

Fakultät für Physik und Astronomie  
Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg



Diplomarbeit  
im Studiengang Physik

vorgelegt von  
**Till Burkert**  
aus Braunschweig

1999



# Niederfrequente akustische Messungen an Quarzglas

Die Diplomarbeit wurde ausgeführt von Till Burkert am  
Institut für Angewandte Physik  
unter der Betreuung von  
**Herrn Priv.-Doz. Dr. C. Enss**



In dieser Arbeit wurden Messungen der inneren Reibung und der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung an Quarzglas im Bereich von 5 mK bis 40 K für vier verschiedene Frequenzen zwischen 334 und 5030 Hz durchgeführt. Für die Experimente wurde ein mechanischer Oszillator, das sogenannte *Double Paddle*, verwendet, der sich durch seine im Vergleich zur früher verwendeten Vibrating-Reed-Methode deutlich geringere Untergrunddämpfung sowie das vielfältige Modenspektrum auszeichnet. Bei Temperaturen unterhalb von 30 mK wurde ein Anstieg der inneren Reibung beobachtet, der proportional zu  $T^\eta$  verläuft, wobei  $\eta$  monoton mit der Meßfrequenz von 0,85 bis 1,74 zunimmt und damit deutlich abweicht vom  $T^3$ -Verhalten des Tunnelmodells, welches die Tieftemperatureigenschaften von Gläsern phänomenologisch beschreibt. Die mutmaßliche Ursache dieser Diskrepanzen liegt in der vom Tunnelmodell nicht berücksichtigten gegenseitigen Wechselwirkung der Tunnelsysteme, die besonders bei tiefen Temperaturen wichtig wird. Für den Dämpfungswert im Plateaubereich wurde eine schwache Abhängigkeit von der Meßfrequenz beobachtet. Aus der Frequenzabhängigkeit der Lage des Dämpfungsmaximums bei ca. 30 K konnte eine Dominanz von thermisch aktivierten Prozessen gegenüber inkohärentem Tunneln in diesem Temperaturbereich gefolgert werden.

## Low frequency acoustic measurements on vitreous silica

In this work the internal friction and the variation of the sound velocity of vitreous silica have been measured at four different frequencies between 334 and 5030 Hz in a temperature range of 5 mK to 40 K. The mechanical oscillator used for the experiments, the so-called *double paddle*, is superior to the formerly used vibrating reed technique in its significantly lower background losses and the ability to be operated at different eigenmodes. At temperatures below 30 mK the absorption is found to be proportional to  $T^\eta$ , where  $\eta$  increases monotonically with the frequency from 0.85 to 1.74. This is in contradiction to the predicted  $T^3$  behavior of the tunneling model, which phenomenologically describes the low temperature properties of glasses. These deviations can be most likely attributed to the mutual interaction of the tunneling systems which is not taken into account in the tunneling model but becomes particularly important at very low temperatures. Furthermore, a slight dependence of the internal friction in the plateau region on the frequency has been observed. From the frequency dependence of the absorption maximum at approximately 30 K a dominance of thermally activated processes over incoherent tunneling is inferred for this temperature range.



# Inhalt

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Tunnelsysteme in Gläsern</b>	<b>3</b>
2.1	Tieftemperatureigenschaften . . . . .	3
2.2	Tunnelmodell . . . . .	5
2.3	Wechselwirkung mit Phononen . . . . .	8
2.4	Vergleich mit experimentellen Daten . . . . .	12
<b>3</b>	<b>Mechanische Oszillatoren</b>	<b>17</b>
3.1	Vibrating Reed und Torsionsoszillator . . . . .	17
3.2	Das Double Paddle . . . . .	20
<b>4</b>	<b>Experimentelle Anordnung und Meßverfahren</b>	<b>25</b>
4.1	Experimenteller Aufbau . . . . .	25
4.2	Meßverfahren . . . . .	28
4.3	Experimentelle Probleme . . . . .	31
4.4	Probenspezifikation . . . . .	32
4.5	Tiefe Temperaturen . . . . .	33
<b>5</b>	<b>Darstellung und Diskussion der Meßergebnisse</b>	<b>35</b>
5.1	Innere Reibung . . . . .	35
5.2	Relative Änderung der Schallgeschwindigkeit . . . . .	42
5.3	Zusammenfassende Diskussion . . . . .	46
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>55</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>57</b>
	<b>Danksagung</b>	<b>61</b>



# 1 Einleitung

Bis vor einigen Jahrzehnten standen in der Physik der kondensierten Materie die geordneten Systeme im Mittelpunkt des Interesses. Aus heutiger Sicht erscheint das späte Interesse an amorphen Systemen etwas unverständlich. Offensichtlich wurde nicht erwartet, daß das Fehlen der Fernordnung bei den Gläsern zu fundamental anderen Eigenschaften und damit zu einem neuen Gebiet der Physik führen kann. Eine weitverbreitete Meinung war, daß Details der Festkörperstruktur wegen der bei tiefen Temperaturen vorwiegend langwelligen Phononen unbedeutend sein sollten. Desweiteren mag auch die den amorphen Systemen anhaftende eingeschränkte Strukturinformation eine Rolle gespielt haben, die eine Rückführung experimenteller Ergebnisse auf mikroskopische Grundlagen erschwert. Schließlich könnte auch der Mangel an theoretischen Vorhersagen das verhaltene Interesse der Experimentatoren an dieser Substanzklasse bedingt haben — wegen der fehlenden Periodizität sind amorphe Festkörper theoretisch schwieriger zu behandeln als Kristalle, so daß diese Substanzklasse zunächst weniger Beachtung fand.

Erst in den 70er Jahren begann man die Eigenschaften von Gläsern speziell bei tiefen Temperaturen sehr systematisch zu untersuchen. Insbesondere durch Messungen thermischer Eigenschaften, wie z. B. der Wärmeleitfähigkeit und der spezifischen Wärme [Zel71], ist das qualitativ unterschiedliche Verhalten von amorphen und kristallinen Systemen deutlich geworden. Auch die für Gläser unterschiedlichster Zusammensetzung charakteristische Universalität vieler physikalischer Eigenschaften wurde zu diesem Zeitpunkt, z. B. durch Messungen der Wärmeleitfähigkeit verschiedener nichtkristalliner Substanzen [Zel71, Ste73], offensichtlich.

Die besonderen Eigenschaften von Gläsern bei tiefen Temperaturen sind auf niederenergetische Anregungen zurückzuführen, die im nahezu perfekten Kristall nicht bzw. nur in sehr geringen Konzentrationen anzutreffen sind. Das 1972 von Anderson *et al.* [And72] und Phillips [Phi72] vorgeschlagene phänomenologische *Tunnelmodell* stellt bis heute, gemeinsam mit einigen Erweiterungen, eine Basis zur Beschreibung der Tieftemperatureigenschaften von Gläsern dar. Wenngleich in den letzten drei Jahrzehnten der Kenntnisstand in diesem Gebiet der Physik bedeutend erweitert wurde, ist man von einem vollständigen Verständnis noch weit entfernt. Insbesondere konnten die tunnelnden „Teilchen“ noch nicht eindeutig identifiziert werden, obwohl einige Modelle für die mikroskopische Natur der niederenergetischen Anregungen vorgeschlagen worden sind.

Die Motivation für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten niederfrequenten akustischen Messungen an Quarzglas ist die systematische Untersuchung der bereits in vielen Experimenten unterhalb von 100 mK beobachteten Abweichungen von den Vorhersagen des Tunnelmodells. Diese lassen sich vermutlich der im Tunnelmodell unberücksich-

tigten Wechselwirkung der Tunnelsysteme untereinander zuschreiben, die bei Quarzglas hauptsächlich elastischen Ursprungs ist. Wegen der äußerst geringen Wechselwirkungsenergie macht sich diese jedoch nur bei sehr tiefen Temperaturen bemerkbar. Die Bedeutung der Wechselwirkung für die Dynamik von Tunnelsystemen ist erst kürzlich durch die von Strehlow *et al.* [Str98] an Mehrkomponentengläsern durchgeführten dielektrischen Messungen auf bemerkenswerte Art bestärkt worden: Unterhalb einer kritischen Temperatur von 5,8 mK tritt eine Diskontinuität im Temperaturverlauf der dielektrischen Konstante von BaO-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-SiO<sub>2</sub> auf, die außerdem stark magnetfeldabhängig wird. Die Beobachtungen werden als Hinweis auf einen kontinuierlichen Phasenübergang von inkohärentem Tunneln zu einer korrelierten Bewegung einer makroskopischen Anzahl von Tunnelsystemen gedeutet und als mögliche universelle Eigenschaft aller Gläser diskutiert [Str98, Hun99].

Akustische Messungen an Quarzglas sind schon in der Vergangenheit mit Hilfe der Vibrating-Reed-Technik durchgeführt worden. Der in dieser Arbeit verwendete Oszillator, das *Double Paddle*, ist dem einfacheren Vibrating Reed jedoch in vieler Hinsicht überlegen. Insbesondere die stark reduzierte Untergrunddämpfung erlaubt, Aussagen über den Verlauf der inneren Reibung auch in Bereichen geringer intrinsischer Probendämpfung zu treffen, die beim Vibrating Reed wegen der unbekanntenen Dämpfungsverluste nur eingeschränkt möglich waren. Außerdem stehen beim Paddle mehrere Moden zur Verfügung, die eine systematische Untersuchung der Vorhersagen des Tunnelmodells hinsichtlich ihrer Frequenz- und Polarisationsabhängigkeit ermöglichen.

In Kapitel 2 wird zunächst das Tunnelmodell mit seinen Annahmen und Vorhersagen vorgestellt sowie mit experimentellen Daten verglichen. Kapitel 3 gibt eine kurze Übersicht über die in der Vergangenheit verwendeten Oszillatorgeometrien sowie das Double Paddle. Die experimentelle Durchführung wird in Kapitel 4 beschrieben, die Darstellung und Diskussion der Meßergebnisse erfolgt in Kapitel 5. Eine kurze Zusammenfassung und Bewertung der Ergebnisse wird in Kapitel 6 gegeben.

## 2 Tunnelsysteme in Gläsern

### 2.1 Tieftemperatureigenschaften

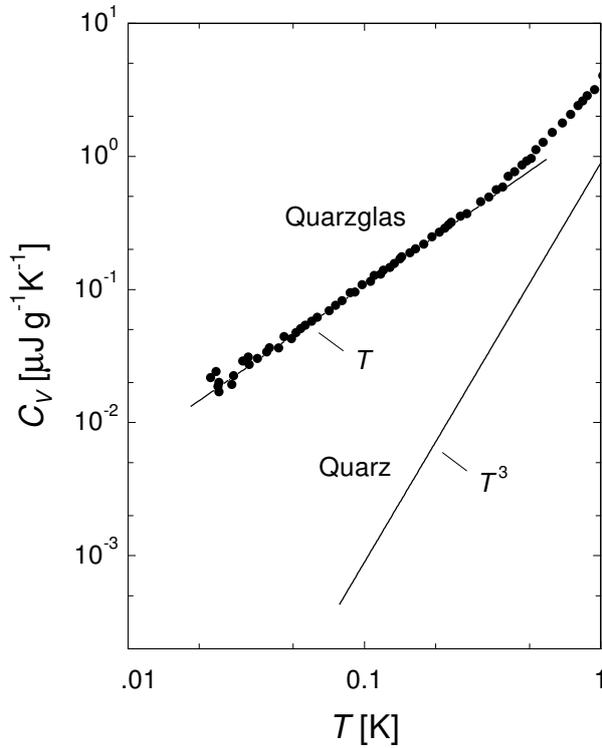
Eine Vielzahl von Eigenschaften amorpher und kristalliner Festkörper weist bei tiefen Temperaturen fundamentale Unterschiede auf. So konnten Zeller und Pohl [Zel71] bereits 1971 anhand von temperaturabhängigen Messungen der spezifischen Wärme und der Wärmeleitfähigkeit demonstrieren, daß die thermischen Eigenschaften von Gläsern qualitativ von denen der kristallinen Systeme abweichen. Die in Abb. 2.1 dargestellte Messung der spezifischen Wärme von Quarzglas zeigt unterhalb von 1 K einen mit der Temperatur etwa linearen Verlauf, abweichend vom  $T^3$ -Verlauf der Debye-Theorie. Ebenfalls bemerkenswert ist, daß die spezifische Wärme von Quarzglas wesentlich größer als die des kristallinen Quarzes ist. Dies deutet auf zusätzliche Anregungen im ungeordneten System hin, die im nahezu perfekten Kristall nicht vorhanden sind.

Auch die in Abb. 2.2 dargestellten Messungen der Wärmeleitfähigkeit von Quarzglas und kristallinem Quarz weisen qualitative Unterschiede auf. Der Wärmetransport in dielektrischen Festkörpern erfolgt durch diffusive Ausbreitung von Phononen, d. h. die Phononen können sich nicht frei bewegen, sondern werden in Abhängigkeit von der Temperatur mehr oder weniger stark gestreut. Der Wert des Wärmeleitungskoeffizienten  $\Lambda$ , der analog zur kinetischen Gastheorie durch

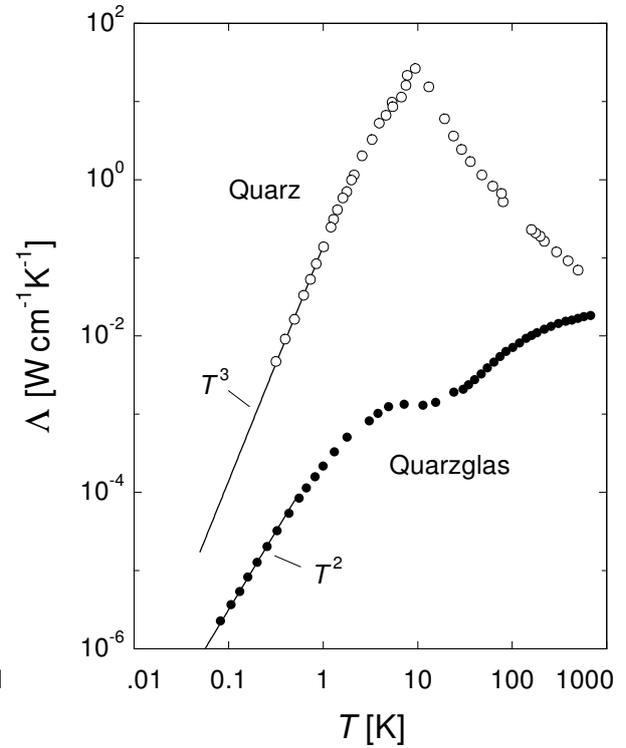
$$\Lambda = \frac{1}{3} C v l \quad (2.1)$$

gegeben ist, wird also durch den bei der jeweiligen Temperatur dominierenden Streuprozeß bestimmt. In Gl. 2.1 bezeichnet  $C$  die spezifische Wärme des Phononengases,  $v$  die Schallgeschwindigkeit und  $l$  die mittlere freie Weglänge der Phononen. Oberhalb des Maximums wird die Wärmeleitung durch Streuung der Phononen untereinander bestimmt und nimmt mit zunehmender Temperatur exponentiell ab. Unterhalb des Maximums, im sogenannten Casimir-Bereich, wird die freie Weglänge so groß, daß die Phononen nur noch an der Oberfläche der Probe gestreut werden. Da die Schallgeschwindigkeit in diesem Temperaturbereich nahezu konstant ist, wird die Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitung nur durch die spezifische Wärme bestimmt und verläuft also, entsprechend der Debyeschen Theorie, proportional zu  $T^3$ . Ihr Wert ist über die freie Weglänge durch die Geometrie der Probe und deren Oberflächenbeschaffenheit bestimmt.

In Quarzglas verläuft die Wärmeleitfähigkeit mit zunehmender Temperatur näherungsweise quadratisch mit der Temperatur, erreicht ein Plateau, und nimmt dann wieder zu. Im Casimir-Bereich der kristallinen Probe ist deren Wärmeleitung um zwei bis drei Größenordnungen größer als die des Quarzglases. Die starke Reduktion der Wärmeleitfähigkeit



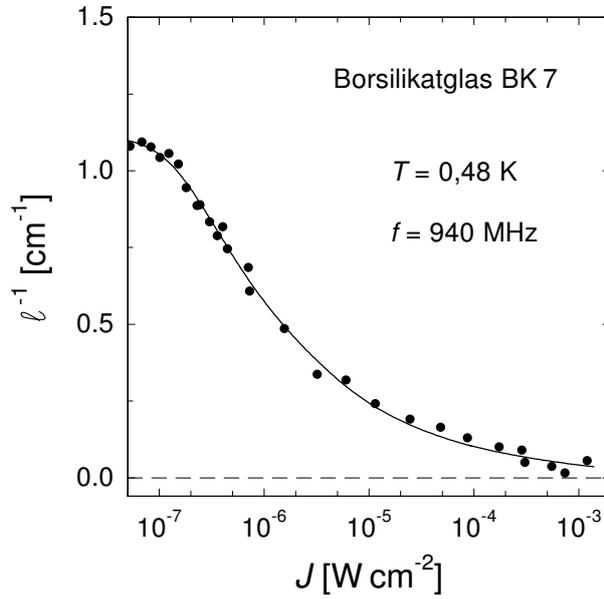
**Abb. 2.1:** Spezifische Wärme von Quarzglas und kristallinem Quarz als Funktion der Temperatur (nach [Hun77]).



**Abb. 2.2:** Wärmeleitfähigkeit von kristallinem Quarz und Quarzglas als Funktion der Temperatur (nach [Zel71]).

deutet auf zusätzliche Streumechanismen in der amorphen Probe hin, die die mittlere freie Weglänge der Phononen stark reduzieren, so daß der Casimir-Bereich auch bei sehr tiefen Temperaturen nicht erreicht wird. Es handelt sich dabei um lokalisierte niederenergetische Anregungen mit Zwei-Niveau-Charakter, die durch Wechselwirkung mit den Phononen zu einer inversen Temperaturabhängigkeit der mittleren freien Weglänge führen und somit den beobachteten quadratischen Temperaturverlauf der Wärmeleitfähigkeit zur Folge haben. Diese niederenergetischen Anregungen verursachen auch den von der Debye-Theorie abweichenden Verlauf der spezifischen Wärme. Bei tiefen Temperaturen dominieren sie viele Festkörpereigenschaften, da die Anzahl anderer thermischer Anregungen klein ist.

Der Zwei-Niveau-Charakter dieser Anregungen konnte schon 1972 experimentell nachgewiesen werden [Hun74]. In Abb. 2.3 ist die Ultraschalldämpfung von Borsilikatglas in Abhängigkeit von der eingestrahlteten Intensität  $J$  bei 0,48 K dargestellt. Die Reduktion der Ultraschalldämpfung wird durch die resonante Wechselwirkung zwischen Phononen und den Zwei-Niveau-Systemen verursacht. Bei geringen Intensitäten und hinreichend tiefer Temperatur sind vorwiegend Systeme im Grundzustand vorhanden, die Dämpfung ist durch resonante Absorption der Phononen bestimmt. Mit zunehmender Intensität



**Abb. 2.3:** Ultraschalldämpfung in Borsilikatglas (BK7) als Funktion der eingestrahlten Schallintensität. Die durchgezogene Linie ist eine Vorhersage des Tunnelmodells, Gl. 2.3 (nach [Hun74]).

werden mehr Zwei-Niveau-Systeme angeregt, und die Besetzungszahldifferenz verringert sich. Abhängig von der Intensität stellt sich eine stationäre Besetzung ein, die von der thermischen Besetzungszahldifferenz eines Ensembles von Zwei-Niveau-Systemen mit der Energieaufspaltung  $E$ ,

$$\Delta P = \tanh\left(\frac{E}{2k_{\text{B}}T}\right), \quad (2.2)$$

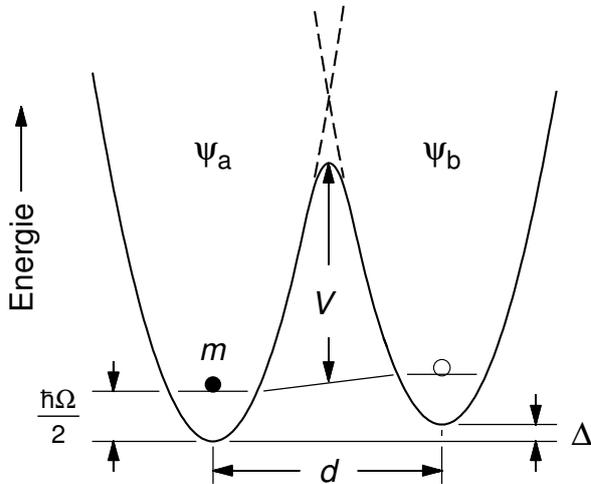
abweicht, und zu folgender Intensitätsabhängigkeit der Ultraschalldämpfung  $\ell^{-1}$  führt:

$$\ell^{-1} = \ell_0^{-1} \frac{1}{\sqrt{1 + J/J_c}}. \quad (2.3)$$

Dabei ist  $\ell_0^{-1}$  die Dämpfung durch resonante Absorption bei kleinen Schallintensitäten und  $J_c$  die kritische Intensität bei der die Dämpfung auf  $1/\sqrt{2}$  abgefallen ist. Wird die Intensität weiter erhöht, tritt eine Sättigung der resonanten Absorption auf, da die beiden Niveaus nahezu gleichbesetzt sind und Absorption sowie stimulierte Emission gleich wahrscheinlich werden.

## 2.2 Tunnelmodell

Zur Erklärung der besonderen Tieftemperatureigenschaften von Gläsern wurde 1972 von Anderson *et al.* [And72] und Phillips [Phi72] unabhängig voneinander ein Modell vorgeschlagen, welches die bereits angesprochenen Zwei-Niveau-Systeme als zentrales Konzept enthält.



**Abb. 2.4:** Schematische Darstellung des Doppelmuldenpotentials.

### Annahmen des Tunnelmodells

Im Gegensatz zum perfekten Kristall, in dem jedes Atom eine eindeutige Gleichgewichtslage besitzt, treten in amorphen Festkörpern Konfigurationen mit mehreren energetisch nahezu äquivalenten lokal benachbarten Gleichgewichtslagen auf, wobei es sich um einzelne Atome oder Atomgruppen handeln kann. Eine derartige Konfiguration läßt sich durch das in Abb. 2.4 dargestellte Doppelmuldenpotential beschreiben. Dies wird durch zwei harmonische Potentiale gebildet, die durch eine Potentialbarriere  $V$  getrennt sind und deren Minima die Gleichgewichtslagen eines Teilchens der effektiven Masse  $m$  definieren. Für die Energieminima der beiden Gleichgewichtspositionen, deren Abstand durch die Konfigurationskoordinate  $d$ , die ein Winkel oder eine Länge sein kann, bezeichnet ist, ist eine Asymmetrieenergie  $\Delta$  zugelassen, da sich die lokale Umgebung der beiden Gleichgewichtspositionen aufgrund der ungeordneten Glasstruktur im allgemeinen unterscheidet. Die Grundzustandswellenfunktionen in der jeweiligen Position sind mit  $\psi_a$  und  $\psi_b$  bezeichnet,  $\hbar\Omega/2$  ist die Grundzustandsenergie.

Im Tunnelmodell wird nun angenommen, daß diese Teilchen bei tiefen Temperaturen nur noch durch einen Tunnelprozeß zwischen ihren Gleichgewichtslagen wechseln können, da die Energie für einen thermisch aktivierten Prozeß nicht ausreicht. In erster Näherung wird angenommen, daß die tunnelnden Teilchen nur zwei mögliche Gleichgewichtslagen einnehmen können, woraus auch der Zwei-Niveau-Charakter dieser *Tunnelsysteme* folgt.

Der allgemeine Zustand eines Teilchens ist eine Überlagerung der beiden Grundzustände, also  $\psi = a\psi_a + b\psi_b$ . Für den Energieeigenwert des Grundzustands ergibt sich mit Hilfe des Ritzschen Variationsverfahrens

$$E_{\pm} = \frac{1}{2} \left( \hbar\Omega \pm \sqrt{\Delta^2 + 4H_{ab}^2} \right), \quad (2.4)$$

wobei  $H_{ab} = \int \psi_a^* H \psi_b d^3x$  die Wechselwirkungsenergie der beiden Zustände ist. Der

Grundzustand spaltet also auf, und die Energiedifferenz ist

$$E = E_+ - E_- = \sqrt{\Delta^2 + \Delta_0^2} . \quad (2.5)$$

Die Tunnelaufspaltung  $\Delta_0 = -2H_{ab}$  läßt sich störungstheoretisch berechnen. Für die gewählte Potentialform erhält man mit Hilfe der WKB-Methode für den Tunnelparameter  $\lambda$ , der durch

$$\Delta_0 \simeq \frac{\hbar\Omega}{\pi} e^{-\lambda} \quad (2.6)$$

gegeben ist,

$$\lambda \simeq \frac{d}{2\hbar} \sqrt{2mV} . \quad (2.7)$$

In der Basis der Energieeigenzustände  $\psi_a$  und  $\psi_b$  lautet der Hamiltonoperator also

$$H_0 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & -E \end{pmatrix} . \quad (2.8)$$

Eine weitere wesentliche Annahme des Tunnelmodells betrifft die beiden unabhängigen Parameter  $\Delta$  und  $\Delta_0$  bzw.  $\Delta$  und  $\lambda$ , die ein Tunnelsystem durch Gl. 2.5 charakterisieren. Für Gläser wird eine breite Verteilung dieser Parameter postuliert. Unter der rein phänomenologischen Annahme einer Gleichverteilung von  $\Delta$  und  $\lambda$ , die durch experimentelle Befunde gestützt wird, lautet die Verteilungsfunktion:

$$P(\Delta, \lambda) d\Delta d\lambda = \bar{P} d\Delta d\lambda , \quad (2.9)$$

wobei  $\bar{P}$  eine Konstante ist. Durch Variablentransformation erhält man für die Verteilungsfunktion  $P(E, \lambda)$ :

$$P(E, \lambda) dE d\lambda = \bar{P} \frac{E}{\sqrt{E^2 - (\hbar\Omega e^{-\lambda})^2}} dE d\lambda . \quad (2.10)$$

Die Zustandsdichte  $P(E)$  ergibt sich durch Integration über den Tunnelparameter  $\lambda$ , wobei wegen der Divergenz von  $P(E, \lambda)$  (Gl. 2.10) eine obere Schranke  $\lambda_{\max}$  eingeführt werden muß:

$$P(E) = \int_0^{\lambda_{\max}} P(E, \lambda) d\lambda = \bar{P} \ln \frac{2E}{\hbar\Omega} . \quad (2.11)$$

Die Zustandsdichte  $P(E)$  ist also nahezu konstant, was zu einer in  $T$  linearen spezifischen Wärme führt und damit den in Abschnitt 2.1 geschilderten experimentellen Beobachtungen entspricht.

### 2.3 Wechselwirkung mit Phononen

Bisher vernachlässigt wurde die Kopplung der Tunnelsysteme an die Umgebung. Phononen erzeugen in der Probe ein Verzerrungsfeld  $e$ , das die Parameter  $\Delta$  und  $\Delta_0$  zeitlich ändert. Im folgenden wird angenommen, daß die Änderungen  $\delta\Delta$  und  $\delta\Delta_0$  hinreichend klein sind, so daß sie in erster Ordnung Störungstheorie berechnet werden können. Üblicherweise wird weiterhin angenommen, daß  $\delta\Delta \gg \delta\Delta_0$ , d. h. daß  $d$  und  $V$  und damit auch die Tunnelaufspaltung  $\Delta_0$  nahezu unverändert bleiben, die Störung der Umgebung der Tunnelsysteme durch die Verzerrung jedoch die Asymmetrieenergie  $\Delta$  ändert. Für die betrachteten kleinen Störungen läßt sich die Kopplung des Verzerrungsfeldes an die Asymmetrieenergie in linearer Näherung beschreiben:

$$\delta\Delta = 2\gamma e . \quad (2.12)$$

Hierbei ist  $\gamma$  das Deformationspotential, das die Stärke der Kopplung zwischen Phononen und Tunnelsystemen beschreibt. Zur Vereinfachung der Notation soll der tensorielle Charakter von  $e$  und  $\gamma$  hier unberücksichtigt bleiben. Für die Ankopplung der Phononen an die Tunnelsysteme erhält man folgenden Störhamiltonian in der Basis der Energieeigenzustände:

$$H_s = \frac{1}{E} \begin{pmatrix} \Delta & \Delta_0 \\ \Delta_0 & -\Delta \end{pmatrix} \gamma e . \quad (2.13)$$

Der Hamiltonoperator des Gesamtproblems,  $H = H_0 + H_s$ , ist formal analog zum Hamiltonoperator eines Spin 1/2-Teilchens im statischen Magnetfeld unter Einstrahlung eines dazu senkrechten Störfeldes. Die Dynamik der Tunnelsysteme unter dem Einfluß von Störfeldern läßt sich also durch die Bloch-Gleichungen beschreiben, deren Lösungen sich auf die Tunnelsysteme übertragen lassen [Hun76]. Dabei ergibt sich ein Ausdruck für den komplexen Elastizitätskoeffizienten  $S$ , der die akustische Suszeptibilität des betrachteten linearen Systems darstellt. Der Realteil  $S'$  ist mit der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung  $\delta v/v$  und der Imaginärteil  $S''$  mit der Dämpfung  $Q^{-1}$  verknüpft. In den Ausdrücken für  $\delta v/v$  und  $Q^{-1}$  treten Resonanz- und Relaxationsterme auf, die im folgenden betrachtet werden.

#### Resonante Prozesse

Stimmt die Energie der Phononen mit der Energieaufspaltung der Tunnelsysteme überein, können Übergänge zwischen den Niveaus induziert werden. Dabei tritt sowohl Absorption als auch stimulierte Emission auf, wobei die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der jeweiligen Prozesse proportional zur Besetzungszahldifferenz  $\Delta P$  der beiden Niveaus (Gl. 2.2) ist. Für  $k_B T > E$  sind die Niveaus ungefähr gleichbesetzt, beide Prozesse sind gleich wahrscheinlich. Zur Absorption tragen also im wesentlichen nur Tunnelsysteme mit  $E > k_B T$  bei, und man erhält für die innere Reibung aufgrund von resonanter Absorption

[Hun76]:

$$Q^{-1}\Big|_{\text{res}} = \frac{\pi C}{\sqrt{1 + J/J_c}} \tanh\left(\frac{E}{2k_B T}\right). \quad (2.14)$$

Die Abhängigkeit von der eingestrahlten Intensität  $J$  trägt wiederum der Sättigung der Zwei-Niveau-Systeme Rechnung, die in Abschnitt 2.1 beschrieben wurde. Die *makroskopische Kopplungskonstante*

$$C = \bar{P}\gamma^2/\rho v^2 \quad (2.15)$$

enthält alle materialspezifischen Parameter und ist ein Maß für die Anzahl der Tunnelsysteme und deren Kopplung an die Phononen.

Für die in den Experimenten dieser Arbeit verwendeten Frequenzen von einigen kHz ist der resonante Beitrag zur Absorption jedoch zu vernachlässigen, da die oben genannte Bedingung  $E \simeq \hbar\omega > k_B T$  im Rahmen der im Experiment erreichten Temperaturen niemals erfüllt ist.

Zur Änderung der Schallgeschwindigkeit können im Gegensatz zur Absorption auch Tunnelsysteme mit  $E > \hbar\omega$  beitragen. Für niedrige Frequenzen, d. h.  $\omega \ll \omega_0 = E/\hbar$ , ergibt sich [Hun76]

$$\frac{\delta v}{v}\Big|_{\text{res}} = \frac{N\gamma^2}{\rho v^2} \left(\frac{\Delta_0}{E}\right)^2 \frac{1}{E} \tanh\left(\frac{E}{2k_B T}\right). \quad (2.16)$$

$N$  bezeichnet die Anzahl der Tunnelsysteme und ist für Gläser durch die Verteilungsfunktion  $P(\Delta, \lambda)$  und Integration von Gl. 2.16 über alle Systeme zu ersetzen. Der Beitrag des gesamten Ensembles zur Änderung der Schallgeschwindigkeit lautet dann [Ray84]:

$$\frac{\delta v}{v}\Big|_{\text{res}} = C \ln\left(\frac{T}{T'}\right), \quad (2.17)$$

wobei  $T'$  eine Referenztemperatur ist.

### Relaxationsprozesse

Anhand von Gl. 2.13 ergibt sich für die Änderung  $\delta E$  der Energieaufspaltung der Tunnelsysteme für kleine Verzerrungen, d. h.  $\gamma e \ll E$ ,

$$\delta E = 2\gamma e \frac{\Delta}{E}. \quad (2.18)$$

Diese ist also durch die Verzerrung  $e$  zeitabhängig. Als Folge dieser zeitlichen Modulation der Energieaufspaltung befinden sich die Tunnelsysteme mit geänderter Energieaufspaltung  $E + \delta E$  nicht mehr im thermischen Gleichgewicht. Durch Absorption und Emission thermischer Phononen versuchen die Tunnelsysteme die Gleichgewichtsbesetzung wiederherzustellen, wobei die Annäherung an den Gleichgewichtszustand mit der Relaxationszeit  $\tau$  verläuft. Diese Relaxationseffekte führen zu einer Phasenverschiebung zwischen der

mechanischen Spannung  $\sigma$  (der wirkenden Kraft) und der Verzerrung  $e$  (der Auslenkung). Dies läßt sich durch einen komplexen Elastizitätskoeffizienten  $S$  berücksichtigen, so daß für den Zusammenhang der genannten Größen gilt:

$$e = S\sigma , \quad (2.19)$$

wobei der tensorielle Charakter aller drei Größen wiederum unberücksichtigt blieb.

Wie bereits erwähnt, entspricht  $S$  einer akustischen Suszeptibilität. Im folgenden soll nur der Beitrag der Tunnelsysteme zu  $S$  betrachtet werden, für den sich folgender Ausdruck ergibt [Hun76]:

$$S = -\frac{4N}{\rho^2 v^4} \left( \gamma \frac{\Delta}{E} \right)^2 \frac{\partial f}{\partial E} \frac{1}{1 + i\omega\tau} . \quad (2.20)$$

Dabei ist die Verteilungsfunktion  $f$  im hier betrachteten Fall von Zwei-Niveau-Systemen durch die Fermi-Dirac-Verteilungsfunktion  $f = (e^{k_{\text{BT}}} + 1)^{-1}$  gegeben. Durch Separation von  $S$  in Real- und Imaginärteil erhält man unter Verwendung der Beziehungen

$$\delta v = -\frac{\rho v^3}{2} S' \quad \text{bzw.} \quad \alpha \equiv l^{-1} = \rho v \omega S'' , \quad (2.21)$$

wobei  $\alpha$  die Dämpfung bezeichnet, den Zusammenhang mit den im Experiment gemessenen Größen, nämlich der Änderung der Schallgeschwindigkeit  $\delta v/v$  und der inneren Reibung  $Q^{-1} = \alpha v/\omega$ . Wegen

$$Q^{-1} \propto S'' \propto \frac{\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} , \quad (2.22)$$

tragen hauptsächlich Tunnelsysteme mit  $\omega\tau \simeq 1$  zur Absorption bei, während die mit  $\omega\tau \gg 1$  und  $\omega\tau \ll 1$  nur unwesentlich beitragen, da sie entweder zu träge sind, um auf die Abweichung vom thermischen Gleichgewicht zu reagieren, oder schnell genug sind, um der Verzerrung instantan zu folgen und so stets nahe dem thermischen Gleichgewicht sind.

Für die Diskussion der Temperaturabhängigkeit von  $\delta v/v$  und  $Q^{-1}$  ist nun entscheidend, welche Prozesse die Relaxation ermöglichen. Im Bereich tiefer Temperaturen, der hier ausschließlich betrachtet werden soll, ist die Energie der Phononen vergleichbar mit der Energieaufspaltung der Tunnelsysteme, so daß durch Emission oder Absorption eines thermischen Phonons ein Übergang induziert werden kann. Die Relaxationsrate dieses Prozesses, der als Ein-Phonon-Prozeß oder *direkter Prozeß* bezeichnet wird, folgt aus Fermis Goldener Regel [Jac72]:

$$\tau_{\text{d}}^{-1} = \frac{1}{2\pi\rho\hbar^4} \left( \frac{\gamma_{\text{l}}^2}{v_{\text{l}}^5} + 2\frac{\gamma_{\text{t}}^2}{v_{\text{t}}^5} \right) E^3 \left( \frac{\Delta_0}{E} \right)^2 \coth \left( \frac{E}{2k_{\text{B}}T} \right) . \quad (2.23)$$

Dabei wurde berücksichtigt, daß ein longitudinaler und zwei transversale Phononenzweige existieren. Anhand von Gl. 2.23 wird auch deutlich, daß Tunnelsysteme mit gleicher

Energieaufspaltung  $E$  sehr unterschiedliche Relaxationszeiten aufweisen können, da  $\Delta_0$  breit verteilt ist. Die für eine feste Energie kürzesten Relaxationszeiten  $\tau_{\min}$  besitzen die symmetrischen Systeme ( $\Delta = 0$ ), da wegen Gl. 2.5 folgt, daß  $\Delta_0 = E$ .

Unter Vernachlässigung von Mehr-Phononen-Prozessen, die die Temperaturabhängigkeit bei höheren Temperaturen dominieren, läßt sich der Beitrag der Relaxationsprozesse zur inneren Reibung durch die Integration von Gl. 2.21 über  $\Delta$  und  $\lambda$ , mit der Ersetzung  $N \rightarrow P(\Delta, \lambda)$ , folgendermaßen berechnen [Hun76]:

$$Q^{-1}\Big|_{\text{rel}} = \frac{\gamma^2}{\rho v^2} \int_0^\infty \int_0^\infty P(\Delta, \lambda) \left(\frac{\Delta}{E}\right)^2 \frac{1}{k_B T} \operatorname{sech}^2\left(\frac{E}{2k_B T}\right) \frac{\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} d\Delta d\lambda. \quad (2.24)$$

Gl. 2.24 läßt sich im hier betrachteten Bereich tiefer Temperaturen für zwei Grenzfälle analytisch lösen:

$T < T(\omega\tau_{\min} \simeq 1)$  : In diesem Bereich ist  $\omega\tau_{\min} \gg 1$ , es tragen hauptsächlich die schnellsten Systeme zur Absorption bei. Für die Temperaturabhängigkeit gilt:

$$Q^{-1} \propto C \frac{T^3}{\omega}. \quad (2.25)$$

Dies wird plausibel, wenn man bedenkt, daß in diesem Temperaturbereich wegen Gl. 2.22 und  $\omega\tau \gg 1$

$$Q^{-1} \propto \frac{\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \propto \tau^{-1} \quad (2.26)$$

gilt. Da für die schnellsten Tunnelsysteme  $E = \Delta_0$  ist, folgt aus Gl. 2.23, daß  $\tau_{\min}^{-1} \propto E^3$ . Da die Relaxation über thermische Phononen erfolgt, gilt in der Näherung dominanter Phononen  $E \simeq \hbar\omega_{\text{dominant}} \simeq k_B T$ , und es ergibt sich die genannte Abhängigkeit.

$T > T(\omega\tau_{\min} \simeq 1)$  : Da  $\omega\tau_{\min} \ll 1$ , gibt es wegen der breiten Verteilung in  $E$  immer Systeme, die die Bedingung  $\omega\tau = 1$  erfüllen. Man erhält:

$$Q^{-1} = \frac{\pi}{2} C. \quad (2.27)$$

Im sogenannten Plateaubereich ist die innere Reibung also temperatur- und frequenzunabhängig.

Wie bereits erwähnt, liefern resonante Prozesse bei den verwendeten Meßfrequenzen keine Beiträge zur Absorption.

Durch Integration von  $\delta v/v$  (Gl. 2.21) über  $\Delta$  und  $\lambda$ , gewichtet mit der Verteilungsfunktion  $P(\Delta, \lambda)$ , erhält man die Änderung der Schallgeschwindigkeit durch Ein-Phonon-Prozesse, die nur im Bereich  $T > T(\omega\tau_{\min} \simeq 1)$  deutlich von Null verschieden ist:

$$\frac{\delta v}{v}\Big|_{\text{rel}} = -\frac{3}{2} C \ln\left(\frac{T}{T'}\right) \quad \text{für} \quad T > T(\omega\tau_{\min} \simeq 1). \quad (2.28)$$

Die gesamte Änderung der Schallgeschwindigkeit ergibt sich aus der Summe der beiden Beiträge:

$$\left. \frac{\delta v}{v} \right|_{\text{ges}} = \left. \frac{\delta v}{v} \right|_{\text{res}} + \left. \frac{\delta v}{v} \right|_{\text{rel}} = -\frac{1}{2}C \ln\left(\frac{T}{T'}\right) \quad \text{für } T > T(\omega\tau_{\min} \simeq 1), \quad (2.29)$$

bzw. gemäß Gl. 2.17 im Bereich  $T < T(\omega\tau_{\min} \simeq 1)$ . Die relative Änderung der Schallgeschwindigkeit weist ein Maximum bei  $\omega\tau_{\min} = 1$  auf. Falls die Relaxation in diesem Temperaturbereich durch Ein-Phonon-Prozesse bestimmt ist, läßt sich aus der Temperatur des Maximums,

$$T_{\max} = \sqrt[3]{\frac{\pi\omega\rho\hbar^4}{k_{\text{B}}^3} \left(\frac{\gamma_{\text{l}}^2}{v_{\text{l}}^5} + 2\frac{\gamma_{\text{t}}^2}{v_{\text{t}}^5}\right)^{-1}}, \quad (2.30)$$

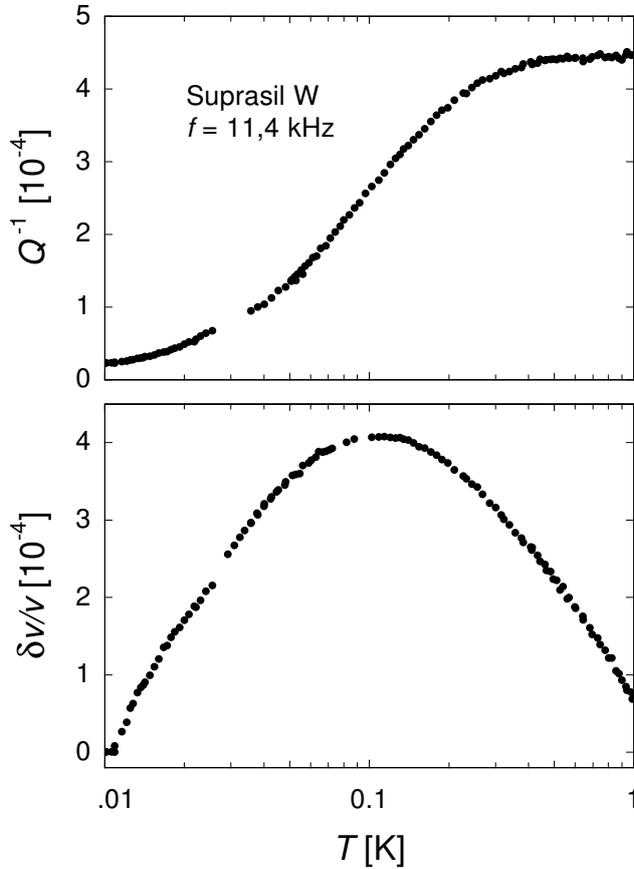
die Kopplungskonstante  $\gamma$  der Phononen an die Tunnelsysteme bestimmen.

## 2.4 Vergleich mit experimentellen Daten

In diesem Abschnitt soll das Tunnelmodell mit experimentellen Daten verglichen werden. Exemplarisch werden die Vorhersagen für die Temperaturabhängigkeit der inneren Reibung  $Q^{-1}$  und der relativen Änderung der Schallgeschwindigkeit  $\delta v/v$  mit Vibrating-Reed-Messungen an Quarzglas (Suprasil W) [Cla94] verglichen. Die Vibrating-Reed-Methode wird in Abschnitt 3.1 erläutert. In Kapitel 5 dieser Arbeit werden neue Messungen an Quarzglas vorgestellt, die mit Hilfe eines gegenüber dem Vibrating Reed weiterentwickelten mechanischen Oszillators, der in Abschnitt 3.2 beschrieben wird, durchgeführt worden sind.

In Abb. 2.5 sind die innere Reibung (oberes Bild) und die relative Schallgeschwindigkeitsänderung (unteres Bild) von Suprasil W unterhalb von 1 K als Funktion der Temperatur aufgetragen. Die Meßfrequenz betrug 11,4 kHz. Sowohl für die innere Reibung als auch für die relative Änderung der Schallgeschwindigkeit stimmt der Verlauf qualitativ mit den Vorhersagen des Tunnelmodells überein, quantitativ ergeben sich jedoch Abweichungen. So ist die innere Reibung im Bereich tiefer Temperaturen näherungsweise proportional zu  $T$  und zeigt somit eine schwächere Temperaturabhängigkeit als vom Tunnelmodell vorhergesagt (Gl. 2.25). Bei Temperaturen oberhalb von 500 mK bildet sich das in Gl. 2.27 vorhergesagte Plateau, dessen Absolutwert mit der makroskopischen Kopplungskonstante  $C$  verknüpft ist und damit Aufschluß über die Anzahl der Tunnelsysteme und deren Kopplung an die Phononen gibt.

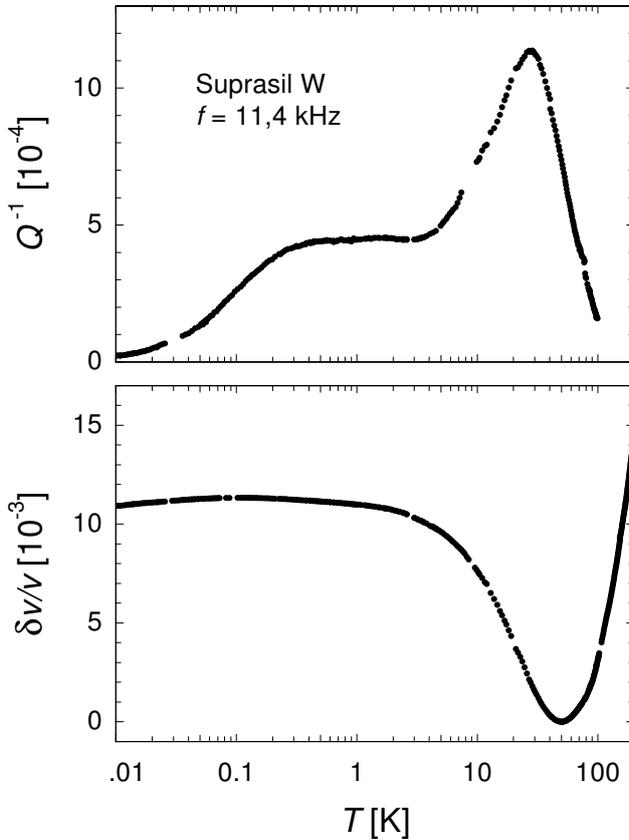
Die Schallgeschwindigkeit steigt mit zunehmender Temperatur zunächst aufgrund von resonanten Prozessen an, bis bei höheren Temperaturen Relaxationsprozesse an Bedeutung gewinnen, so daß die Kurve bei ungefähr 110 mK ein Maximum erreicht und danach wieder abfällt. Für die relative Änderung der Schallgeschwindigkeit sagt das Tunnelmodell gemäß Gl. 2.17 und Gl. 2.29 ein Verhältnis der Steigungen unterhalb und oberhalb



**Abb. 2.5:** Innere Reibung und relative Änderung der Schallgeschwindigkeit von Quarzglas als Funktion der Temperatur unterhalb von 1 K (nach [Cla94]).

des Maximums von  $2 : (-1)$  voraus. Experimentell ergibt sich eher ein Verhältnis von  $1,2 : (-1)$ .

Derartige Abweichungen von den Vorhersagen des Tunnelmodells sind auch in anderen Messungen an Gläsern beobachtet worden (z. B. [Rau95]). Es wird vermutet, daß die im Tunnelmodell vernachlässigte Wechselwirkung der Tunnelsysteme untereinander für die Diskrepanzen bei tiefen Temperaturen verantwortlich sind. Nach einem von Würger [Wue94, Wue97] für substitutionelle Defekte in Alkalihalogenidkristallen ausgearbeiteten Modell, das sich vermutlich bis zu einem gewissen Grad auf Gläser übertragen läßt [Ens97], führt eine zunehmende Kopplung der Tunnelsysteme zu einem Übergang von kohärentem zu inkohärentem Tunneln, was eine Reduktion der resonanten Prozesse zur Folge hat. Gleichzeitig treten durch die gekoppelte Bewegung der Tunnelsysteme zusätzliche Relaxationsprozesse auf. Im Bereich zwischen 10 mK und 100 mK führt dies zu einer Temperaturabhängigkeit der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung, die flacher ist als vom Tunnelmodell vorhergesagt, da mit abnehmender Temperatur die inkohärenten Tunnelprozesse an Bedeutung gewinnen und damit der resonante Beitrag reduziert wird. Auch die zusätzlichen Relaxationsprozesse führen zu einem flacheren Verlauf, so daß beide Effekte die Vorhersagen des Tunnelmodells in Richtung der experimentellen Ergebnisse



**Abb. 2.6:** Innere Reibung und relative Änderung der Schallgeschwindigkeit von Quarzglas als Funktion der Temperatur (nach [Cla94]).

modifizieren. Die zusätzlichen Relaxationskanäle liefern auch einen Beitrag zur Dämpfung, so daß sich für die innere Reibung eine Temperaturabhängigkeit ergibt, die deutlich schwächer als  $T^3$  ist. Mit diesem Modell durchgeführte Rechnungen ergeben eine gute Übereinstimmung mit den an Quarzglas durchgeführten Messungen [Ens97]. Eine detailliertere Darstellung dieses Modells erfolgt in Abschnitt 5.3.

Auch bei höheren Temperaturen weichen die Messungen von den Vorhersagen des Tunnelmodells ab. In Abb. 2.6 sind die Messungen an Quarzglas im Temperaturbereich von etwa 10 mK bis 200 K dargestellt. Bemerkenswert ist der Anstieg der inneren Reibung (oberes Bild) oberhalb des Plateaus, der auf inkohärentes Tunneln [Rau95] und thermisch aktivierte Relaxationsprozesse [Tie92] zurückgeführt wird. Beide Ansätze sagen einen mit der Temperatur linearen Anstieg voraus. Das Maximum im Verlauf der inneren Reibung, das hier bei ungefähr 28 K liegt, zeigt die endliche Verteilung der Barrierenhöhe  $V$  (vgl. Abb. 2.4) — eine konstante Barrierenhöhenverteilung hingegen führt auf einen stetigen Anstieg der Dämpfung. Die Frequenzabhängigkeit der Position des Maximums  $T_{\max}$  gibt einen Hinweis darauf, welche Prozesse die Absorption in diesem Temperaturbereich dominieren. So erwartet man  $T_{\max} \propto 1/\ln\omega$  für thermisch aktivierte Prozesse, während inkohärentes Tunneln zu  $T_{\max} \propto \sqrt{\omega}$  führt [Rau95]. Auf diese Frage wird noch einmal in

Abschnitt 5.1 im Zusammenhang mit der Diskussion der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen eingegangen. Der verwendete Oszillator scheint prädestiniert zur Beantwortung dieser Frage, da an ein und derselben Probe Messungen mit unterschiedlichen Frequenzen durchgeführt werden können. Als problematisch erweist sich jedoch, daß die Absorption in diesem Temperaturbereich zumindest teilweise durch thermisch aktivierte Prozesse bedingt ist. Eine Trennung der Beiträge ist experimentell daher schwierig.

Auch für die relative Änderung der Schallgeschwindigkeit, die oberhalb von ca. 3 K stärker abzufallen beginnt, sind die Vorhersagen der beiden Theorien ähnlich. Für thermisch aktivierte Prozesse ergibt sich im Bereich unterhalb des Dämpfungsmaximums  $\delta v/v \propto -T \ln \omega$ , im Fall des inkohärenten Tunnelns verläuft die relative Schallgeschwindigkeitsänderung proportional zu  $-T \ln(k_{\text{B}}T^2/T^* \hbar \omega)$ , wobei  $T^*$  die Temperatur des Übergangs vom Plateau zum Dämpfungsanstieg bezeichnet. In beiden Fällen nimmt die Schallgeschwindigkeit also näherungsweise linear mit der Temperatur ab. Wegen der nur schwachen zusätzlichen logarithmischen Temperaturabhängigkeit und des kleinen Temperaturbereichs lassen sich die beiden Prozesse kaum unterscheiden. Auch die unterschiedliche Frequenzabhängigkeit der Steigung fällt nur sehr schwach aus.

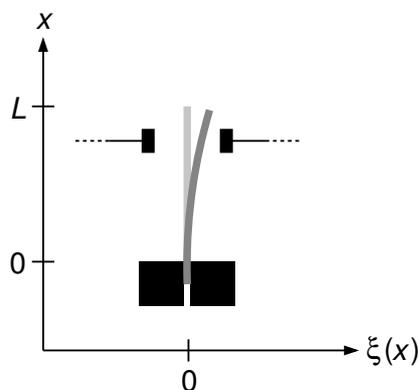


### 3 Mechanische Oszillatoren

Niederfrequente akustische Messungen unterscheiden sich grundsätzlich von Ultraschallmessungen, wie sie z. B. zur Bestätigung des Zwei-Niveau-Charakters der Tunnelsysteme (Abschnitt 2.1) verwendet wurden. Während Ultraschallwellen durch piezoelektrische Schallgeber in die Probe eingekoppelt werden, erzeugt man niederfrequente Schallwellen durch Anregen von Eigenschwingungen der Probe. Die Meßfrequenz ist also eine der Resonanzfrequenzen der Probe und daher durch deren Geometrie bestimmt. Im folgenden sollen zunächst die beiden einfachsten mechanischen Oszillatoren, das Vibrating Reed und der Torsionsoszillator, vorgestellt werden. In Abschnitt 3.2 wird dann auf das im Rahmen dieser Arbeit verwendete *Double Paddle* eingegangen, das in gewisser Weise eine Kombination der beiden einfachen Oszillatorgeometrien darstellt. Die experimentelle Vorgehensweise ist für alle Oszillatoren identisch und wird am Beispiel des Paddles in Kapitel 4 dargestellt. Dort wird auch die Bestimmung der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung  $\delta v/v$  und der inneren Reibung  $Q^{-1}$  beschrieben.

#### 3.1 Vibrating Reed und Torsionsoszillator

Der am häufigsten verwendete und zugleich einfachste mechanische Oszillator ist das Vibrating Reed. Diese Methode wurde erstmals 1975 von Berry *et al.* [Ber75] angewendet, ein typischer Aufbau ist in Abb. 3.1 dargestellt. Ein rechteckiges Plättchen, das an einem Ende zwischen zwei Kupferbacken eingespannt ist, wird mittels einer Elektrode am freistehenden Ende zu Biegeschwingungen angeregt. Die zweite Elektrode, die auf der gegenüberliegenden Seite angebracht ist, dient zur Detektion der Schwingung. Die Geometrie richtet sich nach der gewünschten Meßfrequenz (Gl. 3.1), die i. a. im Bereich zwischen



**Abb. 3.1:** Schematischer Aufbau eines Vibrating-Reed-Experiments. Die Auslenkung der Probe als Funktion des Abstandes von der Einspannung ist mit  $\xi(x)$  bezeichnet.

100 Hz und 20 kHz liegt. Typischerweise ist das Reed 5 – 15 mm lang, 2 – 3 mm breit und einige 100  $\mu\text{m}$  dick.

Die Bewegungsgleichung eines einseitig eingespannten Plättchens soll hier nicht diskutiert werden, eine ausführliche Darstellung findet sich z. B. in [Kin62, Sku54, Cou53]. Die Lösung der entsprechenden Differentialgleichung ergibt für die Resonanzfrequenzen einer Probe der Länge  $L$  und Dicke  $d$ :

$$f_n = \alpha_n(2n + 1)^2 \frac{\pi}{16\sqrt{3}} \frac{d}{L^2} v_Y, \quad (3.1)$$

mit folgenden numerisch bestimmten Werten für die Modenkonstanten  $\alpha_n$ :

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 1,424987 \\ \alpha_1 &= 0,992249 \\ \alpha_2 &= 1,000198 \\ \alpha_3 &= 0,999994 \\ \alpha_n &\simeq 1 \quad \text{für } n \geq 4. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Die Geschwindigkeit  $v_Y$  ist in üblicher Weise durch das Verhältnis von Elastizitätsmodul  $Y$  und Massendichte  $\rho$  definiert:

$$v_Y \equiv \sqrt{\frac{Y}{\rho}}. \quad (3.3)$$

Der Term  $d/L^2$  in Gl. 3.1 bestimmt die Abhängigkeit der Resonanzfrequenz von der Probegeometrie. Bemerkenswert ist, daß sich kein ganzzahliges Verhältnis der Frequenzen der Oberschwingungen zur Frequenz der Grundschwingung ergibt. Für die erste Oberschwingung gilt z. B.  $f_1/f_0 = 6,267$ , für die zweite ergibt sich  $f_2/f_0 = 17,548$ .

Die in einem Vibrating-Reed-Experiment angeregte Biegeschwingung besitzt sowohl transversale als auch longitudinale Verzerrungskomponenten. Der jeweilige Anteil an den gemessenen Größen ist durch die Poissonzahl  $\sigma$  bestimmt. Nach [Rab86] gilt für die gemessene Schallgeschwindigkeitsänderung

$$\frac{\delta v}{v} = \frac{\delta v_t}{v_t} \left( \frac{4\sigma - 10\sigma^2 + 4\sigma^3}{1 - \sigma - 2\sigma^2} \right) + \frac{\delta v_l}{v_l} \left( \frac{1 - 5\sigma + 8\sigma^2 - 4\sigma^3}{1 - \sigma - 2\sigma^2} \right), \quad (3.4)$$

bzw. für die gemessene innere Reibung

$$Q^{-1} = Q_t^{-1} \left( \frac{4\sigma - 2\sigma^2}{1 + \sigma} \right) + Q_l^{-1} \left( \frac{1 - 3\sigma + 2\sigma^2}{1 + \sigma} \right). \quad (3.5)$$

Für Suprasil beträgt  $\sigma \simeq 0,16$  [Maz83], so daß die Meßgrößen zu ungefähr gleichen Anteilen durch transversale und longitudinale Moden bestimmt werden.

Die weite Verbreitung der Vibrating-Reed-Methode ist auf die einfache Probengeometrie zurückzuführen. So lassen sich aus einer Vielzahl von Materialien geeignete Proben auf einfache Weise durch mechanische Bearbeitung herstellen. Neben Gläsern können auch kristalline Proben verwendet werden, wobei durch die Auswahl unterschiedlicher Kristallschnitte die Untersuchung der Anisotropie der Meßgrößen möglich ist.

Ein wesentlicher Nachteil der Vibrating-Reed-Methode ist die Tatsache, daß die Verzerrung der Probe gerade am Ort der Einspannung maximal ist. Dies führt dazu, daß dort ein großer Teil der elastischen Energie lokalisiert ist und Schwingungsenergie in den Probenhalter dissipiert wird. Auch der Probenhalter selbst stellt also einen unter Umständen nicht zu vernachlässigenden Beitrag zur gemessenen Dämpfung dar. Die Verlustmechanismen sind im Detail nicht bekannt, so daß die Größe dieses Beitrags schwer abzuschätzen ist. Solange die intrinsische Probendämpfung von der Größenordnung  $10^{-4}$  oder darüber ist, können die Untergrundverluste i. a. vernachlässigt werden. Güten, die wesentlich größer als  $10^5$  sind, wurden in Vibrating-Reed-Experimenten bislang nicht erreicht. Unterschiedliche Einspannvorrichtungen wurden in [Sch87] diskutiert.

Der Frequenzbereich bis ca. 200 kHz läßt sich mit Hilfe eines Torsionsoszillators erschließen, dessen Resonanzfrequenzen typischerweise höher als die eines Vibrating Reeds sind. Der von Cahill *et al.* [Cah89] entwickelte *Quartz Crystal Oscillator* besteht aus einer zylindrischen Probe, die auf die Stirnfläche eines ebenfalls zylindrischen, ungefähr gleich langen, Quarz-Transducers aufgeklebt wird. Der Transducer ist über einen möglichst dünnen Stab am Sockel befestigt, um ein näherungsweise freies Ende zu erhalten. Auf diese Weise tritt die maximale Auslenkung gerade im Bereich des Übergangs auf. Die Verzerrung ist an dieser Stelle minimal, der Kleber selbst sollte daher keinen wesentlichen Beitrag zur Dämpfung leisten. Für die Resonanzfrequenz der Grundmode eines solchen frei schwingenden Stabes mit gleichförmigem Querschnitt ergibt sich aus der Lösung der zugehörigen Bewegungsgleichung mit der Randbedingung zweier freier Enden

$$f_0 = \frac{\beta}{2L} v_t, \quad (3.6)$$

wobei  $\beta$  durch das Verhältnis von Torsionssteifigkeit  $K$  und Trägheitsmoment  $I$  bezüglich der zum Querschnitt normalen Achse definiert ist,  $\beta \equiv \sqrt{K/I}$ . Für einen kreisförmigen Querschnitt ist  $\beta = 1$ , für einen quadratischen ergibt sich  $\beta \simeq 0,92$ . Für einen Quarzkristall der Länge 10 mm führt dies auf 195 kHz. Die tatsächliche Resonanzfrequenz ist jedoch wegen der Ankopplung an den Sockel um einige Prozent niedriger. Im Gegensatz zum Vibrating Reed ist die Torsionsschwingung ausschließlich durch transversale Moden bestimmt. Mit Hilfe eines solchen Oszillators sind akustische Messungen an Suprasil W bei 66 kHz und 160 kHz [Cle91] sowie bei 180 kHz [Sch91] durchgeführt worden.

Im Vergleich zum Vibrating Reed ist die Verzerrung des hier vorgestellten Torsionsoszillators im Bereich der Einspannung eher klein, so daß die durch Dissipation in den Probenhalter bedingte Dämpfung geringer sein sollte. Bei beiden Schwingungstypen ist die Verzerrung an der Probenoberfläche maximal — die akustischen Eigenschaften werden

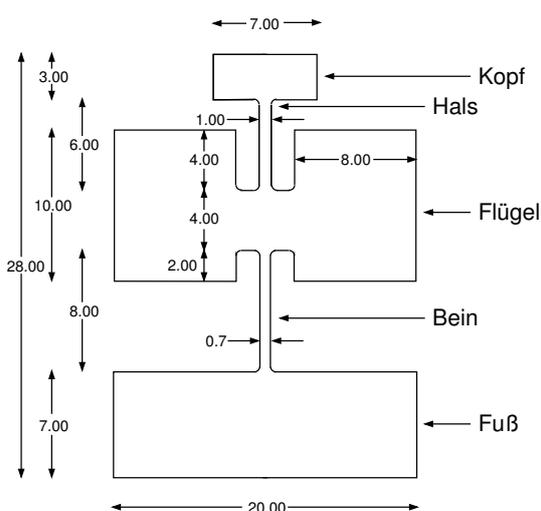
also besonders durch die Oberflächenschicht beeinflusst. Auf diese Weise lassen sich dünne Filme untersuchen, die auf einen in akustischer Hinsicht hinreichend neutralen Träger aufgebracht werden.

### 3.2 Das Double Paddle

Auch das Double Paddle dient zur Untersuchung von akustischen Eigenschaften. Es handelt sich dabei um eine Oszillatorgeometrie, die erstmals 1987 von Kleiman *et al.* vorgestellt wurde [Kle87]. Im Gegensatz zum Vibrating Reed, bei dem praktisch nur eine einzige Mode benutzt werden kann, stehen beim Paddle mehrere Moden zur Verfügung. Auch der im letzten Abschnitt angesprochene Einfluß der Einspannung ist beim Paddle weniger kritisch.

In Abb. 3.2 ist der Umriß eines Paddles dargestellt, das aus mehreren trägen Elementen und Torsionselementen besteht. Das obere träge Element, der *Kopf*, ist über ein Torsionselement, den *Hals*, mit den *Flügeln* verbunden. Diese sind dann über ein weiteres Torsionselement, das *Bein*, mit dem *Fuß* des Paddles verbunden, an dem die Einspannung in den Probenhalter erfolgt. Die Elektroden zur Anregung bzw. Detektion befinden sich im Bereich der Flügel. Das Paddle wird mit Hilfe eines Lasers, oder bei Kristallen ggf. durch anisotropes Ätzen, aus einer scheibenförmigen Probe mit einer Dicke von einigen  $100\ \mu\text{m}$  hergestellt. Zunächst werden nur die im Rahmen dieser Diplomarbeit untersuchten Quarzglas-Paddle betrachtet; am Ende dieses Abschnitts soll kurz auf andere Anwendungen eingegangen werden. Der experimentelle Aufbau sowie die Meßelektronik werden in Kapitel 4 vorgestellt.

Schon die relativ komplizierte Geometrie läßt vermuten, daß eine Vielzahl von Moden existiert. Insbesondere treten auch Torsionsschwingungen auf, bei denen das Bein bzw. der Hals tordiert werden. Anhand der Phasenbeziehung zwischen Anregung und Detek-



**Abb. 3.2:** Geometrie des *Double Paddles* mit den üblichen Bezeichnungen. Die Rundungen weisen einen Radius von  $0,3\ \text{mm}$  auf. Alle Bemaßungen in  $\text{mm}$ .

tion kann zwischen einer Biegeschwingung (die Flügel schwingen gleichphasig) und einer Torsionsschwingung (die Flügel schwingen gegenphasig) differenziert werden. Bei gleichen Einstellungen am Lock-In-Verstärker führt letztere zu Resonanzkurven, die denen eines Vibrating Reed entsprechen (vgl. Abb. 4.4), während das  $A \sin \phi$ - und das  $A \cos \phi$ -Signal bei einer Biegeschwingung des Paddles invertiert sind. In Tabelle 3.1 sind die zwischen 100 Hz und 20 kHz experimentell beobachteten Moden mit ihren Resonanzfrequenzen bei tiefen Temperaturen aufgeführt. Die Diskussion soll hier auf diese einfachen Moden beschränkt werden, d. h. Moden, die eindeutig den Charakter einer Torsions- bzw. einer Biegeschwingung aufweisen. Nicht betrachtet werden Moden, die eine Schwingung innerhalb der Ebene des Paddles darstellen, da diese wegen der Anordnung der Elektroden kaum angeregt bzw. detektiert werden können. Mit Hilfe von Finite-Elemente-Rechnungen lassen sich die Resonanzfrequenzen sowie die Auslenkungen und die dabei auftretenden Verzerrungen der einzelnen Moden simulieren [Hei99]. Die Ergebnisse für die hier diskutierten Moden sind in Abb. 3.3 dargestellt und werden im folgenden kurz erläutert, die berechneten Resonanzfrequenzen sowie eine Charakterisierung der Moden sind in Tabelle 3.1 aufgelistet. Zusätzlich ist das Verhältnis von theoretisch und experimentell bestimmten Frequenzen angegeben. Die Abweichung der theoretisch bestimmten Werte, die grundsätzlich höher als die tatsächlichen Werte sind, hat verschiedene Ursachen. Den größten Effekt stellt die für die Rechnungen verwendete Dimensionierung dar, in der die Breite des Beins um ca. 7% größer war als in Abb. 3.2 angegeben. Wegen der höheren rücktreibenden Kraft wächst auch die Resonanzfrequenz um diesen Betrag an. Außerdem wurden für die Berechnungen die bei Raumtemperatur bestimmten elastischen Konstanten verwendet, so daß die Resonanzfrequenz dadurch um ca. 1% größer ist. Einen Effekt gleicher Größe erwartet man durch den aufgedampften Silberfilm, der in den Simulationen unberücksichtigt blieb. Für die durch einen aufgebrachtten Film bedingte Änderung der Resonanzfrequenz gilt [Whi96]

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{1}{2} \frac{h_{\text{film}}}{h_{\text{sub}}} \left( \frac{3 G_{\text{film}}}{G_{\text{sub}}} - \frac{\rho_{\text{film}}}{\rho_{\text{sub}}} \right), \quad (3.7)$$

wobei  $h$  die Dicke des Films bzw. des Substrats, d. h. des Paddles,  $G$  den Schermodul und  $\rho$  die Dichte bezeichnet. Mit  $G_{\text{Ag}} = 0,295 \times 10^6$  bar,  $G_{\text{SiO}_2} = 0,33 \times 10^6$  bar, sowie  $\rho_{\text{Ag}} = 10,5$  g/cm<sup>3</sup>,  $\rho_{\text{SiO}_2} = 2,2$  g/cm<sup>3</sup> und  $h_{\text{Ag}}/h_{\text{SiO}_2} = 3,5 \times 10^{-3}$  ergibt sich aus Gl. 3.7  $\Delta f/f = -7,3 \times 10^{-3}$ , die berechnete Resonanzfrequenz ist um ca. 1% zu hoch. Die Abweichungen lassen sich also durch die genannten Effekte gut erklären. Außerdem ist fraglich, ob die Zellen bei der Berechnung hinreichend klein waren und eine Konvergenz bei den Eigenfrequenzen erreicht war.

Bei den in Tabelle 3.1 mit  $B$  bezeichneten Moden handelt es sich um Biegeschwingungen des Paddles. Abb. 3.3(a) zeigt die Grundmode bei 200 Hz, bei der das gesamte Paddle ähnlich einem Vibrating Reed schwingt. In Abb. 3.3(c) bzw. Abb. 3.3(d) sind die erste und zweite Oberschwingung des Paddles dargestellt. Bemerkenswerterweise stimmt das Verhältnis der Resonanzfrequenzen von Oberschwingung zu Grundschwingung zumindest

für die erste Oberschwingung näherungsweise mit den aus Gl. 3.1 für das Vibrating Reed abgeleiteten Werten überein. Die experimentell beobachtete Mode bei 12996 Hz konnte nicht eindeutig zugeordnet werden, entspricht aber vermutlich der in Abb. 3.3(g) dargestellten Mode.

Die in Tabelle 3.1 mit  $T$  bezeichneten Moden stellen die drei niederfrequenten Torsionsmoden des Paddles dar. Bei der in Abb. 3.3(e) dargestellten *antisymmetrischen* Mode (4470 Hz) verschwindet der Gesamtdrehimpuls des Paddles beinahe — Kopf und Flügel schwingen mit einer Phasenverschiebung von  $180^\circ$  gegeneinander. Wegen des im Vergleich zum Kopf wesentlich größeren Trägheitsmoments der Flügel weisen diese eine viel kleinere Auslenkung als der Kopf auf, so daß das Bein kaum tordiert wird. Damit ist ein großer Teil der elastischen Energie im Hals lokalisiert, und die mechanische Ankopplung an den Probenhalter sowie die damit verbundene Dissipation von Schwingungsenergie werden minimiert. Diese Mode ist daher besonders zur Messung geringer intrinsischer Dämpfungen geeignet. Leider hat die kleine Auslenkung der Flügel auch eine sehr geringe Detektionsspannung zur Folge, so daß diese Mode nur schwer zu messen ist. Die in Abb. 3.3(f) dargestellte Mode bei 5030 Hz weist ein deutlich komplizierteres Schwingungsverhalten auf, hat aber dieselbe Phasenbeziehung wie die antisymmetrische Mode. Die stärkere Auslenkung der Flügel führt zu einem wesentlich größeren Signal. Wegen der Torsion des Beins ist die Ankopplung an den Probenhalter etwas größer als bei der antisymmetrischen Mode. Die Verzerrung ist jedoch auf das Bein beschränkt, so daß die Untergrunddämpfung dennoch sehr gering sein sollte.

Bei der *symmetrischen* Mode (334 Hz), die in Abb. 3.3(b) dargestellt ist, schwingen Kopf und Flügel in Phase zueinander. Das Bein wird dabei wesentlich stärker tordiert als der Hals, so daß die mechanische Ankopplung an den Probenhalter stärker als bei den anderen Torsionsmoden ist und mehr Energie dissipiert wird. Dementsprechend sollte

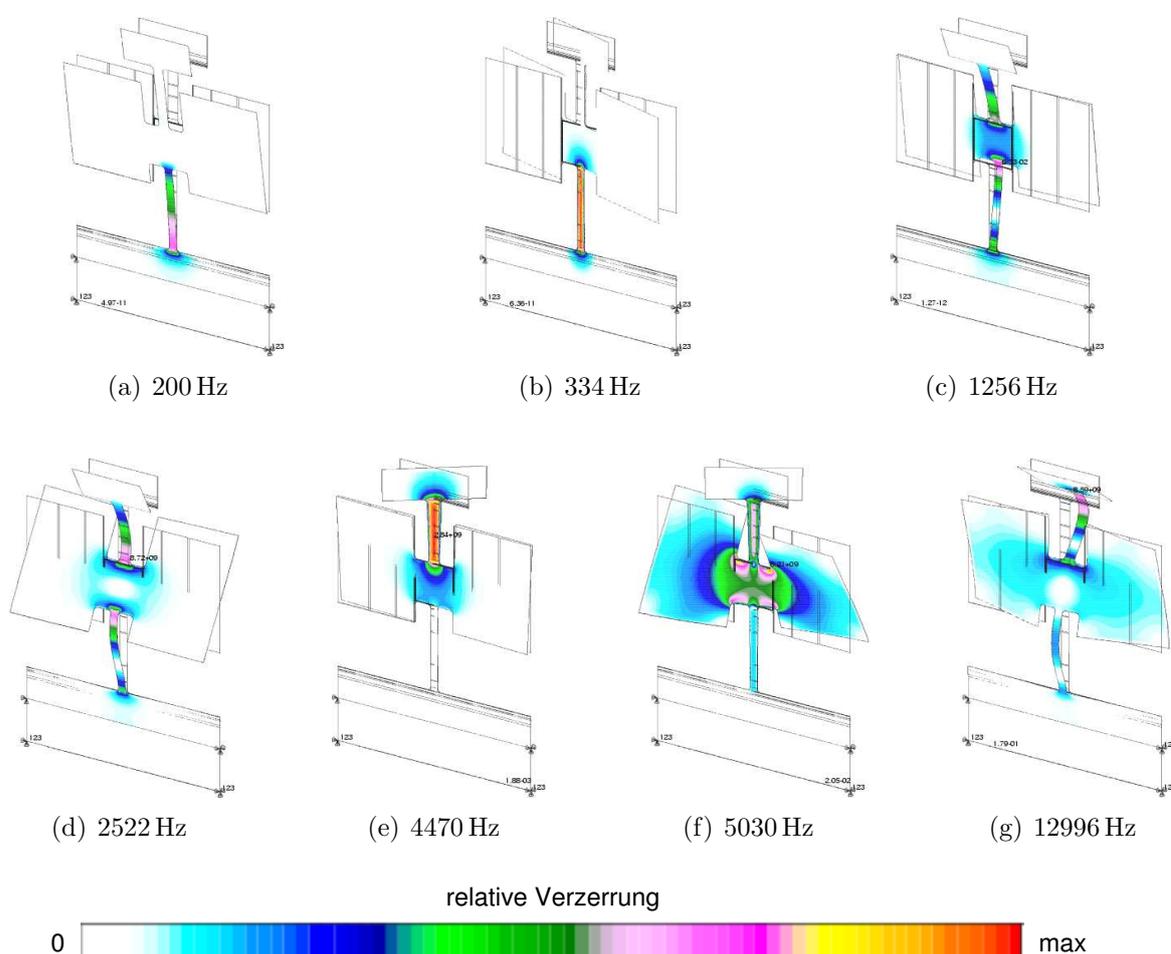
$f_{\text{res}}$ [Hz]		$f_{\text{theo}}/f_{\text{exp}}$	Typ	Mode
exp.	finite El.			Bezeichnung
200	230	1,150	B	Grundschiwingung
334	399	1,195	T	symmetrisch
1256	1441	1,147	B	1. Oberschwiwingung
2522	2899	1,149	B	2. Oberschwiwingung
4470	4784	1,070	T	antisymmetrisch
5030	5440	1,082	T	
12996	16067	1,236	B	

**Tabelle 3.1:** Experimentell beobachtete Moden im Bereich 100 Hz – 20 kHz mit ihren Resonanzfrequenzen bei tiefen Temperaturen. Zusätzlich sind die für Raumtemperatur berechneten Frequenzen der Finite-Elemente-Simulationen [Hei99] und das Verhältnis von theoretisch und experimentell bestimmten Werten angegeben. Der Modentyp bezeichnet den Charakter der Schwiwingung:  $B$  bezeichnet Biegeschwiwingungen,  $T$  Torsionsschiwingungen.

auch die Untergrunddämpfung dieser Mode größer sein.

Ein entscheidender Vorteil des Paddles gegenüber dem Vibrating Reed, bei dem die maximale Verzerrung am Ort der Einspannung auftritt, ist also die geringere mechanische Ankopplung der Schwingung an den Probenhalter und die damit verbundene reduzierte Dämpfung durch Dissipation von Schwingungsenergie. Dies gilt insbesondere für die antisymmetrische Mode, aber auch bei den anderen Moden sollte am Ort der Einspannung, die am unteren Ende des Fußes erfolgt, kaum noch Verzerrung auftreten. Vollständig läßt sich die Einspannungsdämpfung bei mechanischen Oszillatoren jedoch nie eliminieren.

Auch die Existenz unterschiedlicher Moden stellt einen Vorteil gegenüber einfachen



**Abb. 3.3:** Experimentell relevante Moden eines Quarzglas-Paddles mit Resonanzfrequenzen bei tiefen Temperaturen. Dargestellt ist eine Momentaufnahme der Auslenkung sowie der dabei auftretenden relativen Verzerrung [Hei99].

Oszillatorgeometrien dar. So stehen für eine einzige Probe mehrere Meßfrequenzen zur Verfügung, die ohne äußeren Eingriff in das Experiment (wie z. B. die Änderung der Probenlänge beim Vibrating Reed) angeregt werden können. Ein weiterer Parameter beim Paddle ist die Polarisierung der Moden. Wie im letzten Abschnitt im Zusammenhang mit dem Vibrating Reed erwähnt wurde, handelt es sich bei der Biegeschwingung um eine Mischung aus transversalen und longitudinalen Moden, während die Torsionsschwingung eine rein transversale Mode darstellt. Damit lassen sich die beiden Meßgrößen auch hinsichtlich ihrer Abhängigkeit von der Meßfrequenz und der Polarisierung untersuchen. Eine ausführliche Diskussion dieses Aspektes erfolgt in Kapitel 5.

Eine weitere Anwendung besteht in der Untersuchung von dünnen, auf ein Paddle aufgetragenen Filmen [Whi93]. Wie im letzten Abschnitt erwähnt, ist sowohl bei der Biegeschwingung als auch bei der Torsionsschwingung die Verzerrung an der Oberfläche der Probe maximal, so daß die akustischen Eigenschaften wesentlich durch den oberflächennahen Bereich bestimmt sind. Dazu muß jedoch die Dämpfung des Paddles selbst wesentlich geringer als die des Films sein. Als geeignet haben sich sehr reine Siliziumwafer erwiesen, die wegen der geringen Defektkonzentration eine äußerst kleine intrinsische Dämpfung im Bereich von  $2 \times 10^{-8}$  bei 100 mK aufweisen. Theoretisch ergeben sich für Einkristalle aus Silizium Dämpfungen kleiner als  $10^{-12}$  [Bra85], die tatsächlich gemessene Dämpfung ist aber u. a. wegen der Einspannverluste wesentlich größer.

## 4 Experimentelle Anordnung und Meßverfahren

In diesem Kapitel soll der im Rahmen dieser Arbeit verwendete experimentelle Aufbau sowie die Bestimmung der beiden Meßgrößen, der Dämpfung  $Q^{-1}$  und der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung  $\delta v/v$ , beschrieben werden. Die vorgestellten Konzepte sind nicht auf das Paddle beschränkt, sondern lassen sich zum großen Teil auf Experimente mit anderen mechanischen Oszillatoren übertragen.

### 4.1 Experimenteller Aufbau

Der Probenhalter ist in Abb. 4.1 zusammen mit einem Paddle und den beiden Elektroden dargestellt. Das Paddle wird mit Hilfe eines Kupferblocks durch zwei Schrauben auf den Probenhalter gepreßt. Der gesamte Probenhalter ist aus Kupfer gefertigt, um eine gute Wärmeleitung zu gewährleisten. Wie bereits in Abschnitt 3.1 erwähnt, erfolgt sowohl die Anregung als auch die Detektion der Schwingung kapazitiv. Die Elektroden bilden jeweils mit der Probe eine Kapazität  $C_{a/d}$ , die durch die Stirnfläche  $S$  der Elektrode und deren



**Abb. 4.1:** Probenhalter mit Paddle und Elektroden. Der Abstand von Elektroden und Probe ist übertrieben dargestellt. Außerdem wurde der zur Fixierung des Paddles verwendete Kuperblock weggelassen.

Abstand zur Probe  $x_{a/d}$  gegeben ist, wobei der Index Anregung bzw. Detektion bezeichnet:

$$C_{a/d} = \epsilon_0 \frac{S}{x_{a/d}} . \quad (4.1)$$

Dielektrische Proben müssen zuvor metallisch bedampft oder besputtert werden. Dabei ist die Schichtdicke so gering zu wählen, daß der Film die elastischen Eigenschaften der Probe nicht beeinflusst (vgl. Bemerkung zur Thermalisierung in Abschnitt 4.3). Bei den verwendeten Elektroden mit einer Stirnfläche von  $0,3 \text{ cm}^2$  und typischen Abständen von  $100 \mu\text{m}$  ergeben sich Kapazitäten im Bereich von einigen pF.

Bei nicht zu großen Amplituden ist die eingepreßte Kraft proportional zum Quadrat der angelegten Spannung,

$$F = \frac{1}{2} C_a \frac{U^2}{x_a} , \quad (4.2)$$

die Probe schwingt also mit der doppelten Frequenz einer angelegten Wechselspannung  $U(t) = U_0 \cos(1/2 \omega t)$ . Für die resultierende Kraft ergibt sich

$$F = \frac{1}{4} C_a \frac{U_0^2}{x_a} (1 + \cos \omega t) . \quad (4.3)$$

Die Abstandsabhängigkeit der Kraft ist im Rahmen der tatsächlichen Auslenkungen zu vernachlässigen.

Auch die Detektion der Schwingung erfolgt kapazitiv. Wegen Gl. 4.1 wird die von Probe und Detektionselektrode gebildete Kapazität  $C_d$  durch die Schwingung der Probe moduliert,

$$C = C_d \frac{1}{1 - z/x_d} , \quad (4.4)$$

wobei  $z$  die Auslenkung bezeichnet. Für die vorliegenden kleinen Auslenkungen  $z \ll x_d$  läßt sich eine Reihenentwicklung verwenden:

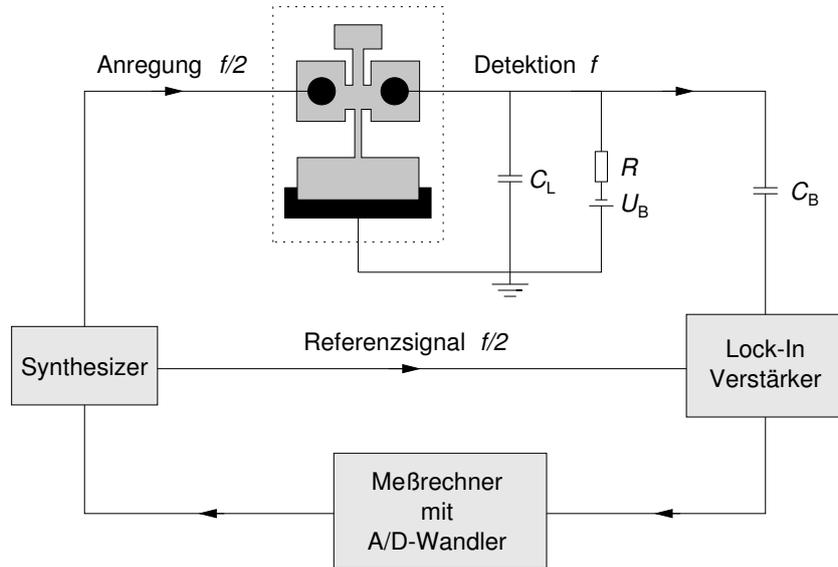
$$C \simeq C_d \left( 1 + \frac{z}{x_d} \right) . \quad (4.5)$$

Belegt man die Detektionselektrode über einen hochohmigen Vorwiderstand  $R$  ( $\simeq 400 \text{ M}\Omega$ ) mit einer Vorspannung  $U_B$  (die Probe ist durch die Einspannung geerdet), fällt aufgrund der Modulation der Kapazität am Widerstand  $R$  eine Wechselspannung [Ber75]

$$U_d = U_B \frac{z}{x_d} \frac{C_d}{C_d + C_L} \frac{\omega R (C_d + C_L)}{\sqrt{1 + (\omega R (C_d + C_L))^2}} \quad (4.6)$$

ab. Dabei wurde auch die Kapazität der Zuleitungen  $C_L$  ( $\simeq 300 \text{ pF}$ ) berücksichtigt. Für Frequenzen im Bereich einiger kHz läßt sich der letzte Term in Gl. 4.6 durch 1 ersetzen. Wegen  $C_L \gg C_d$  ergibt sich

$$U_d = U_B \frac{z}{x_d} \frac{C_d}{C_L} = U_B \epsilon_0 \frac{z}{x_d^2} \frac{C_d}{C_L} . \quad (4.7)$$



**Abb. 4.2:** Schematischer Aufbau der Meßelektronik. Nur der Probenhalter (mit Punkten eingerahmt) befindet sich im Kryostaten.

Die detektierte Spannung ist also proportional zur Auslenkung  $z$  sowie zur angelegten Vorspannung  $U_B$ , für die im Experiment 100 – 300 V gewählt wurde, und umgekehrt proportional zum Abstandsquadrat zwischen Detektionselektrode und Probe. Mit den Daten des Experiments und typischen Detektionsspannungen von einigen  $\mu\text{V}$  ergibt sich eine Amplitude im Nanometerbereich, was die zuvor als vernachlässigbar klein angenommene Abstandsabhängigkeit der Kraft rechtfertigt.

In Abb. 4.2 ist der Aufbau der Meßelektronik dargestellt. Zur Anregung des Paddles dient das sinusförmige Signal eines Funktionsgenerators (Philips PM 5191 oder Stanford Research DS 345) mit Amplituden von einigen Volt. Die Detektion des Wechselspannungssignals  $U_d$ , das durch eine Kapazität  $C_B$  von der Vorspannung  $U_B$  getrennt wird, erfolgt phasensensitiv mit Hilfe eines Lock-In-Verstärkers (Ithaco Dynatrac 393), dem zusätzlich das Signal des Funktionsgenerators als Referenz zugeführt wird. Da die Probe mit der doppelten Frequenz der Anregungsspannung schwingt, arbeitet der Lock-In-Verstärker im  $2f$ -Modus. Letzteres ermöglicht überhaupt erst die Detektion eines derart kleinen Signals, da das Übersprechen der Anregungselektrode auf die Detektionselektrode vergleichbar mit dem Detektionssignal  $U_d$  ist, wegen der unterschiedlichen Frequenzen aber stark unterdrückt wird. Auch die geerdete metallische bzw. metallisierte Probe trägt beim Vibrating Reed durch Abschirmung zur Unterdrückung des Anregungssignals bei. Die drei Ausgänge des Lock-In-Verstärkers ( $A$ ,  $A \sin \phi$ ,  $A \cos \phi$ , wobei  $A$  die Amplitude des Eingangssignals und  $\phi$  dessen Phase relativ zum Referenzsignal darstellt) werden mit Hilfe eines Analog-Digital-Konverters von einem Computer ausgelesen, der zusätzlich zur Darstellung und Speicherung der Daten auch die Regelung der Anregungsfrequenz auf die Resonanz der

Probe realisiert. Dadurch läßt sich auf einfache Weise die Temperaturabhängigkeit der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung  $\delta v/v$  sowie der inneren Reibung  $Q^{-1}$  messen. Der Zusammenhang zwischen diesen beiden Größen und den im Experiment gemessenen Größen wird in Abschnitt 4.2 dargestellt. Die Regelung auf die Resonanz erfolgt im einfachsten Fall mit Hilfe des  $A \cos \phi$ -Signals, dessen Verlauf im Bereich einer Eigenmode des Paddles in Abb. 4.4 dargestellt ist. Der Algorithmus nutzt dabei aus, daß  $\cos \phi$  in Resonanz gerade Null ist, indem die Anregungsfrequenz  $f/2$  bei jedem Schritt  $n$  innerhalb der Regelschleife um einen zu  $\cos \phi$  proportionalen Wert  $\delta f$  korrigiert wird:

$$\left. \frac{f}{2} \right|_n = \left. \frac{f}{2} \right|_{n-1} + \overbrace{P_{\text{lin}} \cos \phi}^{\delta f} . \quad (4.8)$$

Der Regelparameter  $P_{\text{lin}}$  bestimmt dabei die Reaktion der Regelung auf Abweichungen von der Resonanz, wobei sein Wert empfindlich von der Güte  $Q$  der Mode und von der Schnelligkeit der Änderung abhängt. Unbeaufsichtigte Messungen sind so nur eingeschränkt möglich, da bei ungünstiger Wahl des Regelparameters entweder die Regelung einer zu schnellen Änderung nicht folgen kann, oder eine Regelschwingung um die Resonanzfrequenz auftritt. Auch ein zusätzlicher in  $\cos$  quadratischer Term, d. h.  $\delta f = P_{\text{lin}} \cos \phi (1 + P_{\text{quad}} |\cos \phi|)$  konnte die Regelung nicht verbessern. Vielversprechend erscheinen jedoch Ansätze zur Realisierung eines PID-Reglers [Hoh99], der sich natürlich auch auf elektronischer Basis implementieren läßt (z. B. [Bal97]).

Eine alternative Regelung läßt sich unter Ausnutzung der beim Oszillator in Resonanz auftretenden Phasendifferenz von  $\pi/2$  zwischen erregender Kraft und Auslenkung realisieren, indem das Detektionssignal verstärkt und phasenverschoben zur Anregung verwendet wird. Dazu muß auch auf der Anregungsseite eine Vorspannung verwendet werden, damit die Anregung mit der Resonanzfrequenz selbst anstelle von  $f/2$  erfolgen kann. Im Gegensatz zu den konventionellen Reglern muß diese selbsterregende Regelung nicht durch Parameter an die Charakteristik des Systems angepaßt werden, so daß die oben angesprochenen Probleme ausbleiben.

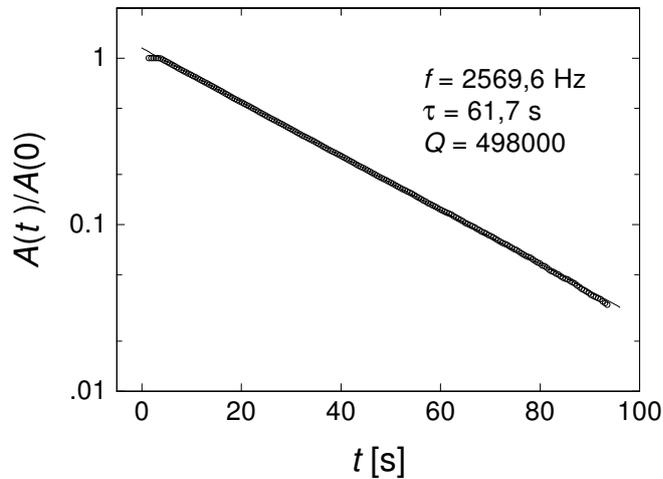
## 4.2 Meßverfahren

### Bestimmung der inneren Reibung

Die bisher nicht betrachtete Dämpfung der Schwingung läßt sich unter Verwendung eines komplexen Elastizitätsmoduls,

$$Y = Y' + iY'' = Y'(1 + i\eta) , \quad (4.9)$$

in das Problem integrieren. Bei kleiner Dämpfung ist der Verlustfaktor  $\eta$  mit der inneren Reibung  $Q^{-1}$  identisch [Sku54]. Neben der intrinsischen Probendämpfung treten auch



**Abb. 4.3:** Freier Amplitudenzerfall eines Quarzglas-Paddles bei Zimmertemperatur. Nach 2 s wurde die Anregungsspannung abgeschaltet.

systembedingte Beiträge auf, die in Abschnitt 4.3 diskutiert werden. Zur Lösung der Bewegungsgleichung des gedämpften Oszillators verwendet man folgenden charakteristischen Lösungsansatz für die Auslenkung

$$\xi(x, t) = A_0 e^{-t/\tau} e^{i\omega t} \psi(x), \quad (4.10)$$

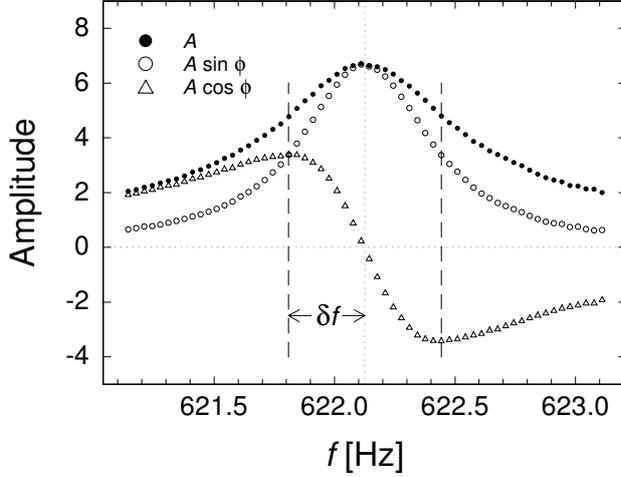
wobei  $\xi(x, t)$  und  $A_0$  komplexwertig sind. Die Ortsabhängigkeit der Auslenkung ist dabei durch  $\psi(x)$  gegeben. Durch Einsetzen in die entsprechende Bewegungsgleichung und Vergleich der Imaginärteile erhält man

$$Q^{-1} \simeq \eta = \frac{1}{\pi f_{\text{res}} \tau}. \quad (4.11)$$

Da die Amplitude der Schwingung nach Abschalten der Anregung exponentiell mit der Zeitkonstanten  $\tau$  abfällt, läßt sich bei nicht zu hoher Dämpfung auf einfache Weise mit Hilfe von Gl. 4.11 die Güte der Mode bestimmen. In Abb. 4.3 ist ein *freier Amplitudenzerfall* dargestellt. Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung der Güte ist das Aufnehmen von Resonanzkurven (Abb. 4.4). Hierbei wird die Anregungsfrequenz schrittweise innerhalb eines Intervalls um die Resonanzfrequenz  $f_{\text{res}}$  variiert. Die Güte läßt sich dann mit

$$Q = \frac{f_{\text{res}}}{2 \delta f} \quad (4.12)$$

aus dem Abstand  $2 \delta f$  der beiden Punkte, an denen die Amplitude auf  $A_0/\sqrt{2}$  abgefallen ist, oder durch Anpassen einer Lorentzkurve an die Meßdaten bestimmen. Wegen der charakteristischen Einschwingzeit  $\tau$  eines Oszillators ist diese Methode jedoch für sehr hohe Güten ausgesprochen zeitaufwendig, da z. B. eine Mode mit  $Q = 10^5$  und einer Frequenz von 1 kHz bereits eine Einschwingzeit von 32 s aufweist. Das Aufnehmen einer Resonanzkurve mit 50 Punkten dauert dann etwa eine halbe bis eine Stunde, da man



**Abb. 4.4:** Resonanzkurven eines Quarzglas-Paddles bei 34,7 K. Aufgetragen sind  $A$ ,  $A \sin \phi$  und  $A \cos \phi$  als Funktion der Frequenz. Die Halbwertsbreite  $\delta f$  ist über Gl. 4.12 mit der Güte verknüpft.

nach jeder Frequenzänderung die Einschwingzeit des Systems abwarten muß. Mit Hilfe von Resonanzkurven läßt sich auch die Qualität des Signals überprüfen. Nichtlinearitäten aufgrund einer zu hohen Anregungsspannung führen zu einer Verkippung der Resonanzkurve [Cla94, Esq92].

Zur Bestimmung der Temperaturabhängigkeit der Güte mißt man deren relativen Verlauf, für den sich mit  $f = f_{\text{res}}$

$$Q \propto A f_{\text{res}}^2 \quad (4.13)$$

ergibt, und bestimmt bei einigen Temperaturen den Absolutwert durch Aufnahme von Resonanzkurven oder freien Amplitudenzerfällen.

### Bestimmung der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung

Die relative Änderung der Schallgeschwindigkeit  $\delta v/v$  läßt sich direkt über die Verschiebung der Resonanzfrequenz bestimmen. Wegen  $f_{\text{res}} \propto v_Y$  gilt unter Vernachlässigung der thermischen Ausdehnung

$$\frac{\delta f_{\text{res}}}{f_{\text{res}}} = \frac{f_{\text{res}}(T) - f_{\text{res}}(T_0)}{f_{\text{res}}(T_0)} = \frac{v_Y(T) - v_Y(T_0)}{v_Y(T_0)} = \frac{\delta v_Y}{v_Y}. \quad (4.14)$$

Die Vernachlässigung der thermischen Ausdehnung ist bei tiefen Temperaturen für nahezu alle Substanzen gerechtfertigt. Für Quarzglas trifft dies sogar im gesamten Temperaturbereich zu, da der mittlere Expansionskoeffizient nur  $2,7 \times 10^{-7}$  für  $-60^\circ\text{C} < T < 0^\circ\text{C}$  beträgt und darunter näherungsweise verschwindet [Her94]. Die Genauigkeit der Frequenzmessung liegt bei  $10^{-6} - 10^{-7}$ .

### 4.3 Experimentelle Probleme

In diesem Abschnitt sollen einige experimentelle Probleme sowie mögliche Fehlerquellen und systembedingte Dämpfungsbeiträge angesprochen werden, die teilweise schon in [Ber75] diskutiert wurden.

**Thermalisierung:** Wie aus dem Abknicken der Meßdaten deutlich wurde, konnte die mit einer 30 nm dicken Goldschicht versehene Probe nicht auf Temperaturen unter ca. 70 mK abgekühlt werden. Auch beim raschen Abkühlen des Kryostaten von 30 K auf 4,2 K traten sehr lange Thermalisierungszeiten auf. Dies wird verständlich, wenn man bedenkt, daß die Wärme der gesamten Probe durch den sehr geringen Querschnitt des Beins abfließen muß. Durch Aufdampfen einer 1,4  $\mu\text{m}$  dicken Silberschicht konnte die Thermalisierung deutlich verbessert werden — in den bis zu Temperaturen von ca. 5 mK durchgeführten Messungen konnte kein Anzeichen für einen Temperaturgradienten zwischen Probe und Thermometer festgestellt werden. Die zusätzliche Dämpfung des aufgebrachtten Silberfilms reduzierte die bei Raumtemperatur gemessene Güte einer Mode von ca.  $7 \times 10^5$  auf  $3 \times 10^4$ . Der Einfluß des Films bei tiefen Temperaturen konnte im Rahmen der Arbeit nicht abschließend geklärt werden. Für die Änderung der Dämpfung des Oszillators durch den Film gilt jedoch [Whi95]

$$\Delta Q^{-1} = \frac{3 G_{\text{film}} h_{\text{film}}}{G_{\text{sub}} h_{\text{sub}}} Q_{\text{film}}^{-1}, \quad (4.15)$$

so daß der Beitrag des Films zur Gesamtdämpfung, selbst für den Fall  $Q_{\text{Ag}}^{-1} \simeq Q_{\text{SiO}_2}^{-1}$ , mit den auf Seite 21 angegebenen Werten kleiner als 1% sein sollte.

**Einfluß der Einspannung:** Wie bereits in Kapitel 3 dargestellt, stellt auch der Probenhalter selbst einen Beitrag zur Dämpfung dar, da Energie in den Probenhalter dissipiert wird. Die Größe dieses Beitrags ist schwer abzuschätzen, er sollte aber nur bei tiefsten Temperaturen von Bedeutung sein, da dort die intrinsische Probendämpfung sehr klein wird. Mit einem Paddle lassen sich auch sehr geringe intrinsische Dämpfungen noch messen, da die Einspannverluste gegenüber dem Vibrating Reed deutlich reduziert sind.

**Restgasdämpfung:** Das im Experimentiervolumen (Vakuumtopf) verbleibende Restgas bewirkt eine zusätzliche Dämpfung, die aber bei den im Experiment bei tiefen Temperaturen realisierten Drücken zu vernachlässigen ist [Sch87]. Bei Raumtemperatur wurde jedoch eine deutliche Druckabhängigkeit der Resonanzfrequenz und der Güte (eines mit 30 nm Gold bedampften Paddles) beobachtet. Auch das bei tiefen Temperaturen auf dem Reed kondensierte Restgas sollte keinen meßbaren Beitrag zur Dämpfung liefern.

**Elektromechanische Wandlerverluste:** Die von der schwingenden Probe im Nachweiszweig induzierten Spannungen und Ströme bewirken eine Dämpfung der Schwingung. Wegen der hochohmigen Wahl des Vorwiderstands  $R$  ist sie aber, zumindest für Frequenzen im kHz-Bereich, unbedeutend [Sch87].

**Wärmeleitung in der Probe:** Die Probe wird während der Schwingung ständig abwechselnd komprimiert und gedehnt, was mit einer Erwärmung bzw. Abkühlung der Probe verbunden ist. Falls die Zeitkonstante des aus dem Temperaturgradienten resultierenden Wärmeaustauschs vergleichbar mit der Schwingungsperiode ist ( $\omega\tau \simeq 1$ ), tritt ein zusätzlicher Relaxationsbeitrag zur Dämpfung auf, der aber nur bei hohen Temperaturen Bedeutung erlangen kann [Sch87].

**Selbstheizung der Probe:** Von der Schwingung dissipierte Leistung kann bei tiefsten Temperaturen, d. h. unterhalb von 30 mK, zur Selbstheizung der Probe führen. Da die dissipierte Leistung proportional zur vierten Potenz der Anregungsspannung ist [Cla91], muß diese möglichst klein gewählt werden.

**Nichtlineare Effekte:** Zu große Anregungsspannungen führen auch zu Nichtlinearitäten der Schwingung. So verschiebt sich z. B. die Resonanzfrequenz einer Mode als Funktion der Anregungsspannung [Miu90], so daß die relative Schallgeschwindigkeitsänderung unterhalb des Maximums nicht linear verläuft (bei logarithmischer Auftragung der Temperatur), sondern gekrümmt ist. Die Temperatur des Maximums in der Schallgeschwindigkeitsänderung läßt sich durch eine zu große Anregungsspannung zu deutlich höheren Werten verschieben. Im Imaginärteil führen die Nichtlinearitäten zu einer Verkipfung der Resonanzkurve. Auch dieser Effekt gewinnt nur bei tiefsten Temperaturen an Bedeutung, da die Schwingungsamplitude aufgrund der geringen Dämpfung sehr groß wird. Der Aspekt der Nichtlinearitäten wird noch einmal in Abschnitt 5.3 aufgegriffen.

**Thermische Expansion:** Wie im letzten Abschnitt bereits erwähnt, ist die Änderung der Resonanzfrequenz durch Expansion der Probe zu vernachlässigen.

#### 4.4 Probenspezifikation

Das für die Messungen verwendete Paddle wurde von S. Wächter am *Institut für Fügetechnik und Werkstoffprüfung GmbH* (Jena) mit Hilfe eines CO<sub>2</sub>-Lasers aus 400  $\mu\text{m}$  dickem Suprasil 300 (Fa. *Heraeus*) geschnitten. Quarzglas erweist sich hierfür wegen des kleinen Expansionskoeffizienten (vgl. Abschnitt 4.2) als besonders geeignet, andere Gläser halten den durch die großen Temperaturgradienten bedingten Verspannungen nicht stand. Die Geometrie ist in Abb. 3.2 angegeben. Wie im vorangegangenen Abschnitt erwähnt, wurde die geschnittene Probe einseitig auf der gesamten Oberfläche mit einer 1,4  $\mu\text{m}$  dicken Silberschicht bedampft.

Bei Suprasil 300 handelt es sich um ein äußerst reines Quarzglas mit einem OH-Gehalt von weniger als 1 ppm [Her94]. Der geringe OH-Gehalt hat herstellungsbedingt einen gegenüber anderen Quarzgläsern wesentlich höheren Cl-Gehalt von 1000 – 2000 ppm [Her99] zur Folge. Das für ältere Messungen verwendete Suprasil W weist einen geringfügig höheren OH-Gehalt bis zu 5 ppm auf. Weitere Fremdelemente sind wie folgt enthalten (alle Angaben in ppm): Al 0,05, Ca 0,05, Cr 0,005, Cu 0,01, Fe 0,02, K 0,01, Li 0,01, Mg 0,005, Na 0,05, Ti 0,05 [Her94].

## 4.5 Tiefe Temperaturen

Die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Experimente wurden in zwei  $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Verdünnungskryostaten durchgeführt. Dabei wurden Temperaturen bis zu 5 mK erreicht. Auf die Funktionsweise eines Verdünnungskryostaten soll hier nicht näher eingegangen werden, da sie in der Literatur ausführlich beschrieben wird (z. B. [Pob92, TTs97]). Die Temperatur der Mischkammer wurde mit verschiedenen Widerstandsthermometern ermittelt, die durch eine automatische Meßbrücke ausgelesen wurden. Im Bereich bis ca. 2 K wurde ein Kohle-Widerstand verwendet, bei höheren Temperaturen ein RhFe-Widerstand.



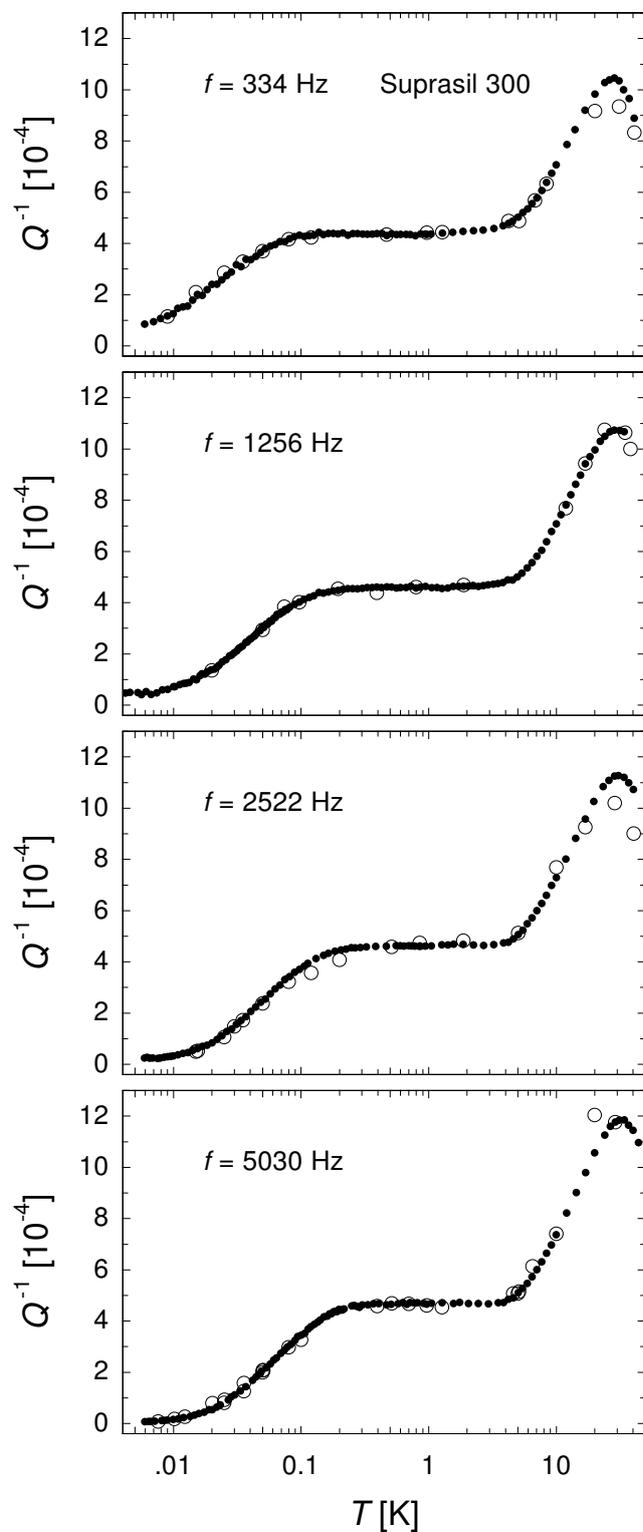
## 5 Darstellung und Diskussion der Meßergebnisse

Im folgenden sollen die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen der inneren Reibung und der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung von Suprasil 300 vorgestellt und diskutiert werden. Die Moden bei 334, 1256, 2522 und 5030 Hz wurden im Bereich von 5 mK bis 40 K gemessen, für die 200 Hz-Mode existieren nur Daten in einem kleineren Bereich. Eine höherfrequente Mode bei ca. 13 kHz (vgl. Abschnitt 3.2) wies eine unerwartet hohe Dämpfung auf und wird hier nicht betrachtet. Alle Messungen wurden an ein und demselben Quarzglas-Paddle durchgeführt.

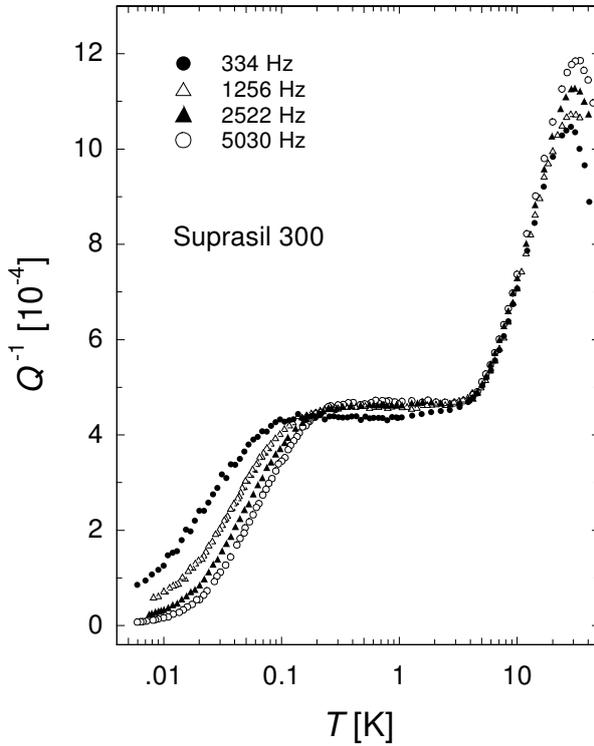
### 5.1 Innere Reibung

Zunächst soll der gesamte Temperaturverlauf betrachtet werden, später werden die Daten der unterschiedlichen Moden unter einigen besonders interessanten Aspekten miteinander sowie mit älteren Messungen verglichen.

In Abb. 5.1 ist die innere Reibung  $Q^{-1}$  für alle vier gemessenen Moden im Bereich von 5 mK bis 40 K dargestellt. Die Moden mit der höchsten und der niedrigsten Frequenz haben im wesentlichen den Charakter einer Torsionsschwingung, die beiden mittleren Moden sind Biegeschwingungen des Paddles (vgl. Abschnitt 3.2). Die offenen Kreise bezeichnen Dämpfungswerte, die durch Aufnahme von Resonanzkurven bestimmt worden sind, während die ausgefüllten Symbole aus dem relativen Verlauf gemäß Gl. 4.13 ermittelt wurden. Üblicherweise wird der gesamte Temperaturbereich bei der Messung in kleinere, einander überlappende, Abschnitte aufgeteilt, und später zu einer Kurve zusammengesetzt. Der so erhaltene Relativverlauf wird dann an die Absolutwerte der inneren Reibung angepaßt. Bei tiefen Temperaturen, d. h. unterhalb von 100 mK, wurden die Messungen mit konstanter Amplitude durchgeführt, um Nichtlinearitäten zu vermeiden. Bei höheren Temperaturen wurde die Anregungsspannung während der Messung konstant gehalten. Auffällig ist, daß die aus Resonanzkurven bestimmten Absolutwerte wesentlich stärker streuen als die aus dem Relativverlauf bestimmten Daten. Diese Unsicherheit ist jedoch nicht statistischer Art, d. h. durch stark verrauschte Resonanzkurven bedingt — vielmehr handelt es sich um ein Problem der Nichtreproduzierbarkeit, das schon in [Cla91] beobachtet wurde: Auch direkt nacheinander unter scheinbar gleichen experimentellen Bedingungen aufgenommene Resonanzkurven weisen leicht unterschiedliche Güten auf, deren Streuung deutlich größer als die aus den Anpassungen ermittelte Standardabweichung ist. Die Unsicherheit der Absolutwerte beträgt ungefähr 3 – 5%. Entsprechendes gilt auch für die aus dem freien Amplitudenzerfall bestimmten Absolutwerte, wobei diese gegenüber den Resonanzkurven um ca. 3 – 7% niedrigere Dämpfungen ergeben.

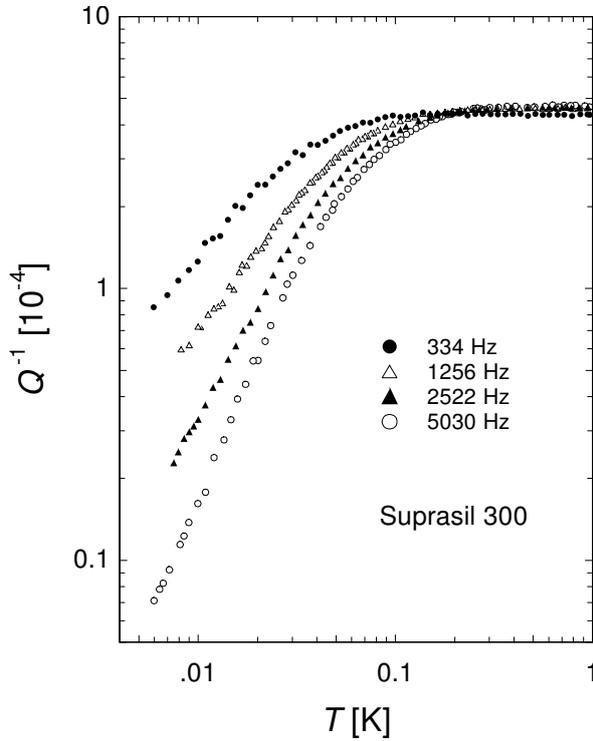


**Abb. 5.1:** Innere Reibung von vier verschiedenen Moden eines Quarzglas-Paddles (Suprasil 300) als Funktion der Temperatur. Die offenen Symbole bezeichnen aus Resonanzkurven erhaltene Absolutwerte.

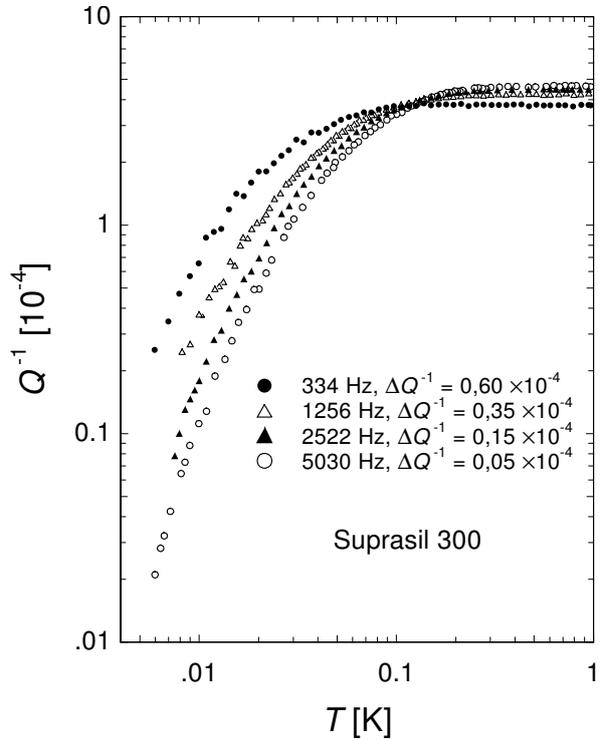


**Abb. 5.2:** Temperaturverlauf der inneren Reibung von Suprasil 300 für vier verschiedene Moden.

Der Temperaturverlauf der inneren Reibung stimmt qualitativ mit den in Abschnitt 2.4 vorgestellten Ergebnissen der Vibrating-Reed-Messungen an Suprasil W überein. Den Aussagen des Tunnelmodells entsprechend steigt die innere Reibung zunächst mit der Temperatur an und mündet dann in ein Plateau. Bereits in dieser Darstellung wird die vom Tunnelmodell vorhergesagte Frequenzabhängigkeit des Dämpfungsanstiegs (Gl. 2.25) deutlich — die Mode mit der niedrigsten Frequenz (334 Hz) erreicht das Plateau bereits bei ca. 100 mK, während die 5030 Hz-Mode erst oberhalb von 200 mK eine nahezu temperaturunabhängige Dämpfung aufweist. Der Bereich des Plateaus erstreckt sich bis ca. 3 K, danach steigt die Dämpfung bedingt durch thermisch aktivierte Prozessen bzw. inkohärentes Tunneln an (vgl. Abschnitt 2.4), erreicht ein Maximum und fällt wieder ab. Bei der 334 Hz-Mode zeichnet sich ein schwacher Anstieg der Dämpfung vor dem sogenannten *thermisch aktivierten Maximum* bereits bei 1 K ab. Aus der gemeinsamen Darstellung aller Moden in Abb. 5.2 wird deutlich, daß auch der Plateauwert der Dämpfung sowie die Lage und der Wert des Dämpfungsmaximums bei ca. 30 K modenabhängig sind. In allen gemeinsamen Darstellungen der vier Moden sind die beiden „Torsionsmoden“ durch runde Symbole, die Biegeschwingungen durch dreieckige Symbole gekennzeichnet. Im folgenden sollen die einzelnen Temperaturbereiche näher betrachtet werden.



**Abb. 5.3:** Innere Reibung in doppeltlogarithmischer Darstellung für vier verschiedene Moden unterhalb von 1 K.



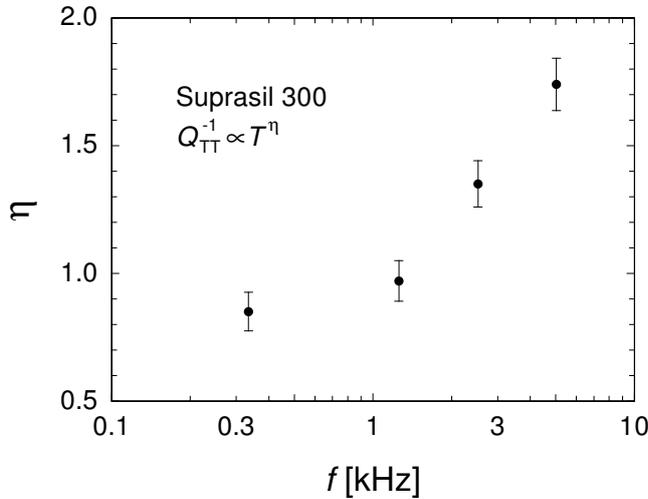
**Abb. 5.4:** Wie Abb. 5.3; auch durch Abziehen eines jeweils konstanten Betrags  $\Delta Q^{-1}$  läßt sich kein Tunnelmodell-Verhalten erreichen.

### Dämpfungsanstieg

In Abb. 5.3 ist die innere Reibung für alle vier Moden auf einer logarithmischen Skala als Funktion der Temperatur im Bereich unterhalb von 1 K dargestellt. Wie erwähnt stimmt der Verlauf (grob) qualitativ mit der Vorhersage des Tunnelmodells, Gl. 2.25, überein, quantitativ ergeben sich jedoch Abweichungen. So verläuft der Anstieg nicht proportional zu  $T^3$ , sondern deutlich schwächer. Unter der Annahme, daß sich die Dämpfung im Bereich tiefer Temperaturen durch

$$Q_{\text{TT}}^{-1} \propto T^\eta \quad (5.1)$$

beschreiben läßt, kann der Exponent  $\eta$  anhand der doppeltlogarithmischen Darstellung bestimmt werden. Die angepaßten Exponenten sind in Abb. 5.5 als Funktion der Meßfrequenz dargestellt, wobei die angegebenen Unsicherheiten zum einen durch das Rauschen der Daten, zum anderen aber auch durch eine gewisse Willkür in der Auswahl des Bereichs gegeben sind. Nicht berücksichtigt wurde der systematische Fehler, der sich durch einen möglichen Untergrund in der Dämpfung ergibt. Die Größe dieses Beitrags ist jedoch nur schwer abzuschätzen; auf jeden Fall wird der Temperaturverlauf durch eine

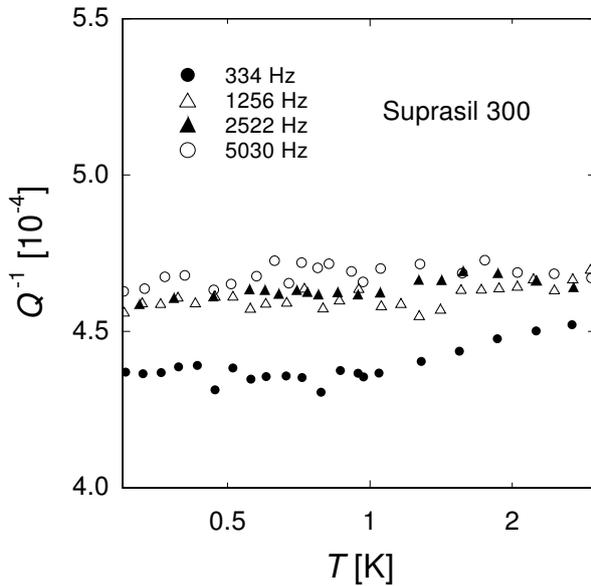


**Abb. 5.5:** Aus Abb. 5.3 bestimmte Exponenten der Temperaturabhängigkeit der inneren Reibung bei tiefen Temperaturen, Gl. 5.1, in Abhängigkeit von der Meßfrequenz.

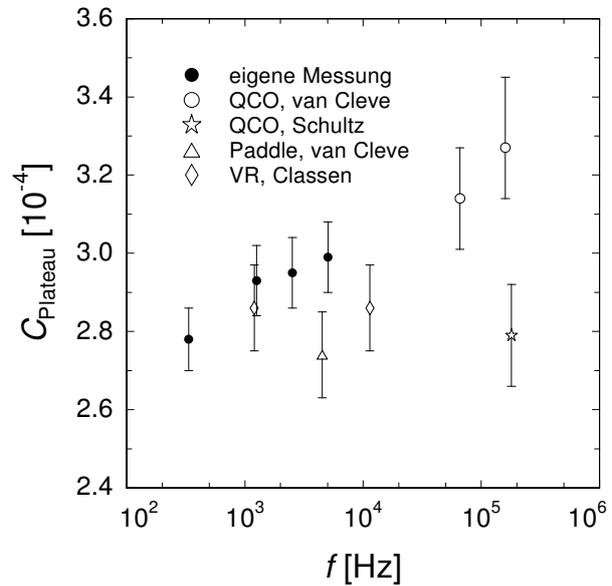
Korrektur steiler, so daß die in Abb. 5.5 eingezeichneten Fehlerbalken eher nach oben erweitert werden müssen. Die Spannungsdämpfung der 5030 Hz-Mode sollte jedoch, wie in Abschnitt 3.2 dargelegt, sehr gering sein, so daß eine Korrektur den Exponenten nur unwesentlich verschiebt und der Temperaturverlauf damit deutlich vom vorhergesagten  $T^3$ -Verhalten abweicht. Der „Grenzfall“ dieses Verfahrens, mit dem sich der Exponent der Temperaturabhängigkeit innerhalb eines gewissen Bereichs beliebig einstellen läßt, ist in Abb. 5.4 dargestellt: Die hier durchgeführte Korrektur führt in doppeltlogarithmischer Darstellung zu einem Abknicken der Kurven. Auch durch Abziehen eines Untergrunds läßt sich also kein Tunnelmodell-Verhalten erreichen; insbesondere lassen sich die Kurven für die verschiedenen Frequenzen auch nicht aufeinander abbilden. Wenngleich sich die Exponenten also nur mit einer gewissen Unsicherheit bestimmen lassen, zeigt sich doch eine deutliche Abhängigkeit von der Meßfrequenz. Kürzlich mit einem QCO (Quartz Crystal Oscillator, vgl. Abschnitt 3.1) bei wesentlich höheren Frequenzen durchgeführte Messungen der inneren Reibung von Quarzglas ergaben einen näherungsweise zu  $T^3$  proportionalen Anstieg der Dämpfung bei tiefen Temperaturen und fügen sich daher gut in diese Beobachtung ein.

### Plateaubereich

Die bereits erwähnte Modenabhängigkeit des Plateauwerts der inneren Reibung  $Q_{\text{Plateau}}^{-1}$  wird anhand von Abb. 5.6 offensichtlich, in der die Dämpfung für alle vier Moden im Bereich von 0,3 bis 3 K aufgetragen ist. Wenngleich die Unterschiede zwischen den Plateauhöhen im Bereich der experimentellen Unsicherheit liegen — mit Ausnahme der 334 Hz-Mode, deren Dämpfung deutlich kleiner ist — zeichnet sich doch eine schwache Frequenzabhängigkeit der Dämpfung in diesem Temperaturbereich ab, im Widerspruch zur Vorhersage des Tunnelmodells gemäß Gl. 2.27. Daß es sich hierbei um eine echte Frequenzabhängigkeit handelt, ist nicht ganz klar, da die Plateauhöhe wegen der Abhängigkeit von

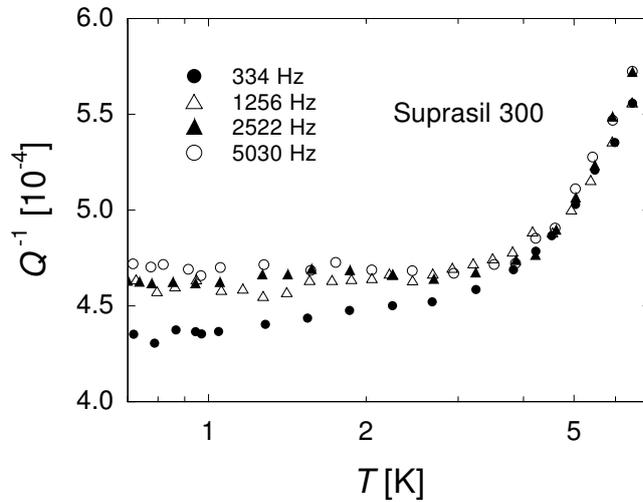


**Abb. 5.6:** Plateaubereich der inneren Reibung für vier verschiedene Moden.



**Abb. 5.7:** Makroskopische Kopplungskonstante  $C$  (Gl. 2.15) als Funktion der Meßfrequenz. Geschlossene Symbole bezeichnen die eigenen Messungen, offene die anderer Autoren.

der Schallgeschwindigkeit  $v$  und dem Deformationspotential  $\gamma$ ,  $C \propto (\gamma/v)^2$  (Gl. 2.15), auch eine Polarisationsabhängigkeit aufweist. Bei den Moden mit minimalem bzw. maximalem Dämpfungswert im Plateau handelt es sich jedoch gerade um die beiden Moden, die hauptsächlich Torsionscharakter aufweisen, während die beiden dazwischenliegenden Moden Biegeschwingungen sind und daher longitudinale und transversale Anteile aufweisen. Die Polarisationsunabhängigkeit des Quotienten  $\gamma/v$  scheint eine spezifische Eigenschaft von Quarzglas zu sein und wird durch frühere Messungen bestätigt. Um die beobachtete Frequenzabhängigkeit der Plateauhöhe zu verifizieren, bietet sich ein Vergleich mit Daten anderer niederfrequenter akustischer Messungen an. Dazu ist in Abb. 5.7 die aus den Plateauwerten der inneren Reibung gemäß Gl. 2.27 bestimmte makroskopische Kopplungskonstante  $C$  in Abhängigkeit von der Meßfrequenz sowohl für die eigenen Messungen als auch für Messungen an Suprasil W im Bereich bis 180 kHz dargestellt. Es handelt sich dabei um Messungen, die mit Hilfe eines Vibrating Reeds [Cla94], eines QCO [Cle91, Sch91] sowie eines Double Paddles [Cle91] durchgeführt worden sind. Die großen Fehlerbalken der QCO-Messungen von van Cleve resultieren aus dem sehr geringen Temperaturbereich, in dem Daten zur Verfügung stehen. Leider weicht die Messung von Schultz [Sch91] deutlich von der Tendenz der anderen Messungen ab; der Vergleich von Messungen unterschiedlicher Autoren ist jedoch nicht ganz unproblematisch, da die Auswertung der Daten im Detail nicht immer bekannt ist.



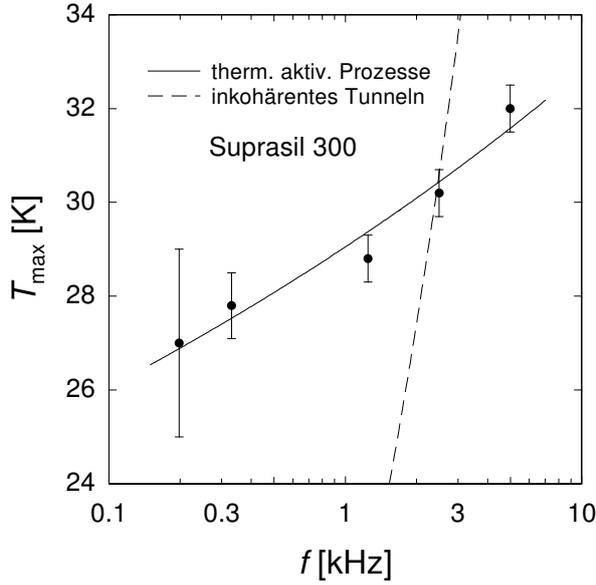
**Abb. 5.8:** Temperaturverlauf der inneren Reibung im Bereich des Übergangs zum *thermisch aktivierten Maximum*.

### Übergang zum thermisch aktivierten Maximum

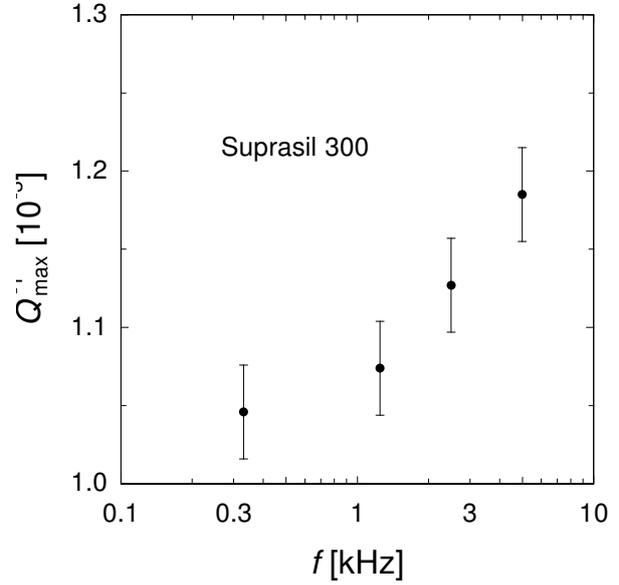
In Abb. 5.8 ist die Dämpfung aller Moden im Bereich zwischen 0,7 und 7 K dargestellt. Auffällig ist das qualitativ unterschiedliche Verhalten vor dem Anstieg zum *thermisch aktivierten Maximum*. Wie schon in Abb. 5.2 deutlich wurde, steigt die Dämpfung der 334-Hz-Mode oberhalb von 1 K bereits leicht an, bevor bei ungefähr 3 K ein stärkerer Anstieg erfolgt. Die nächsthöhere Mode bei 1256 Hz weist dagegen einen eher flachen Verlauf auf, bevor die Dämpfung durch thermische Prozesse bzw. inkohärentes Tunneln bedingt (vgl. Abschnitt 2.4) ansteigt. Bei der 2522-Hz-Mode deutet sich ein Minimum in der Dämpfung direkt vor dem Anstieg an, das bei der 5030-Hz-Mode noch ausgeprägter erscheint. Die Beobachtung dieses Minimums, dessen Tiefe systematisch mit der Frequenz anwächst, ist in Einklang mit den Vibrating-Reed-Messungen aus [Cla94] sowie QCO-Messungen bei 180 kHz [Sch91].

### Dämpfungsmaximum

Wie in Abschnitt 2.4 dargelegt, erwartet man im Bereich unterhalb des Maximums sowohl für thermisch aktivierte Prozesse als auch für inkohärentes Tunneln einen mit der Temperatur linearen Anstieg der Dämpfung, der sich mit zunehmender Meßfrequenz zu höheren Temperaturen hin fortsetzt, bis die Absorption aufgrund der begrenzten Verteilung der Barrierenhöhen wieder abfällt. Das Absorptionsmaximum sollte also sowohl bezüglich seiner Lage als auch seiner Größe frequenzabhängig sein, in Übereinstimmung mit den geschilderten Beobachtungen. Abb. 5.9 zeigt die Temperatur des Dämpfungsmaximums  $T_{\max}$  in Abhängigkeit von der Meßfrequenz. Die relativ großen Fehlerbalken resultieren aus der leider zu geringen Anzahl von Meßpunkten in diesem Bereich. Aus der Frequenzabhängigkeit der Position des Maximums läßt sich eine Aussage darüber treffen, ob die Dämpfung in diesem Bereich durch thermisch aktivierte Prozesse oder durch



**Abb. 5.9:** Position des Dämpfungsmaximums (vgl. Abb. 5.2) als Funktion der Meßfrequenz. Die eingezeichneten Linien sind an die Meßdaten angepaßte Vorhersagen der Frequenzabhängigkeit von  $T_{\max}$  [Rau95].



**Abb. 5.10:** Höhe des Dämpfungsmaximums (vgl. Abb. 5.2) als Funktion der Meßfrequenz.

inkohärentes Tunneln dominiert wird. Für beide Modelle (vgl. [Rau95]) wurde eine Anpassung an die Meßdaten durchgeführt. Die durchgezogene Linie in Abb. 5.9 stellt die Vorhersage im Fall von thermisch aktivierten Prozessen dar,

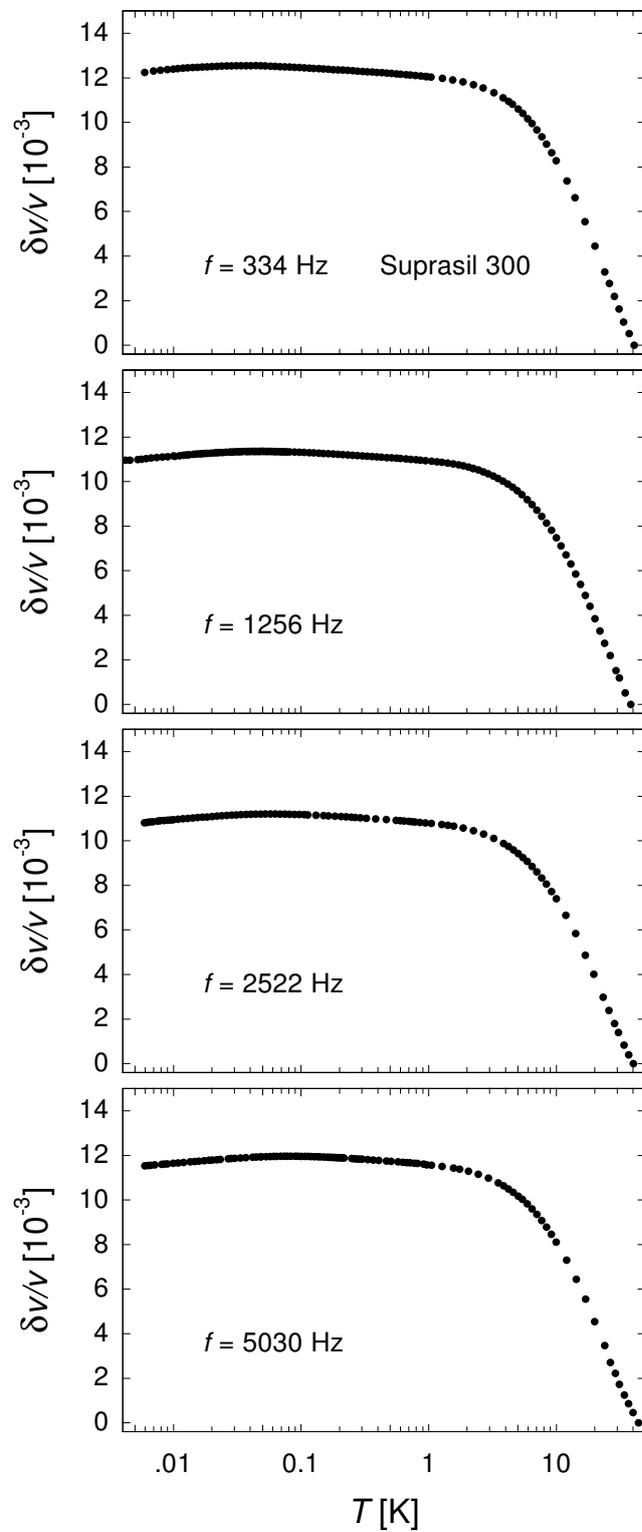
$$k_{\text{B}}T_{\max} = -\frac{V_{\max}}{\ln \omega \tau_0}, \quad (5.2)$$

wobei  $V_{\max}$  die Verteilung der Barrierenhöhen nach oben begrenzt und  $\tau_0^{-1}$  die Versuchsfrequenz ist, mit der die Teilchen im Doppelmuldenpotential gegen die Barriere anlaufen. Aus der Anpassung ergab sich  $\tau_0^{-1} = 5 \times 10^{11}$  und  $V_{\max} = 580$  K. Die Vorhersage im Fall des inkohärenten Tunnelns,  $T_{\max} \propto \sqrt{\omega}$ , konnte nicht an die Meßdaten angepaßt werden. Im Bereich des Maximums wird die Absorption also durch thermisch aktivierte Prozesse dominiert.

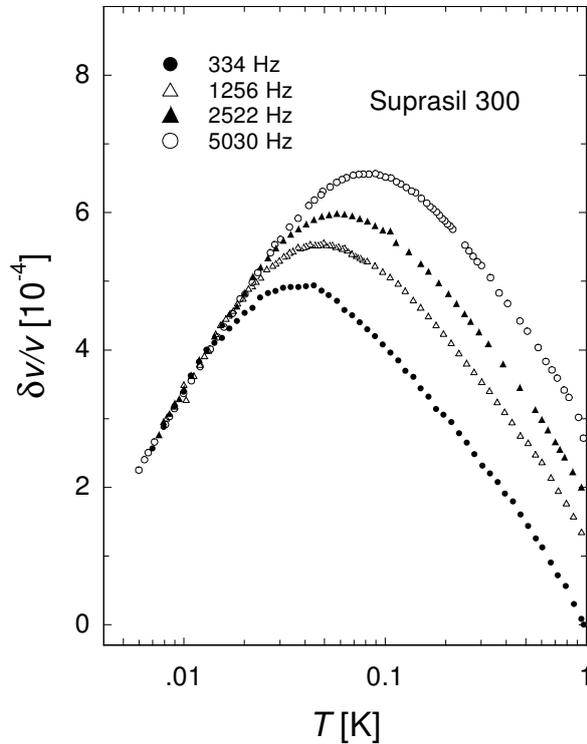
Auch die in Abb. 5.10 dargestellte Höhe des Dämpfungsmaximums zeigt die erwartete Abhängigkeit von der Meßfrequenz.

## 5.2 Relative Änderung der Schallgeschwindigkeit

In Abb. 5.11 ist der Temperaturverlauf der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung für die vier gemessenen Moden von 5 mK bis 40 K dargestellt. Die Daten wurden Gl. 4.14



**Abb. 5.11:** Relative Schallgeschwindigkeitsänderung für vier verschiedene Moden eines Quarzglas-Paddles (Suprasil 300) als Funktion der Temperatur. Als Referenz wurde jeweils die bei höchster Temperatur gemessene Resonanzfrequenz gewählt.

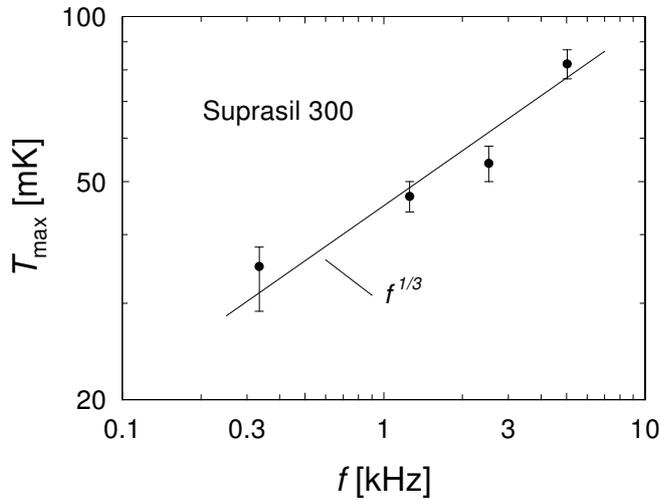


**Abb. 5.12:** Relative Änderung der Schallgeschwindigkeit von Suprasil 300 für vier verschiedene Moden. Die Kurven wurden unterhalb des Maximums zur Deckung gebracht.

entsprechend berechnet, wobei jeweils die bei höchster Temperatur gemessene Resonanzfrequenz als Referenz verwendet wurde. In Übereinstimmung mit den in Abschnitt 2.4 präsentierten Vibrating-Reed-Messungen und den Aussagen des Tunnelmodells steigt die Schallgeschwindigkeit zunächst mit der Temperatur aufgrund von resonanten Prozessen an. Die durch Relaxationsprozesse bedingte gegenläufige Tendenz führt zu einem Maximum, das bei den verwendeten Meßfrequenzen unterhalb von 100 mK liegt, und schließlich zu einem Abfall der Schallgeschwindigkeit. In Abb. 5.12 wird deutlich, daß schon kurz oberhalb von 500 mK eine kontinuierliche Zunahme der Steigung einsetzt, die vermutlich durch Tunnelprozesse unter Beteiligung mehrerer Phononen bedingt ist. Im Temperaturverlauf der Dämpfung machen sich diese Prozesse höherer Ordnung nicht bemerkbar. Bei ca. 3 K setzt eine stärkere Reduktion der Schallgeschwindigkeit ein, die durch thermisch aktivierte Prozesse bzw. inkohärentes Tunneln bedingt ist (vgl. Abschnitt 2.4).

### Schallgeschwindigkeitsmaximum

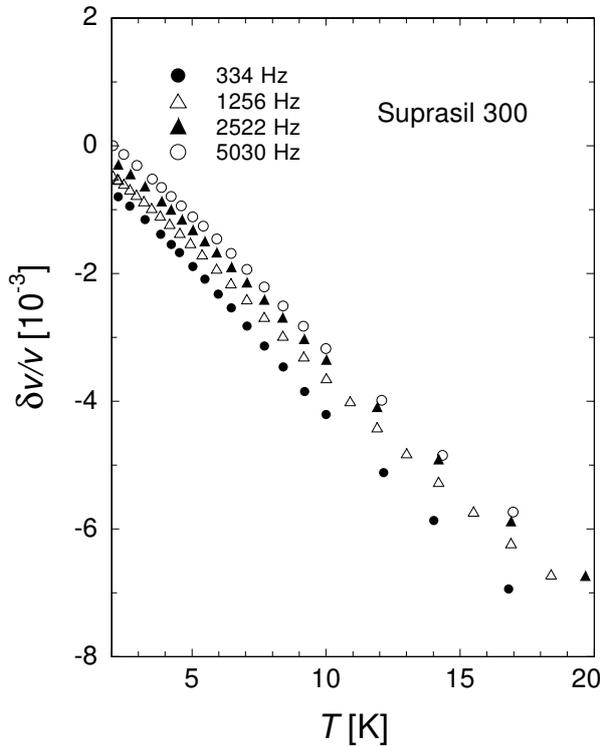
In Abb. 5.12 sind die Daten aller vier Moden im Bereich des Schallgeschwindigkeitsmaximums dargestellt. Die Kurven wurden so verschoben, daß sie unterhalb des Maximums zur Deckung kommen, um die auftretenden Prozesse zu verdeutlichen: Die Zunahme der Schallgeschwindigkeit aufgrund von resonanten Prozessen (Gl. 2.17) ist unabhängig von der Meßfrequenz und sollte daher für alle Moden gleich verlaufen, während die Reduktion



**Abb. 5.13:** Position des Schallgeschwindigkeitsmaximums in Abhängigkeit von der Meßfrequenz (vgl. Abb. 5.12). Die eingezeichnete Linie stellt eine Vorhersage des Tunnelmodells, Gl. 2.30, dar.

der Schallgeschwindigkeit durch Relaxationsprozesse nur im Bereich  $T \geq T(\omega\tau_{\min} \simeq 1)$  deutlich von Null verschieden ist (Gl. 2.29). Diese setzen also, abhängig von der Meßfrequenz, bei unterschiedlichen Temperaturen ein, und dementsprechend auch die Reduktion der Schallgeschwindigkeit. Damit ist auch die Lage des Maximums frequenzabhängig. In Abb. 5.13 ist die Temperatur des Schallgeschwindigkeitsmaximums  $T_{\max}$  als Funktion der Meßfrequenz aufgetragen. Die eingezeichnete Linie stellt eine Vorhersage des Tunnelmodells dar, die gemäß Gl. 2.30 eine Proportionalität zu  $f^{1/3}$  ergibt. Zu beachten ist, daß die bereits angesprochenen Nichtlinearitäten im Bereich unterhalb des Maximums zu einer Abhängigkeit der Resonanzfrequenz von der Anregungsspannung führen, so daß die Position des Maximums, oberhalb einer bestimmten minimalen Spannung, stark von der Anregungsspannung abhängt. Die angegebenen Werte werden dadurch ggf. nach unten korrigiert. Insbesondere bei der 334 Hz-Mode konnte die Anregungsspannung nicht ausreichend reduziert werden, so daß die Kurve leicht nach unten abknickt und die Position des Maximums vermutlich zu hoch liegt. Auf den Aspekt der Nichtlinearitäten wird noch einmal in Abschnitt 5.3 eingegangen.

Wie auch in früheren Messungen beobachtet, entspricht das Steigungsverhältnis der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung unter- und oberhalb des Maximums nicht den Vorhersagen des Tunnelmodells, für das sich nach Gl. 2.17 und Gl. 2.29 eigentlich  $2 : (-1)$  ergeben sollte, sondern eher  $1 : (-1)$  bis  $1,2 : (-1)$ . Insbesondere oberhalb des Maximums verläuft die Kurve in halblogarithmischer Darstellung jedoch nur näherungsweise linear, so daß die Bestimmung der Steigung hier mit einer gewissen Willkür behaftet ist. Bemerkenswert ist, daß die Kurven der verschiedenen Moden in diesem Bereich innerhalb des experimentellen Fehlers gleich verlaufen. Dies ist keineswegs selbstverständlich, da longitudinale und transversale Phononen unterschiedlich stark an Tunnelsysteme koppeln können. Betrachtet man die Vorhersage des Tunnelmodells für die Änderung der Schallgeschwindigkeit oberhalb des Maximums, Gl. 2.29, läßt sich daraus auf eine Polarisationsun-



**Abb. 5.14:** Relative Änderung der Schallgeschwindigkeit über einer linearen Temperaturskala. Zur deutlicheren Darstellung wurden die Kurven gegeneinander verschoben.

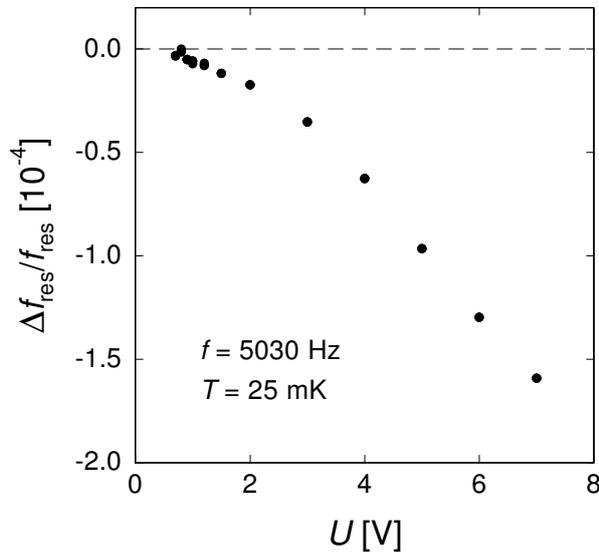
abhängigkeit der makroskopischen Kopplungskonstante  $C$  schließen, in Übereinstimmung mit der in Abschnitt 5.1 beobachteten Polarisationsunabhängigkeit der Plateauhöhe im Dämpfungsverlauf.

### Abfall im Bereich des Dämpfungsmaximums

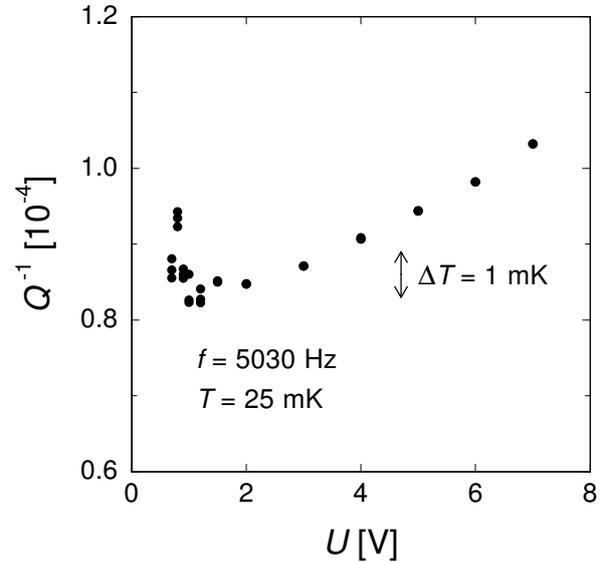
Abb. 5.14 zeigt die Schallgeschwindigkeitsänderung der vier gemessenen Moden über einer linearen Temperaturskala im Bereich zwischen 2 und 20 K. Wie in Abschnitt 2.4 dargestellt ergibt sich sowohl für thermisch aktivierte Prozesse als auch für inkohärentes Tunneln ein in diesem Bereich linearer Abfall der Schallgeschwindigkeit, der zwischen 5 und 10 K tatsächlich beobachtet wird. Über die Abhängigkeit der Steigung von der Meßfrequenz läßt sich jedoch keine zuverlässige Aussage treffen.

## 5.3 Zusammenfassende Diskussion

Hier sollen die Ergebnisse der vorangegangenen beiden Abschnitte noch einmal zusammengefaßt und miteinander sowie mit anderen Messungen in Beziehung gesetzt werden. Außerdem sollen einige experimentelle Probleme und mögliche Verbesserungen diskutiert werden.



**Abb. 5.15:** Abhängigkeit der Resonanzfrequenz von der Anregungsspannung.



**Abb. 5.16:** Abhängigkeit der inneren Reibung von der Anregungsspannung. Der Pfeil deutet die Änderung der inneren Reibung bei einer Temperaturänderung von 1 mK an.

Der Aspekt der Nichtlinearitäten ist im Laufe dieser Arbeit bereits mehrfach angesprochen worden. Die Beobachtungen entsprechen im wesentlichen denen anderer Autoren, z. B. in [Cla91] findet sich eine ausführliche Diskussion dieses Themas. Zur Untersuchung der Amplitudenabhängigkeit der inneren Reibung sowie der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung wurde die Abhängigkeit dieser beiden Meßgrößen von der Anregungsspannung  $U$  bei konstanter Temperatur bestimmt. In Abb. 5.15 ist das Ergebnis dieser bei 25 mK für die 5030 Hz-Mode durchgeführten Messung für die relative Schallgeschwindigkeitsänderung dargestellt. Aufgetragen ist die relative Änderung der Resonanzfrequenz  $f_{\text{res}}$  als Funktion der Anregungsspannung. Wie bereits erwähnt, nimmt die Resonanzfrequenz zu, wenn die Anregungsspannung und damit auch die auftretende Verzerrung verringert wird. Fraglich ist, ob die Resonanzfrequenz monoton zunimmt oder aber ein Maximum durchläuft und danach wieder geringfügig abfällt. Leider konnten keine Messungen bei niedrigeren Anregungsspannungen durchgeführt werden, da die detektierte Spannung wegen der quadratischen Abhängigkeit der Auslenkung von der Anregungsspannung (Gl. 4.2) sehr klein wird und kaum noch gemessen werden konnte.

In Abb. 5.16 ist die Amplitudenabhängigkeit der inneren Reibung der 5030 Hz-Mode bei 25 mK dargestellt. Die Dämpfung nimmt zunächst mit der Anregungsspannung ab, steigt aber bei kleinen Spannungen wieder an; wegen der in diesem Bereich verhältnismäßig großen Störungen funktionierte die Regelung nicht mehr einwandfrei. Der Doppelpfeil deutet die Änderung der inneren Reibung an, die durch eine Änderung der Tem-

peratur um 1 mK in diesem Temperaturbereich bewirkt wird. Hieraus wird deutlich, daß der Einfluß von Nichtlinearitäten auf die Messung der Dämpfung weniger kritisch als bei der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung ist.

Die Anregungsspannung muß also so niedrig wie möglich gewählt werden, um Messungen im linearen Bereich durchführen zu können. Etwaige Nichtlinearitäten können durch Aufnahme von Resonanzkurven festgestellt werden, die bei zu hohen Anregungsspannungen verkippt sind. Die Amplitudenabhängigkeit der Resonanzfrequenz führt auch zu einer von der Anregungsspannung abhängigen Lage des Maximums im Temperaturverlauf der Schallgeschwindigkeitsänderung. Außerdem wird der Abfall der Schallgeschwindigkeit unterhalb des Maximums mit zunehmender Anregungsspannung steiler und so in Richtung der Vorhersage des Tunnelmodells korrigiert, was natürlich die Gefahr falscher Schlußfolgerungen in sich birgt. Dies wird beim Vergleich von Messungen verschiedener Autoren deutlich — insbesondere ältere Messungen weisen einen deutlichen stärkeren Abfall der Schallgeschwindigkeit unterhalb des Maximums auf und deuten auf eine zu hohe Anregungsspannung hin. Die in diesem Kapitel diskutierten Daten der 5030 Hz-Mode wurden im Bereich von 25 mK mit einer Anregungsspannung von 0,8 V gemessen. Ein Vergleich mit Abb. 5.15 zeigt, daß sich die Resonanzfrequenz durch eine noch kleinere Anregungsspannung nur unwesentlich verschoben hätte; der absolute Fehler beträgt in diesem Fall ungefähr  $1 \times 10^{-5}$ .

Ein wichtiger Aspekt ist auch der Einfluß von Nichtlinearitäten in Abhängigkeit von der Meßfrequenz. Aus Zeitgründen konnte im Rahmen der Arbeit leider keine weitere Mode in ähnlich systematischer Weise auf die Amplitudenabhängigkeit von innerer Reibung und Schallgeschwindigkeitsänderung untersucht werden. Bei tiefen Temperaturen wurde aber durch Aufnahme von Resonanzkurven überprüft, ob die Messung im linearen Bereich durchgeführt wird. Es scheint, daß der Einfluß von Nichtlinearitäten bei niederfrequenten Moden deutlich ausgeprägter ist. So ist z. B. die 334 Hz-Mode bei tiefen Temperaturen noch im nichtlinearen Bereich gemessen worden; in Abb. 5.12 ist ein leichtes Abknicken der Kurve zu erkennen. Die Anregungsspannung konnte jedoch bei dieser Mode nicht weiter reduziert werden. Das schlechtere Signal/Rausch-Verhältnis resultiert vermutlich aus Vibrationen, die sich für niederfrequente Moden grundsätzlich als kritischer erweisen, und möglicherweise aus der unzureichenden Amplitudenstabilität des Synthesizers, die wegen der bei niederfrequenten Moden verwendeten geringen Anregungsspannung zum Tragen kommt.

Die aus den vorgestellten Messungen gewonnenen Resultate fügen sich gut in das bekannte Bild ein. Einige Vorhersagen des Tunnelmodells wurden wiederholt bestätigt, ebenso einige Diskrepanzen, die auch schon in vorangegangenen Messungen zu Tage getreten sind. So stimmt der Temperaturverlauf der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung und der inneren Reibung qualitativ mit den Vorhersagen überein. Es zeigt sich jedoch, daß z. B. der Anstieg der Dämpfung bei tiefen Temperaturen deutlich schwächer von der Temperatur abhängt als vom Tunnelmodell gefordert. Ebenso bestätigt wurde das vom Tunnelmodell abweichende Steigungsverhältnis der relativen Schallgeschwindigkeitsände-

rung unter- und oberhalb des Maximums.

Neue Erkenntnisse lassen sich aus den vorliegenden Messungen bezüglich der Frequenz- sowie der Polarisationsabhängigkeit der gemessenen Größen ableiten. Hier zeigt sich die Stärke des verwendeten Oszillators, der die Messung verschiedener Moden unterschiedlicher Frequenz und Polarisation erlaubt. Bemerkenswert ist die erstmalig beobachtete Frequenzabhängigkeit des Temperaturverlaufs der inneren Reibung bei tiefen Temperaturen. Wenngleich die aus dem Dämpfungsanstieg erhaltenen Exponenten wegen der unzureichend bekannten Untergrunddämpfung mit einer gewissen Unsicherheit behaftet sind, läßt sich doch eine mit steigender Meßfrequenz systematisch stärkere Zunahme der Dämpfung mit der Temperatur feststellen. Insbesondere verläuft die innere Reibung für die Mode mit der niedrigsten gemessenen Frequenz schwächer als linear in der Temperatur. Desweiteren sollte die Einspannungsdämpfung der 5030 Hz-Mode so gering sein, daß der tatsächliche Exponent nur unwesentlich von dem in Abschnitt 5.1 vorgestellten abweicht und die Diskrepanz zum  $T^3$ -Verlauf des Tunnelmodells außer Frage steht.

Der physikalische Hintergrund dieser Beobachtungen ist noch nicht klar. Wahrscheinlich ist jedoch die im Tunnelmodell vernachlässigte elastische Wechselwirkung der Tunnelsysteme untereinander für den bei tiefen Temperaturen flacheren Verlauf der inneren Reibung verantwortlich. Die Bedeutung der gegenseitigen Wechselwirkung ist schon früh experimentell nachgewiesen worden. In den von Arnold und Hunklinger [Arn75] an Borsilikatglas durchgeführten Messungen der Ultraschallabsorption wurde ein Ultraschallpuls hoher Intensität benutzt, um eine Gleichbesetzung der Tunnelsysteme mit einer der eingestrahlten Frequenz entsprechenden Energieaufspaltung, und damit eine Sättigung der Absorption zu erzielen. Mit Hilfe eines darauffolgenden Pulses niedriger Intensität läßt sich dieses in die Absorption gebrannte „Loch“ als Funktion der Frequenz des Sättigungspulses ausmessen. Die Breite dieses Lochs in der Absorption wächst mit der Zeit und der Temperatur an [Arn78]. Die zeitliche Verbreiterung wird der *spektralen Diffusion* zugeschrieben, die erstmals 1975 von Arnold und Hunklinger vorgeschlagen wurde [Arn75, Bla77]. Ändert sich der Zustand eines Tunnelsystems, wird sich die Energieaufspaltung der in der Umgebung befindlichen gesättigten Tunnelsysteme wegen der Ankopplung an das Verzerungsfeld ändern und somit zur Verbreiterung des Lochs in der Absorption führen.

Ein weiterer Effekt, der auf spektrale Diffusion zurückgeführt wird, betrifft den Amplitudenabfall kohärenter Phononenechos [Gra79]. Neben der Relaxation durch den in Abschnitt 2.3 diskutierten Ein-Phonon-Prozeß, d. h. die An- oder Abregung der Tunnelsysteme durch Absorption oder Emission thermischer Phononen, bewirkt zusätzlich die elastische Wechselwirkung der Tunnelsysteme untereinander eine Zerstörung der Phase. Die gestörten Tunnelsysteme können nicht mehr zum Echo beitragen und die Amplitude wird reduziert.

Die Annahme isolierter Tunnelsysteme bricht zusammen, wenn ihre gegenseitige Wechselwirkung stärker als die Wechselwirkung eines einzelnen Tunnelsystems mit den Phononen und — bei metallischen Gläsern — mit den Leitungselektronen ist. Im folgenden sollen zwei Theorien vorgestellt werden, die das Standard-Tunnelmodell um die gegensei-

tige elastische Wechselwirkung der Tunnelsysteme erweitern.

Einer Hypothese von Yu und Legett [YuL88] folgend, daß eine zu  $1/R^3$  proportionale Wechselwirkung zwischen zwei Defekten im Abstand  $R$  die Eigenschaften amorpher Systeme bei tiefen Temperaturen bestimmt, schlugen Burin und Kagan [Bur93, Bur94] eine durch virtuelle akustische Phononen vermittelte indirekte Wechselwirkung der Tunnelsysteme miteinander vor. Diese führt zu einer kohärenten Kopplung eines beliebigen Paares von Defekten die einen inneren Freiheitsgrad aufweisen, also sowohl Tunnelsystemen als auch beliebigen anderen Zwei-Niveau-Systemen. Als Folge treten niederenergetische kollektive Anregungen von zwei oder mehr Tunnelsystemen auf. Die kohärente Kopplung wird zerstört, falls die für eine kohärente Oszillation des gekoppelten Paares nötige Zeit größer als die Lebensdauer des Zustandes eines einzelnen Tunnelsystems  $\tau_1$  ist, also

$$\hbar/\Delta_{0,p} > \tau_1 . \quad (5.3)$$

Dabei ist  $\Delta_{0,p}$  die Tunnelaufspaltung, also im wesentlichen das Matrixelement für den Übergang eines gekoppelten Paares in den anderen Zustand. Die Lebensdauer  $\tau_1$  ist bei dielektrischen Gläsern durch die Relaxationszeit des direkten Prozesses  $\tau_d$  (Gl. 2.23) gegeben.

Aus Gl. 5.3 läßt sich eine maximale Entfernung  $R_c$  für die Bildung eines kohärent gekoppelten Paares ableiten. Den größten Beitrag zur spektralen Diffusion leisten symmetrische Tunnelsysteme, deren Energieaufspaltung  $E$  der thermischen Energie entspricht. Mit  $E \simeq \Delta_0 \simeq k_B T$  ergibt sich aus Gl. 2.23 die Relaxationsrate

$$\tau_{1,\min}^{-1} \simeq \frac{\gamma^2}{\rho \hbar^4 v^5} (k_B T)^3 . \quad (5.4)$$

Die Wechselwirkungsenergie der Paare ist von der Größenordnung  $U_0 \approx \gamma^2/\rho v^2$ , also

$$\tau_{1,\min}^{-1} \simeq \frac{U_0}{\hbar R_c^3} \quad \text{mit} \quad R_c \equiv \frac{\hbar v}{k_B T} . \quad (5.5)$$

Wegen Gl. 5.3 ist die kohärente Kopplung also für  $\Delta_{0,p} > U_0/R_c^3$  von Bedeutung. Eine Abschätzung von  $R_c$  ergibt für dielektrische Gläser  $1 \mu\text{m}$  bei 100 mK.

Aus der Wahrscheinlichkeit, daß ein Tunnelsystem innerhalb des kohärenten Bereichs  $R_c^3$  einen resonanten Partner findet, ergibt sich für  $\Delta_{0,p} < k_B T C$  eine im Vergleich zu isolierten Tunnelsystemen größere Zustandsdichte der Paaranregungen.

Für die Relaxationsrate der Paare folgt

$$\tau_p^{-1} \simeq \frac{10C^3 k_B T}{\hbar} , \quad (5.6)$$

und damit eine wegen Gl. 2.26 in der Temperatur lineare innere Reibung. Der Übergang zwischen der Relaxation unter Beteiligung von Phononen (direkter Prozeß) und Relaxation durch kollektive Anregungen erfolgt bei  $\tau_p = \tau_{1,\min}$ . In Quarzglas sollte er bei ungefähr

30 mK erfolgen. Esquinazi *et al.* [Esq92] haben ein derartiges Verhalten in Messungen der inneren Reibung von Quarzglas bei einer Meßfrequenz von ungefähr 400 Hz möglicherweise beobachtet.

In einem von Enss und Hunklinger [Ens97] vorgeschlagenen Ansatz, auf den bereits kurz in Abschnitt 2.4 eingegangen wurde, wird die im Tunnelmodell vernachlässigte Wechselwirkung durch Einbeziehen inkohärenter Tunnelprozesse berücksichtigt. Die von Würger für substitutionelle Defekte in Alkalihalogenidkristallen ausgearbeitete Theorie [Wue94, Wue97] zeigt, daß eine zunehmende Kopplung der Tunnelsysteme untereinander, die durch das Verzerrungsfeld bzw. das elektrische Feld der Tunnelsysteme vermittelt wird, zu einer Unterdrückung der kohärenten Tunnelprozesse und einem Übergang zu inkohärentem Tunneln führt. Dies führt zu einer Reduktion der resonanten Beiträge zur Änderung der Schallgeschwindigkeit bzw. der dielektrischen Konstanten. Zusätzlich treten Relaxationsprozesse durch die kollektive Bewegung der Tunnelsysteme auf.

Der zentrale Parameter dieser Theorie ist durch das Verhältnis der mittleren Wechselwirkungsenergie  $\bar{J}$  der Tunnelsysteme untereinander und der Tunnelaufspaltung  $\Delta_0$  gegeben,  $\mu = \bar{J}/\Delta_0$ . Die resonanten Beiträge zur Schallgeschwindigkeitsänderung werden gegenüber den isolierten Tunnelsystemen um den Faktor

$$\frac{(\sqrt{1+\mu^2} - \mu)^2}{\sqrt{1+\mu^2}} \quad (5.7)$$

reduziert. Für die zusätzlichen Relaxationskanäle ergibt sich eine Rate von

$$\tau^{-1} \propto \mu^4 T. \quad (5.8)$$

Insbesondere ist  $\mu$  proportional zur Konzentration der Tunnelsysteme, so daß  $\mu$  bei geringen Konzentrationen klein ist und sich die Tunnelsysteme unabhängig voneinander bewegen. Für  $\mu > 1$  ist die Kopplung so stark, daß die Bewegung der Tunnelsysteme fast vollständig inkohärent verläuft. Die resonanten Beiträge zu den elastischen und dielektrischen Eigenschaften sind fast vollständig unterdrückt, es treten hauptsächlich Relaxationsbeiträge auf.

Um das vorgestellte Modell auf amorphe Systeme übertragen zu können wird angenommen, daß auch in Gläsern für  $\mu > 1$  ein Übergang zu inkohärentem Tunneln stattfindet. Problematisch ist allerdings, daß sich in Gläsern zwar eine mittlere Wechselwirkungsenergie  $\bar{J}$  definieren läßt, die Tunnelaufspaltung  $\Delta_0$  im Gegensatz zu Kristallen aber breit verteilt ist. Der Parameter  $\mu$  ist daher nicht eindeutig definiert, sondern eine Funktion der Tunnelaufspaltung. Da aber  $\bar{\Delta}_0 \propto E$ , und die Hauptbeiträge von Tunnelsystemen mit  $E \simeq k_B T$  kommen, gilt  $\mu = \bar{J}/\bar{\Delta}_0 \propto T^{-1}$ . Mit abnehmender Temperatur nimmt also der Anteil der inkohärenten Tunnelprozesse für die bei der jeweiligen Temperatur relevanten Tunnelsysteme zu. Die durch Gl. 5.7 und Gl. 5.8 modifizierten Vorhersagen des Tunnelmodells für die relative Änderung der Schallgeschwindigkeit und die innere Reibung wurden an die in Abschnitt 2.4 vorgestellten Daten aus Vibrating-Reed-Messungen

an Quarzglas angepaßt [Ens97]. Dabei wurden nur zwei zusätzliche Parameter benutzt, nämlich  $\mu$  sowie der Vorfaktor des zusätzlichen Relaxationsbeitrags, Gl. 5.8. Obwohl die Theorie für die in Kristallen auftretenden symmetrischen Tunnelsysteme ausgearbeitet wurde, ergibt sich eine erstaunlich gute Übereinstimmung, sowohl für die innere Reibung, als auch die relative Änderung der Schallgeschwindigkeit. Im Bereich des Dämpfungsplateaus tragen aber hauptsächlich unsymmetrische Tunnelsysteme zur Absorption bei, so daß die Höhe des Plateaus bei dem hier vorgestellten Modell überschätzt wird. Die Anpassung an die Meßdaten ergab eine mittlere Wechselwirkungsenergie  $\bar{J}/k_B \approx 1$  mK. Damit ergibt sich ein Verlauf der inneren Reibung und der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung bei Gläsern, der dem experimentell beobachteten sehr ähnlich ist. Unterhalb von 1 mK sollten die dominanten Tunnelsysteme fast ausnahmslos inkohärent tunneln, so daß der resonante Beitrag zur Schallgeschwindigkeitsänderung verschwindet. Eine nahezu konstante Schallgeschwindigkeit wurde von Esquinazi *et al.* [Esq92] unterhalb dieser Temperatur tatsächlich beobachtet, wobei fraglich ist, ob die Messungen im linearen Bereich durchgeführt wurden. Im Bereich zwischen 10 und 100 mK sollte die Schallgeschwindigkeitsänderung weniger steil verlaufen als vom Tunnelmodell vorhergesagt, da die resonanten Beiträge reduziert werden und zusätzliche Relaxationsbeiträge auftreten. Damit wird auch das Steigungsverhältnis der Schallgeschwindigkeitsänderung ober- und unterhalb des Maximums in Richtung der experimentellen Befunde korrigiert. Wegen der zusätzlichen Relaxationsbeiträge sollte auch die Absorption bei tiefen Temperaturen größer sein, so daß der Anstieg der inneren Reibung schwächer verläuft als vom Tunnelmodell vorhergesagt.

Die beiden vorgestellten Theorien sind also in der Lage, die Vorhersagen des Standard-Tunnelmodells unter Einbeziehung der elastischen Wechselwirkung in Richtung der experimentellen Befunde zu modifizieren. Unklar ist, auf welche Art und Weise die experimentell beobachtete Frequenzabhängigkeit des Dämpfungsanstiegs bei tiefen Temperaturen, für die bisher keine theoretische Vorhersage vorliegt, in die Theorien integriert werden kann, wobei die innere Reibung nicht notwendigerweise gemäß Gl. 5.1 von der Temperatur abhängen muß. Vergleicht man eine der gemessenen Kurven mit der vom Tunnelmodell vorhergesagten ist a priori nicht einmal klar, ob sich der Plateaubereich zu tieferen Temperaturen erstreckt oder aber die innere Reibung bereits bei einer höheren Temperatur nach unten abknickt, die tatsächliche Dämpfung also ober- oder unterhalb der vorhergesagten liegt. Offensichtlich ist jedoch, daß die Vernachlässigung der gegenseitigen Wechselwirkung der Tunnelsysteme eine zu weitgehende Vereinfachung ist.

Eine weitere, in dieser Klarheit bisher nicht beobachtete Frequenzabhängigkeit zeichnet sich im Bereich des Dämpfungsplateaus ab, dessen Höhe im Gegensatz zur Vorhersage des Tunnelmodells nicht konstant zu sein scheint. Obwohl die Unterschiede, mit Ausnahme der im Experiment niederfrequentesten Mode, im Bereich der statistischen Fehler liegen, zeigen die gemittelten Plateauhöhen doch eine eindeutige Tendenz. Darüberhinaus wird die für Suprasil W bereits früher vermutete Polarisationsunabhängigkeit der makroskopischen Kopplungskonstante  $C$ , bzw. des Quotienten aus Deformationspotential und Schallgeschwindigkeit  $\gamma/v$ , durch die Messungen unterstützt. Sowohl der Plateauwert der

inneren Reibung als auch die Steigung der Schallgeschwindigkeitsänderung oberhalb des Maximums scheinen, zumindest innerhalb des experimentellen Fehlers, unabhängig von der Polarisation der gemessenen Mode zu sein.

Oberhalb des Plateaubereichs stimmt der Verlauf gut mit den Erweiterungen des Tunnelmodells überein. Beide in Abschnitt 2.4 diskutierten Szenarien, nämlich thermisch aktivierte Prozesse bzw. inkohärentes Tunneln, sagen sowohl für die innere Reibung als auch die relative Schallgeschwindigkeitsänderung nahezu identische Temperaturverläufe voraus, wobei der einzige deutliche Unterschied in der Frequenzabhängigkeit der Lage des Dämpfungsmaximums besteht. Aus den für beide Modelle durchgeführten Anpassungen der Vorhersagen an die Meßdaten wird offensichtlich, daß die Absorption im Bereich des Maximums durch thermisch aktivierte Prozesse dominiert ist, wobei das zur Verfügung stehende Frequenzintervall allerdings relativ klein ist.

Abschließend soll noch auf einige experimentelle Aspekte eingegangen werden. Wie in vielen Messungen stellt die geringe Größe des zu detektierenden Signals ein zentrales Problem dar. Wegen des zu Beginn dieses Abschnittes diskutierten Einflusses von Nichtlinearitäten auf die Bestimmung der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung bei tiefen Temperaturen erweist sich eine Reduktion der Anregungsspannung auf einen möglichst geringen Wert als notwendig. Aufgrund der linearen Abhängigkeit der Detektionsspannung von der Auslenkung nimmt damit auch die Größe des Meßsignals drastisch ab. Wie bereits erwähnt, konnte die Anregungsspannung bei der Messung der 334 Hz-Mode nicht ausreichend reduziert werden, da das Signal durch Störungen stark beeinträchtigt wurde. Als problematisch erweist sich in diesem Fall die Regelung der Resonanzfrequenz, die mit zunehmender Störung des Signals immer schlechter funktioniert. Bei der Messung der 5030 Hz-Mode z. B. wurde die Anregungsspannung so weit reduziert, daß die detektierte Spannung im Bereich von 50 nV und damit an der Grenze des mit dem vorhandenen Aufbau möglichen lag. Die Ursachen der Störungen konnten nicht abschließend geklärt werden. Zum einen handelt es sich mit Sicherheit um Vibrationen von Pumpen und Trittschall, die von außen in den Kryostaten eingekoppelt werden, und wegen des breiten Frequenzspektrums eine Vielzahl von insbesondere niederfrequenten Moden anzuregen vermögen. Desweiteren kommt der Kryostat selbst als Quelle von Störungen in Betracht: In [Cle91] wird berichtet, daß das dort untersuchte Quarzglas-Paddle nur in einem der beiden vorhandenen Kryostaten zufriedenstellend betrieben werden konnte, während in dem anderen die Messung durch mechanische Störungen zunichte gemacht wurde. Insbesondere konnte bei tiefen Temperaturen keine ausreichende Thermalisierung der Probe erreicht werden, was einer durch die eingekoppelten Vibrationen bedingten Selbstheizung der Probe zugeschrieben wurde. Die Vermutung liegt nahe, daß Strömungen innerhalb des Kryostaten, bzw. ein „ungünstiger“ Zustand von Mischkammer oder 1 K-Topf, durch Turbulenzen o. ä., Vibrationen in den Oszillator einkoppeln. Bemerkenswerterweise wurden häufig periodische Störungen mit äußerst niedriger Frequenz beobachtet, so daß es sich nicht ausschließlich um Rauschen handelt.

Auch die kapazitive Detektion des Signals stellt eine potentielle Quelle für eine Viel-

zahl von Störungen dar. So erweist sich die Kabellänge von ca. 2 m natürlich als nachteilig, da die detektierten Spannungen bei tiefen Temperaturen in der Größenordnung von  $1 \mu\text{V}$  bzw. deutlich darunter liegen. Hier läßt sich evtl. mit einem Vorverstärker Abhilfe schaffen, der in unmittelbarer Nähe des Experiments bei tiefen Temperaturen betrieben wird. Ebenfalls diskutiert wurde die Detektion mit Hilfe eines SQUID, die aber im Rahmen dieser Arbeit leider noch nicht implementiert wurde. Ob die dadurch gesteigerte Empfindlichkeit die Messung verbessert, ist allerdings fraglich — wenn die Störungen tatsächlich durch eingekoppelte mechanische Vibrationen dominiert werden, läßt sich auf diese Weise keine Verbesserung erreichen. Auf jeden Fall ist die höhere Empfindlichkeit der Detektion hilfreich bei der Charakterisierung der Störungen.

Die Vermutung, daß der für die Detektion notwendige hochohmige Vorwiderstand  $R$  (vgl. Abschnitt 4.1 bzw. Abb. 4.2) eine bedeutende Quelle für thermisches Rauschen darstellt, konnte nicht bestätigt werden. Da nach dem *Nyquist-Theorem* für das mittlere Quadrat dieser Spannung  $\langle V^2 \rangle = 4k_{\text{B}}TR\Delta f$  gilt, wobei  $\Delta f$  die Bandbreite der Meßelektronik ist, sollte sich der Rauschpegel durch Wahl eines kleineren Widerstandes reduzieren lassen. Allerdings konnte auch mit einem um einen Faktor 400 kleineren Widerstand keine Verbesserung beobachtet werden.

## 6 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden niederfrequente akustische Messungen an Quarzglas durchgeführt. Der verwendete Oszillator, das *Double Paddle*, ist der klassischen Vibrating-Reed-Methode in vieler Hinsicht überlegen. Insbesondere ist die Untergrunddämpfung gegenüber dem Vibrating Reed deutlich reduziert, da in unmittelbarer Nähe der Einspannung kaum Verzerrung auftritt und die Dissipation von Schwingungsenergie dadurch reduziert wird. Das Paddle eignet sich deshalb besonders zur Messung kleiner intrinsischer Probendämpfungen, wie sie bei sehr tiefen Temperaturen auftreten. Außerdem stehen mehrere Moden zur Verfügung, so daß sich Messungen der Frequenz- und der Polarisationsabhängigkeit an ein und derselben Probe durchführen lassen.

Insgesamt vier Moden wurden in einem Bereich von 5 mK bis 40 K gemessen. Die Ergebnisse fügen sich gut in ältere Vibrating-Reed-Messungen ein, wobei der Temperaturbereich nach unten erweitert werden konnte. Unterhalb von 10 mK setzt sich der Verlauf der inneren Reibung  $Q^{-1}$  und der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung  $\delta v/v$  im wesentlichen fort; ein Abknicken von  $\delta v/v$  aufgrund von inkohärenten Tunnelprozessen [Ens97] konnte bei den experimentell erreichten Temperaturen nicht beobachtet werden.

Neue Resultate ergaben die Messungen hinsichtlich der Frequenz- und Polarisationsabhängigkeit der gemessenen Größen, die bisher in dieser Klarheit nicht beobachtet worden sind. Besonders bemerkenswert ist die Frequenzabhängigkeit des Anstiegs der inneren Reibung bei sehr tiefen Temperaturen, der mit zunehmender Meßfrequenz systematisch steiler wird. Insbesondere verläuft die Dämpfung der im Experiment niederfrequentersten Mode sublinear mit der Temperatur. Wegen der beim Paddle geringen, allerdings im Detail nicht bekannten, Untergrunddämpfung konnte die Abweichung des Dämpfungsanstiegs vom  $T^3$ -Verhalten des Tunnelmodells eindeutig bestätigt werden. Für eine genauere Untersuchung der Frequenzabhängigkeit sind aber weitere Messungen, sowohl bei höheren als auch bei tieferen Frequenzen, wünschenswert. Besonders interessant ist die bei tiefen Frequenzen sublinear in der Temperatur verlaufende Dämpfung, da sie im Widerspruch zu der von Burin *et al.* [Bur93, Bur94] ausgearbeiteten Theorie steht. Außerdem wurde eine schwache Abhängigkeit der Plateauhöhe von der Meßfrequenz beobachtet.

Ein weiteres Resultat hinsichtlich der Frequenzabhängigkeit betrifft das thermisch aktivierte Maximum: Für die Absorption im Bereich des Dämpfungsmaximums läßt sich eine Dominanz von thermisch aktivierten Prozessen gegenüber inkohärenten Tunnelprozessen folgern.

Auch aus der unterschiedlichen Polarisation der gemessenen Moden lassen sich Schlüsse ziehen. Insbesondere wurde deutlich, daß die makroskopische Kopplungskonstante  $C$  von Quarzglas, wie schon früher vermutet, unabhängig von der Polarisation ist.

Eine Erklärung der beobachteten Effekte steht noch aus. Vermutlich ist aber die im Tunnelmodell vernachlässigte Wechselwirkung der Tunnelsysteme untereinander für das Verhalten der inneren Reibung unterhalb von 100 mK verantwortlich. Die von Enss und Hunklinger [Ens97] bzw. Burin und Kagan [Bur93, Bur94] vorgeschlagenen Theorien korrigieren die Aussagen des Tunnelmodells in die richtige Richtung, die beobachtete Frequenzabhängigkeit des Dämpfungsanstiegs läßt sich jedoch bis heute nicht erklären. Unklar ist, auf welche Art und Weise die Frequenzabhängigkeit eingebunden werden kann.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß mit Hilfe des Double Paddles zuverlässige Aussagen über die bei tiefen Temperaturen sehr geringe intrinsische Probendämpfung sowie die Frequenz- und Polarisationsabhängigkeit der Meßgrößen getroffen werden können. Wie auch bei den anderen mechanischen Oszillatoren stellt der Einfluß von Nichtlinearitäten ein zentrales Problem dar; um bei tiefen Temperaturen mit noch geringeren Amplituden messen zu können, muß jedoch die Entkopplung des Oszillators von äußeren Vibrationen verbessert werden.

## Literaturverzeichnis

- [And72] P. W. Anderson, B. I. Halperin, C. M. Varma, *Philos. Mag.* **25** (1972) 1
- [Arn75] W. Arnold, S. Hunklinger, *Solid State Commun.* **17** (1975) 883
- [Arn78] W. Arnold, C. Martinon, S. Hunklinger, *J. Phys. Paris Lett.* **39** (1978) C6
- [Bal97] K. Balakrishnan, M. K. Marhas, N. L. Ghodke, V. Ganesan, R. Srinivasan, *Rev. Sci. Instrum.* **68** (1997) 3436
- [Ber75] B. S. Berry, W. C. Pritchett, *IBM J. Res. Develop.* **19** (1975) 334
- [Bis] D. J. Bishop, Dissertation, Cornell University
- [Bla77] J. L. Black, B. I. Halperin, *Phys. Rev. B* **16** (1977) 2879
- [Bra85] V. B. Braginsky, V. P. Mitrofanov, V. I. Panov, *Systems with Small Dissipation*, University of Chicago Press, Chicago (1985)
- [Bur93] A. L. Burin, Yu. Kagan, *Physica B* **91** (1993) 367
- [Bur94] A. L. Burin, Yu. Kagan, *JETP* **79** (1994) 347
- [Cah89] D. G. Cahill, J. E. Van Cleve, *Rev. Sci. Instrum.* **60** (1989) 2706
- [Cla91] J. Classen, Diplomarbeit, Universität Heidelberg (1991)
- [Cla94] J. Classen, C. Enss, C. Bechinger, G. Weiss, S. Hunklinger, *Ann. Phys.* **3** (1994) 315
- [Cle91] J. E. Van Cleve, Dissertation, Cornell University (1991)
- [Cou53] R. Courant, D. Hilbert, *Methods of Mathematical Physics*, Interscience Publ., New York (1953)
- [Ens97] C. Enss, S. Hunklinger, *Phys. Rev. Lett.* **79** (1997) 2831
- [Esq92] P. Esquinazi, R. König, F. Pobell, *Z. Phys. B* **87** (1992) 305
- [Gra79] J. E. Graebner, B. Golding, *Phys. Rev. B* **19** (1979) 964
- [Hei99] M. Heitz, persönliche Mitteilung

- [Her94] *Quarzglas für die Optik, Daten und Eigenschaften*, Heraeus Quarzglas GmbH, Hanau (1994)
- [Her99] Heraeus Quarzglas GmbH, Hanau, persönliche Mitteilung
- [Hoh99] S. Hohmann, persönliche Mitteilung
- [Hun73] S. Hunklinger, W. Arnold, S. Stein, *Phys. Lett. A* **45** (1973) 311
- [Hun74] S. Hunklinger, *Proc. Ultrasonic Symp. (IEEE)* (1974) 443
- [Hun76] S. Hunklinger, W. Arnold, in *Physical Acoustics* **12**, Ed.: R. N. Thurston, W. P. Mason, Academic Press, New York (1976) 155
- [Hun77] S. Hunklinger, *Adv. Solid State Physics XVII*, Ed.: J. Treusch, Vieweg, Braunschweig (1977) 1
- [Hun99] S. Hunklinger, C. Enss, P. Strehlow, *Physica B* **263-264** (1999) 24
- [Jac72] J. Jäckle, *Z. Phys.* **257** (1972) 212
- [Kin62] L. E. Kinsler, A. R. Frey, *Fundamentals of Acoustics*, John Wiley & Sons, New York (1945)
- [Kle87] R. N. Kleiman, G. Agnolet, D. J. Bishop, *Phys. Rev. B* **36** (1987) 6551
- [Maz83] O. V. Mazurin, M. V. Streltsina, T. P. Shvaiko-Shvaikovskaya, *Handbook of Glass Data*, Part A, Elsevier Science, Amsterdam (1983)
- [Miu90] K. Miura, T. Miura, *Philos. Mag. A* **62** (1990) 511
- [Phi72] W. A. Phillips, *J. Low Temp. Phys.* **7** (1972) 351
- [Pob92] F. Pobell, *Matter and Methods at Low Temperatures*, Springer Verlag, Heidelberg (1992)
- [Rab86] T. Rabenau, Dissertation, Univ. Heidelberg (1986)
- [Rau95] S. Rau, C. Enss, S. Hunklinger, P. Neu, A. Würger, *Phys. Rev. B* **52** (1995) 7179
- [Ray84] A. K. Raychaudhuri, S. Hunklinger, *Z. Phys. B, Cond. Mat.* **57** (1984) 113
- [Sch87] T. Schreiner, Diplomarbeit, Universität Heidelberg (1987)
- [Sch91] M. Schultz, Diplomarbeit, Universität Heidelberg (1991)
- [Sku54] E. Skudrzyk, *Die Grundlagen der Akustik*, Springer Verlag, Berlin (1954)

- [Ste73] R. B. Stephens, Phys. Rev. B **8** (1973) 2896
- [Str98] P. Strehlow, C. Enss, S. Hunklinger, Phys. Rev. Lett. **80** (1998) 5361
- [Tie92] D. Tielbürger, R. Merz, R. Ehrenfels, S. Hunklinger, Phys. Rev. B **45** (1992) 2750
- [TTs97] S. Hunklinger, C. Enss, *Tieftemperaturphysik*, Notizen zur Vorlesung, Universität Heidelberg (1997)
- [Whi93] B. E. White, Jr., R. O. Pohl, in *Phonon Scattering in Condensed Matter VII: Springer Series in Solid State Sciences* **112**, Ed.: M. Meissner and R. O. Pohl, Springer Verlag, Berlin (1993) 273
- [Whi95] B. E. White, Jr., R. O. Pohl, Phys. Rev. Lett. **75** (1995) 4437
- [Whi96] B. E. White, Jr., Dissertation, Cornell University (1996)
- [Wue94] A. Würger, Z. Phys. B **94** (1994) 173, **98** (1995) 561
- [Wue97] A. Würger, *Springer Tracts in Modern Physics* **135**, Springer Verlag, Heidelberg (1997)
- [YuL88] C. C. Yu, A. J. Legett, Comm. Cond. Matt. Phys. **14** (1988) 231
- [Zel71] R. C. Zeller, R. O. Pohl, Phys. Rev. B **4** (1971) 2029



## Danksagung

Ein herzliches Dankeschön an alle, die zum Gelingen meiner Diplomarbeit beigetragen haben:

- Herrn Priv.-Doz. Dr. C. Enss für die Betreuung der Diplomarbeit und die Aufnahme in seine Arbeitsgruppe, Herrn Prof. Dr. S. Hunklinger für das Interesse an den Experimenten, die Zweitkorrektur der Arbeit und die Fürsprache im Dekanat.
- Herrn Dr. Johannes Claßen für seine Unterstützung und Erfahrung sowie die kritische Durchsicht der Arbeit, Herrn Dr. Robert Weis für Beistand in allen Lebenslagen.
- Dem vorderen Labor für die tolle Atmosphäre: Markus Heitz (die FE-Rechnungen), Steffen Hohmann, Veerle Keppens, Torsten Kramer (für das erste halbe Jahr und die Besprechung der Meßdaten), Jürgen Meier, Andre Wachowiak und Dr. Dietrich Wehnes.
- Dem mittleren Labor für geleisteten Beistand: Martin Hansmann.
- Dem hinteren Labor für Kaffee und eine aufreibende Zeit: Andreas Brederock, Andreas Fleischmann, Karsten Horst, Stefan Ludwig, Detlef Schreiber, Jan Schönefeld (für seine fast immer gute Laune) und Jürgen Sollner.
- Dem 1. Stock: Dr. Gernot Kasper, Jan Honolka, Jens Köpflinger, Dirk Thomsen.
- Den Herren D. Hertel und P. Frauenfeld für kalte Sachen und elektronische Spielereien.
- Dem *sneak*-Team (Karsten, Torsten, Volker und Wendy) für Euer grenzenloses Durchhaltevermögen.
- Recht schönen Dank an Karsten und Stefan für die nette Gesellschaft und Zusammenarbeit während der langen Messungen!
- Johann für den regelmäßigen Besuch der Mensa im Feld.
- Dem *China-Mann*, *Cafe Moro* und den umliegenden Bäckereien für kulinarische Genüsse.
- Jürgen M., Markus und Karsten für die tatkräftige Unterstützung am letzten Tag!

Der größte Dank gebührt jedoch meinen Freunden, die mir in den letzten Jahren so viel Spaß bereitet und mir die Treue gehalten haben:

- Braunschweig: Felix B. Rackwitz, Christiane Scheffer, Timo Stülten, Petra Trüschel und Jan Voigt (für Schweden und die vielen Besuche).
- Hamburg: Götz Gaycken und Justus Henkmann.
- Uppsala/Stockholm: Hadi Hadidi (för hamburgare och öl), Björgvin Hjörvarsson (för *Alice* och allting annat), Lars Larsson-Cohn (für Heidelberg och Uppsala) und Andrius Miniotas (hope we make it to *Blaue Blume* next time). Tack för er vänskap!

Und ganz besonders meinen Heidelberger Freunden, für die schöne Zeit: Björn Baschek, Jörg und Cornelia Bewersdorf, Volker Hahn, Karsten Horst, Torsten Kramer, Wendy Kreß, Jens Köplinger, Johann von Saldern, Thorsten Schmidt, Rainer Wackermann sowie den Mathematikern.