

Fakultät für Physik und Astronomie

Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg



Diplomarbeit
im Studiengang Physik

vorgelegt von

Christoph Sebastian Garbe
aus Bochum

September 1998

Entwicklung eines Systems zur dreidimensionalen Particle Tracking Velocimetry mit Genauigkeitsuntersuchungen und Anwendung bei Messungen in einem Wind-Wellen Kanal

Die Diplomarbeit wurde von Christoph S. Garbe ausgeführt am
Interdisziplinären Zentrum für Wissenschaftliches Rechnen
unter der Betreuung von
Herrn Prof. Dr. Bernd Jähne

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit stellt ein neuartiges Verfahren der dreidimensionalen Particle Tracking Velocimetry vor. Durch die Erweiterung der existierenden zweidimensionalen Particle Tracking Velocimetry auf die dritte Raumdimension sind erstmals dreidimensionale Strömungsmessungen bei hoher räumlicher Auflösung mit lediglich zwei Kameras möglich. Der Schwerpunkt der Arbeit lag in der Entwicklung von Algorithmen zur Korrespondenzanalyse sowie der Kamerakalibrierung.

Die Genauigkeit aller Teilalgorithmen des Verfahrens wurde anhand von synthetischen und gemessenen Daten untersucht. Die Abhängigkeit der Kalibrierung von der Positionsgenauigkeit der gefundenen Kalibrierpunkte auf der Bildebene wurde untersucht. Die Stabilität der Kamerakalibrierung konnte durch einen neuen Algorithmus zur Merkmalsextraktion verbessert werden. Dabei konnten die Meßfehler auf die zugrundeliegende zweidimensionale Particle Tracking Velocimetry zurückgeführt werden. Abschließend wurde das Verfahren an Strömungsmessungen im Heidelberger Wind-Wellenkanal eingesetzt.

Abstract

This thesis presents a novel approach to the area of three dimensional particle tracking velocimetry. In extending existing algorithms for two dimensional particle tracking velocimetry to the third spatial dimension, it becomes feasible for the first time to measure three dimensional flow fields with high spatial accuracy by employing two cameras only. The work of this thesis was mainly focussed on the development of algorithms for correspondence detection and camera system calibration.

The accuracy of each step constituting the algorithm was determined using synthetical as well as real world data. The dependence of the quality of the calibration on the accurate determination of the position of the calibration marks on the image plane has been analyzed. Hence it was possible to enhance the precision of the three dimensional particle tracking velocimetry based on the two dimensional counterpart. Finally the technique was deployed in the wind/wave facility of the department of environmental physics.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	5
1.1	Motivation	5
1.2	Zielsetzung	6
1.3	Gliederung	6
I	Bildfolgenanalyse	7
2	Kalibrierung	9
2.1	Homogene Koordinaten	10
2.2	Das Lochkameramodell	11
2.2.1	Perspektivische Projektion	12
2.2.2	Das vollständige lineare Lochkameramodell	15
2.2.3	Inversion des Lochkameramodells	17
2.2.4	Kameraparameter	17
2.3	Das erweiterte Kameramodell	18
2.3.1	Das einfache Linsenkameramodell	18
2.3.2	Kameramodell mit Linsenfehlern	18
2.3.3	Kameramodell mit Mehrmediengeometrie	20
2.4	Bestimmung der Kameraparameter	21
2.4.1	Merkmalextraktion	22
2.4.2	Direkte lineare Transformation	23
2.4.3	Nichtlineare Optimierung	24
2.4.4	Invertierung des Kameramodells mit Linsenverzerrung	25
2.4.5	Das Kalibrationsverfahren	26
3	Stereokorrelation	29
3.1	Rekonstruktion der Objektpunkte mittels Stereo Vision	30
3.2	Mehrdeutigkeiten des Korrespondenzproblems	31
3.3	Lösungsmöglichkeiten des Korrespondenzproblems	31
3.4	Epipolareinschränkung	32
3.4.1	Fundamentalmatrix	35
3.4.2	Ordnungsannahme	37
3.4.3	Eindeutigkeitsannahme	38
3.4.4	Intensitätseinschränkung	39
3.4.5	Annahme der geometrischen Ähnlichkeit	40

3.4.6	Kontinuitätsannahme	40
4	Dreidimensionale Particle Tracking Velocimetry	41
4.1	Verschiedene Ansätze für das 3D PTV	41
4.2	Übersicht über das 3D PTV	42
4.3	Segmentierung	43
4.3.1	Lokale Orientierung	44
4.3.2	Regionenwachstumsverfahren	45
4.4	2D PTV	46
4.5	Stereokorrespondenzsuche	47
4.5.1	Kandidatensuche	47
4.5.2	Mögliche Ergebnisse der Kandidatensuche	48
4.5.3	Auflösungsmöglichkeiten der verbleibenden Mehrdeutigkeiten	50
4.6	Rekonstruktion in den Objektraum	52
II	Experimente und Ergebnisse	55
5	Motivation und physikalischer Hintergrund	57
5.1	Die dritte Dimension	57
5.2	Euler'sche und Lagrange'sche Darstellung von Strömungen	58
5.3	Theorie des Gasaustausches	59
5.3.1	Gas-Stromdichte	59
5.3.2	Diffuser Transport	60
5.3.3	Die Schubspannungsgeschwindigkeit u_*	61
6	Messung des Streuquerschnitts von Tracerteilchen	63
6.1	Versuchsaufbau	63
6.2	Theoretische Lösung des Streuproblems	65
6.3	Durchführung des Experiments	66
6.4	Vergleich der Theorie mit dem Experiment	68
7	Experimenteller Aufbau	71
7.1	Der Kalibrierkörper	71
7.2	Der Stereoaufbau am Wind-Wellenkanal	73
7.2.1	Der Heidelberger Wind-Wellenkanal	73
7.2.2	Aufbau für die Kalibration	74
7.2.3	Der Stereoaufbau	74
7.2.4	Auflösungsvermögen	76
7.2.5	Limitierungen des Aufbaus	78
8	Auswertung und Ergebnisse	83
8.1	Genauigkeitsuntersuchungen des Verfahrens	83
8.1.1	Merkmalsextraktion	83
8.1.2	Kamerakalibrierung	89
8.1.3	Weltkoordinatenrekonstruktion	95
8.1.4	Diskussion der Ergebnisse	99
8.2	Simulation	101

8.2.1	Aufbau der Simulation	101
8.2.2	Simuliertes 2D PTV	102
8.2.3	Erzeugung synthetischer Bilder	102
8.2.4	Ergebnisse der Simulation	103
8.2.5	Reales 2D PTV	105
8.2.6	Resultate der Simulation	105
8.3	Messung an bekannten Trajektorien	107
8.3.1	Aufbau der Messung	107
8.3.2	Auswertung der Bilder	108
8.3.3	Ergebnisse der Messung	109
8.4	Messungen am Wind-Wellenkanal	112
8.4.1	Meßbedingungen	112
8.4.2	Bildauswertung	112
8.4.3	Resultate aus 3D PTV	113
9	Resümee und Ausblick	117
10	Farbtafeln	119
11	Danksagung	129

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Motivation

Die Erforschung von Klimaveränderungen gewinnt immer mehr an Bedeutung. Gerade für die Vorhersage von mittel- bis langfristigen Tendenzen, hervorgerufen etwa durch den Treibhauseffekt, ist eine globale Bilanzierung der relevanten Spurenstoffe wie z.B. CO₂ wichtig. Da Weltmeere eine Senke für viele klimarelevante Gase darstellen, sind in diesem Zusammenhang die Austauschvorgänge zwischen Ozean und Atmosphäre von großem Interesse. Sie zu verstehen ist ein Hauptanliegen der gegenwärtiger Meeresforschung.

Ein dominierender Effekt dieser Austauschprozesse ist neben der Diffusion der Transport durch windinduzierte Strömungen. Besonders kleinskalige Prozesse der Größenordnung weniger Zentimeter tragen hierzu entscheidend bei. Wichtig in diesem Zusammenhang sind die sogenannten Kapillarwellen. Die Rückstellkraft dieser kleinskaligen Wellen ist nicht durch Gravitation, sondern durch Kapilarkräfte gegeben. Sie hängen unter anderem von der Krümmung der Wasseroberfläche und ihrer Beschaffenheit (z.B. Oberflächenfilme) ab.

Um ein besseres Verständnis für die Austauschprozesse zu erlangen, werden sie in Laborversuchen frei von anderen störenden Umwelteinflüssen untersucht. Hierfür steht in Heidelberg ein zirkularer Wind-Wellenkanal zur Verfügung. Er dient ebenfalls zur Evaluierung von neuen Meßverfahren, die später auf dem Ozean eingesetzt werden. Der in diesem Kanal erzeugte Wind überstreicht eine Wasseroberfläche, deren Ausdehnung in Windrichtung quasiunendlich ist. Somit können störende Effekte vermieden werden, wie sie in linearen Kanälen auftreten. Die erzeugten Wellen in diesem Kanal unterliegen neben der Windkraft noch Scheinkräften wie der Zentifugal- und der Corioliskraft. Diese Kräfte weisen Komponenten orthogonal zur Windrichtung auf, weshalb der windinduzierte Impulsbeitrag und das damit verbundene Strömungsfeld dreidimensionale Eigenschaften besitzen.

Diese Phänomene können auf kleinen Längenskalen beobachtet werden und sind meist nur von kurzer Dauer. Ein geeignetes Meßverfahren zeichnet sich daher durch eine hohes räumliches Auflösungsvermögen in allen drei Raumdimensionen, sowie einer entsprechend hohen zeitlichen Auflösung aus.

Mit dem in dieser Arbeit entwickelten Verfahren der dreidimensionalen Particle Tracking Velocimetry (3D PTV) besteht erstmalig die Möglichkeit, Strömungen nichtinvasiv mit einer hohen örtlichen und einer ebenfalls hohen zeitlichen Auflösung zu vermessen. Dabei werden die Meßdaten in der Lagrange'schen Darstellung erhalten.

1.2 Zielsetzung

Das Ziel dieser Arbeit war die Entwicklung eines neuen Meßverfahrens, welches die Erfassung von dreidimensionalen Strömungsvorgängen ermöglicht. Als Grundlage dienten die von [HERING 1996] entwickelten Algorithmen für die zweidimensionale Strömungsmessung mittels Particle Tracking Velocimetry (PTV).

Das Grundprinzip des auf der digitalen Bildfolgenanalyse beruhenden Verfahrens ist, daß die zu untersuchende Strömung mit Tracerteilchen visualisiert wird. Diese Teilchen werden dann mit zwei CCD-Kameras abgebildet und im Rahmen der zweidimensionalen Particle Tracking Velocimetry (2D PTV) entlang ihrer Bahnkurve verfolgt. Die so erhaltenen zweidimensionalen Bahnen in jeder der Kameras werden korreliert und können somit in den dreidimensionalen Ortsraum rekonstruiert werden. Auf diese Weise stehen die gesamten örtlichen und zeitlichen Information für weitergehende Analysen zur Verfügung.

Der prinzipielle Algorithmus für diese Korrelation wurde von [NETZSCH 1995] entwickelt, aber bislang nur auf einigen Simulationen angewendet. Um auf Messungen angewendet werden zu können, mußte er stark erweitert und in ein Gerüst aus Kalibration und 2D PTV eingebettet werden.

1.3 Gliederung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine neue Methode für die dreidimensionale Messung von Strömungsvorgängen entwickelt. Es sollen daher die Algorithmen erläutert und anschließend Aussagen über die Genauigkeit des Verfahrens getroffen werden. Aus diesem Grund ist die Arbeit in zwei Teile gegliedert.

In dem ersten Teil werden die theoretischen Grundlagen der Bildfolgenanalyse für das Verständnis der Arbeit erklärt. In Kapitel 2 wird auf die für jegliche Art von dreidimensionalen Messungen essentielle Kalibrierung eingegangen. In Kapitel 3 soll dann das Verfahren zum Auffinden von stereoskopischen Korrespondenzen erläutert werden. Damit sind die Grundlagen geschaffen, um in Kapitel 4 das hier entwickelte Verfahren der dreidimensionalen Particle Tracking Velocimetry darzulegen.

Die Ergebnisse dieser Arbeit werden im zweiten Teil dargelegt. Zunächst wird in Kapitel 5 die eigentliche Motivation sowie der physikalische Hintergrund kurz erläutert. In Kapitel 6 wird dann ein Versuch zum Messen des Streuquerschnitts von Tracerteilchen vorgestellt. Dieser Versuch ist für die Auswahl von geeigneten Tracerteilchen für den in Kapitel 7 beschriebenen Aufbau der Stereomessung von entscheidender Wichtigkeit. Abschließend werden dann in Kapitel 8 die Ergebnisse der Genauigkeitsanalyse ebenso wie der eigentlichen Messung an bekannten Trajektorien und am Heidelberger Win-Wellenkanal präsentiert. Das Kapitel 9 schließt dann diese Arbeit ab, mit einer Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse dieser Arbeit und einen kurzern Ausblick auf weiterführende Messungen.

Teil I

Bildfolgenanalyse

Kapitel 2

Kalibrierung

Die in dieser Arbeit verwendete Methode zur Rekonstruktion der dreidimensionalen Ortsinformation aus zweidimensionalen Bildern basiert auf einem Stereoverfahren. Dabei kann die Lage des abgebildeten Objekts aus den korrespondierenden Bildpunkten zweier Kameras durch ein Geradenschnittverfahren bestimmt werden. Hierfür sind die Kameraparameter, welche aus der Kalibrierung erhalten werden, unverzichtbar.

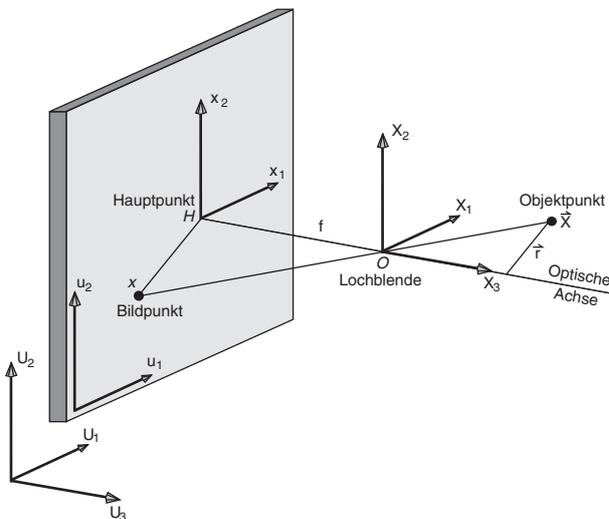


Abbildung 2.1: Das allgemeine Lochkameramodell. Dargestellt ist der Objektpunkt in Weltkoordinaten U und Kamerakoordinaten X , sowie der Bildpunkt in Sensorkoordinaten u und Bildkoordinaten x .

werden, um aus den gewonnenen Daten auf reale Größenverhältnisse schließen zu können. Nur so ist es möglich, Aussagen über die zu messenden physikalischen Prozesse zu treffen.

Die Beschreibung der Abbildung des realen Objektes aus dem \mathbb{R}^3 in den Speicher des Rechners, bzw. die Umkehrung dieser Abbildung ist die Aufgabe der im Folgenden beschriebenen Kalibrierung.

Bei der Bildaufnahme mit einer Kamera werden die Weltkoordinaten $U = (U_1, U_2, U_3)$ durch eine perspektivische Projektion aus dem Objektraum \mathbb{R}^3 in den Raum \mathbb{R}^2 der Bildebene transformiert. Neben dieser Transformation treten noch nichtlineare Effekte wie Verzerrungen durch die verwendete Optik auf.

Sollen die Daten im Gegensatz zu herkömmlichen fotografischen Verfahren mittels digitaler Bildverarbeitung ausgewertet werden, so ist ebenfalls der Weg des Bildes vom CCD-Chip¹ der verwendeten Kamera in den Hauptspeicher des Rechners zu untersuchen. Effekte wie der Line Jitter, die durch ungleiche Synchronisation des Framegrabbers und der Kamera entstehen können, sind hier zu beachten.

Alle oben genannten Effekte müssen durch ein geeignetes Modell hinreichend gut beschrieben

¹ CCD steht für „Charged Coupled Device“

2.1 Homogene Koordinaten

Ein System von Linsen überführt durch perspektivische Projektion die Punkte aus dem Raum \mathbb{R}^3 in den Raum \mathbb{R}^2 der Bildebene. Es stellt sich heraus, daß euklidische Geometrie eine Schwachstelle bei der Behandlung dieses Prozesses aufweist. Wesentliche Vereinfachungen können erzielt werden, wenn man sich der *projektiven Geometrie* und der mit ihr verbundenen *homogenen Koordinaten* bedient [SEMPLE und KNEEBONE 1979]. Die euklidische Geometrie ist ein Spezialfall der projektiven Geometrie, so daß Ergebnisse leicht ineinander überführbar sind.

Wie in Abschnitt 2.2.1 gezeigt wird, ist es möglich die in kartesischen Koordinaten nichtlineare Form der Projektion in homogenen Koordinaten elegant durch eine lineare Transformation darzustellen. Somit ist es möglich eine Verkettung von Abbildungen in homogenen Koordinaten mit dem Rüstzeug der linearen Algebra leicht zu berechnen. Dies ist ein wesentlicher Punkt für die weite Verbreitung dieser Koordinaten in der Computer Vision.

Die homogenen Koordinaten stellen eine Einbettung des n in den $(n + 1)$ -dimensionalen Raum dar. Anschaulich gesprochen wird ein Punkt $\mathbf{x} = \{(x_1, x_2) : x_1, x_2 \in \mathbb{R}\}$ mit der Ursprungsgeraden $\mathbf{x}' = \{(\lambda x_1, \lambda x_2, \lambda) : x_1, x_2, \lambda \in \mathbb{R}\}$ identifiziert. Im weiteren sind homogene Koordinaten durch die Strich-Notation (\prime) gekennzeichnet.

Die Bildebene ist für $\lambda = 1$ gegeben und ein Bildpunkt \mathbf{x}' ist der Schnittpunkt der Ursprungsgeraden mit der Bildebene, also genau $\mathbf{x}' = (x_1, x_2, 1)$.

Homogene Koordinaten und Transformationen davon sind nur bis auf einen Faktor λ bestimmbar. Dem Punkt \mathbf{x}' entspricht daher der Punkt $\lambda \cdot \mathbf{x}'$, oder anders gesagt, zwei $(n + 1)$ -dimensionalen Vektoren $\mathbf{x}' = (x_1, \dots, x_{n+1})^\top$ und $\mathbf{y}' = (y_1, \dots, y_{n+1})^\top$ representieren den gleichen Punkt wenn es ein nichtverschwindendes Skalar $\lambda \in \mathbb{R}$ gibt, so daß $x_i = \lambda \cdot y_i$, für alle $1 \leq i \leq n + 1$. Geometrisch veranschaulichen kann man sich diese Aussage einfach dadurch, daß eine Ursprungsgerade \mathbf{y}' mit dem Faktor λ skaliert einer Ursprungsgerade \mathbf{x}' mit der selben Orientierung wie die Ausgangsgerade entspricht. Beide Geraden sind somit einander identisch, oder $\mathbf{x}' = \lambda \mathbf{y}'$.

Operationen, die im euklidischen Raum durch lineare Transformationen beschrieben werden können sind auch im projektiven Raum durch ebensolche beschreibbar. Dies verwundert nicht, ist doch der euklidische ein Spezialfall des projektiven Raumes.

Leicht klarmachen kann man sich dies am Fall der Verschiebung eines Punktes im zweidimensionalen euklidischen Raum. In homogenen Koordinaten wird der Punkt durch eine Ursprungsgerade dargestellt und somit die Verschiebung durch eine Rotation dieser Geraden. Rotationen sind aber ihrerseits auch wieder lineare Transformationen.

Eine wichtige Eigenschaft des projektiven Raumes ist das *Dualitätsprinzip*. Es besagt im wesentlichen, daß Punkte und Ebenen im vierdimensionalen projektiven Raum die selbe formale Beschreibung haben. Ein Punkt ist definiert durch das 4-Tupel (x_1, \dots, x_4) , das den bis auf einen Skalierungsfaktor bestimmten Koordinatenvektor \mathbf{x} darstellt.

Eine Ebene kann ihrerseits durch die Ebenennormalform beschrieben werden. Dies geschieht durch den bis auf einen Skalierungsfaktor gegebenen Koordinatenvektor $\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_4)$. Die Ebenengleichung lautet somit $\sum_{i=1}^4 u_i \cdot x_i = 0$.

Nachdem nun Punkte durch Geraden in homogenen Koordinaten dargestellt werden und die Repräsentation von Ebenen und Punkten in \mathbb{R}^4 die selbe ist, stellt sich die Frage, wie eine Gerade definiert

wird. Generell ist eine Gerade durch zwei Punkte \mathbf{x}'_1 und \mathbf{x}'_2 festgelegt. Ein Punkt \mathbf{p}' auf dieser Geraden ist in Parameterdarstellung gegeben durch [FISCHER 1986]:

$$\mathbf{p}' = \alpha_1 \cdot \mathbf{x}'_1 + \alpha_2 \cdot \mathbf{x}'_2$$

Dabei ist zu beachten, daß homogene Größen nur bis auf einen Skalierungsfaktor bestimmbar sind.

Die Parameterdarstellung der Geraden stellt ein lineares Gleichungssystem dar, was gleichbedeutend damit ist, daß die Determinante $|\mathbf{p}', \mathbf{x}'_1, \mathbf{x}'_2|$ verschwindet. Dies kann aber auch geschrieben werden als $\mathbf{p}'^\top (\mathbf{x}'_1 \times \mathbf{x}'_2) = 0$. Daraus ergibt sich nun, daß eine Gerade durch das Kreuzprodukt der Koordinatenvektoren zweier Punkte repräsentiert werden kann. Dieser Zusammenhang wird noch in Abschnitt 3.4.1 bei der mathematischen Formulierung der Epipolarline von Bedeutung sein.

2.2 Das Lochkameramodell

Das einfachste und daher weit verbreitetes Modell ist das in Abbildung 2.1 dargestellte Lochkameramodell. Wie der Name schon sagt spiegelt es die einfache Lochkamera wieder, bestehend aus der *Bildebene* \mathcal{B} und der im Abstand der *Brennweite*² f sich davor befindenden *Lochblende*³ O . Alle vom Objekt ausgehenden Strahlen passieren die Lochblende bevor sie auf die Bildebene fallen.

Das geometrische Modell, welche diese Art von Kamera beschreibt, beinhaltet vier Koordinatensysteme, wie in Abbildung 2.1 dargestellt:

- Weltkoordinaten $\mathbf{U} = (U_1, U_2, U_3)^\top$
- Kamerakoordinaten $\mathbf{X} = (X_1, X_2, X_3)^\top$
- Sensorkoordinaten $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^\top$
- Bildkoordinaten $\mathbf{u} = (u_1, u_2)^\top$

Die Objektpunkte sind im System der *Weltkoordinaten* \mathbf{U} gegeben. Durch eine affine Transformation kann man das Weltkoordinatensystem in das System der *Kamerakoordinaten* \mathbf{X} überführen. Dieses System ist mit der Kamera fest verbunden, sein Ursprung liegt im optischen Zentrum O . Durch eine perspektivische Projektion werden die Objektpunkte auf die Bildpunkte transformiert. Sie liegen dann in *Sensorkoordinaten* \mathbf{x} vor. Der Ursprung des Systems der Sensorkoordinaten wird *Hauptpunkt* H der Kamera genannt. Dies ist der Punkt, an dem die optische Achse die Bildebene schneidet. Als *optische Achse* bezeichnet man die Linie, welche orthogonal zu der Bildebene steht und durch das optische Zentrum O verläuft.

Für die digitale Bildverarbeitung ist es unpraktisch in Sensorkoordinaten zu arbeiten. Meist wird in *Bildkoordinaten* \mathbf{u} gerechnet, deren Ursprung in der linken oberen Ecke des Bildes liegt.

Die einzelnen Transformationen sollen nun näher beleuchtet werden, da ihr Verständnis essentiell für die Kamerakalibrierung ist.

²Die Brennweite wird in der Literatur oft auch als Kammerakonstante bezeichnet.

³Die Lochblende O wird auch als das *optische Zentrum* der Kamera bezeichnet.

2.2.1 Perspektivische Projektion

Die Abbildung eines Punktes aus dem dreidimensionalen Objektraum in die zweidimensionale Bildebene kann durch eine perspektivische Projektion beschrieben werden. Diese ist die zentrale Transformation des Lochkammermodells, stellt sie doch die Haupteigenschaft einer Kamera dar. Aus diesem Grund soll die perspektivische Projektion als erste der Transformationen des Modells behandelt werden.

Die perspektivische Projektion ist eine Abbildung $\mathcal{P} : \mathbf{X} \in \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2$ unter Zentralprojektion.

Legt man das allgemeine Modell einer Lochkamera zugrunde, dann folgt aus einer einfachen geometrischen Anschauung in 2.1 mit dem Strahlensatz $\|\mathbf{x}\|/f = -\|\mathbf{r}\|/X_3$. Dabei verbindet \mathbf{r} den Objektpunkt \mathbf{X} mit der optischen Achse und verläuft parallel zu der Bildebene. Die Brennweite f ist durch die Länge der Strecke von Hauptpunkt H zu Lochblende O gegeben. Die perspektivische Projektion läßt sich somit schreiben als:

$$\begin{aligned} \mathcal{P} : \{ (X_1, X_2, X_3)^\top \in \mathbb{R}^3 \} &\mapsto \{ (x_1, x_2)^\top \in \mathbb{R}^2 \} \\ \mathbf{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} &\mapsto \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} := -\frac{f}{X_3} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Allgemein können lineare Koordinatentransformationen wie Translation oder Rotation in Matrixschreibweise dargestellt werden. Dies erlaubt einen intuitiven und mathematisch einfach handhabbaren Formalismus. Die perspektivische Transformation wie in Gleichung 2.1 beschrieben, nimmt eine nichtlineare Form an und entzieht sich somit der Matrixdarstellung. Bei Verwendung der in Abschnitt 2.1 eingeführten homogenen Koordinaten ist es möglich sie als lineare Transformation darzustellen.

Die lineare Form dieser Transformation ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} \mathcal{P} : \{ \lambda(X_1, X_2, X_3, 1)^\top \in \mathbb{R}^4 \} &\mapsto \{ \lambda'(x_1, x_2, 1)^\top \in \mathbb{R}^3 \} \\ \mathbf{X}' = \begin{pmatrix} \lambda X_1 \\ \lambda X_2 \\ \lambda X_3 \\ \lambda \end{pmatrix} &\mapsto \begin{pmatrix} \lambda' x_1 \\ \lambda' x_2 \\ \lambda' \end{pmatrix} := \mathbf{P} \cdot \begin{pmatrix} \lambda X_1 \\ \lambda X_2 \\ \lambda X_3 \\ \lambda \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

wobei $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$ die Projektionsmatrix ist. Schreibt man diese Gleichung in projektiven Koordinaten, die bis auf einen Skalierungsfaktor bestimmt sind, also $x'_i = \lambda' \cdot x_i$ und $X'_k = \lambda \cdot X_k$, so kann man diese Transformation auch folgendermaßen schreiben:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}' &= \mathbf{P} \cdot \mathbf{X}' \\ \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ \lambda' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/f & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X'_1 \\ X'_2 \\ X'_3 \\ \lambda \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

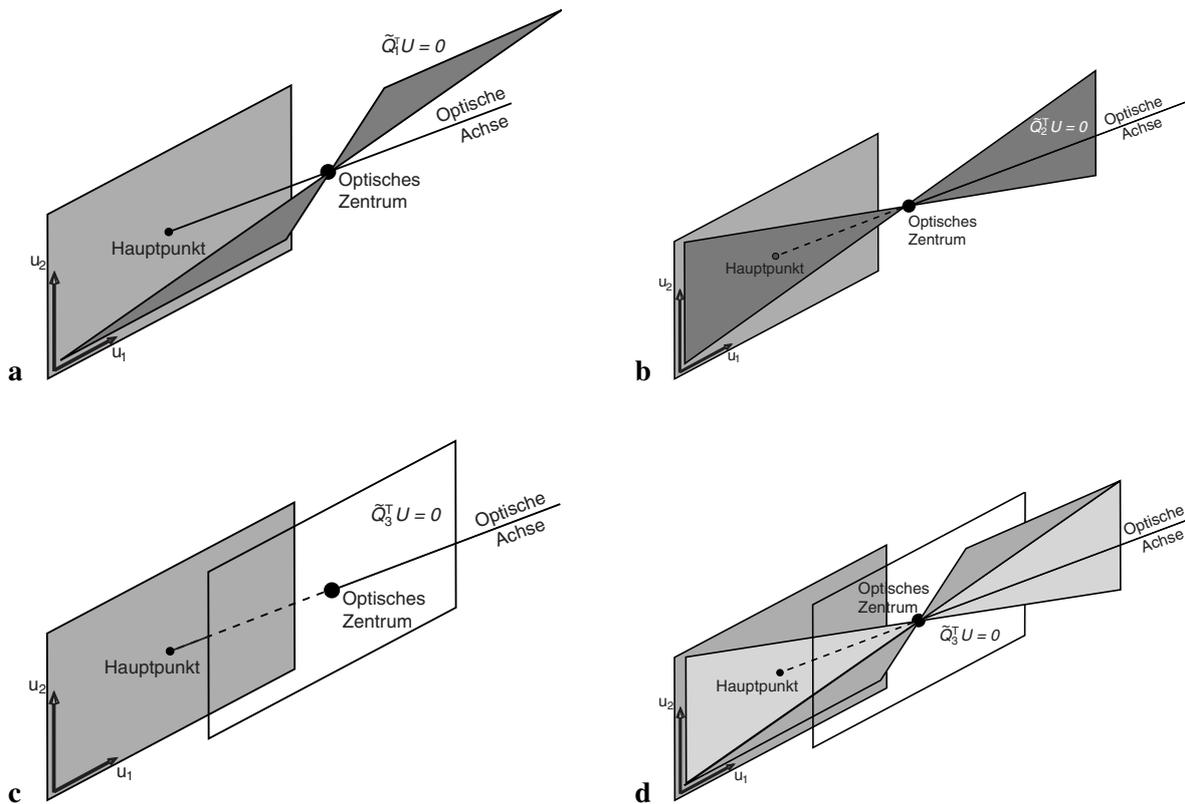


Abbildung 2.2: Einige wichtige Ebenen im Kameramodell. In **a** ist die Ebene parallel zu der Achse u_1 , in **b** die parallel zu der Achse u_2 und in **c** ist die Brennebene abgebildet. Alle drei Ebenen schneiden sich wie in **c** dargestellt im optischen Zentrum.

Es ist leicht sich davon zu überzeugen, daß diese Transformation wirklich der projektiven Transformation aus Gleichung 2.1 entspricht, wenn man aus den homogenen Koordinaten zurück in die kartesischen Koordinaten transformiert. Dies geschieht einfach dadurch, daß man die ersten zwei Komponenten durch die letzte dividiert, also allgemein $\mathbf{x} = (x'_1/\lambda', x'_2/\lambda')^\top$. Der Vektor \mathbf{x} ist dabei in kartesischen Koordinaten gegeben, die x'_i sind die Komponenten des Vektors in homogenen Koordinaten.

Die Gleichung 2.3 gilt natürlich auch nach Anwendung einer beliebigen Koordinatentransformation. Dann gilt allgemein $\mathbf{u}' = \hat{\mathbf{P}} \cdot \mathbf{U}'$. Die Projektionsmatrix $\hat{\mathbf{P}}$ wird natürlich nicht mehr die einfache Form wie \mathbf{P} in Gleichung 2.3 haben.

Die Projektionsmatrix $\hat{\mathbf{P}}$ kann auch wie folgt repräsentiert werden:

$$\hat{\mathbf{P}} = \begin{pmatrix} \mathbf{q}_1^\top & q_{14} \\ \mathbf{q}_2^\top & q_{24} \\ \mathbf{q}_3^\top & q_{34} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{Q}}_1^\top \\ \tilde{\mathbf{Q}}_2^\top \\ \tilde{\mathbf{Q}}_3^\top \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

mit den 4×1 Vektoren $\tilde{\mathbf{Q}}_i$, $i = 1, 2, 3$ und $\tilde{\mathbf{Q}}_i^\top = (\mathbf{q}_i^\top, q_{i4})$.

Mit diesen Vektoren erhält man eine einfache Darstellung für einige wichtige Ebenen, die in Abbildung 2.2 dargestellt sind. Die *Brennebene* ist definiert als die Ebene, welche parallel zu der Bildebene liegt und den Brennpunkt schneidet. Aus der Gleichung 2.3 erkennt man sofort, daß aus $\tilde{\mathbf{Q}}_3^\top \mathbf{U}' = 0$

folgt $\lambda' = 0$. Aber $\lambda' = 0$ bedeutet gerade $u_i = u'_i/\lambda' = \infty$. Dies ist genau dann erfüllt, wenn der Punkt U' auf der Brennebene liegt. Nur dann schneidet der durch U' und dem Brennpunkt O verlaufende Strahl die Bildebene nicht und $u = \infty$.

Die durch die Gleichungen $\tilde{\mathbf{Q}}_1^\top U' = 0$ und $\tilde{\mathbf{Q}}_2^\top U' = 0$ beschriebenen Ebenen gehören zu Bildpunkten, bei denen $u'_1 = 0$ bzw. $u'_2 = 0$. Die Schnittgerade dieser beiden Ebenen verläuft durch den Ursprung des Koordinatensystems u'_i und dem optischen Zentrum O der Kamera.

Bildet man den Schnittpunkt aller drei Ebenen $\tilde{\mathbf{Q}}_i^\top U' = 0$ mit $i = 1, 2, 3$, so erhält man genau das optische Zentrum O .

Die Projektionsmatrix \mathbf{P} sei gegeben durch

$$\mathbf{P} := \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{P}} & \tilde{\mathbf{p}} \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

wobei $\tilde{\mathbf{P}}$ eine 3×3 Matrix ist und $\tilde{\mathbf{p}} \in \mathbb{R}^3$ ein Spaltenvektor ist. Natürlich kann man auch die aus \mathbf{P} durch Koordinatentransformation hervorgegangene Matrix $\hat{\mathbf{P}}$ auf diese Weise darstellen. Der Vergleich mit Gleichung 2.4 zeigt, daß $\tilde{\mathbf{p}} = (q_{14}, q_{24}, q_{34})^\top$ und $\tilde{\mathbf{P}}$ durch $\tilde{\mathbf{P}} = (\mathbf{q}_1^\top, \mathbf{q}_2^\top, \mathbf{q}_3^\top)^\top$ gegeben ist.

Unter Berücksichtigung der Beziehung 2.4 erhält man aus den Gleichungen $\tilde{\mathbf{Q}}_i^\top U'_{|U'=U'_O} = 0$ mit $i = 1, 2, 3$ für das optische Zentrum O :

$$\hat{\mathbf{P}} \cdot U'_O = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{P}} & \tilde{\mathbf{p}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_O \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{0}, \quad (2.6)$$

wobei U'_O der Vektor zum optischen Zentrum O in homogenen, U_O selbiger jedoch in karthesischen Koordinaten ist.

Vergleicht man $\begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{P}} & \tilde{\mathbf{p}} \end{pmatrix}$ mit \mathbf{P} in Gleichung 2.3 so ist $\tilde{\mathbf{P}}$ gegeben durch

$$\tilde{\mathbf{P}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1/f \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Es ist leicht einzusehen, daß alle Spalten bzw. Zeilen der 3×3 -Matrix $\tilde{\mathbf{P}}$ linear unabhängig sind, ihr Rang also 3 ist. Dies hat zur Folge, daß diese Matrix invertierbar ist (siehe [FISCHER 1986]), die Lage des optischen Zentrum O kann somit berechnet werden. Nach der Koordinatentransformation wird die Matrix $\tilde{\mathbf{P}}$ nicht mehr die einfache Form aus Gleichung 2.7 haben, die Aussagen bezüglich ihren Rangs bleiben aber erhalten.

Durch Ausführen der Matrixmultiplikation in Gleichung 2.6 erhält man $\tilde{\mathbf{P}} \cdot U_O + \tilde{\mathbf{p}} = \mathbf{0}$. Die Multiplikation der Matrix $\tilde{\mathbf{P}}^{-1}$ von links ergibt dann die gesuchte Gleichung für die Lage des optischen Zentrums:

$$U_O = -\tilde{\mathbf{P}}^{-1} \tilde{\mathbf{p}} \quad (2.8)$$

An dieser Stelle mag es verwundern, daß aus einer Matrix $\hat{\mathbf{P}}$, die nur bis auf einen Skalierungsfaktor bestimmt ist, die karthesischen Koordinaten eines Punktes gewonnen werden. Dies ist aber kein Problem wie man sich leicht klar machen kann, wenn man die Matrix $\hat{\mathbf{P}}$ durch $\lambda \cdot \hat{\mathbf{P}}$ ersetzt. Daraus folgt $\tilde{\mathbf{P}} \mapsto \lambda \tilde{\mathbf{P}}$, $\tilde{\mathbf{p}} \mapsto \lambda \tilde{\mathbf{p}}$ und $\tilde{\mathbf{P}}^{-1} \mapsto \lambda^{-1} \tilde{\mathbf{P}}^{-1}$. Führt man diese Skalierungen in Gleichung 2.8 durch, so fallen die skalaren Faktoren λ weg und U_O bleibt unverändert wie es von Größen in kartesischen Koordinaten verlangt wird.

Von großer Bedeutung ist die Berechnung des *optischen Strahls* S . Dies ist der Strahl, der durch die Lage eines Pixels x' und das optische Zentrum O definiert wird. Es ist möglich diesen Strahl bis ins Unendliche fortzusetzen. Die homogenen Koordinaten dieses im Unendlichen gefundenen Punktes \mathbf{X}_∞ sind dann gegeben durch $(\mathbf{X}_\infty^\top, 0)^\top$. Auch dieser Punkt genügt der Gleichung 2.2, also

$$x' = \mathbf{P} \cdot \mathbf{X}'_\infty = (\tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{p}}) \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{X}_\infty \\ 0 \end{pmatrix} = \tilde{\mathbf{P}} \cdot \mathbf{X}_\infty \quad (2.9)$$

Für den optische Strahl gilt somit in karthesischen Koordinaten:

$$\mathbf{X}_\infty = \tilde{\mathbf{P}}^{-1} x' \quad (2.10)$$

Der optischen Strahl wird im Zusammenhang mit der 3D Rekonstruktion von fundamentaler Bedeutung sein, wie noch in Abschnitt 4.6 zu zeigen sein wird. Ein Punkt \mathbf{X} auf dem optischen Strahl wird dann gegeben durch $\mathbf{X} = \tilde{\mathbf{P}}^{-1}(-\tilde{\mathbf{p}} + \lambda x')$, wobei $\lambda \in [-\infty, \infty]$. Durch Auflösen der Gleichung

$$x' = (\tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{p}}) \cdot \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{P}}^{-1}(-\tilde{\mathbf{p}} + \lambda x') \\ 1 \end{pmatrix} = \tilde{\mathbf{P}} \cdot \tilde{\mathbf{P}}^{-1} \cdot (-\tilde{\mathbf{p}} + \lambda x') + \tilde{\mathbf{p}} \quad (2.11)$$

kann unter der Berücksichtigung, daß in homogenen Koordinaten $x' = \lambda x'$ gilt, die Richtigkeit dieser Aussage überprüft werden.

Wichtig in diesem Zusammenhang ist, daß der Punkt \mathbf{X} auf dem optischen Strahl nicht aus einem Bildpunkt x' gewonnen werden kann, da der skalare Faktor λ nicht bestimmbar ist.

2.2.2 Das vollständige lineare Lochkameramodell

Mit Hilfe der homogenen Koordinaten ist es möglich das Modell der Lochkamera in einer eleganten Weise darzustellen. Wie aus der Abbildung 2.1 zu ersehen ist, liegen dem Kameramodell vier Koordinatensysteme zugrunde. Die Lage des von der Kamera abzubildenden Objekts im Raum wird in den Weltkoordinaten $\mathbf{U}' = (U_1, U_2, U_3, 1)^\top$ angegeben. Durch Translation und Rotation werden diese Koordinaten in die Kamerakoordinaten $\mathbf{X}' = (X_1, X_2, X_3, 1)^\top$ gemäß

$$\mathbf{X}' = \mathbf{M} \cdot \mathbf{U}' \quad (2.12)$$

transformiert. Der Ursprung der Kamerakoordinaten liegt im optischen Zentrum der Kamera und X_3 ist entlang der optischen Achse orientiert. Die Achsen X_1 und X_2 sind parallel zu der Bildfläche ausgerichtet. Die Transformationsmatrix \mathbf{M} ist mit der Translation \mathbf{T} und der Rotation \mathbf{R} in homogenen Koordinaten gegeben durch:

$$\mathbf{M} = \mathbf{T} \mathbf{R} = \begin{pmatrix} \mathbf{1}_3 & \mathbf{T}_3 \\ \mathbf{0}_3^\top & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{R}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3^\top & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_3 & \mathbf{T}_3 \\ \mathbf{0}_3^\top & 1 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Dabei ist $\mathbf{T}_3 \in \mathbb{R}^3$ ein dreidimensionale Translationsvektor, $\mathbf{R}_3 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ eine 3×3 Rotationsmatrix, $\mathbf{1}_3 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ die 3×3 Einheitsmatrix und $\mathbf{0}_3^\top = (0, 0, 0)$.

Die 3×3 Rotationsmatrix \mathbf{R}_3 lässt sich aus einer Rotation um die U_1 -Achse, dann um die U_2 -Achse und schließlich um die U_3 -Achse zusammensetzen. Dabei wird jeweils um die Winkel ω , φ und θ gedreht. Die Rotationsmatrix lautet somit:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_3 &= \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega & \sin \omega \\ 0 & -\sin \omega & \cos \omega \end{pmatrix} \quad (2.14) \\ &= \begin{pmatrix} \cos \theta \cdot \cos \varphi & \cos \omega \cdot \sin \theta + \sin \omega \cdot \sin \varphi \cdot \cos \theta & \sin \omega \cdot \sin \theta - \cos \omega \cdot \sin \varphi \cdot \cos \theta \\ -\cos \varphi \cdot \sin \theta & \cos \omega \cdot \cos \theta - \sin \omega \cdot \sin \varphi \cdot \sin \theta & \sin \omega \cdot \cos \theta + \sin \omega \cdot \sin \varphi \cdot \sin \theta \\ \sin \varphi & -\sin \omega \cdot \cos \varphi & \cos \omega \cdot \cos \varphi \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Gehen die Kamerakoordinaten beispielsweise aus den Weltkoordinaten durch eine Drehung von einem Winkel θ um die U_3 -Achse und einer Verschiebung um $\mathbf{T} = (T_1, T_2, T_3)$ hervor, so lautet die Transformationsmatrix \mathbf{M} :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & T_1 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & T_2 \\ 0 & 0 & 1 & T_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

Die Sensorkoordinaten $\mathbf{x}' = (x_1, x_2, 1)^\top$ ergeben sich durch perspektivische Projektion aus den Kamerakoordinaten $\mathbf{X}' = (X_1, X_2, X_3, 1)^\top$. Mit der bereits in Gleichung 2.3 eingeführten Projektionsmatrix \mathbf{P} lässt sich diese Transformation schreiben als

$$\mathbf{x}' = \mathbf{P} \cdot \mathbf{X}' \quad (2.16)$$

Der Ursprung der Sensorkoordinaten liegt dabei im Hauptpunkt der Kamera und die Achsen liegen entlang der Bildebene.

Werden die Daten mit einer CCD-Kamera gewonnen, so ist noch eine weitere Transformation zu beachten. Durch sie werden die Sensorkoordinaten \mathbf{x}' in die Bildkoordinaten $\mathbf{u}' = (u_1, u_2, u_3, 1)^\top$ transformiert. Der Ursprung der Bildkoordinaten liegt in der linken oberen Ecke des Bildes. Die Transformation ist gegeben durch

$$\mathbf{u}' = \mathbf{B} \cdot \mathbf{x}' \quad (2.17)$$

mit der Transformationsmatrix \mathbf{B}

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{N_x}{S_x} \cdot \alpha & 0 & \frac{N_x}{S_x} \cdot C_x \\ 0 & \frac{N_y}{S_y} & \frac{N_y}{S_y} \cdot C_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

Dabei sind N_x und N_y die Anzahl der effektiven Bildpunkte in horizontaler und vertikaler Richtung, (S_x, S_y) ist die Dimension des effektiven CCD-Sensors und (C_x, C_y) ist die Lage des Hauptpunktes

der Kamera, also der Punkt an dem die optische Achse die Bildebene durchstößt. Der horizontale Skalierungsfaktor α gleicht Fehler aus, die durch ungleiche Synchronisation von Framegrabber und Kamera erzeugt werden können.

Das komplette Kameramodell ergibt sich demnach zu

$$\mathbf{u}' = \mathbf{K} \cdot \mathbf{U}' = \mathbf{B} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{U}' \quad (2.19)$$

2.2.3 Inversion des Lochkameramodells

In der Bildverarbeitung sucht man meist nicht den Bildpunkt zu einem Objektpunkt, sondern versucht umgekehrt die Objektpunkte aus Bildpunkten zu errechnen. Dies kann durch die Inversion des Lochkameramodells erreicht werden.

Das Lochkameramodell 2.19 besteht im Wesentlichen aus zwei affinen Transformationen und einer projektiven Transformation. Aus der linearen Algebra ist bekannt, daß affine Transformationen stets invertierbar sind [FISCHER 1986]. Bereits in Abschnitt 2.2.1 wurde gezeigt, daß auch die Projektion umkehrbar ist. Somit ist natürlich auch die Verknüpfung dieser Transformationen umkehrbar und das inverse \mathcal{K}^{-1} zu dem Kameramodell \mathcal{K} kann angegeben werden:

$$\begin{aligned} \mathcal{K}^{-1} : \{ (u_1, u_2, 1)^\top \in \mathbb{R}^3 \} &\longmapsto \{ (U_1, U_2, U_3, 1)^\top \in \mathbb{R}^4 \} \\ \mathbf{U}' = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{u}' &= \mathbf{M}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{P}}^{-1} \cdot \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{u}' \end{aligned} \quad (2.20)$$

Dabei ist $\tilde{\mathbf{P}}$ bereits in Gleichung 2.5 eingeführt worden.

Obwohl die Transformationen des Lochkameramodells invertierbar sind, so ist es falsch zu denken, man könne den Objektpunkt \mathbf{U} aus dem Bildpunkt \mathbf{u} gewinnen. Die Inversion ist nur in homogenen Koordinaten möglich. Wie aber in Abschnitt 2.1 gezeigt wurde sind die homogenen Koordinaten nur bis auf einen Skalierungsfaktor λ bestimmbar. Aus einem Bildpunkt ist demnach durch Inversion des Lochkameramodells lediglich der optische Strahl rekonstruierbar. In Kapitel 3 werden Methoden aufgezeigt, die es durch zusätzliches Wissen aus dem optischen Strahl einer zweiten Kamera ermöglichen, den Objektpunkt \mathbf{X} durch Geradenschnitt zu bestimmen.

2.2.4 Kameraparameter

Die Matrix \mathbf{M} stellt die Lage der Kamera im Raum der Weltkoordinaten dar. Aus diesem Grund nennt man ihre unabhängigen Elemente auch *externe Kameraparameter*. Insgesamt gibt es sechs externe Kameraparameter, die sich aus den drei Freiheitsgraden des Optischen Zentrums O und den drei Freiheitsgraden der Rotation zusammensetzen.

Neben den externen Parametern beinhaltet das Modell der Lochkamera noch vier *interne Kameraparameter*, die sich aus der Brennweite f , den zwei Freiheitsgraden der Position (C_x, C_y) des Durchstoßpunktes der optischen Achse mit der Bildebene ergeben, sowie dem horizontalen Skalierungsfaktor α . Sie werden durch die Projektionsmatrix \mathbf{P} (2.3) ausgedrückt und durch die Transformation in Bildkoordinaten \mathbf{B} (2.17) gegeben.

Das lineare Lochkameramodell beinhaltet also insgesamt 10 Kameraparameter, die im Rahmen der Kalibrierung zu bestimmen sind.

2.3 Das erweiterte Kameramodell

In vielen Fällen ist das Lochkameramodell eine adäquate Beschreibung der Abbildung. Werden jedoch hohe Genauigkeiten benötigt oder wird mit kurzbrennweitigen Objektiven gearbeitet, so stellt man fest, daß das lineare Modell keine hinreichend gute Beschreibung des Abbildungsvorganges ist.

Aus diesem Grund erweitert man das lineare Lochkameramodell um Eigenschaften, die durch die Verwendung von Linsensystemen als Objektiv entstehen.

2.3.1 Das einfache Linsenkameramodell

Obwohl die Lochkamera mit einer infinitesimal kleinen Lochblende hervorragende optische Eigenschaften aufweist, hat sie doch einen entscheidenden Nachteil. Sie ist einfach zu lichtschwach für reale Anwendungen. Um eine höhere Lichtstärke zu erreichen verwendet man Linsen, die allerdings nicht perfekt hergestellt werden können. Sie weisen daher Abbildungsfehler, wie Abberation und Defokussierung, oder Verzerrungen auf. Durch Zusammenfügen mehrerer Linsen zu einem Linsensystem ist es möglich die Abbildungsfehler zu minimieren, aber ganz vermeiden lassen sie sich meist nicht.

In erster Näherung betrachtet man das Objektiv als ideale dünne Linse. Das Linsenkameramodell lehnt sich im Wesentlichen an das Lochkameramodell an. Im Gegensatz zu diesem wird die Lochblende allerdings durch eine ideale dünne Linse der Brennweite f ersetzt, also durch eine Linse ohne Abbildungsfehler. Die Brennweite einer Linse ist definiert als der Abstand von ihrem Hauptpunkt bis zu dem Brennpunkt.

Die Linsenkamera unterscheidet sich von der Lochkamera hauptsächlich dadurch, daß durch eine Linse nur diejenigen Objektpunkte scharf abgebildet werden, die sich im Abstand der Objektweite d vor dem Hauptpunkt der Linse befinden. Analog zu der Objektweite definiert man die Bildweite f_K als den Abstand des Hauptpunktes der Linse bis zu der Bildebene. Oft wird die Bildweite auch als Kamerakonstante in Anlehnung an die der Lochkamera bezeichnet. Die Linsenbrennweite f , die Kamerakonstante f_K und die Objektweite d sind über die Gauß'sche Linsenformel [HECHT 1987] verknüpft:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_K} + \frac{1}{d} \quad (2.21)$$

Liegt das Objekt im Unendlichen, so sind Linsenbrennweite f und Kamerakonstante f_K äquivalent. Im Allgemeinen weichen sie aber leicht voneinander ab. Mit der Brennweite im Rahmen des Linsenkameramodells meint man daher die Kamerakonstante f_K und bezeichnet sie auch als effektive Brennweite.

2.3.2 Kameramodell mit Linsenfehlern

Das oben beschriebene Linsenkameramodell beschreibt eine reale Kamera weitaus besser als das Lochkameramodell, da es nicht mehr von einer idealen Lochblende ausgeht. Für viele Anwendungen ist es aber noch nicht genau genug, da es nur eine ideale, dünnen Linse modelliert. Leider ist es technisch nicht möglich eine solche ideale Linse herzustellen, so daß Abbildungsfehler beachtet werden

müssen. Um diese Abbildungsfehler hinreichend genau modellieren zu können ist es unerlässlich das Linsenammermodell zu erweitern.

Die bei den meisten kurzbrennweitigen Objektiven am stärksten vertretenen Fehler sind die Verzerrungen. Sie lassen sich in radiale und tangentiale Verzerrungen aufteilen. In Abbildung 2.3 sind sie anhand von synthetischen Bildern illustriert.

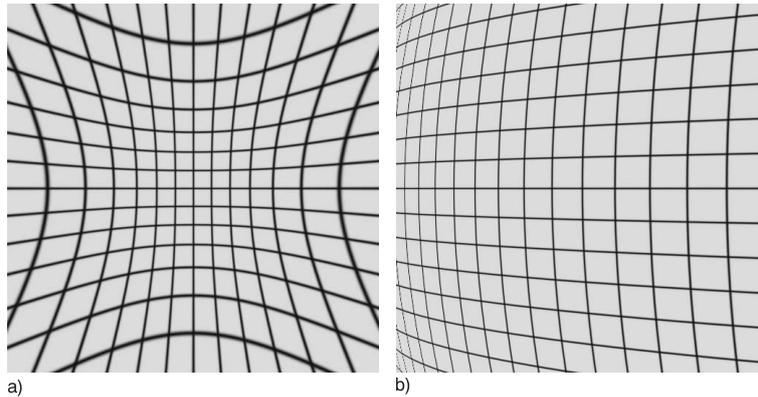


Abbildung 2.3: Die beiden grundsätzlichen Arten der Linsenverzerrung a) Radiale Verzerrung, b) Tangentiale Verzerrung in X -Richtung

Die am weitesten verbreitete Korrektur von Linsenfehlern betrifft die radiale Verzerrung. Diese lässt sich mathematisch gut modellieren. Eine ideale Beschreibung würde aber auf eine unendliche Reihe von Verzerrungskoeffizienten hinauslaufen [SLAMA 1980]. Meist ist die Genauigkeit der Modellierung hinreichend gut, wenn die Entwicklung nach den ersten zwei Koeffizienten abgebrochen wird. Damit ergibt sich der durch radiale Verzerrung entstehende Linsenfehler δu_i^r zu:

$$\delta u_i^r = u_i \cdot (k_1 r^2 + k_2 r^4) + \mathcal{O}(r^6), \quad (2.22)$$

für $i = 1, 2$, r ist definiert als $r = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$. Die radiale Verzerrung ist durch die beiden Parameter k_1 und k_2 gegeben.

Die Formel für die radiale Verzerrung 2.22 offenbart schon das große Problem, welches die Erweiterung des linearen Kameramodells mit sich bringt: Das neue Kameramodell beschreibt eine reale Kamera zwar sehr viel genauer, ist aber nicht mehr durch eine lineare Transformation darstellbar. Die inverse Transformation aus dem Raum der Bildpunkte in den Raum der Objektpunkte kann nicht mehr, wie in Gleichung 2.20 beschrieben, analytisch gelöst werden. Statt dessen müssen iterative Verfahren genutzt werden.

Die verwendeten Objektive bestehen in der Regel aus einem Linsensystem. Die Zentren der Linsenkrümmungen liegen meist nicht exakt kollinear. Dies führt zu einer Verzerrung, die radiale und tangentialen Verzerrung beinhaltet [SLAMA 1980]. Die tangentiale Verzerrung kann folgendermaßen modelliert werden:

$$\begin{pmatrix} \delta u_1^t \\ \delta u_2^t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot p_1 \cdot u_1 u_2 + p_2 \cdot (r^2 + 2 \cdot u_1^2) + \mathcal{O}(r^4) \\ p_1 \cdot (r^2 + 2 \cdot u_2^2) + 2 \cdot p_2 \cdot u_1 u_2 + \mathcal{O}(r^4) \end{pmatrix}. \quad (2.23)$$

Dabei sind p_1 und p_2 die Koeffizienten der tangentialen Verzerrung und r ist wie in Gleichung 2.22 durch $r = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$ gegeben.

Obgleich diese Korrekturen eine recht einfache Form haben, beschreiben sie doch viele Bildfehler hinreichend genau. Prismenverzerrungen, wie sie durch ungenaue Linsenherstellung und -design entstehen können, werden durch zusätzliche tangentiale und radiale Verzerrungen modelliert.

2.3.3 Kameramodell mit Mehrmediengeometrie

Im Rahmen dieser Diplomarbeit sollten Strömungsvorgänge in einem Wind-Wellenkanal untersucht werden. Die Kameras befinden sich jedoch ausserhalb des Wassers, so daß die durch Mehrmediengübergänge hervorgerufenen Effekten bei der Kalibrierung mitberücksichtigt werden müssen.

Aus der geometrischen Optik ist bekannt, daß ein Lichtstrahl bei dem Übergang aus einem Medium mit Brechungsindex n_1 in ein Medium mit Brechungsindex n_2 gebrochen wird, seine Richtung also ändert.

Fällt der Strahl auf Seite des Mediums mit Brechungsindex n_1 unter dem Winkel α_1 auf die Grenzschicht, so kann er im Medium mit Brechungsindex n_2 unter dem Winkel α_2 beobachtet werden. Der Zusammenhang ist durch das Gesetz von Snellius gegeben [GERTHSEN und VOGEL 1995]:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (2.24)$$

Der Objektpunkt, der auf den Bildpunkt abgebildet wird liegt also nicht auf einem Strahl, der optisches Zentrum O und Bildpunkt verbindet, sondern auf einem davon abweichenden Strahl. Die Abweichung ΔX von der geraden Linie ist durch $\Delta X = X_0 - X_n$ gegeben, wobei X_0 dem Punkt am Mehrmediengübergang entspricht wenn beide Medien die gleiche optische Dichte hätten ($n_1 = n_2$), und X_n dem wirklichen Punkt an diesem Übergang. Bei genauer Kenntnis des experimentellen Aufbaus ist es möglich diesen Strahl zu berechnen und so die Mehrmediengeometrie zu berücksichtigen. Die Lösung dieses Problems ist analytisch nicht möglich, weshalb das Fermat'sche Prinzip benutzt wird [GERTHSEN und VOGEL 1995]:

Prinzip von Fermat: Eine Welle läuft zwischen zwei Punkten immer so, daß sie dazu möglichst wenig Zeit braucht.

Aus der Gleichung 2.1 ist zu erkennen, daß bei der projektiven Transformation der Abstand X_3 und die Brennweite f gekoppelt sind, da nur ihr Quotient in das Kameramodell eingeht. Dies hat zur Folge, daß der Abstand nicht hinreichend genau aus der Kalibration erhalten werden kann, womit dieser Ansatz zwangsläufig fehlerbehaftet ist.

[STÖHR 1998] konnte zeigen, daß der Ansatz mit virtuellen Kameras bei weitem genauer ist. Dabei wird nicht die reale Lage der Kameras unter Berücksichtigung der Mehrmediengeometrie berechnet. Vielmehr sucht man eine virtuelle Lage, bei der die durch Mehrmedien hervorgerufenen Effekte durch tangentiale und radiale Verzerrungen kompensiert werden. Durch diese virtuellen Kameras braucht der Mehrmediengübergang nicht weiter berücksichtigt werden. Der Ansatz ist somit nicht von

der speziellen Geometrie abhängig und daher universell einsetzbar. Neben der höheren erzielbaren Genauigkeit zeichnet sich diese Methode auch noch durch eine größere Effizienz aus. Alle Kameraparameter müßten auch für den Multimedienansatz berechnet werden und zusätzlicher Aufwand der Berücksichtigung dieser Geometrie entfällt.

Im Gegensatz zu vielen Anwendungen aus der Robotik wird die Kamerakalibration hier nicht ausgeführt um die genaue Lage der Kameras im Raum zu messen, sondern lediglich um die Objektpunkte der zugehörigen Bildpunkte berechnen zu können. Der Fehler in der genauen realen Position der Kameras in Bezug auf die kalibrierten externen Parameter ist daher irrelevant. Dies und die oben genannten Vorteile rechtfertigen den gewählten Ansatz.

2.4 Bestimmung der Kameraparameter

Nachdem nun einige Kameramodelle wie das Lochkameramodell in Abschnitt 2.2 und das im weiteren verwendete Kameramodell mit Linsenfehlern in Abschnitt 2.3.2 vorgestellt wurden, stellt sich die Frage was man mit diesen Modellen anfangen kann.

Generell gibt es zwei grundlegend verschiedene Ansätze, nämlich mit kalibrierten oder mit unkalibrierten Kameras zu arbeiten. Aus projektiven Strukturen können Informationen wie Koplanarität, Kolinearität und Verhältnissen von Entfernungen gewonnen werden. Wie in Abschnitt 2.1 gezeigt wurde sind alle Größen nur bis auf einen Skalierungsfaktor bestimmbar. Es macht daher keinen Sinn metrische Informationen wie Längen oder Winkel aus diesen Strukturen extrahieren zu wollen.

In praktisch allen Anwendungen, in denen physikalische Aussagen über das zugrundeliegende System gemacht werden sollen, sind möglichst genaue metrische Informationen unverzichtbar. Es ist daher evident, daß nur mit kalibrierten Aufbauten gearbeitet werden kann. Das Kameramodell sollte die verwendeten Kameras hinreichend gut beschreiben und die Kameraparameter durch eine geeignete Methode gewonnen werden. An dieser Stelle wird ein entscheidender Nachteil des Ansatzes offensichtlich: Die Kameras müssen vor der eigentlichen Messung kalibriert werden und dürfen dann nicht mehr verändert werden. Der Aufbau muß demzufolge auch hinreichend stabil sein, so daß sich die Lage der Kameras nicht verändert (externe Kameraparameter) und auch an den Objektiven darf nicht mehr justiert werden (interne Kameraparameter).

In vielen Problemstellungen der Robotik wie Objekterkennung (siehe [SHASHUA 1994]) oder Navigation (siehe [BEARDSLEY et al. 1994] und [ZELLER und FAUGERAS 1994]) sind metrische Informationen überflüssig. Es ist somit möglich unkalibrierte Kameras zu benutzen, wodurch die 'a priori' Kalibrierung entfällt. Das System unterliegt somit nicht Fehlern, die aus der Veränderung der Kameraparameter nach der Kalibrierung resultieren.

Möchte man einen Aufbau kalibrierten, so stellt sich die Frage, wie die Kameraparameter erhalten werden können. Ein direktes Ausmessen ist wegen des grossen meßtechnischen Aufwandes und der möglichen Fehlerquellen nicht praktikabel. Wie in dem Abschnitt 2.3.3 beschrieben, wurde der Ansatz der virtuellen Kameras gewählt. Die realen Kameraparameter sind daher belanglos. Vielmehr sollen sie so gewählt werden, daß die Bildinformationen möglichst genau auf den Objektraum abgebildet werden. Gut geeignet dafür ist der von [HEIKKILÄ und SILVÉN 1996] beschriebene Kalibrationsablauf.

Der Grundgedanke bei der Kalibrierung ist der, daß ein möglichst genau vermessener Kalibrierkörper auf das Bild abgebildet wird. Dort sind die Eichpunkte subpixelgenau zu detektieren. Über eine geeignete Methode werden die Kameraparameter so angepaßt, daß die metrischen Informationen aus den Bilddaten gewonnen werden können. Im Folgenden werden diese Schritte im Einzelnen beschrieben.

2.4.1 Merkmalsextraktion

Um die Kamera kalibrieren zu können ist ein möglichst genaues Eichmuster aufzunehmen. Im weiteren müssen dann die Merkmalspunkte in der Bildebene gefunden werden. Im Rahmen dieser Diplomarbeit wurde als Eichmuster ein Gitter verwendet. Die Gitterpunkte sind dann subpixelgenau bestimmbar. Der hierfür verwendete Algorithmus ist im Wesentlichen von [SCHULTZ 1997] entwickelt worden. Er besteht aus zwei Stufen. Zuerst werden die Gitterpunkte auf etwa ein Pixel genau gefunden. Neben dieser groben Position werden noch die Winkel zwischen den Kreuzlinien ermittelt. Diese Daten werden für die anschließende subpixelgenaue Suche als Startparameter verwendet. Die Kreuzungspunkte werden subpixelgenau gefunden, indem eine Modellfunktion durch eine nichtlineare Version der Methode des kleinsten Quadrates (Levenberg-Marquardt Algorithmus [PRESS et al. 1992]) an die eigentlichen Daten angepaßt wird. Die verwendeten Eichgitter wiesen jedoch nicht die von [SCHULTZ 1997] beschriebene typische Überhöhung am Kreuzungspunkt auf, weshalb eine abgewandelte Funktion $F(x, y)$ als Minimierungsfunktional verwendet wurde.

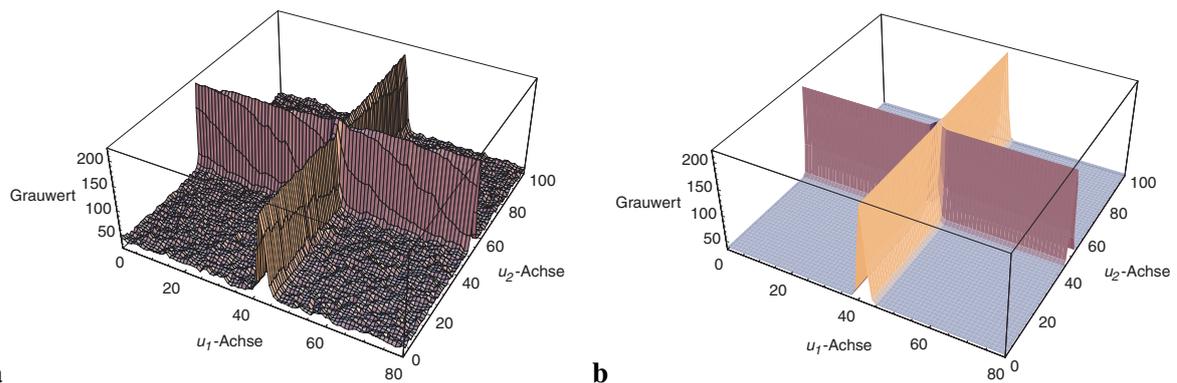


Abbildung 2.4: In **a** ist die Intensitätsverteilung des abgebildeten Gitterpunktes dargestellt und in **b** ist die an die Daten angepaßte analytische Modellfunktion zu sehen.

Diese Funktion lautet:

$$F(x, y) = a - d \cdot \left(1 - e^{-w_1((y-l_2) \cos \theta_1 + (x-l_1) \sin \theta_1)^2} \right) \cdot \left(1 - e^{-w_2((y-l_2) \cos \theta_2 + (x-l_1) \sin \theta_2)^2} \right) \quad (2.25)$$

mit den Parametern

- a Hintergrundmaximum
- d Tiefe der Kreuzlinien
- w_1, w_2 Kehrwert des Quadrates der Breite der Linien
- l_1, l_2 Verschiebung des Kreuzes in x bzw. y -Richtung, relativ zum lokalen Ursprung
- θ_1, θ_2 Winkel zwischen Kreuzlinien und Pixelzeile

Im Gegensatz zu der in [SCHULTZ 1997] beschriebenen Modellfunktion, bei der elf Parameter angepaßt werden müssen, wird die Modellfunktion (2.25) durch nur acht Parameter beschrieben. Dies erhöht die Genauigkeit der angepassten Parameter und ermöglicht eine schnellere Konvergenz. Der Rechenaufwand zwischen den beiden Funktionen unterscheidet sich nur unwesentlich (12 Multiplikationen und 8 Additionen bei [SCHULTZ 1997] und 10 Multiplikationen und 9 Additionen bei 2.25).

2.4.2 Direkte lineare Transformation

Die direkte lineare Transformation (DLT) geht auf [ABDEL-AZIZ und KARARA 1971] zurück. Ihr liegt das Lochkameramodell 2.2 zugrunde, was bedeutet, daß nichtlineare Komponenten wie Verzerrungen nicht beachtet werden.

Um die Parameter der Transformationsmatrix \mathbf{K} aus 2.19 bestimmen zu können schreibt man die Gleichung in der folgenden Form:

$$\begin{pmatrix} \lambda'_i u_{1,i} \\ \lambda'_i u_{2,i} \\ \lambda'_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_{1,i} \\ U_{2,i} \\ U_{3,i} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (2.26)$$

wobei die $i = 0, \dots, N$ für die N Kalibrierpunkte stehen.

Das Ziel der DLT ist nun die Parameter a_{11}, \dots, a_{34} zu lösen. Dabei wird das Gleichungssystem zunächst nach dem Faktor λ'_i aufgelöst, also

$$\begin{aligned} \lambda'_i &= a_{31}U_{1,i} + a_{32}U_{2,i} + a_{33}U_{3,i} + a_{34} \\ \Rightarrow \quad a_{11}U_{1,i} + a_{12}U_{2,i} + a_{13}U_{3,i} + a_{14} - (a_{31}U_{1,i} + a_{32}U_{2,i} + a_{33}U_{3,i} + a_{34})u_{1,i} &= 0 \\ a_{21}U_{1,i} + a_{22}U_{2,i} + a_{23}U_{3,i} + a_{24} - (a_{31}U_{1,i} + a_{32}U_{2,i} + a_{33}U_{3,i} + a_{34})u_{2,i} &= 0 \end{aligned}$$

für alle $i = 0, \dots, N$.

Dieses Gleichungssystem läßt sich durch Matrixschreibweise in der folgenden Form darstellen:

$$\mathbf{L} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{0} \quad (2.27)$$

Dabei ist \mathbf{a} der 12 dimensionale Parametervektor und \mathbf{L} eine $2N \times 12$ Matrix:

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} U_{1,1} & U_{2,1} & U_{3,1} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -U_{1,1} \cdot u_{1,1} & -U_{2,1} \cdot u_{1,1} & -U_{3,1} \cdot u_{1,1} & -u_{1,1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & U_{1,1} & U_{2,1} & U_{3,1} & 1 & -U_{1,1} \cdot u_{2,1} & -U_{2,1} \cdot u_{2,1} & -U_{3,1} \cdot u_{2,1} & -u_{2,1} \\ \vdots & \vdots \\ U_{1,N} & U_{2,N} & U_{3,N} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -U_{1,N} \cdot u_{1,N} & -U_{2,N} \cdot u_{1,N} & -U_{3,N} \cdot u_{1,N} & -u_{1,N} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & U_{1,N} & U_{2,N} & U_{3,N} & 1 & -U_{1,N} \cdot u_{2,N} & -U_{2,N} \cdot u_{2,N} & -U_{3,N} \cdot u_{2,N} & -u_{2,N} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{a} = (a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{14}, a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{24}, a_{31}, a_{32}, a_{33}, a_{34})^\top$$

Damit die 11 freien Parameter (der 12. Parameter ist ein Skalierungsfaktor) des überbestimmte Gleichungssystem 2.27 gelöst werden können, müssen mindestens 6 Kalibrierpunkte zur Verfügung stehen. Durch das Verfahren der kleinsten Quadrate nach Powell kann dann der Parametervektor \mathbf{a} bestimmt werden. Um die triviale Lösung $a_{11}, \dots, a_{34} = 0$ zu vermeiden, wird noch eine Nebenbedingung an \mathbf{a} gestellt. Sie kann entweder als $a_{34} = 1$ oder wie bei [FAUGERAS und TOSCANI 1987] durch $a_{31}^2 + a_{32}^2 + a_{33}^2 = 1$ formuliert werden. Die erste Formulierung hat den gravierenden Nachteil einer Singularität, wenn der eigentliche Wert von a_{34} nahe bei 0 liegt.

Hat man nun das Gleichungssystem 2.27 gelöst, so müssen noch eigentlichen Kameraparameter aus dem Parametervektor \mathbf{a} , der keine physikalische Bedeutung hat, extrahieren.

Betrachtet man die Matrix \mathbf{M} in Gleichung 2.13, so kann man die externen Parameter sofort erhalten. Die Translation $\mathbf{T} = (T_1, T_2, T_3)^\top$ ergibt sich zu:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{14} \\ M_{24} \\ M_{34} \end{pmatrix}$$

Unter Berücksichtigung der Gleichung 2.14 erhält man dann auch die Eulerwinkel ω , φ und θ gemäß

$$\begin{aligned} \varphi &= \arcsin(M_{21}) \\ \omega &= \arcsin\left(-\frac{M_{32}}{\cos \varphi}\right) \quad \text{und} \quad \omega = \arccos\left(\frac{M_{33}}{\cos \varphi}\right) \\ \Leftrightarrow \omega &= \arctan\left(-\frac{M_{32}}{M_{33}}\right) \\ \theta &= \arcsin\left(-\frac{M_{21}}{\cos \varphi}\right) \quad \text{und} \quad \theta = \arccos\left(\frac{M_{11}}{\cos \varphi}\right) \\ \Leftrightarrow \theta &= \arctan\left(-\frac{M_{21}}{M_{11}}\right) \end{aligned}$$

Die internen Kameraparameter ergeben sich auf ähnliche Weise aus den Matrizen \mathbf{B} und \mathbf{P} aus den Gleichungen 2.18 und 2.3.

Als letzten Schritt erfolgt die Dekomposition der Matrix \mathbf{K} in die Matrizen \mathbf{B} , \mathbf{P} und \mathbf{M} (siehe Gleichung 2.19). Dies ist etwas aufwendiger und wird ausführlich in [MELEN 1994] behandelt. Letztendlich erhält man jedoch die internen und externen Kameraparameter aus der DLT.

2.4.3 Nichtlineare Optimierung

Die in Abschnitt 2.4.2 beschriebene direkte lineare Transformation zeichnet sich dadurch aus, daß nur lineare Gleichungssysteme gelöst werden müssen. Für dieses Verfahren spricht demnach ein stabiler Algorithmus der darüberhinaus nicht auf iterativen Methoden basiert und somit geringe Ausführzeiten aufweist. Gerade die Linearität der DLT ist ihr entscheidender Nachteil, nämlich der, daß nichtlineare Effekte wie Verzerrungen keine Berücksichtigung finden. Wie in Abschnitt 2.3.2 beschrieben wurde tragen diese Verzerrungen wesentlich zur Verbesserung der Genauigkeit des Kameramodells bei. Es muß daher eine andere Methode zur Bestimmung der Kameraparameter angewendet werden.

Als gute Methode hat sich in der Praxis die Verwendung einer Fehlerminimierungsmethode mittels „Least-Squares-Schätzer“ erwiesen. Dabei versucht man ausgehend von Startwerten die Parameter in jedem Iterationsschritt so zu verbessern, daß ein Maß für den Fehler minimiert wird. Das Fehlermaß ist dabei gegeben zu

$$\epsilon = \sum_i (\mathbf{u}_i - \mathcal{F}(\mathbf{U}_i))^2, \quad (2.28)$$

wobei \mathbf{u}_i die zum i -ten Kalibrationspunkt gemessenen Bildkoordinaten und $\mathcal{F}(\mathbf{U}_i)$ die durch das Kameramodell berechneten Werte sind.

Zur Minimierung des Residuums ϵ wurde das von [PRESS et al. 1992] stammende Gradientenverfahren angewendet. Damit dieses Verfahren nicht in ein lokales Minimum läuft sind gute Startwerte unerlässlich. Daher schaltet man vor die nichtlineare Optimierung die DLT. Aus ihr erhält man Startwerte für die externen Kameraparameter, sowie für Brennweite f und den Skalierungsfaktor α . Für den Hauptpunkt wird der Bildmittelpunkt angenommen und die Verzerrungsparameter k_1, k_2, p_1 sowie p_2 werden auf 0 gesetzt. Diese meist recht guten Startwerte ermöglichen eine schnelle Konvergenz nach wenigen Iterationsschritten.

Nach der nichtlinearen Optimierung erhält man recht genaue Werte für die 14 dem Kameramodell mit Linsenverzerrung zugrundeliegenden Parameter. Sie setzen sich aus den 10 in Abschnitt 2.2.4 beschriebenen Kameraparametern des Lochkameramodells und den 4 Parametern der in Abschnitt 2.3.2 beschriebenen Linsenverzerrungen zusammen.

Die in diesem Abschnitt beschriebene Methode der Berechnung der Kameraparameter wurde von [STÖHR 1998] implementiert, genauere Informationen bezüglich des Kalibrationsvorganges können dort gefunden werden.

2.4.4 Invertierung des Kameramodells mit Linsenverzerrung

In Abschnitt 2.2.3 wurde bereits die Inversion des Lochkameramodells vorgestellt. Aufgrund der Linearität dieses Modells stellte dies keine weiteren Schwierigkeiten dar. Durch die Berücksichtigung von nichtlinearen Effekten wie Linsenverzerrung ist eine Inversion jedoch nicht mehr möglich.

Über das Kameramodell kann man aus einem Objektpunkt in \mathbb{R}^4 den Bildpunkt in \mathbb{R}^3 berechnen. Dies kann man sich zunutze machen und mittels der Methode des kleinsten Quadrates einen genäheren Objektpunkt \mathbf{U}'_t finden, der den Fehler

$$\epsilon = |\mathbf{u}' - \mathcal{F}(\mathbf{U}'_t)| \quad (2.29)$$

minimiert. \mathbf{u}' ist dabei der gegebene Bildpunkt und \mathcal{F} die Abbildung des Objektpunktes \mathbf{U}'_t .

Genau wie in Abbildung 2.2.3 sind Bildpunkt und Objektpunkt wieder in homogenen Koordinaten gegeben, so daß man durch die Inversion nur den optischen Strahl, nicht aber den genauen Objektpunkt in kartesischen Koordinaten erhält.

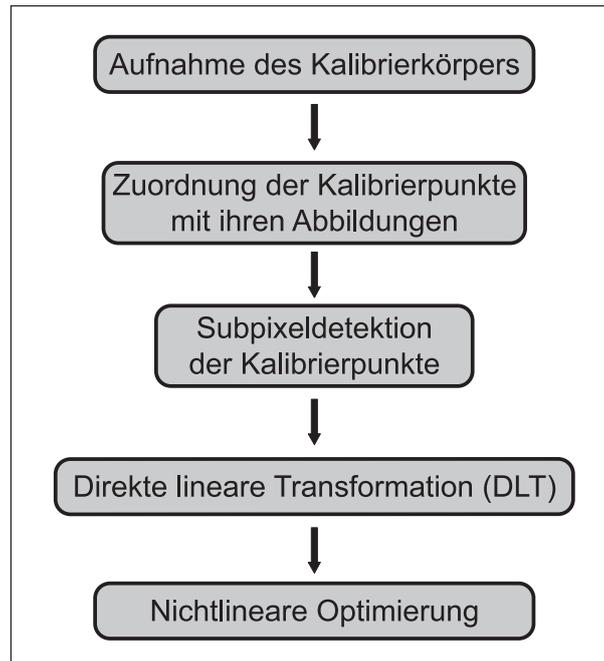


Abbildung 2.5: Die Schritte des Kalibrationsverfahrens.

2.4.5 Das Kalibrationsverfahren

Nachdem in den vorangegangenen Abschnitten auf die theoretischen Aspekte der Kamerakalibration wie Kameramodelle und Auflösung ihrer Parameter eingegangen worden ist, sollen nun die Schritte des in der Praxis verwendeten Kalibrationsverfahren eingegangen werden. Eine Übersicht ist Abbildung 2.5 zu entnehmen.

Um möglichst gute Ergebnisse bei der Kalibrierung zu erhalten, ist ein geeigneter Kalibrierkörper zu wählen. In Abschnitt 2.4.2 wurde gezeigt, daß das Gleichungssystem 2.27 der DLT nur dann gelöst werden kann, wenn mindestens $N = 6$ Kalibrierpunkte gefunden wurden. Dies liegt daran, daß \mathbf{L} eine $2N \times 12$ -Matrix ist. Ihr Rang muß $\text{rang}(\mathbf{L}) = 11$ sein, damit es eine eindeutige Lösung für das Gleichungssystem gibt. Sie ist natürlich nur bis auf einen Skalierungsfaktor $\lambda \in \mathbb{R}$ bestimmt, wie es für homogenen Koordinaten üblich ist.

Mit dieser Anforderung an den Rang der Matrix \mathbf{L} sind nun einige Einschränkungen an die Lage der Kalibrierpunkte gestellt. So kann man allgemein zeigen (siehe [FAUGERAS 1993]), daß für den Rang gilt:

Für N koplanare Eichpunkte mit $N \geq 4$ in einer beliebigen Anordnung, gilt stets $\text{rang}(\mathbf{L}) \leq 8$.

Es ist daher darauf zu achten, daß nicht alle Eichpunkte auf einer Ebene liegen dürfen, da sonst das Gleichungssystem 2.27 nicht eindeutig gelöst werden kann. Geeignete Kalibrierkörper sind somit genau vermessene Würfel mit aufgetragenen Kalibrierpunkten oder Eichgitter an verschiedenen Positionen aufgenommen.

Wie der Abbildung 2.5 zu entnehmen ist, besteht der erste Schritt der Kalibration aus der Aufnahme des Kalibrierkörpers mit den zu kalibrierenden Kameras. Um die durch Rauschen verursachten Unge-

nauigkeiten zu vermeiden, wird man meist Sequenzen von Bildern aufnehmen und mit den gemittelten Bildern weiter arbeiten.

Anschliessend werden die Eichpunkte durch das in Abschnitt 2.4.1 vorgestellte Verfahren subpixelgenau in den Bildern gefunden. Sie werden mit den genau bekannten Weltpunkten korreliert und die DLT aus Abschnitt 2.4.2 mit diesen Paaren aus Objekt- und Bildpunkten gelöst.

Das Ergebnis der DLT wird als Startparameter der nichtlinearen Optimierung in Abschnitt 2.4.3 gesetzt und so die Kameraparameter errechnet.

Kapitel 3

Stereokorrelation

Wie in Kapitel 2 gezeigt wurde, ist die Kalibrierung ein wichtiger Bestandteil der Messung, stellt sie doch den Zusammenhang zwischen Bildkoordinaten u und Weltkoordinaten U her. Aufgrund des projektiven Charakters des Abbildungsprozesses ist es nicht möglich, einen Punkt in Weltkoordinaten $U \in \mathbb{R}^3$ aus seiner Abbildung in Bildkoordinaten $u \in \mathbb{R}^2$ zu rekonstruieren. Dies wurde bei der Inversion des Kameramodells 2.4.4 gezeigt und spiegelt sich in den homogenen Koordinaten 2.1 wider, die nur bis auf einen skalaren Faktor λ angegeben werden können. Es stellt sich nun die Frage, ob es einen Weg gibt, der die eindeutige Rekonstruktion eines dreidimensionalen Weltpunktes aus den zugehörigen zweidimensionalen Bildpunkten ermöglicht. Offensichtlich benötigt man hierfür zusätzliches Wissen.

Durch Kenntnis der Oberflächeneigenschaften eines ausgedehnten Objekts und bekannter Anordnung der Lichtquellen ist es möglich, das Objekt aus einem Bild durch das sogenannte „*Shape from Shading*“ zu rekonstruieren. Wie der Name des Verfahrens schon andeutet, wird aus der Schattierung und Ähnlichem auf die dreidimensionale Form des Objektes geschlossen. Eine ausführliche Beschreibung dieser Technik findet sich in [HORN und BROOKS 1989] und [KRIEGMANN und BELHUMEUR 1998].

In Bildsequenzen kann aus der Bewegung des Objekts auf seine Struktur geschlossen werden. Hier macht man sich unter anderem die unterschiedlichen lokalen Geschwindigkeitsprofile in Abhängigkeit von der Entfernung eines Objektes von der Kamera zunutze. Diese Vorgehensweise wird auch als „*Structure from Motion*“ bezeichnet, die in [ZHANG und FAUGERAS 1992] und [MAYBANK 1993] ausführlich behandelt wird. Natürlich ist auch der umgekehrte Fall denkbar, in dem nicht das Objekt sondern die Kamera eine kontrollierte Bewegung ausführt. Dieses Verfahren ist auch als *dynamische Stereoanalyse* bekannt.

Ein weiteres wichtiges Verfahren ist die *statische Stereoanalyse*. Hier werden zwei Kameras verwendet, womit aus der Disparität¹ der korrelierenden Bildpunkte in den beiden Bildern auf die Lage des Objektes im dreidimensionalen Raum geschlossen werden kann. Die Herangehensweise ist ähnlich der dynamischen Stereoanalyse, die jedoch prinzipbedingt nur auf statischen Objekten ihre Anwendung findet. Bei der statischen Stereoanalyse werden die Bilder mit den Kameras gleichzeitig aufgenommen, was die Anwendung des Verfahrens auch auf sich schnell bewegende Objekte ermöglicht. Oberflächeneigenschaften sind nicht von Belang, weshalb dieses Verfahren prädestiniert für das Particle Tracking ist.

¹Unter Disparität versteht man den euklidischen Abstand zwischen den beiden korrelierenden Bildpunkten.

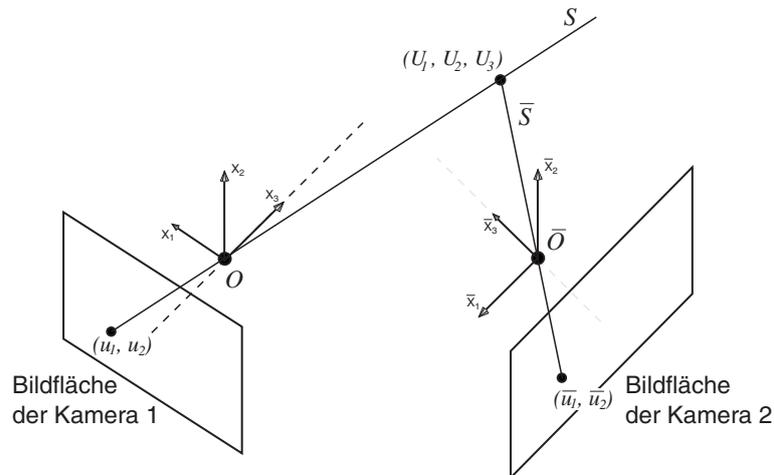


Abbildung 3.1: Geometrie der Stereoaufnahme. Bei Kenntnis der beiden korrespondierenden Bildpunkte $\mathbf{u} = (u_1, u_2)^\top$ und $\bar{\mathbf{u}} = (\bar{u}_1, \bar{u}_2)^\top$ kann der Objektpunkt $\mathbf{U} = (U_1, U_2, U_3)^\top$ rekonstruiert werden

3.1 Rekonstruktion der Objektpunkte mittels Stereo Vision

In Abbildung 2.1 wurde das Kameramodell dargestellt. Diese Abbildung läßt sich für zwei Kameras erweitern. Dabei wird der Objektpunkt \mathbf{U} durch das Kameramodell auf den Bildpunkt \mathbf{u} in der ersten Kamera und $\bar{\mathbf{u}}$ der zweiten Kamera abgebildet. Im Folgenden werden Größen der einen Kamera von denen der anderen durch die quergestrichene Notation ($\bar{\quad}$) unterschieden.

Die Abbildung 3.1 verdeutlicht zwei Probleme die bei der 3D Rekonstruktion auftreten:

1. Aus einem Punkt \mathbf{u} der einen Kamera muß der zugehörige Bildpunkt $\bar{\mathbf{u}}$ der zweiten Kamera bestimmt werden. Dieses Problem ist als *Korrespondenzproblem* bekannt.
2. Aus den beiden korrespondierenden Bildpunkten \mathbf{u} und $\bar{\mathbf{u}}$ soll der zugehörige Objektpunkt \mathbf{U} errechnet werden. Dies ist das *Rekonstruktionsproblem*.

Im idealen Fall, der in Abbildung 3.1 veranschaulicht ist, läßt sich das Rekonstruktionsproblem trivialerweise durch schneiden der beiden optischen Strahlen \mathbf{S} und $\bar{\mathbf{S}}$ lösen. Das Ergebnis hängt entscheidend von der Güte der Kalibration ab. Auch müssen die korrelierenden Bildpunkte exakt bekannt sein. Beide Voraussetzungen sind in der Realität meist nicht erfüllt, so daß sich die beiden Strahlen nicht schneiden, sondern windschief im Raum verlaufen.

Das Problem des Auffindens eines Objektpunktes aus sich nicht schneidenden optischen Strahlen wird als *Triangulation* bezeichnet [HARTLEY und STURM 1997]. Sie wird später zu behandeln sein, so daß im Weiteren von dem idealen Fall sich schneidender Strahlen ausgegangen werden kann.

Das verbleibende Problem bei der 3D Rekonstruktion ist das Auffinden von korrelierenden Bildpunkten in den beiden Kameras.

3.2 Mehrdeutigkeiten des Korrespondenzproblems

Das Auflösen des Korrespondenzproblems ist aufgrund von Mehrdeutigkeiten keinesfalls trivial. Ohne weitere Einschränkungen kann prinzipiell jeder Bildpunkt des ersten Bildes mit jedem Bildpunkt des zweiten Bildes korrespondieren. Um diese Mehrdeutigkeiten aufzulösen sind einschränkende Randbedingungen unerlässlich. Diese lassen sich grundsätzlich in drei Klassen unterteilen:

1. *Geometrische Randbedingungen*: Unter diese Art von Einschränkungen fallen solche, die sich aus der Geometrie des Versuchsaufbaus ergeben. Die Epipolareinschränkung sei hierfür exemplarisch genannt.
2. *Physikalische Randbedingungen*: Sie umfassen zum Beispiel Modelle, wie sich die Objekte mit der Beleuchtung verhalten. Das einfachste und am weitesten verbreitete Modell ist das Lambert'sche Beleuchtungsmodell. Auch Einschränkungen, die sich aus dem zeitlichen Ablauf eines Prozesses ergeben, fallen in diese Kategorie der Randbedingungen.
3. *Objektspezifische Randbedingungen*: Hier sind unter anderem die geometrischen Eigenschaften des Objektes gemeint. So kann zum Beispiel angenommen werden, daß ausgedehnte Objekte lokal durch analytische Funktionen angenähert werden können.

Nicht alle diese Randbedingungen sind für das 3D Particle Tracking anwendbar. Dies liegt im Wesentlichen an dem punkttartigen Erscheinungsbild der Teilchen. Daher können sie meist als ununterscheidbar betrachtet werden.

3.3 Lösungsmöglichkeiten des Korrespondenzproblems

In der Bildverarbeitung hat man sich schon lange mit dem Auflösen der Mehrdeutigkeiten des Korrespondenzproblems beschäftigt [FAUGERAS 1993]. Weit verbreitete Einschränkungen sind unter anderem:

- Die *Epipolareinschränkung*. Sie erlaubt es eine zweidimensionale Suche auf eine eindimensionale zu transformieren.
- Die *Eindeutigkeitsannahme*. Diese Annahme besagt, daß jedes Pixel eines Bildes bis auf wenige Ausnahmen nur mit genau einem Pixel des anderen Bildes korrespondieren kann.
- Die *Intensitätseinschränkung*. Durch sie wird eine Anforderung an die Intensitätswerte von korrespondierenden Bildpunkten gestellt. Beim Lambert'schen Beleuchtungsmodell müssen sie identisch, allgemein sollte ihre Differenz klein sein.
- Die *Ordnungsannahme*. Sie besagt, daß Punkte, die in einem Stereobild auf der Epipolarlinie liegen, in genau dieser Reihenfolge auf der korrespondierenden Epipolarlinie des anderen Bildes liegen.
- Die *Annahme der geometrischen Ähnlichkeit*. Sie beinhaltet das Winkelkriterium und das Längenkriterium. Die Differenz der Längen von korrespondierenden Liniensegmenten bzw. der Winkel zwischen ihnen sollte somit nicht zu groß sein.

- Die *Kontinuitätsannahme*. Die Differenz zwischen der Disparität der korrespondierenden Bildpunkte muß klein sein.

Die bei der 3D PTV verwendete Randbedingungen seien nun beschrieben. Für eine tiefere Abhandlung sei auf [KLETTE et al. 1996] und [FAUGERAS 1993] verwiesen.

3.4 Die Epipolareinschränkung

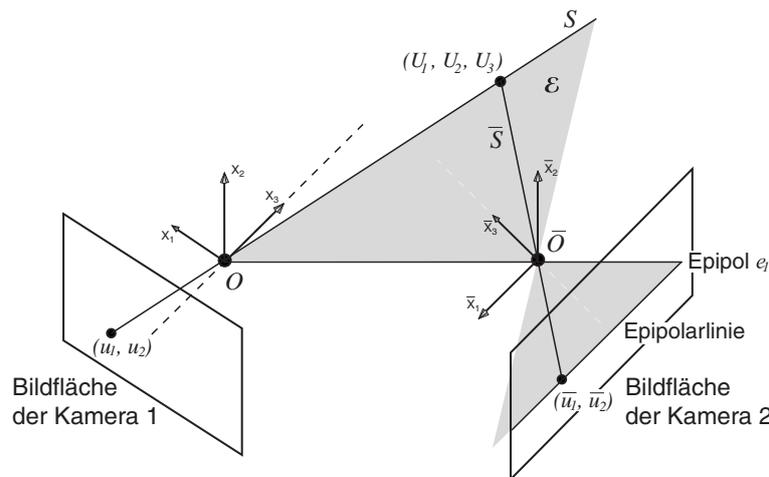


Abbildung 3.2: Die Epipolare geometrie mit der dunkel getönten Epipolarebene \mathcal{E} und dem Epipol e_1

Die Epipolareinschränkung ist wohl die wichtigste der in Abschnitt 3.3 genannten Randbedingungen. Sie zählt zu der Klasse der geometrischen Randbedingungen, da sie allein aus der Anordnung der Kameras resultiert.

Aus der Kalibrierung ist bekannt, daß alle zu einem Bildpunkt u korrespondierenden Objektpunkte auf dem optischen Strahl S liegen müssen. Bildet man diesen optischen Strahl auf die zweite Kamera ab, so erhält man dort auf der Bildebene einen Strahl, der als *Epipolarlinie* bezeichnet wird. Der Objektpunkt kann demnach nur auf ihr abgebildet werden, unabhängig von seiner Lage auf dem optischen Strahl S . Der zu dem Bildpunkt u korrespondierende Bildpunkt \bar{u} muß somit auf eben dieser Epipolarlinie liegen.

An dieser Stelle wird schon der wesentliche Vorteil der Epipolarbedingung deutlich. Mit ihr ist es möglich, den ursprünglich zweidimensionalen Suchbereich auf einen eindimensionalen einzuschränken. Dies verringert den Suchaufwand von einem $n!$ - zu einem n^2 Problem, wenn n die Anzahl der Bildpunkte ist [NETZSCH 1995].

Wie aus Abbildung 3.2 ersichtlich wird, ist die Epipolarlinie die Schnittlinie aus der Epipolarfläche \mathcal{E} und der Bildebene der jeweiligen Kamera. Diese Fläche wird von dem Objektpunkt U und den optischen Zentren O und \bar{O} der beiden Kameras aufgespannt.

Die beiden Enden der Epipolarlinie werden als Epipole e bezeichnet. Sie stellen Grenzen für die Lage des Objekts auf dem optischen Strahl S dar. Aus Abbildung 3.2 wird ersichtlich, daß der erste Epipol e_1 im Wesentlichen die Abbildung des optischen Zentrums O der anderen Kamera ist. Dies ist leicht

einzusehen, da sich der Objektpunkt X nicht zwischen Bildebene und optischen Zentrum befinden kann. Der zweite Epipol e_2 ist die Abbildung des im Unendlichen liegenden Endes des optischen Strahls S . Er liegt seinerseits auch im Unendlichen, so daß die Epipolarlinie durch die Bildgröße begrenzt wird.

Die hier gemachten Anschauungen der Epipolargeometrie sind natürlich symmetrisch für beide Kameras.

Für die Lage der beiden Epipole e_i gibt es im Wesentlichen drei Möglichkeiten:

1. Beide Epipole e_i befinden sich in einem endlichen Abstand von dem Hauptpunkt ihrer Bildebene.
2. Ein Epipol e befindet sich in einer endlichen Umgebung, der andere liegt im Unendlichen.
3. Beide Epipole e_i sind jeweils in einer unendlichen Entfernung zu dem Hauptpunkt zu finden.

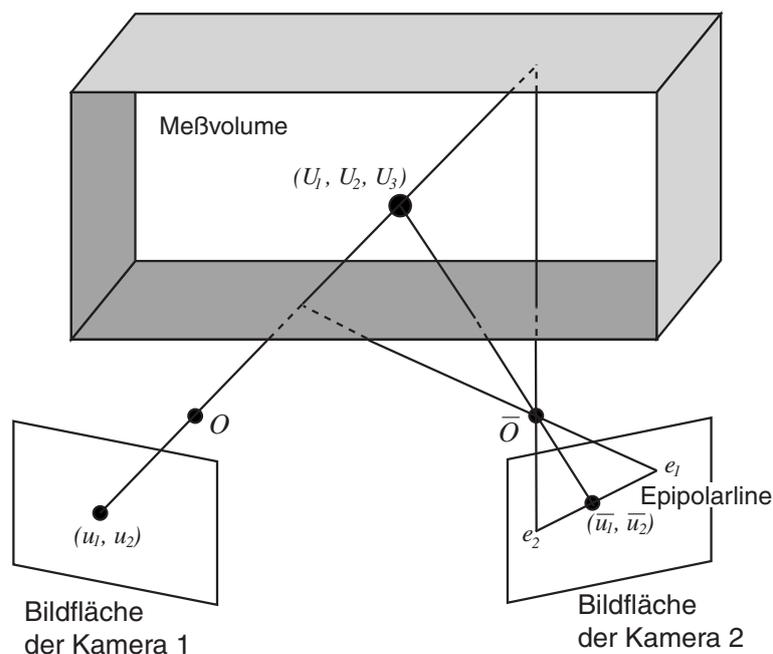


Abbildung 3.3: Die Epipolargeometrie bei einem fest definierten Probevolumen

In der Strömungsvisualisierung betrachtet man meist ein fest vordefiniertes Meßvolumen. Die Kameras sind außerhalb dieses Volumens angebracht, um eine kleinstmögliche Störung auf die physikalischen Vorgänge auszuüben. Dieser Fall ist in Abbildung 3.3 dargestellt.

Die Epipole e_1 und e_2 ergeben sich aus den physikalischen Einschränkungen der Objektposition im dreidimensionalen Ortsraum. Sie sind somit in der Strömungsvisualisierung nicht mehr durch den Punkt im Unendlichen und das optische Zentrum der anderen Kamera gegeben, sondern durch die Begrenzung des Beobachtungsvolumens. Die beiden Epipole e_1 und e_2 können somit durch die Abbildung der Schnittpunkte des optischen Strahls S der einen Kamera mit dem Meßvolumen angegeben

werden, wie in Abbildung 3.3 zu sehen ist. Dies hat zur Folge, daß e_2 nicht mehr im Unendlichen liegen wird wie im allgemeinen Fall. Auch werden die beiden Epipole e_i meist wie in Fall 1 beschrieben in einem endlichen Abstand zu finden sein.

Die so gefundene Verkürzung der Epipolarlinie führt zu einer weiteren Verringerung des Rechenaufwandes da weniger Korrespondenzen überprüft werden müssen und auch die Anzahl der Mehrdeutigkeiten potentiell geringer ist.

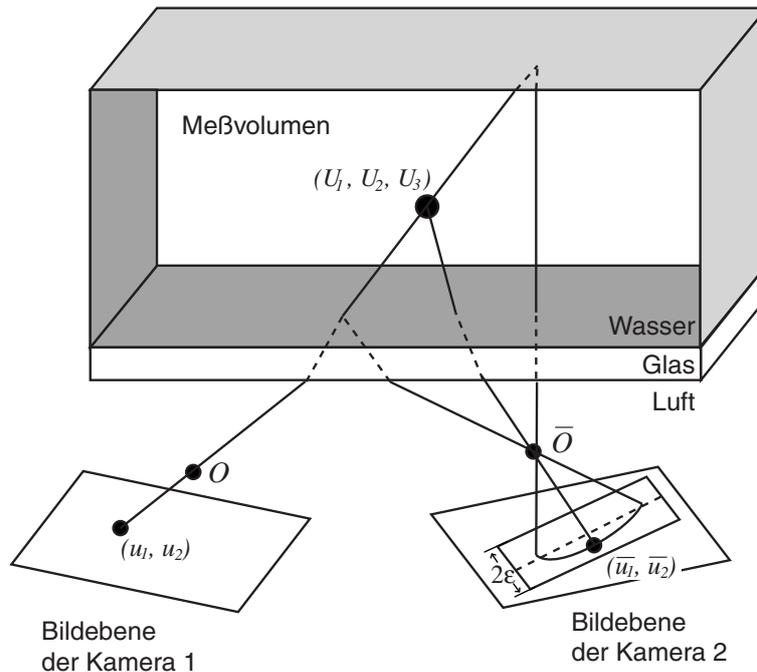


Abbildung 3.4: Die Epipolargeometrie bei der Beobachtung durch mehrere Medien verschiedener optischen Dichte.

Das Meßvolumen wird meist physikalisch durch einen Behälter oder ähnliches eingegrenzt. Seine Wände und das eingeschlossene Volumen weisen meist eine andere optische Dichte auf als die sie umgebende Luft. In dieser Arbeit wurden Strömungen in der wasserseitigen Grenzschicht untersucht. Die Tracerteilchen sind somit in Wasser suspendiert, so daß zwischen Kamera und Objekt mehrere Grenzschichten mit unterschiedlichen Brechungsindizes liegen. Die Aufnahmesituation ist in Abbildung 3.4 skizziert.

Aufgrund der Mehrmediengeometrie wird der optische Strahl je nach Beobachtungswinkel unterschiedlich stark gebrochen. Das führt dazu, daß die Epipolarlinie nicht gerade, sondern gekrümmt ist. Eigentlich müßte die Krümmung berechnet werden und so der genauen Lage der Epipolarlinie Rechnung getragen werden. Wegen des hohen Rechenaufwandes und der meist recht kleinen Krümmung behilft man sich damit, daß man ein Fenster der Breite 2ϵ um die Epipolarlinie legt.

Ein zweiter Grund für die Verwendung eines Epipolarfensters ergibt sich aus dem Aufnahme-prozeß. Aufgrund von Kamerarauschen oder Diskretisierungsfehlern kann die Epipolarlinie nicht genau berechnet werden. Durch das Epipolarfenster können diese Effekte kompensiert werden.

3.4.1 Die Fundamentalmatrix

Mit dem Wissen der Kalibrierung aus Kapitel 2 ist es leicht möglich die Epipolarlinie zu einem Bildpunkt u der anderen Kamera zu berechnen. Eine effiziente Möglichkeit ihrer Beschreibung liefert die sogenannte *Fundamentalmatrix*. Den folgenden Anschauungen liegt das einfache Lochkammermodell ohne Linsenverzerrungen aus Abschnitt 2.2 zugrunde.

Aus Gleichung 2.19 gilt für Kamera 1 und Kamera 2 mit den Abbildungen \mathbf{K} und $\bar{\mathbf{K}}$:

$$u' = \mathbf{K} \cdot U' \quad (3.1a)$$

$$\bar{u}' = \bar{\mathbf{K}} \cdot U' \quad (3.1b)$$

In der Strichnotation ($'$) seien wie schon in Kapitel 2 Größen in homogenen Koordinaten gekennzeichnet.

Die optischen Zentren O und \bar{O} der beiden Kameras ergeben sich gemäß Gleichung 2.6 mit den Projektionsmatrizen $\hat{\mathbf{P}}$ und $\hat{\bar{\mathbf{P}}}$ zu

$$\hat{\mathbf{P}} \cdot U'_O = 0 \quad (3.2a)$$

$$\hat{\bar{\mathbf{P}}} \cdot \bar{U}'_{\bar{O}} = 0 \quad (3.2b)$$

Dabei sind U'_O und $\bar{U}'_{\bar{O}}$ die Koordinatenvektoren der zugehörigen optischen Zentren O und \bar{O} .

Die Epipole e_1 und \bar{e}_1 in den beiden Kameras sind die Abbildungen der optischen Zentren O bzw. \bar{O} der jeweils anderen Kamera. Die Lage U_O des optischen Zentrums O einer Kamera in karthesischen Koordinaten ist nach Gleichung 2.8 zu $U_O = -\tilde{\mathbf{P}}^{-1} \tilde{\mathbf{p}}$ gegeben. Für den Epipol e_1 erhält man somit

$$e'_1 = \bar{\mathbf{P}} \cdot U'_O = \bar{\mathbf{P}} \cdot \begin{pmatrix} U_O \\ 1 \end{pmatrix} = \bar{\mathbf{P}} \cdot \begin{pmatrix} -\tilde{\mathbf{P}}^{-1} \tilde{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Der Koordinatenvektor des Epipols e_1 der zweiten Kamera ist dabei e'_1 .

Der zweite Epipol e_2 wird durch die Abbildung des Punktes im Unendlichen X_∞ von dem optischen Strahl des Bildpunktes x' aus Kamera 1 gegeben. Gemäß Gleichung 2.10 ergibt sich sein Koordinatenvektor e'_2 zu

$$e'_2 = \tilde{\bar{\mathbf{P}}} \cdot X_\infty = \tilde{\bar{\mathbf{P}}} \cdot \tilde{\mathbf{P}}^{-1} \cdot x' \quad (3.4)$$

Wie in Abschnitt 2.2 beschrieben, geht x' aus u' ebenso wie X' aus U' durch eine Koordinatentransformation hervor und wird an dieser Stelle der einfacheren Darstellung wegen benutzt.

Nachdem nun die Koordinatenvektoren der beiden Epipole bekannt sind, ergibt sich die Epipolarlinie aus ihrem Kreuzprodukt wie in Abschnitt 2.1 gezeigt wurde². Dieses Kreuzprodukt $e'_1 \times e'_2$ läßt sich auch schreiben als $e'_1 \times e'_2 = \mathbf{F} \cdot x'$, wobei \mathbf{F} die sogenannte *Fundamentalmatrix* ist. Es handelt sich hierbei um eine 3×3 -Matrix, die gegeben wird durch:

$$\mathbf{F} = \mathbf{E} \cdot \bar{\tilde{\mathbf{P}}} \cdot \tilde{\mathbf{P}}^{-1}, \quad (3.5)$$

²Ein Bildpunkt x' liegt genau dann auf der Epipolarlinie, wenn $x' \cdot (e'_1 \times e'_2) = 0$ gilt. (Siehe Abschnitt 2.1)

wobei \mathbf{E} für die total antisymmetrische 3×3 -Matrix $\mathbf{E}_{\lambda\nu} = \varepsilon_{\lambda\nu\sigma} \cdot \mathbf{e}'_{1,\sigma}$ steht. Dabei gilt $\varepsilon_{\lambda\nu\sigma} = 0$ wenn (λ, ν, σ) keine Permutation von $(1, 2, 3)$ ist. Ansonsten erhält man $\varepsilon_{\lambda\nu\sigma} = \pm 1$ je nachdem ob es sich um eine gerade oder ungerade Permutation von $(1, 2, 3)$ handelt.

Somit läßt sich das Kreuzprodukt $\mathbf{e}'_1 \times \mathbf{e}'_2$ schreiben als $\mathbf{e}'_1 \times \mathbf{e}'_2 = \mathbf{E} \cdot \mathbf{e}'_2$ und man erhält die Formulierung der Fundamentalmatrix in Gleichung 3.5:

$$\mathbf{e}'_1 \times \mathbf{e}'_2 = \mathbf{E} \cdot \mathbf{e}'_2 = \mathbf{E} \cdot \tilde{\mathbf{P}} \cdot \tilde{\mathbf{P}}^{-1} \cdot \mathbf{x}' = \mathbf{F} \cdot \mathbf{x}' \quad (3.6)$$

Der große Vorteil der Fundamentalmatrix ist darin zu sehen, daß sie den linearen Zusammenhang zwischen einem Bildpunkt \mathbf{x}'_1 und seiner zugehörigen Epipolarlinie in homogenen Koordinaten verdeutlicht.

Für jeden Bildpunkt $\bar{\mathbf{x}}'$ in Kamera 2 auf der Epipolarlinie von Bildpunkt \mathbf{x}' in Kamera 1 gilt:

$$\bar{\mathbf{x}}'^T \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{x}' = 0 \quad (3.7)$$

Diese Gleichung wurde erstmals in [LONGUET-HIGGINS 1981] aufgestellt und wird daher als Longuet-Higgins Gleichung bezeichnet.

Sie demonstriert die Symmetrie der Epipolargeometrie. Die Epipolarlinie in der Kamera 1 zu einem Bildpunkt $\bar{\mathbf{x}}'$ in Kamera 2 ist somit durch $\mathbf{F}^T \cdot \bar{\mathbf{x}}'$ gegeben, also durch Transponieren der Longuet-Higgins Gleichung 3.7.

Es gibt zwei grundsätzlich verschiedenen Möglichkeiten die freien Parameter der Fundamentalmatrix \mathbf{F} zu bestimmen. Die erste besteht natürlich darin, sie unter Verwendung der aus der Kalibrierung bekannten Matrizen $\tilde{\mathbf{P}}_1$ und $\tilde{\mathbf{P}}_2$ gemäß Gleichung 3.5 zu errechnen.

Eine weitere interessante Möglichkeit ergibt sich aus der Verwendung der Longuet-Higgins Gleichung 3.7. Aus der Gleichung 3.5 ersieht man, daß $\det(\mathbf{F}) = 0$ sein muß, weil auch $\det(\mathbf{E}) = 0$ ist und darüberhinaus \mathbf{F} eine 3×3 Matrix mit Rang 2 ist. Neben dem Rang 2 ist die Matrix \mathbf{F} nur bis auf einen Skalierungsfaktor bestimmt. Aus den neun Elementen der Fundamentalmatrix sind somit nur sieben Parameter unabhängig.

Wie in [ZHANG 1998] beschrieben gibt es eine Reihe von Möglichkeiten diese freien Parameter aus sieben oder mehr bekannten Punktkorrelationen nach Gleichung 3.7 zu bestimmen. So lassen sich die Kameraparameter allein aus der Kenntnis von mehreren Punktkorrelationen errechnen, was einen neuen Ansatz für die Kalibrierung darstellt. Im Gegensatz zu der in Kapitel 2 beschriebenen Methode der Kamerakalibrierung wird dieser Ansatz auch als *Selbstkalibrierung* bezeichnet [FAUGERAS et al. 1992]. Die Güte dieses Verfahrens hängt entscheidend von der Genauigkeit der gefundenen Punktkorrelationen ab, was neue Probleme aufwirft.

Obleich diese Form der Selbstkalibrierung insofern elegant ist, als keine a priori Kalibrierung von Nöten ist, kann sie doch in Bezug auf Genauigkeit nicht mit der hier verwendeten „traditionellen“ Kalibrierung konkurrieren. Diese absolute Genauigkeit ist in den meisten Anwendungen der Robotik und verwandten Gebieten nicht zwingend erforderlich, so daß sich die Selbstkalibrierung hier einer großen Verbreitung erfreut.

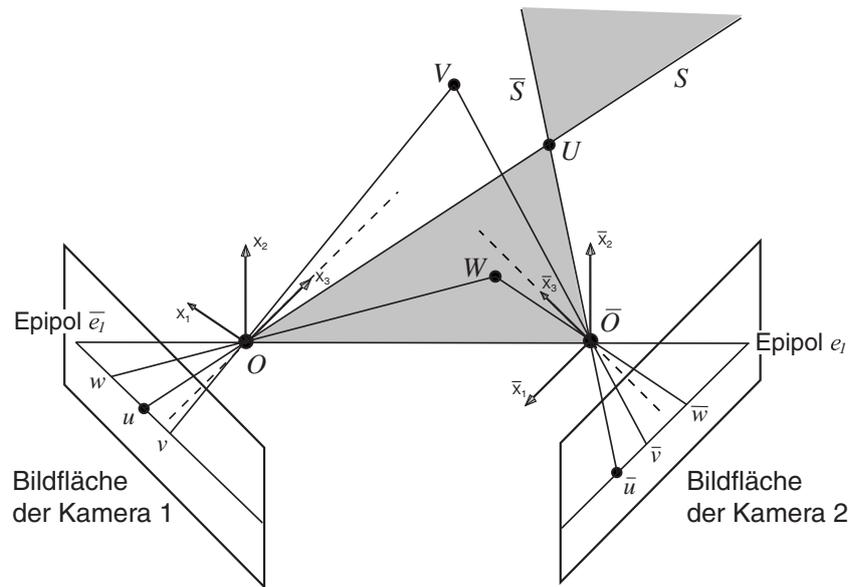


Abbildung 3.5: Die Ordnungsannahme besagt, daß die Objektpunkte entlang der korrespondierenden Epipolarlinien in gleicher Reihenfolge auftreten. In Kamera 1 ist sie u, v , in der Kamera 2 \bar{u}, \bar{v} . Die verbotene Zone ist grau unterlegt. Befindet sich ein Objektpunkt in ihr wie hier W , so ist die Ordnungsannahme nicht erfüllt. Die Reihenfolge ist somit w, u und \bar{u}, \bar{w} in Kamera 1 bzw. Kamera 2.

3.4.2 Die Ordnungsannahme

Die Ordnungsannahme ist ein starkes Kriterium bei der Auflösung von Mehrfachkorrespondenzen in ausgedehnten Objekten. Es wird die Reihenfolge der abgebildeten Punkte entlang der Epipolarlinien betrachtet. Die Ordnungsannahme besagt, daß Punkte, die auf einer Epipolarlinie in dem einen Bild in genau dieser Reihenfolge auf der entsprechenden Epipolarlinie in dem anderen Bild zu finden sind, wie in Abbildung 3.5 verdeutlicht wird.

Es ist darauf zu achten, daß die Richtung auf der Epipolarlinie in beiden Bildern beispielsweise entlang der u_1 -Richtung und nicht ausgehend von dem jeweiligen Epipol e_1 bzw. \bar{e}_1 definiert ist.

Wie aus Abbildung 3.5 zu ersehen ist, gibt es Regionen, in denen die Ordnungsannahme nicht erfüllt ist (in der Abbildung durch einen Grauton unterlegt). Liegen Objektpunkte in diesen „Verbotenen Zonen“, so ist die Ordnungsannahme nicht anwendbar. Bei ausgedehnten undurchsichtigen Objekten kann sichergestellt werden, daß Punkte in diesen Zonen nicht für beide Kameras sichtbar sind. Dieser Fall ist in Abbildung 3.6 dargestellt.

Stammen die Bildpunkte aber von verschiedenen Objekten wie in Abbildung 3.7 zu sehen ist, so wird die verbotene Zone aufgelöst. Die Objektpunkte können sehr wohl in den Bereichen dieser ehemals verbotenen Zonen liegen. Die Ordnungsannahme ist somit nicht mehr anwendbar.

In der 3D PTV visualisiert man punktartige Teilchen, so daß Objektpunkte sehr wohl in der verbotenen Zone liegen können. Die Ordnungsannahme kann daher nicht benutzt werden um Mehrdeutigkeiten aufzulösen.

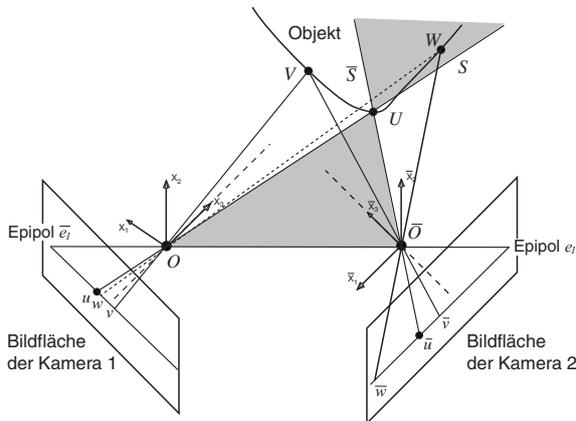


Abbildung 3.6: Die Ordnungsannahme an einem ausgedehntem undurchsichtigen Objekt. Punkte in der verbotenen Zone wie W sind nicht von beiden Kameras aus sichtbar.

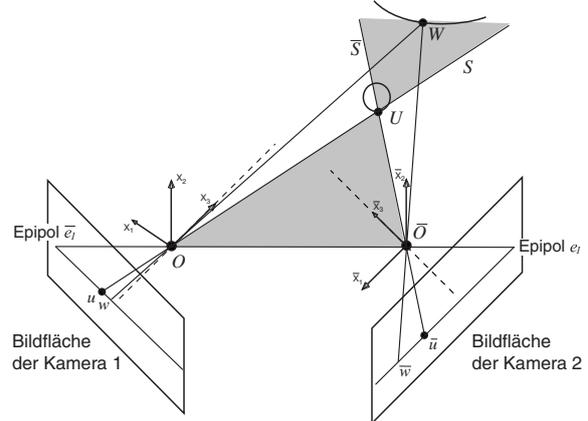


Abbildung 3.7: Die Ordnungsannahme im Fall von mehreren kleinen Objekten. Hier sind Punkte der verbotenen Zone sehr wohl in beiden Kameras abgebildet. Die Ordnungsannahme ist daher nicht anwendbar.

3.4.3 Die Eindeutigkeitsannahme

Die Eindeutigkeitsannahme besagt, daß jeder Bildpunkt höchstens mit genau einem Punkt des anderen Bildes korrespondiert. Eine zentrale Aussage dieser Annahme ist, daß Mehrdeutigkeiten erst dann vollständig gelöst sind, wenn ein Bildpunkt mit genau einem der anderen Kamera korrespondiert. Natürlich wird durch dieses Kriterium auch der Fall abgedeckt, daß ein Punkt in der einen Kamera kein korrespondierenden Bildpunkt der anderen Kamera zugeordnet werden kann, weil er etwa ausserhalb des Bildes liegt.

Man kann sich leicht klar machen, daß dieses Kriterium nur auf undurchsichtige Objekte anwendbar ist. Bei transparenten Körpern ist es nämlich möglich, daß sich zwei Objektpunkte entlang des optischen Strahl einer Kamera befinden, dort somit nur auf einen Bildpunkt abgebildet werden. Bei der anderen Kamera wird das nicht unbedingt der Fall sein, wodurch die beiden Objektpunkte getrennt abgebildet werden. Dem Bildpunkt der einen Kamera entspricht also nicht einer, sondern zwei Punkte in dem anderen Bild.

Dieser Fall tritt zum Beispiel bei der Visualisierung von Blasen auf [STÖHR et al.]. Stellt man die Kameras jedoch so ein, daß die beiden Objektpunkte auch in der zweiten Bildebene auf einen Punkt fallen, so ist die Eindeutigkeitsannahme wieder erfüllt. Durch Verringerung des Winkels zwischen ihnen kann dies erreicht werden.

In der 3D PTV werden punktförmige Tracerteilchen benutzt, so daß die Eindeutigkeitsannahme verwendet werden kann. Die Eigenart des in dieser Diplomarbeit verwendeten Algorithmus besteht darin, daß nicht die einzelnen „Streaks“, sondern die sich aus der gesamten Sequenz ergebenden „Trajektorien“ korreliert werden³. Die Trajektorien werden nicht in einem Bild aufgenommen, sondern ergeben sich aus einer Sequenz von Bildern. Weil aber für jeden Streak die Eindeutigkeitsannahme erfüllt ist, gilt sie auch für die gesamte Trajektorie.

³Die Teilchen werden in den Bildern aufgrund von Bewegungsunschärfe als „Streaks“ abgebildet. Diese Streaks werden durch das 2D PTV zu „Trajektorien“ zusammengesetzt. Dieser Vorgang wird später noch genauer zu behandeln sein.

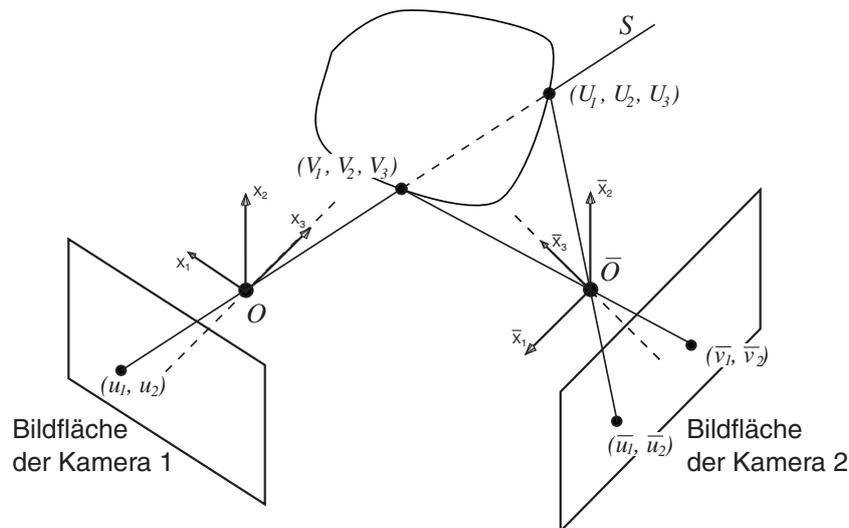


Abbildung 3.8: Die Eindeutigkeitsannahme ist bei durchsichtigen Objekten nicht erfüllt. Zwei Objektpunkte U und V werden auf einen Bildpunkt u der Kamera 1 abgebildet aber auf zwei Bildpunkte \bar{u} und \bar{v} in der anderen Kamera.

Dies stimmt aber nur in dem Idealfall, daß alle Streaks einer Trajektorie in den Bildsequenzen beider Kameras gefunden wurden. In der Realität kann aufgrund von schlechten Aufnahmebedingungen oder Fehlsegmentierungen nicht immer davon ausgegangen werden. Durch eine abgeschwächte Formulierung des Eindeutigkeitskriteriums kann man dem Rechnung tragen.

Eine Trajektorie T_1 sei ein Korrespondenzkandidat zu einer Trajektorie T_2 mit n sich zeitlich überlappenden korrelierten Streaks. Die Anzahl der nicht korrespondierenden Streaks sei durch k gegeben, so daß der zeitlich überlappende Anteil der Trajektorien aus $k + n$ Streaks besteht. Durch die Eindeutigkeitsannahme kann nun gezeigt werden, daß die beiden Trajektorien T_1 und T_2 nur dann korrelieren, wenn $k \gg n$ gilt. Anders ausgedrückt kann ein empirischer Schwellwert K gefunden werden, für den gilt $K = \frac{k}{n}$. Ein bei [NETZSCH 1995] gefundener Wert für K , der in dieser Arbeit bestätigt werden konnte ist $K = 4$.

3.4.4 Die Intensitätseinschränkung

Die Intensitätseinschränkung wird in der Literatur oft auch als „photometric compatibility constraint“ bezeichnet. Diese Einschränkung geht davon aus, daß die Intensitäten der korrespondierenden Bildpunkte ähnlich sind. Gemäß der Intensitätseinschränkung können zwei Bildpunkte nur dann korrespondieren, wenn die absolute Differenz zwischen ihren Intensitätswerten unterhalb einer vorgegebenen Schwelle liegt.

In vielen Anwendungen der Szenenrekonstruktion hat man es mit Objekten zu tun, deren Texturen eine breite Palette von Grauwerten überdecken. Betrachtet man die Grauwerte in einer Umgebung, so wird man oft charakteristische Grauwerte antreffen, mit denen bereits Korrespondenzen aufgestellt werden können.

Bei der 3D PTV sind die verwendeten Teilchen groß im Vergleich zu der Wellenlänge des Lichts. Wie in Kapitel 6 noch zu zeigen sein wird, unterliegt die Winkelabhängigkeit der Streuung im Wesentlichen der Mie-Streuung. Diese Art der Streuung ist stark winkelabhängig. Deshalb kann nicht davon

ausgegangen werden, daß die Intensitäten in den beiden Stereobildern identisch sind. Für die Anwendung dieses Kriteriums müßte daher zuvor ein aufwendiger Abgleich der beiden Kameras erfolgen.

Hinzu kommt noch, daß die Tracerteilchen nahezu identisch aussehen. Bei Anwendung dieses Kriteriums wären die zu erwartenden Erfolge in der Auflösung von Mehrdeutigkeiten eher gering.

Die Intensitätseinschränkung ist somit für die 3D PTV ungeeignet und wird daher nicht verwendet.

3.4.5 Die Annahme der geometrischen Ähnlichkeit

Oft wird das Winkelkriterium und das Längenkriterium zu der Annahme der geometrischen Ähnlichkeit zusammengefaßt. Beide Kriterien entstehen bei der Stereokorrelation von Liniensegmenten.

Dabei besagt das Winkelkriterium, daß die Differenz der Winkel zwischen aufeinanderfolgenden Liniensegmenten in dem einen Bild mit den Winkeln der korrespondierenden Liniensegmenten in dem anderen Bild klein sein muß. Analog dazu besagt das Längenkriterium, daß die Differenz der Längen von korrespondierenden Liniensegmenten klein sein sollte.

Die Stärke des in dieser Arbeit entwickelten Korrelationsansatzes ist darin zu sehen, daß nicht einzelne Streaks miteinander verglichen werden, sondern die aus ihnen zusammengesetzten Trajektorien. Die Trajektorien können auch als aus Liniensegmenten zusammengesetzt betrachtet werden, so daß die Annahme der geometrischen Ähnlichkeit in der 3D PTV angewendet werden kann.

3.4.6 Die Kontinuitätsannahme

Diese Einschränkung gehört zu der Klasse der objektspezifischen Randbedingungen aus Abschnitt 3.2. Ihr liegt die Annahme zugrunde, daß das betrachtete Objekt überall glatt ist.

Ist diese Voraussetzung erfüllt, so kann die Kontinuitätsannahme folgendermaßen formuliert werden: Es sei U der Punkt im dreidimensionalen Objektraum mit den Abbildungen u und \bar{u} auf die beiden Kameras und der Disparität d . Bei einem Objekt mit glatter Oberfläche ist der Nachbarpunkt U_* dicht bei U im Objektraum. Seine Abbildungen u_* und \bar{u}_* sollten demzufolge auch dicht bei den anderen Bildpunkten u bzw. \bar{u} liegen. Entsprechend ist zu erwarten, daß die zugehörige Disparität d_* zwischen den beiden korrelierenden Bildpunkten nicht stark von der Disparität d der Bildpunkte des ersten Objektpunktes U abweicht.

Dieses Kriterium für die Auflösung von Mehrdeutigkeiten der Stereokorrespondenzanalyse ist auf glatte, ausgedehnte Objekte eingeschränkt. Die sehr kleinen Tracerteilchen können bei der Visualisierung nicht als ausgedehnt betrachtet werden. Außerdem soll nicht ihre Form rekonstruiert werden, sondern lediglich die Lage ihres Schwerpunktes im Objektraum. Die Kontinuitätsannahme ist somit für das 3D PTV nicht geeignet und findet daher in dem in dieser Arbeit entwickelten Korrelationsalgorithmus keine Verwendung.

Kapitel 4

Dreidimensionale Particle Tracking Velocimetry

Unter *Particle Tracking Velocimetry* (PTV) versteht man ein in der Strömungsmeßtechnik weit verbreitetes Verfahren. Dabei handelt es sich um eine nichtinversive flächenhafte Methode, bei der Teilchen als Tracer benutzt werden, um die Strömung zu visualisieren. Die Tracer werden mit CCD-Kameras aufgenommen, um bei der späteren Auswertung Methoden der digitalen Bildfolgenanalyse anwenden zu können. Die Kameras werden dabei ohne Belichtungsbegrenzung betrieben, so daß die Teilchen durch ihre Bewegungsunschärfe verschmiert als Streifen abgebildet werden. Diese Streifen werden im Folgenden als „Streaks“ S bezeichnet.

Die Idee des PTV ist nun, die Streaks über eine Bildsequenz zu verfolgen und so zu *Trajektorien* T zusammenzufügen. Aus den Trajektorien, in denen die genaue Lage der Streaks vermerkt sind, können die Geschwindigkeiten der zu untersuchenden Strömungsvolumina extrahiert werden.

4.1 Verschiedene Ansätze für das 3D PTV

Bislang war mit PTV meist 2D PTV gemeint. Dabei wurde ein Lichtschnitt in dem Probevolumen erzeugt, um eine fest definierte zweidimensionale Ebene zu erhalten, in der das PTV angewandt werden konnte. Meist weisen die Teilchen jedoch Bewegungskomponenten senkrecht zu dem Lichtschnitt auf, so daß dieser ausreichend dick gewählt werden mußte um die Teilchen hinreichend lange verfolgen zu können [ADAMCZYK und RIMAI 1988].

Um von dieser Problematik des Lichtschnitts unabhängig zu werden und die realen dreidimensionalen Strömungen erfassen zu können, sind die Bemühungen groß, das PTV auf eben diese drei Dimensionen zu erweitern. Dabei gibt es im Wesentlichen zwei verschiedene Ansätze, die sich in der Reihenfolge der auszuführenden Schritte unterscheiden:

- Aus den Bildern der verschiedenen Kameras werden zuerst die stereoskopischen Korrespondenzen mit den in Kapitel 3 aufgezeigten Methoden aufgelöst. Die Lage der Teilchen kann dann in den Objektraum rekonstruiert werden. Hier wird anschliessend das PTV angewendet [MAAS et al. 1993].

- In den aufeinanderfolgenden Bildern einer Kamera werden zuerst die Korrespondenzen eines Teilchens gelöst, also das 2D PTV angewendet. Die so erhaltenen Trajektorien werden dann zwischen den Kameras korreliert und somit ihre Lage im Objektraum rekonstruiert [NETZSCH 1995].

Um für die zu untersuchende Strömung eine möglichst hohe örtliche Auflösung erreichen zu können, wird man versucht sein, die Messung mit großen Teilchendichten durchzuführen. Dabei ist natürlich zu beachten, daß eine zu hohe Teilchendichte vermieden werden muß, bei der Teilchen-Teilchen Wechselwirkungen nicht mehr vernachlässigbar sind [BANGS].

Die abgebildeten Teilchen weisen keine individuellen Objekteigenschaften auf, so daß die Anzahl der Mehrdeutigkeiten bei der stereoskopischen Korrespondenz quadratisch mit der Teilchendichte ansteigt. Das hat zur Folge, daß man bei der Verwendung der ersten Methode auf drei oder mehr Kameras angewiesen ist (siehe auch [MAAS et al. 1993]). Natürlich muß man daher einen weitaus größeren experimentellen und algorithmischen Aufwand in Kauf nehmen.

Aus diesem Grund sei hier der von [NETZSCH 1995] skizzierte Weg verfolgt, bei dem zuerst die 2D PTV durchgeführt wird. So erhält man aus Teilchen ohne individuelle Eigenschaften Trajektorien, die sich sehr wohl in Form und Länge unterscheiden. Es stehen somit Informationen aus nicht nur einem Bild, sondern aus der gesamten Sequenz zur Verfügung. Ein weitaus einfacherer Versuchsaufbau mit nur zwei Kameras ist ausreichend, um die meisten Mehrdeutigkeiten korrekt auflösen zu können.

An dieser Stelle sei noch einmal erwähnt, daß sich die beiden Ansätze durch ihre Anforderungen an die verwendeten Algorithmen unterscheiden. Der von [MAAS et al. 1993] verfolgte Ansatz stellt sehr hohe Anforderungen an die stereoskopische Korrespondenzsuche, die mit zwei Kameras nicht eindeutig lösbar ist. Dafür ist das anschließende PTV einfacher, weil Okklusionen vermieden werden und somit das Problem der richtigen Korrespondenzfindung bei Teilchenbahnkreuzungen nicht auftritt.

Anders ist es bei dem in dieser Diplomarbeit verwendeten Algorithmus. Hier müssen zuerst im Rahmen der 2D PTV die zeitlichen Korrespondenzen in einer Bildsequenz gefunden werden, was im zweidimensionalen aufgrund von Okklusionen aufwendiger ist. Dafür kann auf ein robustes, in der Arbeitsgruppe entwickeltes und langwierig erprobtes Verfahren für das 2D PTV zurückgegriffen werden [HERING 1996].

Abschliessend läßt sich sagen, daß das hier verwendete Verfahren weniger Hardware- und Rechenintensiv wie das von [MAAS et al. 1993] favorisierte ist. Dafür können aber auch nicht so viele stereoskopische Korrespondenzen aufgefunden werden und in den Objektraum rekonstruiert werden. Die gefundenen Korrespondenzen sind dafür aber sicherer.

Bevor der rechenintensive Rekonstruktionsalgorithmus ausgeführt wird kann auch schon eine Vorauswahl getroffen werden, so daß z.B. nur Trajektorien einer bestimmten Länge oder Geschwindigkeit rekonstruiert werden.

4.2 Übersicht über das 3D PTV

Die einzelnen Schritte des 3D PTV sind in Abbildung 4.1 skizziert. Der eigentlichen Messung geht natürlich eine wie in Abschnitt 2.4.5 beschriebene Kalibrierung voran. Im Folgenden wird von kalibrierten Kameras ausgegangen, interne wie externe Parameter beider Kameras sind demnach bekannt, so daß nicht näher auf den Kalibrierungsprozess eingegangen werden muß.

Die Visualisierung der Teilchen sowie die Bildaufnahme sind versuchsspezifisch, so daß diesbezüglich auf andere Stellen dieser Arbeit verwiesen sei. Zu beachten ist nur, daß die Teilchen möglichst kontrastreich abgebildet werden sollten. Weil kein Lichtschnitt mehr verwendet wird, ist das Probenvolumen entweder durch seine physikalische Begrenzung oder durch den Tiefenschärfenbereich der Kameras gegeben. Diese sollten auf die zu beobachtenden Phänomenen angepaßt sein.

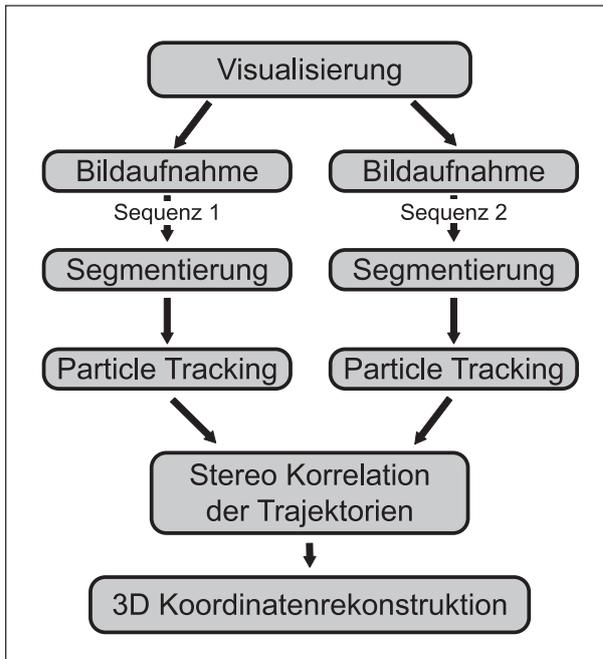


Abbildung 4.1: Die einzelnen Schritte des 3D PTV, wobei die vorangehende Kalibrierung nicht dargestellt ist.

Aus den Disparitäten, die die korrelierten Trajektorien aufweisen, kann die genaue Lage im Objektraum bestimmt werden. Hierfür stehen viele in der Bildverarbeitung bekannte Verfahren zur Verfügung [ROTHWELL et al. 1995].

4.3 Segmentierung

Bei der Segmentierung wird für jedes Pixel entschieden, ob es zu einem Streak gehört oder nicht. Aus der Segmentierung resultiert somit ein Binärbild nach der Vorschrift

$$g_s(\mathbf{u}) = \begin{cases} 1 & : \mathbf{u} \in \text{Objekt} \\ 0 & : \mathbf{u} \in \text{Hintergrund}, \end{cases}$$

wobei $g_s(\mathbf{u})$ für den Grauwert des segmentierten Bildes an der Pixelposition \mathbf{u} steht.

Prinzipiell teilt man die verschiedenen Verfahren der Segmentierung in vier Klassen ein:

- *Pixelbasierte Methoden:* Hier wird nur der Grauwert eines einzelnen Pixels betrachtet. Informationen aus der Nachbarschaft werden nicht genutzt.

Das eigentlichen Particle Tracking kann nicht direkt auf dem Bildmaterial angewendet werden. Zuerst wird das Ausgangsbild durch ein geeignetes Verfahren in ein binäres Bild überführt. Pixel, die zu einem Streak gehören, sind durch den Wert 1 hervorgehoben, die anderen Pixel werden auf 0 gesetzt. Dieses Verfahren ist in der Bildverarbeitung als *Segmentierung* bekannt.

Mit den so erhaltenen Binärbildern, die auch als Masken bezeichnet werden, kann im nächsten Schritt das 2D PTV durchgeführt werden. Die Streaks in Bild n werden mit den Streaks in Bild $n + 1$ korreliert und zu Trajektorien zusammengefaßt.

Die aus dem 2D PTV erhaltenen Trajektorien können dann durch die in Kapitel 3 beschriebenen Methoden korreliert werden, wodurch man eine Liste aus korrelierenden Trajektorien erhält. Bis zu diesem Schritt wurden die beschriebenen Algorithmen getrennt auf die Sequenzen der beiden Kameras angewendet.

- *Regionenorientierte Verfahren:* Im Gegensatz zu pixelbasierten Verfahren werden nicht nur die Grauwerte eines einzelnen Pixels, sondern die einer zusammenhängenden Region betrachtet.
- *Kantenbasierte Methoden:* Bei dieser Art der Segmentierung werden Kanten erkannt. Es wird versucht ihnen zu folgen und somit Objekte zu erkennen.
- *Modellbasierte Segmentierung:* Bei Kenntnis der geometrischen Form der Objekte bietet sich dieses Verfahren an, bei dem das mathematische Modell bestmöglich an die Bilddaten angepaßt wird und somit eine Trennung der Objektdaten vom Hintergrund ermöglicht wird.

Eine ausführliche Diskussion mit Vor- und Nachteilen der einzelnen Segmentierungsmethoden findet sich in [JÄHNE 1997].

An die Segmentierung für das PTV sind im Wesentlichen zwei Anforderungen zu stellen:

- Sie sollte robust gegen verrauschte und ungleichmäßig ausgeleuchtete Bilder sein.
- Wegen der Kontinuität des *optischen Flusses* $\frac{\partial g}{\partial t} + \mathbf{f} \nabla g = 0$ ¹ werden die Teilchen in Abhängigkeit ihrer Geschwindigkeit mit unterschiedlichen Grauwerten abgebildet. Die Streaks langsamer Teilchen sind kurz und hell, die schneller Teilchen lang und dunkel. Die Segmentierung muß somit an diese Begebenheit angepaßt sein.

Aus der Betrachtung der Kontinuität des optischen Flusses ist zu entnehmen, daß pixelorientierte Segmentierungsverfahren für das PTV ungeeignet sein werden. Stellt man die Häufigkeitsverteilung der Grauwerte des Bildmaterials in Form eines Grauwertistogramms dar, so ist nicht der bimodale Verlauf erkennbar, wie er für pixelorientierte Verfahren nötig ist. Auch [WIERZIMOK 1991] hat gezeigt, daß Segmentierungsverfahren, die auf einer globalen Schwelle basieren, für die Erkennung von Teilchen in Strömungsbildern ungeeignet sind.

4.3.1 Lokale Orientierung

Die Tracerteilchen werden aufgrund ihrer Bewegungsunschärfe bei den Kameras ohne Belichtungsbegrenzung als Streaks abgebildet. Dies legt den Ansatz der *lokalen Orientierung* bei der Segmentierung nahe [JÄHNE 1997].

Die Grundidee der lokalen Orientierung ist, daß eine gerichtete Grauwertstruktur im Fourierraum auf eine schmale Verteilung der spektralen Energie $G(\mathbf{k})$ konzentriert wird. Stellt man sich die spektrale Energieverteilung $|G(\mathbf{k})|^2$ als Dichteverteilung eines starren Körpers vor, so ist dieser in die Richtung orientiert, in der er das minimale Trägheitsmoment besitzt. Die lokale Orientierung läßt sich somit auf die Berechnung der Eigenwerte und Eigenvektoren des Trägheitstensors \mathbf{J} zurückführen. Transformiert man den Trägheitstensor der spektralen Energieverteilung zurück in den Ortsraum, so ergibt sich für seine Elemente

$$J_{pq} = \int \left(\frac{\partial g(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}_p} \right)^2 \delta_{pq} - \frac{\partial g(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}_p} \frac{\partial g(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}_q} d^n x \quad (4.1)$$

¹Dabei steht \mathbf{f} für den optischen Fluß, g für den Grauwert. Siehe [JÄHNE 1997] für eine tiefergehende Betrachtung.

Dabei wird über ein Fenster integriert. Der Vorteil dieser Methode besteht darin, daß die zeitaufwendige Fouriertransformation entfällt.

Aus diesen Elementen des Trägheitstensors kann ein vektorieller Orientierungsoperator \mathbf{o} nach [BIGÜN und GRANLUN] eingeführt werden:

$$\mathbf{o} = \begin{pmatrix} J_{xx} - J_{yy} \\ 2 \cdot J_{xy} \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

Durch den Betrag dieses Orientierungsvektors $|\mathbf{o}|$ erhält man ein Bestimmtheitsmaß der lokalen Orientierung.

Für die Segmentierung bietet es sich an, einen Schwellwert für dieses Bestimmtheitsmaß der lokalen Orientierung zu setzen, so daß man erhält:

$$g_{\text{ori}}(\mathbf{u}) = \begin{cases} 1 & : |\mathbf{o}(\mathbf{u})| > K_{\text{ori}} \cdot |\mathbf{o}_{\text{max}}| \\ 0 & : |\mathbf{o}(\mathbf{u})| \leq K_{\text{ori}} \cdot |\mathbf{o}_{\text{max}}| \end{cases} \quad (4.3)$$

Dabei ist K_{ori} eine heuristische Schwelle für die Segmentierung und $|\mathbf{o}_{\text{max}}|$ das Maximum des Absolutbetrages des Orientierungsvektors.

4.3.2 Regionenwachstumsverfahren

Ein weit verbreitetes regionenorientiertes Segmentierungsverfahren stellt das *Regionenwachstumsverfahren* dar. Für eine ausführliche Betrachtung sei auf [JAIN 1986] verwiesen.

Generell zeichnet sich dieses Verfahren dadurch aus, daß das Bild in Regionen gleichen Merkmals, also etwa gleichen Grauwerts, unterteilt wird. Ähnliche benachbarte Regionen werden in einem folgenden Schritt solange miteinander verbunden, bis sich die Merkmale angrenzender Regionen stark genug voneinander unterscheiden.

Das Verfahren wurde von [WIERZIMOK et al. 1992] auf die Segmentierung von Streaks optimiert. Dabei wird das Bild zunächst nach lokalen Grauwertmaxima abgesucht und so Kandidaten für Objektpunkte identifiziert. Ein Kandidat wird dann als Objektpixel akzeptiert, wenn die Breite des Grauwertpeaks in einem vorgegebenen Intervall liegt. Es folgt das eigentliche Regionenwachstum, bei dem eine quadratische $n \times n$ -Umgebung so lange vergrößert wird, bis kein weiterer Objektpunkt gefunden wird. Kriterien für Objektpunkte sind

- *Grauwert*: Der Grauwert jedes Objektpunktes muß über einer lokalen Schwelle liegen, die für jeden Streak individuell angepasst wird.
- *Konnektivität*: Es wird gefordert, daß das gefundene Objekt zusammenhängend ist. In einer 8er Nachbarschaft muß sich daher ein weiterer Objektpunkt befinden.

Diese Kriterien sind ausreichend um meist recht gute Ergebnisse bei der Segmentierung zu erreichen. Bei sehr langen Streaks kann es jedoch zu Fragmentierungen kommen, die Streaks brechen auseinander.

4.4 2D PTV

Der verwendete 2D PTV Algorithmus ist von F. Hering entwickelt worden, so daß an dieser Stelle nur die wesentliche Vorgehensweise skizziert ist. Für eine tiefergehende Darstellung des Verfahrens sei auf [HERING 1996] verwiesen.

Das 2D PTV beruht grundsätzlich auf den folgenden drei Teilschritten:

- *Labeling*: In diesem Schritt werden die segmentierten Pixel zu Objekten zusammengefaßt.
- *Lagebestimmung der Teilchen*: Um genaue Angaben über die Position und Geschwindigkeit der Teilchen machen zu können wird ihr Schwerpunkt subpixelgenau bestimmt.
- *Auflösen des Korrespondenzproblems*: Ähnlich dem 3D PTV, in dem Korrespondenzen zwischen den Stereobildern aufgelöst werden müssen, werden hier die zeitlichen Korrespondenzen in den Folgebildern gesucht.

Nachdem die Bildsequenz segmentiert wurde erhält man in Binärbildern die Pixel der Streaks von dem Hintergrund abgetrennt. Die Aufgabe des 2D PTV ist es, einzelne Streaks als Objekte zu verfolgen. Die zu einem Objekt gehörenden Pixel des Binärbildes müssen somit zusammengefaßt und eindeutig markiert werden. Dieser Schritt wird als sogenanntes *Labeling* bezeichnet. Mit der in [HERING et al. 1996] vorgestellten Modifikation des bekannten *flood-fill Algorithmus* werden die Pixel Objekten zugeordnet und erhalten eine Etikette $g_l(\mathbf{u})$ gemäß

$$g_l(\mathbf{u}) = \begin{cases} i & : g_s(\mathbf{u}) = 1 \in \text{Objekt } i \\ 0 & : g_s(\mathbf{u}) = 0 \end{cases},$$

wobei $g_s(\mathbf{u})$ der Grauwert des binären Bildes aus der Segmentierung ist.

Sind die Tracerteilchen durch Segmentierung und Labelling in dem Bildmaterial erkannt und eindeutig zugeordnet, so ist es möglich, die genaue Lage der Streaks in den Bildern zu identifizieren. Dies wird über den *Grauwertschwerpunkt* erreicht, der eine subpixelgenaue Lagebestimmung \mathbf{u} zuläßt. Ist der Streak aus N Pixeln zusammengesetzt, so ergibt sich seine Position \mathbf{u} durch

$$\mathbf{u} = \frac{\sum_{i=1}^N \mathbf{u}_i \cdot g(\mathbf{u}_i)}{\sum_{i=1}^N g(\mathbf{u}_i)}, \quad (4.4)$$

dabei ist $g(\mathbf{u}_i)$ der Grauwert des i -ten Pixels an der Stelle \mathbf{u}_i .

Die Lösung des *Korrespondenzproblems* ist vor ähnliche Schwierigkeiten gestellt wie das in der 3D PTV auftretende Korrespondenzproblem zwischen den Stereobildern. Dies liegt daran, daß Tracerteilchen als nahezu ununterscheidbare Teilchen betrachtet werden können, die sich unabhängig voneinander bewegen. Als wichtige Eigenschaft kann ihre Abbildung als Streaks nutzbar gemacht werden. Wie in [HERING 1996] beschrieben, werden die Kameras ohne Belichtungsbegrenzung betrieben, so daß sich die Streaks in aufeinanderfolgenden Bildern meist überdecken. Ist dies nicht der Fall, weil

die Teilchen zum Beispiel zu schnell sind, so ist es möglich die Ränder der Streaks durch *morphologische Operationen* aufzuweiten. Hierfür wird der in [JÄHNE 1997] beschriebene Dilatationsoperator verwendet, der auf Binärbildern gegeben wird durch

$$g(\mathbf{u}) = \bigvee_{\mathbf{u}'=-R}^R \mathcal{M}_{\mathbf{u}'} \wedge g'(\mathbf{u} + \mathbf{u}'), \quad (4.5)$$

\mathcal{M} ist dabei eine symmetrische $(2R + 1) \times (2R + 1)$ -Maske, deren Koeffizienten alle auf eins gesetzt sind. Die Zeichen \vee und \wedge stehen für die logischen ODER bzw. UND Operatoren. Das Ergebnis dieser Faltung ist daher immer eins, wenn sich ein Objektpixel mit dem Wert Eins in der Maske befindet, ansonsten ist es null. Das Objekt wird somit wie gewünscht durch diese Faltung ausgedehnt. Aus dem so gefundenen Überlappungsbereich resultiert ein mächtiges Kriterium für das Auffinden von Korrespondenzen.

Bei hohen Teilchendichten oder großen Geschwindigkeiten kann es passieren, daß dieses Kriterium allein nicht ausreicht um alle Mehrdeutigkeiten aufzulösen. Es müssen zusätzliche Teilcheneigenschaften wie Grauwertsumme und Streakfläche mit einbezogen werden. Aus der Orientierung und Länge ist es auch noch möglich, die Geschwindigkeit des Teilchens abzuschätzen, bzw. ein Suchfenster im folgenden Bild anzugeben. Durch diese Techniken können selbst bei sehr hohen Dichten die Teilchen noch richtig verfolgt werden.

4.5 Stereokorrespondenzsuche

Nachdem die oben beschriebenen Verarbeitungsschritte wie Segmentierung, Labeling und Tracking auf jeder Bildsequenz getrennt durchgeführt wurden, werden in diesem Schritt die korrespondierenden Trajektorien korreliert. Der hierfür verwendete Algorithmus basiert auf Überlegungen von [NETZSCH 1995].

Die Vorgehensweise besteht dabei darin, daß in einem ersten Schritt alle potentielle Kandidaten vermerkt werden. Besonders bei hohen Teilchendichten treten hier oft Mehrdeutigkeiten auf. Durch die Anwendung von Zusatzkriterien können diese meist aufgelöst werden, so daß am Ende nur Paare von korrelierenden Trajektorien übrig bleiben. Damit ist die Stereokorrespondenzsuche beendet.

4.5.1 Kandidatensuche

In einem ersten Schritt zur Auffindung von Stereokorrespondenzen wird eine Liste von möglichen Korrespondenzkandidaten aus den 2D PTV Trajektorien aufgebaut. Die hierfür aus dem 2D PTV zur Verfügung stehenden Informationen beinhalten

- Eine zeitlich sortierte Liste aus den Trajektorien
- Für jede Trajektorie eine zeitlich sortierte Liste aus den sie zusammensetzenden Streaks.
- Die Bildnummer des detektierten Streaks.
- Die subpixelgenau bestimmte Position des Grauwertschwerpunktes der einzelnen Streaks gemäß Gleichung 4.4.

- Auf die Fläche des Streaks normierter Gesamtgrauwert für jeden einzelnen Streak.

Über die Bildnummer ist durch Kenntnis der Bildwiederholffrequenz der Kamera die Zeitinformation bekannt.

In einem ersten Schritt werden die zu untersuchenden Trajektorien zeitlich synchronisiert. Das bedeutet, daß nur ihre zeitlich überlappenden Bereiche verglichen werden. Überlappen die beiden Trajektorien zeitlich nicht, so können sie nicht korrelieren und werden somit verworfen.

Neben dieser „Gleichzeitigkeitsanforderung“ wurden in Abschnitt 3.3 noch weitere Einschränkungen behandelt. Die wichtigste ist sicherlich die Epipolareinschränkung, die daher auch für diese erste Kandidatensuche benutzt wird. Aus dem zeitlichen Überlappungsbereich wird für jeden Streak die in Abschnitt 3.4 beschriebene Epipolareinschränkung angewendet. Dabei werden natürlich nur gleichzeitig auftretende Streaks miteinander verglichen.

Es handelt sich dabei um eine abgeschwächte Version der Epipolareinschränkung. In ihrer harten Formulierung müssen korrespondierende Bildpunkte auf den gegenseitigen Epipolarlinien zu finden sein. Wegen Kamerarauschen und Verzerrungen ist dies aber unter realen Bedingungen selten zu erfüllen. Die schwache Formulierung besagt daher, daß die korrespondierenden Bildpunkte in einem epipolaren Suchfenster der Breite ϵ um die Epipolarline gefunden werden müssen.

Die als Korrespondenzkandidaten vermerkten Trajektorien erfüllen also zunächst zwei Eigenschaften:

1. Ihr zeitlicher Überlapp Δt ist endlich und nichtverschwindend, also $\Delta t > 0$.
2. Es gibt eine Anzahl n von Streaks mit $n > 0$ in den Stereosequenzen, die in korrespondierenden Bildern gefunden wurden und der Epipolareinschränkung genügen. Sie liegen in dem gegenseitigen epipolaren Suchfenster der Breite ϵ .

Nachdem diese Kriterien auf alle Trajektorien der beiden Stereosequenzen gegenseitig angewendet wurden, erhält man eine Liste von möglichen Korrespondenzkandidaten. Je nach Teilchendichte und Größe des Suchfensters ϵ können auch Mehrdeutigkeiten auftreten, d.h. mehrere Trajektorien in der einen Bildsequenz werden als Korrespondierendkandidaten zu einer Trajektorie der anderen Sequenz vermerkt. Sie können durch Anwendung weiterer Zusatzkriterien gelöst werden.

Neben dieser Kandidatenliste wird noch für jeden einzelnen Streak eine Liste von Korrespondenzkandidaten geführt. Diese Liste enthält zusätzliche Informationen über die Anzahl n der korrespondierenden bzw. k der nichtkorrespondierenden Streaks einer Trajektorie.

4.5.2 Mögliche Ergebnisse der Kandidatensuche

Bei geringen Teilchendichten und kleinem epipolaren Suchfenster können die beiden verwendeten Kriterien für die Erstellung von Korrelationskandidaten voll und ganz ausreichen. Dies wird allgemein jedoch nicht der Fall sein. Generell unterscheidet man vier mögliche Ergebnisse der Korrespondenzsuche, die auch in Abbildung 4.2 veranschaulicht werden:

1. *Keine Korrespondenz*: Zu einer Trajektorie T_1 in der ersten Bildsequenz wurde keine Trajektorie T_2 in der zweiten gefunden.

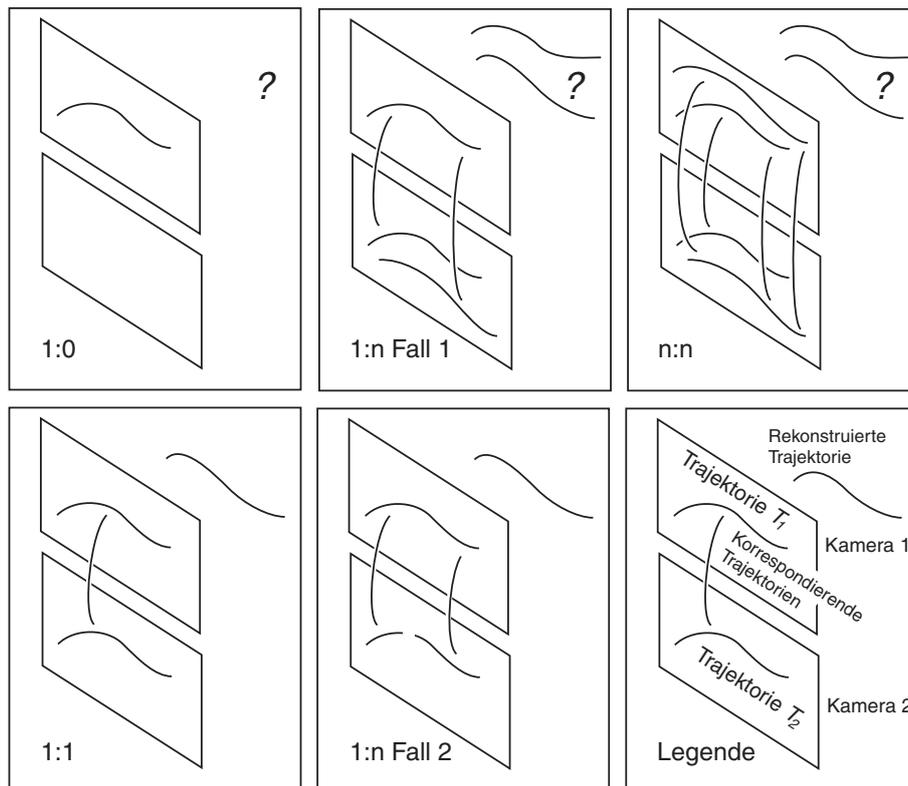


Abbildung 4.2: Die möglichen Ausgänge der Kandidatensuche. Bei der 1:1 Korrelation kann die Spur eindeutig in den Objektraum rekonstruiert werden. Dies ist auch bei dem 2. Fall der 1:n Korrelation möglich, in dem sich die Spuren zeitlich nicht überlappen. Für n:n und dem 1. Fall der 1:n Korrelation sind weitere Kriterien nötig um Mehrdeutigkeiten auflösen zu können. Im Fall 1:0 kann keine korrespondierende Spur gefunden werden, so daß die Rekonstruktion nicht möglich ist.

2. *Eins-zu-Eins Korrespondenz:* Genau eine Trajektorie T_2 wurde zu der Trajektorie T_1 als korrespondierend gefunden.
3. *Eins-zu-Viele Korrespondenz:* Für eine Trajektorie T_1 wurden viele Trajektorien $T_{2,i}$ als Korrespondenzkandidaten vermerkt. Die Trajektorien $T_{2,i}$ weisen ihrerseits alle die Trajektorie T_1 als mögliche Korrespondenz auf.
4. *Viele-zu-Viele Korrespondenz:* Mehrere Trajektorien $T_{2,i}$ wurden zu der Trajektorie T_1 gefunden, die wiederum mehrere Trajektorien $T_{1,i}$ als Korrespondenzkandidaten vermerkt haben.

Für diese Ausgänge der Kandidatensuche gibt es natürlich verschiedene Gründe, bzw. Weiterverarbeitungsschritte. Sie sollen im Weiteren genauer untersucht werden.

Im Fall 1 konnte keine korrespondierende Trajektorie gefunden werden. Es ist somit nicht möglich die dreidimensionale Position des Teilchens im Objektraum zu rekonstruieren. Dieser Fall tritt immer dann auf, wenn ein Teilchen nur von einer Kamera abgebildet wurde, das Teilchen also den gemeinsamen Überdeckungsbereich der beiden Kameras verlassen hat.

Ein weiterer Grund für das Auftreten dieses Falls kann auch sein, daß der Grauwert der Streaks in dem einen Bild so niedrig ist, daß sie hier nicht mehr segmentiert werden. Dies kann unter anderem an der

Beleuchtung liegen, oder auch daran, daß das Teilchen den Tiefenschärfebereich der einen Kamera verlassen hat. Somit kann die Trajektorie in dieser Bildsequenz nicht mehr erzeugt werden und die Trajektorie der anderen Bildsequenz hat keinen Korrelationspartner.

Tritt dieser Fall verstärkt auf, obwohl alle anderen Ursachen wie falsch ausgerichtete Kameras oder zu schwache Beleuchtung und Segmentierungsfehler ausgeschlossen sind, so kann noch eine fehlerhafte oder ungenaue Kalibrierung vorliegen. In diesem Fall ist entweder eine genauere Kalibrierung durchzuführen, oder bei nicht so hohen Genauigkeitsanforderungen die Breite ϵ des Suchfensters zu vergrößern.

Der Fall 2 der Eins-zu-Eins Korrespondenz ist der Idealfall der Kandidatensuche. Hier wurde eine eindeutige Zuordnung zwischen zwei Trajektorien der Stereobilder gefunden. Sie können somit eindeutig korreliert werden und die Lage des Teilchens im Objektraum berechnet werden. Mit zunehmender Teilchendichte tritt dieser Fall jedoch immer seltener auf.

Für den Fall 3 der Eins-zu-Viele Korrespondenz muß eine Fallunterscheidung getroffen werden.

Ein Streak S_1 in dem einen Stereobild korrespondiert mit vielen Streaks $S_{2,i}$ in dem anderen Bild, die wiederum mit dem Streak S_1 aus dem ersten Bild korrespondieren. Es muß zwischen zwei möglichen Konstellationen der Streaks $S_{2,i}$ unterschieden werden:

- Unter den Streaks $S_{2,i}$ herrscht kein zeitlicher Überlapp. Sie können daher alle zu dem Streak S_1 korrespondieren.
- Die Streaks $S_{2,i}$ überlappen zeitlich. Wegen der Eindeutigkeitsannahme in Abschnitt 3.4.3 können sie nicht alle mit dem Streak S_1 korrespondieren.

Ohne zeitlichen Überlapp der Streaks $S_{2,i}$ werden sie als korrespondierend mit dem Streak S_1 vermerkt und die Positionen des Teilchens im Objektraum können berechnet werden. Dieser Fall kann genau dann auftreten, wenn die Streaks in einem Bild z.B. nicht richtig segmentiert wurden. Mit zeitlichem Überlapp können die Streaks $S_{2,i}$ nicht alle mit S_1 korrelieren und es müssen weitere Kriterien benutzt werden, um diese Mehrdeutigkeiten auflösen zu können. Die weitere Behandlung dieses Falls erfolgt genau wie bei den Viele-zu-Viele Korrespondenzen.

Bei den in Fall 4 beschriebenen Viele-zu-Viele Korrespondenzen bestehen zu dem Streak S_1 mehrere Korrespondenzkandidaten $S_{2,i}$. Die $S_{2,i}$ weisen ihrerseits wiederum mehrere Korrespondenzkandidaten $S_{1,k}$ auf. Die Epipolareinschränkung und die Zeiteinschränkung allein reichen offensichtlich nicht aus, um die Mehrdeutigkeiten aufzulösen. Hier müssen weitere Einschränkungen angewendet werden. Die in Abschnitt 3.3 vorgestellten Lösungsmöglichkeiten des Korrespondenzproblems liefern hierfür das nötige Rüstzeug.

4.5.3 Auflösungsmöglichkeiten der verbleibenden Mehrdeutigkeiten

Ein starkes Kriterium für die Auflösung der verbleibenden Mehrdeutigkeiten ist das in Abschnitt 3.4.3 behandelte Eindeutigkeitskriterium. Das Kriterium besagt, daß ein Bildpunkt aus der einen Kamera höchstens mit einem Bildpunkt der anderen korrelieren darf. Dieses Kriterium ist nur auf undurchsichtige Objekte anwendbar, was aber für die verwendeten Tracerteilchen keine Einschränkung bedeutet.

Die Trajektorien werden nicht als ganzheitliche Objekte durch die Kameras abgebildet. Vielmehr werden sie aus den einzelnen verfolgten Streaks zusammengesetzt. Durch Fehlsegmentierung und Ähnlichem kann es leicht passieren, daß einzelne Streaks nicht detektiert werden.

Der zeitlich überlappende Bereich zweier Trajektorien T_1 und T_2 besteht aus N Streaks $S_{1,i}$ bzw. $S_{2,j}$ mit $i, j = 1, \dots, N$. Die Anzahl der miteinander korrespondierenden Streaks sei gegeben durch n , die der nicht miteinander korrespondierenden durch k . Dabei gilt natürlich $k + n = N$.

In dem Fall, daß alle Streaks $S_{1,i}$ und $S_{2,j}$ richtig gefunden und verfolgt wurden gilt $n = N$ und demnach $k = 0$. Dies wird in realen Versuchsbedingungen nicht immer so möglich sein. Weil aber nur wenige Streaks nicht richtig gefunden werden sollten, wird immer die Anzahl der korrelierenden Streaks sehr viel grösser sein als die der nichtkorrelierenden. Korrelieren somit zwei Trajektorien T_1 und T_2 so wird stets gelten $n \gg k$. In Abhängigkeit von der Güte der Segmentierung ist es damit möglich einen heuristischen Schwellwert K anzugeben. Der Quotient aus der Anzahl korrelierenden Streaks n zu nicht korrelierenden Streaks k sollte für korrelierende Trajektorien größer als diese Schwelle sein, also

$$\frac{n}{k} > K. \quad (4.6)$$

[NETZSCH 1995] konnte zeigen, daß die Schwelle bei einem Wert von $K = 4$ vernünftige Ergebnisse erzielte. Dies konnte in dieser Arbeit verifiziert werden.

Eine weitere Möglichkeit Mehrdeutigkeiten aufzulösen ist statistischer Natur. Dieses Kriterium ist eine Adaption der Annahme der geometrischen Ähnlichkeit, die in Abschnitt 3.3 eingeführt wurde.

Unter realen Versuchsbedingungen werden nicht korrespondierende Streaks nicht genau auf der gegenseitigen Epipolarline zu finden sein. Um diesen durch Kamerarauschen und Verzerrungen hervorgerufenen Effekt zu kompensieren betrachtet man ein epipolares Suchfenster der Breite ϵ . Korrelieren zwei Trajektorien miteinander, so ist zu erwarten, daß der Abstand $\Delta \mathbf{r}$ ihrer Streaks von der Epipolarline näherungsweise konstant ist. Kamerarauschen und Verzerrungen sind schließlich in erster Näherung ebenfalls über das gesamte Bild konstant.

Zwei Trajektorien, die nicht miteinander korrelieren, aber so dicht nebeneinander verlaufen, daß ihre Streaks in dem epipolaren Suchfenster liegen, weisen meist eine Relativgeschwindigkeit auf. Sie können sich zum Beispiel kreuzen. In diesem Fall werden die Abstände $\Delta \mathbf{r}$ ihrer Streaks von der Epipolarline zwar klein². Durch die Relativbewegung werden sie aber nicht konstant sein. Demzufolge sollte die Standardabweichung σ_r ein Kriterium für korrespondierende Trajektorien liefern.

Die Standardabweichung ist als das zweite Moment einer Verteilung definiert:

$$\sigma_r = \sqrt{\langle (\Delta \mathbf{r} - \langle \Delta \mathbf{r} \rangle)^2 \rangle} = \sqrt{\frac{n \cdot \sum_i \Delta \mathbf{r}_i^2 - \left(\sum_i \Delta \mathbf{r}_i \right)^2}{n \cdot (n - 1)}} \quad (4.7)$$

Dabei steht $\langle \dots \rangle$ für den Erwartungswert.

Aus Gleichung 4.7 ist zu erkennen, daß die Standardabweichung σ_r sehr klein ist wenn die $\Delta \mathbf{r}$ annähernd gleich groß sind. Resultiert die Abweichung $\Delta \mathbf{r}$ jedoch aus der Relativbewegung zweier

²Damit die beiden Trajektorien der Epipolareinschränkung genügen muß bereits $\Delta \mathbf{r} < \epsilon$ gelten.

Teilchen, wie es bei nichtkorrelierenden Trajektorien der Fall ist, so ist die Standardabweichung σ_r groß.

Es liegt somit nahe, auch hier einen Schwellwert K_σ anzusetzen. In Anlehnung an [NETZSCH 1995] wurde er auf $K_\sigma = 0.5$ Pixel gesetzt. Falls $\sigma_r < K_\sigma$ ist können Trajektorien als korrespondierend gekennzeichnet werden.

4.6 Rekonstruktion in den Objektraum

Nachdem die in den beiden Stereobildern korrelierenden Bildpunkte bekannt sind, ist es möglich die genaue Lage des abgebildeten Teilchens im Objektraum zu berechnen. Hierfür existieren verschiedene Algorithmen, die Ergebnisse mit unterschiedlichen Genauigkeiten liefern.

Die einfachste Triangulationsmethode rekonstruiert aus der *Disparität* die Objektlage im Objektraum \mathbb{R}^3 .

Die *Disparität* d ist definiert als der euklidische Abstand zwischen den beiden korrelierenden Bildpunkten $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^\top$ und $\bar{\mathbf{x}} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2)^\top$, also

$$d = \sqrt{(\bar{x}_1 - x_1)^2 + (\bar{x}_2 - x_2)^2}. \quad (4.8)$$

Aus der Projektion in kartesischen Koordinaten in Gleichung 2.1 folgt

$$x_1 = \frac{f \cdot X_1}{X_3} \quad (4.9)$$

$$x_2 = \frac{f \cdot X_2}{X_3} \quad (4.10)$$

$$\bar{x}_1 = \frac{f \cdot (X_1 - b_1)}{X_3} \quad (4.11)$$

$$\bar{x}_2 = \frac{f \cdot (X_2 - b_2)}{X_3}, \quad (4.12)$$

wobei $\mathbf{b} = (b_1, b_2)^\top$ die Stereobasis, also der Abstand der optischen Zentren beider Kameras ist. Löst man diese Gleichungen nach X_3 auf, so erhält man

$$X_3 = \frac{f \cdot X_1}{x_1} = \frac{f \cdot (X_1 - b_1)}{\bar{x}_1}. \quad (4.13)$$

Daraus ergibt sich sofort

$$X_1 = \frac{b_1 \cdot x_1}{x_1 - \bar{x}_1} = \frac{b_1 \cdot x_1}{d_1} \quad (4.14)$$

und analog dazu

$$X_2 = \frac{b_2 \cdot x_2}{x_2 - \bar{x}_2} = \frac{b_2 \cdot x_2}{d_2} \quad (4.15)$$

$$X_3 = \frac{f \cdot b_1}{d_1} \quad (4.16)$$

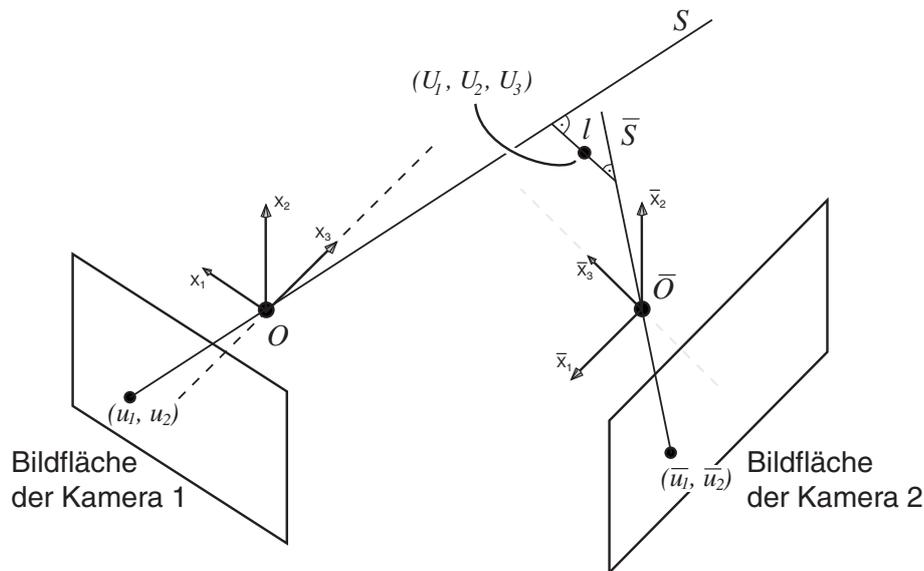


Abbildung 4.3: Durch ungenaue Kenntnis der korrespondierenden Bildpunkte schneiden sich die optischen Strahlen nicht im Objektpunkt $U = (U_1, U_2, U_3)^T$, sondern liegen windschief im Raum. Der Objektpunkt wird auf der Hälfte des kürzesten Abstandes der beiden Strahlen angenommen.

Diese Methode der Triangulation ist recht ungenau, basiert sie doch auf dem Lochkameramodell. Auch liefert sie kein Maß für die Genauigkeit des gefundenen Objektpunktes.

Durch Inversion des Kameramodells lassen sich wie in Abschnitt 2.4.4 beschrieben die optischen Strahlen zu den korrespondierenden Bildpunkten x und \bar{x} finden. Sie werden allgemein windschief im Raum liegen, so daß sie sich nicht in dem Objektpunkt schneiden. Dies ist in Abbildung 4.3 dargestellt.

Wie in [HARTLEY und STURM 1997] beschrieben gibt es verschiedene Möglichkeiten den eigentlichen Objektpunkt zu finden. Genaue Methoden, die auch im Fall von unkalibrierten Kameras verwendet werden können, finden durch iterative Verfahren neue Bildpunkte x'' , bei denen sich die optischen Strahlen in dem Objektpunkt schneiden. Obwohl diese Methoden genauer sind, wurde in dieser Arbeit ein anderer Weg eingeschlagen.

Die Kameras sind kalibriert, es stehen also metrische Informationen zur Verfügung. Diese werden genutzt um die Schnittpunkte mit dem Probevolumen zu bestimmen. Durch diese Schnittpunkte werden Linien gelegt und deren kürzester Abstand berechnet. Als genaue Lage des Objektpunktes wird dann einfach die Mitte der Verbindungsline der beiden Strahlen genommen.

Als Maß für die Genauigkeit in der Bestimmung des Objektpunktes kann dann der Abstand der optischen Strahlen dienen. Er ist meist sehr klein, so daß das Verfahren in unserem Experiment hinreichend genau ist.

Weil bei der Modellierung des Abbildungsprozesses in Abschnitt 2.3.2 nur Fehler zweiter Ordnung (Verzerrungen) beachtet wurden, ist der Modellierungsfehler winkelabhängig. Dies liegt daran, daß sich in der Nähe der Bildränder Linsenfehler höherer Ordnung stärker bemerkbar machen. Entlang der optischen Achse ist nur ein extrem geringer Fehler zu erwarten, am äusseren Rand des sichtbaren Bereichs können jedoch grössere Diskrepanzen zwischen wirklichen und berechneten optischen Strahl auftreten.

Die verwendete Triangulationsmethode wäre somit noch genauer, wenn dieser Tatsache Rechnung getragen würde. Dies könnte z.B. dadurch geschehen, daß die Verbindungsnormale der optischen Strahlen nicht halbiert, sondern in dem Verhältnis entsprechend dem Abstand der Bildpunkte von dem Kamerazentren unterteilt würde.

Dies Verfahren wurde aber nicht angewendet, da sich die Genauigkeit auch bei der einfachsten Methode als ausreichend herausstellte.

Teil II

Experimente und Ergebnisse

Kapitel 5

Motivation und physikalischer Hintergrund

In dieser Arbeit wurde mit dem neu entwickelten Verfahren der 3D PTV Messungen am Heidelberger Wind-Wellenkanal durchgeführt.

In diesem Kapitel sollen die hydrodynamischen Grundlagen geschaffen werden, um ein besseres Verständnis der Thematik zu ermöglichen. Für eine tiefere Behandlung sei auf Lehrbücher wie [DOUGLAS et al. 1995] oder [LANDAU und LIFSCHITZ 1992] verwiesen.

5.1 Die dritte Dimension

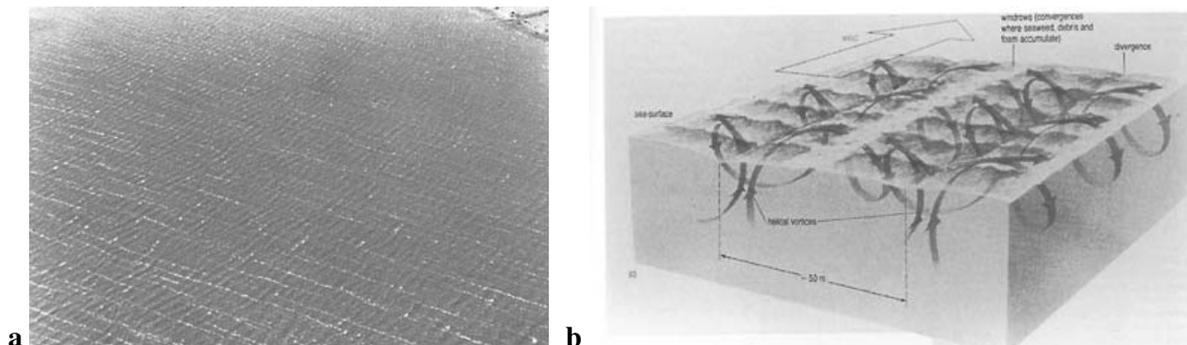


Abbildung 5.1: In **a** ist der Blick auf eine windbewegte Wasseroberfläche zu sehen. In Windrichtung bilden sich lange Schaumstränge aus, die sich durch die schematische Zeichnung der Langmuir Zirkulation in **b** erklären lassen. (Die Abbildungen sind [BIGG 1996] entnommen)

Mit dem in dieser Arbeit entwickelten 3D PTV steht erstmalig ein Verfahren zur Verfügung, welches es ermöglicht, dreidimensionale Strömungen am Wind-Wellenkanal zu messen. Die Funktionsweise dieses Kanal wird in Abschnitt 7.2.1 noch näher erläutert werden. Hier sei nur soviel erwähnt, daß durch einen Paddelring homogener Wind einer fest definierten Geschwindigkeit erzeugt wird. Dieser Wind streicht dann über das Wasservolumen und induziert hier Wellen.

Zunächst mag es verwundern, daß für die so entstandenen Wellen keine zweidimensionale Messung ausreicht. Schließlich kann der Wind als homogen angenommen werden, der Schluß, auch die entstehenden Wellen seien homogen, liegt somit nahe. Das dem nicht so ist, kann man aus Abbildung 5.1 entnehmen. Hier ist der Blick auf eine freie Wasseroberfläche zu sehen, wie ihn wohl jeder kennt. In Windrichtung bilden sich lange Schaumstränge aus. Sie entstehen durch die sogenannte *Langmuir Zirkulation*, die schematisch in Abbildung 5.1 zu sehen ist [POLLARD 1977]. Es handelt sich dabei um Strömungswirbel orthogonal zu der Windrichtung. Ihr Ursprung ist noch nicht gut verstanden. Auch ist ihre Aufrechterhaltung ein gegenwärtiges Forschungsgebiet.

Ein Erklärungsversuch dieser Zirkulation besteht in der sogenannten *Ekman-Spirale*. Sie entsteht durch die Schubspannung, welche der Wind auf das Wasser ausübt. Durch diese Spannung wird der Impuls im Wasser sukzessiv an tiefer liegende Wasserlagen übertragen. Aufgrund der Dissipation von Energie durch innere Reibung nimmt der übertragene Impuls jedoch mit der Wassertiefe ab, so daß die Schubspannung des Windes nur bis zu einer gewissen Tiefe Einfluß ausübt. Diese Wassertiefe definiert die *Ekman-Schicht*.

Natürlich wirkt auf die Wasserlagen nicht nur die Kraft des Windes. Auch Kräfte wie die Koriolis-Kraft oder in zirkularen Windkanälen auch die Zentrifugalkraft wirken auf die sich bewegenden Wasserschichten. Dies führt zu einer Ablenkung der Schichten, was aufgrund ihrer unterschiedlichen Geschwindigkeiten zu einer Spirale, der Ekman-Spirale, führt. Die mittlere Kraft auf die Ekman-Schicht gibt somit ihre Bewegung an, die in einem bestimmten Winkel zu der Windrichtung ausgerichtet sein wird.

Durch Instabilitäten in der Ekman-Spirale kommt es zu Variationen der vertikalen Schubspannung. Dies könnte zu einer Ausbildung der Langmuir-Zirkulation führen.

Diese Betrachtung zeigt, daß der Einfluß eines homogenen Windes auf eine Wasseroberfläche zu Strömungen senkrecht zu seiner Richtung führt. Dies macht die dreidimensionale Strömungsmessung unverzichtbar. Durch die neue entwickelte Methode der 3D PTV sind somit Erkenntnisse in Aussicht gestellt, die sich bisher der zweidimensionalen Messung entzogen.

5.2 Euler'sche und Lagrange'sche Darstellung von Strömungen

Für die Behandlung von Strömungen stehen zwei Darstellungen zur Verfügung, nämlich die Lagrange'sche und die Euler'sche Darstellung. Für die weitere Betrachtung ist es wichtig, die unterschiedlichen Konzepte dieser Darstellungen zu verdeutlichen.

Flüssigkeitsströmungen sind eindeutig determiniert, wenn die sie beschreibenden Parameter wie Geschwindigkeit v , Druck P , Dichte ρ und Temperatur T als Funktionen der Koordinaten x und der Zeit t angegeben sind. Dies ist die Euler'sche Darstellung einer Strömung, in der ein Punkt x fest angenommen wird und die Änderungen der Parameter v , P usw. an diesem Punkt mit der Zeit beobachtet werden. Natürlich kann auch die Zeit festgehalten werden und so die räumliche Variation der Parameter determiniert werden. Es gibt in dieser Darstellung jedoch keine direkte Information über die Bewegung eines einzelnen Volumenelements. In der Euler'schen Darstellung wird die Geschwindigkeit beispielsweise als Funktion des Ortes x und der Zeit t angegeben, also $v_e = v(x, t)$.

In der Lagrange'schen Darstellung geht man anders vor. Hier beobachtet man ein einzelnes Volumenelement und verfolgt es entlang seine Bahnkurve. Dabei betrachtet man die Variation der Strömungsparameter in seiner Umgebung. In dieser Darstellung werden alle Parameter, ebenso wie die

eigentlichen Koordinaten x_l als Funktionen der Zeit t und der Koordinaten x_0 zum Zeitpunkt t_0 angeben, also $x_l = (x_0, t)|_{x_0=x(t=t_0)}$.

Die Wahl der Darstellung richtet sich im Wesentlichen nach den zu untersuchenden Phänomenen sowie nach der verwendeten Meßapparatur. Viele Meßverfahren wie *Particle Imaging Velocimetry* (PIV) [ADRIAN 1991] und *Laser Induced Fluorescence* (LIF) [MÜNSTERER 1996] messen die Strömung an einem Punkt und liefern somit die Parameter in der Euler'schen Darstellung.

Werden jedoch Teilchen in der Strömung suspendiert und über die Meßdauer entlang ihrer Bahn verfolgt, wie es bei der PTV der Fall ist, so erhält man Lagrange'sche Informationen. Diese Darstellung ist besonders für die Beschreibung von Diffusionsprozessen geeignet, die direkt mit Massentransport verbunden sind.

5.3 Theorie des Gasaustausches

Allgemein treten Transportphänomene immer dann auf, wenn durch räumliche Inhomogenitäten einer Größe der Transport einer anderen ausgelöst wird. Bei der Diffusion erzeugt ein Konzentrationsgradient einen Massenstrom. Dies wird durch das 1. Fick'sche Gesetz beschrieben. Es lautet:

$$\mathbf{j} = -D\nabla c, \quad (5.1)$$

wobei \mathbf{j} die Teilchenstromdichte bzw. Gas-Stromdichte und c die Teilchenzahldichte bzw. Konzentration ist. D ist der Diffusionskoeffizient mit der Einheit $[D] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$.

5.3.1 Gas-Stromdichte

Für den Gasaustausch versucht man die Gas-Stromdichte \mathbf{j} relativ zu der Konzentrationsdifferenz zwischen Luft und Wasser auszudrücken. Man führt hierzu den wasserseitigen *Gas-Austauschkoeffizienten* γ_W ein [WANNINKHOF 1986]. Analog dazu definiert man noch den luftseitigen Gas-Austauschkoeffizienten γ_L . Im Folgenden sei die Richtung der Gas-Stromdichte aus dem Wasser kommend in Richtung der Luft als positiv definiert. Die Gas-Austauschkoeffizienten γ_W und γ_L ergeben sich somit zu:

$$\gamma_W = \frac{\mathbf{j}}{C_W - C_{WS}} \quad (5.2)$$

$$\gamma_L = \frac{\mathbf{j}}{C_{LS} - C_L}, \quad (5.3)$$

mit den Gesamtgaskonzentrationen C_W und C_L in Wasser bzw. Luft. Durch C_{WS} und C_{LS} sind die jeweiligen Konzentrationen an der Wasser-Luft-Grenzschicht in der Wasser-Seite respektive Luft-Seite gekennzeichnet. Sie sind experimentell nur schwer zugänglich, so daß man versucht sie zu eliminieren. Dies gelingt durch den *Ostwald Löslichkeitskoeffizienten* L , für den $C_{WS} = L \cdot C_{LS}$ gilt.

Setzt man dies in Gleichung 5.3 ein und löst nach \mathbf{j} auf, so erhält man:

$$\mathbf{j} = \frac{C_W - L \cdot C_L}{1/\gamma_w + L/\gamma_L} \quad (5.4)$$

Durch Einführung der *Transfargeschwindigkeit* k , die durch $k = \frac{1}{1/\gamma_W + L/\gamma_L}$ gegeben ist, erhält man

$$\mathbf{j} = k \cdot (C_W - L \cdot C_L) = k \cdot \Delta c \quad (5.5)$$

Δc ist dabei das Konzentrationsgefälle. Die Einheit der Transfargeschwindigkeit k ist $[k] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$, weshalb sie mit einer Geschwindigkeit identifiziert wird.

Um die Gas-Stromdichte \mathbf{j} eines bestimmten Gases ausrechnen zu können, müssen also gemäß Gleichung 5.5 die Transfargeschwindigkeit sowie die Differenz der Konzentrationen in Wasser und Luft bekannt sein.

Durch Vorhersage der Transfargeschwindigkeit durch ein geeignetes Modell kann man zu einem tieferen Verständnis der dem Stofftransport zugrundeliegenden Prozesse gelangen.

5.3.2 Diffuser Transport

Der diffuse Transport wird durch das 2. *Fick'sche Gesetz* beschrieben. Dieses auch als *allgemeine Diffusionsgleichung* bekannte Gesetz lautet:

$$\frac{dc}{dt} = \frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla c = -\nabla \mathbf{j} = D \Delta c \quad (5.6)$$

Das Geschwindigkeitsfeld der Strömung wird dabei mit \mathbf{u} bezeichnet, dem turbulenten Transport wird durch den Konvektionsterm $\mathbf{u} \nabla c$ Rechnung getragen [JÄHNE 1980].

Die allgemeine Diffusionsgleichung 5.6 kann nur bei Kenntnis des turbulenten Geschwindigkeitsfeldes \mathbf{u} explizit gelöst werden. Der Impulstransport und damit das turbulente Geschwindigkeitsfeld werden durch die *Navier-Stokes'sche Differentialgleichung* beschrieben:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{u} = \mathbf{f} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{u}. \quad (5.7)$$

Durch diese Differentialgleichung werden die zeitlichen Änderungen eines mitströmenden Volumenelements gegeben, die Betrachtung erfolgt also in der Lagrange'schen Darstellung.

Auf der rechten Seite stehen die auf das Volumenelement wirkenden Kräfte: Die Scherkräfte werden durch $\nu \Delta \mathbf{u}$ gegeben, die Druckgradientenkräfte durch $\frac{1}{\rho} \nabla p$ und äußere Kräfte wie die Schwerkraft durch \mathbf{f} . Die Größen ρ und ν bezeichnen die Dichte bzw. die kinematische Zähigkeit.

Die beiden Differentialgleichungen 5.6 und 5.7 sind für allgemeine turbulente Strömungen nicht lösbar. Dies stellt jedoch für das betrachtete Problem keine Einschränkung dar, da man bei Gasaustauschuntersuchungen in der Regel nicht an kurzzeitigen Prozessen, sondern vielmehr an mittleren Stromdichten interessiert ist. Aus diesem Grund drückt man das Geschwindigkeitsfeld $\mathbf{u} = (u_1, u_2)^\top$ durch eine mittlere Geschwindigkeit $\langle \mathbf{u} \rangle = (\bar{u}_1, \bar{u}_2)^\top$ und einen fluktuierenden Term $\mathbf{u}' = (u'_1, u'_2)^\top$ aus. Analog verfährt man für die Konzentrationen, erhält also

$$\mathbf{u} = \langle \mathbf{u} \rangle + \mathbf{u}' \quad (5.8a)$$

$$c = \langle c \rangle + c' \quad (5.8b)$$

Die fluktuierenden Terme sind ihrerseits mittelwertfrei, also $\langle \mathbf{u}' \rangle = \langle c' \rangle = 0$.

Durch Einsetzen dieser Ausdrücke für das Geschwindigkeitsfeld \mathbf{u} bzw. der Konzentration c in die Gleichungen 5.6 und 5.7 erhält man mit der Einstein'schen Summenkonvention

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \cdot \bar{u}_j + \overline{u'_i \cdot u'_j}) = f_i - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \Delta \bar{u}_i \quad (5.9a)$$

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{c} \cdot \bar{u}_j + \overline{c' \cdot u'_j}) = D \Delta \bar{c} \quad (5.9b)$$

Die Gleichung 5.9a wird in der Literatur oft auch als *Reynoldsgleichung* bezeichnet.

5.3.3 Die Schubspannungsgeschwindigkeit u_*

Die Aussage der Reynoldsgleichung sei im Folgenden veranschaulicht. Setzt man bei einer Strömung horizontale Homogenität voraus, so kann man sie als zweidimensional betrachten. In der Wasseroberfläche liege die $x - y$ Ebene. Die Strömung verlaufe entlang der x -Richtung, also $\langle \mathbf{u} \rangle = (\bar{u}_1, 0, 0)^\top$. Es kann natürlich keine weitere Aussage über die fluktuierenden Terme gemacht werden, also $\mathbf{u}' \neq \mathbf{0}$. Die z -Richtung steht senkrecht auf die Wasseroberfläche und gibt die Entfernung von dieser an. Mit diesen Randbedingungen ergibt sich aus der Reynoldsgleichung 5.9a:

$$\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial z} - \overline{u'_1 \cdot u'_3} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \tau, \quad (5.10)$$

wobei τ die gesamte Schubspannung ist, die durch die Windkraft F an der Wasseroberfläche A verursacht wird. Sie ist definiert durch $\tau = \frac{dF}{dA}$ und setzt sich aus einem turbulenten und einem laminaren Anteil zusammen, also $\tau = \tau_l + \tau_t$. In dem hier vorliegenden Fall sind sie gegeben durch

$$\tau_l = \eta \frac{\partial u_1}{\partial z} \quad (5.11a)$$

$$\tau_t = \rho \cdot \overline{u'_1 \cdot u'_3} \quad (5.11b)$$

Dabei ist η die molekulare Viskosität von Wasser. Sie hat den Wert $\eta = 1.025 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$ bei einer Temperatur von 20° [GERTHSEN und VOGEL 1995].

Im Falle einer stationären Strömung, wie sie bei Gasaustauschmessungen stets vorliegt, gilt $\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial t} = 0$. Die Impulsstromdichte ist definiert als $\mathbf{j} = \rho \cdot \mathbf{u}$ und ergibt sich demnach zu

$$\mathbf{j} = \tau = \rho \left(\nu \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial z} - \overline{u'_1 \cdot u'_3} \right). \quad (5.12)$$

Die *kinematische Zähigkeit* ν ist dabei definiert als $\nu = \frac{\eta}{\rho}$. Die Impulsstromdichte \mathbf{j} ist entlang der z -Richtung orientiert und gleich der Schubspannung τ .

Der Impulstransport wird üblicherweise durch die höhenunabhängige *Schubspannungsgeschwindigkeit* u_* ausgedrückt. Sie ergibt sich zu:

$$u_*^2 = \frac{\tau}{\rho} = \nu \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial z} - \overline{u'_1 \cdot u'_3} \quad (5.13)$$

Für den Geschwindigkeitsgradienten folgt somit bei laminaren Strömungen, bei denen der turbulente Anteil verschwindet ($\overline{u'_1 \cdot u'_3} = 0$):

$$m = \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial z} = \frac{\rho}{\eta} u_*^2 = \frac{u_*^2}{\nu} \quad (5.14)$$

Für Wasser der Temperatur 20° beträgt sie $\nu = 1.025 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ [GERTHSEN und VOGEL 1995].

Kapitel 6

Messung des Streuquerschnitts von Tracerteilchen

Wie in Kapitel 7 noch zu zeigen sein wird, ist die Winkelabhängigkeit des Streuquerschnitts von Tracerteilchen entscheidend für den späteren Versuch. Bei einem vorgegebenen Winkel zwischen der Beleuchtung und den Kameras müssen die Teilchen derart gewählt werden, daß eine möglichst hohe Lichtintensität in die Kameras gestreut wird.

Der verwendete Versuchsaufbau wird in Abschnitt 6.1 beschrieben und die damit gewonnenen Ergebnisse in Abschnitt 6.4 präsentiert. Kurz soll auf die Theorie des Streuquerschnittes von Tracerteilchen eingegangen werden und anschließend die theoretisch berechneten Werte mit den experimentellen verglichen werden.

6.1 Versuchsaufbau

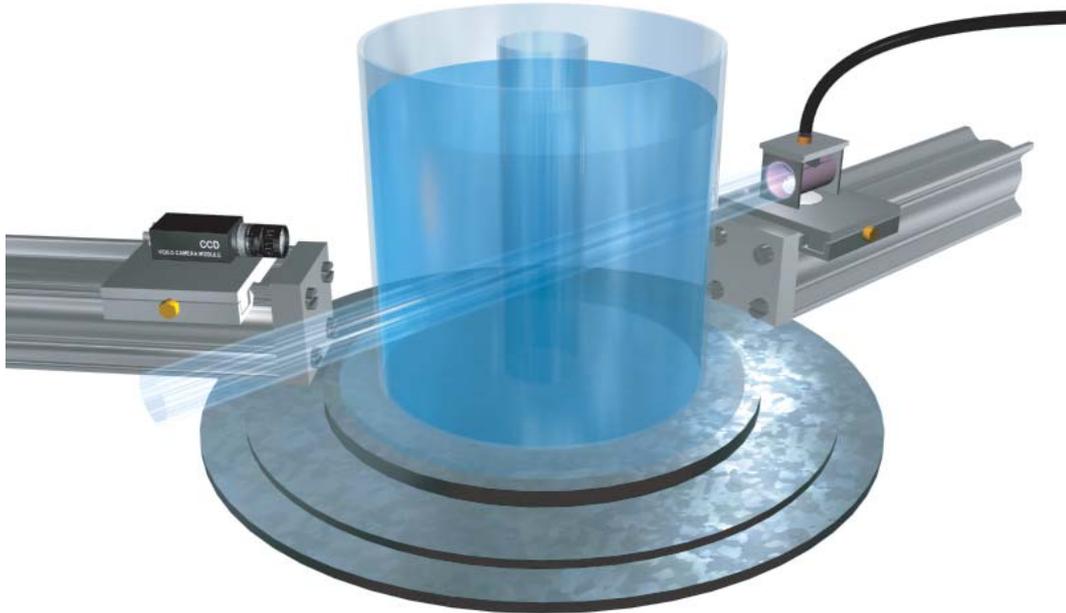
Bei den auf *Particle Image Velocimetry* (PIV) basierenden Verfahren wird meist ein monochromatischer Lichtschnitt mit einem aufgeweiteten Laser benutzt. Das hier vorgestellte Verfahren der 3D PTV zeichnet sich gerade dadurch aus, daß Lichtschnitte nicht mehr notwendig sind. Monochromatisches Laserlicht ist aber aufgrund seiner geringen Energiedichte nicht geeignet um ein größeres Volumen homogen auszuleuchten. Die Tracerteilchen werden daher mit einer Gasentladungslampe, die polychromatisches Licht aussendet, visualisiert. Dies hat entscheidenden Einfluß auf den Streuquerschnitt der verwendeten Teilchen.

Die Streuquerschnitte von verschiedenen Polyesterolstreuteilchen wurden bereits von [LEUE 1996] eingehend untersucht. In dieser Arbeit sollen die hier speziell benutzten Teilchen vermessen und die Genauigkeit der Messung gegenüber [LEUE 1996] verbessert werden. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 6.1 dargestellt.

Mit *Streuquerschnitt* sei im Folgenden der differentielle Streuquerschnitt $\sigma(\Omega)$ gemeint, also die in das Raumwinkelement $d\Omega$ gestreute Intensität $dI(\Omega)$:

$$\sigma(\Omega) = \frac{dI(\Omega)}{d\Omega}. \quad (6.1)$$

a



b

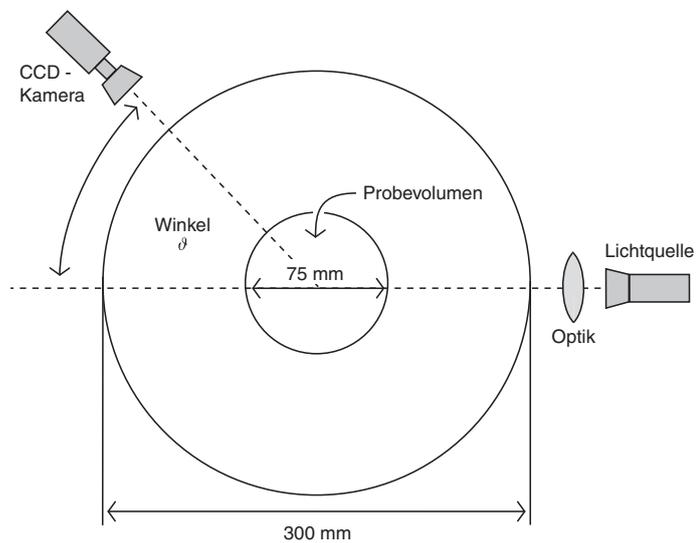


Abbildung 6.1: Der Versuchsaufbau zur Messung der Streuquerschnitte von Tracerteilchen. Durch eine Linse wird das polychromatische Licht einer Gasentladungslampe zu einem parallelen Lichtbündel aufgeweitet. Dieses fällt auf die Teilchen im inneren Glaszylinder. Das gestreute Licht wird durch die um die Symmetrieachse des Glaszylinders schwenkbare Kamera abgebildet. Durch eine Modellschiffschraube wird das Absinken oder Aufschwimmen der Teilchen vermieden. (Farbdruck findet sich als Abbildung 10.1 auf Seite 119)

Die zu messenden Tracerteilchen werden in einem zylinderförmigen Gefäß in Wasser suspendiert. Das Glas des Zylinders ist nur in eine Richtung gekrümmt, so daß durch die verlorengegangene Isotropie ein *Astigmatismus* entsteht, der sich dadurch auszeichnet, daß zwei unterschiedliche Fokallinien für horizontale und vertikale Strahlen existieren [HECHT 1987]. Diesen Effekt einer Zylinderlinse kann gering gehalten werden, indem ein Glasgefäßes mit kleiner Krümmung gewählt wird. Die Krümmung ist antiproportional zum Durchmesser, so daß für diesen Versuch ein Glaszylinder mit einem Aussendurchmesser von 30 cm verwendet wurde.

Um den Streuquerschnitt $\sigma(\Omega)$ zu erhalten, muß nach Gleichung 6.1 die Intensität des gestreuten Lichts unter einem gewissen Raumwinkel gemessen werden. Dazu wird eine CCD-Kamera drehbar um die Symmetrieachse des Glaszylinders gelagert. Die Intensität des Streulichts $I(\Omega)$ ist proportional zu dem gemittelten Grauwert $\langle g \rangle$ des aufgenommenen Bildes. Um statistisch signifikante Aussagen treffen zu können, wurden 100 Bilder pro Winkelschritt aufgenommen.

Für den Stereoaufbau ist die Winkelabhängigkeit des Streuquerschnittes von primärem Interesse. Dabei ist der Winkel um die Symmetrieachse des Zylindergefäßes durch den Lichtstrahl der Lampe und die optische Achse der Kamera definiert, wie auch Abbildung 6.1 zu entnehmen ist. Der Winkelfehler $\delta\Omega$ konnte dadurch minimiert werden, daß das Lichtbündel der Lampe durch eine geeignete Linse annähernd parallel gehalten wurde.

Idealerweise sollten die streuenden Teilchen genau auf der Symmetrieachse des Glasbehälters konzentriert sein. Dies ist natürlich nicht möglich, durch ihren Einschluß in einen zweiten, kleineren Glaszylinder mit 7.5cm Durchmesser, konnte dem aber Rechnung getragen werden. Der Glaszylinder und das umgebende Wasser haben ähnliche optische Dichten, so daß die zu erwartenden Brechungseffekte an dem inneren Zylinder zu vernachlässigen sind.

Obwohl sich ideale Tracerteilchen dadurch auszeichnen, daß ihre Dichte ρ dem von Wasser entspricht, sie also in diesem Medium schweben, ist dies bei realen Teilchen selten der Fall. Voraussetzung für eine genaue Messung ist aber, daß die Teilchendichte unter allen betrachteten Winkeln identisch ist. Dies kann natürlich nur dann erfüllt sein, wenn das Absinken bzw. Auftreiben der Teilchen über den gesamten Zeitraum der Messung ($\approx 2h$) verhindert wird. Erreicht wurde dies mittels einer Modellschiffschraube, die die Teilchen bei konstanter Drehzahl gleichmäßig durchmischte.

6.2 Theoretische Lösung des Streuproblems

Das Streuproblem wird durch die Maxwellgleichungen beschrieben [JACKSON 1975]. Diese kann man durch die Einführung der *Hertz-Vektoren* bzw. *Polarisationspotentiale* $\mathbf{\Pi}_e$ und $\mathbf{\Pi}_m$ allgemein gemäß [BORN und WOLF 1991] lösen. Mit ihnen ergibt sich für die elektrische und magnetische Feldstärke \mathbf{E} und \mathbf{H} :

$$\mathbf{E} = \nabla \times (\nabla \times \mathbf{\Pi}_e - ikc\mathbf{\Pi}_m) \quad (6.2)$$

$$\mathbf{H} = \nabla \times (\nabla \times \mathbf{\Pi}_m - ikc\frac{n^2}{c^2}\mathbf{\Pi}_e) \quad (6.3)$$

Betrachtet werden Kugelwellen, die sich in radialer Richtung \mathbf{x} ausbreiten. Die Vektorpotentiale $\mathbf{\Pi}_{e/m}$ lassen sich dann auch durch die skalaren *Debye Potentiale* $\Pi_{e/m}$ ausdrücken:

$$\mathbf{\Pi}_{e/m} = \Pi_{e/m} \cdot \mathbf{x} \quad (6.4)$$

Diese ergeben sich außerhalb einer streuenden Kugel zu

$$\Pi_{e/m}(r, \Omega) = e^{i\omega t} \sum_{l=1}^{\infty} (-i)^l \frac{2l+1}{l(l+1)} P_l^1(\cos \vartheta) h_l^{(2)}(kr) \begin{cases} -a_l \cos \varphi \\ -b_l \sin \varphi \end{cases} \quad (6.5)$$

mit den Entwicklungskoeffizienten a_l und b_l . Dabei sind $P_l^1(\cos \vartheta)$ die Legendrepolynome und $h_l^{(2)}$ die sphärischen Besselfunktionen zu der Hankelfunktion $H_l^{(2)}$.

Für große Abstände r ergibt sich die Intensität I des gestreuten Lichts aus dem einfallenden unpolarisierten Licht der Intensität I_0 gemäß

$$I = \frac{|S_1(\vartheta)|^2 + |S_2(\vartheta)|^2}{2k^2 r^2} I_0. \quad (6.6)$$

Die beiden Partialwellen sind dabei

$$S_1(\vartheta) = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2l+1}{l(l+1)} \left(a_l \frac{P_l^1(\cos \vartheta)}{\sin \vartheta} + b_l \frac{\partial P_l^1(\cos \vartheta)}{\partial \vartheta} \right) \quad (6.7)$$

$$S_2(\vartheta) = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2l+1}{l(l+1)} \left(a_l \frac{\partial P_l^1(\cos \vartheta)}{\partial \vartheta} + b_l \frac{P_l^1(\cos \vartheta)}{\sin \vartheta} \right) \quad (6.8)$$

Bislang wurde von Teilchen in Vakuum mit dem Brechungsindex 1 ausgegangen. Tatsächlich sind die Teilchen in Wasser mit dem Brechungsindex $n_{\text{H}_2\text{O}} \approx \frac{4}{3}$ suspendiert. Alle Größen müssen somit auf den Brechungsindex $n_{\text{H}_2\text{O}}$ bezogen werden, also $n \rightarrow \frac{n}{n_{\text{H}_2\text{O}}}$ und $\lambda \rightarrow n_{\text{H}_2\text{O}} \lambda$.

Weil mit „weißem“ Licht gearbeitet wird, ist die Intensitätsfunktion über die Bandbreite des Spektrums der Lampe zu mitteln.

6.3 Durchführung des Experiments

Mit der Kamera wurde ein Winkelbereich von 320° abgefahren. Ein typisches Bild der Messung ist in Abbildung 6.2 dargestellt. Aufgrund der Befestigung von Lichtquelle und Kamera ist ein Ausmessen des gesamten Winkelbereichs von 360° nicht möglich. Dies ist nicht so wichtig, weil die direkte Rückstreuung für den Stereoaufbau nicht von Belang ist. Die Messung erfolgte in Schritten von 5° , wobei an Stellen großer Steigung bzw. Steigungsänderung in der Streukurve die Schritte bis auf 1° sukzessiv verkleinert wurden.

Bei der vorhandenen Lichtquelle können prinzipiell zwei Arten von Intensitätsschwankungen auftreten, die sich durch ihre Geschwindigkeit unterscheiden. Sie verfälschen das Meßergebnis und sind daher durch geeignete Maßnahmen zu berücksichtigen. Kurzzeitiges Flackern der Lampe kann durch Bilden des Mittelwertes über genügend vielen Bild vernachlässigt werden. Problematischer sind langsame Intensitätsschwankungen, die etwa durch Temperaturänderungen der Lampe im Betrieb hervorgerufen werden können. Um die durch sie entstehenden Verfälschungen zu vermeiden, wurde mit der Messung gewartet, bis die Lampe ihre Arbeitstemperatur erreicht hatte. Während der Datennahme wurden die Winkel nicht sequentiell durchfahren, sondern sprungweise gemessen. So würde sich die Intensitätsschwankungen in benachbarten Werten äußern und somit als Meßfehler identifiziert

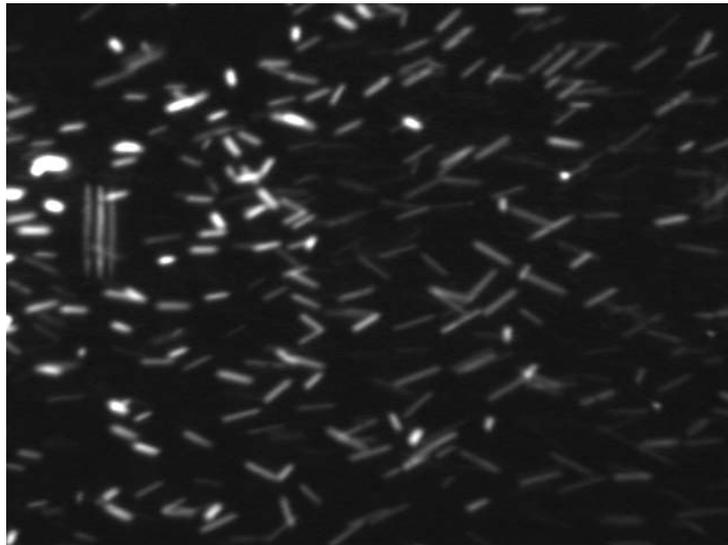


Abbildung 6.2: Ein typisches Bild der Streumessung an Polysterolteilchen mit einem nominalen Durchmesser von 100 μm . Am linken Bildrand sind Reflexe erkennbar. Sie werden durch Abzug des Nullbildes kompensiert.

werden. Nach Vollendung der Messung wurden auch noch einige anfänglich gemessenen Winkel wiederholt ausgemessen und die Ergebnisse verglichen. Im Rahmen der Meßgenauigkeit konnten jedoch keine Schwankungen festgestellt werden.

Bei einigen Winkeln traten störende Reflexe an dem Glaszylinder auf. Auch kann durch leichte Verunreinigungen Streulicht in die Kamera gelangen, welches nicht von den zu messenden Teilchen stammt. Um diese Verfälschungen der Messung zu eliminieren, wurde vor jeder Messung Nullbilder aufgenommen. Für sie wurde der gesamte Winkelbereich ohne die Streuteilchen abgefahren. Diese Nullbilder wurden dann später von den eigentlich Meßbildern mit Streuteilchen abgezogen, so daß die gemessene Intensität allein von den Teilchen stammt.

Bei dieser Meßmethode stellte sich heraus, daß der Dynamikumfang der verwendeten Kamera nicht ausreichte, um die Messung mit einer Einstellung durchzuführen. Wurden die Blende und Belichtungszeit so eingestellt, daß ein möglichst großer Winkelbereich ohne über- bzw. untersteuern aufgenommen werden konnte, so war das Signal-zu-Rausch-Verhältnis in weiten Bereichen der Messung nicht optimal. Zwar schien der Fehler bei den einzelnen Meßpunkten nicht zu groß zu sein, nach Abzug der Nullbilder blieben aber nur kleine Werte mit hohem relativen Fehler übrig.

Zur Lösung dieses Problems wurde die Helligkeit für jeden Winkelbereich optimal angepaßt. Die Blende des verwendeten Objektivs war mechanisch regelbar mit gleitendem Übergang zwischen den Einstellungen. Dies machte sie unbrauchbar für die Begrenzung der einfallenden Lichtintensität, da die Einstellung nicht reproduzierbar für die Nullmessung gewesen wäre. Aus diesem Grund wurde die Lichtsensitivität durch Veränderung der Belichtungszeit angepaßt. Hierfür standen an der Kamera ein Belichtungsbegrenzer von 32 μs bis 4096 μs in acht Einstellungen zur Verfügung. Diese kurzen Belichtungszeiten werden in der Kamera durch das sogenannte „High Speed Electronic Shuttering“ realisiert, bei dem mittels vertikalen Abzug-Saugelektroden sämtliche Ladungen auf dem CCD gelöscht werden („Vertical Overflow Drain“) und ein neuer Ausleseprozeß nach Erreichen der Belichtungszeit ausgelöst wird [PULNIX 1996].

Durch diese Methode konnte die Meßung deutlich verbessert werden, so daß relative Fehler von unter

einem Prozent erreicht wurden.

6.4 Vergleich der Theorie mit dem Experiment

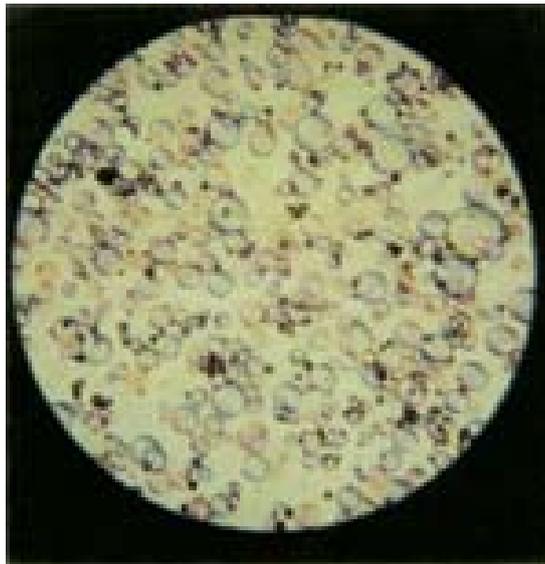


Abbildung 6.3: Die Mikro-Glashohlkugeln S22 in 100-facher Vergrößerung [KSL 1998].

Im Rahmen der Messung wurden meherer zur Verfügung stehende Teilchensorten durchgemessen. Dabei handelte es sich um polykristalline Teilchen, Polyesterolteilchen und Glashohlkugeln. Eine mikroskopische Aufnahme der Glashohlkugeln ist in Abbildung 6.3 zu sehen. Die nominale Größe der Teilchen reichte von $30\ \mu\text{m}$ für die polykristallinen, über $35\ \mu\text{m}$ für die Glashohlkugeln bis zu $180\ \mu\text{m}$ für die Polyesterolteilchen. Die Teilchen sind aufgrund des Herstellungsprozesses normalverteilt, wobei die Standardabweichungen der Größenverteilung für die Teilchen verschieden sind.

Einige der Teilchen wurden bereits von [LEUE 1996] vermessen. Die Ergebnisse für die Polyesterolteilchen decken sich recht gut mit diesen Ergebnissen. Bei ihnen war der Fehler auch vergleichsweise hoch. Für diesen Fehler gibt es zwei Erklärungsmöglichkeiten. Zum einen sind Verdeckungseffekte bei grossen Teilchen ausgeprägter, zum anderen war die Dichte ρ dieser Teilchen recht groß. Um ihr Absinken zu verhindern mußten sie stark durchmischt werden. Aufgrund der Kontinuität des optischen Flusses aus Abschnitt 4.3 sollte der mittlere Grauwert eines Bildes unabhängig von der Geschwindigkeit der Teilchen sein. Nichtlineare Effekte im Auslesevorgang des CCD-Chips können zu einer Verletzung dieser Kontinuität führen. Somit würde auch die gemessene Intensität mit der Geschwindigkeit der Teilchen schwanken.

Das Ergebnis der Messung für die polykristallinen Teilchen ist in Abbildung 6.4 zu sehen. Bei kleinen Winkeln ist die Übereinstimmung zwischen theoretisch vorhergesagten und experimentell ermittelten Streuintensitäten recht gut. Bei großen Winkeln ab etwa $\pm 90^\circ$ fallen die experimentell ermittelten Werte unter die theoretischen Werte. Der Fehler beträgt etwa 10%. Dieser Fehler zeigt aber nicht, daß die Mie-Streuung in diesem Winkelbereich den Streuvorgang nicht richtig beschreibt, sondern ist vernachlässigbar [ROEDEL 1998].

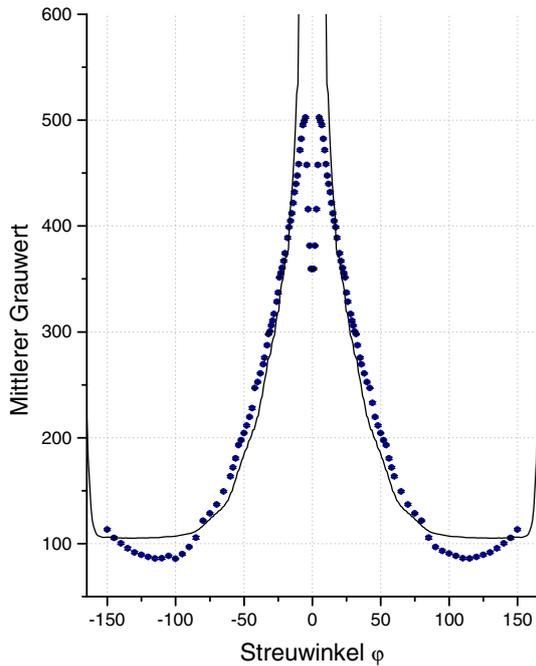


Abbildung 6.4: Polykristalline Optimage Teilchen. Der Brechungsindex n ist mit $n = 1.6$ gegeben, der nominale Durchmesser beträgt $30 \mu\text{m}$.

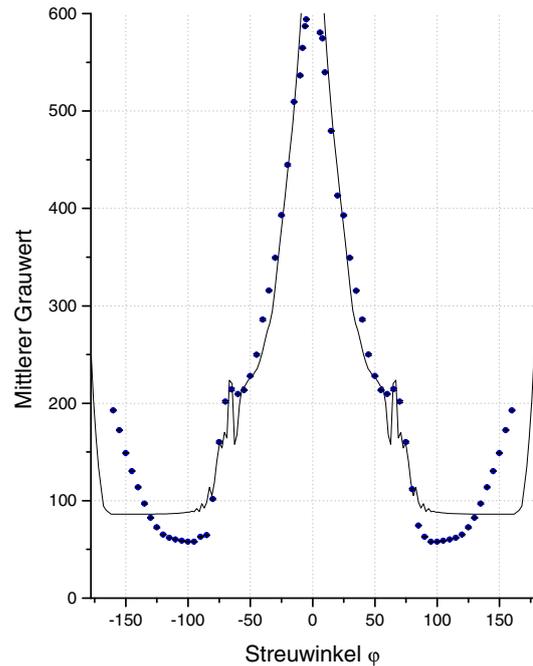


Abbildung 6.5: Glashohlkugeln. Als Brechungsindex wurde der Brechungsindex $n = 1$ von Luft angenommen. Der nominale Durchmesser ist mit $35 \mu\text{m}$ gegeben.

In eben diesem Bereich weist auch die Kurve der Glashohlkugeln in Abbildung 6.5 Abweichungen von der theoretischen Kurve auf. Ansonsten stimmen auch bei ihr Experiment und Theorie überein. Der Unterschiedliche Verlauf zu den polykristallinen Teilchen im Winkelbereich von $\pm 50^\circ$ - 80° kommt durch Unterschiede im Brechungsindex zustande. Das Luftvolumen im inneren der Glashohlkugeln ist etwa zehn mal so groß wie der Anteil des Glases. Daher ist der Brechungsindex dieser Teilchen geringer als der von Wasser. Dieser Effekt gleicht den von Luftblasen in Wasser, wo ein ähnlicher Verlauf der Streuintensität vorliegt [GEISSLER 1998].

Kapitel 7

Experimenteller Aufbau

Bei der *dreidimensionalen Particle Tracking Velocimetry* (3D PTV) mittels Stereoscopie werden Tracerteilchen durch eine geeignete Beleuchtung mit zwei Kameras visualisiert. In dieser Arbeit wurden die Teilchen in Wasser suspendiert, sollten doch Effekte in der wasserseitigen Grenzschicht gemessen werden.

Es stellt sich die Frage nach einem geeigneten Aufbau. Neben der Beleuchtungsquelle ist die Anordnung der Kameras von entscheidender Bedeutung. Sie beeinflusst das Auflösungsvermögen in den drei Raumdimensionen.

Die Kalibration ist ein zentraler Bestandteil des 3D PTV Algorithmus. Gedanken sollten sich daher über einen geeigneten Kalibrierkörper gemacht werden. Neben einigen Anforderungen an ihn, die sich aus dem Kapitel 2.4.5 ergeben, ist auf die Genauigkeit und seine Realisierung in dem Kalibrationsprozess zu achten.

Die bestmögliche Kameraposition des Stereoaufbaus relativ zu der Lichtquelle ergeben sich unter anderem aus der Streucharakteristik der verwendeten Tracerteilchen. Sie wurde daher in Kapitel 6 eingehend untersucht.

7.1 Der Kalibrierkörper

Dem Kalibrierkörper kommt eine zentrale Rolle in der Messung zu, da die Güte der Kalibrierung und damit die erreichbare Genauigkeit entscheidend von ihm ab hängt. Um bestmögliche Resultate aus der Messung zu erhalten sollte man sich daher Gedanken über einen den Messbedingungen am besten angepaßten Körper machen.

Wie in Abschnitt 2.4.5 gezeigt wurde, ist bei der Auswahl eines geeigneten Kalibrierkörpers darauf zu achten, daß nicht alle Eichpunkte auf einer Ebene liegen. Sonst ist das Gleichungssystem 2.27 nicht eindeutig lösbar und die Kalibrierung kann nicht durchgeführt werden.

Aus diesem Grund wird oft ein genau bekannter Würfel verwendet. Diese hochpräzisen Kalibrierwürfel sind aber meist sehr teuer und weisen den Nachteil auf, daß bei einem Stereoaufbau die Winkel auf den Würfelflächen meist sehr flach sind und durch die endliche Strichdicke der Kalibrierpunkte Effekte wie Projektionsassymetrien beachtet werden müssen.

Um Probleme dieser Art zu vermeiden wurde im Rahmen dieser Arbeit ein genau gefertigtes Kalibriergitter verwendet. Da sich hier alle Kalibrierpunkte auf einer Ebene befinden, wurde das Gitter mittels eines Mikrometerverschiebetisches an verschiedene Positionen gefahren.

Im Rahmen dieser Arbeit sollte die wasserseitige Grenzschicht ausgemessen werden. Das Probevolumen beginnt daher an der Wasseroberfläche und reicht etwa 5cm in die Tiefe.

Für die Kalibration wurden Bilder von dem Gitter an diesen Begrenzungen des Probevolumens aufgenommen, um hier eine möglichst gute Kalibrierung gewährleisten zu können.

Material	$\alpha \cdot 10^6 / [K^{-1}]$
Quarzglas	0.5
Jenaer Glas 16	8.1
Pyrexglas	3.0
Eisen	12.0
Aluminium	23.8
Mangan	22.8
Kupfer	16.7
Wolfram	4.3
Blei	29.4
Phosphor (weiß)	124.0
NaCl	40.0
Rohrzucker	83.0

Tabelle 7.1: Der lineare Ausdehnungskoeffizient α einiger verschiedener Materialien bei $+100^\circ\text{C}$ [GERTHSEN und VOGEL 1995]

Bei einem Kalibrationsgitter stellt sich natürlich auch die Frage nach dem verwendeten Material bzw. einem geeigneten Verfahren zum Aufbringen der Gitterlinien.

Das verwendete Gitter ist für den Einsatz im Wasser konzipiert. Materialien, die unter Wassereinfluß ihre Form ändern oder gar wasserlöslich sind scheidet daher aus. Auch sind diverse Kunststoffe ungeeignet, da sie sich unter Temperaturänderung stark ausdehnen.

Der lineare Ausdehnungskoeffizient α ist gegeben durch

$$l = l_0 \cdot (1 + \alpha \cdot T). \quad (7.1)$$

Dabei entspricht l_0 der Länge des Stoffs am absoluten Nullpunkt und l der gemessenen Länge bei der Temperatur T . Dies ist natürlich nur eine Näherung [GERTHSEN und VOGEL 1995].

In der Tabelle 7.1 sind die Ausdehnungskoeffizienten einiger Materialien aufgelistet. Daraus wird ersichtlich, daß Materialien wie Eisen oder Aluminium ungeeignet sind. Auch ist der Aufbau für die Durchlichtmethode ausgelegt, weshalb undurchsichtige Materialien ausscheiden.

Aufgrund seiner guten Eigenschaften viel die Wahl für das Material des Kalibrationsgitters auf Quarzglas. Durch das sogenannte *Lift-Off Verfahren* konnte eine hochpräzise Gitterstruktur auf das Glas aufgebracht werden. Bei diesem aus der Mikrostrukturtechnik bekannten Prozeß wird das Glas zunächst in einer HCl-Lösung gesäubert. Dann wird Photolack aufgebracht, der mit einer zuvor angefertigte Maske belichtet wird. Die so entstandene Photolackschicht kann mit einer 80 nm dicke Aluminiumschicht bedampft werden. Die belichteten Stellen des Photolacks bleiben am Glas haften, die anderen

können durch eine geeignete Lösung entfernt werden. Dabei werden natürlich auch alle aufgedampften Stoffe entfernt, so daß allein die Gitterstruktur aus Aluminium zurück bleibt. Diese Gitter wurden vom Institut für Mikrostrukturen der Universität Heidelberg erstellt.

Natürlich kann das endgültige Gitter nur so präzise sein, wie die verwendete Maske. Sie wurde daher auf einem Photobelichtungsdrucker angefertigt, der neben einer sehr genauen Ansteuerung des Druckwerks noch die Eigenschaft aufweist, daß die verwendete Folie nicht erhitzt wird. Im gegensatz zu normalen Laserdruckern werden somit Verzerrungseffekte vermieden, die durch die Ausdehnung der Folie in Abhängigkeit der Temperatur entstehen können. Die Gitterabstände konnten so mit einer Genauigkeit von 100 nm gefertigt werden.

7.2 Der Stereoaufbau am Wind-Wellenkanal

Im Rahmen dieser Arbeit sollte der entwickelte Algorithmus für die 3D PTV am großen Wind-Wellenkanal des Instituts für Umweltphysik der Universität Heidelberg gemessen werden. Hierfür war ein geeigneter Aufbau zu entwickeln, der im folgenden Abschnitt beschrieben werden soll.

7.2.1 Der Heidelberger Wind-Wellenkanal

Bei dem Heidelberger Wind-Wellenkanal handelt es sich um einen zirkularer Kanal mit einem Außendurchmesser von 4 m und einer Rinnenbreite von 30 cm. Die Messungen wurden bei einer Wasserhöhe von 30 cm durchgeführt. Der Wind wird mit einem Paddelring erzeugt, der sich in etwa 62cm über dem Kanalboden befindet. Die effektiv vom Wind überstrichene Weglänge wird als *Fetch* bezeichnet. Durch die runde Form des Kanals ist es möglich bei quasiunendlichem Fetch zu messen. Dies ist einer der Gründe für den Bau von zirkularen Kanälen.

Über dem eigentlichen Kanalboden befindet sich noch ein durchsichtiger zweiter Boden. Dieser Boden kann entgegen der Windrichtung bewegt werden, so daß eine Gegenströmung erzeugt wird. Die Driftgeschwindigkeit der Teilchen kann somit im zu beobachtenden Volumen kompensiert werden, wodurch sie länger verfolgt werden können.

Aussendurchmesser	4m
Umfang in der Mitte der Rinne	11.62m
Breite der Rinne	0.3m
Höhe der Rinne	0.7m
Maximale Wassertiefe	0.3m
Wasseroberfläche	3.49m ²
Maximale Windgeschwindigkeit	12m/s

Tabelle 7.2: Wichtige Dimensionen und Größen des Heidelberger Wind-Wellenkanals. Die Daten sind [SCHMUNDT et al. 1995] entnommen.

Zur Veranschaulichung ist ein Bild des Kanals mit dem verwendeten Stereoaufbau in Abbildung 7.1 zu sehen. Die Eigenschaften dieses Kanals sind in Tabelle 7.2 zusammengefaßt. Eine tiefere Beschreibung findet sich in [SCHMUNDT et al. 1995].

7.2.2 Aufbau für die Kalibration

Wie schon in Abschnitt 7.1 erwähnt wurde, ist für die Kalibrierung des Stereoaufbaus ein Kalibriergitter verwendet worden. Mittels eines Mikrometer-Verschiebetisches wurde dieses Gitter an verschiedene Positionen entlang der U_3 -Richtung gefahren.

Für die spätere Messung ist eine Ortsauflösung von wenigen Mikrometern erstrebenswert. Die Aufgabe des Kalibrierbaus ist es somit, daß Gitter mit einer Genauigkeit von einem Mikrometer an fest definierte Stellen innerhalb des Probevolumens zu plazieren. Dabei darf sich weder die Lage des Gitters innerhalb des Kalibrationsaufbaus, noch die relative Lage des Gitters zu den Kameras undefiniert ändern.

Der Mikrometer-Verschiebetisch wird daher an einem robusten X-95 Gestänge befestigt. Weil das Kalibriergitter innerhalb des Wasservolumens plaziert werden muß, wurde es in einer Halterung verschraubt, die ihrerseits an den Verschiebetisch geschraubt wurde. Die Halterung bestand aus einem L-Förmigen Grundriß, um Verwindungssteifigkeit und Stabilität zu garantieren. Darüberhinaus ermöglicht dieser Aufbau eine homogene Ausleuchtung des Gitters, da die Halterung den Lichtweg von nur einer Seite versperrt.

7.2.3 Der Stereoaufbau

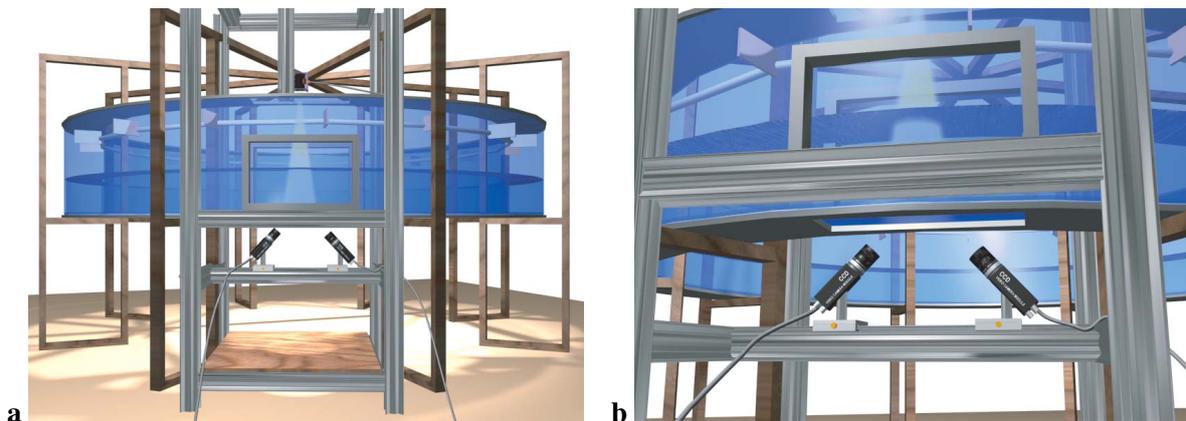


Abbildung 7.1: Der Stereo-Aufbau an dem Heidelberger Wind-Wellenkanal. Die beiden Kameras sind unterhalb des Kanals montiert, wo sie das Probevolumen durch ein Fenster im Kanalboden visualisieren. Dies ist deutlich in **b** zu erkennen. Die Lichtquelle befindet sich oberhalb des Kanals symmetrisch zwischen ihnen. (Farbdruck findet sich als Abbildung 10.2 auf Seite 120)

In dieser Arbeit wurden erstmalig 3D PTV Messungen am Heidelberger Wind-Wellenkanal durchgeführt.

Bislang wurden die 2D PTV Messungen durch ein Fenster in der Seite des Wind-Wellenkanals ausgeführt. Dabei wurde ein Lichtschnitt wie in [HERING 1996] beschrieben durch ein Bodenfenster erzeugt. Beleuchtungsrichtung und optische Achse der Kamera standen also orthogonal aufeinander. Bei dieser Beleuchtungsanordnung treten zwei Probleme auf:

- Unter einem Winkel von 90° weist die Streuintensität der Tracerteilchen wie in Abschnitt 6.4 beschrieben ein Minimum auf. Die zu erwartenden Intensitäten sind daher suboptimal.

- Aufgrund der Beleuchtungsanordnung fallen die Lichtstrahlen beim Wasser-Luft Übergang aus dem optisch dichteren in das optisch dünnere Medium. Es ist bekannt, daß bei dieser Konfiguration Totalreflexion eintritt, sobald der Winkel α_T überschritten wird. Er ergibt sich aus $\sin \alpha_T = \frac{n_{\text{Luft}}}{n_{\text{Wasser}}}$, wobei n für die jeweiligen Brechungsindizes steht. An der Wasseroberfläche entstehen daher starke Reflexe. Diesen kann man mit einem Lichtschnitt aufgrund ihrer Größe leicht Herr werden [HERING 1996]. Ohne einen Lichtschnitt erhält man jedoch viele kleine Reflexe, die nicht immer leicht von Teilchen zu unterscheiden sind [ENGELMANN et al. 1998].

Aus diesem Grund fiel die Wahl auf einen anderen Aufbau. Die beiden Kameras des Stereoaufbaus wurden unter dem Kanal montiert wie in Abbildung 7.1 zu sehen ist. Durch ein Glasfenster der Größe $24 \times 58\text{cm}$ im Boden des Kanals und den durchsichtigen bewegbaren Boden aus Plexiglas konnten die Tracerteilchen unter der Wasseroberfläche visualisiert werden. Sie werden mit einer Cermax Lampe von oben beleuchtet. Der Aufbau ist symmetrisch gehalten, so daß die beiden Kameras die Lichtstrahlen unter einem Winkel von etwa 76° sehen.

Bei dieser Anordnung der Lichtquelle sehen die Kameras die starke Forwärtsstreuung, wie sie typisch für Mie-Streuung ist. Die Intensität des gestreuten Lichts wird somit maximal. Darüberhinaus bietet diese Anordnung den Vorteil, daß keine störenden Reflexe an der Wasseroberfläche auftreten, weil die Lichtstrahlen aus dem optisch dünneren in das dichtere Medium fallen.

Um die auftretenden Strömungsphänomene möglichst dicht unter der Wasseroberfläche untersuchen zu können werden hohe Anforderungen an die verwendeten Kameras gestellt.

Kameras, die nach den standard Videonormen RS-170¹ oder CCIR² arbeiten liefern Bilder mit einer Auflösung von 525×480 bzw. 625×576 Pixel. Dies geschieht bei einer Bildwiederholfrequenz von 30Hz (RS-170) oder 25Hz (CCIR) im Interlace-Modus. Dies bedeutet, daß von den Bildern jeweils nur jede zweite Zeile bei der vollen Bildwiederholfrequenz von 60Hz (RS-170) bzw. 50Hz (CCIR) übertragen werden können. Diese Bilder werden dann zu Vollbildern zusammengesetzt, was einer Bildwiederholfrequenz von den angegebenen 30Hz respektive 25Hz entspricht.

Diese geringe zeitliche Auflösung ist nicht ausreichend, um die Strömungen in der wasserseitigen Grenzschicht aufzulösen. Aus diesem Grund wurden zwei „Progressiv Scan Interline Transfer Kameras“ der Firma Pulnix verwendet [PULNIX 1996]. Diese Kameras liefern Vollbilder der Auflösung von 648×484 Pixel bei einer Bildwiederholfrequenz von 60Hz.

Dabei besteht das Prinzip der „Interline Transfer CCD“ darin, daß in jedem einzelnen Pixel die einfallenden Photonen gesammelt und integriert werden. Die Ladungspakete werden dann gleichzeitig in die vertikalen Schieberegister transferiert. Diese Vorgehensweise ermöglicht eine gleichzeitige Belichtung aller Pixel auf der CCD-Matrix zur exakt gleichen Zeit [ATKINSON 1996].

Als Meßrechner wurde ein Standard-PC gewählt. Dieser ermöglicht bei geringen Kosten eine flexible Plattform. Die Aufgabe des Rechners besteht darin die analogen Videosignale zu digitalisieren und so die Bilddaten in eine der digitalen Bildverarbeitung zugänglichen Form zu bringen. Die Steuerung erfolgte über die Bildbearbeitungssoftware Heurisko, die durch eigene Erweiterungen an den Framegrabber angepaßt wurde.

Für die Rekonstruktion der 3D PTV ist es entscheidend, daß die Bilder beider Kameras zu exakt den selben Zeitpunkten aufgenommen wurden. Sonst ist es möglich, daß sich die Lage des Objekts

¹Die RS-170 Videonorm ist 1953 von der National Television Systems Committee (NTSC) in den USA ins Leben gerufen worden.

²Die in Europa durch das Comité Consultatif International des Radiocommunications (CCIR) definierte Videonorm.

zwischen den Bildern der beiden Kameras verändert hat. Dadurch wird natürlich auch der Objektpunkt falsch rekonstruiert, wenn überhaupt die korrespondierenden Bildpunkte gefunden werden können.

Aus diesem Grund wurde der INSPECTA-2 Framegrabber der Firma Mikrotron verwendet. Er ermöglicht einen parallelen 24-Bit-RGB-Echtfarb-Bildeinzug mit separaten Eingängen und A/D-Wandlern für den Rot-, Grün- und Blau-Kanal. So ist es möglich beide 8-Bit Kameras mit jeweils einen Farbkanal zu verbinden und sie so bis auf $\frac{1}{4}$ -Pixel genau zu synchronisieren.

Der Datenstrom erfolgt aus dem Framegrabber über den PCI-Bus³ des Rechners direkt durch DMA-Transfer⁴ in dessen Hauptspeicher. Die Maximal zur Verfügung stehende Transferrate über den PCI Bus beträgt etwa 133Mbyte pro Sekunde [SHANLEY und ANDERSON 1995].

Der Framegrabber liest alle $\frac{1}{60}$ Sekunden ein Vollbild der Auflösung 648×484 Pixel ein. Dabei handelt es sich um 8-bit Grauwertbilder. Die Datenrate einer Kamera ergibt sich somit zu $\frac{8\text{bit} \cdot 648 \cdot 484}{1/60\text{s}} \approx 18 \frac{\text{MByte}}{\text{s}}$. Natürlich fällt diese Datenrate für beide Kameras an, so daß bei der Stereomessung mit einer Datenrate von etwa $36 \frac{\text{MByte}}{\text{s}}$ zu rechnen ist. Diese Rate liegt weit unterhalb der Maximalen Transferrate über den PCI-Bus, so daß hier nicht mit einem Engpaß zu rechnen ist.

Die typische Transferrate von heutigen Festplatten liegt bei etwa $6 \frac{\text{MByte}}{\text{s}}$. Die anfallenden Daten können also nicht direkt auf ihnen gespeichert werden. Somit bestimmt die Größe des im Rechner zur Verfügung stehenden Hauptspeichers die maximale Länge der aufzunehmenden Sequenz. Als Aufnahmegerät wurde ein Standard PC mit Intel PentiumII 300Mhz und 384Mbyte Hauptspeicher verwendet. Abzüglich des Speichers, der von dem Betriebssystem benötigt wird, stand somit noch ein Speicher von etwa 340 Mbyte zur Verfügung, was ausreicht, um Sequenzlängen von etwa 9.5s aufzunehmen.

7.2.4 Auflösungsvermögen

Das Auflösungsvermögen des Stereoaufbaus wird durch zwei Größen festgelegt, nämlich

- der physikalischen Auflösung des CCD-Chips der Kameras,
- dem Winkel zwischen ihren optischen Achsen.

Die physikalische Kameraauflösung ist fest vorgegeben und somit ausserhalb des Einflusses des Experimentators. Allein durch den Winkel der beiden Kameras kann die Auflösung in U_3 - oder in $U_{1,2}$ -Richtung optimiert werden.

Wie in Abbildung 7.2 zu sehen ist, wird durch die Größe eines Pixels auf dem CCD-Chip der jeweiligen Kamera ein Ungenauigkeitsrechteck definiert. Durch Invertierung des Kameramodells geht dieses Ungenauigkeitsrechteck im \mathbb{R}^3 in eine Ungenauigkeitspyramide über. Dies läßt sich leicht nachvollziehen, wenn man die vier Ecken des Ungenauigkeitsrechtecks in den homogenen Koordinaten als Strahl durch das optische Zentrum darstellt.

³PCI steht für „Peripheral Component Interconnect“.

⁴DMA-Transfer steht für „Direct Memory Access“. In dieser Betriebsart erfolgt der Speichertransfer ohne zusätzliche Belastung der CPU.

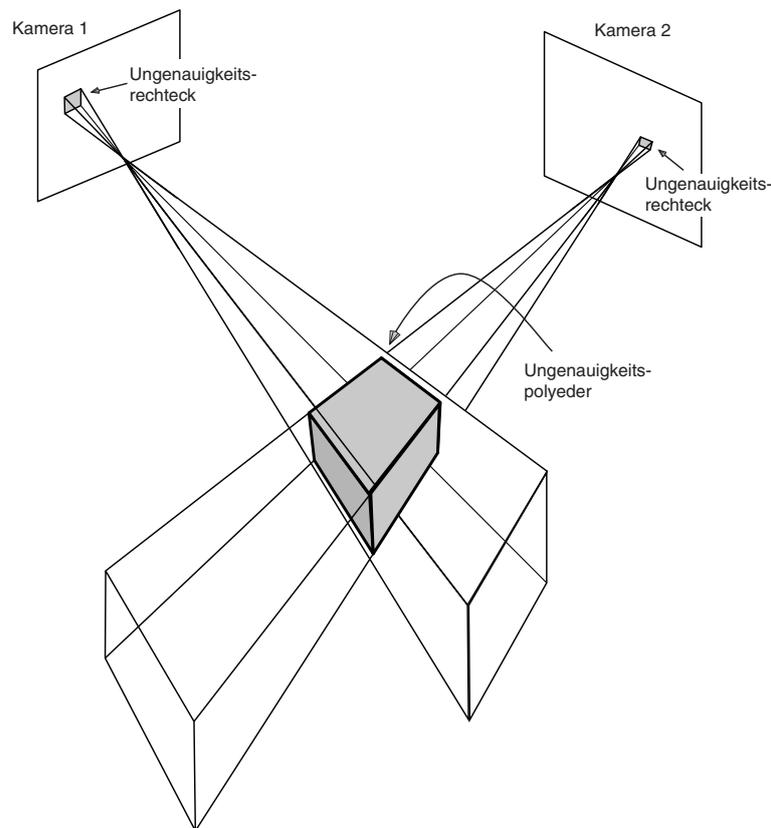


Abbildung 7.2: Wegen der rechteckigen Pixelform wird das Ungenauigkeitsrechteck auf dem CCD-Chip einer Kamera im Objektraum durch eine Pyramide dargestellt. Das Schnittvolumen von den zwei Pyramiden der beiden Kameras definiert den Ungenauigkeitspolyeder.

Anschaulich gesprochen werden alle Objektpunkte innerhalb dieser Ungenauigkeitspyramide auf das Ungenauigkeitsrechteck abgebildet. Sieht man einmal von modellbasierten Ansätzen ab, so können diese Objektpunkte nicht mehr auseinander gehalten werden.

Für die 3D PTV müssen die beiden Kameras ein möglichst großes Schnittvolumen abdecken, da nur dort Teilchen rekonstruiert werden können. Die Ungenauigkeitspyramiden werden sich somit schneiden. Tun sie dies nicht, so liegen die Pyramiden in Bereichen, die nur von jeweils einer Kamera abgebildet werden. Die Objektpunkte entziehen sich hier der Rekonstruktion, so daß sie weiter nicht von Interesse sind.

In Abbildung 7.2 ist zu erahnen, welche komplizierte Berechnungen nötig sind, um das Volumen des Ungenauigkeitspolyeders im allgemeinen Fall in Abhängigkeit der internen und externen Kameraparameter zu berechnen. Numerisch kann dieses Volumen jedoch ausgerechnet werden und durch Variation der externen Parameter minimiert werden.

Oft ist die Fragestellung jedoch nicht nach der exakten Kamerastellung, um den Ungenauigkeitspolyeder zu minimieren. Vielmehr wird sie durch den Versuchsaufbau vorgegeben und es soll einzig eine grobe Abschätzung nach der zu erwartenden Auflösung entlang den $U_{1,2,3}$ -Achsen geliefert werden. So kann man das Problem drastisch vereinfachen, wenn einige Randbedingungen an die Geometrie gestellt werden. Natürlich wird durch sie die Abschätzung ungenauer, liefert aber für typische Auf-

bauten durchaus brauchbare Ergebnisse.

Eine Einschränkung, die in der Praxis meist hinreichend gut erfüllt ist, geht davon aus, daß der Objektstand sehr viel grösser als die Brennweite ist. Dadurch können die optischen Strahlen im Bereich des Objekts als parallel angenommen werden.

Des Weiteren sollten die $u_{1,2}$ und $\bar{u}_{1,2}$ Achsen der Kameras zueinander parallel sein. Somit sind also die Pixelreihen der CCD-Chips parallel und die Ungenauigkeitspyramiden nicht gegeneinander verkantet. Bei beiden Kameras handele es sich darüberhinaus um identische. Die Brennweite und Auflösungsvermögen seien somit gleich.

Aus dem Ungenauigkeitspolyeder wird durch diese Einschränkung ein Ungenauigkeitsparallelepiped. Durch die Geometrie ist eine Ebene durch die optischen Zentren der Kameras und dem Schnittpunkt der optischen Strahle ausgezeichnet. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit sei sie die $U_{1,3}$ -Ebene.

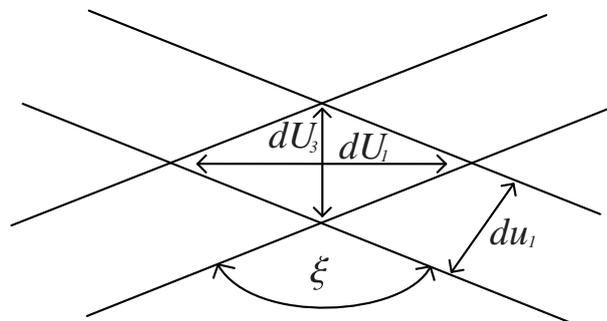


Abbildung 7.3: Der Schnitt der durch die Basisvektoren U_1 und U_3 aufgespannte Ebene mit dem Ungenauigkeitsparallelepiped. Dieses wird in der Ebene als Ungenauigkeitsraute dargestellt.

Aus einer einfachen Anschauung in Abbildung 7.3 wird deutlich, daß die Ungenauigkeit dU_1 und dU_3 von dem Winkel ξ zwischen den optischen Achsen der beiden Kameras und der Ungenauigkeit du_1 auf dem CCD-chip abhängt. Man erhält:

$$dU_1 = \frac{du_1}{\cos \frac{\xi}{2}} \quad (7.2a)$$

$$dU_3 = \frac{du_1}{\sin \frac{\xi}{2}} \quad (7.2b)$$

In U_2 -Richtung schliessen die beiden Kameras einen Winkel von 0° ein da sie entlang dieser Richtung parallel zueinander stehen. Die Auflösung ist demnach identisch der CCD-Auflösung in U_2 -Richtung, also $dU_2 = du_2$.

Der Flächeninhalt S des Ungenauigkeitsparallelogramms ergibt sich zu $S = \frac{1}{\sin \xi} \cdot du_1^2$. Um eine möglichst genaue Messung durchführen zu können, muß dieser Flächeninhalt minimiert werden. Bei einem Winkel ξ von 90° zwischen den optischen Achsen der Kameras ist dies der Fall, was auch rein anschaulich klar ist.

7.2.5 Limitierungen des Aufbaus

Bei Messungen mit dem oben beschriebenen Stereoaufbau wird man versucht sein die Ortsauflösung entlang aller drei Raumrichtungen $U_{1,2,3}$ zu maximieren. Durch Änderung des Winkels ξ zwischen

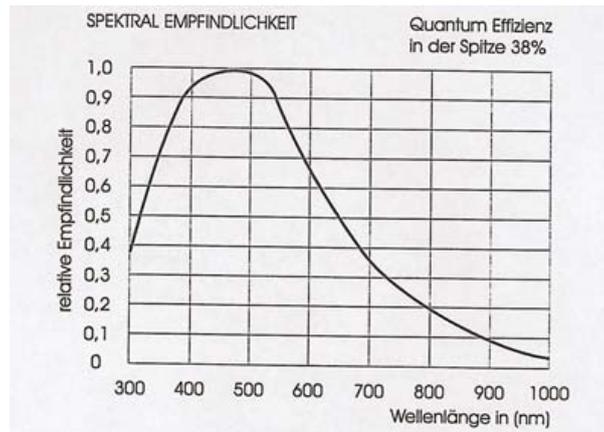


Abbildung 7.4: Die spektrale Empfindlichkeit der verwendeten Pulnix TM-6701AN Kameras [PULNIX 1996].

den Kameras ist dies nur bedingt möglich. Aus den Gleichungen 7.2a und 7.2a ersieht man, daß eine Änderung des Winkels ξ zu Gunsten von der Genauigkeit in U_3 -Richtung zu einer Verschlechterung in U_1 -Richtung führt und umgekehrt.

Sind die Genauigkeiten in alle Richtungen gleich wichtig, dann ist ein Winkel zwischen den optischen Achsen der beiden Kameras von 90° zu wählen.

Dies ist der Fall bei dem am Wind-Wellenkanal verwendeten Aufbau. Hier kann unter Umständen sogar die Auflösung in U_3 -Richtung etwas wichtiger sein als in U_1 -Richtung. Aus diesem Grund wird der maximaler Winkel gewählt, der natürlich durch den Bereich des Beobachtungsfensters begrenzt ist.

Chromatische Abberation

Stellt man nun den Winkel zwischen den Kameras optimal ein, so ergibt sich ein Effekt, der auf der Mehrmediengeometrie basiert:

Die optischen Achsen der beiden Kameras fallen unter einem Winkel auf die Glasscheibe des Kanalbodens. Durch das Beobachtungsfenster und den damit verbundenen Mehrmedienübergang entfällt die Rotationssymmetrie des Strahlengangs um die optische Achse. Damit sind Abberationseffekte verbunden [HECHT 1987].

Am stärksten wirkt sich die chromatische Abberation aus. Sie beruht darauf, daß der Brechungswinkel nach dem Gesetz von Snellius 2.24 von dem Brechungsindex des Mediums abhängt. Dieser Brechungsindex selbst ist aber Wellenlängenabhängig, ein Effekt der als Dispersion bekannt ist. Weisses Licht wird somit an der Glascheibe ähnlich einem Prisma in seine spektralen Komponenten aufgespalten. Diesen Phänomen kann man auch mit dem blossen Auge an Aquarien oder dicken Glasscheiben beobachten, wenn man diese unter einem flachen Winkel beobachtet.

Mit einer Farbkamera würde man somit an der Glasscheibe unter den beobachteten Winkel gerade an scharfen Kanten eine Aufspaltung des weissen Lichts der Cermax-Lampe sehen. Die verwendeten Grauwertkameras weisen eine unterschiedliche Empfindlichkeit je nach Wellenlänge des einfallenden Lichts auf, wie in Abbildung 7.4 deutlich zu erkennen ist. Das Maximum der Spektralen Emp-

findlichkeit liegt bei etwa 480nm. Aus diesem Grund wird die farbliche Aufspaltung des Lichts als Unschärferinge mit den Kameras abgebildet.

Weil in das Gesetz von Snellius 2.24 der Sinus des Brechungswinkels eingeht, verstärkt sich der Effekt in Abhängigkeit von diesem Winkel. Steht die optische Achse der Kamera rechtwinklig auf die Glasscheibe, so ist die chromatische Abberation nicht existent, bzw so klein, daß sie vernachlässigbar ist. Anders verhält es sich, wenn die optische Achse unter flachem Winkel auf die Glasscheibe fällt. Die chromatische Aberation ist hier sehr ausgeprägt und verstärkt sich stark bei kleinen Winkeländerungen.

Es stehen somit zwei Effekte gegenüber:

- Durch Vergrößerung des Winkels zwischen den beiden Kameras kann die Auflösung in U_3 -Richtung verbessert werden.
- Die Unschärfe wird aufgrund der chromatischen Abberation mit größerem Winkel immer ausgeprägter.

Man kann sich behelfen, indem ein bestmöglicher Kompromiß aus Unschärfe einerseits und Tiefenauflösung andererseits eingegangen wird. Bei dem in dieser Arbeit verwendeten Aufbau wäre die erreichbare Tiefenauflösung zu gering gewesen, so daß ein anderer Weg beschritten werden mußte.

Die chromatische Abberation beruht auf der spektralen Aufspaltung des zur Beleuchtung verwendeten Lichts. Verwendet man nun aber nicht weisses Licht zur Beleuchtung, sondern monochromatisches, so tritt diese Art der Abberation per Definition nicht mehr auf.

Eine gute Quelle monochromatischen Lichts stellen Laser dar. Sie weisen aber meist nicht dauerhaft eine genügend hohe Intensität auf, um das gesamte Probevolumen auszuleuchten. Aus diesem Grund wurde eine Cermax Lampe verwendet. Ihr Licht fällt durch einen Filter, so daß es ausreichend gut spektral begrenzt ist. Bei der Wahl dieses Filters ist darauf zu achten, daß die Spektrale Begrenzung einerseits groß genug sein sollte um die Unschärfe durch chromatische Abberation zu unterdrücken, andererseits aber noch Licht einer ausreichenden Intensität durchgelassen werden muß um die Strömungsvorgänge zu visualisieren.

Es bietet sich somit an, die Begrenzung in den Wellenlängenbereich zu legen, in dem die abgestrahlte Intensität der Lichtquelle maximal ist und auch die Empfindlichkeit der CCD-Kamera noch möglichst groß ist. Beide Maxima liegen im Wellenlängenbereich von etwa 500 nm, weshalb ein Rotfilter Verwendung fand. Der Filter wurde nicht zu schmalbandig gewählt um noch eine genügend hohe Intensität zu gewährleisten.

Bestimmung der Wellenhöhe

Für die Untersuchung von Strömungen in der wasserseitigen Grenzschicht ist es von entscheidender Wichtigkeit, daß die Tiefe der Strömungsvorgänge unter der Wasseroberfläche bekannt ist. Die Messungen in dieser Diplomarbeit wurden an Wasseroberflächen ohne Wellen durchgeführt. Somit konnte durch die Festlegung des Ursprungs bei der Kalibration die Höhe der Wasseroberfläche eindeutig bestimmt werden.

Bei wellenbewegter Wasseroberfläche stellt dies jedoch ein Problem dar. Mit den Wellen ändert sich die Wasserhöhe ständig. In dem Verfahren der 3D PTV lassen sich aber nur die Positionen der Tracerteilchen rekonstruieren. Direkt auf der Wasseroberfläche werden aber keine sein, so daß sich diese Höhe nicht bestimmen läßt. Eine weitere unabhängige Meßung ist somit essentiell, um auch Messungen mit Wellen durchführen zu können.

Lichtbrechung an Wellen

Bei dem Aufbau fällt das Licht von oben auf die Wasseroberfläche des Wind-Wellenkanals. Dabei geht das Licht von dem optisch dünneren in das optisch dichtere Medium über. Gemäß dem Gesetz von Snellius wird es dabei gebrochen. Diese Lichtbrechung ist abhängig von dem Winkel unter dem der Lichtstrahl auf das Wasser trifft. Dieser Effekt macht man sich bei der Imaging Slope Gauge (ISG) zunutze [BALSCHBACHER et al. 1995].

Die in dieser Arbeit verwendete Lichtquelle kann annähernd als Punktlicht betrachtet werden. Die Lichtbrechung an Wellen führt daher zu Intensitätsschwankung, ein Effekt der auch am Boden von Schwimmbädern beobachtet werden kann.

Bei den durchgeführten Messungen ohne Wellenbewegung stellt diese Lichtbrechung keine Einschränkung dar. Sollen aber Messung mit Wellen durchgeführt werden, so ist auf eine flächenhafte homogene Ausleuchtung zu achten.

Zusammenfassung

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß mit dem hier präsentierten Versuchsaufbau im Rahmen der Einschränkungen exzellente Resultate erzielt werden können. Unter der Vermeidung von vielen bisheriger Probleme wie Lichtreflektion an der Wasseroberfläche, war es mit dem Aufbau erstmals möglich, dreidimensionale PTV Messungen durchzuführen.

Durch die Kalibriereinheit besteht eine komfortable Möglichkeit den Aufbau robust zu kalibrieren. Mit ihr kann auch die Höhe des Wasserstandes festgelegt werden. Somit ist es möglich genaue Aussagen über die Tiefe der Strömungsvorgänge unter der Wasseroberfläche zu machen.

Sollen Messungen an der bewegten Wasseroberfläche durchgeführt werden, so ist ein Zusatzmessung zur bestimmung der Wasserhöhe, wie z.B. mit der ISG nötig, sowie eine flächenhafte homogene Ausleuchtung.

Kapitel 8

Auswertung und Ergebnisse

Durch die Erweiterung des zweidimensionalen Particle Tracking Velocimetry (2D PTV) auf die dritte Raumdimension, ist es möglich dreidimensionale Strömungen zu visualisieren und untersuchen. Dabei bleiben die wichtigsten Eigenschaften des 2D PTV erhalten. Wie bei dieser können Euler'sche und Lagrang'sche Strömungsfelder gleichzeitig bestimmt werden.

Sollen neue Meßmethoden in der physikalischen Auswertung eingesetzt werden, so ist es unerlässlich sich Gedanken über deren Genauigkeit zu machen. Nur bei ihrer Kenntnis können Abschätzungen über den möglichen Einsatzbereich des Verfahrens sowie die zu untersuchenden physikalischen Prozesse gemacht werden. Aus diesem Grund sollen im Folgenden die zu erwartende Genauigkeit des 3D PTV untersucht werden.

8.1 Genauigkeitsuntersuchungen des Verfahrens

Wie bereits in Abschnitt 4.2 dargelegt wurde, setzt sich das 3D PTV aus mehreren Teilverfahren zusammen. Die Kalibration ist ein integraler Bestandteil, dient sie doch nicht nur um metrische Informationen aus den Analyseergebnissen zu extrahieren, sondern auch der Bestimmung des epipolaren Suchbereichs während der Stereoanalyse.

Großes Augenmerk wird daher auf den Schritt der Kalibration gerichtet sein, aber auch die anderen Teilverfahren sind genau zu betrachten, da sie alle zu der Genauigkeit des gesamten Verfahrens beitragen. Lediglich auf das 2D PTV soll an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden, da ausführliche Untersuchungen von [MERLE 1993] durchgeführt wurden, so daß im Weiteren nur diese Ergebnisse zitiert werden.

8.1.1 Merkmalsextraktion

Die Güte der aus der Kalibrierung erhaltenen Kameraparameter ist entscheidend für die Genauigkeit der späteren Ortsrekonstruktion der betrachteten Objekte. Wie in Abschnitt 2.4.2 beschrieben können diese Kameraparameter aus genauer Kenntnis der Eichpunkte im Ortsraum und ihrer Abbildung auf der Bildebene bestimmt werden. Es stellt sich natürlich die Frage, wie genau der Eichpunktdetektor sein muß um noch passable Werte für die Parameter aus der Kalibrierung zu erhalten.

[LAVEST et al. 1998] haben diesbezüglich Untersuchungen durchgeführt und sind zu dem Ergebnis gekommen, daß Fehler grösser als 0.5 Pixel zu signifikanten Abweichungen der Kameraparameter führen. Ein Subpixeldetektor ist somit unerlässlich. Ihre Ergebnisse sind in Tabelle 8.1 zusammengefaßt.

σ_0 / Pixel	f / [cm]	σ_f / [cm]	C_1 / Pixel	σ_{C_1} / Pixel	C_2 / Pixel	σ_{C_2} / Pixel
0.00	1670.00	$1.0e^{-9}$	391.00	$1.0e^{-9}$	278.00	$1.0e^{-9}$
0.02	1670.16	0.77	391.66	0.56	278.76	0.63
0.05	1670.58	1.94	392.63	1.41	279.93	1.58
0.51	1704.82	20.63	402.92	14.70	303.34	16.53
1.06	1837.14	51.85	400.93	33.58	346.98	40.94

Tabelle 8.1: Die Abhängigkeit der Kameraparameter von der Genauigkeit σ_0 des Kalibrierpunktdetektors in Pixel. Exemplarisch sind die Brennweite f und die Lage des Hauptpunktes $\mathbf{C} = (C_1, C_2)^\top$ dargestellt. Die Ergebnisse sind [LAVEST et al. 1998] entnommen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Gitter als Eichkörper verwendet, dessen Gitterpunkte mit dem in Abschnitt 2.4.1 vorgestellten Algorithmus subpixelgenau gefunden wurden.

Um die Genauigkeit der Lokalisierung von den Kalibrierpunkten auf der Bildebene abschätzen zu können, wurde sie auf synthetischen und real aufgenommenen Bildern getestet. Synthetische Bilder bieten den Vorteil, daß die exakte Lage der Kreuzmittelpunkte a priori bekannt ist. Somit ist es möglich die Lage des Gitters mit den detektierten Punkten zu vergleichen und eine Aussage über die Genauigkeit des Algorithmus zu treffen. Leider können die Ergebnisse synthetischer Bilder nicht immer direkt auf reale Aufnahmesituationen übertragen werden. Für eine tiefgehende Analyse eines Algorithmus ist es daher unerlässlich beide Arten von Bildern zu betrachten. Zunächst sollen die auf synthetischen Bildern beruhenden Ergebnisse diskutiert werden.

Synthetische Bilder

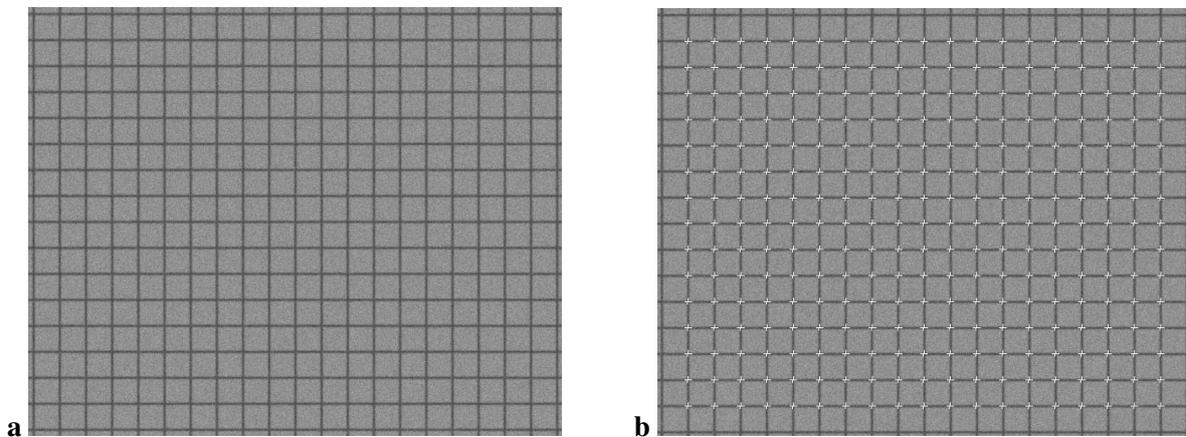


Abbildung 8.1: In **a** ist das synthetische Gitter mit Rauschen der Standardabweichung von 9.5 Grauwerten dargestellt, während in **b** die subpixelgenau gefundenen Punkte eingezeichnet sind.

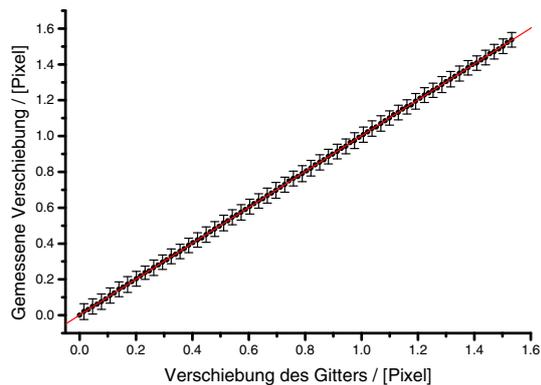


Abbildung 8.2: Die gemessene Verschiebung ist gegen die reale Verschiebung des Gitters aufgetragen. Die Standardabweichung des normalverteilten Rauschens betrug 9.5 Pixel. Wegen der übersichtlicheren Darstellung wurde der Fehlerbalken nur zu jedem zweiten Punkt eingetragen.

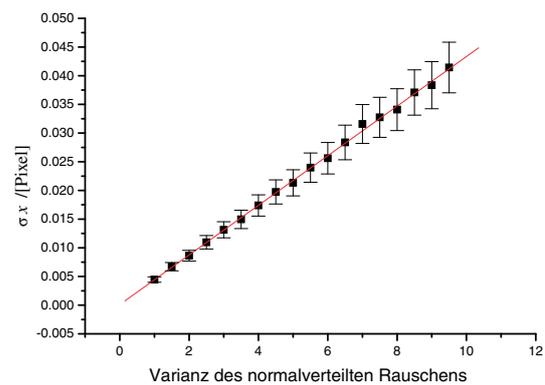


Abbildung 8.3: Die Standardabweichung der gemessenen Verschiebung gegen die Standardabweichung des Rauschens aufgetragen.

Ein mit einer Kamera aufgenommenes Bild unterliegt auf Grund des Aufnahmeprinzips einem gewissen Rauschen. Ergebnisse, die aus synthetischen Bildern ohne Rauschen gewonnen wurden, sind daher für reale Situationen nicht aussagekräftig.

Wie in Abbildung 8.1 zu erkennen ist wurden auf einem Synthetischen Gitter 285 Gitterpunkte gefunden (ein Gitter von 19×15 Punkten). Das Gitter ist dann in 100 Schritten um insgesamt 1.56 Pixel in horizontaler Richtung verschoben worden. Dieses Verfahren wurde gewählt, um die Ergebnisse mit denen aus realen Bildern gewonnenen vergleichen zu können. In realen Bildern ist die genaue Position der Gitterpunkte unbekannt. Ihre relative Position bei einer Verschiebung mit einem Mikrometer-Verschiebetisch kann aber genau angegeben werden. So ist es dann auch möglich die Genauigkeit des Kreuzpunktdetektors zu evaluieren.

Denkbar wäre auch noch die Gitterkonstante durch die detektierten Gitterpunkte auszurechnen. Auch sie ist bei den realen Bildern genau bekannt. Das Problem bei Ansätzen dieser Art ist jedoch, daß die Gitter meist nicht exakt orthogonal zu der optischen Achse der Kamera angeordnet werden können. Aufgrund von perspektivischen Verzerrungen wird der Abstand der Gitterpunkte daher im Bild nicht konstant sein sondern von der Position im Bild abhängen. Für Untersuchungen der Güte des Gitterpunktfinders ist diese Methode daher ungeeignet. Bei der Genauigkeitsuntersuchung der Weltkoordinatenrekonstruktion in Abschnitt 8.1.3 wird von diesem Verfahren aber Gebrauch zu machen sein.

Um eine statistische Aussage machen zu können wurden von allen Gitterpunkte die exakt bekannte Gitterposition abgezogen und so die Standardabweichung berechnet. Exemplarisch ist der erhaltene Graph für ein Rauschen der Standardabweichung von 9.5 Pixel in Abbildung 8.2 präsentiert. Wegen der besseren Darstellung wurde der Fehlerbalken nur zu jedem zweiten Datenpunkt eingezeichnet. In Abbildung 8.3 sind die Mittelwerte der Standardabweichungen aller Datenpunkte zu den verschiedenen Rauschepeln aufgetragen. Ganz deutlich ist die lineare Abhängigkeit zwischen ihnen, die bis zu einem Rauschen der Standardabweichung von 40 Pixeln vortgesetzt werden kann.

Das gleiche Verfahren wurde auch auf eine Verschiebung in Vertikale Richtung angewendet. Die Ergebnisse sind jedoch im Rahmen der Genauigkeit identisch mit den Resultaten aus der horizonta-

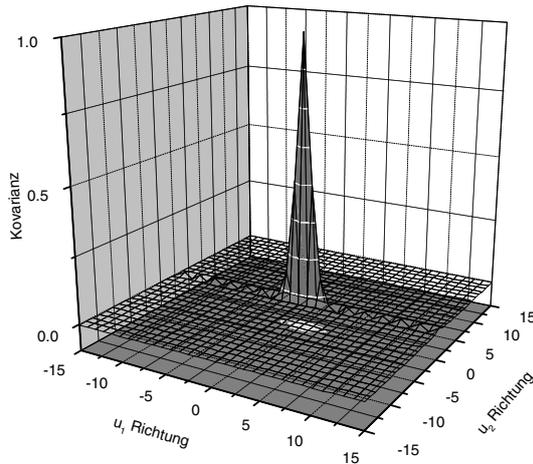


Abbildung 8.4: Die Autokovarianz des Rauschens der verwendeten Pulnix T6701AN Kamera. Weil das Rauschen durch den Auslesevorgang in Zeilenrichtung korreliert ist, besitzt der Peak hier eine nichtverschwindende Breite.

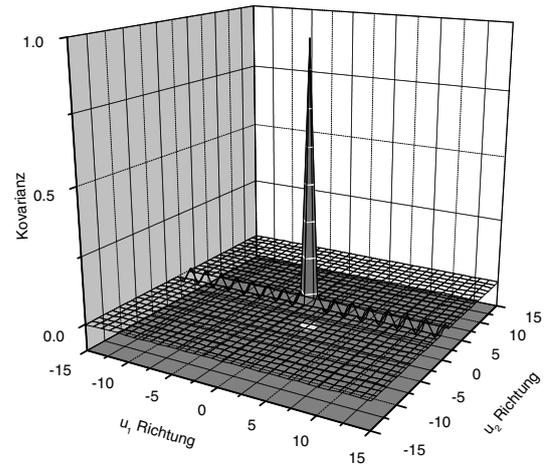


Abbildung 8.5: Die Autokovarianz eines normalverteilten Rauschens. Das Rauschen ist unkorreliert, so daß die Autokovarianz bis auf den Nullpunkt verschwindet.

len Verschiebung. Dies verwundert nicht, da der Algorithmus symmetrisch in Bezug auf die beiden Achsen ist. Die Ortsauflösung einer Verschiebung des Kalibriergitters im Objektraum wird natürlich aufgrund der unterschiedlichen Auflösung des CCD-Chips in horizontale und vertikale Richtung unterschiedlich sein.

Bei den hier durchgeführten Versuchen auf synthetischen Daten ist zu beachten, daß es sich bei dem Rauschen um rechnergeneriertes normalverteiltes Rauschen handelt. Reales Rauschen, welchem CCD-Kameras unterliegen, resultiert hauptsächlich aus dem Rauschen der Photonenstatistik und aus dem elektronischen Rauschen der Ausleselektronik während der Digitalisierung. Besonders bei der letzteren Rauschquelle ist aufgrund des Auslesevorganges nicht damit zu rechnen, daß das Rauschen entlang der u_1 - und u_2 -Richtung auf der Bildfläche gleichermaßen normalverteilt ist.

Der Chip einer CCD-Kamera wird in horizontale Richtung ausgelesen, so daß das Rauschverhalten in dieser Richtung anders als in vertikaler Richtung sein wird ([SPIES 1998] und [MANN 1998]). Das Rauschverhalten manifestiert sich in der *Autokovarianz*. Sie ist gemäß [JÄHNE 1997] definiert zu

$$C_{gg}(m, n) = \frac{1}{MN} \sum_{m'=0}^{M-1} \sum_{n'=0}^{N-1} (G_{m',n'} - \langle G_{m',n'} \rangle) (G_{m'+m,n'+n} - \langle G_{m'+m,n'+n} \rangle), \quad (8.1)$$

wobei G ein $M \times N$ Bild ist. Die Autokovarianz ist demnach die Autokorrelation eines Bildes G abzüglich seines Mittelwertes $\langle G \rangle$. Sie wird meist betrachtet, weil das Rauschen mittelwertfrei und somit ein homogener stochastischer Prozess ist. Für das gemessene Bild ist diese Aussage nicht richtig, da der Mittelwert ortsabhängig ist. Durch Subtraktion dieses Mittelwertes erhält man jedoch wie gewünscht einen homogenen stochastischen Prozess.

Die Autokorrelation ist bereits aus der Festkörperphysik bekannt [WASEDA 1980]. In der Bildverarbeitung drückt sie im Wesentlichen die Wahrscheinlichkeit aus, einen Grauwert q' an der Pixelposition (m', n') zu finden, wenn an der Position (m, n) der Grauwert q vorliegt. Dabei wird der Grauwert an der Stelle $(0, 0)$ mitbetrachtet, so daß eine typische Eigenschaft der Autokorrelation ein δ -Peak an dieser Stelle ist.

Bei unkorrelierten Rauschen sind die Fluktuationen der einzelnen Pixel statistisch unabhängig voneinander. Ausserhalb des Punktes $(0, 0)$ verschwindet die Autokorrelationsfunktion somit. Dies ist in Abbildung 8.5 zu sehen, wo die Autokovarianz von computergenerierten normalverteilten Rauschen berechnet wurde.

Anders verläuft die Autokovarianz von korreliertem Rauschen. Ein Grauwert g des Pixels (m, n) beeinflusst den Grauwert g' des Pixels (m', n') . Die Autokovarianz verschwindet somit auch nicht ausserhalb des Nullpunktes $(0, 0)$. Diese Einflussnahme nimmt meist mit Abstand der Pixel schnell ab, weshalb mit einem ausgeprägtem Peak an der Nullstelle zu rechnen ist, der mit der Entfernung stark abfällt.

Der Verlauf der Autokovarianz eines real aufgenommenen Bildes, wie in Abbildung 8.4 zu sehen ist, weist eine Mischung aus beiden Arten von statistischen Rauschen auf. In Ausleserichtung, also entlang der u_1 -Achse, ist das Rauschen vergleichsweise stark korreliert, so daß der Peak in dieser Richtung aufgeweitet ist. Entlang der u_2 -Achse ist es jedoch kaum korreliert, was sich in einem Peak äussert, der hier einer δ -Distribution gleicht. Natürlich ist das Rauschen auch in dieser Richtung nicht vollkommen unkorreliert. Die auftretenden Werte sind jedoch so gering, daß sie vernachlässigt werden können.

Um das Rauschen einer Kamera in den synthetischen Sequenzen nachbilden zu können müssen diese durch das korrelierte Rauschen entstehenden Effekte berücksichtigt werden. [MANN 1998] hat hierfür ein Verfahren vorgestellt, daß die Erzeugung eines der Kamera ähnlichen Rauschens in einfacher Weise ermöglicht. Die Adaption des Rauschen hatte aber im Rahmen der Messgenauigkeit keinen signifikanten Einfluß auf die Genauigkeit der Eichpunktdetektion, so daß im Weiteren mit normalverteilten Rauschen gearbeitet werden kann.

Resultate Abschliessend läßt sich sagen, daß der Algorithmus zum Auffinden der Kalibrierpunkte auf synthetischen Bildern vorzügliche Ergebnisse liefert. Die Standardabweichung σ_K des Rauschens der verwendeten Kameras wurde zu $\sigma_K = 2.35$ Pixel bestimmt. Seine Abhängigkeit von dem abgebildeten Grauwert ist im Rahmen dieser Betrachtung vernachlässigbar. Nach Abbildung 8.2 ist somit ein Fehler in der Bestimmung der Gitterpunkte σ_0 von etwa $\sigma_0 \approx \frac{1}{100}$ Pixel zu erwarten.

Die Tabelle 8.1 liefert für diesen Fehler in der Bestimmung des Kalibrationspunktes hinreichend genaue Werte für der Kameraparameter. In realen Messungen ist natürlich nicht mit solch guten Werten für die Bestimmung der Kalibrationspunkte zu rechnen. Ausschlaggebend hierfür ist die Tatsache, daß die synthetischen Bilder von dem mittelwertfreien Rauschen abgesehen ideal sind.

Bei realen Bildern wird vor allem bei der Kalibrierung des Stereoaufbaus im Wind-Wellenkanal mit sehr viel schlechteren Ergebnissen zu rechnen sein. Hier wird das Kalibrationsgitter durch teilweise verkratzte Plexiglasscheiben und eine 30 cm hohe Wasserschicht aufgenommen. Auch sind mehr oder minder starke Intensitätsschwankungen durch Luftblasen, Wellen und ähnlichem unvermeidbar.

Die Güte des Algorithmus zum Auffinden von Kalibrationspunkten unter realen Bedingungen wird im folgenden Abschnitt zu untersuchen sein.

Reale Bilder

Um relevante Aussagen über die zu erwartende Genauigkeit des Algorithmus zum Finden von Kalibrationspunkten unter Versuchsbedingungen machen zu können, wurden die Untersuchungen der

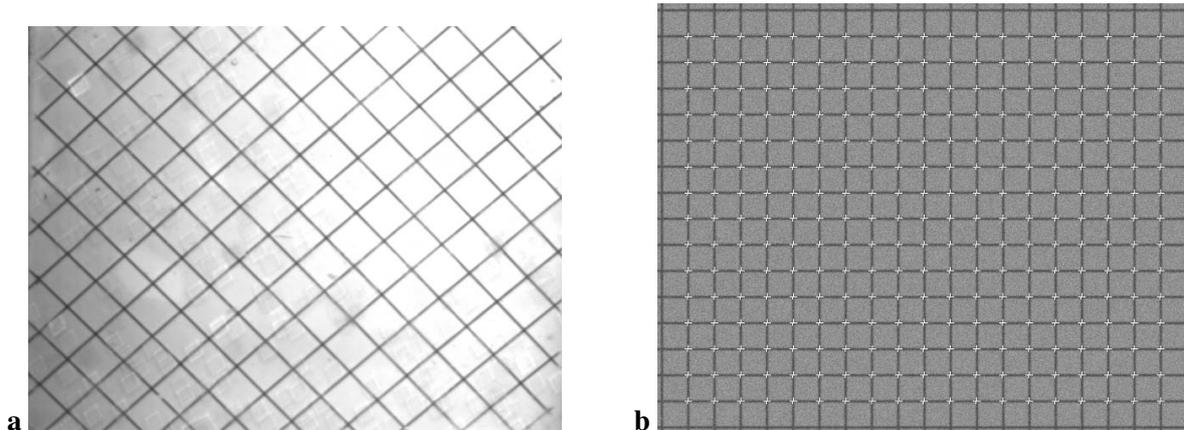


Abbildung 8.6: a Das reale Eichgitter durch eine Kamera des Stereoaufbaus am Heidelberger Wind-Wellenkanal aufgenommen. In Abbildung b sind subpixelgenau gefundenen Gitterpunkte eingezeichnet.

synthetischen Gittern mit realen Aufnahmen wiederholt.

Ausschlaggebend für die Untersuchungen war dabei nicht die Bestimmung der Güte des Algorithmus unter möglichst idealen Bedingungen. Daher wurden auch nicht Gitter in speziellen Kalibrationsaufbauten aufgenommen, bei denen die optische Achse der Kamera senkrecht auf das Gitter steht und störende Umwelteinflüsse vermieden werden. Vielmehr sollte die Qualität des Algorithmus unter eben den Bedingungen untersucht werden, wie sie auch in der Messung am Wind-Wellenkanal zu erwarten sind.

Somit wurde das Gitter mit dem in Abschnitt 7.2.2 beschriebenen Kalibrationsaufbau in den Kanal gehängt. Das Gitter mit den subpixel genau gefundenen Eichpunkten ist in Abbildung 8.6 dargestellt. Durch einen Mikrometer-Verschiebetisch wurde das Gitter dann um jeweils einen Mikrometer verschoben. In 100 Schritten wurde das Gitter somit insgesamt um 0.1mm verschoben, was bei den Abbildungsverhältnissen in etwa einem Pixel in der Kamera entsprach.

Das Ergebnis dieser Messung ist in Abbildung 8.7 dargestellt. Um statistische Aussagen machen zu können wurden analog zu den synthetischen Gittern 65 Gitterpunkte detektiert und mittels der Gitterkonstante in die erste Elementarzelle abgebildet, so daß die Standardabweichung berechnet werden konnte. Bei der Betrachtung dieser Abbildung ist offensichtlich, daß der Gitterdetektionsalgorithmus zwar recht gute Ergebnisse liefert, an einigen Stellen jedoch markante Abweichungen von der Ausgleichsgeraden aufweist. Beispielsweise treten bei einer Verschiebung von 0.08, 0.25 und 0.4 Pixel bisweilen Differenzen zu der Ausgleichsgeraden von bis zu $\frac{3}{100}$ Pixeln auf.

Aufschluß über die Herkunft dieser Abweichungen liefert die Untersuchung von einigen einzelnen Gitterpunkten. In Abbildung 8.8 sind drei aus den gemessenen 285 Gitterpunkten zufällig ausgewählt und deren detektierte Verschiebung gegen die reale Verschiebung aufgetragen. In guter Übereinstimmung weisen die Gitterpunkte an eben diesen Stellen Sprünge auf, so daß die Abweichungen nicht aus dem Algorithmus resultieren.

Die Ursachen für diese Sprünge können vielfältig sein. Zum einen sind Verwackelungen des Kalibrieraufbaus denkbar, ebenso wie ungenaue Positionierung des Mikrometer-Verschiebetisches. Um die eine oder andere Möglichkeit für die Diskrepanzen ausschliessen zu können, wurden noch weitere Messungen mit anderen Gittern durchgeführt. Alle wiesen die Sprünge an etwa den gleichen Stellen auf. Somit liegt die Vermutung nahe, daß der Verschiebetisch nicht immer exakt ist. Genauerer

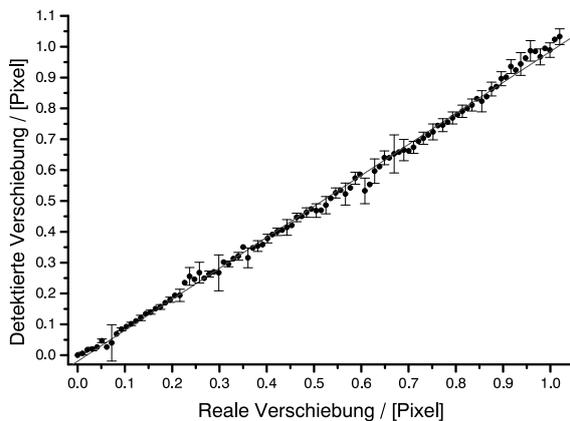


Abbildung 8.7: Die detektierten Kalibrierpunkte eines um $100\mu\text{m}$, also etwa einem Pixel entlang der u_1 -Richtung verschoben Gitters. Die Fehlerbalken ergeben sich der Standardabweichung von 65 gefundenen Punkte.

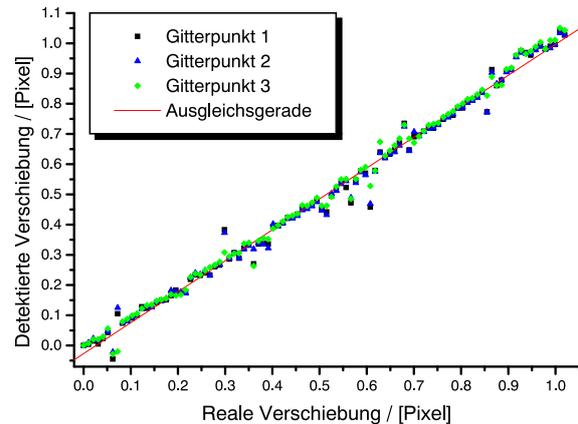


Abbildung 8.8: Aus den 285 detektierten Gitterpunkten aus Abbildung 8.7 wurden drei Punkte zufällig ausgewählt. Augenfällig sind markante Abweichungen von der Ausgleichsgeraden, die bei allen Gitterpunkten an der gleichen Stelle auftreten.

Untersuchungen ausserhalb des Kanals sind jedoch von Nöten um diesen Verdacht zu bestätigen.

Die Ungenauigkeiten des Verschiebetisches stellen jedoch glücklicherweise keine Einschränkung für die Kalibrierung dar. Wie in Abbildung 8.7 eindeutig zu erkennen ist, folgt die Verschiebung nach den Sprüngen wieder der Ausgleichsgeraden. Über weitere Strecken kann der Tisch demnach als genau angenommen werden. Typischerweise werden Strecken von 2-4cm bei der Kalibrierung abgefahren, so daß die kleinen Sprünge vernachlässigbar sind.

Resultate Die Bestimmung der Verschiebung aus der Abbildung 8.7 erfolgte mit einer Genauigkeit von etwa $\frac{3}{100}$ Pixel. Berücksichtigt man noch die Fehler aus den Sprüngen des Verschiebetisch, so ist der Algorithmus effektiv noch genauer. Eine Genauigkeit von $\frac{2}{100}$ sollte somit problemlos möglich sein. Dieses Ergebnis hält sich sehr nahe an den vorhergesagten Werten aus den Betrachtungen der synthetischen Bildern und kann somit als gut betrachtet werden.

Aus der Tabelle 8.1 entnehmen wir damit eine Ungenauigkeit in der Bestimmung der Kameraparameter von $\sigma \approx 0.5$. Dieses stellt hinreichend genaue Parameter in Aussicht. Im nächsten Abschnitt soll daher die reale Genauigkeit der Kalibrierung untersucht werden.

8.1.2 Kamerakalibrierung

In Abschnitt 8.1.1 ist die Genauigkeit der Merkmalsextraktion an synthetischen und realen Bildern dargelegt worden. Es stellt sich nun die Frage, wie genau die Kameraparameter in Abhängigkeit von der Genauigkeit der gefundenen Lage der Kalibrationspunkte bestimmt werden können. In der Tabelle 8.1 wurden die von [LAVEST et al. 1998] gefundenen Daten präsentiert. Dort wurde jedoch ein etwas anderes Kalibrationsverfahren benutzt und darüberhinaus die Parameter aus nur elf Kalibrationspunkten bestimmt. An dieser Stelle soll daher die Genauigkeit der in dieser Arbeit verwendeten Kamerakalibration untersucht werden.

In der 3D PTV sind die Kameraparameter aus zwei Gründen von großem Interesse:

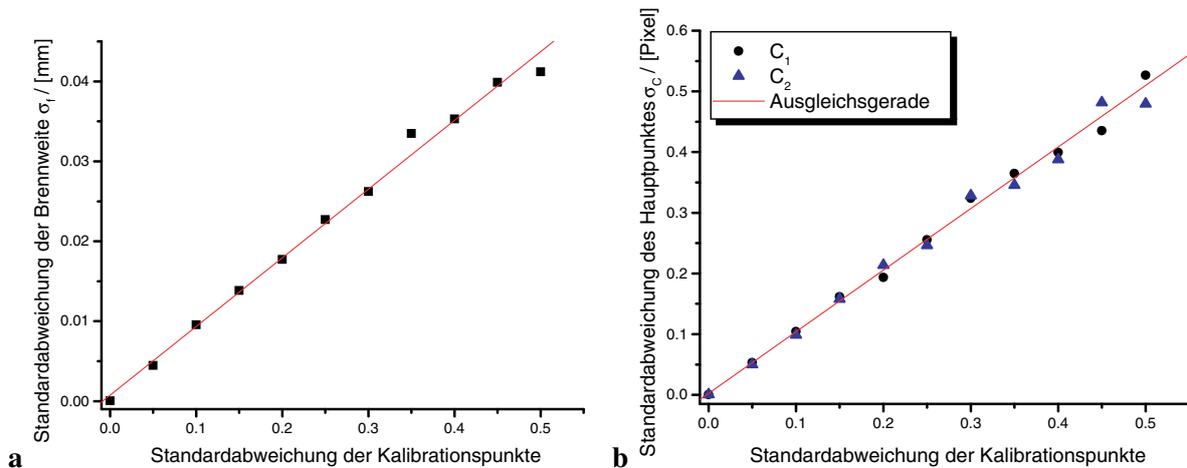


Abbildung 8.9: Die Kamerakalibrierung an synthetischen Bildern. Aufgetragen ist die Standardabweichung der Brennweite (a) bzw. des Hauptpunktes $C = (C_1, C_2)^T$ (b) gegen die Standardabweichung der Gitterpunkte.

- Durch die Kameraparameter der beiden Kameras kann der epipolare Suchbereich bestimmt werden.
- Aus den beiden korrespondierenden Bildpunkten in den zwei Kameras lässt sich mit den Kameraparametern das Objekt im dreidimensionalen Raum rekonstruieren.

Diese beiden Aspekte der Verwendung der Kameraparameter bieten Ansatzpunkte für die Überprüfung der Genauigkeit der Kalibrierung. Die Weltkoordinatenrekonstruktion ist letztendlich ausschlaggebend für die Genauigkeit und damit der Benutzbarkeit des gesamten Verfahrens. Ihrer Genauigkeitsanalyse ist der Abschnitt 8.1.3 gewidmet. An dieser Stelle soll vornehmlich die Bestimmung des epipolaren Suchbereichs behandelt werden.

Wie auch schon in Abschnitt 8.1.1 bei der Untersuchung der Genauigkeit der Merkmalsextraktion ist es auch hier sinnvoll synthetische und reale Daten in die Analyse mit einzubeziehen.

Synthetische Daten

Um die Kamerakalibrierung auf synthetischen Bildern untersuchen zu können wurde ein Programm entwickelt, welches es ermöglicht aus vorgegebenen Kameraparametern des Kameramodells aus Abschnitt 2.3.2 Kalibrationsgitter zu erzeugen. Die so generierten Gitter können als Grundlage des Kalibrationsprozesses genutzt und die letztendlich erhaltenen Kameraparameter mit denen für die Generierung der Gitter erhaltenen verglichen werden.

In dem Kalibrierprozeß wurden zwei Bilder mit unterschiedlicher Entfernung zu den Kameras generiert. Auf ihnen wurden dann jeweils 169 Gitterpunkte gefunden (ein Feld von 13×13 Punkten), die Kalibrierung beruhte somit auf insgesamt 338 Kalibrierpunkten.

Natürlich ist es wieder interessant zu wissen, wie stark sich eine Abweichung der Kalibrierpunkte von ihrer exakten Position auf die Kameraparameter auswirkt. Daher wurde verschieden starkes normalverteiltes Rauschen auf die Kalibrierpunkte aufaddiert. Um eine statistische Aussage treffen zu können wurde die Kalibrierung für jedes Rauschen einer Stärke 200 mal wiederholt.

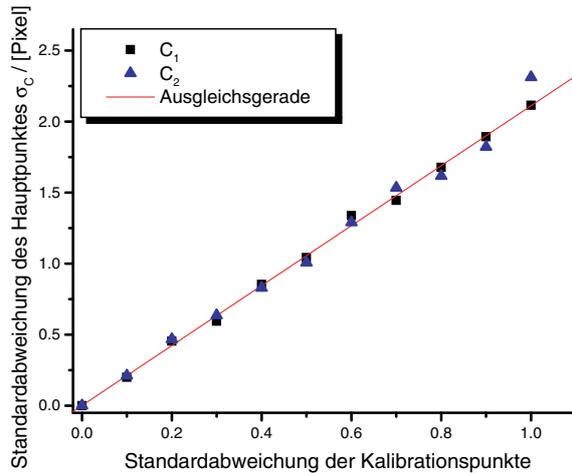


Abbildung 8.10: Die Standardabweichung des aus der Kalibration mit nur 32 Gitterpunkten gefundene Hauptpunktes $C = (C_1, C_2)^T$.

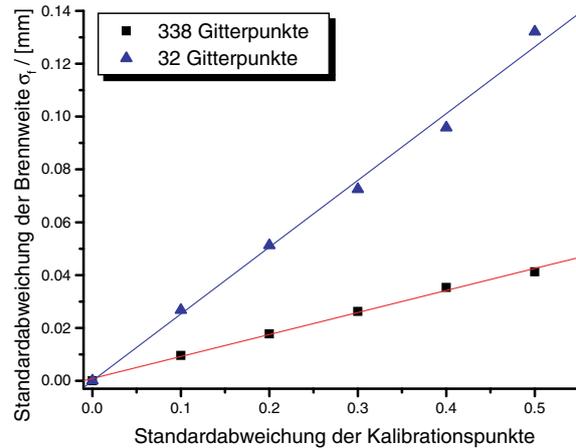


Abbildung 8.11: Die Standardabweichung der Brennweite. Zum Vergleich sind die Werte aus der Kalibrierung mit 338 und der mit 32 Gitterpunkten aufgetragen.

In Abbildung 8.9 sind exemplarisch die Standardabweichungen der Brennweite und der beiden Komponenten des Hauptpunktes $C = (C_1, C_2)^T$ gegen die Standardabweichung des Rauschens aufgetragen. Augenfällig ist der lineare Trend des Rauschens der Parameter, wie ihn auch schon die Tabelle 8.1 erahnen ließ.

Diese Linearität lässt sich mit dem Kameramodell begründen. Dabei handelt es sich um ein lineares Modell, welches erst durch die Berücksichtigung von Linsenverzerrungen nichtlinear wird. Sie sind meist extrem klein (etwa 10^{-5} bei Standardobjektiven), weshalb der lineare Charakter des Modells noch erkennbar ist.

Das Rauschen wirkt sich nicht so stark auf die Kameraparameter aus wie [LAVEST et al. 1998] gezeigt haben. Dies liegt unter anderem an der weitaus höheren Anzahl der hier verwendeten Kalibrierpunkte. Die Auswirkungen des mittelwertfreie Rauschens sind also bei vielen Kalibrierpunkten geringer als bei wenigen. Um diese Aussage zu untermauern wurden die obigen Untersuchungen an einem Gitter mit nur 16 Gitterpunkten, also insgesamt 32 Kalibrierpunkte, wiederholt, die übrigen Parameter blieben identisch. Bei noch weniger Kalibrierpunkten wird die Kalibrierung zunehmend instabil. Die errechneten Kameraparameter weichen mitunter stark von den real vorgegebenen ab.

Die Standardabweichung des Hauptpunktes $C = (C_1, C_2)^T$ ist exemplarisch in Abbildung 8.10 dargestellt. Wie bei der Kalibration mit 338 Gitterpunkten in Abbildung 8.9 ist der Verlauf linear mit der Standardabweichung des Rauschens der Kalibrationspunkte. Der Fehler nimmt jedoch weitaus schneller zu. Analog dazu ist dies für die Standardabweichung der Brennweite in Abbildung 8.11 aufgetragen. Dabei ist der Fehler etwa drei mal so groß wie bei der Kalibrierung mit 338 Gitterpunkten, was in etwa auch dem Verhältnis $\sqrt{\frac{338}{32}} = 3.25$ entspricht.

Nachdem die Abhängigkeit der Kameraparameter von der Genauigkeit der Kalibrierpunkte untersucht wurde, soll nun die Güte der Kalibrierung anhand der Epipolarlinie betrachtet werden. Dies geschieht am zweckmäßigsten durch den Abstand von korrespondierenden Gitterpunkten von der jeweiligen Epipolarlinie. Dabei sind zwei Fälle zu beachten:

- Die Kameraparameter sind unverrauscht, also exakt bekannt, die Position der Gitterpunkte ist

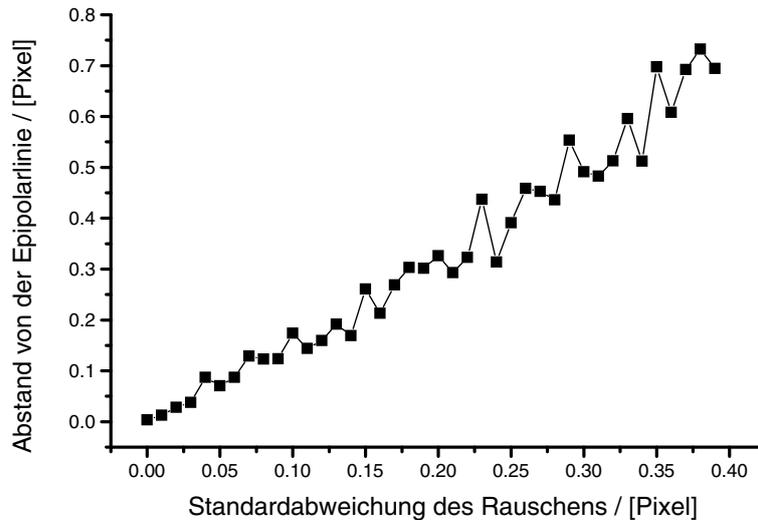


Abbildung 8.12: Der Abstand korrespondierender Gitterpunkte von der jeweiligen Epipolarlinie in Abhängigkeit von der Standardabweichung eben der Gitterpunkte.

aber mit einem Fehler behaftet.

- Die Gitterpunkte sind exakt bekannt, die Kameraparameter jedoch verrauscht.

Beide Möglichkeiten sind im Folgenden zu beleuchten.

Zunächst sind die Kameraparameter als exakt angenommen. Diese Annahme ist gerechtfertigt da sie unverrauscht sind und mit ihnen die Gitter generiert wurden. In Abbildung 8.12 ist der Abstand korrespondierender Gitterpunkte von der jeweiligen Epipolarlinie dargestellt. Hierbei wurden 42 Gitterpunkte auf synthetischen Bildern gefunden und korreliert. Auffällig ist die starke Abhängigkeit des Abstandes von der Standardabweichung des Rauschens der Gitterpunkte.

Bei exakt bekannten Gitterpunkten wurden dann die Kameraparameter verrauscht. Dabei wirkt sich die Stärke des Rauschens unterschiedlich stark auf den Abstand der Gitterpunkte von der Epipolarlinie aus. In Abbildung 8.13 wurden daher die internen und externen Parameter getrennt voneinander verschieden stark variiert. Erneut fällt der lineare Verlauf der Abstände bzw. deren Standardabweichung von den jeweiligen Epipolarlinien auf.

Resultate Durch die Analyse von synthetischen Daten konnte gezeigt werden, daß die Standardabweichung der Kameraparameter linear von der Standardabweichung der Kalibrierpunkte abhängt. Dabei ist der Fehler in der Bestimmung der Kameraparameter nicht bei allen Parametern gleich. Der Fehler in der Bestimmung der Lage des Hauptpunktes ist etwa zehn Mal so groß wie der Fehler der Brennweite. Bei einem Fehler der Kalibrationspunkte von 0.4 Pixel ist die Standardabweichung der Brennweite etwa 0.034 mm, die des Hauptpunktes etwa 0.38 Pixel. Im Vergleich von internen zu externen Parametern war kein signifikanter Unterschied zu erkennen.

Die Güte der Kalibrierung hängt entscheidend von der Anzahl der verwendeten Kalibrationspunkte ab. Werden nur 32 Gitterpunkte im Gegensatz zu 338 Kalibrierpunkten verwendet, so ist der Kalibrationsfehler etwa drei Mal grösser. Bei noch weniger Kalibrationspunkte wird die Kalibrierung zunehmend instabiler. Mitunter werden die Fehler so groß, daß die Ergebnisse unbrauchbar sind.

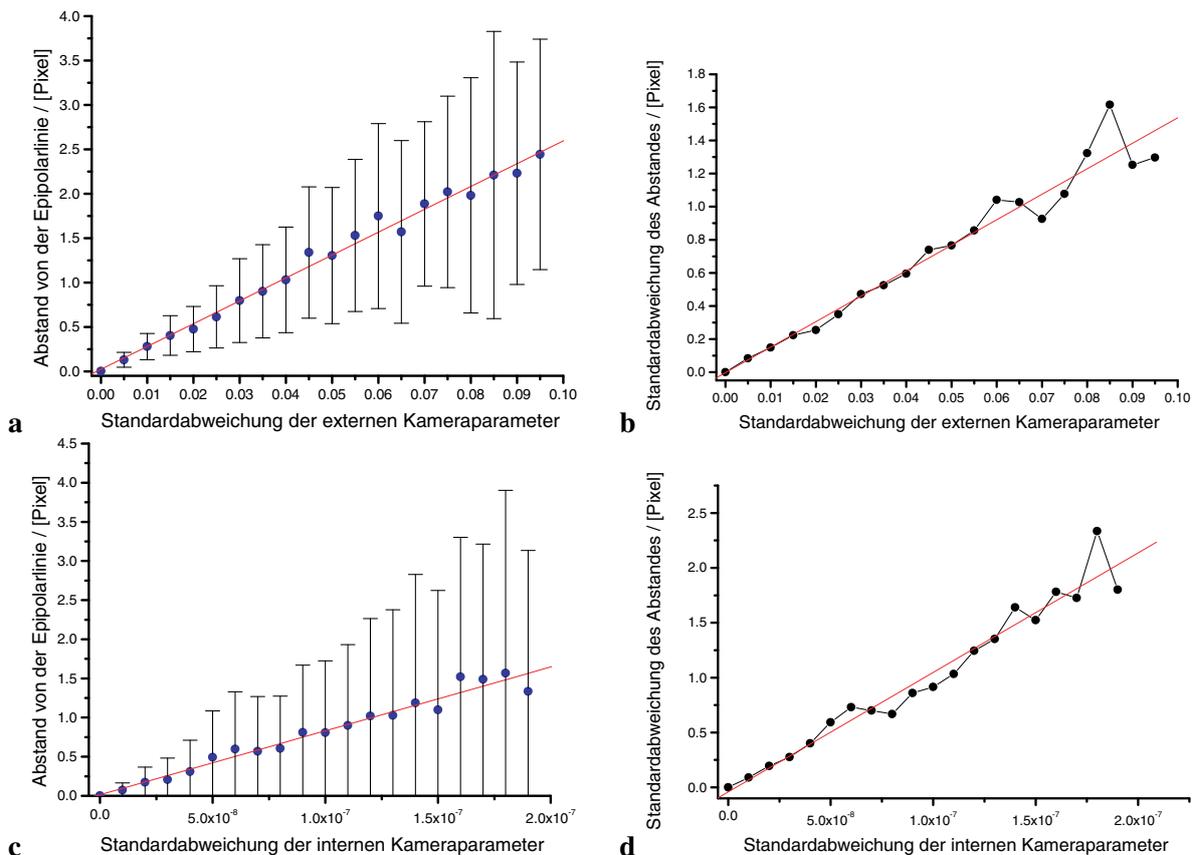


Abbildung 8.13: Der Abstand von korrespondierenden Gitterpunkten in Abhängigkeit des Kamerarauschens. In **a** wurden die externen Kameraparameter variiert, wobei die Standardabweichung in **b** zu sehen ist. Die analogen Graphen für die internen Kameraparameter sind in **c** und **d** dargestellt.

Die Epipolarlinie wird über die Kameraparameter beider Kameras bestimmt. Der Abstand korrespondierender Bildpunkte von der Epipolarlinie ist somit ein direktes Maß für die Güte der Kalibration. Auch die Entfernung hängt annähernd linear von dem Rauschen der Kontrollpunkte ab. Bei einer Ungenauigkeit in der Lagebestimmung von 0.4 Pixel beträgt der Abstand von Epipolarlinie etwa 0.74 Pixel.

Um diesen Abstand auf Grund der Ungenauigkeit in der Kenntnis der Kameraparameter zu erhalten, sollten die externen Parameter mit dem Rauschen einer Standardabweichung von 0.043 versehen werden, die internen mit einer Standardabweichung von $1.2 \cdot 10^{-7}$.

Bei der Untersuchung der Bestimmungsgenauigkeit der Position von Gitterpunkten konnte bei der verwendeten Kamera eine Ungenauigkeit von etwa $\frac{3}{100}$ Pixel festgestellt werden. Während die Kameraparameter exakt bekannt, so ist bei realen Aufnahmen ein Abstand zu der Epipolarlinie von 0.4 Pixel zu erwarten. Dies soll im Folgenden untersucht werden.

Reale Daten

Es ist nicht möglich die anhand von realen Bildern gewonnenen Kameraparametern nachzumessen und so zu verifizieren. Während die externen Parameter prinzipiell noch mit einigem Aufwand meßbar

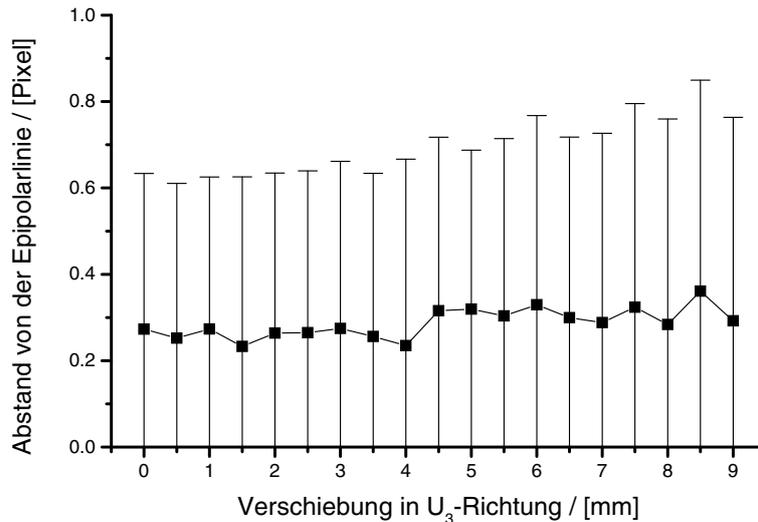


Abbildung 8.14: Der Abstand korrespondierender Gitterpunkte von der Epipolarlinie.

sind, ist dies für die internen Parameter nicht mehr möglich. Wie würde man etwa in der Praxis die Parameter der Linsenverzerrung oder die exakte Lage des Hauptpunktes ausmessen? Daher können die Ergebnisse der Analyse an synthetischen Bildern nur durch den Abstand von korrespondierenden Bildpunkten zu der Epipolarlinie mit den an realen Bildern verglichen werden.

Bei einem realen Gitter können korrespondierende Punkte leicht mit dem Auge identifiziert werden, wobei Luftblasen oder anderen Inperfektionen auf realen Bildern im Wind-Wellenkanal hilfreich sein können.

Sind beide Kameras perfekt kalibriert und die Position der Gitterpunkte exakt bekannt, so sollten die korrespondierenden Gitterpunkte exakt auf den jeweiligen Epipolarlinien zu finden sein. Dies wird in der Realität natürlich nicht der Fall sein. Durch Bestimmung des Abstandes der Gitterpunkte von den Epipolarlinien lassen sich aber Aussagen über die Güte der Kalibration treffen. Auch gibt er Aufschluß über die bei der Korrelation von Trajektorien zu wählenden optimale Größe des epipolaren Suchfensters.

Resultate In Abbildung 8.14 wurde ein Gitter mit 12 detektierten Gitterpunkten in 20 Schritten um jeweils $500\mu\text{m}$ in Richtung der U_3 -Achse auf dem Mikrometertisch verschoben. Dadurch sollten etwaige Abhängigkeiten des Abstandes von der Epipolarlinie von der Lage im kalibrierten Volumen festgestellt werden. Im Rahmen der Meßgenauigkeit war keine solche Abhängigkeit erkennbar. Das deutet darauf hin, daß die Kalibration über das gesamte kalibrierte Volumen gleich gut ist. Der Mittelwert des Abstandes der 12 Gitterpunkte von den jeweiligen Epipolarlinien pendelt um 0.28 Pixel. Er ist somit noch geringer als aus den synthetischen Daten vorhergesagte Wert von 0.4 Pixel. Die Standardabweichung von etwa 0.3 Pixel erscheint auf den ersten Blick jedoch unverhältnismäßig hoch, sofern sie bei einer solch kleinen Stichprobe überhaupt sinnvoll ist.

Der Grund für diesen großen Fehler ist in der geringen Anzahl von Kalibrierpunkten zu sehen. In Abschnitt 8.1.2 konnte gezeigt werden, daß der Fehler in der Kamerakalibrierung bei wenig Kalibrierpunkten stark mit dem Fehler der Kalibrierpunkte ansteigt.

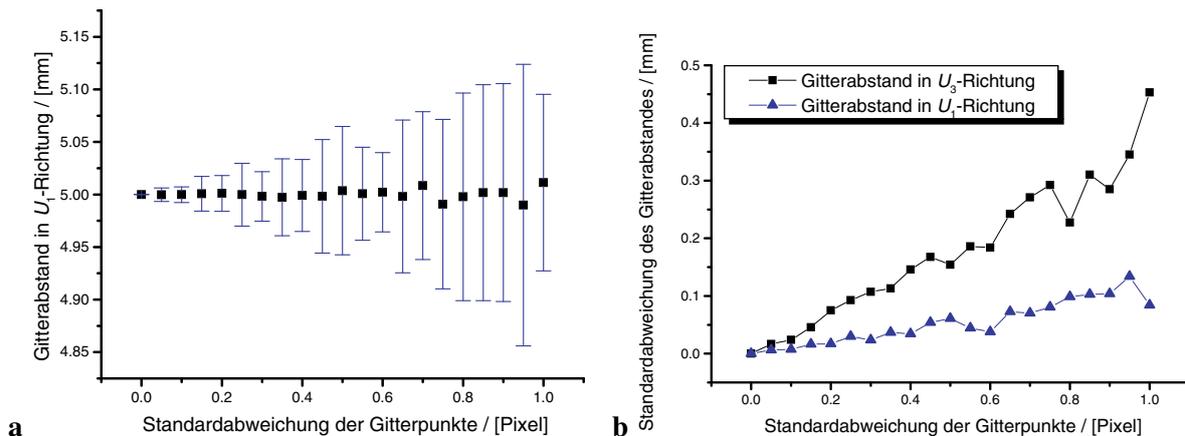


Abbildung 8.15: Die Lage von synthetischen Gitterpunkten wurde in den Objektraum rekonstruiert. In **a** ist der Gitterabstand des so entstehenden dreidimensionalen Gitters in U_1 -Richtung gegen das Rauschen der Bildpunkte aufgetragen. In **b** ist die Standardabweichung der Gitterabstände in U_1 - und U_3 -Richtung dargestellt.

8.1.3 Weltkoordinatenrekonstruktion

Der wichtigste Aspekt der Kamerakalibrierung ist sicherlich die Rekonstruktion der Bildpunkte in die dreidimensionalen Objektpunkte. Die Genauigkeit aller übrigen bisher untersuchten Eigenschaften ist irrelevant wenn die Objektpunkte nur unzureichend genau bestimmbar sind. Daher soll die prinzipiell erreichbare Genauigkeit der Weltkoordinatenrekonstruktion und damit der gesamten 3D PTV im Folgenden untersucht werden.

Aus den bekannten Gründen ist die Untersuchung wieder auf synthetische und reale Daten aufgeteilt.

Synthetische Daten

Um die auf synthetischen Daten beruhenden Ergebnisse mit den aus realen Bildern gewonnenen vergleichen zu können, wurden die gefundenen Gitterpunkte auf beiden Bildern korreliert und so das Gitter im Objektraum rekonstruiert. Von diesem dreidimensionalen Gitter wurden dann die Abstände der Gitterlinien entlang den drei Raumrichtungen $\mathbf{U} = (U_1, U_2, U_3)^T$ berechnet. Dabei mag es verwundern, daß auch der Gitterabstand entlang der U_3 -Richtung berechnet wurde, liegt das Gitter doch in der U_1, U_2 -Ebene. Dies muß allerdings nicht allgemein der Fall sein und wird generell in realen Bildern nicht gegeben sein. Bei den hier verwendeten synthetischen Gittern ist der erwartete Gitterabstand in U_3 -Richtung zwar null, die Standardabweichung dieses Wertes gibt aber dennoch wichtige Aufschlüsse über die Genauigkeit in diese Richtung.

Bei der Analyse von synthetischen Bildern sind generell zwei Fragen von Interesse:

- Wie wirken sich durch Rauschen verursachte Ungenauigkeiten der Bildpunkte auf die Rekonstruktion aus?
- Welche Rolle spielen ungenau bekannte Kameraparameter, bzw. wie stark wirken sie sich auf den Rekonstruktionsprozeß aus?

Zunächst soll die erste Frage beantwortet werden.

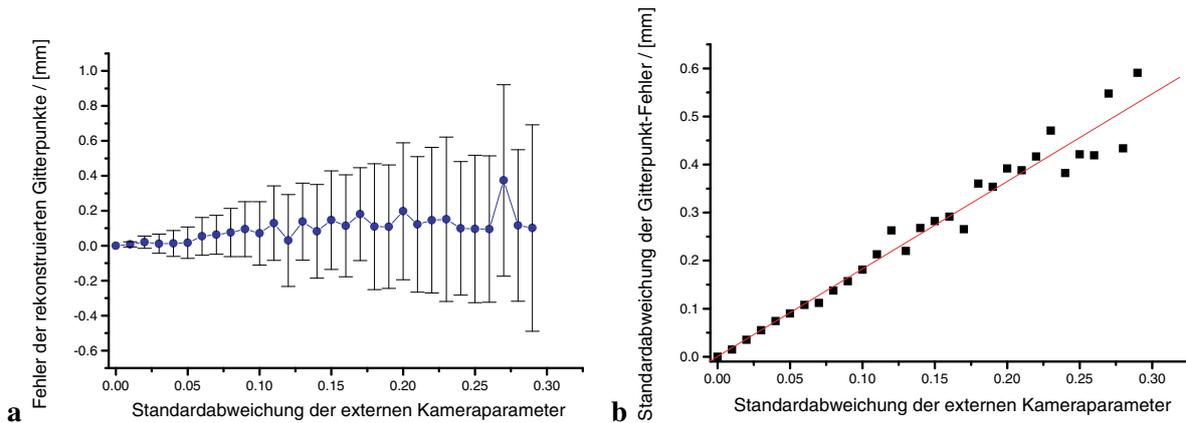


Abbildung 8.16: Der Fehler in der Objektrekonstruktion ist in **a** gegen die Standardabweichung des Rauschens der externen Kameraparameter aufgetragen. Er ergibt sich aus der Differenz der errechneten Objektposition mit der exakt bekannten. In **b** ist die Standardabweichung des Rekonstruktionsfehler gegen das Rauschen der externen Kameraparameter aufgetragen

In Abbildung 8.15 ist exemplarisch der Gitterabstand in U_1 -Richtung gegen die Standardabweichung der Bildpunkte aufgetragen. Wie nicht anders zu erwarten werden die Objektpunkte ohne Rauschen exakt gefunden, wodurch natürlich auch der Gitterabstand exakt errechnet werden konnte. Mit zunehmend stärkeren Rauschen der Bildpunkte bleibt der Mittelwert des Gitterabstandes annähernd an der genauen Position, die Standardabweichung steigt aber schnell an.

Auffällig ist, daß die Standardabweichung der drei Raumrichtungen $\mathbf{U} = (U_1, U_2, U_3)^T$ verschieden stark von dem Rauschen der Bildpunkte abhängt. Dies ist ebenfalls in Abbildung 8.15 dargestellt. Die Standardabweichung in U_1 - und U_2 -Richtung verhalten sich gleich, so daß der Fehler von U_1 stellvertretend aufgetragen wurde.

Recht deutlich zu erkennen ist, daß sich der Fehler in der Bestimmung der Bildpunkte nicht zu stark auf die U_1 - bzw. U_2 -Richtung auswirkt. Ganz anders verhält es sich für die U_3 -Richtung. Hier ist der Fehler deutlich größer.

Nun soll die Frage beantwortet werden, wie stark sich ungenau bekannte Kameraparameter auf die Rekonstruktion der Objektpunkte auswirken.

Um Aussagen über die Genauigkeit der Objektrekonstruktion in Abhängigkeit von den Kameraparametern treffen zu können wurde ein synthetisches Gitter mit 12 Gitterpunkten rekonstruiert. Von den errechneten dreidimensionalen Gitterpositionen wurden dann die exakt bekannten Positionen abgezogen. Aus diesem Abstand der exakten von der berechneten Objektlage kann dann der Mittelwert und die Standardabweichung errechnet werden. Um ausreichend Statistik für ein aussagekräftiges Ergebnis zu haben wurde dieser Vorgang 50 Mal bei gleich starken Rauschen der Kameraparameter wiederholt.

Bei den Kameraparametern muß man wie in Abschnitt 2.2.4 beschrieben zwischen externe und interne Parameter unterscheiden. Die Einflüsse der Ungenauigkeit wirken sich bei beiden unterschiedlich stark aus. Daher wurden sie getrennt voneinander behandelt.

Die externen Parameter wurden mit einem normalverteilten Rauschen versehen, dessen Breite in Schritten von 0.01 erhöht wurde. Das Ergebnis ist für 30 Schritte in Abbildung 8.16 dargelegt. Deut-

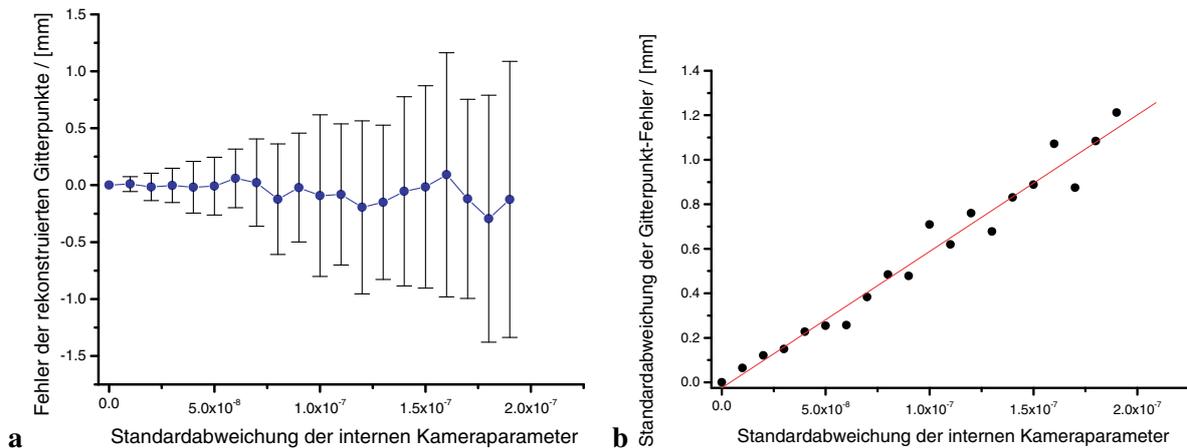


Abbildung 8.17: In **a** ist der Rekonstruktionsfehler gegen das Rauschen der internen Kameraparameter aufgetragen und in **b** seine Standardabweichung.

lich zu erkennen ist der lineare Anstieg der Standardabweichung des Fehlers in der Objektrekonstruktion mit der Standardabweichung des Rauschens der Kameraparameter.

Die Analyse für das Rauschen der internen Kameraparameter ist analog zu der für externe Parameter verlaufen. Ihr Ergebnis ist in Abbildung 8.17 dargestellt. Der Verlauf des Rekonstruktionsfehlers entspricht dem bei den externen Parametern. Im Unterschied zu diesen wurde das Rauschen der internen Parameter aber nur in jedem Schritt um $1 \cdot 10^{-8}$ erhöht, um ähnliche Fehler in der Rekonstruktion der Objektpunkte zu erhalten. Damit wird klar, daß die Genauigkeit der internen Kameraparameter im Wesentlichen die Genauigkeit der Rekonstruktion vorgibt.

Reales Bildmaterial

Natürlich stellt sich die Frage, wie sich die Ergebnisse aus synthetischen Daten auf eine reale Messung übertragen lassen. Hier treten prinzipbedingt beide bei synthetischen Daten behandelte Fälle auf: Weder die Bildpunkte noch die Kameraparameter sind exakt bekannt.

Um die Genauigkeit der Weltkoordinatenrekonstruktion auf realen Bildern überprüfen zu können, wurde ein Gitter auf dem Mikrometer-Verschiebetisch in U_3 -Richtung verschoben. Wie alle Versuche mit realen Messungen, wurden auch diese Bilder an dem Versuchsaufbau im Wind-Wellenkanal aufgenommen.

Die aus diesen Bildern erhaltenen Informationen lassen sich nun auf zwei Arten auswerten, und so Erkenntnisse über die Genauigkeit erhalten:

- Wie in den auf synthetischen Bildern beruhenden Betrachtungen kann der Gitterabstand mit den zugehörigen Fehlern aus dem dreidimensionalen Gitter an jeder U_3 -Position berechnet werden. Das so erhaltene Ergebnis liefert Aufschluß über den Genauigkeitsverlauf in dem Meßvolumen.
- Die korrespondierenden Gitterpunkte des dreidimensionalen Gitters an den verschiedenen U_3 -Positionen können verfolgt werden, und so die reale Verschiebung mit der rekonstruierten in Verhältnis gesetzt werden. Dies liefert Aufschluß über die absolute Genauigkeit der Rekonstruktion.

Zunächst soll die aus den Bildern rekonstruierte Lage des realen Gitters dazu genutzt werden, die Gitterabstände entlang der drei Raumrichtungen zu errechnen. Das Ergebnis ist für die U_1 -, U_2 - und U_3 -Richtung in Abbildung 8.18, 8.19 bzw. 8.20 dargestellt. Auffällig ist die Abhängigkeit des rekonstruierten Gitterabstandes mit der zugehörigen Fehlern in U_2 - und U_3 -Richtung von der Position des realen Gitters in U_3 -Richtung. Diese Abhängigkeit kann in der U_1 -Richtung nicht verzeichnet werden, wo der Gitterabstand um etwa den gleichen Wert schwankt und die zugehörigen Fehler keinen Trend erkennen lassen, wie Abbildung 8.18 veranschaulicht.

Die Erklärung für dieses eigenartige Verhalten wird offensichtlich, wenn man die Kameraanordnung des Versuchs beachtet. Bei dem Aufbau, der in Abschnitt 7.2.2 genauer beschrieben wird, äußert sich die Verschiebung entlang der U_3 -Richtung durch eine Verschiebung entlang der u_2 -Richtung auf dem CCD-Chip der Kameras. Mit zunehmenden Abstand von den Kameras wird diese gleichmäßige Verschiebung im Objektraum wegen des projektiven Charakters des Abbildungsprozesses im Bildraum immer geringer. Die Gitterpunktdetektion wird somit in der u_2 -Richtung immer ungenauer, so daß ebenfalls die 3D-Rekonstruktion ungenauer wird.

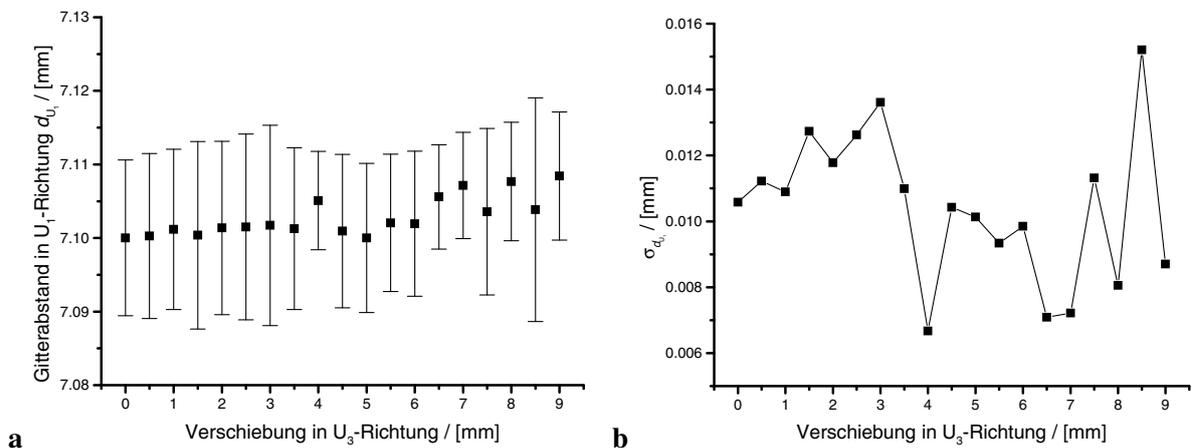


Abbildung 8.18: Bei der Verschiebung eines realen Gitters wurden die rekonstruierten Gitterabstände errechnet. In **a** sind diese Gitterabstände in U_1 -Richtung mit der Verschiebung in Zusammenhang gebracht, in **b** wurden ihre Fehler dargestellt.

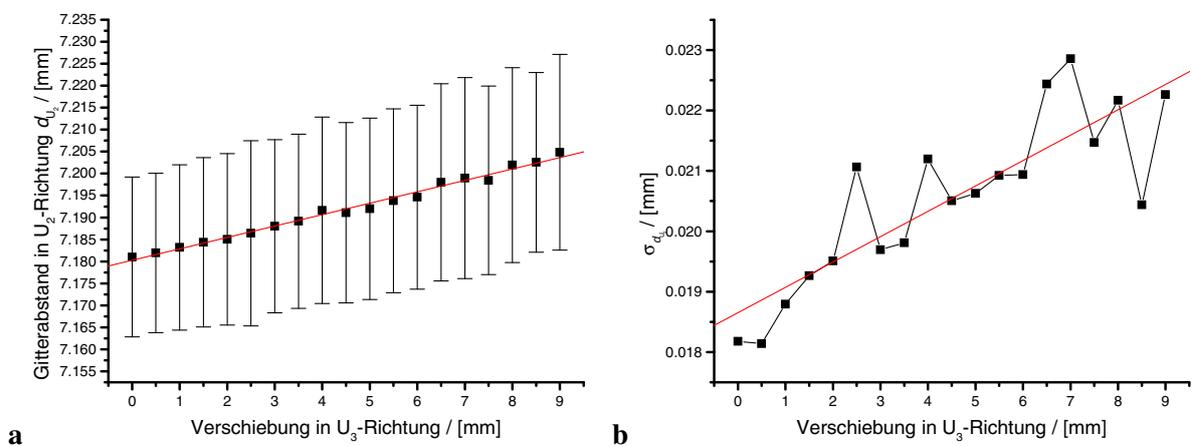


Abbildung 8.19: Die Gitterabstände in U_2 -Richtung gegen die reale Verschiebung wurden in **a** abgebildet mit ihren Fehlern in **b**.

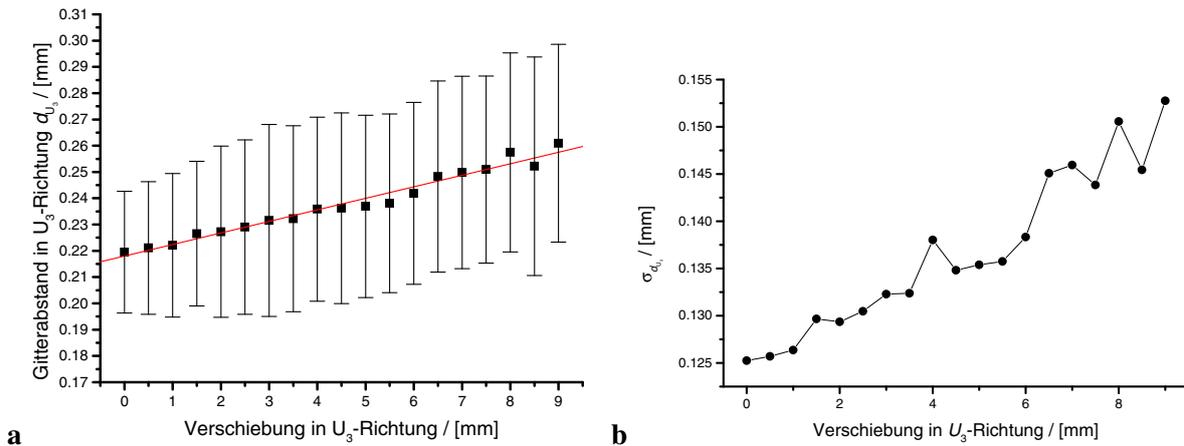


Abbildung 8.20: Der nichtverschwindende Gitterabstand in U_3 -Richtung resultiert daraus, daß das Gitter nicht exakt in der U_1U_2 -Ebene ausgerichtet war (a). In b ist wieder der Fehler gegen die reale Verschiebung geplottet.

Analog zu den Betrachtungen in Abschnitt 8.1.1 sollte die Verschiebung des realen Gitters mit der rekonstruierten in Zusammenhang gebracht werden. Aufgrund der exakt bekannten Genauigkeit der Verschiebung sollte durch diese Analyse die absolute Genauigkeit des Verfahrens ermittelt werden. Das Ergebnis dieser Untersuchung ist in Abbildung 8.21 dargestellt. Auf dem ersten Blick fällt die exzellente Übereinstimmung der rekonstruierten mit der realen Verschiebung auf. Die Ausgleichsgerade sollte eine Steigung von exakt eins aufweisen, wenn das Verfahren fehlerlos wäre. Die den Daten angepaßte Gerade weist eine Steigung von 1.017 auf mit einem verschwindenden Fehler von unter einem Prozent. Dies untermauert die gute Genauigkeit und manifestiert sich auch in den kleinen Fehlern an den einzelnen Gitterpositionen in Abbildung 8.21.

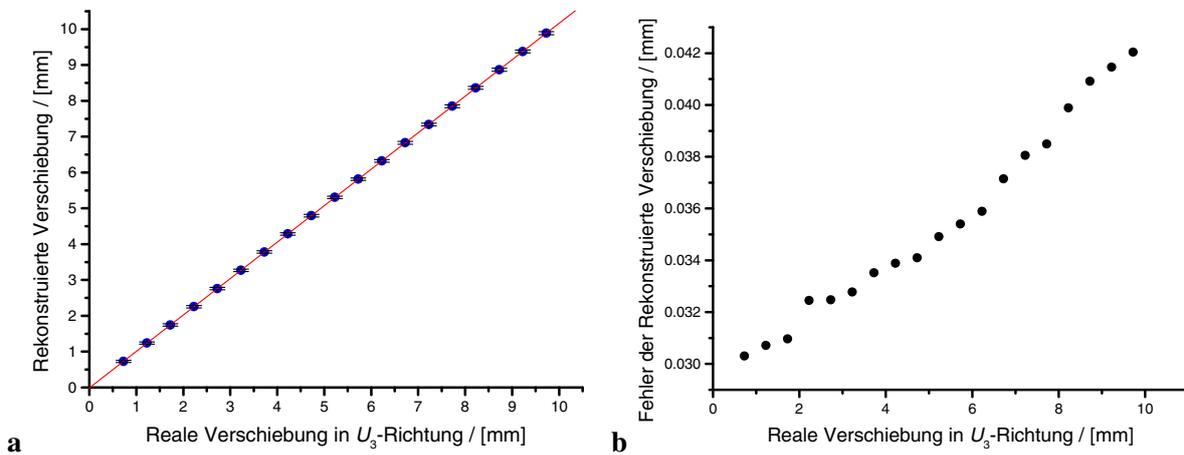


Abbildung 8.21: In a ist die rekonstruierte Verschiebung eines Gitters über der realen Verschiebung aufgetragen. Der Fehler ist in b zu sehen.

8.1.4 Diskussion der Ergebnisse

Um eine Abschätzung für die zu erreichende Genauigkeit des 3D PTV zu ermöglichen wurden alle Relevanten Schritte von der Lagebestimmung der Gitterpunkte über die Kalibration bis zur Objekt-

koordinatenrekonstruktion untersucht. Dabei wurden die Analyse stets an synthetischen und realen Bildmaterial durchgeführt.

Ausschlaggebend für die späteren Messungen sind letztendlich die aus realen Bildern erhaltene Genauigkeit. Hier können Gitterpunkte mit dem in Abschnitt 2.4.1 beschriebenen Algorithmus mit einer Genauigkeit von $\frac{2}{100}$ Pixel bestimmt werden. Dem entspricht eine Standardabweichung der Kameraparameter von 0.002 mm für die Brennweite und 0.023 Pixel für den Hauptpunkt. Bei diesen Werten ist die Breite des epipolaren Suchbereichs mit etwa 0.4 Pixel zu wählen.

Bei einer realen Verschiebung eines Gitters konnte der relative Fehler in der rekonstruierten Verschiebung mit 0.42% angegeben werden. Dies sollte ausreichend gute Ergebnisse für das 3D PTV liefern.

8.2 Simulation

In dieser Arbeit ist der Übergang des konventionellen 2D PTV auf die dritte Raumdimension vollzogen worden. Das prinzipielle Verfahren basiert auf [NETZSCH 1995], der den Algorithmus auch schon an einer Simulation validiert hat.

Um das 3D PTV auf reale Meßdaten anwenden zu können wurde der Algorithmus stark abgeändert und erweitert. Es schien daher nicht möglich die quantitativen Ergebnisse von [NETZSCH 1995] auf das neue 3D PTV zu übernehmen ohne deren Korrektheit erneut überprüft zu haben. Auch ermöglicht es nur eine Simulation den Algorithmus an Spezialfällen hinreichend zu überprüfen. Durch die genaue Lage der simulierten Trajektorien können auch Aussagen über die Genauigkeit des Algorithmus gemacht werden. All dies rechtfertigt den Aufwand einer neuen Simulation.

8.2.1 Aufbau der Simulation

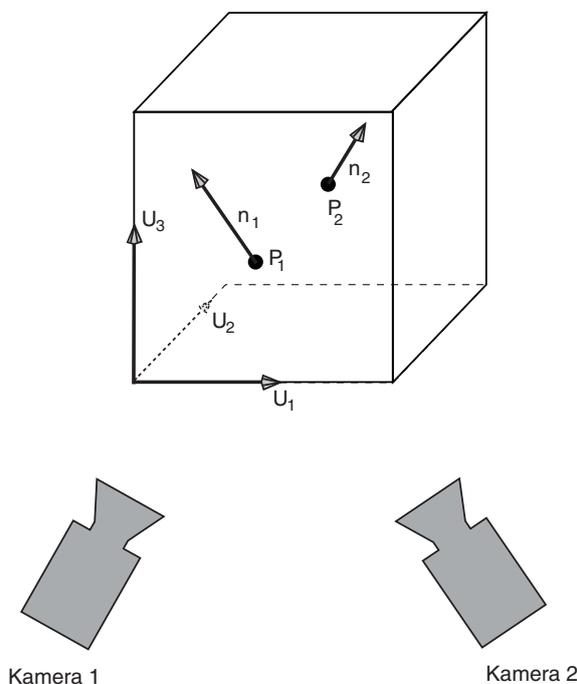


Abbildung 8.22: Eine Skizze des in der Simulation verwendeten Modells. N Teilchen sind in einem Probekörperchen an den Punkten P_i zufällig verteilt. Sie bewegen sich auf zufällig orientierten Bewegungsbahnen n_i . Durch zwei Kameras werden sie dann abgebildet.

Das Ziel einer jeden Simulation ist es ein Modell für die betrachteten Prozesse zu entwickeln und dieses Modell mit den passenden Parametern möglichst gut nachzubilden.

Die hier entwickelte Simulation betrachtet N Teilchen, die in einem Probekörperchen zufällig verteilt sind. Dies ist in der Abbildung 8.22 zu erkennen.

Es wird davon ausgegangen, daß sich die Teilchen auf geraden Trajektorien bewegen. Dies entspricht natürlich nicht den realen im Experiment gemessenen Trajektorien, stellt aber keine starke Einschränkung dar. Letztendlich können beliebige Bahnen stets aus geraden Streckenelementen zusammengesetzt werden und der Korrelationsalgorithmus sollte unabhängig von der Form der betrachteten Trajektorien gleich gute Ergebnisse liefern. Ebenso wie die Position P_i der Teilchen war deren Bewegungsrichtung n_i zufällig gewählt.

Mittels dieser Simulation der Teilchenbewegung war es möglich, die Genauigkeit der 3D PTV zu überprüfen und die Abhängigkeit der Stereokorrelation von einigen Randparametern wie Teilchendichte ρ und Größe des epipolaren Suchfensters ϵ zu untersuchen.

Ein wichtiger Aspekt ist auch in der Entkopplung von der 3D PTV und der vorgeschalteten 2D PTV zu sehen. Wie in Abschnitt 4.2 dargelegt wurde geht dem Stereokorrelationsprozeß das 2D PTV für jede stereoskopische Bildsequenz voran. Es ist daher allgemein nicht klar, ob mögliche Fehler, schlechte Korrelationsergebnisse oder Ungenauigkeiten auf den neu entwickelten Stereokorrelationsalgorithmus oder das 2D PTV zurückzuführen sind.

In der Simulation ist es möglich, das 3D PTV vom dem 2D PTV zu entkoppeln und so beide Teilschritte getrennt zu untersuchen.

8.2.2 Simuliertes 2D PTV

In der Simulation kann die Entkopplung des 3D PTV von dem traditionellen 2D PTV dadurch erreicht werden, daß die Teilchen über das Kameramodell auf simulierte Bildfläche abgebildet werden. Dort wird aber kein Bild berechnet, sondern die Positionen der Teilchen über die Sequenz zu Trajektorien zusammengefaßt. Dies entspricht dem Ergebnis welches die 2D PTV liefert. Somit wird auch sie simuliert und Ergebnisse aus den Untersuchungen sind nur auf den Stereokorrelationsprozess bzw. der nachfolgenden Triangulation zurückzuführen.

Diese Entkopplung von 2D PTV und 3D PTV ermöglicht es genau die Eigenschaften der Stereokorrelation zu überprüfen. Seine Abhängigkeit von der Grösse des epipolaren Suchfensters und der Genauigkeit der gefundenen Trajektorien kann überprüft werden.

8.2.3 Erzeugung synthetischer Bilder

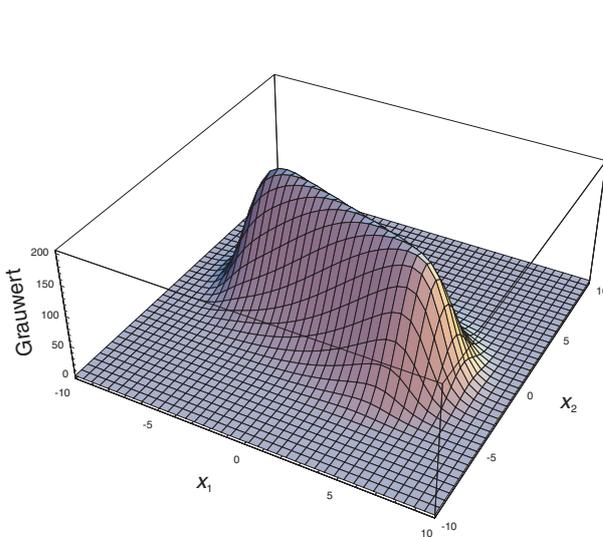


Abbildung 8.23: Die analytische Funktion zur Darstellung eines Streaks in der Bildebene

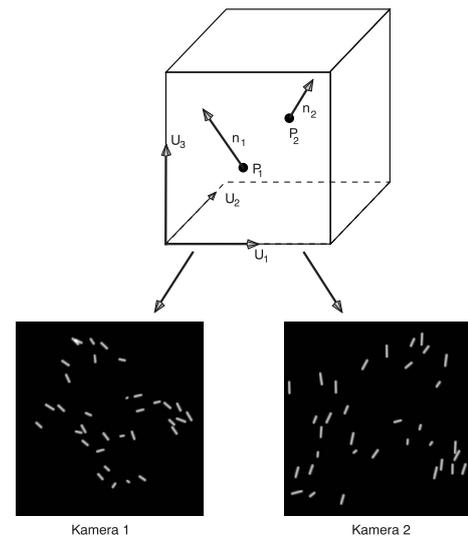


Abbildung 8.24: Die Simulierten Teilchen werde durch das Kameramodell auf die Bildfläche der Kameras abgebildet.

Nachdem in der Simulation das 3D PTV mit simulierten Trajektorien, also ohne den Schritt der 2D PTV, durchgeführt wurde, sollte auch noch das gesamte Verfahren überprüft werden. Dazu wurden die Teilchen als Streaks mittels Kameramodell in den beiden Kameras abgebildet und so synthetische Bilder generiert. Diese generierten Bilder wurden dann als Ausgangsmateriel für das 3D PTV benutzt, wie es auch auf reale Meßdaten angewendet wird. Das Ergebnis des 2D PTV konnte auch mit dem simulierten 2D PTV verglichen werden, eine Abschätzung über seine Genauigkeit war damit möglich.

Die Streaks wurden nach einer analytischen Funktion in den Bildern generiert wie in Abbildung 8.24 zu sehen ist. Die Querschnittsfläche wurde als Gaußglocke angenommen. Die Streakfunktion

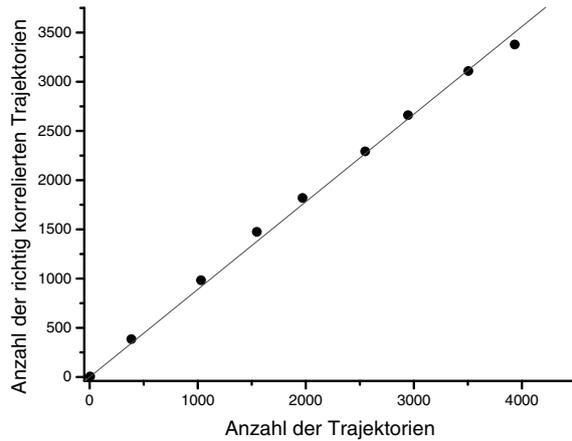


Abbildung 8.25: Die Anzahl der korrekt gefundenen Trajektorien gegen die Gesamtzahl der Trajektorien aufgetragen.

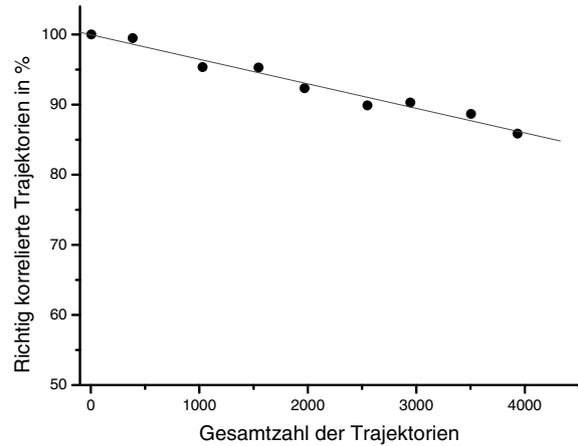


Abbildung 8.26: Das Verhältnis der korrekt gefundenen Trajektorien zu der Gesamtzahl der Trajektorien in Prozent.

$S(x_1, x_2)$ ist in der Abbildung 8.23 dargestellt und lautet:

$$S(x_1, x_2) = \frac{G}{2} \cdot \frac{-\tanh\left(\sqrt{x_1^2 + x_2^2} - \frac{l}{2}\right) \cdot \tanh\left(\sqrt{x_1^2 + x_2^2} + \frac{l}{2}\right) + 1}{e^{b \cdot (\sin \alpha \cdot x_1 + \cos \alpha \cdot x_2)^2}}, \quad (8.2)$$

dabei ist G der Grauwert des Streaks an seinem Schwerpunkt, b^{-1} ist proportional zum Quadrat der Breite des Streaks, l ist seine Länge und α ist der Winkel zwischen Streak und x_2 -Achse.

8.2.4 Ergebnisse der Simulation

Simuliertes 2D PTV

Wie in Abschnitt 8.2.2 beschrieben wurde ist der Stereokorrelationsalgorithmus zunächst auf simulierten Trajektorien erprobt worden. Dabei ist sicher gestellt worden, daß die in Abschnitt 4.5.2 beschriebenen Mehrdeutigkeiten korrekt behandelt wurden.

Als nächstes wurden quantitative Untersuchungen durchgeführt. Bei unverrauschten Daten, also Trajektorien bei denen der Positionsfehler der Streakschwerpunkte genauer als $\frac{1}{100}$ bekannt war, wurde der Algorithmus bei verschiedenen Teilchenzahldichten ausgeführt. In Abbildung 8.25 sind Anzahl der Trajektorien gegen korrekt korrelierte Trajektorien aufgetragen und in Abbildung 8.26 deren Verhältnis in Prozent.

Mit steigender Trajektorienzahl ist damit zu rechnen, daß die Anzahl unlösbaren Mehrdeutigkeiten ebenfalls zunimmt. Auch spielen Effekte wie Okklusionen eine zunehmend größere Rolle, so daß zu vielen Trajektorien keine Korrelationskandidaten gefunden werden können. Für die Zahl der korrekt gefundenen korrelierten Trajektorien sollte es somit ein Maximum geben, welchem sich der Algorithmus asymptotisch nähert.

Dieser Trend ist in der Abbildung 8.25 noch nicht zu erkennen, so daß die Simulation für mehr Teilchen angesetzt werden müßte. Der Rechenaufwand steigt hierfür jedoch quadratisch an, so daß höhere

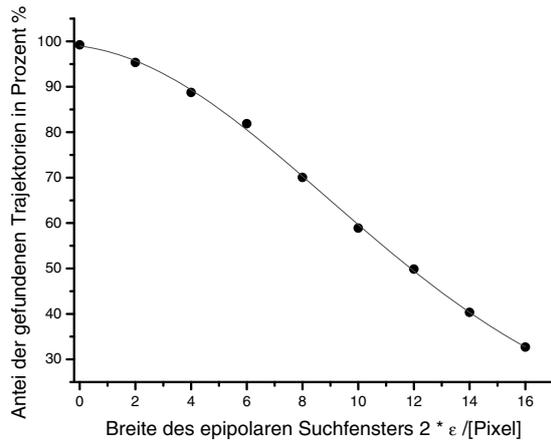


Abbildung 8.27: Die Abhängigkeit des Auffindens von korrelierten Trajektorien von der Breite 2ϵ des epipolaren Suchfensters bei 1000 Trajektorien. Die Kameraparameter waren exakt bekannt.

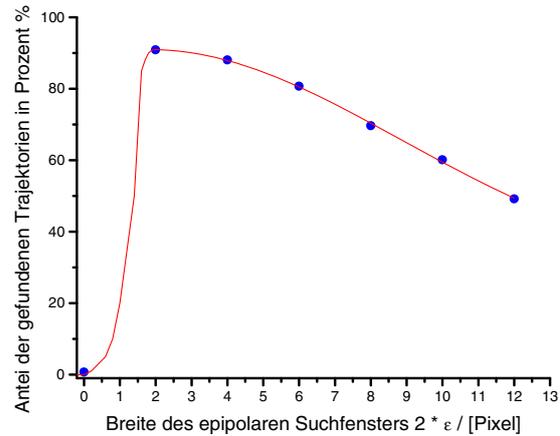


Abbildung 8.28: Abhängigkeit der gefundenen Trajektorien von dem epipolaren Suchfenster bei einem Rauschen der externen Kameraparameter von 0.1.

Trajektorienzahlen nicht mehr praktikabel sind. Die größtmögliche Anzahl der korrelierten Trajektorien wird in realen Versuchen durch das 2D PTV vorgegeben.

Von grossem Interesse für die Anwendung des Verfahrens ist natürlich die optimale Breite $2 * \epsilon$ des Epipolaren Suchfensters. Diese Breite ist abhängig von Faktoren wie Güte der Kalibration und Geometrie des Aufbaus. Hierrauf wurde bereits in Abschnitt 3.4 eingegangen.

Um Aussagen über die Auswirkung der Grösse des epipolaren Suchfensters auf das Auffinden von korrelierenden Trajektorien treffen zu können, wurden die simulierten Daten verwendet. Bei 1036 gleichzeitig auftretenden Trajektorien wurde die Breite des Suchfensters von $2\epsilon = 0$ bis $2\epsilon = 18$ Pixel variiert. Das Ergebnis ist in Abbildung 8.27 dargestellt.

Die Anzahl der richtig gefundenen korrelierten Trajektorien läßt sich gut durch eine Gauß'sche Verteilung beschreiben. Dabei ist zu beachten, daß die hier gemachten Untersuchungen an simulierten Daten durchgeführt wurden. Die Kameraparameter waren somit exakt vorgegeben und Mehrmedienübergänge wurden nicht beachtet. Die korrespondierenden Trajektorien liegen demnach exakt auf der Epipolarlinie, so daß das Maximum der gefundenen Trajektorien bei einem epipolaren Suchfenster der Breite $2\epsilon = 0$ Pixel zu erwarten ist.

Unter realen Meßbedingungen wird dies nicht mehr der Fall sein. Vielmehr sind die Kameraparameter nicht exakt bekannt und die Trajektorien werden verrauscht, also ebenfalls ungenau gefunden werden. Es ist damit zu rechnen, daß das Maximum der gefundenen Trajektorien damit bei einer endlichen Breite des Suchfensters zu finden sein wird. Die Verteilung wird dann bei grossen Suchfensterbreiten immer noch durch eine Gaußverteilung zu beschreiben sein, bei kleinen Suchfensterbreiten aber stark einbrechen. Aufgrund der Ungenauigkeit wird es vorkommen, daß keine korrespondierenden Trajektorien bei verschwindender Suchfensterbreite 2ϵ gefunden werden können. Eben weil die Teilchen nicht mehr exakt auf der Epipolarlinie liegen, wurde schließlich auch deren Erweiterung auf das Suchfenster eingeführt. Dieser Fall ist in Abbildung 8.28 dargestellt.

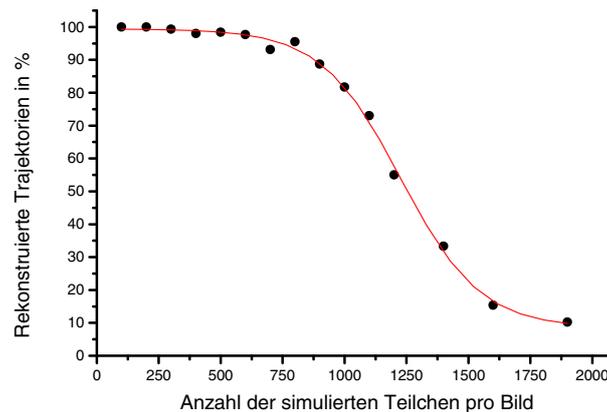


Abbildung 8.29: Anzahl der korrekt rekonstruierten Teilchen aus den synthetischen Bildern. Der gesamte 3D PTV Algorithmus einschließlich der 2D PTV wurden für diese Auswertung verwendet.

8.2.5 Reales 2D PTV

Nachdem die Güte des neu entwickelten Algorithmus der 3D PTV an simulierten 2D Trajektorien untersucht wurde, sollten Erkenntnisse durch Versuche mit dem ganzheitlichen Verfahren gewonnen werden.

Bei der Anwendung des 2D PTV auf den synthetischen Bildsequenzen stellte sich heraus, daß die simulierten Teilchen abgeändert werden mußten. Die Ergebnisse schwankten sehr stark bei neu generierten Sequenzen. Dies lag daran, daß bei hohen Teilchendichten sehr leicht Okklusionen auftraten. Viele Teilchen lagen auch so dicht zusammen, daß sie nicht mehr getrennt segmentiert werden konnten.

Aus diesem Grund wurden die simulierten Teilchen nicht mehr zufällig im Probevolumen verteilt, sondern auf einen regelmäßigen Gitter plaziert. Diese Anordnung bewegte sich dann mit gleicher Geschwindigkeit in eine Richtung. Dabei wurde darauf geachtet, daß keine Teilchen während der Translation aus dem Bildbereich liefen. Das Auftreten von nicht rekonstruierte Teilchen konnte so direkt auf das 2D PTV oder unauflösbare Mehrdeutigkeiten bei der Korrespondenzsuche zurückgeführt werden. Die Unsicherheit, ob Teilchen von einer Kamera nicht mehr abgebildet wurden, konnte somit vermieden werden.

Das Ergebnis dieser Untersuchung ist in Abbildung 8.29 zu sehen. Auffällig ist der gleiche Verlauf wie bei dem Ergebnis des simulierten 2D PTV in Abbildung 8.26 bis zu einer Teilchendichte von 800 Teilchen pro Bild. Danach ist ein gaußähnlicher Einbruch zu verzeichnen.

Der Grund für diesen Einbruch ist in dem 2D PTV zu sehen. Bei hohen Teilchendichten können nicht mehr alle Teilchen korrekt segmentiert oder zumindest eindeutig über die Bildsequenz verfolgt werden. Diese Grenze von 800 Teilchen pro Bild wurde auch schon von [HERING et al. 1998] aufgezeichnet.

8.2.6 Resultate der Simulation

Anhand von Simulationen konnte gezeigt werden, daß mit dem neuen Algorithmus der 3D PTV ein robustes Verfahren zur Verfügung steht. Noch bei Trajektorien aus mehr als 4000 Teilchen pro Bild

konnten mehr als 90% korrekt rekonstruiert werden. Natürlich basieren diese Zahlen auf exakt bekannten Kameraparametern und Trajektorienpositionen.

Die Grösse des epipolaren Suchfenster ist abhängig von der Genauigkeit der Kameraparameter. Sind sie exakt bekannt, so sollte die Breite des Fensters verschwinden, sonst kann ein Wert zwischen 0.1 und 6 passabel sein. Bei grösseren Werten ist die Kalibrierung zu überprüfen, da nicht mehr mit richtig rekonstruierten Objektpunkten aus der Triangulation zu rechnen ist.

Mit vorgeschalteten 2D PTV ist das Ergebnis schlechter. Ab etwa 800 Teilchen pro Bild bricht die Anzahl der richtig korrelierten Trajektorien ein. Dies liegt an der geringen Trajektoriendichte die das 2D PTV bei diesen Teilchendichten liefert.

Als limitierendes Element in der Kette des 3D PTV Algorithmus ist somit eindeutig das 2D PTV respektive die damit verbundene Segmentierung zu sehen.

8.3 Messung an bekannten Trajektorien

Das neu entwickelte Verfahren des 3D PTV wurde ausführlich an simulierten Daten untersucht, wie in Abschnitt 8.2 dargelegt wurde. Eine Simulation basiert stets auf einem Modell des zu simulierenden Prozesses. Sie kann daher nur Teilaspekte der in der Realität auftretenden Phänomene beschreiben. Die Güte der Simulation hängt demzufolge entscheidend von dem verwendeten Modell ab und Diskrepanzen zwischen Simulation und Realität können mitunter ausgeprägt sein.

Für die Untersuchung eines neuen Meßverfahrens sind daher neben Simulationen, bei denen gezielt der eine oder andere Teilbereich untersucht werden kann, noch reale Messungen unerlässlich. Für Genauigkeitsuntersuchungen sind reale Strömungsmessungen natürlich ungeeignet. Die genauen Bahnen der Teilchen sind in der Strömung unbekannt, so daß prinzipbedingt nur qualitative Aussagen getroffen werden können. Um auch quantitative Ergebnisse zu erhalten müssen Teilchen auf exakt bekannten Bahnen aufgenommen und ausgewertet werden. Die nach der 3D PTV erhaltenen dreidimensionalen Trajektorien der Teilchen im Objektraum können dann mit den bekannten Teilchenbahnen verglichen und Aussagen über die Genauigkeit angestrebt werden. Mit diesen Ergebnissen ist es möglich, Schwachstellen in dem Meßvorgang aufzudecken und gegebenenfalls die Simulation zu verfeinern bzw. anzupassen.

8.3.1 Aufbau der Messung

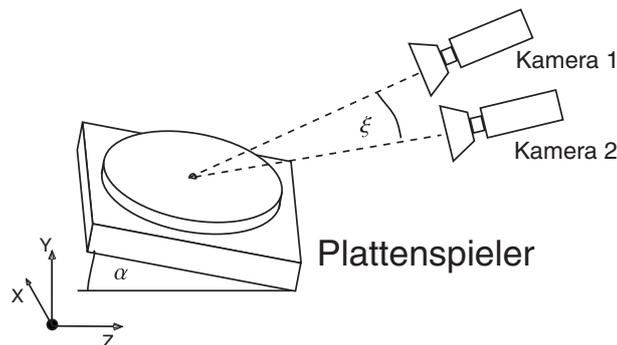


Abbildung 8.30: Skizze des Versuchsaufbaus der Plattenspielmessung.

In Anlehnung an die Messung von Teilchen auf einem rotierenden Plattenspieler, wie schon bei [HERING et al. 1995] beschrieben, wurde auch hier ein Plattenspieler für die Messung verwendet. Auf ein Blatt Papier wurden mit einem Laserdrucker punktförmige Markierungen aufgebracht. Dieses Blatt ist dann auf den Teller des Plattenspielers aufgebracht worden, wobei großer Wert auf die Planarität des befestigten Blattes gelegt wurde. Der Aufbau ist in Abbildung 8.30 skizziert.

Der Plattenspieler zeichnet sich durch eine konstante Winkelgeschwindigkeit mit nur sehr geringen Gleichlaufschwankungen aus. Somit ist es möglich die relative Position der „Teilchen“ in aufeinanderfolgenden Bildern anzugeben.

In [HERING et al. 1995] sollte die Genauigkeit der 2D PTV abgeschätzt werden. Die Ebene in der die Bewegung stattfand sollte daher coplanar zu der Bildebene der Kamera sein.

Für die Untersuchung des 3D PTV ist diese Einschränkung nicht mehr erforderlich, ja sogar unerwünscht. In Abhängigkeit des Winkels, den die beiden Kameras einschließen ist das Auflösungsvermögen unterschiedlich für die drei Raumrichtungen. Um Aussagen über dieses Auflösungsvermögen

bzw. die damit verbundene Genauigkeit treffen zu können, sollte der Plattenspieler gegen den Stereoaufbau um einen bestimmten Winkel gekippt werden.

In diesem Versuch wurden daher Messungen für verschiedenen Winkel gemacht. Dabei wurden die Kameras unverändert gelassen und nur der Plattenspieler verkippt, um die Kamerakalibrierung nicht für jede Winkelstellung erneut durchführen zu müssen.

Die Kameras standen in einem Winkel ξ von 49° gegeneinander und waren um 9° bzw. 15° gegen die $Z - Y$ -Ebene geneigt. Dabei zeigt die positive Z -Achse in Richtung der Kameras. Mit dieser Einstellung war es möglich den Plattenspieler aufzunehmen, auch ohne daß dieser gekippt war.

8.3.2 Auswertung der Bilder

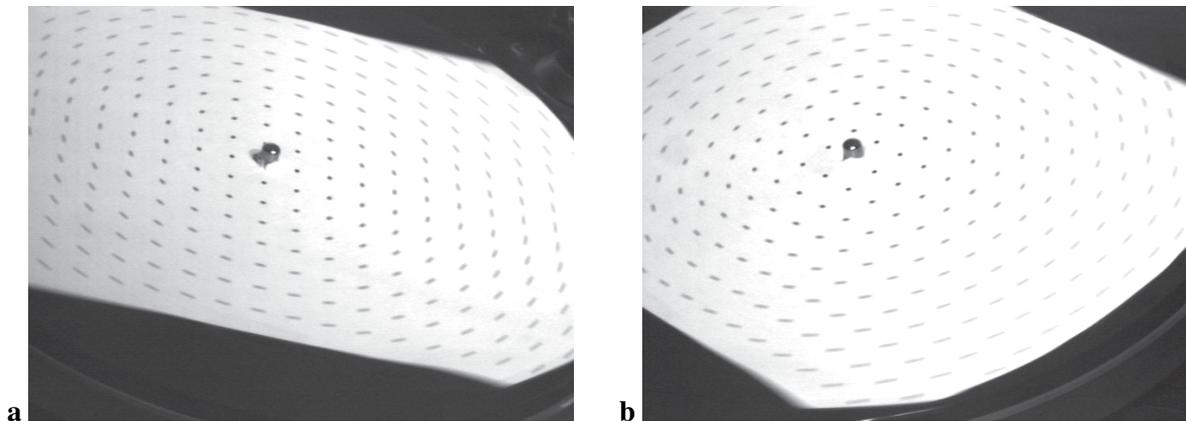


Abbildung 8.31: Die Ausgangsbilder der Testpunkte auf dem um etwa $27,8^\circ$ geneigten Plattenspieler.

Als Ausgangsbildmaterial für die weitere Analyse wurden Bilder erhalten wie in Abbildung 8.31 dargestellt. Die Testmarkierungen auf dem Blatt Papier sind in Abhängigkeit von ihrer Geschwindigkeit unterschiedlich gut zu erkennen.

Mit dem in Abschnitt 4.3.2 beschriebenen Regionenwachstumsverfahren konnten sie segmentiert werden, um dann anschließend mit dem 2D PTV Algorithmus zu Trajektorien zusammengesetzt zu werden. Dabei erstrecken sich die Trajektorien über Bildsequenzen von 500 aufgenommenen Bildern.

Die Trajektorien konnten dann korreliert und anschließend in den Objektraum rekonstruiert werden. Dabei ist schon in Abbildung 8.31 zu erkennen, daß der gemeinsame Überdeckungsbereich der beiden Kameras nicht der gesamte Plattenspieler umfaßt. Es werden somit nicht alle Trajektorien über die gesamte Aufnahmezeit rekonstruiert werden.

Prinzipiell sind drei Eigenschaften der Trajektorien auf dem Plattenspieler bekannt:

- Die Teilchen befinden sich alle auf dem Plattenteller. Sie bewegen sich somit auf einer Ebene, deren Neigungsgrad bekannt ist.
- Die Geschwindigkeit der Teilchen ist abhängig von ihrem Abstand zum Rotationszentrum und von der Rotationsgeschwindigkeit. Die Rotationsgeschwindigkeit läßt sich somit aus dem Geschwindigkeitsprofil errechnen.

- Eine Trajektorie befindet sich stets im gleichen Abstand zum Rotationszentrum. Der Absolutbetrag der Geschwindigkeit jedes sie zusammensetzenden Elements sollte demnach gleich groß sein.

Diese drei bekannten Eigenschaften sollen aus den rekonstruierten Daten gewonnen und mit den realen Daten verglichen werden. So kann auch der Fehler abgeschätzt werden.

8.3.3 Ergebnisse der Messung

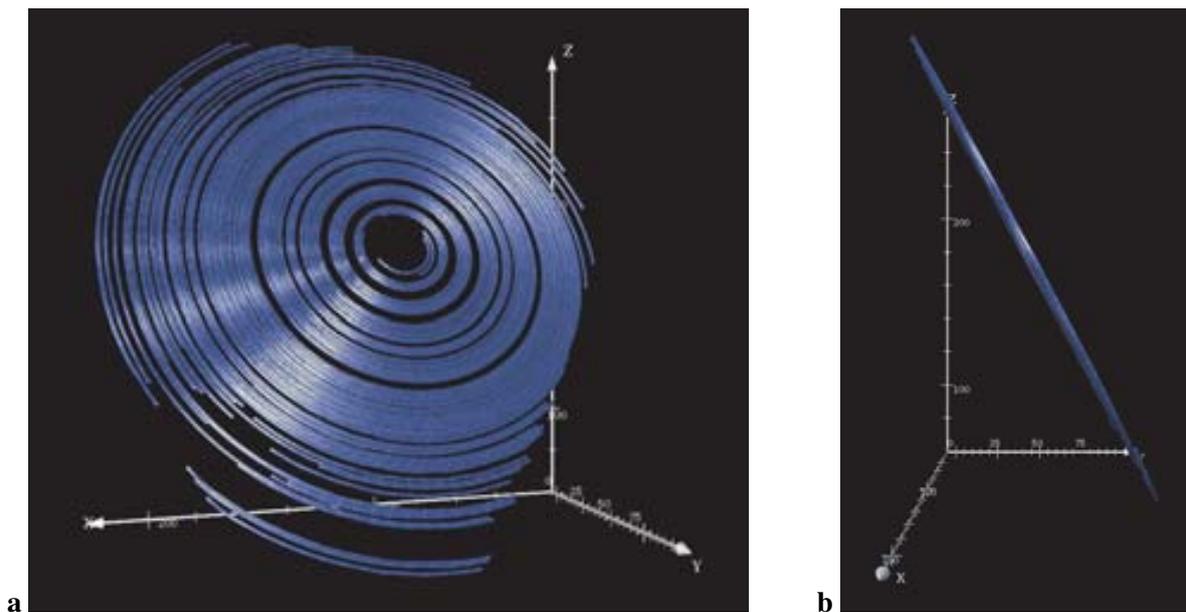


Abbildung 8.32: Die rekonstruierten dreidimensionalen Trajektorien der Testpunkte auf dem sich drehenden Plattenspieler. In **a** ist der Plattenspieler von oben, in **b** von der Seite zu sehen. Die positive Z-Achse zeigt in Richtung Kameras. Die Software für die dreidimensionale Darstellung wurde von [BENTELE 1998] entwickelt. (Farbdruck findet sich als Abbildung 10.3 auf Seite 121)

In Abbildung 8.32 ist das Ergebnis der 3D PTV bei einem um etwa 27.8° geneigten Plattenspieler zu sehen. Rein qualitativ läßt sich sagen, daß der Algorithmus recht zuverlässig gearbeitet hat. Die Trajektorien liegen alle auf einer Ebene und auch die konzentrische Kreisbewegung der „Teilchen“ ist eindeutig erkennbar. Auffällig ist auch der Bereich am rechten Bildrand von Abbildung 8.32 **a**, an dem der Überlappungsbereich der beiden Kameras verlassen wurde und die Trajektorien somit „abgeschnitten“ wirken.

Ziel dieser Messung war es neben den qualitativen Aussagen noch quantitative Erkenntnisse zu gewinnen. Aus diesem Grund wurden Geschwindigkeitsprofile für die verschiedenen Neigungsgrade des Plattenspieler aufgestellt. Die Grundfläche wurde hierfür in 55×55 Bins aufgeteilt. Über die absolute Geschwindigkeit aller in die jeweiligen bins fallende Trajektorien wurden dann gemittelt und so die Profile aufgebaut. Exemplarisch ist ein solches Geschwindigkeitsprofil für den um 27.8° geneigten Plattenspieler in Abbildung 8.33 zu sehen.

Für die Geschwindigkeit v der Trajektorien auf dem Plattenspieler gilt in Abhängigkeit des Abstandes von dem Rotationszentrum r :

$$v = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot u, \quad (8.3)$$

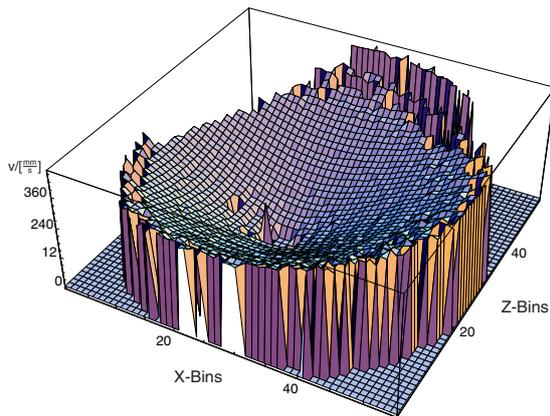


Abbildung 8.33: Das Geschwindigkeitsprofil des um 27.8° geneigten Plattenspieler.

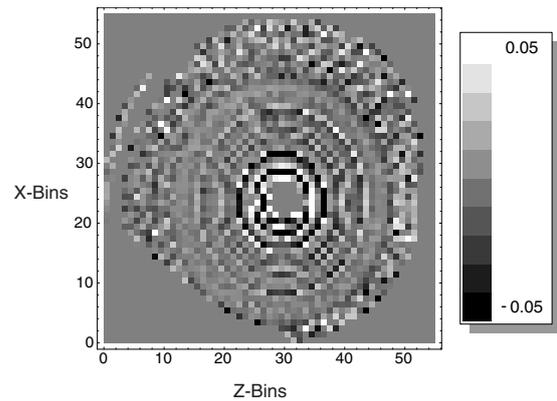


Abbildung 8.34: Der relative Fehler zwischen gemessenen Geschwindigkeitsprofil und angepaßtem Verlauf.

wobei u die Umdrehungsgeschwindigkeit des Plattenspieler ist.

Diese Funktion wurde dann an die Datenpunkte durch die Methode der kleinsten Quadrate an das Geschwindigkeitsprofil angepaßt. Dabei wurde sie noch durch Parameter erweitert, um eine Verschiebung des Rotationszentrums und elliptische Bahnbewegung zu kompensieren. Der relative Fehler zwischen Datenpunkten und gemessenen Daten ist mit einem Maximum von etwa 5% recht gering, wie der Abbildung 8.34 zu entnehmen ist.

Aus der Steigung der angepaßten Funktion kann gemäß Gleichung 8.3 die Umdrehungsgeschwindigkeit u errechnet werden. Dabei ist noch zu beachten, daß die Bins wieder auf die Weltkoordinaten skaliert werden müssen. Für den Plattenspieler beträgt die gemessene Umdrehungsgeschwindigkeit $u_{27} = 32.3$ rpm. Bei einem nominellen Wert von $u_{\text{nom}} = 33.3$ rpm ergibt sich der relative Fehler zu 3%.

Die Werte für die anderen Winkel der Plattenspieler waren ähnlich. Bei den Messungen an dem Plattenspieler ohne Winkel ergab sich so z.B. ein Wert von $u_0 = 32.85$ rpm was einem relativen Fehler von 1.4% entspricht.

Neben der Umdrehungsgeschwindigkeit des Plattenspieler ist noch bekannt, daß sich die Trajektorien auf der Ebene des Plattenteller befinden. Bei dem um 27.8° geneigten Plattenspieler war daher noch der Abstand der Trajektorien von dieser Ebene zu berechnen, sowie deren Neigung.

Die Steigung der an die 52285 Datenpunkte angepaßten Ebene entsprach 27.82° . Während der Messung wurde der Winkel des Plattenspieler zu 27.8° gemessen, was exzellente mit den rekonstruierten Daten übereinstimmt. Die Standardabweichung der Meßpunkte von der Eben wurde zu 0.48 mm bestimmt. Bei den maximalen Abständen zwischen den Trajektorien von 210 mm entspricht dies einem relativen Fehler von 0.2%.

Die dreidimensionalen Trajektorien werden aus den rekonstruierten „Teilchen“ zusammen gesetzt. Diese bewegen sich auf Kreisbahnen auf dem Plattenteller. Ihre Geschwindigkeit ist von dem Abstand zu dem Rotationszentrum und der Drehgeschwindigkeit abhängig, welche beide für das Teilchen konstant bleiben. Somit sollten die Geschwindigkeiten einer Trajektorie ebenfalls konstant sein. Um dies analog zu den Untersuchungen von [HERING 1996] zu überprüfen, wurde entlang er einzelnen Trajektorien die mittleren Geschwindigkeiten sowie deren Standardabweichungen berechnet. Aus den 152

rekonstruierten Trajektorien konnte so ein mittlerer relativer Fehler von $(3 \pm 1.3)\%$ ermittelt werden. Diese Ergebnisse stimmen mit den Resultaten von [HERING 1996] für die 2D PTV exzellent überein. Es kann daher davon ausgegangen werden, daß der Fehler allein durch die vorgeschaltete 2D PTV hervorgerufen wird.

8.4 Messungen am Wind-Wellenkanal

In den vorangegangenen Abschnitten ist die Genauigkeit der 3D PTV an simulierten wie auch an realen Daten ausgiebig überprüft worden. In diesem Abschnitt soll daher die Praxistauglichkeit des Verfahrens bei Messungen am Heidelberger Wind-Wellenkanal untersucht werden.

8.4.1 Meßbedingungen

Der Versuchsaufbau am Wind-Wellenkanal ist bereits in Abschnitt 7.2 beschrieben worden. Für die Messung wurde der Kanal bis zu einer Wasserhöhe von 30 cm gefüllt. Die beiden Kameras wurden 4 cm unterhalb des Kanalbodens mit einem gegenseitigen Abstand von 32 cm positioniert. Sie wurden mit einer mittleren Blendeneinstellung betrieben (Blende 5.6), um eine ausreichende Tiefenschärfe gewährleisten zu können. Mit der Gleichung 7.2b sollte bei diesem Aufbau eine Tiefenauflösung von etwa der halben Auflösung auf dem CCD-Chip zu erreichen war. Die Strömung wurde durch den Einsatz einer Xenon-Kurzbogenlampe visualisiert, wobei Polysterolteilchen als Tracer verwendet wurden.

Um eine genauere Verifizierung des Meßverfahrens zu ermöglichen, wurde zunächst eine gleichmäßige Strömung erzeugt. Hierfür wurde an das Wasservolumen ein Impuls durch den bewegbaren Boden des Wind-Wellenkanals übertragen. Nach Einstellen einer konstanten Wasserbewegung wurde die Messung durchgeführt.

In einer weitere Messung wurde durch eingeschalteten Wind Wellen induziert. Nachdem sich ein Gleichgewicht eingestellt hatte, wurde der Wind ausgeschaltet und an den abklingenden Wellen die Strömung gemessen.

8.4.2 Bildauswertung

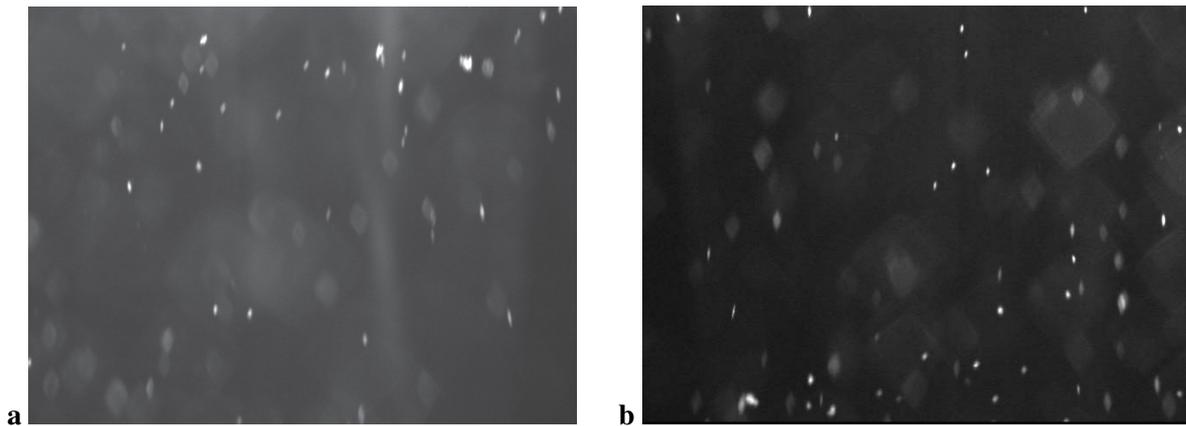


Abbildung 8.35: Visualisierung der Tracerteilchen bei der Messung am Wind-Wellenkanal. In **a** ist das Bild der linken, in **b** das der rechten Kamera abgebildet. Aufgrund der Geometrie des Aufbaus sind die Bilder um 180° gegeneinander verdreht.

In der Abbildung 8.35 sind exemplarisch die Bilder der ersten und zweiten Kamera dargestellt. Die Tracerteilchen konnten auf ihnen nach den in Abschnitt 4.3 beschriebenen Verfahren segmentiert werden.

8.4.3 Resultate aus 3D PTV

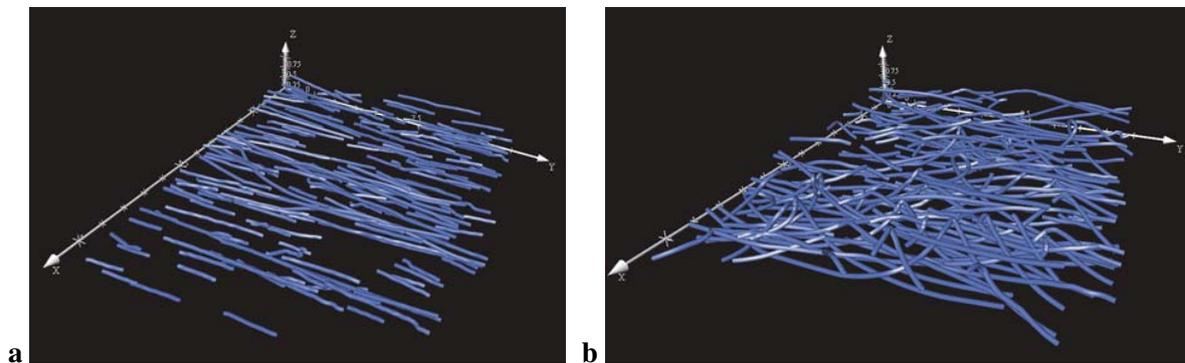


Abbildung 8.36: Selektierte Trajektorien der Messung am Wind-Wellenkanal. In **Abbildung a** sind die dreidimensionalen Trajektorien der Messung mit dem bewegten Boden zu sehen. In **b** ist das Ergebnis der Messung an winderzeugten Wellen dargestellt. (Farbdruck findet sich als **Abbildung 10.5** auf Seite 122)

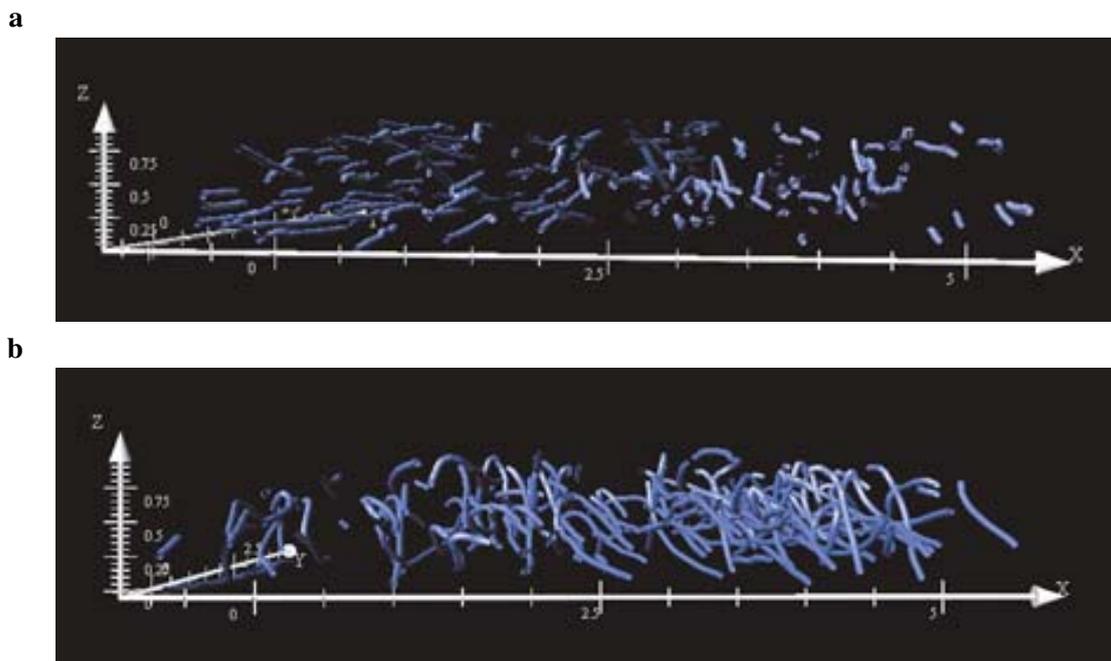


Abbildung 8.37: Blick in Strömungsrichtung der Messung am bewegten Boden (**a**) und an winderzeugten Wellen (**b**). (Farbdruck findet sich als **Abbildung 10.4** auf Seite 121)

In den **Abbildungen 8.36** und **8.37** sind die Resultate der Messungen am Wind-Wellenkanal dargestellt. Dabei wurden zugunsten der übersichtlicheren Darstellung nur einige Trajektorien eingezeichnet. Deutlich zu erkennen ist die gleichmäßige Strömung bei der Messung mit bewegten Boden. Auch äußern sich die für Wellenbewegungen typischen Querströmungen durch Schleifen in den Trajektorien der Messung an winderzeugten Wellen. Hier wird der dreidimensionale Charakter der Wellenbewegung offensichtlich.

Die Dichte der Trajektorien war nicht hoch genug, um physikalische Aussagen treffen zu können. Dies kann man auch aus den Geschwindigkeitsprofilen erkennen. Diese sind für die Messung mit

bewegten Boden in Abbildung 8.38 dargestellt und für die Messung an Wellen in Abbildung 8.39. Aufgetragen ist jeweils die Geschwindigkeitskomponente entlang einer Koordinatenrichtung über der aus den beiden anderen Koordinatenvektoren aufgespannte Ebene. Die geringe Trajektoriendichte äußert sich bei ihnen in den teilweise ausgeprägten Schwankungen der Geschwindigkeit.

Die Häufigkeitsverteilung der einzelnen Geschwindigkeitskomponenten erlaubt aber dennoch Rückschlüsse auf die prinzipielle Struktur der Strömung. Beispielsweise weist das durch den bewegten Boden induzierte Geschwindigkeitsprofil nur in Hauptströmungsrichtung eine signifikante Komponente auf, die beiden Querkomponenten sind nur schwach ausgeprägt. Winderzeugte Strömungen zeigen dagegen ein völlig anderes Verhalten mit signifikante Geschwindigkeiten in den beiden Richtungen quer zur Strömung, erkennbar an der Verbreiterung der Peaks in Abbildung 8.40.

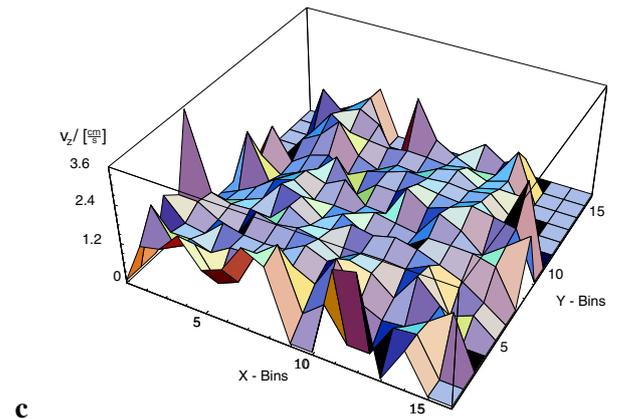
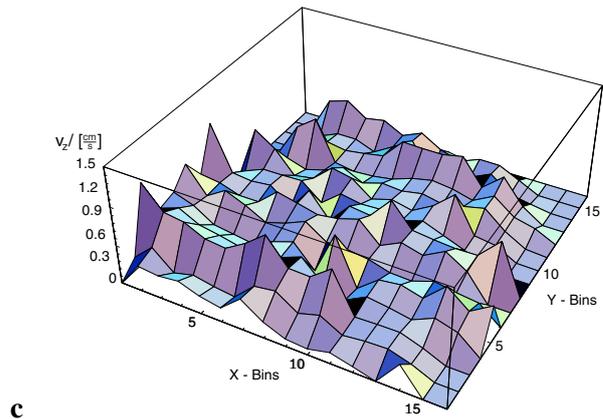
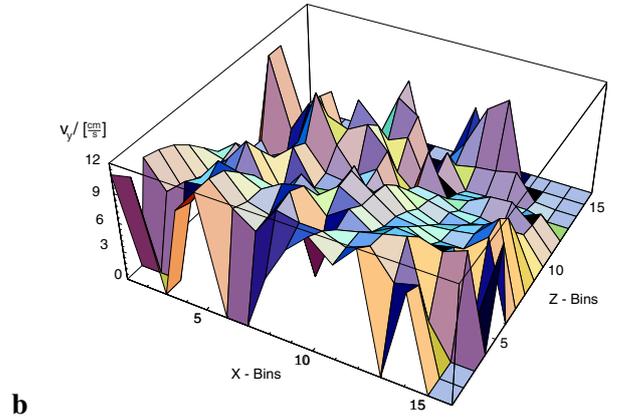
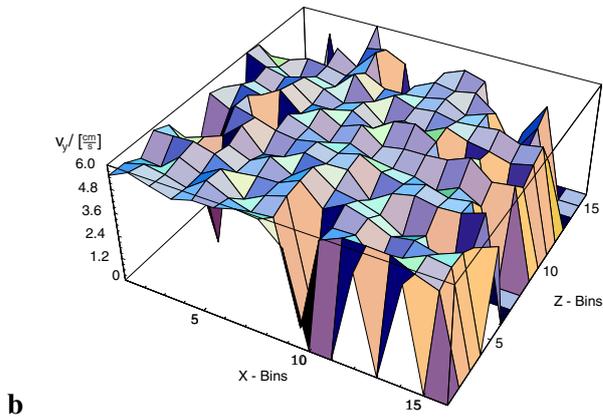
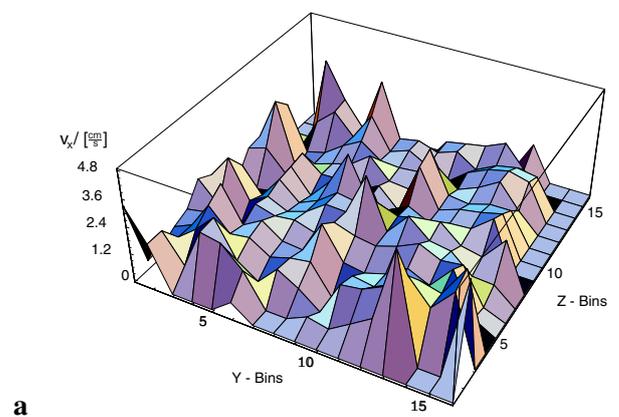
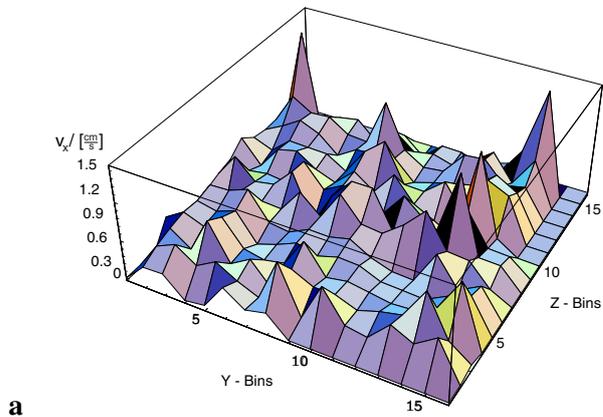


Abbildung 8.38: Geschwindigkeitsprofile der Messung mit bewegten Kanalboden.

Abbildung 8.39: Geschwindigkeitsprofile der Messung mit windinduzierten Wellen.

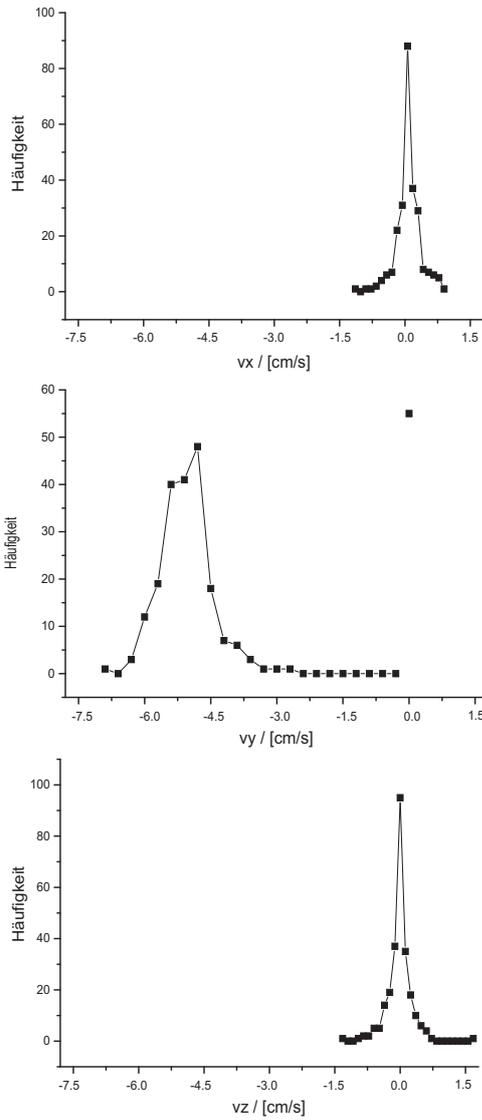


Abbildung 8.40: Die zweidimensionalen Geschwindigkeitsprofile der Messung mit bewegtem Boden

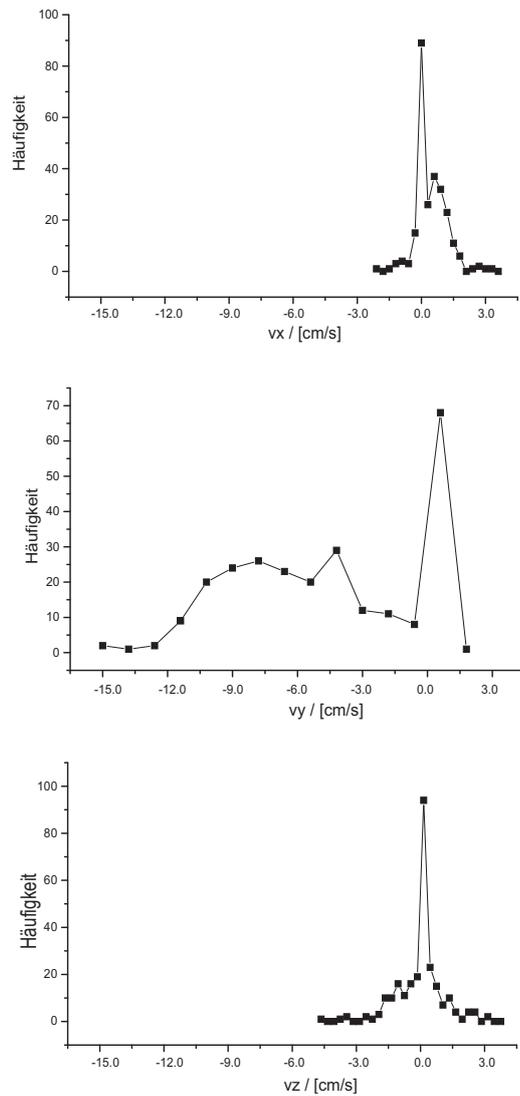


Abbildung 8.41: Die zweidimensionalen Geschwindigkeitsprofile der Messung mit windinduzierter Strömung.

Kapitel 9

Resümee und Ausblick

Das Ziel der vorliegenden Arbeit war es, ein neuartiges System zur Untersuchung von dreidimensionalen Strömungsfeldern zu entwickeln. Die Meßmethode basiert auf der aus der digitalen Bildfolgenanalyse bekannten Particle Tracking Velocimetry und ist als solche nicht invasiv. Dabei wird die zu untersuchende Strömung mit Tracerteilchen visualisiert und von zwei CCD-Kameras abgebildet.

Erstmals konnte im Rahmen dieser Arbeit ein Verfahren eingesetzt werden, das mit zwei Kameras eine robuste und zuverlässige Rekonstruktion der Strömung in den dreidimensionalen Ortsraum erlaubt. Bei konkurrierenden Methoden ist dies für die hier erreichten Teilchendichten nur mit drei oder mehr Kameras möglich.

Um den Einsatzbereich der neuen Meßmethode abstecken zu können, wurden alle Teilbereiche von der Kalibrierung über die Stereokorrelation bis zu der Objektrekonstruktion systematischen Genauigkeitsbetrachtungen unterzogen. Dies geschah an simulierten und experimentell gewonnenen Daten, um nicht nur Aussagen über die theoretisch zu erwartende, sondern auch über die real erreichte Genauigkeit machen zu können. Abschließend wurden mit dem Verfahren die Geschwindigkeitsauflösung sowie die Einsatzfähigkeit an sich auf bekannten Bahnen bewegendem Teilchen überprüft.

Der Einsatzbereich der neuen Meßmethode ist der Heidelberger Wind-Wellenkanal. Im Rahmen dieser Arbeit wurde somit ein geeigneter Versuchsaufbau entwickelt, der auch für Strömungsmessungen eingesetzt wurde. Die Messung erfolgt an in Wasser suspendierten Tracerteilchen. Geeignete Teilchen müssen eine mit dem Aufbau kompatible Streucharakteristik aufweisen. Daher wurden Messungen des Streuquerschnitts durchgeführt deren Ergebnisse mit der Theorie der Mie-Streuung verglichen wurden.

Die Messungen am Heidelberger Wind-Wellenkanal konnten die Einsatzfähigkeit des neu entwickelten Verfahrens demonstrieren. Sie zeigen Möglichkeiten für weitergehende Untersuchungen auf:

- Die bisherigen Untersuchungen lassen sich auf drei Raumdimensionen ausdehnen. Kombinierte Messungen mit der Imaging Slope Gauge bieten sich an, da somit erstmalig die gleichzeitige Messung von Oberflächenwellen und ihrer dreidimensionalen Wasserströmung möglich wäre.
- Mit thermographischen Methoden ist es möglich, die Transfergeschwindigkeit des Gasaustausches auf der freien Wasseroberfläche zu messen. Eine kombinierte Meßung mit der dreidimensionalen Particle Tracking Velocimetry könnte somit zu einer Korrelation von Gastransportprozessen und Strömungsvorgängen führen.

- Das Verfahren ist nicht nur auf Messungen der Strömungsvorgänge in der Grenzschicht von Wasserwellen beschränkt. Versuche an Fluidströmungen in Kiesbetten oder in Gas-Flüssig-Reaktoren der chemischen Industrie sind ebenfalls denkbar, bzw. wurden bereits erfolgreich durchgeführt [STÖHR et al.].

Mit der in dieser Arbeit entwickelten dreidimensionalen Particle Tracking Velocimetry steht ein breit einsetzbares Verfahren zur Bestimmung von dreidimensionalen Strömungen zur Verfügung. Es zeichnet sich durch geringen experimentellen Aufwand aus, da lediglich zwei Kameras benötigt werden. Der Einsatz ist nicht auf Labormessungen beschränkt, Feldmessungen auf Meßbojen wären ebenfalls denkbar.

Kapitel 10

Farbtafeln

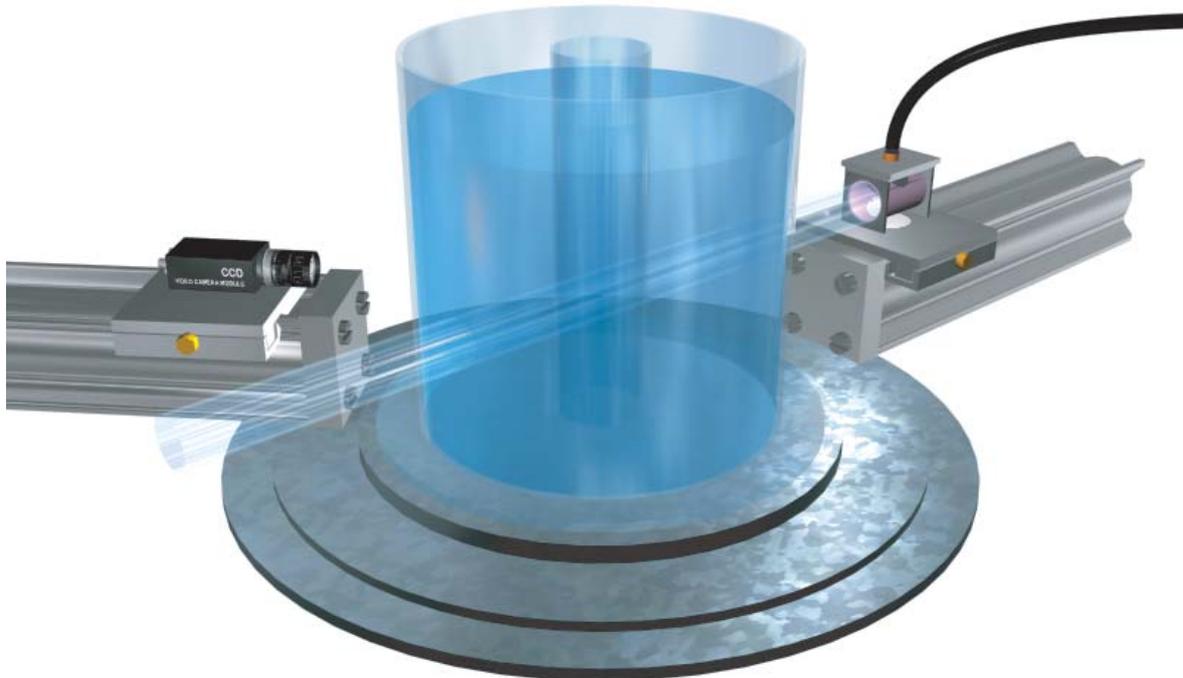


Abbildung 10.1: (Farbdruck von Abbildung 6.1 der Seite 64) Der Versuchsaufbau zur Messung der Streuquerschnitte von Tracerteilchen. Durch eine Linse wird das polychromatische Licht einer Gasentladungslampe zu einem parallelen Lichtbündel aufgeweitet. Dieses fällt auf die Teilchen im inneren Glaszylinder. Das gestreute Licht wird durch die um die Symmetrieachse des Glaszylinders schwenkbare Kamera abgebildet. Durch eine Modellschiffschraube wird das Absinken oder Aufschwimmen der Teilchen vermieden.

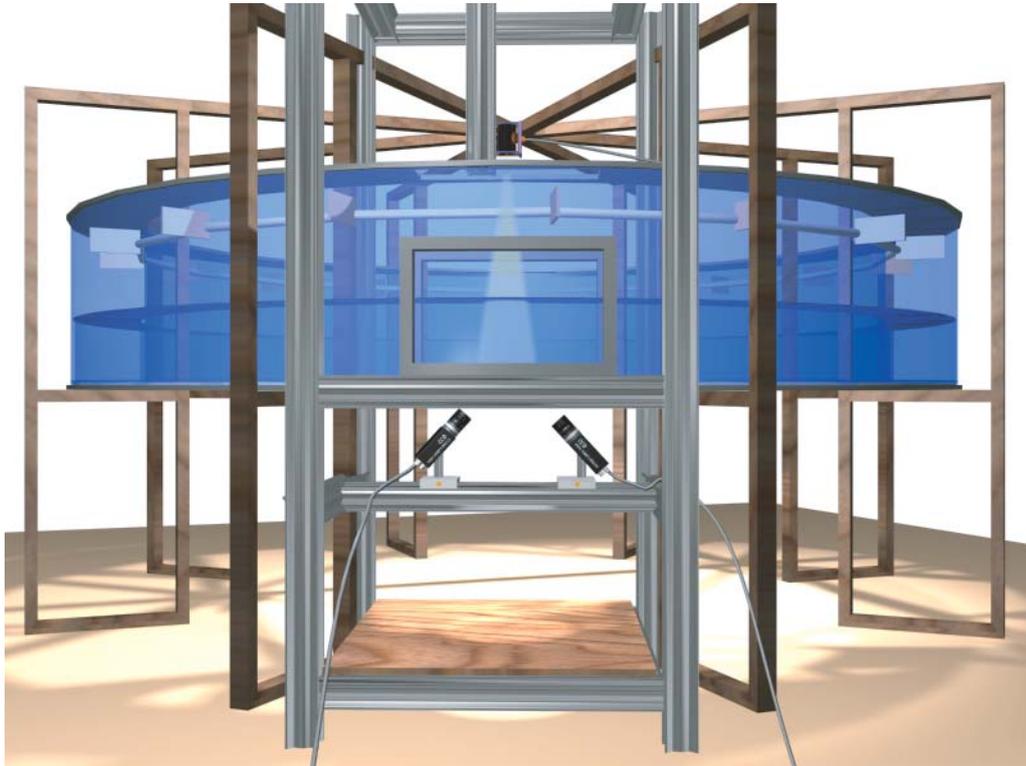
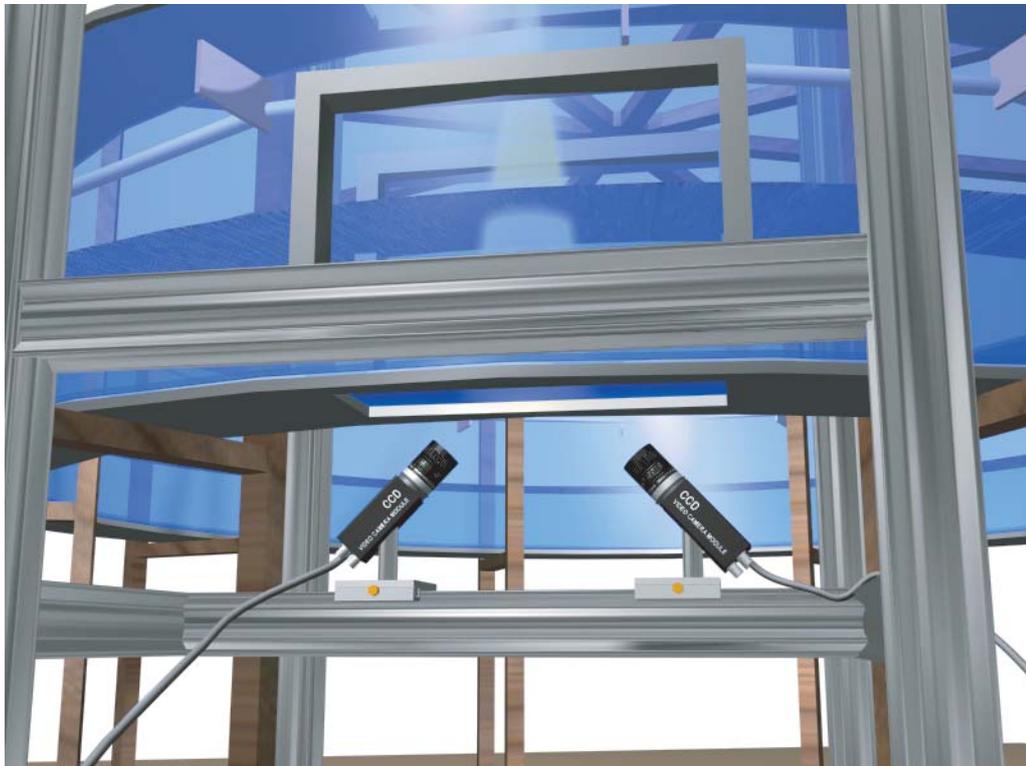
a**b**

Abbildung 10.2: (Farbdruck von Abbildung 7.1 der Seite 74) Der Stereo-Aufbau an dem Heidelberger Wind-Wellenkanal. Die beiden Kameras sind unterhalb des Kanals montiert, wo sie das Probevolumen durch ein Fenster im Kanalboden visualisieren. Dies ist deutlich in **b** zu erkennen. Die Lichtquelle befindet sich oberhalb des Kanals symmetrisch zwischen ihnen.

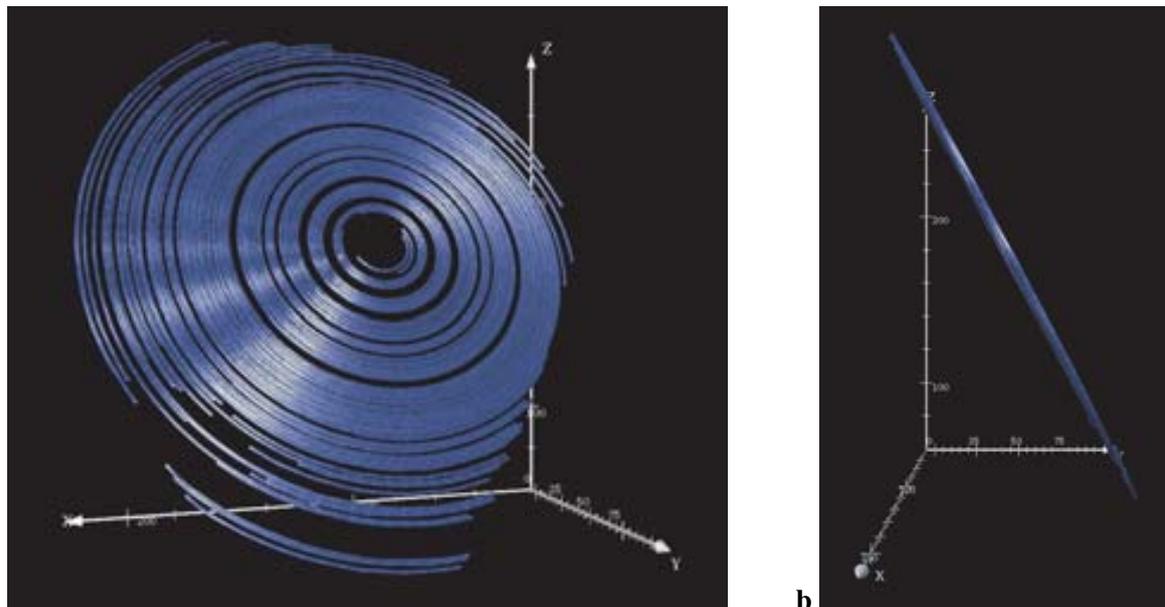


Abbildung 10.3: (Farbdruck von Abbildung 8.32 der Seite 109) Die rekonstruierten dreidimensionalen Trajektorien der Testpunkte auf dem sich drehenden Plattenspieler. In **a** ist der Plattenspieler von oben, in **b** von der Seite zu sehen. Die positive Z-Achse zeigt in Richtung Kamera. Die Software für die dreidimensionale Darstellung wurde von [BENTELE 1998] entwickelt.

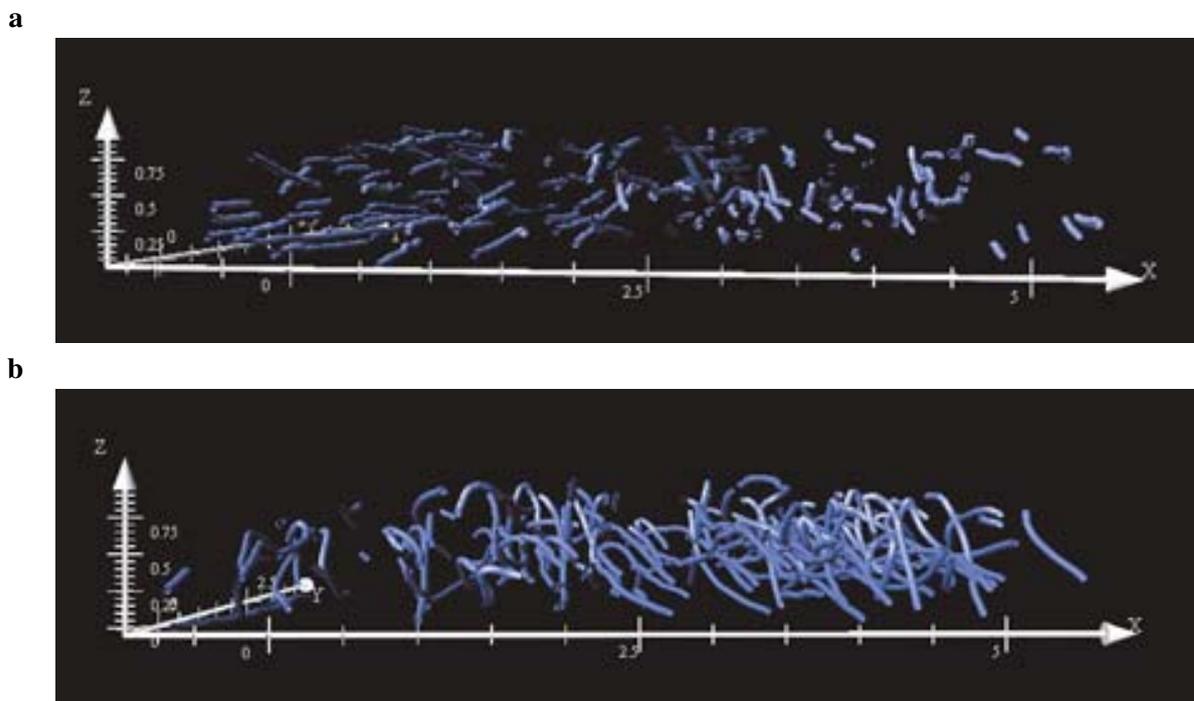


Abbildung 10.4: (Farbdruck von Abbildung 8.37 der Seite 113) Blick in Strömungsrichtung der Messung am bewegten Boden (**a**) und an winderzogenen Wellen (**b**).

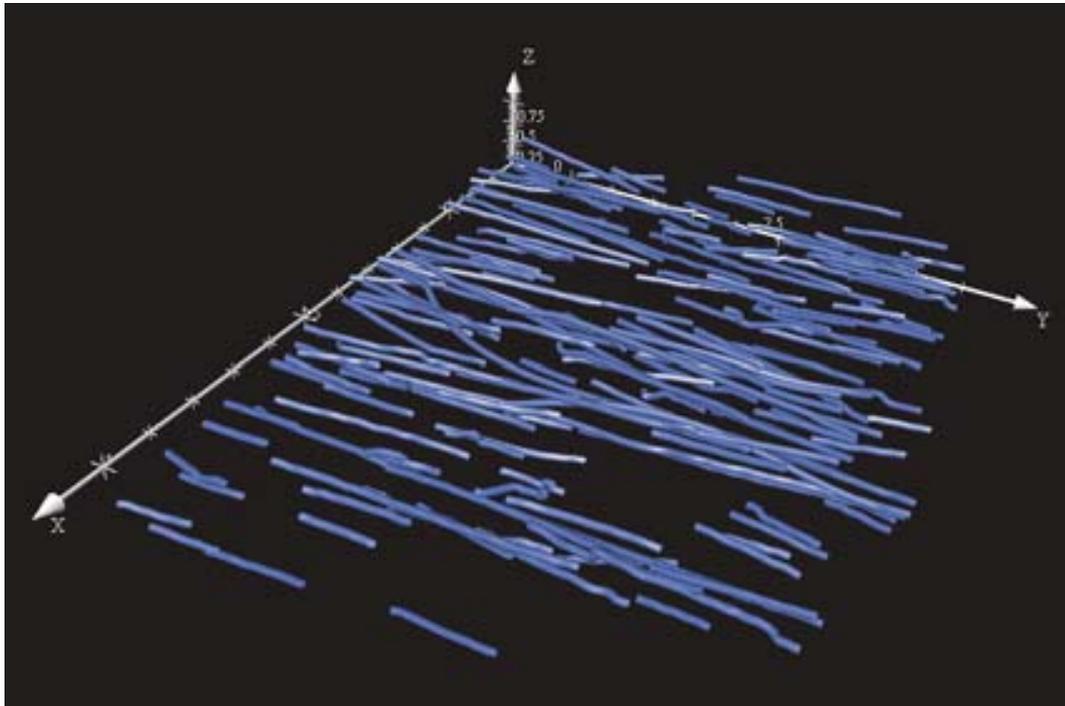
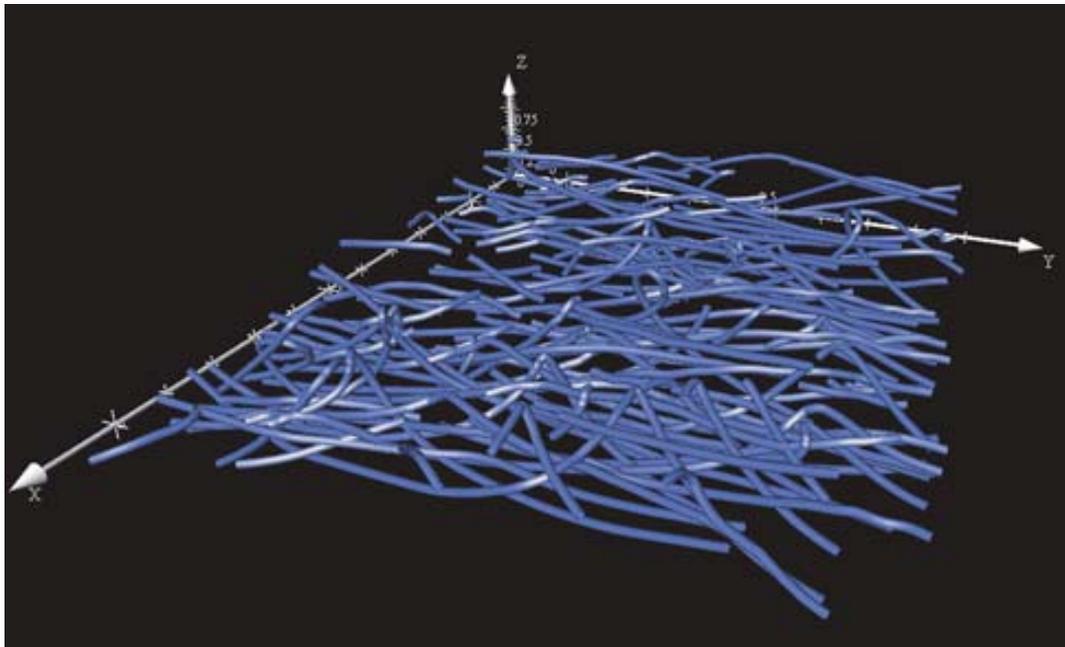
a**b**

Abbildung 10.5: (Farbdruck von Abbildung 8.36 der Seite 113) Selektierte Trajektorien der Messung am Wind-Wellenkanal. In Abbildung **a** sind die dreidimensionalen Trajektorien der Messung mit dem bewegten Boden zu sehen. In **b** ist das Ergebnis der Messung an winderzeugten Wellen dargestellt.

Literaturverzeichnis

- [ABDEL-AZIZ und KARARA 1971] ABDEL-AZIZ, Y. I. und H. M. KARARA (1971). *Direct linear transformation into object space coordinates in close range photogrammetry*. In: *Proc. of the Symposium on Close-Range Photogrammetry*, S. 1–18, Urbana, Illinois.
- [ADAMCZYK und RIMAI 1988] ADAMCZYK, A.A. und L. RIMAI (1988). *2-Dimensional Particle Tracking Velocimetry (PTV): Technique and image processing algorithm*. *Experiments in Fluids*, 6:373–380.
- [ADRIAN 1991] ADRIAN, R.J. (1991). *Particle-Imaging Techniques for Experimental Fluid Mechanics*. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 23:261–304.
- [ATKINSON 1996] ATKINSON, K.B., Hrsg. (1996). *Close Range Photogrammetry and Machine Vision*. Whittles Publishing, Caithness, Schottland.
- [BALSCHBACHER et al. 1995] BALSCHBACHER, G., M. MENZEL und B. JÄHNE (1995). *A New Instrument to Measure Steep Wind-Waves*. In: *IAPSO, XXI General Assembly*, Hawaii.
- [BANGS] BANGS, L.B. *Uniform Latex Particles*. Seradyn.
- [BEARDSLEY et al. 1994] BEARDSLEY, P., A. ZISSERMAN und D. MURRAY (1994). *Navigation using affine structure from motion*. In: EKLUNDH, J.-O., Hrsg.: *Proc. of the 3rd European Conference on Computer Vision, ECCV*, Bd. 2 d. Reihe *Lecture Notes in Computer Science*, S. 85–96, Stockholm, Schweden. Springer Verlag.
- [BENTELE 1998] BENTELE, M. (1998). *Rekonstruktion und Visualisierung dynamischer Prozesse*. Diplomarbeit, Universität Heidelberg.
- [BIGG 1996] BIGG, G.R. (1996). *The Oceans and Climate*. Cambridge University Press.
- [BIGÜN und GRANLUND 1987] BIGÜN, J. und G. GRANLUND (1987). *Optimal orientation detection of linear symmetry*. In: *Proc. of the 1st ICCV*, S. 433–438, London. IEEE Comp. Society Press.
- [BORN und WOLF 1991] BORN, M. und E. WOLF (1991). *Principles of Optics*. Pergamon Press, Oxford.
- [DOUGLAS et al. 1995] DOUGLAS, J.F., J. GASIOREK und J. SWAFFIELD (1995). *Fluid Mechanics*. Longman Scientific & Technical, Harlow, England, 3. Aufl.

- [ENGELMANN et al. 1998] ENGELMANN, D., C. GARBE, M. STÖHR, P. GEISSLER, F. HERING und B. JÄHNE (1998). *3D Particle Tracking*. In: *Proc. of the 8th International Conference on Flow Visualisation, ICFV*, Sorrento, Italien.
- [FAUGERAS 1993] FAUGERAS, O. (1993). *Three-Dimensional Computer Vision, A Geometric Viewpoint*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
- [FAUGERAS und TOSCANI 1987] FAUGERAS, O. und G. TOSCANI (1987). *Camera calibration for 3D computer vision*. In: *Proc. of Int. Workshop on Industrial Applications of Machine Vision and Machine Intelligence*, S. 240–247, Silken, Japan.
- [FAUGERAS et al. 1992] FAUGERAS, O.D., Q.-T. LUONG und S. MAYBANK (1992). *Camera self calibration: theory and experiments*. In: *Proceedings ECCV92*, S. 312–334.
- [FISCHER 1986] FISCHER, G. (1986). *Lineare Algebra*. Vieweg Studium, 9. Aufl.
- [GEISSLER 1998] GEISSLER, P. (1998). *Depth-from-Focus zur Messung der Größenverteilung durch Wellenbrechen erzeugter Blasenpopulationen*. Doktorarbeit, Universität Heidelberg.
- [GERTHSEN und VOGEL 1995] GERTHSEN, C. und H. VOGEL (1995). *Physik*. Springer Verlag, 18. Aufl.
- [HARTLEY und STURM 1997] HARTLEY, R.I. und P. STURM (1997). *Triangulation*. *Computer Vision and Image Understanding*, 68(2):146–157.
- [HECHT 1987] HECHT, E. (1987). *Optics*. Addison-Wesley Publishing Company.
- [HEIKKILÄ und SILVÉN 1996] HEIKKILÄ, J. und O. SILVÉN (1996). *Calibration procedure for short focal length off-the-shelf CCD cameras*. In: *Proc. of the 13th Int. Conf. on Pattern Recognition*, S. 166–170, Wien, Österreich.
- [HERING 1996] HERING, F. (1996). *Lagrangesche Untersuchungen des Strömungsfeldes unterhalb der wellenbewegten Wasseroberfläche mittels Bildfolgenanalyse*. Doktorarbeit, Universität Heidelberg.
- [HERING et al. 1996] HERING, F., P. GEISSLER, C. LEUE und B. JÄHNE (1996). *Segmentation of Streak Images: A Comparison*. In: *Proc. of the 17. DAGM-Symposium*.
- [HERING et al. 1995] HERING, F., M. MERLE und D. WIERZIMOK (1995). *A Robust Technique for Tracking Particles over long Image Sequences*. In: *Proc. of ISPRS Intercommission Workshop „From Pixels to Sequences“*, Zürich, Bd. 30. *Int. Arch. of Photog. and Rem. Sens.*
- [HERING et al. 1998] HERING, F., D. WIERZIMOK, C. LEUE und B. JÄHNE (1998). *Particle Tracking and its Application in the Investigation of Turbulence beneath Water Waves*. *Experiments in Fluids*.
- [HORN und BROOKS 1989] HORN, B.K.P. und M. BROOKS (1989). *Shape from Shading*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
- [JACKSON 1975] JACKSON, J.D. (1975). *Classical Electrodynamics*. John Wiley & Sons, New York, 2. Aufl.

- [JÄHNE 1980] JÄHNE, B. (1980). *Zur Parametrisierung des Gasaustausches mit Hilfe von Laborexperimenten*. Doktorarbeit, Universität Heidelberg.
- [JÄHNE 1997] JÄHNE, BERND (1997). *Digitale Bildverarbeitung*. Springer-Verlag, Heidelberg, 4. Aufl.
- [JAIN 1986] JAIN, A.K. (1986). *Fundamentals of Digital Image Processing*. Prentice-Hall.
- [KLETTE et al. 1996] KLETTE, R., A. KOSCHAN und K. SCHLÜNS (1996). *Computer Vision, Räumliche Information aus digitalen Bildern*. Vieweg Technik, Braunschweig.
- [KRIEGMANN und BELHUMEUR 1998] KRIEGMANN, D.J. und P. BELHUMEUR (1998). *What Shadows Reveal about Object Structure*. In: BURKHARDT, H. und B. NEUMANN, Hrsg.: *Proc. of the 5. ECCV*, Bd. 2, S. 399–414.
- [KSL 1998] KSL (1998). *Datenblatt Mikro-Glashohlkugeln S22*. KSL Staubtechnik GmbH, Lauingen.
- [LANDAU und LIFSCHITZ 1992] LANDAU, L.D. und E. LIFSCHITZ (1992). *Hydrodynamik*. Akademie Verlag GmbH, Berlin, 12. Aufl.
- [LAVEST et al. 1998] LAVEST, J.-M., M. VIALA und M. DHOME (1998). *Do We Really Need an Accurate Calibration Pattern to Achieve a Reliable Camera Calibration?*. In: *Proc. of the 5. ECCV*, Bd. 1, S. 158–174, Freiburg. Springer Verlag.
- [LEUE 1996] LEUE, CARSTEN (1996). *Ein Verfahren zur Segmentierung von Particlebildern in der Strömungsvisualisierung*. Diplomarbeit, Universität Heidelberg.
- [LONGUET-HIGGINS 1981] LONGUET-HIGGINS, H.C. (1981). *A computer algorithm for reconstructing a scene from two projections*. *Nature*, 293:133–135.
- [MAAS et al. 1993] MAAS, H.G., A. GRUEN und D. PAPANTONIOU (1993). *Particle tracking velocimetry in three-dimensional flows, Part 1: Photogrammetric determination of particle coordinates*. *Experiments in Fluids*, 15.
- [MANN 1998] MANN, SVEN (1998). *Objektbasierte Bildfolgenanalyse zur Bewegungsbestimmung im in vitro Motility Assay unter Verwendung eines Strukturtenorverfahrens*. Diplomarbeit, Universität Heidelberg.
- [MAYBANK 1993] MAYBANK, S. (1993). *Theory of Reconstruction from Image Motion*. Springer Verlag, Berlin.
- [MELEN 1994] MELEN, T. (1994). *Geometric Modelling and Calibration of Video Cameras for Underwater Navigation*. Doktorarbeit, Norwegische Technische Hochschule, Trondheim, Norwegen.
- [MERLE 1993] MERLE, M. (1993). *Genauigkeit von Particle Tracking Velocimetry*. Diplomarbeit, Universität Heidelberg.
- [MÜNSTERER 1996] MÜNSTERER, T. (1996). *LIF investigation of the Mechanisms Controlling Air-Water Mass Transfer at a Free Interface*. Doktorarbeit, Universität Heidelberg.
- [NETZSCH 1995] NETZSCH, T. (1995). *Dreidimensionale Particle Tracking Velocimetry*. Doktorarbeit, Universität Heidelberg.

- [POLLARD 1977] POLLARD, R.T. (1977). *Observations and theories of Langmuir circulations and their role in near surface mixing*. Deep-Sea Research, S. 235–251.
- [PRESS et al. 1992] PRESS, W.H., S. TEUKOLSKY, W. VETTERLING und B. FLANNERY (1992). *Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 2. Aufl.
- [PULNIX 1996] PULNIX (1996). *TM-6701AN, Progressiv Scan Interline Transfer Vollbild Shutter Kamera*. Benutzer Handbuch, Alzenau.
- [ROEDEL 1998] ROEDEL, W. (1998). Mündliche Mitteilung.
- [ROTHWELL et al. 1995] ROTHWELL, C., G. CSURKA und O. FAUGERAS (1995). *A Comparison of Projective Reconstruction Methods for Pairs of Views*. In: *IEEE*.
- [SCHMUNDT et al. 1995] SCHMUNDT, D., T. MÜNSTERER, H. LAUER und B. JÄHNE (1995). *The circular wind/wave facilities at the University of Heidelberg*. In: JÄHNE, B. und E. MONAHAN, Hrsg.: *Air-Water Gas Transfer*, S. 505–516, Hanau. AEON Verlag & Studio.
- [SCHULTZ 1997] SCHULTZ, M. (1997). *Geometrische Kalibration von CCD-Kameras*. Diplomarbeit, Universität Heidelberg.
- [SEMPLE und KNEEBONE 1979] SEMPLE, J.G. und G. KNEEBONE (1979). *Algebraic Projective Geometry*. Clarendon Press, Oxford.
- [SHANLEY und ANDERSON 1995] SHANLEY, T. und D. ANDERSON (1995). *PCI System Architecture*. PC System Architecture Series. Addison-Wesley Publishing Company.
- [SHASHUA 1994] SHASHUA, A. (1994). *Projective structure from uncalibrated images: structure from motion and recognition*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 16(8):778–790.
- [SLAMA 1980] SLAMA, C. C., Hrsg. (1980). *Manual of Photogrammetry*. American Society of Photogrammetry, Falls Church, Virginia, 4. Aufl.
- [SPIES 1998] SPIES, HAGEN (1998). *Bewegungsdetektion und Geschwindigkeitsanalyse in Bildfolgen zur Untersuchung von Sedimentverlagerungen*. Diplomarbeit, Universität Heidelberg.
- [STÖHR 1998] STÖHR, M. (1998). *Entwicklung dreidimensionaler Particle Tracking Velocimetry zur Messung der Zweiphasenströmung in Gas-Flüssig-Reaktoren*. Diplomarbeit, Universität Heidelberg.
- [STÖHR et al.] STÖHR, M., C. GARBE, D. ENGELMANN, P. GEISSLER, S. GOMES, F. HERING, H.-G. WAGNER und B. JÄHNE. *4-D Particle Tracking Velocimetry applied to Gas-Liquid Reactors*. In: *Proc. of the Int. Workshop of Scientific Computing in Chemical Engineering II*, Hamburg-Harburg. In Druck.
- [WANNINKHOF 1986] WANNINKHOF, R.H. (1986). *Gas Exchange across the Air-Water Interface determined with man made and natural tracers*. Doktorarbeit, Columbia University.
- [WASEDA 1980] WASEDA, Y. (1980). *Structure of Non-Crystalline Materials*. Mc Graw-Hill, New York.

- [WIERZIMOK 1991] WIERZIMOK, D. (1991). *Messung turbulenter Strömung unterhalb der wellenbewegten Wasseroberfläche mittels Bildfolgenanalyse*. Doktorarbeit, Universität Heidelberg.
- [WIERZIMOK et al. 1992] WIERZIMOK, D., F. HERING und F. BRUNSWIG (1992). *Tracking in Strömungsbildfolgen*. In: *Proc. of the 14. DAGM-Symposium, Mustererkennung*, S. 158–165, Dresden. Springer Verlag.
- [ZELLER und FAUGERAS 1994] ZELLER, C. und O. FAUGERAS (1994). *Applications of non-metric vision to some visual guided tasks*. In: *Proc. of the Int. Conf. on Pattern Recognition*, S. 132–136, Jerusalem, Israel. Computer Society Press.
- [ZHANG 1998] ZHANG, Z. (1998). *Determining the Epipolar Geometry and its Uncertainty: A Review*. *International Journal of Computer Vision*, 27(2):161–195.
- [ZHANG und FAUGERAS 1992] ZHANG, Z. und O. FAUGERAS (1992). *3D Dynamic Scene Analysis*. Springer Verlag, Berlin.

Kapitel 11

Danksagung

Abschließend möchte ich mich bei all denjenigen bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben:

Zuallererst danke ich Herrn Prof. Dr. Bernd Jähne für die Möglichkeit, diese Arbeit in seiner Forschungsgruppe durchführen zu können. Bei Herrn Prof. Dr. Ulrich Platt möchte ich mich für die Übernahme des Zweitgutachtens bedanken.

Den Mitgliedern der Arbeitsgruppe am Interdisziplinären Zentrum für Wissenschaftliches Rechnen und am Institut für Umweltphysik gehört mein Dank für die vielfältige Unterstützung und die freundschaftliche Atmosphäre. Mein besonderer Dank gilt dabei Dirk Engelmann und Dr. Peter Geißler für ihre Betreuung, die keine Wünsche offen ließ.

Dank sei auch meiner Schwester Frederike Charlotte Garbe für ihre gut gemeinten Ratschläge ebenso wie meinen Großeltern Herbert und Hildegard Stelter.

Last but not least möchte ich noch meinen Eltern für ihre langjährige Unterstützung und Anteilnahme danken. Ohne sie wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen.