kompensiert werden, siehe Abb. 3.12. Diese sind an zwei gegenüberliegenden Ecken des Magnetraumes angebracht. Jedes Heizelement hat dabei eine maximale Leistung von 400 W.

Das Loch zwischen dem Magnet- und dem Kontrollraum ist problematisch für die Stabilität der Raumtemperatur im Magnetraum. Durch dieses Loch wird die elektrische Verbindung zwischen den Geräten im Magnetraum und der Kontrollelektronik hergestellt. Dazu

sind mehrere zehn Leitungen durch das Loch zwischen diesen Räumen geführt. Diese sind in zwei Strängen gebündelt. Aufgrund des Tritium-Sicherheitskonzeptes sind zudem zwei Schläuche mit jeweils einem Durchmesser von 10 cm durch das Loch in den Magnetraum geführt. Diese Schläuche kapseln das Vakuumsystem ab und stellen eine Sicherheitsbarriere für eventuell austretendes Tritium dar. Findet durch das Loch ein Luftaustausch zwischen den Räumen statt, so limitiert dieser die Temperaturstabilisierung des Magnetraumes. Der Kontrollraum wird mit Zuluft versorgt, die innerhalb von 0,2 K konstant temperiert ist. Sowohl Schwankungen der Außentemperatur wie auch eine sich ändernde Leistung der Geräte im Kontrollraum führen zu einer Temperaturschwankung im Bereich von 1 K über einen Tag. Der größte Teil des Loches ist daher mit einer Holzplatte verdeckt, um dem Luftaustausch zwischen den Räumen entgegenzuwirken. Um der unregelmäßigen Form der Schläuche und Leitungen gerecht zu werden, wird der übrig gebliebene Zwischenraum zur Holzplatte mit Watte aufgefüllt. Die verdichtete Watte unterbindet die Konvektion der Luft zwischen den Räumen und trägt so zur Stabilisierung der Temperatur im Magnetraum bei.

Um die Temperaturgradienten innerhalb des Magnetraumes zu minimieren, sind in allen vier Ecken des Raumes Lüfter angebracht, diese sind in den Heizelementen integriert. Die damit erzeugten Luftverwirbelungen verteilen die Wärme im Raum. Neben den Heizelementen bilden elektronische Geräte im Raum eine weitere Wärmequelle. Die Position der in Abb. 3.12 schematisch gezeigten Geräte beeinflusst den Wärmegradienten im Raum.

Da die Gesamtleistung von etwa 100 W der Geräte im Magnetraum konstant ist, beeinflussen diese die Stabilität der Raumtemperatur ansonsten nicht. Im Wesentlichen wird dieser Wärmeeintrag von zwei temperaturstabilisierten Druckreferenzen, zwei Präzisions-Spannungsquellen und drei weiteren Spannungsquellen verursacht. Letztere sind für die Laborspannung von ± 15 V notwendig. Die Geräte haben jeweils eine Verlustleistung von etwa 10 W. Weitere Elektronik im Magnetraum liefert einen zu vernachlässigenden Wärmeeintrag von einigen Watt. Das System zur Stabilisierung der Raumtemperatur ist für eine Stabilität von 200 mK/Tag von der Firma *Schubert Elektrotechnik GmbH* konzipiert und aufgebaut.

3.2.2 Schwingungsdämpfung des Magneten

Wie in Abb. 3.13 gezeigt, steht der Magnet auf einem vom Gebäude unabhängigen Fundament. Messungen des externen Ingenieurbüros *Büro für Baudynamik GmbH* [BB08] ergaben mit Hilfe eines Schwinggeschwindigkeitsaufnehmers eine Restgeschwindigkeit des Fundaments von weniger als $1 \mu\text{m/s}$ bei einer Frequenz von 50 Hz. Insbesondere sind durch Transformatoren für die 230 V-Netzspannung bei dieser Frequenz mit Schwingungen zu rechnen. Unter der Annahme, dass die Schwingung sinusförmig ist, folgt eine Abschätzung der Bewegungsamplitude von etwa 3 nm. Die Restgeschwindigkeit wurde gemessen, bevor der Magnet aufgestellt wurde. Im Messbetrieb erhöht sich die Geschwindigkeit durch drei Kopplungen zwischen dem Experimentfundament und dem Gebäude.

1. Die Leitungen zwischen den Kontrollgeräten und dem Experiment.
2. Den Schläuchen, die das Vakuumsystemsystem kapseln.

3.3.1 Programmatischer Aufbau von THE-Script

THE-Script wurde entwickelt, um jedes Element der graphischen Nutzerschnittelle (GUI) von THE-Controller durch Textanweisungen beeinflussen zu können, beispielsweise Knöpfe zu drücken und den Inhalt von Textfeldern auszulesen oder zu verändern. Um Messprozeduren vollständig zu automatisieren, ist nicht nur die Interaktion mit den Elementen notwendig, sondern es werden auch elementare Mathematikanweisungen, wie das Addieren und Multiplizieren von Zahlen, die Bildung einer Programmschleife und eine konditionale Programmverzweigung benötigt. Des Weiteren ist ein System zur Speicherung von Variablen notwendig.

Damit Anweisungen von THE-Script richtig interpretiert werden, müssen diese vom Nutzer syntaktisch richtig geschrieben werden. Zudem muss die Groß- und Kleinschreibung beachtet werden. Die Zeichenkette einer Anweisung ist folgendermaßen aufgebaut:

```
ANWEISUNG( ARG1, ARG2, ..., ARGN ) // Kommentar
```

Dabei steht ANWEISUNG für den auszuführenden Befehl, zum Beispiel `ClickButton`, welcher einen Knopf drückt. Die Argumente ARG1 bis ARGN, etwa welcher Knopf gedrückt werden soll, müssen in Klammern gesetzt werden. Die einzelnen Argumente werden durch Kommata getrennt. Ein Abschluss der Zeichenkette, wie sie etwa in der Programmiersprache C mit einem Semikolon gemacht wird, ist nicht notwendig. Tabulatoren und Leerzeichen werden vom Parser der Skriptsprache ignoriert. Zur Identifikation von Variablen müssen diese mit \$ beginnen. Der darauf folgende Name der Variable darf nur alphanumerische Zeichen enthalten und ist auf 127 Zeichen limitiert. Zeichenketten, die unverändert interpretiert werden sollen, werden mit " eingegrenzt. Der Teil der Zeichenkette, der nach // steht, wird ignoriert und kann somit für Kommentare verwendet werden.

Die Semantik der Argumente ist durch die vorausgehende Anweisung bestimmt. Für Anweisungen, die mit einem Element des GUI interagieren, ist ARG1 der Name des GUI-Elements. Bei Mathematikanweisungen ist ARG1 die Variable, in der das Ergebnis gespeichert wird. In zwei weiteren Argumenten werden die Zahlen oder Variablen angegeben, auf die die Mathematikanweisung angewendet werden soll. Sich wiederholende Schleifen werden mit

```
For( VAR1, VAR2, BED, VAR3, VAR4 )
```

geöffnet. Dabei ist VAR1 die Zählervariable und muss entsprechend der Variablen Identifikation mit \$ beginnen. VAR2 ist die Startbedingung, VAR3 die Endbedingung und VAR4 das Inkrement, welches negativ sein kann. BED bezeichnet die Kondition, unter der die Schleife endet. Diese kann entweder >, = oder < sein. Geschlossen wird die Schleife mit der Textanweisung `EndFor()`. Diese Anweisung enthält keine Argumente. Konditionalverzweigungen werden mit

```
If(VAR1, BED, VAR2)
```

geöffnet. BED ist die Bedingung, unter der die Argumente VAR1 und VAR2 miteinander verglichen werden. Nach dem Öffnen der Verzweigung folgt eine Liste der Anweisungen, die

3 Experimenteller Aufbau von THE-Trap

ausgeführt werden sollen, falls die Bedingung zutrifft. Mit der Textanweisung `Else()` wird die Liste der Anweisungen geöffnet, falls die Bedingung nicht zutrifft. Geschlossen wird die Verzweigung mit der Textanweisung `EndIf()`. Schleifen und Verzweigungen können ineinander verschachtelt werden. Eine Liste aller in THE-Script verfügbaren Anweisungen und deren Semantik kann in Anhang A nachgelesen werden.

Im Folgenden wird der Parser von THE-Script erläutert. Dieser läuft auf der Programmebene und ist notwendig, um eine Textanweisung zu verarbeiten. Zunächst wird die Anweisung in einer Datei protokolliert. Um die Übersicht zu wahren, wird diese Datei täglich neu erstellt. Nach der Protokollierung wird die Zeichenkette der Anweisung auf das Wesentliche reduziert. Unter anderem werden in diesem Schritt Leerzeichen, Tabulatoren und ein optionaler, durch `//` markierter Kommentarteil entfernt. Danach überprüft das Programm die verbliebene Zeichenkette auf syntaktische Fehler. So wird beispielsweise eine Anweisungen, die mehr offene als geschlossene Klammern enthält, an dieser Stelle abgebrochen. Eine syntaktisch korrekte Anweisung wird in ihre Bestandteile, die eigentliche Anweisung und die Argumente, zerlegt. Diese Bestandteile werden an den Anweisungsinterpretierer weitergegeben. Von diesem Punkt an findet eine für die Anweisung spezifische Behandlung statt. Zunächst wird überprüft, ob die korrekte Anzahl von Argumenten vorhanden ist. Falls die Anweisung auf ein Element des GUI wirkt, wird überprüft, ob die Anweisung auf das GUI-Element wirken darf. Eine Anweisung zum Umlegen eines Schalters ist beispielsweise nicht auf ein Nummerelement anwendbar. Für Mathematikanweisungen ist das erste Argument die Zielvariable, in der das Resultat gespeichert wird. Daher muss das erste Argument eine Variable sein, die in einer vorhergehenden Anweisung definiert wurde. Die weiteren Argumente können aus Zahlen oder Variablen bestehen. Wird eine beliebige Textanweisung während ihrer Verarbeitung abgebrochen, so wird dies mit einem Hinweis auf den Fehler im GUI kenntlich gemacht.

Außerhalb einer Schleifen- oder Konditionalumgebung wird eine Anweisung sofort ausgeführt. Innerhalb einer solchen Umgebung werden die Anweisungen in einer Liste gespeichert und nach Beendigung der Umgebung ausgeführt. Neben der direkten Eingabe in das GUI ist es möglich, Anweisungen aus einer Skriptdatei einzulesen.

Um der Überfrachtung der Skriptsprache vorzubeugen, sind konzeptionell nur grundlegende Befehle implementiert worden. In Abb. 3.14 ist unter anderem dargestellt, wie eine Frequenz mit Hilfe von THE-Script Anweisungen eingestellt wird. Im GUI von THE-Controller sind Frequenzen, die aus bis zu 18 Ziffern bestehen, in Dreierblöcke nach MHz, kHz, Hz, mHz, μ Hz und nHz getrennt. Da typischerweise vom Nutzer eine Frequenz nur im mHz-Bereich verändert wird, erleichtert diese Darstellung die Bedienung, indem die Übersicht über die Gesamtzahl gewahrt ist. Um eine Frequenz von 26,622049500 MHz einzustellen, müssen also vier Zahlenfelder verändert werden. Die Ziffern im sub- μ Hz-Bereich werden üblicherweise automatisch gesetzt. Für jede einzelne Änderung muss eine Skriptanweisung ausgeführt werden (rote Umrandung in Abb. 3.14). Eine Implementierung einer neuen Anweisung, die diese vier Anweisungen zusammenfasst, ist problemlos möglich. Allerdings führen viele solcher kleinen Vereinfachungen schnell zur Unübersichtlichkeit. Ebenfalls nimmt mit der Komplexität der Befehle auch die Wahrscheinlichkeit zu, dass diese zu Kompatibilitätsproblemen mit zuvor geschriebenen Skripten führen.

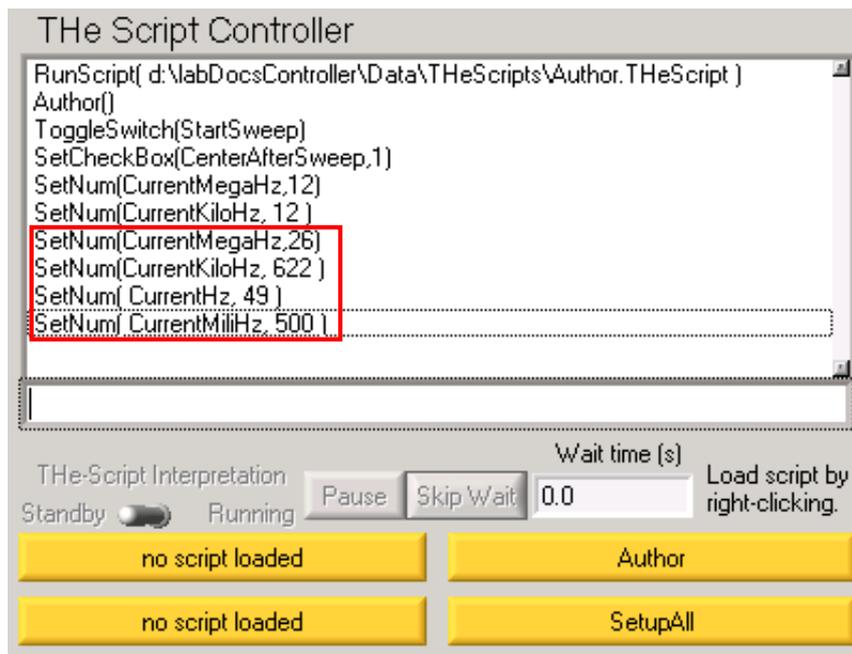


Abbildung 3.14: GUI der Skriptsprache. In dem mit Punkten umrandeten Eingabefeld kann eine Anweisung eingegeben werden. Nach der Bestätigung des Nutzers wird diese in der darüberliegenden Liste aufgeführt. Alternativ kann über zehn gelbe Aktionsknöpfe eine Skriptdatei ausgeführt werden (exemplarisch sind vier gezeigt). In dem rot umrandeten Bereich wird eine Frequenz von 26,622049500 MHz eingestellt. Details zu den weiteren Elementen sind im Text gegeben.

Zum Einfügen weiterer Anweisungen in den Quelltext von THE-Controller ist deren Name in `ListOfControls_Header.h` zu definieren. Zudem ist die Gesamtzahl der Anweisungen über die Definition `COMMAND_NUMBER` anzupassen. Anschließend muss der Name der Anweisung zur Liste der Anweisungen `CommandList` in der Deklarationsdatei `ListOfControls.h` hinzugefügt werden. Der eigentliche Quelltext ist dann in der Quelldatei `Script.c` in der Funktion `InterpretCommand` einzufügen. Dabei ist zunächst die Überprüfung auf die korrekte Anzahl von Argumenten notwendig. Ist es möglich, in den Argumenten eine Variable anzugeben, so ist es notwendig zu prüfen, ob die Variable schon im Speicher vorhanden ist. Falls die Anweisung auf ein GUI-Element angewendet wird, muss der Quelltext eine Liste von GUI-Elementen enthalten, auf die die Anweisung wirken darf. Für diese Überprüfungen sind vorgefertigte Funktionen vorhanden. Abschließend muss die Funktionalität der Anweisung programmiert werden. Zu beachten ist, dass THE-Script bei ganzen Zahlen mit dem Typ `long long` und bei Gleitkommazahlen mit dem Typ `long double` arbeitet. Abhängig vom verwendeten C-Compiler kann dies Auswirkungen auf die Speicherlänge der Zahl haben. Die Intention, dass die beiden Typen eine Länge von 64 bit haben, kann daher nicht als gegeben angenommen werden. Werden in den neuen Anweisungen andere Typen von Variablen angegeben, so kann dies zu Fehlern während des Programmablaufes führen.

3.3.2 Nutzer-Interaktionen

Dem Nutzer von THe-Script stehen mehrere Möglichkeiten zur Verfügung, Anweisungen einzugeben und auszuführen. Direkt in dem GUI von THe-Controller, ein Ausschnitt ist in Abb. 3.14 zu erkennen, ist eine Eingabezeile für Anweisungen eingebettet. In dieser können Eingaben durch Drücken der Tabulatortaste automatisch vervollständigt werden. Die Autovervollständigung funktioniert sowohl für die Anweisungen, als auch für die Kontrollelemente und die zuvor deklarierten Variablen. Eine Bestätigung der Anweisung mit der Eingabetaste startet deren Ausführung. Mit den Pfeiltasten können die 40 zuletzt ausgeführten Anweisungen in die Eingabezeile kopiert werden. Ebenso funktioniert ein Doppelklick auf eine Anweisung in der oberhalb der Eingabezeile angezeigten Liste.

Bei der Ausführung von Skriptdateien wird der Inhalt der Datei Zeile für Zeile in die Eingabezeile des GUI kopiert und ausgeführt. Zum Starten eines Skriptes mit dem Dateinamen FILE, kann der Benutzer die Anweisung

```
RunScript("FILE")
```

ausführen. Für häufig verwendete Skripte besteht die Möglichkeit, diese per Rechtsklick mit einem der zehn gelben Aktionsknöpfe zu verknüpfen. Ein Linksklick auf einen Knopf führt das zugeordnete Skript aus.

Während der Ausführung von Sequenzen kann der Nutzer begrenzt auf diese Einfluss nehmen. So ist es möglich, die Sequenz zu stoppen, indem der Schalter von *Running* auf *Standby* gestellt wird. Mit dem *Pause*-Knopf kann die Ausführung angehalten werden, ein weiteres Klicken führt sie fort. THe-Script kann Anweisungen zum Pausieren des Skriptablaufes ausführen. Die maximale Dauer der Pause wird unter *Waiting time (s)* angezeigt. Während der Laufzeit kann der Nutzer diese Warteangabe durch Anklicken des Knopfes *Skip Wait* abbrechen.

THe-Controller ist in fünf Karteireiter aufgeteilt. So gibt es einen generellen Reiter, jeweils einen für die Säuberungsprozeduren, die Spannungen und den Verstärker und einen für THe-Script. In diesem Karteireiter erhält der Nutzer weitere Informationen über THe-Script. Da es möglich ist, sowohl Schleifen wie auch Konditionalverzweigungen zu verschachteln, ist in diesem Reiter angezeigt, wie häufig diese Umgebungen geöffnet wurden. Falls eine Sequenz durch einen Fehler unerwartet abgebrochen wurde, aber noch Schleifenumgebungen und Verzweigungen offen sind, können diese durch das Zurücksetzen des Interpreters geschlossen werden. Ebenfalls werden dadurch die Variablen aus dem Speicher gelöscht. THe-Script befindet sich dann in dem Zustand, den es direkt nach dem Starten von THe-Controller hatte. Um die Benutzerfreundlichkeit zu erhöhen, kann in dem Reiter eine Hinweisfunktion für jedes Element aus dem GUI aktiviert werden. In diesem Hinweis ist der Name des Elements zu sehen, falls der Eingabezeiger länger als 5 s auf diesem verweilt. Weiterhin wird eine Liste von jedem Kontrollelement und jeder Anweisung von THe-Script in dem Karteireiter angezeigt. Ein Doppelklick auf den Namen einer Anweisung öffnet die Dokumentation der Anweisung.

THe-Script bietet nicht nur die Möglichkeit, wiederholende Prozeduren einfach auszuführen, sondern öffnet auch eine Schnittstelle für andere Computerprogramme. Die Programme müssen dazu in der Lage sein, selbstständig Skriptdateien zu schreiben. Bei-

spielsweise wurde ein, von THE-Controller unabhängiges, Computerprogramm geschrieben, welches im Minutentakt nach neuen Daten sucht, die bei der Abtastung der reduzierten Zyklotronfrequenzen gespeichert werden. Dieses Programm extrahiert die gemessene reduzierte Zyklotronfrequenz. Weicht diese von der zuvor gemessenen Frequenz ab, so schreibt das Programm eine THE-Script-Datei, welche den Bereich der nächsten Abtastung anpasst. Dieses Skript wird von einem fortwährend vom THE-Controller ausgeführten Hauptskript aufgerufen. Analog zu der Steuerung von THE-Controller mittels eines Computerprogramms, kann THE-Controller über das Internet ferngesteuert werden. Auf einer speziell dazu erstellten Internetseite kann der Nutzer ein Skript modifizieren, welches von dem Hauptskript aufgerufen und ausgeführt wird.

4 Stabilisierungssysteme bei THE-Trap

Je präziser eine Messung wird, desto relevanter werden störende Einflüsse der Umgebung außerhalb der Messapparatur. Der dominante Einfluss der Umwelt auf eine Frequenzmessung bei THE-Trap ist der Heliumgasdruck im Magneten. Dieser bestimmt die Siedetemperatur des flüssigen Heliums (LHe) im Magneten und damit die magnetische Suszeptibilität der verbauten Materialien. Wird der Heliumgasdruck nicht von den Schwankungen des Luftdrucks der Umgebung abgekoppelt, so ist eine präzise Frequenzmessung nicht möglich. Der Abschnitt 4.1 zeigt, dass durch eine Druckstabilisierung die relative Magnetfeldschwankung über einen Zeitbereich von Stunden auf unter $5 \cdot 10^{-12}$ konstant gehalten wird, siehe Abschnitt 4.1.2. Dies wird dadurch erreicht, dass der Druck auf eine Absolutdruckreferenz (APR) geregelt wird, deren Druckschwankung über diesen Zeitbereich geringer als 0,1 Pa ist, siehe Abschnitt 4.1.1.

Einen weiteren Einfluss auf die Frequenzmessungen mit THE-Trap kommt von direkten Magnetfeldstörungen von einigen 10 nT, die außerhalb des Magneten erzeugt werden, siehe Abschnitt 4.2. Diese Störungen werden mit Hilfe einer internen (Abschnitt 4.2.1) und einer externen Kompensation (Abschnitt 4.2.2) mit einem Faktor von etwa 550 unterdrückt. Die verbliebenen relativen Schwankungen aufgrund der äußeren Magnetfeldstörungen liegen damit unter $2 \cdot 10^{-11}$.

4.1 Stabilisierung des Heliumdrucks im Kryostaten

Die dominante Störung des Magnetfeldes am Ort der Penningfallen wird von der temperaturabhängigen Suszeptibilität der Materialien in deren Umgebung verursacht. Die Temperatur der Materialien, die sich im flüssigen Helium (LHe) befinden, wird durch die Siedetemperatur des LHe bestimmt. Durch einen unvermeidlichen Wärmeeintrag vom Labor in das LHe ist dieses ständig am Sieden, wodurch die Temperatur des LHe durch den Druck des Heliumgases oberhalb des LHe bestimmt ist [PT90]. Bei einem Druck von etwa $p = 1000 \text{ hPa}$ ist die Änderung der Siedetemperatur T_{Siede} durch

$$\frac{\Delta T_{\text{Siede}}}{\Delta p} \approx 10 \frac{\mu\text{K}}{\text{Pa}} \quad (4.1)$$

gegeben. Abb. 4.1 illustriert die Abhängigkeit der gemessenen reduzierten Zyklotronfrequenz ν_+ eines $^{12}\text{C}^{4+}$ -Ions von dem Druck in der Bohrung des Magneten p_B . Zur Messung dieser Daten wurde p_B zeitweise auf einen um 150 Pa niedrigeren Druck als in der APR geregelt, siehe Abschnitt 3.1.5. Zeitgleich wurde das LHe-Niveau in der Bohrung konstant gehalten. Die Druckerniedrigung in der Bohrung wurde dadurch erreicht, dass die Ausgangsspannung der Drucksensoren künstlich um 7,5 V erhöht wurde. Die Elektronik zur Regelung des Drucks reduzierte daraufhin den Druck in der Bohrung um 150 Pa, um

4 Stabilisierungssysteme bei THe-Trap

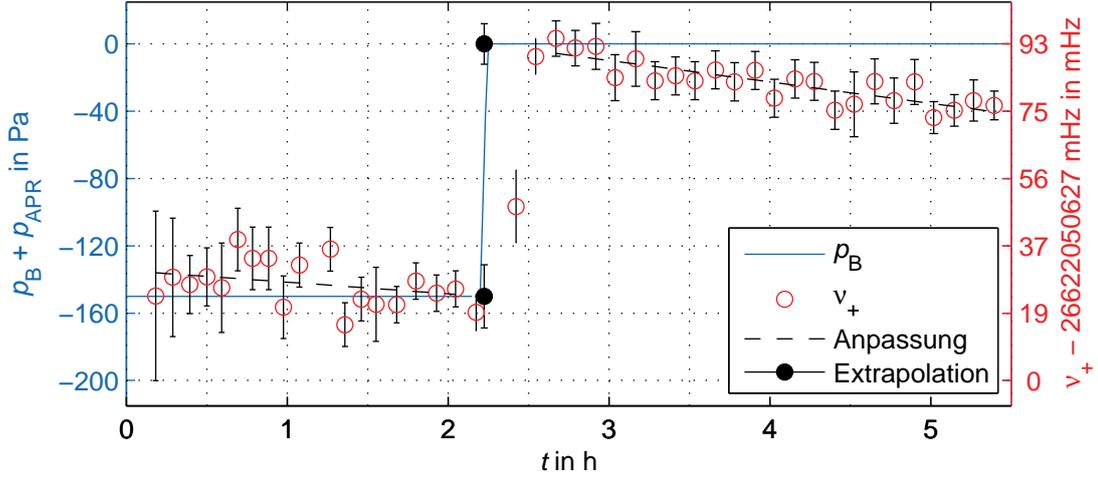


Abbildung 4.1: Abhängigkeit der reduzierten Zyklotronfrequenz eines $^{12}\text{C}^{4+}$ -Ions vom Druck in der Bohrung des Magneten. Die Schwankungen des Drucks (blau) sind auf dieser Skala nicht sichtbar. Die gestrichelte Gerade ist eine lineare Anpassung an die Messung von ν_+ mit einem relativen Abfall von etwa 6 mHz/h. Mit Hilfe der Anpassung ist ν_+ auf den Zeitpunkt der Druckveränderung extrapoliert (ausgefüllte Kreise).

das reduzierte Signal der Drucksensoren weiter auf 0 V zu regeln. Verursacht durch diese Druckveränderung verschob sich ν_+ um (70 ± 11) mHz. Der lineare Abfall von ν_+ wurde teilweise durch die im nächsten Abschnitt beschriebenen Probleme der APR verursacht. Die reduzierte Zyklotronfrequenz zum Zeitpunkt der Druckänderung wurde durch eine Extrapolation der Messdaten berechnet. Dazu wurde eine lineare Steigung an die Daten angepasst. Die Druckabhängigkeit von ν_+ ist gegeben durch

$$\frac{\Delta\nu_+}{\Delta p_B} = (0,467 \pm 0,070) \frac{\text{mHz}}{\text{Pa}} . \quad (4.2)$$

Bei einer reduzierten Zyklotronfrequenz von $\nu_+ = 26,622048$ MHz für $^{12}\text{C}^{4+}$ (Tab. 2.2) und einem Magnetfeld von $B_0 = 5,2581$ T (Tab. 2.1) folgt mit $\frac{\Delta B_0}{B_0} = \frac{\Delta\nu_+}{\nu_+}$ eine Abhängigkeit des Magnetfeldes vom Druck in der Bohrung zu

$$\frac{\Delta B_0}{\Delta p_B} = (92 \pm 14) \cdot 10^{-12} \frac{\text{T}}{\text{Pa}} . \quad (4.3)$$

Wird der Druck im Magneten nicht stabilisiert, so führen Luftdruckschwankungen im Bereich von einigen 100 Pa also zu einer nicht hinnehmbaren Magnetfeldschwankung von einigen zehn Nanotesla, die zu einer relativen Frequenzänderung von $\frac{\Delta\nu_+}{\nu_+} \approx 2 \cdot 10^{-9}$ führen. Der zur Druckstabilisierung notwendige Aufbau ist in Abschnitt 3.1.6 aufgeführt.

4.1.1 Druckstabilität der APR

Mit dem Gasauslasssystem aus Abschnitt 3.1.6, Abb. 3.8, ist es prinzipiell möglich, den Druck im Magneten auf einen Wert im Bereich von etwa ± 200 hPa um den durchschnittlichen Luftdruck p_{Luft} zu regeln. Der Druck im Magneten ist auf den Druck der Absolutdruckreferenz (APR, Abschnitt 3.1.5) geregelt. Bei der Wahl des Drucks in der APR gilt es Sicherheitsaspekte zu berücksichtigen. Im Falle eines Magnetfeldquenches wird die supraleitende Spule des Magneten plötzlich normalleitend. Durch die Ohm'schen Verluste in der Spule wird die im Magnetfeld gespeicherte Energie an das LHe abgegeben. Dies führt zu einem Verdampfen von etwa 40ℓ LHe binnen weniger Minuten und erzeugt so etwa 28 m^3 Heliumgas. Um dabei das Bersten des Magneten zu verhindern, sind an verschiedenen Stellen des Gasauslasssystems Überdruckventile angebracht. Diese öffnen sich ab einer Druckdifferenz von etwa 130 hPa zwischen dem Druck im Magneten und dem Druck der Umgebung. Im Jahresverlauf sind unter extremen Wetterlagen mit Luftdruckschwankungen von bis 80 hPa zu rechnen. Daher sollte der Druck in der APR maximal 90 Pa über dem durchschnittlichen Luftdruck liegen, um eine unterbrechungsfreie Regelung des Drucks im Magneten zu gewährleisten. Andererseits kann der Referenzdruck in der APR nicht beliebig gering gewählt werden. Da eine absolute Luftdichtigkeit des Magneten nicht gewährleistet ist, kann nicht ausgeschlossen werden, dass Luft in den Magneten einströmt, wenn der Druck in diesem geringer als der äußere Luftdruck ist. Daher sollte der Referenzdruck oberhalb des durchschnittlichen Luftdrucks liegen, siehe Abb. 4.2. Über ein Jahr hinweg ist die Standardabweichung des Luftdrucks etwa 10 hPa. Damit ergibt sich ein sinnvoller Druckbereich der APR von 20 hPa bis 90 hPa über dem durchschnittlichen Luftdruck p_{Luft} .

Je höher die Temperatur eines Supraleiters ist, desto höher ist der Flux-Creep-Effekt, der die intrinsische Stabilität des Magnetfeldes limitiert [And62]. Um die Temperatur gering zu halten, sollte der Referenzdruck gering sein. Daher ist dieser auf etwa 20 hPa über den durchschnittlichen Luftdruck eingestellt. Die Gefahr, dass der Luftdruck bei einer extremen Hochdruckwetterlage kurzzeitig über dem Referenzdruck der APR liegt, wird dabei in Kauf genommen. Wie die folgenden Abschnitte zeigen, ist die Konstanz des Magnetfeldes bei einem höheren Referenzdruck vermindert.

Leckdichtigkeit der APR

Nach der idealen Gasgleichung (3.3) gibt es im Wesentlichen zwei Effekte, die im Bezug auf die Druckstabilität der APR berücksichtigt werden müssen. Ein Gasaustausch zwischen der Druckzelle und der umgebenden Luft führt zu einer Veränderung der Teilchenzahl. Unter der Annahme, dass die Leckrate konstant ist, führt dies bei THe-Trap zu einer linearen Veränderung der Magnetfeldstärke. Der zweite Effekt ist die Temperatur des Referenzgases (Helium). Temperaturschwankungen führen zu einem statistischen Rauschen der Magnetfeldstärke.

Vereinfacht besteht die Druckreferenzzelle der APR aus einem Zylinder und zwei Deckeln. Potentiell kann es durch die Verbindungsstellen der einzelnen Teile zu einem Gasaustausch der Zelle mit der Umgebungsluft kommen. Um dies zu vermeiden, sind die Teile

4 Stabilisierungssysteme bei THe-Trap

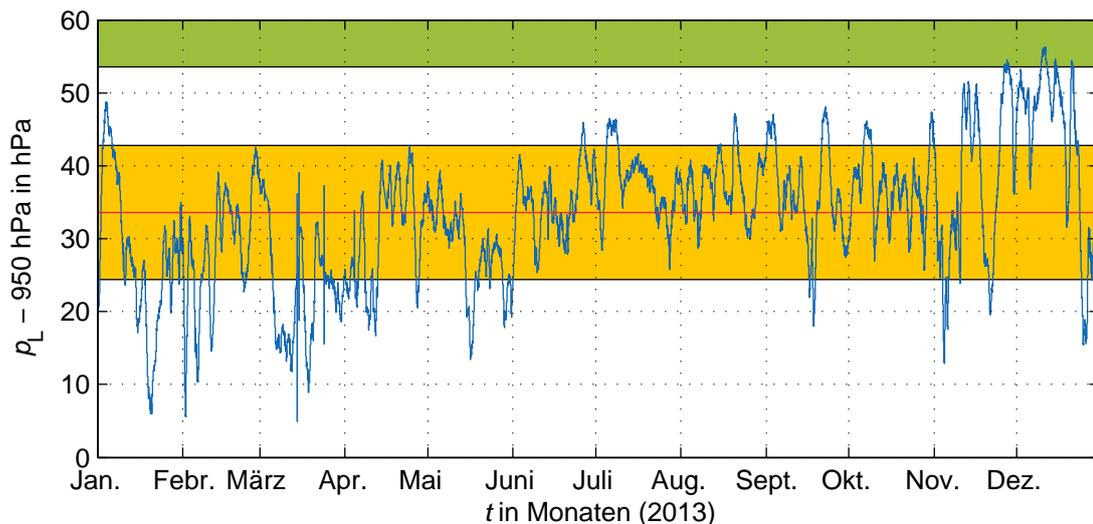


Abbildung 4.2: Verlauf des Luftdrucks p_L im Magnetraum. Die rote Linie gibt den durchschnittlichen Luftdruck 983 hPa an. 20 hPa über diesem Druck beginnt der für den Referenzdruck in der APR sinnvolle Bereich (grün). Die Standardabweichung des Drucks von 10 hPa ist durch den gelben Bereich gekennzeichnet.

durch Gummidichtringe gegeneinander gedichtet. Auf dem oberen Deckel befinden sich zwei Differenzdrucksensoren zur Messung des Differenzdrucks zwischen dem Referenzdruck und den Drücken in der Bohrung und im Reservoir des Magneten. Zur Abdichtung der Verbindungsstellen der Drucksensoren mit dem Referenzvolumen kommen ebenfalls Gummidichtungen zum Einsatz. Vor dem Füllen der Druckreferenz mit Helium wurde ein Dichtigkeitstest gemacht. Dazu wurde die Druckzelle mitsamt den Druckmessgeräten auf einen Druck von $p_{\text{APR}} = 10^{-3}$ hPa evakuiert und ein Helium-Lecktest durchgeführt. Die Untergrundrate der Lecktesters betrug 10^{-8} hPa ℓ s $^{-1}$. Das Besprühen der Gummidichtungen mit Heliumgas führte zu keiner höheren Leckrate. Wurde allerdings Heliumgas in die Messstutzen der Drucksensoren gespürt, so führte dies zu einer Leckrate von $q_{\text{vac}} = 3 \cdot 10^{-5}$ hPa ℓ s $^{-1}$. Der Index *vac* bezieht sich auf die Leckrate bei einem Differenzdruck von etwa 1000 hPa zwischen der APR und der Umgebung. Das Heliumgas strömte durch die Membran zwischen den Mess- und dem Referenzstutzen der Drucksensoren. Der Messstutzen befindet sich auf der Seite des Referenzdrucks p_{APR} in der APR. Auf der Seite der Referenzstutzen herrscht der Druck der Bohrung p_B beziehungsweise der des Reservoirs p_R . Im normalen Betrieb ist die Druckdifferenz daher deutlich geringer als bei der Lecksuche. Der Differenzdruck zur Bohrung Δp_B liegt typischerweise im Bereich von einigen zehn mPa. Da der Druck im Reservoir genutzt wird, um das LHe-Niveau in der Bohrung zu regulieren, kann je nach Füllstand des LHe im Magneten die Druckdifferenz der APR zum Reservoir bis zu $\Delta p_R = 3$ hPa betragen.

Um eine Abschätzung der Leckrate q_{mess} durch die Sensoren während der Verwendung der APR zu machen, muss zunächst das beim Lecktest gefundene Leck durch die Sensoren näher beschrieben werden. Dabei werden die Erläuterungen aus Ref. [WAW97] benutzt.

4.1 Stabilisierung des Heliumdrucks im Kryostaten

Das Helium strömt durch die Membran der Drucksensoren. Falls der Durchmesser d des Lecks klein gegenüber der Dicke l der Membran ist, kann das Leck als Düse beschrieben werden. In einem Modell der Düse strömt Gas von einem Gasreservoir mit dem Druck p_0 durch die Düse in ein Gasreservoir mit p_1 . Bei kleinen Differenzdrücken $p_0 - p_1$ ist der Gasstrom durch die Düse proportional zur Druckdifferenz. Ist der Druck p_1 geringer als der kritische Druck [WAW97]

$$p_{\text{krit}} = p_0 \cdot \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} = 0,487 \cdot p_0, \quad (4.4)$$

so ist der Gasstrom nicht mehr von dem Differenzdruck abhängig. Dieser Fall wird als *verblockte Strömung* bezeichnet. Bei dieser Strömung erreicht der Gasstrom an der dünnsten Stelle der Düse Schallgeschwindigkeit. Da diese Geschwindigkeit auch bei einer Erhöhung der Druckdifferenz konstant bleibt, ist der Gasstrom maximal. κ ist dabei der Adiabatenkoeffizient des Gases. Übertragen auf die Messung des Lecks ist $\kappa = 5/3$ der Adiabatenkoeffizient des einatomigen Gases Helium, welches durch die Düse strömt. $p_0 = p_L \approx 1000$ hPa ist der Luftdruck außerhalb der APR. Beim Lecktest der APR mit $p_1 = p_{\text{APR}} \approx 10^{-3}$ hPa bestand der Zustand der verblockten Strömung. Für die gemessene Leckrate q_{vac} gilt unter diesen Bedingungen [WAW97]

$$q_{\text{vac}} = A p_{\text{krit}} \cdot \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa + 1} \frac{RT}{M_{\text{mol}}}}. \quad (4.5)$$

Mit der universellen Gaskonstanten $R = 8,314462 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$, der molaren Masse $M_{\text{mol}} = 4$ g/mol von Helium und der Temperatur $T = 293$ K resultiert eine Abschätzung der Größenordnung der Querschnittfläche $A = 7 \cdot 10^{-2} (\mu\text{m})^2$. Der Durchmesser der Lecks von etwa $d = 0,3 \mu\text{m}$ liegt damit in der gleichen Größenordnung wie die Dicke der Membran, die mit $l = 1 \mu\text{m}$ abgeschätzt wird. Die Bedingung $d < l$, dass das Leck als Düse beschreiben werden kann, ist somit erfüllt und die obige Überlegung dient der Abschätzung der Größenordnung des Durchmessers des Lecks.

Beim Einsatz der APR beträgt die maximale Druckdifferenz nur $\Delta p_R = 3$ hPa. Damit ist p_{APR} deutlich größer als p_{krit} , wodurch die Strömung nicht verblockt ist. Der Gasstrom q_{mess} während des Messbetriebs ist damit abhängig von den Drücken auf beiden Seiten der Drucksensoren [WAW97]:

$$q_{\text{mess}} = A p_{\text{APR}} \sqrt{\frac{2RT}{M_{\text{mol}}}} \left(\frac{p_R}{p_{\text{APR}}} \right)^{1/\kappa} \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa - 1} \left(1 - \left(\frac{p_R}{p_{\text{APR}}} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right)}. \quad (4.6)$$

Mit der in Gl. (4.5) berechneten Fläche $A = 7 \cdot 10^{-2} (\mu\text{m})^2$ und den Drücken $p_{\text{APR}} = 1000$ hPa und $p_R = 997$ hPa folgt ein Gasstrom von $q_{\text{mess}} = 4,3 \cdot 10^{-6} \text{ hPa}\cdot\text{s}^{-1}$ aus der APR. Bei einem Volumen der Referenzdruckzelle von $24,5 \ell$ ist die maximale Druckveränderung $1,8 \cdot 10^{-7} \text{ hPa/s}$. Mit der Druckabhängigkeit aus Gl. (4.2) folgt für Ionen mit einem Ladungs-zu-Masseverhältnis von $q/m = \frac{1}{3} e/u$ eine Frequenzänderung von $0,3 \text{ mHz/h}$. Dies bedeutet eine Magnetfeldänderung von $\Delta B_0/B_0 = 10^{-12} /\text{h}$.

Die Ursache für das Leck in den Drucksensoren ist nicht endgültig geklärt. Eine mögliche Ursache liegt in dem Transport von THe-Trap von Seattle nach Heidelberg. Nachdem die APR beim Vorgängerexperiment in der Arbeitsgruppe um Van Dyck, Jr. benutzt wurde, wurde sie mit einem Überdruck von etwa 50 hPa über dem durchschnittlichen Luftdruck nach Heidelberg befördert. Laut den Angaben des Herstellers der Drucksensoren [MKS02] darf der Druck außerhalb der APR nicht mehr als das 1,2-Fache des Messbereiches der Sensoren überschreiten. Dabei ist zu beachten, dass die Referenzseite der Sensoren sich außerhalb des Referenzvolumens der APR befindet, während die Messeite sich im Referenzvolumen befindet. Der zur Messung des Drucks in der Bohrung des Magneten zuständige Sensor hat einen Messbereich von etwa 4 hPa. Während des Transports der APR wurde die maximal zulässige Druckdifferenz also um etwa einen Faktor 10 überschritten. Aufgrund der Konstruktion der Drucksensoren darf der Druck außerhalb der APR etwa 1300 hPa oberhalb des Drucks in der APR liegen. Zusätzlich zu der APR, die den Druck in dem Magneten reguliert, wurde eine zweite APR, zur Unterscheidung hier APR2 genannt, nach Heidelberg gesandt. Die APR2 wird hier in Heidelberg zur Messung des Luftdrucks verwendet. Da die Drucksensoren der APR2 einen Messbereich von etwa 1000 hPa aufweisen, sollte beim Transport keine Beschädigung der Sensoren aufgrund von zu hohen Druckdifferenzen entstanden sein.

Um zu überprüfen, wie sehr sich der Druck in der APR über Wochen verändert, wird ihr Absolutdruck gemessen, siehe Abb. 4.3. Damit der Druck in der APR von der Messung nicht beeinflusst wird, wird dieser Druck indirekt mit Hilfe des Drucks in der Bohrung des Magneten gemessen. Aufgrund der Druckregelung sind die beiden Drücke bis auf einige mPa identisch. Um den Absolutdruck zu bestimmen, wird der Differenzdruck zwischen der Bohrung und der Umgebung gemessen. Durch die Angleichung des Drucks im Messvolumen des Druckmessgerätes und der Bohrung wird die Druckregelung der Bohrung für einige Minuten gestört. Daher wird die Messung des Absolutdrucks nur sporadisch durchgeführt. Der Umgebungsdruck ist durch die Messung von Wetterstationen in Ziegelhausen (rot) und die unabhängige Messung mit Hilfe der zweiten Absolutdruckreferenz (APR2, blaue Kurve in Abb. 4.3) von THe-Trap bekannt. Da wegen des Tritiumsicherheitskonzept in den Laboren ein Unterdruck herrscht, weicht der tatsächliche Luftdruck von der Messung der Wetterstation ab. Diese Abweichung ist mit etwa 0,25 hPa konstant. Die Wetterstation befindet sich auf einer Höhe von 220 m über dem Meeresspiegel, während der Magnetraum sich auf einer Höhe von etwa 310 m befindet. Dieser Höhenunterschied bedeutet nach der barometrischen Höhenformel einen konstanten Druckunterschied von etwa 10 hPa. Um den Langzeittrend des Drucks in der APR über einen Zeitraum von Monaten zu messen, ist die genaue Kenntnis der Druckdifferenz zwischen dem Magnetraum und der Wetterstation nicht notwendig.

Der anfängliche Druckanstieg in der APR um mehrere Pa/h (Abb. 4.3), kann nicht durch ein Leck zur Umgebung der APR erklärt werden, da der äußere Luftdruck dazu zu gering war. Verursacht wurde der Anstieg durch einen Gasfluss aus dem Magneten in die APR. Da die APR den Referenzdruck des Magneten bildet, führt eine Erhöhung des Drucks in ihr automatisch zu einer Druckerhöhung im Magneten, wodurch mehr Gas vom Magneten in die APR gelangen kann. Nur die Überdruckventile im Gasauslasssystem limitieren diesen Druckanstieg auf etwa 130 hPa über den umgebenden Luftdruck. Dieser nicht hinnehmba-

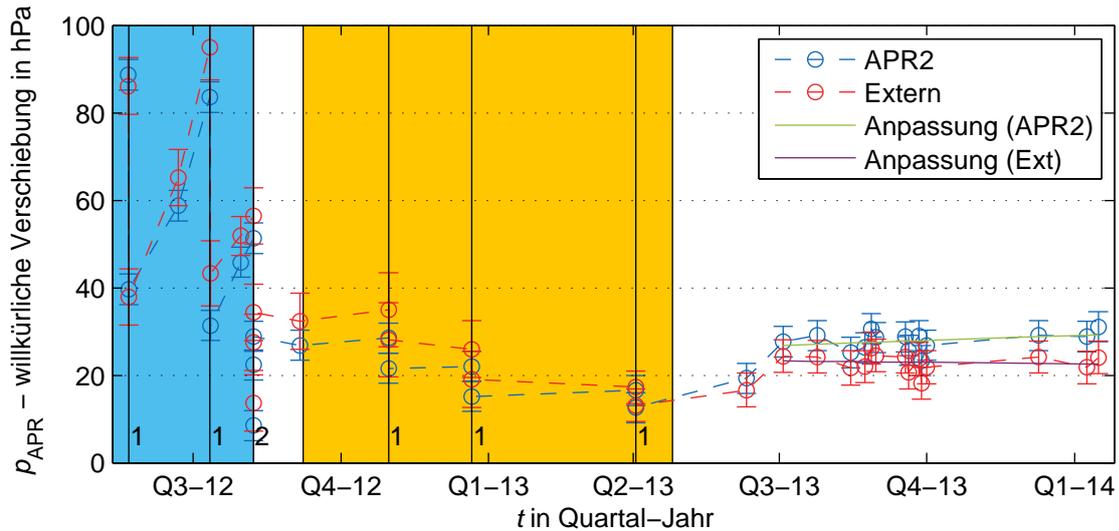


Abbildung 4.3: Absolutdruck im Referenzvolumen der APR seit Mai 2012. Der blauen Kurve wurde die Messung der APR2 zugrunde gelegt, die rote Kurve basiert auf der Messung einer Wetterstation, siehe Text. War der Absolutdruck zu groß, musste Druck abgelassen werden, Markierung (1). Zu dem mit (2) markierten Zeitpunkt wurde der Druck zu Testzwecken manuell variiert. Bis zu diesem Zeitpunkt erhöhte sich der Druck in der APR um mehrere Pa/h (hellblau). Während des gelb markierten Zeitraumes wurde die APR nicht zur Druckregulierung im Magneten verwendet. Aus der Druckreferenz, die zur Regulierung verwendet wurde, entwich Gas [Böh14], weshalb auch dem Referenzvolumen der APR Gas abgelassen werden musste, um im Messbereich zu bleiben.

re Druckanstieg führte zu einer kompletten Wartung der APR Anfang 2012, im Zuge derer unter anderem der oben beschriebene Lecktest durchgeführt wurde. Nach der Wartung der APR wurde das Referenzvolumen mit Helium gefüllt, um osmotische Prozesse aufgrund von unterschiedlichen Partialdrücken zu unterbinden.

Da die mit Gl. (4.6) berechnete Leckrate der Drucksensoren einige Größenordnungen geringer ist als die im Experiment beobachtete, kann diese nicht ursächlich für den Druckanstieg sein. Ein weiteres Indiz sind die für die Leckrate verantwortlichen Druckverhältnisse im Magneten. Um das Niveau des LHe in der Bohrung konstant zu halten, ist es notwendig, den Druck im Reservoir in zwei Drittel der Zeit zwischen zwei LHe-Füllvorgängen geringer als im Referenzvolumen zu halten. Daher sollte im Mittel das Gas durch das Leck aus der APR herausfließen und sich der Druck vermindern. Eine Vermutung, wie dieser hohe Druckanstieg zustande kommt ist, dass die Membranen der Drucksensoren der APR als Pumpe fungieren. Aufgrund des Messprinzips der Drucksensoren schwingen die Membranen. Prinzipiell ist es vorstellbar, dass der Gasfluss durch das oben gemessene Leck in der Membran abhängig von der Schwingungsrichtung ist und sich somit unabhängig von der Druckdifferenz auf den beiden Seiten ein Gasfluss in die APR ergibt. Um einen Zusammenhang des Druckanstieges mit der Regelung des Drucks im Magneten auszuschlie-

ßen, wurde dieser Druck zeitweise mit Hilfe einer weiteren, nicht aus Seattle stammenden APR [Böh14] geregelt (gelb markierter Zeitraum in Abb. 4.3). Diese war dem PENTA-TRAP-Experiment entliehen und wird daher im Folgenden mit P-APR bezeichnet. Das Funktionsprinzip der P-APR ist dem Funktionsprinzip der APR von THe-Trap entlehnt. Während die P-APR die Referenz des Drucks in der Bohrung des Magneten bildete, wurde mit der APR lediglich deren Druck gemessen. Da aus dem Referenzvolumen der P-APR Gas entwich, reduzierte sich dessen Druck. Dadurch musste während der Zeit auch regelmäßig Gas aus der ursprünglichen APR abgelassen werden, um den Differenzdruck im Messbereich der Sensoren zu halten. Abb. 4.3 ist zu entnehmen, dass im Referenzvolumen der APR während der Zeit kein Druckaufbau stattgefunden hat. Nachdem wieder die ursprüngliche APR als Druckreferenz für den Druck im Magneten diente, konnte weiterhin kein Druckanstieg in dieser beobachtet werden.

Es ist nicht endgültig geklärt, wie das Heliumgas bei der Inbetriebnahme der APR in das Referenzvolumen gelangen konnte. Es wurde lediglich beobachtet, dass der Gasstrom in die APR deutlich reduziert wurde, seitdem der Absolutdruck auf etwa 20 hPa über den durchschnittlichen Luftdruck im August 2012 verringert wurde, siehe Abb. 4.3. Um abzuschätzen, wie sehr sich der Druck in der APR seit dem 30.06.2013 geändert hat, ist an den zwei Datensätzen aus der Abbildung jeweils eine lineare Steigung angepasst worden. Die grüne Gerade zeigt einen Druckanstieg von etwa 0,05 Pa/h, für die Messung des Drucks mit der APR2. Im Gegensatz dazu zeigt die lila Gerade einen Abfall des Drucks von 0,01 Pa/h, bei der Messung des Drucks in der APR mit der Wetterstation. Über den Langzeitdrift der APR2 beziehungsweise der Wetterstation ist nichts bekannt. Von der Tatsache, dass der lineare Drift in den beiden Anpassungen beides Mal in der Größenordnung von unter 0,1 Pa/h liegt, kann geschlossen werden, dass die wahre Druckänderung in der APR ebenfalls in dieser Größenordnung liegt. Mit der Abhängigkeit der Zyklotronfrequenz aus Gl. (4.2) folgt für eine Druckänderung von 0,1 Pa/h eine lineare Frequenzverschiebung von 0,05 mHz/h. Für die $^{12}\text{C}^{4+}$ -Ionen bedeutet dies eine relative Frequenzverschiebung von $\Delta\nu_+/\nu_+ = 2 \cdot 10^{-12}/\text{h}$. Dieser Trend ist ähnlich zu dem Vorgängerexperiment in Seattle von $< 5 \cdot 10^{-12}/\text{h}$ [VDZVL⁺04].

Temperaturstabilität der APR

Die geringe Leckrate der APR verursacht eine lineare Veränderung des relativen Magnetfeldes von $\Delta B_0/B_0 = 2 \cdot 10^{-12}/\text{h}$. Mit der bei THe-Trap erreichten relativen Präzision einer einzelnen Frequenzmessung von $\Delta\nu_+/\nu_+ \approx 10^{-10}$, die innerhalb von etwa 10 Minuten erreicht wird (Abschnitt 5.1), kann die lineare Änderung des Magnetfeldes nicht aufgelöst werden. Direkt messbar wird die lineare Veränderung daher erst über eine Messdauer von Tagen. Demgegenüber stehen Temperaturveränderungen des Referenzvolumens, die für kurzzeitige Schwankungen des Referenzdrucks im Bereich von Stunden verantwortlich sind. Wie in Abschnitt 3.1.5 beschrieben, wurde die APR thermisch isoliert und zusätzlich aktiv temperaturgeregelt, um Temperaturschwankungen auf dieser Zeitskala zu unterbinden. Die Isolation reduziert den Wärmefluss von dem Aluminiumkern der APR in die Umgebung auf $\dot{Q}/(T_i - T_a) \approx 0,34 \text{ W/K}$. Mit der Wärmekapazität des Kerns von $c_K = Q/\Delta T \approx 37,6 \text{ kJ/K}$ folgt eine grobe Abschätzung der Temperaturänderung von

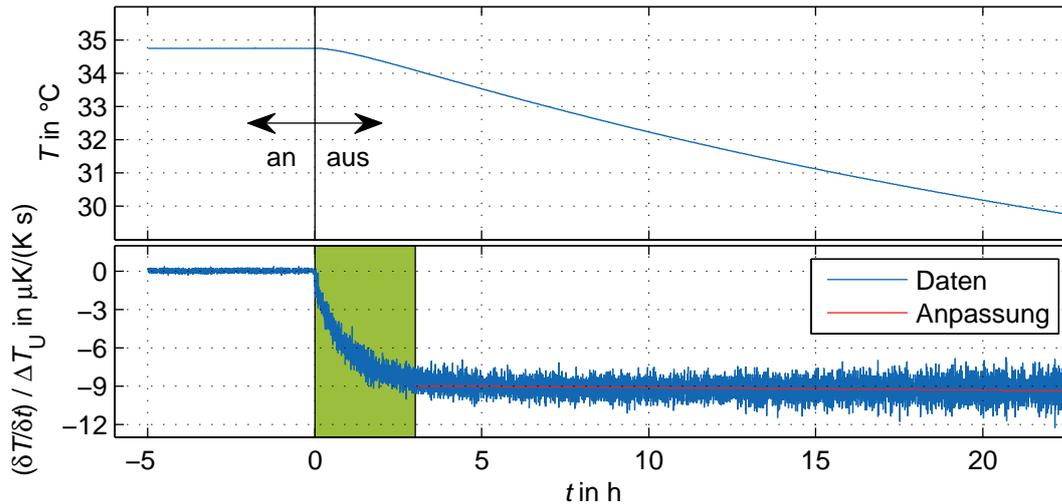


Abbildung 4.4: Temperatur des Aluminiumkerns der APR (oben). Temperaturfluktuationen sind auf der Skala nicht erkennbar. Die Temperaturänderung $\delta T / \delta t$ dividiert durch die Temperaturdifferenz $\Delta T_U(t)$ des Aluminiumkerns zur Umgebung ist unten dargestellt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wurde die Wärmezufuhr ausgeschaltet. Verzögert um drei Stunden (grün) reagiert der Aluminiumkern mit einem exponentiellen Temperaturabfall von $9,0 \mu\text{K}/(\text{K s})$. Dieser Wert ist aus der linearen Anpassung der Temperaturänderung (rot) entnommen.

$10 \mu\text{K}/(\text{K s})$. Diese Temperaturänderung bedeutet, dass sich bei einer Temperaturdifferenz von einem Kelvin zwischen dem Referenzvolumen der APR und der Umgebung die Temperatur des Referenzgases um $10 \mu\text{K}/\text{s}$ ändert, siehe Abschnitt 2.2. Dieser theoretische Wert des vereinfachten Modells der APR ist in guter Übereinstimmung mit dem experimentell gemessenen Wert von $(9,00 \pm 0,02) \mu\text{K}/(\text{K s})$. Um diesen Wert zu messen, wurde die APR auf $\Delta T_U(t = 0) = 9,7 \text{ K}$ gegenüber der Umgebung aufgeheizt. Der experimentelle Wert entspricht der Abkühlung der APR von $87,3 \mu\text{K}/\text{s}$, bei der anfänglichen Temperaturdifferenz von $9,7 \text{ K}$. In Abb. 4.4 ist der zeitliche Temperaturverlauf der APR zur Messung der Abkühlrate dargestellt. Die Temperatur der APR fällt nach dem Abstellen der Wärmezufuhr zum Zeitpunkt $t = 0$ ab. Unten ist die Änderung der Temperatur $\frac{\delta T}{\delta t}$ dividiert durch die Differenztemperatur zur Umgebung $\Delta T_U(t)$ dargestellt. Nach drei Stunden ist diese normierte Temperaturabnahme nahezu konstant. Der obige Wert von $9,0 \mu\text{K}/\text{s}$ ist der Wert der linearen Anpassung zum Zeitpunkt von drei Stunden. Innerhalb der ersten drei Stunden (grüner Bereich) ist ein Unterschied des einfachen Modells zum realen Aufbau deutlich. Im Modell wird die Annahme gemacht, dass die Wärmekapazität c_1 der Isolationsschicht zu vernachlässigen ist. Dadurch wird der Aluminiumkern instantan beim Auftreten einer Temperaturdifferenz vom Kern zur Umgebung beeinflusst. Tatsächlich hat die Isolation eine Wärmekapazität von $c_1 = 4,5 \text{ J/K}$, siehe Tab. 2.4. Dies bedeutet, dass die Temperaturdifferenz nur verzögert (um drei Stunden) zum Kern propagiert.

Um die Temperaturfluktuationen der APR auf einer Zeitskala von Stunden zu reduzieren, wird eine aktive Temperaturstabilisierung verwendet, deren Aufbau in Abschnitt 3.1.5

4 Stabilisierungssysteme bei THe-Trap

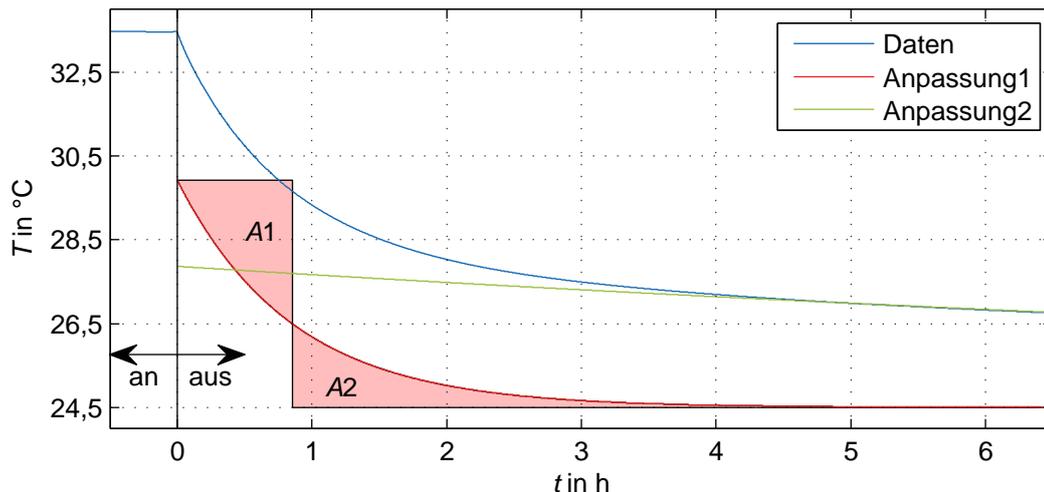


Abbildung 4.5: Temperaturabfall (blau) auf der Aluminiumblech zwischen den zwei Styrofoam™-Schichten der APR. Fluktuationen der Temperatur sind auf der Skala nicht erkennbar. An dem Abfall der Temperatur ist die Summe von zwei Exponentialkurven angepasst (Anpassung1 und Anpassung2). Der schnelle Abfall (Anpassung1) ist verursacht durch den Temperaturunterschied zur Umgebung, der zur Zeit $t = 0$ bei $T_U = 9,0\text{ K}$ liegt. Der langsame Abfall (Anpassung2) ist durch den Temperaturunterschied zum Aluminiumkern gegeben. Aufgrund der Wärmekapazität $c_K = 37,6\text{ kJ/K}$ kühlt der Kern nur langsam ab, siehe Abb. 4.4. Die T -Summenzeit von $T_\Sigma = 51$ Minuten ist zu dem Zeitpunkt gegeben, zu dem die Flächen A1 und A2 gleich groß sind.

beschrieben ist. Für die aktive Temperaturstabilisierung wird ein Heizdraht auf dem Aluminiumblech zwischen zwei Isolationsschichten aus Styrofoam™ verwendet. Diese Isolationsschichten umschließen den Aluminiumkern der APR. Den Kontrollschaltkreis für den Draht, der die Heizleistung zur aktiven Regelung bereitstellt, ist in Abb. 3.6 dargestellt. Der Regler besteht aus einem Proportional- und einem Integralteil, die nach Abschnitt 2.3.3 bestimmt werden. In einer Messung analogen zu Abb. 4.4 wurde eine Sprungantwort für das Temperaturverhalten des Aluminiumblechs gemessen. Aus Abb. 4.5 ist die T -Summenzeit zu $T_\Sigma = 51$ Minuten bestimmt. Für eine Regelung mit geringem Überschwingen ist die Nachstellzeit $T_{N,t} = 26$ Minuten nach Tab. 2.6 die Hälfte dieser Zeit. Der Proportionalteil ist durch die Wärmeleitung zur Umgebung gegeben, siehe Abschnitt 2.2. Dieser wird alleine durch die äußere Styrofoam™-Schicht mit einer Stärke von 5 cm bestimmt. Mit einem Außenradius von $R_a = 23,0\text{ cm}$ und einer Höhe von $h = 107,6\text{ cm}$ folgt nach Gl. (2.45) eine Wärmeleitung von $\dot{Q}/(T_i - T_a) \approx 0,91\text{ W/K} =: K_S$. Bei einer Temperaturänderung von 1 K muss also eine Wärmeleistung von 0,91 W im Heizdraht dissipiert werden. Nach Tab. 2.6 ist der Proportionalteil des Reglers mit $K_{p,t} = 0,5/K_S = 0,55\text{ K/W}$ zu setzen.

Der Schaltkreis zur Regelung der benötigten Heizleistung, um die Temperatur der APR konstant zu halten, ist in Abb. 3.6 gezeigt. Die Temperatur wird über einen NTC-Widerstand in einer Wheatstone'schen Messbrücke in ein Spannungssignal umgewandelt. Dieser Widerstand hat eine Änderung seines Wertes von -4 \%/K . Die konstanten Widerstände

der Messbrücke haben einen Wert von $32 \text{ k}\Omega$. Die Solltemperatur von $34,5 \text{ }^\circ\text{C}$ ist erreicht, wenn der variable Widerstand gleich den konstanten Widerständen ist. An der Messbrücke liegt eine Spannung von $2,5 \text{ V}$ an. Mit dem Ohmschen Gesetz bildet sich ein Differenzspannung von $U'_{\text{diff}} = 24,5 \text{ mV/K}$ zwischen den Zweigen der Messbrücke aus. Diese Spannung wird durch den Differenzverstärker mit einem Faktor V_{diff} verstärkt. Ohne den Integrator führt die verstärkte Spannung zu einer Leistung von $(U'_{\text{diff}} \cdot V_{\text{diff}})^2 / R =: K_{\text{p,t}}$. Mit dem gegebenen Widerstand $R = 270 \text{ }\Omega$ des Heizdrahts folgt die Verstärkung $K_{\text{p,t}} = 0,55 \text{ K/W}$ aus einer Verstärkungswirkung des Differenzverstärkers von $V_{\text{diff}} = 630$. Im tatsächlichen Aufbau des Reglers ist eine Verstärkung von $V_{\text{diff}} = 5$ gewählt, da höhere Verstärkungen zu unerwünschten Schwingungen der Temperatur in der APR geführt haben. Die Nachstellzeit $T_{\text{N,t}}$ entspricht in dem Schaltreis der RC -Zeit des Integrators. Diese Zeit ist mit $T_{\text{N}} = RC = 1 \text{ M}\Omega \cdot 3,5 \text{ }\mu\text{F} = 3,5 \text{ s}$ deutlich niedriger als $T_{\text{N,t}}$. Um T_{N} an $T_{\text{N,t}}$ anzugleichen, müsste der Widerstand erhöht werden. Dieser ist allerdings durch die Eingangsimpedanz des Operationsverstärkers limitiert. Die zweite Möglichkeit ist die Erhöhung der Kapazität C . Reale Kondensatoren haben im Gegensatz zu idealen Kondensatoren einen endlichen Widerstandswert bei Gleichspannung. Der durch diesen Widerstand fließende Leckstrom entleert den Kondensator. Dieser Leckstrom ist bei handelsüblichen Kondensatoren so groß, dass die berechnete Nachstellzeit $T_{\text{N,t}} = 26 \text{ Minuten}$ nicht zu erreichen ist.

Bemerkenswert ist der Temperaturunterschied zwischen der Abb. 4.4 und Abb. 4.5, bevor die Wärmezufuhr jeweils ausgeschaltet wurde. Die Temperatur des Aluminiumkerns ist um $1,3 \text{ K}$ höher als die der Heizplatte, die den Kern durch eine Isolationsschicht getrennt umgibt. Die Temperaturdifferenz ist durch die Wärmeleistung der Drucksensoren zu erklären. Mit einer Leistung von $0,5 \text{ W}$ und dem Wärmefluss von $0,34 \text{ W/K}$ aus der APR in die Umgebung folgt eine theoretische Temperaturerhöhung von $1,5 \text{ K}$ (Abschnitt 3.1.5), welche von der Messung bestätigt wird.

Die Allanabweichung $\sigma(\tau)$ ist ein Maß, um beispielsweise das Temperaturverhalten der APR auf verschiedenen Zeitskalen $\tau = m \cdot \tau_0$ zu beschreiben [Ril08]. Bei einer diskreten Messreihe mit N Messungen ist τ_0 die Zeit zwischen zwei Messpunkten T_i und T_{i+1} . τ kann nur ganze Vielfache m von τ_0 annehmen. Mit der Allanabweichung wird die mittlere zu erwartende Abweichung σ der Durchschnittstemperatur $\bar{T}_k = \frac{1}{m} \sum_{i=k}^{k+m} (T_i)$ zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zeitbereichen mit einer Dauer von $m\tau_0$ beschrieben. Die Allanabweichung ist damit als

$$\sigma^2(m\tau_0) = \frac{1}{2m(N-1)} \cdot \sum_{k=0}^{\frac{N-2}{m}} (\bar{T}_{k+1} - \bar{T}_k) \quad (4.7)$$

definiert. Im Gegensatz zur Standardabweichung, die die durchschnittliche Abweichung vom Mittelwert beschreibt, sind die Daten in der Allanabweichung in Zeitabschnitte unterteilt. Dies erlaubt die Aussage über die Stabilität der Temperatur der APR, bezogen auf unterschiedlichen Zeitskalen. Die Allanabweichung ist so normiert, dass sie für τ_0 mit der Standardabweichung übereinstimmt, falls die einzelnen Messpunkte gaußverteilt sind. Bei der minimalen Zeit τ_0 wird die Hälfte der mittleren Differenz zwischen zwei aufeinander-

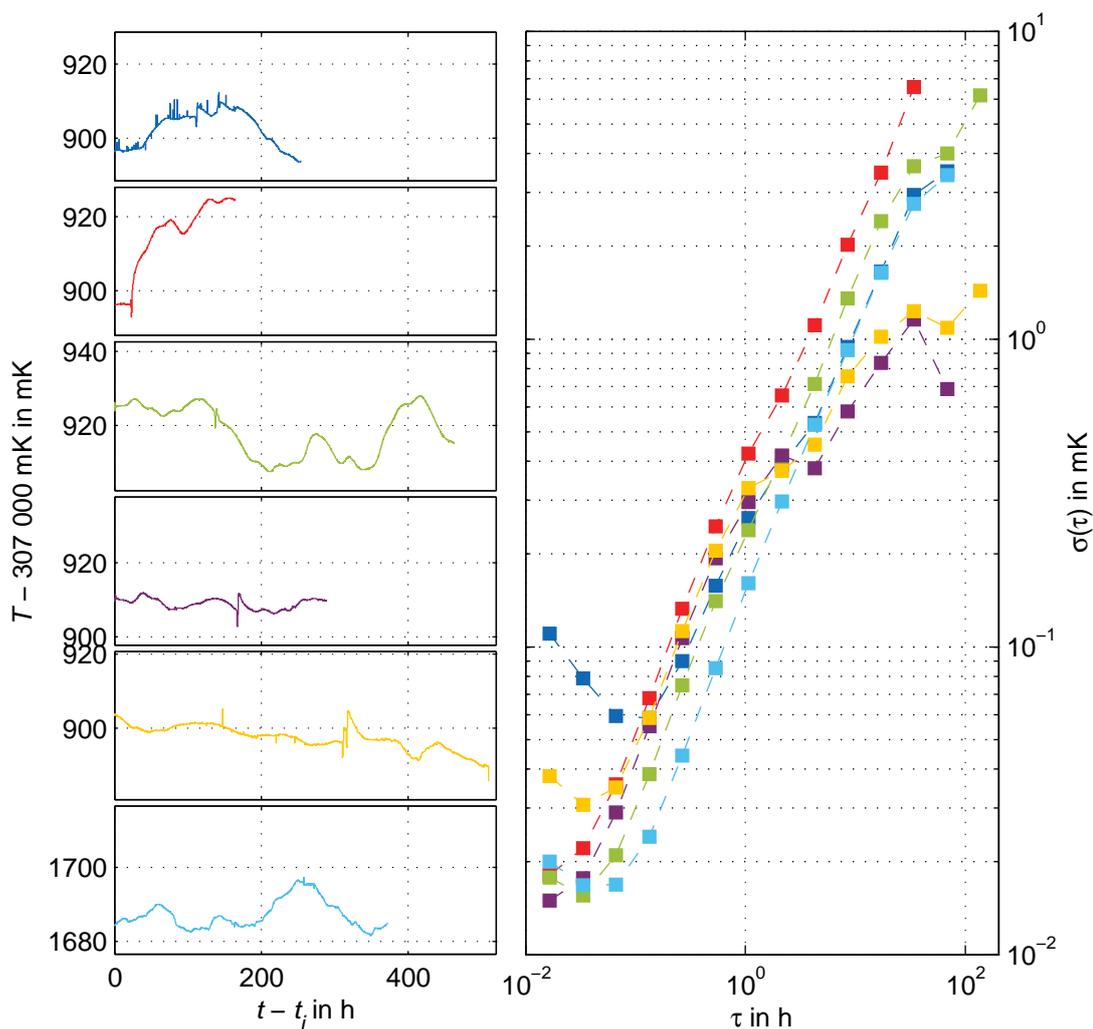


Abbildung 4.6: Temperaturverhalten der APR. Links sind die Zeitreihen der Temperatur mit den Anfangszeiten t_i aufgetragen. Die Zeitreihen sind mit einer Pause von mehreren Tagen hintereinander gemessen worden (von oben nach unten). Zu beachten ist, dass die unterste Zeitreihe (hellblau) absichtlich auf eine andere Temperatur stabilisiert wurde und der Temperaturunterschied zu den anderen Zeitreihen von 800 mK keinen Langzeitdrift der Temperatur darstellt. Die kurzzeitigen Strukturen ergeben sich durch den Abfall der Umgebungstemperatur während des Befüllen des Magneten mit LN_2 , vergleiche Abb. 4.7. Rechts ist die aus den Zeitreihen berechnete Allanabweichung aufgetragen. Die dunkelblaue und gelbe Kurve sind für kurze Zeiten durch die Unsicherheit der Messapparatur limitiert.

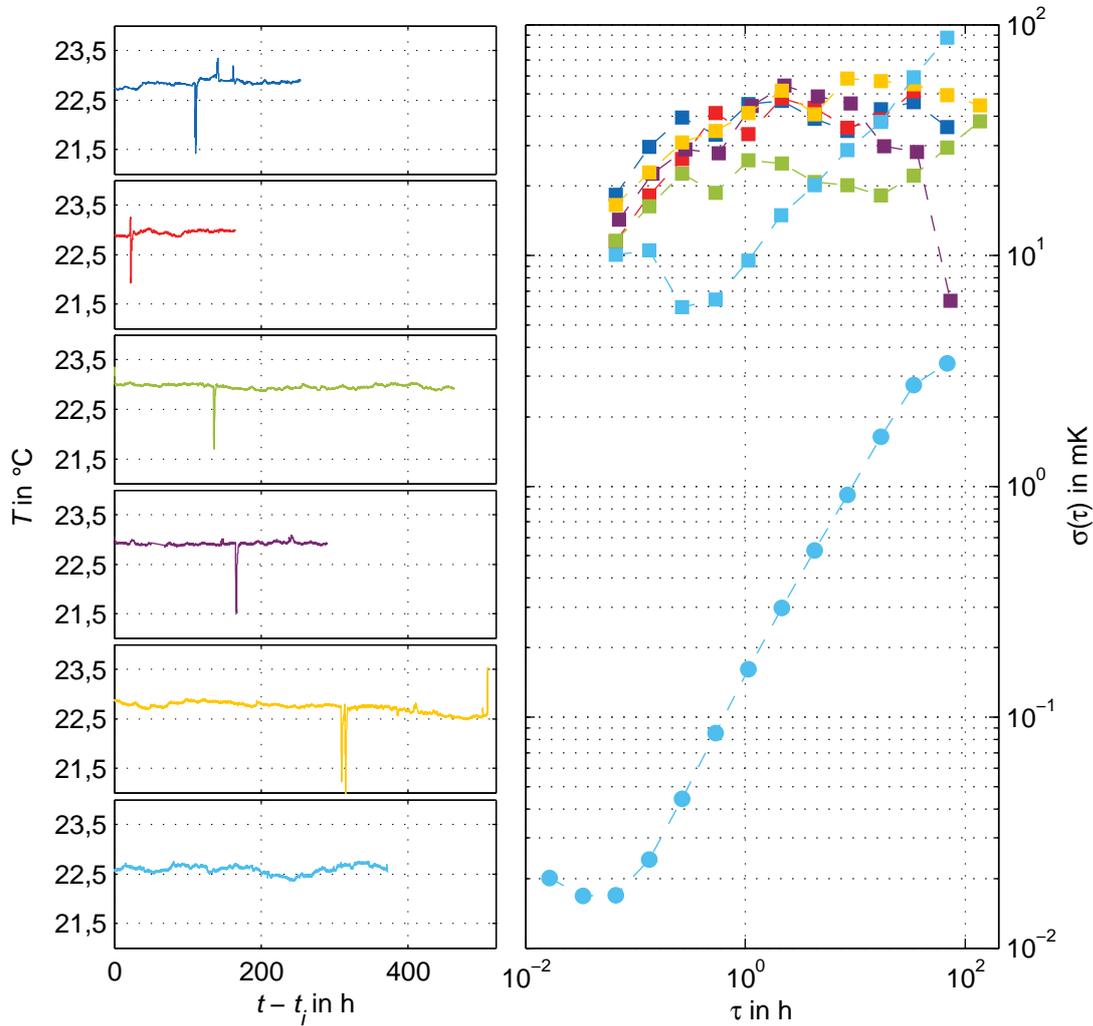


Abbildung 4.7: Temperaturverhalten der Umgebung der APR. Die Daten wurden zur selben Zeit wie die Daten aus Abb. 4.6 genommen. Der Magnestraum kühlt kurzzeitig während es Füllens des Magneten mit LN_2 um etwa ein Grad ab (Temperatureinbruch in den ersten fünf Datenreihen). Dies beeinflusst die Temperaturstabilität in der Allanabweichung auf der rechten Seite. Ohne das Befüllen des Magneten (hellblaue Kurve) ist die Stabilität im Bereich von etwa 10 mK über eine Stunde. Zum Vergleich wurde die erreichte Temperaturstabilität der APR (ausgefüllt Kreise) eingezeichnet (hellblaue Zeitreihe in Abb. 4.6).

folgenden Messwerten der Temperatur ermittelt. Die Graphen einer Allanabweichung sind so zu lesen, dass die mittlere Abweichung (Ordinate) zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zeitbereichen einer bestimmten Dauer (Abszisse) aufgetragen ist.

Die erreichte Temperaturstabilität der APR ist in Abb. 4.6 zu sehen. Zum Vergleich sind die Temperaturschwankungen in der Umgebung der APR in Abb. 4.7 für den gleichen Zeitraum abgebildet. Links sind verschiedene Messreihen der Temperatur der APR aufgetragen. Diese Messreihen wurden nacheinander mit einem zeitlichen Abstand von wenigen Tagen gemacht. Die zugehörigen Allanabweichungen sind auf der rechten Seite aufgetragen. Für einige Minuten ist die Varianz durch die inakkurate Messung der Temperatur limitiert, dies wird besonders in der dunkelblauen und gelben Messreihe sichtbar. Die Abbildung zeigt eine Abweichung von $\sigma(\tau < 1 \text{ h}) \ll 0,1 \text{ mK}$ auf einer Zeitskala von einigen Minuten, die relevant ist für die Bestimmung einzelner reduzierter Zyklotronfrequenzen ν_+ . Auf längeren Zeitskalen von mehreren Stunden, relevant für Frequenzverhältnismessungen von zwei Ionen, beträgt die Schwankung $\approx 1 \text{ mK}$. Die Abhängigkeit des Magnetfeldes $B_0 = 5,2581 \text{ T}$ von der Temperatur der APR ist durch Gl. (4.3) und Gl. (3.4) mit

$$\frac{\Delta B}{B_0 \Delta T} = (30,75 \pm 0,45) \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{mK}} \quad (4.8)$$

gegeben. Damit folgt eine relative Stabilität des Magnetfeldes von etwa $\Delta B/B_0 = 3 \cdot 10^{-11}$ auf einer Zeitskala von mehreren Stunden. Für ${}^3\text{H}^{1+}$ Ionen, mit $\nu_+ \approx 30 \text{ MHz}$, entspricht dies einer relativen Stabilität von $\delta\nu_+/\nu_+ \approx 3 \cdot 10^{-11}$.

Im Vergleich mit der Raumtemperatur des Labors (Abb. 4.7) ist die Temperaturschwankung der APR auf einer Zeitskala von Stunden um mehrere Größenordnungen unterdrückt. Der direkte Vergleich der Zeitreihen zeigt, dass der Temperaturabfall in der Umgebung, verursacht durch das Füllen des Magneten mit flüssigem Stickstoff, die Temperatur der APR nur kurzzeitig beeinflusst.

4.1.2 Druck- und Niveaustabilität des flüssigen Heliums

Um den Druck und das LHe-Niveau in der Bohrung des Magneten zu regeln, wird das in Abschnitt 3.1.6 beschriebene Gasauslasssystem verwendet. In Abb. 4.8 sind die Schwankungen der Drücke in der Bohrung und dem Reservoir relativ zum Druck in der APR über einen Zeitraum von 57 Tagen gezeigt. Dieser Zeitraum ist etwas länger als die Standzeit des Magneten von 6 Wochen, in der 60 l LHe verdampfen. Während der gesamten Zeit weicht der Druck in der Bohrung, mit Ausnahme des LHe-Füllens, nicht mehr als $0,1 \text{ Pa}$ von dem Referenzdruck der APR ab. Von den kurzzeitigen, etwa 15 Minuten dauernden Ausreißern abgesehen, liegt die Druckabweichung in einem Bereich von $0,02 \text{ Pa}$. Die Ausreißer werden durch die Kopplung der Regelungen des Drucks und des LHe-Niveaus in der Bohrung verursacht. Da die Regelparameter der Regler so gewählt sind, dass die Regelung am Rande der Stabilität arbeitet, kommt es sporadisch zu einem Aufschaukeln des Drucks. Die Ausreißer können vermieden werden, indem die Verstärkung der Regler verringert beziehungsweise deren Integrationszeit erhöht wird. Mit den um einen Faktor 3 veränderten Parametern verschlechtert sich die Regelung in der übrigen Zeit um etwa einen Faktor 4.

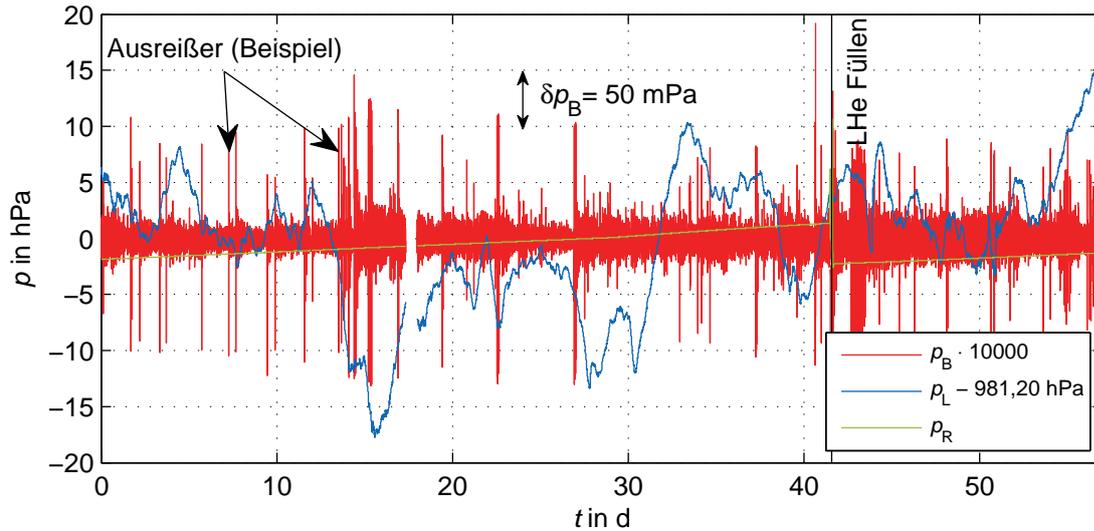


Abbildung 4.8: Druck im Magneten, bezogen auf den Druck der APR, im Vergleich zur Schwankung des Umgebungs-(Luft)drucks p_L . Der Druck in der Bohrung p_B (hier skaliert um den Faktor 10^4) weicht vom APR-Druck weniger als $\pm 25 \text{ mPa}$ ab, mit Ausnahme der Ausreißer. Die kurzzeitigen Ausreißer sind verursacht durch die Überlagerung der Druckregelung mit der LHe-Niveauregelung. Um das LHe-Niveau in der Bohrung konstant zu halten, muss der Druck p_R im Reservoir steigen. Am 41. Tag wurden etwa 60 l LHe nachgefüllt, wodurch p_R sprunghaft fällt. Während der gesamten Zeit schwankt p_L um etwa 31 hPa ohne Einfluss auf p_B .

Die Siedetemperatur von LHe hängt in erster Näherung linear vom Gasdruck oberhalb der Flüssigkeit ab. Mit der Proportionalität aus Gl. (4.1) ist die Schwankung des Gasdrucks von $0,02 \text{ Pa}$ in eine Temperaturschwankung des LHe von $0,2 \mu\text{K}$ umgerechnet. Die gemessene Druckschwankung von $0,02 \text{ Pa}$ entspricht nach der idealen Gasgleichung (3.3) einer Temperaturschwankung von $60 \mu\text{K}$ des Referenzgases der APR. Aus Abb. 4.6 folgt damit, dass auf einer Zeitskala von einigen Minuten der Druck im Magneten durch die Regelung bestimmt ist, während für längere Zeiten der Druck durch den Referenzdruck der APR bestimmt ist.

Die Druckdifferenz zwischen der Bohrung und dem Reservoir des Magneten ist gleich dem hydrostatischen Druck des LHe im Reservoir. Dieser ist proportional zu der Höhendifferenz der LHe-Niveaus, siehe Gl. (3.2). Durch einen unvermeidbaren Wärmeeintrag in den Magneten und dem damit verbundenen Verdampfen des LHe muss der Druck im Reservoir permanent erhöht werden, um das LHe-Niveau in der Bohrung konstant zu halten. Der Anstieg des Drucks ist zum einen durch den Wärmeeintrag in das LHe bestimmt und zum anderen durch die Geometrie des Reservoirs. Bei konstanter Verdampfungsrate des LHe sinkt das LHe-Niveau in dem Reservoir umso schneller, je geringer der Querschnitt des Magneten ist. Die Verdampfungsrate des LHe im Magneten ist etwa $1,5 \text{ l/Tag}$, das heißt es entweichen pro Tag etwa 1000 l gasförmiges Helium. Für die ersten Wochen nach dem Befüllen des Magneten mit LHe bedeutet dies einen LHe-Niveauabfall im Reservoir

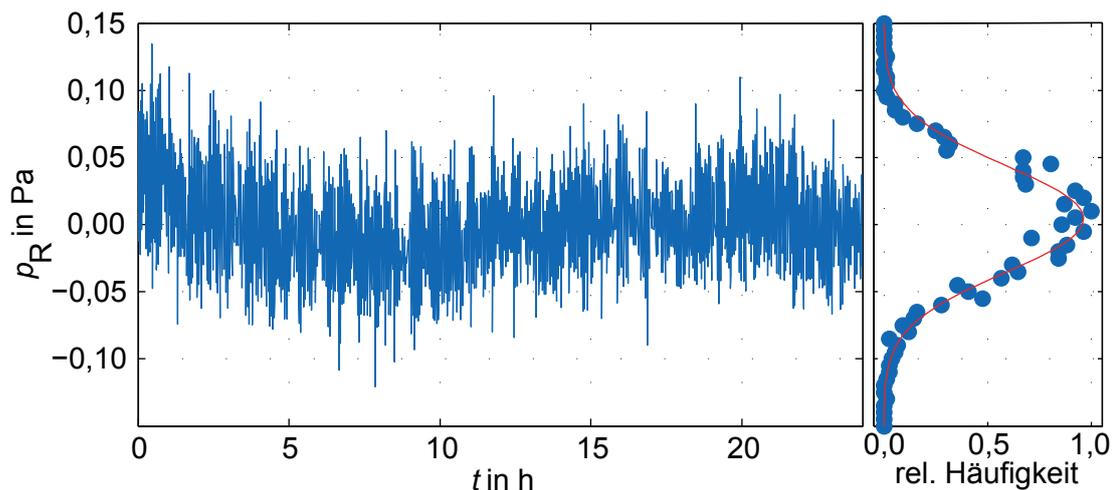


Abbildung 4.9: Druck des Reservoirs p_R über den Verlauf eines Tages (links). Ein linearer Anstieg von p_R wurde entfernt. Die relative Häufigkeit der einzelnen Messwerte ist rechts aufgetragen. Aus der Gauß'schen Verteilung (rot) folgt eine Standardabweichung von 56 mPa.

von etwa einem Zentimeter pro Tag. Um das LHe-Niveau in der Bohrung konstant zu halten, muss dieser Abfall des LHe-Niveaus mit einem Druckanstieg im Reservoir von etwa 12 Pa/Tag kompensiert werden. Nach etwa 4 Wochen erhöht sich der Druckanstieg geringfügig, da sich der Querschnitt des Reservoirs verringert. Der Querschnitt ist reduziert, da zu diesem Zeitpunkt das LHe-Niveau des Reservoirs unter die Oberkante des inneren Reservoirs, welches die Spulen enthält, fällt. In Abb. 4.8 ist dies am 28. Tag gegeben.

Beispielhaft ist in Abb. 4.9 der Druck im Reservoir über einen Tag nach Abzug der linearen Steigung aufgetragen (links). Auf der rechten Seite ist die relative Häufigkeit einzelner Messwerte aufgetragen. An diese Verteilung wurde ein Gaußprofil mit einer Standardabweichung von 56 mPa angepasst. Dies ist mit einer Schwankung des hydrostatischen Drucks des LHe gleichzusetzen, wodurch dies mit Gl. (3.2) eine Schwankung des LHe-Niveaus in der Bohrung von $40 \mu\text{m}$ ergibt. Unter Berücksichtigung der höheren Komplexität des Gasauslasssystems bei THe-Trap im Vergleich zum Gasauslasssystem des Vorgängerexperimentes [VDFZS99b, Zaf12] stimmt die erreichte Stabilität des LHe-Niveaus gut mit der damals erreichten Stabilität von $25,4 \mu\text{m}$ überein.

4.2 Externe Magnetfeldstörungen

Die für THe-Trap dominante natürliche Quelle von Magnetfeldänderungen, außerhalb des Magneten, ist die Schwankung des Magnetfeldes der Erde. Dieses Magnetfeld verändert sich aufgrund von Elektronenströmen in der Ionosphäre der Erde [Sch85]. Diese Ströme werden durch den Sonnenwind verursacht und sind daher tageszeitabhängig. Basierend auf Mittelungen der Messungen verschiedener Observatorien ist in Ref. [Sch85] eine empirische mathematische Beschreibung für die zu erwartende Magnetfeldänderung über

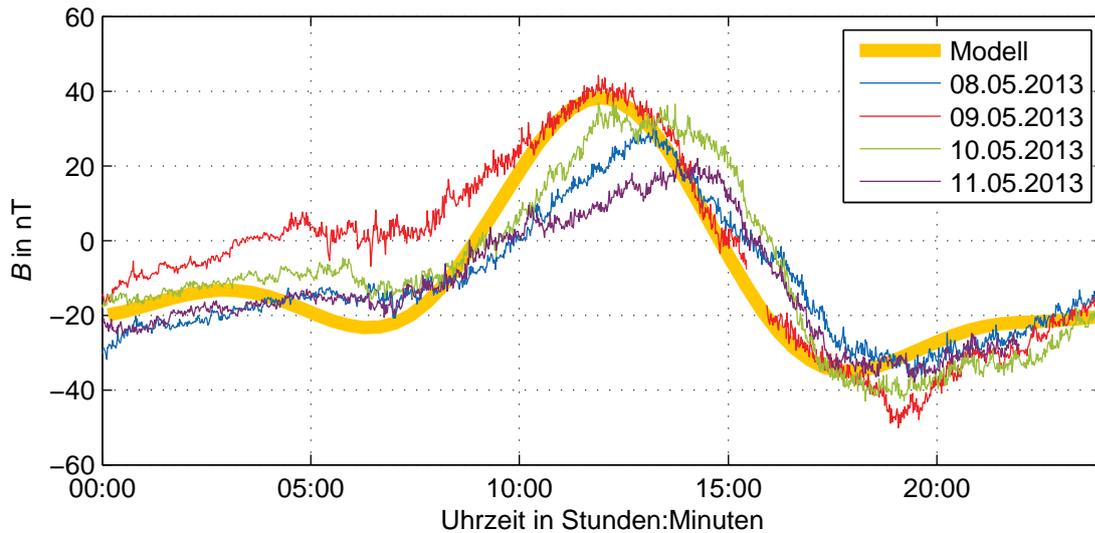


Abbildung 4.10: Schwankung des äußeren Magnetfeldes während vier aufeinanderfolgende Tage. Von den Daten ist ein Offset von etwa 1 mT aufgrund des Streufeldes des Magneten abgezogen. Zu erkennen ist eine Spitze-zu-Spitze-Oszillation von etwa 80 nT/Tag. In der Nacht, von Mitternacht bis etwa 6 Uhr, ist das kurzzeitige Rauschen mit einigen Nanotesla deutlich geringer als zur Tageszeit. Die gelbe Kurve zeigt das um einen Faktor 3 skalierte theoretisch zu erwartende Magnetfeld aus Ref. [Sch85].

einen Tag gegeben. Bei THE-Trap werden die Magnetfeldänderungen in dem Magnetraum permanent mit einem Fluxgate-Magnetometer gemessen und aufgezeichnet, siehe Abschnitt 3.1.7. In Abb. 4.10 ist das Magnetfeld über einen Zeitraum von vier Tagen im Mai 2013 aufgetragen. Das in gelb eingezeichnete mathematische Modell des zu erwartenden Magnetfeldes stimmt qualitativ mit den Messungen überein. Das Modell wurde mit der Formel und den für die Jahreszeit gegebenen Parametern aus Ref. [Sch85] für die Position von Heidelberg ($49^\circ 25'$ nördlicher Breite, $8^\circ 42'$ östlicher Länge) berechnet. Entsprechend der Ausrichtung des Magneten von THE-Trap ist die vertikale Komponente der Magnetfeldänderung berechnet. Die Magnetfeldänderungen sind natürlichen Einflüssen, wie beispielsweise der Achsenneigung der Erde, unterworfen. Die Ströme in der Ionosphäre der Erde sind relativ zur Sonne immer gleich. Dies bedeutet, dass abhängig von der jahreszeitabhängigen Achsenneigung der Erde, THE-Trap sich mit der Erdrotation unterschiedlich unter diesen Strömen dreht. Daher kann das mathematische Modell nur als grobe Erwartung für den tatsächlichen Verlauf der Magnetfeldänderungen gesehen werden. Weiterhin ist der etwa 11 Jahre dauernde Sonnenaktivitätszyklus und damit die Amplitude der Änderung des Erdmagnetfeldes in dem Modell nicht berücksichtigt. In Zeiten hoher Sonnenaktivität ist die Amplitude der Magnetfeldänderungen um etwa einen Faktor zwei höher als in Zeiten niedriger Aktivität. Dies ist die mögliche Ursache, warum das mathematische Modell nur bis auf einen Faktor drei mit den Messungen bei THE-Trap übereinstimmt. In den Messdaten des Magnetfeldes bei THE-Trap ist eine zeitliche Schwankung des Tagesmaximum um etwa zwei Stunden zu erkennen. Diese kurzzeitigen Veränderungen über

Tabelle 4.1: Frequenzverschiebung von ν_+ aufgrund eines äußeren Magnetfeldes B_{HH} , berechnet nach Gl. (3.7). Von $\nu_{+,p}$ ist eine Verschiebung von $\nu_p = 26,618860$ MHz für die Präzisionsfalle und von $\nu_{+,s}$ eine Verschiebung von $\nu_s = 26,617190$ MHz für die Speicherfalle abgezogen.

Präzisionsfalle			Speicherfalle		
$B_{\text{HH}}(\mu\text{T})$	$\nu_{+,p} - \nu_p$ (Hz)	$\delta\nu_+$ (Hz)	$B_{\text{HH}}(\mu\text{T})$	$\nu_{+,s} - \nu_s$ (Hz)	$\delta\nu_+$ (Hz)
0,00	7,033	0,030	0,00	13,590	0,030
-30,69	6,137	0,030	-18,37	9,088	0,030
30,69	7,939	0,021	18,37	17,915	0,030
0,00	7,019	0,027	0,00	13,470	0,030

Tage werden ebenfalls nicht von dem mathematischen Modell berücksichtigt. In Abb. 4.10 ist zu erkennen, dass auf kurzen Zeiten von einigen Minuten das gemessene Magnetfeld ein Rauschen mit einer Amplitude von einigen Nanotesla aufweist. Dieses Rauschen ist nicht von der Präzision des Fluxgate-Magnetometer limitiert, wie das deutlich geringere Rauschen während der Nachtstunden bis etwa 6:00 Uhr zeigt.

4.2.1 Interner Kompensationsfaktor des Magneten

Wie in Abschnitt 3.1.4 erläutert, besitzt der Magnet eine Abschirmspule zur intrinsischen Abschirmung von äußeren Magnetfeldänderungen ΔB_{ext} am Ort der Ionen. Der Abschirmfaktor

$$A_{\text{schirm}} = \frac{\Delta B_{\text{ext}}}{\Delta B_{\text{ext}} - \Delta B_{\text{int}}} \quad (4.9)$$

kann bis zu 180 betragen [VDFZS99b]. ΔB_{int} ist das von der Abschirmspule erzeugte Magnetfeld in ihrem Zentrum. Um den Abschirmfaktor zu messen, wurde die reduzierte Zyklotronfrequenz ν_+ von $^{12}\text{C}^{4+}$ in Abhängigkeit des Magnetfeldes der Helmholtzspulen B_{HH} (Abschnitt 3.1.7) um den Magneten gemessen, siehe Tab. 4.1. Nach Gl. (2.2) gilt für eine um A_{schirm} verringerte Veränderung des Magnetfeldes von ΔB_{HH} :

$$\frac{\Delta B_{\text{HH}}}{B_0} = A_{\text{schirm}} \frac{\Delta\nu_+}{\nu_+} . \quad (4.10)$$

Aus der Messung von ν_+ in der Präzisionsfalle folgt eine mittlere Frequenzverschiebung von $\Delta\nu_+ = (896 \pm 44)$ mHz bei einer Magnetfeldänderung von $\Delta B_{\text{HH}} = 30,69 \mu\text{T}$. Mit einer reduzierten Zyklotronfrequenz von etwa $\nu_{+,p} = 26,618867$ MHz in der Präzisions-Penningfalle und einem absoluten Magnetfeld von $B_0 = 5,258151$ T (Tab. 2.1) folgt mit Gl. (4.10) ein Abschirmfaktor $A_{\text{schirm}} = (173 \pm 8)$. Analog kann der Abschirmfaktor in der Speicherfalle zu $(21,3 \pm 0,3)$ bestimmt werden. Der Abstand zwischen den Zentren der Penningfallen ist für 42,07 mm ausgelegt, siehe Abb. 3.2. Der positionsabhängige Verlauf des Abschirmfaktors aus Ref. [VDFZS99b] zeigt, dass die oben gemessenen Abschirmfaktoren in einem Abstand von etwa 43 mm auftreten. Dieser Wert stimmt gut mit dem Abstand der Zentren der Penningfallen überein.

4.2.2 Magnetfeldkompensation durch Helmholtzspulen

Die in Abb. 4.10 gezeigte Schwankung des äußeren Magnetfeldes von 80 nT wirkt sich durch die intrinsische Abschirmung in der Präzisionsfalle mit einer relativen Änderung der reduzierten Zyklotronfrequenz von $\delta\nu_+/\nu_+ = 8 \cdot 10^{-11}$ auf die Ionen aus. Um diesen Einfluss auf die Ionen weiter zu reduzieren, ist um den Magneten ein Helmholtzspulenpaar aufgebaut, siehe Abschnitt 3.1.7. Der in diesen Spulen fließende Strom wird proportional zu dem Ausgangssignal des in Abschnitt 3.1.7 beschriebenen Fluxgate-Magnetometers erzeugt. Dieses Fluxgate-Magnetometer ist 1,6 m vom Ort der Ionen, bei dem die Magnetfeldänderungen ΔB_{ext} kompensiert werden sollen, entfernt. Daher muss die zeitliche Änderung des Magnetfeldes auf einer Größenordnung von einigen Metern räumlich homogen sein, um die maximale Abschirmwirkung zu gewährleisten.

In Ref. [Ort08] wurde die Proportionalität P_0 zwischen der Änderung des Ausgangssignals ΔU_{FG} des Fluxgate-Magnetometers und der Magnetfeldänderung ΔB_{ext} zu

$$P_0 = \frac{\Delta B_{\text{ext}}}{\Delta U_{\text{FG}}} = (1,561 \pm 0,015) \frac{\mu\text{T}}{\text{V}} \quad (4.11)$$

gemessen. Das Ausgangssignal des Fluxgate-Magnetometers führt zu einem Strom I_{HH} mit der Proportionalität von $\frac{I_{\text{HH}}}{U_{\text{FG}}} = 1,660 \text{ mA/V}$ in den Helmholtzspulen. In Tab. 3.1 ist das von den Helmholtzspulen erzeugte Magnetfeld in deren Zentrum mit einer Proportionalität von $\frac{B_{\text{HH}}}{I_{\text{HH}}} = 604,4 \mu\text{T/A}$ angegeben.

Das von den Helmholtzspulen erzeugte Magnetfeld ist nicht auf den Bereich innerhalb des Spulenpaares begrenzt, sondern erstreckt sich auch außerhalb der Spulen. Dieses Streufeld der Helmholtzspulen beeinflusst die Messung des Fluxgate-Magnetometers. Durch das Streufeld ist das Ausgangssignal des Fluxgate-Magnetometers um einen Faktor $F = (1,0822 \pm 0,0077)$ höher als ohne dieses zusätzliche Feld. Damit ist die effektive Proportionalität von

$$P' = P_0 \cdot F = (1,690 \pm 0,020) \frac{\mu\text{T}}{\text{V}} \quad (4.12)$$

gegeben. Das von den Helmholtzspulen erzeugte Magnetfeld B_{HH} am Ort der Ionen, in Abhängigkeit einer Magnetfeldänderung B_{ext} , ist damit gegeben durch

$$\Delta B_{\text{HH}} = \Delta B_{\text{ext}} \cdot \frac{1}{P'} \cdot \frac{I_{\text{HH}}}{U_{\text{FG}}} \cdot \frac{B_{\text{HH}}}{I_{\text{HH}}} \quad (4.13)$$

Damit folgt der Abschirmfaktor des Helmholtzspulensystems zu

$$A_{\text{HH}} = \frac{\Delta B_{\text{ext}}}{\Delta B_{\text{ext}} - \Delta B_{\text{HH}}} = 3,28 \pm 0,21 \quad (4.14)$$

Zusammen mit dem Schirmfaktor des Magneten A_{schirm} folgt ein gesamter Schirmfaktor von 554 ± 45 , mit dem äußere Magnetfeldänderungen unterdrückt werden. Durch beide Schirmfaktoren abgeschwächt, verursacht die tägliche Oszillation des Erdmagnetfeldes somit eine maximale relative Änderung der reduzierten Zyklotronfrequenz in der Größenordnung von $2 \cdot 10^{-11}$.

4 Stabilisierungssysteme bei THe-Trap

Im ursprünglichen Aufbau in der Arbeitsgruppe von Van Dyck, Jr. wurde mit dem Helmholtzspulensystem ein Kompensationsfaktor von etwa $A_{HH} = 50$ erreicht [VDFZS99b]. Dieser hohe Schirmfaktor war nötig, da sich in der Nähe des Experimentes ein Oberleitungsbussystem befand, welches am Experiment Magnetfeldschwankungen von mehreren 100 nT auf einer Zeitskala von Minuten verursachte. Die Magnetfeldschwankung, die bei THe-Trap auf dieser Zeitskala besteht, liegt im Bereich von wenigen Nanotesla. Diese Schwankungen werden ausreichend von dem internen Schirmfaktor im Magneten abgeschwächt. Die oben angegebene relative Änderung der reduzierten Zyklotronfrequenz in der Größenordnung von $2 \cdot 10^{-11}$ bezieht sich auf die Magnetfeldschwankung über einen Tag. Während einer Stunde, der Zeit zwischen dem Austausch von Ionen bei der Bestimmung ihres Massenverhältnisses, ist die Änderung des Magnetfeldes geringer. Der Einfluss der Magnetfeldänderungen auf die Bestimmung eines Massenverhältnisses mit einer Präzision von 10^{-11} kann vernachlässigt werden.

Magnetfeldänderungen, die nicht großräumig sind, sind nur geringfügig durch die externe Abschirmung verringert. Solche Änderungen können beispielsweise durch das Bewegen einer handelsüblichen Aluminiumleiter im Umkreis von einigen Metern um den Magneten verursacht werden. Dabei beeinflusst nicht der Aluminiumkörper der Leiter das Magnetfeld, sondern die Bolzen und Schrauben, mit denen die einzelnen Teile zusammengehalten werden, ein Detail, welches häufig übersehen wird. Für Magnetfeldänderungen, die nur auf das Fluxgate-Magnetometer wirken, aber nicht auf die Ionen, kann die externe Magnetfeldkompensation sogar problematisch sein, da das System versucht eine Magnetfeldstörung zu kompensieren, die gar nicht am Ort der Ionen vorhanden ist. Während einer Massenverhältnismessung ist daher darauf zu achten, dass keine Materialien, die das Magnetfeld stören, in der Nähe des Magneten bewegt werden.

5 Frequenzmessungen und das Massenverhältnis von ^{16}O zu ^{12}C

Seit der Inbetriebnahme im Jahr 2008 und dem prinzipiellen Funktionstest des Experimentes THE-Trap [Die11], konnte die Bestimmung der Eigenfrequenzen eines einzelnen Ions signifikant verbessert werden. Binnen einer Messung von etwa 10 Minuten wird derzeit eine relative Präzision der freien Zyklotronfrequenz von unter 10^{-10} erreicht, siehe Abschnitt 5.1. Für die verwendete Messmethode liegt dies im Bereich der maximal erreichbaren Präzision [MBF⁺92]. Ein wesentlicher Punkt bei der genauen Bestimmung eines Massenverhältnisses ist dabei die Vermessung von bestehenden systematischen Frequenzverschiebungen. Die Durchführung der Messung der radialen Frequenzen erfordert anharmonische Anteile des elektrischen Fallenpotentials. Durch diese Anharmonizität, ausgedrückt durch den Entwicklungskoeffizienten C_4 , verschieben sich die radialen Eigenfrequenzen mit der Energie der axialen Bewegung bei $^{12}\text{C}^{4+}$ um typischerweise $\Delta\nu_{+, \text{sys}} = (14,23 \pm 0,25)$ mHz und $\Delta\nu_{-, \text{sys}} = -(13,8 \pm 1,6)$ mHz gegenüber den radialen Frequenzen in der idealen, harmonischen Falle. Diese Verschiebung kann gemessen und aus den Daten der Eigenfrequenzmessung herausgerechnet werden. Die verbleibende systematische Ungenauigkeit ist geringer als 10^{-11} , siehe Abschnitt 5.2. Durch die Fortschritte in der Kontrolle und Unterdrückung von Umwelteinflüssen auf eine Frequenzmessung konnte die in Abschnitt 5.3 gezeigte relative Stabilität der reduzierten Zyklotronfrequenz von wenigen $4 \cdot 10^{-11}$ in einem Zeitbereich von mehreren Stunden erreicht werden. Insbesondere die relative lineare Änderung des Magnetfeldes konnte auf wenige $10^{-12}/\text{h}$ reduziert werden. In Abschnitt 5.4 wird anhand einer Frequenzverhältnismessung von $^{16}\text{O}^{5+}$ zu $^{12}\text{C}^{4+}$ gezeigt, dass die angestrebte Genauigkeit und Präzision von 10^{-11} für eine Massenverhältnismessung mit THE-Trap erreicht werden kann.

5.1 Bestimmung der Eigenfrequenzen gespeicherter Ionen

Die Bestimmung der freien Zyklotronfrequenz ν_c eines Ions ist die zentrale Aufgabe des Experimentes. Hierzu müssen neben der festen axialen Frequenz ν_z auch die Magnetronfrequenz ν_- und die reduzierte Zyklotronfrequenz ν_+ gemessen werden. Durch die Hierarchie $\nu_c \approx \nu_+ \gg \nu_z \gg \nu_-$ hat der Beitrag der reduzierten Zyklotronfrequenz die größte Bedeutung für ν_c , da $\frac{\delta\nu_+}{\nu_+} \approx \frac{\delta\nu_c}{\nu_c}$ gilt, siehe Gl. (2.19). Im Rahmen der Arbeit in Ref. [Die11] wurde das Experiment in Betrieb genommen und die prinzipielle Funktionstüchtigkeit gezeigt. Die grundlegende Vorgehensweise (Abschnitt 3.1.3 und Abschnitt 2.1.4) zur Messung der einzelnen Frequenzen hat sich seither nicht geändert. ν_z wird mit Hilfe einer Frequenzarretierung bei etwa 4 MHz konstant gehalten und von einem Frequenzstandard vorgegeben. Dieser Frequenzstandard erreicht in einem Zeitbereich von einer Sekunde eine relative Stabilität von 10^{-12} . Die radialen Eigenfrequenzen werden indirekt durch die Beobachtung der axialen Frequenz unter Anregung der radialen Bewegung gemessen.

5.1.1 Radiale Frequenzen

Die Detektion der radialen Frequenzen basiert auf der Abhängigkeit der axialen Frequenz von der Energie in den radialen Bewegungen, siehe Gl. (2.29) und Gl. (2.30). Während die axiale Frequenz des Ions arretiert ist, wird mit einer Radiofrequenzanregung ν_{rf} ein schmalbandiger Frequenzbereich von typischerweise 50 MHz um die zu messende Frequenz der radialen Bewegung ν_+ beziehungsweise $\nu_z + \nu_-$ abgetastet. Um den Betrag der Energie in der Magnetronbewegung gering zu halten, wird ν_- indirekt über Summenfrequenz $\nu_z + \nu_-$ gemessen, siehe Abschnitt 2.1.4. Zur Bestimmung der radialen Frequenz wird ν_{rf} jeweils einmal linear zu hohen Frequenzen (Hochabtastung) und zu niedrigen Frequenzen (Runterabtastung) durchgestimmt. Stimmen ν_{rf} und ν_+ überein, so wird die Energie der modifizierte Zyklotronbewegung durch eine Dipolanregung erhöht. Stimmt ν_{rf} mit $\nu_z + \nu_-$ überein, so wird Energie zwischen der axialen und der Magnetronbewegung transferiert. Durch die zusätzliche Energie in der radialen Bewegung würde sich die axiale Frequenz ändern. Das axiale Arretierungssystem allerdings passt die Ringspannung so an, dass ν_z während der gesamten Abtastung konstant ist, siehe Gl. (2.9). Die Änderung der Ringspannung wird als Fehlersignal U_{Err} bezeichnet. Dieses Fehlersignal wird genutzt, um auf die zu messenden radialen Frequenzen ν_{\pm} zu schließen.

Reduzierte Zyklotronfrequenz

Bei einer Abtastung von ν_+ bleibt U_{Err} konstant, solange noch keine Energie in die modifizierte Zyklotronbewegung transferiert wird. Wenn Energie in die Bewegung transferiert wird, was bei $\nu_{\text{rf}} \approx \nu_+$ passiert, steigt das Fehlersignal an. Wenn ν_{rf} nicht mehr mit ν_+ übereinstimmt, wird keine Energie mehr transferiert und U_{Err} ist wieder konstant, siehe Abschnitt 2.1.4. In der Praxis wird dieser Verlauf von U_{Err} an die Rohdaten halbautomatisch mit Hilfe eines speziellen Computerprogramms angepasst, welches die Rohdaten zunächst anzeigt. Vom Experimentator werden zwei Bereiche bestimmt. Zum einen der Bereich, bevor die Radiofrequenzanregung Energie in die modifizierte Zyklotronbewegung transferiert, und zum anderen der Bereich während des Energietransfers. Das Programm erstellt nun jeweils eine lineare Regression an die Daten in den zwei Bereichen. Der Schnittpunkt der Geraden gibt an, zu welcher Frequenz $\nu_{+,h}$ (Hochabtastung) und $\nu_{+,r}$ (Runterabtastung) anfänglich Energie in die modifizierte Zyklotronbewegung transferiert wurde. Dies wird für zwei aufeinanderfolgende Hoch- und Runterabtastungen durchgeführt. Der Mittelwert des jeweiligen Anfangs des Signalanstieges $\nu_{+,h/r}$ wird als reduzierte Zyklotronfrequenz $\nu_{+,0} = (\nu_{+,h} + \nu_{+,r})/2$ identifiziert.

Im Vergleich zu Ref. [Die11] ist durch die Wahl eines anderen Anharmonizitätsparameters C_4 des elektrischen Potentials nun die Messgenauigkeit von ν_+ entscheidend gesteigert. Vormalig wurde versucht, die Falle elektrisch harmonisch zu machen, so dass die axiale Frequenz keine Funktion der Energie in der axialen Bewegung ist. Hierbei wird der C_4 -Koeffizient des elektrischen Feldes minimiert. Der verbleibende Term in Gl. (2.41) zeigt jedoch, dass die momentane reduzierte Zyklotronfrequenz $\nu_{+,m}$ während einer Abtastung durch die relativistische Massenzunahme abhängig von der Energie in der modifizierten Zyklotronbewegung ist. Für die Bestimmung von ν_+ ist dies von Nachteil. Mit zunehmen-

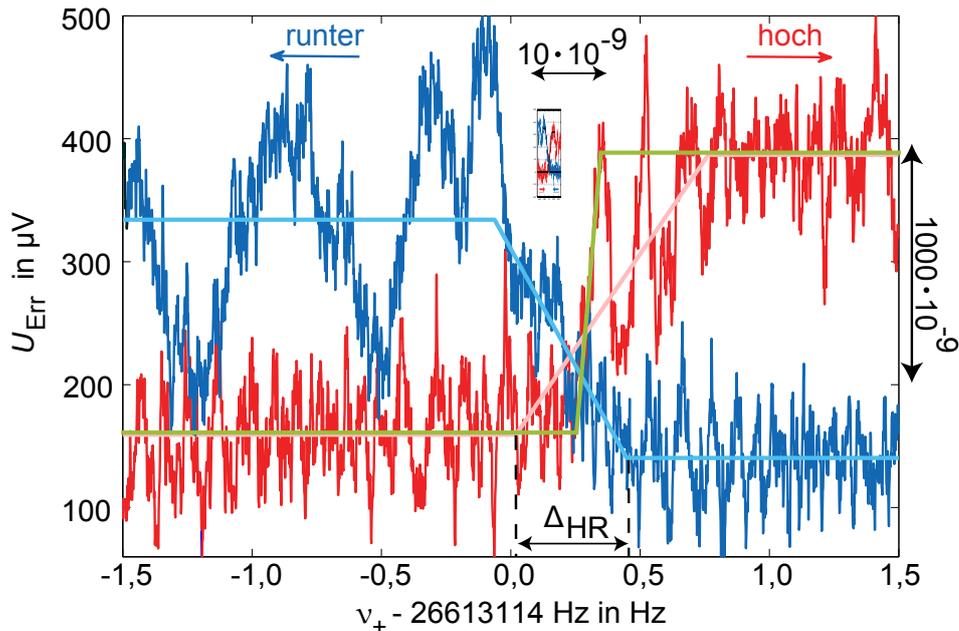


Abbildung 5.1: Typische Abtastung von ν_+ von $^{12}\text{C}^{4+}$ entnommen aus Ref. [Die11]. Δ_{HR} ist der Abstand der Frequenzen, ab denen sich U_{Err} ändert. Der vertikale Doppelpfeil gibt eine Skala der relativen Änderung von ν_z an. Relative Änderungen von ν_+ um 10^{-8} würden sich auf der Skala des horizontalen Doppelpfeils bemerkbar machen. Die Box unter dem horizontalen Doppelpfeil zeigt zum Vergleich maßstabsgetreu eine typische Abtastung aus dieser Arbeit. Die Beschriftung der Ordinate wurde angepasst, um die Darstellung der Abtastung mit Darstellungen der in dieser Arbeit gemachten Abtastungen vergleichbar zu machen. Weiterhin wurde die grüne Kurve hinzugefügt. Nach den im Rahmen dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnissen gibt diese Kurve den tatsächlichen Verlauf des Energietransfers anstelle der hellroten wieder. Es ist zu erkennen, dass sich dadurch die gemessene reduzierte Zyklotronfrequenz gegenüber der ursprünglichen Auswertung (blaue Kurve) um etwa 250 mHz verschiebt.

der Energie in der modifizierten Zyklotronbewegung nimmt die Frequenz $\nu_{+,m}$ ab. Dies hat zur Folge, dass der Energieübertrag beim Abtasten der reduzierten Zyklotronfrequenz abhängig von der Richtung ist, siehe Abb. 5.1 und Abb. 5.2. Wird ν_{rf} von geringen zu hohen Frequenzen durchgestimmt, so kann nur wenig Energie in die Bewegung übertragen werden, da $\nu_{+,m}$ und ν_{rf} nur kurzzeitig übereinstimmen. Wird die eingestrahlte Radiofrequenz ν_{rf} von hohen zu niedrigen Frequenzen durchgestimmt, so stimmt ν_{rf} länger mit der momentanen Frequenz $\nu_{+,m}$ überein. Somit wird mehr Energie in die Bewegung übertragen. Dieser Umstand führt dazu, dass die Abtastungen nicht spiegelsymmetrisch um die zu messende reduzierte Zyklotronfrequenz $\nu_{+,0}$ sind. Der Energietransfer in die modifizierte Zyklotronbewegung beginnt, bevor $\nu_{+,0}$ und ν_{rf} übereinstimmen. Dies ist durch eine nichtresonante Anregung der modifizierten Zyklotronbewegung begründet. Neben diesem dominanten Prozess führen weitere Faktoren zu einem Energietransfer, bevor die Frequenzen übereinstimmen. Dies sind erstens die spektrale Breite der Radiofrequenzanregung,

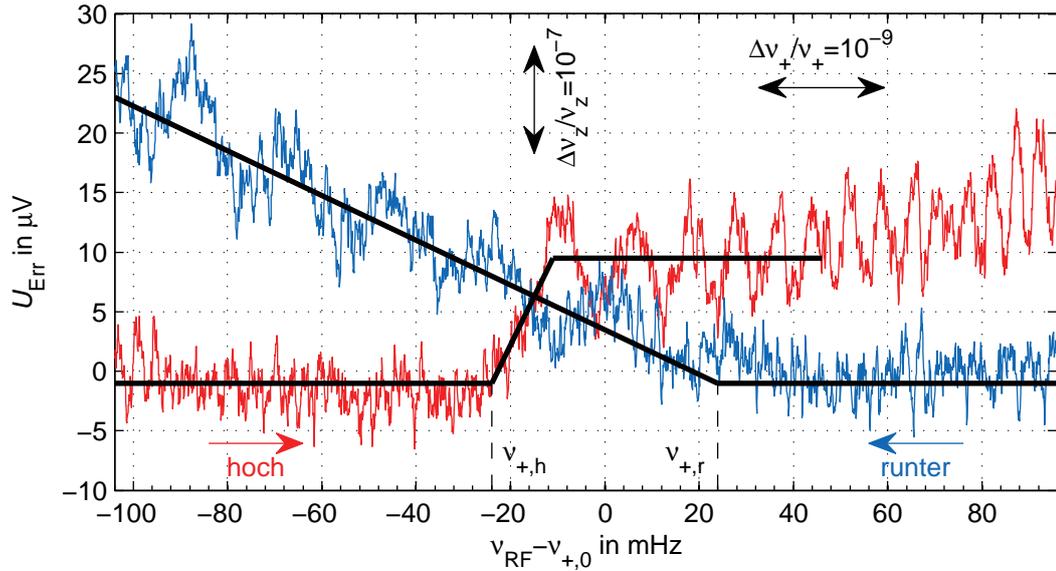


Abbildung 5.2: Typische Abtastung von ν_+ kurz vor dem Umstellen von C_4 , hier mit $C_4 \approx 0$. Der Energietransfer in die modifizierte Zyklotronbewegung ist in den beiden Abtastungen unterschiedlich. Dies ist unter anderem an der unterschiedlichen Steigung nach Erreichen von $\nu_{+,i}$ zu erkennen. Insbesondere ist zu bemerken, dass die tatsächliche reduzierte Zyklotronfrequenz systematisch innerhalb der Unsicherheit von $\delta\nu_{+,0} = \pm 0,024 \text{ Hz}$ bei $\nu_{+,0} = 26618867,004 \text{ Hz}$ verschoben sein kann. Der vertikale Doppelpfeil gibt eine Skala für die Änderung der axialen Frequenz an. Relative Änderungen von ν_+ um 10^{-9} würden sich auf der Skala des horizontalen Doppelpfeils bemerkbar machen.

zweitens das Magnetfeldrauschen und drittens der von der axialen Frequenzarretierung nicht kompensierte Anteil des Rauschens der Ringspannung. Durch Reduktion der Amplitude der Radiofrequenzanregung ist (1) zu vernachlässigen, da der Energieübertrag durch die Flanken der Anregung zu gering ist, um detektiert zu werden. (2) Die in Kapitel 4 beschriebenen Stabilisierungen des Drucks im Magneten und der externen Magnetfeldstörungen führen dazu, dass das Magnetfeldrauschen auf der Zeitskala einer Abtastung zu vernachlässigen ist. (3) Bisher wurde bei THE-Trap nicht beobachtet, dass das verbliebene Rauschen der Ringspannung einen Einfluss auf den Anfang des Energietransfers hat. Bei einem asymmetrischen Anstieg der Energie in der modifizierten Zyklotronbewegung kann $\nu_{+,0}$ für ein einzelnes $^{12}\text{C}^{4+}$ -Ion zwar auf einen Bereich von $\Delta_{\text{HR}} := \nu_{+,r} - \nu_{+,h} = 250 \text{ mHz}$ eingegrenzt werden [Die11]. Da sich aber $\nu_{+,0}$ irgendwo innerhalb dieses Bereichs befindet, führt dies zu einer systematischen Unsicherheit von $\pm \Delta_{\text{HR}}/2$. Weiterhin war die Reproduzierbarkeit einzelner Frequenzmessungen moderat, so dass die Standardabweichung der Streuung etwa 20 mHz betrug.

Im Verlauf dieser Arbeit wurde die Messung von ν_+ sukzessive verbessert. Ein wichtiger Zwischenschritt wurde Mitte 2012 erreicht, siehe Abb. 5.2. Durch die Stabilisierung des Drucks im Magneten reduzierte sich die Magnetfeldschwankung. Mit der reduzier-

ten Magnetfeldschwankung reduzierte sich auch die Schwankung der reduzierten Zyklotronfrequenz, so dass es möglich wurde, diese in einem schmalen Bereich von 100 mHz abzutasten. Ein weiterer wichtiger Schritt war die Reduzierung der axialen Treibstärke. Die damit verbundene Reduzierung der axialen Amplitude bedeutet, dass das ν_z weniger von dem anharmonischen Potential beeinflusst wurde. Durch die geringere Schwankung von ν_z wurde es möglich, diese Frequenz auf einen geringeren Bereich zu arretieren. War 2011 noch ein Bereich von 2000 μV für U_{Err} notwendig [Die11], so konnte 2012 die axiale Frequenz in einem Bereich von 200 μV arretiert werden. Darauf hin konnten geringere Änderungen von ν_z durch das Anregen der radialen Bewegungen aufgelöst werden.

Die entscheidende Verbesserung bei der Messung der reduzierten Zyklotronfrequenz wird durch die absichtliche Verstimmung des C_4 -Koeffizienten erreicht. Der Einfluss des anharmonischen Potentials auf ν_+ kompensiert den Einfluss durch die relativistische Massenzunahme aus Gl. (2.31). Damit wird die reduzierte Zyklotronfrequenz unabhängig von der Energie in der modifizierten Zyklotronbewegung. Als Folge dessen wird die Frequenzabtastungen symmetrisch um $\nu_{+,0}$, da ν_{rf} bei einer konstanten Abtastrate unabhängig von der Richtung in etwa gleich viel Energie in die modifizierte Zyklotronbewegung transferiert. In Abb. 5.3 eine solche Abtastung gezeigt. Die Höhe des Signalausfalls h_r beziehungsweise h_h ist die Änderung des Signals U_{Err} , bevor und nachdem Energie in die modifizierte Zyklotronbewegung transferiert wurde. Der Bereich nach dem Energietransfer, in dem die nichtresonante Anregung der Bewegung zu einer Oszillation von U_{Err} führt, ist zur Berechnung der Höhe vernachlässigt. Die Einstellung von C_4 basiert auf $h_r = h_h$.

Ein weiterer Grund zur Verstellung des C_4 -Koeffizienten ist, dass im Vergleich zu der Situation mit $C_4 \approx 0$ bei der Abtastung von ν_+ die Höhen h_r und h_h größer werden. Bei gleichem Energieübertrag in die modifizierte Zyklotronbewegung ist die Änderung der axialen Frequenz umso größer, je größer der C_4 -Koeffizient ist. Aus Gl. (2.29) ist ersichtlich, dass

$$\frac{\Delta\nu_z(E_+)}{\nu_z} \propto -\frac{3C_4}{qU_0} \left(\frac{\nu_z}{\nu_+}\right)^2 \cdot E_+ \quad (5.1)$$

gilt. Ist $C_4 \approx 0$ wie in Ref. [Die11], so ist das Signal $U_{\text{Err}} \propto \frac{\Delta\nu_z}{\nu_z}$ bei einer Abtastung von ν_+ ausschließlich durch die relativistische Massenzunahme und die Inhomogenität des Magnetfeldes gegeben. Bei einem von Null verschiedenen C_4 -Koeffizienten muss weniger Energie in die modifizierte Zyklotronbewegung transferiert werden, um die gleiche Signaländerung zu generieren.

Zusammenfassend ist in Tab. 5.1 die erreichte Präzision bei der Bestimmung der reduzierten Zyklotronfrequenz von $^{12}\text{C}^{4+}$ aufgeführt. Der Energietransfer in die Bewegung ist durch die Abtastrate von ν_{rf} bestimmt. Typische Raten liegen bei 0,25 mHz/s. Um einen Bereich von 50 mHz um $\nu_{+,0}$ abzutasten, wird eine Zeit von 200 s benötigt. Durch die einfache Beschreibung des Energietransfers mit Hilfe von drei Geraden liegt die erreichte Präzision bei der Bestimmung von $\nu_{+,0}$ bei etwa dem Reziproken der Dauer der Abtastung. Da Informationen aus den Abtastungen von beiden Richtungen (hoch und runter) genutzt werden, ist die erreichte Präzision um einen Faktor $\sqrt{2}$ besser, so dass ν_+ auf einen Bereich von etwa 3 mHz bestimmt wird.

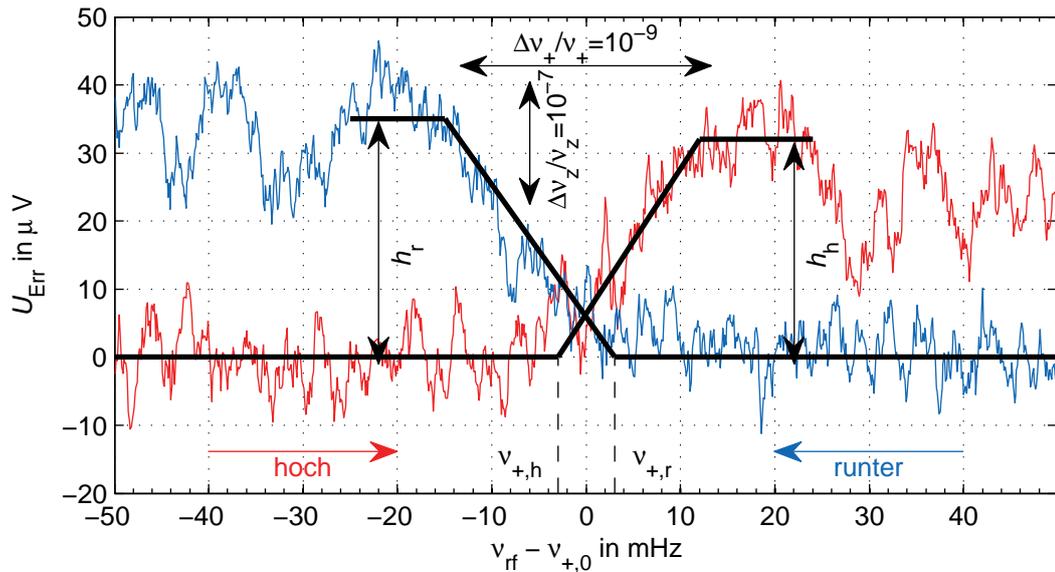


Abbildung 5.3: Typische Abtastung von ν_+ für einzelne $^{12}\text{C}^{4+}$ -Ionen im Rahmen dieser Arbeit. Hier ist $\nu_{+,0} = (26622049,210 \pm 0,003)$ Hz. h_r bezeichnet die Höhe des Signalausschlags beim Abtasten zu niedrigen Frequenzen, h_h entsprechend für zunehmende Frequenzen. Die Höhe ist in dem Bereich definiert, bevor der nicht-resonante Energie-transfer der Radiofrequenzanregung zu einer Oszillation des Signals führt. Bei einem gut eingestellten C_4 sind die Höhen gleich hoch. Die weiteren Linien beziehen sich auf die im Text erklärte Bestimmung der Frequenz. Der vertikale Doppelpfeil gibt eine Skala für die Änderung der axialen Frequenz an. Relative Änderungen von ν_+ um 10^{-9} würden sich auf der Skala des horizontalen Doppelpfeils bemerkbar machen.

Magnetronfrequenz

Die Magnetronfrequenz ν_- wird analog zur reduzierten Zyklotronfrequenz indirekt über die Abhängigkeit der axialen Frequenz von der Energie in der Magnetronbewegung gemessen. Der wesentliche Unterschied ist, dass bei der Bestimmung von ν_- nicht der Bereich um die Eigenfrequenz direkt abgetastet wird. Stattdessen wird mit einer Radiofrequenzanregung ein Bereich von typischerweise 300 mHz um die Summenfrequenz $\nu_z + \nu_-$ abgetastet. Der Hauptgrund hierfür liegt darin, dass die Frequenz zu niedrig ist, um mit den Frequenzgeneratoren von THE-Trap erzeugt zu werden. Ein weiterer Grund ist die Metastabilität der Magnetronbewegung. Um die Amplitude der Bewegung während einer Abtastung gering zu halten, ist die potentielle Energie der Bewegung maximal. Eine direkte Anregung der Magnetronfrequenz kann diese potentielle Energie freisetzen und somit durch Vergrößerung des Magnetronradius zum Verlust des Ions führen. Da die absolute Unsicherheit der Magnetronfrequenz um ν_-/ν_c skaliert zur Gesamtunsicherheit der freien Zyklotronfrequenz beiträgt, ist nur eine moderate absolute Genauigkeit von $\delta\nu_- \leq 30$ mHz bei der Messung der Frequenz erforderlich, siehe Gl. (2.19). Wie im Folgenden gezeigt, wird die Magnetronfrequenz von $^{12}\text{C}^{4+}$ mit der geforderten Genauigkeit gemessen.

Tabelle 5.1: Vergleich der Frequenzbestimmung ν_+ von $^{12}\text{C}^{4+}$ im Jahr 2011 [Die11] im Jahr 2012 und im Jahr 2013. Die Daten vor 2013 sind mit $C_4 \approx 0$ gemessen worden. Neben der Streuung einzelner Messungen ist die Breite der Abtastung angegeben. Die Auflösung von $\Delta\nu_z$ gibt eine minimale Änderung der freien axialen Frequenz an, damit eine Änderung der Energie in der modifizierten Zyklotronbewegung vom Rauschen von U_{Err} unterschieden werden kann. Die PENTATRAP-Spannungsquelle schwankt auf der Sekundenskala etwas mehr als die ursprünglich verwendete Spannungsquelle. Dadurch ist die Auflösung von $\Delta\nu_z$ 2013 geringfügig schlechter als 2012. Um die axiale Frequenz konstant zu halten, wird die Änderung der freien axialen Frequenz von der Arretierung kompensiert.

	[Die11]	Mitte 2012	2013
Δ_{HR}	250 mHz	50 mHz	3 mHz
Streuung 1σ	20 mHz	15 mHz	3 mHz
Abtastbreite	≈ 3000 mHz	200 mHz	≤ 50 mHz
Auflösung $\Delta\nu_z$	≈ 2000 mHz	≈ 180 mHz	≈ 400 mHz

Wie auch bei der Messung der reduzierten Zyklotronfrequenz wird die Magnetronbewegung zunächst vor dem Abtasten gekühlt. Bei dem Kühlen stellt sich die Magnetronenergie auf $E_{-,0} = -\frac{\nu_-}{\nu_z} E_{z,0}$ ein. Da die zur Arretierung der axialen Frequenz benötigte axiale Frequenzanregung die Energie in der axialen Bewegung auf $E_{z,\text{lock}}$ erhöht, wird der axiale Treiber für die Zeit des Kühlens abgeschaltet, siehe Abschnitt 2.1.4. Durch den fehlenden Treiber ist das Ion nicht arretiert und die Energie der axialen Bewegung ist $E_{z,0}$. Das Einstrahlen der Anregung bei der Summenfrequenz $\nu_{\text{rf}} = \nu_z + \nu_-$ führt zu einem Energietransfer zwischen der axialen und der Magnetronbewegung. Da das Ion während des Abtastens axial arretiert ist, erhöht sich die Energie der Magnetronbewegung während der Abtastung auf $E_{-, \text{abtast}} = -\frac{\nu_-}{\nu_z} E_{z,\text{lock}}$. Die erhöhte Energie $|E_{-, \text{abtast}}| > |E_{-,0}|$ führt zu einer Verschiebung der freien axialen Frequenz, siehe Gl. (2.30), welche von der Arretierung kompensiert wird, siehe Abb. 5.4 oben. Um die Verschiebung der Magnetronfrequenz durch die anharmonische Kopplung zur axialen Bewegung, siehe Gl. (2.34), gering zu halten, wird eine stark reduzierte axiale Treibstärke zur Bestimmung von ν_- verwendet. Durch die reduzierte Treibstärke reduziert sich ebenfalls die Energie $E_{z,\text{lock}}$. Bei einer geringen axialen Amplitude führt das Überstreichen der eingestrahlten Radiofrequenzanregung über $\nu_z + \nu_-$ nicht mehr zu einem messbaren Energietransfer zwischen den involvierten Eigenbewegungen. Durch die effektive zusätzliche Anregung der axialen Bewegung, hervorgerufen durch das Zusammenspiel von Magnetronbewegung und der Radiofrequenzanregung während des Abtastens, ist die Arretierung bei der Übereinstimmung der Frequenzen gestört. Das Auftreten der Störung ist bis auf eine Schwankung von wenigen mHz reproduzierbar. Abb. 5.4 (unten) zeigt eine solche Abtastung. Für eine theoretische Beschreibung des Vorgangs ist auf Ref. [Zaf12] verwiesen.

Ähnlich der Bestimmung von ν_+ ist mit einer Asymmetrie beim Abtasten zu rechnen, da ν_- von den Energien in der axialen und der Magnetronbewegung abhängt. Wie auch die modifizierte Zyklotronfrequenz ist die Magnetronfrequenz aufgrund einer nicht ver-

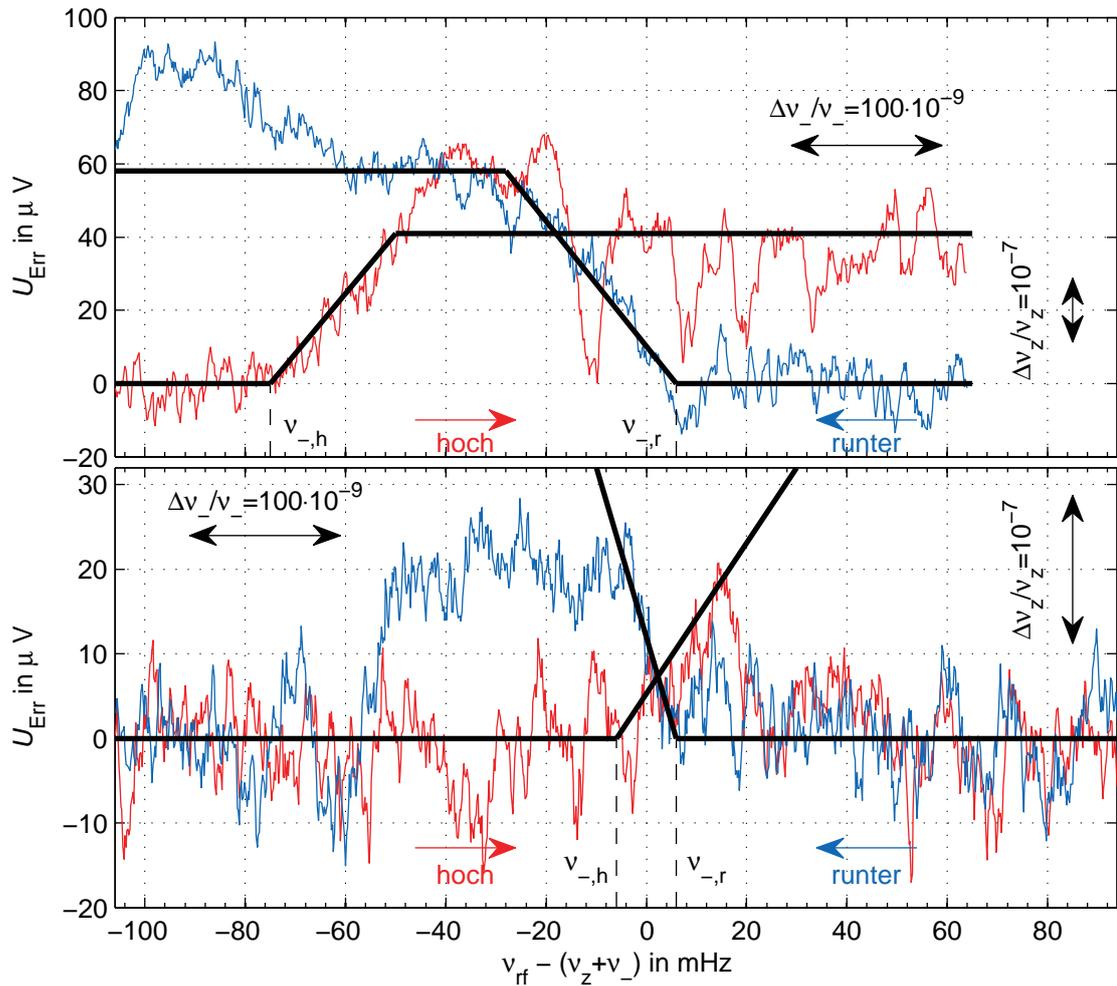


Abbildung 5.4: Bestimmung der Magnetronfrequenz von $^{12}\text{C}^{4+}$ mit verschiedenen axialen Amplituden. Oben ist $E_{z,\text{lock}}$ so hoch, dass die Magnetronbewegung nach der Abtastung dauerhaft angeregt ist. Dabei ist die axiale Amplitude etwa doppelt so hoch wie bei einer typischen Abtastung (unten). Die axiale Arretierung liegt bei $\nu_z = 3,982$ MHz. Das Zentrum der typischen Abtastung liegt bei $\nu_z + \nu_- = 4279804,375$ Hz. Durch die hohe axiale Amplitude ist das Zentrum der obigen Abtastung um etwa -34 mHz verschoben, vergleiche Abschnitt 5.2. Analog zur Bestimmung von ν_+ gilt: $\nu_- = (\nu_{-,r} + \nu_{-,h})/2$. Die schwarzen durchgezogenen Linien sind zur Verdeutlichung des relevanten Signalverlaufs von U_{err} eingezeichnet. Der vertikale Doppelpfeil gibt eine Skala der relativen Änderung von ν_z an. Relative Änderungen von ν_- um 10^{-7} würden sich auf der Skala des horizontalen Doppelpfeils bemerkbar machen.

schwindenden Energie in der axialen Bewegung einer Frequenzverschiebung unterworfen. Dies führt zu den unterschiedlichen Zentren in Abb. 5.4. Die Verschiebung kann gemessen und damit aus den Messdaten herausgerechnet werden, siehe Abschnitt 5.2. Insgesamt ist die Unsicherheit der Bestimmung der Magnetronfrequenz innerhalb der erforderlichen 30 mHz.

5.1.2 Axiale Frequenz

Die axiale Frequenz ν_z ist nach Gl. (2.9) durch die Ringspannung U_{Ring} bestimmt. Um die angestrebte axiale Frequenz von $\nu_z = 4$ MHz zu erreichen, muss für Ionen mit dem Ladungs-zu-Masseverhältnis von $q/m = \frac{1}{3}e/u$ eine Ringspannung von etwa $U_{\text{Ring}} \approx -87,4$ V (Tab. 2.2) bereitgestellt werden. Damit Anregungen des Ions nicht vom Spannungsrauschen der Quelle überdeckt werden, ist eine stabile Ringspannung notwendig. Mit der in der Arbeit von Ref. [Die11] verwendeten Spannungsquelle [PBB⁺09] war eine Arretierung der Ionen möglich und die radialen Frequenzen konnten abgetastet werden, siehe Abb. 5.1. Allerdings war die Ringspannung nur in einem Bereich von -90 V bis -80 V einstellbar. Um Ionen in einem großen Ladungs-zu-Masseverhältnis-Bereich arretieren zu können, wurde die Spannungsquelle durch eine für das PENTATRAP-Experiment [RBCLU⁺12, RBD⁺12] entwickelte Spannungsquelle [Böh14] ersetzt. Diese Spannungsquelle ist in einem Spannungsbereich von $U_{\text{konst}} = -100$ V bis $U_{\text{konst}} = 0$ V mit einer Auflösung von etwa $1 \mu\text{V}$ einstellbar. Mit diesem Spannungsbereich ist es möglich, Ionen mit einem minimalen Ladungs-zu-Masseverhältnis von $0,3 e/u$ axial auf $\nu_z \approx 4$ MHz zu arretieren, siehe Gl. (2.9). Im Bereich von -90 V wurde die relative Stabilität der eingestellten Spannung zu $\frac{\delta U_{\text{konst}}}{U_{\text{konst}}} = 3 \cdot 10^{-8}$ in einem Zeitbereich von Minuten bestimmt. Ohne Frequenzarretierung entspricht dies einer relativen Frequenzschwankung von $\frac{\delta \nu_z}{\nu_z} = 0,5 \cdot \frac{\delta U_{\text{konst}}}{U_{\text{konst}}} = 15 \cdot 10^{-9}$, vergleiche Gl. (2.9).

Die Ringspannung $U_{\text{Ring}} = U_{\text{konst}} + U_{\text{Err}}$ ergibt sich aus der Spannung U_{konst} der PENTATRAP-Spannungsquelle und dem Fehlersignal U_{Err} , dieses ist typischerweise geringer als $200 \mu\text{V}$, siehe Abschnitt 2.1.4. Während der Arretierung wird U_{Err} durch den Vergleich von ν_z und einer konstanten axialen Frequenzanregung gebildet. Bei einer konstanten Energie der Ionen werden so Fluktuationen von U_{konst} kompensiert und ν_z auf die Frequenz der Anregung arretiert. Aus der Stabilität des Fehlersignals δU_{Err} lässt sich nicht die tatsächliche Frequenzstabilität $\delta \nu_z$ der axialen Frequenz bestimmen. Die Frequenzstabilität wird durch eine Integrationszeit von etwa 1 s in der Elektronik und einer ähnlichen Reaktionszeit des Ions verschleiert.

Das Fehlersignal wird nach dem Ladevorgang eines Ions benutzt, um zu prüfen, ob genau ein Ion geladen wurde. Zusätzliche Ionen würden die axiale Frequenz soweit verändern, dass das Fehlersignal um mehr als $200 \mu\text{V}$ angepasst werden müsste, um ein erzeugtes Ion nach dem Ladevorgang zu arretieren. Wird stattdessen genau ein Ion geladen, so ist das Fehlersignal innerhalb der Messgenauigkeit von etwa $\pm 10 \mu\text{V}$ konstant.

Da die radialen Frequenzen durch eine Änderung des Fehlersignals U_{Err} gemessen werden, gibt die Schwankung δU_{Err} die minimale Änderung der axialen Frequenz vor, die durch die eine Änderung in der Energie der radialen Bewegungen erzwungen werden muss, um eine Änderung in der Energie der radialen Bewegungen zu detektieren. Aus

den Abb. 5.3 und Abb. 5.4 ist eine Spitze-zu-Spitze-Schwankung von $\delta U_{\text{Err}} = \pm 10 \mu\text{V}$ zu erkennen. Dies gibt die minimale Änderung der axialen Frequenz von 400 MHz vor, mit der ein Energietransfer in die radialen Bewegungen nachgewiesen werden kann.

Wie beim Vorgängerexperiment aus Seattle gibt es bei THE-Trap keine direkte Möglichkeit, die axiale Frequenz zu messen, wenn diese arretiert ist. Zur Abschätzung der Axialfrequenzstabilität wird daher eine indirekte Methode verwendet. Eine Schwankung von v_z wirkt sich auf die Messung der reduzierten Zyklotronfrequenz aus. Nach Gl. (2.40) gilt

$$\delta v_+ = -\frac{v_z}{\sqrt{v_c^2 - 2v_z^2}} \delta v_z. \quad (5.2)$$

Die tatsächliche Schwankung der reduzierten Zyklotronfrequenz ist ebenfalls direkt durch die Schwankungen des Magnetfeldes bestimmt, Gl. (2.2). Unter Vernachlässigung dieses Einflusses kann Gl. (5.2) genutzt werden, um ein oberes Limit für die Stabilität der axialen Frequenz anzugeben. Wie in Abschnitt 5.3 gezeigt, schwankt die reduzierte Zyklotronfrequenz mit $\delta v_+ = 1,9 \text{ mHz}$ von Messung zu Messung. Würde diese Schwankung ausschließlich durch die Schwankung der axialen Frequenz verursacht, so würde diese nach Gl. (5.2) mit $\delta v_z \leq 12 \text{ mHz}$ schwanken. Diese bedeutet eine relative Schwankung von $\frac{\delta v_z}{v_z} \leq 3 \cdot 10^{-9}$. Die axiale Frequenzarretierung sorgt also dafür, dass Schwankungen der Spannungsquelle um mindestens einen Faktor 5 unterdrückt sind.

5.1.3 Wahl der Anharmonizität C_4

In der Praxis wird der C_4 -Koeffizient gewählt, indem die Signalausschläge h_r und h_h bei der Abtastung der reduzierten Zyklotronfrequenz ausgeglichen werden, siehe Abb. 5.3. Dies führt dazu, dass die Abtastungen symmetrisch um die gemessene reduzierte Zyklotronfrequenz werden. Zur Einstellung des C_4 -Koeffizienten, wird die Spannung U_{korr} an den Korrektorelektroden angepasst.

Um zu überprüfen, wie reproduzierbar diese Methode zur Einstellung des C_4 -Koeffizienten ist, wurde die Differenz der Höhen für 274 aufeinanderfolgende Abtastungen bestimmt und in Abb. 5.5 dargestellt. Die reduzierte Zyklotronfrequenz eines $^{12}\text{C}^{4+}$ -Ions wurde dabei im Wechsel hoch und runter abgetastet, daher sind 137 Differenzen eingetragen. Vor der Messung wurden etwa 10 Abtastungen verwendet, um C_4 einzustellen. Der Mittelwert der Differenzen beträgt $-7 \mu\text{V}$ mit einer Standardabweichung der einzelnen Messpunkte von $\pm 11 \mu\text{V}$. Prinzipiell ist das exakte Einstellen auf $h_r - h_h = 0$ mit genügend Messstatistik möglich. Allerdings ist es nicht notwendig, da daraus im Vergleich zu dem eingestellten Wert von $h_r - h_h = -7 \mu\text{V}$ keine Steigerung der Präzision bei der Messung von v_+ folgt.

Der Vergleich von mehreren unabhängig durchgeführten Einstellungen des C_4 -Koeffizienten zeigt, dass die dazu benötigte Korrektorelektroden-Spannung auf $\delta U_{\text{korr}} = \pm 10 \text{ mV}$ reproduzierbar einstellbar ist. Die Spannung der Korrektorelektroden U_{korr} beträgt dabei generell etwa 49 % der Ringspannung U_{Ring} . Ein typischer Wert liegt bei $U_{\text{korr}} = -42,98 \text{ V}$, wenn die Ringspannung $U_{\text{Ring}} = -87,63 \text{ V}$ ($^{12}\text{C}^{4+}$) beträgt. Im Vergleich dazu liegt die Korrekturspannung bei etwa $-43,09 \text{ V}$ in der harmonischen Falle mit $C_4 = 0$. Für $^{16}\text{O}^{5+}$ liegt die Ringspannung zur axialen Arretierung bei etwa $-93,46 \text{ V}$. Analog zur

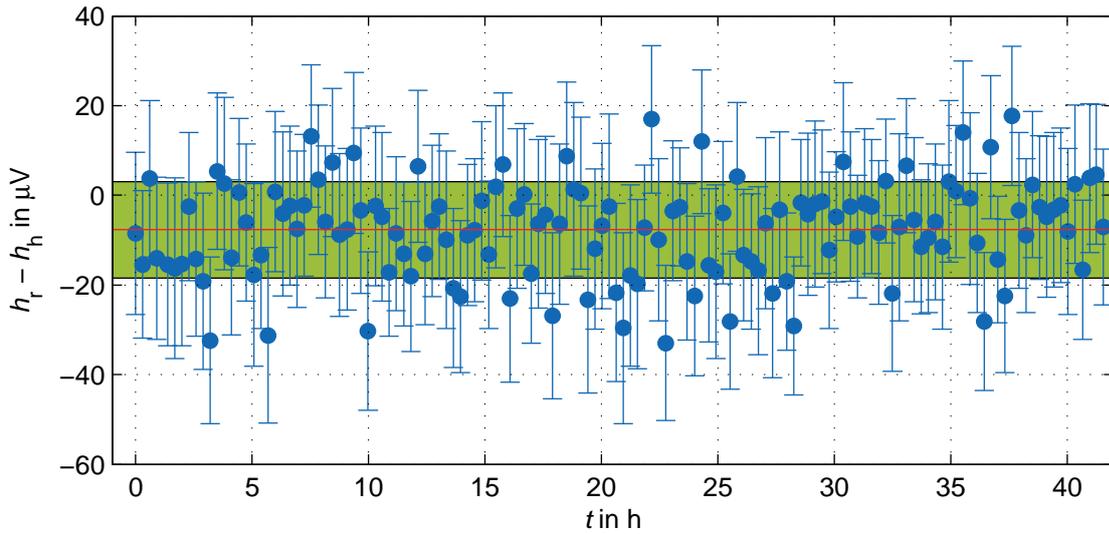


Abbildung 5.5: Veränderung der Symmetrie zwischen den Hoch- und Runterabtastungen von ν_+ über einen Zeitraum von 2 Tagen. Als ein Maß für die Symmetrie ist die Differenz der Höhen, definiert in Abb. 5.3, eingezeichnet (blau). Der Mittelwert der Differenzen ist in rot eingezeichnet. Das grüne Band gibt die statistische Schwankung der einzelnen Messwerte an. Ein typischer Ausschlag ist $h_r = h_h \approx 30 \mu\text{V}$.

Einstellung des C_4 -Koeffizienten bei $^{12}\text{C}^{4+}$ wird die Korrekturspannung für $^{16}\text{O}^{5+}$ auf $-(46,36 \pm 0,01) \text{V}$ eingestellt. Da die Ladung der Sauerstoffionen im Vergleich zu den Kohlenstoffionen höher ist, ist die Dämpfung der axialen Bewegung durch die Detektion höher. Daher ist die Amplitude der axialen Bewegung für $^{16}\text{O}^{5+}$ bei gleicher axialen Treibstärke geringer als für $^{12}\text{C}^{4+}$. Die Anharmonizität des elektrischen Potentials ist daher unterschiedlich für die beiden Ionensorten. Damit ist das Verhältnis $U_{\text{kor}}/U_{\text{Ring}}$ für die $^{16}\text{O}^{5+}$ -Ionen geringfügig höher, verglichen mit dem Verhältnis für die $^{12}\text{C}^{4+}$ -Ionen.

Während des Ladens von Ionen mit Hilfe der Feldemissionsspitze (englisch: Field Emission Point, FEP) bilden sich Oberflächenladungen auf den Fallenelektroden. Diese führen zu einer geringfügigen Veränderung des elektrischen Potentials, welche sich dadurch bemerkbar macht, dass der Betrag der zur axialen Frequenzarretierung auf etwa 4 MHz nötigen Ringspannung steigt. Durch eine Reduktion des von der FEP erzeugten Elektronenstroms konnte die Ladeprozedur für $^{12}\text{C}^{4+}$ so weit optimiert werden, dass kein Unterschied der Ringspannung zwischen einzelnen Ladevorgängen messbar ist. Dies führt insbesondere dazu, dass die über die Differenz der Höhen eingestellte Spannung U_{kor} über Monate hinweg reproduzierbar einstellbar ist. Das bedeutet, dass das Verhältnis von $\frac{U_{\text{Ring}}}{U_{\text{kor}}}$ über mehrere Monate konstant bleibt. Problematisch ist allerdings das Laden von anderen Ionen als $^{12}\text{C}^{4+}$, wie zum Beispiel $^{16}\text{O}^{5+}$. Da die Häufigkeit der zugehörigen Atome im Restgas der Falle geringer ist, muss der Elektronenstrom intensiver sein. Durch die höhere Ionisierungsenergie von etwa 113 eV des fünften Elektrons bei $^{16}\text{O}^{5+}$ im Vergleich zu 64 eV des vierten Elektrons von $^{12}\text{C}^{4+}$ muss zudem die Energie des Elektronenstrom höher sein [Hay13a]. Durch den Strom mit höherer Intensität und Energie bilden sich Oberflä-

5 Frequenzmessungen und das Massenverhältnis von ^{16}O zu ^{12}C

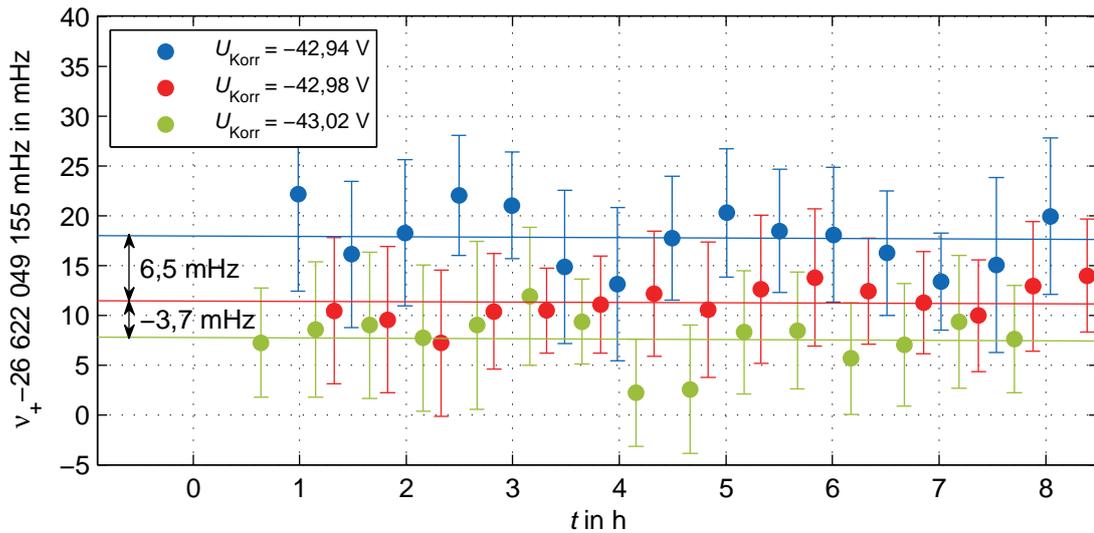


Abbildung 5.6: Abhängigkeit der Messung der reduzierten Zyklotronfrequenz ν_+ von der Korrekturspannung U_{korr} . Über einen Zeitraum von 9 Stunden wurde die reduzierte Zyklotronfrequenz gemessen. Jeder Datenpunkt besteht aus einer Einklammerung von ν_+ . Die durchgezogenen Linien sind eine Anpassung einer linearen Steigung an die Daten, wobei der relative Frequenzdrift von $(-2 \pm 12) \cdot 10^{-12}/\text{h}$ gemeinsam ist. Die in rot eingezeichneten Daten sind mit dem optimalen C_4 aufgenommen worden.

chenladungen so stark aus, dass sie das elektrische Potential in der Falle messbar verändern. Dies ist der Hauptgrund, warum eine präzisere Vermessung des in Abschnitt 5.4 gemessenen Frequenzverhältnisses von $^{16}\text{O}^{5+}$ zu $^{12}\text{C}^{4+}$ durch ständiges Neuladen der Ionen nicht ohne Weiteres möglich ist.

Die Notwendigkeit einer reproduzierbaren Einstellung von C_4 ist in Abb. 5.6 gezeigt. Hier ist die reduzierte Zyklotronfrequenz von $^{12}\text{C}^{4+}$ in Abhängigkeit der Korrekturspannung aufgetragen. Für die roten Daten wurde der C_4 -Koeffizient nach der oben beschriebenen Methode eingestellt. Relativ zu der für diese Einstellung nötigen Korrekturspannung von $U_{\text{korr}} = -42,98 \text{ V}$ wurden Frequenzmessungen mit einer um $\pm 40 \text{ mV}$ verschobenen Korrekturspannung gemacht (grün und blau). Da hier der C_4 -Koeffizient nicht optimal ist, unterscheidet sich der Signalverlauf von einer Abtastungen in einer Richtung deutlich von dem in der Rückrichtung. Nach Gl. (2.33) ist zu erwarten, dass der C_4 -Koeffizient proportional zu der Energie in der axialen Bewegung eine Verschiebung von ν_+ bewirkt. Neben dieser Verschiebung sind die Frequenzen zusätzlich aufgrund der Asymmetrie zwischen den Abtastungen verschoben. Die Frequenzverschiebung liegt bei $(-3,7 \pm 1,1) \text{ mHz}$ bei einer Korrekturspannung $U_{\text{korr}} = -43,02 \text{ V}$ beziehungsweise $(6,5 \pm 1,2) \text{ mHz}$ bei $U_{\text{korr}} = -42,94 \text{ V}$. Dabei ist die Standardabweichung der Mittelwerte angegeben. Die Abweichung der Verschiebungen ist dadurch begründet, dass der C_4 -Koeffizient bei der mittleren Korrekturspannung nicht ideal eingestellt war und daher die Abtastungen beim Verringern der Korrekturspannung stärker voneinander abweichen, als beim Erhöhen der Korrekturspannung. Zur konservativen Abschätzung der systematischen Frequenzverschiebung

bei einem nicht optimalen C_4 -Koeffizienten dient die größere Frequenzverschiebung von $(6,5 \pm 1,2)$ mHz. Diese bedeutet eine relative Frequenzverschiebung von $(245 \pm 45) \cdot 10^{-12}$ bei einer Abweichung von 40 mV von der idealen Korrekturspannung. Dies ist eine relative Frequenzverschiebung von

$$\zeta = \frac{\Delta\nu_+}{\nu_+ \cdot \Delta U_{\text{kor}}}} = (6,2 \pm 1,2) \cdot 10^{-12} / \text{mV} . \quad (5.3)$$

5.2 Frequenzverschiebungen durch die Energie der axialen Bewegung

Durch einen nicht verschwindenden C_4 -Koeffizienten wird die Abhängigkeit der Eigenfrequenzen von den Energien der Eigenbewegungen des Ions verstärkt. Die axiale Amplitude ist während der axialen Arretierung des Ions durch die Treibstärke der Radiofrequenz gegeben, mit der die Bewegung angetrieben wird. Da diese konstant ist, ist auch die Energie in der axialen Bewegung E_z konstant. Wie im letzten Abschnitt gezeigt, ist die Einstellung der Anharmonizität robust, so dass sich der C_4 -Koeffizient nicht ändert, siehe Abb. 5.5. Da sich C_4 und E_z zwischen einzelnen Abtastungen nicht verschieben, ist es möglich, die systematische Verschiebung der radialen Frequenzen aufgrund einer endlichen Energie E_z zu messen und bei der Berechnung der freien Zyklotronfrequenz zu korrigieren. Durch die Extrapolation der Frequenzverschiebung auf eine verschwindende Energie $E_z = 0$ wird der Einfluss des zeitunabhängigen C_4 -Koeffizienten herausgerechnet und die Unsicherheit von ζ aus Gl. (5.3) ist nicht mehr relevant.

Um die systematische Verschiebung der radialen Frequenzen zu bestimmen, wird die Amplitude der axialen Bewegung variiert, siehe Abb. 5.7. Die Amplitude der axialen Bewegung ist proportional zur der Treibstärke der Radiofrequenzanregung, die zur axialen Arretierung des Ions verwendet wird. Die Extrapolation der Anpassung der Daten auf eine verschwindende Treibstärke zeigt die zu erwartende Frequenzverschiebung bei einer für Präzisionsmessungen verwendeten typischen Treibstärke. Zu erkennen ist, dass die Verschiebung der Magnetronfrequenz einer höheren Unsicherheit unterliegt. Prinzipiell ist es möglich, die Unsicherheit durch wiederholtes Messen zu reduzieren. Allerdings ist eine präzisere Bestimmung der Verschiebung der Magnetronfrequenz nicht notwendig, da diese Frequenz nur mit einer Genauigkeit von 30 mHz bekannt sein muss, um die freie Zyklotronfrequenz mit einer relativen Genauigkeit von 10^{-11} zu bestimmen.

Im Rahmen dieser Arbeit konnte diese systematische Verschiebung der radialen Frequenzen nur bei $^{12}\text{C}^{4+}$ vermessen werden. Um genügend Statistik zu sammeln, ist eine Speicherzeit von etwa einem Tag notwendig. Durch ein schlechtes Vakuum in der Penningfalle war die Speicherdauer für $^{16}\text{O}^{5+}$ auf etwa eine Stunde beschränkt. Daher konnte eine systematische Untersuchung der zu erwartenden Frequenzverschiebung nicht durchgeführt werden.

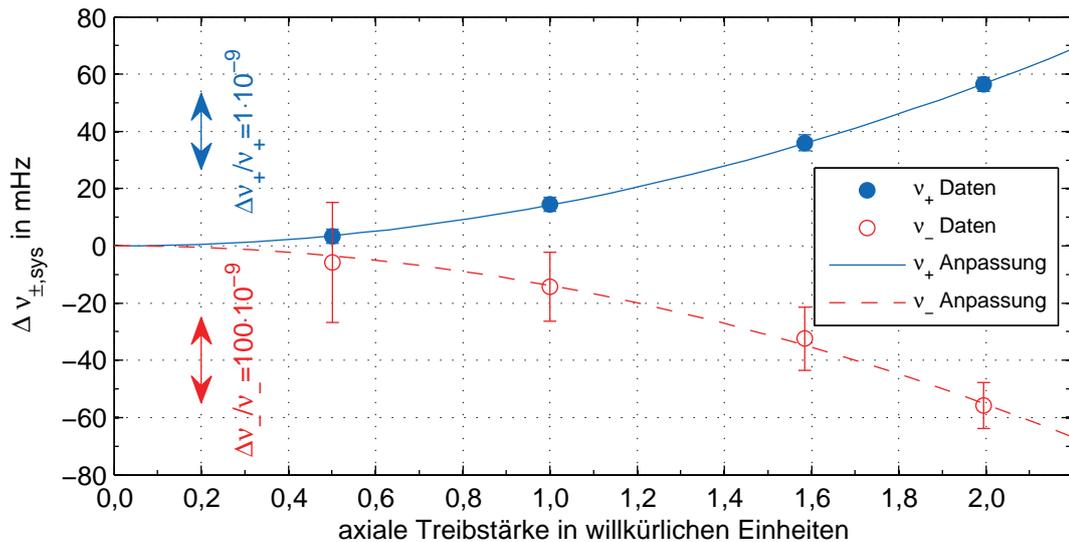


Abbildung 5.7: Abhängigkeit der Magnetron- und der modifizierten Zyklotronfrequenz von der Amplitude der axialen Bewegung. Die Abszisse ist auf eine typische Treibstärke von 1 skaliert. Die Frequenzverschiebungen wurden mit einem $^{12}\text{C}^{4+}$ -Ion gemessen. Über einen Zeitraum von 18 Stunden wurden insgesamt 118 Abtastungen von ν_+ und über einen Zeitraum von 7 Stunden 34 Abtastungen von ν_- erstellt. An die Daten wurde nach Gl. (2.33) und Gl. (2.34) ein quadratischer Verlauf angepasst. Die Doppelpfeile geben eine Skala für eine relative Änderung von ν_{\pm} an.

Tabelle 5.2: Systematische Verschiebung $\Delta v_{\pm, \text{sys}}$ der radialen Frequenzen aufgrund einer nicht verschwindenden axialen Energie für $^{12}\text{C}^{4+}$ für die typische Treibstärke. Des Weiteren ist die nach Gl. (2.19) zu erwartende relative Unsicherheit der freien Zyklotronfrequenz angegeben. Diese ist durch die Unsicherheit bei der Bestimmung der Frequenzverschiebung von $\delta v_+ = 0,25$ mHz und $\delta v_- = 1,6$ mHz bestimmt.

Größe	Wert
$\Delta v_{+, \text{sys}}$	$(14,23 \pm 0,25)$ mHz
$\Delta v_{-, \text{sys}}$	$-(13,8 \pm 1,6)$ mHz
$\Delta v_{+, \text{sys}}/\nu_+$	$(534,5 \pm 9,4) \cdot 10^{-12}$
$\Delta v_{-, \text{sys}}/\nu_-$	$(46 \pm 5) \cdot 10^{-9}$
$\delta v_c(\delta v_+)/\nu_c$	$9,2 \cdot 10^{-12}$
$\delta v_c(\delta v_-)/\nu_c$	$0,7 \cdot 10^{-12}$

5.3 Stabilität der radialen Eigenfrequenzen

Die Stabilität der radialen Frequenzen, insbesondere die der reduzierten Zyklotronfrequenz ν_+ , ist essenziell für eine präzise Frequenzverhältnismessung. In den folgenden beiden Abschnitten wird die im Rahmen dieser Arbeit erreichte zeitliche Stabilität der radialen Frequenzen aufgezeigt.

5.3.1 Reduzierte Zyklotronfrequenz

Aufgrund der vielfältigen Stabilisierungen und Kompensationen äußerer Umwelteinflüsse ist der bei THE-Trap verwendete Magnet einer der stabilsten, der für Penningfallenmassenmessungen verwendet wird [VDFZS99b]. Dies ergibt eine außergewöhnliche Stabilität der reduzierten Zyklotronfrequenz der gespeicherten Ionen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde deren Stabilität seit der Inbetriebnahme nach dem Wiederaufbau des Experimentes in Heidelberg immer weiter verbessert, so dass die erreichte Stabilität vergleichbar gut wie im Vorgängerexperiment ist. Abb. 5.8 zeigt diesen Fortschritt. War die reduzierte Zyklotronfrequenz 2012 noch stark von dem Luftdruck im Magnetraum abhängig, so konnte diese Abhängigkeit 2013 vermindert werden. Neben den in Kapitel 4 angesprochenen Verbesserungen haben dazu weitere Detailverbesserungen beigetragen. Beispielhaft ist eine solche Detailverbesserung im Folgenden erläutert.

Wie in Abschnitt 3.1.4 erläutert, bildet das obere Ende der Bohrung den Aufhängepunkt für die Magnetspulen. An diesem Punkt liegt auch der Vakuumaufbau der Penningfallen mit der elektrischen Verbinderverbox auf. Die Verbinderverbox trennt den Kryogenen vom Raumtemperaturteil des Vakuumaufbaus. Allerdings lässt der Gummiring zum heliumdichten Verschließen der Bohrung dem Aufbau etwas Spiel. Druckänderungen im Labor verformen den Ring und führen damit zu einer Relativbewegung der Falle gegenüber den Magnetspulen. Schrauben, die den Vakuumaufbau mit dem Magneten verbinden, sorgen dafür, dass der Gummiring vorkomprimiert ist. Allerdings können die Schrauben nicht beliebig fest angezogen werden. Da die Hülle des Magneten aus weichem Aluminium besteht, kann ein zu festes Anziehen die Gewinde im Magneten beschädigen. In Ref. [Tre11] wurde die lineare Änderung des von den Magnetspulen erzeugten Magnetfeldes $B_1 \approx 10^{-4} \frac{\text{T}}{\text{m}}$ mit Hilfe einer Kernspinresonanzsonde in Abwesenheit der Penningfallen gemessen. Aus dieser Änderung ist ersichtlich, dass eine Relativbewegung zwischen den Fallen und den Spulen von einigen 100 nm eine relative Änderung des Feldes von 10^{-11} bedeutet. Diese Relativbewegung ist durch das Komprimieren des Gummirings durch Luftdruckänderungen im Labor vorstellbar. Eine der Detailverbesserungen des Experimentes ist es daher, die Abhängigkeit der Position der Fallen von der Kompression des Gummirings zu unterbinden. Hierzu wurden Keile handfest zwischen die Verbinderverbox und den Magneten getrieben. Die Keile sorgen dafür, dass das Experiment nach oben gegen die Schraubenköpfe gedrückt wird. Dadurch wird eine veränderte Kraftwirkung, die durch eine Änderung des Luftdrucks entsteht, auf die starren Keile beziehungsweise die Schrauben geleitet und nicht mehr auf den flexiblen Gummiring. Diese Methode, den Einfluss des Gummirings auf die Position der Fallen zu unterbinden, basiert auf einer in Ref. [Zaf12] beschriebenen Methode zur Unterbindung derselben Problematik.

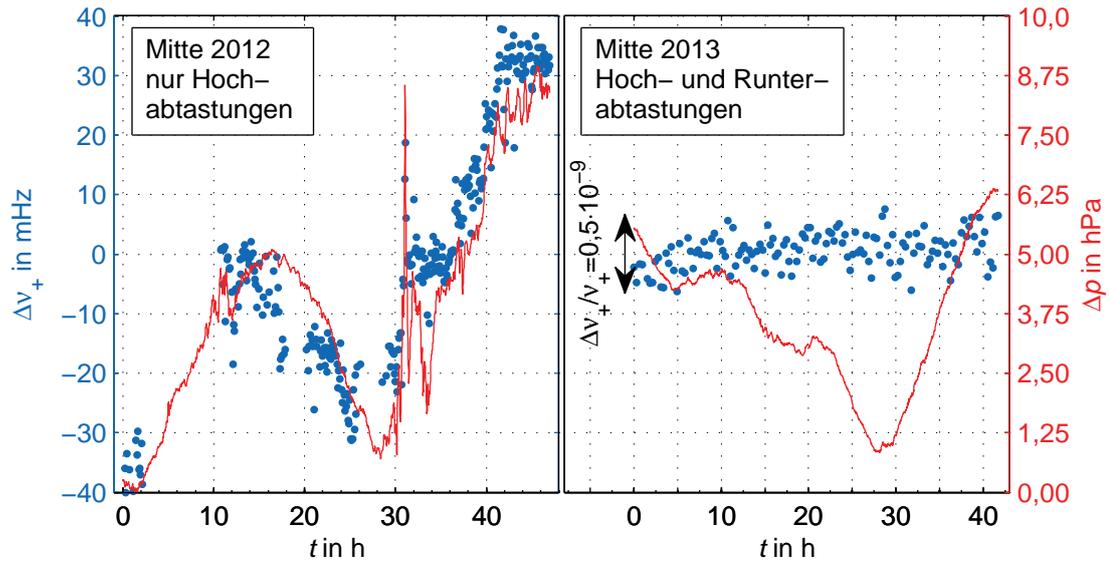


Abbildung 5.8: Stabilität der reduzierten Zyklotronfrequenz von Mitte 2012 und Mitte 2013 im Vergleich. Zu beachten ist die Abhängigkeit vom Druck, linkes Bild. Der relative lineare Frequenzanstieg 2013 ist etwa $(3,2 \pm 1,5) \cdot 10^{-12} / \text{h}$. Der vertikale Doppelpfeil gibt eine Skala für eine relative Änderung von ν_+ an.

Prinzipiell besteht die Möglichkeit, dass die temperaturabhängige Ausdehnung der Materialien, die die Spulen und die Penningfallen mit dem gemeinsamen Aufhängepunkt verbinden, ebenfalls zu einer Relativbewegung der beiden führt, wenn die Raumtemperatur des Labors schwankt. Um diese Bewegung zu vermeiden, wird der Abstand der Penningfallen sowie der Abstand der Spulen zum Aufhängepunkt durch dasselbe Material, G10, einen Glasfaserverbundstoff, bestimmt.

Die relative lineare Änderung der Stärke des Magnetfeldes von $(3,2 \pm 1,5) \cdot 10^{-12} / \text{h}$ ist nur bedingt geeignet, die Qualität des Magneten zu beschreiben. In der Analyse der Frequenzverhältnismessung von zwei Ionen kann diese vollständig kompensiert werden, solange die Änderung linear ist. Problematisch sind die verbleibenden zufälligen Schwankung auf der Zeitskala, auf der die Ionen ausgetauscht werden. Um solche Schwankungen für verschiedene Zeitskalen darzustellen, wird die Allanabweichung $\sigma(\tau)$ benutzt, siehe Gl. (4.7). Für den in Abb. 5.8 (rechte Seite) dargestellten Feldverlauf ist die Allanabweichung in Abb. 5.9 dargestellt.

Wie in Abschnitt 5.1 erwähnt, ist die Präzision einer einzelnen Messung der modifizierten Zyklotronfrequenz durch die Dauer der Abtastung von 200 s auf eine relative Unsicherheit von $\delta\nu_+/\nu_+ = 10^{-10}$ begrenzt. Diese Abschätzung ist in guter Übereinstimmung mit der Allanabweichung aus Abb. 5.9. Durch die Mittelung von mehreren Messungen wird die Unsicherheit reduziert, bis ab etwa 2 Stunden der lineare Magnetfelddrift den Hauptanteil der Unsicherheit ausmacht. Der relative Magnetfelddrift schwankt über einen Zeitraum von mehreren Wochen im Bereich von einigen $10^{-12}/\text{h}$. Dies ist der Grund, warum die beiden Allanabweichungen in Abb. 5.9 ab etwa 5 Stunden voneinander abweichen.

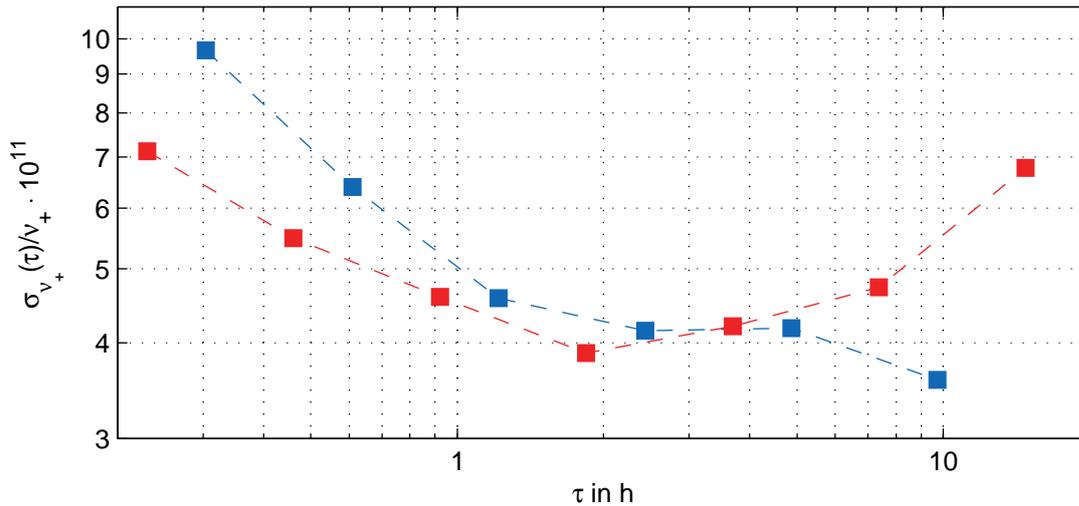


Abbildung 5.9: Allanabweichung des gemessenen ν_+ für ein einzelnes $^{12}\text{C}^{4+}$ -Ion. Die blaue Kurve ist aus den Daten von Abb. 5.8 berechnet. In diesen Daten wurde ν_+ in 200 s um einen Bereich von 100 mHz abgetastet. Zum Vergleich von mehreren Messreihen ist die rote Kurve gezeigt. Zwischen den beiden Messreihen wurde die Messprozedur verändert, so dass ν_+ alle $\tau_0 = 14$ Minuten gemessen werden konnte ($\tau_0 = 18$ Minuten bei der blauen Kurve). In diesen Daten wurde ν_+ in 200 s um einen Bereich von 50 mHz abgetastet. Der geringere Abtastbereich führt zu einer höheren Präzision, weswegen die Abweichung bis zu etwa einer Stunde geringer ist. Bei beiden Kurven ist ein Abfall bis 2 Stunden zu erkennen. In diesem Bereich sind die Schwankungen durch äußere Einflüsse so gering, dass die Präzision durch Mittelung der Einzelmessungen zunimmt. Über einen längeren Zeitbereich ist die Allanabweichung durch den Magnetfelddrift bestimmt.

Die optimale Zeitdauer zur Beobachtung der Ionen vor dem Austausch, liegt im Minimum der Allanabweichung bei etwa 1–2 Stunden. Bis zu diesem Zeitpunkt kann durch wiederholtes Messen und die dadurch erhöhte Statistik die relative Unsicherheit der reduzierten Zyklotronfrequenz auf $\frac{\delta\nu_+}{\nu_+} = 4 \cdot 10^{-11}$ reduziert werden. Ab dem Zeitpunkt ist keine Steigerung der Genauigkeit der Bestimmung der freien Zyklotronfrequenz eines Ions zu erwarten. Daher wurden bei der Messung des Frequenzverhältnisses von $^{12}\text{C}^{4+}$ zu $^{16}\text{O}^{5+}$ in Abschnitt 5.4 die Ionen stündlich ausgetauscht.

Wird die Dauer der Abtastung von ν_+ um einen Faktor n verlängert und der Abtastbereich gleichzeitig um den Faktor n reduziert, kann mit einem Zuwachs der Genauigkeit einer einzelnen Frequenzmessung um den Faktor n gerechnet werden. Dies gilt allerdings nur, wenn die Abtastzeiten deutlich geringer sind als eine Stunde, da ansonsten die Genauigkeit durch Schwankungen des Magnetfeldes bestimmt sind. Bei einem einfachen n -fachen Wiederholen der Abtastung, ist nur mit einem Faktor \sqrt{n} aufgrund der Statistik zu rechnen. Erste Versuche mit einer Verringerung der Abtastzeit und Verlängerung der Dauer wurden durchgeführt. Diese deuten auf eine tatsächliche Verbesserung hin, siehe Abb. 5.10. Für die Auswertung der Abtastungen ist nur der Anfang des Anstiegs rele-

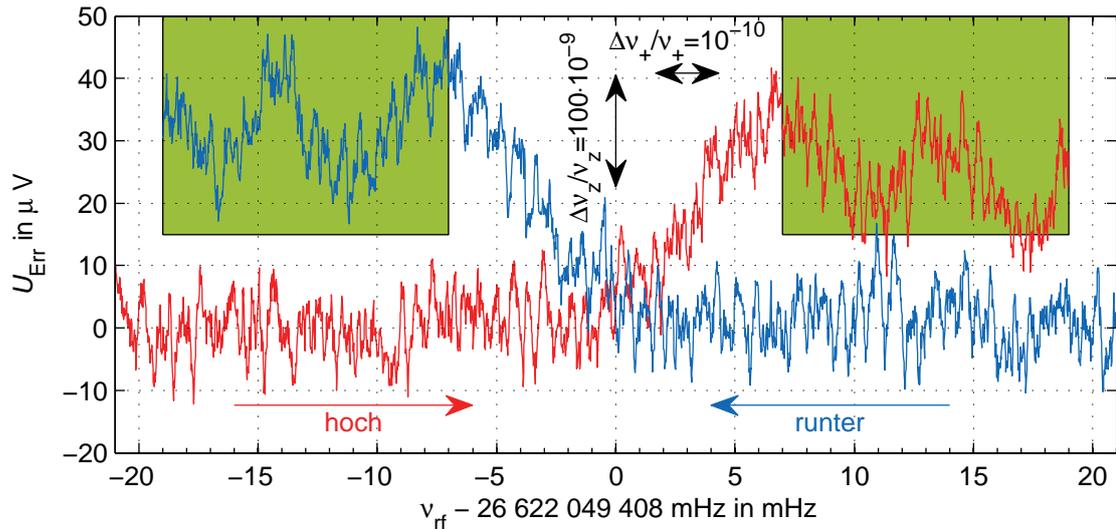


Abbildung 5.10: Bestimmung von ν_+ bei $^{12}\text{C}^{4+}$ -Ionen. Die Abtastung von 40 mHz mit einer Abtastrate von 0,08 mHz/s dauerte jeweils 500 s. Die Unsicherheit von $\delta\nu_+ = 1$ mHz ist im Vergleich zu Abb. 5.3 mit $\delta\nu_+ = 3$ mHz deutlich geringer. Die Abtastungen sind symmetrisch um die gemessene reduzierte Zyklotronfrequenz aufgetragen. Um den Zeitaufwand zu verringern, reicht es die Abtastung bis zu den grünen Bereichen durchzuführen. Der vertikale Doppelpfeil gibt eine Skala für die Änderung der axialen Frequenz an. Relative Änderungen von ν_+ um 10^{-10} würden sich auf der Skala des horizontalen Doppelpfeils bemerkbar machen.

vant, siehe Abschnitt 2.1.4. Daher ist es prinzipiell möglich, die Zeitdauer zu reduzieren, indem das Abtasten beim Erreichen der maximalen Energie in der radialen Mode abgebrochen wird. Alternativ kann auch der Abtastbereich für beide Richtungen asymmetrisch verschoben werden, um nur den relevanten Bereich abzudecken. Dies kann allerdings eine Verschiebung der ermittelten Frequenz verursachen. Genaueres wird in Ref. [Höc14] zu finden sein. Da das Vakuumproblem sich gegen Ende dieser Arbeit verschlimmert hat und somit die Speicherzeit reduziert wurde, konnten keine weiterführenden systematische Versuche dahingehend durchgeführt werden.

5.3.2 Magnetronfrequenz

Eine Änderung des Magnetfeldes verursacht bei den radialen Frequenzen betragsmäßig dieselbe relative Änderung der Frequenz, $\frac{\delta B}{B} = \frac{\delta\nu_+}{\nu_+} = -\frac{\delta\nu_-}{\nu_-}$, siehe Gl. (2.11). Für Ionen mit einem Ladungs-zu-Masseverhältnis von $q/m = \frac{1}{3}e/u$ gilt bei THE-Trap $\nu_- \approx 0,3$ MHz, siehe Tab. 2.2. Typische Schwankungen des Magnetfeldes sind im Abschnitt 5.3 aufgeführt, siehe Abb. 5.9. Da die absolute Unsicherheit der Magnetronfrequenz um ν_-/ν_c skaliert zur Gesamtunsicherheit der freien Zyklotronfrequenz beiträgt, ist nur eine moderate Genauigkeit von $\delta\nu_- \leq 30$ mHz bei der Messung der Magnetronfrequenz erforderlich, siehe Gl. (2.19).

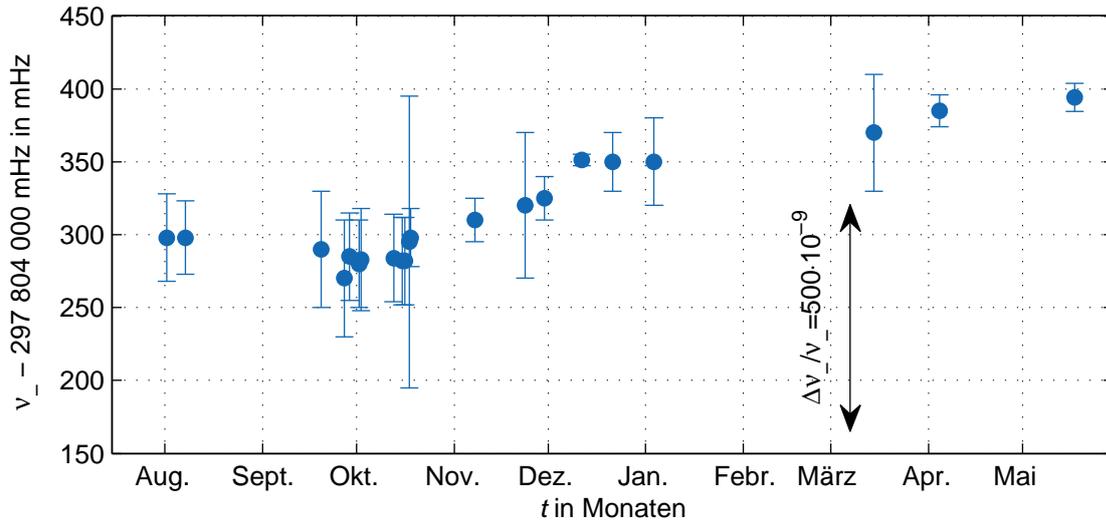


Abbildung 5.11: Verlauf der gemessenen Magnetronfrequenz von einzelnen $^{12}\text{C}^{4+}$ -Ionen über den Zeitraum von August 2012 bis Mai 2013. Die Daten sind nicht um die durch die Amplitude der axialen Bewegung verursachten systematischen Verschiebungen korrigiert. Der vertikale Doppelpfeil gibt eine Skala für die relative Frequenzverschiebung von ν_- an.

Die Abbildung 5.11 zeigt die direkt gemessene Magnetronfrequenz ohne Korrekturen für systematische Frequenzverschiebungen über einen Zeitraum von einem Jahr (August 2012 bis Mai 2013). Während dieses Zeitraumes wurden größere Änderungen an dem experimentellen Aufbau gemacht. Insbesondere verändert sich die Magnetronfrequenz, wenn sich etwa durch mechanische Stöße am Experiment die Ausrichtung der Fallenelektroden gegenüber dem Magnetfeld verändert. Dies ist der Grund für die Änderung von ν_- Anfang Dezember. Zu diesem Zeitpunkt wurden Änderungen an der mechanischen Kopplung zwischen dem Magneten und dem Experimentaufbau gemacht, um die Relativbewegung der Fallenelektroden gegen die Magnetspulen zu vermindern. Ein Teil der Langzeitänderung ist verursacht durch eine Optimierung des Messprozesses. So konnte die Treibstärke zur axialen Arretierung über den Zeitraum deutlich verringert werden. Wie in Abschnitt 5.2 gezeigt, kann das zu Verschiebungen um einige 10 mHz führen.

Selbst ohne die Korrektur der Daten aufgrund der obigen Effekte ist ersichtlich, dass die Magnetronfrequenz über Monate hinweg innerhalb eines Bereiches von weniger als 30 mHz liegt, siehe Abb. 5.11. Für eine Bestimmung der freien Zyklotronfrequenz auf 10^{-11} reicht es daher, die Magnetronfrequenz alle ein bis zwei Wochen zu messen. Insbesondere sollte die Frequenz erneut gemessen werden, nachdem mechanische Arbeiten am Magneten stattgefunden haben. Wird der Magnet mit kryogenen Flüssigkeiten (LHe und LN_2) gefüllt, so beeinflusst der alleinige Füllvorgang die Magnetronfrequenz nicht. Da die Füllstutzen für diese Flüssigkeiten jedoch nahe des experimentellen Vakuumaufbaus sind, kann das unbeabsichtigte Anstoßen des Aufbaus zu einer Veränderung von ν_- führen. Zur Sicherheit sollte daher ν_- auch nach jedem Füllvorgang gemessen werden.

Tabelle 5.3: Ionen mit einem Ladungs-zu-Masseverhältnis von $q/m \approx \frac{1}{3}e/u$, die mit THE-Trap geladen werden können [Die11], aber im Rahmen dieser Arbeit nicht für eine Frequenzverhältnismessung verwendet werden konnten. Zusätzlich sind einfach geladene Moleküle aus drei Wasserstoffatomen (H_3^{1+}) und aus Deuterium und einem Wasserstoff (DH^{1+}) angegeben. Mit einem verbesserten Vakuum wird es zukünftig möglich sein, die Charakteristika von THE-Trap mit weiteren Ionen zu bestimmen.

Ion	$\approx q/m$ in e/u	U_{ring} in V	Begründung
$^{13}\text{C}^{4+}$	0,308	-94,734	zu geringe Ladewahrscheinlichkeit
$^{16}\text{O}^{5+}$	0,313	-93,223	
$^{19}\text{F}^{6+}$	0,316	-92,273	zu geringe Speicherdauer
H_3^{1+}	0,331	-88,107	praktisch nicht in der Falle vorhanden
DH^{1+}	0,331	-88,062	praktisch nicht in der Falle vorhanden
$^{12}\text{C}^{4+}$	0,333	-87,423	
$^{14}\text{N}^{5+}$	0,357	-81,612	zu geringe Speicherdauer
$^{19}\text{F}^{7+}$	0,369	-79,089	zu geringe Speicherdauer
$^{16}\text{O}^{6+}$	0,375	-77,683	zu geringe Speicherdauer

5.4 Messung des Massenverhältnisses von ^{16}O zu ^{12}C

Final kann nur eine reale Messung zeigen, ob das Gesamtsystem den Anforderungen an die Präzision von 10^{-11} gerecht wird. ^3H - und ^3He -Ionen können dafür nicht benutzt werden, da das Laden der Penningfalle mit der externen Ionenquelle nicht funktioniert. Um die Präzision von THE-Trap zu zeigen, wird stattdessen das Frequenzverhältnis von $^{16}\text{O}^{5+}$ zu $^{12}\text{C}^{4+}$ bestimmt. Dies ist eines der am genauesten bekannten Zyklotronfrequenzverhältnisse mit einer relativen Unsicherheit von $1,2 \cdot 10^{-11}$, siehe [VDPVLZ06]. Etwaige Abweichungen geben direkte Hinweise auf Unstimmigkeiten bei THE-Trap. Die in diesem Abschnitt gezeigten Ergebnisse sind so auch in Ref. [SEH⁺14] veröffentlicht.

Neben der Tatsache, dass das Frequenzverhältnis gut bekannt ist, spielten auch praktische Gründe für die Wahl der Ionen eine Rolle. Um die prinzipielle Machbarkeit einer Massenverhältnismessung von ^3H zu ^3He zu zeigen, ist es wichtig, dass die Ionen in der Testmessung ähnliche freie Zyklotronfrequenzen haben. Dazu ist es notwendig, dass die Ionen ein ähnliches Ladungs-zu-Masseverhältnis von $q/m = \frac{1}{3}e/u$ wie $^3\text{H}^{1+}$ haben. Da $^{12}\text{C}^{4+}$ das gleiche Ladungs-zu-Masseverhältnis wie ^3H hat, ist dieses Ion ein idealer Testkandidat. Sowohl das Laden der Falle mit $^{12}\text{C}^{4+}$ wie auch mit $^{16}\text{O}^{5+}$ funktioniert mit dem Elektronenstrom der FEP zuverlässig.

Andere Ionen mit einem ähnlichen Ladungs-zu-Masseverhältnis wie $^3\text{H}^{1+}$ sind ungleich schwieriger zu laden, siehe Tab. 5.3. So ist beispielsweise $^{13}\text{C}^{4+}$ durch die Isotopenhäufigkeit von etwa 1 % in einer zu geringen Anzahl vorhanden, um es reproduzierbar zu laden. Aufgrund des Vakuumslecks ist die Speicherzeit von beispielsweise $^{14}\text{N}^{5+}$ so gering, dass keine Frequenzmessungen möglich sind. Durch das Beheben des Vakuumslecks in der nächsten Wartungsphase sollte diese Limitierung aufgehoben sein, so dass Testmessungen an weiteren Ionen möglich werden.

Tabelle 5.4: Eingestellte Axial- und gemessene Magnetronfrequenz von $^{12}\text{C}^{4+}$ und $^{16}\text{O}^{5+}$.

$\tilde{\nu}_z$	3 982 000,000 Hz
$\tilde{\nu}_-(^{12}\text{C}^{4+})$	(297 804,378 \pm 0,002) Hz
$\tilde{\nu}_-(^{16}\text{O}^{5+})$	(318 054,678 \pm 0,002) Hz

Der Austausch der Ionen zwischen den Penningfallen von THE-Trap kann bisher noch nicht durchgeführt werden. Daher bleibt nur die Möglichkeit, jedes Mal, wenn das Ion ausgewechselt wird, dieses neu in der Präzisionsfalle zu erzeugen. Nach der Bestimmung der freien Zyklotronfrequenz eines Ions wird jeweils ein neues Ion geladen. Gegenüber dem im finalen Aufbau von THE-Trap möglichen Austausch der Ionen ohne Nachladen ist dies nur ein geringfügig höherer Zeitaufwand. Die Messung eines Frequenzverhältnisses in einer Falle durch das ständige Neuladen der Ionen ist aufgrund der Bildung von Oberflächenladungen limitiert. Die Oberflächenladungen auf den Elektroden der Falle werden durch den hohen Elektronenstrom der FEP beim Laden von $^{16}\text{O}^{5+}$ erzeugt. Durch diese Ladungen wird das elektrische Potential in der Falle verändert. Durch eine asymmetrische Aufladung wird der Ort der Ionen verschoben. Da diese sich dann in einer anderen Magnetfeldstärke befinden, wird damit die freie Zyklotronfrequenz verändert. Es ist prinzipiell möglich diese Veränderung zu messen. Dies ist allerdings mit einem so hohen Messaufwand verbunden, dass eine Präzisionsmessung auf dem Niveau von 10^{-11} mit nur einer Falle bei THE-Trap nicht in Betracht kommt.

Durch die Arretierung ist die axiale Frequenz bekannt, siehe Tab. 5.4. Gemäß Abschnitt 2.1 muss die Magnetronfrequenz nur mit einer moderaten Genauigkeit von 30 mHz gemessen werden. Im Rahmen dieser Genauigkeit ist die Frequenz für einige Wochen konstant, wie in Abb. 5.11 zu sehen ist. Daher musste sie nur jeweils einmal für beide Ionen bestimmt werden.

Damit fehlt nur noch die reduzierte Zyklotronfrequenz ν_+ , um mit Hilfe des Invarianztheorems Gl. (2.18) die freie Zyklotronfrequenz ν_c und damit das Massenverhältnis in Gl. (2.2) zu bestimmen. Dies wird für beide Ionen nach folgendem Schema durchgeführt:

1. Ion laden (15 Minuten)
2. Kühlen der radialen Bewegungen (3 Minuten)
3. Axiale Frequenz arretieren (1 Minute)
4. Abtasten der reduzierten Zyklotronfrequenz (jeweils etwa 10 Minuten)
5. Leeren der Falle

Die THE-Script-Anweisungen, um dieses Schema durchzuführen, sind in Anhang A zu finden. Um ν_+ mit einer Präzision von unter $\frac{\delta\nu_{\pm}}{\nu_{\pm}} \approx 10^{-10}$ zu erhalten, werden die Schritte 2–4 üblicherweise viermal wiederholt. Gemäß dem Messprinzip wird eine einzelne Zyklotronfrequenz aus jeweils einer Hoch- und einer Runterabtastung (jeweils etwa 200 s) gebildet. Zwischen den Hoch- und Runterabtastungen werden die radialen Bewegungen gekühlt und das Ion wieder axial arretiert (etwa 3 Minuten). Um auf die freie Zyklotronfrequenz zu schließen, werden die Rohdaten um die Bildladungsverschiebung $\Delta\nu_i = (2,51 \pm 0,10)$ mHz mit der Ladungszahl des Ions von $q = ne$ korrigiert, siehe Abschnitt 2.1.3. Mit dem Invarianztheorem, siehe Gl. (2.18), folgt die freie Zyklotronfrequenz ν_c für ein n -fach geladenes

Ion aus den gemessenen Eigenfrequenzen $\tilde{\nu}_i$:

$$\nu_c^2 = (\tilde{\nu}_+ + n \cdot \Delta\nu_i)^2 + \tilde{\nu}_z^2 + (\tilde{\nu}_- - n \cdot \Delta\nu_i)^2. \quad (5.4)$$

Die Abb. 5.12 (oben) zeigt die Messung der freien Zyklotronfrequenz von $^{12}\text{C}^{4+}$ im Wechsel mit $^{16}\text{O}^{5+}$.

R_i ist das Verhältnis zwischen der interpolierten Frequenz der $^{12}\text{C}^{4+}$ -Ionen (grün) und der Frequenz der $^{16}\text{O}^{5+}$ -Ionen (rot), siehe Detailansicht in Abb. 5.12. Um das Frequenzverhältnis $R = \nu_c(^{12}\text{C}^{4+}) / \nu_c(^{16}\text{O}^{5+})$ zu bestimmen, wird zwischen den Messungen mit dem Kohlenstoff auf die Messung des Sauerstoffs linear zeitlich interpoliert. Die gemessenen R_i sind auf den in Ref. [VDPVLZ06] bestimmten Literaturwert bezogen, siehe Abb. 5.12 unten. In diesem Artikel ist die Masse von Sauerstoff in atomaren Masseneinheiten $u = \frac{1}{12}m(^{12}\text{C})$ als $m(^{16}\text{O}) = 15,994\,914\,619\,57(18) u$ angegeben. Die Masse der Ionen berechnet sich durch den Abzug der Masse der fehlenden Elektronen und die Addition ihrer Bindungsenergien nach Ref. [Hay13a], siehe Abschnitt 2.1.2. Der Ablauf zur Bestimmung eines Frequenzverhältnisses ist in Abb. 5.13 zusammengefasst dargestellt.

Mit dem nach den Unsicherheiten gewichteten arithmetischen Mittel von R_i wird das gemessene Verhältnis \bar{R} bestimmt. Zusammenfassend ist das Ergebnis in Tab. 5.5 dargestellt. Da bei der Optimierung des C_4 -Koeffizienten die Korrekturspannung nur auf ± 10 mV genau einstellbar ist, unterliegt die Messung der freien Zyklotronfrequenz einer Ungenauigkeit ζ aus Gl. (5.3). Damit folgt eine relative systematische Unsicherheit der freien Zyklotronfrequenz der $^{12}\text{C}^{4+}$ -Ionen von $\Delta\nu_c(^{12}\text{C}^{4+}) / \nu_c = 10 \text{ mV} \cdot \zeta = 60 \cdot 10^{-12}$. Analog dazu ist die relative systematische Unsicherheit der freien Zyklotronfrequenz der $^{16}\text{O}^{5+}$ -Ionen $\Delta\nu_c(^{16}\text{O}^{5+}) / \nu_c = 10 \text{ mV} \cdot \zeta = 60 \cdot 10^{-12}$. Insgesamt folgt daraus eine gesamte relative systematische Unsicherheit von $120 \cdot 10^{-12}$. Die Abweichung des gemessenen Frequenzverhältnisses zum Literaturwert beträgt $R_{\text{lit}} - \bar{R} = (39(63)_{\text{stat}}(120)_{\text{syst}}) \cdot 10^{-11}$. Bemerkenswert daran ist, dass die einzige Korrektur an den gemessenen freien Zyklotronfrequenzen die Bildladungsverschiebung ist.

Die Übereinstimmung von \bar{R} mit R_{lit} kann prinzipiell gesteigert werden, indem die nächstgrößere systematische Verschiebung berücksichtigt wird. Wie Abschnitt 5.2 zeigt, sind die radialen Frequenzen von $^{12}\text{C}^{4+}$ aufgrund der Energie in der axialen Bewegung um $\Delta\nu_{\pm,\text{sys}}$ verschoben. Die Unsicherheit dieser Verschiebung für die reduzierte Zyklotronfrequenz beträgt $\delta\nu_{+,\text{sys}} = 0,25 \text{ mHz}$. Wird dies als systematische Unsicherheit aufgefasst, folgt eine relative Unsicherheit der freien Zyklotronfrequenz von $\nu_c(^{12}\text{C}^{4+}) / \nu_c = 10 \cdot 10^{-12}$. Damit die systematische Ungenauigkeit des Frequenzverhältnis \bar{R} auf dieses Niveau reduziert werden kann, muss allerdings die Verschiebung auch für die $^{16}\text{O}^{5+}$ -Ionen gemessen werden. Aufgrund der geringen Speicherzeit der $^{16}\text{O}^{5+}$ -Ionen von nur zwei Stunden war es nicht möglich, die systematische Verschiebung zu bestimmen. Innerhalb der nächsten Wartungsphase des Experimentes wird das Vakuumleck behoben werden. Mit der erwarteten deutlich längeren Lebensdauer von $^{16}\text{O}^{5+}$ wird es möglich sein, die systematische Verschiebung der radialen Eigenfrequenzen zu messen. Damit ist zu erwarten, dass sich der systematische Fehler bei einer Wiederholung der Messung auf einen Bereich um 10^{-11} reduzieren lässt.

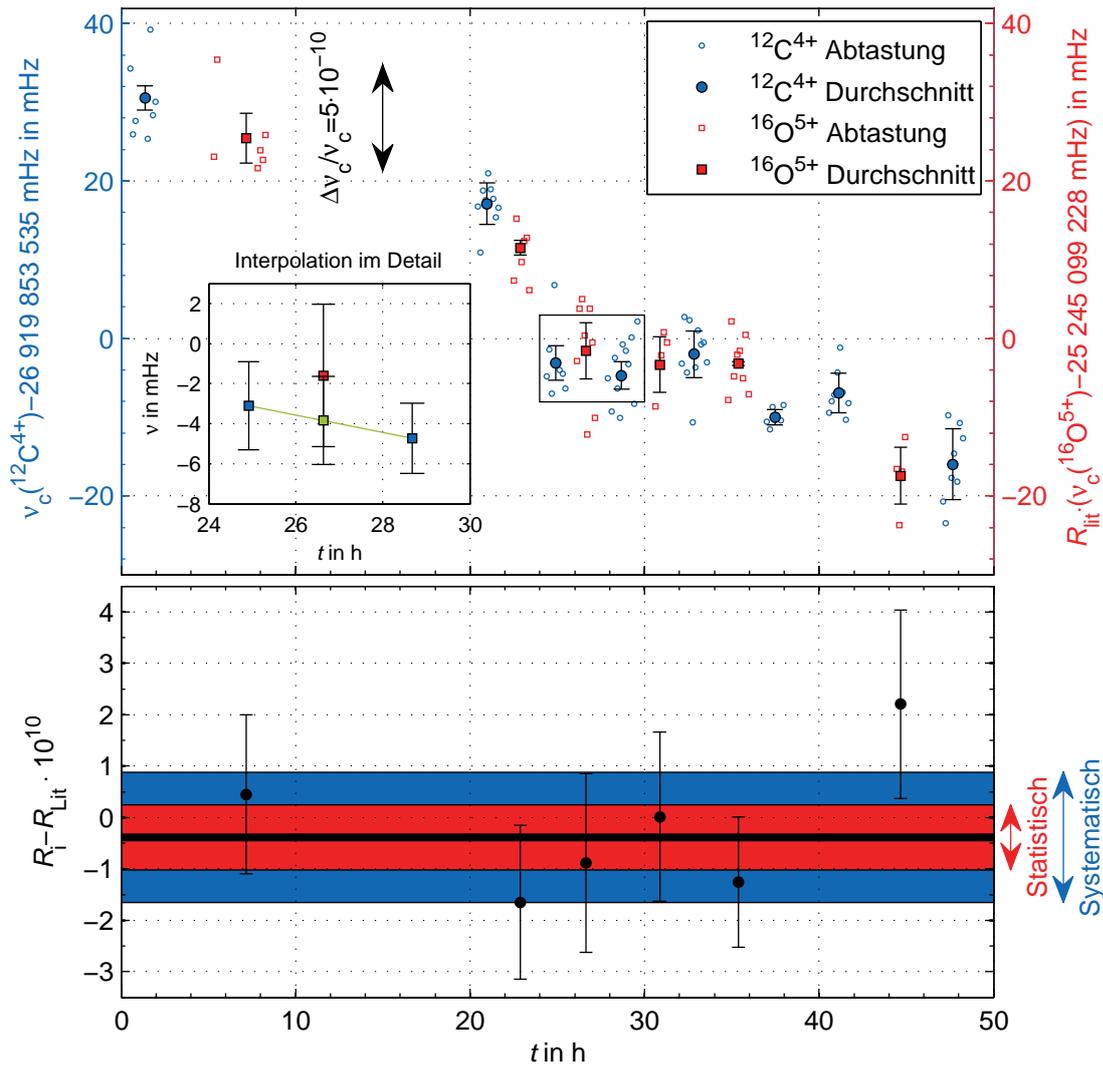


Abbildung 5.12: Frequenzverhältnismessung von $^{12}\text{C}^{4+}$ zu $^{16}\text{O}^{5+}$. Im oberen Bereich sind die einzelnen Abtastungen der gemessenen freien Zyklotronfrequenz ν_c aufgetragen (offene Formen). Die ausgefüllten Formen sind die Mittelwerte dieser Einzelmessungen. $\nu_c(^{16}\text{O}^{5+})$ ist mit dem Literaturwert von $R_{\text{Lit}} = 1,066\,339\,779\,186(12)$ skaliert aufgetragen [VDPVLZ06]. Die Detailansicht zeigt beispielhaft die Interpolation der $^{12}\text{C}^{4+}$ -Messung auf den Zeitpunkt der $^{16}\text{O}^{5+}$ -Messung. Unten sind die berechneten Frequenzverhältnisse R_i dargestellt. Diese ergeben sich aus dem Frequenzverhältnis der $^{16}\text{O}^{5+}$ -Messung und den interpolierten Werten der $^{12}\text{C}^{4+}$ -Messung. Das rote Band zeigt die statistische Präzision des Mittelwertes der Frequenzverhältnisse \bar{R} (schwarzer Balken), das blaue Band die systematische Unsicherheit. Die Fehlerbalken zeigen die statistischen Unsicherheiten der einzelnen R_i . Der Unterschied des gemessenen Verhältnisses zum Literaturwert beträgt $R_{\text{lit}} - \bar{R} = (39(63)_{\text{stat}}(120)_{\text{syst}}) \cdot 10^{-11}$.

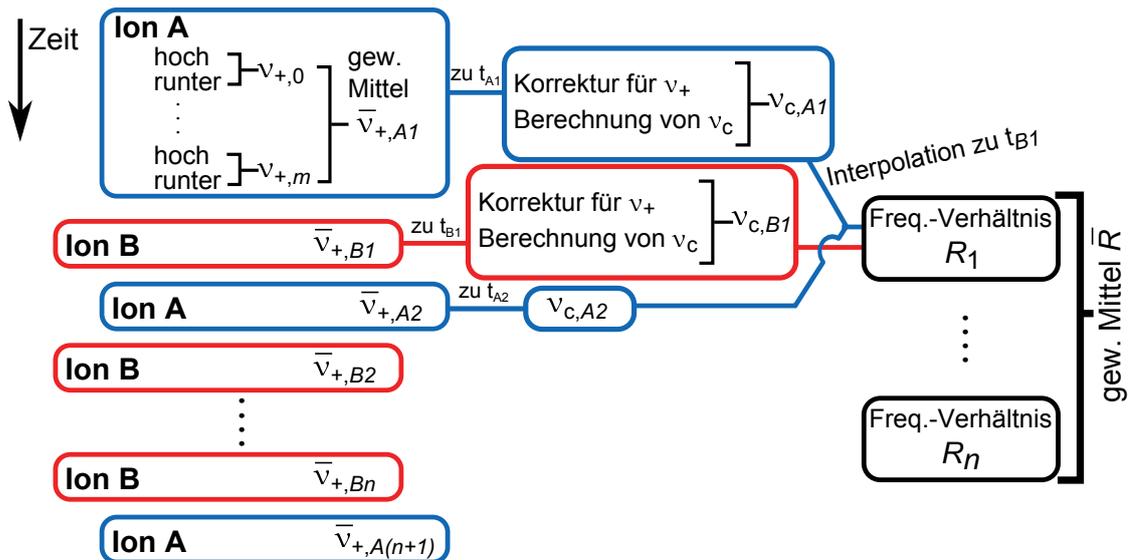


Abbildung 5.13: Messschema zur Bestimmung eines Massenverhältnisses. Die Ionen A ($^{12}\text{C}^{4+}$) und B ($^{16}\text{O}^{5+}$) werden abwechselnd geladen. Für jedes Ion wird v_+ mehrfach abgetastet. Aus diesen Abtastungen wird ein gewichteter Mittelwert $\bar{v}_{+,Xi}$ für das i -te Ion der Spezies $X \in \{A; B\}$ berechnet. Diese mittlere Frequenz wird um die Bildladungsverschiebung Δv_i korrigiert. Zusammen mit den anderen Eigenfrequenzen aus Tab. 5.4 wird die jeweilige freie Zyklotronfrequenz $v_{c,Xi}$ nach dem Invarianztheorem berechnet. Die Messungen von Ion A zum Zeitpunkt $t_{A,i}$ vor und nach den Messungen von Ion B werden zu dem Zeitpunkt $t_{B,i}$ der Messung von Ion B interpoliert. Daraus folgt jeweils ein Frequenzverhältnis R_i . Insgesamt ist das gemessene Frequenzverhältnis \bar{R} der gewichtete Mittelwert der einzelnen Verhältnisse R_i .

Die statistische Präzision der Frequenzverhältnismessung wurde innerhalb von zwei Tagen auf $\delta R/R = 6,3 \cdot 10^{-11}$ erhöht. Da der Ladevorgang der Sauerstoffionen nicht immer zuverlässig beim ersten Versuch funktionierte, musste der Vorgang teilweise mehrfach wiederholt werden. Dadurch wurde die Messung der reduzierten Zyklotronfrequenz kurzzeitig unterbrochen. In der großen Unterbrechung von etwa 12 Stunden wurde das Skript optimiert, welches automatisch den Messablauf abspielt. Ohne diese Unterbrechungen hätte die erreichte Präzision $\frac{\delta R}{R}$ innerhalb eines Tages erreicht werden können. Da es sich hierbei um statistische Fluktuationen handelt, nimmt die Präzision mit der Anzahl der Messungen zu. Bei einer effektiven Messzeit von 40 Tagen kann so eine Präzision von etwa 10^{-11} zu erreichen. Die tatsächliche Messdauer erhöht sich allerdings um einige Tage, da innerhalb der 40 Tage der Magnet erneut mit LHe befüllt werden muss. Dieser Füllvorgang stört die Konstanz des Magnetfeldes für etwa 2 Tage. Außerdem sollte zwischenzeitlich die Magnetronfrequenz der Ionen bestimmt und die Messung der systematischen Verschiebung der Frequenzen $\Delta v_{\pm, \text{sys}}$ zur Kontrolle wiederholt werden. Eine Zeitskala von 40 Tage ist typisch für Massenverhältnismessungen mit der angestrebten Präzision [VDPVLZ06].

Im Rahmen der erreichten systematischen und statistischen Genauigkeit sind mögliche Abweichungen der axialen Frequenz von der eingestellten Treiberfrequenz von 3,982 MHz

Tabelle 5.5: Frequenzverhältnis $R = \nu_c(^{12}\text{C}^{4+}) / \nu_c(^{16}\text{O}^{5+})$. Die Literaturwerte R_{lit} und $m_{\text{lit}}(^{16}\text{O})$ sind Ref. [VDPVLZ06] entnommen. Zur Berechnung der Masse der Ionen wurden die Bindungsenergien der Elektronen Ref. [Hay13a] entnommen, siehe Gl. (2.22). Ein wichtiger Beitrag zur Auswertung ist die Berücksichtigung der Bildladungsverschiebung $\Delta\nu_i$, wie der Vergleich der gemessenen Verhältnisse \bar{R} zeigt. Die mit THE-Trap gemessene Masse $m(^{16}\text{O})$ stimmt innerhalb des Messfehlers mit der in Ref. [VDPVLZ06] angegebenen Masse $m_{\text{lit}}(^{16}\text{O})$ überein.

statistische Präzision	$6,3 \cdot 10^{-11}$
erreichte syst. Genauigkeit $^{12}\text{C}^{4+}$	$1,0 \cdot 10^{-11}$
erreichte syst. Genauigkeit $^{16}\text{O}^{5+}$	$6,0 \cdot 10^{-11}$
$\Delta\bar{R}/\bar{R}$	$12 \cdot 10^{-11}$
\bar{R} ($\Delta\nu_i$ unberücksichtigt)	1,066 339 779 275(63) _{stat}
\bar{R} ($\Delta\nu_i$ berücksichtigt)	1,066 339 779 147(63) _{stat} (120) _{syst}
R_{lit}	1,066 339 779 186(12)
Unterschied $R_{\text{lit}} - \bar{R}$	0,000 000 000 039(63) _{stat} (120) _{syst}
$m(^{12}\text{C})$	12,000 000 000 00 u
$m(^{16}\text{O})$	15,994 914 618 99(95) _{stat} (180) _{syst} u
$m_{\text{lit}}(^{16}\text{O})$	15,994 914 619 57(18) u
Unterschied $m_{\text{lit}}(^{16}\text{O}) - m(^{16}\text{O})$	0,000 000 000 58 u

nicht relevant. Um die Genauigkeit der Frequenzverhältnismessung in der Zukunft auf das Niveau von 10^{-11} zu bringen, sind axiale Verschiebungen zu berücksichtigen. Diese Verschiebungen können beispielsweise durch eine ungenau eingestellte Phase zwischen der axialen Treiberfrequenz und der axialen Frequenz des beobachteten Ions entstehen. In früheren Messungen zeigte sich, dass die freie Zyklotronfrequenz von der Amplitude der Ringspannungsmodulation abhängt [Die11]. Allerdings wurde im Rahmen der damals erreichten Präzision festgestellt, dass die relative Verschiebung für unterschiedliche Ionen gleich groß ist, wenn die Amplitude der Modulation gleich groß ist. Bei der Berechnung des Frequenzverhältnisses kürzen sich die Verschiebungen damit exakt raus. Ob dies auch bei einer Genauigkeit um 10^{-11} gewährleistet ist, muss in zukünftigen Studien geklärt werden. Da $^3\text{H}^+$ und $^3\text{He}^+$ mit der gleichen Ladung und nahezu gleichen Masse ein Massendublett bilden, spielen die systematische Verschiebung $\Delta\nu_{\pm,\text{sys}}$ keine Rolle, da diese auf dem Niveau von 10^{-11} für beide Ionen gleich sind, siehe Abschnitt 5.2.

6 Fazit und Ausblick

Die Technik und die verwendeten Messmethoden bei THE-Trap wurden ständig weiterentwickelt. Dies hat dazu geführt, dass das Experiment für leichte, niedrig geladene und langlebige radioaktive Ionen heute eines der präzisesten und genauesten Penningfallen-Massenspektrometer weltweit ist [Mye13]. Die Massenverhältnismessung von $^{16}\text{O}^{5+}$ zu $^{12}\text{C}^{4+}$ im Rahmen dieser Arbeit hat gezeigt, dass eine statistische Unsicherheit von $6 \cdot 10^{-11}$ binnen eines Tages erreicht werden kann [SEH⁺14]. Ohne die Korrektur von systematischen Frequenzverschiebungen ist eine systematische Unsicherheit von $12 \cdot 10^{-11}$ zu berücksichtigen. Anhand von $^{12}\text{C}^{4+}$ -Ionen wurde die dominierende systematische Frequenzverschiebung gemessen. Diese ist durch den Einfluss einer vorhandenen axialen Schwingungsamplitude auf die radialen Frequenzen verursacht. Wird die gemessene freie Zyklotronfrequenz um diese Verschiebung korrigiert, so ist eine Genauigkeit für Massenverhältnismessungen im Bereich von 10^{-11} möglich. Wegen eines Lecks im Vakuumbereich der Penningfallen konnte die systematische Frequenzverschiebung aufgrund der axialen Schwingungsamplitude für die $^{16}\text{O}^{5+}$ -Ionen nicht bestimmt werden. Das Leck wird bei der nächsten Wartungsphase des Experimentes behoben werden, so dass zu erwarten ist, dass bei zukünftigen Massenverhältnismessungen Genauigkeiten von wenigen 10^{-11} erreicht werden.

In dieser Arbeit wurden mehrere wesentliche Verbesserungen seit der Inbetriebnahme des Experimentes in Ref. [Die11] gemacht, um die erreichbare Präzision und Genauigkeit bei Massenmessungen um zwei Größenordnungen zu steigern.

1. Die lineare relative Veränderung des Magnetfeldes konnte auf wenige $10^{-12}/\text{h}$ für einen Zeitraum von mehreren Wochen reduziert werden. Hauptverantwortlich für eine größere Veränderung war eine temperaturabhängige Schwankung der Suszeptibilität der Materialien im Magneten. Die Temperatur der Materialien ist durch die Siedetemperatur des flüssigen Heliums gegeben, welche durch den Druck des Heliumgases im Magneten bestimmt ist. Der Druck wiederum ist durch eine Absolutdruckreferenz (APR) bestimmt, die aus dem Vorgängerexperiment in Seattle stammt [VDFZS99b]. Im Rahmen dieser Arbeit konnte die Druckschwankung im Magneten auf das Niveau von weniger als 0,1 Pa stabilisiert werden. Damit wurde die gleiche Stabilität wie im Vorgängerexperiment erreicht.
2. Externe Magnetfeldschwankungen wurden erstmalig beobachtet und bestimmt. Mit Hilfe einer magnetinternen Spule und einem Helmholtzspulensystem wurden die Schwankungen um einen Faktor 550 reduziert. Nach der Messung des Schirmfaktors mit Ionen wurde die Präzisions-Penningfalle so im Magneten positioniert, dass sie sich im Bereich des maximalen Abschirmfaktors von 180 der internen Spule befindet. Das System aus einem Helmholtzspulenspaar um den Magneten und einem Fluxgate-Magnetometer wurde in Betrieb genommen und eine weitere Abschirmung von 3 erreicht. Insgesamt wurde so der relative Einfluss der Schwankung des Erdmagnetfeldes in einem Zeitbereich von einem Tag auf etwa $2 \cdot 10^{-11}$ reduziert.

3. Die verbesserte Stabilität des Gesamtsystems, die verlässliche Produktion einzelner Ionen und die weitgehende Automatisierung der Datennahme mit der Skriptsprache THe-Script ermöglichten eine genauere Untersuchung der Systematik. Binnen einer Messung der reduzierten Zyklotronfrequenzen von $^{12}\text{C}^{4+}$ und $^{16}\text{O}^{5+}$ konnte die relative Präzision auf 10^{-10} innerhalb von 10 Minuten gesteigert werden. Dazu trug auch ein erweitertes theoretisches Verständnis bei [KEH⁺14b]. Um diese Präzision zu erreichen, ist es notwendig, den Entwicklungskoeffizienten C_4 so einzustellen, dass ν_+ nicht mehr von der Energie in der modifizierten Zyklotronbewegung abhängt.
4. Durch THe-Script ist das Experiment vollständig automatisiert. Damit ist ein kontinuierlicher Messbetrieb möglich.
5. Wichtige Umweltdaten, wie der Luftdruck, die Luftfeuchtigkeit und das Magnetfeld im Magnetraum, werden mit einer Datenaufnahme in Sekundentakt gemessen und aufgezeichnet. Dies wurde während dieser Arbeit genutzt, um Korrelationen zwischen der Messung der freien Zyklotronfrequenz und den Umweltdaten zu ziehen und zu beseitigen.

Die Hauptursache für die hohen systematischen Verschiebungen der radialen Eigenfrequenzen der Ionen (Tab. 5.2) ist eine zu hohe Energie in der axialen Bewegung. Eine mögliche Ursache dieser hohen Bewegungsenergie ist ein Rauschen des kryogenen Verstärkers zur Messung der Ionenbewegung. Daher ist für die nächste Wartungsphase der Austausch des Verstärkers geplant.

Eine weitere notwendige Veränderung auf dem Weg zu einer Massenverhältnismessung von ^3H und ^3He ist das Laden der Penningfallen mit der externen Ionenquelle. In der nächsten Wartungsphase wird ein Faraday-Becher zwischen der Ionenquelle und den Penningfallen eingebaut [Sch14]. Dieses zusätzliche Diagnosewerkzeug wird es erlauben, den Ionenerzeugungs- und Transportprozess zu optimieren.

Während der Messung des Massenverhältnisses von ^{16}O zu ^{12}C hat sich gezeigt, dass sich beim Laden der Ionen mit Hilfe der Feldemissionsspitze Oberflächenladungen auf den Elektroden der Penningfalle bilden. Durch diese Ladungen wird das Potential in der Falle verändert, so dass sich die Frequenzen auf einem 10^{-10} -Niveau ändern können. Da durch den Ionenaustausch zwischen den Fallen die Ionen nur noch einmal geladen werden müssen, ist diese Frequenzverschiebung in Zukunft ausgeschlossen.

Die womöglich größte Herausforderung ist allerdings, die bisherige Messmethode auf einfach geladenes Helium und Tritium zu übertragen. Die Breite der axialen Resonanz skaliert bei einem konstanten Ladungs-zu-Masseverhältnis mit der Ladung. Für $^3\text{H}^{1+}$ - und $^3\text{He}^{1+}$ -Ionen ist damit die Breite um einen Faktor 4 geringer als bei $^{12}\text{C}^{4+}$ -Ionen. Schwankungen der Ringspannung verschieben die axiale Frequenz. Durch die geringere Breite der axialen Resonanz bei $^3\text{H}^{1+}$ -Ionen kann die axiale Frequenz zum Beispiel durch Spannungsschwankungen aus dem Bereich verschoben werden, in dem diese arretiert werden kann. Hierdurch ist die axiale Frequenz der einfach geladenen $^3\text{H}^{1+}$ - und $^3\text{He}^{1+}$ -Ionen ungleich schwerer zu arretieren als die der $^{12}\text{C}^{4+}$ -Ionen. Durch die hohe Stabilität der PENTATRAP-Spannungsquelle [Böh14] scheint eine axiale Arretierung im Bereich des Möglichen zu liegen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Einflüsse der Umwelt auf die Messungen von THE-Trap soweit reduziert, dass sie die angestrebte Präzisionsmessung des Massenverhältnisses von ^3H zu ^3He nicht limitieren. Die während der Arbeit gewonnenen Erkenntnisse über die Kontrolle der Umwelteinflüsse wurden auf andere Experimente übertragen. So wurden etwa die APR und das Helmholtzspulensystem für das PENTATRAP-Experiment kopiert [RBCLU⁺12, RBD⁺12].

Das im Rahmen dieser Arbeit gewonnene Verständnis der Systematik von THE-Trap bereitet den Weg für zukünftige Präzisionsmessungen. Um die Gefahr der Kontamination der Penningfallen mit Tritium zu vermeiden, wird in einem ersten Schritt das Massenverhältnis von ^3He zu ^{12}C bestimmt. Dabei werden die Transportvorgänge der Ionen von der Ionenquelle in die Fallen und zwischen den Fallen untersucht und optimiert. Sobald diese Vorgänge unter Kontrolle sind, und somit keine Kontamination zu befürchten ist, kann das Massenverhältnis ^3H zu ^3He gemessen werden. Schon die zunächst anvisierte Genauigkeit des Massenverhältnisses von $5 \cdot 10^{-11}$ (dies entspricht einer Genauigkeit des Q -Wertes von 140 meV) ist von großem Nutzen für KATRIN. Langfristig ist geplant, die Ungenauigkeit auf weniger als 10^{-11} ($\delta Q < 30$ meV) zu reduzieren.

A The-Script

Im Rahmen dieser Arbeit wurden 23 Textanweisungen in The-Script implementiert:

Author()	Ein neues Fenster öffnet sich
Add(VAR3, VAR1, VAR2)	Addition $VAR3 = VAR1 + VAR2$
ClickButton(ELE)	Aktivierung des Knopfes ELE
Define(VAR1, VAR2)	Deklaration der Variablen VAR1 und Initialisierung mit VAR2
Divide(VAR3, VAR1, VAR2)	Eine Division $VAR3 = VAR1 / VAR2$
Else()	Anfang der negativen Konditionalverzweigung (optional)
EndFor()	Ende der Schleife
EndIf()	Ende der Konditionalverzweigung
For(VAR1, VAR2, BED, VAR3, VAR4)	Zähler VAR1 mit Initialisierung VAR2, muss Bedingung BED mit VAR3 erfüllen und wird in jedem Schritt um VAR4 erhöht
GetNum(ELE, VAR1)	Speichert die Zahl aus dem Numernfeld ELE in die Variable VAR1
Help(ALL)	Hilfe zu GUI-Elementen und Anweisungen, falls Vorhanden
If(VAR1, BED, VAR2)	Start Konditionalverzweigung mit der Bedingung BED
MakeInt(VAR)	Speichert VAR als Ganzzahl
Modulo(VAR3, VAR1, VAR2)	Modulofunktion $VAR3 = VAR1 \% VAR2$
Multiply(VAR3,VAR1,VAR2)	Multiplikation $VAR3 = VAR1 \cdot VAR2$
PlayWav(STRING)	Spielt die *.wav Datei aus STRING ab
RunScript(STRING)	Führt The-Script STRING aus
SetCheckBox(ELE, VAR)	Setzt die Box ELE auf VAR
SetNum(ELE, VAR)	Speichert die Variable VAR1 in das Numernfeld ELE
SetRing(ELE, VAR)	Setzt das Auswahlfeld ELE auf VAR
Show(VAR)	Zeigt die Variable VAR an
Subtract(VAR3,VAR1,VAR2)	Subtrahiert $VAR3 = VAR1 - VAR2$
ToggleSwitch(ELE, VAR)	Setzt den Schalter ELE auf VAR VAR ist optional
Wait(VAR)	Wartet für VAR Sekunden
WaitFor(ELE, VAR)	Wartet auf den Schalter ELE oder maximal VAR Sekunden

Im Folgenden sind die The-Scripte-Dateien aufgeführt, die während der Messung des $^{16}\text{O}^{5+}$ zu $^{12}\text{C}^{4+}$ Frequenzverhältnismessung liefen.

A.1 Ladevorgang

The-Script A.1: 16O5pLoadAndLock

```

1 // this script performs a mass measurement
2 // first an ion gets loaded, then it sweeps 4 times the cyclotron drive
3 // a new ion gets loaded and again 4 sweeps.

5 Define($Counter_Load, 0)
6 Define($Counter_5, 0) // some temporary counter
7 Define($CurrentVoltage, 0)

9 // for the lock
10 Define( $TempDCOffset, 0 )
11 Define( $DCOffset, 0 )
12 Define( $AxialDriveStrength, 6)
13 Define( $CyclotronStrength, 17)
14 SetNum( TABPANEL_PA2atten, 31 )
15 // define the Frequency and the Voltage for C12

17 // Cyclotron freq. 26 622 049.260 Hz
18 SetCheckBox(Cyclotron,1)
19 SetNum(CurrentMegaHz,29)
20 SetNum(CenterMHz, 24)
21 SetNum(CenterKiloHz, 927)
22 SetNum(CenterHz, 44)
23 SetNum(CenterMiliHz, 840)

25 // Coupling freq. 22 640 049 Hz
26 SetCheckBox(Coupling,1)
27 SetNum(CurrentMegaHz,20)
28 SetNum(CenterMHz, 20)
29 SetNum(CenterKiloHz, 945)
30 SetNum(CenterHz, 45)

31 // Set Gen Purp to magnetron cool freq, 4 279 804
32 SetRing(GeneralPurposeRing,2)
33 SetNum(CenterMHz, 4)
34 SetNum(CenterKiloHz, 300)
35 SetNum(CenterHz, 54)

37 // Set the Ring Voltage
38 ToggleSwitch(TABPANEL_BINARYSWITCH_V_CHOOSE, 0) //ensure PENTATRAP Voltage source
39 SetCheckBox(TABPANEL_VOPACheckbox,1) // set to StaReP chA
40 // 43.153 500V // 49.24% from Ring
41 SetNum(TABPANEL_Voltscurrent, 46)
42 SetNum(TABPANEL_mVcurrent, 021)
43 SetNum(TABPANEL_muVcurrent, 520)
44 // 87. 635 500V
45 SetCheckBox(TABPANEL_VOPBcheckbox,1) // set to StaReP chB
46 SetNum(TABPANEL_Voltscurrent, 93)
47 SetNum(TABPANEL_mVcurrent, 453)
48 SetNum(TABPANEL_muVcurrent, 300)

50 SetCheckBox(Cyclotron,1)

52 // try 4 times to load an ion
53 For( $Counter_Load, 1, <, 5, 1 )
54 // load 12C
55 RunScript("D:\Data\TheScripts\16O5p_Load_and_clean.TheScript")
56 // check if a ion got loaded
57 Define($IonExistance,0)
58 RunScript("D:\Data\TheScripts\Check_For_Ion.TheScript")
59 If( $IonExistance, >, 0 )

```

```

61     Define( $Counter_Load, 6 )
        EndIf()
63     Wait(10)
EndFor()
65
// set Mon1 back to freq.shift. b
67 SetRing(TABPANEL_MONITOR_1,4)
// Final cooling
69 Define($MagCoolTime,150)
Define($CycCoolTime,180)
71 RunScript("D:\Data\TheScripts\MagCool_CycCool_PP.TheScript")

73 SetNum(TABPANEL_PA1atten, $AxialDriveStrength) // activate the drive
SetRing(CyclotronRing, 1) // switch on the modulation
75
// try to find the initial lock, shoot it into the lower rail and streubel it up slowly
77 GetNum( MixToDCOffsetB, $DCOffset )
Add($TempDCOffset, $DCOffset, 0.15 )
79 SetNum(MixToDCOffsetB, -1.0)
Wait( 10 )
81 SetNum(MixToDCOffsetB, $TempDCOffset)
Wait(90)
83 SetNum( MixToDCOffsetB, $DCOffset )
Wait(30)
85
SetNum( TABPANEL_PA2atten, $CyclotronStrength )

```

THE-Script A.2: 16O5p_Load_and_clean

```

// RF switches et al. to proper positions
2 SetRing(TABPANEL_RFSWh_VoTB,0) // VopB source to voltage sweeps
SetRing(TABPANEL_RFSWn_RingB,3) // Ring B to VotB fast
4 SetRing(CyclotronRing,0) // Modulation off
SetNum(TABPANEL_PA1atten,31) // Axial drive to max attenuation
6 SetNum(TABPANEL_PA2atten,31) // Cyclotron drive to max attenuation
SetRing(TABPANEL_MONITOR_1,7) // Mon1 to RMS C
8 SetRing(GeneralPurposeRing,1) // General Purpose ring to cycl fine A

10 SetRing(PANELVolts_RFSWp_CtCap,0)
SetRing(PANELVolts_RFSWr_CbCap,0)
12 SetRing(PANELVolts_RFSWo_EtCap,0)
SetRing(PANELVolts_RFSWq_EbCap,0)
14
SetRing(PANELVolts_RFSWj_CtSkim,3)
16 SetRing(PANELVolts_RFSWl_CbSkim,3)
SetRing(PANELVolts_RFSWi_EtSkim,3)
18 SetRing(PANELVolts_RFSWk_EbSkim,3)

20 // FEP Loading
Define($LoadingTime,10)
22 Define($AccVoltage,300.0)
Define($FEPVoltage,230)
24 RunScript("D:\labDocsController\Data\TheScripts\C13_Mass_measurement\FEP_Load_P.
TheScript")

26 Wait(5)

28 Wait(5)

30 // Axial cooling
Define($CoolFrom, 100.0)
32 Define($CoolTo,200.0)
Define($CoolStepV,10.0)
34 Define($CoolStepSec,2)
Define($CoolRounds,1)

```

A THe-Script

```
36 RunScript("D:\Data\TheScripts\Axial_Cool_P.TheScript")
38 // Add brooms, some specific and some wideband.
40 // Remove all previously ticked checkboxes in the "common brooms selector"
  ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_UNCHECK)
42 // Proper settings for specific brooms
44 SetNum(BROOMPANEL_NUMERIC_WIDTH, 20.0)
  SetNum(BROOMPANEL_NUMERIC_AMPLITUDE, 2.40)
46 SetNum(BROOMPANEL_NUMERIC_TIME, 10.00)
  SetNum(BROOMPANEL_NUMERIC_REP, 1)
48 SetNum(BROOMPANEL_NUMERIC_VRING, 93.6)
50 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_CLEAR_LIST) // Clear the previous broom list
52 // Add all desired specific brooms
  SetCheckBox(BROOMPANEL_12C2, 1)
54 SetCheckBox(BROOMPANEL_12C1, 1)
56 SetCheckBox(BROOMPANEL_14N1, 1)
  SetCheckBox(BROOMPANEL_14N2, 1)
58 SetCheckBox(BROOMPANEL_14N3, 1)
  SetCheckBox(BROOMPANEL_14N4, 1)
60 SetCheckBox(BROOMPANEL_14N5, 1)
62 SetCheckBox(BROOMPANEL_16O1, 1)
  SetCheckBox(BROOMPANEL_16O2, 1)
64 SetCheckBox(BROOMPANEL_16O3, 1)
  SetCheckBox(BROOMPANEL_16O4, 1)
66 SetCheckBox(BROOMPANEL_1H1, 1)
68 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_CREATE_BROOM) // Add common broom button press
70 // Remove all previously ticked checkboxes in the "common brooms selector"
  ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_UNCHECK)
  SetNum(BROOMPANEL_NUMERIC_AMPLITUDE, 6.0)
74 SetCheckBox(BROOMPANEL_12C4, 1)
  SetCheckBox(BROOMPANEL_12C3, 1)
76 SetCheckBox(BROOMPANEL_4He2, 1)
  ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_CREATE_BROOM) // Add common broom button press
78 SetNum(BROOMPANEL_NUMERIC_AMPLITUDE, 2.40)
80 // Add a wideband broom
82 SetNum(BROOMPANEL_MHZstart1, 0)
  SetNum(BROOMPANEL_KHZstart1, 400)
84 SetNum(BROOMPANEL_HZstart1, 0)
86 SetNum(BROOMPANEL_MHZstop1, 7)
  SetNum(BROOMPANEL_KHZstop1, 400)
88 SetNum(BROOMPANEL_HZstop1, 0)
  ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_START1) // Add unspecific, wideband 10s broom
90 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_START1) // Add unspecific, wideband 10s broom
  ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_START1) // Add unspecific, wideband 10s broom
92 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_START_LIST) // START BROOMING!
94 Wait(190)
96 // Axial cooling
  Define($CoolFrom, -10.0)
98 Define($CoolTo, 30.0)
  Define($CoolStepV, 5.0)
100 Define($CoolStepSec, 2)
  Define($CoolRounds, 2)
```

```

102 RunScript("D:\Data\TheScripts\Axial_Cool_P.TheScript")
104
106 // First drop is gentle
106 //Define($DropVoltage, 8.0)
106 //RunScript("D:\Data\TheScripts\Well_Drop_StaRep_guards_P.TheScript")
108
108 /// Add brooms, some specific and some wideband.
110
110 // Remove all previously ticked checkboxes in the "common brooms selector"
112 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_UNCHECK)
114
114 // Proper settings for specific brooms
114 SetNum(BROOMPANEL_NUMERIC_WIDTH, 20.0)
116 SetNum(BROOMPANEL_NUMERIC_AMPLITUDE, 2.40)
116 SetNum(BROOMPANEL_NUMERIC_TIME, 10.00)
118 SetNum(BROOMPANEL_NUMERIC_REP, 1)
118 SetNum(BROOMPANEL_NUMERIC_VRING, 93.5)
120
120 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_CLEAR_LIST) // Clear the previous broom list
122
122 // Add all desired specific brooms
124 SetCheckBox(BROOMPANEL_12C4,1)
124 SetCheckBox(BROOMPANEL_12C3,1)
126 SetCheckBox(BROOMPANEL_12C2,1)
126 SetCheckBox(BROOMPANEL_12C1,1)
128
128 SetCheckBox(BROOMPANEL_1601,1)
130 SetCheckBox(BROOMPANEL_1602,1)
130 SetCheckBox(BROOMPANEL_1603,1)
132 SetCheckBox(BROOMPANEL_1604,1)
132 SetCheckBox(BROOMPANEL_1606,1)
134
134 SetCheckBox(BROOMPANEL_1H1,1)
136
136 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_CREATE_BROOM) // Add common broom button press
138
138 // Add a wideband broom
140 SetNum(BROOMPANEL_MHZstart1,0)
140 SetNum(BROOMPANEL_KHZstart1,400)
142 SetNum(BROOMPANEL_HZstart1,0)
144
144 SetNum(BROOMPANEL_MHZstop1,7)
144 SetNum(BROOMPANEL_KHZstop1,400)
146 SetNum(BROOMPANEL_HZstop1,0)
146 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_START1) // Add unspecific, wideband 10s broom
148 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_START1) // Add unspecific, wideband 10s broom
148 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_START1) // Add unspecific, wideband 10s broom
150
150 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_START_LIST) // START BROOMING!
152 Wait(140)
154
154 // Some axial cooling
154 Define($CoolFrom, -10.0)
156 Define($CoolTo,30.0)
156 Define($CoolStepV,5.0)
158 Define($CoolStepSec,1)
158 Define($CoolRounds,2)
160 RunScript("D:\Data\TheScripts\Axial_Cool_P.TheScript")
162
162 Define($DropVoltage, 3.00)
162 RunScript("D:\Data\TheScripts\Well_Drop_StaRep_guards_P.TheScript")
164
164 // Again, 3x unspecific brooms
166 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_CLEAR_LIST) // Clear the previous broom list
166 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_START1) // Add unspecific, wideband 10s broom

```

A The-Script

```
168 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_START1) // Add unspecific, wideband 10s broom
169 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_START1) // Add unspecific, wideband 10s broom
170 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_START_LIST) // START BROOMING!
171 Wait(35)
172
173 // Some axial cooling
174 Define($CoolFrom, -15.0)
175 Define($CoolTo, 15.0)
176 Define($CoolStepV, 3.0)
177 Define($CoolStepSec, 1)
178 Define($CoolRounds, 1)
179 RunScript("D:\Data\TheScripts\Axial_Cool_P.TheScript")
180
181 Wait(10)
182
183 Define($DropVoltage, 1.0)
184 RunScript("D:\Data\TheScripts\Well_Drop_StaRep_guards_P.TheScript")
185
186 // Again, 3x unspecific brooms
187 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_START_LIST) // START BROOMING!
188 Wait(35)
189 //
190 Wait(10)
191
192 Define($DropVoltage, 0.4)
193 RunScript("D:\Data\TheScripts\Well_Drop_StaRep_guards_P.TheScript")
194
195 // Again, 3x unspecific brooms
196 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_START_LIST) // START BROOMING!
197 Wait(35)
198
199 Define($MagCoolTime, 150)
200 RunScript("D:\Data\TheScripts\MagCool_P.TheScript")
201 Wait(10)
202
203 //Define($DropVoltage, 0.20)
204 RunScript("D:\Data\TheScripts\Well_Drop_StaRep_guards_P.TheScript")
205
206 // Final cooling
207 Define($MagCoolTime, 90)
208 Define($CycCoolTime, 20)
209 RunScript("D:\Data\TheScripts\MagCool_CycCool_PP.TheScript")
210
```

The-Script A.3: C12LoadAndLock

```
1 // this script performs a mass measurement
2 // first an ion gets loaded, then it sweeps 4 times the cyclotron drive
3 // a new ion gets loaded and again 4 sweeps.
4
5 Define($Counter_Load, 0)
6 Define($Counter_5, 0) // some temporary counter
7 Define($CurrentVoltage, 0)
8
9 // for the lock
10 Define( $TempDCOffset, 0 )
11 Define( $DCOffset, 0 )
12 Define( $AxialDriveStrength, 6)
13 Define( $CyclotronStrength, 16)
14 SetNum( TABPANEL_PA2atten, 31 )
15 // define the Frequency and the Voltage for C12
16
17 // Cyclotron freq. 26 622 049.260 Hz
18 SetCheckBox(Cyclotron, 1)
19 SetNum(CurrentMegaHz, 29)
```

```

20 SetNum(CenterMHz, 26)
   SetNum(CenterKiloHz, 622)
22 SetNum(CenterHz, 49)
   SetNum(CenterMiliHz, 430)
24
   // Coupling freq. 22 640 049 Hz
26 SetCheckBox(Coupling,1)
   SetNum(CurrentMegaHz,20)
28 SetNum(CenterMHz, 22)
   SetNum(CenterKiloHz, 640)
30 SetNum(CenterHz, 49)

32 // Set Gen Purp to magnetron cool freq, 4 279 804
   SetRing(GeneralPurposeRing,2)
34 SetNum(CenterMHz, 4)
   SetNum(CenterKiloHz, 279)
36 SetNum(CenterHz, 804)

38 // Set the Ring Voltage
   ToggleSwitch(TABPANEL_BINARYSWITCH_V_CHOOSE, 0) //ensure Pentatrap Voltage source
40 SetCheckBox(TABPANEL_VOPACheckbox,1) // set to STAREP chA
   // 43.153 500V // 49.24% from Ring
42 SetNum(TABPANEL_Voltscurrent, 42)
   SetNum(TABPANEL_mVcurrent, 911)
44 SetNum(TABPANEL_muVcurrent, 100)
   // 87. 635 500V
46 SetCheckBox(TABPANEL_VOPBcheckbox,1) // set to STAREP chB
   SetNum(TABPANEL_Voltscurrent, 87)
48 SetNum(TABPANEL_mVcurrent, 630)
   SetNum(TABPANEL_muVcurrent, 530)

50
   SetCheckBox(Cyclotron,1)
52
   // try 4 times to load an ion
54 For( $Counter_Load, 1, <, 5, 1 )
   // load I2C
56   RunScript("D:\Data\TheScripts\C12_Load_and_clean.TheScript")
   // check if a ion got loaded
58   Define($IonExistance,0)
   RunScript("D:\Data\TheScripts\Check_For_Ion.TheScript")
60   If( $IonExistance, >, 0 )
     Define( $Counter_Load, 6 )
62   EndIf()
   Wait(10)
64 EndFor()

66 // set Mon1 back to freq.shift. b
   SetRing(TABPANEL_MONITOR_1,4)
68 // Final cooling
   Define($MagCoolTime,150)
70 Define($CycCoolTime,120)
   RunScript("D:\Data\TheScripts\MagCool_CycCool_PP.TheScript")
72
   SetNum(TABPANEL_PAatten, $AxialDriveStrength) // activate the drive
74 SetRing(CyclotronRing, 1) // switch on the modulation

76 // try to find the initial lock, shoot it into the lower rail and streubel it up slowly
   GetNum( MixToDCOffsetB, $DCOffset )
78 Add($TempDCOffset, $DCOffset, 0.15 )
   SetNum(MixToDCOffsetB, -1.0)
80 Wait( 10 )
   SetNum(MixToDCOffsetB, $TempDCOffset)
82 Wait(90)
   SetNum( MixToDCOffsetB, $DCOffset )
84 Wait(30)

```

A The-Script

```
86| SetNum( TABPANEL_PA2atten, $CyclotronStrength )
```

The-Script A.4: C12_Load_and_clean

```
1 // RF switches et al. to proper positions
2 SetRing(TABPANEL_RFSWh_VotB,0) // VopB source to voltage sweeps
3 SetRing(TABPANEL_RFSWn_RingB,3) // Ring B to VotB fast
4 SetRing(CyclotronRing,0) // Modulation off
5 SetNum(TABPANEL_PA1atten,31) // Axial drive to max attenuation
6 SetNum(TABPANEL_PA2atten,31) // Cyclotron drive to max attenuation
7 SetRing(TABPANEL_MONITOR_1,7) // Mon1 to RMS C
8 SetRing(GeneralPurposeRing,1) // General Purpose ring to cycl fine A

10 SetRing(PANELVolts_RFSWp_CtCap,0)
11 SetRing(PANELVolts_RFSWr_CbCap,0)
12 SetRing(PANELVolts_RFSWo_EtCap,0)
13 SetRing(PANELVolts_RFSWq_EbCap,0)

14
15 SetRing(PANELVolts_RFSWj_CtSkim,3)
16 SetRing(PANELVolts_RFSWl_CbSkim,3)
17 SetRing(PANELVolts_RFSWi_EtSkim,3)
18 SetRing(PANELVolts_RFSWk_EbSkim,3)

20 // FEP Loading
21
22 Define($LoadingTime,10)
23 Define($AccVoltage,60.0)
24 Define($FEPVoltage,200)
25 RunScript("D:\Data\TheScripts\FEP_Load_P.TheScript")
26
27 Wait(5)
28
29 // Axial cooling
30 Define($CoolFrom,20.0)
31 Define($CoolTo,200.0)
32 Define($CoolStepV,10.0)
33 Define($CoolStepSec,1)
34 Define($CoolRounds,2)
35 RunScript("D:\Data\TheScripts\Axial_Cool_P.TheScript")
36
37 // Remove all previously ticked checkboxes in the "common brooms selector"
38 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_UNCHECK)

40 // Proper settings for specific brooms
41 SetNum(BROOMPANEL_NUMERIC_WIDTH,20.0)
42 SetNum(BROOMPANEL_NUMERIC_AMPLITUDE,2.40)
43 SetNum(BROOMPANEL_NUMERIC_TIME,10.00)
44 SetNum(BROOMPANEL_NUMERIC_REP,1)
45 SetNum(BROOMPANEL_NUMERIC_VRING,87.6)
46
47 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_CLEAR_LIST) // Clear the previous broom list
48
49 // Add all desired specific brooms
50 SetCheckBox(BROOMPANEL_12C2,1)
51 SetCheckBox(BROOMPANEL_12C1,1)
52
53 SetCheckBox(BROOMPANEL_1601,1)
54 SetCheckBox(BROOMPANEL_1602,1)
55 SetCheckBox(BROOMPANEL_1603,1)
56
57
58 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_CREATE_BROOM) // Add common broom button press
59
60 // Remove all previously ticked checkboxes in the "common brooms selector"
61 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_UNCHECK)
```

```

62 SetNum(BROOMPANEL_NUMERIC_AMPLITUDE, 6.0)
SetCheckBox(BROOMPANEL_1H1,1)
64 SetCheckBox(BROOMPANEL_12C3,1)
SetCheckBox(BROOMPANEL_4He2,1)
66 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_CREATE_BROOM) // Add common broom button press
SetNum(BROOMPANEL_NUMERIC_AMPLITUDE, 2.40)
68

70 // Add a wideband broom
SetNum(BROOMPANEL_MHZstart1,0)
72 SetNum(BROOMPANEL_KHZstart1,400)
SetNum(BROOMPANEL_HZstart1,0)
74
SetNum(BROOMPANEL_MHZstop1,7)
76 SetNum(BROOMPANEL_KHZstop1,400)
SetNum(BROOMPANEL_HZstop1,0)
78 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_START1) // Add unspecific, wideband 10s broom
ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_START1) // Add unspecific, wideband 10s broom
80 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_START1) // Add unspecific, wideband 10s broom

82 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_START_LIST) // START BROOMING!
Wait(120)
84

// Some axial cooling
86 Define($CoolFrom, -20.0)
Define($CoolTo,20.0)
88 Define($CoolStepV,5.0)
Define($CoolStepSec,1)
90 Define($CoolRounds,2)
RunScript("D:\Data\TheScripts\Axial_Cool_P.TheScript")
92

Define($DropVoltage, 2.0)
94 RunScript("D:\Data\TheScripts\Well_Drop_StaRep_guards_P.TheScript")

96 /// Add brooms, some specific and some wideband.

98 // Remove all previously ticked checkboxes in the "common brooms selector"
ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_CLEAR_LIST) // Clear the previous broom list
100

// Add a wideband broom
102 SetNum(BROOMPANEL_MHZstart1,0)
SetNum(BROOMPANEL_KHZstart1,400)
104 SetNum(BROOMPANEL_HZstart1,0)

106 SetNum(BROOMPANEL_MHZstop1,7)
SetNum(BROOMPANEL_KHZstop1,400)
108 SetNum(BROOMPANEL_HZstop1,0)
ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_START1) // Add unspecific, wideband 10s broom
110 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_START1) // Add unspecific, wideband 10s broom
ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_START1) // Add unspecific, wideband 10s broom
112

ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_START_LIST) // START BROOMING!
114 Wait(35)

116 // Some axial cooling
Define($CoolFrom, -20.0)
118 Define($CoolTo,20.0)
Define($CoolStepV,5.0)
120 Define($CoolStepSec,1)
Define($CoolRounds,1)
122 RunScript("D:\Data\TheScripts\Axial_Cool_P.TheScript")

124 Define($DropVoltage, 1.0)
RunScript("D:\Data\TheScripts\Well_Drop_StaRep_guards_P.TheScript")
126

ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_START_LIST) // START BROOMING!

```

A The-Script

```
128 Wait(35)
130 Define($DropVoltage, 0.2)
RunScript("D:\Data\TheScripts\Well_Drop_StaRep_guards_P.TheScript")
132
134 ClickButton(BROOMPANEL_BUTTON_START_LIST) // START BROOMING!
Wait(35)
136 Define($MagCoolTime, 80)
Define($CycCoolTime, 60)
138 RunScript("D:\Data\TheScripts\MagCool_CycCool_PP.TheScript")
Wait(10)
140
142 Define($DropVoltage, 0.14)
RunScript("D:\Data\TheScripts\Well_Drop_StaRep_guards_P.TheScript")
144 // Final cooling
Define($MagCoolTime, 90)
146 Define($CycCoolTime, 20)
148 RunScript("D:\Data\TheScripts\MagCool_CycCool_PP.TheScript")
150 Wait(1)
SetRing(TABPANEL_RFSWn_RingB, 3) // Switch to VopB (StaReP)
152 Wait(2)
```

The-Script A.5: FEP_Load_P

```
// Loading the bottom trap.
// Define($LoadingTime, XX)
// Define($AccVoltage, Y.Y)
// Define($FEPVoltage, XX)
//-----
6
ToggleSwitch(PANELVolts_CAENRemote, 1)
8 Wait(70)
10 // set the switches
SetRing(PANELVolts_RFSWk_EbSkim, 0) // set Eb Skim to accelerator voltage
12 SetRing(PANELVolts_RFSWi_EtSkim, 0) // set Et Skim to reflector voltage
14 SetNum(TABPANEL_FEPVolts, $FEPVoltage)
SetNum(TABPANEL_ACCELVolts, $AccVoltage)
16 SetNum(TABPANEL_LoadTime, 10)
SetNum(PANELVolts_FEP_RampSpeed, 50.0)
18 SetCheckBox(PANELVolts_FEPPower, 1)
Wait(30) // wait until the FEP charged up
20 SetNum(PANELVolts_AccelRampSpeed, 50.0)
SetCheckBox(PANELVolts_ACCELPower, 1) // turn ACCEL power on
22
24 Show($LoadingTime)
Wait($LoadingTime) // Loading stuff
26 SetCheckBox(PANELVolts_ACCELPower, 0)
SetCheckBox(PANELVolts_FEPPower, 0)
28 Wait(5)
30 SetRing(PANELVolts_RFSWk_EbSkim, 3) // set EbSkim to floating
SetRing(PANELVolts_RFSWi_EtSkim, 3) // set EtSkim to floating
32
ToggleSwitch(PANELVolts_CAENRemote, 0)
```

The-Script A.6: Well_Drop_StaRep_guards_P

```

1 // This script performs a well drop.
2 // Drop voltage
3 // Define($DropVoltage, X.X)
4
5 //-----
6 SetRing(CyclotronRing,0) // Modulation off
7 SetRing(TABPANEL_RFSWn_RingB, 0 ) // Switch to VotB
8
9 SetCheckBox(PANELVolts_HAMEGCHANNEL2,1) // Enable channel 2 from HAMEG
10 SetNum(PANELVolts_HAMEG2Volts,$DropVoltage) // Set the DropVoltage
11
12 // ToggleSwitch(TABPANEL_GUARDB_SWITC, 1) // Switch guards off
13
14 // Set Guards to zero. Assuming StaReP source chA is guards.
15 SetCheckBox(TABPANEL_VOPcheckbox,1) // set to StaReP chA
16
17 // Save the old values
18 Define($duh_Voltscurrent,1)
19 Define($duh_mVcurrent,1)
20 Define($duh_muVcurrent,1)
21 GetNum(TABPANEL_Voltscurrent, $duh_Voltscurrent)
22 GetNum(TABPANEL_mVcurrent, $duh_mVcurrent)
23 GetNum(TABPANEL_muVcurrent, $duh_muVcurrent)
24
25 SetNum(TABPANEL_Voltscurrent,0)
26 SetNum(TABPANEL_mVcurrent,0)
27 SetNum(TABPANEL_muVcurrent,0)
28 Wait(20)
29 Show($DropVoltage)
30 SetRing(TABPANEL_RFSWh_VoTB, 1 ) // Well drop trap
31 Wait(20)
32
33 SetRing(TABPANEL_RFSWh_VoTB, 0 ) // Back to voltage sweeps
34 Wait(2)
35 //Guards back on
36 SetNum(TABPANEL_Voltscurrent, $duh_Voltscurrent)
37 SetNum(TABPANEL_mVcurrent, $duh_mVcurrent)
38 SetNum(TABPANEL_muVcurrent, $duh_muVcurrent)
39
40 SetRing(TABPANEL_RFSWn_RingB, 3 ) // Switch to VopB
41
42 Wait(30) // Wait until the Voltage recovers

```

A.2 Axiale Arretierung

Scripte/Relock.TheScript

```

1 // This script Streubels to wanted lockvoltage.
2 // Axial drive will be switched to max attenuation for the duration of the procedure
3 // and
4 // later switched back to the previous value once the desired lock voltage has been
5 // reached.
6 //
7 // Required parameter for this script:
8 // Define($DesiredLockVoltage, 3.0)
9 //-----
10 Define($StreubelSpeed, 0.3)
11 // Store axial drive strength as we streubel later in "darkness"
12 Define($AxialDriveStrength,0)
13 GetNum(TABPANEL_PA1atten, $AxialDriveStrength)

```

A The-Script

```
13 SetNum(TABPANEL_PA1atten, 31)
15
15 /// get ideal "Streubeling" DC offset
Define($DCOffset, 0.0)
17 GetNum(MixToDCOffsetB, $DCOffset)
Define($TempDCOffset, 0.0)
19 Define($OldVoltageDiff, 0.0)
Define($VoltageDiff, 0.0)
21
21 PlayWav("sounds/adjusting_frequency_shift_signal_to_new_voltage_setting.wav")
23
23 Define($CurrentLockVoltage, 0.0)
Define($StreubelCount, 1)
25 For($StreubelCount, 0, <, 120, 1)
27
27 // Measure the current Frequency Shift Voltage
29 ClickButton( TABPANEL_MEASUREVOLTAGES ) // Again: We have to measure twice
ClickButton( TABPANEL_MEASUREVOLTAGES )
31 GetNum(TABPANEL_PM2534_Volts, $CurrentLockVoltage)
Show($CurrentLockVoltage)
33 Show($DesiredLockVoltage)
35
35 // Calculate Voltage Difference
Subtract( $VoltageDiff, $CurrentLockVoltage, $DesiredLockVoltage)
37
37 // Catch if the for-loop leads to "bouncing" around the optimal lock voltage
39 // (This happens when the Streubeling-speed is too big)
Multiply($OldVoltageDiff, $OldVoltageDiff, $VoltageDiff)
41 If($OldVoltageDiff, <, 0.0)
43 Multiply($StreubelSpeed, $StreubelSpeed, 0.5)
PlayWav("sounds/reduce_streubeling_speed.wav")
45 EndIf()
47
47 If( $VoltageDiff, <, -0.5)
49 // Streubel up by setting the DCOffset to (optimal_offset - streubel_speed)
Subtract($TempDCOffset, $DCOffset, $StreubelSpeed)
51 SetNum(MixToDCOffsetB, $TempDCOffset)
PlayWav("sounds/up.wav")
53 EndIf()
55
55 If( $VoltageDiff, >, 0.5)
57 // Streubel down by setting the DCOffset to (optimal_offset + streubel_speed)
Add($TempDCOffset, $DCOffset, $StreubelSpeed)
59 SetNum(MixToDCOffsetB, $TempDCOffset)
PlayWav("sounds/down.wav")
61 EndIf()
63
63 If( $VoltageDiff, >, -0.5)
65 If( $VoltageDiff, <, 0.5)
67 SetNum(MixToDCOffsetB, $DCOffset )
PlayWav("sounds/lock_established.wav")
69 /// Set axial drive back to what it was in the very beginning of the script
// Jump out of loop
Add($StreubelCount, $StreubelCount, 1000)
71 EndIf()
EndIf()
73
73 Define($OldVoltageDiff, $VoltageDiff)
Show($StreubelCount) // this was Streubeling step:
75 Wait(2)
EndFor() /// Streubeling loop
Show($AxialDriveStrength)
SetNum(TABPANEL_PA1atten, $AxialDriveStrength)
77 Wait(30)
```

Anmerkung: Die axiale Arretierung funktioniert nur, wenn die ungetriebene axiale Frequenz innerhalb von etwa 2 Hz mit der gesetzten Treiberfrequenz übereinstimmt. Um eine Übereinstimmung zu erreichen, wird die Ringspannung innerhalb eines Bereiches von 200 μV durchgeföhren. Sobald die ungetriebene axiale Frequenz mit der Treiberfrequenz übereinstimmt, wird die Ringspannung automatisch angepasst, um die axiale Frequenz zu arretieren. Die Methode zum Durchföhren der Ringspannung wird in der THE-Trap-Arbeitsgruppe mit *Streubeling* bezeichnet.

A.3 Abtastung und Kühlung

THE-Script A.7: Sweep_Cool_and_Reload

```

2 // This script starts a cyclotron sweep (whatever is set up right now),
3 // then cools, couples, and reloads.
4 // It is assumed that the ion is in lock before you start this script.
5 // The reloading works by measuring the lock voltage before the sweep,
6 // and then entering a loop after the ion has been cooled.
7 // This loop compares the current "lock" voltage with the value
8 // before the sweep, and adjusts the DC-offset accordingly.
9
10 // ////////////////////////////////// //
11 // // Preparation // //
12 // ////////////////////////////////// //
13 Define($IonExistance,0)
14 // Set up the multimeter signals
15 SetRing(TABPANEL_RFSWF_MPURP_MMETER,0) // Set Philips Multimeter to Mon1
16 SetCheckBox(TABPANEL_PMChecked,1) // Only measure the Philips Multimeter
17 SetCheckBox(TABPANEL_KeithleyChecked,0)
18 SetCheckBox(TABPANEL_Fluke1Checked,0)
19 SetCheckBox(TABPANEL_Fluke2Checked,0)
20
21 // Define the Streubel speed (i.e., the additional DC Offset to Streubel towards the
22 // lock)
23 Define($StreubelSpeed,0.300) // should be a positive number! Unit: mV.
24 // If the loop tends to get stuck at streubeling in some direction, try
25 // a faster Streubel speed.
26 Define($TempDCOffset,0)
27 Define($OldVoltageDiff,0)
28
29 // Read in the integrator corner that we are working with
30 Define($IntegratorSetting,0)
31 GetNum(TABPANEL_INTEGRATORcornerB, $IntegratorSetting)
32
33 // get the lock Voltage
34 ClickButton( TABPANEL_MEASUREVOLTAGES ) // Due to some bug, the Multimeter only gives
35 // back the 2nd most recent value!
36 ClickButton( TABPANEL_MEASUREVOLTAGES ) // We therefore have to measure this voltage
37 // twice in rapid succession
38 Define($LockVoltage, 0)
39 Define($Temp2, 0)
40
41 // get the average for 3 measurements
42 GetNum(TABPANEL_PM2534_Volts, $LockVoltage)
43 Wait(1)
44 ClickButton( TABPANEL_MEASUREVOLTAGES ) // Due to some bug, the Multimeter only gives
45 // back the 2nd most recent value!
46 ClickButton( TABPANEL_MEASUREVOLTAGES ) // We therefore have to measure this voltage
47 // twice in rapid succession
48 GetNum(TABPANEL_PM2534_Volts, $Temp2 )
49
50 Add( $LockVoltage, $LockVoltage, $Temp2 )

```

A THe-Script

```
44 Wait(1)
ClickButton( TABPANEL_MEASUREVOLTAGES ) // Due to some bug, the Multimeter only gives
    back the 2nd most recent value!
46 ClickButton( TABPANEL_MEASUREVOLTAGES ) // We therefore have to measure this voltage
    twice in rapid succession
GetNum(TABPANEL_PM2534_Volts, $Temp2 )
48
Add( $LockVoltage, $LockVoltage, $Temp2 )
50 Divide( $LockVoltage, $LockVoltage, 3.0 )

52 Define($CurrentVoltage,0)

54 // Get current drive strength
Define($OldAxDrive,8)
56 GetNum(TABPANEL_PA1atten, $OldAxDrive)

58 // ////////////////////////////////// //
// // Sweeping // //
60 // ////////////////////////////////// //

62 SetCheckBox(Cyclotron,1)
ToggleSwitch(TABPANEL_BINARY_SCOPE_SETUP,1)
64 Wait(7)
ToggleSwitch(StartSweep)
66 PlayWav("sounds/sweep_started.wav")
WaitFor(StartSweep,1100)
68 PlayWav("sounds/sweep_finished.wav")

70 // Set Cyclotron Synthesizer away
SetNum(CurrentMegaHz,29)
72
// Set L.O. away
74 SetCheckBox(L0,1)
SetNum(CurrentMegaHz,3)
76 // Attenuate drive for "darker" cooling
SetNum(TABPANEL_PA1atten, 31)
// check for an ion
RunScript("D:\Data\THeScripts\Check_For_Ion.TheScript")
80 // Wait for the axial mode to decay a bit
Wait(10)

82 // only if an ion is there we proceed
84 If( $IonExistance, >, 0 )
    // ////////////////////////////////// //
86 // // Cooling and Coupling // //
    // ////////////////////////////////// //
88 // COUPLING
PlayWav("sounds/cyclotron_cooling.wav")
90 SetCheckBox(Coupling,1)
// Coupling drive on
92 SetRing(CouplingRing,1)
// Sweep roughly 5 times up and down
94 // The Number of sweeps is defined in the script
RunScript("D:\Data\THeScripts\cyc_cooling_mystery_auto_pi.TheScript")
96 // Coupling drive off
SetRing(CouplingRing,2)
98 // Set it away again:
SetNum(CurrentMegaHz,21)

100 // COOLING
102 PlayWav("sounds/mag_cool_started.wav")
SetRing(GeneralPurposeRing,2)
104 // Sweep 1.5 times up and down
SetCheckBox(TABPANEL_BOUNCE,1)
106 Wait(30)
ToggleSwitch(StartSweep)
```

```

108 Wait(5)
    // Set general purpose synth to cyc fine a
110 SetRing(GeneralPurposeRing,1)
    // Clean up: Set L.O. back:
112 SetCheckBox(LO,1)
    SetNum(CurrentMegaHz,4)
114
    // ////////////////////////////////// //
116 // // Relocking // //
    // ////////////////////////////////// //
118 // Set axial drive back. It was off for cooling.
    SetNum(TABPANEL_PA1atten, $OldAxDrive)
120 PlayWav("sounds/streubeling.wav")
122
    // Relocking. Streubeling with axial drive off.
    Define($DesiredLockVoltage, $LockVoltage)
124 Add($DesiredLockVoltage, $LockVoltage, 0.2)
    // Set the Phase if it slipped away
126 SetNum(PANELAmp_PHASEdegrees2b2a, $Phase)
    RunScript("D:\Data\TheScripts\Relock.TheScript")
128 SetCheckBox(Cyclotron,1)
    PlayWav("sounds/sweep_cool_relock_script_finished.wav")
130 Wait(4)
EndIf()

```

THE-Script A.8: cyc_cooling_mystery_auto_pi

```

1 // Use the "auto-pi-pulse" property to generate a pi pulse, then switch the
    // synthesizer off to get a nice, short axial cooling constant. Do 5 of these
3 // pulses to cool the cyclotron mode completely.
5
6 // ASSUMPTION FOR THIS SCRIPT:
    // Cyc cooling synthesizer set up to be centered on cooling resonance,
7 // 0.010s per step, 250 steps.
9
10 SetCheckBox(Coupling,1) // Select Coupling Synth
11
12 Define($MysCooLooVar, 1)
13
14 SetRing(CouplingRing,1) // Coupling drive on
    ToggleSwitch(StartSweep)
15 WaitFor(StartSweep,1100)
    SetRing(CouplingRing,2) // Coupling drive off
17 Wait(12)
19
20 SetRing(CouplingRing,1) // Coupling drive on
    ToggleSwitch(StartSweep)
21 WaitFor(StartSweep,1100)
    SetRing(CouplingRing,2) // Coupling drive off
23 Wait(7)
25
26 SetRing(CouplingRing,1) // Coupling drive on
    ToggleSwitch(StartSweep)
27 WaitFor(StartSweep,1100)
    SetRing(CouplingRing,2) // Coupling drive off
29 Wait(7)
31
32 SetRing(CouplingRing,1) // Coupling drive on
    ToggleSwitch(StartSweep)
33 WaitFor(StartSweep,1100)
    SetRing(CouplingRing,2) // Coupling drive off
35 Wait(7)
37

```

A The-Script

```
39| SetRing(CouplingRing,1) // Coupling drive on
41| ToggleSwitch(StartSweep)
43| WaitFor(StartSweep,1100)
45| SetRing(CouplingRing,2) // Coupling drive off
47| Wait(5)
49| SetRing(CouplingRing,1) // Coupling drive on
51| ToggleSwitch(StartSweep)
53| WaitFor(StartSweep,1100)
55| SetRing(CouplingRing,2) // Coupling drive off
57| Wait(5)
59| SetRing(CouplingRing,1) // Coupling drive on
61| ToggleSwitch(StartSweep)
63| WaitFor(StartSweep,1100)
65| SetRing(CouplingRing,2) // Coupling drive off
67| Wait(1)
69| // Set drive off by 1 MHz
71| Define($freq_MHz,0)
73| GetNum(CurrentMegaHz,$freq_MHz)
75| Subtract($freq_MHz,$freq_MHz,1)
77| SetNum(CurrentMegaHz,$freq_MHz)
```

THE-Script A.9: MagCool_CycCool_PP

```
1| // This script does radial cooling.
2| // Required parameters (2) for this script:
3| // Define($MagCoolTime,X)
4| // Define($CycCoolTime,Y)
5| //-----
6| RunScript("D:\Data\TheScripts\MagCool_P.TheScript")
7| RunScript("D:\Data\TheScripts\CycCool_P.TheScript")
```

THE-Script A.10: MagCool_P

```
1| // This script does magnetron cooling.
2| // Required parameter:
3| // Define($MagCoolTime,X)
4| //-----
5| SetRing(GeneralPurposeRing,2) // Set Gen Purp to magnetron cool
6| SetCheckBox(TABPANEL_BOUNCE,1)
7| Show($MagCoolTime)
8| Wait($MagCoolTime)
9| ToggleSwitch(StartSweep)
10| Wait(5)
11| SetRing(GeneralPurposeRing,1) // Set Gen Purp to cyc fine a
```

THE-Script A.11: CycCool_P

```
1| // This script does cyclotron cooling.
2| // Required parameter
3| // Define($CycCoolTime,X)
4| //-----
5| SetCheckBox(Coupling,1) // Coupling drive on
6| SetRing(CouplingRing,1) // Weak coupling
7| SetCheckBox(TABPANEL_BOUNCE,1)
8| Show($CycCoolTime)
9| Wait($CycCoolTime)
10| ToggleSwitch(StartSweep)
```

```

11 Wait(5)
12 SetRing(CouplingRing,2) // Coupling drive off
13 SetNum(CurrentMegaHz,18) // Set coupling drive away

```

The-Script A.12: Axial_Cool_P

```

1 // This script cools the ion axially by sweeping the ring voltage around the current
2 // voltage.
3 // 5 parameters needed:
4
5 // Cooling range with respect to the current voltage (aka mVCenter)!!!
6 // Define($CoolFrom, -2.0)
7 // Define($CoolTo,10.0)
8 // Define($CoolStepV,0.3)
9 // Define($CoolStepSec,1)
10 // Define($CoolRounds,1)
11 //-----
12
13 // Hameg "null" which was on before the script was initiated
14 SetCheckBox(TABPANEL_VOPBcheckbox,1)
15 Define($mVCenter, 5.0)
16 Define($VCenter, 5.0)
17 GetNum(TABPANEL_mVcurrent, $mVCenter)
18 GetNum(TABPANEL_Voltscurrent, $VCenter)
19
20 // Shift so that we do with respect to Hameg null
21 Add($CoolFrom, $mVCenter, $CoolFrom)
22 Add($CoolTo, $mVCenter, $CoolTo)
23
24 // A. COOLING, sweep ring voltage across.
25
26 // First go to lowest voltage
27 // "Carry the one" for the kHz multiplication
28 Define($SetmVCenter, $CoolFrom)
29 Define($SetVCenter, $VCenter)
30 If($CoolFrom, >, 999)
31   Subtract($SetmVCenter, $CoolFrom, 1000)
32   Add($SetVCenter, $VCenter, 1)
33 EndIf()
34
35 MakeInt($SetmVCenter)
36 SetNum(TABPANEL_mVcurrent, $SetmVCenter)
37 MakeInt($SetVCenter)
38 SetNum(TABPANEL_Voltscurrent, $SetVCenter)
39 Wait(5)
40
41 // Do N rounds of cooling low->high->low
42 Define($RoundsJJ, 1)
43 For($RoundsJJ, 0, <, $CoolRounds, 1)
44   // Do cooling low->high
45   Define($CoolJJ, 1)
46   Define($CoolV, $CoolFrom)
47   For($CoolJJ, 0, <, 30, 1) // Kind of dummy loop.
48     Define($SetmVCenter, $CoolV)
49     Define($SetVCenter, $VCenter)
50     If($CoolV, >, 999)
51       Subtract($SetmVCenter, $CoolV, 1000)
52       Add($SetVCenter, $VCenter, 1)
53     EndIf()
54
55     MakeInt($SetmVCenter)
56     SetNum(TABPANEL_mVcurrent, $SetmVCenter)
57     MakeInt($SetVCenter)
58     SetNum(TABPANEL_Voltscurrent, $SetVCenter)
59     Wait($CoolStepSec)

```

A The-Script

```
59     Add($CoolV, $CoolV, $CoolStepV)
61     If($CoolV, >, $CoolTo) // If high bound reached, stopping
        Define($CoolJJ, 500)
63     EndIf()
65 EndFor()
    /// Do cooling high->low
67 Define($CoolJJ, 1)
    Define($CoolV, $CoolTo)
69 For($CoolJJ, 0, <, 30, 1) /// Kind of dummy loop.
        Define($SetmVCenter, $CoolV)
71        Define($SetVCenter, $VCenter)
        If($CoolV, >, 999)
73            Subtract($SetmVCenter, $CoolV, 1000)
            Add($SetVCenter, $VCenter, 1)
75        EndIf()
77        MakeInt($SetmVCenter)
        SetNum(TABPANEL_mVcurrent, $SetmVCenter)
79        MakeInt($SetVCenter)
        SetNum(TABPANEL_Voltscurrent, $SetVCenter)
81    Wait($CoolStepSec)
    Subtract($CoolV, $CoolV, $CoolStepV)
83
    If($CoolV, <, $CoolFrom) // If high bound reached, stopping
85        Define($CoolJJ, 500)
    EndIf()
87 EndFor()
89 EndFor() /// End of N rounds of cooling
91 /// Back to HamegNull
    MakeInt($mVCenter)
93 SetNum(TABPANEL_mVcurrent, $mVCenter)
    SetNum(TABPANEL_Voltscurrent, $VCenter)
```

A.4 Ionen-Nachweis

THE-Script A.13: Check_For_Ion

```
2 // this script will check if the ion is still there and if it is
3 // it will set variable
4 // Define($IonExistance, 0) to 1
5 // to do this it turns on the parametric drive afterward it wait
6 // for some seconds to cool the axial motion
7 Define($IonExistance, 0)
8
9 Define($Counter_5, 0)
10 Define($CurrentVoltage, 0)
11
12 // set Mon1 to RMS
13 SetRing(TABPANEL_MONITOR_1, 7)
14 RunScript("D:\Data\TheScripts\Parametric_Drive.TheScript")
15
16 For( $Counter_5, 0, <, 5, 1 )
17     // Measure the current Frequency Shift Voltage
18     ClickButton( TABPANEL_MEASUREVOLTAGES ) // Again: We have to measure twice
19     ClickButton( TABPANEL_MEASUREVOLTAGES )
20     Wait(1)
21     GetNum(TABPANEL_PM2534_Volts, $CurrentVoltage)
22     // when the RMSVoltage is > 2V due to the parametric exertition, we got a new ion
    If( $CurrentVoltage, >, 2 )
```

```

        Define( $IonExistance, 1 )
24    EndIf()
EndFor()
// end parametric
SetNum( CurrentMegaHz, 6 )
28 SetRing(GeneralPurposeRing,1)
Wait(30)
30
// set Mon1 to Freq.Shift
32 SetRing(TABPANEL_MONITOR_1,4)

```

The-Script A.14: Parametric_Drive

```

// Started by Martin on 15.07.2011
//
// To run this script, type:
4 // RunScript("D:\Data\TheScripts\Parametric_Drive.TheScript")
//
6 // Explanation of this script in a nutshell:
// * set NBF0s to 52 MHz, as this is a frequent source of user error!!
8 // * Calculate Parametric Drive Freq = 2*(LO_freq - 100kHz) + 0.3 Hz
// * Set Magnetron Cooling to parametric drive frequency
10
// Define Variables
12 Define($Current_LO_MHz,0)
Define($Current_LO_kHz,0)
14 Define($Current_LO_Hz,0)
16
// Set to LO
SetCheckBox(LO,1)
18
// Get current settings
20 GetNum(CurrentMegaHz,$Current_LO_MHz)
GetNum(CurrentKiloHz,$Current_LO_kHz)
22 GetNum(CurrentHz,$Current_LO_Hz)
24
// Subtract 100 kHz for the BFO Frequency
Subtract($Current_LO_kHz,$Current_LO_kHz,100)
26
// "Carry the one" of the subtraction
28 If($Current_LO_kHz,<,0)
    Add($Current_LO_kHz,$Current_LO_kHz,1000)
30 Subtract($Current_LO_MHz,$Current_LO_MHz,1)
EndIf()
32
// Multiply by two
34 Multiply($Current_LO_MHz,$Current_LO_MHz,2)
36 Multiply($Current_LO_kHz,$Current_LO_kHz,2)
Multiply($Current_LO_Hz,$Current_LO_Hz,2)
38
// "Carry the one" for the kHz multiplication
40 If($Current_LO_kHz,>,999)
    Subtract($Current_LO_kHz,$Current_LO_kHz,1000)
42 Add($Current_LO_MHz,$Current_LO_MHz,1)
EndIf()
44
// "Carry the one" for the Hz multiplication
46 If($Current_LO_Hz,>,999)
    Subtract($Current_LO_Hz,$Current_LO_Hz,1000)
48 Add($Current_LO_kHz,$Current_LO_kHz,1)
EndIf()
50
// Set BF01 to 52MHz
52 SetCheckBox(BF01,1)

```

A The-Script

```
54 SetNum(CurrentMegaHz,52)
SetNum(CurrentKiloHz,0)
SetNum(CurrentHz,0)
56
// Set BFO2 to 52MHz
58 SetCheckBox(BFO2,1)
SetNum(CurrentMegaHz,52)
60 SetNum(CurrentKiloHz,0)
SetNum(CurrentHz,0)
62
// Set to Magnetron Cooling
64 SetCheckBox(GeneralPurpose,1)
SetRing(GeneralPurposeRing,2)
66
// Set Magnetron Cooling to (2*Axial_freq) + 0.3 Hz
68 SetNum(CurrentMegaHz,$Current_LO_MHz)
SetNum(CurrentKiloHz,$Current_LO_kHz)
70 SetNum(CurrentHz,$Current_LO_Hz)
SetNum(CurrentMiliHz,300)
```

A.5 Verbund der Scripte

THE-Script A.15: Master_16O5_12C4

```
1 // this starts an infinite loop
// load 1605
3 // sweep 8 times
// load 12C4
5 // sweep 8 times
7
Define($inf,0)
For($inf,3,>,2,1)
9   RunScript("D:\labDocsController\Data\TheScripts\C13_Mass_measurement\1605pLoadAndLock
   .TheScript")
   RunScript("D:\labDocsController\Data\TheScripts\C13_Mass_measurement\Cyc_UpDown_Loop.
   TheScript")
11
   RunScript("D:\labDocsController\Data\TheScripts\C13_Mass_measurement\C12LoadAndLock.
   TheScript")
13   RunScript("D:\labDocsController\Data\TheScripts\C13_Mass_measurement\Cyc_UpDown_Loop.
   TheScript")
EndFor()
```

THE-Script A.16: Cyc_UpDown_Loop

```
1 /// Cyclotron up- and downsweeps. Uses the "Sweep_Cool_and_Reload" script.
2
// Get the BFO-Phase that we are working with:
4 Define($Phase, 0)
GetNum(PANELAmp_PHASEdegrees2b2a, $Phase)
6 Define($IonExistance,1)
8
// Master Loop - runs forever.
Define($j,0)
10 For($j,5,>,4,1)
// UPSWEEP
12 // Set the phase so that it won't slip away during the longtime sweeps.
If( $IonExistance, >, 0 )
14 // Set the phase so that it won't slip away during the longtime sweeps.
SetNum(PANELAmp_PHASEdegrees2b2a, $Phase)
16 SetCheckBox(Cyclotron,1)
ToggleSwitch(SweepDirection,1)
```

```
18 // Script for Web-Control
19 RunScript("Z:\WWW_controlling\www_control1.TheScript")
20 RunScript("D:\Data\TheScripts\Sweep_Cool_and_Relock.TheScript")
21 EndIf()
22 If( $IonExistance, >, 0 )
23 // DOWNSWEEP
24 // Set the phase so that it won't slip away during the longtime sweeps.
25 SetNum(PANELAmp_PHASEdegrees2b2a, $Phase)
26 SetCheckBox(Cyclotron,1)
27 ToggleSwitch(SweepDirection,-1)
28 // Script for Web-Control
29 RunScript("Z:\WWW_controlling\www_control1.TheScript")
30 RunScript("D:\Data\TheScripts\Sweep_Cool_and_Relock.TheScript")
31 EndIf()
32 // end the loop if The ion did not exist any more
33 If( $IonExistance, <, 1 )
34 Define($j,3)
35 EndIf()
36 EndFor()
```


Literaturverzeichnis

- [AdGK13a] K.-H. Ackermann und die GERDA-Kollaboration: The GERDA experiment for the search of $0\nu\beta\beta$ decay in ^{76}Ge . *The European Physical Journal C* **73** (2013), 1.
<http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-013-2330-0>
- [AdGK13b] M. Agostini und die GERDA-Kollaboration: Results on Neutrinoless Double- β Decay of ^{76}Ge from Phase I of the GERDA Experiment. *Physical Review Letters* **111** (2013), 122503.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.111.122503>
- [AdKK04] J. Angrik und die KATRIN-Kollaboration: (2004). KATRIN Design Report 2004. *Technical Report*, Karlsruher Institut für Technologie (KIT).
<http://bibliothek.fzk.de/zb/berichte/FZKA7090.pdf>
- [AG36] H. Aschenbrenner und G. Goubau: Eine Anordnung zur Registrierung rascher magnetischer Störungen. *Hochfrequenztechnik und Elektroakustik* **47** (1936), 177.
- [AK64] P. W. Anderson und Y. B. Kim: Hard Superconductivity: Theory of the Motion of Abrikosov Flux Lines. *Reviews of Modern Physics* **36** (1964), 39.
<http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.36.39>
- [And62] P. W. Anderson: Theory of Flux Creep in Hard Superconductors. *Physical Review Letters* **9** (1962), 309.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.9.309>
- [AWW⁺12] G. Audi *et al.*: The AME2012 atomic mass evaluation. *Chinese Physics C* **36** (2012), 1287.
<http://dx.doi.org/10.1088/1674-1137/36/12/002>
- [BAB⁺05] K. Blaum *et al.*: ISOLTRAP pins down masses of exotic nuclides. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics* **31** (2005), S1775.
<http://dx.doi.org/10.1088/0954-3899/31/10/071>
- [BAB⁺12] J. Beringer *et al.*: Review of Particle Physics. *Physical Review D* **86** (2012), 010001.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.86.010001>
- [BB08] K. Beyer und F. Busch: Schwingungsmessung zur Aufstellung eines Penningfallen-Massenspektrometers. (2008).

- [BBS68] J. Bahcall, N. Bahcall und G. Shaviv: Present Status of the Theoretical Predictions for the ^{37}Cl Solar-Neutrino Experiment. *Physical Review Letters* **20** (1968), 1209.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.20.1209>
- [BCF⁺02] I. Bergström, C. Carlberg, T. Fritioff, G. Douysset, J. Schönfelder und R. Schuch: SMILETRAP—A Penning trap facility for precision mass measurements using highly charged ions. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* **487** (2002), 618.
[http://dx.doi.org/10.1016/S0168-9002\(01\)02178-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0168-9002(01)02178-7)
- [BDD⁺13] K. Blaum *et al.*: The Electron Capture ^{163}Ho Experiment ECHO. *ArXiv e-prints* (2013), arXiv:1306.2655.
<http://arxiv.org/abs/1306.2655>
- [BdKK10] M. Beck und die KATRIN-Kollaboration: The KATRIN experiment. *Journal of Physics: Conference Series* **203** (2010), 012097.
<http://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/203/1/012097>
- [BEG⁺11] J. Bonn, K. Eitel, F. Glück, D. Sevilla-Sanchez, N. Titov und K. Blaum: The KATRIN sensitivity to the neutrino mass and to right-handed currents in beta decay. *Physics Letters B* **703** (2011), 310.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.physletb.2011.08.005>
- [BG82] L. S. Brown und G. Gabrielse: Precision spectroscopy of a charged particle in an imperfect Penning trap. *Physical Review A* **25** (1982), 2423.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.25.2423>
- [BG86] L. S. Brown und G. Gabrielse: Geonium theory: Physics of a single electron or ion in a Penning trap. *Review of Modern Physics* **58** (1986), 233.
<http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.58.233>
- [Bla06] K. Blaum: High-accuracy mass spectrometry with stored ions. *Physics Reports* **425** (2006), 1.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.physrep.2005.10.011>
- [Bli81] J. S. Blicharski: Polygonal coils as a source of homogeneous magnetic fields. *Journal of Magnetic Resonance (1969)* **43** (1981), 449.
[http://dx.doi.org/10.1016/0022-2364\(81\)90056-1](http://dx.doi.org/10.1016/0022-2364(81)90056-1)
- [Böh14] Ch. Böhm: Dissertation, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg (2014). In Vorbereitung.
- [Bol84] L. Boltzmann: Ableitung des Stefan'schen Gesetzes, betreffend die Abhängigkeit der Wärmestrahlung von der Temperatur aus der electromagnetischen Lichttheorie. *Annalen der Physik* **258** (1884), 291.
<http://dx.doi.org/10.1002/andp.18842580616>

- [Bös09] F. Bösselmann: Gutachten zur Luftdichtigkeit des Tritiumlabors. Gutachten (2009).
- [Bru11] R. Brugnera: Neutrino Physics: A Status Report. *International Journal of Modern Physics A: Particles and Fields; Gravitation; Cosmology* **26** (2011), 4901.
<http://dx.doi.org/10.1142/S0217751X11054875>
- [CAC49] S. C. Curran, J. Angus und A. L. Cockroft: The Beta-Spectrum of Tritium. *Physical Review* **76** (1949), 853.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.76.853>
- [CWB⁺89] E. A. Cornell, R. M. Weisskoff, K. R. Boyce, R. W. Flanagan, G. P. Lafyatis und D. E. Pritchard: Single-ion cyclotron resonance measurement of $M(\text{CO}^+)/M(\text{N}_2^+)$. *Physical Review Letters* **63** (1989), 1674.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.63.1674>
- [CWBP90] E. A. Cornell, R. M. Weisskoff, K. R. Boyce und D. E. Pritchard: Mode coupling in a Penning trap: π pulses and a classical avoided crossing. *Physical Review A* **41** (1990), 312.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.41.312>
- [Dav64] R. Davis: Solar Neutrinos. II. Experimental. *Physical Review Letters* **12** (1964), 303.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.12.303>
- [Dav94] R. Davis: A review of the Homestake solar neutrino experiment. *Progress in Particle and Nuclear Physics* **32** (1994), 13.
[http://dx.doi.org/10.1016/0146-6410\(94\)90004-3](http://dx.doi.org/10.1016/0146-6410(94)90004-3)
- [Deh90] H. Dehmelt: Experiments with an isolated subatomic particle at rest. *Reviews of Modern Physics* **62** (1990), 525.
<http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.62.525>
- [DFC⁺01] G. Douysset, T. Fritioff, C. Carlberg, I. Bergström und M. Björkhage: Determination of the ^{76}Ge Double Beta Decay Q Value. *Physical Review Letters* **86** (2001), 4259.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.4259>
- [DHH68] R. Davis, D. S. Harmer und K. C. Hoffman: Search for Neutrinos from the Sun. *Physical Review Letters* **20** (1968), 1205.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.20.1205>
- [DHMW13] G. Drexlin, V. Hannen, S. Mertens und C. Weinheimer: Current Direct Neutrino Mass Experiments. *Advances in High Energy Physics* **2013** (2013), 39.
<http://dx.doi.org/10.1155/2013/293986>

- [Die11] C. Diehl: First mass measurements with the MPIK/UW-PTMS. Dissertation, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg (2011).
<http://www.ub.uni-heidelberg.de/archiv/12038>
- [DoW] DoW Building Solutions: Technisches Datenblatt STYROFOAM IB-CH-A. Website. Abgerufen am 21. Oktober 2013.
<http://building.dow.com/europe/de/pdfs/291-31624.pdf>
- [EEN13] S. Eliseev, T. Eronen und Yu. N. Novikov: Penning-trap mass spectrometry for neutrino physics. *International Journal of Mass Spectrometry* **349–350** (2013), 102.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijms.2013.03.010>
- [Ein05] A. Einstein: Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig? *Annalen der Physik* **323** (1905), 639.
<http://dx.doi.org/10.1002/andp.19053231314>
- [ENB12] S. A. Eliseev, Yu. N. Novikov und K. Blaum: Search for resonant enhancement of neutrinoless double-electron capture by high-precision Penning-trap mass spectrometry. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics* **39** (2012), 124003.
<http://dx.doi.org/10.1088/0954-3899/39/12/124003>
- [ENB13] S. Eliseev, Yu. N. Novikov und K. Blaum: Penning-trap mass spectrometry and neutrino physics. *Annalen der Physik* **525** (2013), 707.
<http://dx.doi.org/10.1002/andp.201300056>
- [FAC⁺12] E. Ferri *et al.*: MARE-1 in Milan: Status and Perspectives. *Journal of Low Temperature Physics* **167** (2012), 1035.
<http://dx.doi.org/10.1007/s10909-011-0421-6>
- [Far95] D. L. Farnham: A Determination of the Proton/Electron Mass Ratio and the Electron's Atomic Mass via Penning Trap Mass Spectroscopy. Dissertation, University of Washington (1995).
- [Fer34] E. Fermi: Versuch einer Theorie der β -Strahlen. I. *Zeitschrift für Physik* **88** (1934), 161.
<http://dx.doi.org/10.1007/BF01351864>
- [FFI⁺01] S. Fukuda *et al.*: Constraints on Neutrino Oscillations Using 1258 Days of Super-Kamiokande Solar Neutrino Data. *Physical Review Letters* **86** (2001), 5656.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.5656>
- [FHI⁺98] Y. Fukuda *et al.*: Evidence for Oscillation of Atmospheric Neutrinos. *Physical Review Letters* **81** (1998), 1562.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.81.1562>

- [FVDS95] D. L. Farnham, R. S. Van Dyck, Jr. und P. B. Schwinberg: Determination of the Electron's Atomic Mass and the Proton/Electron Mass Ratio via Penning Trap Mass Spectroscopy. *Physical Review Letters* **75** (1995), 3598.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.75.3598>
- [Gab83] G. Gabrielse: Relaxation calculation of the electrostatic properties of compensated Penning traps with hyperbolic electrodes. *Physical Review A* **27** (1983), 2277.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.27.2277>
- [Ger11] V. Gerginov: Time and frequency metrology at PTB: recent results. *Proceedings of SPIE 8132, Time and Frequency Metrology III* (2011), 81320H.
<http://dx.doi.org/10.1117/12.892675>
- [GKH⁺99] G. Gabrielse, A. Khabbaz, D. S. Hall, C. Heimann, H. Kalinowsky und W. Jhe: Precision Mass Spectroscopy of the Antiproton and Proton Using Simultaneously Trapped Particles. *Physical Review Letters* **82** (1999), 3198.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.82.3198>
- [GKT80] G. Gräff, H. Kalinowsky und J. Traut: A direct determination of the proton electron mass ratio. *Zeitschrift für Physik A Atoms and Nuclei* **297** (1980), 35.
<http://dx.doi.org/10.1007/BF01414243>
- [GT88] G. Gabrielse und J. Tan: Self-shielding superconducting solenoid systems. *Journal of Applied Physics* **63** (1988), 5143.
<http://dx.doi.org/10.1063/1.340416>
- [GW82] U. Gaur und B. Wunderlich: Heat Capacity and Other Thermodynamic Properties of Linear Macromolecules. V. Polystyrene. *Journal of Physical and Chemical Reference Data* **11** (1982), 313.
<http://dx.doi.org/10.1063/1.555663>
- [Hay13a] W. M. Haynes, Herausg.: "Ionization Energies of Atoms and Atomic Ions," in *CRC Handbook of Chemistry and Physics, 93rd Edition (Internet Version 2013)* (CRC Press/Taylor and Francis, 2013).
http://www.hbcnetbase.com//articles/10_05_89.pdf
- [Hay13b] W. M. Haynes, Herausg.: "Properties of Liquid Helium" in *CRC Handbook of Chemistry and Physics, 93rd Edition (Internet Version 2013)* (CRC Press/Taylor and Francis, 2013).
http://www.hbcnetbase.com//articles/06_45_86.pdf
- [Hay13c] W. M. Haynes, Herausg.: "Thermal and Physical Properties of Pure Metals" in *CRC Handbook of Chemistry and Physics, 93rd Edition (Internet*

- Version 2013) (CRC Press/Taylor and Francis, 2013).
http://www.hbcpNetbase.com//articles/12_28_92.pdf
- [Hay13d] W. M. Haynes, Herausg.: “*Thermal Properties of Air*” in *CRC Handbook of Chemistry and Physics, 93rd Edition (Internet Version 2013)* (CRC Press/Taylor and Francis, 2013).
http://www.hbcpNetbase.com//articles/06_01_94.pdf
- [Höc10] M. J. Höcker: Untersuchungen zum Ionentransfer im UW/MPIK Doppel-Penningfallen Experiment. Diplomarbeit, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg (2010).
<http://hdl.handle.net/11858/00-001M-0000-0011-72BB-D>
- [Höc14] M. J. Höcker: Dissertation, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg (2014). In Vorbereitung.
- [HP49] G. C. Hanna und B. Pontecorvo: The β -Spectrum of H^3 . *Physical Review* **75** (1949), 983.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.75.983.3>
- [KBB⁺05] C. Kraus *et al.*: Final results from phase II of the Mainz neutrino mass search in tritium β decay. *European Physical Journal C* **40** (2005), 447.
<http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s2005-02139-7>
- [KBK⁺95] M. König, G. Bollen, H.-J. Kluge, T. Otto und J. Szerypo: Quadrupole excitation of stored ion motion at the true cyclotron frequency. *International Journal of Mass Spectrometry and Ion Processes* **142** (1995), 95.
[http://dx.doi.org/10.1016/0168-1176\(95\)04146-C](http://dx.doi.org/10.1016/0168-1176(95)04146-C)
- [KEH⁺14a] J. Ketter, T. Eronen, M. Höcker, M. Schuh, S. Streubel und K. Blaum: Classical calculation of relativistic frequency-shifts in an ideal Penning trap. *International Journal of Mass Spectrometry* (2014).
<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijms.2014.01.028>
- [KEH⁺14b] J. Ketter, T. Eronen, M. Höcker, S. Streubel und K. Blaum: First-order perturbative calculation of the frequency-shifts caused by static cylindrically-symmetric electric and magnetic imperfections of a Penning trap. *International Journal of Mass Spectrometry* **358** (2014), 1.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijms.2013.10.005>
- [Ket09] J. Ketter: Verbesserung der Ionennachweissysteme des Präzisions-Penningfallen-Massenspektrometers TRIGA-TRAP. Diplomarbeit, Johannes Gutenberg-Universität Mainz (2009).
<http://hdl.handle.net/11858/00-001M-0000-0011-767B-E>
- [Ket12] J. Ketter: Analytische Formel eines n -eckigen Spulenpaars in Helmholtz-konfiguration. Private Kommunikation (2012).

- [KHR52] Kun Li Chien, J. Hrones und J. Reswick: On the automatic control of generalized passive systems. *Transactions of the ASME* **74** (1952), 175.
- [KHS63] Y. B. Kim, C. F. Hempstead und A. R. Strnad: Flux Creep in Hard Superconductors. *Physical Review* **131** (1963), 2486.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.131.2486>
- [KR83] P. Kruit und F. H. Read: Magnetic field paralleliser for 2π electron-spectrometer and electron-image magnifier. *Journal of Physics E: Scientific Instruments* **16** (1983), 313.
<http://stacks.iop.org/0022-3735/16/i=4/a=016>
- [KW64] R. Kronig und V. Weisskopf: *Collected scientific papers/by Wolfgang Pauli* (New York : Interscience Publishers, 1964). Offener Brief an die Gruppe der Radioaktiven bei der Gauvereins-Tagung zu Tübingen, 1930.
- [LFLM90] J. M. Lockhart, R. L. Fagaly, L. W. Lombardo und B. Muhlfelder: Magnetic susceptibility of instrument materials below 10K. *Physica B: Condensed Matter* **165–166** (1990), 147.
[http://dx.doi.org/10.1016/S0921-4526\(90\)80923-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0921-4526(90)80923-7)
- [LL76] L. Landau und E. Lifschitz: *Lehrbuch der theoretischen Physik I - Mechanik* (Akademie-Verlag Berlin, 1976).
- [LM52] L. M. Langer und R. J. D. Moffat: The Beta-Spectrum of Tritium and the Mass of the Neutrino. *Physical Review* **88** (1952), 689.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.88.689>
- [Lob03] V. M. Lobashev: The search for the neutrino mass by direct method in the tritium beta-decay and perspectives of study it in the project KATRIN. *Nuclear Physics A* **719** (2003), 153C.
[http://dx.doi.org/10.1016/S0375-9474\(03\)00985-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0375-9474(03)00985-0)
- [LS85] V. M. Lobashev und P. E. Spivak: A method for measuring the electron anti-neutrino rest mass. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* **240** (1985), 305.
[http://dx.doi.org/10.1016/0168-9002\(85\)90640-0](http://dx.doi.org/10.1016/0168-9002(85)90640-0)
- [LW03] K. Lande und P. Wildenhain: The Homestake chlorine solar neutrino experiment—past, present and future. *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements* **118** (2003), 49.
[http://dx.doi.org/10.1016/S0920-5632\(03\)01303-3](http://dx.doi.org/10.1016/S0920-5632(03)01303-3)
- [LW12] H. Lutz und W. Wendt: *Taschenbuch der Regelungstechnik mit MATLAB und Simulink* (Harri Deutsch, 2012). ISBN 978-3-8171-1895-3.

- [MAB⁺07] R. N. Mohapatra *et al.*: Theory of neutrinos: a white paper. *Reports on Progress in Physics* **70** (2007), 1757.
<http://dx.doi.org/10.1088/0034-4885/70/11/R02>
- [MBF⁺92] F. L. Moore, L. S. Brown, D. L. Farnham, S. Jeon, P. B. Schwinberg und R. S. Van Dyck, Jr.: Cyclotron resonance with 10^{-11} resolution: Anharmonic detection and beating a coherent drive with the noise. *Physical Review A* **46** (1992), 2653.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.46.2653>
- [MDCG09] J. H. Moore, C. C. Davis, M. A. Coplan und S. Greer: *Building Scientific Apparatus* (Cambridge University Press, 2009), fourth edition Auflage. ISBN-13 978-0-511-58009-3 eBook; ISBN-13 978-0-521-87858-6 Hardback.
- [MKS02] BARATRON general purpose differential pressure transducer. online (2002).
<http://www.mksinst.com/docs/UR/223.pdf>
- [Mye13] E. G. Myers: The most precise atomic mass measurements in Penning traps. *International Journal of Mass Spectrometry* **349–350** (2013), 107.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijms.2013.03.018>
- [NFB⁺06] Sz. Nagy, T. Fritioff, M. Björkhage, I. Bergström und R. Schuch: On the Q -value of the tritium β -decay. *Europhysics Letters* **74** (2006), 404.
<http://dx.doi.org/10.1209/epl/i2005-10559-2>
- [OBW06] E. Otten, J. Bonn und Ch. Weinheimer: The Q -value of tritium β -decay and the neutrino mass. *International Journal of Mass Spectrometry* **251** (2006), 173.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijms.2006.01.035>
- [OHR34] M. L. E. Oliphant, P. Harteck und L. Rutherford: Transmutation Effects Observed with Heavy Hydrogen. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A* **144** (1934), 692.
<http://dx.doi.org/10.1098/rspa.1934.0077>
- [Ort08] C. Orth: Miniforschung at the Max-Planck-Institut für Kernphysik: Measuring the earth magnetic Field with a Fluxgate sensor. Interner Bericht (2008).
- [OW08] E. W. Otten und Ch. Weinheimer: Neutrino mass limit from tritium β decay. *Reports on Progress in Physics* **71** (2008), 086201.
<http://dx.doi.org/10.1088/0034-4885/71/8/086201>
- [Pau90] W. Paul: Electromagnetic traps for charged and neutral particles. *Reviews of Modern Physics* **62** (1990), 531.
<http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.62.531>

- [PBB⁺92] A. Picard *et al.*: A solenoid retarding spectrometer with high resolution and transmission for keV electrons. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms* **63** (1992), 345.
[http://dx.doi.org/10.1016/0168-583X\(92\)95119-C](http://dx.doi.org/10.1016/0168-583X(92)95119-C)
- [PBB⁺09] D. B. Pinegar, K. Blaum, T. P. Biesiadzinski, S. L. Zafonte und R. S. Van Dyck: Stable voltage source for Penning trap experiments. *Review of Scientific Instruments* **80** (2009), 064701.
<http://dx.doi.org/10.1063/1.3152222>
- [Pen36] F. M. Penning: Die Glimmentladung bei niedrigem Druck zwischen koaxialen Zylindern in einem axialen Magnetfeld. *Physica* **3** (1936), 873.
[http://dx.doi.org/10.1016/S0031-8914\(36\)80313-9](http://dx.doi.org/10.1016/S0031-8914(36)80313-9)
- [Pin07] D. Pinegar: Tools for a Precise Tritium to Helium-3 Mass Comparison. Dissertation, University of Washington (2007).
<http://search.proquest.com/docview/304796368>
- [Pon58] B. Pontecorvo: Inverse Beta Processes and Nonconservation of Lepton Charge. *Soviet Physics JETP-USSR* **7** (1958), 172.
- [PT90] H. Preston-Thomas: The International Temperature Scale of 1990 (ITS-90). *Metrologia* **27** (1990), 3.
<http://dx.doi.org/10.1088/0026-1394/27/1/002>
- [RBCLU⁺12] J. Repp *et al.*: PENTATRAP: a novel cryogenic multi-Penning-trap experiment for high-precision mass measurements on highly charged ions. *Applied Physics B* **107** (2012), 983.
<http://dx.doi.org/10.1007/s00340-011-4823-6>
- [RBD⁺12] C. Roux *et al.*: The trap design of PENTATRAP. *Applied Physics B* **107** (2012), 997.
<http://dx.doi.org/10.1007/s00340-011-4825-4>
- [Ril08] W. J. Riley: *Handbook of Frequency Stability Analysis* (NIST National Institut of Standards and Technology, 2008).
- [Rip00] P. Ripka: *Magnetic sensors and magnetometers* (Artech House, Inc., 685 Canton Street Norwood, MA 02062, 2000). ISBN 1-58053-057-5.
- [RSBP⁺12] S. Riemer-Sørensen *et al.*: WiggleZ Dark Energy Survey: Cosmological neutrino mass constraint from blue high-redshift galaxies. *Physical Review D* **85** (2012), 081101.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.85.081101>

- [RTP04] S. Rainville, J. K. Thompson und D. E. Pritchard: An Ion Balance for Ultra-High-Precision Atomic Mass Measurements. *Science* **303** (2004), 334.
<http://dx.doi.org/10.1126/science.1092320>
- [Sch85] U. Schmucker: *4.1.1.0 Components of the field, units in Landolt-Börnstein - Group V Geophysics* (Springer, 1985).
<http://link.springer.com/book/10.1007/b20011>
- [Sch11] M. Schuh: Simulation von elektrostatischen Eigenschaften der THe-Trap Penningfalle. Bachelorarbeit, Heidelberg (2011).
<http://hdl.handle.net/11858/00-001M-0000-0010-19D4-F>
- [Sch14] M. Schuh: Masterarbeit, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg (2014). In Vorbereitung.
- [SEH⁺14] S. Streubel *et al.*: Toward a more accurate Q value measurement of tritium: status of THe-Trap. *Applied Physics B* **114** (2014), 137.
<http://dx.doi.org/10.1007/s00340-013-5669-x>
- [SW61] G. L. Salinger und J. C. Wheatley: Magnetic Susceptibility of Materials Commonly Used in the Construction of Cryogenic Apparatus. *Review of Scientific Instruments* **32** (1961), 872.
<http://dx.doi.org/10.1063/1.1717549>
- [SW75] L. G. Smith und A. H. Wapstra: Masses of isotopes of H, He, C, N, O, and F. *Physical Review C* **11** (1975), 1392.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.11.1392>
- [TAL10] S. A. Thomas, F. B. Abdalla und O. Lahav: Upper Bound of 0.28 eV on Neutrino Masses from the Largest Photometric Redshift Survey. *Physical Review Letters* **105** (2010), 031301.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.031301>
- [Tre11] M. Tremer: Untersuchung und Optimierung des externen Ladens von Ionen bei THe-Trap. Masterarbeit, Ruprecht-Karls-Universität, Heidelberg (2011).
<http://hdl.handle.net/11858/00-001M-0000-0012-2FC0-7>
- [VDFS93] R. S. Van Dyck, Jr., D. L. Farnham und P. B. Schwinberg: Tritium–helium-3 mass difference using the Penning trap mass spectroscopy. *Physical Review Letters* **70** (1993), 2888.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.70.2888>
- [VDFZS99a] R. S. Van Dyck, Jr., D. L. Farnham, S. L. Zafonte und P. B. Schwinberg: High precision Penning trap mass spectroscopy and a new measurement of the proton’s “atomic mass”. *AIP Conference Proceedings* **457** (1999), 101.
<http://dx.doi.org/10.1063/1.57450>

- [VDFZS99b] R. S. Van Dyck, Jr., D. L. Farnham, S. L. Zafonte und P. B. Schwinberg: Ultrastable superconducting magnet system for a Penning trap mass spectrometer. *Review of Scientific Instruments* **70** (1999), 1665.
<http://dx.doi.org/10.1063/1.1149649>
- [VDMFS89] R. S. Van Dyck, Jr., F. L. Moore, D. L. Farnham und P. B. Schwinberg: Number dependency in the compensated Penning trap. *Physical Review A* **40** (1989), 6308.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.40.6308>
- [VDPVLZ06] R. S. Van Dyck, Jr., D. B. Pinegar, S. Van Liew und S. L. Zafonte: The UW-PTMS: Systematic studies, measurement progress, and future improvements. *International Journal of Mass Spectrometry* **251** (2006), 231.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijms.2006.01.038>
- [VDWED76] R. S. Van Dyck, Jr., D. J. Wineland, P. A. Ekstrom und H. G. Dehmelt: High mass resolution with a new variable anharmonicity Penning trap. *Applied Physics Letters* **28** (1976), 446.
<http://dx.doi.org/10.1063/1.88793>
- [VDZS01] R. S. Van Dyck, Jr., S. L. Zafonte und P. B. Schwinberg: Ultra-Precise Mass Measurements Using the UW-PTMS. *Hyperfine Interactions* **132** (2001), 163.
<http://dx.doi.org/10.1023/A:1011914310458>
- [VDZVL⁺04] R. S. Van Dyck, Jr., S. L. Zafonte, S. Van Liew, D. B. Pinegar und P. B. Schwinberg: Ultraprecise Atomic Mass Measurement of the α Particle and ^4He . *Physical Review Letters* **92** (2004), 220802.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.92.220802>
- [VL04] S. Van Liew: An Ultra-Precise Determination of the Mass of Helium-3 Using Penning Trap Mass Spectrometry. Dissertation, University of Washington (2004).
<http://search.proquest.com/docview/305108183>
- [WAW97] M. Wutz, H. Adam und W. Wilhelm: *Handbuch der Vakkumtechnik: Theorie und Praxis* (Friedrich Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/Wiesbaden, 1997), 6. auflage Auflage.
- [WD75] D. J. Wineland und H. G. Dehmelt: Principles of the stored ion calorimeter. *Journal of Applied Physics* **46** (1975), 919.
<http://dx.doi.org/10.1063/1.321602>
- [WED73] D. Wineland, P. Ekstrom und H. Dehmelt: Monoelectron Oscillator. *Physical Review Letters* **31** (1973), 1279.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.31.1279>

Literaturverzeichnis

- [WPB⁺93] C. Weinheimer *et al.*: Improved limit on the electron-antineutrino rest mass from tritium β -decay. *Physics Letters B* **300** (1993), 210.
[http://dx.doi.org/10.1016/0370-2693\(93\)90355-L](http://dx.doi.org/10.1016/0370-2693(93)90355-L)
- [WW46] R. J. Watts und D. Williams: Beta-Rays from H³. *Physical Review* **70** (1946), 640.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.70.640>
- [Zaf12] S. L. Zafonte: A Determination of the Mass of the Deuteron. Dissertation, University of Washington (2012).
<https://digital.lib.washington.edu/dspace/handle/1773/20247>
- [ZN42] J. Ziegler und N. Nichols: Optimum settings for automatic controllers. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers* **64** (1942), 759.

Danksagung

Während ich diese Danksagung schreibe, blicke ich nicht nur auf eine hervorragende wissenschaftliche Zusammenarbeit mit unzähligen Leuten zurück, sondern auch auf einen schönen Abschnitt meines Lebens. Ich möchte allen danken, die dazu beigetragen haben. Der ideelle Wert der Beiträge der einzelnen Personen ist unschätzbar. Da ich nicht vermag diesen Wert in Worte zu fassen, möchte ich im Folgenden nur den direkten Beitrag zu dieser Arbeit auführen. Es ist schwer, eine Reihenfolge nach der Wichtigkeit der einzelnen Beiträge zu bestimmen, da sie alle wichtig waren. Daher ist die folgende Aufzählung chronologisch geordnet.

Zuallererst möchte ich meinen Eltern Marita und Günter Streubel danken, die mich zeit meines Lebens geliebt und unterstützt haben. Ohne Euch wäre ich nie so weit gekommen. Meinem Bruder René Streubel möchte ich danken, dafür dass Du mir die Stärke gegeben hast, auch in schwierigen Zeiten weiter machen zu können.

Aus der Zeit bevor ich zu THE-Trap kam, möchte ich insbesondere Christian Weinheimer danken. Sie haben nicht nur meine Diplomarbeit betreut, sondern mich auch „aus dem gemachten Nest geschubst“ und so erst ermöglicht, dass ich dies nun schreiben kann.

Klaus Blaum, Dir möchte ich danken, dass Du mich so herzlich in Deiner Arbeitsgruppe aufgenommen hast. Du hast den Rahmen gebildet, der die letzten Jahre möglich gemacht hat.

Christoph Diehl, danke für die erste Zeit am Experiment.

David Pinegar, Gott sei Deiner Seele gnädig, Du hast das Experiment aus der Taufe gehoben und damit THE-Trap erst möglich gemacht.

Martin Höcker, danke für die vielen gemeinsamen Stunden im Labor und dass Du mir geduldig meine Anfängerfragen beantwortet hast.

Jochen Ketter, danke für die Zeit, die Du in diese Dissertation gesteckt hast. Du hast wichtige Anregungen für den Grob- und den Feinschliff gegeben.

Christian Roux, danke, dass Du Zeit und Geduld aufgebracht hast, um diese Dissertation lesen.

Marc Schuh, danke für die vielen (nicht) wissenschaftlichen Diskussionen.

Tommi Eronen, kiitokset Linuxin iloista.

Katharina Lichtenberger, danke für die schöne Zeit abseits von THE-Trap. Du hast mein Leben unvorstellbar bereichert und wirst es auch in Zukunft bereichern.

Klaus Reygers, danke, dass Sie sich bereiterklärt haben, diese Dissertation als Zweitgutachter zu begleiten.

Zusätzlich zu den aufgezählten Personen möchte ich mich bei den unzähligen Personen bedanken, die das Rückgrat dieses Max-Planck-Instituts für Kernphysik bilden und einen wissenschaftlichen Betrieb erst ermöglichen.