



Phantasie und Mathematik

VON

Moritz Cantor und Hugo Eckener

Quelle: **Deutsche Revue** : eine Monatsschrift

- Band 28,1 (1903) Moritz Cantor: Phantasie und Mathematik
- Band 28,2 (1903) Hugo Eckener: Eine kleine Entgegnung
- Band 28,2 (1903) Moritz Cantor: Antwort auf vorstehenden Artikel

Signatur UB Heidelberg: H 279

Digitale Ausgabe von
Gabriele Dörflinger
Universitätsbibliothek Heidelberg, 2012.

<http://www.ub.uni-heidelberg.de/archiv/21475>

1903 publizierte der Heidelberger Mathematikhistoriker MORITZ CANTOR (1829–1920) einen Artikel über *Phantasie und Mathematik* in der *Deutschen Revue*, dem eine Entgegnung von HUGO ECKENER (1868–1954) folgte, auf die wiederum Moritz Cantor antwortete.

Hugo Eckener studierte Psychologie, Philosophie, Geschichte und Volkswirtschaft und wurde 1892 mit einer von Wilhelm Wundt betreuten physiologischen Arbeit „Untersuchungen über die Schwankungen der Auffassung minimaler Sinnesreize ...“ promoviert. Ab 1893 arbeitete er als Journalist in Flensburg, wechselte einige Jahre später zur „Frankfurter Zeitung“ und zog aus gesundheitlichen Gründen nach Friedrichshafen am Bodensee um. Dort begegnete er 1908 dem Grafen Zeppelin, der ihn für Luftschiffe begeisterte, und trat in das Unternehmen Zeppelin ein. Bis zum folgenschweren Zeppelinunfall 1937 in Lakehurst florierte das Unternehmen.

Inhaltsverzeichnis

1 Phantasie und Mathematik / Moritz Cantor	3
2 Eine kleine Entgegnung / Hugo Eckener	6
3 Phantasie, Mathematik und kein Ende / Moritz Cantor	10

Der Beitrag Hugo Eckeners wurde vollständig zitiert, da sonst die Replik Cantors unverständlich bleibt. Die drei Texte wurden durch einige Anmerkungen ergänzt.

Zusammengestellt und annotiert von Gabriele Dörflinger,
Universitätsbibliothek Heidelberg, Januar 2012

1 Phantasie und Mathematik

von MORITZ CANTOR (Heidelberg)

Quelle:

Deutsche Revue. — Band 28,1 (1903), S. 362–365

Vor einiger Zeit las ich in einem kleinen Lokalblatt folgenden Scherz:

„*Immer derselbe*. Stammgast, Professor der Mathematik, zur Kellnerin: Es ist Ihnen wohl zu wenig, wenn ich Ihnen täglich zwei Pfennige Trinkgeld gebe? Liebes Kind, das sind in 10000 Jahren 73000 Mark!“

Ich ärgere mich! Nicht etwa darüber, daß hier einem Fachgenossen von mir die Dummheit zugetraut war, er habe durch seine Rede der Kellnerin und sich selbst ein unerreichbar hohes Lebensziel gesetzt, aber über die Überschrift: „Immer derselbe.“ So denken sich eben viele Leute den Mathematiker!

Eine blaue Brille, schon etwas defekter Cylinderhut, der die Glatze nur teilweise zu bedecken vermag, eine Portion Zerstretheit, die höchstens beim Anhören einer Rechenaufgabe verschwindet, eine durch nichts aufzufrischende Trockenheit, die notwendige Folge der Beschäftigung mit dem trockensten Fache, das ist ein Mathematiker.

Ich zweifle nicht daran, daß bei dieser Schilderung mancher Leser, manche Leserin in den Schatz seit längerer oder kürzerer Zeit verblaßter Schulerinnerungen zurückgreifend beifällig nickt: so und nicht anders war er, der langweilige N.N., der uns mit dem pythagoräischen, mit dem ptolemäischen Lehrsätze, mit umgekehrter Regeldetri oder gar mit Buchstabenrechnung plagte; so sind die Mathematiker, fahren die genannten Leser und Leserinnen fort. Sie verallgemeinern die ungünstigen Eindrücke, die sie einmal empfangen haben, und betrachten entgegenstehende Beispiele als seltene Ausnahmen, nur dazu angethan, die Regel zu bestätigen. Ja sie gehen noch weiter, sie machen der Mathematik zum Vorwurfe, was einzelne Handlanger an deren Aufbau sündigen. Hört die Malerei, die Musik auf, eine erhabene Kunst zu sein, weil Anstreicher sich begnügen, die Außenwände der Häuser einfarbig zu übertünchen, weil Orgeldreher als einzige Abwechslung kennen, den Schunkelwalzer oder einen andern augenblicklich modernen Gassenhauer herunterzuleiern? Und dennoch giebt es jedenfalls mehr Anstreicher als Maler, mehr Orgeldreher als Komponisten. Und selbst unter den Malern, unter den Komponisten, wie vielen hat man bleibend den Ruhm der Künstlerschaft zugestanden? Ich will in kein Wespennest stechen, ich will nicht in den Kampf zwischen alter, neuer und neuester Malerei, zwischen Tonkunst der Vergangenheit, der Gegenwart und der Zukunft anders als mit diesen wenigen Worten mich einmengen, ich will nur andeuten, daß nicht jeder ein Künstler ist, ein Künstler bleibt, der Pinsel oder Taktstock führt, ich verlange als Gegenleistung nur, daß nicht jeder als Vertreter der Mathematik betrachtet werde, der mit Kreide und Schwamm an der Schultafel sein Handwerk treibt.

Ich möchte nicht mißverstanden sein. Nichts liegt mir ferner als eine Geringschätzung des Schulmathematikers. Der Beruf, dem, um nur ganz wenige

Namen zu nennen, ein Graßmann, ein Weierstraß, ein Fuchs¹ kürzere oder längere Zeit angehörten, kann ganz gewiß mehr derartige Größen ersten Ranges enthalten, die nicht das Glück hatten oder haben, rechtzeitig erkannt zu werden, wenn nicht gar sich selbst zu erkennen. Hat es doch Jahre gedauert, bis der Rechtsanwalt Cayley zum berühmten Mathematiker Cayley wurde.

Mag, fahre ich nach dieser abwehrenden Zwischenbemerkung fort, mancher Mathematiker trocken sein, die Mathematik ist es nicht! Sie ahnen nicht, sagte einmal Gauß zu einem seiner Schüler, wie viel Poesie in der Berechnung einer Logarithmentafel steckt! Aber wie soll man dem großen Laienkreise den Zusammenhang zwischen Phantasie und Mathematik, den diese Plauderei erläutern möchte, klar machen? So viel ich sehe, können drei Gesichtspunkte geltend gemacht werden. Man kann auf die Aufgaben hinweisen, deren Lösung die Mathematik anstrebt; man kann die Frage aufwerfen, wie der Mathematiker arbeitet; man kann an dem Bilde eines oder des andern großen Mathematikers zeigen, daß es ihm keinesfalls an Phantasie gebrach.

Die Aufgaben, die der Mathematiker sich gestellt sieht, und zu deren Lösung er sein Werkzeug — das ist eben die Mathematik — immer mehr auszubilden Veranlassung hat, sind von größter Mannigfaltigkeit. Keine noch so große, keine noch so kleine Zahl des gewöhnlichen Denkens kann eine halbwegs deutliche Anschauung des Unendlichgroßen, des Unendlichkleinen des Mathematikers geben, und diese Begriffe selbst geleiten seine Phantasie in Weiten des Weltenraums, lassen ihn Kleinheiten von Bewegungsgrößen erschließen, denen gegenüber Teleskop und Mikroskop sich unbrauchbar erweisen. Auf rohe, sinnliche Anschauung gestützt mußte wohl die älteste Weltanschauung die Erde ruhend im Mittelpunkt des Weltalls sich vorstellen, eine Vorstellung, die überdies dem Selbstgefühl des Menschen schmeichelte. Nicht minder naheliegend war die Vermutung von Licht-, von Wärmestrahlen, die sinnliche Empfindungen im Auge, auf der Körperoberfläche des Menschen hervorbrachten. Die rechnende Phantasie war es, die beide Meinungen dem Tode entgegenführte. Schritt für Schritt vollzog sich dieser Vorgang. Immer mehr entwickelte sich die Mathematik, und immer weiter entfernte man sich von den anfänglichen Meinungen. Ein Kopernikus wagte es, die Erde gleich den übrigen Wandelsternen um die Sonne kreisen zu lassen. Ein Kepler² gab die Gesetze dieser nicht kreisförmigen, aber doch kreisähnlichen Bewegungen. Ein Newton³ leitete die Gesetze aus einem einheitlichen Grunde her. Ein Gauß berechnete aus verhältnismäßig wenigen Beobachtungen eines zwar entdeckten, aber wieder verloren gegangenen kleinen Planeten die Himmelsstelle, an der man ihn zu suchen hatte und ihn wirklich wieder fand. Ein Leverrier erschloß aus Störungen in den Planetenbewegungen, die nicht erklärt werden konnten, es müsse ein weiterer Planet an einer gewissen Stelle vorhanden sein,

¹Zu Lazarus Fuchs (1833–1902) vgl. auch <http://www.ub.uni-heidelberg.de/archiv/20792>

²Zu Johannes Kepler (1571–1630) vgl. auch http://de.wikipedia.org/wiki/Johannes_Kepler

³Vgl. Cantors Aufsatz *Sir Isaac Newton* (Nord und Süd, Bd. 16, 1881); online verfügbar am Heidelberger Dokumentenserver: <http://www.ub.uni-heidelberg.de/archiv/12674>

den vorher noch niemand geahnt, geschweige denn gesehen hatte, und Leverriers Rechnungen vertrauend entdeckte man den Neptun. Und wieder auf der andern Seite, welcher Weg von Huyghens, der das Licht als eine Wellenbewegung erkannte, bis zu Maxwell und Hertz, die die Einheitlichkeit der auf Bewegungen beruhenden Erscheinungen des Lichtes, der Wärme, der Elektrizität mehr als nur wahrscheinlich machten. Welcher schöpferischer Phantasie bedurften diese Männer, um dichterisch vorauszusehen, was sie dann erst als wahr bewiesen.

Mit diesen letzten Worten bin ich schon an die Frage herangetreten, wie der Mathematiker arbeite. Unzweifelhaft läßt sie sich nicht einheitlich beantworten. Newton soll ja auf die Frage, wie er zu seiner Anziehungslehre gekommen sei, geantwortet haben: indem ich immer darüber nachdachte. Bei andern großen Mathematikern wird es wohl wie ein Lichtblitz gewesen sein, der ihnen plötzlich einen Ausweg zeigte, wo vorher alles verschlossen schien. Im Sommer 1852 hörte ich in Berlin bei Dirichlet eine Vorlesung über bestimmte Integrale. Er trug uns eines Tages die Lehre von dem Diskontinuitätsfaktor vor, eine seiner glänzenden Erfindungen. Am Schlusse seiner Auseinandersetzung bemerkte er: Das ist ein ganz einfacher Gedanke, aber — und dabei strich er schmunzelnd seinen Bart — wenn man ihn nicht hat, so hat man ihn eben nicht! Wieder ein Fall ist mir erinnerlich, in dem ein Mathematiker untergeordneten Ranges sich während einiger Monate vergebens mit einer Aufgabe abgeplagt und sie dann beiseite gelegt hatte. Nach mehreren Jahren, in denen er nie mehr an jene Aufgabe gedacht hatte, erwachte er in der Nacht und sah die Lösung vor sich, die er, rasch Licht machend, durch wenige hingekritzelte Worte andeutete und folgenden Tages ausarbeitete. Der Vorgang läßt sich nicht anders erklären, als daß diejenige Geistesthätigkeit, die man den dunklen Hintergrund der Seele genannt hat, die scheinbar vergessene Aufgabe treu aufbewahrte und unbewußt daran arbeitend sie zur Lösung brachte. Geometer verfahren wieder anders. Man weiß, daß Plücker⁴ versuchsweise Kreise auf Papier zeichnete und auf solche Weise den Chordalpunkt dreier Kreise entdeckte. Steiner⁵ dagegen zeichnete fast niemals, wie denn auch in der That die Figuren, die zu den zahllosen von ihm entdeckten Sätzen in der Ebene und besonders im Raume gehören, allzu verworren aussahen, um gezeichnet werden zu können. Er sah sie mit geistigem Auge vor sich und verfuhr mit kaum jeweils trügender Sicherheit. Das sind zweifellos recht sehr verschiedene Arbeitsarten, aber eines dürfte ihnen doch gemeinsam sein. Der erfinderische Mathematiker arbeitet, je erfindungsreicher er ist, um so mehr mit der Phantasie. Das Endergebnis steht ganz oder teilweise fertig vor ihm, bevor er es in zulässiger Weise zu erreichen vermag, und der Beweis hinkt dem erfundenen Satze oft erst nach zahlreichen mißlungenen Versuchen hinten nach. Bei keinem Mathematiker ist dieses so sichergestellt wie bei Euler, der es ja liebte,

⁴Zu Julius Plücker (1801–1868) vgl. auch

ALFRED CLEBSCH: Zum Gedächtnis an Julius Plücker. In: *Abh. der Königl. Gesellschaft der Wiss. in Göttingen*, Bd. 16 (1871); online verfügbar unter <http://www.ub.uni-heidelberg.de/archiv/12662>

⁵Zu Jakob Steiner (1796–1863) vgl. auch

EMIL LAMPE: Zur Biographie von Jakob Steiner. In: *Bibliotheca mathematica*, 3. Folge, Bd. 1 (1900); online verfügbar unter <http://www.ub.uni-heidelberg.de/archiv/14755>

den Fachgenossen einen Einblick in seine Geisteswerkstätte zu eröffnen.

Wohl! Die Mathematiker besitzen Phantasie und wissen auch sie zu gebrauchen. Aber vielleicht ist es nur eine ganz besondere, kleine, mathematische Taschenphantasie zum Privatgebrauche, wie Bolz sich in den „Journalisten“ ein ähnliches Taschenherz⁶ zuschreibt? Auch dieses Zugeständnis kann ich den Gegnern nicht machen. Mathematiker und insbesondere hervorragende Mathematiker pflegen eine ganz besondere Befähigung zum Naturgenuß an den Tag zu legen. Ebendieselben sind in den meisten Fällen musikalisch veranlagt. Beides spricht doch entschieden für ein auch außerhalb der Mathematik reges Gemüts- und Phantasieleben. Nicht minder haben große Mathematiker sich eine Stellung in der Literatur ihrer Nation verdient. Man lese doch Keplers Traum vom Monde⁷, um seine üppige, an Phantasterei grenzende Phantasie kennen zu lernen. Man erachte es nicht als velorene Zeit, Galileis Gespräche über zwei Weltsysteme durchzulesen. Man erfreue sich an Pascals⁸ Provinzialbriefen und an seinen Gedanken. Man gebe sich die kleine Mühe, die Einleitung zu Lagranges Mechanik oder Aufsätze von Helmholtz⁹ mehr als nur flüchtig anzusehen, und man wird vielleicht nicht ohne Beschämung zugestehen, so ein Mathematiker könne doch unter Umständen recht schön schreiben, er sei nicht trocken, nicht langweilig.

2 Eine kleine Entgegnung

Von **Dr. Hugo Eckener** (Friedrichshafen).

Quelle:

Deutsche Revue. — Band 28,2 (1903), S. 367–370

Die im März-Heft der „Deutschen Revue“ enthaltene interessante Ausführung von Professor Cantor versucht, einer in weiten Volkskreisen verbreiteten Geringschätzung und Abneigung entgegenzutreten, die gegenüber der Mathematik und ihren Vertretern besteht. Diese geringe Meinung von der Mathematik, die in ihrem innersten Kern vielleicht eine Reaktion vieler Gebildeten gegen ein leider häufig anzutreffendes hohes Selbstbewußtsein der „einzig exakten“ Herren Mathematiker bedeutet, äußert sich bekanntlich meistens in zwei Ausdrucksformen. Einmal meint man, mehr positiv, daß die Mathematik eine nüchterne, poesie- und phantasielose Wissenschaft und ihre Vertreter ebensolche Menschen seien. Zweitens sagt man wohl, mehr negativ, daß die mathematische „Schulung des Verstandes“ durchaus unnötig sei, und daß gerade sonst kluge und geistvolle

⁶Conrad Bolz, Redaktuer der Zeitung „Union“, im 3. Akt des Lustspiels „Die Journalisten“ von GUSTAV FREYTAG (1853)

⁷In der Übersetzung Ludwig Günthers online publiziert: <http://www.ub.uni-heidelberg.de/archiv/15537>

⁸Vgl. Cantors Aufsatz *Blaise Pascal* (Preußische Jahrbücher, Bd. 32, 1873); online verfügbar am Heidelberger Dokumentenserver: <http://www.ub.uni-heidelberg.de/archiv/12874>

⁹Zu Hermann von Helmholtz (1821–1894) vgl. auch http://de.wikipedia.org/wiki/Hermann_von_Helmholtz

Männer meistens recht schlechte Mathematiker schon auf der Schulbank gewesen seien. Hat Professor Cantor es nun vermocht, gegen diese Volksmeinung *Erheblich*s beizubringen? Wir glauben kaum, Wir sind sogar der Ansicht, daß seine Ausführungen in gewisser Weise eine Bestätigung jener Meinung geben.

Professor Cantor wendet sich ausschließlich gegen den ersteren Ausdruck der fraglichen Stimmung. Er bringt einen unter dem Stichwort „Immer derselbe“ gefundenen Scherz bei, demzufolge ein Professor der Mathematik der unzufriedenen Kellnerin vorrechnet, daß zwei Pfennig Trinkgeld täglich 73000 Mark in 10000 Jahren ausmacht. Er gesteht, sich darüber geärgert zu haben. Wir gestehen unsererseits, daß wir uns über diesen Witz amüsiert haben. Er ist zwar durchaus nicht neu oder besonders gut, aber er bringt doch in ganz treffender Weise zum Ausdruck, in welches Richtung sich die vulgo dafür gehaltene spezifische Mathematikerphantasie bewegt. Wir sagen mit Nachdruck „*Phantasie*“. Denn sicherlich ist es eine humorvoll verulkte *Phantasietätigkeit*, die in dem Witz die Rolle spielt. Ich glaube nicht, daß es einem Gebildeten einfallen würde, den Mathematikern Phantasie schlechtweg abzusprechen. Jeder Mensch in seinem Beruf — und um wieviel mehr die Großen eines Berufs! — entwickelt Phantasie. Aber gerade der Umstand, daß die in der Mathematik erforderliche Phantasie so eine ganz *besondere* Art ist, die von dem, was wir sonst Phantasie nennen, so durchaus verschieden ist, veranlaßt kurzweg zu sagen: die Mathematik hat mit Phantasie nichts zu tun. Was Professor Cantor nun selbst zur Rettung der Mathematiker anführt, bestätigt das summarische Volksurteil in schönster Weise. Es sind Kreise, Kräftegrößen und -Richtungen, Wellenbewegungen und Schwingungen und dergleichen mehr, was die mathematischen Größen in „dichterischer“ Phantasie vorausschauten. Aber es wird uns nicht bewiesen, daß sie auch sonst „phantasievoll“ gewesen seien, daß sie als Dichter, Musiker oder sonstwie eine Bestätigung der Einbildungskraft entwickelt hätten. Nur zum Schluß heißt es, daß „hervorragende Mathematiker eine ganz besondere Befähigung zum Naturgenuß“ an den Tag legten und meist musikalisch seien. Beweist das aber etwas andres als die alte Regel, daß wirklich große Talente auch große Menschen zu sein pflegen?

Worin liegt denn nun der Unterschied zwischen der, sagen wir, *vulgären* und der spezifisch-mathematischen Phantasietätigkeit? Die „*Phantasie*“ als eine Kraft des Gemütes ist natürlich in beiden Fällen dieselbe. Der Unterschied liegt nur in den *Objekten*, die die Phantasietätigkeit vor das innere Auge des Geistes bringt. Die gewöhnlich so genannte Phantasie führt uns das *Leben* vor in seinen konkreten Gestaltungen, die bunte, *qualitativ* verschiedene Welt der Empfindungen, Formen, Farben u.s.w. In ihrer höchsten Steigerung als *künstlerische* Phantasietätigkeit versteht sie es, gerade mit den intimsten, individuellen Zügen in Fleisch und Blut die Gebilde der geistigen Schöpferkraft auszustatten. Das gerade Widerspiel hiervon bietet die mathematische Phantasie! Sie beschäftigt sich mit dem Allerabstraktesten und Körperlosesten, das man sich denken mag, mit Figuren, Kräften, Massebegriffen, mit Richtungen, Veränderungstendenzen, Differentialen, Integralen u.s.w. u.s.w. Sie hat den Schauplatz ihrer Tätigkeit in den „*Formen* der reinen Anschauung,“ wie Kant sagt, die gewöhnliche Phantasie in dem Angeschauten selber.

Der Unterschied zwischen beiden Arten von Phantasie ist ein so enormer, daß man sich nicht wundern darf, selten beide in einer und derselben Person vereinigt zu finden. Es ist das psychologische Grundgesetz aller Phantasietätigkeit, daß sie diejenigen Bilder aus dem Innern des Gemütes heraufholt, an denen man Interesse hat. Wenn jemand also an den bunten Farben und Qualitätsunterschieden der lebendigen Welt seine Freude hat, so ist nicht einzusehen, weshalb er gern in abstrakten Ideen oder Anschauungen phantasieren soll. Und umgekehrt wird Professor Cantor uns nicht die durch eigne Lebenserfahrung bestätigte Ansicht ausreden, daß Mathematiker und mathematisch veranlagte Menschen eine Neigung haben, ihre Phantasietätigkeit in einer Richtung spielen zu lassen, wie es der oben wiedergegebene Witz persifliert. Deshalb aber auch werden die Mathematiker als seltsame und komische Leute allen denen leicht erscheinen, die nicht mit Gauß die „Poesie in der Berechnung einer Logarithmentafel“ herauszufinden vermögen. Der Durchschnittsmensch ist eben auf das Konkrete gerichtet.

Wie schlecht mathematische und künstlerische, d.h. eigentlich und eminent phantasiemäßige Veranlagung sich vertragen, ist ja allbekannt. Daß insbesondere die Dichter von der Mathematik nichts wissen sollen, weiß man. Unser *Goethe* hat sich ja so oft unsympatisch über mathematische Denkweise ausgesprochen, daß er als Mathematikfeind betrachtet wurde. Er verwahrt sich dagegen und schreibt einmal: „Ich hörte mich anklagen, als sei ich ein Widersacher, ein Feind der Mathematik überhaupt, die doch niemand höher schätzen kann als ich, *da sie gerade das leistet, was mir zu bewirken völlig versagt worden.*“ Wenn wir also aus Goethes merkwürdiger Farbenlehre noch nicht wissen sollten, könnten wir aus diesem eignen Eingeständnis erfahren, wie fremd dieser so völlig auf das Konkrete gerichtete Geist den mathematischen abstrakten Begriffen gegenüberstand. Man kann weiter an ganzen Volksstämmen, die eine besondere mathematische Veranlagung zeigen, einen gewissen nüchternen, poesielosen Zug entdecken. So z.B. ist von den Marschbewohnern, den Friesen, bekannt, daß sie durchschnittlich gute Mathematiker seien. Ebenso bekannt ist aber der Spruch: „*Frisia non cantat*“, der sich auf „Musik“ im weitesten Umfange bezieht. Dasselbe gilt von den Holländern und den — Franzosen. Die französische Nation ist die Mathematikernation Europas, die sogar schon in Sophie Germain¹⁰ ein weibliches Mathematikgenie ersten Ranges hervorgebracht hat. Sie ist aber gleichzeitig *die* Nation, die Shakespeare nicht verstehen kann, die die allerfrostigste Tragödie hervorgebracht, die wir kennen, die in Musik und Lyrik nichts von erstem Range produziert, dagegen nette Verwicklungs- und Kombinationskömödien gedeichselt hat, die sie mit der Eleganz einer Rechenaufgabe auflöst. Gemeinsam haben die drei genannten Volksstämme, wie wir hinzufügen können, auch eine Beanlagung für die Kunst des Gesichtssinnes, die Malerei, und ferner die nachdenkliche Tatsache, daß in ihrem Lande sehr viele — Kanäle sich befinden. Man könnte schließlich noch auf das mathematikbegabte Arabervolk hinweisen und auf ihre Märchenpoesie „Aus tausendundeiner Nacht“, die etwas an die verschlungenen Arabesken ihrer Moscheen oder an mathematische „Permutationen und

¹⁰Sophie Germain (1776–1831) korrespondierte (bis 1806 unter einem männlichen Pseudonym) mit Carl Friedrich Gauß, der ihre Arbeit sehr schätzte.

Kombinationen“ erinnert und übrigens in ihrem *poetischen Kern* von den nicht mathematisch beanlagten Persern und Indern stammt. Die Araber selbst haben keine Poesie hervorzubringen vermocht.

Es erübrigt noch, mit ein paar Worten auf die obengenannte *zweite* Hinweisung einzugehen, daß man nämlich der Mathematik zur Schulung des Geistes wohl entraten könne. Diejenigen, die so denken, haben große Autoritäten für sich. Zwar hatte Platon ja angeblich über die Tür seines Lehrraums die Worte geschrieben: „Eintritt für mathematisch Ungebildete verboten“, worauf die Mathematiker heute noch stolz sind. Aber Platons blutlose „Ideen“ sollten eben so etwas wie mathematische Typen sein und waren nach seiner Meinung ohne geschultes abstrakt-mathematisches Denken nicht zu begreifen (notabene vielleicht auch *mit* solchem nicht). Ein anderer Philosoph und selbst ein großer Mathematiker war anderer Meinung, Cartesius. Von ihm schreibt sein Biograph: „Seine eigne Erfahrung hatte ihn von dem geringen Nutzen der Mathematik überzeugt, besonders, wenn man sie nicht um ihrer selbst willen treibt; er kannte nichts Müßigeres, als die Beschäftigung mit einfachen Zahlen und imaginären Figuren.“ Auch der bekannte schottische Philosoph Hamilton schrieb eine Abhandlung über „den Wert und Unwert der Mathematik“, worin er meint, der Wert der Mathematik liege in ihrer Anwendung zu ganz bestimmten Zwecken. An sich aber nütze sie dem Geiste nichts, sie lasse ihn da, wo sie ihn gefunden und sei seiner allgemeinen Entwicklung keineswegs förderlich, sondern vielmehr entschieden hinderlich. Wir glauben, daß die Pädagogen und Logiker heute zumeist derselben Meinung sind. Die Zeiten einer ganz ungeheuerlichen Ueberschätzung der Mathematik, wie sie zu Cartesius' Zeit herrschte, sind wohl vorüber. Es sind schließlich dieselben paar logische Regeln, die wir im täglichen Gebrauch und Denken und in der Mathematik anwenden. Aber das ganze Lehrgebäude, das die Mathematik mit Hilfe dieser Regeln aufbaut, ist so verschieden von dem positiven Wissen und Denken, das wir uns anzueignen haben, daß es durchaus nicht eine taugliche und geeignete Schulung des Geistes liefern kann, so wenig wie man mit mathematischer Phantasie ein lyrisches Gedicht machen kann.

Anders allerdings liegt doch wohl die Sache, wenn man fragt, ob man denn nicht den obligatorischen Mathematikunterricht in der Schule ganz aufgeben und, wie man vielfach verlangt, für die betreffenden Fachstudien vorbehalten solle. Man könnte darauf hinweisen, daß wir nun einmal mathematische Kräfte des Verstandes haben und daß man diese, wie alle übrigen Geisteskräfte, üben müsse. Der Hinweis auf die Qual, die das manchem verursacht, verschlägt nichts, denn der für Sprachen nicht Begabte hat auch z.B. am griechischen Unterricht keine Freude, während umgekehrt viele großen Genuß in der Betätigung mathematischen Denkens empfinden. Dann aber ist vor allem zu betonen, daß die mathematischen Verhältnisse keine willkürlichen Empfindungen und Capricen eines spielerisch sich betätigenden Verstandes sind, sondern daß ihnen in der Natur faktische Verhältnisse und sachliche Vorgänge entsprechen, die wir nur mit mathematischem Denken verstehen und voll erfassen können. Wenn deshalb der Mathematikunterricht in der Schule so reformiert würde, daß weniger ein ödes, unfruchtbares Spielen mit allerhand krausem Figuren- und Buchstaben-

kram getrieben und dafür in großen Zügen eine Bekanntschaft vermittelt würde mit den im lebendigen Walten der Natur verkörperten mathematischen Gesetzen, so würde u.a. bald die Zeit kommen, wo das Volk die Mathematik und seine Vertreter mit mehr Verständnis und Sympathie betrachtete.

Abschrift *Gabriele Dörflinger*, Januar 2012

3 Phantasie, Mathematik und kein Ende.

Antwort auf den vorstehenden Artikel von **Moritz Cantor** (Heidelberg)

Quelle:

Deutsche Revue. — Band 28,2 (1903), S. 370–374

Als der Herr Herausgeber dieser Zeitschrift mir mitteilte, er habe eine Entgegnung gegen meine kleine anspruchslose Plauderei im März-Heft erhalten, da ärgerte ich mich durchaus nicht. An und für sich ist das ja ganz gleichgültig, allein es scheint, daß auch solchen stilistischen Wendungen Bedeutung beigelegt werden kann. Also ich ärgerte mich nicht im geringsten, aber ich rieb mir die Stirn und fragte mich, was ich denn geschrieben habe?

War meine Plauderei etwa ein geschichtlich mathematisches „Bibel und Babel“¹¹, für oder gegen das Partei zu ergreifen Modesache geworden ist? Es wäre nicht unmöglich, derartiges zu verfassen, man hätte nur einen Auszug aus dem babylonischen Abschnitt meiner Geschichte der Mathematik zu veranstalten, aber das habe ich nicht getan und werde es nicht tun. Oder habe ich den Mathematikern allein unter den Menschen Phantasie zugesprochen, alle mathematisch Ungeschulte als phantasielos hingestellt? Einen solchen Unsinn niederzuschreiben, ist mir nicht eingefallen. Habe ich verlangt, man solle in der Schule den mathematischen Unterricht bevorzugen und etwa dem altsprachlichen Unterricht die der Mathematik zuzuwendenden Mehrstunden abzwacken? Keineswegs, ich gehöre ja selbst zu den Freunden des humanistischen Gymnasiums. Was habe ich denn behauptet, das nicht unwidersprochen bleiben durfte?

Ich habe mir erlaubt, an leichtverständlichen Beispielen darzutun, daß die Aufgaben, die die Mathematiker sich im Laufe der Jahrhunderte gestellt haben, über das sinnlich Nächste hinausgehen, daß schon die Stellung dieser Aufgaben und um so mehr ihre Lösung einen hohen Grad von Phantasie erfordern. Ich habe weiter die Meinung ausgesprochen, der erfinderische Mathematiker sehe in der Tat die Sätze bis zu einem gewissen Grade voraus, die er dann nachträglich beweise, und ein solches Voraussehen sei ohne Phantasie unmöglich. Ich habe endlich gemeint, der Mathematiker verfüge nicht bloß über eine kleine, ganz besondere Phantasie, sondern er sei auch fähig, der Natur wie der Kunst Geschmack

¹¹Cantor bezieht sich auf den damals aktuellen Bibel-Babel-Streit. In einem öffentlichen Vortrag 1902 vertrat Friedrich Delitzsch die Auffassung, dass die jüdische Religion und das Alte Testament auf babylonische Wurzeln zurückgingen. Diese These rief wütende Proteste hervor.

abzugewinnen, ja sogar sich künstlerisch zu betätigen.

Diese letzte Behauptung hat Herrn Dr. Hugo Eckener, wie es scheint, so sehr entrüstet, daß er nun den Gegenbeweis zu führen sucht. Mathematische Phantasie und künstlerische Phantasie bilden, seiner Darstellung nach, einen solchen Widerspruch, daß man sich nicht wundern dürfe, „selten beide in einer und derselben Person vereinigt zu finden“. „Die Mathematiker werden,“ so fährt Dr. Eckener fort, „als seltsame und komische Leute allen denen leicht erscheinen, die nicht mit Gauß die Poesie in der Berechnung einer Logarithmentafel herauszufinden vermögen.“ Er geht dann weiter. Er sagt von den Marschbewohnern, den Friesen, sei es bekannt, daß sie durchschnittlich gute Mathematiker seien und stellt den Spruch „Frisia non cantat“ gegenüber. Er nennt die französische Nation die Mathematikernation Europas, die aber in Musik und Lyrik nichts vom ersten Range produziert habe. Er nennt die Perser und Inder, deren Phantasie zahlreiche Märchen hervorbrachte, nicht mathematisch beanlagt. Er bringt drei Schlager ersten Ranges: Goethe hat seinen Mangel an mathematischer Befähigung selbst eingestanden; der Biograph des Cartesius schreibt von ihm, seine eigene Erfahrung habe ihn von dem geringen Nutzen der Mathematik überzeugt; Plato, auf den man sich berufe, er habe über die Türe seines Lehrsaals geschrieben: „Eintritt für mathematisch Ungebildete verboten“, war der Erfinder blutloser Ideen. Diese drei Beispiele sollen nämlich den Satz belegen, daß Mathematik zur allgemeinen Entwicklung des Geistes keineswegs förderlich, sondern vielmehr entschieden hinderlich sei, wie Hamilton erkläre. Ich glaube, damit die Hauptpunkte aus der Entgegnung herausgeschält zu haben.

Nun, meine verehrten Herren Mathematiker, deren Augen zufällig auf diesen Zeilen haften, fühlen wir uns nicht gedemütigt und zerknirscht? Erkennen wir jetzt unsere geistige Minderwertigkeit? Gewiß ist Minderwertigkeit der richtige Ausdruck, denn wessen Geist muß mehr zurückgeblieben sein als der des Mathematikers, wenn Mathematik der Entwicklung des Geistes hinderlich ist? Sie schütteln den Kopf über Hamiltons Ausspruch? Sie sagen lächelnd: Es muß auch solche Käuze geben. So will ich denn Ihrem Beispiele folgen und auf Goethes Verszeile nicht die Frage folgen lassen: Muß es wirklich?

Eines jedoch wird Dr. Eckener sogar einem Mathematiker gestatten müssen, nämlich eine kleine Prüfung des Beweismaterials. Die Redensart „es ist bekannt“ kommt darunter vor, und die macht mich immer mißtrauisch, wenn auch nicht in dem Grade, als wenn die Redensart Verwendung fände: „Man sieht leicht ein“. In letzterer Beziehung erlaube ich mir auf ein kleines Geschichtchen hinzuweisen. Als Laplace sein berühmtes Werk über das Weltsystem veröffentlichte, half ihm beim Korrekturlesen sein Schüler Biot. Eines Tages erschien Biot in aller Frühe ganz verstört bei Laplace. „Was fehlt Ihnen, lieber Biot?“ — „Ach, verehrtester Lehrer, auf dem ersten Blatte des letzten Korrekturbogens sprechen Sie ein Theorem aus, das Sie mit den Worten einleiten: Man sieht leicht u.s.w. Ich habe die ganze Nacht über den Satz nachgedacht und kann den Beweis nicht finden.“ — „Ja, mein junger Freund, glauben Sie denn, ich hätte geschrieben: man sieht leicht, wenn ich einen Beweis gewußt hätte?“

Von den Friesen sagt das Sprichwort: Frisia non cantat, und doch ist es be-

kannt, daß die Marschbewohner durchschnittlich gute Mathematiker seien. Ich gestehe, daß ich keine Kenntnis von dieser Durchschnittseigenschaft besitze, die, wie jede Durchschnittseigenschaft, bedingen würde, daß dort auch zahlreiche besonders gute Mathematiker gelebt haben müßten. Ich weiß, daß Nikolaus Mercator und Thomas Finck¹² aus jener Gegend stammten und ganz Tüchtiges geleistet haben, aber eine besonders große Anzahl namhafter Mathematiker aus den Marschlanden wüßte ich nicht zu erwähnen. Ich kann mich indessen irren. Ich bescheide mich mit einem plattdeutschen Sprichwort, dessen Beherzigung allgemein anzuraten wäre: Wat de Bur nich kennt, dat fret hei nich.

Die Franzosen sind die Mathematikernation Europas. Die Inder waren mathematisch nicht veranlagt. Da muß ich doch Einsprache erheben. Wenn sich Dr. Eckener die Mühe geben will, sich über die Geschichte der Mathematik zu unterrichten, so wird er folgende Tatsachen berichtet finden: es gibt kaum ein Kulturvolk der Erde, das nicht irgend einmal an der Spitze der mathematischen Forschungen gestanden wäre. Die Babylonier, die Aegypter scheinen ihre Zeit gehabt zu haben, die Griechen hatten sie mehrere Jahrhunderte hindurch und zwar etwa von der Epoche beginnend, in der Baukunst und Bildhauerkunst bei ihnen in höchster Blüte standen. Den Indern sind in Rechenkunst, in Zahlentheorie, in Algebra großartige Fortschritte zu verdanken, von denen Europa allerdings jahrhundertlang nicht beeinflußt wurde. Wenden wir uns der europäischen Mathematik seit dem 13. Jahrhundert zu, so ist ein fortwährender Wechsel nachzuweisen. Die Italiener beherrschten die Mathematik im 13., dann wieder im 16. Jahrhundert. Die Deutschen stritten darum mit den Engländern von der Mitte des 17. bis zur Mitte des 18. Jahrhunderts. Nun kam das 19. Jahrhundert, und in ihm vollzog sich der Wechsel der Inhaber des mathematischen Königsthrons in immer kürzeren Zwischenräumen. Bald waren es Deutsche, bald Bewohner anderer Länder. Ich nenne ausschließlich Verstorbene und in alphabetischer Reihenfolge. Ampère, Bertrand, Cauchy, Chasles, Fourier, Gallois [i.e. Galois], Hermite, Poisson, Poncelet, Sturm¹³ in Frankreich, Clebsch, Dirichlet, Gauß, Graßmann, Hesse¹⁴, Jacobi, Möbius, Riemann, von Staudt, Weierstraß in Deutschland sind Sterne allererster Größe am mathematischen Himmel, neben denen aber die Schweizer Schläfli und Steiner, die Italiener Brioschi und Casorati, die Norweger Abel und Lie, die Engländer Cayley und Henry Smith, die Ungarn Bolyai (Vater und Sohn), die Russen Lobatschewski und Tschebitschew in nicht minder glänzendem Lichte strahlen. Wer möchte da irgend einem Volke das Lob oder den Tadel zuwenden, die Mathematikernation Europas zu sein?

Am Schlusse meiner früheren Plauderei erwähnte ich Mathematiker, deren glänzende Schreibweise ihnen einen Platz in der Literaturgeschichte zu sichern berechtigt ist. Aber gab es vielleicht keine mathematisch geschulte Künstler? Ich

¹²Zu Thomas Fincke (1561–1656) vgl. auch <http://www.ub.uni-heidelberg.de/archiv/20791>

¹³(Jacques) Charles-François Sturm, 1803–1855

¹⁴Zu Otto Hesse (1811–1874) vgl. auch GUSTAV BAUER: Gedächtnisrede auf Otto Hesse (1882); online verfügbar unter <http://www.ub.uni-heidelberg.de/archiv/12712>

dächte doch wohl. Ich glaube nicht, daß Dr. Eckener die Namen Lionardo da Vinci¹⁵ oder Albrecht Dürer¹⁶ aus der Kunstgeschichte zu streichen beabsichtigt. Er wird den gleichen Namen in der Geschichte der Mathematik begegnen. Was die musikalische Befähigung von Mathematikern betrifft, so widerstrebt es mir, lebende Persönlichkeiten zu nennen, aber in Braunschweig¹⁷, in Karlsruhe¹⁸, in Marburg¹⁹, in München²⁰ weiß man ganz gut, wen ich als Beispiel hier hätte erwähnen können.

Endlich möchte ich, um nicht zu lang zu werden, nur noch ein Künstlerurteil anführen. Mein Aufsatz im März-Hefte dieser Revue wurde in der Frankfurter Zeitung abgedruckt. Am folgenden Tage ergänzte im Abendblatt der Frankfurter Zeitung vom 5. März 1902 [i.e. 1903] Baron Dr. C. R. von Osten-Sacken²¹ meine Behauptungen durch folgende Mitteilung: „Der berühmte französische Zeichner und Illustrator Gavarni²² (sein wahrer Name war Chevalier) hatte eine große Vorliebe für Mathematik, obgleich er, meines Wissens, nie darüber etwas veröffentlicht hat. In dem bekannten Journal des Goncourt (Vol. I, Seite 47, Jahrgang 1853) finde ich folgendes Passus: Gavarni nous a dit aujourd’hui: Vous ne savez pas ce que c’est que les mathématiques et l’empoignant qu’elles ont . . . La musique, n’est ce pas, est le moins matériel des arts, mais encore il y a le tapement des ondes sonores contre le tympan. Les mathématiques sont bien autrement immatérielles, bien autrement poétiques que la musiques . . . On pourrait dire que c’est la musique muette des nombres.“

Dieses ist meine Entgegnung auf die Entgegnung. Daß ich mich auf apriorische Behauptungen nicht einlasse, werden mir, denke ich, die Leser der Revue nicht verübeln

¹⁵Vgl. Cantors Aufsatz *Lionardo da Vinci* (Westermanns illustrierte deutsche Monatshefte, Bd. 44, 1878); online verfügbar am Heidelberger Dokumentenserver: <http://www.ub.uni-heidelberg.de/archiv/12890>

¹⁶Vgl. Cantors Aufsatz *Albrecht Dürer als Schriftsteller* (Neue Heidelberger Jahrbücher, Bd. 1, 1891); online verfügbar am Heidelberger Dokumentenserver: <http://www.ub.uni-heidelberg.de/archiv/12962>

¹⁷Richard Dedekind (1831–1916)

¹⁸vermutlich Adolf Krazer (1858–1926), der allerdings erst durch den Einfluss seiner Frau sich der Musik zuwandte.

¹⁹Kurt Hensel (1861–1941); seine Großmutter Fanny Hensel war die Schwester Felix Mendelssohn-Bartholdys.

²⁰Zu Alfred Pringsheim (1850–1941) vgl. auch http://de.wikipedia.org/wiki/Alfred_Pringsheim

²¹Baron Carl Robert von Osten-Sacken (1828–1906) war ein russischer Diplomat und Entomologe. Er diente von 1856 bis 1877 als russischer Generalkonsul in New York und verbrachte seinen Lebensabend in Heidelberg.

²²Paul Gavarni (1804–1866)