UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
HEIDELBERG

Heidelberger Texte zur
Mathematikgeschichte

Vorlesungen über Geschichte der Mathematik

von

MORITZ CANTOR

Ausgewählte Kapitel der letzten Auflage
und die „Kleinen Bemerkungen“ GUSTAF ENESTRÖMS
aus „Bibliotheca Mathematica“

zusammengestellt von
Gabriele Dörflinger
Universitätsbibliothek Heidelberg

2017

http://www.ub.uni-heidelberg.de/archiv/23698

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Moritz Cantor: Vorlesungen über Geschichte der Mathematik

Moritz Cantor publizierte von 1880 bis 1898 drei Bände seiner *Vorlesungen über die Geschichte der Mathematik*, die die Zeitspanne von der Ur- und Frühzeit bis 1758 behandeln. In Anbetracht seines fortgeschrittenen Alters schrieb er vom 1908 erschienenen vierten Band, der sich mit der Zeit von 1759 bis 1799 beschäftigt, lediglich den Übersichtsartikel selbst; für die anderen Kapitel konnte er eine Autorengruppe gewinnen. Jeder Band enthält mehr als 900 Seiten.

Kleine Bemerkungen zu Cantors „Vorlesungen über Geschichte der Mathematik“

Ab 1900 erscheint die dritte Folge der `Bibliotheca mathematica` in erweitertem Umfang. Der Herausgeber Gustaf Eneström richtet in ihr eine Rubrik mit dem Titel *Kleine Bemerkungen zur zweiten Auflage von Cantors „Vorlesungen zur Geschichte der Mathematik“* ein. In ihr sollen Ergänzungen und Korrekturen zu Cantors Opus gesammelt werden. Eneström schreibt in seinem Leitartikel *Ziele und Aufgaben:*

> „Die `Bibliotheca Mathematica` soll aber nicht ausschließlich dazu bestimmt sein, den Verfassern von Gesamtdarstellungen Material zu bieten, sondern sie soll überhaupt das Interesse für die Geschichte der mathematischen Wissenschaften wecken und wach erhalten. Mit Bezug hierauf wird sie auch kleinere Mitteilungen veröffentlichen, um dadurch dem Inhalt der einzelnen Hefte so viel Abwechselung als möglich zu geben. Solche kleinere Mitteilungen können ja oft für die Ausarbeitung ausführlicher Monographien höchst wertvoll sein; so z. B. hat Herr A. von Braunmühl für seine *Vorlesungen über Geschichte der Trigonometrie* eine ganze Menge kleiner Notizen verwertet, die von anderen Verfassern veröffentlicht worden sind, für welche ihm die Quellen aus sprachlichen oder anderen Gründen unzugänglich waren. Zuweilen können auch Bemerkungen, die nur wenige Zeilen umfassen, von Interesse sein, besonders wenn sie Angaben allgemein benutzter Arbeiten berichtigen oder wesentlich ergänzen, und aus diesem Grunde wird die Redaktion in jedem Hefte der `Bibliotheca Mathematica` eine Abteilung mit dem Titel: „Kleine Bemerkungen zur letzten Auflage von Cantors *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*“ einführen; in dieser Abteilung werden die Bemerkungen nach den Seitenzahlen der betreffenden

> Stellen der *Vorlesungen* geordnet sein, und durch Verweisungen wird dafür gesorgt werden, daß der Leser eines Heftes alle in den vorangehenden Heften eingeführte Bemerkungen zu einer gewissen Stelle unmittelbar auffinden kann.“[1]

Bis zum Erlöschen der Zeitschrift 1914 erschienen diese Bemerkungen in jedem Heft. Die *Bemerkungen* beziehen sich ausschließlich auf die drei von CANTOR selbst verfassten Bände der `Vorlesungen`. Von den 118 Kapiteln dieser Bände bleiben nur die sechs Kapitel

4. Griechen: Zahlzeichen. Fingerrechnen. Rechenbrett

28.–30. Inder und

51. Nicolaus Cusanus (online: `http://www.ub.uni-heidelberg.de/archiv/19824`)

unkommentiert.

Am Anfang beteiligten sich neben Eneström ca. 15 Autoren an den *Bemerkungen*. Im Laufe der Zeit wurden die Beiträge anderer Autoren immer seltener und Eneström schrieb fast alle Bemerkungen selbst. Insgesamt wurden ca. 1500 Anmerkungen zu den 2700 Seiten der `Vorlesungen über Geschichte der Mathematik` publiziert. Dies ist im Durchschnitt eine Bemerkung zu knapp zwei Seiten Text. Falls alle Bemerkungen Fehlerhinweise wären, ergäbe sich eine erschreckende Bilanz. Glücklicherweise beinhaltet ein erheblicher Teil der Bemerkungen Ergänzungen und die monierten Fehler sind in der Regel geringfügig.

Zu dieser Publikation

Durch das von ENESTRÖM gewählte Verweisungsverfahren der *Kleinen Bemerkungen* können ausgehend vom letzten Band der `Bibliotheca Mathematica` sämtliche Kommentare zu einer beliebigen Passage des CANTOR'schen Textes ermittelt werden; allerdings müssen in der Regel mehrere Hefte der Bibliotheca Mathematica konsultiert werden.

Eine engere Verknüpfung der *Vorlesungen* mit den *Kleinen Bemerkungen* wird in dieser Publikation präsentiert, indem ausgewählten Kapiteln der CANTOR'schen *Vorlesungen* die *Kleinen Bemerkungen* direkt zugeordnet werden. Hierzu werden die kommentierten Textpassagen durch rote Buchstaben in eckigen Klammern am Seitenrand gekennzeichnet und die *Bemerkungen* mit ihren Kennbuchstaben jeweils nach dem Kapitel gedruckt. Die Bemerkungen werden mit der Fundstelle in `Bibliotheca Mathematica` und — soweit dort angegeben — mit dem Verfassernamen abgeschlossen. Mehrere Bemerkungen zur gleichen Textpassage werden durch eine Horizontallinie getrennt.

Zur Orientierung werden die Originalseitenzählungen der jeweils letzten Ausgabe am Rand in runden Klammern angegeben.

[1] Gustaf Eneström: Ziele und Aufgaben. In: Bibliotheca mathematica, 3. Folge, Band 1 (1900), S. 5–6

Ausgewählte Kapitel

Band 1

Einleitung

Quelle:
CANTOR, MORITZ: Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. – Leipzig : Teubner
Band 1. Von den ältesten Zeiten bis zum Jahre 1200 n. Chr. — 3. Aufl. — 1907.
S. 1 – 16

Anfänge der Mathematik

(3)

Längst war der Erdball so weit erkaltet, daß auf der festgewordenen Oberfläche Organismen sich entwickeln konnten. In Zeiträumen, deren jeder weitaus die Spanne übertrifft, welche wir mit dem stolzen Namen der Geschichte belegen — als ob nur durch den Menschen etwas geschehen könnte! — hatten neue und neue Arten lebender Wesen sich abgelöst. Jetzt erschien der Mensch, ausgezeichnet durch Entwicklungsfähigkeit vor allen anderen Geschöpfen, hilflos wie keines in das Leben tretend, mächtig wie keines auf dem Gipfel seiner Ausbildung.

Der einzelne Mensch liefert nur das verkleinerte Bild des Menschengeschlechtes. Die Entwicklung des Menschengeistes hat in den, Völker genannten, Gesamtheiten stattgefunden, und ihre aufeinanderfolgenden Stufen zu vergleichen ist von spannender Anziehung.

Eines dürfen wir freililch bei der Anerkennung der Aehnlichkeit der Entwicklung des Einzelmenschen mit der des Menschengeschlechtes nicht außer Augen lassen. Das Kind lernt vom Tage seiner Geburt an durch Menschen. Das Menschengeschlecht begann damit, von niedrigeren Geschöpfen lernen zu müssen. Werden doch wohl Tiere sein Vorbild gewesen sein, aus deren Beispiel er entnahm, wie man den Durst, den Hunger stille, wie man in Höhlen Schutz suche vor der Unbill der Witterung, wie man zur Wehr sich setze gegen feindlichen Angriff. Aber der Mensch war schwächeren Körpers als seine Lehrmeister. Ihm war nicht eine dichtere Behaarung während der kälteren Jahreszeiten gegeben. Er konnte nicht mit Händen und Zähnen des Bären oder der Hyäne Herr werden, denen er, die ihm den Aufenthalt streitig machten. Und seine Schwäche wurde seine Stärke. Er mußte denken! Er mußte erfinden, wenn er leben wollte. Er mußte von der ihm äußerlich gebotenen Erfahrung weiter schreiten. Das Tier führte ihn zum Baume der Erkenntnis, die Frucht desselben pflückte er selbst.

Mit dem Gedanken war das Bedürfnis der Mitteilung desselben erwacht, die Sprache entstand. Der Mensch lernte den Menschen verstehen, nicht nur in dem Sinne wie das Tier das Tier versteht, nicht nur, wo es den Ausdruck besonders starker Empfindungen
durch Tonbildung galt, sondern wo bestimmte Ereignisse oder gar Begriffe zur Kenntnis (4)
des anderen gebracht werden sollten. Freilich begann die Sprachbildung nicht erst, als die Begriffsbildung abgeschlossen war. Ist doch erstere wie letztere bis auf den heutigen Tag noch im Flusse. Die beiden Tätigkeiten gingen offenbar nebeneinander einher, und selbst Begriffe, welche einer und derselben Gedankenreihe entstammen, sind mit ihrer lautlichen Versinnlichung als zu verschiedenen Zeiten entstanden zu denken. Für das Sprachliche an dieser Behauptung ist es nicht schwer den Beweis zu führen, auch nur unter Zuziehung solcher Wörter, die dem Mathematiker von ältester und hervorragendster Wichtigkeit sind; wir meinen die **Zahlwörter.**

Zählen, insofern damit nur das bewußte Zusammenfassen bestimmter Einzelwesen gemeint ist, bildet, wie scharfsinnig hervorgehoben worden ist[1], keine menschliche Eigentümlichkeit; auch die Ente zählt ihre Jungen. Diesem niedersten Standpunkte ziemlich nahe bleibt das, was von einem südafrikanischen Stamme berichtet wird[2], daß während

---

[1] H. Hankel, Zur Geschichte der Mathematik im Alterthum und Mittelalter. Leipzig 1874. S. 7. Wir zitieren dieses Buch künftig immer als Hankel. Einen ganz ähnlichen Gedanken hat (nach Kaestner, Geschichte der Mathematik I, 242) auch schon Pietro Bongo (oder Bungus) in seinem Werke *Numerorum mysteria* (1599, II. Auflage 1618) ausgesprochen.

[2] Pott, Die quinäre und vigesimale Zählmethode bei Völkern aller Welttheile, Halle 1847. S. 17. Dieses Buch zitieren wir in der ganzen Einleitung als Pott I, während Pott II die Schrift desselben Verfas-

wenige weiter zählen können als zehn, dessenungeachtet ihre Vorstellung von der Größe einer Herde Vieh so bestimmt ist, daß nicht ein Stück daran fehlen darf, ohne daß sie es sogleich merkten. „Wenn Herden von 400 bis 500 Rindern zu Hause getrieben werden, sieht der Besitzer sie hereinkommen und weiß bestimmt ob einige fehlen, wieviel und sogar welche. Wahrscheinlich haben sie eine Art zu zählen, bei welcher sie keine Worte brauchen und wovon sie nicht Rechenschaft zu geben wissen, oder ihr Gedächtnis erlangt für diesen einzelnen Gegenstand durch die Übung eine so ungemeine Stärke.“ Ohne nach so fernen Gegenden unseren Blick zu richten, können wir ähnliche Erfahrungen täglich an ganz kleinen Kindern machen, welche sofort wissen, wenn von Dominosteinen etwa, mit denen sie zu spielen gewohnt sind, ein einzelner fehlt, während sie sich und anderen über die Anzahl ihrer Steine noch nicht Rechenschaft zu geben wissen. Sie kennen eben die Einzel-Individuen
(5) als einzelne, nicht als Teile einer Gesamtheit, und ihr Gedächtnis ist für die Erinnerung an Angeschautes um so treuer, je weniger andere Eindrücke es zu bewahren hat. In der Sprache drückt sich diese Individualisierung nicht selten dadurch aus, daß dieselbe Anzahl je nach den gezählten Dingen einen anderen Namen führt, wie es bei manchen ozeanischen Völkerstämmen, aber auch für Sammelwörter im Deutschen vorkommt, wenn man von einem Koppel Hunde oder, wenn deren mehrere sind, von einer Meute Hunde, von einer Herde Schafe, von einem Rudel Hirsche, von einer Flucht Tauben, von einer Kette Feldhühner, von einem Zug Schnepfen, von einem Schwarm Bienen zu reden pflegt[3].

Das eigentliche Zählen, das menschliche Zählen, wenn man so sagen darf, setzt voraus, daß die Gegenstände als solche gleichgültig geworden sind, daß nur das getrennte Vorhandensein unterschiedener Dinge begrifflich erfaßt, dann sprachlich bezeichnet werden soll. Es liegt darin bereits eine keineswegs unbedeutende Äußerung der Fähigkeit zu verallgemeinern, zugleich auch eine ihrer frühesten Äußerungen, denn die Zahlwörter gehören zu den ältesten Teilen des menschlichen Sprachschatzes. In ihnen lassen sich oft noch Ähnlichkeiten, mithin Beweise alter Stammesgemeinschaft später getrennter Völker auffinden, während kaum andere Wörter auf die gleiche Zeit eines gemeinsamen Ursprunges zurückdeuten. Und was war nun der ursprüngliche Sinn dieser ältesten, der Entstehungszeit wie dem Inhalte nach ersten Zahlwörter? Die Annahme hat gewiß viel für sich, daß sie anfänglich nicht Zahlen, sondern ganz bestimmte Gegenstände bedeuteten, sei es nun, daß man von der eigenen, von der angeredeten, von der besprochenen Persönlichkeit, also von den Wörtern: ich, du, er ausging, um aus ihnen den Urklang für: eins, zwei, drei zu gewinnen[4], sei es, daß man von Gliedmaßen seines Körpers deren Anzahl entnahm[5]: „Es war dem Menschen ohne Zweifel ein eben so interessantes Bewußtsein fünf Finger als zwei Hände oder zwei Augen zu haben; und das Interesse an dieser Kenntnis, welche einmal einer Entdeckung bedurfte, war ihm die Schöpfung eines zu deren Zählung eigens verwendbaren Ausdruckes wohl wert; von hier aus mag der Gebrauch auf andere zu zählende Dinge übertragen worden, sein, zunächst auf solche, bei denen es auffallen mochte, daß sie in ebenso großer Zahl vorhanden waren, als die Hand Finger hat.“ Wir; wiederholen es, solche Annahmen haben viel für sich, sie tragen ihre beste Empfehlung in sich selbst, aber leider auch ihre einzige. Die Sprachforschung hat nicht vermocht deren Bestätigung zu liefern,
(6) oder vielmehr jeder, der mit der Deutung der Zahlwörter sich befaßte, hat aus ihnen die-

sers: Pott, Die Sprachverschiedenheit in Europa an den Zahlwörtern nachgewiesen, sowie die quinäre und vigesimale Zählmethode. Halle 1868, bedeuten soll.

[3] Pott I, S. 126.

[4] Pott I, S. 119.

[5] L. Geiger, Ursprung und Entwickelung der menschlichen Sprache und Vernunft. 1868. Bd. I, S. 319.

jenigen Zusammenhänge zu erkennen gewußt, welche seiner Annahme entsprachen, lauter vollgelungene Beweise, wenn man den einen hört, sich gegenseitig vernichtend, wenn man bei mehreren sich Rat holt, und dieser mehreren sind obendrein recht viele. Sind demnach die eigentlichen Fachmänner über Ursprung der ältesten einfachen Zahlwörter im Hader, so müssen wir um so mehr darauf verzichten, auf die noch keineswegs erledigten Fragen hier einzugehen. Einige Sicherheit tritt erst bei Besprechung der abgeleiteten, also jüngeren Zahlwörter hervor.

Es ist leicht begreiflich, daß auch die regste Einbildungskraft, das stärkste Gedächtnis es nicht vermochten, für alle aufeinander folgenden Zahlen immer neue Wörter zu bilden, zu behalten. Man mußte mit Notwendigkeit sehr bald zu gewissen Zusammensetzungen schreiten, welchen die Entstehungsweise einer Zahl aus anderen zugrunde liegt, welche uns aber damit auch schon einen unumstößlichen Beweis für die hochwichtige Tatsache liefern: daß zur Zeit, als die meisten Zahlwörter erfunden wurden, der Mensch von dem einfachsten Zählen bereits zum *Rechnen* vorgeschritten war.

Das älteste Rechnen dürfte durch ein gewisses Anordnen vermittelt worden sein, sei es der Gegenstände selbst, denen zuliebe man die Rechnung anstellte, sei es anderer leichter zu handhabender Dinge. Kleine Steinchen, kleine Muscheln können die Vertretung übernommen haben, wie sie es noch heute bei manchen Völkerschaften tun, und diese Marken, diese Rechenpfennige würde man heute sagen, werden in kleinere oder größere Häufchen gebracht, in Reihen gelegt das Zusammenzählen ebenso wie das Teilen einer gegebenen Menge wesentlich erleichtert haben. So lange man es nur mit kleinen Zahlen zu tun hatte, trug man sogar das leichteste Versinnlichungsmittel stets bei sich: die Finger der Hände, die Zehen der Füße. Man reichte freilich unmittelbar damit nicht weit, und Völkerschaften des südlichen Afrika zeigen uns gegenwärtig noch, wie genossenschaftliches Zusammenwirken die Schwierigkeit besiegt, mit nur zehn Fingern größere Anzahlen sich zu versinnlichen[6]: „Beim Aufzählen, wenn es über Hundert geht, müssen in der Regel immer drei Mann zusammen diese schwere Arbeit verrichten. Einer zählt dann an den Fingern, welche er einen nach dem andern aufhebt und damit den zu zählenden Gegenstand andeutet oder womöglich berührt, die Einheiten. Der zweite hebt seine Finger auf *(immer mit dem kleinen Finger der linken Hand beginnend und fortlaufend bis* (7)
zum kleinen Finger der Rechten) für die Zehner, so wie sie voll werden. Der dritte figuriert für die Hunderte.“

Die hierbei festgehaltene Ordnung der Finger mag man nun erklären wollen, wie es auch sei[7], sie findet statt und wird uns im Verlaufe der Untersuchungen als Grundlage des sogen. *Fingerrechnens* noch mehr als einmal begegnen. Sie wird sogar abwechselnd mit der entgegengesetzten Ordnung benutzt, um einem einzelnen zu ermöglichen beliebig viele Gegenstände abzuzählen. Ist nämlich mit dem kleinen Finger der rechten Hand die Zehn erfüllt worden, so beginnt mit eben demselben allein aufgehoben die nächste Zehnzahl, um dieses Mal nach links sich fortzusetzen, d. h. der kleine Finger der linken Hand vollendet die Zwanzig und wird zugleich auch wieder Anfang der nächsten Zehnzahl usf. Natürlich muß bei dieser Zahlenangabe, wenn es nicht um ein allmähliches Entstehen, sondern um ein einmaliges Ausdrücken einer Zahl sich handelt, besonders angedeutet werden, daß und wie oft Zehn vollendet wurde, was etwa so geschehen kann wie bei den Zulukaffern[8], die in

[6] Schrumpf in der Zeitschrift der deutschen morgenländischen Gesellschaft XVI, 463.
[7] Pott II, S. 46, aber auch S. 31 und 42.
[8] Pott II, S. 47.

solchem Falle beide Hände mit ausgestreckten Fingern wiederholt zusammenschlagen.

Es ist wohl zu beachten, daß diese letztere Methode der Versinnlichung einer Zahl, einfacher insoweit als sie nur die Hände eines einzigen beschäftigt, begrifflich weit unter jener anderen Methode steht, die unmittelbar vorher gekennzeichnet wurde und drei oder gar noch mehrere Darsteller einer Zahl erfordert. Der einzelne kommt durch die Zehnzahl der menschlichen Finger allerdings dazu, die Gruppe Zehn als eine besonders hervortretende zu erkennen, aber wie oft diese Gruppe selbst auch erzeugt werde, jede Neuerzeugung ist für ihn der anderen ebenbürtig. Ganz anders bei der Methode stufenmäßiger Darstellung durch mehrere Personen. Wie der Erste so hat der Zweite, der Dritte nur je zehn Finger, und so erscheint die Gruppierung von zehn Einern zwar zunächst, aber in gleicher Weise auch die von zehn Zehnern, von zehn Hundertern. Das scheinbar umständlichere Verfahren führt zu dem einfacheren Gedanken, zum ***Zahlensystem***. Wenn von einem Schriftsteller[9] darauf hingewiesen worden ist, daß die Wiederholung der Zehnzahl bis zu 10 mal 10 sich bei Erfüllung der nächsten 10 ebensowohl zu 11 mal 10 als zu 10 mal 10 und 10, in Worten ebensowohl zu elfzig als zu hundertzehn fortsetzen konnte, und daß es ein besonders glückli-
(8) cher Griff war, der fast allen Völkern der Erde gelang, soweit ihre Fassungskraft überhaupt bis zum Bewußtwerden bestimmter, höherer Zahlen ausreicht, gerade die Wahl zu treffen, welche dem Zahlensystem seine Grundlage gab; so ist diese feine Bemerkung vielleicht dahin zu ergänzen, daß auf eine der hier erörterten nahestehende Weise jene glückliche Wahl eingeleitet worden sein mag.

Über die Grundzahlen solcher Zahlensysteme werden wir sogleich noch reden. Fürs erste halten wir daran fest, daß Zahlensysteme eine allgemein menschliche Erfindung darstellen, in allen bekannt gewordenen Sprachen zu einer Grundlage der Bildung von bald mehr bald weniger Zahlwörtern benutzt, indem höhere Zahlen durch Vervielfältigung von niedrigeren zusammengesetzt werden und bei Benennung der Zwischenzahlen auch Hinzufügungen noch notwendig erscheinen. ***Multiplikation und Addition sind also zwei Rechnungsverfahren so alt wie die Bildung der Zahlwörter.***

Das Zahlensystem, welches wir in seinem Entstehen uns zu vergegenwärtigen suchten, wurde, sofern es auf der Grundzahl ***Zehn*** fußte, zum ***Dezimalsystem***, heute wie unserem Zifferrechnen so auch in unseren Maßen, Gewichten, Münzen fast der ganzen gebildeten Erdbevölkerung unentbehrlich. Wir haben als wahrscheinlich erkannt, daß es nach der Zahl der Finger sich bildete, aber eben vermöge dieses Ursprunges war es nicht das allein mögliche. Wie man sämtliche Finger durchzählen konnte, um eine Einheit höheren Ranges zu gewinnen, so konnte man Halt machen nach den Fingern nur einer Hand, man konnte neben den Fingern der Hände die Zehen der Füße benutzen. In dem einen Falle blieb man beim ***Quinarsysteme***, in dem anderen ging man zum ***Vigesimalsystem*** über.

Ein strenges Quinarsystem würde, wie leicht ersichtlich, 5 mal 5 oder 25, 5 mal 5 mal 5 oder 125 usw. als Einheiten höheren Ranges nächst der 5 selbst besitzen müssen, welche durch einfache oder auch zusammengesetzte Namen bezeichnet mit den Namen der Zahlen 1, 2, 3, 4 sich vereinigen, um so alle zwischenliegende Zahlen zu benennen. Ein solches strenges Quinarsystem gibt es nicht[10]. Dagegen gibt es Quinarsysteme in beschränkterem Sinne des Wortes, wenn zur Benutzung dieses Wortes schon der Umstand als genügend erachtet wird, daß die Fünf bei allmählicher Zahlenbildung einen Ruhepunkt gewähre, von dem aus eine weitere Zählung wieder anhebt.

[9] Hankel, S. 10-11.
[10] Pott II, S. 35 und 46 in den Anmerkungen.

Was dementsprechend von einem strengen Vigesimalsysteme zu verlangen ist, leuchtet gleichfalls ein: ein solches muß die Grundzahl 20 durchhören lassen, muß die Einheit höheren Ranges 20 mal 20 oder 400, vielleicht auch noch höhere Einheiten unter besonderen Namen (9)
besitzen. Sprachen, in welchen dieses System maßgebend ist, hat man mehrfach gefunden. Die Mayas in Yukatan[11] haben eigene Wörter für 20, 400, 8000, 160000. Die Azteken in Mexiko[12] hatten wenigstens besondere Wörter für 20, 400, 8000 mit der Urbedeutung: das Gezählte, das Haar, der Beutel, wobei auffallend erscheinen mag, daß das Haar eine verhältnismäßig niedrige Zahlenbedeutung hat, während es in karaibischen Sprachen[13] weit übereinstimmender mit der Wirklichkeit eine sehr große Zahl auszudrücken bestimmt ist. Noch andere Beispiele eines bemerkbaren mehr oder minder durchgeführten Vigesimalsystems hat vornehmlich Pott, dem wir hier fast durchweg folgen, in Fülle gesammelt. Wir erwähnen davon nur als den meisten unserer Leser zweifellos bekannt die Überreste eines keltischen Vigesimalsystems in der französischen Sprache in Wörtern wie *quatrevingts, sixvingts, quinzevingts*[14]. Von dänischen Überresten eines Systems, in welchem Vielfache von 20 eine Rolle spielen, ist weiter unten in etwas anderem Zusammenhange die Rede.

Den Ursprung der drei Systeme, deren Grundzahlen 5, 10, 20 heißen, haben wir oben in die Finger und Zehen des Menschen verlegt. Auch dafür sind sprachliche Anklänge vorhanden. Zwischen den Wörtern für 5 und für Hand ist in manchen Sprachen völlige Gleichheit, in anderen nahe Verwandtschaft[15]. Alsdann darf man aber wohl annehmen, daß es früher wünschenswert war die Glieder des eigenen Körpers zu benennen, als Zahlwörter zu bilden, daß also 5 von Hand abgeleitet wurde, nicht umgekehrt. Das Wort für 10 heißt in der Korasprache[16] (einem amerikanischen Idiome) so viel wie Darreichung der Hände, und daß ein und dasselbe Wort 20 und Mensch bedeutet kommt mehrfach vor[17]. Ob freilich, wie manche wollen, auch das deutsche zehn mit den Zehen, das lateinische *decem* mit *digiti* in Verbindung gebracht werden darf, darüber gehen die Meinungen weit auseinander, und Pott, unser Gewährsmann, steht auf der Seite der Verneinenden. Jedenfalls ist aber schon durch die erwähnten Beispiele ein innerer Zusammenhang der drei genannten Systeme untereinander und mit den menschlichen Extremitäten hinlänglich unterstützt. Gibt es nun Sprachen, in welchen auch andere Grundzahlen als 5, 10 oder 20 sich nachweisen lassen? (10)

Wenn man gesagt hat[18], daß kein Volk auf der ganzen Erde je von einer anderen Grundzahl, als einer der genannten aus, sein Zahlensystem mit einiger Konsequenz ausgebildet habe, so ist dieser Ausspruch entschieden allzu verneinend, selbst wenn man einen besonderen Nachdruck auf das Wort Konsequenz legt, dem gegenüber die Frage erhoben werden möchte, wo denn folgerichtige Anwendung des Quinarsystems sich finde?

Allerdings hat man einige Gattungen von Zahlensystemen nur mit Unrecht nachweisen zu können geglaubt. Falsch war es, wenn Leibniz bei den Chinesen ein Binarsystem

[11] Pott I, S. 93.
[12] Pott I, S. 97-98.
[13] Pott II, S. 68.
[14] Pott I, S. 88.
[15] Pott I, S. 27 flgg. und S. 128 flgg. führt Beispiele aus ozeanischen Sprachen, aus dem Sanskrit und dem Hebräischen an, wenn er auch den letzteren gegenüber die von Benary und Ewald herrühren, sich ziemlich skeptisch verhält.
[16] Pott I, S. 90.
[17] Pott I, S. 92.
[18] Hankel, S. 19.

annahm[19]. Falsch scheint Kohl den Osseten im Kaukasus ein Oktodezimalsystem zugeschrieben zu haben[20]. Dagegen sind andere Angaben doch zu wohl beglaubigt, um sie ohne weiteres leugnen oder totschweigen zu dürfen. Die Neuseeländer mit ihrem merkwürdigen Undezimalsysteme[21], welches besondere Wörter für 11, für 11 mal 11 oder 121, für 11 mal 11 mal 11 oder 1331 besitzt, welches 12 durch 11 mit l, 13 durch 11 mit 2, 22 durch 2 mal 11, 33 durch 3 mal 11 usw. ausdrückt, lassen sich nicht vornehm beiseite schieben. Ob der Zeitraum von 110 Jahren, nach welchen, wie Horaz im 21. und 22. Verse seines *Carmen saeculare* berichtet, die römische Erinnerungsfeier wiederkehrte, der man den Namen der saecularen beilegte, mit einer Vermengung dezimaler und undezimaler Zählweise zusammenhängt, bleibe dahingestellt. Das Wort *triouech* oder 3 mal 6 für 18 in der Sprache der Niederbretagner ist neben dem *deunaw* oder 2 mal 9 der Welschen[22] für eben dieselbe Zahl nun einmal vorhanden. Die Bolaner oder Buramaner an der Westküste Afrikas[23] lassen, wenn sie 6 und 1 für 7, wenn sie 2 mal 6 für 12, wenn sie 4 mal 6 für 24 sagen, die Grundzahl 6 gleichfalls durchhören. Einige assyrische Zahlwörter (7 und 8), auf welche wir im 1. Kapitel zurückkommen werden, zeigen dieselbe Abhängigkeit von 6. Und wenn der Altfriese 120 mit dem Worte *tolftich* benannte[24], so ist das sogar ein Hinweis darauf, daß auch das vorhin als menschlichem Geiste im allgemeinen fremdverpönte elfzig seine Analogien besitzt, ist es zugleich ein Beispiel für ein eigentümlich gemischtes System mit Dezimal- und Duodezimalstufen wie Skandinaven und Angelsachsen es teilweise besaßen[25], wie eine verhältnismäßig spätere Wissenschaft es in Babylon einbürgerte, von wo es als Sexagesi-
(11) malsystem das astronomische Rechnen aller Völker durch Jahrhunderte beherrscht. Die Vermengung dezimalen und duodezimalen Zählens könnte auch als Stütze der Möglichkeit dienen, welche oben für dezimale und undezimale Zahlen beansprucht wurde.

Das Vorhandensein von Zahlensystemen; deren Grundzahl nicht 5 oder Vielfaches von 5 ist, dürfte damit nachgewiesen sein. Aber allerdings bilden dieselben nur Ausnahmen von seltenem vereinzeltem Vorkommen. Auch eine andere Gattung von Ausnahmen gegen früher Erwähntes müssen wir kurz berühren. Wir haben hervorgehoben, daß die Zwischenzahlen zwischen den Einheiten aufeinanderfolgenden Ranges multiplikativ und additiv gebildet werden; wir haben daraus auf das hohe Alter dieser Rechnungsverfahren geschlossen. Es gibt nun Sprachen, welche die Bildung der Zahlwörter auf ***Subtraktionen*** und ***Divisionen*** stützen, wodurch das hohe Alter auch dieser Rechnungsverfahren wenigstens bei den Völkern, denen jene Sprachen angehören, gleichfalls zur Möglichkeit gelangt.

Die Subtraktion wird am häufigsten bezüglich der Zahlwörter eins und zwei geübt[26]. Dieses entspricht z. B. in der lateinischen Sprache durchweg dem Gebrauch bei den Zehnern. Man sagt *duodeviginti*, d. h. 2 von 20 für 18, ebenso *undecentum* 1 von 100 für 99 usw. Auch im Griechischen werden 1 und 2 bei den Zehnern zuweilen abgezogen, wozu das Zeitwort $\delta\epsilon\iota\nu$ in seiner transitiven wie in seiner intransitiven Bedeutung als ***bedürfen*** und als ***fehlen*** angewandt wird. So drückt man 58 aus durch $\delta\upsilon o\iota\nu\ \delta\epsilon o\nu\tau\epsilon\varsigma\ \epsilon\xi\eta\kappa o\nu\tau\alpha = 60$ welche 2 bedürfen, 49 durch $\epsilon\nu o\varsigma\ \delta\epsilon o\nu\tau o\varsigma\ \pi\epsilon\nu\tau\eta\kappa o\nu\tau\alpha = 50$ woran 1 fehlt, und ein verein-

[19] M. Cantor, Mathematische Beiträge zum Kulturleben der Völker. Halle 1863. S. 48 flgg., auch S. 44. Wir zitieren dieses Buch künftig immer als: Math. Beitr. Kulturl.

[20] Kohl, Reisen in Südrußland. Bd. II, S. 216 und Pott I, S. 81.

[21] Pott I, S. 75 flgg.

[22] Pott II, S. 33.

[23] Pott II, S. 30.

[24] Pott II, S. 38.

[25] Math. Beitr. Kulturl. S. 147.

[26] Math. Beitr. Kulturl. S. 157.

zeltes Vorkommen von 9700 = 10000, welche 300 bedürfen *τριακοσιων αποδεοντα μυρια* wird aus den Schriften des Thukydides angeführt[27]. Auch im Gotischen findet subtraktive Bildung von Zahlwörtern statt. In der gemeinsamen Stammsprache, im Sanskrit, ist gleichfalls eine Subtraktion mittels des Wortes *una* (vermindert, weniger) im Gebrauch. Sei es nun, daß das *una* selbst allein einem Zahlwort vorgesetzt wird, und man im Gedanken *eka* eins hinzuhören muß, z. B. *unavingsati*, vermindertes 20 statt 19, oder daß das *eka* wirklich ausgesprochen wird und sich dabei mit *una* zu *ekona* zusammensetzt, z. B. *ekonaschaschta*, um 1 vermindertes 60 statt 59, oder daß andere Zahlen als 1 abgezogen werden, z. B. *pantschonangsatam*, um 5 vermindertes 100 statt 95. Ob die babylonische Benutzung von *lal* = weniger hierher gehört[28] oder als eigentliche Subtraktion aufzufassen ist, sei dahingestellt. (12)

Am seltensten dient die Division zur sprachlichen Bildung der Zahlwörter. Hier kommen neben den sofort verständlichen Teilungen: ein viertel Hundert, ein halbes Tausend usw., namentlich solche Wörter in Betracht, welche eine nicht voll vorhandene Einheit zur Teilung bringen. Anderthalb, dritthalb, sechsthalb besagen, daß das Andere, d. h. Zweite, daß das Dritte, daß das Sechste halb zu nehmen sei, die Existenz des Ersten, der 2, der 5 Vorhergehenden als selbstverstanden vorausgesetzt. Verwandte Bildungen sind in lateinischer und in griechischer Sprache *sesquialter* = *επιδευτερος* = $1\,{}^1\!/_2$, *sesquitertius* = *επιτριτος* = [A]
$1\,{}^1\!/_3$, *sesquioctavus* = *επογδοος* = $1\,{}^1\!/_8$ usw. Besonderer Hervorhebung scheint es wert, daß die dänische Sprache in Europa und im fernen Süden und Osten die Sprache der Dajacken und Malaien auf den nächsten Zwanziger beziehungsweise Zehner übergreift, um ihn hälftig vorweg zu nehmen[29]. Ein altes Vigesimalsystem in deutlichen Spuren verratend (S. 9) sagt die dänische Sprache nicht bloß *tresindstyve* oder 3 mal 20 für 60, *firesindstyve* oder 4 mal 20 für 80, sondern auch *halvtredsindstyve, halvfirdsindstyve* für 50 und 70, d. h. der dritte, der vierte Zwanziger, welcher bei 60, bei 80 voll vorhanden ist, kommt hier nur zur Hälfte in Rechnung. Ja man hat sogar *halvfemsindstyve* oder fünfthalb Zwanziger für 90, während 100 nur durch *hundrede* und nie durch *femsindstyve* ausgedrückt wird. Bei den Malaien heißt halb dreißig, halb sechzig es solle von dem letzten, also hier von dem dritten, sechsten Zehner nur die Hälfte genommen werden, man meine also 25, 55. Im Alttürkischen wird das Vorgreifen auf den nächsten Zehner noch weiter ausgedehnt[30]. „Vier dreißig“ bedeutet „vier von dem dritten Zehner“ also 24. Endlich im Äthiopischen findet sich ein merkwürdiger Ausnahmefall[31]. Die Äthiopen besitzen besondere Zeichen für die Einer, die Zehner, die Hunderter, mittels deren sie die Zwischenzahlen zusammensetzen. Sie schreiben also z. B. 59 durch die Zeichen „fünfzig neun“. Einzig und allein 99 wird anders geschrieben, nämlich nicht „neunzig neun“, sondern „neunzig hundert“, d. h. also etwa „ein Neunziger nahe bei Hundert“. Der Grund dieser Ausnahme ist unermittelt.

Alle diese Teilungen in sich schließende Ausdrücke sind gewiß merkwürdig, eine genaue Einsicht in das Alter der Division verglichen mit dem Alter der Sprachbildung geben sie uns deshalb doch nicht. Es sind eben Wörter mit Zahlenbedeutung, aber es sind nicht die Zahlwörter! Neben ihnen und statt ihrer sind auch andere möglicherweise viel ältere Aus- (13)
drücke in Gebrauch und lassen die Entstehungszeit der jüngeren Benennung im dichtesten Dunkel. Nicht anders verhält es sich mit den vorerwähnten subtraktiven Bildungen, zu

---

[27] Pott I, S. 181, Anmerkung.
[28] Reisner in Berl. Akad. Ber. 1896, S. 425–426 mit Berufung auf Tontafeln von Ur.
[29] Pott I, S. 103 und II, S. 88.
[30] J. Marquart, Die Chronologie der alttürkischen Inschriften. Leipzig 1898.
[31] C. Bezold, Kebra Nagast. München 1905. S. XV, Note 3.

welchen als weiteres Beispiel bestimmter Grenzpunkte, auf welche Vorhergehendes ebenso wie Folgendes bezogen wird, die Kalenderbezeichnung der Römer mit ihren Calenden, Nonen und Iden treten mag. Entscheidend dagegen sind die subtraktiven Zahlwörter einiger Sprachen, z. B. der Krähenindianer in Nordamerika[32]. Bei ihnen heißen 8 und 9 nie anders als *nópape, amátape*, d. h. wörtlich 2 davon, 1 davon, und das Wort Zehn, d. h. die Anzahl, von welcher 2, beziehungsweise 1 weggenommen werden sollen, ist als selbstverständlich weggelassen. Hier kann ein Zweifel kaum walten: die Namen der 8 und 9 sind erst entstanden, nachdem der Begriff der 10 sich gebildet hatte, nachdem das Rechnungsverfahren der Subtraktion erfunden war. Mit dieser Bemerkung kehren wir zu unserer früheren Behauptung zurück (S. 4), zu deren Begründung wir die ganze Erörterung über Zahlwörter und über die ersten Anfänge des Rechnens gleich hier anknüpfen durften. Die Sprache hielt in ihrer Entstehung nicht immer gleichen Schritt mit der Entstehung der Begriffe. Das aufeinanderfolgende Zählen wurde unterbrochen durch das Bewußtsein notwendiger Zahlen Verknüpfungen, Sprünge in der Erfindung der Zahlwörter sind nahezu sicher.

Und wieder machte der menschliche Erfindungsgeist einen Schritt vorwärts, einen Schritt, zu welchem er auch nicht die geringste Anregung von außen erhielt, der ganz aus eigenem Antriebe erfolgend mindestens ebenso sehr wie die künstliche Entfachung des Feuers als wesentlich menschlich, als keinem anderen Geschöpfe möglich anerkannt werden muß: er erfand die ***Schrift***. Bilderschrift, so nimmt man gegenwärtig wohl ziemlich allgemein an, war die erste, welche dem Spiegel der Rede (wie bei einem Negervolke das Geschriebene heißt)[33] den Ursprung gab. Aber mit Bildern allein kam man nicht aus. Neben wirklichen Gegenständen mußten Tätigkeiten, Eigenschaften, Empfindungen dem künftigen Wissen aufbewahrt werden. Die Notwendigkeit symbolischer oder willkürlich eingeführter Zeichen für diese nicht gegenständlichen Begriffe zwang zur Abhilfe. So müssen Begriffszeichen entstanden sein, gemeinsam mit den früheren Bildern eine Wortschrift herstellend. Jetzt erst — aber wer weiß in wie langer Zeit? — konnte man dahin gelangen in dem Gesprochenen nicht nur den ganzen Klang, sondern die einzelnen Laute, aus welchen er sich zusammensetzt,
(14) zu verstehen, und diese Einzellaute dem Auge zu versinnlichen. Die Silben- und Buchstabenschrift entstand. Für die Zahlen behielt man allgemein das Verfahren bei, welches in anderer Beziehung sich überlebt hatte. Inmitten der Silben-, der Buchstabenschrift treten ***Zahlzeichen***, d. h. Wortzeichen auf; und wer ein Freund philosophischen Grübelns ist, mag darüber sinnen, warum gerade hier eine Ausnahme sich aufdrängte. Warum hat gerade das mathematische Denken von jeher durch Wortzeichen, sei es durch Zahlzeichen, sei es durch andere sogenannte mathematische Zeichen, Unterstützung, Erleichterung und Förderung gefunden? Wir stellen die Frage, wir wagen nicht sie zu beantworten. Aber die Tatsache, an welche wir die Frage knüpften, steht fest, ebenso wie es feststeht, daß ein Zahlenschreiben in älteste Kulturzeiten hinaufreicht, wo dessen Zeichen inmitten geschichtlicher Inschriften vorkommen.

Die Verschiedenheit der Zahlzeichen ist eine gewaltige. Wir werden in mannigfachen Kapiteln dieses Bandes von solchen zu reden haben und wünschen nicht vorzugreifen. Aber ein Prinzip der Zahlenschreibung hat sich fast überall Bahn gebrochen, dessen Entdeckung dem Scharfsinne Hankels[34] um so größere Ehre macht, als es trotz seiner großen Einfachheit stets übersehen worden war. Es ist das ***Gesetz der Größenfolge***, wie wir, um eine kürze-

[32]Pott II, S. 65.
[33]Pott I, S. 18.
[34]Hankel, S. 32.

re Redeweise zu besitzen, es künftig nennen wollen, und besteht darin, daß ***bei allen additiv vereinigten Zahlen das Mehr stets dem Weniger vorausgeht***[35]. Natürlich ist die Richtung der Schrift bei Prüfung dieses Gesetzes wohl zu beachten, und wenn bei der von links nach rechts gehenden Schrift des Abendlandes der Hauptteil der Zahl links auftreten muß, so ist die Stellung bei Zahlendarstellungen semitischen Ursprunges entgegengesetzt, und wieder eine andere, wenn, wie bei den Chinesen, die Schrift in von oben nach unten gerichteten Reihen verläuft.

Die mathematischen Begriffe, bei denen wir in unserer flüchtigen Betrachtung der Anfänge menschlicher Kulturentwicklung, Anfänge, welche selbst Jahrtausende in Anspruch genommen haben mögen, zu verweilen Gelegenheit nahmen, gehören sämtlich dem einen Zweige der Größenlehre an, welcher über das Wieviel? der nebeneinander auftretenden Dinge das Was? derselben vernachlässigt. Es ist aber wohl keinem Zweifel unterworfen, daß neben Kenntnis und einfachster Verbindung der Zahlen einfache astronomische wie geometrische Begriffe wach geworden sein müssen. (15)

Wir werden der Geschichte der Astronomie grundsätzlich fern, bleiben, um nicht den schon so für uns fast unbezwingbar sich gestaltenden Gegenstand unserer Darstellung ohne Not zu vergrößern, aber zwei Bemerkungen können wir hier nicht unterdrücken. Aufgang und Untergang der Sonne waren gewiß schon in den Zeiten nomadischen Wanderns die beiden Marksteine, die Zeit und Raum in Grenzen schlossen. Morgen und Abend, Ost und West waren Begriffepaare, deren Entstehung wohl nicht früh genug angenommen werden können. Und als beim Ansässigwerden der Völker die Sonne zwar immer noch ihre Uhr, aber nicht ihren täglichen Wegweiser bildete, nach deren Stande sie sich zu richten pflegten, war das Orientierungsgefühl doch noch geblieben, hatte womöglich an Genauigkeit noch zugenommen. Am Südende des Pfäffiker-Sees in der Schweiz, sind Pfahlbauten beobachtet worden, welche genau nach den Himmelsgegenden gerichtet sind[36], und jene Bauten reichen jenseits der sogenannten Bronzezeit in eine Periode hinauf, welche nach geologischer Schätzung etwa 4000 Jahre vor Christi Geburt lag. Wir stellen in keiner Weise in Abrede, daß man bei der Orientierung der Wohnhäuser an praktische Rücksichten, an Besonnung, Wind und Wetter dachte, aber man ***dachte*** doch, man übte nicht Zufälliges und Unbeab- [B]
sichtigtes. Von ähnlichen Orientierungen werden wir verschiedentlich zu reden haben. Die Richtung nach den Himmelsgegenden selbst wird uns niemals als Beweis der Übertragung von Begriffen von einem Volke zum andern gelten dürfen. Nur die Ermittlungsweise dieser Richtung wird zum genannten Zweck tauglich erscheinen.

Auch geometrische Begriffe, sagten wir, müssen frühzeitig entstanden sein. Körper und Figuren mit geradliniger, mit krummliniger Begrenzung müssen dem Auge des Menschen aufgefallen sein, sobald er anfing nicht bloß zu sehen, sondern um sich zu schauen. Die Zahl der Ecken, in welchen jene Flächen, jene Linien aneinanderstoßen, wird ihm der Bemerkung wert gewesen sein, wird ihn herausgefordert haben jenen Gebilden Namen zu geben. Vielleicht ist auch in ältesten Zeiten und in gegenseitiger Unabhängigkeit an vielen Orten zugleich beachtet worden, daß der Arm beim Biegen am Ellenbogen, das Bein beim Biegen am Knie, daß die beiden Beine beim Ausschreiten einen Winkel bilden, und der Name jeder von zwei einen Winkel bildenden Linien als σκελος bei den Griechen, *crus* bei den Römern, Schenkel bei den Deutschen, *leg* bei den Engländern, *jambe* bei den Franzosen,

[35] Über Abweichungen von diesem Gesetze vergl. Kapitel 4.

[36] Diese Beobachtung rührt von Professor QUINCKE her, der uns freundlichst gestattete, von dieser seiner mündlichen Mitteilung Gebrauch zu machen.

(16) *bâhu*, d. h. Arm bei den Indern, *kou*, d. h. Hüfte bei den Chinesen, der Zusammenhang $\gamma\omega\nu o\varsigma$ Winkel mit $\gamma o\nu\upsilon$ Knie, dieses und ähnliches braucht nicht in allen Fällen Übertragung zu sein. Die genannten modernen Namen werden allerdings kaum anders als durch Übersetzung aus dem Lateinischen, wenn nicht aus dem Griechischen entstanden sein, aber die antiken Wörter können sehr wohl uraltes Ergebnis mehrfacher Selbstbeobachtung sein, uraltes Wissen.

Ist nun uraltes Wissen auch uralte Wissenschaft? Muß eine Geschichte der Mathematik so weit zurückgreifen, als sie noch hoffen darf mathematischen Begriffen zu begegnen?

Wir haben unsere Auffassung, unsere Beantwortung dieser Fragen darzulegen geglaubt, indem wir diese Einleitung vorausschickten. Kein Erzähler hat das Recht das Brechen, das Zusammentragen der ersten Bausteine, aus welchen Jahrhunderte dann ein stolzes Gebäude aufgerichtet haben, ganz unbeachtet zu lassen; aber die Bausteine sind noch nicht das Gebäude. Die Wissenschaft beginnt erzählbar erst dann zu werden, wenn sie Wissenschaftslehre geworden ist. Erst von diesem Zeitpunkte an kann man hoffen wirkliche Überreste von Regeln und Vorschriften zu finden, welche es erlauben mit einiger Sicherheit und nicht in allem und jedem dem eigenen Gedankenfluge vertrauend Bericht zu erstatten. Mögen Schriftsteller früherer Jahrhunderte ihre eigentlichen historisch-mathematischen Untersuchungen mit der Schöpfung begonnen haben den Worten der Schrift folgend: Aber du hast alles geordnet mit Maß, Zahl und Gewicht[37]. Uns beginnt eine wirkliche ***Geschichte der Mathematik*** mit dem ersten Schriftdenkmal, welches auf Rechnung und Figurenvergleichung Bezug hat.

[37] Weisheit Salomos XI, 22.

Kleine Bemerkungen zur Einleitung

[A] Le mot $\epsilon\pi\iota\delta\epsilon\upsilon\tau\epsilon\rho o\varsigma$ n'est pas uscité en grec, où le rapport $1^1/_2$ est exclusivement désigné par le terme $\eta\mu\iota o\lambda\iota o\varsigma$.

BM 1, 265

[B] Der Ursprung der Orientierung der Wohnhäuser dürfte in praktischen Rücksichten auf Besonnung, Wind und Wetter zu suchen sein.

BM 3, 323 A. Sturm.

Anmerkung (G. Dörflinger):
In der zweiten Auflage hatte Cantor formuliert:

> Am Südende des Pfäffiker-Sees in der Schweiz, sind Pfahlbauten beobachtet worden, welche genau nach den Himmelsgegenden gerichtet sind, und jene Bauten reichen jenseits der sogenannten Bronzezeit in eine Periode hinauf, welche nach geologischer Schätzung etwa 4000 Jahre vor Christi Geburt lag. Von ähnlichen Orientierungen werden wir verschiedentlich zu reden haben.

In der dritten Auflage berücksichtigt er die *Kleine Bemerkung* von Sturm mit der Einfügung:

> Wir stellen in keiner Weise in Abrede, daß man bei der Orientierung der Wohnhäuser an praktische Rücksichten, an Besonnung, Wind und Wetter dachte, aber man `dachte` doch, man übte nicht Zufälliges und Unbeabsichtigtes.

Band 2

XIV. Die Zeit von 1550 – 1600

Quelle:
CANTOR, MORITZ: Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. – Leipzig : Teubner
Band 2. Von 1200 bis 1668. — 2. Aufl. — 1900.
S. 545 – 648

67. Kapitel. **Geschichte der Mathematik. Classikerausgaben. Geometrie. Mechanik.** (545)

Die zum Schlusse des vorhergehenden Abschnittes angedeuteten Verhältnisse und die als Folgen derselben nicht mehr von Volk zu Volk zu trennende Entwickelung der Wissenschaften nöthigen uns, die seither von uns gebrauchte geographische Eintheilung der einzelnen Abschnitte zu verlassen. Trennt man aber nicht mehr von Volk zu Volk, ist es eben so unmöglich die chronologische Trennung von Jahr zu Jahr, oder von Jahrzehnt zu Jahrzehnt vorzunehmen, weil der Jahrgang des Druckes doch nicht übereinstimmt mit den oft langen Jahren der Vorbereitung, und weil ferner alsdann Dinge verschiedenster Gattung neben einander, getrennt dagegen von Verwandtem aufzutreten drohen, so bleibt nur übrig, den Stoff nach ***dem Inhalte der Schriften, welche wir zu nennen haben, zu ordnen***. Recht mangelhaft ist allerdings auch diese Anordnung. Ein und derselbe Schriftsteller wird nicht selten an verschiedenen Stellen genannt werden müssen; seine eigene Bedeutung wird möglicherweise dabei nicht in einem richtigen Lichte erscheinen, insbesondere dann, wenn er das erste Mal, dass er auftritt, uns vielleicht seine schwächste Seite zukehrt. Wir hoffen hier dennoch eine Abhilfe treffen zu können dadurch, dass wir den wirklich bedeutenden Mathematikern am Schlusse eine Zusammenfassung widmen. Lebensschicksale derselben in so engen Grenzen, als die Anlage unseres Werkes sie fordert und gestattet, werden berichtet werden, wo der Name zuerst erscheint.

Wir beginnen mit solchen Schriftstellern, welche die ***Geschichte der Mathematik*** selbst zum Gegenstande ihrer Forschung machten.

Petrus Ramus[1], mit französischem Namen Pierre de la Ramée (1515–1572), (546)
gehörte zu den einflussreichsten Schriftstelle seiner Zeit, wozu ihn einestheils Beziehungen zu hochgestellten Persönlichkeiten, anderntheils eine ausgesprochen streitbare Geistesveranlagung machte, welche ihn in den Vordergrund von lebhaften Kämpfen stellte. Mit der These *Quaecunque ab Aristotele dicta essent commentitia esse* warf Ramus 1536 der ganzen, an allen Universitäten hochmächtigen Aristotelischen Schule den Fehdehandschuh hin. In den Hörsälen begann das geistige Ringen, aber an anderen Kampfplätzen und mit anderen als geistigen Waffen setzte es sich fort bis die auf die Nacht des St. Bartholomäus folgende Nacht Ramus dem Dolche der Mörder überlieferte. Bis 1568 lebte Ramus in Frankreich, meistens in Paris. Dann entzog er sich den ihm dort drohenden persönlichen Gefahren durch eine mit königlicher Erlaubniss unternommene Reise nach Deutschland, die ausgesprochenermassen wissenschaftlichen Zwecken dienen sollte; Strassburg, Heidelberg, Frankfurt am Main, Nürnberg, Augsburg, Basel gehörten zu den besuchten Städten. Ueberall war Ramus im Dienste der von ihm vertretenen Sache thätig, überall knüpften sich an seinen Aufenthalt Streitigkeiten an. Im September 1570 kehrte er nach Paris zurück, welches er nicht wieder verliess. Von den zahlreichen Schriften, welche Ramus verfasste, nennen wir an dieser Stelle nur eine aus 3 Büchern bestehende von 1567, welche der Königin Katharina von Medicis gewidmet war[2] und welche später, 1569 und häufiger, wiederholt gedruckt wurde, als die 3 ersten von 31 Büchern mathematischer Untersuchungen, *Scholae mathematicae*. Diese 3 Bücher stellen eine wirkliche Geschichte der Mathematik dar,

---

[1] Ch. Waddington: *Ramus, sa vie, ses écrits et ses opinions* (Paris 1855). — Cantor in der Zeitschr. Math. Phys.. H, 354–359; III, 133–143; IV, 314–315. — L. Am. Sédillot, Les professeurs de mathématiques et de physique générale au Collège de France im *Bulletino Boncompagni* Bd. II und III (1869–1870). Ueber Ramus vergl. II, 389–418.

[2] *P. Rami prooemium mathematicum in tres libros distributum.*

natürlich in sehr bescheidenen Grenzen vermöge der äusserst geringen Mittel, über welche man damals noch verfügte, aber doch mit vorwiegender Benutzung solcher Quellen, welche heute noch als zuverlässige gelten. Beispielsweise hat Ramus offenbar sehr viel über griechische Mathematik aus Proklos entnommen, dessen Erläuterungen zum ersten Buche der euklidischen Elemente seit 1533, wie wir wissen (S. 406), durch Grynäus griechisch herausgegeben waren, während eine 1560 erschienene lateinische Uebersetzung weiter unten genannt werden wird. Ramus hat jedenfalls der griechischen Ausgabe sich bedient, da er wiederholt den griechischen Wortlaut anführt. Den deutschen Mathematikern hat Ramus eine fast übertriebene Bewunderung gezollt und sie insbesondere seinen Landsleuten als Muster hingestellt. Andrerseits wendet er sich freilich auch an deutsche Fürsten mit der Aufforderung, Professuren der Mathematik an ihren Universitäten zu errichten, und schlägt
(547) z. B. für Heidelberg ausdrücklich Xylander als geeignete Persönlichkeit vor, einen Gelehrten, der uns bald beschäftigen wird. Der Inhalt der Geschichte der Mathematik gliedert sich für Ramus in vier Perioden. Er unterscheidet 1. eine ***chaldäische Periode*** von Adam bis zu Abraham; 2. eine ***egyptische Periode***, beginnend von Abraham, der die Mathematik in dieses Land brachte. Beide Perioden zusammen sind auf vier Seiten abgehandelt. 3. Die ***griechische Periode*** von Thales bis zu Theon von Alexandrien füllt bei Ramus 34
[A] Seiten. 4. Die ***neuere*** Mathematik werde, hofft Ramus, einen, anderen Bearbeiter finden.

Ein zweiter Schriftsteller, welcher auf geschichtliche Untersuchungen sein Augenmerk richtete, war Bernardino Baldi[3] (1553 bis 1617). Er ist in Urbino geboren. Sein Familienname war eigentlich Cantagallina, während der Name Baldi sich von einem Urgrossvater auf ihn vererbte. Baldi war in neuen und alten Sprachen hochgelehrt; er sprach z. B. französisch und deutsch und las geläufig arabisch. In der Mathematik war er Schüler des Commandinus, von welchem wir noch zu reden haben. Im Jahre 1586 zum Abte von Guastalla gewählt, beschäftigte Baldi sich von da an wesentlich mit theologischen und kirchenrechtlichen Fragen. Seine mathematisch-wissenschaftliche Thätigkeit war aber damit doch nicht abgeschlossen. Früchte derselben sind eine *Cronica de' Matematici* und *Vite de' Matematici* aus der Zeit bis 1596. Erstere erschien 1707 in Urbino im Drucke, letztere befanden sich handschriftlich in der reichen Sammlung des Fürsten Boncompagni in Rom; eine gewisse Anzahl der in ihnen enthaltenen Lebensbeschreibungen ist veröffentlicht[4]. Leicht hat sich Baldi, welcher zwölf Jahre sammelte, dann zwei Jahre zur eigentlichen Niederschrift verwandte, seine Aufgabe nicht gemacht. Wie schwierig sie aber für ihn war und blieb, zeigt schon ein Blick in die nach der Zeitfolge geordnete Mathematikerchronik. Jordanus ist ziemlich richtig auf 1250 angesetzt, sein Name aber *Hemorarius* geschrieben. Leonardo von Pisa dagegen erscheint mit richtigem Namen im. Jahre 1400. So ungewiss war damals die Kenntniss von jenen beiden grossen Männern. Baldi hat seine Arbeit bis
(548) in die Zeit fortgesetzt, welcher er selbst angehörte. Tartaglia, Ramus, Clavius kommen noch bei ihm vor, Guidobaldo del Monte ist die letzte bei ihm genannte Persönlichkeit. Bei Ramus sind besonders die Scholae mathematicae gerühmt, welche also vermuthlich auch als mittelbare Quelle benutzt wurden. Die Vite behandeln meistens ältere Mathematiker, hauptsächlich Griechen, dann Araber, doch sind auch spätere Schriftsteller nicht

[3] Affo, *Vita di Monsignore Bernardino Baldi da Urbino* (1783). — Kästner II, 129–142. — Libri IV, 70 – 78.

[4] *Bulletino Boncompagni* an vielen Stellen, welche in dem Gesammtregister der XX Bände des *Bulletino* pag. 731 angegeben sind. Vergl. *Bull. Boncamp.* Bd. V, XII, XIX, XX. Die Vorrede zu den *Vite* vergl. IXI, 355-357. Auf der letzten Seite die Stelle: *Dodici anni ho io pensato nel raccogliere da varij autori la materia di questa istoria, e quasi in due ho dato forma ehe si vede a l'edifitio.*

vernachlässigt, Campanus[5] z. B., der in der Chronik auf das Jahr 1264 angesetzt ist, in der ausführlicheren Lebensbeschreibung dagegen unrichtig auf 1200. Die einzelnen Lebensbeschreibungen sind selbst genau datirt, so die des Campanus vom 13. October 1588. Die Chronik dürfte also hier die spätere Bearbeitung sein. Um so auffallender ist es, dass die Lebenszeit nicht ihr entsprechend auch in den Vite richtig gestellt wurde. [B]

Ein besonderes Kapitel aus der Geschichte der Mathematik hat 1557 und in verbesserter Auflage 1569 der bekannte Nürnberger Humanist Joachim Camerarius (1500–1574) bearbeitet, die Lehre von den Zahlzeichen und vom Rechnen[6]. Der sehr umständliche Titel sagt, dass die griechischen und römischen, sowie die sarracenischen oder indischen Zahlzeichen beschrieben würden, auch die Anfänge griechischer Logistik, endlich sei ein Ueberblick über die Arithmetik des Nikomachus gegeben. Das Büchlein ist auch heute noch lesenswerth und enthält manche schätzbare Einzelheiten.

Matthäus Hostus[7], ein Sprachforscher und Münzenkundiger (1509–1587), war 53 Jahre lang Professor der griechischen Sprache in Frankfurt an der Oder. Er gab 1582 in Antwerpen eine 62 Seiten starke Schrift *De numeratione emendata veteribus Latinis et Graecis usitata* heraus, welche gleichfalls heute noch lesenswerth ist. [C]

Geschichtlichen Arbeiten nahe verwandt sind die Bemühungen der Männer, welche ***Werke des Alterthums, sei es im Urtexte, sei es in Uebersetzungen, zum ersten Male oder neuerdings herausgaben.***

Wir hätten deren eine grosse Menge zu nennen, wenn wir Vollständigkeit anstrebten. Wir begnügen uns damit, die wichtigsten hervorzuheben. Joachim Camerarius, von dem wir erst gesprochen haben, gab 1549 die beweislosen Sätze der sechs ersten Bücher der euklidischen Elemente griechisch und lateinisch heraus. Eine Vorrede dazu schrieb Rhäticus. Später wurde 1577 die gleiche Ausgabe noch einmal aufgelegt durch Moritz [D]
Steinmetz, sogar 1724 noch einmal durch L. F. Weisse[8]. Pierre Mondoré[9], lateinisch
Petrus Montaureus, Bibliothekar der königlichen Bibliothek in Paris, veröffentlichte (549)
1551 das zehnte Buch der euklidischen Elemente, später beabsichtigte er Weiteres folgen zu lassen. Aber sein langes Zurückhalten brachte den vorbereiteten Schriften den Untergang. In der Bartholomäusnacht wurde Mondoré getödtet, sein Arbeitszimmer geplündert. Die Handschriften seiner Werke wurden vernichtet.

Jean de la Pène[10], ein Professor am Collège de France, der, 1528 in Aix geboren, 1556 [E]
erstmalig in Folge von Wettbewerb seine Lehranstellung erhielt, aber schon 1558 im Alter von kaum 30 Jahren starb, gab 1557 die Sphärik des Theodosius griechisch und lateinisch, [F]
im gleichen Jahre auch ebenso die optischen und musikalischen Schriften des Euklid heraus.

Dasselbe Jahr 1557 ist das Druckjahr der Ausgabe der euklidischen Elemente durch Jacques Peletier oder Peletarius, von welcher wegen der Anmerkungen weiter unten zu reden sein wird und 1557 war es auch, dass Pasquier Duhamel († 1565) einen Commentar zu der Sandeszahl des Archimedes herausgab[11].

Der Zeitfolge wenig voraneilend nennen wir eine französische Euklidübersetzung durch

---

[5] *Bulletino Boncompagni* XIX, 591–596.
[6] Kästner, I, 134–136,
[7] Cantor, Mathem. Beitr. z. Kulturleb, d. Völker S. 159, Anmerkung 318.
[8] Kästner I, 345–348
[9] Montucla I, 564.
[10] Montucla I, 564. — Sédillot im *Bulletino Boncompagni* II, 391 und 422.
[11] Poggendorff I, 616.

Pierre Forcadel[12], Buch I bis V seiner Euklidübersetzung erschienen 1564, Buch VII bis IX sodann 1566. Schon vor der Euklidübersetzung gab Forcadel 1561 eine französische Uebersetzung der Arithmetik des Gemma Frisius (S. 411), den er Gemme Phrison nannte, und nachmals 1570 wieder eine französische Uebersetzung des Algorithmus demonstratus (S. 63). Forcadel aus Beziers gehörte gleich Jean de la Pène zu den Schülern im engeren Sinne und zu den Freunden von Ramus, welcher ihm 1560 zur Erlangung der mathematischen Professur am Collège de France behilflich war, die er bis zu seinem Tode 1573 inne hatte. Forcadel, vielgerühmt und vielgetadelt, lehrte ausschliesslich in französischer Sprache, und zwar 1548 in Lyon, seit 1550 in nicht officieller Stellung in Paris. Eine Reise in Italien fällt vor 1561.

Schon 1562 war in Deutschland eine deutsche Euklidübersetzung erschienen, welcher wir, sowie einer anderen Uebersetzung aus der Feder des gleichen Gelehrten, uns etwas ausführlicher zuwenden müssen. Wilhelm Holzmann, weitaus bekannter unter dem Ge-
(550) [G] lehrtennamen Xylander[13], ist 1532 in Augsburg als Sohn armer Eltern geboren und 1576 als Professor der aristotelischen Logik in Heidelberg gestorben. Diese Stellung nahm er seit 1562 ein, nachdem er vorher vier Jahre Professor der griechischen Sprache gewesen war und in dem letzten dieser vier Jahre überdies mathematische Vorlesungen gehalten hatte. Einer seiner wenig berühmten Vorgänger in diesem letzteren Fache war Marcus Morsheimer, welchen nur nennen, weil ein 1558 von ihm veröffentlichtes Buch[14] das erste zu sein scheint, welches über Rechnungen des Rechtsverkehrs in den Druck gegeben wurde. Als Xylander die logische Professur übertragen wurde, welche in jeder Beziehung höhere Ansprüche befriedigte, als die untergeordnete mathematische Lehrthätigkeit der damaligen Zeit, wurde für diese Simon Grynäus der Jüngere (1539–1582) mit dem unverhältnissmässig geringen Jahresgehalte von fl. 60 nebst freier Wohnung angestellt, der Sohn eines Vetters jenes älteren Simon Grynäus, welcher die erste griechische Euklidausgabe veranstaltet hatte Wilhelm Xylander also hat schon 1562 von Heidelberg aus eine deutsche Uebersetzung der euklidischen Elemente Buch I bis VI in Basel drucken lassen. Vorangegangen war im Drucke eine 1556 von Augsburg aus veranstaltete Ausgabe der Lehrbegriffe des Psellus in griechischer und lateinischer Sprache, aber die Euklidübersetzung war schon vor diesem letztgenannten Drucke mindestens begonnen, denn in der Vorrede zum Euklid sagt *„M. Wilhelm Holzmann genannt Xylander, Griechischer Professor des Churf. Studiums in Heydelberg“*, er habe schon vor sieben Jahren, mithin 1555, die ersten vier Bücher Euklid's aus dem Griechischen ins Deutsche übersetzt und erläutert und von seiner Hand geschrieben der Augsburger Stadtbehörde übergeben, *die auch solches günstiglich angenommen und in sondern Gnaden gegen ihn erkannt haben.* Als erste Bearbeitung in einer lebenden Volkssprache ist Xylander's Euklid merkwürdig genug und mag in Deutschland durch Verbreitung geometrischen Wissens unter Malern, Goldarbeitern, Baumeistern, für welche ausgesprochenermassen die Uebersetzung bestimmt ist, also unter demselben Kreise, für welchen Albrecht Dürer einst schrieb (S. 459), wirksam gewesen sein. Die arithmetischen Bücher Euklid's waren schon etwas früher in deutscher Sprache bekannt. Ihr Herausgeber

[12] Ebenda I, 722. — L. Am. Sédillot, Les Professeurs de mathématique et de physique générale au Collège de France im *Bulletino Boncompagni* II, 424–427. — Fontès, Pierre Forcadel, lecteur du Roy es Mathématiques in den *Mémoires de l'Academie des sciences, inscriptions et belles-lettres de Toulouse.* 9. Série, T. VI (1894), VII (1895), VIII (1896).

[13] Freher, *Theatrum virorum eruditione clarorum* pag. 1471. — Kästner I, 184, 279, 348. — Zeitschr. Math. Phys. III, 138–139. — Allgem. Deutsche Biographie XLIV, 582–593 (Artikel von Fr. Scholl).

[14] *Disputatio juridica de rebus mathematicis.* Basel 1558

war Johann Scheybl[15], lateinisch Scheubelius (1494–1570). Dessen Veröffentlichung von 1558 führt den Titel: Das sibend, acht und neunt Buch des hochberühmbten Mathematici Euclidis Megarensis. Der Xylander'sehen Bearbeitung der ersten sechs planimetrischen (551)
Bücher sind nicht allzuviele Verdienste nachzurühmen. Die Beweise z. B., von welchen Xylander wie seine Vorgänger und wie noch viele Nachfolger annahmen, dass sie gar nicht dem Euklid angehörten, sondern Zusätze des Theon, des Hypsikles, des Campanus seien, die er unterschiedslos nach einander aufzählt, hat er mitunter weggelassen. *„Mögen auch etwa schwerlich von Ungelehrten begriffen werden, und ein einfältiger deutscher Liebhaber dieser Künste ist wohl zufrieden, so er die Sache versteht, ob er wohl die Demonstration nicht weiss.“* Statt der Beweise müssen nicht selten Zahlenbeispiele dienen, welche Xylander als seinen Zwecken entsprechender ansah, und die Beweise und Erklärungen, die er giebt, sind zum Theil überaus kläglich. Dass auf wirkliche Schwierigkeiten, wie sie z. B. die Lehre von den Parallellinien oder von den Berührungen bietet, nicht mit einer Silbe eingegangen ist, erscheint demnach nur als selbstverständlich. Ungleich wichtiger ist eine Veröffentlichung Xylander's aus dem Jahre 1575, in welcher er keinerlei Vorgänger besass, vielmehr einen ungemein schwierigen Schriftsteller des Alterthums für Europa erstmalig lesbar machte: seine **lateinische Diophantübersetzung**[16]. Wohl hatte Regiomontanus (S. 263) Diophant's Arithmetik in Italien gesehen und ihren hohen Werth erkannt, wohl hatte 1572 ein Italiener, Bombelli, der uns als algebraischer Schriftsteller wieder begegnen wird, in Gemeinschaft mit einem anderen Gelehrten, Pazzi, eine Vaticanhandschrift des Diophant zu übersetzen angefangen und davon sowie von dem nachmaligen Scheitern ihres Unternehmens in einer Vorrede von 1572 Mittheilung gemacht[17], aber Xylander's Bemühungen waren davon ganz unabhängig, und, was die Hauptsache ist, sie waren erfolgreich. Auf einer Reise nach Wittenberg wurde Xylander von dortigen Professoren aul den griechischen Arithmetiker aufmerksam gemacht, indem er bei ihnen die Abschrift eines Bruchstückes zu sehen bekam. Ein gewisser Andreas Dudicius Sbardellatus, Gesandter des römischen Kaisers am polnischen Hofe, wurde ihm als Besitzer eines vollständigen Codex genannt. An diesen wandte sich Xylander, erhielt ohne Verzug die Handschrift mit der dringenden Ermunterung zur Herausgabe und vollzog die Uebersetzung, welche 1575 in Basel die Presse verliess. Ein griechischer Text war allerdings nicht mit abgedruckt, mancherlei Fehler der Uebersetzung sind später nachgewiesen worden, allein das Eine wie das Andere findet volle (552)
Entschuldigung darin dass d Uebersetzer nur ein einziger Text zur Verfügung stand. Statt Splitterrichterei zu üben , sollte man vielmehr das grosse Verdienst Xvlander's um die Neuentdeckung des geistreichen Werkes anerkennen, welches alsbald von den hervorragendsten Geistern insbesondere in Frankreich und Belgien studirt wurde und ungeahnte Früchte trug. In der Xylander'schen Diophantübersetzung findet sich auf S. 9 und öfter ein Gleichheitszeichen in Gestalt zweier senkrechten Parallelstriche $\|$. Ueber den Ursprung des Zeichens ist nichts angegeben Vielleicht war in Xylander's griechischer Vorlage das Wort $i\sigma o\iota$ durch zwei ι abgekürzt, während eine Pariser Handschrift bekanntlich ein ι als Abkürzungszeichen dafür benutzt (Bd. I, S. 442). Da die von Xylander benutzte Handschrift mit grosser Wahrscheinlichkeit diejenige ist, welche gegenwärtig als Cod. Guelferbytanus Gudianus l in Wolfenbüttel aufbewahrt wird[18], so möchte es sich lohnen dort einmal nachzusehen. Jeden-

[15] Poggendorff II, 792.

[16] Nesselmann, Algebra der Griechen S. 279–280.

[17] Vergl. S. 4 der paginirten Vorrede *Agli Lettori* in der Algebra von Rafael Bombelli (Venedig 1572).

[18] P. Tannery im II. Bande seiner in der *Bibtiotheca Teubneriana* erschienenen Diophantausgabe, Prolegomena pag. XXVIII–XXIX, Nr. 11

falls erkennt man aus Xylander's Zeichen, dass das von Recorde erfundene damals, also 18 Jahre nach dessen Veröffentlichung (S. 479), sich noch nicht verbreitet hatte. Der Diophant ist dem Herzoge Ludwig von Württemberg zugeeignet. Es wird zwar berichtet, dieser habe die Widmung durch ein Geschenk von 500 Thalern beantwortet, doch betrug dasselbe in Wahrheit nur 50 Thaler, so dass Xylander, der sich fortwährend in Geldverlegenheiten befand, noch in dem gleichen Jahre 1575 oder zu Anfang von 1576 kurz vor seinem Tode sich bei der Universitätsbehörde um ein Darlehen von 50 Gulden bewarb, gegen welches er sein Silberzeug zu verpfänden sich erbot.

Zehn Jahre später 1585 gab ein belgischer Mathematiker, der uns mehrfach beschäftigen wird, Simon Stevin[19], eine französische Bearbeitung der ersten vier Bücher des Diophant heraus.

Einer ganz eigenthümlichen Behandlungsweise des VII. Buches der Euklidischen Elemente bediente sich 1564 ein gewisser Johannes Sthen[20] aus Lüneburg. Philomathes und Orthophronius unterhalten sich über mathematische Dinge, und bei dieser Gelegenheit werden Erklärungen und Sätze jenes VII. Buches griechisch angeführt. Die lateinische Uebersetzung und Erläuterung folgt jedesmal unmittelbar, aber kein Beweis. Statt dessen dienen vorzugsweise Zahlenbeispiele. Auch das VIII. und IX. Buch wollte Sthen in
(553) ähnlicher Weise bearbeiten, doch scheint er nicht dazu gekommen zu sein. Um die gleiche Zeit erschienen 1564 bis 1566 in Strassburg Abdrücke und Bearbeitungen der Euklidischen Elemente in griechischer und lateinischer Sprache, bei deren Zusammenstellung Conrad Dasypodius und Christian Herlinus[21] theilweise zusammengewirkt hatten, ersterer in weitesten Kreisen bekannt durch die von ihm erfundene und ausgeführte, sowie 1578 beschriebene kunstreiche Uhr im Strassburger Münster[22]. Die von Dasypodius allein veranstalteten Abdrücke enthalten den Euklidischen Text in griechischer und lateinischer Sprache neben einander. Die Bearbeitung der sechs ersten Euklidischen Bücher, zu welcher Beide in der Weise sich vereinigten, dass Herlinus Buch I und V, Dasypodius Buch II, III, IV, VI übernahm, lassen alle Folgerungen in der Form schulgerechter Schlüsse erscheinen, eine wohl ziemlich zwecklose Künstelei, welche aber damals anders beurtheilt worden sein muss, sonst wäre nicht 1571 eine neue Auflage möglich gewesen.

Als einer der fleissigsten Uebersetzer und Herausgeber, wobei das lobende Beiwort Geltung behält, auch wenn wir den Vergleich auf Herausgeber aller Jahrhunderte ausdehnen, muss Federigo Commandino[23] (1509–1575) von Urbino gerühmt werden. Schriften des Ptolemäus, des Archimed, des Apollonius, des Euklid, des Aristarch, des Pappus, des Heron hat er übersetzt, und diese Bearbeitungen erschienen in den Jahren 1558 bis 1592, also bis zu 17 Jahren nach Commandino's Tode. Einzelne dieser Uebersetzungen, insbesondere die des Pappus, sind Jahrhunderte lang die einzigen geblieben, welche überhaupt vorhanden waren, und sie mussten sogar den Urtext ersetzen, welcher noch nicht gedruckt worden war. Neben seiner mathematischen Uebersetzungsthätigkeit war Commandino auch Arzt.

Ein griechisch zwar schon in Verbindung mit den Euklidischen Elementen durch den älteren Grynäus herausgegebener Schriftsteller War Proklus. Seine Uebersetzung stellte

[19] Quetelet pag, 159, Note 1.
[20] Kästner I, 132–134.
[21] Kästner I, 332–334.
[22] Ebenda II, 215–221. — Wilhelm Schmidt, Heron von Alexandrien, Konrad Dasypodius und die Strassburger astronomische Münsteruhr. Zeitschr. Math. Phys. XLII. Supplementheft S. 177–194.
[23] Libri III, 118-121.

ein venetianischer Edelmann Francesco Barozzi[24], lateinisch Barocius (etwa 1538 bis nach 1587) sich als Aufgabe, und diese Uebersetzung erschien 1565. Auch Schriften von [H] Heron hat Barozzi übersetzt, wenngleich diese Uebersetzungen sich wegen des äusserst mangelhaften Zustandes des zu Grunde liegenden Textes nicht sehr brauchbar erweisen konnten.

Immer blieb noch Euklid der meistbevorzugte griechische Schriftsteller, wie einige Namen bestätigen, welche wir jetzt zu nennen haben. Da tritt uns der sogenannte Euklid (554) des Candalla gegenüber. François de Foix-Candale[25] (etwa 1502–1594) war aus königlichem Blute, wie in Distichen gerühmt wird, welche zu Anfang der Euklidausgabe [I] stehen. Er war Bischof im südlichen Frankreich und trieb Mathematik aus innerem Drange. Die Ausgaben der Euklidischen Elemente von Campanus und von Theon — unter letzterem Namen ist die von Zamberti verstanden — machten ihn stutzig. Entweder müssen der Verschiedenheit dieser Ausgaben gemäss mehrere Euklide gewesen sein, oder des einzigen Schriftstellers Werk müsse vielfache Veränderung erlitten haben. Dann war aber eine Wiederherstellung geboten, und dieser Aufgabe unterzog sich Candale oder Flussates, wie sein Name (von Foix abgeleitet) sich gleichfalls geschrieben findet. Unter dem Eigenen, welches Candale bei dieser Bearbeitung bot, nennen wir seine Bemerkung zu Euklid III, 16. Der Berührungswinkel, sagt er, sei von anderer Art als ein geradliniger, also kein Wunder, dass er kleiner sei als jeder geradlinige und dass es doch unter den Berührungswinkeln immer kleinere und kleinere gebe. Die **Art** des Berührungswinkels sei eben kleiner als die des geradlinigen, wie die grösste Mücke kleiner sei als das kleinste Kamel. Candale hielt sich bei einer Bearbeitung von einiger Freiheit für berechtigt, den Elementen neue Bücher eigener Erfindung über regelmässige Körper hinzuzufügen. Der erste Abdruck von 1566 enthält [J] ein solches Zusatzbuch, der zweite von 1578 deren drei. Unter den neuen Körpern ist einer durch 6 Quadrate und 8 Dreiecke, ein anderer durch 20 Dreiecke und 12 Fünfecke begrenzt. *Exoctaedron* und *Icosidodecaedron* sind die Namen, welche für jene Körper vorgeschlagen sind.

Das Jahr 1570 ist das Druckjahr des ersten englischen Euklid[26]. Sir Henry Billingsley war der Uebersetzer. Als Gehilfe diente ihm dabei eine ungleich interessantere Persönlichkeit zu welcher wir uns wenden.

John Dee[27] (1527–1608) verliess England schon mit 21 Jahren. Er lehrte 1549 in Löwen, 1550 in Paris. Seine Zuhörer, meist älter als er selbst, waren, wie er erzählt, so zahlreich, dass kein geschlossener Raum sie fasste; ein Theil drängte sich von aussen an die Fenster, um so bestmöglich hören und sehen zu können. Eine Berufung nach Oxford (555) lehnte er 1554 ab. Mit dem Beginne der Regierung von Königin Elisabeth, also etwa 1558, trat dagegen Dee in königliche Dienste. Im Jahre 1564 begab er sich nach Deutschland zu Kaiser Maximilian II., dem er eine Schrift zugeeignet hatte. 1570 erschien Dee in Urbino bei Commandino. Er brachte die Uebersetzung der Euklidischen Schrift von der Theilung der Figuren mit (Bd. I, S. 272), deren arabische Bearbeitung durch Mohammed Bagdadinus er um 1563 in der Bibliotheca Cottoniana[28] aufgefunden, übersetzt und als euklidisch

---

[24] Vossius pag. 336.

[25] Kästner I, 313–324. — Poggendorff I, 764 unter dem Namen Flussates. P. Tannery in dem *Bulletin Darboux* XXVIII, 59 (1893) macht darauf aufmerksam, dass die Linie Foix-Candale ihren Namen von der englischen Grafschaft Kendal entnommen habe, mit welcher ihr Gründer, belehnt worden war.

[26] Ball, *History of mathematics at Cambridge* pag. 22–23.

[27] Kästner II, 46–47 und I, 272, — *Encyclopaedia Britannica* (ed. IX) VII, 22. — Ball l.c., pag. 19–21

[28] Von Sir Robert Cotton angelegt, wurde diese Sammlung 1700 Staatseigenthum und befindet sich

erkannt hatte, ein Beweis für Dee's Sprachkenntnisse wie nicht minder für sein umfassendes Wissen in mathematisch-geschichtlicher Beziehung. Der Druck des Werkchens wurde 1570 durch Dee und Commandino gemeinschaftlich veranstaltet und erfolgte 1703 auf's Neue in der von David Gregory besorgten Gesammtausgabe der Euklidischen Werke. Dee's Wanderleben führte ihn auch 1571 nach Lothringen, 1578 wieder nach Deutschland, dazwischen wiederholt nach England, 1583 nach Polen und Böhmen, wo er viel mit Alchymie sich beschäftigte und in Folge dessen bei Kaiser Eudolf II. in grosser Gunst stand. Zuletzt lebte er in England in Noth und Zurückgezogenheit, weil er um einiger mechanischer Kunstwerke willen, die er angefertigt hatte und in Folge einer sehr auffälligen Tracht, die er anzulegen sich gewöhnt hatte, für einen Zauberer gehalten und von Jedermann gemieden wurde.

Die lateinische Ausgabe der euklidischen Elemente von Clavius gehört dem Jahre 1574 an und wurde 1589, 1591, 1603, 1607, 1612 neu aufgelegt. Christoph Clavi-
[K] us[29], ursprünglich Schlüssel, ist 1537 in Bamberg geboren. Er war Mitglied des Jesuitenordens und lehrte 14 Jahre lang Mathematik in dem Collegium seines Ordens in Rom. Dort starb er 1612. Weiten Kreisen ist er bekannt als einer der Mitarbeiter an dem Werke der *Kalenderverbesserung*, zu welchem Papst Gregor XIII. ihn beizog. Die zahlreichen neuen Auflagen, in welchen sein Euklid gedruckt werden musste, beweisen die hohe Anerkennung, welche dieses Werk fand, und selten ist eine solche Anerkennung in gleich hohem Maasse verdient gewesen. Clavius hat in einem umfang- und inhaltreichen Bande vereinigt, was die früheren Herausgeber und Erklärer da und dort zerstreut mitgetheilt hatten. Er hat bei dieser Sammlung scharfe Kritik geübt, alte Irrthümer aufgedeckt und vernich-
(556) tet. Er ist keiner einzigen Schwierigkeit aus dem Wege gegangen. Er hat vielfach eigene Erläuterungsversuche mit Glück gewagt. Nur wenige Einzelheiten wollen wir hervorheben. Ob wir gleich das Erste, welches wir erwähnen, die Benutzung des Wortes *fluere* bei der Beschreibung der Entstehung[30] von Linien und Oberflächen mittels fliessender Punkte und Linien Clavius zuschreiben dürfen, ist bei der grossen Aehnlichkeit seiner Ausdrucksweise mit der von Petru Philomeni von Dacien (S. 91) gebrauchten fast zweifelhaft, Die Parallelentheorie sucht Clavius[31] auf folgende beide Sätze zu stützen: 1. Eine Linie, deren einzelne Punkte gleich weit von einer derselben Ebene mit ihr angehörenden Geraden abstehen, ist gerade. 2. Wenn eine Gerade längs einer anderen Geraden so hingeschoben wird, dass beide fortwährend einen rechten Winkel mit einander bilden, so beschreibt auch der andere Endpunkt der verschobenen Geraden eine Gerade. Bei Clavius[32] dürfte als einem der Ersten die jetzt wohl allgemein angenommene Ansicht ausgesprochen sein, dass die Entstehung des pythagoraeischen Lehrsatzes eine zahlentheoretische von der Gleichung $3^2 + 4^2 = 5^2$ aus war, und dass erst in zweiter Linie die Verallgemeinerung desselben auf jedes rechtwinklige Dreieck stattfand. Der Irrthum, dass Euklid von Megara Verfasser der Elemente gewesen sei, wird von Clavius endgültig abgethan, während, wie wir noch sehen werden, der andere Irrthum, als wenn nur die Lehrsätze von Euklid, die Beweise dagegen von Theon herrührten, bereits 1559 durch Buteo beseitigt war. Unter den Prolegomena genannten Vorbemerkungen findet sich ein Abschnitt über die Persönlichkeit des Euklid, und in diesem ist ausdrücklich des Gegensatzes gedacht, welcher zwischen den Berichten des Proklos und

---

gegenwärtig im Britischen Museum in London.

[29] Allgem. deutsche Biographie IV, 298–299, Artikel von Bruhns.

[30] *Euclidis Elementa* ed. Clavius. Köln 1591 (III. ed.) pag. 2 und pag, 3.

[31] Ebenda pag. 50–51. Vergl. Stäckel und Engel, Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauss (Leipzig 1895) S. 17–18.

[32] Clavius 1. c. pag. 85.

des Valerius Maximus obwaltet, und ist die Entscheidung im Sinne des Proklos getroffen: unser Euklid, der so scharfsinnige Geometer, ist ein durchaus Anderer als der Philosoph von Megara[33]. Davon, dass Euklid die Beweise nicht selbst verfasst haben sollte, ist bei Clavius nur so weit die Rede, als er es durchaus verwirft[34]. Dagegen ist nach den Axiomen und unmittelbar vor dem Satze I, l ausdrücklich gesagt[35], es seien Unterschiede zwischen der theonischen Ueberlieferung, *traditio Theonis*, und der von Campanus befolgten arabischen Ueberlieferung, *ordo quem Campanus ex traditione Arabum est secutus*, vorhanden, welche man kennen müsse, wenn man nicht durch Verweisungen, welche bald die eine bald (557)
die andere Ausgabe berücksichtigen, in Verwirrung gerathen solle. Desshalb ist jeder Satz des Clavius mit doppelter Bezifferung versehen, einer im Texte fortlaufenden nach Theon, einer Randbezifferung nach Campanus, d. h. also nach den Arabern, und grade die dadurch in leichter Weise ermöglichte Vergleichung der einander entsprechenden Ordnungszahlen, welche gestattet, ohne Mühe zu erkennen, ob ein mittelalterlicher Schriftsteller nach dem arabischen oder nach dem griechischen Euklid seine geometrischen Kenntnisse sich erworben habe, lässt die Ausgaben von Clavius noch heute für geschichtliche Untersuchungen das Beiwort der Unentbehrlichkeit verdienen.

Von einer spanischen Uebersetzung[36] der 6 ersten Bücher der euklidischen Elemente, welche 1576 in Sevilla gedruckt wurde, ist uns nur der Name des Uebersetzers Rodrigo Zamorano bekannt.

Ein Neapolitaner Giuseppe Auria[37] übersetzte auf Grundlage einiger im Vatican befindlichen Codices geometrisch-astronomische Schriften des Theodosius, welche 1587 und 1588 gedruckt wurden. Eine Diophantübersetzung ins Lateinische soll ebenderselbe angefertigt haben, über deren handschriftliches Vorhandensein berichtet wird.

Baldi, der gelehrte Abt von Guastalla (S. 547) [S. 20], übersetzte die Automaten des Heron und gab sie 1589 im Drucke heraus. Die Originalhandschrift dieser Uebersetzung ist im Besitze Libri's[38], eines Liebhabers solcher Schriftstücke, der sie zu beurtheilen verstand, gewesen. Nach seiner Aussage wäre die Ausführung der Federzeichnungen zu den Figuren von wunderbarer Vollendung gewesen, wodurch der Bericht an Glaubwürdigkeit gewinnt, dass Baldi ebensoviele Begabung als Neigung zur Malerei besessen habe und nur mit Gewalt von seinen Lehrern abgehalten worden sei, sich der Kunst zu widmen[39]. Auch Heron's Schrift über Wurfgeschosse hat Baldi übersetzt, doch fand diese erst 1616 Veröffentlichung[40].

Ein. für die damalige Zeit hochmerkwürdiges Druckwerk ist die arabische Bearbeitung der euklidischen Elemente von Naṣîir Eddîn (Bd. I, S. 735), welche 1594 in Rom erschien[41]. Es wird berichtet, dass Baldi grade dieses Buch mit Vorliebe in den Nachmittagsstunden gelesen habe[42].

Als letzten Uebersetzer von Schriften des Alterthums nennen wir einen Mann, der seiner Lebenszeit nach schon wesentlich früher hätte erwähnt werden müssen, und dessen Bear- (558)

33 *Itaque Euclides noster, Geometra acutissimus, ab illo Megareo Philosopho longe alius est.*
34 Clavius 1. c. II, pag. 191.
35 Ebenda I, pag. 19.
36 Kästner I, 263.
37 Montucla I, 564. — Diophant übersetzt von Otto Schulz (Berlin 1822), Vorbericht S. XLII–XL1II.
38 Libri IV, 72.
39 Ebenda IV, 70.
40 Ebenda IV, 77, Note 1.
41 Kästner I, 367 flgg.
42 Libri IV, 75

beitungen eine ganze Anzahl anderweitiger Bemühungen überflüssig gemacht hätten wenn sie rechtzeitig zum Drucke gegeben worden wären. Francesco Maurolico[43] (1494–1575) von Messina war wie Keiner befähigt gerade solchen Arbeiten sich zu widmen. Sein Vater, ein byzantinischer Arzt, war vor den Türken fliehend nach Sicilien gekommen und unterrrichtete selbst den hoffnungsvollen Sohn in Naturwissenschaften und Astronomie sowie in der griechischen Sprache, die überdies in Sicilien keineswegs ausgestorben war. Francesco Maurolico, mit latinisirtem Namen Maurolycus, auch wohl Maroli genannt, wurde Geistlicher, seine wissenschaftliche Thätigkeit aber griff nach allen Fächern über Die blossen Titel der von ihm theils vollendeten, theils geplanten Werke füllen ganze Seiten. Die Stadt Messina ernannte ihn zu ihrem Geschichtsschreiber. Physikalische und besonders meteorologische Beobachtungen, welche er anstellte, gaben ihm unter den Physikern einen ehrenvollen Platz. Dabei fand er noch Zeit, die Festungsbauten von Messina bei ihrer Herstellung zu überwachen, schrieb er zahlreiche , handschriftlich vorhandene und in unserer Zeit gedruckte mathematische Abhandlungen. Für's Erste haben wir es nur mit seinen Uebersetzungen zu thun. Nur ein Sammelband ist 1558 bei Maurolico's Lebzeiten erschienen. Seinen Inhalt bilden die Sphärik des Theodosius, die des Menelaus, eine eben solche von Maurolico selbst, das Buch des Autolykus von der bewegten Kugel, Theodosins über die bewohnte Erde, die Phaenomena des Euklid. Nur seltene Exemplare dieses Bandes haben
[L] sich erhalten[44]. Noch im XVI. Jahrhunderte, aber erst nach dem Tode des Uebersetzers, erschienen 1591 die euklidischen Phaenomena abermals. Die beiden wichtigsten Uebersetzungen blieben dagegen fast ein volles Jahrhundert der Oeffentlichkeit vorenthalten. Die Kegelschnitte des Apollonius erschienen 1654. Maurolico hat hier erstmalig einen Versuch gewagt, der später vielfach den Scharfsinn der Mathematiker in Bewegung setzt, den einer sogenannten **Restitution**. Nur 4 Bücher Kegelschnitte haben griechisch sich erhalten. Maurolico stellte nun nach den ziemlich dürftigen Angaben über den Inhalt der folgenden Bücher, welche da und dort vorkommen, diese wieder her, allerdings ein missglückter Versuch, wie sich herausstellte, als im XVII. Jahrhunderte wenigstens das 5., 6. und 7.
(559) Buch in arabischer Bearbeitung aufgefunden wurden, aber immerhin Interessantes bietend, insbesondere wo es um grösste und kleinste Werthe sich handelt, welche gewisse mit den Kegelschnitten in Verbindung stehende Strecken annehmen, eine Gattung von Untersuchungen, welche den Inhalt des fünften Buches bildet. Am hervorragendsten ist die Archimedübersetzung Maurolico's, der sich unter den Zeitgenossen schon den Namen des zweiten Archimed erworben hatte. Erst 1670 begann man den Druck dieser Bearbeitung, welcher nach mannigfachen Zwischenfällen gar erst 1685 in Palermo vollendet wurde.

Wir haben eine ziemlich grosse Anzahl von Schriftstellern aller Länder genannt, welche Uebertragung der Werke griechischer Mathematiker bald ins Lateinische, bald in die lebenden Sprachen sich angelegen sein liessen, und wir haben, wie wir (S. 548) [S. 21] es aussprachen, nicht einmal auf Vollständigkeit in dieser Beziehung gesehen. Die Wirkung aller dieser Veröffentlichungen blieb nicht aus. Mit der Vervielfältigung der Mittel geometrische Kenntnisse zu erwerben wuchs die Verbreitung dieser Kenntnisse, mit dieser deren Werthschätzung. Hatte man lange genug den ersten Unterricht, so weit er überhaupt Mathematisches enthielt, auf das Rechnen beschränkt, so drängte jetzt die Geometrie sich vor. Von Heinrich von Navarra, dem nachmaligen Heinrich IV. von Frankreich, und von

[43] Kästner II, 64–74. — Libri III, 102–118; IV, 241. — F. Napoli im *Bulletino Boncompagni* (1876) IX, 1–22.

[44] Hultsch, Vorrede zur Ausgabe des Autolykos (Leipzig 1885) pag. XVI, Note 17: Maurolyci libri quamvis typis olim expressi exempla nunc multo rariora sunt quam Autolyci codices Graeci manu scripti.

dessen Freund Coligny wissen wir, dass sie als Knaben hauptsächlich zwei Werke zu lesen bekamen, Plutarch's Lebensbeschreibungen und Euklid's Elemente[45]. ***Schriftsteller über Geometrie traten auf,*** in erster Linie jene Uebersetzer selbst, welche nicht immer sich damit begnügten, nur das Alte in neuer Sprache wiederzugeben, welche vielmehr es liebten, in Gestalt von Erläuterungen von dem Ihrigen hinzuzuthun. Die ***Lehre vom Contingenzwinkel*** bot zu solchen eigenen Gedanken reichlich Gelegenheit. Mit ihr hat sich, wie wir (S. 554) [S. 25] beilaufig erwähnten, Candale einigermassen beschäftigt. Cardano's Auffassung, hauptsächlich in dem *Opus novum de proportionibus niedergelegt*, haben wir (S. 533–535) vorgreifend geschildert, als wir die Gesammtthätigkeit dieses geistreichen Mannes darlegten. Damals nannten wir Peletier als den Vertreter einer anderen Meinung, welche er in einer Euklidausgabe aussprach; als wir jedoch (S. 549) [S. 21] jener Euklidausgabe von 1557 gedachten, verwiesen wir auf später, um von den Anmerkungen zu reden, worunter wir eben das auf den Contingenzwinkel Bezügliche verstanden. Wir wollen jetzt diese Zusage erfüllen, indem wir an den ausführlichen Bericht uns anlehnen, welchen (560)
Clavius in seiner Euklidausgabe gegeben hat[46]. Da hat Peletier die Schwierigkeit dadurch, zu heben versucht, dass er den Contingenzwinkel gar nicht als einen Winkel betrachtete, er sei ein Nichts, und, was genau damit übereinstimmt, der Winkel welchen der Kreis mit dem Durchmesser bilde, sei von dem rechten Winkel nicht im mindesten verschieden. Clavius seinerseits meint wenn dem so wäre, würde eine Schwierigkeit überhaupt niemals vorhanden [M]
gewesen sein, denn der Euklidische Satz III, 16 besage dann nur, dass das Nichts kleiner sei als ein spitzer Winkel, und das bedürfe nicht erst eines Beweises. Man komme vielmehr nur so über die Sache hinaus, dass man mit Cardano (er hätte hinzufügen können auch mit Candale, den er in der That an einer Stelle[47] neben Cardano nennt) den Contingenzwinkel zwar für ein Etwas, für einen Winkel, aber für einen Winkel anderer Art, als der geradlinige sei, erkläre. Ein Grund, welchen Peletarius scharfsinnig genug für seine Meinung anführte, war folgender: Die Winkel, welche (Figur 107) concentrische, immer grösser werdende Kreise mit dem allen gemeinsamen Durchmesser bilden, werden vom kleineren zum grösseren Kreise verglichen jedenfalls nicht kleiner, denn sonst könnte, wenn man den äusseren Halbkreis längs des Durchmessers bis zur Berührung mit dem inneren Halbkreise verschiebe, sein mit dem Durchmesser gebildeter Winkel den des kleineren Halbkreises mit demselben Durchmesser nicht umschliessen. Grösser können jene Winkel aber auch nicht werden, weil sie sonst bei fortwährendem Wachsen, dem niemals ein Ende gesetzt zu werden brauche, schliesslich einmal grösser als ein rechter Winkel werden würden, was unmöglich sei. Folglich seien alle jene Winkel thatsächlich gleich und der bei der erwähnten Verschiebung auftretende Contingenzwinkel sei der Unterschied ganz gleicher Grössen, mithin Nichts. Clavius fühlte die Stärke des ersten, die Schwäche des zweiten Theils dieser Beweisführung und entgegnete, es sei einfach nicht wahr, dass bei fortwährender Vergrösserung eines Winkels die Grösse des rechten Winkels erreicht oder gar übertroffen werden müsse.

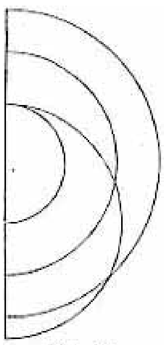


Fig. 107.

Man denke sich nur (Figur 108) den geradlinig rechten Winkel BAF. Ziehe man AC, so weiche CAF von dem rechten Winkel um den spitzen Winkel CAB ab; aber

[45] De Jouy, *L'hermite en province. Le Berceau de Henry IV.* No. XIV, 28. Juni 1817 ed. Mozin II, 77.
[46] *Euclidis Elementa* ed. Clavius, Köln 1591 (ed. III) pag. 133–145.
[47] Ebenda pag. 144.

man könne auch AD, AE und unendlich viele andere Gerade ziehen, deren mit AF
(561) gebildete Winkel grösser und grösser werden, ohne jemals den rechten Winkel zu erreichen. Alle übrigen Gründe, welche von beiden Seiten, und zwar, wie es in der Regel der Fall zu sein pflegt, mit um so grösserer Heftigkeit und Hartnäckigkeit, je weniger schliesslich bei dem Streite herauskam, ins Gefecht geführt wurden, waren von ähnlicher Art. Wichtig erscheint der Begriff der Grenze, welcher eine fortwährend wachsende Grösse sich nähert, ohne sie zu überschreiten, wichtig der Begriff der Krummlinigkeit, der als zur geraden Linie gegensätzlich sich bemerklich macht, wie er auch von der einen oder von der anderen Partei aufgefasst wurde. Wir sprechen von der einen und von der anderen Partei, weil der Streit nicht zwischen den bis hierher genannten Persönlichkeiten zu Ende geführt wurde. Noch Ströme von Tinte wurden vergossen, bis erst im XVII. Jahrhunderte der Streit über den Contingenzwinkel aufhörte, nicht weil eine Partei sich als besiegt zugestand, sondern weil im Streite über das Unendlichkleine ein noch mehr zu logischen Spitzfindeleien herausfordernder Gegenstand auftauchte.

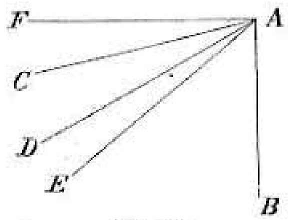


Fig. 108.

Das von uns erwähnte Erwachen geometrischer Neigungen zeitigte auch fruchtbarere Untersuchungen als solche über den Contingenzwinkel. Peletier hat 1573 eine kleine Schrift *De l'usage de la géométrie* dem Drucke übergeben. Neben Flächenberechnungen ist auch ein **Distanzmesser**[48] beschrieben, auf dessen Erfindung Peletier sich sehr viel zu
[N] gute that, dessen genaue Einrichtung wir aber der uns zur Verfügung stehenden etwas sehr undeutlichen Beschreibung nicht zu entnehmen vermögen..

Ein. geistvoller Geometer war Johannes Buteo[49] oder Borrel (1492—1572). Er ist in Charpey in der Dauphinée geboren, wesshalb er in den Ueberschriften mitunter Delphinaticus heisst. Er gehörte dem Mönchsorden des heiligen Antonius an. Seine mathematischen Studien hat er unter Orontius Finaeus gemacht, was ihn aber nicht abhielt, gegen dessen vermeintliche Kreisquadratur aufzutreten. Gedruckt sind von ihm *Opera geometrica* 1554, *De quadratura circuli* einem Anhange *Annotationen in errores interpretum Euclidis*
[O] 1559 und eine *Logistica* 1559. In der Logistik sollen sämmtliche mit vier Würfeln über-
(562) haupt mögliche Würfe aufgezählt und Schlüssel mit Buchstabenversetzungen beschrieben sein, Aufgaben von der Art derer, mit welchen Cardano und Tartaglia sich beschäftigten. Die *Opera geometrica* sind einzelne Abhandlungen von sehr gemischter Natur, welche nur zu einem Bande zusammengestellt sind. Vieles ist antiquarischen Inhaltes, bildet also gewissermassen geometrische Erläuterungen zu römischen Schriftstellern. Buteo hat z. B. muthmasslich nach Valla (S. 345) auf jene Stelle des Quintilian aufmerksam gemacht, welche unrichtige Flächenberechnungen betrifft. Ferner sind römische Gesetze an der Hand der Geometrie geprüft. Ein Beispiel eigener Erfindungsgabe Buteo's liefert die Abhandlung
[P] *Ad problema cubi duplicandi.* Stifel's Würfelverdoppelung wird darin mit Recht getadelt, damit aber ein sehr ungerechtfertigter Spott über die barbarische Schreibweise der ganzen Arithmetica integra verbunden[50] und insbesondere eine näherungsweise Würfelverdoppe-

[48] Kästner I, 653–655. Brieflicher Mittheilung von H. Ambros Sturm zufolge ist in einem Antiquariatskataloge Peletarius, *De usu geometriae liber*, Paris 1571, angezeigt gewesen, vielleicht gleichen Inhaltes mit der jüngeren französischen Ausgabe.

[49] Montucla I, 574–575. — Kästner I, 468–476, — *Nouvelle Biographie universelle* VII, 898–899.

[50] *In libro cui titulum fecit Arithmetica integra, ubi etiam multa super geometricis inculcavit, ab Euclide (ut ipse iactat) omissa. Cuius propositiones inquit non sunt evangelium Christi. Huiusmodi autem Arithmetica*

lung mittels Zirkel und Lineal gelehrt. Sie besteht in Folgendem. Sei ein Würfel von der Seite a, also dem Körperinhalte a^3 gegeben, so ist es leicht, durch Aneinandersetzung zweier solcher Würfel ein Parallelopipedon von dem Körperinhalte $2a^3$ zu erhalten, dessen Höhe a ist, während die Grundfläche aus einem Rechtecke von den Seiten a und $2a$ besteht. Diesen Körper will Buteo nach und nach in einen Würfel verwandeln. Zunächst verwandelt er die Grundfläche in ein Quadrat von der Seite $a\sqrt{2}$, und legt er nun den neuen Körper, welcher immer noch den Körperinhalt $2a^3$ besitzt, auf eine Seitenfläche, so ist $a\sqrt{2}$ die Höhe des neuen Parallelopipedons, dessen rechteckige Grundfläche die Abmessungen a und $a\sqrt{2}$ besitzt. Diese Grundfläche verwandelt sich in ein Quadrat von der Seite $\sqrt[4]{2}$, und ein erneutes Umlegen des entstandenen Körpers zeigt ihn in Form eines Parallelopipedons von der Höhe $a\sqrt[4]{2}$ mit der Grundfläche, welche durch das Rechteck der Seiten $a\sqrt{2}$ und $a\sqrt[4]{2}$ gebildet ist. Es ist leicht ersichtlich, dass man in ganz ähnlicher Weise von dem jetzt bekannten dritten Parallelopipedon zu einem vierten, von diesem weiter gelangen kann. Das siebente Parallelopipedon hat Abmessungen, welche durch $a \cdot 2^{\frac{21}{64}}$, $a \cdot 2^{\frac{21}{64}}$, $a \cdot 2^{\frac{11}{32}}$ in heutiger Schreibweise dargestellt werden, und hier, sagt Buteo, sei die Ungleichheit nicht mehr merklich; was aber nicht in die Sinne falle, hindere beim Gebrauche nicht, und von diesem Gedanken hätten (563)
auch. Archimed und Ptolemäus bei der Kreisrechming Gebrauch gemacht. Nach diesem Ausspruche weiss man schon, was man von Buteo's *De quadratura circul*i zu erwarten hat, Anerkennung näherungsweiser, Widerlegung vermeintlich genauer Kreisquadraturen. Die beiden Bücher, in welche jene Schrift zerfällt, erfüllen diese Erwartung. Das erste Buch ist vorzugsweise den Arbeiten Archimed's und seiner Vorgänger gewidmet. Mit vollendeter Klarheit weiss Buteo Archimed's Ziel und Verfahren darzustellen, aber, was noch mehr heissen will, er wird auch dem vielverketzerten Bryson (Bd. I, S. 191) gerecht[51]. Wenn man nur sage, das dem Kreise flächengleiche Quadrat sei irgend ein mittleres, *quadratum medium utcunque*, zwischen Sehnen- und Tangentenvieleck, so sei damit eine Wahrheit ausgesprochen. Nach der Auseinandersetzung der archimedischen Untersuchung ist unter der Ueberschrift *Quemadmodum et alii ad dimensionem limites vero propiores inveniantur*[52], d.h. wie auch andere der Wahrheit näherkommende Grenzen für die Ausmessung gefunden werden, gezeigt, dass allerdings genauere Verhältnisszahlen als 31/7 und 310/71 gefunden werden können, aber nur auf Kosten der Bequemlichkeit der Rechnung, weil mit viel grösseren Zahlen alsdann umgegangen werden müsse. Hierher gehört das ptolemäische $3\frac{17}{120}$ (Bd. I, S. 394). Aus dem zweiten Buche erwähnen wir, dass $\pi = \sqrt{10}$ den Arabern zugeschrieben wird[53]. Ferner ist der sogenannten Quadratur des Campanus (S. 101) gedacht[54]. Es sei unmöglich der Verfasser dieses Schriftchens derselbe Campanus, welcher durch seine Uebersetzung der euklidischen Elemente aus dem Arabischen und durch seine Anmerkungen und Zusätze zu denselben sich so sehr verdient gemacht habe. Sodann widerlegt Buteo mit ziemlichem Geschicke verschiedene Quadraturen, die wir nebst ihren Urhebern Nicolaus von Cusa, Orontius Finaeus, Dürer, Bovillus bereits kennen. Dem zweiten Buche folgt noch der Anhang *Annotationes in errores interpretum Euclidis.* In ihm ist, wie (S. 556) [S. 26] schon erwähnt wurde, in ausführlicher Untersuchung[55] und unter Zuziehung der

---

multiplici rerum verborumque barbarie tantum inter alias, quascungue legerim, caput extulit omnes (ut cum poeta dieam) Quantum lenta solent inter viburna cupressi.

[51] *De quadratura circuli* (Lugduni 1559) pag. 14.

[52] Ebenda pag. 63.

[53] Ebenda pag. 106.

[54] Ebenda pag. 107

[55] Ebenda pag. 209–212.

einschlagenden Quellen, welche Buteo vollständig beherrscht, der Nachweis geliefert, dass Euklid selbst und nicht Theon der Verfasser der in den Elementen mitgetheilten Beweise, und Theon nur Herausgeber gewesen sei.

Unter die Schriftsteller über Geometrie ist bis zu einem gewissen Grade auch RAMUS zu
(564) zählen, dessen *Scholae mathematicae* von 1569 (S. 546) [S. 19] sich über nahezu alle Theile der Mathematik verbreiten und dadurch ihrem Verfasser mehr als nur einen Platz in unserer Zusammenstellung sichern zu müssen scheinen. Führen wir Einiges hierher Gehörende an. Vom 8. Buche der Scholae mathematicae an welches die Sätze des I. Buches der euklidischen Elemente zu erläutern bestimmt ist, kommen wiederholt Figuren vor. Bald sind dieselben ohne jede Bezeichnung, bald führen sie in altgewohnter Weise Buchstaben, die den einzelnen Punkten als Benennung dienen[56]. Auffallend ist dabei die Reihenfolge der Buchstaben. Während früher entweder die griechische, beziehungsweise die arabische, oder die lateinische Reihenfolge, also entweder a, b, g oder a, b, c u. s. w. üblich war, entfernt Ramus sich von beiden. Er benutzt zunächst immer die Selbstlauter a, e, i, o, u, y, und nur wenn mehr als sechs Punkte der Bezeichnung bedürfen, treten auch Mitlauter auf, zuerst s, dann r, t, l, m u. s. w. Einen Grund für die Abweichung von der eingebürgerten Uebung giebt Ramus nicht an. Wir halten es für müssig unsererseits nach einem solchen zu suchen; die Thatsache selbst schien uns aber erwähnenswerth, weil bei der grossen Verbreitung der Schriften des Ramus insbesondere unter den Anhängern der kirchlichen Reformation hier vielleicht der Ursprung einer anderweitigen Bezeichnung liegt, von welcher wir im 69. Kapitel zu reden haben. Aber suchen wir Bemerkenswertheres auf. In der Bewunderung Euklid's stimmten und stimmen alle Schriftsteller überein, welche mit seinen Elementen sich beschäftigt haben. Ramus theilt kaum die Bewunderung der Elemente, geschweige denn die Euklid's[57]. Man müsse gleich Proklos von der Sucht, Euklid immer nur loben zu wollen, ergriffen sein, um gegen die grossen methodischen Fehler, welche er sich zu Schulden habe kommen lassen, blind zu sein. Die Arithmetik gehe ihrem Begriffe nach der Geometrie voraus, Euklid drehe die Reihenfolge um. Ferner stelle Euklid eine ganze Anzahl von Definitionen an die Spitze, und das sei vollends verkehrt. Die Natur hat nicht einen Wald dadurch hervorgebracht, dass sie am Anfange die Wurzeln aller Bäume steckte, der Architekt nicht dadurch eine Stadt, dass er am Anfange alle Fundamentirungen vornahm. Jedem folgenden Baume gab die Natur seine Wurzeln, jedem Ge- bäude der Baumeister seine Grundmauern. So musste Euklid das Dreieck definiren, wo die Lehre von den Dreiecken beginnt, das Vieleck, wo von Vielecken gehandelt wird, und denselben Weg überall bei den Anfängen einschlagen. Das X. Buch vollends, welches, wie wir (S. 549) [S. 21] ge-
(565) sehen haben, durch MONDORÉ besonders herausgegeben und dadurch bevorzugt worden war, ist für Ramus eine Qual[58]. Kein Theil der Geometrie erscheint ihm unnützer, keiner überladener mit Vorschriften und Lehrsätzen; es ist ihm zweifelhaft, ob überhaupt diese Spitzfindeleien berechtigt sind, innerhalb einer wahren Beschäftigung mit der Geometrie eine Stelle einzunehmen. Er selbst habe das X. Buch mit Eifer und Genauigkeit durchforscht, aber kein anderes Urtheil fällen können, als dass in ihm ein Kreuz für edle Geister errichtet sei. Um alle Beschwerden des Ramus gegen Euklid vereinigt zu sehen, greifen wir über die eigentlich geometrischen Bücher hinaus und sehen zu, was er von den arithmetischen Büchern sagt. Ihnen wird der Mangel an Brauchbarkeit durchweg vorgeworfen und, um ein

[56] *Scholae mathematicae* (ed. Frankfurt 1627) pag. 174, 176, 179, 180, 183, und häufiger.
[57] Ebenda pag. 96–98.
[58] *Scholae mathematicae* (ed. Frankfurt 1627) pag. 252.

bestimmtes Beispiel ins Auge zu fassen, der Satz IX, 20 von der Unendlichkeit der Anzahl der Primzahlen als zu speciell getadelt. Von allen Zahlengattungen gebe es unendlich viele, zusammengesetzte, gerade, ungerade[59], vollkommene u. s. w. Man müsse desshalb als allgemeine Forderung aufstellen, dass jede Anzahl ins Unendliche wachse und nicht Sonderbeweise führen. Diese Auszüge, welche wir hier vereinigt haben, lassen, so kurz sie gewählt wurden, Ramus als das erkennen, als was wir ihn früher schilderten, als streitbaren und streitsüchtigen Dialektiker. Theoretische Feinheiten richtig zu würdigen war seine Sache nicht, und strengen, nach seiner Meinung ganz unnöthigen Beweisführungen der Geometrie zog er gewöhnliches Rechnen vor, wie es von den Kaufleuten der Strasse St. Denis [Q]
in Paris zu erlernen war, die zu besuchen, und mit denen für ihn lehrreiche Gespräche zu führen für Ramus ein Genuss war[60]. So entziehen sich die Scholae mathematicae fast vollständig der Erwähnung in einem der Geschichte der Mathematik gewidmeten Werke, und man findet es begreiflich, dass Mathematiker, welche einen auch nur flüchtigen Blick hineinwarfen, nicht Neigung empfanden, ein Werk Zu studiren, dessen drei ersten Bücher allein von Wichtigkeit gewesen wären, weil sie, wie wir (S. 546) [S. 19] sagten, für ihren geschichtlichen Inhalt Quellen verwertheten, denen heute noch das Lob der grössten Zuverlässigkeit gespendet werden muss. Ob eine von Ramus veriasste Geometrie, welche 1577 nach seinem Tode im Drucke erschien, sich von den Mängeln frei zu halten wusste, welche ihr Urheber Euklid vorzuwerfen liebte, ob sie dadurch so viel besser war, wissen wir nicht.

Ein wirklicher Geometer war Giovanni Battista Benedetti oder Benedictis
(1530–1590), Philosoph und Mathematiker des Herzogs von Savoyen. In Venedig gebo- (566)
ren, nennt er sich bis einem gewissen Grade Schüler des Tartaglia[61]. Es sei billig und recht, Jedem das Seine zu geben, und desshalb sage er, dass Tartaglia ihm die vier ersten Bücher des Euklid, aber auch nur diese erklärt habe. Alles übrige habe er mit eigener Mühe und Arbeit untersucht, denn für den Wissbegierigen sei nichts schwer. So drückt sich Benedetti in der Vorrede zu einem 1553 gedruckten Werke[62] aus, welches er dem- [R]
nach mit 23 Jahren vollendet hatte. Der Inhalt ist eine vollständige Auflösung der Aufgaben, welche in den euklidischen Elementen vorkommen, sowie anderer ***unter Anwendung einer einzigen Zirkelöffnung***. Da wir diesen Gegenstand wiederholt als italienische Liebhaberei bezeichnet haben, so ist es nicht überflüssig, die Jahreszahlen der einzelnen Veröffentlichungen ins Gedächtniss zurückzurufen. Die Cartelli und Risposte sind von 1547 bis 1548 erschienen, und in ihnen konnte Benedetti, welcher mit 18 Jahren für ein Wunder galt[63], Aufgaben dieser Gattung von seinem Lehrer gestellt, von Ferrari gelöst finden. Auch Cardano's De subtilitate von 1550 kann die Neigung gestachelt haben, die Geometrie mit bleibender Zirkelöffnung zu fördern. Die Auflösungen Tartaglia's dagegen erschienen erst 1560 im Drucke, und wenn eine Einwirkung vorhanden war, so kann sie nicht von Tartaglia auf Benedetti stattgefunden haben, sondern nur umgekehrt. Die Auszüge aus dem Benedetti'schen Werke[64], welche unserem Berichte zu Grunde liegen, zeigen indessen keine Aehnlichkeit des Ganges weder mit Ferrari noch mit Tartaglia, und auf den Gang, das

---

[59] Ebenda pag. 250.

[60] Ebenda pag. 52.

[61] Libri III, 123 Note 1.

[62] Benedictis, *De resolutione omnium Euclidis problematum aliorumque una tantummodo circuli data apertura.* Venedig 1553

[63] Libri III, 123 Note 2 beruft sich für diesen Ausspruch auf Mazzuchelli, *Scrittori d'Italia* tomo II, part. 2, pag. 218.

[64] Ebenda III, 266–271.

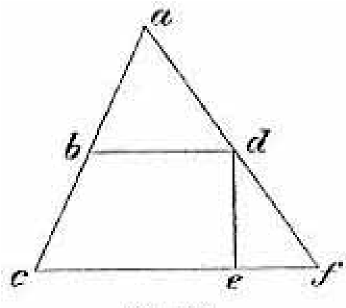


Fig. 109.

heisst auf die Reihenfolge der behandelten Aufgaben, deren jede, sobald sie selbst gelöst ist, bei Lösung der folgenden Aufgaben dienen kann, kommt es natürlich hauptsächlich an. Die fünf ersten Aufgaben Benedetti's sind: 1. Auf. einer Linie in einem bestimmten Punkte derselben eine Senkrechte zu errichten. 2. Eine Strecke um ein ihr gleiches Stück zu verlängern, sofern die Strecke kleiner ist als die gegebene Zirkelöffnung. 3. Das Gleiche zu leisten, sofern die Strecke grösser als die gegebene Zirkelöffnung ist. 4. Eine gegebene Strecke zu halbiren. 5. Von einem gegebenen Punkte auf eine gegebene Gerade eine Senkrechte zu fällen. Wir führen nur die Auflösung der letzteren Aufgabe an, um ein Beispiel von Benedetti's Verfahren zu geben (Figur 109). Von d soll eine de senkrecht zu cf gezogen
(567) werden. Man zieht von einem Punkte f der gegebenen Geraden aus die fd und verlängert sie gemäss 2. oder 3. um $da = fd$. Dann zieht man von a aus ac nach einem zweiten Punkte c der gegebenen Geraden und halbirt ac gemäss 4. in b. Die nun gezogene bd ist somit der cf parallel, und wird gemäss 1. die de senkrecht zu bd gezogen, so ist de auch senkrecht zu cf, Ein zweites Werk Benedetti's führt die Ueberschrift *Speculationes diversae* und ist 1585 gedruckt. Die im Titel ausgesprochenen verschiedenen Untersuchungen sind in der That verschiedenartig[65]. Sechs Abschnitte enthalten arithmetische Sätze, Perspective, Mechanik, Proportionen, Streitfragen, Briefe. Unter den arithmetischen Sätzen findet sich der Beweis der Vertauschbarkeit der Factoren eines Productes, welche bis dahin zwar wohl verschiedentlich bemerkt, aber noch nie als eines Beweises bedürftig gefunden worden war. In eben diesem Abschnitte sind algebraische Aufgaben durch geometrische Betrachtungen gelöst, während man sonst umgekehrt vorzog, die Auflösung geometrischer Aufgaben durch Zurückführung derselben auf Gleichungen zu erreichen. Seien beispielsweise drei Unbekannte x, y, z aus den Gleichungen $x + y = 50$, $y + z = 70$, $z + x = 60$ zu bestimmen. Durch $y = \frac{50+70-60}{2} = 30$ wird weiter $x = 50 - 30 = 20$, $z = 70 - 30 = 40$ gefunden. So weit ist

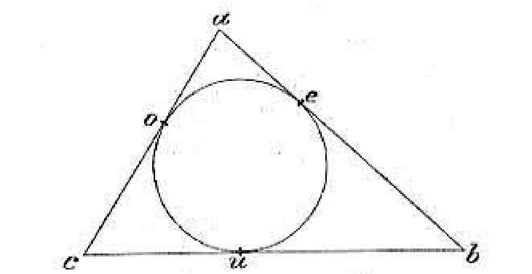


Fig. 110.

[65] Libri III, 124–131, 258–265, 272–276

freilich von Geometrie keine Rede, aber nachträglich zeigt Benedetti an einer Zeichnung die Richtigkeit der Rechnung (Figur 110). Dem Dreiecke abc ist der Kreis eou einbeschrieben und jede Seite ist die Summe zweier Unbekannten, welche als die Entfernungen der Eckpunkte des Dreiecks von den Berührungspunkten des Kreises aufgefasst werden. Man siehr hier deutlich, wie die eine Unbekannte doppelt übrig bleibt, wenn man eine Seite von der Summe der beiden anderen abzieht. Eine zweite Aufgabe, die Gleichung $x^2 + Ax = B^2$ (568)
oder $(A + x)x = B^2$, wird geometrisch folgendermassen gelöst (Figur 111).

Die Stücke $ef = A$,$de = B$ werden unter rechtem Winkel an einander gesetzt. Dann wird ef in a halbirt und um a als Mittelpunkt mit ad als Halbmesser ein Kreis beschrieben, bis zu dessen Durchschnitt in b und c die ef nach beiden Seiten verlängert wird. Offenbar ist $be = fc = x$. Hier vermuthlich ist die Aufgabe gelöst **mit vier gegebenen Strecken als Seiten ein Sehnenviereck zu zeichnen**[66].

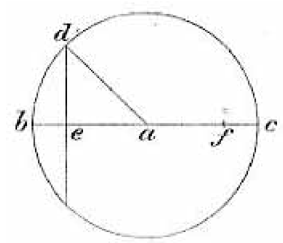


Fig. 111.

Bevor wir über den Abschnitt der Speculationes diversae berichten, welcher der **Mechanik** gewidmet ist, müssen wir zurückgreifend eines Schriftstellers gedenken, der auf diesem Gebiete Benedetti's Vorgänger war.

Guidobaldo del Monte[67] (1545–1607) war ein hochangesehener Edelmann aus Pesaro. Er hatte erst beabsichtigt, sich dem Studium zu widmen, dann focht er gegen die Türken, später hat er als Inspector der Festungen Toscanas seinem Vaterlande gedient; zuletzt erfreute er sich auf seinen Gütern einer wissenschaftlich ausgefüllten Zurückgezogenheit. In seiner Mechanik von 1577 ist das Gesetz enthalten, dass **Last und Kraft zu einander im umgekehrten Verhältnisse der Räume stehen, welche sie in derselben Zeit durchlaufen**, aber über die Anwendung beim Flaschenzuge ging Del Monte nicht hinaus, die Lehre von der schiefen Ebene, vom Keil, von der Schraube hat er nicht verstanden[68], 1579 wurde die *Theoria planisphaerorium* gedruckt. In ihr sind mancherlei Constructionen gelehrt, welche nicht ohne Interesse sind[69]; die Quellen, welchen sie entstammen, scheinen nicht genannt zu sein. Dort findet man die Beschreibung der Ellipse durch einen Punkt einer Strecke, welche mit ihren Endpunkten auf den Schenkeln eines Winkels sich verschiebt, wie Proklus sie kannte (Bd. I, S. 466), die von den drei Brüdern beschriebene Gärtnerconstruction der Ellipse (Bd. I, S. 690) u. s. w. Andere Schriften Del Monte's sind durch Auszüge zu wenig bekannt, als dass wir uns ein Urtheil darüber bilden könnten, wie weit eine Geschichte der Mathematik bei denselben zu verweilen hat.

Und nun kehren wir zu Benedetti's Werk von 1585 zurück. In dem mechanischen Ab- (569)
schnitte ist die Wirkungsweise des Keils und des Flaschenzuges, so wie auch die des Winkelhebels richtig verstanden. Wenn Benedetti sagt, dass die Gröse eines beliebigen Gewichtes oder die bewegende Kraft in Beziehung auf eine andere Gröse durch den Nutzen, *beneficio*, der Senkrechten erkannt werde, die vom Mittelpunkte der Wage auf die Linie der Neigung gezogen seien so ist damit die Grundlage der gegenwärtigen **Lehre von den**

[66] Chasles, *Aperçu, hist.* 443 (deutsch 496).
[67] Libri IV, 79–84.
[68] Lagrange, Analytische Mechanik (deutsch von Servus). Berlin 1887, S. 17 und 8.
[69] 4) Vergl. Chasles, *Aperçu hist.* 98 (deutsch 95) mit *Les Oeuvres mathémathiques de Simon Stevin* (Leyden 1634), pag. 347–348.

Momenten ausgesprochen[70]. Benedetti hat ferner erkannt, dass ein auf gezwungener Bahn sich bewegender Körper, wenn er freigelassen werde, die Richtung der Berührungslinie einschlage[71]. In den Streitschriften, welche gegen Aristotelische Lehren gerichtet sind, wendet sich Benedetti unter Anderem der von Aristoteles geleugneten, ununterbrochen auf einer begrenzten Strecke fortdauernden. Bewegung zu[72]. Aristoteles hatte nämlich in seiner Physik (VIII, 8 pag. 262 a) darauf hingewiesen, dass der Körper am Ende der Strecke angelangt nothwendig anhalten müsse, bevor er den gleichen Weg zurückmache, dass also ein Augenblick der Ruhe die Bewegung unterbreche. Benedetti widerlegte die Behauptung dadurch, dass er die hin- und hergehende geradlinige Bewegung von einer in gleichbleibendem Sinne andauernden, also nie unterbrochenen kreisförmigen Bewegung abhängig machte, mithin bis zu einem gewissen Grade einer 1570 veröffentlichten von Ferrari gemachten

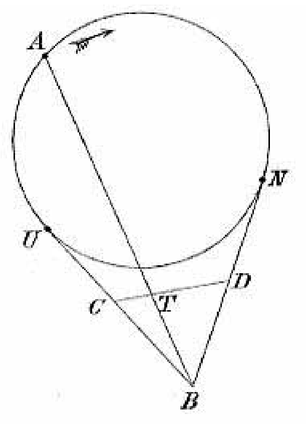


Fig. 112.

[S] Erfindung (S. 535) sich bediente (Figur 112). Der Punkt A, welcher den Kreisumfang ANU im Sinne des Zeigers einer Uhr durchläuft, ist in jeder seiner Lagen mit dem Punkte B geradlinig verbunden. NB und UB sind die Grenzlagen dieser Geraden, jede andere Lage schneidet die Strecke CD in irgend einem Punkte T, und während A einen ganzen Kreisumlauf vollzieht, bewegt sich. T unterbrechungslos erst von C nach D, dann zurück von D nach C. Eine zweite gleichfalls geometrische Betrachtung Benedetti's wendet sich gegen die Aristotelische Behauptung auf einer endlichen geraden Strecke sei eine unendliche Be-
[T] wegung nicht denkbar. Die Gerade CR (Figur 113) drehe

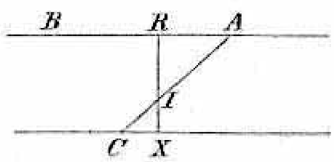


Fig. 113.

(570) sich im Sinne des Zeigers einer Uhr um C, so dass sie die Gerade BR in einem von R sich weiter und weiter entfernenden Punkte A schneidet. Zugleich schneidet sie alsdann die RX welche als Senkrechte beiden Parallelen BR und CX verbindet, in einem Punkte I, und dieser Punkt I durchläuft die endliche Strecke RX während A auf der Strecke BR einen unendlichen Weg zurücklegt, mithin vollzieht sich hier eine unendlich Bewegung auf RX.

Es ist der Anfang einer geometrisch begründeten Mechanik der sich in diesen Betrachtungen enthüllt. Die Mechanik hört allmälig auf, blosse Erfahrungssätze zu sammeln, oder, was noch schlimmer war, philosophisch abgeleitete Behauptungen in die Welt zu schleudern, unbekümmert darum, ob sie zur Erfahrung passen oder ihr widersprechen. ***Die Mechanik beginnt ein Kapitel der Mathematik zu werden.***

Der Mechanik und der Geometrie gemeinschaftlich gehören Untersuchungen an, welche Maurolycus und Commandinus unabhängig von einander anstellten, und in de-

[70] Dühring, Kritische Geschichte der allgemeinen Principien der Mechanik (Berlin 1873) S. 17.
[71] Montucla I, 693–694
[72] Lasswitz, Geschichte der Atomistik vom Mittelalter bis Newton (Hamburg und Leipzig) II, 14–18.

ren Veröffentlichung Commandinus ähnlich wie bei den Uebersetzungsarbeiten, seinem Vorgänger den Rang ablief. Es handelt sich um ***Schwerpunktsbestimmungen***. Seit Archimed (Bd. I, 308–309) solche wiederholt vornahm, seit Pappus (Bd. I, S. 421) darauf zurückkam, war der Gegenstand lange Jahrhunderte hindurch fast unberührt geblieben, bis Lionardo da Vinci (S. 302) den Schwerpunkt einer Pyramide mit dreieckiger Basis entdeckte. War er durch das Studium Archimedischer Schriften dazu geführt worden, diese Aufgabe sich zu stellen? Wir möchten es fast annehmen. Jedenfalls traten Schwerpunktsaufgaben in den Vordergrund, als man in Folge des Erscheinens neuer mit reichhaltigen Erläuterungen versehener Ausgaben der griechischen Classiker die Bedeutung dieser Aufgaben zu würdigen lernte, und es ist nichts weniger als Zufall, dass die Herausgeber des Archimed und des Pappus zu den ersten Schriftstellern gehören, welche wieder an Schwerpunktsbestimmungen sich versuchten[73]. Maurolycus fand 1548 den Schwerpunkt der Pyramide, des Kegels, des Umdrehungsparaboloids, er verwerthete die Kenntniss desselben zur Raumbestimmung jener Körper ähnlich wie Pappus es gethan hatte. Gedruckt wurden allerdings alle diese Dinge erst 1685 in der Archimedausgabe des Maurolycus, nachdem die Wissenschaft in gewaltigen Schritten diese ersten Zielpunkte längst und weit hinter sich gelassen hatte, angekündigt waren sie in den *Opuscula mathematica* des Maurolycus von (571)
1575. Commandinus dagegen gab seine fest gleichinhaltliche Schrift *De centro gravitatis solidorum* schon 1565 alsbald nach der Fertigstellung im Drucke heraus.

Eine Stelle der *Opuscula mathematica* des Maurolycus hat Beachtung gefunden[74], in welcher man eine Art von ***geometrischer Dualität*** erkennen wollte. Man kann allenfalls diese Benennung gebrauchen, muss sich aber ja davor hüten, mehr aus diesem Namen herauslesen zu wollen, als Maurolycus bei der Sache dachte. Dieser sagt nämlich, der Würfel sei ein Würfel mit 6 Flächen und 8 Ecken, das Octaeder ein solcher mit 6 Ecken und 8 Flächen, sie entsprächen einander durch ***Correlation***, *unde haec sibi invicem correlativa sunt*. Ebenso seien Ikosaeder und Dodekaeder correlative Körper, weil das Ikosaeder 20 Flächen und 12 Ecken, das Dodekaeder 20 Ecken and 12 Flächen besitze. Das Tetraeder mit 4 Flächen und 4 Ecken habe keinen correlativen Körper, es entspreche sich selbst, *ipsum enim met sibi respondet*.

Von den uns als Uebersetzer bekannt gewordenen Schriftstellern verdient auch Barozzi als Geometer genannt zu werden. Er hat 1586 einen Band veröffentlicht, welcher von den Asymptoten handelt[75]. Verdienstlich ist daran die umfassende Literaturkenntniss des Verfassers. Griechen (Apollonius, Pappus, Eutokius), neuere Schriftsteller (Orontius Finaeus, Werner, Cardano, Peletarius), jüdische Philosophen aus verschiedenen Jahrhunderten hat er gelesen, und er giebt sich die mitunter recht überflüssige Mühe, ihre philosophischen Zweifel zu erörtern. Dagegen hat er, so weit er in dieser ersteren Beziehung ausgreift, seinen eigentlichen Gegenstand zu eng gefasst. Nur die Asymptoten der Hyperbel sind betrachtet. Dass es auch andere Linien mit geradlinigen Asymptoten gebe, wie z. B. die Conchoide (Bd. I, S. 335) ist mit keinem. Worte angedeutet, und noch weniger ist natürlich von allgemeinen asymptotischen Eigenschaften die Rede.

[73] Libri III, 115–116.
[74] J. H. T. Müller in Grunert's Archiv der Mathematik und Physik XXXIV, 1–6
[75] Kästner II, 94–98.

Kleine Bemerkungen zum Kapitel 67

[A] Der von Herrn Cantor erwähnte Passus, wo Ramus seine Hoffnung, für die Geschichte der neueren Mathematik einen anderen Bearbeiter zu finden, ausspricht, verdient hier vollständig mitgeteilt zu werden, weil er zeigt, wie wenig man zuweilen die Verdienste seiner Zeitgenossen richtig zu würdigen versteht. Der Passus lautet: „Spero autem aliquem nostro exemplo excitatum recentiores mathematicos descripturum esse, ab eoque praecipue Franciscum Flussatem Candallam, genere quidem illustrem principiem, sed mathematica glorai universae Galliae longe principem celebratum iri“. Bekanntlich ist die mathematische Geschichtsschreibung der Ansicht des Ramus nicht beigetreten, denn in der Geschichte der Mathematik nimmt Fr. de Foix Candale einen sehr bescheidenen Platz ein, und zwar wesentlich als Herausgeber einer lateinischen Edition der *Elementa*, während die Verdienste vieler anderer Zeitgenossen des Ramus ausführlich behandelt werden.

BM 8, 84 G. Eneström.

[B] Ich erlaube mir, hier einige Zeilen (Z, 6–12) zum Abdruck zu bringen, die für die Cantorscbe Arbeitsweise besonders kennzeichnend sind.

> Campanus z. B., [ist] in der Chronik [d. h. *Cronica de matematici overo epitome dell istoria delle vite loro* von B. Baldi] auf das Jahr 1264 angesetzt, in der ausführlicheren Lebensbeschreibung [d. h. der von E. Narducci 1886 veröffentlichten] dagegen unrichtig auf 1200. ... Die Chronik dürfte ... die spätere Bearbeitung sein. Um so auffallender ist es, daß die Lebenszeit nicht ihr entsprechend auch in den Vite [= der ausführlicheren Lebensbeschreibung] richtig gestellt wurde.

Sucht man nun die Stelle der Lebensbeschreibung auf, an der Baldi die Frage der Lebenszeit des Campano behandelt, findet man folgendes (*Bullett. di bibliogr. di sc, matem.* **19**, 1886, S, 595–596):

> Fiori il nostro Campano intorno al mille ducento e sessantaquattro; il che raccolgo, da lo scriuere egli d'hauer composto quell' opera de lequatione de pianeti ad instanza d'Urbano Quarto, il quale, come tutti scriuono, fu creato del mille ducento sessantuno, e uisse tre anni del Pontificato. Oltra di ciò nel suo Computo maggiore scriue, de la Natiuità di Cristo infino a suoi tempi esser corsi tre uolte quattrocento anni, e poco di sotto dodici uolte cento; onde si uede che, quando egli scriueua il computo, era del mille ducento di punto. Oltra che egli fa meatione di Ruberto Linconicie[!], che fiori del mille cento e quarantuno ... Visse lunghissino tempo; il che argomento di qui, che, se nel mille ducento egli scriueua il Computo, e dopo il mille ducento sessantaquattro egli scriueua il trattato de la Sfera (perciochè dopo il modo de lequatione de' pianeti scrisse de la Sfera); non potendo essere che ne lo scriuere il Computo egli hauesse manco di uenticinque anni, e forza che, quando egli scrisse de la Sfera, hauesse intorno nouanta anni, o poco manco.

Baldi hebt also ausdrücklich hervor, daß man, um die Lebenszeit Campanos festzustellen, auf *zwei* Angaben Bezug nahmen muß, nämlich: 1) daß Campano seinen

Traktat „De sphaera“ etwa 1264 verfaßt hat, 2) daß er seinen „Compatus“ im Jahre 1200 schrieb; diese zwei Angaben, deren Richtigkeit BALDI nicht bezweifelt, versucht er miteinander in Übereinstimmung zu bringen, indem er annimmt, daß CAMPANO erst in hohem Alter starb, Wenn man die **gewissenhafte** Darstellung BALDIS mit der oben abgedruckten Bemängelung dieser Darstellung zusammenstellt, lernt man sehr gut die CANTORsche Arbeitsweise kennen.

BM 13, 164 G. ENESTRÖM.

[C] Den zwei von CANTOR genannten Schriften über Geschichte der Zahlzeichen könnte auch eine dritte hinzugefügt werden, nämlich S. MEDICI *De latinis numerorum notis*, Venetiis 1557 (s. RICCARDI, *Bibliot. matem. ital.* I, S. 146; FAVARO, ***Biblioth. Mathem.*** 1892, S. 70).

BM 1, 510

[D] Die Vorrede zur Euklidausgabe des CAMERARIUS stammt nicht von RHAETICUS, sondern von CAMERARIUS selbst. Der Drucker der STEINMETZschen Ausgabe, JONAS STEINMANN, sagt nämlich in einem kurzen Vorberichte, daß CAMERARIUS vor 28 Jahren die Vorrede „sub alieno nomine“ gemacht habe.

BM 9, 76 A. STURM.

[E] C'est MONTUCLA qui a eu le premier la fantaisie d'écrire, sans aucun garant, JEAN DE LA PÉNE au lieu de J. PENA. La famille provençale PENA a subsité jusqu'au commencement du 19^{e} siècle.

BM 1, 510 P. TANNERY.

[F] PENAS griechisch-lateinische Ausgabe der Sphärik des THEODOSIUS erschien (wenigstens vollständig) ***1558*** (nicht ***1557***). Das im Anfang des Buches abgedruckte königl. Privilegium ist zwar „3. Id. Jun. 1557“ datiert, das den beiden getrennt paginierten Teilen gemeinsame Titelblatt aber trägt die Jahreszahl 1558 und die besondere Vorrede zum lateinischen Teil ist „3. Non. Mart. 1558“ datiert

BM 6, 401 Stockholm C. GRÖNBLAD.

[G] XYLANDERS EUKLID ist nicht als die erste Bearbeitung dieses Schriftstellers in einer lebenden Volkssprache anzusehen, da die italienische Übersetzung von TARTAGLIA schon 19 Jahre früher, nämlich 1543 erschienen ist.

BM 2, 355 G. WERTHEIM.

Außer der italienischen Übersetzung EUKLIDS von TARTAGLIA aus dem Jahre 1543 (S. 514) gibt es noch eine andere vom Jahre 1545 von ANGELO CAJANI: *I quindici libri degli elementi di Euclide, di greco tradotti in lingua Thoscana.* Roma MDXXXXV. Freilich enthält diese Übersetzung nur die Sätze, aber nicht die Beweise.

BM 9, 76 A. STURM.

[H] Ganz wie in der ersten Auflage steht hier Z. 10 v. u. unrichtig 1565 statt 1560 als Druckjahr der PROKLOS-Übersetzung von BAROZZI. Die richtige Jahreszahl hat Herr CANTOR selbst S. 546 gebracht. Statt der recht unbestimmten Angabe, daß BAROZZI „auch Schriften von HERON“ übersetzt hat, sollte gesetzt werden: BAROZZI gab 1572 in Venedig HERONIS *mechanici liber de machinis bellicis necnon liber de geodesia* heraus.

BM 12, 252 G. Eneström.

[I] Foix-Candale a été évèque d'Aire.

BM 1, 510 P. Tannery.

[J] Nach Kästner berichtet Herr Cantor hier über die Euklidausgabe von F. de Foix-Candale (erste Auflage 1566, neue Auflage 1578) und widmet dabei auch einige Zeilen den Zusätzen von Candale über regelmäßige Körper, besonders die Körper, die dieser „Exoctahedron“ und „Icosidodecahedron“ nennt. Nach Kästner werden diese Körper im ***zweiten*** Zusatzbuche der neuen Auflage von 1578 behandelt, und da Herr Cantor angibt, daß die erste Auflage von 1566 nur ***ein*** Zusatzbuch enthält, wird man versucht, daraus zu folgern, daß die fraglichen Körper erst in der neuen Auflage untersucht wurden. Diese Folgerung ist indessen falsch. Es ist buchstäblich richtig, daß die Auflage von 1566 nur ein Zusatzbuch enthält, aber nachdem dieses mit den Worten „libri decimi sexti finis“ geendet hat, folgen noch 5 Druckseiten mit weiteren Ausführungen, und dabei werden erst die zwei oben genannten halbregelmäßigen Körper behandelt.

BM 12, 252 G. Eneström.

[K] Clavius hieß ursprünglich *Klau*, nicht Schlüssel, auch nicht Nagel oder Nagler, wie S. Günther meint (***Zeitschr. für mathem. Unterr.*** **23**, 1892, S. 519). Allerdings spielt Kepler in einem Briefe an Mästlin (Kepleri *Opera*, ed. Frisch, IV, 7) an die Ableitung von Nagel an, aber nur scherzweise, da er auch die Ableitung von Keule beifügt.

BM 4, 285 A. Sturm

Anmerkung: Eneström verweist auf eine weitere Bemerkung zu Band II, S. 555, die sich in der *Bibliotheca Mathematica*, Band 6 auf S. 322 befinden soll. Allerdings befinden sich auf dieser Seite keine Bemerkungen zu den *Vorlesungen*; im Band 6 wird zur Seite 555 nur auf die Bemerkung von Band 4 verwiesen.

G. Dörflinger

[L] Die hier erwähnten nach Maurolicos Tode 1591 abermals erschienenen euklidischen Phaenomena sind eigentlich nicht als eine Neuausgabe, sondern als eine selbständige Arbeit von Giuseppe Auria zu betrachten. Der Titel lautet:

> Euclidis phaenomena post Zamberti & Maurolyci editionem, nunc tandem de Vaticana Bibliotheca deprompta. Scholiis autiquis: & figuris optimis illustrata: & de Graeca Lingua in latinum conversa. A Josepho Auria. Romae 1591. Folio, (24) + 99 S.

BM 9, 76 G. Eneström

[M] Statt „Clavius seinerseits meint, wenn dem so wäre, würde eine Schwierigkeit überhaupt niemals vorhanden gewesen sein“ (Z. 6–8) schlage ich vor: „Clavius seinerseits meint, wenn dem so wäre, würde Euklides überhaupt nicht den Schluß des Satzes III: 16 in die Elemente aufgenommen haben“ zu setzen. Clavius sagt selbst: „Si Euclides sensisset, angulum contactus nihil prorsus esse . . . , quid, obsecro, tantopere desudasset, ut demonstraret, angulum contactus esse minorem omni acuto rectilineo.“

BM 12, 252 G. ENESTRÖM.

[N] Über die Schrift *De l'usage de la géométrie* (Paris 1579) von PELETIER bemerkt Herr CANTOR:

> Neben Flächenberechnungen ist auch ein ***Distanzmesser*** beschrieben, auf dessen Erfindung PELETIER sich sehr viel zugute that, dessen genaue Einrichtung wir aber der uns zur Verfügung stehenden etwas sehr undeutlichen Beschreibung nicht zu entnehmen vermögen.

Die Beschreibung ist, wie die erste Fußnote zeigt, die von KÄSTNER (*Geschichte der Mathematik* **1**, Göttingen 1796, S. 653–655) gegebene, und wenn man diese Beschreibung gelesen hat, muß man von der CANTORschen Bemerkung sehr überrascht werden. Die Beschreibung bei KÄSTNER ist nämlich gar nicht undeutlich und man sieht daraus sofort, daß der Distanzmesser wesentlich von derselben Art ist, wie der in einem Kapitel der „Geometria GERBERTI“ (Kap. 38 bei OLLERIS; im Vorübergehen schon Kap. 26) beschriebene. Der Unterschied ist nur, daß der verschiebbare (horizontale) Stab abgeteilt ist, so daß man nicht immer über den ***Endpunkt*** desselben zu visieren braucht. Der Distanzmesser ist also sozusagen ein Mittelding zwischen dem oben erwähnten Instrument der „Geometria GERBERTI“ (der horizontale Stab verschiebbar aber nicht abgeteilt) und dem geometrischen Quadrate (der horizontale Stab fest aber abgeteilt). Der Distanzmesser PELETIERS ist mithin eigentlich gar nichts neues und KÄSTNER gibt auch nicht an, daß PELETIER beansprucht, das Instrument „erfunden“ zu haben. Dagegen teilt KÄSTNER mit, daß PELETIER sich auf eine besondere ***Anwendung*** des Distanzmessers sehr viel zugute tut, nämlich für den Fall, daß die zu messende Entfernung sehr groß ist. In diesem Falle schreibt PELETIER nach dem KÄSTNERschen Berichte vor, man solle sich auf eine Höhe stellen, und es ist klar, daß man auf diese Weise für sehr große Entfernungen ein besseres Resultat bekommen wird, vorausgesetzt, daß man die Höhe genau messen kann.

Die einzige Ausstellung, die man meines Erachtens gegen die Deutlichkeit des KÄSTNERschen Berichtes machen kann, bezieht sich auf die Schlußworte: „wo die Schwierigkeit nicht so sehr darauf ankömmt, daß die Weite groß ist, als daß es gefährlich ist aus zween (!) Ständen zu visiren“, denn schon im Altertum hatte man ja Methoden, eine Länge von ***einem einzigen*** Punkte aus zu messen.

Es wäre also angebracht, den ganzen Absatz (Z. 21–28): „Das von uns erwähnte ... zu entnehmen vermögen“ zu streichen.

BM 13, 70 G. ENESTRÖM.

[O] Il convient de faire observer que, dans le troisième livre de sa *Logistica*, BUTEO emploie en passant des équations dont le second membre est nul. Ainsi p. ex. dans le problème 6 (p. 146), on trouve à la fin de l'exercise:

$1\varrho\, M\, 7$	[M 1 c'est à dire	$x - 7 = -1$
$1\varrho\, M\, 6$	[0	$x - 6 = 0$
$1\varrho\, [6]$		$x = 6$

BM 7, 91 H. BOSMANS.

[P] Der Bericht (Z. 16 – 36) über die angenäherte Würfelverdoppelung BUTEOS ist zum Teil ungenau. S. 561 verweist Herr CANTOR in der letzten Fußnote auf KÄSTNER, und teils hieraus, teils aus dem Berichte selbst kann man schließen, daß er die Schrift von BUTEO nicht gelesen hat.

Z. 22 – 26 sagt Herr CANTOR: „Zunächst verwandelt er [BUTEO] die Grundfläche in ein Quadrat von der Seite $a\sqrt{2}$, und legt er nun den neuen Körper, welcher immer noch den Körperinhalt $2a^3$ besitzt, auf eine Seitenfläche, so ist $a\sqrt{2}$ die Höhe des neuen Parallelopipedons(!), dessen rechteckige Grundfläche die Abmessungen a und $a\sqrt{2}$ besitzt.“ Allein weder KÄSTNER noch BUTEO selbst legt den neuen Körper auf eine Seitenfläche, und ich verstehe auch nicht, was man dadurch gewinnt. KÄSTNER sagt in seinem Berichte: Nun nimmt er [BUTEO] zwischen den beyden Seiten der Grundfläche des ersten Körpers die mittlere Proportionallinie $= a\sqrt{2}$, **derselben Quadrat als Grundfläche** und darauf die Höhe $= a$.“ Ganz auf dieselbe Weise lehrt BUTEO selbst (*Opera geometrica* S. 60):

> Nune inter inaequalia duo latera basis solidi primi, quae sunt *ba*, & *bc* adinveniatur media proportionalis linea *bf*. Ex qua describatur quadratum, quod sit *bghf* ... Et super basi *bghf*, constituatur solidum rectangulum aeque altum solido primo,

und aus der Figur links am Ende der Seite sieht man sofort, daß der neue Körper **nicht** auf eine Seitenfläche gelegt worden ist. Ebenso sind die Grundflächen der folgenden Körper immer Quadrate, nicht Rechtecke wie bei dem CANTORschen Berichte.

In betreff der Angabe des Herrn CANTOR (Z. 33 – 36): „Das siebente Parallelopipedon(I) hat Abmessungen, welche durch $a.2^{\frac{21}{64}}$, $a.2^{\frac{21}{64}}$, $a.2^{\frac{11}{32}}$ in heutiger Schreibweise dargestellt werden, und hier, sagt BUTEO, sei die Ungleichheit nicht mehr merklich“ ist folgendes zu bemerken.

I. Die Abmessungen dieses siebenten Körpers gibt BUTEO auch nicht andeutungsweise an; er fügt nur eine Figur bei. Indessen sieht man sofort, daß das Verfahren von BUTEO ein sehr einfaches Beispiel der sogenannten Iterationsrechnung ist, und es ist darum leicht, die Exponenten der Abmessungen des n-ten Körpers zu ermitteln. Sei die Seite der quadratischen Grundfläche dieses Körpers $a.2^{u_n}$ und die Höhe $a.2^{r_n}$, so erhält man ohne weiteres die zwei Gleichungen

$$u_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}, \quad v_{n+1} = u_n,$$

und wenn man die Größen v_n, v_{n+1} wegschafft, bekommt man die sehr einfache lineare Differenzengleichung zweiter Ordnung

$$u_{n+2} - \frac{1}{2}u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n = 0,$$

deren Integral für ganzzahlige Werte von n

$$u_n = A + B(-\frac{1}{2})^n$$

ist. Auf Grund der Gleichungen $u_1 = 0, v_1 = 1$ wird nun

$$A = \frac{1}{3}, B = \frac{2}{3},$$

so daß die Exponenten der drei Abmessungen des n-ten Körpers sind:

$$\frac{1}{3}+\frac{2}{3}(-\frac{1}{2})^n, \frac{1}{3}+\frac{2}{3}(-\frac{1}{2})^n, \frac{1}{3}-\frac{4}{3}(-\frac{1}{2})^n.$$

Setzt man hier $n = 7$, bekommt man die drei Zahlen $\frac{21}{64}, \frac{21}{64}, \frac{11}{32}$, so daß die von Herrn CANTOR angegebenen Exponenten richtig sind.

II. BUTEO behauptet gar nicht, daß in betreff der Abmessungen des siebenten Körpers die Ungleichheit nicht mehr merklich ist, sondern er sagt wörtlich (a. a. O. S. 61):

> Si in huiusmodi figuratione solidorum, secundum formam datam perstiterimus, sicut hic ad septimum usque solidum feci, inaequalitas ipsa laterum sensim(!) minuetur: ut sit tandem(!) insensibilis.

BUTEO bemerkt also, daß die Ungleichheit **allmählich** vermindert und **zuletzt** nicht mehr merklich wird. Allerdings ist Herr CANTOR in diesem Falle durch den Bericht KÄSTNERS (a. a. O. S. 471) irregeleitet worden.

BM 12, 253–254 G. ENESTRÖM.

[Q] Eine Geometrie (und Arithmetik) von RAMUS erschien bereits 1569, gleichzeitig mit den *Scholae mathematicae*: P. RAMIE *Arithmeticae libri duo; Gemetriae septem et viginti* (Basileae MDLXIX). Das Urteil CANTORS über RAMUS als Mathematiker wird durch dieses Werk nach jeder Richtung hin bestätigt.

BM 4, 285 A. STURM.

[R] Anm. 2) [62] lies „circini“ statt „circuli“.

BM 8, 85

[S] Die Bemerkung, daß BENEDETTI (1885) bis zu einem gewissen Grade sich einer 1570 veröffentlichten, von FERRARI gemachten Erfindung bediente, dürfte auf einem Mißverständnis beruhen. Der fragliche, von FERRARI nacherfundene Satz, bezieht sich, wie oben S. 509 auseinandergesetzt worden ist, auf die Verwandlung einer kreisförmigen Bewegung in eine einfach gradlinige (also nicht hin- und hergehende) oder umgekehrt.

BM 1, 510 G. ENESTRÖM.

[T] L. 2 en remontant, lire »CA« au lieu de »CR«.

BM 1, 510

(571) ## 68. Kapitel. **Fortsetzung der Geometrie und Mechanik. Cyclometrie und Trigonometrie.**

Wir müssen noch einen Schriftsteller nennen, welcher auf den hier in unserer Darstellung
(572) vereinigten Gebieten der Geometrie und Mechanik sich grosse Verdienste erworben hat: Simon Stevin[1]

Er ist 1548 in Brügge geboren, 1620 in Leiden oder in Haag gestorben. Er begann als Kaufmann in Antwerpen und setzte vermuthlich diese Beschäftigung auf Reisen in Polen, Dänemark, dem ganzen nördlichen Europa fort. Später stand Stevin in nahen Beziehungen zu Moritz von Oranien, der ebenso ausseramtlich auf seinen Rath hörte, als ihm amtliche Stellungen zuwies. Man weiss von einer Anstellung Stevin's als Vorstand des Waterstaet (Oberwasserbaumeister) und von einer solchen als Generalquartiermeister. Ein von Stevin zuerst ausgesprochener, dann von den Zeitgenossen viel bewunderter und weitergesponnener Gedanke ist der von dem „weisen Jahrhunderte“[2]. Vor undenklichen Zeiten habe, behauptet er, das Menschengeschlecht ein allumfassendes Wissen besessen, von welchem mehr und mehr verloren ging, und welches erst allmälig wieder erworben werden müsse, damit dereinst ein zweites weises Jahrhundert erscheine. Stevin war Niederländer durch und durch und schrieb vorzugsweise in seiner niederdeutschen Muttersprache, welche er für diejenige erklärte, die vermöge ihres Reichthums an einsilbigen leicht zusammensetzbaren Stämmen sich vorzugsweise zur Weltsprache eigne[3]. Freilich fügte er sich der Thatsache, dass die von ihm erwünschte Allgemeinverständlichkeit des Niederdeutschen, nicht entfernt vorhanden war, und übersetzte theils selbst seine Schriften nachmals ins Französische, theils
[A] liess er es zu, dass sie ins Lateinische übersetzt wurden. Zuerst scheinen 1584 Zinstafeln im Drucke erschienen zu sein, dann 1585 ein Band, welcher die Arithmetik, die vier ersten Bücher des Diophant, die praktische Arithmetik und eine Schrift mit dem Titel *La Disme*
[B] in sich schloss. Demselben Jahre 1585 gehören fünf Bücher geometrischer Aufgaben an. Im Jahre 1586 folgten einige Bücher mechanischen Inhaltes. Sehr mannigfaltig sind die *Hypomnemata mathematica*, welche Snellius ins Lateinische übersetzt hatte, und welche in dieser letzteren Sprache 1608 gedruckt wurden.

(573) Die Trigonometrie Stevin's fand 1628 einen Uebersetzer in die deutsche Sprache in Daniel Schwenter[4], der uns im 71. Kapitel bekannt werden wird. Noch späteren Datums sind Schriften Stevin's über Befestigungskunst, welche unter den Fachmännern nicht minder berühmt sind, als die demselben Gegenstände gewidmeten Untersuchungen Dürer's (S. 468). Auch bei Stevin sind bahnbrechende Gedanken ausgesprochen, von welchen hier, wo wir mit einfacher Namensnennung uns begnügen müssen, der der Verteidigung mittels Schleussenwerke erwähnt werden darf, weil er Stevin in seiner doppelten Eigenschaft als Wasser- und Festungsbaumeister kennzeichnet.

Die eigentlich mathematischen Schriften Stevin's nöthigen uns, ihm mehrfach unsere

---

[1] Kästner III, 392–418. — Steichen, *Mémoire sur la vie et les travaux de Simon Stevin* (Bruxelles 1846). — Quetelet pag. 144–168. — Bierens de Haan, Bouwstoffen voor de geschiedenis der wis- en natuurkundige wetenschappen in de Nederlande II, 183–229 und 440–445. — Allgem. deutsche Biographie. XXXVI, 158–160. Die Werke Stevin's wurden von Albert Girard 1634 in einem starken Foliobande im Drucke herausgegeben, den wir als Stevin citiren. Zwei Schriften (über Musik und über Mühlen) hat Bierens de Haan neu aufgefunden und 1887 l.c. pag. 231–360 zum Abdrucke gebracht.

[2] Stevin pag. 106 (Geographie, Definition VI).

[3] Stevin pag. 114 sqq.

[4] Wertheim brieflich.

Aufmerksamkeit zuzuwenden. Für's Erste haben wir es mit seinen geometrischen und mechanischen Werken zu thun, wobei aber eine Schwierigkeit auftritt. Die weitaus verbreiteste Ausgabe von Stevin's Werken ist die französische Uebersetzung durch Albert Girard, welche nach Stevin's Tode vorbereitet erst 1634 nach Girard's Tode herauskam. Bei der an Unauffindbarkeit grenzenden Seltenheit der früheren Drucke ist es uns unmöglich zu bestimmen, wie weit in dieser Girard'schen Gesammtausgabe, abgesehen von Zusätzen des Herausgebers, welche durch Beisetzung von dessen Namen als solche gekennzeichnet sind, noch Veränderungen eintraten. Ob z. B. die fünf Bücher geometrischer Aufgaben von 1585 in den sechs Büchern *De la practique de Géométrie* unserer Ausgabe enthalten sind, lässt sich nicht entnehmen. Unwahrscheinlich ist es nicht, aber denkbar wäre auch, dass jene erste geometrische Schrift für uns gänzlich verloren gegangen wäre. Die letztere Möglichkeit beruht darauf, dass in der lateinischen Ausgabe von 1605–1608, welche in manchen Dingen von der französischen Ausgabe sich unterscheiden soll, und welche namentlich eine Abtheilung *De miscellaneis* besitzt, welche dort ganz fehlt[5], auch ein Verzeichniss von Schriften sich findet, welche hätten abgedruckt werden sollen, aber vom Herausgeber noch nicht druckfertig gestellt werden konnten und desshalb vorläufig zurückgelegt wurden[6]. Allerdings sind die *Problemata geometrica* weder in den *Miscellaneis* noch in dem Verzeichnisse fehlender Stücke enthalten, und damit ist für die erstere Möglichkeit eine Stütze gewonnen, welche durch einen Ausspruch des Adriaen van Roomen von 1593 wesentlich verstärkt wird. Dieser berichtet nämlich[7] von einem umfassenden geometrischen Werke Stevin's, an welchem derselbe arbeite, nachdem er 1583 (?) eine Probe davon in den fünf Büchern Aufgaben gegeben habe. (574)

Die französische Ausgabe besteht aus sechs Theilen, von welch der I. eine besondere Seitenzählung, S. l–222, besitzt, während die Theile II bis VI gemeinschaftlich einer neuen Seitenbezeichnung S. l–678, unterworfen sind. Das Ganze bildet mithin einen sehr starken Folioband von 900 Seiten. Die durch zweifache Seitenzählung angedeutete wesentliche Zweitheilung des ganzen Bandes ist darauf zurückzuführen, dass in der vor S. l des I. Theils sich befindende Inhaltsübersicht die Theile II bis V als *Memoires mathematiques du Prince Maurice de Nassau* (Accente sind im Drucke nur äusserst selten angegeben) bezeichnet sind, denen dann mit den einführenden Worten *et apres les susdites Memoires* der VI. Theil folgt. Natürlich ist nicht gemeint, die Theile II bis V seien von Moritz von Nassau verfasst. Dem widerspricht schon die Thatsache, dass in ihnen die mechanischen Schriften inbegriffen sind, welche Stevin 1586 unter eigenem Namen veröffentlichte. Die Meinung ist vielmehr die, es seien hier Arbeiten vereinigt, welche für jenen Fürsten bestimmt waren und auf deren Niederschrift er einen gewissen Einfluss ausübte, welcher da und dort durch die Bemerkung, solches rühre vom Prinzen her, hervorgehoben ist. Wie weit diese Bemerkungen selbst auf der Wahrheitsliebe Stevin's, wie weit sie auf seiner höfischen Gewandtheit beruhen, das zu ermitteln ist unmöglich. Der I. Theil enthält Arithmetisches und Algebraisches, der II. Theil mathematische Kosmographie, der III. Theil die oben erwähnten sechs Bücher praktischer Geometrie, der IV. Theil Mechanisches, der V. Theil Optisches, der VI. Theil auf das Kriegswesen bezügliche Schriften.

Dem III. Theile, zu welchem wir uns näher wenden, ein ganz allgemeines Lob zu spenden, ist nicht viel Veranlassung. ***Die praktische Geometrie*** Stevin's ist unzwei-

[5] Kästner III, 407.
[6] Ebenda III, 410–411
[7] Quetelet pag. 167, Note 1.

felhaft ein durch seine Anlage eigenthümliches Werk, aber darum noch kein weit hervorragendes; Die Eigentümlichkeit besteht darin, dass Stevin bestrebt ist, der Geometrie eine arithmetische Anordnung zu geben. In der Arithmetik lernt man zuerst die Zahl aussprechen, dann führt man mit der Zahl die vier einfachen Rechnungsverfahren des Addirens, Subtrahirens, Multiplicirens, Dividirens aus, dann kommen die Proportionsrechnungen. Dem entsprechend lehrt die Geometrie zuerst die einzelnen Raumgebilde kennen, welche später den Rechnungsverfahren unterworfen, zuletzt in Verhältniss zu einander gebracht werden. In das Bereich des Kennenlernens einzelner Raumgebilde zieht aber Stevin Aufgaben, welche man nicht leicht dort suchen wird. Wir nennen deren zwei auf die Ellipse bezügliche, deren Auflösungen Stevin selbst anzugehören scheinen: die punktweise Zeichnung einer Ellipse, deren beide Axen gegeben sind, und die
(575) Auffindung der kleinen Axe, wenn die grosse Axe und ein Ellipsenbogen gegeben sind[8] (Figur 114). Die halbe kleine Axe wird als Verlängerung der grossen Axe gezeichnet, ausserdem eine ihr gleiche Senkrechte in dem Punkte errichtet, wo beide Axen aneinanderstossen und aus dem gleichen Punkte als Mittelpunkt mit der halben kleinen Axe als Halbmesser ein Kreisquadrant beschrieben. Den wagrechten Halbmesser des Kreisquadranten und ebenso die halbe grosse Axe theilt man, jede dieser Strecken für sich, in eine gleiche Anzahl, etwa vier gleiche Theile und nennt diejenigen Theilpunkte einander entsprechend, Welche von dem mehrgenannten Aneinanderstossungspunkte der grossen und halben kleinen Axe nach rechts und links gezählt die gleichvielten sind. In allen Theilpunkten werden Senkrechte errichtet, auf den Theilpunkten der halben kleinen Axe bis zum Durchschnitte mit dem beschriebenen Kreisquadranten. Die Senkrechten in den Theilpunkten der halben grossen Axen macht man den nunmehr schon abgegrenzten Längen der Senkrechten in den entsprechenden Theilpunkten gleich, so sind dadurch Punkte der Ellipse gegeben.

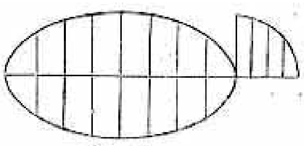


Fig. 114.

Für die zweite Aufgabe beruft sich Stevin auf einen Satz, welchen Guido Ubaldus, also offenbar Guidobaldo del Monte, bewiesen habe, und der dahin zielt, dass wenn von einem Punkte G der kleinen Axe (Figur 115) nach einem Punkte I der Ellipse die GI der halben grossen Axe gleich gezeichnet wird, das Stück HI dieser Geraden der halben kleinen Axe gleich sein muss und umgekehrt[9]. Kennt man also die grosse Axe, so zieht man in deren Mitte senkrecht die Richtung der kleinen Axe, schlägt von einem Punkte I des gegebenen Ellipsenbogens mit der halben grossen Axe einen Kreisbogen, der die Richtung der kleinen Axe in G schneidet und misst auf IG das Stück IH bis zum Durchschnitte mit der grossen Axe, so ist dadurch die halbe kleine Axe bestimmt. Bei der Definition der Körper sind Körpernetze gezeichnet[10], wie Dürer
(576) sie auch hergestellt hat (S. 466). Für das Paralleltrapez ist der Name *hace* (Axt) statt

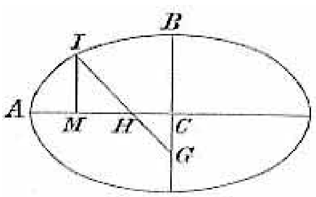


Fig. 115.

[8] Stevin II, 348–349. Unter I, beziehungsweise II, verstehen wir die beiden Paginirungen, von welchen im Texte die Rede war.

[9] 2) Die Wahrheit es Satzes beweist sich leicht wie folgt: $IH : HM = GH : HC$, also $IH(CMMH) = GH \cdot MH$, $IH \cdot CM = IG \cdot MH$, $IG^2 = (\frac{IH \cdot CM}{MH})^2 = \frac{b^2x^2}{b^2y^2} = a^2$.

[10] Stevin II, 359.

des gebräuchlicheren *mensa* (Tisch) in Vorschlag gebracht[11]. Beim Addiren von Linien, welches ebenso wie das von Flächen und auch das von Körpern gelehrt wird, ist eines der vorgeführten Beispiele die Addition zweier Kreisperipherien[12], welche durch die Peripherie eines neuen Kreises dargestellt werde, dessen Halbmesser die Summe der Halbmesser der beiden gegebenen Kreise sei. Unter dem Begriffe des Theilens von Flächen behandelt Stevin die Aufgabe die Zähne eines kleinen Rades einzuschneiden[13]. Man befestigt das künftige Rädchen in dem Mittelpunkte einer sehr viel grösseren kreisrunden Platte, deren Umfang man in die vorgeschriebene Anzahl von Theilen theilt. Dann zieht man Halbmesser nach allen Theilpunkten, wodurch die kleinere Scheibe mit getheilt wird. Fehler seien auch bei der Theilung des grossen Kreises unvermeidlich, aber verkleinert werden sie unmerklich, *la faute se trouve du tout insensible en la petite plague.* Auch Figuren mit einspringenden Winkeln werden der Theilung unterworfen[14]. Dabei ist die Bemerkung gemacht, welche als Definition solcher Figuren gelten kann, man müsse darauf achten dass eine Gerade, welche dieselbe in zwei Theile zerlege, wirklich nicht mehr als zwei Theile hervorbringe.

Ungleich wichtiger als Stevin's geometrische Leistungen sind seine Verdienste innerhalb der Mechanik, welche wir hier im Verein mit jenen behandeln. Stevin war es, der ***das Gesetz des Gleichgewichtes auf der schiefen Ebene entdeckte*** (Figur 116). Das Dreieck ACB stehe senkrecht auf einer Ebene, welche [C]
die Grundlinie AC unterstützt[15]. Die Seite BC sei halb so gross als die BA. Man legt eine Kette von in gleichen Entfernungen von einander aufgereihten gleichen Kugeln um das Dreieck, so dass zwei Kugeln längs BC, vier längs BA hängen, fünf nach unten einen Zug ausüben.

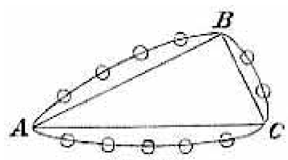


Fig. 116.

Das ganze System ist nun offenbar im Gleichgewichte, weil sonst in einem Drehungssinne oder in dem entgegengesetzten eine niemals aufhörende Bewegung eintreten rnüsste, was widersinnig ist, *et ainsi ce mouvement n'aurait aucune fin, ce qui est absurde.* Die fünf unten hängenden Kugeln halten sich aber bei dem gleichmässigen Zuge den sie ausüben, gegenseitig im Gleichgewichte und können daher entfernt werden, dann bleibt noch immer Gleichgewicht zwischen den vier Kugeln auf AB und den zwei Kugeln auf BG. Die vier Kugeln können dabei in eine und ebenso die zwei in eine vereinigt werden,
wenn nur ihre Gewichte den Geraden AB, BC proportional bleiben. Weiter wird alsdann (577)
die BC senkrecht gedacht und durch ein Seil um eine Rolle bei B, an welchem ein Gewicht hängt, ersetzt, so wird in dieser Form das Gesetz des Gleichgewichtes der schiefen Ebene vollends klar[16]. Aber Stevin geht noch einen grossen Schritt weiter: er erkennt das Gleichgewicht zwischen drei Kräften, welche den Seiten eines Dreiecks parallel und proportional sind[17], er führt damit zugleich in die Mechanik die Uebung ein, ***Kräfte nach Richtung und Grosse durch gerade Linien zu versinnlichen***, wodurch die Mechanik vollends eine geometrische Wissenschaft wird.

Noch hervorragender steht Stevin in der Geschichte der ***Hydrostatik*** da, wo er durch

[11] Stevin II, 373.
[12] Ebenda II, 389.
[13] Ebenda II, 403.
[14] Ebenda II, 405 und 411.
[15] Ebenda II, 448.
[16] Stevin II, 449 Corollaire IV.
[17] Ebenda II, 449 Corollaire VI.

das sogenannte **hydrostatische Paradoxon**[18] den ersten gewaltigen Fortschritt seit Archimed und über das von Jenem Geleistete hinaus vollbrachte. Mit jenem Namen hat man den Satz belegt, dass jede wie immer geformte Flüssigkeitssäule auf ihre Grundlage einen dem Producte der Höhe in die Basis der Säule proportionalen Druck ausübe. Stevin's Beweis ist folgender. Zuerst zeigt er, dass ein fester Körper, welcher einer Flüssigkeit *parigrave* ist — gleiche Dichtigkeit mit ihr hat — an jedem Orte der Flüssigkeit, wo er nur eingetaucht wird, in Ruhe verbleibt. Ein gerader Flüssigkeitscylinder drückt ferner seine Grundlage mit dem ganzen Gewichte, welches dem Producte aus Höhe in Basis proportional ist. Eine Veränderung kann an dieser Wahrheit nicht stattfinden, wenn nach dem Vorhergehenden ein parigraver Körper beliebiger Form eingetaucht wird, und ebensowenig, wenn man sich diesen Körper am Rande des Gefässes befestigt denkt, so dass er mit dem Gefässe eins wird, und nur die beliebig geformte Flüssigkeitssäule übrig bleibt. Der **Seitendruck der Flüssigkeiten** wird demnächst untersucht und dabei eine Methode angewandt, welche, wenn auch Archimed offenbar nachgebildet, doch von hervorragendster Bedeutung ist, insofern sie zum ersten Male uns wieder begegnet[19]. Die gedrückte Seitenwand wird in kleine Flächentheilchen zerlegt, und da zeigt sich, dass jedes Flächentheilchen einem Drucke ausgesetzt ist, welcher zwischen zwei Grenzen liegt, d. h. grösser ist als ein gewisser kleinster Druck, kleiner als ein anderer grösster Druck, dass ferner jene als Grenzen auftretenden Druckgrössen wie die Gewichte ein- und umschriebener Körper sich verhalten. Dann fährt Stevin aber fort: *Que si on divisait le fond ACDE en plus de 4 parties egales, soit en 8; il*
(578) *appert que les corps inscrits et circonscrits ne differoyent que de la moitié de la difference precedente; et est manifeste qu'on pourroit partir le fond en tant de parties egales que la des corps inscrits et circonscrits à la demi-colomne, differeroyent moins qu'aucun corps donné, si petit puisse-il estre.* Es ist nicht zu verkennen, dass hier ein Grenzübergang vorgenommen ist auf Grundlage der Zerlegung eines Flächenstückes in mehr und mehr, kleinere und kleinere Flächentheilchen, und bei der grossen Wichtigkeit der späteren Entwickelung grade dieser Betrachtungsweise erscheint es wünschenswerth hervorzuheben, dass diese Untersuchungen Stevin's zuerst 1608 in der lateinischen Ausgabe der *Hypomnemata mathematica* in deren dritten Bande gedruckt wurden.

Die Schwimmfähigkeit beladener Schiffe untersuchend kam. Stevin zu den Sätzen[20], dass der Schwerpunkt des Schiffes tiefer als der Schwerpunkt des verdrängten Wassers sich befinden müsse, und dass ein Umschlagen des Schiffes um so leichter zu befürchten stehe, je höher sein Schwerpunkt liege. Wenn auch nicht deutlich ausgesprochen, lag darin die Unterscheidung des labilen von dem stabilen Gleichgewichte wenigstens angedeutet.

Bei seinen Zeitgenossen war Stevin viel bewundert wegen der der Erfindung eines mit Segeln versehenen Wagens, der um das Jahr 1600 auf dem Strande zwischen Scheweningen und Petten seine Probefahrt machte. Der Wagen, dessen kleineres Modell man 1802 in Scheweningen noch aufbewahrte, war mit 28 Personen besetzt. Prinz Moritz selbst lenkte, und die alleinige Kraft des Windes trieb das Fuhrwerk 14 Wegstunden weit mit solcher Geschwindigkeit, dass kein Pferd mitkommen konnte[21]. Soviel zunächst über Stevin.

Den geometrischen und mechanischen Betrachtungen gleichmässig verwandt ist die **Herstellung gewisser Vorrichtungen**, welche in das Ende des XVI. Jahrhunderts fällt.

Commandinus soll einen doppelten Zirkel mit beweglichem Scharnier und veränderli-

[18] Ebenda II, 488 Corollaire II.
[19] Ebenda II, 488 sqq. Théorme IX.
[20] Stevin II, 512–513.
[21] Quetelet pag. 155–156.

chen Zirkelstangen erfunden haben[22], welcher dazu diente, eine gegebene Strecke in eine Anzahl von gleichen Theilen zu theilen.

Barozzi hat einen ***Kegelschnittzirkel*** eigener Erfindung beschrieben[23]. Ob freilich die Erfindung eine ganz selbständige war, oder ob Barozzi auf irgend eine Weise Kenntniss von arabischen Vorarbeiten (Bd. I, S. 707) erhalten hatte, müssen wir dahingestellt sein lassen. Jedenfalls ist Barozzi's Vorrichtung denen der Araber sehr ähnlich. Die Beschrei- (579)
bung findet sich in dem Buche über Asymptoten und kennzeichnet die Vorrichtung als eine solche, welche den Kegelschnitt als Durchschnitt einer Ebene mit einem Kreiskegel entstehen lässt. Die eine Zirkelstange enthält nämlich ein Röhrchen, in welchem ein Stift derartig verschiebbar ist, dass er, während das Röhrchen einen Kegelmantel beschreibt, fortwährend mit der Zeichnungsebene in Berührung bleibt und auf ihr, je nach der Stellung des Zirkels, diesen oder jenen Kegelschnitt hervorbringt. Nach seinem Instrumente hat dann Barozzi noch ein zweites beschrieben, welches ungefähr auf dem gleichen Grundgedanken beruht, und welches von einem anderen Italiener Giulio Thiene[24] erfunden worden ist.

Ein Professor Hommel (1518 – 1562) in Leipzig bediente sich[25] des sogenannten ***Transversalmaassstabes*** (Figur 117), bei welchem durch [D]
Transversallinien, die von dem oberen Rande des Maassstabes gegen den unteren geneigt gezeichnet sind, die Möglichkeit gegeben ist, auch solche Längen abzumessen, welche in Gestalt von Bruchtheilen der kleinsten in Anwendung kommenden Maasseinheit sich ausdrücken. Dass er in Levi ben Gerson (S. 289) einen Vorgänger hatte, war ihm vermuthlich unbekannt.

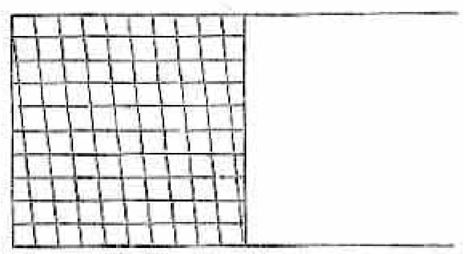


Fig. 117.

Eine ähnliche Aufgabe hatte, wie wir uns erinnern, Nonius sich gestellt (S. 389), eine ähnliche löste Clavius[26]. Allerdings fällt die Veröffentlichung der von Clavius ersonnenen Vorrichtung schon in den Anfang des XVII. Jahrhunderts, aber unsere Leser sind daran gewöhnt, dass wir die Zeitgrenzen nicht genau einhalten können. Clavius verlangt, man solle einen Maassstab in 100 oder, wenn seine Länge es gestattet, in 1000 gleiche Theile theilen. Auf einem be- sonderen Stäbchen werde die Länge von 11 Theilen aufgetragen und selbst in 10 gleiche Theile getheilt. Jedes Theilchen des Hilfsmaassstabes beträgt also 11 Tausendstel des ursprünglich l00theiligen, beziehungsweise 11 Zehntausendstel des ursprünglich l000theiligen Maassstabes, und durch Verschiebung längs dem ursprünglichen Maassstabe kann eine Messung auf 1/10 der dortigen kleinsten Längeneinheit genau vorgenommen werden. Das Neue und Wichtige bei dieser Einrichtung ist die (580)
Auftragung der Hilfstheilung auf ein frei bewegliches Stäbchen, welche von da an, wenn auch nicht sofort, Regel und stete Uebung geworden ist. Clavius veröffentlichte seine Erfindung 1606 in seiner *Geometria practica*, und in einer zweiten Schrift, *Astrolabi-*

[22] Libri III, 121.

[23] Kästner II, 98. — A. von Braunmühl, Notiz über die ersten Kegelschnittzirkel. Zeitschr. Math. Phys. XXXV, Histor.-literar. Abthlg. S. 161.

[24] Ueber ihn vergl. Lampertico, *Di Giulio Thiene uome d'arme e di scienza del Secolo XVI* in den Atti des R. Institute Veneto für l891.

[25] Kästner II, 355.

[26] Breusing, Nonius oder Vernier? in den Astronomischen Nachrichten von 1880 Nr. 2289 (Band XCVI, S. 129–134).

um, hat er sie auch auf Winkelablesungen ausgedehnt Ein in einzelne Grade abgetheilter Kreisquadrant dient zur Ablesung von einzelnen Winkelminuten, sofern ein Hilfsbogen von 61^o in 60 gleiche Theile getheilt zum Anlegen vorbereitet ist. Die Geometrica practica verdient vollauf das Lob, welches in den Worten ausgesprochen ist[27], sie sei „das Muster eines Lehrbegriffes der praktischen Geometrie, vollkommen für ihre Zeit“. Das Werk ist in acht Bücher getheilt. Das 1. Buch enthält die Beschreibung von zu Längen- und Winkelmessungen nöthigen Vorrichtungen und die trigonometrische Berechnung von Dreiecken. Die eigentliche Feldmessung ist im 2 und 3. Buche gelehrt. Das 4. Buch bringt Inhaltsformeln für ebene Figuren, das 5. Buch solche für Raumkörper, wobei die archimedische Verhältniszahl 22/7 als genügend benutzt wird. Das 6. Buch löst allerlei Theilungsaufgaben, sowie solche, welche auf Vergrösserung von Raumgebilden in gegebenem Verhältnisse sich beziehen. Die Würfelverdoppelung bildet einen besonderen Fall der letzteren Aufgabe, und Clavius bedient sich bei ihr der von griechischen Schriftstellern zu gleichem Zwecke benutzten krummen Linien. Im Anschlusse an die Würfelverdoppelung erscheint die Lehre von den Wurzelausziehungen um die vorher geometrisch gelösten Aufgaben auch rechnerisch bewältigen zu können. Das 7. Buch bezeichnet sich als das von den isoperimetrischen Figuren und Körpern nebst einem Anhange von der Quadratrix. In dem ziemlich umfangreichen 8. Buche sind sehr verschiedene geometrische Aufgaben vereinigt. Dort sind z. B. auch einige von den Näherungsconstructionen besprochen, welche Dürer gelehrt hat (S. 462), und welche unter Handwerkern weit verbreitet waren. Trigonometrische Rechnung führt im 29. Satze dieses Buches zur Auffindung der Winkel in dem mit fester Zirkelöffnung hergestellten gleichseitigen Fünfecke, und damit zum Nachweise, dass von genauer Gleichwinkligkeit hier nicht die Rede sein könne. Im 30. Satze wird die Auffindung der Siebenecksseite als halbe Dreiecksseite gelehrt, aber in einer anderen Ausdrucksweise und unter Berufung auf Ca-
[E] rolus Marianus Cremonensis, eine Persönlichkeit, die damals bekannter gewesen sein
(581) muss, als sie gegenwärtig ist. Seine Vorschrift verlangt[28], dass man (Fig. 118) den Halbmesser DA des Kreises, in welchen das regelmässige Siebeneck eingezeichnet werden soll, um $AE = \frac{1}{4}DA$ verlängere. Dann soll man um E mit $EB = DA$ als Halbmesser einen neuen Kreis beschreiben, welcher den ersten in B schneide, so sei AB die Siebenecksseite. Die Rechnung liefert $DE = \frac{5r}{4}$, wenn $BE = BD = r$. Ist $BG \perp DE$, so folgt weiter $DG = GE = \frac{5r}{8}$ und $BG^2 = BE^2 GE^2 = r^2 - \frac{25r^2}{64} = \frac{39r^2}{64} + (r - \frac{5r}{8})^2 = \frac{3r^2}{4}$ also $AB = \frac{r}{2}\sqrt{3}$, und das ist die Hälfte der Seite des regelmässigen Sehnendreiecks. Den Schluss des ganzen Werkes bildet eine Tafel der Quadrate und Würfel aller ganzen Zahlen von 1 bis 1000 und eine Anweisung, wie man bei Ausziehung von Quadrat- und Kubikwurzeln diese Tafel mit Vortheil anwenden könne. So weit die Tafel Kubikzahlen enthielt, war sie die von grösster Ausdehnung, welche noch veröffentlicht worden war und blieb es auch für lange Zeit. Die Tafel der Quadratzahlen aber war schon vor ihrem Erscheinen durch die *Tabula tetragonica* von 1592 des italienischen Astronomen Magini (1555–1615) weit überboten[29]. Auf 24 Blättern enthält diese die Quadrate der Zahlen von 1 bis 100100.

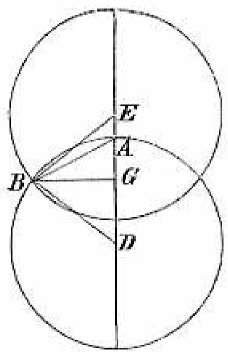


Fig. 118.

[27] Kästner III, 287.

[28] Auf das Verfahren des Cremonesers hat S. Günther, Zeitschr. Math. Phys. XX, Hist.-literar. Abthlg. S. 116 aufmerksam gemacht, dann H. A. J. Pressland, *On the history and degree of certain geometrical approximations* in den Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society Vol.X.

[29] J. W. L. Glaisher, *Report of the Committee of mathematical tables.* London 1873 S, pag. 26.

Hätten wir streng die Zeitfolge eingehalten, so wäre vor Clavius ein anderer ganz tüchtiger Geometer zu nennen gewesen. SIMON JACOB[30] ist in Coburg geboren und 1564 in Frankfurt am Main gestorben. Er verfasste ein Rechenbuch nebst Geometrie als zweite Bearbeitung eines bloss der Rechenkunst gewidmeten Werkes und schrieb 1552 die Vorrede dazu. [F] Der Druck begann 1557, wurde aber unterbrochen. Als der Verfasser dann 1564 starb, besorgte sein Bruder PANCRAZ JACOB 1565 die neue Ausgabe, welche selbst wiederholt gedruckt wurde. In dem dritten, geometrischen Theile ist im 59. Satze angegeben, die (582) Seiten 25, 33, 60, 16 in der genannten Reihenfolge aneinander gefügt bildeten ein Sehnenviereck im Kreise vom Durchmesser 65, die beiden Diagonalen seien 52 und 39. Wie Jacob zu diesen Zahlen gekommen ist, hat er mit keinem Wort angedeutet. Erwähnenswerth mag aber auch erscheinen dass das Wort *corauscus*, eine andere Form für *coraustus*, erklärt wird als „eine Linie, so mit dem Basi Parallel oder gleichweitig ist“

WENZEL JAMITZER[31] (1508–1586), dessen Name auch in den Schreibweisen JAMNITZER und GAMICZER vorkommt, ein geschickter Goldschmied zur Nürnberg, hat 1568 Abbildungen zahlreicher geometrischer Körper der Oeffentlichkeit übergeben. Hat die Sammlung gleich mehr künstlerisches als geometrisches Interesse, so darf doch vielleicht bemerkt werden, dass in ihr auch Zeichnungen von ***Sternpolyedern*** vorkommen, den ersten, welche nachgewiesen worden sind

Eine ganz andere Persönlichkeit als diejenigen, welchen wir die letzten Seiten gewidmet haben, war FRANCISCUS VIETA[32], der grösste französische Mathematiker des ganzen XVI. Jahrhunderts. FRANÇOIS VITE SEIGNEUR DE LA BIGOTIRE ist 1540 in Fontenay-le-Comte in Poitou geboren, 1603 in Paris gestorben. Er gehörte einer katholischen Familie an und starb als Katholik. Da er unzweifelhaft eine Reihe von Jahren hindurch zu den Hugenotten [G] gehört hat, so muss eine zweimalige Glaubensänderung bei ihm angenommen werden. Vieta widmete sich der Rechtsgelehrsamkeit und begann nach in Poitiers vollendetem Studium seine Laufbahn als Rechtsanwalt in seiner Vaterstadt, eine Stellung, welche er jedoch 1567 freiwillig wieder aufgab. Als er später Parlamentsrath in Rennes geworden war, vertrieben ihn die aus Religionszwistigkeiten entstandenen Unruhen, und Herzog von Rohan, der bekannte Führer der Hugenotten, nahm Vieta unter seinen persönlichen Schutz. Auf seine Empfehlung hin wurde Vieta 1589 Maître des requetês, Berichterstatter über Bittschriften. Nachdem Heinrich von Navarra als König Heinrich IV. den Thron bestiegen hatte, wurde Vieta 1589 Parlamentsrath in Tours, später Mitglied des königlichen geheimen Raths. Vieta's Tod wird von dem Herausgeber seines Nachlasses als ein plötzlicher bezeichnet, *praecipiti et immaturo autoris fato*[33], Näheres ist aber nicht —- (583) bekannt. Von Vieta's amtlicher Thätigkeit wird nur eine verdienstliche Leistung berichtet: in Tours sei es ihm gelungen, den Schlüssel zu einer aus mehr als 500 Zeichen bestehenden Geheimschrift zu ermitteln, deren die mit Frankreich auf feindlichem Fusse stehende II spanische Regierung sich bediente, wodurch alle aufgefangenen Depeschen plötzlich leicht verständlich wurden. Schriftsteller war Vieta nur auf mathematischem Gebiete und zwar in äusserst fruchtbarer Weise. Er liess seit 1571, besonders aber seit 1591, zahlreiche Abhandlungen und Bücher

[30] Allgem. deutsche Biographie XIII, 559.

[31] DOPPELMAYR S. 160 und 205. — KÄSTNER II, 19–24. — GÜNTHER, Vermischte Untersuchungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften, S. 35–36. — Allgemeine Deutsche Biographie XIII, 691–692. Artikel von R. BERGAU.

[32] KÄSTNER III, 37–38 und 162–175. — *Nouvelle Biographie universelle* (Paris 1866) XLVI, 135–137. Die 1646 veranstaltete Ausgabe von VIETA's Werken citiren wir als Vieta mit nachfolgender Seitenzahl.

[33] VIETA pag. 83.

auf eigene Kosten drucken und verschickte sie an Fachgenossen aller Länder. Dabei kamen ihm seine günstigen Vermögensverhältnisse zu statten. In dieser Beziehung wird erzählt, es hätten sich 20000 Thaler in klingender Münze neben seinem Sterbebette vorgefunden. Für den guten Gebrauch, welchen er von seinen Geldmitteln zu machen wusste, und nicht minder für die Milde seines Charakters zeugt die Thatsache, dass er zwischen 1600 und 1601 einen wissenschaftlichen Gegner, ADRIAEN VAN ROOMEN, einen Monat lang als Gast bei sich beherbergte und ihm alsdann die Rückreise bezahlte[34]. Vieta's Schriften wurden gemäss der erwähnten Art ihrer Verbreitung rasch bekannt, gingen aber auch rasch verloren, und so war bereits 1646 FRANCISCUS VAN SCHOOTEN, der eine Gesammtausgabe der Vieta'schen Abhandlungen veranstaltete, nicht mehr im Stande, sie sämmtlich beizubringen. Wir werden sehen, dass muthmasslich wenigstens einige wesentliche Verluste zu beklagen sind. Dazu gehört bereits der *Canon mathematicus* von 1579. Es war ein Tabellenwerk[35], welches die Sinus, Tangenten und Secanten aufeinanderfolgender Winkel, noch verschiedene andere Tafeln und eine ebene und sphärische Trigonometrie enthielt. Zahllose
[H] Druckfehler entstellten das Werk, und deshalb zog Vieta alle Exemplare, deren er habhaft werden konnte, zurück und vernichtete sie. In Folge dessen gehört Vieta's Canon von 1579 zu den grössten Seltenheiten[36], und noch weniger bekannt ist ein Abdruck, welcher 1609, also nach Vieta s Tode, veranstaltet wurde[37]. In dem Canon findet sich eine entschiedene Absage an die Sexagesimalbrüche zu Gunsten der Decimalbrüche. Letztere sind meistens durch kleinere Typen von den ganzen Zahlen unterschieden, zuletzt ausser durch kleinere
(584) Typen noch durch einen sie von den ganzen Zahlen trennenden senkrechten Strich, den
[I] Vorgänger des später eingeführten Pünktchens[38]. Die Gesammtausgabe von 1646 enthält die in ihr gesammelten Schriften nicht in der Zeitfolge ihres Erscheinens geordnet, auch nicht innerhalb der sachlich zusammengehörenden Abhandlungen ist diese Zeitfolge genau eingehalten, und ebensowenig unterstützen Datirungen die Uebersicht; man ist vielmehr genöthigt, aus anderen bibliographischen Schriften die Angaben zu entnehmen, wann die einzelne Stücke erstmalig gedruckt worden sind[39].

Zunächst haben wir es mit Vieta als Geometer zu thun und haben desshalb mit zwei Abhandlungen zu beginnen, welche 1593 zuerst im Drucke erschienen: *Effectionum geometricarum canonica recensio*[40] und *Supplementum Geometriae*[41]. Die erstere Schrift ist das, was man heute **algebraische Geometrie** zu nennen pflegt d. h. eine Zusammenstellung derjenigen mit Zirkel und Lineal ausführbaren Constructionen, welche dazu dienen, gewisse Rechnungsoperationen, z. B. Auffindung des geometrischen Mittels zwischen zwei gegebenen Werthen, Auffindung des vierten Gliedes einer Proportion, von welcher drei Glieder bekannt sind u. s. w., durch Zeichnung auszuführen. Das war freilich keineswegs neu. Fast jede der in den *Effectiones geometricae* beschriebenen Constructio-

[34] So berichtet der französische Geschichtsschreiber DE THOU im 129. Buche seiner Geschichte, aus welchem ein Auszug der Gesammtausgabe von VIETA's Werken vorgedruckt ist.

[35] MONTUCLA I, 610–611.

[36] Ein Exemplar findet in der Landesbibliothek zu Kassel. Vergl. HUNRATH in Zeitschr. Math. Phys. XXXVIII, Histor.-literar. Abthl. S. 25.

[37] Ein Exemplar findet sich in der königlichen Bibliothek zu Stockholm. Vergl. G. ENESTRÖM in der Biblioth. mathem. 1892 S. 92.

[38] HUNRATH l. c. S. 26.

[39] Wesentliche Dienste leistet z. B. J. G. TH. GRAESSE, *Trésor de livres rares et précieux ou Nouveau Dictionnaire Bibliographique.*

[40] VIETA pag. 229–239.

[41] Ebenda pag. 240–257.

nen ist bereits in den Euklidischen Elementen gelehrt oder stützt sich unmittelbar auf dort Gelehrtes, und wenn auf ganz neuerdings Veröffentlichtes Rücksicht genommen werden will, so hat Benedetti in seinen *Speculationes diversae* von 1585 (S. 567) Aehnliches behandelt. Aber neu war die Zusammenstellung dieser Aufgaben, ihre Vereinigung in der bestimmten Absicht, rechnerisch erhaltene Ausdrücke geometrisch zu ermitteln, und darin lag ein bemerkenswerther Fortschritt. Zirkel und Lineal genügen aber ent- [J]
fernt nicht, alle Aufgaben zu lösen. Sie reichen schon bei solchen nicht aus, die wir kubische Aufgaben nennen, weil sie in Gleichungsgestalt vorgelegt zum dritten Grade sich erheben. Dazu kann man sich dann verschiedener Curven bedienen, z. B. der nikomedischen Conchoide, welche die Aufgabe löst, von einem gegebenen Punkte aus eine Gerade so zu ziehen, dass deren zwischen zwei gegebenen Linien liegendes Stück eine gegebene Länge besitze; auch Archimed zählte die Ausführung dieses Verlangens zu den erfüllbaren Forderungen[42]. Mit Constructionen solcher Art hat es (585)
das *Supplementum Geometriae* zu thun. Im 9. Satze desselben ist z. B. die Dreitheilung eines Winkels in der Weise vollzogen, dass man (Figur 119) den zu theilenden [K]
Winkel DBE als Centriwinkel eines Kreises zeichnet, den einen Schenkel DB bis zum zweiten Durchschnitte C mit dem Kreise und darüber hinaus verlängert und alsdann vom Endpunkte E des anderen Schenkels nach dem verlängerten ersten Schenkel DB eine Gerade EF zieht, deren jenseits des Kreises gelegenes Stück GF dem Kreishalbmesser BE gleich sei. Der Winkel bei F ist alsdann ein Drittel des zu theilenden Winkels.

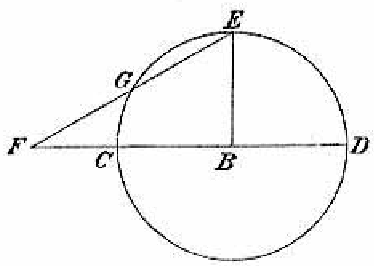


Fig. 119.

Vieta's Construction ist nicht die des Nikomedes (Bd. I, S. 337), sondern diejenige des Archimed (Bd. I, S. 284). Nun ist aber nicht überflüssig in Erinnerung zu bringen, dass die archimedische Construction in den sogenannten Wahlsätzen erhalten ist, die nikomedische bei Pappus. Die Sammlungen des Pappus waren seit 1588 durch Commandinus herausgegeben, und Vieta hat sie, wie aus vielfachen Uebereinstimrnungen ausser Zweifel ist, eingehend studirt. Die Wahlsätze Archimed's dagegen wurden aus dem Arabischen erstmalig 1659 durch Foster bekannt[43]. Daraus geht hervor, dass die Dreitheilung des Winkels, welche Vieta lehrte, kein Anlehen bei einem alten Schriftsteller, sondern selbständige Nacherfindung war. Die ganze Bedeutung des Supplementum Geometriae enthüllt aber der 16. und besonders der 25. und letzte Satz, der allgemeine Folgesatz[44], *consectarium generale*, Vieta's, ***dass jede kubische oder biquadratische Aufgabe, wenn sonst nicht lösbar, ihre Lösung dadurch finde, dass man sie entweder auf eine Einschiebung zweier mittleren Proportionalen oder auf eine Winkeldreitheilung zurückführe***. Für die biquadratischen Aufgaben gelte diese Behauptung, weil biquadratische Gleichungen, wie in der Abhandlung *De aequationum recognitione* gezeigt sei, immer auf kubische sich zurückführen lassen. Zweierlei können wir diesem Ausspruche nebenher entnehmen. Erstens geht aus ihm hervor, dass die *Recognitio aequationum*, wenn sie auch erstmalig 1615 durch Anderson dem Drucke übergeben wurde, doch 1593 bereits der Hauptsache nach fertig gestellt war. Zweitens

[42]Ebenda pag. 240: *Et opus ille videtur absolvisse Nicomedes sua conchoide .... Postulatum autem omnino admisit Archimedes.*

[43]Archimedes (ed. Heiberg) II, 428.

[44]Vieta pag. 257.

kann man den Ausdruck *omnia Problemata alioqui non solubilia*, nachdem die Auflösung
(586) kubischer Gleichungen durch ein algebraisch allgemeines Verfahren einmal bekannt war, billigerweise nicht anders verstehen, als dass Vieta sich vollständig klar darüber war, dass die geometrische Auflösung den grossen Vorzug vor der algebraischen besass, dass für sie die Schwierigkeit von unter dem Kubikwurzelzeichen auftretenden imaginären Quadratwurzeln nicht vorhanden war.

Wieder im Jahre 1593 erschien *Variorum de rebus mathematicis responsorum liber VIII*[45], ein einzelnes Buch aus einer Sammlung, welche leider nicht vollständiger bekannt geworden ist. In dem allein veröffentlichten achten Buche ist auch der Streit über den Contingenzwinkel Gegenstand der Betrachtung[46]. Vieta stellt sich ganz und voll auf den Standpunkt Peletier's, der Contingenzwinkel sei kein Winkel, aber die Beweisführung ist neu. Der Kreis, sagt Vieta, wird als eine ebene Figur von. unendlich vielen Seiten und Winkeln betrachtet; eine gerade Linie aber, welche eine Gerade berührt, *recta rectam contingens*, wird, von wie unbedeutender Länge sie sein mag, mit jener Geraden zusammenfallen, *coincidit in eandem lineam rectam*, und bildet keinen Winkel, *nec angulum facit*. Nirgend war noch so deutlich ausgesprochen worden, was eigentlich unter Berührung zu verstehen sei. Des Wortes Contingenzwinkel oder eines ähnlich klingenden bedient sich übrigens Vieta nicht. Er übersetzt das griechische $\chi\varepsilon\varrho\alpha\tau o\varepsilon\iota\delta\mu\varsigma$ (Bd. I, S. 250) mit *cornicularis*. Das ist überhaupt eine Eigentümlichkeit Vieta's, durch welche seine Schriften meistens so schwer zu lesen sind, dass er es liebte, mit Neubildungen um sich zu werfen, in deren Auswahl er meistens so wenig glücklich griff, dass seine Ausdrücke kaum je Bürgerrecht erlangten. Vieta besass durchweg die Neigung, seine Entdeckungen in thunlich dunkelste Sprache zu kleiden, vielleicht mit der Absicht, in deren Alleinbesitz zu bleiben, während andererseits durch den Druck sein Erstlingsrecht gewahrt war.

Dem Jahre 1596 entstammt der *Pseudomesolabum et alia quaedam adiuncta capitula*[47]. Es war eine Streitschrift gegen einen in ihr nicht mit Namen genannten Verfasser, den aber jeder zeitgenössische Leser sofort als Josef Scaliger erkennen musste. Dessen Werk von 1594, die in Leyden gedruckten *Cyclometrica elementa*, nebst den vielen Widerlegungen, welche es hervorrief, werden noch in diesem Kapitel zur Rede kommen. Vieta's Pseudomesolabum erörtert die Möglichkeit einer Würfelverdoppelung, sofern andere Aufgaben als
(587) bereits gelöst vorausgesetzt werden, aber freilich sind das selbst Aufgaben, deren Bewältigung andere Mittel als die ausschliessliche Benutzung von Zirkel und Lineal erfordert.

Die Zusätze, *adiuncta capitula*, betreffen zunächst die Aufgabe, aus vier Strecken, von denen je drei eine grössere Summe als die vierte haben ein Sehnenviereck herzustellen. Die schon von Regiomontanus ins Auge gefasste Aufgabe hatte jetzt zeitgemässes Interesse. Benedetti und Jacob waren Vieta vorausgegangen, ein anderer deutscher Geometer, den wir gleich nennen werden, folgte, auch Scaliger, und das gab offenbar Vieta Veranlassung zum Nachdenken über die Aufgabe, hatte eine Behandlung derselben vorgeschlagen, die wie gewöhnlich falsch war. Seien a, b, c, d die vier zur Bildung eines Sehnenvierecks geeigneten und gegebenen Strecken. Nun seien $\sqrt{a^2+b^2}$ und $\sqrt{c^2+d^2}$ die Hypotenusen, welche a, b beziehungsweise c, d zu einem rechtwinkligen Dreieck ergänzen; ihr arithmetisches Mittel $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}+\frac{1}{2}\sqrt{b^2+d^2}$ werde der Durchmesser des Umkreises des verlangten Sehnenvierecks sein. Die Widerlegung Scaliger's war für Vieta leicht. In denselben Umkreis, sagte er,

[45] Vieta pag. 347–435.

[46] Ebenda pag. 386.

[47] Ebenda pag. 258–285. Für die Datirung vergl. Chasles, *Aperçu hist.* pag. 443 Note 3 (deutsch S. 497 Note 126).

müsse das Sehnenviereck wie in der Reihenfolge a, b, c, d der Seiten, so auch in deren Reihenfolge a, c, b, d sich einzeichnen lassen, aus welcher für den Durchmesser des Umkreises nach Scaliger's Vorschrift

$$\frac{1}{2}\sqrt{a^2+c^2}+\frac{1}{2}\sqrt{b^2+d^2}$$

sich ergebe; es würde also

$$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}=\sqrt{a^2+c^2}+\sqrt{b^2+d^2}$$

sein müssen, und das ist nicht wahr. Bei $a = 15$, $b = 20$, $c = 7$, $d = 24$ ist

$$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}=\sqrt{255+400}+\sqrt{49+576}=25+25=50$$

und

$$\sqrt{a^2+c^2}+\sqrt{b^2+d^2}=\sqrt{225+49}+\sqrt{400+576}<17+32<50$$

Vieta bleibt bei dieser Widerlegung nicht stehen, sondern zeigt nun seinerseits, wie unter Anwendung von Zirkel und Lineal die Aufgabe der Lösung fähig sei[48], wobei er vorzugsweise den Fall von vier unter einander ungleichen Strecken als den einzigen, der wirkliche Schwierigkeiten macht, behandelt (Figur 120, folg. S.). Weil im Sehnenvierecke gegenüberliegende Winkel sich zu zwei Rechten ergänzen, muss $\angle ABE = 180^o ADV = CDE$ sein;
ferner ist $\angle AEB = CED$, also $\triangle ABE \sim CDE$, also $EA : EB : AB = EC : ED : CD$. (588)
Mit Hilfe dieser Proportion kann man jede Seite des Dreiecks CDE berechnen, also auch die Höhe CK und den Abschnitt EK. Ferner ist

$$\triangle ECK \sim EDL,$$

wenn DL senkrecht zu BC gezogen ist. Die Aehnlichkeit dieser Dreiecke gestattet DL und CL unmittelbar zu finden, mittelbar auch BL. Dann liefern DL und BL die Diagonale DB, und diese gestattet mit den vier gegebenen Strecken, das Viereck $ABCD$ wirklich zu zeichnen. Dessen Umkreis ist zugleich Umkreis des in allen seinen Sei-

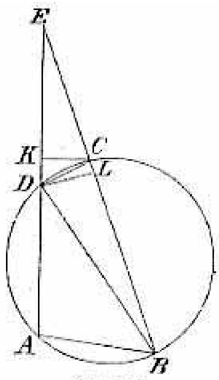


Fig. 120.

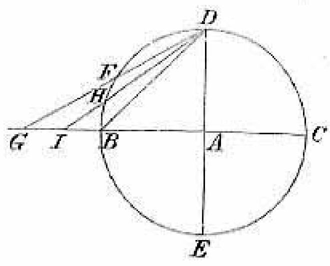


Fig. 121.

ten gegebenen Dreiecks ABD, und den Durchmesser des Umkreises eines Dreiecks aus dessen Seiten zu finden, ist bekannt. Ein zweiter Zusatz zu dem Pseudomesolabum[49]

[48] Vieta pag. 278.
[49] Vieta pag. 283–285.

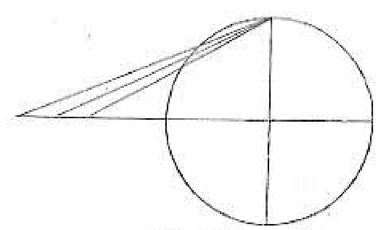


Fig. 122.

lehrt die näherungsweise Auffindung der Seiten der regelmässigen Fünfecke, Siebenecke, Neunecke, die einem gegebenen Kreise einbeschrieben sind (Figur 121). In dem gegebenen Kreise ist DB die Vierecksseite, DF die Sechsecksseite. Letztere wird zum Durchschnitte G mit dem verlängerten Durchmesser CB ausgezogen, dann wird BG in I halbirt und DI gezogen, deren Stück DU der Ungleichung $DF < DH < DB$ genügt und nahezu den fünften Theil der Kreisperipherie bespannt. In ähnlicher Weise wie 5 zwischen 6 und 4, liegt 7 zwischen 8 und 6, liegt 9 zwischen 10 und 8. Das Sehnensiebeneck wird demnach gefunden, indem man (Figur 122) von der Spitze des senkrechten Kreisdurchmessers aus die Seiten des Sehnensechsecks und des Sehnenachtecks zeichnet und bis zum Durchschnitte mit dem
(589) wagrechten Durchmesser verlängert. Die durch jene Durchschnittspunkte begrenzte Strecke wird halbirt und der Halbirungspunkt wieder mit der Spitze des senkrechten Durchmessers , vereinigt, so entsteht eine Sehne über nahezu dem Siebentel der Kreisperipherie. Die Zeichnung des Neunecks mit Hilfe der Achtecks- und Zehnecksseite ergiebt sich darnach von selbst. Vieta hat das volle Bewusstsein der nur näherungsweisen Richtigkeit dieser Zeichnungen in dem Maasse, dass er am Schlüsse durch Rechnung nachweist, wie gross der dabei begangene Fehler ist.

Ein deutscher Geometer, sagten wir, habe nach Vieta die Aufgabe vom Sehnenvierecke behandelt. Johannes Richter (1537 bis 1616), fast ausschliesslich unter dem wissenschaftlichen Namen Prätorius[50] bekannt, war Verfertiger mathematischer Instrumente in Nürnberg, dann von 1571 ab während fünf Jahren Professor der Mathematik in Wittenberg, worauf er in gleicher Eigenschaft nach der nürnbergischen Universität Altdorf übersiedelte. Er erfand etwa im Jahre 1590 den **Messtisch**, welcher nach ihm auch wohl **Mensula Praetoriana** genannt worden ist. Dem Jahre 1598 entstammt eine eigene Schrift über das Sehnenviereck[51]: *Problema, quod jubet ex quatuor lineis rectis datis quadrilaterum fieri, quod sit in circulo, aliquot modis explicatum.* Prätorius beginnt mit einem geschichtlichen Ueberblicke. Die Aufgabe sei eine bereits alte, und die Fragen, welche man sich vorgelegt habe, seien hauptsächlich die nach dem Durchmesser des Umkreises und nach dem Flächeninhalte des Vierecks. Regiomontanus habe mit der Aufgabe sich beschäftigt, Simon Jacob habe die Diagonalen des Vierecks und den Kreisdurchmesser berechnet. Vieta's Auflösung der Aufgabe wird alsdann erörtert, und die Bemerkung ist beigefügt, es gebe noch neuere Auflösungen, welche er (Prätorius) aber nicht kenne. Endlich geht Prätorius dazu über, die Ausdrücke für die Diagonalen zu bestimmen und zu zeigen, wie alsdann, der Durchmesser des Umkreises berechnet werde. Sein Bestreben geht dahin, alle sieben auftretenden Maasszahlen rational werden zu lassen, und dieses gelingt ihm in dreifacher Möglichkeit: erstens durch die Seiten 25, 39, 52, 60; zweitens durch 33, 39, 52, 56; drittens durch 16, 25, 33, 60, welche letzteren Zahlen Jacob schon angegeben hatte. Prätorius hat auch 1599 ein in der Münchner Bibliothek aufbewahrtes Manuscript niedergeschrieben, welches Bemerkenswerthes enthält. In ihm findet sich eine angenäherte Würfelverdoppelung, auf der Gleichsetzung von $\sqrt[3]{2}$ mit sec $37^o30'$ beruht, und bei welcher angegeben ist,
(590) der in der Zeichnung benutzte Winkel sei kaum um $2'$ unrichtig. Da $\sqrt[3]{2} = 1,2599210$, sec $37^o30' = 1,2604724$, sec $37^o28' = 1,2599101$, so erkennt man, wie genau Prätorius

[50] Allgemeine deutsche Biographie XXVI, 519–520. Artikel von Günther.
[51] Chasles, *Aperçu hist.* 444–445 (deutsch 498–499).

gerechnet hat[52].

Wir kehren nach dieser Einschaltung zu Vieta's geometrischen Schriften zurück, deren wichtigste, der *Apollonius Gallus*footnote VIETA pag. 325–346. Mit Wiederherstellungsversuchen der Apollonischen Berührungen haben sich beschäftigt: J. WILH. CAMERER, *Apollonii de tactionibus quae supersunt*, 1795. C. G. HAUMANN, *Versuch einer Wiederherstellung der Bücher des Apollonius von Pergä von den Berührungen*, 1817. W. L. CHRISTMANN, *Apollonius Suevus sive tactionum problema nunc demum restitutum*, 1821. von 1600 noch aussteht. ADRIAEN VAN ROOMEN hatte 1593 öffentlich allen Mathematikern eine Aufgabe gestellt, auf welche wir noch zu reden: kommen. Vieta löste dieselbe und liess seine gegen den Urheber der Aufgabe einigermassen höhnisch gefasste Auflösung drucken. Zugleich stellte er die Gegenaufgabe, die verlorene Schrift des Apollonius Pergä von den Berührungen, *περιεπαφων* so weit wiederherzustellen, dass man einen Kreis zeichne, der drei gegebene Kreise berühre; bringe Belgien keinen Apollonius hervor, so werde ein gallischer auftreten. Van Roomen, ein geborener Belgier, gab nach nicht langer Zeit eine Auflösung mit Hilfe einer Hyperbel. Darauf erschien der schon genannte *Apollonius Gallus*. Eine Auflösung mit Hilfe de Hyperbel sei nicht verlangt worden; eine solche sei nicht eigentlich geometrisch; vielmehr müsse sie, um diesen Namen zu verdienen sich auf die Anwendung von Zirkel und Lineal beschränken, und eine derartige Auflösung gab nun Vieta in der That. Sie beruht auf der Kenntniss der beiden ***Aehnlichkeitspunkte*** zweier Kreise[53], welche Vieta in Lemmen zum 8. Probleme als solche Punkte auf der Centrallinie zweier Kreise, *in jungente ipsorum centra*, definirt, welche die Eigenschaft besitzen, dass jede durch sie hindurchgehende Secante der beiden Kreise ähnliche Kreisabschnitte beider hervorbringt. Wahrscheinlich gelangte Vieta durch das Studium des 7. Buches von Pappus zur Entdeckung dieser Punkte, da dort, gerade in den Lemmen zu den Berührungen des Apollonius, derselben soweit vorgearbeitet ist (Bd. I, S. 423), als wenigstens gelehrt wird, dass die Verbindungsgerade der entgegengesetzten Endpunkte paralleler Halbmesser zweier sich äusserlich berührender Kreise durch den Berührungspunkt gehe, und als auch der äussere Aehnlichkeitspunkt einer Figur entnommen werden kann. Aber habe Vieta dort auch die Anregung zur Stellung der Aufgabe, habe er dort einen Gedanken gefunden, der fruchtbar sich erwies, immerhin ist das bei Pappus Vorhandene durch Vieta weitaus überholt, so dass (591)
ihm mit vollem Rechte die eigentliche Entdeckung der Aehnlichkeitspunkte zugeschrieben wird. Anhänge zum Apollonius Gallus beschäftigen sich dann weiter mit der Auflösung mittels Zirkel und Lineal von anderen Aufgaben, welche von Vieta's Vorgängern immer nur algebraisch behandelt worden waren. Dreiecke werden gezeichnet, deren Grundlinie und Höhe gegeben ist und als drittes Stück das Product der beiden anderen Seiten oder deren Quotient, deren Summe, deren Differenz, oder auch der Winkel an der Spitze des Dreiecks. Ferner wird ein rechtwinkliges Dreieck hergestellt, dessen Seiten eine stetige geometrische Proportion bilden. Bei der letzteren Aufgabe ist ganz beiläufig ausgesprochen, der Kreisdurchmesser verhalte sich zum Quadranten sehr nahezu, *proxime*, wie 100000 : 78540, d. h. Vieta setzt hier $\pi = 3,14160$. Eigentümlich genug erscheint es, dass im Apollonius Gallus Vieta die rein geometrischen Auflösungen den algebraisch-geometrischen vorzieht, er, der wie wir gesehen haben, die algebraische Geometrie als zusammenhängendes Ganzes gelehrt hat, der, wie wir noch sehen werden, der Algebra selbst zu wesentlichsten Fortschritten verhalf.

---

[52]CURTZE in Zeitschr. Math. Phys. XL, Histor.- literar. Abthlg. S. 11– 12.
[53]Ebenda pag. 334–335.

Einen geometrischen Gegenstand haben wir seither nur ganz gelegentlich und dadurch recht stiefmütterlich in Betracht zu ziehen gehabt, welcher von nun an aufmerksamere Beachtung in so hohem Grade verlangt, dass er einen selbständigen Abschnitt geometrischer Untersuchung bildet: die ***Cyclometrie*** oder ***Ausmessung des Kreises***[54].

Zu denen, welche im XVI. Jahrhunderte glaubten, den Kreis genau in ein Quadrat verwandeln zu können, gehörten Orontius Finaeus (S. 378), Bouvelles (S. 383). In Nonius (S. 389) und Buteo (S. 563) nannten wir Widerleger ihrer Irrthümer. Auch Clavius hätten wir diesen beigesellen dürfen, welcher in seiner Geometriae practica gegen Finaeus auftrat. Ein neuer der Natur der Sache nach gleichfalls unglücklicher Verfasser von für genau gehaltenen Kreisquadraturen war Simon Duchesne. Man kennt seinen Geburtsort Dôles in Frankreich. Er muss aber frühzeitig nach Holland gekommen sein, wo sein Name
(592) sich in Van der Eycke, lateinisch a Quercu umwandelte, und wo er seine Muttersprache so gründlich verlernte, dass seine französisch geschriebenen Bücher schlechten wörtlichen Uebersetzungen aus dem Holländischen gleichen[55]. Er wohnte 1584 in Delft und lebte noch 1603. Er hat 1583 eine ersten, 1586 einen zweiten Versuch zur Kreismessung gemacht. Er wusste, dass Archimed dem Verhältnisse des Kreisumfanges zum Durchmesser, also derjenigen Zahl, welche seit der Mitte des XVIII. Jahrhunderts etwa durch π bezeichnet wird[56], zwei Grenzen gesetzt hat, indem er $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$ nachwies, und er erkannte zunächst die Richtigkeit dieser archimedischen Grenzen an. Zwischen ihnen lag auch die erste von Duchesne gegebene Verhältnisszahl $\pi = 3\frac{69}{484}$, denn in Decimalbrüche umgesetzt ist

$$3\frac{10}{71} = 3,14084507\cdots, \quad 3\frac{69}{484} = 3,14256198\cdots, \quad 3\frac{1}{7} = 3,14285714\cdots,$$

Die Duchesne'sche Zahl $3\frac{69}{484}$ besitzt überdies die Eigenschaft, ein vollständiges Quadrat $(\frac{39}{22})^2$ zu sein, und dadurch ist die Auffindung des dem Kreise flächengleichen Quadrates wesentlich erleichtert da dessen Seite $\frac{39}{44}d$ wird, unter d den Kreisdurchmesser verstehend. Die von den ***Aegyptern*** benutzte Verhältnisszahl führte zu $\frac{8}{9}d$ als Quadratseite (Bd. I, S. 57), ***Inder*** fanden sie als $\frac{7}{8}d$ (Bd. I, S. 602), Franco von Lüttich[57] benutzte $\frac{9}{10}d$.
[L] Diese drei Werthe scheinen die einzigen zu sein, welche neben dem von Duchesne π als quadratisch auftreten lassen. Wahrscheinlich 1585 erschien eine Gegenschrift von Ludolph van Ceulen, dessen hervorragende eigene Leistungen in ein späteres Jahr fallen und uns dort Gelegenheit geben werden, von ihnen zu reden. Wider diese Gegenschrift wandte sich Duchesne in einer Veröffentlichung von 1586, welcher im gleichen Jahre eine abermalige Entgegnung von Ludolph van Ceulen folgte[58]. So viel hatte die Gegenschrift gefruchtet, dass Duchesne nicht bei seinem ersten Werthe blieb, aber er ersetzte ihn durch einen weitaus unvollkommneren, durch

$$\pi = \sqrt{\sqrt{320} - 8} = 3,1446055\cdots,$$

[54] Hervorragende Untersuchungen über die Geschichte der Cyclometrie bei Montucla, *Histoire des recherches sur la quadrature. du cercle.* 2e dition (Paris 1831). — Vorsterman van Oijen im *Bulletino Boncompagni* I, 141 – 156 (Rom 1868). — J. W. L. Glaisher im *Messenger of Mathematics*, New Series No. 20 (1872) und 26 (1873). — Bierens de Haan im *Bullet. Boncomp.* VII, 99–140 (1874) und *Bouwstoffen voor de Geschiedenis der wis- en natuurkundige wetenschappen in de Nederlanden* (1878). — Rudio, Das Problem von der Quadratur des Zirkels (Zürich 1890).

[55] *Bouwstoffen* etc. pag. 100.

[56] Eneström in der *Bibliotheca mathematica* 1889, pag. 28.

[57] s) Zeitschr. Math. Phys. XXVII, Supplementheft S. 187.

[58] *Bouwstoffen* etc. pag. 112–113.

d. h. durch eine Zahl, welche grösser war als die von Archimed aufgestellte obere Grenze $3\frac{1}{7}$, und Duchesne handelte hierbei keineswegs unbewusst. Er erklärt vielmehr ruhig: demzufolge komme die richtige Verhältnisszahl zwischen Durchmesser und Kreisumfang ausserhalb der archimedischen Grenzen zu liegen und sei grösser als $3\frac{1}{7}$. (593)

Trotz dieser Eigenschaft des neuen Werthes, welche jeden ernsthaften Mathematiker auch der damaligen Zeit kopfscheu machen musste, fand derselbe einen Bewunderer in Raimarus Ursus[59]. Dieser Landmesser aus dem Dithmarschen, welcher durch eigenes Studium vom Schweinehirten zum kaiserlichen Mathematiker auf gestiegen war, widmete in seinem *Fundamentum astronomicum* von 1588 ein besonderes Blatt *Simoni a Quercu inventori divini artificii.* Die Erfindung selbst wird folgendermassen geschildert (Fig. 123). Sei AB ein Kreisdurchmesser und BD Berührungslinie an den Kreis, ferner AD so gezogen, dass das innerhalb des Kreises fallende Stück AC dem von der Berührungslinie abgeschnittenen Stücke BD gleich wird, so ist AC zugleich auch die Länge des Kreisquadranten. Zieht man die Hilfslinie BC, so sind die beiden rechtwinkligen Dreiecke ABD, BCD einander ähnlich, mithin $AD : BD = BSD : CD$. Nun heisse $BD = AC = x$, $CD = y$, $AB = d$, so ist [M]

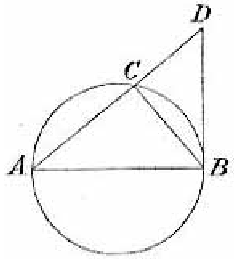


Fig. 123.

$$(x+y)^2 = x^2 + d^2, \quad y = \sqrt{x^2+d^2} - x$$

und jene Proportion geht über in

$$\sqrt{x^2+d^2} : x = x : (\sqrt{x^2+d^2} - x),$$

woraus $x = \frac{d}{4}\sqrt{\sqrt{320} - 8}$ folgt. Ist nun x wirklich die Länge des Quadranten oder $\frac{\pi d}{4}$, so erscheint in der That $\pi = \sqrt{\sqrt{320} - 8}$, aber für jene Gleichsetzung, welche doch erst bewiesen werden müsste, scheint eine Begründung nicht versucht zu sein.

Vieta gab, wie wir schon gesagt haben, 1593 das 8. Buch der vermischten Aufgaben heraus, und dort sind der Zahl π mehrere Annäherungen gegeben, welche aber immer nur als Annäherungen bezeichnet Vieta's wissenschaftlichen Standpunkt wahren[60]. Zunächst erklärt Vieta, er sei den Spuren Archimed's folgend weit über das von diesem erreichte Ziel hinausgekommen. Er habe nämlich gefunden: (594)

$$\frac{31415926537}{10000000000} < \pi < \frac{31415926537}{10000000000}.$$

Nächst dieser auf 9 Dezimalstellen genauen Ermittelung schlägt Vieta folgende vor: das kleinere Stück einer im goldenen Schnitt getheilten Strecke verhalte sich zur ganzen Strecke wie der Kreisdurchmesser zu $\frac{10}{12}$ der Peripherie. Dieser Annahme entspricht [N]

$$\pi = \frac{18 + \sqrt{180}}{10} = 3,14164075\cdots,$$

d. h. ein Werth, welcher von dem des Ptolemäus (Bd. I., S. 394) sich erst von der 5. Decimalstelle an unterscheidet. Eine Konstruktion desselben ist folgende

[59] Kästner I, 632. — Allgem. deutsche Biographie XXVII, 179–180. — Rud. Wolf, Astronomische Mittheilungen Nr. LXVIII.

[60] Vieta pag. 392–393.

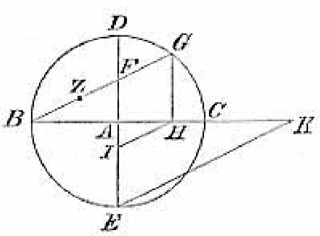


Fig. 124.

(Figur 124): BC und DE sind zwei im Mittelpunkte A senkrecht durchkreuzende Durchmesser. AD ist in F halbirt und durch B und F die BG bis zum Durchschnitte mit der Kreislinie gezogen, dann von G aus die $GH \| DE$. Man macht $FZ = FA$, $EI = BZ$, zieht IH und mit ihr parallel EK, so ist AK die angenäherte Länge des Kreisquadranten. Wegen $AB = 2AF$ ist $BH = 2GH$, und da $GH^2 = BH \cdot HC$, so ist auch $GH = 2HC$, $BH = 4HC = \frac{4}{5}d$, $AH = \frac{4}{5}d - \frac{1}{2}d = 0,3d$. Ferner

$$FB = \sqrt{AB^2 + AF^2} = \frac{d}{4}\sqrt{5}, \quad BZ = EI = \frac{d}{4}(\sqrt{5} - 1),$$

$$AI = AE - EI = \frac{d}{4}(3 - \sqrt{5}).$$

Aber $AI : AE = AH : AK$, mithin

$$AK = \frac{AE \cdot AH}{AI} = \frac{\frac{d}{2} \cdot \frac{3d}{10}}{\frac{d}{4}(3 - \sqrt{5})} = \frac{3}{20}d(3 + \sqrt{5}),$$

und da AK der Kreisquadrant oder $\frac{d\pi}{4}$ sein soll, so wird $\pi = \frac{18+\sqrt{180}}{10}$ wie oben. Auch eine Zeichnung des flächengleichen Quadrates wird unter Voraussetzung des gleichen Werthes von π gelehrt.

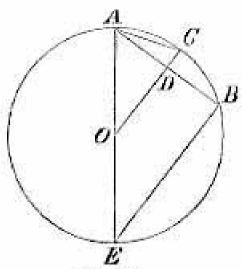


Fig. 125.

Wissenschaftlich weit merkwürdiger ist eine zweite von Vieta eingeschlagene Gedankenfolge[61], von welcher er selbst aussagt, sie sei das in Rechnung umgesetzte Verfahren des Antiphon (Bd. I, S. 190). Sei
(595) (Figur 125) $AB = a_n$ die Seite des regelmässigen Sehnen-n-ecks, dessen Fläche F_n heisse, sei ferner $AC = a_{2n}$ die Seite des regelmässigen Sehnen-2n-ecks und F_{2n} dessen Fläche. $OC = r$ ist der Halbmesser, $BE = a_n$ ist die Supplementarsehne von AB, für welche Vieta des Namens *Apotome* sich bediente. Offenbar ist

$$\triangle ABE \sim ADO,$$

mithin $BE : AE = OD : OA$ oder $\frac{OD}{r} = \frac{a_n}{2r}$. Ferner ist

$$\triangle OAC = \frac{1}{2n}F_{2n}, \quad \triangle OAD = \frac{1}{2n}F_n,$$

$$F_n : F_{2n} = \triangle OAD : \triangle OAC = OD : OC = a_n : 2r.$$

Genau ebenso beweist sich $F_{2n} : F_{4n} = a_{2n} : 2r$, $F_{4n} : F_{8n} = a_{4n} : 2r$ u. s. w. Multiplicationen von k solcher aufeinander folgenden Proportionen giebt

$$F_n : F_{2^k n} = a_n \cdot a_{2n} \cdots a_{2^{k-1}n} : (2r)^k.$$

Ist $n = 4$, so ist $F_4 = 2r^2$ und $2^k \cdot n = 2^{k+2}$, $2^{k-1} \cdot n = 2^{k+1}$, also

$$F_{2^{k+2}} = 2r^2 \cdot \frac{2r}{a_4} \cdot \frac{2r}{a_8} \cdots \frac{2r}{a_2^{k+1}}.$$

[61] Vieta pag. 398–400.

Bei unendlich werdendem k fällt $F_{2^{k+2}}$ mit der Kreisfläche $r^2\pi$ zusammen und durch leichte Umformung ist

$$\frac{2}{\pi} = \frac{a_4}{2r} \cdot \frac{a_8}{2r} \cdot \frac{a_{16}}{2r} \cdots \text{in infin.}$$

Nun ist aber $\frac{a_n}{2r} = \cos AEB = \cos \frac{360^o}{2n}$ oder die unendliche Factorenfolge rechter Hand würde sich heute in der Form

$$\cos \frac{90^o}{2} \cdot \cos \frac{90^o}{4} \cdot \cos \frac{90^o}{8} \cdots$$

darstellen. Die Werthe dieser einzelnen Factoren sind aber

$$\sqrt{\frac{1}{2}}, \quad \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}, \quad \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}}, \cdots$$

und so kommt

$$\frac{2}{\pi} = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}} \cdots,$$

wie Vieta gefunden hat. Es war das **`die erste unendliche Factorenfolge`**, welche aufgestellt worden ist, und ein glücklicher. Zufall wollte, dass es eine convergente Factorenfolge war, welche entstand[62]. Eine praktische Folge hatten die vollständig aus dem gewohnten Gedankenbereiche sich entfernenden Untersuchungen Vieta's nicht. Sie verhinderten nicht (596)
einmal, dass ein auf anderen Gebieten hervorragender Gelehrter schon im folgenden Jahre mit neuen Verkehrtheiten an die Oeffentlichkeit trat. JOSEPH SCALIGER[63] (1540 – 1609) geboren in Agen in der französischen Provinz Guienne, kam als bereits weit und breit berühmter Mann 1593 an die Leidener Hochschule, welcher er bis zu seinem Lebensende angehörte. Sein *Opus de emendatione temporum* von 1583 war ein bahnbrechendes **`Lehrbuch der Chronologie`** und erwarb ihm den keineswegs unverdienten Namen, der Vater dieser Wissenschaft gewesen zu sein. Begreiflicherweise sah man daher mit zum voraus hochgespannter Erwartung seinen *Cycloometrica elementa* entgegen, welche 1594 bei einem der ersten damaligen Drucker, Raphelengius (Franz von Ravelingen) in Leiden in glänzender Ausstattung erschienen (S. 586) [S. 54] und welchen noch im gleichen Jahre das *Mesolabium* sowie ein *Appendix ad cyclometrica* nachfolgten. Wie verkehrt Scaliger's Meinungen waren, zeigt gleich die Thatsache, dass im ersten Buche der Cyclometrica der Satz ausgesprochen ist, das Quadrat des Kreisumfanges sei das Zehnfache des Quadrates des Durchmessers ($\pi = \sqrt{10}$) , während im zweiten Buche behauptet wird, die Kreisfläche sei gleich einem Rechtecke , dessen Grundlinie die Seite des dem Kreise eingeschriebenen gleichseitigen Dreiecks und dessen Höhe $\frac{9}{10}$ des Kreisdurchmessers sei ($\pi = \sqrt{9,92}$). Einen Widerspruch sah Scaliger in diesen beiden Behauptungen deshalb nicht, weil er die Wahrheit des archimedischen Satzes leugnete, die Flächen des Kreises und eines rechtwinkligen Dreiecks mit Kreisumfang und Halbmesser als Katheten seien gleich. Ja es kam ihm auch darauf nicht an, herauszurechnen, die Seiten des regelmässigen Sehnenzwölfecks besässen eine grössere Summe als der Kreisumfang u. s. w. Ein französischer Schriftsteller über

[62] Den Beweis der Convergenz hat H. RUDIO in der Zeitschr. Math. Phys. XXXVI, Histor.-liter. Abtheilung S. 139–140 geführt.

[63] KÄSTNER I, 487–497. — Bouwstoffen etc. pag. 280–314. — WOLF, Geschichte der Astronomie pag. 337.

Befestigungskunst, Jean Errard de Barleduc[64], Ludolph van Ceulen, Clavius, Van Roomen, Vieta, ein Italiener Pietro Antonio Cataldi erhoben ihre Stimmen gegen Scaliger, aber ohne ihn eines Besseren zu belehren. Sein Appendix giebt zwar einige Fehler der Cyclometrica zu, aber es seien nur nebensächliche Irrthümer, während die archimedische Lehre in allen Hauptpunkten falsch sei. Vieta hatte sich nicht nur in dem schon von uns genannten *Pseudomesolabium* gegen Scaliger ausgesprochen, sondern auch
(597) in einer zweiten Schrift *Munimen adversus nova cyclometrica*. Aus dieser erwähnen wir nur die Bemerkung, Scaliger's $\pi = \sqrt{10}$ sei nicht einmal neu, sondern von Arabern längst in Anwendung gebracht[65].

Auch Jacob Christmann[66] (1554 – 1630 [†1613]), Orientalist und Astronom in Heidelberg, schrieb 1595 eine vornehmlich gegen Scaliger gerichtete *Tractatio geometrica de quadratura circuli*, welche den Satz vertheidigte, es sei überhaupt nicht möglich, den Kreis irgend einer geradlinig begrenzten Figur genau gleich zu setzen, nur eine annäherungsweise Quadratur sei ausführbar. An Christmann's Persönlichkeit knüpfen sich zwei bemerkens-
[O] werthe Dinge, erstens, dass für ihn in Heidelberg 1609 die erste Professur der arabischen Sprache gegründet wurde, welche es überhaupt in Europa gab, und zweitens, dass er eine Zeit lang der Besitzer der Originalhandschrift des Werkes des Koppernicus über die Weltsysteme war. Eine 1611 von ihm in Heidelberg zum Druck gegebene *Theoria lunae* enthält eine Stelle aus Johannes Werner's Trigonometrie, in welcher man die erste abendländische Anwendung der Prosthaphaeresis (S. 454) erkannt hat.

Die Zeitfolge führt uns zu einem weiteren Bearbeiter der Kreismessung, dessen Namen wir schon einigemal zu nennen hatten: Adriaen van Roomen[67], latinisirt Adrianus Romanus (1561 bis 1615). Er ist in Löwen geboren und hat sich dort, dann in Köln, zuletzt in Italien medicinischen und mathematischen Studien gewidmet. Im Jahre 1586 war er bereits verehelicht und wohnte in Berlin, bis er als Professor an seine heimathliche Hochschule berufen wurde. Die mitunter auftretende Behauptung, Van Roomen sei an Stelle des verstorbenen Gemma Frisius berufen worden, beruht auf Irrthum, da jener 1555, also sechs Jahre vor Van Roomen's Geburt starb. Ebensowenig kann aber die Berufung an Stelle des Sohnes Cornelis Gemma Frisius (1535–1577) stattgefunden haben, bei dessen Tode Van Roomen erst 16 Jahre alt war. In Löwen veröffentlichte er 1593 seine *Ideae mathematicae*. Den Inhalt bildeten wesentlich Untersuchungen über regelmässige Vielecke und über den Werth ihrer Seiten in Bruchtheilen des Durchmessers des einbeschriebenen, aber auch desjenigen des umschriebenen Kreises. In dieser Weise ***fand er π auf 17 Decimalstellen***
[P] ***genau*** und damit näher, als man diese Zahl bisher kannte. Auch eine Aufgabe stellte er gleichzeitig Mathematikern aller Orten: *Problema Mathematicum omnibus totius orbis ma-*
(598) *thematicis ad construendum propositum*. Das war jene Aufgabe, welche Vieta löste und mit der Gegenfrage nach dem drei gegebene Kreise berührenden Kreise beantwortete (S. 590) [S 57]. Van Roomen erledigte sie, wie wir wissen, unter Anwendung von Kegelschnitten, was Vieta wieder die Gelegenheit zur Veröffentliche seines *Apollonius Gallus* bot. Van Roomen hatte inzwischen sein Aufenthalt verändert. Er war nach Würzburg berufen worden und 1594 etwa dorthin übergesiedelt. Dort gab er jedenfalls 1597 eine Streitschrift heraus.

[64] Diese Schreibweise entnehmen wir dem in den *Bouwstoffen* etc. pag. 293 abgedruckten Titel der *Refutation*. Poggendorff I, 672 schreibt ***Erard***.

[65] Vieta pag. 439.

[66] Kästner I, 497–498. — Allgem. deutsche Biographie IV, 222. — Urkundenbuch der Universität Heidelberg (1886) Bd. II, S. 180, Nr. 1488 und 1489.

[67] Kästner I, 457–468 und 504–511. — *Bouwstoffen* etc. pag. 315– 326.

Sie begann mit der Uebersetzung und Erläuterung von Archimed's Kreismessung, dann folgte *Apoloqia pro Archimede* gegen Scaliger, den Schluss bildeten *Exercitationes cyclicae* gegen Orontius Finaeus und gegen Raimarus Ursus, also eigentlich, gegen Simon Duchesne. In dieser Streitschrift, welche einer von Ludolph van Ceulen verfassten Schrift ganz ähnlichen Inhaltes ziemlich rasch nachfolgte, vielleicht hervorgerufen durch einen hochtrabenden Brief Scaliger's[68], der dessen Missachtung Aller, welche ihm zu widersprechen gewagt hatten, Ausdruck gab. Van Roomen zeigte dabei, dass Duchesne's $\pi = \sqrt{320} - 8$ einer der Werthe war, welche Nicolaus von Cusa beiläufig einmal angegeben, Regiomontanus widerlegt hatte. Dieselbe Bemerkung war auch von Ludolph van Ceulen gemacht worden, und sie ist insofern nicht unwichtig, als sie zeigt dass man damals unter den niederländischen Kreisberechnern jener älteren Literatur volle Aufmerksamkeit widmete. Nun folgte 1600 Vieta's Apollonius Gallus und die im Anschlusse daran unternommene Reise nach Frankreich. Der Aufenthalt in Würzburg wurde Van Roomen durch den dort eintretenden Tod seiner Gattin verleidet. Er gab seine Professur ab und beabsichtigte sich in ein Kloster zurückzuziehen. Er muss damals nach Löwen zurückgekehrt sein, von wo er 1606 neuerdings nach Würzburg übersiedelte. Ein 1606 gedrucktes *Speculum astronomicum* Van Roomen's nennt den Verfasser auch ausdrücklich Kanonikus der Johanneskirche in Würzburg. Im Jahre 1610 folgte Van Roomen einer Berufung nach Polen. Nach fünfjährigem Aufenthalte daselbst wollte er seiner zerrütteten Gesundheit durch Gebrauch der Bäder in Spaa wieder aufhelfen. Unterwegs starb er in Mainz.

Ludolph van Ceulen[69] (1540–1610) haben wir schon wiederholt genannt. Der Name kommt auch in der Form van Keulen und van Collen vor, vielleicht einen kölnischen Ursprung der Familie bezeugend. Ludolph ist in Hildesheim geboren, in Leiden gestorben, wo er die von Prinz Moritz von Oranien gegründete Professur der Kriegsbaukunst inne hatte. (599)
Er wurde in der Peterskirche zu Leiden Begraben, woselbst 1840 die inzwischen nicht wieder aufgefundene Inschrift noch vorhanden war, welche π ***auf 35 Decimalstellen genau*** bestimmte, eine alle früheren Berechnungen so weit übertreffende Annäherung, dass es nicht unverdient erscheint, wenn man iene Verhältnisszahl häufig die ***Ludolphische Zahl*** genannt hat. Die genaue Berechnung von π bildet den Hauptgegenstand der Schriften Ludolph's van Ceulen, sowohl der Streitschriften, welche er gegen Simon Duchesne und gegen Scaliger verfasste, als auch eines selbständigen Werkes *Van den Circke*l, welches erstmalig 1596 im Drucke erschien und nochmals 1615 nach dem Tode des Verfassers, sowie zum dritten Male 1619 in lateinischer Sprache. Die lateinische Ausgabe rührt von Willebrord Snellius her, die zweite holländische YOH der Wittwe Ludolph's van Ceulen, Adriana Symonsz, welche ihrem Gatten auch schön bei der mühsamen Rechnung geholfen hatte. Die Berechnung selbst ging den seit Archimed altbekannten Weg, dass unter Anwendung fortwährender Quadratwurzelausziehungen die Länge der Seiten eingeschriebener und umschriebener regelmässiger Vielecke zu der des Kreisdurchmessers in Verhältniss gesetzt wurde, indem man von dem jeweil betrachteten Vielecke zu dem mit doppelter Seitenzahl überging. Die Tangentenvielecke verfolgte Ludolph yan Ceulen mit dem Sechsecke beginnend bis zu dem mit 192 Ecken, die Sehnenvielecke wurden berechnet bis zu dem mit 96 Ecken. In den gedruckten Werken ist dieser Genauigkeit entsprechend π erst auf 20, später auf 32 Decimalstellen bekannt gemacht. Die in der Grabschrift angegebenen drei weiteren Stellen rühren aber gleichfalls von Ludolph van Ceulen her, wie durch ein 1621 erschienenes

[68] Kästner I, 506–508.
[69] Kästner III, 50–51. — Bouwstoffen etc. pag. 123– 170. — Allgem. deutsche Biographie IV, 93.

Werk von Snellius bestätigt wird[70]. Ludolph van Ceulen hat eine andere Schrift noch hinterlassen *De arithmetische en geometrische Fondamenten*. Diese wurde 1615 in holländischer Sprache gedruckt, später abermals in einer lateinischen Bearbeitung von Snellius.

Der letzte hier zu erwähnende Schriftsteller ist Adriaen Anthonisz[71] (1527–1607),
[Q] welcher in Metz geboren in den Niederlanden als Kriegsbaumeister thätig war. Er war in Alcmaer ansässig und wurde sogar 1573 zum Bürgermeister dieser Stadt ernannt. Von dem Geburtsorte Metz ist der Beiname Metius abgeleitet, welcher den beiden Söhnen von Anthonisz, Adriaen und Jacob, geradezu als Familienname diente. Von diesen beiden Söhnen
(600) war Jacob Glasschleifer, Adriaen Metius (1571 – 1635) aber Mathematiker. Aus einer 1625 gedruckten *Arithmetica et Geometria nova* dieses Adriaen Metius ist ersichtlich, dass dessen Vater[72] eine Gegenschrift gegen Duchesne verfasst hat und in dieser zwei Grenzwerth-
[R] he aufstellte, zwischen welchen π enthalten sein müsse: $3\frac{15}{116} < \pi < 3\frac{17}{120}$. Später ging dann Anthonisz einen Schritt weiter, indem er diesen Grenzwerthen einen Mittelwerth dadurch entnahm, dass er, wie es Chuquet gemacht hatte (S. 352), die Zähler und die Nenner einander addirte:

$$3\frac{15+17}{106+120} = 3\frac{32}{226} = 4\frac{16}{113} = \frac{355}{113} = 3,1415929\cdots,$$

also 6 richtige Decimalstellen. Die Entstehungsweise des Werthes von Anthonisz wird man nicht füglich anders als eine zufällige nennen können; aber da die Ludolphische Annäherung bereits bekannt war, als Anthonisz die seinige fand, so ist es unglaublich, dass nicht durch ihn selbst eine Vergleichung sollte angestellt worden sein, welche das vortreffliche Ueb ereinstimmen von $\frac{355}{113}$ nachwies, und welche dadurch die grossen Vorzüge dieses in verhältnissmässig sehr kleinen Zahlen ausgedrückten Verhältnisses enthüllte. Jedenfalls hat der Sohn diese Thatsache hervorgehoben.

Bei allen cyclometrischen Versuchen wirklicher Mathematiker, die wir aufzuzählen hatten, spielten Wurzelausziehungen ganz regelmässig eine wesentliche Rolle. Man wird kaum etwas Auffallendes darin finden, dass nicht häufiger trigonometrische Functionen dabei genannt wurden, welche doch die Beziehungen zwischen Vielecksseiten und Kreisdurchmesser so bequem erkennen lassen, denn im Grunde genommen handelt es sich dabei nur um andere Namen für die gleiche Sache. Die trigonometrischen Functionen selbst entstammen Wurzelausziehungen, und dieser Zusammenhang mag äusserlich darin sich spiegeln, dass wir im Anschlüsse an die Kreismessung jetzt von der ***Anfertigung trigonometrischer Tafeln*** handeln.

Als ein hervorragender Tabellenberechner ist uns schon (S. 474) Rhäticus bekannt geworden. Wir müssen der unterbrochenen Lebensgeschichte dieses Gelehrten uns wieder zuwenden, den wir zuletzt 1542 von Wittenberg nach Leipzig übersiedeln sahen. Dort begann er die Berechnung eines grossartigen Tafelwerkes der Sinus, Tangenten und Secanten
(601) für Winkel, welche um je 10" zunehmen, und unter Benutzung eines Kreishalbmessers 10000000000, d. h. also auf 10 Decimalstellen. Das Wort Sinus vermied Rhäticus dabei, es sei barbarisch, und er bediente sich statt dessen des Wortes *perpendiculum*; für den Sinus

[70] *Bouwstoffen* etc. pag. 147 die 32 Decimalstellen Ludolph's van Ceulen; ebenda pag. 15l die 35 Stellen abgedruckt aus dem. Cyclometricus von Willebrord Snellius.

[71] *Bouwstoffen* etc. pag. 219–253.

[72] *Parens meits P. M.* Die beiden Buchstaben *P. M.* sind eine oft gebrauchte Abkürzung von ***piae memoriae***. Man hat daraus früher irrthümlich einen Peter Metius gemacht. Yergl. Bierens de Haan im *Bullet. Boncomp.* VII, 124.

complementi sagte er *basis*[73]. Wenn wir von der Berechnung durch Rhäticus sprechen, so wäre es fast richtiger gewesen, von einer Berechnung unter seiner Aufsicht zu reden, denn er benutzte zwölf Jahre lang mehrere Rechner zur Beihilfe, was ihn *multa florenorum millia*, Tausende von Gulden kostete[74]. Gegen 1575 sich bei Rhäticus ein gewisser VALENTINUS OTHO, von dem lange Zeit bekannt war, was er selbst über sich berichtet, dass er in Wittenberg von des Rhäticus Arbeiten gehört und sich ihm darauf als Gehilfen angeboten habe. Er nennt sich *Parthenopolitanus*, muss also wohl in Magdeburg geboren sein und zwar um. 1550, denn Rhäticus verglich sein Alter mit dem, in welchem er selbst 25-jährig zu Koppernikus gereist sei[75]. Johann Prätorius hat in einem in der Münchner Bibliothek aufbewahrten Schriftstücke[76] (S. 589) [S. 56] diese Mittheilungen ergänzt. Prätorius war es, der 1573 in Wittenberg den Otho auf Rhäticus hinwies. Er selbst hatte den jungen Mann im Monat August des erwähnten Jahres dadurch kennen gelernt, dass dieser ihm zwei Näherungswerthe von π vorlegte. Einmal sei

$$6\frac{4247779609}{15000000000} < 2\pi < 6\frac{4247779611}{15000000000}$$

(in Decimalen geschrieben $3,14159265365 < \pi < 3,1415926537$) und zweitens sei annähernd $\pi = \frac{355}{113}$. Der letztere Werth sei ein Mittelwerth zwischen dem. archimedischen $\frac{22}{7}$ und dem ptolemäischen $\frac{377}{120}$ und dadurch aus beiden erhalten, dass Zähler von Zähler und zugleich Nenner von Nenner abgezogen wurde. Prätorius macht die Zusatzbemerkung, jene erste Angabe habe er später bei Vieta gefunden, aus dessen Schule sie vermuthlich stamme. So wahr es ist, dass Vieta die Zahlen kannte (S. 594) [S. 59], so hat er sie doch erst 1593 in Druck gegeben, und der Nachweis ist nicht gebracht, dass Vieta schon 20 Jahre früher in deren Besitz war. Was den anderen Werth $\frac{355}{113}$ betrifft, so haben wir (S. 600) [S. 64] gesehen, dass Adriaen Anthonisz ihn durch Addition zweier Zähler und zweier Nenner sich verschaffte, als er ihn in einer Streitschrift gegen Duchesne veröffentlichte. Duchesne (602)
selbst schrieb (S. 592) [S. 58] nicht vor 1583. Die Gegenschrift ist mithin mindestens zehn Jahre später verfasst., als Valentin Otho seinen Besuch bei Prätorius machte, und somit muss Otho als Erfinder jenes Werthes gelten, womit die Selbständigkeit von Anthonisz in keiner Weise in Abrede gestellt werden will. Rhäticus nahm Otho's Anerbieten an und begann ihn zu unterweisen. Dazu bedurfte er schon fertig berechneter Theile der Tafeln, welche, es ist nicht gesagt wieso, in Krakau sich befanden, und Otho wurde abgesandt, sie von dort zu holen, während Rhäticus einer Einladung auf ein Schloss folgte, wo er ein neu getünchtes Zimmer beziehen musste und daran erkrankte. Drei Tage nach Otho's Rückkehr reisten beide nach Kaschau in Ungarn zu Johannes Ruber, einem hohen Beamten. Dort verschlimmerte sich der Zustand des Rhäticus von Tag zu Tag, und kaum eine Woche nach der Ankunft starb Rhäticus in den Armen seines jungen Freundes, welchen er als Erben seiner Arbeit und der schon vollendeten Abschnitte derselben eingesetzt hatte; Otho solle die letzte Hand daran legen und den Druck überwachen. Kaiser Maximilian II bestätigte diese Verfügung und sagte zu, für die Kosten aufzukommen. Allein 1576 starb der Kaiser, und sein Nachfolger hatte für derartige Zwecke kein Geld übrig. Ruber deckte einige Zeit die Kosten, bis Otho zur Wittenberger Professur der Mathematik berufen wurde und der Kurfürst August von Sachsen sich der Sache annahm. Aber da brachen die kryptocalvini-

[73] KÄSTNER I, 601.
[74] KÄSTNER, Geometrische Abhandlungen I. Sammlung S. 576.
[75] *Profecto in eadem aetate ad me venis, qua ego ad Copernicum veni*
[76] CURTZE, Zur Biographie des Rheticus in der Altpreussischen Monatsschrift XXXI, 491–496.

stischen Händel aus, in deren Folge der Kurfürst seine Hand von der Universität abzog und Otho musste wiederholt einen neuen Gönner aufsuchen. Er fand ihn in Kurfürst Friedrich IV. von der Pfalz, und mit dessen Unterstützung wurde das Werk vollendet und 1596 in Neustadt als *Opus Palatinum de Triangulis*[77] gedruckt. Ausser den Tafeln und der Lehre von ihrer Berechnung ist auch eine vollständige ebene und sphärische Trigonometrie darin enthalten, aus welcher letzteren insbesondere ***die Unterscheidung der zweideutigen Fälle*** hervorzuheben ist[78]. Unter den Formeln, deren Rhäticus zur Berechnung der Tafeln sich bediente, in welchen, wie naturgemäss, die meisten Zählen mittelbar aus anderen wenigen, die unmittelbar ausgerechnet waren, abgeleitet wurden, hat man

$$\sin n\alpha = 2\sin(n-1)\alpha \cdot \cos\alpha - \sin(n-2)\alpha,$$

$$\cos n\alpha = 2\cos(n-1)\alpha \cdot \cos\alpha - \cos(n-2)\alpha$$

[S]
(603) hervorgehoben[79], deren Richtigkeit am Einfachsten aus

$$\sin a + \sin b = 2\sin\frac{a+b}{2} \cdot \cos\frac{a-b}{2}$$

und

$$\cos a + \cos b = 2\cos\frac{a+b}{2} \cdot \cos\frac{a-b}{2}$$

sich ergiebt.

Rhäticus hatte ausser den im Opus Palatinum abgedruckten Tafeln noch grössere berechnet, bei welchen der Halbmesser zu l mit 15 Nullen angenommen war. Die Winkel wuchsen in denselben um je 10", für den ersten und letzten Grad des Quadranten aber waren die Winkel gar von Secunde zu Secunde unterschieden, allerdings nur unter Angabe des Sinus. Diese grossen Tafeln waren, wie Otho sich erinnerte, vorhanden, aber er wusste nicht mehr wo. Diese Gedächtnissschwäche, der als Grund sein Alter beigefügt wird, während er, 1596 doch noch nicht einmal 50 Jahre zählte, ist einigermassen auffallend, aber an ihrem Vorhandensein ist nicht zu zweifeln, da ein eigener Bote nach Wittenberg geschickt wurde, um die, wie Otho meinte, dort vielleicht von ihm zurückgelassenen Tafeln zu ermitteln. Natürlich war die Sendung fruchtlos, denn als Otho starb und der gesammte Nachlass des Rhäticus, den Otho besessen hatte, mit Einschluss der Originalhandschrift des Werkes des Koppernikus, in Christmann's Hände kam (S. 597) [S. 62], fand sich darunter jene grosse Tafel, der sogen. *grosse Canon*. Dessen Bearbeitung wurde einer für uns neuen Persönlichkeit anvertraut.

Bartholomäus Pitiscus[80] (1561–1613), aus Grüneberg in Schlesien, war Hofprediger des Kurfürsten Friedrich IV. von der Pfalz, doch waren mathematische Neigungen ihm angeboren, für die er neben der Theologie manche Zeit verwandte. Als Abraham Scultetus[81] (1566–1625), gleich Pitiscus in Grüneberg geboren und in Heidelberg ansässig, wo er

[77]Die Beschreibung bei Kästner I, 590–611.

[78]Kästner I, 603.

[79]Rud. Wolf, Handbuch der Astronomie, ihre Geschichte and Literatur I, 170 (Zürich 1890).

[80]Kästner I, 564–565, 581–590, 612–626; II, 743–745. — Allgem. deutsche Biographie XXVI, 204–205. — N. L. W. A. Gravelaar, *Pitiscus Trigonometria* in dem Nieuw Archief voor Wiskunde, 2. Reihe, III. Theil (auch als Sonderdruck 1898).

[81]Poggendorff II, 883.

zuerst als Professor der Theologie, später als Hofprediger Friedrich V. wirkte, im Jahre 1595 *Sphaericorum libri tres* in Heidelberg erscheinen liess, gab Pitiscus dazu einen 57 Seiten starken Anhang unter dem Titel *Trigonometrien, sive de solutione triangulorum tractatus brevis et perspicuus*, dessen acht letzte Seiten von ebenen Dreiecken handelten. Aus diesem Anhange entstand ein Werk, welches gleichfalls Trigonometria genannt im Jahre 1600 in Augsburg gedruckt wurde. In einem Antiquariatskataloge finden wir eine ebenfalls 1600 in [T]
London gedruckte von einem gewissen Hamson herrührende englische Uebersetzung angezeigt. Wir wissen nicht, ob sie nach dem Anhange von 1595 oder schon nach der Augsburger (604)
Ausgabe hergestellt war. Eine abermals erweiterte Ausgabe erschien 1612 in Frankfurt und ist auf dem Titelblatte als dritte Ausgabe bezeichnet, wodurch die Abhandlung von 1595 doch wohl mit Wissen des 1612 noch lebenden Pitiscus zum Range einer ersten Ausgabe des umfangreichen Werkes heraufrückte. ***Der Titel Trigonometrie ist, wie es scheint, von Pitiscus erfunden***, wenigstens lässt er sich früher nicht nachweisen. Dieser Trigonometrie sind Tabellen beigegeben, welche die trigonometrischen Linien Sinus u. s. w., liefern, und zwar in der Auflage von 1612 mit ***Decimalstellen, welche durch einen Punkt von*** [U]
den übrigen Stellen getrennt sind, vielleicht in Nachahmung Vieta's (S. 584) [S. 52]. Das eigentliche Tabellenwerk aber, um dessen Vollendung Pitiseus sich Verdienste erwarb, der grosse Canon des Rhäticus, erschien 1613 unter dem Titel *Thesaurus mathematicus*. Bei denjenigen Rechnungen welche Pitiscus selbst zur Ergänzung der vorhandenen Lücken vornahm, ***bediente er sich vorzugsweise der Regula falsi***, welche allmälig zu wahren Näherungsmethoden für Auflösung von Zahlengleichungen sich ausgebildet hatte, und mittels deren man die trigonometrische Dreitheilung und Fünftheilung des Bogens vollzog, d. h. eigentlich Gleichungen dritten und fünften Grades löste. Bei Pitiscus finden sich fortwährend die Namen ***Tangente*** und ***Secante*** in Gebrauch, doch rühren diese nicht von ihm her. Sie sind etwas älteren Ursprunges. Ihr erstes Vorkommen ist in der 1583 in Basel gedruckten *Geometria rotundi*. Deren Verfasser, Thomas Finck[82] (1561–1656) aus Flensburg, war Mediciner und Mathematiker und bald in der einen, bald in der anderen Eigenschaft thätig, bald 1587 Leibarzt des Herzogs von Schleswig-Holstein in Gottorp, bald 1591 Professor der Mathematik in Kopenhagen, dann wieder seit 1603 ebenda Professor der Medicin. Noch ein Name entstand um den Anfang des XVII. Jahrhunderts, der Name ***Cosinus*** statt des bei Pitiscus z. B. noch üblichen Sinus Complementi. Diese Umstellung (complementi sinus, co. sinus, cosinus) rührt von dem Engländer Edmund Gunter (1581–1626) her, von welchem wir später noch zu reden haben, während wir hier nur im Zusammenhange die Männer nennen wollen, welche verschiedene Namen zuerst benutzten, die dann rasch sich einbürgerten.

Zu den trigonometrischen Schriftstellern gehört auch der namentlich als vorzüglicher Beobachter berühmte Astronom Tycho Brahe (1546–1601). In einem Hefte[83], welches auf der Aussenseite die Jahreszahlen 1591 und 1595 trägt, hat er die wichtigsten Sätze der (605)
Ebenen und der sphärischen Trigonometrie zusammengestellt.

Ganz anderer Natur waren die Fortschritte, welche die Lehre von den trigonometrischen Functionen und welche die Trigonometrie in den Händen Vieta's und Van Roomen's machten. Das 8. Buch von Vieta's vermischten Aufgaben von 1593 hat (S. 586) [S. 54] schon einmal unsere Aufmerksamkeit beansprucht. In ihm ist auf S. 402 der sogenannte Cosinussatz der ebenen Trigonometrie in der Form $2ab : (a^2+b^2-c^2) = \sin 90^o : \sin(90^o-C)$

[82] Allgem. deutsche Biographie VII, 13–14.
[83] Als Photographotypie durch H. Studnička 1886 in Prag herausgegeben.

ausgesprochen. In demselben ist auch eine ziemlich vollständige Sammlung von Aufgaben der sphärischen Trigonometrie enthalten, z.B. der beiden Aufgaben, aus den drei Seiten einen Winkel, aus den drei Winkeln eine Seite zu finden[84], mit welchen seit Regiomontan (S. 271) kein Mathematiker mehr sich beschäftigt hatte, und Vieta giebt die jenen Aufgaben entsprechenden Lösungen seiner Gewohnheit gemäss in fast unverständlichen Worten[85], welche aber in die Proportionen

$$\sin a \cdot sinb : (\cos c \mp \cos a \cdot \cos b) = 1 : \cos C$$

$$\sin A \cdot \sin B : (\cos A \cdot \cos B \pm \cos C) = 1 : \cos c$$

haben umgesetzt werden können. Insbesondere aber ist zum ersten Male ***das reciproke Dreieck eines sphärischen Dreiecks*** erwähnt, welches entsteht, wenn aus den Eckpunkten des gegebenen Dreiecks als Mittelpunkten grösste Kreise beschrieben werden, die alsdann bei ihrem gegenseitigen Durchschneiden eben jenes reciproke Dreieck bilden[86]. In demselben Jahre 1593 stellte Van Roomen, wie wir wiederholt erzählt haben, eine öffentliche Aufgabe. Es handelte sich um eine Gleichung 45. Grades, welche gelöst werden sollte.
[V] Vieta war im Stande, schon 1594 die richtige Auflösung im Drucke erscheinen zu lassen, *Responsum ad problema quod omnibus mathematicis totius orbis construendum proposuit Adrianus Romanus*[87] nannte Vieta seine Abhandlung. Es handelte sich um Folgendes, wenn wir durch Anwendung unserer heutigen Bezeichnung den Gedankengang leichter verständlich machen, als er es in der Sprache Vieta's ist. Gegeben war also eine Gleichung 45. Grades, in welcher sämmtliche Potenzen der Unbekannten mit ungeraden Exponenten jeweils abwechselnd mit positiven und negativen Zahlencoefficienten versehen vorkamen. Man sollte
(606) daraus den Werth der Unbekannten ermitteln. Die Potenzen der Unbekannten waren nach dem Vorgange Stevin's, wie wir noch sehen werden, durch die eingeringelten Exponenten dargestellt, also x durch ① , x^3 durch ③ , ... x^{45} durch ㊺ . Die ganze Gleichung war:
$45x - 3795x^3 + 95634x^5 - 1138500x^7 + 7811375x^9 - 34512075x^{11} + 105306075x^{13} - 232676280x^{15} + 384942375x^{17} - 488494125x^{19} + 483841800x^{21} - 378658800x23 + 236030652x^{25} - 117679100x^{27} + 46955700x^{29} - 14945040x^{31} + 3764565x^{33} - 740259x^{35} + 111150x^{37} - 12300x^{39} + 945x^{41} - 45x^{43} + x^{45} = B.$
Van Roomen hatte hinzugesetzt, dass, wenn

$$B = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}$$

sei, der Werth sich ergebe

$$x = \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}}.$$

Vieta erkannte die Beziehung zwischen x und B als eine derartige, dass sich $B = 2\sin\phi$ und $x = 2\sin\frac{\phi}{45}$ darstellte, oder, nach geometrischer Aussprache, dass B eine Sehne und

[84] Vieta pag. 407.

[85] A. von Braunmühl, Zur Geschichte des sphärischen Polardreiecks in *Biblioth. math.* 1898, S. 65–72.

[86] Vieta pag. 418: *Si sub apicibus singulis propositi tripleuri sphaerici describantur maximi circuli, tripleurum ita descriptum tripleuri primum propositi lateribus et angulis est reciprocum*; vergl. A. von Braunmühl l. c.

[87] Vieta pag. 305– 324.

x die Sehne des 45. Theiles ihres Bogens war. Vieta fügte auch, in der Erkenntniss, dass $45 = 3\cdot 3\cdot 5$ ist, hinzu, die Aufgabe lasse in drei andere sich spalten, nämlich in die Auflösung von $3z - z^3 = B$ mit $z = C$, dann $3y - y^3 = C$ mit $y = D$, endlich von $5x - 5x^3 + x^5 = D$ mit $x =$ dem gesuchten Werthe. So weit mag man die Verdienste der beiden Nebenbuhler um die Erweiterung der Kenntnisse von den trigonometrischen Linien etwa als gleiche betrachten. Wenn Vieta das scheinbar alle menschliche Kunst Ueberschreitende geleistet hat, dass er den Ursprung der vorgelegten Gleichung sofort erkannte, so war dieses schlechterdings nur dadurch möglich, dass er ***die Bildung der Sehne des m-fachen Bogens aus der Sehne des einfachen bereits kannte***. Genau das Gleiche müssen wir aber auch für Van Roomen in Anspruch nehmen. War sein Wissen von den erwähnten Beziehungen nur irgend geringer als das Vieta's, so wäre es ihm nie gelungen, die Gleichung aufzustellen, welche er der Oeffentlichkeit übergab, so wäre es ihm nie eingefallen, für x die Sehne von $\frac{30^o}{16} = 1^o\ 52'\ 30''$ zu setzen, um B als die Sehne von $\frac{45\cdot 30^o}{16} = 84^o\ 22'\ 30''$ zu finden und dann rückwärts zu sagen, aus jenem B ergebe sich dieses x.

Nun ging aber Vieta noch einen gewaltigen Schritt über Van Roomen hinaus. Letzterer war mit Vieta an der Spitze aller Mathematiker, die mit dem Zusammenhange trigonometrischer Linien einfacher und vielfacher Bogen sich beschäftigten, aber Vieta war überdies, (607)
was Van Roomen nicht war, der grösste Algebraiker seiner Zeit. Er wusste, das wird im folgenden Kapitel sich zeigen, von der Anzahl der Wurzeln einer Gleichung. Wenn also für Van Roomen die Umkehrung, dass er x aus B abzuleiten verlangte, während er B aus x hergestellt hatte, lediglich eine solche Bedeutung hatte, wie wenn man etwa einem geometrischen Satze, den man gefunden hat, eine Aufgäbe entnimmt, zu deren Auflösung er sich eignet, so war für Vieta die Umkehrung von ganz anderem Inhalte erfüllt. Ausser dem Werthe von x, welcher zur Auffindung von B geführt hat, kann es, sagte er sich, noch andere geben, und diese anderen Werthe von x hat Vieta fast sämmtlich zu finden gewusst, nachdem er mit grosser Wahrscheinlichkeit der Aufgabe diese neue Fassung gegeben hatte. Denselben Werth $\frac{B}{2}$, welchen $\sin\phi$ besitzt, besitzen auch die Sinuslinien anderer Winkel, nämlich $\sin(360^o + \phi), \sin(2\cdot 360^o\phi); \sin(3\cdot 360^o + \phi)$ u. s. w. und nicht minder auch $\sin(180^o - \phi), \sin(360^o + 180^o - \phi), \sin(2\cdot 360^o + 180^o - \phi)$ u. s. w. Somit ist für $\frac{x}{2}$ als dem Sinus des 45. Theiles des vorgenannten Bogens auch eine viele Möglichkeiten enthaltende Auffindung vorhanden. Dasselbe kann sein $\sin\frac{\phi}{45}, \sin(8^o + \frac{\phi}{45}), \sin(16^o + \frac{\phi}{45})$ u. s. w., beziehungsweise $\sin(4^o - \frac{\phi}{45}), \sin(12^o - \frac{\phi}{45}), \sin(20^o - \frac{\phi}{45})$ u. s. w. Wie weit konnte, durfte dieses u. s. w. sich erstrecken? Noch immer war man an die Schranke positiver Gleichungswurzeln gebunden, noch immer gab es Sinuslinien nur für Bögen zwischen 0 und 180^o. Demzufolge musste $\phi < 180^o, \frac{\phi}{45} < 4^o$ sein, und als weitere Folge konnten nur die Werthe

$$\sin\frac{\phi}{45}, \quad \sin(1\cdot 8^o + \frac{\phi}{45}), \quad \sin(2\cdot 8^o + \frac{\phi}{45}), \quad \ldots \quad \sin(22\cdot 8^o + \frac{\phi}{45}$$

als Gleichungswurzeln gelten oder

$$\sin(4^o - \frac{\phi}{45}), \quad \sin(4^o + 1\cdot 8^o - \frac{\phi}{45}), \quad \ldots \quad \sin(4^o + 22\cdot 8^o - \frac{\phi}{45}),$$

welche in umgekehrter Reihenfolge genau dieselben Wurzelwerthe sind, wie vorher. ***Es gab deren 23.*** Das ist, was Vieta gefunden hat, wenn auch weitaus nicht in der scharfen, leicht durchsichtigen Ausdrucksweise, welche die heutige Sprache seinen Gedanken zu leihen weiss. Wer es versucht, Vieta's Abhandlung durchzulesen, wird der Ueberzeugung sich anschliessen, dass es ein wenn nur nachträgliches, doch keineswegs geringfügiges Verdienst Van Roomen's bildet, Vieta's *Responsum* verstanden zu haben. (608)

[W] Vieta schrieb über verwandte Untersuchungen, welche wir zu zeigen gesucht haben, bei Anfertigung des Responsum schon abgeschlossen gewesen sein müssen, wenn wir auch nicht wissen weit sie zu Papier gebracht waren, *Theoremata ad angulares sectiones*[88]. Erst gegen 1615 hat Anderson, ein Mathematiklehrer in Paris diese Sätze mit Beweisen versehen. Von Van Roomen ist noch ein *Canon triangulorum sphaericorum*[89] von 1609 anzuführen, welcher die Weitschweifigkeit des Opus Palatinum eindämmend ***statt 28 Sonderfälle der sphärischen Trigonometrie deren nur 6 anerkannte***. Aehnliches hatte Vieta in seinen vermischten Aufgaben von 1593 geliefert.

Eine gewisse Berechtigung hat es wohl, wenn wir im Anschlusse an die Schriftsteller, welche mit Trigonometrie sich beschäftigten, ganz im Vorbeigehen bemerken, dass die Niederlande von der zweiten Hälfte des XVI. Jahrhunderts an auch Wohnsitz von solchen Gelehrten waren, welche die ***Entwerfung von Landkarten*** zu ihrer Aufgabe wählten[90]. Gerhard Mercator (1512 – 1594) von Rupelmonde an der Schelde diene als Vertreter dieser Richtung. Die ausführlichere Darstellung seiner Projectionsmethode und dessen, was seine Schüler aus ihr gemacht haben, gehört allerdings der Geschichte der Geographie oder der Kartographie an.

---

[88] Vieta pag. 237–304.
[89] Montucla I, 579.
[90] Quetelet pag. 110–126. — Breusing, Gerhard Mercator, der deutsche Geograph (1869).

Kleine Bemerkungen zum Kapitel 68

[A] Les *Tafelen van Interest, midtsgaders de Constructie der seluer* ont paru à Anvers dès 1582, et parmi les ouvrages publiés par STEVIN en 1585 il convient de mentionner eu premier lieu *De thiende*, dont la traduction française. *La disme* parut la même année dans la seconde partie de *L'arithmétique*.

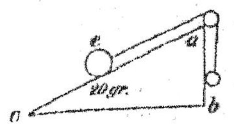
BM 3, 141 H. BOSMANS.

[B] Die Angabe, daß STEVIN fünf Bücher geometrischer Aufgaben dem Jahre 1585 gehören, ist schon von CANTOR selbst im Vorworte (S. VIII) dahin berichtigt, daß die *Problematum geometriorum libri V* im Jahre 1583 in Antwerpen erschienen (vgl. hierzu BIERENS DE HAAN, *Bibliographie néerlandaise ... des ouvrage ... sur les sciences mathématiques et physiques*, Rome 1883, S. 263), so daß sich der S. 573 zitierte Ausspruch des ADRIAN VAN ROOMEN als richtig erweist. Übrigens scheint diese Schrift gar nicht selten zu sein; ich besitze selber ein Exemplar derselben, und zufälliger Weise habe ich erfahren, daß in der Universitätsbibliothek in Messina ein anderes befindlich ist.

BM 1, 510 G. ENESTRÖM.

[C] Folgende Aufgabe, die REGIOMONTAN an CHRISTIAN ROEDER, Professor in Erfurt, sendete (Aufgabe λ des Briefes vom 4. Juli 1471), zeigt, daß der Verfasser doch wohl über die Gesetze der schiefen Ebene sich klar gewesen sein muß. Der Wortlaut ist folgender:

λ Duo sunt pondera colligata atque secundum situm equipollentia, quorum alterum quidem recte, alterum vero oblique descenderet, si a communi ligatura solverentur. Via autem obliqua secundi ponderis cum orizonte angulum continet viginti graduum, qualium unus rectus est nonaginta: quero proportionem talium ponderum. Equipollentia autem voco pondera, que sese vicissim a descensu prohibent. Ut si *bc* recta vice orizontis intelligatur, *ab* autem ad centrum mundi vergat, et *ac* cum *bc* angulum viginti graduum contineat, *d* pondus minus per *ab*, et *e* pondus maius per *ac* descensum petat abiecto communi vinculo.



Daß REGIOMONTAN für die von ihm gestellten Aufgaben entweder Lösungen besaß, oder wenigstens zu besitzen glaubte, ist aus den von ihm in der Handschrift seines Briefwechsels vielfach hinzugefügten ausführlichen Lösungen sicher. Wäre der Briefwechsel mit ROEDER. weiter geführt worden, so hätte sich vielleicht auch hierzu die Lösung erhalten.

BM 2, 355–356 M. CURTZE.

[D] Daß HOMMEL indirekt doch von LEVI BEN GERSON abhängt, läßt sich folgendermaßen erweisen. Das, was CANTOR anführt, beruht in letzter Instanz auf einer Bemerkung TYCHOS in den *Epistol, astronom. lib. I.* (Norib. 1601) p. 62. Nun war aber TYCHO nicht direkter Schüler HOMMELS, sondern verkehrte nur mit dessen Schüler BARTHOLOMAEUS SCULTETUS. Dieser aber sagt in seiner Schrift *Von allerlei Solarien*

(Görlitz 1582) auf S. 5, nachdem er den Transversalmaßstab beschrieben hat: Solche angezeigte Form, den Circulum in Minuten zu theilen, haben vor zeiten im brauche gehabt die zwene fürtreffliche Mathematici Georgius Purbachius und Joh. Regiomantonus, zu welcher ehren und gedechtnis wir denn auch denselben modum allhie beschrieben, damit er auch zu unsern Zeiten nicht vergessen, sondern mehr in Übung bliebe und in brauch erhalten würde."Daraus ist doch wohl klar, daß Hommel nur das lehrte, was er aus uns jetzt nicht zugänglichen Schriften Regiomontans entnommen hatte. Da aber Regiomontan nachweislich das Buch Levi Ben Gersons über den Jacobstab gekannt hat, so dürfte seine Benutzung der Vorrichtung auf dieses Buch zurückgehen. Es müßte daher der Schlußpassus bei Cantor eine kleine Änderung erfahren.

BM 2, 145 M. Curtze.

[E] Nach Clavius wird hier über die von Carlo Mariani gegebene Vorschrift für die Auffindung der Seite des gleichseitigen Siebenecks berichtet, aber über Mariani selbst bemerkt Herr Cantor nur, daß jener um das Jahr 1606 bekannter gewesen sein muß als er heute ist. Willkommener für den Leser wäre es gewiß zu erfahren, daß die betreffende Vorschrift in der Arbeit *De aequali eptipartitione peripheriae circuli* (Rom 1592, 42 Bl. 4^o) vorkommt (vgl. Riccardi, Bibliot. matem. ital. II, 114), und vielleicht könnte hinzugefügt werden, daß Mariani nach Riccardi eine Schrift *De circuli quadratura* (Cremona 1599) verfaßt hat. Im Register wird unter „Marianus“ auf „Cremonensis“ verwiesen, was wohl nicht angezeigt ist.

BM 4, 207 G. Eneström.

[F] In betreff des Simon Jacob bemerkt Herr Cantor: „Er verfaßte ein Rechenbuch nebst Geometrie als zweite Bearbeitung eines bloß, der Rechenkunst gewidmeten Werkes und schrieb 1552 die Vorrede dazu. Der Druck begann 1557, wurde aber unterbrochen. Als der Verfasser dann 1564 starb, besorgte sein Bruder Pancraz Jacob 1565 die neue Auflage, welche selbst wiederholt gedruckt wurde“. Fragt man nun: wann erschien die erste Auflage der Arbeit, deren neue Auflage von Pancraz Jacob besorgt wurde? Oder ist diese erste Auflage überhaupt nicht erschienen?, so kann man aus den Angaben des Herrn Cantor keine bestimmten Antworten bekommen, und in der Tat ist die Auskunft, die Pancraz Jacob 1565 in seiner Vorrede gab, nicht ganz klar. Meines Erachtens sind die Angaben dieser Vorrede auf folgende Weise zu deuten: Simon Jacob verfaßte ein Rechenbuch nebst Geometrie und schrieb 1552 die Vorrede dazu. Dies Werk bestand aus drei Teilen, nämlich zwei arithmetischen und einem geometrischen. Der erste Teil (also Bl. 1–63 der Auflage von 1565) wurde in etwas umgearbeiteter Form („in Frag vnd Antwort gerieht“, „Frag vn Antwort weiß“) von Simon Jacob selbst 1557 veröffentlicht (vermutlich in einer sehr kleinen Auflage), aber das Übrige blieb damals ungedruckt. Nach seinem Tode fand der Bruder das ursprüngliche Manuskript („Arithmetic vnd Geometri ... fein rein abgeschrieben bey einander“) wieder, und gab das vollständige Werk 1565 heraus. Von der ersten Auflage kenne ich kein Exemplar, und sie scheint allen Bibliographien unzugänglich gewesen zu sein. Von dem vollständigen Werke sind eigentlich nur zwei Auflagen erschienen, nämlich 1565 und 1600; von der zweiten Auflage gibt es Exemplare mit 1612 neu gedrucktem Titelblatt, und andere Exemplare scheinen das Druckjahr 1599 zu haben. Die von Murhard (*Litteratur der mathematischen Wissenschaften* I, Leipzig

1797, S. 172) zitierte Auflage von 1560, die auch die wälsche Praktik, also den zweiten Teil enthalten haben würde, existiert sicherlich nicht.

BM 8, 85–86 G. Eneström.

Ich kann jetzt meine frühere Bemerkung über das kleine Rechenbuch Simon Jacobs (BM **8**, 1907/8, S. 85–86) ergänzen. Freilich ist es mir nicht gelungen, die Auflage von 1557 aufzufinden, aber seit einiger Zeit bin ich im Besitz einer späteren Auflage, die ebenfalls sehr selten zu sein scheint, und deren Titel ich hier zum Abdruck bringe:

> Rechenbuch= ‖buch auff den linien vnd mit ‖ Ziffern/ sampt allerley vortheilen/ frag= ‖ weise/ Jetzt von neuwen und zum neuntenmal ‖ mit vielen gründlichen anweisungen/ oder Demon= ‖ stration/ sampt derselben Vnderrichtung gemeh= ‖ ret. Der gestalt vormals nicht ‖ getruckt. ‖ Sampt angehengtem gründlichen vnd ‖ kurzen Bericht/ wie man auff ein jede Eich/ Vi= ‖ sierruthen zurichten vnd bereyten soll. ‖ Jetzt neuw hinzu gethan: ‖ Durch Simon Jacob von Koburgk/ ‖ weilandt Rechenmeister zu Franck= ‖ fort am Mayn. ‖ Im Jahr 1600.[1]
>
> Oktav, (24) S.+ 175 numerierten Blättern. — Druckort fehlt.

Unmittelbar nach dem Titelblatte kommt eine Vorrede (20 Druckseiten), die vom 23. Februar 1557 datiert ist, und die die Richtigkeit meiner Deutung der Vorrede Pankraz Jacobs durchaus bestätigt. Simon Jacob berichtet nämlich, daß er aus gewissen Gründen bisher verhindert worden sei, das ganze Rechenbuch herauszugeben; dann setzt er fort:

> hab ich darum noht halben für mich genomen den anfang vnd erste theil mehr gemelts meins buchs, denselben an orten, da es von nöthe, gebessert, Vnd ... in Fragen gestelt.

Die Angabe (Z. 29–30) der *Vorlesungen:* „der Druck begann 1557, wurde aber unterbrochen“ sollte also entweder gestrichen oder modifiziert werden.

Aus dem oben abgedruckten Titel geht hervor, daß die Auflage 1600 des kleinen Rechenbuches Jacobs die **neunte** ist, und alle vorigen Auflagen scheinen sehr selten zu sein — keine einzige findet sich in der Plimptonschen Bibliothek in New York (siehe D. E. Smith, *Rara arithmetica*, Boston 1908, S. 298). Von diesen älteren Auflagen verzeichnet Murhard (*Litteratur der mathematischen Wissenschaften* I, Leipzig 1797, S. 171) vier (1557, 1589, 1590, 1599); ein Exemplar der Auflage 1599 war im Besitz des Fürsten B. Boncompagni (siehe *Catalogo della insigne biblioteca ... del principe* B. Boncompagni Roma 1895, S. 463), aber ob die Auflagen 1589 und 1590 wirklich existieren, weiß ich nicht. Dagegen existieren Auflagen von 1565 (Frankfurt a. M.) und 1574 (Getruckt zu Franckfort am Mayn, bey Christian Egenolffs Erben. In Verlegung D. Adami Loniceri, M. Johannis Cnipij vnd Pauli Steinmeyers, M.D.LXXIIII, (32) S. + 174 Bl. 8^o), von denen Exemplare vor einigen Jahren in Antiquariatskatalogen ausgeboten wurden.

BM 9, 326–327 G. Eneström.

[1] Original in Frakturschrift. *G. Dörflinger*

[G] D'après les nouvelles recherches de Fréd. Ritter *(François Viète*, Paris 1895), Viette (c'est ainsi qu'on devrait écrire) ne paraît pas avoir jamais abjuré le catholicisme, quelles qu'aient été ses relations avec le parti huguenot. C'est dès 1564 qu'il a quitté sa situation d'avocat à Poitiers pour s'attacher à la dame de Soubise. Nommé en 1574 conseiller au Parlament de Rennes, il fut presqu'immédiatement détaché au Service du roi Henri III, qui, dès 1581, le nomma maître des requêtes au Conseil privé. Après une interruption amenée par des motifs politiques, il en reprit les fonctions en 1589, mais ne fit point partie du Parlement de Tours.

BM 1, 510 P. Tannery.

[H] Die Behauptung „Zahllose Druckfehler entstellten das Werk" [Viètes *Canon mathematicus*] ist nicht richtig; vgl. Braunmühl, *Gesch. d. Trigonom.* I, S. 158 und Fréd. Ritter, *François Viète* (Paris 1895), S. 54–55.

BM 1, 270

Durch eine genaue Untersuchung der zwei bisher bekannten Exemplare (in Stockholm und in Löwen) hat es sich ergeben, daß die von Herrn Cantor erwähnte neue Auflage des *Canon mathematicus* des Viète nur eine neue Titelauflage ist; in der That sind nur drei Seiten neu gedruckt, nämlich der Titel, die Rückseite des Titels und die darauf folgende Seite (vgl. H. Bosmans, *Le traité des sinus de Michiel Coignet*, Bruxelles 1901, S. 21–24). Der vollständige Titel lautet: FRAN. VIETAEI ‖ LIBELLORVM ‖ SVPPLICVM IN REGIA ‖ magistri insignisque Mathematici varia ‖ opera Mathematica. ‖ *IN QVIBVS TRACTATVR CANON MATHEMATICVS* ‖ SEV ‖ AD ‖ TRIANGVLA ‖ ITEM CANONION TRIANGVLORVM LATERVM ‖ rationalium: vna cum vniversalium inspectionum ad Cano−‖ nem Mathematicum, libro singulari. ‖ *QVAE QVIDEM OMNIA ILLUSTRANTVR TABVLIS* ‖ & *Appendicibus ab eodem authore recognitis.* ‖ PARISIIS ‖ Apud Bartholomaeum Macaeum, in Monte D. ‖ Hilarij, sub scuto Britanniae. ‖ M.D.C.IX. ‖ *CVM PRIVILEGIO REGIS.*

Merkwürdigerweise giebt es noch eine andere Titelauflage des *Canon mathematicus*, von welcher zwei Exemplare (in der Nationalbibliothek in Neapel und im British Museum in London) bekannt sind. Der Freundlichkeit des Herrn G. Vacca, der das zuerst genannte Exemplar eingesehen hat, verdanke ich die folgende Abschrift des Titels: FRANCISCI VIETAEI OPERA MA −‖ THEMATICA, ‖ IN QVIBVS TRACTATVR ‖ CANON MATHEMATICVS ‖ sev ‖ ad triangvla. ‖ Item Canonion triangulorum laterum rationalium: vna cum ‖ vniversalium inspectionum ad Canonem Mathe −‖ maticum, libro singulari. ‖ Quae quidem omnia illustrantur Tabulis et Appendicibus ‖ ab eodem authore recognitis. ‖ LONDINI ‖ Apud Franciscum Bounier, M. D. LXXXIX.

Es ist schwer zu verstehen, warum der Titel des *Canon mathematicus* zweimal neu gedruckt worden ist.

BM 2, 356 G. Eneström.

In einer früheren Bemerkung (BM **2**, 1901, S. 356) habe ich Notizen über die zwei neuen Titelauflagen des *Canon mafhematicus* gegeben. Da zuweilen behauptet wird — bei Herrn Cantor kommt allerdings die Behauptung nicht vor —, Viète habe wirklich eine Neuausgabe veranstalten wollen (vgl. z. B. Braunmühl, *Vorlesungen* *über Geschichte der Trigonometrie* **1**, Leipzig 1900, S. 158), erlaube ich mir darauf aufmerksam zu machen, daß diese Behauptung sicherlich durch ein Mißverständnis enstanden ist. Braunmühl verweist auf die Seiten 371 und 400 der Opera, und die erste Stelle lautet: „In recognitione Canonis Mathematici, et universalium ad eundem inspectionum singularis libri (is enim infeliciter editus est anno 1579) repetivi, ac in brevem Epitomen congessi Analytica fere omnia quae pertinent ad generale, quod aperui mysterium angularium sectionum“. Hier bedeutet „recognitio“ meiner Ansicht nach, nur „prüfende Besichtigung“ oder etwas Ähnliches, und daß der Zweck war, eine neue Auflage zu veranstalten, deutet Viète gar nicht an. An der zweiten Stelle sagt Viète: „Dum renovatur meus ad Canonem inspectionum liber, Analyticae meae methodi ... ultro copiam facio“, und hier handelt es sich offenbar nur um den „Universalium inspectionum ad canonem mathematicum liber singularis“; das Wort „renovatur“ braucht übrigens nicht notwendigerweise zu bedeuten, daß Viète an eine neue Auflage dieser Schrift dachte.

BM 13, 164–165 G. Eneström.

[I] Es ist richtig, daß Viète in seinem 1579 gedruckten Tabellenwerke zuletzt die Dezimale durch einen sie von den ganzen Zahlen trennenden senkrechten Strich unterschied. Da indessen Tropfke (*Geschichte der Elementarmathematik* **1**, Leipzig 1902, S. 89) auf diesen Umstand so großen Wert legt, daß er in gesperrter Schrift bemerkt: „***Damit war der erste Dezimalbruch geschrieben***“, erlaube ich mir die Cantorsche Angabe ein wenig zu ergänzen.

In dem eigentlichen *Canon mathematicus* setzt Viète den Radius, der für Sinus und Cosinus „hypotenusa“, für Tangente und Sekante „basis“, für Cotangente und Cosekante „perpendiculum“ genannt wird, gleich 100000. Im allgemeinen sind die Zahlen der Tafel ganze Zahlen, aber in gewissen Fällen benutzt Viète genauere Näherungswerte mit Dezimalbrüchen, und dann sind diese Brüche mit kleineren Typen gedruckt, aber immer ohne trennenden Strich.

Überdies enthält das Tabellenwerk Viètes verschiedene Tafeln, worin Dezimalbrüche zuweilen vorkommen, und in einigen dieser Tafeln benutzt Viète ***wagerechte*** Striche unter den Bruchziffern. Beispielsweise kommt im „Universalium inspectionum ad canonem mathematicum über singularis“ folgende Stelle (S. 15) vor

> Semi-diameter $100{,}000{,}\underline{000{,}00,}$ semiperimeter circuli satis accurate $314{,}159{,}\underline{265{,}35,}$

also $100000\pi = 314\,159,265\,35$. Dieselbe Bezeichnungsweise hat Viète S. 51–54, 56–59 angewandt. Erst S. 64–65 des „Liber singularis“ kommen kleine ***senkrechte*** Striche vor, und zwar gibt es zusammen 96 Zahlen, deren Dezimalziffern auf diese Weise von den übrigen Ziffern getrennt werden Beispielsweise steht am Ende der Seite 65 folgende Zahl:

$$9,999,999,348 \mid 00,00,10,62,76$$

die $9\,999\,999\,348,0000106276$ bedeutet. Man kann also mit Herrn Cantor diesen Strich den Vorgänger des später eingeführten Pünktchens nennen, aber Viète selbst legt offenbar keinen Wert auf seine ganz beiläufig benutzte Bezeichnung, die übrigens schon 1530 bei Rudolff vorkommt (siehe BM **10**, 1909/10,8.243).

BM 11, 340 G. Eneström.

[J] Was Herr CANTOR über den Inhalt der Abhandlung *Effectionum geometricarum canonica recensio* sagt, ist nicht unrichtig, aber ich verstehe eigentlich nicht, warum er stillschweigend übergeht, daß VIÈTE in der Abhandlung lehrt, die Gleichung $x^2 \pm ax = \pm b^2$ geometrisch zu lösen. Aus den Worten des Herrn CANTOR (Z. 27–28) „rechnerisch erhaltene **Ausdrücke** geometrisch zu ermitteln" wird man versucht anzunehmen, daß VIÈTE nur Ausdrücke aber nicht Gleichungen geometrisch behandelt.
BM 11, 166 G. ENESTRÖM.

[K] Herr CANTOR macht darauf aufmerksam, daß VIÈTE für die Dreiteilung eines Winkels dieselbe Konstruktion angibt, die sich in einer dem ARCHIMEDES zugeschriebenen arabischen Schrift findet, welche Schrift aber erst nach VIÈTES Tode in lateinischer Übersetzung veröffentlicht wurde. Dann fügt Herr CANTOR hinzu: „daraus geht hervor, daß die Dreiteilung des Winkels, welche VIETA lehrte, kein Anlehen bei einem alten Schriftsteller, sondern selbstständige Nacherfindung war". Diese Schlußfolge ist indessen nur dann berechtigt, wenn es bestätigt wird, daß die fragliche Konstruktion von keinem abendländischen Mathematiker vor 1593 gelehrt wurde, und soviel ich weiß, sind noch keine eingehenden Untersuchungen über diese Frage angestellt worden. An sich ist es ja gar nicht unwahrscheinlich, daß diese Konstruktion, die bekanntlich den arabischen Mathematikern geläufig war, durch eine Übersetzung oder Bearbeitung aus dem Arabischen im Abendlande bekannt, und von einem Mathematiker des 16. Jahrhunderts in einer gedruckten Schrift erwähnt worden ist.

Aber angenommen, daß die angedeuteten Untersuchungen wirklich ein negatives Resultat ergeben würden, so scheint mir dennoch die Schlußfolge des Herrn CANTOR nur bis zu einem gewißen Grade berechtigt. In der Tat hat er selbst S. 82 hervorgehoben, daß die bei JORDANUS NEMORARIUS vorkommende, von den drei Brüdern entlehnte Winkeldreiteilung im Grundgedanken mit dem 8. Lemma des ARCHIMEDES nahe verwandt ist, und S. 105 angegeben, daß gerade dies Verfahren des JORDANUS in einem Anhange zum 4. Buche der RATDOLTschen EUKLID-Ausgabe von 1482 gelehrt wird. Aber dieser Anhang findet sich auch in vielen folgenden EUKLID-Ausgaben, und dem VIÈTE kann das Verfahren kaum unbekannt gewesen sein. Nun gibt CHASLES (siehe *Geschichte der Geometrie, übertr. durch L. A. Sohncke*, S. 597) ganz bestimmt als Prinzip des Verfahrens die ARCHEMEDische Konstruktion an, und wenn dies richtig ist, wäre es wohl mehr angebracht VIÈTES Winkeldreiteilung eine wenig wesentliche Modifikation eines schon vor ihm allgemein bekannten Verfahrens zu nennen.
BM 5, 69–70 G. ENESTRÖM.

[L] FRANCON de Liége prenait $\sqrt{\frac{5}{8}}d$ pour le côté du carré équivalent à cercle de diamètre d (voir BM. $\mathbf{1}_3$, 1900, p. 269).
BM 2, 146

[M] Da man gewöhnlich annimmt, daß REIMERS (RAIMARUS URSUS) 1599 gestorben ist (vgl. z. B. A. VON BRAUNMÜHL, *Geschichte der Trigonometrie* I, Leipzig 1900, S. 204), erlaube ich mir hier die Notiz einzufügen, daß REIMERS am 15. August 1600 in Prag starb. Diese Notiz entnehme ich einer freundlichen Mitteilung des Herrn F. R. FRIIS, der sich auf den **Anzeiger für Kunde der deutschen Vorzeit** (Nürnberg), Jahrg. 1877, S. 330–331, beruft; hier ist nämlich die folgende Aufzeichnung zum Abdruck gebracht: „1600. 15 August. Mane phtisi mortuus est Pragae Bohe-

miorum NICOLAUS RAYMARUS URSUS Dithmarsius“. Daß REIMERS am 3. August 1600 todeskrank war, sieht man übrigens aus einem Briefe von TYCHO BRAHE an HOLGER ROSENKRANTZ (siehe F. R. FRIIS, *Epistolae quas* TYCHO BRAHE *et* OLIGERUS ROSENKRANTZIUS *inter se scripserunt*, Köbenhavn 1896, S. 58).
BM 7, 387 G. ENESTRÖM.

[N] Schon im *Canon mathematicus* hat VIÈTE die Zahl π auf **zehn** Dezimalen richtig angegeben (Universalium inspectionum ad Canonem mathematicum liber singularis, S. 15).
BM 1, 270 A. VON BRAUNMÜHL.

[O] Ce n'est pas à Heidelberg, en 1609, que fut fondé la première chair d'arabe en Europe, puisque celle du Collège de France de Paris remonte au moins à 1569.
BM 2, 146 P. TANNERY.

[P] „ADRIAEN VAN ROOMEN … fand π auf 17 Dezimalstellen genau“; hier ist 15 statt 17 zu setzen (BRAUNMÜHL, *Gesch. d. Trigonom.* I, S. 174).
BM 1, 270

[Q] ADRIAEN METIUS ist unter dem Namen ADRIAEN ADRIAENZ (ADRIAN ADRIANI) 1597 als Dozent in Jena genannt worden. In dem *Codex MC 25* der Universitätsbibliothek zu Tübingen ist eine Arbeit, ein Kollegienheft eines Ungenannten, enthalten, mit dem Titel: *Fundamenta Geometriae ab* ADRIANO ADRIANI *Belgae in Jenensium Academia privatim proposita 1597.* In demselben Bande findet sich auch eine Arbeit: *Idaea Mathematica seu Capita praecipua Arithmeticae, Geometriae, Astronomiae, Opticae. A Clarissimo ac disertissimo viro* D. M. GIORGIO LYMNAEO, *Matheseos in Salana Tyringetarum Professore publice proposita 15. Nov. h. 8. Anno 1596.* Von diesem Manne kannte POGGENDORFF keine Schrift. Unter METIUS, ADRIAAN schreibt Letzterer: „Eigentlich hieß er, da Familiennamen damals noch nicht, oder noch nicht allgemein in Holland üblich waren, ADRIAAN ADRIAANSZOON (ADRIAANSZ), weil sein Vater den Namen ADRIAAN führte, und dieser nannte sich aus gleichem Grunde nach, dem Großvater ANTHONIS, ADRIAAN ANTHONISZOON“. Da ADRIAAN METIUS erst 1598 Professor in Franeker wurde, so kann füglich an seinem Aufenthalt 1597 in Jena kaum gezweifelt werden.
BM 2, 146 M. CURTZE.

[R] Herr CANTOR berichtet hier über die älteste Geschichte des Näherungswertes $\frac{355}{113}$ für π und gibt dabei an, daß ADRIAEN ANTHONISZ erst für π die zwei Grenzwerte $3\frac{15}{106}$ und $3\frac{17}{120}$ aufstellte, dann etwas später durch Addition der Zähler und der Nenner der Brüche den Näherungswert $3\frac{16}{118} = \frac{355}{113}$ herleitete. Dieser Bericht stimmt nicht ganz mit den Angaben von BIERENS DE HAAN (siehe *Notice sur quelques quadrateurs du cercle dans les Pays-Bas;* `Bullett. di bibliogr. d. sc. Matem` **7**, 1874, S. 121 – 127) und BRAUNMÜHL (siehe *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* **1**, Leipzig 1900, S. 175) überein, und diese zwei Verfasser sind als sehr zuversichtlich[2] zu betrachten. Allein in diesem Falle muß ich mich merkwürdigerweise auf die Seite des Herrn CANTOR stellen. BRAUNMÜHL bemerkt: “Eine bequeme Form für π gab etwas später ADRIAEN METIUS (1571 – 1636) in seiner ‚Arithmetica et Geometria‘ 1625,

[2]Korrekt: zuverlässlich *G. Dörflinger*

indem er in den von seinem Vater ADRIAEN ANTHONISZ (1527 – 1607) gegebenen Grenzwerten $3\frac{15}{106} < \pi < 3\frac{17}{120}$ Zähler und Nenner addierte". BRAUNMÜHL stützte sich offenbar auf die Stelle, die BIERENS DE HAAN a. a. O. S. 124 abgedruckt hat, aber er übersah die daselbst S. 122 –123 wiedergegebenen Stellen, an denen ADRIAEN METIUS ausdrücklich seinem Vater den Näherungswert zuweist. Anderseits sagt BIERENS DE HAAN (a. a. O S. 121): „Dans son écrit contre VAN DER EYCKE ... il [ADRIAEN ANTHONISZ] trouva la proportion $\frac{355}{113}$", wahrend aus seinen Belegen gar nicht hervorgeht, daß der Näherungswert in der Streitschrift gegen VAN DER EYCKE vorkam; BIERENS DE HAAN weist ja selbst a. a. O. S. 126–127 nach, daß diese Schrift vor 1589 angefertigt wurde, während ADRIAEN METIUS angibt, daß sein Vater den Wert $\frac{355}{118}$ „einige Jahre" vor 1625 herleitete. Allerdings sollte man nach P. MANSION (*Sur le calcul de* π; **Mathesis 8**, 1908, S. 241) statt 1625 die Jahreszahl 1611 einsetzen, aber in keinem Falle kann man die Angabe des ADRIAEN METIUS mit Sicherheit auf die erwähnte Streitschrift beziehen. Bis auf weiteres dürfte es also am richtigsten sein zu sagen, das ADRIAEN ANTHONISZ wahrscheinlich den Wert $\frac{355}{118}$ erst nach der Anfertigung der Streitschrift herleitete.

Dagegen kann der CANTORsche Bericht von einem anderen Gesichtspunkte aus bemängelt werden. Herr CANTOR hat nämlich eine Notiz von M. CURTZE (*Die abgekürzte Multiplikation*; **Zeitschr. für Mathem. 40**, 1895, Hist. Abt. S. 13) übersehen, woraus hervorzugehen scheint, daß VALENTIN OTTO[3] schon 1573, also vor ADRIAEN ANTHONISZ, den Näherungswert $\frac{335}{118}$ für π kannte.

BM 13, 264 G. ENESTRÖM.

[S] Statt $\cos n\alpha = 2\cos(n-1)\alpha \cdot \cos\alpha - \cos(n-2)\alpha$ muß es $\cos n\alpha = \cos(n-2)\alpha - 2\sin\alpha\sin(n-1)\alpha$ heißen. (BRAUNMÜHL, *Gesch. d. Trigonom.* I, S. 213).

BM 1, 270

[T] Die drei Ausgaben der Trigonometrie des PITISCUS erschienen 1600 in Augsburg, 1608 in Augsburg uud 1612 in Frankfurt; alle drei finden sich auf der Berliner Königl. Bibliothek und der Münchener Hof- und Staatsbibliothek. Vielleicht hatten einige Exemplare der ersten Auflage, dessen Vorwort vom 23. August 1599 ist, auf dem Titelblatt die Jahreszahl 1599, denn VOSSIUS (*De universae mathesios natura et constitutione*, S. 70) sagt: „anno C|Ɔ|ƆXCIX BARTHOLOMAEUS PITISCUS ... edidit libros quinque trigonometriae", und in einigen neueren historischen Arbeiten, Bibliographien und Bücherkatalogen findet man auch 1599 als Druckjahr der ersten Auflage angegeben. — Der englische Übersetzer von PITISCUS' Trigonometrie scheint HANDSON (also nicht „Hamson" und auch nicht „Hundson", wie BRAUNMÜHL in seiner *Gesch. d. Trigonom.* I, S. 223 den Namen schreibt) zu heißen.

BM 1, 270–271 G. ENESTRÖM.

Die hier nach einem Antiquariatskataloge zitierte, angeblich 1600 in London gedruckte und von einem gewissen **Hamson** herrührende englische Übersetzung von PITISCUS' Trigonometrie existiert sicherlich nicht; vermutlich ist 1600 Druckfehler statt 1630, wie **Hamson** ganz gewiß Druckfehler statt HANDSON ist. Die erste englische Übersetzung von PITISCUS' Trigonometrie ist ohne Zweifel die 1614 in London erschienene;

[3] i.e. VALENTIN OTHO *G. Dörflinger*

diese hat den Titel: „Trigonometry: or the doctrine of triangles. Now translated into English by RA. HANDSON. Whereunto is added (for the Marriners vie) certaine Nauticall questions, together with the finding of the variation of the compasse. All performed arithmetically, without Mappe, Sphaere, Globe, or Astrolabe, by the said E. H.“.

Die Arbeit ist in Quartformat und besteht aus drei Teilen [I:(l2) + 176 S.; II:33 + (3) S.; III: (92) S.]. Der dritte Teil hat den Spezialtitel: „A canon of triangles: or, the tables of sines, tangents and secants, the radius assumed to be 100,000“.

Eine spätere Auflage dieser Übersetzung mit dem Druckjahre 1630 findet sich im British museum, und vermutlich ist diese Auflage in dem von Herrn CANTOR zitierten Antiquariatskataloge gemeint.

BM 8, 211 G. ENESTRÖM.

[U] Z. 10 muß „in den Auflagen von 1608 und 1612“ statt „in der Auflage von 1612“ gesetzt werden (vgl. S. 619, wo Herr CANTOR die unvollständige Angabe der 1. Auflage der *Vorlesungen* verbessert hat).

BM 6, 108 G. ENESTRÖM.

[V] Nach FR. RITTER (*Fr. Viète*, 1895) hat VIETA allerdings das Problem, das ihm im Oktober 1594 vorgelegt wurde, sofort gelöst, aber das Responsum wurde erst um die Mitte 1595 veröffentlicht.

BM 8, 86 A. STURM

[W] Z. 3–8 bemerkt Herr CANTOR: „VIETA schrieb über verwandte Untersuchungen ... wenn wir auch nicht wissen, wie weit sie zu Papier gebracht waren, *Theoremata ad angulares sectiones*. Erst gegen 1615 hat ANDERSON ... die Sätze mit Beweisen versehen“, und verweist in betreff des Traktates auf S. 237 [lies 287!] – 304 der SCHOOTENschen Ausgabe, aber ob der Traktat früher erschienen ist, kann man natürlich aus der CANTORschen Angabe nicht ausfindig machen. In Wirklichkeit erschien der Traktat eben im Jahre 1615 und ich gebe hier unten den Titel der Originalausgabe ANDERSONS wieder.

> AD ‖ ANGVLARIVM ‖ SECTIONVM ‖ ANALYTICEN. ‖ THEOREMATA. *ΚΑΘΟΛΙΚΩΤΕΡΑ* ‖ *A FRANCISCO VIETA FONTE* ‖ *naeensi primum excogitata, at absque vlla demonstra* ‖ *tione ad nos transmissa, iam tandem demonstrationibus confirmata.* ‖ Opera & studio ALEXANDRI ANDERSONI ‖ SCOTI. ‖
> [Buchdruckermarke.] ‖ PARISIIS, ‖ Apud OLIVERVM DE VARENNES ‖ via Jacobaea sub signo Lilij. ‖ Anno, M.DC.XV.
>
> Klein-Folio, 48 S.; in Wirklichkeit ist die Druckfläche der Seiten nur 18 x 11 cm, also ein wenig kleiner wie die der `Bibliotheca Mathematica`; — S. 3–5 enthalten eine Zueignung an den Fürsten von Wales, die SCHOOTEN bei dem Neudruck weggelassen hat.

In betreff des sehr interessanten Inhaltes des Traktates verweise ich auf die ausführliche Darstellung bei A. VON BRAUNMÜHL (*Vorlesungen über Geschichte der Trigonometrie* **1**, Leipzig 1900, S. 165–169).

BM 12, 346–347 G. ENESTRÖM.

(608)
69. Kapitel. **Rechenkunst und Algebra.**

Wir gehen zur Rechenkunst und zur Algebra über. Die Rechenbücher, mit denen wir es in den früheren Abschnitten zu thun hatten, waren fast durchgängig beiden gewidmet. Sie lehrten das gewöhnliche Rechnen oftmals gar in doppelter Art, so dass das Rechnen auf den Linien und das auf der Feder neben einander hergingen, sie lehrten auch Gleichungen ersten und zweiten Grades auflösen, enthielten überdies einen rechnend geometrischen Abschnitt. Gegen Ende der ersten Hälfte des XVI. Jahrhunderts gewann die Algebra an Ausdehnung. Rudolf und Stifel in Deutschland, Recorde in England, Cardano und Tartaglia
(609) in Italien schrieben Bücher, die fast lediglich der Lehre von den Gleichungen gewidmet waren. Dieser Umschwung vollzieht sich in der zweiten Hälfte des XVI. Jahrhunderts immer mehr. Wohl erschienen noch Rechenbücher, welche man ebensogut Lehrbücher der gesammten Mathematik nennen könnte, weil sie neben dem Zahlenrechnen die Lehre von den Gleichungen und Feldmesserisches in sich schliessen, aber eine Theilung der Ziele bringt mehr und mehr gesonderte Bearbeitungen hervor. Geometrie als solche haben wir weiter oben besprochen und haben dabei zum Voraus des Simon Jacob als Rechenmeisters gedacht (S. 581). Einige Jahre vor seinem Rechenbuche erschienen 1556 zwei allenfalls erwähnenswerthe Schriften, ein Hilfsbuch zur Berechnung des Silbergehaltes und des Silberwerthes von Johann Marheld[1] in deutscher und ein ganz kurzgefasster Lehrgang des Rechnens mit Sexagesimalbrüchen nebst Anweisung zur Auflösung quadratischer Gleichungen von Kaspar Peucer[2] (1525–1602) in lateinischer Sprache. Das erstere ist ein mit Tabellen versehenes um nicht zu sagen aus Tabellen bestehendes Buch von einer Art, wie uns vorher noch keins begegnete. An dem zweiten ist nichts interessant als der Verfasser, ein Schwiegersohn Melanchthon's, der von 1554–1559 eine mathematische Professur in Wittenberg inne hatte und dann zur medicinischen Facultät überging. Er musste schwer unter dem Verdachte des Kryptocalvinismus leiden und brachte zwölf Jahre in harter Gefangenschaft auf der Pleissenburg in Leipzig zu. Er hatte vermuthlich Valentin Otho den Rath ertheilt (S. 602), Wittenberg noch rechtzeitig zu verlassen und an den Pfälzer Hof nach Heidelberg sich zu begeben.

Von Simon Jacob's Rechenbuch ist uns nur die vervollständigte Ausgabe von 1565 bekannt. So weit wie der Verfasser eines lateinischen Lobliedes, welches der Vorrede zum *New und wolgegründt Rechenbuch* unmittelbar folgt, möchten wir freilich nicht gehen. Er behauptet schlankweg, Koburg sei durch den dort geborenen Jacob zu gleicher Berühmtheit gelangt, wie die beiden anderen fränkischen Städte: Königsberg und Karlstadt durch Regiomontanus und Johannes Schoner und versündigt sich dadurch an Regiomontanus, aber immerhin ist Jacob's Rechenbuch besser als viele, vielleicht als die meisten ähnlichen Werke der gleichen Zeit. Jacob lehrt der Uebung folgend am Anfange auch das Linienrechnen, aber er ist sich der Umständlichkeit desselben wohl bewusst und weiss ferner, wo es
(610) passende Anwendung findet, wo nicht. *Wahr ist's, dass sie zu Haussrechnungen, da man viel Summierens, Aussgebens und Eynnemens bedarff, etwan förderlich erscheinen, aber in Kunstrechnungen, die ein wenig etwas wichtig, zum offtenmal verhinderlich. Nicht sag ich, dass man auff den Linien dieselben Rechnungen nicht auch machen köndte, sondern so viel vortheils ein Fussgänger, der leichtfertig und mit keiner Last beladen ist, gegen einen, der unter einer schwären Last stecket, hat, so viel vortheils hat auch ein Kunstrechner auf*

[1] Kästner I, 131.
[2] Ebenda I, 131–132. Allgem. deutsche Biographie XXV, 552–556, Artikel von Wagenmann.

oder mit den Ziphern für einem mit den Linien[3]. Damit entschuldigt es Jakob, dass er nunmehr vom Dividiren ab das Linienrechnen ganz bei Seite lasse. Er kennt[4] die Summe der Quadratzahlen in Gestalt der Formel $1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{2n+1}{3}(1 + 2 + \cdots + 2n)$, sowie die der Kubikzahlen $1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = (1 + 2 + \cdots + n)^2$ und beruft sich für den Beweis auf das 8. Buch der Arithmetik des Jordanus, welche mithin damals in Deutschland noch [A]
gelesen wurde. Die Berufung ist hier allerdings nicht glücklich gewählt, oder mindestens nicht hinreichend begründet, denn im 8. Buche der genannten Arithmetik kommt weder die Summenformel der Quadratzahlen noch, die der Kubikzahlen vor. Jacob musste desshalb sagen, auf welche Sätze jener Beweis sich stützen solle. Im 2. Theile ist das Dreieck der Binonaialcoefficienten[5] bis zu denen der 11. Potenz nicht in der Form wie bei Stiefel, dagegen ganz ähnlich wie in Tartaglia's General Trattato von 1556 abgedruckt mit dem einzigen Unterschiede, dass bei Tartaglia die Coefficienten bis zu denen der 12. Potenz sich erstrecken. Jacob beruft sich auf Vorgänger — *und wirt diese Tafel von etlichen also gemacht* — wo er die Enstehungsweise

$$\binom{m}{k} + \binom{m}{k+1} = \binom{m+1}{k+1}$$

mittheilt. Einige unbestimmte quadratische Aufgaben[6] sind so gelöst, dass die an bestimmt gegebenen Zahlen gelehrte Vorschrift zugleich als allgemein giltig bezeichnet ist. $(\frac{a}{2})^2 + 1$ sei eine Zahl, welche um die gegebene Zahl a vergrössert oder verkleinert zur Quadratzahl werde; $(\frac{a+b+1}{2})^2 - a$ werde zur Quadratzahl, wenn man entweder die gegebene Zahl a addire, oder die gleichfalls gegebene Zahl b subtrahire; $(\frac{d+1}{2})^2$ und $(\frac{d-1}{2})^2$ seien zwei Quadratzahlen von der gegebenen Differenz d u.s.w. Auf diese wenigen von uns besonders hervorgehobenen Dinge beschränkt sich keineswegs das Interesse von Jacob's Rechenbuch.
Ungemein viele kaufmännische Aufgaben, Gesellschaftsrechnungen, Mischungsrechnungen, (611)
zusammengesetzte Proportionen und dergleichen sind behandelt, wobei die welsche Praktik nicht zu kurz kommt. Der dritte Theil gehört der Geometrie an, und von ihm war im 68. Kapitel die Rede.

Rechenmeister, wenn auch nicht alle Jacob ebenbürtig, gab es damals in Deutschland, wo man hinblickte. Eine Stadt dürfte aber noch besonders namhaft gemacht werden, in welcher ***eine vollständige Rechenschule*** entstanden war: ***Ulm***[7]. Diese Reichsstadt wetteiferte hierin wie in Vielem mit Nürnberg. Die Ulmer Schule ist begründet durch Conrad Marchtaler, der sich 1545 von Wittenberg, wo er studirte, wo ihm aber die Mittel zum längeren Verweilen ausgingen, dem Ulmer Rathe zur Errichtung einer Rechenschule anbot, ein gern und rasch angenommener Vorschlag. Marchtaler's Nachfolger hiess Gallus Spänlein. Dann war Johannes Kraft 1597 Modist und Rechenmeister. Er verfasste mehrere Lehrbücher, die sehr verbreitet waren. Gleichzeitig war auch ein gewisser David Selzlin Rechenmeister, der Lehrer eines bekannteren Schülers, von dem wir im XV. Abschnitte reden: Johann Faulhaber.

In Frankreich sind Schriften von Pierre Forcadel[8] (S. 549) nennenswerth. Eine

[3]New und wolgegründt Rechenbuch fol. 10 verso.
[4]Ebenda fol. 15 verso bis 16 recto.
[5]Ebenda fol. 104 verso.
[6]Ebenda fol. 239 recto.
[7]Ofterdinger, Beiträge zur Geschichte der Mathematik in Ulm bis zur Mitte des XVII. Jahrhunderts (Ulm 1867).
[8]Fontès in den Mémoires de L'Académie des Sciences, Inscriptions et Belles-lettres de Toulouse, Série 9,

1556–1557 erschienene dreibändige *Arithimétique* enthält manches Eigenthümliche. Zahlentheoretische Aufgaben, wie z. B. die Auflösung von $x^3 + x^2 = y^2$ mittels $x = z^3 - 1$, $y = z(z^2 - 1)$ stehen schon im ersten Bande. Ebendort wird die 5. Potenz der Unbekannten bald *quatriesme quantité* bald *cinquiesme produit* genannt. Die Binomialcoefficienten sind im dritten Bande als die Ziffern der auf einander folgenden Potenzen von 11 erkannt. Das ist sofort ersichtlich bei $11^1 = 11$, $11^2 = 121$, $11^3 = 1331$, $11^4 = 14641$. Bei der 5. Potenz hilft sich Forcadel dadurch, dass er gewissermassen zweiziffrige Ziffern einführt und

$$\begin{array}{cccccc} & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & \\ \hline 1 & 5 & (10) & (10) & 5 & 1 \end{array}$$

als das Product von $11 \cdot 14641$ betrachtet. Eine *Arithmetique par les geets* von 1558 ist ein Lehrbuch des Linienrechnens.

[B] Das Linienrechnen lehrte auch Jean Trenchant in seinem 1566 in Lyon gedruckten Buche *L'arithmétique departie en trois livres. Ensemble un petit discours des changes avec*
(612) *l'art de calculer aux jetons*[9], von dessen Beliebtheit Ausgaben von 1571, 1588, 1602, 1632 zeugen. Jean Trenchant hat auch Zinstafeln herausgegeben[10].

Petrus Ramus mit seinen *Scholae mathematicae* von 1569 verdient hier gleichfalls einen kleinen Platz. Bei den Gesprächen des Verfassers mit Kaufleuten, welche er bei seinen Spaziergängen besuchte (S. 565), lernte er mancherlei unbedeutende Rechenvortheile, welche er schildert. Wir brauchen ihm darin nicht zu folgen. Das Einzige, was wir dem Buche entnehmen möchten, ist die lakonische Art, in welcher das Multiplikationsergebniss: Minus mal Minus giebt Plus, gerechtfertigt wird: *E duabus negatis fit affirmatus, quia multiplicator non est integer*[11], aus zwei Negativen wird ein Positives, weil der Multiplicator nicht vollständig ist. Als Beispiel dient

$$(8 - 9) \cdot (8 - 9) = -72 + 81 + 64 - 72 = 1.$$

Hier ist uns im Drucke zuerst ein Anklang an das Wort `negativ` begegnet, und dem Dialectiker, welcher den Satz kannte, dass zwei Negationen bejahen, lag die Benutzung gerade dieses Ausdruckes nahe. Handschriftlich können wir das Wort etwas weiter zurückverfolgen.

Eine Handschrift der Göttinger Bibliothek, welche in den Jahren 1545–1548 geschrie-
[C] ben ist und einst dem 1574 verstorbenen Mathematiker und Schreibkünstler Stephan Brechtel[12] gehörte, enthält eine muthmasslich auf eine viel ältere Quelle zurückweisende Algebra, die der Namen *numeri affirmativi* und *negativi* sich bedient.

Ein Schüler des Ramus war Salignac[13], ein zweiter Urstisius[14], deutsch Wursteisen (1544–1588), von welchen jener 1575, dieser 1579 ein lateinisches Rechenbuch herausgab, an welchen nichts bemerkenswert erscheint, als die grosse Verehrung ihres Lehrers, welchem übrigens Salignac doch Fehler nachweist.

T. VI (1894), VII (1895), VIII (1896).

[9] B. Boncompagni im *Bulletino Boncompagni* I, 150 Note.

[10] Bierens de Haan, *Bouwstoffen* etc. II, 186.

[11] *Scholae mathematicae* pag. 269.

[12] Doppelmayr S. 203.

[13] Kästner I, 136–139.

[14] Ebenda I, 139–143.

Eine herzlich unbedeutende Arithmetik und eine Algebra, der man kein besseres Zeugniss auszustellen vermag, hat LAZARUS SCHONER[15], ein Sohn von Andreas und Enkel von Johannes Schoner, 1592 herausgegeben. Als Verfasser ist Petrus Ramus genannt, als eine eigene Zugabe des Herausgebers ist aber ein Buch über figurirte Zahlen und ein anderes über das Rechnen mit Sexagesimalbrüchen bezeichnet[16]. Unter figurirten Zahlen versteht Schoner solche, welche durch Multiplication entstanden sind, die Factoren werden Seiten genannt[17]. Eine einzige Bemerkung des Buches lohnt die Mühe des Durchlesens. Schoner beruft sich nämlich einmal auf den 33. Satz des ***Algorithmus demonstratus des Jordanus***[18]. Damit ist festgestellt, dass der Enkel dessen, welcher 1543 den Algorithmus demonstratus herausgab, die Ueberzeugung besass, jene Schrift stamme von Jordanus, und dass er ohne weiteren Zusatz, gleichsam als seinen Lesern hinlänglich bekannt, jener Ueberzeugung Worte lieh. Bedürfte es äusserer Bestätigung für die gegenwärtige Annahme, wer den Algorithmus demonstratus verfasste, so wäre sie, scheint es, hier schwerwiegend gegeben. [D] (613)

Von TARTAGLIA's General Trattato (S. 517) scheint der erste Band wiederholt besonders herausgegeben worden zu sein. Eine Ausgabe[19] führt z. B. den Titel: Tutte l'Opere d'Arithmetica del Famosissimo Nicolo Tartaglia (Venedig 1592–1593). Ein ähnlicher, aber natürlich älterer erste Band wurde vielleicht 1577 in Frankreich unter dem Namen der Arithmetik des Tartaglia von einem GUILLAUME GOSSELIN[20] ins Französische übersetzt und mit Erläuterungen versehen. Welcher Art diese sind, mag an einem Beispiele klar werden, welches überdies sehr an dasjenige erinnert, was wir erst aus den Scholae mathematicae des Ramus vorführten. Es sei [E]

$$6 = 8 - 2 = 10 - 4,$$

also müssen $(8 - 2) \cdot (10 - 4) = 36$ sein, und es komme nur heraus, wenn Minus mal Plus Minus und Minus mal Minus Plus gebe. Ob es ein anderer GOSSELIN mit dem Vornamen PIERRE war, der 1577 in Paris ein Werk *De arte magna* herausgab, und ob dieses Werk in seinem Titel eine Abhängigkeit von Cardano verrathen sollte, wissen wir nicht. [F]

FRANCISCUS MAUROLYCUS (S. 558) hat 1575 in Venedig eine Arithmetik in zwei Büchern herausgegeben, welche wir wegen eines darin vorkommenden neuen Untersuchungsgegenstandes nebst zugehörigem Kunstausdrucke erwähnen. Sei $p(n)$ eine n^{te} Vieleckszahl, so nennt Maurolycus deren Product in n eine *columna*, Säule, und leitet eine ganze Reihe von Sätzen über solche Säulen von Polygonalen her[21]. [G]

Kaum mit solchen minderwerthigen Leistungen vergleichbar, jedenfalls einen ganz anderen wissenschaftlichen Standpunkt einnehmend, sind die arithmetischen Schriften von SIMON STEVIN. Bereits 1584 hat er ***Zinstafeln*** dem Drucke übergeben[22], welche mit vlämischem Texte in Leiden angefertigt und dem Bürgermeister dieser Stadt gewidmet waren, wenn auch der Druck in Antwerpen in der berühmten Plantin'schen Druckerei erfolgte. In der Leidner Werkstätte des gleichen Hauses erschien alsdann 1585 ein stärkerer (614)

---

[15] DOPPELMAYR S. 81 Note g.

[16] *Petri Rami Arithmetices libri duo et Algebrae totidem a Lazaro Schonero emendati et explicati. Eiusdem Schoneri libri duo: alter, de Nuneris figuratis; alter de Logistica sexagenaria* (Frankfurt 1592).

[17] *Figuratus dicitur numerus multiplicatione factus: eiusque factores dicuntur latera* (pag. 217).

[18] pag. 234 lin. 16–17.

[19] G. WERTHEIM brieflich.

[20] KÄSTNER I, 197–200. — POGGENDORFF I, 929–930.

[21] G. WERTHEIM in der Zeitschr. Math. Phys. XLIII, Histor.- literar. Abthlg. S. 42.

[22] QUETELET pag. 147.

Band, vier Schriften in französischer Sprache enthaltend[23]: eine *Arithmétique*, die vier ersten Bücher des Diophant, eine *Practique d'Arithmétique* und eine Abhandlung, welche
[H] den Titel *La Disme* führte, und welche laut einer Vorbemerkung ursprünglich vlämisch niedergeschrieben war. Hier haben wir es mit den beiden letzten Schriften des Bandes zu thun, da die *Arithmétique*, eigentlich eine Algebra, erst nachher zur Rede kommt, die Diophantbearbeitung schon (S. 552) erwähnt wurde.

Die *Practique d'Arithmétique* lehrt alle Rechnungen ausführen, welche die Regeldetri zur Grundlage haben, und die nicht im kaufmännischen Leben vorkommen. Als Schriftsteller, welche Derartiges erfolgreich gelehrt haben, nennt Stevin Namen aus verschiedenen Ländern[24], abermals ein Zeugniss dafür, wie völkergemeinsam damals bereits mathematische Schriften waren. Cardano, Stifel, Tartaglia, Gemma Frisius, Cuthbert Tonstall sind die Erwähnten und wenn ausserdem Juan Peris de Moya auftritt, so ist das in den damals noch fast spanischen Niederlanden begreiflich. Ueberdies hat die *Aritmetica practica y especulativa* dieses Schriftstellers nur innerhalb der Zeit von 1609 bis 1761 dreizehn Auflagen erlebt[25]. In einer noch älteren Ausgabe von 1590 findet sich auf fol. 227 die Ausziehung der Quadratwurzel unter Anwendung der von Chuquet erfundenen Regel der mittleren Zahlen (S. 352), welche De Moya aus dem vielverbreiteten Lehrbuche des De la Roche (S. 371–374) kennen gelernt haben dürfte[26]. Stevin bezog sich auf den früher erschienenen *Tratado di matemáticas* (Alcala 1573). In letzterem ist auch über die Darstellung der Zahlen mittels Fingerbiegung bei den Arabern gehandelt[27]. De Moya ist, wie wir hier einschaltend erwähnen[28], in der Sierra Morena in St. Stefano geboren und war Canonicus in Granada. Das Hauptgewicht legt Stevin in der *Practique d'Arithmétique* auf Zinstafeln,
(615) welche hier in neuem Abdrucke und mit sachlich, nicht bloss sprachlich verändertem Texte erscheinen[29]. Es sind, genauer gesagt, Rabattirungstafeln, welche den Baarwerth einer Forderung von 10 000 000 erkennen lassen, welche erst in 1, 2 bis 33 Jahren fällig zu Zinseszins auf die Gegenwart zurückzuführen ist. Der Zinsfuss ist zunächst in ganzen Procenten als l, 2 bis 16procentig angenommen, dann in Stammbrüchen des Kapitals als $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{16}$ bis herab zu $\frac{1}{22}$ wofür die Ausdrücke dienen *au denier 15, au denier 16* bis zu *au denier 22*, d. h. 1 & Zins für 15, 16, ... 22 & Kapital. Wird umgekehrt nach der Summe gefragt, zu welcher ein Kapital in einer gegebenen Zeit bei Zinseszins zu einem gegebenen Procentsatze anwächst, so soll man mittelbaren Gebrauch von den Tafeln machen. Ist z. B. vermöge derselben 6005739 der Baarwerth von nach 13 Jahren fälligen 10 000 000 bei 4%, so wächst das Kapital K zu 4% in 13 Jahren zu $\frac{10\,000\,000}{6\,005\,739}K$ an. Auch Zeitfragen werden beantwortet[30]. In welcher Zeit wird 800 zu $\frac{1}{17}$ Zins zu 2500? Wir verändern 2500 in 10 000 000, mithin 800 in 3 200 000 und suchen diese Zahl in der Tafel von $\frac{1}{17}$ Zins. Bei 19 Jahren steht dort 3 375 605, also ist die gesuchte Zeit länger als 19 Jahre. Den überschüssigen Bruchtheil eines Jahres soll man folgendermassen suchen. Es fand sich eine um $3\,375\,605 - 3\,200\,000 = 175\,605$ zu grosse Zahl; 3 200 000 giebt zu $\frac{1}{17}$ im Jahre $\frac{3\,200\,000}{17}$ Zins; 170 605 Zins entstehen also in $\frac{17\cdot 175\,605}{3\,200\,000} = \frac{2\,985\,285}{3\,200\,000}$ Jahren. Allerdings kleidet Stevin seine Regel etwas anders ein. Statt

[23] Ebenda pag. 159 Note 1.
[24] Stevin I, 181.
[25] G. Vicuia in der Bibliotheca mathematica, 1890, pag. 35.
[26] G. Wertheim, Die Berechnung der irrationalen Quadratwurzeln und die Erfindung der Kettenbrüche in Zeitschr. Math. Phys. XLII, Supplementheft S. 150.
[27] *Bulletino Boncompagni* I, 312–313.
[28] Vergl. *Bibliotheca Hispana nova auctore D. Nicolao Antonio Hispalensi I. C.* (Madrid 1783) I, 757.
[29] Stevin I, 191–197.
[30] Ebenda I, 199.

den Ueberschuss so zu suchen, wie wir es thaten, vervielfacht er das ganze 3 375 605 mit 17 und dividirt dieses Product durch 3 200 000, wobei als Quotient $17\frac{2\,985\,285}{3\,200\,000}$ erscheint, und von diesem Quotient müsse man immer die ganze Zahl, hier also 17, weglassen[31]. Ist die Frage nach dem Zinsfusse gestellt, mittels dessen etwa 1000 in 7 Jahren zu 2000 geworden sind, so sollen die Tafeln folgendermassen genutzt werden[32]. Statt 2000 muss 10 000 000, also statt 1000 die Zahl 5 000 000 gesetzt werden, und nun suche man, in welcher Tabelle beim 7. Jahre 5 000 000 stehe. Bei 10% findet sich 5 131 582, bei 11% steht 4 816 585, also ist der Zinsfuss zwischen 10 und 11%, näher bei 10 als bei 11.

Nach der Practique d'Arithmétique kommt auf nur sieben Seiten eine Abhandlung[33], welche den vielsagenden Titel führt: *La Disme enseignant facilement expedier par nombres* (616) *entiers sans rompuz tout comptes se rencontrans aux affaires des Hommes*. Ohne Brüche, nur mittels ganzer Zahlen sollen alle Rechnungen, welche im menschlichen Geschäftsleben vorkommen, ausgeführt werden! Wir wissen heute, dass dieser Ausspruch wirklich gewagt werden durfte, dass Decimalbrüche in der That das leisten, was Stevin versprach. Er war von der grossen Bedeutung des in der *Disme* Gelehrten durch und durch erfüllt. Am Schlusse macht er es den Regierungen zur Pflicht, das Ihrige zu thun, um das neue Rechnen zu einem in allen Fällen unmittelbar anwendbaren zu machen; er verlangt mit dürren Worten Decimaltheilung der Münzen, der Maasse, der Gewichte. Möge, fährt er fort, die Einführung der Decimalbrüche vielleicht nicht so bald in Aussicht stehen, als er es wünsche; das sei sicher, dass ein künftiges Geschlecht, wenn nur die Menschennatur die gleiche bleibe, nicht immer einen so grossen Vortheil ausser Acht lassen werde[34]. Er ahnte nicht, dass es noch zwei Jahrhunderte dauern sollte, bis man anfing, seinen Plan zu verwirklichen, trotzdem möglicherweise ein hervorragender Kirchenfürst, Bischof Ernst von Baiern[35] zu Köln ähnliche Gedanken hegte, zum Mindesten wie Adrian van Roomen in einer Vorrede von 1609 erzählt hat, alle Maasse und Gewichte auf eine einzige geometrische Reihe gründen wollte[36]. Wir greifen mit diesem Zwischensatze in eine damals weit entlegene Zukunft vor, wir thun es, um das ganze Gewicht der Stevin'schen Leistung auf uns wirken zu lassen. Der Gedanke decimaler Theilung und decimaler Rechnung, konnte man einwerfen, sei nicht neu gewesen. Gewiss, seit Jahrhunderten hatte das eine Verfahren zur Auffindung angenäherter Wurzelwerthe, hatte die Einrichtung von Sinustafeln, in welchen die Länge des Halbmessers durch eine mit Nullen versehene Einheit dargestellt wurde, darauf vorbereitet. Aber decimal leicht aussprechbare Längen und sogar die Benutzung von Brüchen, deren Nenner aus Einheiten mit Nullen bestehen, sind noch keine Decimalbrüche. Dazu gehört ein Weiteres: die Anwendung der Stellung zur Bezeichnung des verminderten Werthes der einzelnen Zahlzeichen, das darauf beruhende Weglassen der Nenner, und will man daran erinnern, dass auch dieser Gedanke nichts weniger als neu war, dass er bei der fortgesetzten Sexagesimaltheilung der Winkelgrade seit Jahrtausenden bereits in Uebung war, so mag Stevin vielleicht an diese Anregung gedacht haben; aber seiner Erfindung ist dadurch, möchten wir (617) sagen, nur höherer Wert beigelegt; denn warum haben jene Jahrtausende nicht geleistet,

[31] *lesquels 17 on delaissera pour reigle generale.*
[32] Stevin I, 201.
[33] Ebenda I, 206–213.
[34] *Il est certain gue si les hommes futurs sont de telle nature comme ont este les precedens qu'ils ne seront pas tousiours negligens en leur si grand avantage.*
[35] Allgemeine Deutsche Biographie VI, 250–257. Artikel von Ennen.
[36] Le Paige, *Notes pour servir à l'histoire des mathématiques dans l'ancien pays de Liège* in dem Bulletin de l'institut archeólogiques Liègeois XXI, 490–491.

was Stevin als nothwendig erkannte? So ganz vollständig ist allerdings das Wegbleiben der Nenner bei Stevin noch nicht. Er benutzt noch nicht ein Pünktchen oder Komma, um die Einer von den Decimalbruchstellen zu trennen. Er schreibt vielmehr von der Einheitsstelle an jeder Stelle ***zur Rechten*** ein Rangzeichen bei, welches in einer eingeringelten Zahl besteht. Eine eingeringelte 0, l, 2, 3 bezeichnet die links davon befindliche Stelle als Einer, Zehntel, Hundertstel, Tausendstel, z.B. 237 ⓪ 5 ① 7 ② 8 ③ bedeutet ihm $237\frac{578}{1000}$. Aber er sieht doch bereits die Möglichkeit einer kürzeren Schreibweise, denn 54 ② bedeutet ihm schon $\frac{54}{100}$ und in der *Practique de Geometrie*, welche in einzelnen Theilen vielleicht auch bis 1585 zurückgeht (S. 572), findet sich[37] 707 ② für $7\frac{7}{100}$. Bei der Ausführung der Rechnungen, der Additionen, Subtractionen, Multiplicationen, Divisionen, werden die eingeringelten Stellenzeiger ***über*** die betreffenden Ziffern gesetzt und gelten beispielsweise bei der Addition für sämmtliche Posten, sowie für die aus ihnen gebildete Summe, wodurch die Vereinfachung der Schreibweise sich noch erhöht:

		⓪	①	②	③
	2	7	8	4	7
	3	7	6	7	5
8	7	5	7	8	2
9	4	1	3	0	4

Was für Stevin die eigentliche Bedeutung der eingeringelten Stellenzeiger war, werden wir bei Besprechung seiner algebraischen Leistungen sehen.

Ein ***Pünktchen*** oder eine den Einern ihre Wölbung zukehrende ***Halbklammer zur***
[I] ***Abgrenzung von Decimalstellen*** scheint zuerst JOOST BÜRGI[38] (1552–1632 oder 1633) benutzt zu haben. Er war Schweizer von Geburt, brachte aber den grössten Theil seines Lebens in Kassel und Prag zu. In Kassel war Bürgi Hofuhrmacher des um die Sternkunde hoch verdienten LANDGRAFEN WILHELM IV., in Prag kaiserlicher Kammeruhrmacher.
(618) Dort stand er in persönlichen Beziehungen zu KEPLER. Im Jahre 1622 kehrte Bürgi nach Kassel zurück, wo er den Abend seines Lebens verbrachte. Von den Schreibweisen des Namens Bürgi, Burgi, Byrgi ist durch Funde im St. Galler Archive die erste als die richtige gesichert, wenigstens hat seit dem XVI. Jahrhunderte die Familie stets nur Bürgi geheissen. Die lange Lebenszeit Bürgi's und noch mehr die verschiedenartigen Verdienste um derenwillen die Geschichte der Mathematik sich mit ihm zu beschäftigen hat, macht es nothwendig, ihn ausser im XIV. auch noch im XV. Abschnitte zu behandeln. Hier haben wir es zunächst nur mit dem Rechner Bürgi zu thun. Was wir von seiner Bekanntschaft mit Decimalbrüchen oben angedeutet haben, beruht zum Theil auf einer nur handschriftlich vorhandenen *Arithmetica*[39], welche wahrscheinlich kurz nach dem im August 1592 erfolgten Tode des Landgrafen Wilhelm IV., von dem in der Vorrede mit dem Beiworte „hochselicher Gedächtniss“ die Sprache ist, verfasst wurde, und welche mit dem Kepler'schen Nachlasse auf die Bibliothek von Pulkowa kam, der sie noch angehört, zum wesentlicheren Theile auf der Aussage von Kepler. Letzterer sagt in seinem 1616 veröffentlichten *Auszug aus der uralten Messe-Kunst Archimedis*[40]), wo er jene Halbklammer den Lesern erklärt: „diese Art

[37] STEVIN II, 390 letzte Zeile.

[38] RUD. WOLF, Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz (Zürich 1858) I, 57–80. Derselbe, Astronom. Mittheilungen Nr. LXXII und LXXXI. Derselbe, *Bibliotheca mathematica* 1889 p. 33. Derselbe, Handbuch der Astronomie, ihrer Geschichte und Litteratur (Zürich 1890) 86–88 und 173–175.

[39] Ein Auszug von RUD. WOLF in dessen Astronom. Mittheilungen Nr. XXXI.

[40] *Opera Kepleri* (ed. FRISCH) V, 547.

von Bruchrechnung ist von Jost Bürgen zu der sinusrechnung erdacht“. Darnach müsste man auch Bürgi's Unabhängigkeit von Stevin annehmen, was bei einem ohne wesentlichen Unterricht Aufgewachsenen[41] glaubhaft ist. In der handschriftlichen Arithmetik dient eine unter der Einerstelle befindliche 0 bisweilen als Abtheilungszeichen $\underset{0}{1414} = 141\frac{4}{10}$. Am gleichen Orte wird die **`abgekürzte Multiplication`** gelehrt, wofür das Beispiel sich findet

01234	
12358	
01234	
0246	8
037	0
06	1
0	9
01525	

Hier ist allerdings kein Abtheilungszeichen, und man muss aus dem Ergebnisse folgern, dass eigentlich 0,1234 und 1,2358 die Factoren sind welche das Product 0,1525 liefern. In Ueber- (619) einstimmung mit Kepler's Aussage ist die (S. 604) angeführte Thatsache, dass Pitiscus im Tabellenanhange seiner Trigonometrie von 1608 sowie von 1612 (nicht in den früheren Auflagen) das Decimalstellen abtrennende Pünktchen benutzt hat. In derselben Ausgabe [J] seiner Trigonometrie S. 44 nennt aber Pitiscus den Bürgi in einer Weise, als ob er dessen Unterricht genossen hätte, wenn wir auch nicht anzugeben wissen, wo das stattgefunden haben sollte. Es mag für die Einführung jenes Decimalpünktchens nicht unerinnert blei- [K] ben, dass längst bevor man Decimalbrüche schrieb, Pünktchen benutzt wurden, um in sehr grossen Zahlen Gruppen von bald je drei, bald je vier Stellen abzugrenzen. Prätorius hat in seiner Handschrift von 1599 (S. 589) unzweifelhaft selbständig unter der Ueberschrift *Compendiosa multiplicatio duorum inter se sinuum quando factus per 1000 etc. dividendus est* die abgekürzte Multiplication deutlicher und genauer als Bürgi gelehrt[42].

Neben Vieta, Stevin, Bürgi, Prätorius ist ein fünfter Bewerber um die selbständige [L] Erfindung der Decimalbrüche vorhanden: Johann Hartmann Beyer[43] (1563–1625) aus Frankfurt am Main. Dieser veröffentlichte 1603 eine mehrfach neu aufgelegte *Logistica decimalis, das ist die Kunstrechnung mit den zehnteiligen Brüchen.* Beyer nimmt deren Erfindung ausdrücklich für sich in Anspruch. Er bemerkt, es habe ihn, indem er sich zuweilen in den mathematischen Künsten erlustiret, die Praxis der Astronomen, geringere Theile als Grade mit 60theiligen Scrupeln zu messen, auf den Gedanken gebracht, dass statt der sechzigtheiligen Brüche, welche einen mühsamen Calculum erfordern, wohl auch eine andere Denomination anwendbar, und dass hierzu die 10 eine sonderlich bequeme und gleichsam privilegirte Zahl sei, welche im Addiren, Subtrahiren, vornehmlich aber im Multipliciren und Dividiren grosse, bei keiner andern Zahl zu findende Vorteile gewähre. Beyer nennt die Bruchtheile: erste, zweite, dritte ... Zehnder, oder erste, zweite, dritte ... Scrupel, oder Primen, Secunden, Terzen ... und bezeichnet sie durch überschriebene Indices, nach den Ganzen setzt er einen Punkt: $\overset{v}{8.798}$ bedeutet bei ihm also $8\frac{798}{100000}$. Darüber, dass Beyer die

[41] In der Vorrede zur handschriftlichen Arithmetik sagt Bürgi von sich: „der ich doch Griechischer und lateinischer Sprach unerfahren und derohalben die Jenige, wölliche hiervon geschrieben in Irer rechten Sprach nit vernehmen khönde.“ Wolf, Astron. Mittheil. Nr. XXXI S. 9.

[42] Curtze in Zeitschr. Math. Phys. XL, Histor.-liter. Abthlg. S. 7–11.

[43] Poggendorff I, 183. — Unger S. 105, dem wir die Beschreibung der *Logistica decimalis* wörtlich entnehmen.

Stevin'schen Schriften gekannt hat, Zweifel nicht möglich. Die Ausdrücke Prime, Secunde
(620) u. s. w. zeigen eine auffallende Aehnlichkeit mit der Practique d'Arithmetique[44]. Ueberdies ist auf S. 113 von Beyer's Logistica decimalis sogar von Johann Semsen[45] Decimalrechnung (auss Anweisung Simon Stevins) im 3., 4., 5. und 6. cap. lib. Geodaes. ausdrücklich die Rede[46].

Von Stevin's Schriften sei gegenwärtig noch eine erwähnt, *De Apologistica Principum*
[M] *Ratiocinio Italico*, welche 1605 in dem II. Bande der Hypomnemata mathematica erschienen[47]. Rechnung der Fürsten nach italienischer Weise hat man den Titel übersetzt. Es ist ***die Anwendung der doppelten Buchführung auf den Staatshaushalt***. Stevin hatte für die Hofhaltung des Prinz Moritz von Nassau italienische Buchführung eingerichtet, welche ihm entweder aus den Schriften italienischer oder niederländischer und deutscher Gelehrten, oder wahrscheinlicher durch eigene Uebung während der Zeit, in welcher er kaufmännisch sich bethätigte, bekannt war. Waren doch in Nachahmung der Italiener Anleitungen zur doppelten Buchführung von Jan Ympyn 1543, von Valentin Mennher aus Kempten 1550 und 1565 in vlämischer und in französischer Sprache in Antwerpen im Drucke herausgekommen, und waren doch bei Mennher die unpersönlichen Conti neben den persönlichen in fortwährendem Gebrauche[48]. Jetzt wünschte Stevin die Anwendung des in kleineren Verhältnissen Erprobten in einem grossen Staatswesen einzuführen und wandte sich desshalb an den französischen Staatsmann Sully, der ja gerade dem Finanzwesen die grösste Aufmerksamkeit schenkte. Ihm widmete er die Schrift, welche zur Empfehlung jener Buchführung dienen sollte. Wesentlich ist derselben nicht nur das ***doppelte Eintragen jedes einzelnen Postens***, der einmal in einem Soll, das andere Mal in einem Haben vorkommen muss, sondern auch die Einführung der vorerwähnten ***unpersönlichen Conti***. Gerade diese letzteren — z. B. in einem Geschäfte, welches überseeische Producte führt,
(621) die Anlegung eines Kaffeeconto, Theeconto, Pfefferconto u. s. w. — erleichtert ungemein die Uebersichtlichkeit, und diesen Vortheil beabsichtigte Stevin auch in der Staatsbuchführung hervortreten zu lassen, was ihm vollständig und weit rascher gelang, als die Durchsetzung seiner Wünsche nach decimalen Theilungen. Die unpersönlichen Conti, welche Stevin hier einführte, waren die der fürstlichen Küche, der Wohnung, des Marstalls, der Rechnungskammer, ferner solche über das Seewesen, Strafgelder u. s. w.

Wir gelangen zur letzten Gruppe mathematischen Wissens, deren Entwickelung in der
[N] zweiten Hälfte des XVI. Jahrhunderts wir zu suchen haben, zur ***Algebra***.

Einige Schriften, welche ihrem Inhalte wie ihrer Entstehungszeit nach fast besser hierher gehören würden, sind vorgreifend im XIII. Abschnitte geschildert worden. Um den Einblick in den Zusammenhang der Erfindungen nicht einzubüssen, rufen wir die Ueberschriften jener Werke, welche uns statt der Inhaltsangabe dienen müssen, und deren Druckjahre ins

[44] Stevin I,.208 Definition 3: *Et chasque dixiesme partie de l'unité de commencement nous la nommons Prime; et chasque dixiesme partie de l'unité de Prime nous la nommons Seconde, et ainsi des autres chasque dixiesme partie de l'unité de son signe precedent tousiours en l'ordre un d'avantage..*

[45] Johann Sems, ein Niederländer, verfasste gemeinsam mit Joh. Pietersen Dou eine später auch ins Deutsche übersetzte Geodäsie. Kästner III, 291–293.

[46] Hunrath in Neue philologische Rundschau (herausgegeben von Wagner und Ludwig) 1892, S. 235.

[47] Der II. Band der Hypomnemata erschien 1605, der I. erst drei Jahre später 1608. Der Grund lag darin, dass die Schriften des I. Bandes noch ins Lateinische zu übersetzen waren, während die des II. Bandes ursprünglich lateinisch verfasst waren. Ueber die Apologistica vergl. Kästner III, 408–410 und Jäger, Lucas Paccioli und Simon Stevin (Stuttgart 1876), S. 109–137.

[48] Kheil, Ueber einige ältere Bearbeitungen des Buchhaltungs-Tractates von Luca Paccioli (1896) und Kheil, Valentin Mennher und Antich Rocha (1896).

Gedächtniss zurück. Wir nennen Cardano's Practica arithmeticae generalis von 1539, Stifel's Arithmetica integra von 1544, Cardano's Ars magna von 1545, die von Stifel besorgte II. Auflage der Rudolf'schen Coss von 1553, Recorde's Whetstone of witte von 1556, Cardano's Regula Aliza von 1579, desselben Sermo de plus et minus zwischen 1572 und 1576. [O]
Für die letztgenannte ganz kurze Abhandlung war die Zeitbestimmung dadurch gegeben, dass Cardano 1576 starb, während die Abhandlung ein 1572 erstmalig gedrucktes Werk voraussetzt: Bombelli's Algebra. Von diesem Buche und seinem Verfasser haben wir jetzt zu reden.

Was wir freilich von Rafaele Bombelli[49] aus Bologna wissen, ist kaum mehr, als in diesen Worten bereits gesagt ist. Sein Vorname, seine Heimath sind bekannt. Der Titel seines berühmten Werkes heisst *l'Algebra*. Er schrieb dasselbe auf Aufforderung des ihm [P]
geneigten Bischofs von Malfi, und es ist zuerst 1572 in Venedig, dann abermals 1579 in Bologna gedruckt. Damit sind die Notizen seine Persönlichkeit im Wesentlichen erschöpft.

Der Inhalt der Algebra gliedert sich in drei Bücher. Das ***1. Buch*** besteht aus einer Lehre von den Wurzelgrössen, so weit solche bei der Auflösung von Gleichungen Anwendung findet; insbesondere ist Gewicht auf die Ausziehung der Kubikwurzel aus einem Binomium gelegt, von dessen beiden Theilen der eine eine Quadratwurzel ist. Das ***2. Buch*** ist die eigentliche Algebra, die Lehre von den Gleichungen der vier ersten Grade mit einer Unbekannten. Das ***3. Buch*** ist eine Sammlung von ungefähr 300 Aufgaben, welche zur [Q]
Einübung des in den beiden ersten Büchern Gelehrten dienen. (622)

Eine wichtige Stelle des ersten Buches ist lange Zeit so gut wie unbeachtet geblieben. In [R]
ihr ist die ***Ausziehung der Quadratwurzel mittels der Kettenbrüche*** gelehrt[50], also die Formel

$$\sqrt{a^2+b} = a + \cfrac{b}{2a + \cfrac{b}{2a+\ddots}}$$

Freilich hat sich Bombelli mit dem Zahlenbeispiele $\sqrt{13}$ begnügt. Er findet $a = 3$, $b = 4$ und als ersten Näherungswerth $3 + \frac{4}{6} = 3\frac{2}{3}$. dann lässt er $\frac{4}{6}$ zu dem im Nenner befindlichen 6 hinzufügen, so entsteht als weiterer Näherungswerth $3 + \frac{4}{6+\frac{4}{6}} = 3\frac{3}{5}$. Dass Bombelli über die Sache klarer dachte als er sie auszudrücken wusste, geht aus seiner weiteren Behandlung hervor, welche wir in unserem Berichte nur so weit abändern, dass wir die Unbekannte und deren Quadrat durch x und x^2 ersetzen. Ist $\sqrt{13} = 3 + x$, so folgt $13 = 9 + 6x + x^2$, $4 = 6x + x^2$. Gewöhnlich vernachlässigt man x^2 und schreibt nur $4 = 6x$, woraus $x = \frac{2}{3}$ folgt. Will jetzt das vernachlässigte x^2 auch in Rechnung gezogen werden, so muss $x^2 = \frac{2}{3}x$ oben eingesetzt werden. Man erhält also $4 = 6x + \frac{2}{3}x = \frac{20}{3}x$ und $x = \frac{3}{5}$. Dieser neue Werth nöthigt zu $x^2 = \frac{3}{5}x$ d.h. zu $4 = 6x + \frac{3}{5}x = \frac{33}{5}x$ nebst $x = \frac{20}{33}$ u. s. w.

Da die Gleichungen dritten und vierten Grades den Schwerpunkt des Werkes bilden, so ist natürlich, dass Bombelli auch in der damals noch in ganz frischem Angedenken stehenden, kaum erst durchgefochtenen Streitsache zwischen Tartaglia auf der einen, Cardano und Ferrari auf der anderen Seite Partei ergreifen musste. Er that es zu Gunsten der beiden Letztgenannten, sei es dass die Gerechtigkeit ihrer Sache ihn überzeugte, sei es dass für ihn auch ins Gewicht fiel, dass Ferrari von Bologna seine eigene Heimath theilte. Tartaglia,

---

[49] *Libri* III, 181–184.

[50] Wertheim, Die Berechnung der irrationalen Quadratwurzeln und die Erfindung der Kettenbrüche. Zeitschr. Math. Phys. XLII, Supplementheft S. 149–160 mit Berufung auf Bombelli, Algebra S. 35.

so drückt Bombelli sich aus[51], sei von Natur so gewöhnt gewesen, Böses zu sagen, dass er
(623) dachte, ein ehrenvolles Zeugniss für sich abgelegt zu haben, wenn er von einem Anderen Uebles geredet hatte. Auffallen muss dabei, dass Bombelli in dem ganzen Buche nicht ein einziges Mal des Scipione Del Ferro gedenkt, der doch auch Bologneser war, und dem nach übereinstimmender Aussage der Gegner die erste Auflösung der kubischen Gleichung geglückt war.

[S] Die rasche Aufeinanderfolge der beiden Ausgaben, in welchen 1572 und 1579 die Algebra erschien, ist Zeugniss dafür, dass sie Käufer fand, eine für diese Käufer selbst schmeichelhafte Thatsache, da Bombelli's Schreibart durch ungewohnte Namen und Bezeichnungen zuerst fast abschreckend wirken musste. Die Unbekannte nannte Bombelli *tanto* oder *quantita*, ihr Quadrat *potenza*, und das dürfte das erste Vorkommen dieses Wortes sein, welches später die allgemeine Bedeutung erhielt, welche ihm heute noch anhaftet, während Bombelli für den weiteren Begriff mit Tartaglia des Wortes *dignita* sich bedient. Die Quadratwurzel aus einer negativen Zahl heisst *piu di meno* oder *meno di meno*, je nachdem sie selbst positiv oder negativ genommen werden soll. Auch in den Bezeichnungen schlug Bombelli andere als die gewohnten Bahnen ein. Es war gewiss ein glücklicher Gedanke von ihm, die aufeinanderfolgenden Potenzen der Unbekannten durch Zahlen anzudeuten, unter welchen ein kleiner Bogen sich befand, also $\overset{1}{\smile}, \overset{2}{\smile}, \overset{3}{\smile}, \overset{4}{\smile}$ zu schreiben, eine Bezeichnung, welche
[T] wenig später von Pietro Antonio Cataldi in seinem *Trattato del modo brevissimo di trovare la radice quadra delli numeri* von 1613, von welchem im 75. Kapitel zu reden sein wird, aber schon in seinem *Trattato dell' Algebra proportionale* von 1610 dahin verändert wurde, dass die kleinen Bögen unter den Zahlzeichen wegfielen und letztere durchstrichen wurden. Bei Cataldi war also $\not 3$ die dritte, $\not 7$ die siebente und sogar $\not 1$ die erste Potenz der Unbekannten[52]. Glücklich war auch Bombelli's Gedanke, die Wurzeln aus zusammengesetzten Ausdrücken durch eine besondere Bezeichnung deutlich, hervortreten zu lassen. Paciuolo (S. 320) besass bereits das Wort *Radix universalis* mit der Bezeichnung ℞V, um Wurzeln aus vereinigten Grössen zu ziehen, z.B. ℞V7$\tilde{p}$℞14 $= \sqrt{7+\sqrt{14}}$. Cardano in seiner *Practica Arithmeticae generalis* von 1539 unterschied von der *Radix universalis* die *Radix ligata*[53], bei welcher das erste Wurzelzeichen nur der unmittelbar folgenden Zahl
(624) gilt, also zwei Quadratwurzeln addirt werden. Als eigentlich ganz überflüssiges Zeichen schrieb Cardano ein L vor die erste Wurzel, z. B. L ℞7p℞14 $= \sqrt{7} + \sqrt{14}$. Bombelli war der Meinung, man solle für Radix universalis beide Namen, Radix universalis oder Radix legata unterschiedlos gebrauchen[54]; er selbst bediente sich später fast ausschliesslich des Ausdruckes Radix legata. Dabei schrieb er ein L hinter das erste ℞, und eine Umkehrung desselben in der Form ⅃ schloss am Ende den ganzen der Wurzelausziehung unterworfenen Ausdruck ab, z. B.

$$℞L7p℞14⅃ = \sqrt{7+\sqrt{14}}.$$

Solche Vereinigungen unter ein gemeinsames Wurzelzeichen wandte er auch bei Wurzeln

[51] *Di sua natura era cosi assuefatto a dir male, che all' hora egli pensava di haver dato onorato saggio di se, quando che di alcuno havesse sparlato* (S. 5 des Vorwortes *Agli Lettori*).

[52] G. Wertheim in der Zeitschr. Math. Phys. XLIV, Histor.-liter. Abthlg. S. 48.

[53] Cardano IV, 14.

[54] Bombelli, Algebra S. 99.

höheren Grades und auch in Wiederholung an.

$$\text{℞}qL\text{℞}cL\text{℞}q68p2\text{⅃}m\text{℞}cL\text{℞}q68m2\text{⅃⅃} = \sqrt{[\sqrt[3]{(\sqrt{68}+2)} - \sqrt[3]{(\sqrt{68}-2)}]},^{55}$$

$$\text{℞}cL4p\text{dim}\text{℞}q11\text{⅃}p\text{℞}cL4m\text{dim}\text{℞}q11\text{⅃} = \sqrt[3]{(4+\sqrt{-11})} + \sqrt[3]{(4-\sqrt{-11})}.^{56}$$

Wir benutzen dieses letztere Beispiel, um zu zeigen, wie Bombelli an demselben die Wurzelausziehung vollzieht. Sei zunächst allgemein angenommen, man habe es mit $\sqrt[3]{a+\sqrt{-b}} +$ [U]
$\sqrt[3]{a-\sqrt{-b}}$ zu thun, und es sei $\sqrt[3]{a+\sqrt{-b}} = p + \sqrt{-q}$. Die Erhebung zum Kubus und Gleichsetzung der reellen wie der imaginären Theile zeigt, dass $a - p^3 - 3pq$, $\sqrt{-b} = (3p^2-q)\sqrt{-q}$ und dadurch ergiebt sich die zweite Kubikwurzel als $\sqrt[3]{a-\sqrt{-b}} = p - \sqrt{-q}$, die Summe beider also als

$$\sqrt[3]{a+\sqrt{-b}} + \sqrt[3]{a-\sqrt{b}} = p + \sqrt{-q} + p - \sqrt{-q} = 2p.$$

Es kommt also ausschliesslich auf die Auffindung von $2p$ an. Multiplicirt man die beiden Kubikwurzeln miteinander, so entsteht $\sqrt[3]{a^2+b} = p^2 + q$ und, wenn $\sqrt[3]{a^2+b} = c$ rational ist, $p^2 + q = c$, $q = c - p^2$, $-3pq = 3p^3 - 3cp$, $p^3 - 3pq = 4p^3 - 3cp$. Wir hatten aber als ein erstes Ergebniss $a = p^3 - 3pq$, mithin ist p eine Wurzel der kubischen Gleichung $4p^3 - 3cp = a$.

In dem gegebenen Zahlenbeispiele ist

$$a = 4, \quad b = 11, \quad c = \sqrt[3]{4^2+11} = 3$$
$$\text{und} \quad 4p^3 - 9p = 4, \quad 8p^3 - 18p = 8, \quad (2p)^3 - 9(2p) = 8$$

aufzulösen. Kann man, was in diesem Beispiele nicht zutrifft, hieraus mit Leichtigkeit $2p$ (625)
ermitteln, so ist die Aufgabe gelöst. [V]

Dagegen bilde ein anderes Mal[57] $z^3 = 15z + 4$ den Ausgangspunkt der ganzen Untersuchung. Die Formel des Del Ferro lehrt $z = \sqrt[3]{(2+\sqrt{-121})} + \sqrt[3]{(2-\sqrt{-121})}$. Hier ist $a = 2$, $b = 121$, $c = \sqrt[3]{2^2+121} = 5$, $4p^3 - 15p = 2$, $(2p)^3 - 15(2p) = 4$, welches bei $2p = 4$ erfüllt wird. Das hier vorhandene Rationalsein von c tritt immer ein, so oft eine kubische Gleichung den Ausgangspunkt bildete. Aus $x^3 = mx + n$ folgt nämlich

$$x = \sqrt[3]{(\frac{n}{2} + \sqrt{(\frac{n}{2})^2 - (\frac{m}{3})^3})} + \sqrt[3]{(\frac{n}{2} - \sqrt{(\frac{n}{2})^2 - (\frac{m}{3})^3})}$$

mit $a = \frac{n}{2}$, $b = (\frac{m}{3})^3 - (\frac{n}{2})^2$, also $a^2 + b = (\frac{m}{3})^3$ und $c = \sqrt[3]{a^2+b} = \frac{m}{3}$.

Die Bedeutung der Bombelli'schen Untersuchung liegt offenbar nicht etwa darin, dass sie die kubische Gleichung leichter auflösen lehrte. Wir haben ja gerade an dem zuletzt von uns besprochenen Beispiele gesehen, dass die Umwege nur dahin führten, dass man schliesslich zu derselben Gleichung zurückkehrte, von welcher man ausgegangen war, und deren Wurzel 4 somit unmittelbar hätte gefunden werden können. Aber durch die geführte Untersuchung wurde einleuchtend gemacht, dass jene beiden Kubikwurzeln der Del Ferro'schen Formel

[55] Ebenda pag. 356.
[56] Ebenda pag. 294–295.
[57] Bombelli, Algebra pag. 293.

der Auswerthung fähig waren, und dass in Folge derselben die imaginären Theile sich weghoben. „Ein ausschweifender Gedanke“, sagt Bombelli[58] „nach der Meinung Vieler. Ich selbst war eine Zeit lang der gleichen Ansicht. Die Sache schien mir auf Sophismen mehr als auf Wahrheit zu beruhen, aber ich suchte so lange, bis ich den Beweis fand.“

Die Gleichung vierten Grades behandelt Bombelli[59] nach Ferrari, und da wir dessen Methode schon früher (S. 509–510) aus Cardano's Ars magna erörtert haben, so dürfen wir uns hier an der Bemerkung genügen lassen, dass alle Einzelfälle in grosser Ausführlichkeit durchgesprochen werden.

Der Auflösung von Gleichungen durch allgemeine Formeln steht die durch Rechnung mit bestimmten Zahlen gegenüber. Auch mit solchen Methode hat, wie wir wissen, Cardano es versucht.
(626) Ein eigenthümliches Verfahren ersann Johannes Junge[60] aus Schweidnitz,
[W] Rechenmeister zu Lübeck. Er soll es 1577 veröffentlicht haben, aber in welcher Weise ist unbekannt. Die Gleichung wird in zwei Glieder getheilt, so dass die höchste Potenz der Unbekannten für sich allein das eine Glied bildet. Alsdann muss die Gesammtheit aller anderen wieder zu einem Gliede vereinigten Bestandtheile wiederholt durch einen angenommenen Werth der Unbekannten sich theilbar erweisen, wenn die Annahme richtig war.
[X] Ein Beispiel welches Raimarus Ursus (S. 593) in einem nachgelassenen, 1601 gedruckten Werke *Arithmetica analytica vulgo Cosa* aufbewahrt hat, lautet in der verlangten Form: $x^3 = 486 - 90x - 21x^2$. Ist nun $x = 3$ richtig gewählt, so kann $486 = 3 \cdot 162$ mit $-90x$ zu $3(162 - 90) = 3 \cdot 72$ vereinigt werden; $3 \cdot 72$ aber $= 3^2 \cdot 24$ vereinigt sich sodann mit $-21x^2$ zu $3^2(24 - 21) = 3^3$; welches mit x^3 übereinstimmt. Freilich gilt von diesem Verfahren in vollem Maasse was Raimarus darüber sagt, dass es „etwan Conjectural vnd durch etzliche biszweilen auch wol durch viele mutmassungen vnd gleichsam vorattungsweiss verrichtet wird“.

Simon Stevin's im Jahre 1585 gedruckter Band begann mit einer Schrift, die den Titel führte: *L'arithmétique contenant les computations des nombres artihmetiques ou vulgaires: aussi l'Algebre avec les equations des cinq quantitez.* Die letzten Worte geben die Grenze an, bis zu welcher das Buch sich erstreckt, bis zu Gleichungen vierten Grades, da diese aus fünf Einzelgliedern bestehen können. Darüber hinaus oder, wie Stevin sagt[61], über Lois de Ferrare, d. h. Ludovico Ferrari, sich zu erheben, sei ihm nicht gelungen. Er kannte dessen Leistungen offenbar aus Bombelli, welchen er anführt. An Bombelli schliesst Stevin sich im Gebrauche des Wortes *potence* wie in dem von *dignites* an. In ersterer Beziehung geht aber Stevin weiter, da ausser *potence* für das Quadrat der Unbekannten auch *potence cubique*[62] für deren dritte Potenz bei ihm vorkommt. Die Bezeichnung der Potenzen stammt bei Stevin ausgesprochenermassen[63] aus der gleichen Quelle. Er benutzt dazu die eingeringelten Zahlen ①, ②, ③ u. s. w. Der ⓪ habe Bombelli sich nicht bedient, sie entspreche der Zahl. Auch der Begriff ***eines eingeringelten Bruches*** fehlt nicht, wenngleich Stevin ihn nicht anwendet. Er sagt ausdrücklich[64], ein eingeringeltes $\frac{2}{3}$ würde das Symbol für die Kubikwurzel aus dem Quadrate der Unbekannten sein. Kommen mehrere Unbekannte in

[58] Ebenda die drei letzten Zeilen von pag. 293.
[59] Ebenda pag. 353 sqq.
[60] Gerhardt, Math. Deutschl. S. 84–87. — Treutlein, Deutsche Coss, Zeitschr. Math. Phys. XXIV, Supplem. S. 99–102. — Allgem. Deutsche Biographie XIV, 705
[61] Stevin I, 6.
[62] Ebenda I, 58.
[63] Ebenda I, 8.
[64] Ebenda I, 64.

einer Aufgabe vor, so nennt Stevin[65] die zweite, dritte derselben *Quantite posposee seconde,* (627)
tierce und schreibt 1 sec ①, 1 ter ① u. s. w. Auch für Producte solcher Unbekannten sieht Stevin eine Bezeichnung mittels des Multiplicationsbuchstabens M vor, z. B.

$$3xyz^2 = 3①M\text{sec}①M\text{ter}②.$$

Dividiren soll man durch den Divisionsbuchstaben D, z. B.

$$\frac{5x^2z^2}{y} = 5②D\text{sec}①M\text{ter}②.$$

Wir kommen hier auf die Anwendung solcher eingeringelter Zahlen zurück, welche die Rangordnung der Decimalbrüche in Stevin's *Disme* andeuten. Es kann bei dem gleichzeitigen Erscheinen der Disme mit der Algebra kaum einem Zweifel unterworfen sein, dass Stevin, wenn er es auch nirgend ausdrücklich sagt, jene Stellenzeiger als die aufeinander folgenden Potenzen von $\frac{1}{10}$ sich dachte.

Hatte Bombelli ein Zeichen der Zusammengehörigkeit $L\rfloor$ eingeführt, so führte Stevin eine aus zwei mit den gekrümmten Seiten aneinanderstossenden Klammern gebildetes Trennungszeichen[66] ein. Für die Quadratwurzel schrieb er mit Stifel $\surd$, und nun bedeutet $\sqrt{9})(②$, dass das Wurzelzeichen zwar auf 9, aber nicht auf ② sich beziehen solle, dass also $3x^2$ gemeint sei. Neben diesen für die Weiterbildung algebraischer Form nicht ganz unwichtigen Dingen, zu welchen noch der Name *Multinomie algebrique*[67] zu zählen wäre, finden wir bei Stevin auch sachlich Bemerkenswerthes.

Da erwähnt er[68], die Summe zweier Quadratwurzeln könne der zweier anderen Quadratwurzeln nicht gleich sein, wenn die beiden ersten Radicanden theilerfremd seien, d. h. $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{c} + \sqrt{d}$ erfordere $a = m^2 f$ und $b = n^2 f$.

Da sagt er[69], ***man könne den grössten Gemeintheiler zweier algebraischer Multinomien finden.*** Nonius freilich habe es nicht fertig gebracht (S. 389), aber man brauche nur das Verfahren einzuschlagen, welches bei ganzen Zahlen zum Ziele führe. Soll z. B. der grösste Gemeintheiler von $x^3 + x^2$ und $x^2 + 7x + 6$ gesucht werden, so muss man ersteren Ausdruck durch letzteren dividieren. Der Quotient ist x und $-6x^2 - 6x$ bleibt als Rest. Mit diesem Reste dividiert man in $x^2 + 7x + 6$. Der Quotient ist $-\frac{1}{6}$ und $6x + 6$ bleibt als Rest. Letzterer ist in $-6x^2 - 6x$ ohne Rest enthalten, giebt also den gesuchten Gemeintheiler. Die Frage ist, wenn auch leicht zu beantworten, keine müssige, wodurch
Stevin, wodurch vor ihm Nonius sich veranlasst fühlte, überhaupt diese Aufgabe sich zu (628)
stellen? Es handelte sich dabei offenbar um die Auflösung von Gleichungen höherer Grade. Die ersten Versuche zu deren Bewältigung liefen bis zu Cardano's Buch von 1539 und Stifel's Arithmetica integra einschliesslich darauf hinaus, durch glückliches Errathen gewisser hinzuzuaddirender Ergänzungen solche Formen einander gleichwerthiger Ausdrücke hervorzubringen welche ein Weglassen von gemeinschaftlichen Factoren gestatteten. War man nun im Stande, einen, solchen gemeinschaftlichen Factor leicht aufzufinden, so mochte man wähnen, damit um einen wesentlichen Schritt in der Lehre von den höheren Gleichungen weiter gekommen zu sein.

---

[65]Stevin I, 7.
[66]Ebenda I, 10.
[67]Ebenda I, 7.
[68]Ebenda I, 51.
[69]Ebenda I, 56.

Die Auflösung quadratischer Gleichungen beruht schliesslich auf einer auf beiden Seiten der Gleichung vorzunehmenden Ergänzung, und Stevin hat sie von diesem Gesichtspunkte aus gelehrt[70], wenn er auch hinzusetzte, insgemein begnüge man sich damit, die schon abgeleitete Regel anzuwenden.

Bei den kubischen Gleichungen machte Stevin auf die Schwierigkeit aufmerksam, welche das Auftreten negativer Zahlen unter dem Quadratwurzelzeichen verursache[71]. Cardano habe in seiner Regula Aliza, Andere anderwärts gesucht, der Schwierigkeit Herr zu werden. Er finde es unnöthig darauf einzugehen, weil eine allgemeine Regel noch nicht gefunden sei — in unserem Berichte über die Algebra Bombelli's haben wir das Zutreffende dieser Behauptung erkannt — Zufallerfolge verdienten aber nicht, dass man sich lange mit ihnen aufhalte.

Bei manchen Aufgaben, heisst es anderwärts[72], gebe es auch Auflösungen durch Minus *(solutions par –)*, $x^2 = 4x + 21$ werden z. B. durch $x = -3$ erfüllt.

Endlich heben wir eine **näherungsweise Gleichungsauflösung** hervor[73], deren Stevin sich als seiner Erfindung rühmt, und welche jedenfalls den theoretischen Vorzug besitzt, den gesuchten Wurzelwerth allmälig in seinen einzelnen Stellen von der höchsten zur niedersten absteigend entdecken zu lassen. Sei etwa

$$x^3 = 300x + 33915024$$

aufzulösen. Setzt man nach einander $x = l$, $x = 10$, $x = 100$, so wird jedesmal x^3 kleiner und erst bei $x = 1000$ grösser ausfallen als der Werth von $300x + 33915024$. Folglich weiss man schon, dass x zwischen 100 und 1000 liegt, mithin dreiziffrig ist. Man sucht
(629) die Ziffer der Hunderter, welche einen der Werthe l, 2, ... 9 haben muss. Die 1 hat sich schon als zu klein gezeigt, man macht also den Versuch mit 2, 3, 4 und erkennt, dass 2, 3 zu wenig, 4 zu viel giebt, also liegt die Unbekannte zwischen 300 und 400. Die Zehner von 1 an durchprobierend ermittelt man 310, 320 als zu klein, 330 zu gross, sodass man berechtigt ist, 32 als richtigen Anfang anzunehmen und die Einer von 1 an in Angriff zu nehmen. 321, 322, 323 geben zu wenig, 324 stimmt ganz genau und ist daher der Werth der Unbekannten. Stevin macht zwei wichtige Zusatzbemerkungen. Erstens sei es möglich, dass die Unbekannte einen ganzzahligen Werth überhaupt nicht besitze, dann solle man die folgenden Decimalstellen sich verschaffen, was genau nach dem gleichen Verfahren geschehe, welches man zur Ermittelung der höheren Stellen einschlug, und das gleiche Verfahren führe auch zum Ziele, wenn die Unbekannte kleiner als 1 sei. Zweitens komme es vor, dass man sich begnügen müsse, dem Werthe der Unbekannten unendlich nahe zu kommen, ohne ihn zu erreichen[74], und das sei in zwei Fällen möglich, entweder bei Brüchen wie $\frac{5}{6}$, die in einen genau gleichen Decimalbruch sich nicht verwandeln lassen, oder bei Wurzelgrössen, welche irrational sind.

Stevin's Bearbeitung des Diophant haben wir hier nur so weit zu erwähnen, als wir bemerken, dass die gleichen Zeichen dort angewandt sind, welche der Algebra dienen, dass ein Gleichheitszeichen da wie dort fehlt, wiewohl Stevin bei Xylander, dessen lateinische

[70] Stevin I, 69.
[71] Ebenda I, 71–72.
[72] Ebenda I, 77.
[73] Ebenda I, 88.
[74] *Il peut avenir qu'on pourra approcher infiniment au requis sans toutesfois par ceste maniere pouvoir parvenir a la parfaicte solution.*

Uebersetzung er nur weiter ins Französische übertrug[75], ein solches hatte kennen lernen müssen.

Der grösste Algebraiker der Zeit war Vieta. Seine erste algebraische Schrift *In artem analyticam isagoge*[76], Einleitung in die analytische Kunst, erschien 1591. Sie wollte nur einen Theil eines grösseren Werkes unter dem Namen der wiederhergestellten mathematischen Analysis oder der neuen Algebra bilden. Die Titel sämmtlicher Theile sind der Widmung vorausgeschickt, welche in schwülstigem Tone an die aus dem Geschlechte Melusinens stammende Fürstin Katharina von Rohan gerichtet ist. Wir bemerken dabei, dass überhaupt die Sitte der Zeit in Frankreich und Deutschland einer einfachen, klaren Sprache abhold war. Je mehr dem Griechischen entlehnte Neubildungen, je mehr Floskeln, je farbenreichere mythologische Bilder vorkamen, für um so vollendeter galt eine Abhandlung. (630)
Man muss dies wissen, um Stevin's unübertreffliche Klarheit würdigen, um Vieta's und Anderer Unverständlichkeit verzeihen zu können. Ob jene 1591 dem Titel nach vorhandenen Schriften auch thatsächlich alle bereits druckreif waren, wissen wir nicht, wahrscheinlich ist es wohl. Dann stammen aus jener frühen Zeit die 1593 gedruckten *Effectionum geometricarum canonica recensio* (S. 584) und das *Supplementum geometriae*, ebenso die gar erst 1615 mit Beweisen versehenen *Theoremata ad angulares sectiones* (S. 608), welche selbst nur ein Auszug aus einer dreitheiligen Schrift waren[77], von der das Meiste verloren ging. Verloren sind auch die 1591 genannten 7 ersten Bücher der Antworten auf verschiedene Fragen[78], zu welchen offenbar als Fortsetzung das 1593 gedruckte 8. Buch (S. 586) gehörte, jedenfalls ein ungemein zu beklagender Verlust, wenn die ersten Bücher dem letzten nur halbwegs ebenbürtig waren. Die Isagoge ist, wie ihr Name es aussprechen soll, wirklich nur eine Einleitung. Nachdem die **Analysis** oder **Zetetik** als diejenige Kunst des Auffindens geschildert worden, welche von dem als bekannt angenommenen Gesuchten ausgeht, nachdem eine Reihe von beweislos einleuchtenden Sätzen (Gleiches und Gleiches durch Addition, Subtraction, Multiplication, Division verbunden giebt Gleiches. Vier Grössen, von denen zwei zu einem Producte vereinigt das gleiche Product wie die beiden anderen geben, stehen in Proportion u. s. w.) zusammengestellt ist, spricht Vieta im III. Kapitel das erste und allbezügliche **Gesetz der Homogeneität** aus[79]. Den Griechen war dieses Gesetz ursprünglich ein selbstverständliches. Nur Längen können Längen, nur Flächen Flächen, nur Körper Körpern, nur Verhältnisse Verhältnissen verglichen werden. Später wich man von diesem Gesetze, das eine unbeabsichtigte aber zuverlässige Beglaubigung ausgesprochener Sätze mit sich führte, ab. Heron vereinigte Längen und Flächen zu einer Summe (Bd. I, S. 376), Diophant gestattete sich das Gleiche (Bd. I, S. 454). Mag sein, dass Vieta gerade beim Studium des Diophant, den er in der Isagoge selbst anführt[80], auf das Unstatthafte aufmerksam wurde. Jedenfalls hat er zuerst als Gesetz erkannt und ausgesprochen, was meistens nur in dunklem Gefühle der Richtigkeit geübt worden war, und dieses (631)
Verdienst ist grösser als Mancher denken mag. Nachdem das Gesetz der Homogeneität einmal aufgestellt war, hat Vieta im IV. Kapitel seine Folgerungen daraus gezogen. Dieses

[75] Stevin I, 102.

[76] Vieta pag. 1–12. — F. Ritter hat eine mit Anmerkungen bereicherte Uebersetzung im *Bullet. Boncompagni* I, 225–244 erscheinen lassen, welcher der Originaldruck von 1591 zu Grunde liegt.

[77] *Analyse des sections angulaires distribuée en trois parties* nach Ritter's Uebersetzung.

[78] *Sept livres de différentes réponses sur des sujets mathématiques.*

[79] *Prima et perpetua lex . . . quae dicitur lex homogeneorum.* Ueber dieses Gesetz vergl. Marie, *Histoire des sciences mathématiques et physiques* III, 9–19, wo allerdings viel mehr hinein- als herausgelesen wird.

[80] Vieta pag. 5: *Haec est* $\lambda\epsilon\iota\psi\iota\sigma$ *Diophanto, ut adfectio adiunctionis* $\upsilon\pi\alpha\rho\xi\iota\sigma$. Die hier vorkommenden griechischen Ausdrücke beweisen, dass Vieta den Diophant aus einem griechischen Texte kannte.

Kapitel ist den Vorschriften der **Logistica speciosa**, *De praeceptis Logistices speciosae*, gewidmet, und damit war ein Kunstausdruck geschaffen, der fast allein von den zahllosen Neuerungen Vieta's ihn überlebte. Logistik war von Alters her Rechenkunst. Vieta unterschied zwei Gattungen derselben. Sie war *numerosa*, wenn mit Zahlen, *speciosa*, wenn mit versinnlichenden Zeichen von Raumgebilden[81], z. B. mit Buchstaben gerechnet wurde. Die Buchstaben, lauter Initialen des lateinischen Alphabets, stellen demnach Gebilde vor, welche dem Homogeneitätsgesetze unterworfen sind. Es sind Grössen, nicht Zahlen. Auch Tartaglia hob den Unterschied zwischen Zahlen und Quantitäten hervor (S. 519). Für jene bediente er sich der Wörter *multiplicare* und *partire*, für diese gebrauchte er *ducere* und *misurare*. Aehnlich unterscheidet Vieta. Die Grundsätze von Kapitel II enthalten die Ausdrücke *multiplicare* und *dividere*, im Kapitel IV heisst es *ducere* und *adplicare* vielleicht mit Anlehnung an Tartaglia, wahrscheinlicher der Euklidausgabe des Campanus II, 2 beziehungsweise I, 44 entnommen. Das Homogeneitätsprincip hat freilich, und auch dafür liefert Kapitel IV die Belege, den rein geometrischen Untergrund längst aufgegeben. Nicht auf Mannigfaltigkeiten von 1, 2 oder 3 Abmessungen beschränkt sich die Algebra. Fast beliebig hoher Dimension können die in einer Gleichung auftretenden Glieder sein, wenn nur alle gleich hoher. Die von Vieta gelieferten Beispiele erstrecken sich zum *solido-solido-solidum*, d. h. bis zur 9. Potenz der behandelten Grösse, da die einzelnen Bestandteile **addirt** werden, wie es von DIOPHANT geübt wurde, und nicht **multiplicirt**, wie es bei den **Italienern** und deren Nachahmern, z. B. STIFEL geschah. Die Vervielfachung wird durch das Wort *in*, die Theilung durch den Bruchstrich angedeutet. Das Produkt von $\frac{A \text{ planum}}{B}$ in $\frac{Z \text{ quadratum}}{G}$ ist $\frac{A \text{ planum}}{B \text{ in } G}$ in Z quadratum u. s. w. Als Zeichen der Addition und Substrction sind + und - benutzt, ausserdem giebt es noch = als Zeichen der Differenz zweier Grössen[82], ohne dass man anzugeben braucht, welche von beiden die grössere sei. Im V. Kapitel kommt Vieta auf die eigentlichen Gleichungen zu reden. Die gesuchten
(632) Grössen, *magnitudines quaesititiae*, werden durch die Vocale *A, E, I, O, V, Y* dargestellt, die gegebenen, *datae*, durch Consonanten *B, G, D* u. s. w.[83]. Vielleicht suchte Vieta durch diese Anwendung der Vocale sich mit der Uebung von RAMUS, dem damals in Frankreich hochgeschätzten Schriftsteller, in Einklang zu setzen der die gleichen Buchstaben (S. 564) bei der Figurenbezeichnung bevorzugte. Von den Gesetzen, welche Vieta ausspricht, sei nur eines erwähnt[84]: *Antithesi aequalitatem non immutari*. Antithesis heisst nichts Anderes als das Hinüberschaffen eines Gliedes mit entgegengesetztem Vorzeichen auf die andere Seite, welches also als ein die Richtigkeit der Gleichung nicht Beeinträchtigendes gestattet wird. Das VI., VII., VIII. Kapitel geben zu besonderen Bemerkungen wenig Anlass. Höchstens dass aus dem letztgenannten anzuführen wäre dass die Gleichung dazu führe, das Geheimniss der Winkeltheilung zu enthüllen, ohne desshalb Gerades mit Krummem zu vergleichen, wogegen das Homogeneitätsgesetz sich zu sträuben scheine[85].

Unter die 1591 gleichfalls angeführten Schriften gehören *Ad Logisticen speciosam*
[Y] *notae priores* und *posteriores*. Es ist nicht wahrscheinlich, dass eine Veröffentlichung zu Lebzeiten Vieta's stattfand und der zweite Theil ist dann überhaupt nie bekannt

---
[81] *species seu rerum formas.*
[82] VIETA pag. 5.
[83] VIETA pag. 8 No. 5.
[84] Ebenda pag. 9 Propositio I.
[85] Ebenda pag. 12 No. 27 und 28

geworden[86], nur der erste ist in der Gesammtausgabe von 1646 vorhanden[87]. Man kann diese Anmerkungen zur Logistica speciosa füglich in zwei Abtheilungen trennen. Die erste Abtheilung lehrt Multiplicationen von Summen in Differenzen und Potenzerhebungen von Binomien, dann vom 25. Satze an auch Berechnung von Ausdrücken von der Gestalt $(A+B)^m + D^n(A+B)^{m-n}$. Die letztgenannten geben zur Einführung eines Wortes Gelegenheit. Im einfachsten Falle

$$(A+B)^2 + D(A+B)$$

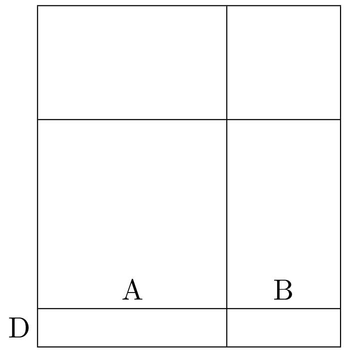


Fig. 126.

handelt es sich geometrisch gesprochen (Figur 126) um das Quadrat einer zweitheiligen Grösse, welche durch Anfügung eines Rechteckes vergrössert ist, dessen eine Seite in Gestalt jener zweitheiligen Quadratseite gegeben ist, während die andere gleichfalls gegebene Seite mit an der Bildung der Figur betheiligt ist. Vieta nennt[88] sie offenbar aus dem hier erörterten, wenn auch bei ihm nicht ausgesprochenen Grunde *longitudo coefficiens*, und damit war das Wort ***Coefficient*** in die Wissenschaft eingeführt. Die zweite Abtheilung beginnt mit dem 45. Satze und han- (633)
delt von der ***Entstehung rationaler rechtwinkliger Dreiecke aus einander***. Damit aus zwei Zahlen A, B, welche die Wurzeln des rechtwinkligen Dreiecks heissen[89], ein solches gebildet werde, benutzt man sie als Anfangsglieder einer geometrischen Reihe, deren drittes Glied folglich $\frac{B^2}{A}$ heisst. Summe und Differenz der beiden äusseren Glieder und das doppelte mittlere Glied (in Vieta's Schreibweise: $A + \frac{B \text{ quadrato}}{A}$, $A = \frac{B \text{ quadrato}}{A}$, $B2$, indem der Zahlenfactor 2 dem B nachgesetzt wird) sind alsdann die drei Seiten des rationalen Dreiecks. Vervielfache man Alles mit A, damit sämmtliche Seiten auf dieselbe Benennung gebracht seien, *ut ad idem genus adplicationis latera quaeque revocentur*, so heissen die Seiten: A quadr. + B quadr., A quadr. = B quadr., A in $B2$. Nun seien zwei rechtwinklige Dreiecke Z, B, D und X, F, G gegeben, d. h. es sei, um von jetzt an die heute gewöhnliche Schreibweise anzuwenden, $Z^2 = B^2 + D^2$, $X^2 = F^2 + G^2$. Dann ist auch $(ZX)^2 = (BG + DF)^2 + (BF - DG)^2 = (BF + DG)^2 + (BG - DF)^2$ mit zweifacher Zerlegung des Productes zweier Quadratsummen in eine neue Quadratsumme, wie sie seit Diophant (Bd. I, S. 451) bekannt war, oder es ist aus zwei Dreiecken in doppelter Art ein drittes gebildet. Statt zweier verschiedener Dreiecke kann man dasselbe Dreieck, et- [Z]
wa A, B, D, zweimal nehmen[90]. Das eine neue Dreieck heisst dann A^2, $2BD$, $B^2 - D^2$, und es hat die Eigenschaft, dass ***sein einer spitzer Winkel doppelt so gross ist, als ein spitzer Winkel des ursprünglichen Dreiecks***. Vieta beweist diese Winkeleigenschaft nicht, er spricht sie nur aus; bei seiner uns aus der Auflösung der Aufgabe Van Roomen's bekannten Gewandtheit, mit trigonometrischen Functionen zu rechnen, kann aber nicht gezweifelt werden, dass sein Gedankengang etwa folgender war. Hiess im ursprünglichen Dreiecke der eine spitze Winkel α, so war $\sin\alpha = \frac{D}{A}$, $\cos\alpha = \frac{B}{A}$, $2\sin\alpha \cdot \cos\alpha = \sin 2\alpha = \frac{2BD}{A^2}$ und also im neuen Dreiecke der Winkel 2α nachgewiesen,

[86] Ritter im *Bullet. Boncompagni* I, 245.
[87] Vieta pag. 13–41. Die französische Uebersetzung von Ritter l.c. pag. 246–276.
[88] Vieta pag. 23 und öfter.
[89] Vieta pag. 33: *Triangulum rectangulum a duabus radicibus effingere.*
[90] Ebenda pag. 36: *A duobus triangulis rectangulis aequalibus et aequiangulis tertium triangulum rectangulum constituere.*

als dessen Cosinus $\frac{B^2-D^2}{A^2}$ erscheint. An diesem Gedankengange ist um so weniger zu zweifeln, als Vieta der eben erörterten Aufgabe als nächste die der Bildung ***des Dreiecks mit dreifachem Winkel***[91] anschliesst. Durch Vervielfachung von $A^2 = B^2 + D^2$ mit
(634) $(A^2)^2 = (2BD)^2 + (B^2 - D^2)^2$ erhält er

$$(A^3)^2 = (B^3 - 3BD^2)^2 + (3B^2D - D^3)^2$$

und

$$\sin 3\alpha = \sin\alpha \cdot \cos 2\alpha + \cos\alpha \cdot \sin 2\alpha$$
$$= \frac{D}{A} \cdot \frac{B^2 - D^2}{A^2} + \frac{B}{A} \cdot \frac{2BD}{A^2} = \frac{3B^2D - D^3}{A^3},$$

was wirklich für den einen spitzen Winkel des neuen, dritten Dreiecks zutrifft. Sogar zum allgemeinsten Falle erhebt sich Vieta[92] und erkennt, dass die stets nach gleicher Vorschrift vorgenommene Bildung des n-ten Dreiecks aus dem $(n-1)$-ten und dem ersten einen spitzen Winkel $n\alpha$ entstehen lässt. Mit anderen Worten: ***Vieta kannte die Formeln, welche sin $n\alpha$ und cos $n\alpha$ aus sin α und cos α zusammensetzen***, nur dass er D statt $\sin\alpha$ und B statt $\cos\alpha$ schrieb und die Hypotenuse des ersten Dreiecks A, die des n-ten Drei-
[a] ecks A^n nannte. Die noch folgenden Sätze können, als von weitaus geringerer Wichtigkeit, übergangen werden.

Auch fünf Bücher ***Zetetica***[93], von welchen ein Abdruck von 1593 bekannt ist, müssen 1591 vorhanden gewesen sein. Man schildert sie am Zutreffendsten als eine Sammlung von Aufgaben welche Diophant entlehnt oder nachgebildet sind. Als einzelnes Beispiel erwähnen wir die 2. Aufgabe des V. Buches[94], welche drei in arithmetischer Progression stehende Quadratzahlen verlangt. Als das erste Quadrat setzt Vieta A^2, als das zweite $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$, das dritte muss folglich $A^2 + 4AB + 2B^2$ heissen und möge $(D-A)^2$ sein. Diese letzte Gleichung giebt, wie ohne weitere Zwischenrechnung gesagt wird, $A = \frac{D^2-2B^2}{4B+2D}$. Dann heisst es sofort weiter: die Seite des ersten Quadrates ist folglich proportional, *similis*, $D^2 - 2B^2$, die des zweiten proportional $D^2 + 2B^2 + 2BD$, die des dritten proportional $D^2 + 2B^2 + 4BD$.

[b] Immer wieder dem gleichen Jahre 1591 gehören nach dem öfters von uns benutzten Inhaltsverzeichnisse die Abhandlungen *De aequationem recognitione et emendatione*[95] an, welche erst 1615 aus Vieta's Nachlasse durch Anderson dem Drucke übergeben worden sind. Die Bezeichnung wechselt in diesen Abhandlungen ebenso wie der Druck. Während der eigentliche Text die Buchstabenbezeichnung in der Art durchführt, wie wir sie als Vieta's Eigenthum kennen gelernt haben (also Vocale für Unbekannte, Consonanten für
(635) Bekanntes, den Buchstaben nachgesetzte Silben quad., cub. u. s. w. zur Bezeichnung der Potenzirung, diesen wieder nachgesetzt Zahlenfactoren) enthalten jedem Kapitelchen beigefügte Anmerkungen Zahlenbeispiele, welche ausser durch die Verschiedenheit der Typen auch dadurch sich unterscheiden, dass in ihnen die Unbekannte und ihre Potenzen durch N (numerus), Q, C mit ihnen vorausgehenden Zahlenfactoren ausgedrückt werden. Im Texte steht z. B. $Aq4$, während die Anmerkung $4Q$ enthält. Man könnte geneigt sein, diese

[91] *Triangulum anguli tripli.*
[92] Vieta pag. 37: *Consectarium generale in diductionibus triangulorum rectangulorum.*
[93] Ebenda pag. 42–81.
[94] Ebenda pag. 76: *Invenire numero tria quadrata aequo distantia intervallo.*
[95] Ebenda pag. 84–126 die erste Abhandlung: *De recognitione* und pag. 127–158 die zweite: *De emendatione.* Ihre Zusammengehörigkeit tritt in den Benennungen als Tractatus primus und Tractatus secundus hervor.

Anmerkungen als von Anderson hinzugefügt anzunehmen, dem Vieta's Notizbücher, *Adversaria*, zur Herausgabe anvertraut worden waren, wenn nicht gerade dieser selbst in einer Vorrede, welche in die Gesammtausgabe von 1646 übergegangen ist, erklärte, sowohl die Gleichungen als die nachträglichen Beispiele[96] hätten sämmtlich von ihm nochmals nachgerechnet werden müssen. Uns gelten desshalb also auch die Anmerkungen als von Vieta herrührend, und darin machen uns die einleitenden Worte des Herausgebers der Gesammtwerke nicht irre, „das Folgende sei, was er über die Anmerkungen Anderson's hinaus zu bemerken gefunden habe“[97], denn wir verstehen unter diesen Anmerkungen Anderson's einen Zusatz am Schlusse der Emendatio, der ausdrücklich dessen Namen führt[98]. Aus der Recognitio heben wir nun Folgendes hervor. Vieta spricht die Aufgabe der eigentlichen Gleichungsauflösung in anderer Form aus. Nicht um die Auffindung einer Unbekannten handelt es sich, sondern **um Herstellung einer aus einer gegebenen Anzahl von Gliedern bestehenden geometrischen Progression**. Aehnlich war die Fragestellung schon bei italienischen Schriftstellern gewesen (S. 487), Veranlassung konnte jene mit einer arithmetischen Indexreihe verglichene Reihe der aufeinander folgenden Potenzen der Unbekannten gegeben haben, welche uns wiederholt aufgefallen ist. Aber Vieta ging über seine Vorgänger weit hinaus. Die quadratische Gleichung leitet sich für ihn aus einer der drei stetigen Proportionen:

$$\begin{array}{rcl} & : & (A+B) \\ A:Z=Z & : & (A-B) \\ & : & (B-A) \end{array}$$

ab[99], welche Z^2 als Product zweier Factoren $A(A+B)$, $A(A-B)$, $A(B-A)$ darstellt. Im letzten der drei Fälle ist die gegebene Zahl B in zwei Theile zerlegt, deren, jeder als die Unbekannte betrachtet werden kann, und darin liegt der Grund der Zweideutigkeit (636)
solcher Aufgaben. Die kubische Gleichung stammt aus einer geometrischen Reihe von vier Gliedern[100]. Ist B das gegebene erste, A das unbekannte zweite Glied, so wird $\frac{A^2}{B}$ das dritte, $\frac{A^3}{B^2}$ das vierte Glied, und kennt man nun noch Z als Summe des zweiten und vierten Glieder, so entspricht die Aufgabe der kubischen Gleichen $A^3 = B^2Z - B^2A$. Aehnlich wird auch die Gleichung $A^3 - 3B^2A = B^2D$ einer viergliedrigen Reihe entnommen. Heisst diese Reihe a, ae, ae^2, ae^3 und ist gegeben die Summe D und das Product B^2 der beiden äussersten Glieder, so entspricht die Summe A der beiden inneren Glieder der ebengenannten Gleichung. Hier ist die Uebereinstimmung mit den erst in Erinnerung gebrachten Italienern so gross, dass zur Gewissheit wird, Vieta habe deren Schriften gekannt, was ohnedies durch Zeitfolge und Verkehrsverhältnisse schon fast ausser Zweifel gesetzt war Grade diese Form der kubischen Gleichung bietet aber Veranlassung einmal $x^2 - 300x = 432$ und dann $300x - x^3 = 432$ ins Auge zu fasssen[101], deren erste durch $x = 18$, die zweite durch $x = 9 \pm \sqrt{57}$ erfüllt wird. Vieta vereinigt nicht alle drei Auflösungen, indem er der Gleichung $300x - x^3 = 432$ auch die Wurzel $x = -18$ zuspricht, weil er hier wie anderwärts **negative Wurzeln nicht anerkennt**. Im Uebrigen erscheint hier bei $B > \frac{1}{2}D$

[96] Vieta pag. 83: *exemplorum notae epilogisticae.*
[97] Ebenda pag. 549: *Praeter ea quae hic adnotavit Andersonus animadvertimus porro haec quae sequuntur.*
[98] Ebenda pag. 159–161: *Appendix ab Alexandro Andersono operi subnexa.*
[99] Ebenda pag. 85–86.
[100] Vieta pag. 86.
[101] Ebenda pag. 91.

der ***irreductible Fall***, und Vieta verweist für dessen Klarstellung ausdrücklich auf die Lehre von der Winkeltheilung[102]. Damit ist die aus der Schrift über die Van Roomen'sche Aufgabe schon in hohem Grade wahrscheinliche Annahme sicher gestellt, dass Vieta zur Lösung des genannten Falles von dem trigonometrischen Satze $\cos a^3 - \frac{3}{4}\cos a = \frac{1}{4}\ cos3a$ ausging, und zu dem gleichen Ergebnisse führte (S. 585) ein genaueres Studium der 1591 schon vorhandenen, 1593 gedruckten Schrift Supplementum Geometricum. Nun folgen, immer noch in der Recognitio, Umformungen, *transformationes*. Zwischen zwei Unbekannten A,E können die mannigfachsten Beziehungen obwalten. Die erstere A kann ersetzt werden durch $E-B$, durch $B-E$, durch $B+E$, durch $\frac{E}{B}$, durch $\frac{B}{E}$; es kann zwischen E^2 und AE die Differenz, es kann deren Summe gegeben sein und sonst jede beliebige für zweckmässig
(637) erachtete Verbindung[103], immer wird an Stelle der Gleichung in A eine solche in E treten, und kennt man die Wurzel der einen, so ist die der anderen mitgefunden. Vieta kommt in
[c] höchst eigenthümlicher Fassung auf die Vielheit der Wurzeln einer Gleichung zu reden[104]. Er fragt nämlich nach den Beziehungen zwischen solchen Gleichungen, welche nur darin sich unterscheiden, dass die Unbekannte das eine Mal A, das andere Mal E sei, während alle bekannten Grössen unverändert auftreten. Alsdann könne man, sagt er, diese bekannten Grössen durch die A und E darstellen, und er versteht darunter ***die Abhängigkeit der Coefficienten einer Gleichung von ihren Wurzeln***. $\overline{F+G}$ in $A-Aq$ aequari F in G sei z. B. die Gleichung, deren Wurzeln F und G sind. Auch hier sind aber nur positive Wurzeln gemeint, und einer Möglichkeit negativer Wurzeln geht Vieta bei quadratischen Gleichungen ebenso aus dem Wege, wie er es bei kubischen Gleichungen that. Er sagt[105], wenn $A^2+BA=Z^2$ und $E^2-BE=Z^2$, so müsse $B=E-A$, $Z^2=EA$ sein. Die Abhängigkeit der Coefficienten von den positiven Wurzeln bei Gleichungen höherer Grade ist Vieta gleichfalls nicht entgangen, doch hat er diese erst in der Emendatio erörtert, deren Besprechung wir uns jetzt zuwenden. Die Verbesserung einer Gleichung besteht in der Anwendung von Mitteln, welche die Recognitio bereits kennen lehrte. Vieta giebt diesen Mitteln einzelne Namen, welche hier erwähnt werden mögen, um zu rechtfertigen, was früher von Vieta's Benennungssucht bemerkt wurde. *Expurgatio per uncias*[106] ist die Wegschaffung des zweithöchsten Gliedes in der Gleichung n-ten Grades durch die Einsetzung von $x=y-\frac{a}{n}$, wie man in den Zeichen neuerer Algebra, deren wir von hier an uns zu bedienen gedenken, schreiben würde. Insbesondere bei quadratischen Gleichungen in ihren sämmtlichen drei althergebrachten Formen wird die Anwendung gelehrt und damit jede derselben in eine reinquadratische Gleichung umgeformt, mithin gelöst. Auch bei der kubischen Gleichung ist die Anwendung bei allen zahlreichen Einzelfällen, welche sich unterscheiden lassen, vorgenommen. *Transmutatio* $\pi\varrho\omega\tau o\upsilon$ — $\epsilon\sigma\chi\alpha\tau o\upsilon$[107], setzt $x=\frac{k}{y}$ und schafft dadurch ebensowohl Minuszeichen als irrationale Gleichungsconstanten weg. Sei $x^4-8x=\sqrt[3]{80}$ vorgelegt. Mittels $x=\frac{\sqrt[3]{80}}{y}$ gelangt man zu $y^4+8y=80$. *Anastrophe*[108] findet ihre Anwendung bei Gleichungen ungeraden Grades und besteht in

[102] *At elegantius et praestantius ex analyticis angularium sectionum huiusmodi aequalitatum constitutio eruitur.*
[103] Vieta pag. 92: *Postremo per modos compositos et excogitanda ab artifice et tentanda, quae suo fini magis inservire coniiciet, figmenta.*
[104] Vieta Pag. 106 sqq.
[105] Ebenda pag. 123–124.
[106] Ebenda pag. 127–132.
[107] Ebenda pag. 132–134.
[108] Ebenda pag. 134–138.

folgendem: $ax - x^3 = k$ lässt die Folgerung $x^3 + y^3 = ax + (y^3 - k)$ zu. Wäre nun $y^3 - k = ay$ (638)
oder $y^3 - ay = k$, so könnte jene gefolgerte Gleichung durch $x + y$ dividirt werden und gäbe den Quotienten $x^2 - yx + y^2 = a$, d. h. eine nach x quadratische Gleichung, welche leicht gelöst ist, wenn man y kennt. Die Umwendung bestand also in der Zurückführung von $ax - x^3 = k$ auf $y^3 - ay = k$. Aehnlich verwandelt man $ax^2 - x^3 = k$. Zunächst schreibt man $x^3 + y^3 = ax^2 - (k - y^3)$; dann nimmt man an, es sei $k - y^3 = ay^2$, also $y^3 + ay^2 = k$ der Lösung unterbreitet; zuletzt wird wieder mit $x + y$ in die dazu vorbereitete Gleichung dividirt, und es entsteht neuerdings eine quadratische Gleichung $x^3 - yx + y^2 = ax - ay$. `Isomoeria`[109] heisst die Umwandlung in Folge von $x = \frac{y}{a}$ oder von $x = ay$, welche entweder Brüche fortschafft oder Gleichungsconstanten herabsetzt. $x^3 + \frac{11}{12}x = \frac{57}{12}$ verwandelt sich durch $x = \frac{y}{12}$ in $y^3 + 132y = 8208$, während $x^3 + 12x^2 + 8x = 2280$ durch $x = 2y$ in
$y^3 + 6y^2 + 2y = 285$ übergeht. Dann kommt noch `Climactica Paraperosis`[110] welche das [d]
Rationalmachen einzelner Coefficienten durch Potenzirung bezweckt, worauf der Grad der neuen Gleichung dadurch wieder herabgesetzt wird, dass man eine Potenz der Unbekannten als neue Unbekannte wählt. Nach diesen fünf Verbesserungsverfahren wendet sich Vieta zur Gleichung 4. Grades, die er auf eine solche 3. Grades zurückführt[111]. Schält man aus den behandelten Einzelfällen den gemeinsamen Gedanken heraus, so zeigt sich eine Verwandtschaft mit FERRARI's Verfahren (S. 509), insofern die vom kubischen Gliede befreite Gleichung so umgewandelt wird, dass eine Quadratwurzelausziehung thunlich ist, aber volle Uebereinstimmung ist nicht vorhanden. Vieta schliesst nämlich von $x^4 + ax^2 - bx = c$

$$\text{auf} \quad x^4 + x^2y^2 + \frac{1}{4}y^4 = x^2y^2 + \frac{1}{4}y^4 + c - ax^2 - bx$$
$$\text{oder} \quad (x^2 + \frac{1}{2}y^2)^2 = (y^2 - a)x^2 - bx + (\frac{1}{4}y^4 + c).$$

Die Quadratwurzelausziehung rechts ist möglich., wenn $4(y^2 - a)(\frac{1}{4}y^4 + c) = b^2$ oder $y^6 - ay^4 + 4cy^2 = 4ac + b^2$, beziehungsweise bei $y^2 = z$, wenn $z^3 - az^2 + 4cz = 4ac + b^2$. So ist Vieta zu der Notwendigkeit gelangt, die kubische Gleichung aufzulösen, und er schlägt dabei einen ihm eigenthümlichen Weg ein[112], welcher um so geistreicher erscheint, je gewisser wir (S. 636) behaupten konnten, dass Vieta mit den Arbeiten seiner italienischen Vorgänger
bekannt gewesen sein muss. Sei $x^3 + 3ax = 2b$, so ist $y^2 + xy = a$ zu setzen, also $x =$ (639)
$\frac{a-y^2}{y}$, wodurch, die gegebene Gleichung in die nach y^3 quadratische Form $y^6 + 2by^3 = a^3$ übergeht. Wie kam Vieta zu dieser Substitution? Er sagt es nicht, aber es ist, glauben wir, gelungen[113], seinen Gedankengang herzustellen. Er mag $x^3 + 3ax = x(x^2 + 3a)$ gesetzt und an seine Anastrophe gedacht haben, d. h. er wollte den einen Factor als Differenz $z - k$, den anderen als $z^2 + kz + k^2$ herstellen, damit als Product die Differenz $z^3 - k^3$ auftrete, auf welche Tartaglia's Verse schon hinwiesen (S. 488). Ist aber $x = z - k$, so ist $x^2 + 3a = z^2 - 2kz + k^2 + 3a$, und dieses wird zu $z^2 + kz + k^2$, wenn $z = \frac{a}{k}$, d.h. $x = \frac{a}{k} - k = \frac{a-k^2}{k}$
. Nun war bei dieser Annahme die Unbekannte ganz verloren gegangen. Vieta versuchte, [e]
ob $k = y$ gesetzt deren Stelle einnehmen könne, und das Gelingen des Versuchs bildete die neue Auflösung. Vieta giebt nun noch eine Anzahl von Betrachtungen, welche auf besonders geformte Coefficienten, auf Rationalität oder Irrationalität der Gleichungswurzel u. s. w.

[109] VIETA pag. 138-139.
[110] Ebenda pag. 140.
[111] Ebenda pag. 140-148.
[112] Ebenda pag. 149-156.
[113] MARIE, *Histoire des sciences mathématiques et physiques* III, 59-60.

sich beziehen und schliesst die Abhandlung mit einem **Collectio quarta** überschriebenen Kapitel[114], welches den Zusammenhang zwischen den positiven Wurzeln einer Gleichung und deren Coefficienten vollständig enthüllt, welcher in der Recognitio erst angedeutet war. Die Gleichungen 2., 3., 4., 5. Grades werden vorgeführt: $x = a$, $x = b$ seien die zwei Wurzeln von

$$(a+b)x - x^2 = ab;$$

$x = a,\ x = b,\ x = c$ seien die drei Wurzeln von

$$x^2 - (a+b+c)x^2 + (ab+ac+bc)x = abc;$$

$x = a,\ x = b,\ x = c,\ x = d$ seien die vier Wurzeln von

$$\begin{gathered}(abc+abd+acd+bcd)x\\ -(ab+ac+ad+bc+bd+cd)x^2\\ +(a+b+c+d)x^3 - x^4 = abcd;\end{gathered}$$

$x = a,\ x = b,\ x = c,\ x = d,\ x = e$ sind die fünf Wurzeln von

$$\begin{gathered}x^5 - (a+b+c+d+e)x^4\\ +(ab+ac+ad+ae+bc+bd+be+cd+ce+de)x^3\\ -(abc+abd+abe+acd+ace+ade+bcd+bce+bde+cde)x^2\\ +(abcb+abce+abde+acde+bcde)x = abcde,\end{gathered}$$

und damit wolle er die Abhandlung krönen; er habe anderwärts ausführlich davon gehan-
[f] delt[115]. Wo diese ausführliche Behandlung stattfand, ist durchaus unbekannt; wir wagen
(640) es kaum, unsere Leser an die verlorenen *Notae posteriores ad Logisticen speciosam* denken zu lassen. Auffallen könnte der Wechsel der Anordnung in den vier Gleichungen. Beim 2. und 4. Grade beginnt das Gleichungspolynom mit der ersten, beim 3. und 5. Grade mit der höchsten Potenz der Unbekannten. Der Grund davon liegt auf der Hand. Vieta will die Gleichungsconstante immer positiv und will auch das Gleichungspolynom immer mit einem positiven Gliede anfangen lassen.

Wir sind bei der letzten Abhandlung Vieta's angelangt: *De numerosa potestatum purarum atque adfectarum ad exegesin resolutione*[116]. Auch sie steht im Bande von 1591 als eine Abtheilung der Algebra vorn aufgezeichnet, aber auch sie ist erst wesentlich später gedruckt GHETALDI hat 1600 in Paris die Herausgabe besorgt[117]. Zuerst ist die Auflösung von reinen Gleichungen vollzogen[118], wozu es selbstverständlich nur Wurzelausziehungen bedarf. Vieta zieht solche **Wurzeln bis zur sechsten**, wobei die Binomialcoefficienten der betreffenden Potenz als bekannt vorausgesetzt sind; langwierige Rechnungen, deren Unverlässlichkeit es geradezu zu einer Lebensfrage der Rechenkunst machte, bald ein anderes sie ersetzendes Mittel zu ersinnen. Der weit umfassendere zweite Abschnitt[119] handelt von den unreinen Gleichungen, welche **in näherungsweiser** Auflösung nach einem der
[g] Wurzelausziehung verwandten Verfahren behandelt werden. Es ist ein Verfahren, welches

---

[114] VIETA pag. 158.

[115] *Atque haec elegans et perpulchrae speculationis sylloge, tractavi alioquin effuso, finem aliquem et Coronidem tandem imposito.*

[116] VIETA pag. 163–228.

[117] Ebenda pag. 550.

[118] Ebenda pag. 163–172.

[119] Ebenda pag. 173–228.

zwar mit dem Grade der Gleichung sich ändert, mithin als ein vollkommen einheitliches nicht erachtet werden kann; als weiterer Mangel ist stets die Auffindung nur einer, und zwar positiven Wurzel angestrebt, aber immerhin ist der Grundgedanke ein bleibender und ein weit vollkommenerer als der, dessen Erfinder STEVIN war. Sei die quadratische Gleichung $x^2 + cx = a$ zu lösen, welche durch die Wurzel $x = x_1 + x_2 + x_3$ erfüllt werde, deren einzelne Bestandteile Ziffern von aufeinanderfolgendem Stellenrange bedeuten sollen. Die Gleichung nimmt durch Einsetzung dieses Werthes die Gestalt an:

$$\begin{aligned} a &= x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3 + x_3^2 + cx_1 + cx_2 + cx_3 \\ &= x_1^2 + cx_1 + (2x_1 + c)x_2 + x_2^2 + (2(x_1 + x_2) + c)x_3 + x_3^2. \end{aligned}$$

Man sucht zuerst x_1 was verhältnissmässig leicht ist, bildet alsdann $a - x_1^2 - cx_1$ und sucht mittels Division durch $2x_1 + c$ die nächste Stelle x_2 zu ermitteln u. s. w. Wir wollen Vieta's Beispiel

$$x^2 + 7x = 60750$$

prüfen[120]. Hier ist $x_1 = 200$. Dann ist $60750 - 41400 = 19350$ durch $2x_1 + 7 = 407$ zu dividiren, wodurch (641)

$$x_2 = 40, \quad (2x_1 + c)x_2 + x_2^2 = 17880$$

entsteht, und der nächste Rest ist $19350 - 17880 = 1470$. Der weitere Divisor ist $2(x_1 + x_2) + c = 487$, der Quotient also $x_3 = 3$. Nun lässt $(2(x_1 + x_2) + c)x_3 + x_3^2 = 1470$ den Rest 0 erscheinen, folglich ist $x = 243$. Bei einer Gleichung dritten Gerades $x^3 + cx = a$, deren Wurzel wieder als $x = x_1 + x_2 + x_3$ gedacht ist, findet sich durch Einsetzung dieses Werthes und leichte Umformung [h]

$$\begin{aligned} a &= x_1^3 + cx_1 + (3x_1^2 + c)x_2 + (3x_1 + x_2)x_2^2 \\ &+ (3(x_1 + x_2)^2 + c)x_3 + (3(x_1 + x_2) + x_3)x_3^2. \end{aligned}$$

und die Anwendung[121] auf $x^3 + 30x = 14356197$ liefert abermals $x = 243$. Zur Auflösung von $x^3 + cx^2 = a$ führt die Formel[122]

$$\begin{aligned} a &= x_1^3 + cx_1^2 + (3x_1^2 + 2cx_1)x_2 + (3x_1 + x_2 + c)x_2^2 \\ &+ 3(x_1 + x_2)^2 + 2c(x_1 + x_2))x_3 + (3(x_1 + x_2) + x_3 + c)x_3^2. \end{aligned}$$

Wir begnügen uns mit dieser Angabe und mit der Bemerkung, dass, Vieta als so unerschrockener Rechner sich bewährt, dass er an die Gleichung $x^6 + 6000x = 191246976$ sich wagt[123]. Auch Fälle mit negativem x werden dann untersucht, wie[124] $x^2 - 240x = 484$ mit der Wurzel $x = 242$ u. s. w.

Den Leistungen eines Vieta gegenüber, welche seit 1591 zur Veröffentlichung vorbereitet, theilweise seit eben jener Zeit veröffentlicht worden sind, erscheint doppelt dürftig, was im letzten Jahrzehnt des XVI. Jahrhunderts in Deutschland unter dem Namen Algebra gedruckt werden konnte. Wir müssen dahin die (S. 612) im Vorbeigehen erwähnte, 1592 gedruckte Algebra von RAMUS zählen, für welche vielleicht mit mehr Recht LAZARUS SCHONER verantwortlich zu machen ist, dahin auch ein Rechenbuch von ANDREAS HELMREICH[125] von Eissfelde, Rechenmeister und Visirer zu Halle, welches 1595 die Presse verliess [i]

[120] Ebenda pag. 174–175.
[121] VIETA pag. 177–178.
[122] Ebenda pag. 180. Vieta's Beispiel ist $x^3 + 30x^2 = 86220288$.
[123] Ebenda pag. 193.
[124] Ebenda pag. 197.
[125] KÄSTNER I, 147–149.

Wir bemerken, dass Ramus die unbekannte Grösse durch l als Anfangsbuchstaben von *latus* bezeichnet. Helmreich und sein Buch würden wir der verdienten Vergessenheit überlassen, wenn es nicht eine eigenthümliche Uebereinstimmung mit der (S. 612) gleichfalls erwähnten Göttinger Handschrift von 1545–1548 zeigte, welche einen immerhin beachtenswerthen Gegenstand betrifft. Bei Helmreich findet sich eine geschichtlich sein sollende Notiz von einem Algebras zu Ulem, dem grossen Geometer in Egypten zur Zeit des Alexandri
(642) Magni, der da war ein Präceptor Euklid's des Fürsten von Megarien und dergleichen tolles Zeug noch mehr. Genau derselbe Wust eröffnet als Prolog jene Handschrift, nur noch etwas ausführlicher. Auch eine noch ältere, auf das XIV. bis XV. Jahrhundert geschätzte Handschrift in Dresden[126] enthält ähnlichen Wust Da soll das Buch arabisch verfasst sein zur Zeit Alexander des Grossen, von diesem ins Indische, von Archimed ins Griechische, von Appulejus ins Lateinische übersetzt sein. Die Anfangsworte der Göttinger Handschrift lauten: *Algebrae Arabis Arithmetici viri Clarissimi liber ad Ylem Geometram praeceptorem suum*, und das Sonderbarste dabei ist, dass dieses **Ylem**, wie es bei dem Einen, **Ulem** wie es bei dem Anderen heisst, eine Verketzerung eines arabischen Wortes, welches **Lehren** bedeutet, sehr ähneln soll, wie Sprachkundige uns versichern. Hier könnte also die Erinnerung, wenn nicht gar die mittelbare Erhaltung einer sonst nicht näher bekannten arabischen Algebra vorhanden sein.

Dem gewiss gerechten Bedauern über die Drucklegung so unbedeutender Leistungen
[j] in Deutschland könnte ein mit der Literatur geringen Gehaltes in anderen Ländern genauer bekannter Leser vielleicht ein Wort des Trostes entgegensetzen, es sei auch dort die Druckerschwärze nicht selten missbraucht worden. Wir begnügen uns mit dem jedenfalls angenehmeren Gefühle, zum Schlusse des Abschnittes auch noch Männer nennen zu können, welche in Deutschland sich wirkliche Verdienste um die Algebra erworben haben: Joost Bürgi, Pitiscus und Raimarus Ursus. Bürgi[127] kam zu den algebraischen Arbeiten bei Berechnung einer genauen Sinustabelle, die selbst einen doppelten Zweck erfüllen sollte. Sie sollte einmal da dienen, wo in Folge trigonometrisch behandelter Aufgaben Sinusse vorkamen, sie sollte zweitens bei **prosthaphäretischen Multiplicationen** in Anwendung treten. Es ist (S. 454) gezeigt worden, worin dieses Verfahren bestand, und (S. 597) dass es Werner zugeschrieben worden ist. Damit fällt die Erzählung, welche Raimarus Ursus
[k] entstammt[128]. Der eigentliche Erfinder wäre darnach Paul Wittich aus Breslau, der um 1582 bei Tycho Brahe auf der Insel Hveen war und dort, vielleicht mit Tycho gemeinsam, das Verfahren ersann und übte. Als er etwa 1584 nach Kassel kam, habe er es ohne Beweis Bürgi mitgetheilt, der nun selbst einen Beweis fand, dabei die Fruchtbarkeit des Satzes
(643) erkannte und ihn erweiterte. Wittich's Satz, den er sehr wohl selbständig nacherfunden haben kann, war vermuthlich der folgende:

$$\sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{1}{2}[\sin(90^o - \alpha + \beta) - \sin(90^o - \alpha - \beta)]$$

d.h.

$$\sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{1}{2}[cos(\alpha - \beta) - cos(\alpha + \beta)]$$

unter der Voraussetzung $\alpha + \beta < 90^o$, und Bürgi's Erweiterung liess $\alpha + \beta > 90^o$ zu, so

[126] Codex Dresdensis C. 405. Curtze brieflich.

[127] Vergl. einen Auszug aus den in Pulkowa aufbewahrten Bürgi'schen Papieren von Rud. Wolf indessen Astronomischen Mittheilungen Nr. XXXI (Zürich 1872).

[128] Rud. Wolf, Astron. Mittheilungen Nr. XXXI S. 10–11 und Nr. XXXII S. 55–67.

dass alsdann

$$\sin\alpha \cdot \sin \cdot = \frac{1}{2}[\sin(90^o - \alpha + \beta) + \sin(\alpha + \beta - 90^o)].$$

Gegenwärtig ist dieses wegen $\sin A = -\sin(-A)$ sofort einleuchtend und bedarf keines neuen Beweises. In den achtziger Jahren des XVI. Jahrhunderts war das noch wesentlich anders, und jede Formel musste besonders entdeckt werden. Wir erinnern nur an die noch anderen, wenn auch prosthaphäretischen Formeln sehr nahe verwandten Gleichungen des Rhäticus (S. 602). Um so überraschender ist eine weitere Anwendung, welche Bürgi von dem Gedanken der Prosthaphäresis machte, und die in wiederholter Benutzung desselben unter wahrscheinlich `erstmaliger Einführung eines Hilfswinkels` besteht. Die Formel [l]
der sphärischen Trigonometrie

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A$$

verwandelte er durch $\sin b \cdot \sin c = \frac{1}{2}[\cos(b-c) - cos(b+c)] = \cos x$ in die nur Additionen erfordernde Gestalt

$$\cos a = \frac{1}{2}[cos(b-c) + cos(b+c) + cos(x-A) + cos(x+A)].$$

Ein gewisser Jacob Curtius scheint dann Clavius von der prosthaphäretischen Metho- [m]
de Kenntniss gegeben zu haben, der selbst wiederum an Tycho darüber schrieb. Andere erhoben gleichfalls Ansprüche auf die Urheberschaft der damals wichtigen Methode, aber ohne dass dieselben gerechtfertigt erscheinen. Jedenfalls war also Bürgi's Augenmerk auf die Herstellung einer genauen Sinustafel gerichtet, und dazu musste er in geometrische Untersuchungen eintreten, welche ihm Gleichungen zwischen einer Sehne und der Sehne n-ten Theils ihres Bogens verschafften. Bei $n = 2$ war das Quadrat der Sehne $4x^2 - x^4$. Bei $n = 3$ war die Sehne $3x - x^3$. Bei $n = 4$ war das Quadrat der Sehne $16x^2 - 20x^4 + 8x^6 - x^8$, wofür Bürgi $\overset{II}{16} - \overset{IV}{20} + \overset{VI}{8} - \overset{VIII}{1}$ schrieb, und ähnliche Gleichungen leitete er ab bis zu $n = 20$. Die Schreibweise, welche wir eben als die Bürgi's bezeichneten[129], und welche wiederholt in dessen Papieren älteren Datums vorkommt, aus einer Zeit, in welcher Bürgi noch nicht Kep- (644)
ler bekannt war, ähnelt der von Bombelli sowie der von Stevin, doch dürfen wir desshalb die Selbständigkeit Bürgi's hier so wenig anzweifeln, als bei der Erfindung der Decimalbrüche (S. 617). Wir haben das frühe Datum betont, zu welchem Bürgi seiner Bezeichnung der Potenzen der Unbekannten sich bediente, weil damit ein Widerspruch, wenn nicht erklärt, doch unwirksam gemacht wird, der in einem Ausspruche Kepler's enthalten ist. Im I. Buche der 1619 gedruckten *Harmonice mundi* setzt Kepler mit ausdrücklicher Beruft auf Bürgi die Gleichung auseinander, welche die Seite des regelmässigen Sehnensiebenecks im Kreise vom Halbmesser 1 bestimmen lasse. Bürgi, sagt er[130], schreibe $1R, 1z, 1c, 1zz, 1zc$ u. s. w. und dann fährt er fort: *quod nos commodius signabimus per apices sic*, was ich bequemer durch Gipfelzahlen bezeichnen will, nämlich so

$$1, 1^I, 1^{II}, 1^{III}, 1^{IV}, 1^V, 1^{VI}, 1^{VII} \text{ etc.}$$

Man wird darnach annehmen müssen, dass Bürgi in seiner Schreibweise wechselte, und dass er gerade an der hier von Kepler erwähnten Stelle sich der althergebrachten Bezeichnungen bediente, welche dann Kepler durch diejenigen ersetzte, von denen er wusste, dass

[129] Rud. Wolf, Astronom. Mittheilungen Nr. XXXI S. 18.
[130] *Opera Kepleri* (ed. Frisch) V, 104.

Bürgi sich ihrer meistens zu bedienen pflegte. Dass er letzteres nicht durch eine besondere Bemerkung hervorhob, mag darin seinen Grund gehabt haben, dass er der Sache keine übermässige Wichtigkeit beilegte und sich keineswegs eine Erfindung zuschreiben, sondern eine getroffene Abänderung entschuldigen wollte. Die Stelle des Kepler'schen Werkes lehrt in ihrer Fortsetzung noch zwei hochwichtige Dinge kennen, welche als Bürgi's Eigenthum erscheinen. Die betreffende Gleichung der Siebenecksseite, heisst es nämlich weiter, sei die folgende: *figurae nihili aeque valent quantitates hae*

$$7^{I} - 14^{III} + 7^{V} - 1^{VII} \ \text{ vel } \ 7 - 14^{II} + 7^{IV} - 1^{VI}.$$

Prodit autem illi ex aequatione, quam iuvat mechanice, valor radicis non unus, sed in quinquangudo duo, in septangulo tres, in nonangulo quatuor et sic consequenter. Bürgi
[n] hat darnach mit vollem Bewusstsein erstens ***die Gleichung auf Null gebracht***, zweitens erkannt, dass unter Benutzung derselben Theilpunkte der Kreisperipherie als Eckpunkten 2 Fünfecke, 3 Siebenecke, 4 Neunecke u. s. w., allgemein n Vielecke von $2n + 1$ Seiten möglich seien, wenn man ausser dem convexen Vielecke auch die Sternvielecke verschiedener Ordnung in Betracht ziehe, und dass ***die Seiten der letzteren Vielecke***
(645) ***die weiteren Wurzelwerthe der gegebenen Gleichung seien***. Wir haben gesagt, dass Bürgi Gleichungen zwischen den Sehnen des einfachen und des n-fachen Bogens bis zu $n = 20$ abgeleitet habe. Er hat sie auch in Form einer Tabelle zusammengestellt, deren beliebige Ausdehnung möglich sei. Um die Sehne von 4 Winkelsecunden zu erhalten, müsse man erwägen, dass

$$360^{o} = 360 \cdot 60 \cdot 60 = 1296000''$$

das 324000-fache von 4" sei, und müsse die Tafel so weit verlängern. „Ich will Dirs aber nit rathen diss zu besorgen, Du möchtest das Nachtmahl darüber versäumen“ meint er dabei und fährt fort, man könne, wegen $324000 = 2^5 \cdot 3^4 \cdot 5^3$, sich etwas leichter die nothwendige Gleichung verschaffen, indem man 5 Verdoppelungen des Bogens, 4 Verdreifachungen, 3 Verfünffachungen nach einander vornehme. Bürgi war also, und zwar muthmasslich gleichfalls selbständig, zu ganz ähnlichen Ergebnissen gelangt wie Van Roomen und Vieta jeder für sich (S. 606). Die Frage, welche uns gegenwärtig die bedeutsamste ist, richtet sich darauf, wie Bürgi die einmal aufgestellten Gleichungen von theilweise sehr hohem Grade zur näherungsweisen Auflösung brachte. Bei der Dreitheilung kam es, wenn x die Sehne des einfachen, 1 die Sehne des dreifachen Bogens darstellte, auf die Gleichung $1 = 3x - x^3$ an und dabei insbesondere auf die Auffindung einer Verbesserung Δx_1, nachdem ein Näherungswerth x_1 einmal gefunden war. Die Einsetzung von $x = x_1 + \Delta x_1$ in $1 = 3x - x^3$ liefert

$$3x_1^2 \cdot \Delta x_1 + 3x_1 \cdot \Delta x_1^2 + \Delta x_1^3 - 3\Delta x_1 = 3x_1 - x_1^3 - 1 = (3 - x_1^2)x_1 - 1$$
$$\text{und daraus} \quad \Delta x_1 = \frac{(3 - x_1^2)x_1 - 1}{2x_1^2 + (3x_1 + \Delta x_1)\Delta x_1 - (3 - x_1^2)}.$$

Wir haben gewiss nicht erst zu sagen, dass Bürgi keine auch nur ähnliche Entwicklung vornimmt, Thatsache ist aber, dass er bei der wirklichen Rechnung nur den im Nenner auftretenden Theil $(3x_1 + \Delta x_1)\Delta x_1$ durch $2x_1 \cdot 10^n$ ersetzt, wo n die Stellung der gesuchten Verbesserung bestimmt, beziehungsweise den Rang derjenigen decadischen Einheit ergiebt, welche grösser ist als die Verbesserung. Er setzt nämlich $x_1 = 1$ and gleichzeitig $n = 0$, so wird $\Delta x_1 = \frac{1}{2} = 0,5$ und $x_1 + \Delta x_1 = x_2 = 1,5$. Jetzt wird $n = -1$ und

$$\Delta x_2 = \frac{(3 - 1,5^2)1,5 - 1}{2 \cdot 1,5^2 + 2 \cdot 1,5 \cdot \frac{1}{10} - (3 - 1,5^2)} = \frac{0,125}{4,05} > 0,03.$$

Man wird daher $\Delta x_2 = 0,03$, $x_2 + \Delta x_2 = x_3 = 1,53$, $n = -2$ setzen müssen, *und das ist es, was Bürgi thut!* Bei höherem Grade der Gleichung rechnet Bürgi nach einer verfeinerten Methode des doppelten falschen Ansatzes, auf welche auch Cardano's goldene (646)
Regel sich gründete (S. 506). Der Auszug aus der Pulkowaer Handschrift, welchem wir folgen, giebt als Beispiel Bürgi's Behandlung der Neunecksgleiehung $9 - 30x^2 + 27x^4 - 9x^6 + x^8 = 0$. Durch graphische Versuche wird gefunden, dass $0,68 < x < 0,69$, d. h. dass eine Länge von 0,68 des Halbmessers eines Kreises in den Zirkel genommen mehr als 9 Mal im Umkreise sich auftragen lässt, während 0,69 bei gleichem Versuche über den Ausgangspunkt hinaustrifft. Jetzt beginnt für Bürgi die Rechnung und indem er für x die beiden genannten Werthe in die Gleichung einsetzt, findet er selbstverständlich als Summe des Gleichungspolynoms nicht 0, sondern $+0,0569$ bei $x = 0,68$ und $-0,0828$ bei $x = 0,69$. Einer Zunahme von x um 0,01 entspricht eine Abnahme des Gleichungspolynoms von 0,1397. Damit 0 entstände, müsste die Abnahme 0,0569 betragen, Bürgi setzt desshalb in Proportion $0,1397 : 0,0569 = 0,01 : \Delta x$ mit $\Delta x = 0,0040$. Behufs einer zweiten Rechnung wird nun $x = 0,6840$ und $x = 0,6841$ eingesetzt. Die hier auftretenden Fehler sind $+0,00056410$ bei $x = 0,6840$ und $-0,00004029$ bei $x = 0,6841$. Aus ihnen folgt die Proportion

$$0,00140012 : 0,00056410 = 0,0001 : \Delta x \quad \text{mit } \Delta x = 0,00004029,$$

und folglich ist in sehr bedeutender Annäherung $x = 0,68404029$ zu setzen.

Die gleiche Aufgabe der Auffindung von Sehnen einfacher Bögen aus denen der n-fachen Bögen mit Hilfe von zwischen diesen Strecken obwaltenden Gleichungen höherer Grade hat Pitiscus im zweiten Buche seiner Trigonometrie von 1612 erklärtermassen *im Sinne Bürgi's* (S. 619) gelöst[131]. Die nach der Regel des doppelten falschen Ansatzes geführten Rechnungen stimmen auch vollständig mit Bürgi's Gedankengange überein. Pitiscus will z. B. aus der Sehne von 30^o, welche 5176381 zur Länge hat, die von 10^o berechnen. Die Gleichung heisst hier $a = 3x - x^3$, wo a die bekannte Sehne bedeutet[132]. Aus ihr folgt $x = \frac{a}{3} + \frac{x^3}{3}$ oder $x > \frac{a}{3}$. Nun ist $\frac{a}{3} = 1725460$, und etwas grössere Zahlenwerthe wären 1730000, 1740000, 1750000. Die Annahme $x = 1730000$ giebt $3x - x^3 = 5138223$ oder 38158 zu wenig. Die Annahme $x = 1740000$ giebt $3x - x^3 = 5167320$ oder 9061 zu wenig. Nun wird nach den Regeln des doppelten falschen Ansatzes $1740000 \cdot 38158 - 1730000 \cdot 9061 =$
50719390000 durch $38158 - 9061 = 29097$ dividirt, wodurch der Quotient 1743114 sich (647)
ergiebt, und dieser dient als neuer Näherungswerth. Setzt man ihn in $3x - x^3$ ein, so entsteht 5176378 oder 3 zu wenig. Richtig muss demnach ein x sein, welches um ein Geringes grösser ist als 1743114. Der Versuch zeigt, dass 1743115 bereits zu gross ist, dass also x zwischen den beiden angegebenen Zahlen liegt, welche ganzzahlig geschrieben ebenso wie der Zahlenwerth von a, als Theile des zu 10000000 angesetzten Halbmessers verstanden werden müssen. Die Zwischenrechnungen sind bei Pitiscus nicht ausführlicher als hier in

[131] Pitiscus, *Trigonometria*, (1612) pag. 44: *Adhuc aliter, per subtensas et per Algebram ex mente Iusti Byrgii (Algebram qui nescit, Algebraica transiliat, hic et per totum reliquum librum. Non enim necessitati, sed tantum curiositati haec data sunt).*

[132] Ebenda pag. 51–53.

unserem Berichte mitgetheilt. Algebraisch nennt Pitiscus folgende Behandlung z. B. der
[o] Gleichung $(10000000)^2 = 4x^2 - x^4$, welche x als Sehne von 30^o enthält, wenn die Sehne von 60^o oder der Halbmesser als 10000000 gegeben ist[133]. Die durch $x^2 = y$ umgeformte Gleichung $4y = 10^{14} + y^2$ lässt erkennen, dass man 4 als Divisor des Ausdruckes rechts zu benutzen hat, dem man aber bei Fortsetzung der Division immer die Verbesserung y^2 wieder hinzufügen muss. Ist etwa $y = y_1 + y_2 + y_3 + \ldots$, wo $y_1, y_2, y_3 \ldots$ aufeinanderfolgende Stellen bedeuten, so kommen bei fortschreitender Division regelmässig zwei Nullen vom Dividendus an den Theilrest herunter, und überdies ist bei der ersten Division an der niedrigsten Stelle, d. h. rechts, y_1^2 zu addieren, bei der zweiten Division ebenda $2y_1y_2 + y_2^2$, bei der dritten $2(y_1 + y_2)y_3 + y_3^2$ u. s. w. Zum mindesten geht solches aus dem Verfahren des Pitiscus hervor, das Verfahren zu erläutern schien ihm entweder überflüssig oder unausführbar. Er rechnet $1 : 4 = 0, 10 : 4 = 2$, nimmt also $y_1 = 2$, $y_1^2 = 4$ und bildet $100 + 4 - 80 = 24$ beziehungsweise unter Herabziehung von zwei Nullen 2400. Nun heisst es weiter

$$24 : 4 = 6 = y_2, \quad 2y_1y_2 + y_2^2 = 2 \cdot 20 \cdot 6 + 36 = 276,$$

also $2400 + 276 - 2400 = 276$ ist der neue Rest, 27600 der neue Dividendus. $27 : 4 =$ beinahe $7 = y_3$. Nun folgt

$$2(y_1 + y_2)y_3 + y_3^2 = 2 \cdot 260 \cdot 7 + 49 = 3689,$$

27600 + 3689 - 28000 = 3289 und 328900 als neuer Dividendus u. s. w. Wir sahen, dass y_3 etwas grösser gewählt wurde und gewählt werden durfte, als $27 : 4$ eigentlich zulässt, weil vor der Abziehung des Theilproductes der Theildividendus noch eine Ergänzung erfuhr. Das Gleiche tritt jedesmal ein, und demgemäss wird man stets den Versuch wagen müssen, den Theilquotienten eher etwas zu gross als zu klein zu wählen. Pitiscus nennt bei dem soeben beschriebenen Verfahren die unbekannte Grosse *latus* und bezeichnet sie, ihr Quadrat und Biquadrat durch l, q, bq. Daneben hat bei ihm l auch die Bedeutung der Seite
(648) eines gegebenen Quadrates, d. h. einer Quadratwurzel.

[p] Noch ein zweiter Schüler Bürgi's hat auf Auflösung von Zahlengleichungen sein Augenmerk gerichtet: Raimarus Ursus[134], als Verbesserer des Junge'schen Verfahrens (S. 626). Raimarus schlägt nämlich vor, statt eines beliebigen Versuchswerthes der unbekannten Grösse einen derartigen zu wählen, dass die Muthmassung „nicht mehr so vnendlich circumvagiern vnd vmbschweiffen mag“. Dazu habe man ein Mittel „durch Erfindung aller Divisorum oder theiler“. Die Stelle lässt kaum eine andere Deutung zu, als dass Raimarus verlangt, man solle die einzelnen Theiler der Gleichungsconstante versuchsweise statt der Unbekannten einsetzen. Er wird wohl dabei nicht das Bewusstsein gehabt haben, dass der Wurzelwerth ein Theiler der Gleichungsconstanten sein müsse; diese Kenntniss war ihm fern Er dachte nur daran, dass, wenn etwa $x^3 = 486 - 90x - 21x^2$ zur Auflösung vorlag, der Theiler 3 der Zahl 486 es möglich machte $486 - 90x$ zu $3(162 - 90)$ u. s. w. umzuwandeln, beziehungsweise zu vereinigen.

Unsere in diesem Abschnitte getroffene Anordnung entbindet uns der Aufgabe, nochmals zusammenfassend zu erörtern, was auf jedem Gebiete geleistet worden ist, da diese Leistungen schon gebietweise vereinigt auftreten. Zur Würdigung einzelner, besonders hervorragender Geister müssen wir dagegen, wie wir (S. 546) es in Aussicht gestellt haben, deren Einzelleistungen zu einem Gesammtbilde vereinigen. Stevin, Vieta, Bürgi waren

[133] Pitiscus *Trigonometria* (1612) pag. 47–49.
[134] Gerhardt, Mathem. Deutschl. S. 85.

Männer so umfassender Thätigkeit, dass bei ihnen geboten erscheint, was wir zusagten. Zur Schilderung Bürgi's besitzen wir noch nicht alle Züge. Eine gewaltige Leistung wird erst der nächste Abschnitt uns vor die Augen führen. Nur Stevin und Vieta bilden unsere augenblickliche Aufgabe.

Stevin war uns ein Mechaniker allerersten Ranges, war uns der erste Erfinder des Rechnens mit Decimalbrüchen, der Empfehler ihrer praktischen Einführung. Er war endlich der Urheber einer ersten theoretisch richtig erdachten Auflösung von Zahlengleichungen.

Vieta ragt noch ungleich grösser aus seiner geistigen Umgebung hervor. Ein gewandter Geometer, ein geistreicher Zahlentheoretiker, ein geübter Rechner in cyclometrischen Untersuchungen würde er schon um der Leistungen auf diesen Gebieten willen zu den aussergewöhnlichen Schriftstellern gehören. Grösseres leistete er in der Lehre von den trigonometrischen Functionen, in der Lehre von den Gleichungen, in der Verbindung beider Gebiete. Das Grösste ist und bleibt seine Erfindung der Buchstabenrechnung, die Ausdehnung des Gedankens, unbekannte Grössen durch Symbole zu beziehen auf bekannte, aber unbestimmt gelassene Grössen.

Kleine Bemerkungen zum Kapitel 69

[A] Es ist richtig, daß im 8. Buche der JORDANschen Arithmetik die Summenformel der Quadratzahlen nicht in der uns geläufigen Form vorkommt, aber in Wirklichkeit wird sie im 36. Satze gelehrt. Dieser Satz lautet: „Si cuilibet cubo adjungatur basis sua, et triangularis basi sue equilaterus: efficietur triplus sui pyramidi." Nun hat JORDANUS früher (Satz 27) angegeben, daß die Tetragonalpyramidalzahlen durch Summierung der Quadratzahlen erhalten werden, und der 36. Satz besagt also gerade, daß

$$x^3 + x^2 + \frac{x(x+1)}{2} = 3(1^1 + 2^2 + \ldots + x^2).$$

Auch die Sätze 31 und 34 handeln von der Summe der Quadratzahlen, und sie enthalten implizite die Formel

$$1^2 + 2^2 + \ldots + x^2 = (x+1) \cdot \frac{x(x+1)}{2} - \frac{x(x+1)(x+2)}{6}.$$

Dagegen habe ich die Summenformel der Kubikzahlen im 8. Buche des JORDANUS nicht auffinden können. Freilich ist es leicht, diese Formel auf Grund des 28. Satzes des 7. Buches herzuleiten; in diesem Satze wird nämlich nach NIKOMACHOS und BOËTIUS bewiesen, daß $1, 3+5, 7+9+11, 13+15+17+19$ usw. die successiven Kubikzahlen sind. Übrigens behauptet SIMON JACOB nicht, daß die Summenformeln im 8. Buche des JORDANUS vorkommen, sondern nur, daß sie daraus „jhre Demonstration vnd gewissheit" haben.

BM 7, 388 G. ENESTRÖM.

[B] D'après *L'interméd. d. mathém.* **2**, 1895, p. 20, la première édition de l'arithmétique de JEAN (ou Jan) TRENCHANT (ou Tranchant) parut à Lyon en 1558, et de nouvelles éditions en ont été publiées à Lyon en 1561, 1566, 1571, 1578, 1588, 1602, 1605, 1631, 1643, et à Rouen en 1632 (cf. *L'interméd. d. mathém.* **5**, 1898, p. 252), 1647, 1660. Le *Catalogo della biblioteca del principe* D. P. BONCOMPAGNI I (Roma 1895), p. 493, mentionne une édition de Lyon 1610, et M. H. BOSMANS a bien voulu m'avertir que la bibliothèque de l'université de Gand possède une édition publiée à Paris en 1618. Dans des ouvrages bibliographiques on trouve aussi indiquées des éditions de Lyon 1563 et de Rouen 1675.

BM 2, 356–357 G. ENESTRÖM.

[C] Die Handschrift der Göttinger Bibliothek aus dem Besitze STEPHAN BRECHTELS ist die **2** : 642 erwähnte Algebra des INITIUS ALGEBRAS.

BM 2, 146

Da Z. 19 – 23 die Göttinger Handschrift der Algebra des INITIUS ALGEBRAS im Vorübergehen erwähnt wird, könnte man die Bemerkungen, die sich auf diese Arbeit beziehen, hier unterbringen. Jetzt beschränke ich mich darauf hinzuweisen, daß die Algebra einen kleinen Beitrag zur Geschichte der Auffindung der Faktoren ganzer Zahlen bietet. Das Verfahren des INITIUS ALGEBRAS ist wesentlich das folgende (siehe M. CURTZE, *Die Algebra des INITIUS ALGEBRAS*; *Abhandl. zur Gesch. d. mathem. Wiss.* **13**, 1902, S. 545 – 548). Ist N die gegebene ganze Zahl, und wird $N = n^2 + a$ gesetzt, wo $a < 2n + 1$, so untersucht man, ob die Zahlen $\frac{m^2+a}{n-m}$ $(m = 1, 2, 3, \ldots)$ ganz oder gebrochen sind; ist $\frac{m^2+a}{n-m}$ eine ganze Zahl, so ist $n - m$ ein Faktor von N. Die Richtigkeit der Regel ist leicht einzusehen, denn

$$\frac{N}{n-m} = \frac{n^2+a}{n-m} = \frac{n^2m^2+m^2+a}{n-m} = n + m + \frac{m^2+a}{n-m}.$$

BM 8, 212 G. ENESTRÖM.

[D] Hier wird auf die Seite 612 in BM **1**, S. 277 verwiesen. Dort finden sich aber keine *Kleinen Bemerkungen*, sondern eine Rezension zum 2. Band der *Vorlesungen*. Sie enthält den Passus:

> Nun ist es ja wahr, daß in einer historischen Arbeit die bibliographischen Notizen nur Nebensache sind, und daß es für die Schilderung des Entwicklungsganges der mathematischen Theorien ganz gleichgültig ist, ob z. B. die erste Auflage von RAMUS' Algebra 1586 oder 1592, wie Herr CANTOR (S. 612, 641) angiebt, erschien.[1]

BM 1, 277 [G. ENESTRÖM]

Ich habe schon vor 12 Jahren (BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 277) ganz im Vorübergehen angedeutet, daß L. SCHONERUS die Algebra von RAMUS nicht 1592 sondern schon 1586 herausgab, und dabei habe ich auch, bemerkt, daß die Frage an sich recht gleichgültig sei. Anderseits ist es für die Beurteilung eines gewissen Ausspruches des Herrn CANTOR (siehe die folgende Bemerkung) von Interesse zu wissen, inwieweit Herr CANTOR selbst für seine Angabe verantwortlich ist.

Vorläufig bemerke ich, daß es wirklich eine Ausgabe 1592 der fraglichen Algebra gibt; beispielsweise wird im Kataloge der BONCOMPAGNIschen Bibliothek ein Exemplar desselben verzeichnet (siehe *Catalogo della Biblioteca del principe* D. BALDASSARRE BONCOMPAGNI 1, Roma 1895, S. 483), und da Herr CANTOR in der Fußnote 8 den vollständigen Titel dieser Auflage zum Abdruck bringt, dürfte man daraus folgern können, daß er selbst ein Exemplar zur Verfügung gehabt hat. Auf der anderen Seite könnte man behaupten, daß Herr CANTOR fast verpflichtet war, die Existenz der Ausgabe 1586 zu kennen, denn in seiner Fußnote 7 verweist er auf eine Stelle bei DOPPELMAYR und daselbst steht: „LAZARUS SCHONERUS ... beförderte ... eine Arithmeticam und Algebram von RAMUS ... A. 1586 in 8vo in Franckfurt zum Druck.“ Ferner findet sich in der von Herrn CANTOR oft zu Rate gezogenen Arbeit: *De universae mathesios natura et constitutione* (Amsterdam 1650, S. 321) von G. J. VOSSIUS die folgende Notiz: „Anno C|Ɔ |Ɔ LXXXVI LAZARUS SCHONERUS PETRI RAMI Arithmetices libros duos, et Algebrae totidem, emendavit, atque explicuit. Ipse etiam unum de numeris figuratis, alterum de Logistica sexagenaria, librum edidit. ... Excudit Francofurti Ioan. Wechelus.“ Eine Bestätigung der Angabe hätte Herr CANTOR auch, bei MURHARD (*Litteratur der mathematischen Wissenschaften* **1**, Leipzig 1797, S. 170–17l) gefunden, denn MURHARD gibt durch ein Sternchen ausdrücklich, an, daß er die Auflage 1586 selbst gesehen habe; allerdings dürfte Herr CANTOR

[1] Vgl. Anhang B *G. Dörflinger*

in den *Vorlesungen* nie die Bibliographie von MURHARD zitiert, folglich, auch nie benutzt haben.

Wie Herr CANTOR dazu kam, die Existenz der Ausgabe 1586 zu übersehen, weiß ich nicht; möglicherweise ist er durch die schlecht redigierte Angabe von HEILBRONNER (*Historia matheseos universae,* Leipzig 1742, S. 797): „LAZARUS SCHONERUS, A. 1586. PETRI RAMI Arithmetices libros duos, et Algebrae totidem, emendavit ... Excudit Francofurti Joannes Wechelus 1592. VOSSIUS“ dazu veranleitet worden.

Ein Faksimile des Titelblattes der Auflage 1586 hat D. E. SMITH in den *Rara arithmetica* (Boston 1908, S. 332) gebracht.

BM 13, 71 G. ENESTRÖM.

Es ist durchaus richtig, daß L. SCHONERUS am Anfange seines Buches *De numeris figuratis* angibt, er verstehe unter figurierten Zahlen solche, welche durch Multiplikation entstanden sind, aber aus dieser Definition ist es kaum möglich zu erraten, was sein Buch enthält. In Wirklichkeit beschäftigt er sich vorzugsweise mit dem Fall, in dem die Faktoren *gleich* sind, d. h. mit Potenzen, und behandelt im Zusammenhang hiermit auch Wurzeln, sowie die Rechnung mit Wurzelgrößen und einfacheren algebraischen Ausdrücken. Man könnte also sagen, daß er unter figurierten Zahlen eigentlich Potenzen und Wurzeln versteht.

Von größerem Interesse als der sachliche Inhalt des Buches *De numeris figuratis* sind indessen, wie Herr CANTOR auch andeutet, einige darin vorkommende Zitate. Außer dem von ihm erwähnten Verweis auf den 33. Satz [nämlich des 2. Teiles] des „*Algorithmus demonstratus* des JORDANUS“, kommt bei SCHONERUS noch ein zweiter Verweis auf dieselbe Schrift vor, nämlich inbetreff des Satzes $(a+1)^3 - a^3 = a^2 + (a+1)^2 + a(a+1)$, und zwar beruft sich SCHONERUS (siehe S. 279 der ersten Auflage vom Jahre 1586) auf „JORDANUS 34 p. 2 *Algorithmi demonstrati*“; in der Tat lautet der zitierte Satz des *Algorithmus demonstratus:* „Omnis cubus addit super proximum minorem cubum numerum congregatum ex quadratis amborum et numero facto ex ductu radicis unius in radicem alterius“. Obgleich es jetzt als fast sicher betrachtet werden kann, daß der *Algorithmus demonstratus* **nicht** von JORDANUS herrührt, wäre es ohne Zweifel von Interesse zu wissen, wie SCHONERUS dazu gekommen ist, diese Schrift dem JORDANUS zuzuschreiben.

Auch ein anderer bei SCHONERUS vorkommender Verweis verdient vielleicht beachtet zu werden. Hinsichtlich des Satzes, daß, wenn $\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_3}{a_4} \cdot \frac{a_5}{a_6}$, so ist $a_1 \cdot a_4 \cdot a_6 = a_2 \cdot a_3 \cdot a_5$, beruft sich SCHONERUS (in der mir augenblicklich vorliegenden letzten Auflage vom Jahre 1627 findet sich die Stelle S. 159) auf „THEBITUS ad 2. p. 3. MENELAI“. Nun kommt ja dieser Satz in der Schrift *De figura sectore* von TABIT BEN KURRA vor, die sich an MENELAOS' Sphärik anschließt, aber so weit man jetzt weiß, nennt TABIT darin gar nicht MENELAOS (vgl. A. A. BJÖRNBO, ***Abhandl. zur Gesch. d. mathem. Wiss.*** **14**, 1902, S. 15). Es wäre also von Interesse zu wissen, woher SCHONERUS sein Zitat entnommen hat.

BM 7, 91–92 G. ENESTRÖM.

[E] Mit Zuhilfenahme der *Bibliotheca matematica italiana* (II, Sp. 506–507) von P. RICCARDI können die bibliographischen Notizen über TARTAGLIAS *General trattato di* *numere e misure* unmittelbar kontrolliert und ergänzt werden. In betreff der französischen Übersetzung gibt RICCARDI 1578 als Druckjahr an und verzeichnet noch eine spätere Auflage vom Jahr 1613 (Paris, Ad. Périer); ein Exemplar dieser Auflage besass B. BONCOMPAGNI.

BM 5, 306 G. ENESTRÖM.

[F] Le *De arte magna* est dû à GUILLAUME et non pas à PIERRE GOSSELIN. Voici le titre complet de cet ouvrage, que je transcris sur l'exemplaire de la bibliothèque de l'université de Louvain (scienc. 587): GVLIELMI GOSSELINI *Cadomensis Bellocasii de arte magna, seu de occulta parte numerorum, quae & Algebra,& Amulcabala vulgo dicitur, Libri qvatvor, in quibus explicantur aequationes Diophanti, Regulae Quantitatis Simplicis, & Quantitatis surdae.* Ad Reverendissimum in Christo Patrem REGINALDUM BEALNAEUM, Mandensem Episcopum, Illustrissimi Ducis Alenconii Cancellarium, Comitem Gevodanum, atque in sanctiori et interiori consilio consiliarium. [Marque d'imprimeur.] Parisiis apud Aegidium Beys, via Jacobaea ad insigne Lilii albi, M. D. LXXVII. In 8^o de 16 p. n. ch. et 172 p. ch. au r^o seul (1–86).

BM 2, 357 H. BOSMANS.

[G] Der Untersuchungsgegenstand, den MAUROLICO mit dem Terme „columna" bezeichnete, war nicht ganz neu, denn ähnliche Sachen sind schon von griechischen Mathematikern gestreift worden, nämlich von dem Verfasser (ANATOLIOS?) der sogenannten HERONschen Definitionen und von NIKOMACHOS. Jener definiert im Vorübergehen gewisse Arten von körplichen Zahlen, d. h. Zahlen von der Form $l \cdot b \cdot h$ (l = Länge, b = Breite, h = Höhe), z. B. $\delta o k o \varsigma$ für welche Zahl $l > b, h = b$ ist (siehe G. FRIEDLEIN, *De HERONIS quae ferunter definitionibus*; `Bullett. di bibliogr. d. sc. matem.` **4**, 1871, S. 110). NIKOMACHOS hat solche Zahlen in den 15. und 16. Kapiteln des 2. Buches seiner Arithmetik erwähnt (siehe *Introductionis arithmeticae libri* II, ed. R. HOCHE, Leipzig 1866, S. 105–108), und sie kommen unter lateinischen Namen (asser, laterculus, spheniscos oder cuneolus) bei BOËTIUS vor (siehe *De institutione arithmetica libri duo*, ed. R. HOCHE, Leipzig 1867, S. 111– 121). Bei JORDANUS finden sich im 8. Buche seiner Arithmetik die Terme „serratile" und „columna"; bezeichnet man durch n_p die n-te p-eckszahl, so ist nach JORDANUS eine Zahl von der Form $k \cdot n_3$ ein „serratile", und „columna" bedeutet jede Zahl von der Form $k \cdot n_p$ mit Ausnahme der Fälle $p = 3$ und $p = 4$. In den Sätzen 30–36 des 8. Buches behandelt JORDANUS gewisse Eigenschaften eines „serratile"; z. B. daß $n \cdot n_3 + n \cdot (n-1)_3 = n^3$, welcher Satz ja die Identität $n \cdot \frac{n(n+1}{2} + n \cdot \frac{n-1)n}{2} = n^3$, enthält.

Über die Arithmetik des MAUROLICO gibt es eine besondere Abhandlung von MARIANO FONTANA mit dem Titel: *Osservazioni storiche sopra l'aritmetica di* FRANCESCO MAUROLICO (`Atti dell' istituto nazionale italiano` **2**: 1, 1808, 275–296 + Tafel).

BM 7, 388–389 G. ENESTRÖM.

[H] Les *Tafelen van Interest, midtsgaders de Constructie der seluer* ont paru à Anvers dès 1582, et parmi les ouvrages publiés par STEVIN en 1585 il convient de mentionner eu premier lieu *De thiende*, dont la traduction française. *La disme* parut la même année dans la seconde partie de *L'arithmétique.*

BM 3, 141 H. BOSMANS.

[I] Die Angabe, daß Bürgi ein Pünktchen zur Abgrenzung von Dezimalstellen benutzt hat, beruht nach N. L. W. A. Gravelaar (*De notatie der decimale breuken;* `Nieuw archief voor wiskunde` **4**$_2$, 1900, S. 61) ursprünglich auf einem Übersehen von R. Wolf. Dieser hat nämlich eine von Frisch eingeführte Modifikation der Keplerschen Bezeichnung als von Kepler selbst herrührend aufgefaßt, und darum behauptet, daß sich Bürgi des Dezimalkommas bedient hat. In Wirklichkeit hat man gar keinen Grund anzunehmen, daß Bürgi ein Komma oder ein Pünktchen als Dezimalzeichen benutzte. Nach Herrn Gravelaar (a. a. O. S. 73) ist Neper der erste, bei dem das Komma (*Rhabdologia*, 1617) und das Pünktchen (*Constructio*, 1619) als wirkliche Dezimalzeichen vorkommen; Pitiscus hatte zwar schon 1608 ein Pünktchen angewendet, aber dies ist nur als ein Scheidezeichen anzusehen.
BM 6, 108–109 G. Eneström.

[J] Z. 4 lies: „nicht in der ersten Auflage“ statt „nicht in den früheren Auflagen“ (vor 1608 gab es nämlich nur eine einzige Auflage der Trigonometrie des Pitiscus).
BM 6, 109 G. Eneström.

[K] Z. 8–11 bemerkt Herr Cantor: Es mag für die Einführung jenes Decimalpünktchens nicht unerinnert bleiben, daß längst bevor man Decimalbrüche schrieb, Pünktchen benutzt wurden, um in sehr großen Zahlen Gruppen von bald je drei, bald je vier Stellen abzugrenzen. Zieht man jetzt zu Rate die Seite 937 des Registers, findet man unter „Pünktchen zur Andeutung der Stellenzahl“ Verweise auf S. 89 (Sacrobosco), S. 164 (Dagomari) und S. 310 (Paciuolo), aber bei diesen werden in größeren Zahlen Gruppen von drei Stellen abgegrenzt. Außerdem gibt Herr Cantor S. 8 an, daß LEONARDO PISANO eine Art vom Akzentuieren benutzt, die wesentlich einer Einteilung in Gruppen von je 3 Stellen entspricht, obgleich sie nebenher einen anderen Zweck hat. Es wäre darum von Interesse gewesen, anzugeben, wo vor dem Anfang des 17. Jahrhunderts Abgrenzungen von je vier Stellen zu finden sind. Oder hat Herr Cantor an die Tetraden des Apollonius gedacht?

Wo zum ersten Mal Pünktchen zum Abgrenzen dieser Art benutzt worden sind, ist mir nicht näher bekannt; ich erlaube mir nur darauf hinzuweisen, daß Pünktchen für den fraglichen Zweck schon in dem von Herrn Cantor herausgegebenen *Liber algorizmi* vorkommen (siehe `Zeitschr. für Mathem.` **10**, 1865, S. 3), und daß die von Herrn Cantor benutzte Handschrift nach seiner eigenen Ansicht etwa um das Jahr 1200, vielleicht noch etwas früher verfertigt wurde. Jedenfalls kann die Angabe von Gravelaar (*De notatie der decimale breuken;* `Nieuw archief voor wiskunde` **4**$_2$, 1900, S. 73), die Pünktchen seien schon seit dem 14. Jahrhundert zum Abgrenzen benutzt worden, etwas näher präzisiert werden.
BM 13, 264–265 G. Eneström.

[L] Z. 16–17 sagt Herr Cantor: „Neben Vieta, Stevin, Bürgi, Prätorius ist ein fünfter Bewerber um die selbständige Erfindung der Decimalbrüche vorhanden“. Indessen ist mir nicht klar, warum Herr Cantor hier Prätorius nennt, da er Z. 12–15 für diesen nur die selbständige Erfindung der abgekürzten Multiplikation in Anspruch nimmt; wenn in das Verfahren des Prätorius eine Anwendung von Dezimalbrüchen hineingelesen wird, kann man meiner Ansicht nach fast ebensogut dieselbe Anwendung Regiomontanus zuweisen. Bekanntlich hat dieser eine Tangententafel für sinus totus = 100 000 berechnet, und wenn man bei der Lösung einer trigonometrischen Aufgabe zwei Zahlen dieser Tafel zu multiplizieren hat, führt man eine Rechnung aus, die im Grunde eine Rechnung mit Dezimalbrüchen ist. Leider hat D. E. SMITH (*The invention of the decimal fraction;* **Teachers College bulletin, department of mathematics** 1910–1911, Nr. 5, New York 1910, S. 19) und nach ihm F. CAJORI (**Science** **37**$_2$, 1913, S. 610) wie es scheint ohne besondere Nachprüfung die CANTORsche Angabe wiederholt.

BM 13, 265 G. ENESTRÖM.

[M] L'original du traité *De apologistica principum ratiocmio italico* fut publié par STEVIN en 1605 dans les *Wisconstige Gedachtenissen.* JEAN TURING en donna une traduction française dans les *Mémoires mathématiques* (1608), dont il existe des tirages à part sous le titre de *Livre de compte de prince* (Leyde, chez Ian Paedtz Iacobsz C|Ɔ. |Ɔ. CVIII).

BM 3, 141 H. BOSMANS.

[N] Möglicherweise könnte man hier einige Zeilen über J. PELETIER, der von Herrn CANTOR nur als Geometer erwähnt wird, einschalten. Im 2. Bande der *Vorlesungen* werden an verschiedenen Stellen (S. 353, 482, 524, 541) historische Notizen über Rationalmachen von Brüchen mit zweigliedrigem Nenner mitgeteilt, und aus diesem Grunde könnte es angebracht sein zu bemerken, daß PELETIER in seiner Arbeit *De occulta parte numerorum quam algebram vocant libri duo* (Paris 1560) ein Kapitel (Blatt 48^b–49^b) „De trinomiis quaedam obiter“ eingefügt hat, wo er, wie es scheint, ohne den 3. Traktat der 8. Distinktion der *Summa* des PACIUOLO zu kennen, Rationalmachen von Brüchen mit drei-gliedrigem Nenner lehrt (vgl. KLÜGEL, *Mathematisches Wörterbuch* I [1803], S. 43). Sein Verfahren wendet er auf das Beispiel $\frac{100}{3+\sqrt{9}+\sqrt{16}}$ an, indem er bemerkt, daß das Resultat natürlich gleich 10 sein muß. Zuerst erweitert er den Bruch mit $3+\sqrt{9}-\sqrt{16}$ und bekommt also

$$\frac{100(3+\sqrt{9}-\sqrt{16}}{(3+\sqrt{9}^2 16} = \frac{100(3+\sqrt{9}-\sqrt{16})}{\sqrt{324}+2};$$

dann erweitert er mit $\sqrt{324}2$ und bekommt dadurch einen Bruch mit dem rationalen Nenner 320, worauf er nachweist, daß dieser Bruch wirklich gleich 10 ist. Das Verfahren gilt freilich nicht für Nenner, wo Wurzeln vorkommen, deren Index nicht von der Form 2^n ist, aber jedenfalls zeugt es von einer gewissen Übung, algebraische Ausdrücke zu behandeln, und darum verdient es vielleicht erwähnt zu werden.

BM 6, 402 G. ENESTRÖM.

Dans son traité *De occulta parte numerorum quam algebram vocant libri duo* (Paris 1560) mentionné par M. G. ENESTRÖM à la BM **6**$_3$, 1905, p. 402, J. PELETIER donne aussi en passant des équations dont le second membre est égalé à zero. En effet, au f 10r de ce traité se trouve le passage suivant: „Sint $6R$ aequales $12Rm.24$. Vtrinque aufero $6R$: Tum $6Rm.24$ aequantur 0 seu nihilo: vt necesse sit $6R$ et 24 simul aequari, quum $6R$ et 24 se mutuo tollant“. Autre exemple au f 58 r.

BM 7, 214 H. BOSMANS.

Über J. Peletier als Algebraiker hat H. Bosmans kürzlich eine ausführliche Abhandlung (*L'algebre de* Jacques Peletier *du Mans departie an deus livres*; **Revue des questions scientifiques publiée par la societe scientifique de Bruxelles** **11**$_3$, 1907, S. 117–173) veröffentlicht. Wie aus dem Titel der Abhandlung hervorgeht, hat er dabei in erster Linie die französische Ausgabe der Algebra von Peletier (Lyon 1554; neue Auflagen 1609 und 1622) benutzt. Als Ergänzung der Bosmansschen Abhandlung erlaube ich mir auf eine Stelle der lateinischen Ausgabe (Bl. 13^b) aufmerksam zu machen, die in unsere Sprache übersetzt folgendermaßen lauten würde:

> Wenn die Koeffizienten der Gleichung
>
> $$a_0x^n = a_1x^{n-1} + ... + a_n$$
>
> $(a_0, ai_1, \ldots, a_n$ positive Größen) der Bedingung $a_0 > a_1 + \ldots + a_n$ genügen, so ist die positive Wurzel der Gleichung < 1.

Freilich spricht Peletier den Satz nur für die Gleichung $x^3 = ax^2 + b$ aus ("ex inspectione numeri, radicem esse numerum fractum facile intelligemus: quum scilicet numerus majoris signi superat numerum minoris numerumque absolutum simul sumptos"), aber seine Begründung gilt allgemein. Nach einer brieflichen Mitteilung des Herrn H. Bosmans findet sich der Satz schon S. 25 der französischen Ausgabe von 1554.

BM 7, 389 G. Eneström.

[O] L. 19, lire 1570 (non 1579) pour la date de la *Regula Aliza* de Cardan.

BM 2, 146

[P] Das wenige, das wir über Bombellis Persönlichkeit kennen, ist zusammengestellt teils von Libri an der von Herrn Cantor zitierten Stelle, teils von S. Gherhardi (*Einige Materialien zur Geschichte der mathematischen Facultät der alten Universität Bologna*, übers, von M. Curtze, Berlin 1871, S. 89). Dagegen scheint es bisher unbeachtet zu sein, daß Bombelli nach seiner eigenen Aussage nicht nur eine Algebra sondern auch eine Geometrie verfaßt hatte, die 1572 fast fertig war und die Bombelli beabsichtigte recht bald zu veröffentlichen (siehe *L'algebra*, Bologna 1572, S. 648–649). Warum die Veröffentlichung unterblieb, kann wohl nie ermittelt werden; darf man daraus vielleicht schließen, daß Bombelli kurze Zeit nach 1572 gestorben ist?

Jedenfalls ist es zu bedauern, daß die Bombellische Geometrie verloren ging, denn darin fand sich wohl der Nachweis, daß der irreduzible Fall der kubischen Gleichung mit der Dreiteilung des Winkels in direkter Beziehung steht (siehe *L'algebra*, S. 321). In den zuverlässigsten mathematisch-historischen Arbeiten wird noch angegeben, daß Viète zuerst diese Beziehung erkannte (siehe z. B. A. v. Braunmühl, *Vorlesungen über Geschichte der Trigonometrie* **1**, Leipzig 1900, S. 171).

BM 8, 86–87 G. Eneström.

[Q] Die Angabe, daß die Aufgaben des dritten Buches von Bombellis Algebra „zur Einübung des in den beiden ersten Büchern Gelehrten dienen", ist nicht ganz genau, denn die meisten Aufgaben beziehen sich nicht auf die Lehre von Wurzelgrößen und von Gleichungen der vier ersten Grade mit einer Unbekannten. In seinem Vorwort (Bl. d 3^b) bemerkt BOMBELLI: „Nel terzo [libro] poi hò posto (come per pruoua della scientia) circa trecento Problemi, accioche veggia lo studioso di questa disciplinia (leggendo quelli) quanto soaue sia il frutto della scienza“, und in der Einleitung zum dritten Buche hebt er (S. 415) hervor, daß er einen großen Teil seiner Aufgaben aus DIOFANTOS entnommen hat. In Wirklichkeit ist das dritte Buch wesentlich der Lösung von unbestimmten Aufgaben DIOFANTIscher Art gewidmet; besonders kommen solche Aufgaben vor, wo Zahlen gesucht werden, die so beschaffen sind, daß gewisse andere Zahlen Quadratzahlen werden.

BOMBELLI bemerkt selbst in der oben zitierten Einleitung zum dritten Buche, daß er im Gegensatz zu seinen Vorgängern nur rein arithmetische Aufgaben behandelt, d. h. Aufgaben, wo es sich um *Zahlen*, aber nicht um Geld, Waren usw. handelt.

BM 9, 77 G. ENESTRÖM.

[R] Da Herr CANTOR Z. 1–2 bemerkt: „Eine wichtige Stelle des ersten Buches [der BOMBELLI schen Algebra] ist lange Zeit so gut wie unbeachtet geblieben“, und dabei in der Fußnote 1) auf eine Abhandlung von G. WERTHEIM aus dem Jahre 1898 hinweist, so ist es angebracht, hier hervorzuheben, daß A. FAVARO diese Stelle schon 1874 (***Bullett. di bibliogr. d. sc. matem.*** **7**, 495–498) zum Abdruck gebracht und erläutert hat. WERTHEIM behauptet freilich, daß FAVARO die Stelle nicht nach Gebühr gewürdigt hat, aber diese Behauptung ist meines Erachtens unzutreffend; bei BOMBELLI findet sich nämlich keine Kettenbruch-*Entwickelung*, sondern nur eine Kettenbruch-*Methode*, d. h. ein Verfahren, das in Wirklichkeit mit der Kettenbruch-Entwickelung übereinstimmt, aber ohne daß Kettenbrüche benutzt werden. In der Tat hat sich BOMBELLI gerade des Verfahrens bedient, das Herr CANTOR Z. 13–19 angibt, und wobei ja keine Kettenbrüche ersichtlich werden. Die Behauptung von WERTHEIM, daß BOMBELLI „tatsächlich Kettenbrüche gebildet hat“, ist also zum mindesten irreleitend.

BM 8, 87 G. ENESTRÖM.

[S] Hier wird für die Seite 623 auf BM 1, S. 277 verwiesen. Dort finden sich aber keine *Kleinen Bemerkungen*, sondern eine Rezension zum 2. Band der *Vorlesungen*. Sie enthält den Passus:

> Nun ist es ja wahr, daß in einer historischen Arbeit die bibliographischen Notizen nur Nebensache sind [...] Auf der anderen Seite können unrichtige bibliographische Notizen zuweilen auf die historische Darstellung Einfluß haben. Einen solchen Fall haben wir schon oben berührt, als wir von BOMBELLI sprachen. Herr CANTOR hat nämlich (S. 621) angegeben, dass BOMBELLIS Algebra zuerst 1572 in Venedig, dann abermals 1579 in Bologna gedruckt ist, und aus der raschen Aufeinanderfolge dieser beiden Ausgaben folgert er (S. 623), daß sie viele Käufer fand. Da es aber konstatiert worden ist, daß keine Ausgabe der Algebra in Venedig erschien (vgl. ***Biblioth. Mathem.*** 1892, S. 92) und daß die angebliche neue Auflage vom Jahre 1579 nur eine neue *Titel*ausgabe ist (vgl. ***Biblioth. Mathem.*** 1893, S. 15–17, 64), so kommt selbstverständlich auch die Folgerung in Fortfall, und es ist sogar wahrscheinlich, daß der Neudruck des Titels im Jahre 1579 stattfand,

weil der Vertrieb der Exemplare der BOMBELLIschen Algebra sehr gering gewesen war (vgl. `Biblioth. Mathem.` 1893, S. 17).[2]

BM 1, 277 [G. ENESTRÖM]

[T] Die von CATALDI in seinem *Trattato dell' algebra proportionale* (Bologna 1610) für die Reihe der Potenzen der Unbekannten eingeführte Bezeichnung, die er später in seinen übrigen algebraischen Schriften angewendet hat [am wenigsten in dem *Trattato del modo brevissimo di trovare la radice quadra delli numeri* (Bologna 1613), da er hier sich nicht viel mit theoretischen Betrachtungen abgiebt, sondern nur rechnet], ist durchaus nicht — wie man nach CANTORS Worten meinen könnte — durch eine Veränderung der BOMBELLIschen Bezeichnung entstanden, sondern hat mit dieser gar nichts zu thun. Wie CATALDI selbst ausführlich darlegt, will er mit seiner Bezeichnung zwei Übelstände beseitigen: 1) Die Unbequemlichkeit, welche beim Studium algebraischer Bücher infolge der in verschiedenen Ländern und bei verschiedenen Autoren angewandten verschiedenen Zeichen für die Potenzen der Unbekannten sich herausstellt; 2) den Nachteil, der sich für den Drucker ergiebt, welcher nur selten ein algebraisches Werk zu drucken hat und doch für die Potenzen der Unbekannten besondere, sonst nicht zu verwendende Typen anschaffen muß. Beide Übelstände werden vermieden, wenn man, wie CATALDI vorschlägt, zur Bezeichnung der Potenzen der Unbekannten sich der durchstrichenen Exponenten bedient, denn diese Zeichen seien bequem und in den Druckereien, wo sie in den Rechenbüchern beim Dividieren „a Galea“ Verwendung fanden, auch vorrätig.

BM 2, 146–147 G. WERTHEIM.

[U] Es wäre nicht ohne Interesse hier zu erwähnen, auf welche Weise BOMBELLI (S. 180–181 seiner *Algebra*) das Auffinden einer Wurzel der Gleichung $4p^3 - 3cp = a$ erleichterte. BOMBELLI ging von den Gleichungen

$$p^2 + q = c, \qquad p^3 - 3pq = a$$

aus, und da er voraussetzte, daß p und q beide positiv sind, konnte er sofort aus diesen Gleichungen folgern, dass

$$p < \sqrt{c}, \qquad p > \sqrt[3]{a}.$$

Da er ferner nur rationale Werte von p in Betracht zog, und da p eine ganze Zahl sein muß, wenn c und a ganze Zahlen sind, so war es oft sehr leicht, den Wert von p zu finden, wenn ein solcher überhaupt existierte. In dem von Herrn CANTOR S. 625 erwähnten Zahlenbeispiele war $a = 2, c = 5$ also

$$\sqrt[3]{2} < p < \sqrt{5}$$

so daß hier nur der Wert $p = 2$ in Betracht kommen konnte.

BM 8, 87 G. ENESTRÖM.

[V] Nachdem Herr CANTOR die Berechnung des reellen Wertes des Ausdruckes $\sqrt[3]{4 + \sqrt{-11}} + \sqrt[3]{4 - \sqrt{-11}}$ auf die Lösung der Gleichung $(2p)^3 9(2p) = 8$ zurückgeführt hat, bemerkt er: „Kann man, was in diesem Beispiele nicht zutrifft, hieraus

[2] Vgl. Anhang B *G. Dörflinger*

mit Leichtigkeit $2p$ ermitteln, so ist die Aufgabe gelöst“. Es ist natürlich sehr schwierig zu entscheiden, was mit Leichtigkeit ermittelt werden kann, aber meines Erachtens ist es viel leichter sofort zu sehen, daß der Wert $2p = -1$ der fraglichen Gleichung genügt, als daß die von Herrn CANTOR einige Zeilen weiter unten erwähnte Gleichung bei $2p = 4$ eine Identität wird. Auf Grund des Wertes $2p = -1$ bekommt man also

$$\sqrt[3]{4+\sqrt{-11}} + \sqrt[3]{4-\sqrt{-11}} = \frac{-1-\sqrt{-11}}{2} + \frac{-1+\sqrt{-11}}{2} = -1.$$

Indessen konnte BOMBELLI diese Wurzel nicht benutzen, denn nach seinem Verfahren (siehe die vorangehende Bemerkung) mußte p eine positive Zahl sein, die zwischen $\sqrt[3]{4}$ und $\sqrt{8}$ lag. Dagegen hätte er mit Leichtigkeit durch das von ihm S. 292–293 angegebene Verfahren aus der Gleichung $(2p)^3 - 9(2p) = 8$ die Gleichung $(2p)^2 - 2p + 1 = 9$ herleiten und dann sofort die positive Wurzel $2p = \frac{1+\sqrt{33}}{2}$ finden können. Da indessen diese Wurzel nicht rational ist, hat er sicherlich *aus diesem Grunde* darauf verzichtet, einen reellen Wert des Ausdrucks zu berechnen.

BM 8, 87–88 G. ENESTRÖM.

[W] Die Angabe, daß JOHANNES JUNGE oder JUNG sein Verfahren, um Gleichungen mit ganzen rationalen Wurzeln zu lösen, 1577 veröffentlicht haben soll, beruht vielleicht auf einem Mißverständnis. NIKOLAUS REIMERS, dem man nähere Auskunft über das JUNGEsche Verfahren verdankt, sagt nur, daß dies im Jahre 1577 „erfunden vnd außgesunnen“ worden ist. Auf der anderen Seite ist es wahrscheinlich, daß JUNGE ein Rechenbuch veröffentlicht hat, denn „JOHANN JUNG, Rechenmaister zu Lübeck“ wird von J. FAULHABER in seinem Buche *Newer arithmetischer Wegweyser* (Ulm 1614) unter den „Authores, welche nach einander hierinnen angezogen werden“ genannt, und FAULHABER scheint nur Verfasser von gedruckten Rechenbüchern aufgeführt zu haben. Ob das Rechenbuch von JUNGE 1577 erschien und ob darin das fragliche Verfahren gelehrt wurde, dürfte zurzeit durchaus unbekannt sein.

Übrigens ist JUNGE nicht der erste, der das ihm zugeschriebene Verfahren angewandt hat, denn J. PELETIER wies schon 1554 darauf hin, daß wenn eine Gleichung von der Form $x^2 = ax+b$ oder $x^3 = ax^2+b$, wo a und b ganze Zahlen sind, eine ganze rationale Wurzel hat, so muß diese Wurzel (und im zweiten Falle noch dazu das Quadrat der Wurzel) ein Faktor von b sein (siehe *L'algebre de* JACQUES PELETIER, Lyon 1554, S. 39– 46, zitiert von H. BOSMANS in der *Revue des questions scientifiques publiee par la societe scientifique de Bruxelles* $\mathbf{11}_3$, 1907, S. 148–147; vgl. J. PELETIER, *De occulta parte numerorum quam algebram vocant*, Paris 1560, Bl. $12^b 13^b$).

BM 7, 389–390 G. ENESTRÖM.

[X] Es ist mir unbekannt, aus welcher Quelle Herr CANTOR die Angabe entnahm, daß RAIMARUS URSUS das Beispiel $x^3 = 48690x21x^3$ `aufbewahrt` hat, was wohl bedeuten muß, daß das Beispiel schon bei JUNGE vorkommt. GERHARDT sagt hierüber gar nichts, bei TREUTLEIN kommt allerdings das Beispiel vor, aber dieser gibt nicht an, daß es von JUNGE herrührt, ebensowenig als KÄSTNER (*Geschichte der Mathematik* II, Göttingen 1797, S. 718), dem TREUTLEIN vermutlich das Beispiel entnommen hat. Auch bei RAIMARUS URSUS selbst sucht man vergebens eine solche Angabe. Das Verfahren des JUNGE wird von URSUS im 4. Kapitel des 2. Abschnittes (Blatt E 1^a–E 2^b) seiner *Arithmetica analytica* (Frankfurt an der Oder 1601) auseinandergesetzt und an dem Beispiel

$$x^28 = 65532x^12 + 18x^10 - 30x^6 - 18x^3 + 12x - 8$$

erläutert. Dagegen findet sich das Beispiel $x^3 = 48690x - 2lx^2$ im 5. Kapitel des 2. Abschnittes (Blatt F 2^a) und hat die Überschrift „Ad formam Vtae", während JUNGE hier nicht genannt wird.

Ob die CANTORsche Restitution des Verfahrens von JUNGE und URSUS durchaus richtig ist, scheint mir zweifelhaft, und da die Arbeit des URSUS ziemlich selten sein dürfte, drucke ich hier die betreffende Stelle der *Arithmetica analytica* ab, indem ich statt der von URSUS benutzten cossischen Zeichen die jetzt geläufigen Symbole, sowie — statt ÷ und = statt „gr." setze:

$$\begin{array}{cccc} x^3 = & 486 & -\ 90x & -\ 21x^2 \\ & \text{in } 3 & (162 & (24 \\ \hline & & \text{rest } 72 & \text{rest } 3 \\ & & \text{in } 3 & \end{array}$$

Hieraus scheint mir hervorzugehen, daß URSUS auf folgende Weise verfuhr. Er nahm versuchsweise $x = 3$ an, und da aus der gegebenen Gleichung folgt, dass

$$x^2 = \frac{486}{x}9021x,$$

wird also

$$x^2 = 1629021x = 7221x.$$

Aus dieser Gleichung folgt nun wieder

$x = \frac{72}{x}21$, oder da $x = 3$ angenommen wurde
x = 24 - 21 = 3,

wodurch sich erweist, daß $x = 3$ wirklich eine Wurzel ist. Herr CANTOR verwandelt dagegen die gegebene Gleichung successiv in

$$x^3 = 3(16290)21x^2 = 3 \cdot 72 - 21x^2 = 3^2(24 - 21) = 3^3.$$

BM 7, 390 G. ENESTRÖM.

[Y] Mit Recht vermutet Herr CANTOR, daß die Drucklegung der Schrift des VIÈTE: *Ad logisticem speciosam notae priores* nicht zu Lebzeiten des Verfassers stattfand; auf der anderen Seite ist die Schrift nicht zuerst in der Gesamtausgabe von 1646 gedruckt worden. Sie erschien nämlich 1631 in kleinem Duodezformat unter dem Titel: FRANCISCI VIETAE *fontenaeensis in artem analyticem isagoge. Eiusdem ad logisticem speciosam notae priores, nunc primum in lucem editae. Recensuit, scholiisque illustrauit J. D. B.* Parisiis, apud Gvillelmvm Bavdry, via amygdalina, prope collegium Grassinorum M.DC.XXXI. Cum Privilegio Regis. Der Herausgeber war J. DE BEAUGRAND. Wie aus dem Titel hervorgeht, sind die *Notae priores* hier mit der *Isasoge* vereinigt, haben aber ein besonderes Titelblatt bekommen, das beginnt: „FRANCISCI VIETAE *fontanaeensis ad logisticem speciosam notae priores.* Parisiis", worauf die Angabe des Buchdruckers und des Druckjahres folgt.

BM 6, 109 G. ENESTRÖM.

[Z] Nachdem Herr CANTOR erwähnt hat, wie VIÈTE aus zwei rechtwinkligen Dreiecken in doppelter Art ein drittes bildet, fährt er fort (Z. 20–22): „Statt zweier verschiedener Dreiecke kann man dasselbe Dreieck, etwa A, B, D, zweimal nehmen. Das eine neue Dreieck heißt dann $A^2, 2BD, B^2 - D^2$“. Hier ist der Ausdruck „Das **eine** neue Dreieck“ recht unangebracht, denn VIÈTE selbst hebt ausdrücklich hervor (*Opera*, ed. SCHOOTEN, S. 36, Z. 10–11), daß es in diesem Falle **nur ein einziges** Dreieck gibt, nämlich das „synaereseos via“ gebildete ; in Wahrheit bekommt man „diaereseos via“ die Identität $(A^2)^2 = (B^2 + D^2)^2$, und diese Identität bezieht sich nicht auf ein Dreieck, sondern auf die Gerade, deren Länge A^2 ist. Aus den CANTORschen Worten muß man schließen, daß VIÈTE diesen Umstand nicht beobachtet hat, und es wäre darum viel besser zu setzen: „Das neue Dreieck, denn VIÈTE weiß, daß es in diesem Falle nur ein einziges gibt“.

BM 13, 165 G. ENESTRÖM.

[a] Die Angabe, daß VIÈTE „die Hypotenuse des ersten Dreiecks A, die des $n-$ten Dreiecks A^n nannte“ ist natürlich wörtlich genommen unrichtig, da bei VIÈTE überhaupt keine Exponentenzeichen vorkommen. Aber abgesehen hiervon ist die Angabe dennoch ein wenig irreleitend, denn der Leser kann kaum umhin, daraus zu schließen, daß VIÈTE wirklich irgend ein Zeichen für die Hypotenuse des $n-$ten Dreiecks benutzte. Dies ist indessen nicht der Fall; der in *Zeichensprache* übersetzte Satz des „Consectarium generale“ bezieht sich nur auf den Spezialfall $n = 5$, so daß die Angabe des Herrn CANTOR eigentlich lauten würde: „VIÈTE nannte die Hypotenuse des ersten Dreiecks A, die des fünften Aqc“. Dagegen ist es wahr, daß VIÈTE *in Worten* den allgemeinen Satz angab, und zwar entspricht folgender Passus bei VIÈTE der CANTORschen Angabe: „Si qua potestas componatur a binomia radice ... erit hypotenusa similis ipsi potestati“.

BM 6, 315 G. ENESTRÖM.

[b] Z. 28 – 30 bemerkt Herr CANTOR: „Immer wieder dem gleichen Jahre 1591 gehören nach dem öfters von uns benutzten Inhaltsverzeichnisse die Abhandlungen *De aequationum recognitione et emendatione* an“. Allein im Inhaltsverzeichnisse wird **nur** die Abhandlung *De aequationum recognitione* genannt, und man wird geneigt sein, daraus zu folgern, daß die Abhandlung *De aequatiomum emendatione* 1591 nicht einmal in Aussicht gestellt war.

Natürlich könnte die CANTORsche Angabe sehr wohl auf einem einfachen Flüchtigkeitsfehler beruhen, und einen **solchen** Fehler kann auch ein geschulter Historiker begehen. Allerdings wäre nicht ganz unmöglich, daß Herr CANTOR durch die Worte der Fußnote 4: „Ihre Zusammengehörigkeit tritt in den Benennungen als ‚Tractatus primus‘ und ‚Tractatus secundus‘ hervor“ einen (selbstverständlich durchaus wertlosen) Beleg für seine Angabe bieten wollte, aber ich ziehe hier die günstigste Erklärung der ungenauen Angabe vor. In diesem Falle sollten indessen die soeben zitierten Worte der Fußnote 4 gestrichen werden. Wenn sich das Wort „Zusammengehörigkeit“ auf den Inhalt der zwei Abhandlungen bezieht, ist ja die Bemerkung unnötig, denn aus dem folgenden Berichte sieht der Leser, daß es sich in beiden Fällen um Transformationen von Gleichungen handelt Meint Herr CANTOR dagegen, daß VIÈTE selbst die Abhandlungen als zusammengehörend betrachtete, ist die Bemerkung nicht stichhaltig, denn höchstwahrscheinlich rühren die Benennungen „Tractatus prior“ und

„Tractatus posterior“ von ALEX. ANDERSON her, und daß ANDERSON die zwei Abhandlungen als zusammengehörend betrachtete, geht ja schon aus dem Titel: *De aequationum recognitione et emendatione* hervor.

BM 13, 165 G. ENESTRÖM.

[c] Hier wäre es meines Erachtens angebracht zu erwähnen, daß VIÈTE in der Abhandlung *De aequationum recognitione et emendatione* eine allgemeine Potenzbezeichnung angewendet hat. Eine beliebige Potenz von A drückt er durch „A potestas“ aus, und eine andere Potenz von A, die niedriger als die erste, aber sonst ganz beliebig ist, heißt bei ihm „A gradus“. So z. B. kommt bei VIÈTE (*Opera mathematica*, ed. F. VAN SCHOOTEN, S. 107) folgende Formel vor:

$$A \text{ potestas } + \frac{E \text{ potestate } - A \text{ potestate}}{E \text{ gradui } + A \text{ gradu}} \text{ in } A \text{ gradum, aequ. } Z \text{ homogeneo,}$$

die in moderner Zeichensprache lauten würde:

$$A^m + \frac{E^m - A^m}{E^n + A^n} A^n = Z.$$

Die Bezeichnung des VIÈTE ist freilich sehr unbequem, um so mehr, weil er nur *zwei* gleichzeitig vorkommende allgemeine Potenzen durch einfache Zeichen ausdrücken kann. Auf der anderen Seite dürfte dies der erste Versuch sein, beliebige Potenzen zu bezeichnen, und dieser Versuch verdient darum besondere Aufmerksamkeit.

BM 6, 315–316 G. ENESTRÖM.

[d] L. 16, lire *Paraplerosis*.

BM 2, 147

[e] Der ganze Versuch, ausfindig zu machen, auf welchem Wege VIÈTE zu seiner Lösung der kubischen Gleichung $x^3 + 3ax = 2b$ kam, ist meines Erachtens wertlos, weil man auf verschiedenen Wegen dazu gelangen kann. Die einfachste Erklärung scheint mir allerdings die folgende zu sein.

Unter Bezugnahme auf die Lösung CARDANOS setzte VIÈTE $x = zy$, also

$$z^3 - 3z^2y + 3zy^2 - y^3 + 3a(z - y) = 2b$$

und zerlegte ferner in nahem Anschluß an CARDANO (vgl. *De regula Aliza* Kap. I; Ausg. 1570, S. 2: „numerus tribuatur cubis“) die Gleichung in die zwei folgenden:

$$z^3 - y^3 = 2b, \qquad 3z^2y - 3zy^2 = 3a(z - y).$$

Aus der zweiten Gleichung folgt sofort nach Division durch $3(z - y)$

$$zy = a, \text{ also } z = \frac{a}{y} \text{ und } x = z - y = \frac{a}{y} - y.$$

Allein auch wenn das von Herrn CANTOR nach MARIE angeführte Verfahren wirklich das von VIÈTE benutzte gewesen wäre, so ist doch die Angabe (Z. 11 – 13): „Nun war bei dieser Annahme die Unbekannte ganz verloren gegangen (!). VIETA versuchte (!), ob $k = y$ gesetzt deren Stelle einnehmen könne, und das Gelingen (!) des Versuchs bildete die neue Auflösung" recht auffällig. Wie Herr CANTOR sagen kann, daß in dem Ausdrucke $x = \frac{ak^2}{k}$ „die Unbekannte ganz verloren gegangen" ist, verstehe ich nicht, denn k ist ja ebenso unbekannt wie z, aber wenn dieser Umstand nach der Ansicht des Herrn CANTOR Nachteile mit sich führte, hätte er ganz einfach k statt z und z statt k setzen können, wodurch $x = \frac{az^2}{z}$. Ebensowenig verstehe ich, welchen Anlaß VIÈTE gehabt hätte, zu „versuchen", ob y statt k gesetzt werden könne. Aus dem Ausdruck $x = \frac{ak^2}{k}$ geht ja hervor, von welcher Form x sein muß, und nach der Voraussetzung ist

$$x^3 + 3ax = z^3k^3, \text{ folglich } \frac{a^3}{k^3}k^3 = 2b,$$

weil $x^3 + 3ax = 2b$ und $z = \frac{a}{k}$.

Welches Zeichen man statt k setzt, ist natürlich durchaus gleichgültig — man könnte ebensogut einen hebräischen oder russischen Buchstaben benutzen.

Der von mir zitierte Passus muß also als schlecht redigiert bezeichnet werden.

BM 11, 341–342 G. ENESTRÖM.

[f] Wie Herr L. SAALSCHÜTZ (*Arch.der Mathem.* **12**$_3$, 1907, S.206) hervorgehoben hat, ist das Zitat der Fußnote 3 nicht ganz genau abgeschrieben; an der betreffenden Stelle bemerkt VIÈTE: „atque haec elegans & perpulchrae speculationis sylloge, tractatui alioquin effuso, finem aliquem & coronida tandem imponito". VIÈTE sagt also gar nicht, er habe anderwärts ausführlich den Satz von der Gleichungskonstante behandelt, sondern: der betreffende Satz solle, der Abschluß seiner schon sehr ausführlichen Arbeit sein. Folglich soll auch meine Bemerkung (*Biblioth. Mathem.* **6**$_3$, 1900, S. 409), die Schrift, in der VIÈTE den Zusammenhang zwischen den Wurzeln einer Gleichung und deren Koeffizienten behandelte, sei verloren gegangen, in Fortfall kommen, da sich diese Bemerkung nur auf das unrichtige Zitat bei Herrn CANTOR stützt.

BM 9, 77 G. ENESTRÖM.

[g] Hier beginnt der Bericht über VIÈTES Methode, numerische Gleichungen zu lösen. Herr CANTOR sagt, daß VIÈTE die Gleichungen in *näherungsweiser* Auflösung behandelt, aber diese Ausdrucksweise ist meines Erachtens weniger gut, weil bei VIÈTE überhaupt nur solche Beispiele vorkommen, in denen die positiven Wurzeln rationale ganze Zahlen sind. Erst am Ende des langen Traktates widmet VIÈTE nachträglich etwa eine halbe Seite der Frage „ad eliciendum radices proximas veris, alioquin irrationales". Es dürfte also besser sein, zu sagen, daß VIÈTE die ganzzahligen Wurzeln numerischer Gleichungen durch eine Methode der sukzessiven Näherungen ermittelt.

Das Verfahren VIÈTES beurteilt Herr CANTOR, auf folgende Weise:

> Es ist ein Verfahren, welches zwar mit dem Grade der Gleichung sich ändert, mithin als ein ganz vollkommen einheitliches nicht erachtet werden kann; als weiterer Mangel ist stets die Auffindung nur einer, und zwar positiven Wurzel angestrebt, aber immerhin ist der Grundgedanke ein bleibender.

Herr CANTOR behauptet also, daß das Verfahren sich mit dem Grade ändert, und diese Behauptung ist natürlich *buchstäblich* richtig, ganz wie die Behauptung, daß das Verfahren bei der Differentiation einer Potenz sich mit dem Grade ändert, so daß z.B. $d(x^4) = 4x^3dx$, aber $d(x^7) = 7x^6dx$. Allein daraus folgt ja nicht, daß dieses letztere Verfahren nicht als ein vollkommen einheitliches erachtet werden kann, denn die allgemeine Formel ist $d(x^n) = nx^{n-1}dx$. Ganz auf dieselbe Weise verhält es sich mit dem Verfahren VIÈTES. Ist die zu lösende Gleichung

$$f(x) \equiv a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x = a_n,$$

so kann die Methode VIÈTES durch folgende Regel ausgedrückt werden:

> Wenn man einen Näherungswert a der Wurzel der Gleichung $f(x) = a_n$ gefunden hat und wenn dieser Wert am Ende k Nullen hat, so bekommt man einen noch besseren Wert a_1 aus der Formel

$$a_1 = a + \frac{a_n - f(a)}{f'(a) + \frac{10^{k-1}}{1\cdot 2}f''(a) + \cdots + \frac{10^{(n-2)(k-1)}}{1\cdot 2\cdot 3\cdots(n-1)}f^{(n-1)}(a)}$$

Die Herleitung der Formel bietet keine Schwierigkeiten dar. Man hat ja

$$f(a_1) = f(a + (a_1 - a) = f(a) + (a_1 - a)f'(a) + \frac{a_1 - a)^2}{1\cdot 2}f''(a) + \cdots$$

$$+\frac{(a_1 - a)^{n-1}}{1\cdot 2\cdot 3\cdots(n-1)}f^{(n-1)}(a) + (a_1 - a)^n,$$

also

$$a_1 - a = \frac{f(a_1) - f(a) - (a_1 - a)^n}{f'(a) + \frac{a_1 - a}{1\cdot 2}f''(a) + \cdots + \frac{a_1 - a)^{n-2}}{1\cdot 2\cdot 3\cdots(n-1)}f^{(n-1)}(a)}.$$

Nun ist $f(a_1) \sim a_n$ und a_1a in der Regel eine k-ziffrige Zahl. Ersetzt man rechts a_1a durch die kleinste k-ziffrige Zahl 10^{k-1}, und wirft man das letzte Glied des Zählers ab, bekommt man die soeben angegebene Formel.

Man sieht hieraus sofort, daß das Verfahren gewissermaßen mit der sogenannten NEWTONschen Methode verwandt ist, und Herr CANTOR hat Recht, wenn er sagt, daß der Grundgedanke ein bleibender ist, obgleich aus seiner Darstellung hervorgeht, daß er das Verfahren nicht verstanden hat.[3]

Wenn Herr CANTOR als „weiteren Mangel“ bezeichnet, daß stets die Auffindung nur einer Wurzel angestrebt ist, so muß diese Bemerkung dem sachkundigen Leser sehr auffällig erscheinen. Man braucht nämlich nur oberflächlich von der Darstellung VIÈTES Kenntnis zu nehmen, um zu finden, daß dieser **nicht** stets nur eine Wurzel berechnet Schon in der Einleitung (*Opera*, ed. F. VAN SSCHOOTEN, S. 173) hebt er hervor, daß es zuweilen zwei Lösungen gibt („radix est anceps“), und später behandelt er oft Gleichungen dieser Art. Beispielsweise löst er im „Problema XIX“ (a. a. O. S. 219 – 220) die Gleichung $27755xx^4 = 217944$; in betreff dieser Gleichung bemerkt er schon anfangs, daß sie zwei (positive) Wurzeln besitzt. Dann teilt er die Rechnungen

[3]Nachdem diese Bemerkung schon redigiert worden war hat F. CAJORI (*Historical note on the* NEWTON-RAPHSON *method of approximation; The americ. mathem. Monthly* **18**, 1911, S. 30) einen anderen etwas kürzeren, aber kaum einfacheren Ausdruck für den Divisor VIÈTEs veröffentlicht. Man sieht leicht, dass dieser Ausdruck mit dem Meinigen übereinstimmt; allerdings kann man bei CAJORI nicht *sofort* das Verfahren VIÈTEs mit der NEWTONschen Methode vergleichen.

in zwei Abschnitte mit besonderen Überschriften ein, nämlich „Paradigma primum analyseos quadrato-quadrati avulsi à plano-plano sub latere, ad inveniendum ***radicem minorem***“ (hier findet er $x = 8$) und „Paradigma secundum analyseos quadrato-quadrati avulsi à plano-plano sub latere, ad inveniendum ***radicem maiorem***“ (hier findet er $x = 27$).

Daß VIÈTE nur die positiven Wurzeln berücksichtigt, ist natürlich richtig, aber dieser Umstand hat nichts mit den Mängeln des Verfahrens, um das es sich handelt, zu tun. Will man die negativen Wurzeln der Gleichung $f(x) = a_n$ durch dieses Verfahren ermitteln, hat man ja nur das Verfahren auf die Gleichung $f(-x) = a_n$ anzuwenden. Die Worte (Z. 25) „und zwar positiven“ sollten darum unter allen Umständen gestrichen werden.

BM 11, 234–235 G. ENESTRÖM.

[h] Über die Methode VIÈTES, numerische Gleichungen von der Form $x^3 + cx = a$ zu lösen, gibt Herr CANTOR (Z. 5–11) folgende Auskunft:

> Bei einer Gleichung dritten Grades $x^3 + cx = a$, deren Wurzel wieder als $x_1 + x_2 + x_3$ gedacht ist, findet sich durch Einsetzung dieses Wertes und leichte Umformung:
>
> $$a = x_1^3 + cx_1 + (3x_1^2 + c)x_2 + (3x_1 + x_2)x_2^2 + (3(x_1 + x_2)^2 + c)x_2$$
> $$+(3(x_1 + x_2) + x_3)x_3^2$$
>
> und die Anwendung auf $x^3 + 30x = 14356197$ liefert abermals $x = 243$.

Nun hat Herr CANTOR, S. 640 eine ähnliche Formel für die Gleichung $x^2 + cx = a$ gegeben, und in dieser Formel, deren Anwendung er für die Gleichung $x^2 + 7x = 60750$ vollständig erläutert hat, ist der Koeffizient von x_2 eben der Divisor, den man benutzen soll, um x_2 zu ermitteln Der Leser ***muß*** also annehmen, daß in betreff der Gleichung $x^3 + cx = a$ dieser Divisor $3x_1^2 + c$ ist, denn warum sollte Herr CANTOR sonst die oben abgedruckte Umformung, die nicht bei VIÈTE steht, ausgeführt haben? Allein in Wirklichkeit ist in diesem Falle der Divisor VIÈTES nicht $3x_1^2 + c$, sondern (siehe die vorangehende Bemerkung)

$$\frac{d}{dx_1}(x_1^3 + cx_1) + \frac{10^{k-1}}{2}\frac{d^2}{dx_1^2}(x_1^3 + cx_1) = 3x_1^2 + c + 3 \cdot 10^{k-1}x_1,$$

und die CANTORsche Umformung muß darum auf folgende Weise modifiziert werden:

$$a = x_1^3 + cx_1 + (3x_1^2 + c + 3x_1[x_2])x_2 + x_2^3$$
$$+(3(x_1 + x_2)^2 + c + 3(x_1 + x_2)[x_3])x_3 + x_3^3,$$

wo $[x_2]$ und $[x_3]$ bedeuten, daß bei der Ermittelung des Quotienten x_2 vorläufig durch 10^{k-1} und bei der neuen Berechnung x_3 vorläufig durch 10^{k-2} zu ersetzen ist.

Bei der Gleichung $x^3 + 30x = 14356197$ ermittelt VIÈTE erst durch Wurzelausziehung den Näherungswert $x_1 = 200$. Um x_2 zu finden, setzt man in die korrigierte CANTORsche Formel $a = 14356197, x_1 = 200, c = 30$ und, wie schon gesagt, vorläufig

$[x_2] = 10$; ferner wirft man x_2^3 sowie alle Glieder, die x_3 enthalten, ab, und dadurch bekommt man

$$x_2 \sim \frac{14356197 - (200)^3 - 30 \cdot 200}{3 \cdot (200)^2 + 30 + 10 \cdot 3 \cdot 200} \sim \frac{6350197}{126030}.$$

Der Quotient ist hier ein wenig größer als 50, aber da der Dividendus zu groß und der Divisor zu klein ist, darf man für x_2 nur 40 ansetzen, so daß der zweite Näherungswert $200 + 40 = 240$ ist. Um einen noch besseren Wert zu bekommen, setzt man in die korrigierte CANTORsche Formel $a = 14356197, x_1 = 200, c = 30, x_2 = 40, [x_2] = 40$ (nicht 10), $[x_3] = 1$ und wirft x_3^3 ab. Dann wird

$$x_3 \sim \frac{6350197 - (3(200)^2 + 30 + 3 \cdot 200 \cdot 40)40 - (40)^3}{3 \cdot (240)^2 + 30 + 3 \cdot 240} \sim \frac{524997}{173550}.$$

Also kann x_3 höchstens 3 sein, und wenn man teils im Zähler das abgeworfene Glied $-x_3^3$ berücksichtigt, teils in dem Ausdruck

$$3(x_1 + x_2)^2 + c + 3(x_1 + x_2)[x_3].$$

woraus der Nenner berechnet wurde, die Größe $[x_3]$ nicht $= 1$, sondern $= 3$ setzt, findet man

$$x_3 = \frac{524970}{174990}, \text{ also genau } = 3, \text{ folglich} x = 243.$$

Auch die Umformung, die Herr CANTOR, (Z. 11 – 13) für die Gleichung $x^3 + cx^2 = a$ gibt, muß auf ähnliche Weise korrigiert werden.

Die CANTORschen Umformungen sind besonders für den aufmerksamen Leser irreleitend, denn dieser kann kaum umhin, anzunehmen, daß das Verfahren VIÈTES im wesentlichen mit der NEWTONschen Näherungsmethode übereinstimmt. Bei Herrn CANTOR sind ja die Koeffizienten von x_2 für die Gleichungen $x^2 + cx = a$, $x^3 + cx = a$, $x^3 + cx^2 = a$ und wenn man das linke Glied der Gleichungen durch $f(x)$ bezeichnet, ist in jedem der drei Fälle der Koeffizient von x_2

$$\frac{df(x_i)}{dx_i},$$

also gerade der Divisor, der in der NEWTONschen Näherungsmethode benutzt wird.

Wie Herr CANTOR auf den Gedanken kam, die sinnlose oder unrichtige Umformung auszuführen, weiß ich nicht. Bekanntlich hat HANKEL (*Zur Geschichte der Mathematik in Alterthum und Mittelalter*, Leipzig 1874, S. 369 – 370) ausdrücklich behauptet, das Verfahren VIÈTES sei mit der NEWTONschen Methode identisch, und man könnte darum versucht sein, anzunehmen, daß Herr CANTOR seine Umformung auf Grund dieser Behauptung vorgenommen hat, ohne auf die Quelle selbst zurückzugehen. Anderseits ist es nicht leicht, unter dieser Annahme das CANTORsche Urteil (siehe die vorangehende Bemerkung), „das Verfahren VIÈTES sei nicht als einheitlich zu erachten“, zu erklären.

BM 11, 235–237 G. ENESTRÖM.

[i] Das hier nach Kästner erwähnte Rechenbuch Helmreichs erschien zum erstenmal in Eisleben 1561 (112 Bl; siehe D. E. Smith, *Rara arithmetica* Boston, 1908, S. 303). Die Ausgabe Leipzig 1595 ([20] + 627 S.) war eine dritte, wesentlich vermehrte Auflage.

BM 9, 253 G. Eneström.

Herr Cantor bemerkt (Z. 19–28):

> Den Leistungen eines Vieta gegenüber, welche seit 1591 zur Veröffentlichung vorbereitet, theilweise seit eben jener Zeit veröffentlicht worden sind, erscheint doppelt dürftig, was im letzten Jahrzehnt des XVI. Jahrhunderts in Deutschland unter dem Namen Algebra gedruckt werden konnte. Wir müssen dahin die (S. 612) im Vorbeigehen erwähnte, 1592 gedruckte Algebra von Ramus zählen, ... dahin auch ein Rechenbuch von Andreas Helmreich ..., welches 1595 die Presse verließ.

Allein wie ich oben (S. 71) hervorgehoben habe, wurde die Algebra von Ramus schon 1586 veröffentlicht, und obgleich es eine Auflage mit dem Druckjahr 1592 gibt, kann die Schrift also eigentlich nicht dem letzten Jahrzehnte des 16. Jahrhunderts zugewiesen werden.

In betreff des Rechenbuches von Helmreich dürfte es schwer zu verstehen sein, warum Herr Cantor es hier nennt, auch wenn man in Betracht zieht, daß er über das Buch nur nach Kästner berichten kann. Herr Cantor spricht ja hier von Arbeiten, die ***unter dem Namen Algebra*** gedruckt werden konnten, und weder wird die Arbeit von Helmreich Algebra genannt, noch enthält sie, abgesehen von der rein historischen Notiz, etwas über Algebra. Kästner sagt ja ausdrücklich: „In allen fünf Büchern, nur gemeine Rechenkunst und Geometrie, auch etwas Trigonometrie, die doch nur angewandt, nicht gelehrt wird: Nichts von der Kunst des Algebras zu Ulem.“ Übrigens ist die von Kästner beschriebene Schrift nur eine neue Auflage einer schon viele Jahrzehnte früher erschienenen Arbeit, denn es gibt eine Ausgabe (wahrscheinlich die erste) aus dem Jahre 1561. Auch wenn Helmreich die Algebra behandelt hätte, sollte er mithin nicht in dem oben zum Abdruck gebrachten Passus erwähnt worden sein.

BM 13, 72 G. Eneström.

[j] Im Anschluß an die Ausführungen S. 641 bemerkt Herr Cantor (Z. 16–20):

> Dem gewiß gerechten Bedauern über die Drucklegung so unbedeutender Leistungen in Deutschland könnte ein mit der Literatur geringen Gehaltes in anderen Ländern genauer bekannter Leser vielleicht ein Wort des Trostes entgegensetzen, es sei auch dort die Druckerschwärze nicht selten mißbraucht worden.

Die „unbedeutenden Leistungen“ sind die Algebra von Ramus und das Rechenbuch von Helmreich, und wenn man diese Arbeiten mit den algebraischen Leistungen von Viète vergleicht, können sie gewiß unbedeutend genannt werden; Helmreich hat ja nicht einmal beabsichtigt, über Algebra zu schreiben und höchstwahrscheinlich verstand er selbst nichts davon. Anderseits ist die Vergleichung selbst durchaus schief, denn weder Ramus noch Helmreich beanspruchte, etwas mehr als Lehrbücher für Anfänger angefertigt zu haben, und ein Lehrbuch kann ja sehr nützlich sein, auch, wenn es nichts neues bringt. Aus diesem Grunde ist der Ausspruch: „es sei auch (!) dort die Druckerschwärze ... mißbraucht worden“ unangebracht, bevor es nachgewiesen wird, daß die Algebra von RAMUS schlechter oder wenigstens nicht besser als die im Jahre 1592 in Deutschland vorhandenen und allgemein zugänglichen Lehrbücher der Algebra war; einen solchen Nachweis zu bringen hat Herr CANTOR indessen nicht einmal versucht, und derselbe dürfte kaum zu einem für den CANTORschen Ausspruch günstigen Ergebnis geführt haben.

BM 13, 72–73 G. ENESTRÖM.

[k] PAUL WITTICH kann kaum der `eigentliche` Erfinder der prosthaphäretischen Rechnung genannt werden, höchstens der *`Nacherfinder`* oder der abermalige Erfinder. BRAUNMÜHL (vgl. *Gesch. d. Trigonom.* I, S. 135–137, 193–195) hat nämlich unwiderleglich nachgewiesen, daß WERNER bereits die sämtlichen Begeln der Prosthaphäresis hatte; S. 454 geht CANTOR hierauf nur sehr vorübergehend ein, und auch die Bemerkung S. 597 könnte etwas aus führlicher sein.

BM 1, 271 G. ENESTRÖM.

[l] Bei der Erwähnung der BÜRGIschen Einführung eines Hilfswinkels sollte die Trigonometrie des PITISCUS, Aufl. v. 1608 S. 139 (= Aufl. v. 1612 S. 173), citiert sein, denn dort ist die Methode BÜRGIS nach ihm geometrisch abgeleitet. Das Gleiche findet sich bei M. JÖSTEL in seiner handschriftlich erhaltenen *Prosthapheiresis astronomica*, S. 37 (vgl. BRAUNMÜHL, *Gesch. d. Trigonom.* I, S. 199).

BM 1, 271

[m] Der hier (Z. 15 v. u.) erwähnte JACOB CURTIUS (kaiserlicher Prokanzler, gest. 1594) briefwechselte mit TYGE BRAHE über astronomische Fragen (vgl. F. R. FRIIS, *TYCHONIS BRAHEI et ad eum doctorum virorum epistolae ex anno 1588 et sequentilus annis*, Köbenhavn 1900–1906, S. 121, 126, 199, 201), und wird oft von BRAHE in seinen Briefen an andere Fachgenossen genannt.

BM 7, 391 G. ENESTRÖM.

[n] Der Ansicht des Herrn CANTOR, daß J. BÜRGI mit vollem Bewußtsein die zitierte Gleichung auf Null gebracht hat, kann ich nicht beistimmen; im Gegenteil scheint es mir aus der betreffenden Stelle in KEPLERS *Opera* deutlich hervorzugehen, daß BÜRGI nur auf Grund der Art des zu lösenden Problems dazu kam, eine Gleichung aufzustellen, deren rechtes Glied *tatsächlich* gleich Null war. BÜRGI wollte ermitteln, wie groß die Sehne von $\frac{1}{7}$ eines Kreisbogens mit gegebener Sehne war, und leitete dabei eine gewisse Gleichung her, deren rechtes Glied die gegebene Sehne repräsentierte. Dann nahm er in Betracht den besonders interessanten Fall, daß der Kreisbogen gleich der ganzen Peripherie ist, und da die gegebene Sehne in diesem Falle = 0 ist, erhielt er natürlich eine Gleichung von der Form $f(x) = 0$. Daß er diese als Normalform oder wenigstens als eine vorteilhafte Form betrachtete, geht aus dem KEPLERschen Berichte gar nicht hervor; vielmehr gibt KEPLER etwas weiter unten (S. 105) die BÜRGIsche Gleichung für die Fünfteilung der Peripherie Unter der Form

$$5^{I} - 5^{III} + 1^{V} \quad \text{aequalem subtensae nulli,}$$

aequalem subtensae nulli, wo also ausdrücklich hervorgehoben wird, daß das rechte Glied nicht die abstrakte Null, sondern die zur Null gewordene Sehne des Kreisbogens repräsentiert. Meines Erachtens muß man also sagen, daß BÜRGI zufälligerweise auf Gleichungen geführt wurde, deren rechtes Glied tatsächlich $= 0$ war.

BM 6, 402–403 G. ENESTRÖM.

[o] Die Erläuterung des algebraischen Verfahrens des PITISCUS hätte vielleicht etwas besser redigiert werden sollen. Herr CANTOR beginnt mit den Worten: „Ist etwa $y = y_1 + y_2 + y_3 + \ldots$, wo $y_1, y_2, y_3 \ldots$ aufeinanderfolgende Stellen bedeuten“; also nennt Herr CANTOR hier „Stelle“ den Wert einer einzelnen Ziffer der gesuchten Zahl, so daß z. B. 1000, 200, 30, 4 die „Stellen“ der Zahl 1234 sind. Allein in den folgenden Rechnungen setzt Herr CANTOR ohne weiteres y_1 erst gleich 2 (siehe Z. 24), dann gleich 20 (siehe Z. 27), weiter gleich 200 (siehe Z. 30) usw. Es wäre wohl ziemlich leicht gewesen, durch Hinzufügen eines zweiten Zeigers zu bewirken, daß nicht dasselbe Zeichen in derselben Berechnung mehrere Bedeutungen bekommt.

BM 12, 63 G. ENESTRÖM.

[p] Der erste Absatz (Z. 1–16) ist zu unbestimmt redigiert und sollte eine präzisere Fassung bekommen. In Wirklichkeit **setzt** das Verfahren des RAIMARUS URSUS **voraus**, daß die Zahl, die versuchsweise als Wurzelwert angenommen wird, ein Teiler der Gleichungskonstanten sei. In einer früheren Bemerkung (siehe BM $\mathbf{7}_3$, 1906/7, S. 390) habe ich nachgewiesen, daß RAIMARUS die ganzzahlige Wurzel 3 der Gleichung $x^3 = 486 - 90x - 24x^2$ höchstwahrscheinlich durch sukzessive Divisionen ermittelte, und genau dasselbe Verfahren wandte er **ausdrücklich** in betreff der Gleichung

$$x^2 7 = 65532x^{11} + 18x^9 - 30x^5 - 18x^3 + 12x - 8$$

an (siehe *Arithmetica analytica*, Frankfurt an der Oder 1601, Bl. E 2^a). Er teilte nämlich die ganze Gleichung durch x, nahm dann versuchsweise als Wurzelwert einen Teiler von 8 nämlich 2 an und erhielt dadurch, indem er 4 statt $\frac{8}{x}$ und dann 8 statt 12 - 4 setzte:

$$x^2 7 = 65532x^{11} + 18x^9 - 30x^5 - 18x^2 + 8.$$

Nun wiederholte er dasselbe Verfahren, nur mit dem Unterschied, daß er die Gleichung durch x^2 teilte; auf diese Weise bekam er zuletzt $x^{16} = 65536$, welche Gleichung für $x = 2$ eine Identität wird, und dadurch war nachgewiesen, daß 2 eine Wurzel der vorgelegten Gleichung sei. Das Verfahren, setzt natürlich voraus, daß nach der ersten Division durch x alle Glieder ganze Zahlen sind, also daß die Versuchszahl ein Teiler von 8 ist. Die Bemerkung des Herrn CANTOR (Z. 10–12): „Er wird wohl dabei nicht das Bewußtsein gehabt haben, daß der Wurzelwerth ein Theiler der Gleichungsconstanten sein müsse“, sollte also auf folgende Weise modifiziert werden: „Er hatte dabei offenbar das Bewußtsein, daß der Wurzelwerth, **sofern dieser durch sein Verfahren ermittelt werden konnte**, ein Theiler der Gleichungsconstanten sein müsse“.

Dagegen geht RAIMARUS gar nicht auf die Frage ein, ob die Wurzel eine ganze Zahl sein kann, auch wenn sein Verfahren versagt, d. h. wenn es sich herausgestellt, daß kein Teiler der Gleichungskonstanten eine Wurzel ist.

BM 12, 63–64 G. ENESTRÖM.

Band 3

Der Prioritätsstreit zwischen Newton und Leibniz

Quelle:
Cantor, Moritz: Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. – Leipzig : Teubner
Band 3. Von 1668 bis 1758. — 2. Aufl. — 1901.
S. 285 – 328

(285)

94. Kapitel. **Der Prioritätsstreit zwischen Newton und Leibniz bis April 1712.**

Der Prioritätsstreit sei durch Fatios Schrift von 1699 *Lineae brevissimi descensus inve-* [A]
stigatio geometrica duplex etc. begonnen gewesen, sagten wir (S. 261) am Schlusse des
XVI. Abschnittes. Jetzt, wo es uns obliegt, die Geschichte des Streites selbst eingehend zu [B]
erzählen, beginnen wir damit, die beleidigenden Worte Fatios genauer anzugeben[1]. Fatio will den zur Bewältigung der Aufgabe der Brachistochrone nöthigen Calcül im April 1687 selbständig erfunden haben[2]. Sein Wissen in dieser Beziehung würde kein geringeres ge-
wesen sein, wenn Leibniz damals noch gar nicht geboren gewesen wäre. Möge dieser daher (286)
anderer Schüler sich etwa rühmen, ihn könne er nicht unter deren Zahl rechnen, dafür könne der Briefwechsel, welchen er, Fatio, mit Huygens geführt habe, falls er zur Veröffentlichung gelange, als Zeugniss dienen. Dann heisst es weiter[3]: „Das freilich erkenne ich an, dass Newton der erste und um mehrere Jahre älteste Erfinder dieses Calcüls war, denn dazu nöthigt mich die Augenscheinlichkeit der Dinge. Ob Leibniz, der zweite Erfinder, etwas von jenem, entlehnt hat, darüber sollen lieber andere als ich ihr Urtheil abgeben, denen Einsicht in die Briefe oder sonstige Handschriften Newtons gestattet wird. Niemanden, der durchstudirt, was ich selbst an Dokumenten aufgerollt habe, wird das Schweigen des allzubescheidenen Newton oder Leibnizens vordringliche Geschäftigkeit täuschen.“

Wir machen dazu drei Bemerkungen. ***Erstens*** Fatio schickte seine Streitschrift nicht an Leibniz. ***Zweitens*** dieselbe erschien unter ausdrücklicher und ausgesprochener Genehmigung des stellvertretenden Vorsitzenden der Royal Society. ***Drittens*** Fatio hatten Papiere
Newtons vorgelegen, was ohne dessen Einwilligung kaum denkbar ist. [C]

Was für Papiere und Briefschaften das gewesen sein mögen, lässt sich mit voller Bestimmtheit nicht behaupten, vielleicht solche, die gleichfalls im Jahre 1699 im Drucke erschienen. Wir wissen, dass 1693 der zweite Band von Wallis' Werken erschienen war und in ihm ein Bericht über die späteren Briefe Newtons an Wallis (S. 251 bis 253). Im Jahre 1699 liess Letzterer den dritten Band seiner Werke folgen, und in ihm war der erste und zweite Brief Newtons an Leibniz und die Antwort Leibnizens zu lesen. Diese Papiere könnte allenfalls Fatio ***auch ohne Newtons Wissen*** in der Druckerei gesehen haben.

Zwischen dem Entwurfe von Leibnizens Antwort auf den zweiten Brief Newtons vom 24. October 1676 und dem Abdrucke dieser Antwort im III. Bande von Wallis' Werken besteht ***ein merkwürdiger Unterschied***, den wir hier hervorzuheben haben. Wir sagten (S. 184), dass Oldenburg den Brief vom 24. October 1676 erst unter dem 2. Mai 1677 an Leibniz abgehen liess, dass dieser alsdann (S. 187) den Brief an dem Tage, an welchem er ihn erhielt, noch beantwortete. Unsere Quelle war der Abdruck des Entwurfes[4]. Da der Entwurf

[1] *Commerc. epistol.* pag. 223 und Giesel in dem Delitzscher Schulprogramm von 1866 S. 17 Anmerkung 46.

[2] *proprio Marte inveni.*

[3] *Commerc. epistol.* pag. 168 und 224: *Newtonum tamen primum ac pluribus annis vetustissimum hujus calculi inventorem ipsa rerum evidentia coactus agnosco: a quo utrum quicquam mutuatus sit Leibnitius secundus ejus inventor malo eorum quam meum sit judicium quibus visae fuerint Newtoni litterae aliique ejusdem manuscripti Codices. Neque modestioris Newtoni silentium, aut prona Leibnitii sedulitas, inventionem hujus calculi sibi passim tribuentis, ullis imponet, qui ea pertractaverint, quae ipse evolvi, instrumenta.*

[4] Leibniz I, 154.

(287) unter dem Leibnizischen Nachlasse in der Königlichen öffentlichen Bibliothek in Hannover aufbewahrt wird, so liessen wir uns, um sicher zu gehen, ein Facsimile der Anfangszeilen kommen[5]. Sie lauten: *Accepi hodie literas tuas diu expectatas cum inclusis Neutonianis sane pulcherrimis,* ich erhielt heute Ihren lange erwarteten Brief und als Einschluss einen sehr schönen Brief Newtons. Die Worte sind in fortlaufender Linie geschrieben, abgesehen von dem vierten Worte *tuas*, welches über der Linie stehend eingeflickt erscheint. Eine sonstige Aenderung ist in beiden Zeilen, welche von Leibniz selbst geschrieben sind, nicht wahrnehmbar. Eine gleichzeitige Datirung ist nicht vorhanden, dagegen hat Leibniz später mit etwas schwärzerer Tinte an den Kopf des Blattes geschrieben: *21. Jun. 1677. Exstat Commerc. p. 88.* Nun der englische Abdruck. Er gibt das Datum 21. Juni 1677 und lässt das zweite Wort der ersten Zeile ***hodie*** weg. Wie ist diese Veränderung zu Stande gekommen? Darüber musste das Original des nach England gekommenen Briefes befragt werden, wenn es noch vorhanden war, und es fand sich nebst einer Abschrift desselben im Archive der Royal Society in London[6]. Das Original bildet einen Theil einer mit der Nummer LXXXI bezeichneten Sammlung: „Letters and papers referred to in the Commercium epistolicum. Edit. 1722.“ Es ist in recht unreinlichem Zustande und enthält zahlreiche Durchstreichungen und Veränderungen. Das Wort *hodie* ist nicht eigentlich durchstrichen, sondern durch einen es bedeckenden Klecks nahezu unleserlich, es sei denn, man wisse, wie es heissen soll. Die Abschrift befindet sich in einem „Letter-Book“ und enthält das Wort *hodie* gar nicht. Darnach scheinen nur zwei Möglichkeiten vorhanden. Entweder ist der Klecks absichtlich oder unabsichtlich vor Absendung des Briefes in Hannover entstanden, oder man hat in England schon vor 1699 das Wort unleserlich gemacht. Wir halten die erstere Vermuthung für die weitaus wahrscheinlichere, wie wir im nächsten Kapitel begründen wollen. Auf die Folgen, welche jene Veränderung nach sich zog, kommen wir im weiteren Verlaufe zurück.

Dem Marquis De L'Hôpital kam Fatios Schrift zu Händen, und er schickte sie Leibniz am 13. Juli 1699. In dem Begleitbriefe machte L'Hôpital[7] auch auf den im III. Bande der Gesammtwerke von Wallis erfolgten Abdruck einiger Briefe von Leibniz u. s. w.
(288) aufmerksam, welcher die Absicht erkennen lasse, Newton die Erfindung der Leibnizischen Differentialrechnung zuzuschreiben, welche dieser Fluxionsrechnung nenne. Es scheine, als ob die Engländer auf alle Art versuchten, den Ruhm der Erfindung für ihre Nation in Anspruch zu nehmen. Leibnizens Antwort[8] enthält den Dank für die Uebersendung. Ueber Fatios Ruhmredigkeit macht er sich lustig. Wenn dieser schon so lange so viel gewusst hat, warum hat er es nicht bekannt werden lassen? Newton werde Fatios Aeusserungen hoffentlich nicht billigen, dazu wisse er zu genau, wie der wahre Sachverhalt sei. Endlich die Veröffentlichung seiner Briefe durch Wallis sei mit seiner Einwilligung erfolgt. Wallis habe ihm auch gestattet anzugeben, was er etwa beim Abdruck gestrichen wünsche, er aber habe, da er das Bekanntwerden der nackten Wahrheit nicht zu fürchten brauche, geantwortet, Wallis solle aus den Briefen nach Gutdünken drucken lassen, was ihm der Veröffentlichung werth erscheine.

Ungefähr gleichzeitig wie an L'Hôpital schrieb Leibniz unter dem 4. August auch an

[5] Herr Dr. Bodmann, der Vorstand jener Bibliothek, hatte die grosse Güte, das Facsimile selbst für mich anzufertigen.

[6] Die Auskunft über die im Besitze der Royal Society befindlichen Belegstücke verdanken wir dem liebenswürdigen Entgegenkommen eines Beamten der Gesellschaft, Herrn Robert Harrison.

[7] Leibniz II, 336

[8] Leibniz II, 337.

Wallis[9]. Der unverdiente und unerwartete Angriff, den Fatio auf ihn gemacht habe, würde ihn wenig berühren, wenn nicht die Druckerlaubniss von Seiten der Royal Society ertheilt worden wäre, was er, er müsse es gestehen, nicht ohne grosse Verwunderung gesehen habe. Wie er eine solche öffentliche Verletzung verdient habe, sei er nicht im Stande sich auszudenken. Sein einziger Trost bestehe in der Hoffnung, jene Druckerlaubniss möge erschlichen worden sein, doch bedürfe er der Bestätigung dieser Hoffnung. Wallis möge in Gemässheit seines öfters bezeugten Wohlwollens die Sache untersuchen. Wenn dieser ihm dann sage, dass die Schreibart, deren Fatio sich gegen ihn bedient habe, den Beifall der Royal Society nicht finde, so genüge ihm das.

Wallis that, worum Leibniz ihn bat. Am 29. August erklärte er[10] Leibniz, er habe Fatios Buch gesehen, aber nicht gelesen. Bis zum Empfange von Leibnizens Brief habe er nicht geahnt, dass in dem Buche gegen Diesen gerichtete Dinge sich fänden, welche er selbst keineswegs billige, **mögen sie von Fatio oder von einem anderen geschrieben sein**[11]. Nach diesem Satze, der vielleicht in dem Sinne zu verstehen ist, als vermuthe Wallis, [D]
Fatio habe nur als Sprachrohr eines Dritten gedient, dessen Name alsdann leicht einzusetzen ist, geht er zu einer Würdigung Fatios über. Es sei ja wahr, dass Fatio in die Royal Society Aufnahme gefunden habe, aber deshalb stehe er in der Achtung der Mitglieder keineswegs so (289)
hoch, dass er Leibniz vorgezogen werde, oder denselben unwürdig behandeln dürfe, einen Mann, der wie auch in anderen Dingen ganz besonders in der Mathematik sich grosse Verdienste erworben habe. Im nächsten Absatze wirft Wallis, scheinbar unbefangen, die Frage auf, ob etwa Fatio auch der Verfasser eines namenlos in den A. E. vom Februar 1699 pag. 87 flgg. erschienenen Aufsatzes gegen David Gregory sei, und wenn nicht, ob dann Leibniz bei der Redaction den Namen des Verfassers in Erfahrung bringen könne. Es gebe ein Geschlecht von Menschen, die ihre eigenen Sachen höher achten als die der übrigen Sterblichen und lieber andere verletzen, als sich selbst Verdienste erwerben.

Diese Briefstelle war freilich geeignet, Leibniz in Verlegenheit zu setzen, denn der namenlose Aufsatz rührte von ihm selbst her[12]. Aber freilich war, und das sagt auch Leibniz in seinem Antwortschreiben[13], zwischen jenem Aufsatze und den Aeusserungen von Fatio ein ganz wesentlicher Unterschied. David Gregory hatte eine Untersuchung über die Kettenlinie veröffentlicht, welche zwar zu einem richtigen Ergebnisse führte, d. h. zu dem gleichen, welches seit 1691 (S. 219) den Mathematikern bekannt war, aber dieses Ergebniss auf einem dem Widerspruche ausgesetzten Wege erreichte. Diesem Widerspruche hatte der ungenannte Verfasser des Aufsatzes in den A. E. Worte verliehen, ohne gegen Gregory verletzend zu werden. Die Redaction weigere sich deshalb, erklärte Leibniz, den Namen des Einsenders zu nennen, während sie bereit sei, bei der ersten passenden Gelegenheit ihre Hochachtung vor Gregorys anderweitigen Verdiensten, die man voll anerkenne, deutlich auszusprechen. Diese Zusage wurde auch 1703 erfüllt[14] durch eine lobende Besprechung von Gregorys *Astronomia, physica et geometrica*, als deren Verfasser eine schriftliche Randnote Ferdinand Helfreich Lichtscheidt (1661 – 1707) nennt, einen hochgebildeten

---

[9] Ebenda IV, 70.
[10] Ebenda IV, 71–72.
[11] *Sive ab ipso sive ab alio scriptum.*
[12] Leibniz V, 336–339. In den A. E. trägt der Aufsatz natürlich nicht, wie in dem späteren Abdrucke, die Bezeichnung: *ex Epistola G. G. Leibnitii*, sondern ist namenlos.
[13] Ebenda IV, 74.
[14] A. E. 1703 pag. 452–462.

Geistlichen in Berlin, der auch der dortigen Akademie angehörte[15]. Leibniz hätte aber in seinem Briefe schon die Schlussworte jenes früheren Aufsatzes als Beweis dafür anführen können, dass es dort nur um eine sachliche Widerlegung sich handelte. Es sei glaublich, hiess es daselbst, dass Gregory bei wiederholter Ueberlegung seinen Irrthum unbefangen
(290) eingestehen werde; blieben ihm noch Zweifel, so möge er Newton, dessen Methode er nach eigener Aussage benutzte, zu Rathe ziehen.

[E] Wie konnte Wallis eine solche schlichte, in den höflichsten Formen auftretende Erwiderung mit persönlichen Verdächtigungen auf gleiche Linie stellen? Wir sehen hier eine Wirkung des englischen Nationalgefühls, an dessen Uebertreibung Wallis krankte, wie wir bei früherer Gelegenheit (S. 4) bemerken mussten. Im Prioritätsstreite werden wir noch oft auf die hässlichen Folgen einer an sich lobenswerthen Geistesrichtung hinweisen müssen. Wo ein Engländer in Frage kommt, hört bei Wallis, hört auch bald bei der Royal Society das Licht und Schatten gleich vertheilende Gerechtigkeitsgefühl auf. Den Engländer
[F] hören wir auch aus einem anderen Satze des Briefes Wallis' vom 29. August: Fatio sei kein Engländer, sondern ein Deutscher aus der Schweiz[16], der allerdings eine gewisse Zeit in England verweilte, aber gegenwärtig wieder fort sei.

Nun kommt noch die Druckgenehmigung der Royal Society zur Sprache. Der stellvertretende Vorsitzende habe das Recht, dieselbe zu ertheilen und habe, da er glaubte nur eine geometrische Abhandlung vor sich zu sehen, von dem Rechte Gebrauch gemacht, ohne den Inhalt der Schrift zu lesen. Es liege also nur eine Unvorsichtigkeit vor, wie Leibniz aus einem beigelegten Briefe des Secretärs der Royal Society entnehmen könne, und welche er alsdann wohl entschuldigen werde. Dieser Secretär war seit 1693 Hans Sloane (1660–1752), ein bedeutender Arzt und Naturforscher. Sein von Wallis erwähnter, unzweifelhaft damals beigeschlossener Brief ist nicht gedruckt vorhanden. Eine Bestätigung der Uebersendung findet sich in Leibnizens Antwort[17] an Wallis. An Fatios Aeusserungen, sagt er, sei ihm nicht mehr viel gelegen, seit er wisse, dass sie von der Royal Society nicht gebilligt würden; er behalte sich vor Herrn Sloane einen Dankbrief für seine so rasch bereite Freundlichkeit[18] zu schreiben.

Jetzt begnügte sich aber Leibniz nicht mehr mit brieflichen Aeusserungen, sondern er gab in den A.E. eine öffentliche Antwort[19] auf Fatios Beleidigungen. Der ganze Aufsatz ist ein Muster feiner Abfertigung und verdiente genauer bekannt zu sein. Die Gleichmässigkeit der Darstellung gestattet uns leider keinen ausführlichen- Bericht, und wir heben nur drei Punkte hervor. Leibniz spricht erstens aus, dass Sloane in einem Briefe an einen Freund
(291) die Zusicherung gegeben habe, es werde in Zukunft von Gesellschaftswegen darauf gesehen werden, dass kein bissiger Ton von Seiten eines Mitgliedes gegen ein anderes eingeschlagen werde. Zweitens geht Leibniz auf eine der von Fatio behandelten Aufgaben ein, auf die Aufgabe die Gestalt des Körpers geringsten Widerstandes in einem dichten Mittel zu finden. Newton hatte im 7. Abschnitte des II. Buches der Principien die Aufgabe gestellt und gelöst, allerdings so gelöst, wie es bei ihm nur zu häufig war, ohne Ableitung oder Beweis des Ergebnisses. Damit trat nun Fatio hervor. Er wies einen Zusammenhang zwischen jener Eigenschaft des geringsten Widerstandes und dem Krümmungshalbmesser der Curve, welche bei ihrer Umdrehung den Körper erzeugt, nach. Noch 1699 liessen erst De L'Hôpital,

[15] Poggendorff I, 1453–1454.
[16] Leibniz IV, 72: *non Anglus est, sed Germanus ex Helvetia.*
[17] Ebenda IV, 74.
[18] *in me quoque promtissimae humanitati.*
[19] Leibniz V, 340–349.

dann Johann Bernoulli in den A. E. andere Beweise drucken[20], welche einfacher waren, indem sie nur von Tangenteneigenschaften jener Curve Gebrauch machten. De L'Hôpital betonte dabei, in wie fern sein Beweis als der einfachere zu gelten habe: die Krümmung hänge nämlich vom zweiten, die Tangente nur vom ersten Differentialquotienten ab[21], und eben diese Bemerkung wiederholt Leibniz. Drittens beruft sich Leibniz für die Unabhängigkeit seiner Erfindung der Differentialrechnung auf Newton[22]: „Hat dieser doch hinreichend öffentlich in seinen Principien von 1687 es ausgesprochen, dass Keiner von uns gewisse geometrische Erfindungen, welche uns gemeinschaftlich sind, der durch den Anderen ihm gelieferten Erleuchtung verdanke, dass Jeder vielmehr sie seinem eigenen Nachdenken schulde, dass ich sie schon ein Jahrzehnt früher auseinandergesetzt habe." Leibniz nennt hier das Scholium im 2. Abschnitte des II. Buches der Principien nicht ausdrücklich, aber es kann nicht zweifelhaft sein, dass er diese Stelle (S. 203–204) meinte. Ebensowenig kann zweifelhaft sein, dass Newton den Leibnizischen Aufsatz gelesen haben muss. Die ganze Angelegenheit machte sicherlich, seit Sloane im Namen der Royal Society sich eingemengt hatte, wenn nicht schon früher, in England so viel von sich reden, dass Newton, der mindestens mittelbar Betheiligte, unmöglich den Verlauf des Streites unbeachtet lassen konnte. Fatio hat überdies den Aufsatz gelesen, hat eine Entgegnung für die A.E. geschrieben, deren Aufnahme Mencke verweigerte[23], und Fatio sollte nicht dafür gesorgt haben, dass Newton mit diesem Benehmen und mithin mit dem ganzen Streite bekannt werde? Das ist undenkbar. Newton wusste also ganz gut, welchen Sinn man dem Scholium beilegte, und (292)
wenn er zwischen dem 11. October 1709 und dem 15. April 1710 (S. 204) dem Scholium eine nur noch deutlicher die beiderseitige Unabhängigkeit betonende Fassung geben liess, so wusste er, was damit gemeint war. Er wusste es und duldete es, trotzdem inzwischen der erste Act des Prioritätsdramas längst abgeschlossen und der Vorhang zum zweiten Aufzug schon in die Höhe gegangen war.

Wir wissen (S. 279), dass Newton im Jahre 1704 in der Druckerei der Royal Society ein englisch geschriebenes Buch über die Farben der Presse übergab und als Anhang zwei lateinische Abhandlungen beifügte, die *Enumeratio linearum tertii ordinis* und die *Quadratura Curvarum*. Schon im Januarhefte 1705 der A. E. erschien eine Besprechung dieses Anhangs[24], deren Verfasser sich zwar nicht genannt hat, aber nie verkannt wurde. Die allgemeine Muthmassung deutete auf Leibniz bin, und ihre Bestätigung ergibt sich ebensowohl durch eine der schon mehrfach erwähnten Randnoten als durch die Empfangsanzeige Menckes[25] vom 12. November 1704: „Hierauf habe berichten sollen, dass gestern Dero relation von des Hrn. Newton zweyen Algebraischen tractaten endlich bey mir eingelaufen, undt sage ich dafür gehorsamsten Danck." Durch eine Randbemerkung wissen wir ferner, dass Leibniz es auch gewesen war[26], der 1703 ein anderes, die Fluxionsrechnung betreffendes Buch, die *Fluxionum methodus inversa* von George Cheyne[27] (1671–1734) ziemlich günstig besprochen und es dahin gekennzeichnet hatte, es bediene sich zur Auflösung der

[20] Joh. Bernoulli *Opera* I, 307–315.
[21] Ebenda I, 313.
[22] Leibniz V, 345: *Satisque indicavit publice, cum sua Mathematica Naturae Principia publicaret anno 1687, nova quaedam inventa Geometrica, quae ipsi communia mecum fuere, neutrum luci ab altero acceptae, sed meditationibus quemque suis debere, et a me jam decennio ante exposita fuisse.*
[23] A. E. 1701 pag. 134.
[24] A. E. 1705 pag. 30–36.
[25] Leibniz, Supplementband des Briefwechsels S. 15.
[26] A. E. 1703 pag. 450–452.
[27] Poggendorff I, 434.

inversen Tangentenaufgabe wesentlich der Reihenentwicklung unter Benutzung der Methode der unbestimmten Coefficienten, wodurch man zu Ergebnissen gelange, wenn andere Methoden nicht aufzufinden seien. Die Besprechung der beiden Newtonschen Abhandlungen berichtet zuerst auf vier Seiten über die *Enumeratio linearum tertii ordinis*, dann geht sie zu der *Quadratura Curvarum* über. Wir glauben hier die wichtigste Stelle wörtlich anführen zu müssen.

„Bevor der ungemein geistreiche Verfasser zu der Quadratur der Curven (oder vielmehr der krummlinigen Figuren) gelangt, schickt er eine kurze Einleitung voraus. Damit man diese besser verstehe, muss man wissen, dass wenn irgend eine Grösse stetig wächst, wie z. B. eine Linie durch das Fliessen eines sie beschreibenden Punktes wächst, jene augenblicklichen Zuwächse ***Differenzen*** genannt werden, nämlich Unterschiede zwischen der
(293) Grösse, wie sie früher war, und wie sie durch die Veränderung eines Augenblickes wurde, und dass daraus der ***Differentialcalcül*** entstanden ist und dessen Umkehrung der ***summatorische Calcül***, deren Elemente von ihrem Erfinder Herrn G. G. Leibniz in dieser Zeitschrift mitgetheilt worden sind, und wovon viele Anwendungen gezeigt wurden sowohl durch Ebendenselben als durch die Herren Brüder Bernoulli und durch den Marquis De L'Hôpital, dessen jüngst eingetretenen frühzeitigen Tod alle die schwer beklagen müssen, die den Fortschritt der tieferen Wissenschaft lieben. Statt der Leibnizischen Differenzen benutzt nun Herr Newton, und hat er immer benutzt[28] ***Fluxionen, welche sich so nahe wie möglich wie die in gleichen kleinstmöglichen Zeittheilchen hervorgebrachten Vermehrungen der Fluenten verhalten.*** Er hat davon in seinen Mathematischen Principien der Naturlehre und in anderen später veröffentlichten Schriften einen eleganten Gebrauch gemacht, wie auch später Honoratus Fabri in seiner Synopsis Geometrica den Fortschritt der Bewegungen an Stelle der Methode Cavalieris setzte“[29].

An diese wortgetreu durch uns übersetzte und auch bezüglich der Hervorhebung einzelner Wörter durch den Druck streng an das Original sich anschliessende Stelle knüpft Leibniz dann eine Schilderung der beiden Aufgaben der Differentiation und Integration mittels seiner Zeichen und ohne der Newtonschen Bezeichnung zu gedenken. Bei der Quadratur als Aufgabe der Integralrechnung habe Newton sehr nützliche Arbeiten vollbracht[30]. Er habe Reihen angewandt, welche bald ins Unendliche fortlaufen, bald abbrechen, und in diesem letzteren Falle das Ergebniss in algebraischer Gestalt aufweisen. Das seien Dinge, über welche seiner Zeit bei Gelegenheit des Berichtes über das Buch von Cheyne gesprochen worden sei.

Im Ganzen war also der Ton der Besprechung ein sehr wohlwollender, und der (S. 285) von uns angekündigte Widerspruch gegen die Veröffentlichung als solche wäre ein sehr milder gewesen, wenn nicht ein Satz in derselben vorgekommen wäre, dessen schriller Misston durchgehört werden musste, der Satz, dessen lateinischen Wortlaut wir in einer Anmerkung wiedergeben zu müssen glaubten. Newton wird mit Fabri verglichen, ***der den Fortschritt der Bewegungen an Stelle der Methode Cavalieris setzte***. Fabri kannte Cavalieris Schriften, kannte sein Verfahren und veränderte es in nicht der Rede werthen Nebenumständen. Er hat sich damit nur selbst geschadet. Seine Synopsis
(294) geometrica von 1669 gehört zu den wenigst bekannten Schriften der damaligen Zeit und würde ohne die Erwähnung in dem Satze, von dem wir grade reden, wohl ganz vergessen

[28] *adhibet semperque adhibuit.*

[29] *Quemadmodum et Honoratus Fabrius in sua Synopsi Geometrica motuum progressus Cavallerianae Methodo substituit.*

[30] *a Dn. Newtono est utilissime laboratum.*

sein. Und mit diesem Fabri wird Newton verglichen, wird mit ihm durch den Vergleich auf eine Linie gestellt!

Leibniz hat sich später ausreden wollen. Er hat behauptet, der andere Ausdruck, dessen lateinischer Wortlaut gleichfalls in einer Anmerkung mitgetheilt worden ist, schliesse die Annahme aus, dass Newton als blosser Nachahmer mit leichter Veränderung der gebrauchten Namen und Zeichen habe hingestellt werden wollen. Dem ist nicht so. Wohl heisst es, ***Newton benutze Fluxionen statt der Differenzen und habe sie immer benutzt***, aber seit wann? Die Besprechung der Quadratura Curvarum nennt als das Werk, in welchem Newton von den Fluxionen einen eleganten Gebrauch gemacht habe, die Principien und andere später herausgegebene Schriften, Die Principien sind aber von 1687, Leibnizens Veröffentlichung der Differenzialrechnung von 1684. Der unbefangene Leser konnte also einen Gegensatz der beiden Aeusserungen nicht erkennen. Er musste vielmehr in der Vereinigung beider den Sinn finden, welcher, wie wir uns erinnern, in einer brieflichen Aeusserung von Johann Bernoulli vom August 1696 (S. 253) sich abspiegelte, Newton habe erst nach 1684 und in Folge der aus der Leibnizischen Abhandlung empfangenen Anregung seine Fluxionsrechnung erdacht. Wenn Leibniz damals Bernoulli eines Besseren belehrte, so musste er auch jetzt die Leser vor dem gleichen Missverständnisse bewahren. Er durfte nicht von den Principien und später herausgegebenen Schriften sprechen ohne hinzuzufügen, dass er wisse, dass Newton schon 1676 eine Fluxionsrechnung besessen habe. Die Leibnizischen Worte waren also mindestens unglücklich gewählt und objectiv unrichtig.

Schwieriger ist die Beurtheilung der subjectiven Schuld oder Schuldlosigkeit dessen, der die unglücklichen Worte gebrauchte. Leibniz, sagten wir, habe damals bestritten, dass in seiner Aeusserung ein Vorwurf enthalten gewesen sein solle, enthalten sein könne. Sollen wir ihm darin Glauben schenken, so fällt noch immer die Schuld der Unüberlegtheit auf ihn; aber wir fürchten, wir thun Leibniz mit diesem letzteren Vorwurfe Unrecht, und der Stich, welcher Newton 1705 traf, war von keiner ungeschickten Hand geführt worden, Leibniz hatte die Beleidigung von 1699 nicht vergessen, hatte insbesondere nicht vergessen, dass Newton, den er in der Antwort an Fatio von 1700 gradezu als Zeuge aufgerufen hatte, sich kein Wort; entlocken liess und auch, als er 1704 die Quadratura Curvarum: zum Drucke gab, nichts über Leibniz zu sagen fand, als nur eine vom Zaune gebrochene Abweisung der unendlich kleinen Unterschiede, die Leibniz auf sich zu beziehen Grund hatte. Da (295)
mag in Leibniz der Gedanke wach geworden sein, Newtons Zunge dadurch zu lösen, dass er ihn fühlen liess, wie weh ein unberechtigter Vorwurf thut. Newton sollte empfinden, was er selbst 1699 hatte empfinden müssen. So erscheinen uns die Seelenvorgänge, aus welchen der Bericht von 1705 hervorging. Wir haben allerdings keinerlei Beweis dafür und müssen gewärtig sein, dass unsere Leser nicht alle mit uns übereinstimmen, aber mit diesem Zugeständnisse vereinigt dürfen wir doch wohl unseren Erklärungsversuch wagen.

Was die spätere Aeusserung betrifft, Newton könne sich nicht beleidigt fühlen, weil anerkannt sei, dass er immer der Fluxionen sich bedient habe, so ist das eine Ausrede und, wie wir schon gezeigt haben, eine recht schlechte Ausrede. Wir haben ihr nicht mehr Gewicht beizulegen als den beiden Briefen Leibnizens vom 28. Juni 1713 an Johann Bernoulli[31] und an Nicolaus Bernoulli[32], in welchen Leibniz leugnet die Besprechung von 1705 verfasst zu haben.

---

[31] Leibniz III, 913.
[32] Ebenda III, 986.

Ist die Leibnizische Besprechung Newton zu Händen gekommen? Newton selbst hat es am 22. März und wiederholt am 5. April 1711 in Abrede gestellt[33]. Heutigen Tages wäre die Thatsache so gut wie unmöglich. Auch am Anfange des XVIII. Jahrhunderts ist sie auffallend genug, aber ohne unterstützende Beweismittel sind wir nicht berechtigt, irgend einem Betheiligten eine absichtliche Unwahrheit zuzutrauen. Von einer unabsichtlichen Unwahrheit kann selbstverständlich nicht die Rede sein, denn eine verletzende Besprechung
[G] überhaupt gelesen zu haben, vergisst kein Schriftsteller, mag ihm auch der genaue Inhalt aus dem Gedächtnisse schwinden. Aber wie können wir erklären, dass die A. E. in England weniger gelesen wurden, als z. B. die P. T. in Deutschland? Dazu mögen zwei Umstände beigetragen haben. Erstens bildete es damals schon eine lobenswerthe Eigenschaft deutscher Gelehrten, mehr als die Gelehrten irgend eines anderen Volkes sich um die im Auslande erscheinenden wissenschaftlichen Arbeiten zu kümmern, zweitens war zwischen den A. E., als Zeitschrift, und den P. T., als Veröffentlichungen der Royal Society der grosse Unterschied, dass auf erstere abonnirt werden musste, während letztere den ausserhalb England lebenden Mitgliedern der Gesellschaft, deren es eine ziemlich grosse Anzahl gab, nach Vollendung eines Bandes zugeschickt wurden.

In den ersten Monaten des Jahres 1705 war Newton auch durch politische Aufregungen
(296) in Anspruch genommen. Wir haben (S. 66) von den unter Königin Anna zu Tage tretenden Parteiverschiebungen gesprochen. Eine solche fällt in das Jahr 1705[34]. Königin Anna war den Tories geneigt. Ihr Ministerium bestand aus solchen, wenigstens galt Marlborough, der an der Spitze stand, damals gleich den übrigen als Tory. Im Unterhause hatten die Tories die unbestrittene Mehrheit. So schien ein Zerwürfniss unmöglich. Die kirchlich Unduldsamen im Unterhause brachten dasselbe zu Stande. Die Fernhaltung aller der bischöflichen Kirche nicht zugehörigen Persönlichkeiten von öffentlichen Stellen beruhte auf dem Zwange, die Formen eben dieser Kirche auszuführen, ein Zwang, der sich darin äusserte, dass der Anzustellende das Abendmahl nach Anglicanischer Form zu nehmen hatte. Katholiken konnten sich dazu allerdings niemals verstehen, aber die protestantischen sogenannten Nonconformisten konnten sehr wohl das kleine Opfer bringen, ihre Abendmahlformen nach denen der herrschenden Kirche umzumodeln, und sie thaten es, so dem Wortlaute des Gesetzes gehorchend. Gelegentliche Conformität nannten solches die zu äusserst rechts stehenden Tories, und sie beschlossen einen Sturmlauf dagegen: wer nicht ganz und gar der Kirche, d. h. eben der bischöflichen Kirche, angehöre, sei von den öffentlichen Aemtern auszuschliessen. Der Erfolg dieses Gesetzes, wenn es durchging, musste nicht bloss bei der Besetzung jener Stellen selbst, er musste auch für die Zusammensetzung des Parlamentes den Ausschlag geben. Nur in Städten, wo nonconformistische Magistrate vorhanden waren, pflegten Whigs gewählt zu werden. Beseitigte man jene städtischen Verwaltungen, so konnte man hoffen, ein rein toristisches Parlament zu erhalten. In diesem aber wären muthmasslich die Weitestgehenden die Führer gewesen, und die Minister mussten befürchten, von rechts stehenden Gesinnungsgenossen verdrängt zu werden. So kam es, dass die Regierung den Widerstand des Oberhauses gegen den Gesetzvorschlag unterstützte, der dadurch nicht Gesetz werden konnte, trotzdem er in zwei auf einander folgenden Jahren vom Unterhaus angenommen wurde. Marlborough wurde den Hochtories mehr und mehr verhasst, sein Sturz war beschlossene Sache. Ein Ereigniss der äusseren Politik rettete ihn.

---

[33] Edleston, *Correspondence of Sir Isaac Newton and Professor Cotes* pag. LXXII lin. 17–20.
[34] Edleston, *Correspondence of Sir Isaac Newton and Professor Cotes* pag. LXXIV und Ranke, Englische Geschichte VII, 11–13 und 23.

Die Schlacht bei Höchstädt am 13. August 1704, in welcher Marlborough vereint mit Prinz Eugen die Franzosen aufs Haupt schlug, vernichtete die Pläne seiner heimischen Gegner. Der siegreiche Held war der Liebling der Nation geworden, und der allgemeine Zug riss die gemässigten Tories neben den Whigs in sein Geleite. Unter diesen Verhältnissen vollzogen (297)
sich die Parlamentswahlen vom April 1705. Sir Isaac, wie Newton hiess, seitdem er am 16. April in den Ritterstand erhoben worden war, war der Candidat der äussersten Partei für Cambridge. Die Kirche sei in Gefahr, war das Stichwort derselben, und die Verhandlungen, welche bei der nun folgenden Parlamentssitzung im Oberhause stattfanden, haben klar gestellt, dass eben bei der Cambridger Wahl ein Studentenauflauf stattfand, dass man hundertstimmig schrie: Kein Fanatiker, nichts von gelegentlicher Conformität. So unterlag damals Newton. Die hier erzählten Parteikämpfe gehören insofern zu unserem Gegenstande, als auch sie zur Erklärung dafür dienen können, dass Newton jene Besprechung der A. E. von 1705 nicht kennen lernte. Hätte er sie kennen gelernt, er hätte im Augenblick doch wohl geschwiegen, schweigen müssen. Der politisch in den Hintergrund Gedrängte war nicht geeignet, die Sympathie seiner Landsleute für sich wachzurufen, und die ihm ungünstige Volksstimmung hätte ihm die Antwort untersagt.

Am 16. August 1705 starb Jakob Bernoulli. Leibniz verlangte[35] von Jakob Hermann, dem dankbaren Schüler des Verstorbenen, dessen Nekrolog, den Hermann am 28. October einschickte[36], und der in den A. E. für Januar 1706 abgedruckt ist. Eine Randbemerkung des Heidelberger Exemplars nennt Leibniz als den Verfasser, und das ist eine der Stellen, wo die im Allgemeinen zuverlässigen handschriftlichen Zusätze sich als irrig erweisen. Leibniz war Vermittler, nicht Verfasser des Beitrags, oder doch nur in dem Sinne Verfasser, als er sich eine gewisse Veränderung des von Hermann niedergeschriebenen und handschriftlich erhaltenen Wortlautes gestattete. Nicht etwa als ob Leibniz den von Hermann herrührenden Satz, zu Jakob Bernoullis nahen Freunden habe Fatio de Duillier gehört, ein sehr würdiges Mitglied der Royal Society[37], gestrichen hätte. Ihn liess Leibniz, wenn vielleicht auch widerwilligen Sinnes, abdrucken. Am Schlusse dagegen kürzte er. Hermann hatte die wichtigsten Aufsätze des Verstorbenen, welche theils in den A. E., theils im Journal des Sçavans dem Drucke übergeben worden waren, einzeln genannt. Er hatte zwischendrein gesagt: Besonders verdient hier der Differentialcalcül erwähnt zu werden, welchen er durch eigenes Nachdenken in Gemeinschaft mit seinem berühmten Bruder sich so sehr zu eigen machte und vervollkommnete, dass der vortreffliche Erfinder desselben, der hochstehende Leibniz[38] aus freien Stücken eingestand, der neue Calcül verdiene (298)
mit gleichem Rechte der beiden Bernoulli als der seinige genannt zu werden. Hier, wie gesagt, kürzte und änderte Leibniz. Die Herzählung der Abhandlungen nebst der Zwischenbemerkung ersetzte er durch folgenden Wortlaut: Seine sehr zahlreichen und schönen Erfindungen, welche in den A. E. und anderwärts zu lesen sind, führen wir nicht einzeln an; wir begnügen uns beizufügen, dass, als die grosse Erfindung unseres Jahrhunderts, **die Leibnizische Infinitesimalanalysis**[39] hervorgetreten war, der Dahingegangene aus einem leichten vom Erfinder gegebenen Beispiele (dem Beweise der Isochrone) plötzlich ein neues Licht für die Anwendung auf physikalisch-mechanische Fragen schöpfte[40] und

[35] Leibniz IV, 284.
[36] Ebenda IV, 288–292.
[37] *Dn. Nicolaum Fatium Duillerium Regiae Londinensis Societatis sodalem dignissimum.*
[38] *Excell. ejus Inventor, Ampl. Leibnitius.*
[39] *Analysis infinitesimalis Leibnitiana.*
[40] *ex facili exemplo ab autore exhibito (demonstratione scilicet Curvae Isochronae) novam subito lucem*

auf die Ausbildung jenes analytischen Calcüls, den man `Differentialrechnung` und seine Umkehrung `summatorische` oder `Integralrechnung` nennt, mit grossem Eifer und Erfolg sich legte, ausgezeichnete Aufgaben löste und nach Recht und Verdienst unter die grössten Förderer der grossen Erfindung gezählt werden kann. Leibniz widmete dem Gedächtnisse des verstorbenen und immer zu betrauernden Freundes folgende Zeilen:

> Ein unendliches Licht erglänzte Dir schon auf der Erde,
> Wer wird leugnen, o Freund, dass Du erhalten uns seist?

Viel mehr als eine Kürzung und stylistische Abänderung unter Beibehaltung des Sinnes, den Hermann in seinen Wortlaut gelegt hatte, war das nicht, aber es war eben doch abermals von der grossen Leibnizischen Erfindung die Rede und immer nur von der Leibnizischen.

Spät, im Jahre 1710 erst, kam die entgegengesetzte Behauptung im XXVI. Bande der P. T. wieder zum Ausdruck. Der Band enthielt die der Royal Society 1708 vorgelegten Arbeiten, und sein Druck war schon im September und October 1708 im Gange. Es ist das nicht unwichtig, weil es einen Beleg für die eigenthümliche Thatsache gibt, dass, als zwischen October 1709 und April 1710 das Scholium in der zweiten Ausgabe der Principien im Drucke war, Newton wusste, dass binnen Kurzem eine ihm widersprechende Meinung in den P. T. zur öffentlichen Kenntniss kommen werde.

John Keill[41] (1671–1721), ein Schotte, eifriger Bewunderer Newtons, seit 1700 Professor der Physik in Oxford, hatte eine Abhandlung über die Gesetze der Centripetalkräfte, *De legibus virium centripetarum*, eingereicht, und in ihr war, ohne dass der Gegenstand die
(299) allergeringste Veranlassung dazu geboten hätte, folgender Satz eingeschaltet[42] „Dieses alles folgt aus der heutigen Tages sehr berühmten Fluxionsrechnung. Diese hat, ohne dass ein Zweifel stattfände, Herr Newton erfunden, wie bei Jedem feststehen wird, der die von Wallis herausgegebenen Briefe liest. Später wurde jedoch dieselbe Rechnung von Herrn Leibniz unter Veränderung des Namens und der Bezeichnungsweise in den A. E. veröffentlicht.“

Das war, wir wiederholen es, eine etwas späte Autwort auf die Besprechung von 1705, auf die Aeusserungen im Nekrologe von 1706, aber sie liess an Deutlichkeit nichts zu wünschen übrig. Sie beschuldigte Leibniz ohne Weiteres des geistigen Diebstahls unter den erschwerendsten Umständen; Leibniz habe ein fremdes Verfahren unter Veränderung von Namen und Bezeichnung herausgegeben!

Leibniz erhielt als Mitglied der Royal Society den vollendeten Band der P. T. durch den Secretär Sloane allerdings recht verspätet im Februar oder März 1711, da er gerade in Berlin war, und noch von dort aus schrieb er unter dem 4. März eben an Sloane. Er bedauere, sagte Leibniz in diesem Briefe[43] zum zweiten Male mit einer Klage auftreten zu müssen. Vor längerer Zeit habe Nicolaus Fatio de Duillier sich öffentlich mit Sticheleien an ihn gemacht, als ob er eine fremde Erfindung sich angeeignet hätte. Er habe ihn damals in den A. E. eines Besseren belehrt, und die Royal Society habe ihm selbst gegenüber durch ihren Secretär, und das sei, so viel er sich erinnere, grade Sloane gewesen, ihre Missbilliguug ausgesprochen. Auch Newton, der treffliche Mann, habe, wie ihm berichtet sei, den

---

hausisse.

[41] Poggendorff, I, 1236. — *National Biography* XXX, 310—311 (London 1892, edited by Sidney Lee).

[42] P. T. XXVI, 185: *Haec omnia sequuntur ex celebratissima nunc dierum fluxionum arithmetica, quam sine omni dubio primus invenit D. Newtonus, ut cui libet ejus epistolas a Wallisio editas legenti facile constabit, eadem tamen arithmetica postea mutatis nomine et notationis modo a D. Leibnitio in Actis Eruditorum edita est.*

[43] *Commerc. epistol.* pag. 171–172.

verkehrten Eifer missbilligt[44], welchen Einige in dieser Sache für ihr Volk und für ihn an den Tag legten. Und jetzt scheine Herr Keill in dem eben erschienenen Bande der P. T. auf S. 185 die ungeschickteste der Anklagen zu erneuern. Wer könne den Satz: „Später wurde … veröffentlicht“ lesen und ihm Glauben schenken, ohne Leibniz in Argwohn zu nehmen, eine fremde Erfindung in der Verkleidung untergeschobener Benennung und Zeichen herumgetragen zu haben? Wie falsch dieses sei, wisse Niemand besser als Newton selbst. Gewiss, fuhr Leibniz fort, ich habe weder den Namen der Fluxionsrechnung aussprechen hören, noch die Zeichen, deren Newton sich bediente, mit Augen gesehen, bevor beides in Wallis' Werken erschien. Dass ich die Sache gleichfalls viele Jahre, bevor ich sie herausgab, besass, beweisen meine durch Wallis veröffentlichten Briefe. Wie kann ich Fremdes, welches (300)
ich nicht kannte, verändert herausgegeben, haben? Leibniz schloss mit der Aeusserung, er sei weit davon entfernt, Keill einen Verleumder zu nennen, aber dessen Anklage sei verleumderisch und Keill müsse, das verlange er von der Royal Society, die Anklage öffentlich zurücknehmen.

Die Angelegenheit mit Fatio hatte seiner Zeit rasche und leichte Erledigung gefunden (S. 290), aber jetzt waren die Verhältnisse ganz andere als 1699 und 1700. Newton war seit dem 30. November 1703 Präsident der Royal Society (S. 67), in ihr also naturgemäss eine wesentlich einflussreichere Persönlichkeit als ein ausserhalb England wohnendes Mitglied, und wäre es auch Leibniz, und sein Ruhm musste oder durfte doch wenigstens der Gesellschaft vor Allem am Herzen liegen. Auch seit 1705 hatte mancherlei sich geändert. Die Friedenssehnsucht der englischen Nation war der whigistischen den Krieg gegen Frankreich in die Länge ziehenden Regierung müde geworden. Ein toristisches Parlament war gewählt, und seit September 1710 stand der Hochtory Bolingbroke an der Spitze der Reichsgeschäfte. Newton war also jetzt der Gesinnungsgenosse der leitenden Kreise in Volk und Regierung, Leibniz der Berather jenes hannöverschen Prinzen, der den Krieg gegen Frankreich selbst führen half (S. 66). Diese mehrfachen Aenderungen spiegeln sich deutlich in dem weiteren Verlaufe des Streites.

Ein Auszug aus den Sitzungsprotokollen der Royal Society ist veröffentlicht[45]. Wir lassen seine Uebersetzung folgen, welche wir nur jeweils zu unterbrechen uns vorbehalten, wo uns Einschaltungen nothwendig erscheinen. Am 22. März 1711 fand eine Sitzung unter Newtons Vorsitze[46] statt. Ein Theil des Leibnizischen Briefes wurde verlesen und Sloane beauftragt, eine Antwort zu schreiben. Newton war, bevor der Aufsatz in den A. E. von 1705 ihm gezeigt wurde, ärgerlich über das, was Keill gesagt hatte, aber in der nach Verlauf von vierzehn Tagen folgenden Sitzung vom 5. April lenkte Keill die Aufmerksamkeit auf jenen unbilligen Bericht[47] über die Abhandlung Quadratura Curvarum. Dann gab der Präsident eine kurze Darstellung der Sache mit Beifügung der genauen Zeit, zu welcher er seine Erfindung zuerst erwähnte oder enthüllte[48], und berief sich auf einige durch Wallis veröffentlichte Briefe; hierauf wurde Herr Keill ersucht, einen Bericht über den Gegenstand des Streites zu verfassen und denselben in ein richtiges Licht zu setzen. Sitzung (301)
vom 12. April. Die Verlesung der früheren Aufzeichnungen[49] gab Gelegenheit, den in den Leipziger A. E. erwähnten Gegenstand weiter zu besprechen. Der Präsident fühlte sich be-

[44] *praeposterum studium improbavit.*
[45] Edleston, *Correspondence of Sir Isaac Newton and Professor Cotes* pag. LXXII.
[46] *President in the chair.*
[47] *unfair account.*
[48] *with the particular time of his first mentioning or discovering his invention.*
[49] *the former minutes being read.*

wogen[50] seine vor vielen Jahren an Herrn Collins gerichteten Briefe über seine Methode der Curvenbehandlung u. s. w. zu erwähnen, und da Herr Keill anwesend war, wurde dieser abermals ersucht, einen Aufsatz niederzuschreiben und das Recht des Präsidenten in dieser Angelegenheit zu behaupten. Sitzung vom 24. Mai. Keill's Erwiderung wurde verlesen. Eine Abschrift soll an Leibniz geschickt werden, und sobald Leibnizens Antwort darauf eingetroffen sein wird, soll Keills Schrift in den P. T. gedruckt werden. In der nächsten Sitzung vom 31. Mai, in welcher Newton nicht gegenwärtig war, verlas Sloane einen Brief an Leibniz, welcher gebilligt wurde. Sloanes Brief ist nie veröffentlicht worden und dürfte ein ziemlich farbloses Begleitschreiben der Keill'schen Erwiderung gewesen sein, sonst hätte man ihn kaum in Newtons Abwesenheit gutgeheissen. Das wichtige Keill'sche Schriftstück dagegen , ist im Drucke vorhanden[51] und fordert unseren Bericht.

Ich gebe es zu, heisst es nach kurzen Einleitungssätzen, dass ich gesagt habe, die Fluxionsrechnung sei von Newton erfunden, dann von Leibniz unter Veränderung des Namens und der Bezeichnungsweise herausgegeben worden. Ich will damit keineswegs gesagt haben, der Name, den Newton seiner Methode beilegte, oder die Bezeichnung, deren er sich bediente, seien Leibniz bekannt gewesen. Ich wollte nur zu verstehen geben, dass Newton der erste Erfinder der Fluxionsrechnung oder des Differentialcalüls war; dass er in zwei Briefen an Oldenburg, welche durch diesen an Leibniz gelangten, Kennzeichen davon gab, die für einen Mann von grossem Scharfsinne hinreichten, ihm den Weg zu zeigen[52] und dass Leibniz aus ihnen die Grundgedanken jener Rechnung schöpfte oder wenigstens schöpfen konnte. Da er aber die Sprech- und Schreibweise, von denen Newton Gebrauch machte, durch blosse Vernunftschlüsse nicht ermitteln konnte, so wählte er die von ihm selbst ersonnenen. Als Beweggrund zu jenen Aeusserungen wird die Besprechung der Quadratura Curvarum in den A. E. angegeben, welche ihre Leser zu dem Glauben veranlassen könne, als habe Newton erst nach 1684 die Fluxionsrechnung erfunden. Wenn die Leipziger ihrem Leibniz fremdes Eigenthum hinzudichten dürfen, so dürfen auch die Engländer, ohne
(302) der Anschuldigung der Verleumdung zu verfallen, das zurückfordern, was Newton geraubt wurde. Ich habe also, fährt Keill wörtlich fort, zu zeigen, dass Newton wahrer und erster Erfinder der Fluxionsrechnung oder des Differentialcalcüls war, ferner, dass er Leibniz so klare und auf den Weg führende Kennzeichen seiner Methode gegeben hat, dass es diesem leicht wurde, auf die gleiche Methode zu verfallen[53]. Nun folgt eine Schilderung der beiden Briefe Newtons, welche wir in unserem 90. Kapitel grade mit Rücksicht auf das, was Leibniz aus ihnen lernen konnte, ausführlich besprochen haben. Keill kommt allerdings zu der ganz entgegengesetzten Schlussfolgerung, zu welcher wir damals gelangten, denn er behauptet kurzweg[54]: Aus diesen Kennzeichen, unterstützt durch diese Beispiele, hätte ein gewöhnlicher Geist Newtons Verfahren bis ins Innerste erkennen müssen, und man kann nicht entfernt glauben, dass es dem Scharfsinne eines Leibniz verborgen geblieben sein könne. Das freilich sei Leibniz in vollstem Maasse zuzugeben, dass er weder den Namen Fluxionsrechnung gehört, noch die von Newton benutzte Bezeichnung gesehen habe, bevor

[50] *was pleased.*

[51] *Commerc. epistol.* pag. 172–180. Im Original sind die auftretenden Personen meistens Dominus Newtonus, Dominus Leibnitius genannt. Lediglich zur Abkürzung lassen wir das Wort Herr weg.

[52] *indicia dedisse perspicacissimi ingenii viro satis obvia.*

[53] *deinde ipsum adeo clara et obvia Methodi suae indicia Leibnitio dedisse, ut inde ipsi facile fuerit in eandem Methodum incidere.*

[54] *His indiciis atque his adjectis exemplis Ingenium vulgare Methodum Newtonianum penitus discerneret; ita ut ne suspicari fas sit, eum acerrimi Leibnitii acumen passe latuisse.*

sie in Wallis' Werken erschienen, denn Newton selbst habe mit Namen und Bezeichnung gewechselt. In der Analysis per aequationes — welche eben erst durch William Jones im Drucke herausgegeben war — seien beide verschieden von den in den Principien[55]. Endlich sei man Leibniz neben anderen hohen Verdiensten, welche er um die Mathematik sich erwarb[56], auch dafür verpflichtet, dass er der Erste war, der diesen Calcül im Drucke herausgab und der Oeffentlichkeit überlieferte.

Das also war es, was vom 5. April bis zum 24. Mai, in vollen sieben Wochen, durch Keill zusammengebracht worden war! Dürfen wir wirklich sagen durch Keill? Newton war sicherlich in gleichem Maasse wie Keill bei der Arbeit betheiligt, das beweisen die oben angeführten Protokollbemerkungen vom 5. und 12. April.

Nun aber eine Frage, welche hier aufgeworfen werden muss: glaubten Newton und Keill selbst an die durch sie erhobene Anklage? ***Wir meinen diese Frage bejahen zu dürfen, und zwar mit Rücksicht auf das in dem Abdrucke des Leibnizischen Briefes bei Wallis fehlende Wort hodie*** (S. 287). Oldenburg hatte Newton's Brief (303)
vom 24. October 1676 bis zum 2. Mai 1677 in seiner Verwahrung gehabt. Ein volles Halbjahr war darüber weggegangen, bis der Brief Beförderung fand. Nun wusste Newton allerdings von einer Verspätung von vier und ein halb Monaten, denn am 5. März 1677 hat Collins ihm geschrieben[57], dass der Brief damals noch nicht abgegangen war, dass aber in den nächsten acht Tagen Jemand ihn nach Hannover mitnehmen würde. Newton war also, wenn ihm keine weitere Mittheilung zugegangen ist — und wir wissen wenigstens von keiner weiteren — berechtigt anzunehmen, sein Brief sei etwa am 10. März durch Oldenburg abgeschickt worden. Nun kam Leibnizens vom 21. Juni datirte Antwort. Musste dieses Datum unter Anrechnung der höchstmöglichen Reisezeit des Briefes nicht den Verdacht erwecken, Leibniz habe sich etwa zwei Monate Frist gegeben, den Brief zu beantworten? Je höher die Meinung von Leibnizens mathematischem Können in der Zeit von 1684 bis 1708 gestiegen war, um so eher konnte man jetzt argwöhnen, Leibniz habe aus dem für jeden anderen Leser unentzifferbar räthselhaften zweiten Newtonschen Briefe so viel Anregung gewonnen, dass er in jenen zwei Monaten den Differentialcalcül nacherfand. Das Wort *hodie* würde den Verdacht im ersten Augenblick niedergeschlagen haben, aber vielleicht hatte wirklich Leibniz, wie wir als möglich annahmen, das Wort beim Abschreiben vernichtet! So konnte Newton Verdacht hegen, um wie viel mehr Keill, der Newtons Brief und Leibnizens Antwort aus dem Abdrucke bei Wallis citirte. Das Wort *hodie* fehlte. Dass Newton's Brief am 5. März 1677 noch in London war, stand bei Wallis [H]
allerdings auch zu lesen[58]. Nehmen wir aber an, dass Keill, was nicht zu den Unmöglichkeiten gehört, beim Studium der Prioritätsfrage einen Brief von Collins überschlagen zu dürfen glaubte, wenn er nur die zwischen Newton und Leibniz gewechselten Briefe las, so ***kann*** er zur Meinung gekommen sein, Leibniz habe mehr als sechs Monate verstreichen lassen, bis er mit seiner Antwort herausrückte, er habe wirklich die Differentialrechnung nur nacherfunden, und Keills Zornesaufwallung war dann, wenn auch nicht gut begründet, doch jedenfalls guten Glaubens. Wunderbar genug, dass, so viel wir wissen, noch kein Schriftsteller, sei es zur Zeit des Streites, sei es später, auf das fehlende Wort und seine Bedeutung hingewiesen hat[59]

---

[55] Keill hätte noch hinzufügen können, dass sie in der Quadratura Curvarum abermals andere waren.

[56] *inter caetera quae de re Mathematica praeclare meritus est Leibnitius.*

[57] *Commerc. Epistol.* pag. 146.

[58] Wallis, *Opera* III, 647.

[59] H. Sloman, Leibnizens Ansprüche auf die Erfindung der Differenzialrechnung. Leipzig 1857. S. 51 in

(304) Der Brief Keills und das Begleitschreiben Sloanes gingen nach dem 31. Mai 1711 an Leibniz ab. Wann sie in seine Hände kamen, wissen wir nicht, aber der ganze Sommer 1711 war für Leibniz eine von den mannigfachsten Geschäften erfüllte Zeit[60]. Da kam ein Briefwechsel über die hannövrisch-englische Thronfolge in Verbindung mit dem Plane, die anglikanische Kirchenverfassung und Liturgie in Preussen und Hannover einzuführen, ein Plan, der, wenn er gelang, die Tories vielleicht wieder für die hannövrische Linie gewonnen haben würde, der aber bald wieder einschlief. Da wurden mit Des Maizeaux, dem Herausgeber des Bayle'schen Dictionnaire, Briefe über die praestabilirte Harmonie gewechselt. Da erhielt Leibniz im September einen Mitarbeiter an dem grossen Geschichtswerke der Annalen des Welfischen Hauses, welcher neben der Aufgabe der Beihilfe auch die hatte, Leibnizens eigenen Fleiss zu überwachen. Da musste Leibniz im October den Herzog Ulrich von Braunschweig nach Torgau begleiten, wo die Vermählungsfeier von dessen Tochter mit dem russischen Prinzen Alexei, dem Sohne Peter des Grossen, stattfand, eine Reise, welche dadurch für die Wissenschaft fruchtbar wurde, dass der Zar gelegentlich einer Unterredung Leibniz versprach, im russischen Reiche Magnetnadelbeobachtungen anstellen zu lassen. In derselben Unterredung hatte aber Peter der Grosse eine Rechenmaschine verlangt, deren Anfertigung Leibniz besorgen sollte, und welche ihn in einen weitläufigen Briefwechsel verwickelte. Man begreift es, wie bei solcher vielgespalteten Thätigkeit das Jahr seinem Ende sich nähern konnte, bevor Leibniz die englischen Briefe, welche ohnedies sein Schreiben vom 4. März erst am 31. Mai beantwortet hatten, erledigte. Er schrieb am 29. December folgenden Brief an Hans Sloane:

Was Herr Johannes Keill Ihnen jüngst schrieb, greift meine Unbescholtenheit noch offener als früher an. Dass ich diese in meinem Alter[61], nach den Proben meines Lebens, durch eine Verteidigungsschrift rechtfertigen und mit einem gelehrten, aber immerhin als Neuling zu betrachtenden Manne, der die früheren Ereignisse wenig kennt und ohne Auftrag dessen ist, den die Sache angeht, wie vor einem Gerichtshofe streiten soll, wird mit Einsicht und Billigkeit Niemand gutheissen. Seinen Argwohn bezüglich der Art, wie ich die Sache kennen lernte, zu widerlegen, um ihn zu belehren, dazu ist er ein zu wenig geübter Schiedsmann in der Kunst des Erfindens, aber meine Freunde wissen, dass ich einen ganz anderen und anderswohin gerichteten Weg einschlug. Vergebens beruft er sich auf die A.
(305) E., um seine Worte zu entschuldigen. Ich finde nicht, dass dort irgend wem irgend etwas entzogen wird, vielmehr ist an verschiedenen Stellen Jedem das Seine zugewiesen[62]. Auch ich und Freunde von mir haben verschiedentlich gezeigt, dass wir ganz gern glauben, dass der berühmte Urheber der Fluxionen von sich aus zu den unsrigen ähnlichen Grundlagen gekommen sei; aber ich habe nicht weniger Anrecht auf das Erfinderthum, wie auch Huygens, der einsichtsvollste und unbestechlichste Richter, öffentlich anerkannte: ich habe sogar nicht geeilt mein Recht zu beanspruchen, ich habe meine Erfindung mehr als nur neun Jahre verborgen gehalten, nur damit Niemand sich beklagen könne, ich habe ihm den Rang abgelaufen. Ich überlasse es Ihrer Billigkeit, ob dem leeren und ungerechten Geschrei nicht Schranken zu setzen sind, von welchem ich vermuthe, dass es bei Newton, dem hervorragenden Manne und besten Kenner der Thatsachen, Missbilligung findet. Ich bin überzeugt, er wird gern ein Zeichen dieser seiner Meinung von sich geben.

---

der Fussnote hat das Fehlen von *hodie* in dem älteren Abdrucke bemerkt, aber nicht hinreichend gewürdigt.

[60] Allgemeine Deutsche Biographie XVIII, 202.

[61] Leibniz war damals $65^1/_2$, Newton 69, Keill 40 Jahre alt.

[62] *in illis enim circa hanc rem quicquam cuiquam detractum non reperio, sed potius passim suum cuique tributum.*

Auch in diesem Briefe kommt ein Satz vor, der besser ungeschrieben geblieben wäre. Es ist die von uns in der Anmerkung im lateinischen Wortlaut wiedergegebene Behauptung, in den A. E. sei Jedem das Seine zugewiesen. Der unmittelbar anschliessende Satz von Newtons Selbständigkeit nimmt der Aeusserung zwar den verletzenden Stachel, den man hat hineindeuten wollen, aber immerhin war es ungerechtfertigtes Festhalten an einer stylistischen Wendung, welche wir schon oben (S. 294) tadeln mussten.

Die letzten Worte des Briefes forderten abermals Newton in unzweideutigster Weise auf, das Wort zn ergreifen, und Sloane scheint die Aufforderung nicht für unangemessen gehalten zu haben. Der Protokollauszug fährt nämlich fort: 31. Januar 1712. Leibnizens Antwort vom 29. December 1711 wurde verlesen *und Newton übergeben*. Wozu das Letztere, wenn die Meinung nicht war, er solle nun seinerseits das Wort ergreifen? Aber das passte ihm nicht. Unter dem 7. Februar heisst es: *Da der Präsident nicht kam*, wurde über Leibnizens Brief an Doctor Sloane nicht berichtet. Daran schliesst sich unmittelbar der Eintrag vom 6. März: In Folge des Leibnizischen Briefes wurde ein Ausschuss aus den Herren Arbuthnot, Hill, Halley, Jones, Machin und Burnet gebildet, um die Briefe und Papiere, welche auf den Streit sich bezogen, in Augenschein zu nehmen und einen Bericht für die Gesellschaft anzufertigen. Am 20. März wurde der Ausschuss durch Francis Robartes, am 27. März durch Bonet, den preussischen Minister, am 17. April durch De Moivre, (306)
Aston und Brook Taylor neu verstärkt. Am 24. April wurde der Bericht des Ausschusses verlesen.

Kleine Bemerkungen zum Kapitel 94

[A] Herr CANTOR, läßt den Prioritätsstreit in betreff der Entdeckung der Infinitesimalrechnung mit dem Erscheinen der *Lineae brevisimi descensus investigatio* (1699) von FATIO DE DUILLIER beginnen. Anderseits betrachtet MONTUCLA (*Histoire des mathématiques*. Nouv. éd. **3**, Paris 1802, S. 102) die kurze Polemik zwischen FATIO DE DUILLIER und LEIBNIZ nur als ein Vorpostengefecht vor dem eigentlichen Streite, der 1705 begann, und diese Auffassung scheint mir entschieden vorzuziehen zu sein. Während MONTUCLA dem Gefechte weniger als eine halbe Druckseite widmet, nimmt der CANTORsche Bericht mehr als sechs Druckseiten (S. 285–286, 287–292) in Anspruch, und das ist meines Erachtens zu viel.

BM 13, 350 G. ENESTRÖM.

[B] Der Ausspruch (Z. 7–9 v. u.): „Jetzt, wo es uns obliegt, die Geschichte des Streites [zwischen NEWTON und LEIBNIZ] selbst eingehend zu erzählen“ ist meines Erachtens nicht gut redigiert. Wenn ein Verfasser sich vornimmt, eine Geschichte der Mathematik des 18. Jahrhunderts zu bearbeiten, ist er natürlich innerhalb gewisser Grenzen berechtigt, selbst zu entscheiden, wie ausführlich ein einzelner Gegenstand, der dabei in Betracht kommen kann, behandelt werden soll, aber anderseits ist klar, daß die Ausführlichkeit bis zu einem gewissen Grade von der Bedeutung des Gegenstandes abhängig sein soll. Will man zum Beispiel der Geschichte der Periode 1700–1726 etwa 3000 Druckseiten widmen, so könnte man möglicherweise veranlaßt werden, die Geschichte des Prioritätsstreites etwa so ausführlich wie Herr CANTOR zu behandeln, aber meiner Ansicht nach gar nicht, wenn man nur 230 Druckseiten für die ganze Geschichte der fraglichen Periode anweist. Übrigens erlaube ich mir hervorzuheben, daß es überhaupt keine „Obliegenheit“ des Verfassers einer Geschichte der Mathematik des 18. Jahrhunderts ist, den Prioritätsstreit zu behandeln, da der Streit wesentlich nur biographisches Interesse darbietet. Dagegen gebe ich gern zu, daß eine Monographie über diesen Gegenstand ebenso sehr angebracht sein kann, wie Monographien über andere spezielle Fragen, die mit der Geschichte der Mathematik in Beziehung stehen.

BM 11, 258 G. ENESTRÖM.

[C] Die Behauptung (Z. 17): „was ohne dessen [d. h. NEWTONS] Einwilligung kaum denkbar ist“ sollte gestrichen werden. Erstens widerlegt Herr CANTOR selbst einige Zeilen weiter unten die Behauptung, indem er auf gewisse Papiere hinweist, die FATIO `auch ohne` NEWTONS `Wissen` [gesperrt von Herrn CANTOR, selbst!] ... gesehen haben könnte“. Zweitens ist die Behauptung in diesem Zusammenhang irreleitend, denn die Papiere, die FATIO andeutet, hatte er ganz gewiß schon 1691 gesehen (siehe die schon 1833 von UYLENBROEK veröffentlichten Briefe von FATIO an HUYGENS vom 28. Dezember 1691 und $\frac{5.}{15.}$ Februar 1692; *Oeuvres completes de* CHR. HUYGENS **10**, La Haye 1905, S. 214, 257–258), aber aus der Behauptung des Herrn CANTOR. bekommt der Leser den Eindruck, daß NEWTON 1699 gewisse Aktenstücke zur Verfügung gestellt hatte, um für die Streitschrift FATIOS benutzt zu werden.

Der Absatz (Z. 18–27): „Was für Papiere ... gesehen haben“ sollte ebenfalls gestrichen oder modifiziert werden. FATIO war seit 1688 Mitglied der „Royal society“, und er konnte darum ohne Schwierigkeit die Papiere einsehen, die 1699 im Besitze der Gesellschaft waren und später im *Commercium epistolicum* veröffentlicht wurden.

Jedenfalls sollten Z. 26–27 die Worte „in der Druckerei“ gestrichen oder verändert werden, denn der 3. Band der *Opera mathematica* von WALLIS wurde nicht in London, sondern in Oxford gedruckt.

BM 10, 76 G. ENESTRÖM.

[D] Der Passus (Z. 35–38):

> der vielleicht in dem Sinne zu verstehen ist, als vermuthe WALLIS, FATIO habe nur als Sprachrohr eines Drittens gedient, dessen Name alsdann leicht einzusetzen ist,

sollte meines Erachtens gestrichen und also die vorhergehenden Worte „mögen sie von FATIO oder von einem anderen geschrieben sein“ **nicht** gesperrt werden. Wer mit der Schreibweise des WALLIS ein wenig vertraut ist, weiß, wie vorsichtig dieser sich in der Regel ausdrückte, und man hat darum keinen Grund anzunehmen, daß in den Worten „sive ab ipso sive ab alio scriptum“ ein besonderer Sinn zu suchen ist.

BM 13, 350 G. ENESTRÖM.

[E] Herr CANTOR fragt (Z. 3–5).

> Wie konnte WALLIS eine solche schlichte, in den höflichsten Formen auftretende Erwiderung mit persönlichen Verdächtigungen auf gleiche Linie stellen?,

aber die Fragestellung selbst ist meiner Ansicht nach unrichtig. Daß die fraglichen Ausstellungen gegen DAVID GREGORY höflich abgefaßt sind, gebe ich gern zu, aber dagegen ist es meines Erachtens kaum richtig, die Bemerkungen FATIOS gegen LEIBNIZ schlechtweg als „persönliche Verdächtigungen“ zu bezeichnen. Herr CANTOR hat selbst S. 286 die Worte FATIOS abgedruckt und über LEIBNIZ sagt dieser „a quo [NEWTONO] utrum quicquam mutuatus sit LEIBNITIUS secundus ejus inventor malo eorum quam meum sit judicium quibus visae fuerint NEWTONI litterae aliique ejusdem manuscripti codices“; FATIO deutet also in höflicher Form an, daß LEIBNIZ möglicherweise bei dem weiteren Ausbau der Differentialrechnung zum Teil von den Entdeckungen NEWTONS beeinflußt worden ist, und diese Möglichkeit wird noch von einem so gewissenhaften und auf diesem speziellen Gebiete sachkundigen Verfasser wie ZEUTHEN (*Sur le fondement mathématique de l'invention du calcul infinitésimal;* **Bullet, de l'acad. d. sc. de Danemark** 1895, S. 232–233) verteidigt. Ferner spricht FATIO von „prona LEIBNITII sedulitas, inventionem hujus calculi sibi passim tribuentis“, und diese Worte sind vielleicht nicht ganz höflich, aber meiner Ansicht nach zutreffend; „Verdächtigungen“ könten sie jedenfalls kaum genannt werden.

BM 13, 350–351 G. ENESTRÖM.

[F] Der Passus (Z. 12–15): „Den Engländer hören wir auch aus einem anderen Satze des Briefes WALLIS' vom 29. August: FATIO sei kein Engländer, sondern ein Deutscher aus der Schweiz, der allerdings eine gewisse Zeit in England verweilte, aber gegenwärtig wieder fort sei“ sollte entweder gestrichen oder ergänzt werden. Herr CANTOR hat früher in demselben Absätze von dem übertriebenen englischen Nationalitätsgefühl

WALLIS' sowie von häßlichen Folgen einer an sich lobenswerten Geistesrichtung gesprochen, und wenn der Leser die Worte: „den Engländer hören wir *auch*" mit dieser Bemerkung zusammenstellt, wird er versucht, den Ausspruch von WALLIS, FATIO sei kein Engländer, falsch zu deuten. Was WALLIS selbst damit meint, ist aus den nachfolgenden Worten: „Nolim ego te a quoquam laesum, *praesertim non ab Anglis*" ersichtlich, und sein Ausspruch muß darum als ein *lobenswerter* Ausdruck seines Nationalitätsgefühls betrachtet werden.

BM 11, 258 G. ENESTRÖM.

[G] Die Worte (Z. 24–26): „denn eine verletzende Besprechung überhaupt gelesen zu haben, vergißt kein Schriftsteller, mag ihm auch der genaue Inhalt aus dem Gedächtnisse schwinden" sollten meines Erachtens gestrichen werden. Daß die Behauptung des Herrn CANTOR für einen *sehr* eitlen oder *sehr* empfindlichen Schriftsteller passen kann, will ich nicht in Abrede stellen, aber als allgemeiner Satz ist die Behauptung ganz gewiß falsch. Was besonders NEWTON betrifft, habe ich nicht bei meinem Studium seiner Briefe finden können, daß er empfindlich war; eitel war er vielleicht, aber *sehr* eitel möchte ich ihn dennoch nicht nennen.

BM 11, 258–259 G. ENESTRÖM.

[H] Hier wird auf die Seite 155 in BM **2**, S. 155 verwiesen. Dort finden sich aber keine *Kleinen Bemerkungen*, sondern die Rezension zur 3. Abteilung des 3. Bandes der Vorlesungen. Hier setzt sich ENESTRÖM ausgiebig mit dem fehlenden Wort „hodie" auseinander.[1]

BM 2, 155 [G. ENESTRÖM]

[1]Vgl. Anhang C *G. Dörflinger*

(306)

95. Kapitel. **Der Prioritätsstreit seit April 1712.**

Es ist vor allen Dingen nothwendig, die Persönlichkeiten des Ausschusses einer kleinen Prüfung zu unterwerfen, da das Gewicht eines Gutachtens nicht zum geringsten Theil davon abhängt, wer es erstattet hat.

John Arbuthnot[1] (1667 – 1735) war Schotte, Arzt der Königin Anna. Als wissenschaftliches Verdienst wird ihm ein Aufsatz von 1710 über die Ueberzahl männlicher Geburten verglichen mit den weiblichen nachgerühmt.

Abraham Hill[2] (1635 – 1721) war der ehemalige Schatzmeister der Royal Society.

Eduard Halley war der berühmte Astronom und Mathematiker, der uns wiederholt begegnet ist, und dessen Arbeiten mehrfach (S. 84 bis 86 und S. 119–120) an die von Newton anknüpften.

William Jones[3] (1675 – 1749) war erst Kaufmann, dann Lehrer der Mathematik und als solcher Verfasser einer Einleitung in die Mathematik unter dem Titel *Synopsis palmariorum Matheseos* (1706). In diesem Werke ist auf S. 243, 263flgg. vermuthlich zum ersten Male der griechische Buchstabe π benutzt[4], um die Verhältnisszahl 3,1415... des Kreisumfangs zum Kreisdurchmesser kurz zu bezeichnen; William Jones hatte auch soeben 1711 Newton's Analysis per aequationes zum Druck befördert.

John Machin[5] († 1751) war Professor der Astronomie am Gresham College in London. [A]
Von seiner Berechnung der Zahl π mittelst des Unterschiedes zweier Reihen wird im 97. Kapitel die Rede sein. Hier bemerken wir nur, dass sie erstmalig 1706 in der vorgenannten Synopsis von Jones ohne Erläuterung, wie sie gefunden worden sei, veröffentlicht wurde. Jedenfalls müssen also persönliche Beziehungen zwischen Machin und Jones vorhanden gewesen sein. (307)

William Burnet[6] (1688 – 1729) gehörte einer schottischen Familie an. Der Vater, Gilbert Burnet, war Bischof von Salisbury. William war Schüler von Craig. Wenn seine Ernennung in den akademischen Ausschuss schon im Alter von 24 Jahren erfolgte, so fordert doch die Gerechtigkeit zu sagen, dass er damals der Royal Society bereits seit 4 Jahren, seit 1708 angehörte. Man muss also in England eine grosse Meinung von ihm gehabt haben. Damit stimmt überein, dass er mit Johann Bernoulli in Briefwechsel stand. Wirkliche Leistungen Burnet's sind nicht bekannt.

Das waren die zuerst ernannten Ausschussmitglieder. Sehen wir zu, aus welchen Persönlichkeiten die Verstärkung bestand.

Francis Robartes wird in einer im Jahre 1711 ihm von De Moivre gewidmeten Abhandlung[7] als *mathematicarum scientiarum fautor summus* angeredet, aber ein Gönner der mathematischen Wissenschaften ist noch kein Mathematiker.

---

[1] *National Biography* II, 62–65 (London 1885, edited by Leslie Stephen).
[2] Ebenda XXVI, 389–390 (London 1891, edited by Leslie Stephen and Sidney Lee).
[3] Ebenda XXX, 172–173 (London 1892, edited by Sidney Lee).
[4] W. W. Rouse Ball in Eneströms *Bibliotheca mathematica* 1894 pag. 106.
[5] Klügel, Mathematisches Wörterbuch I, 657. — Poggendorff II, 5.
[6] *National Biography* VII (London 1886, edited by Leslie Stephen). — De Morgan, im *Philosophical Magazine*, 4. Ser., IV, 325 Nota (1852). — G. Eneström, *Sur un point de la querelle au sujet de l'invention du calcul infinitésimal* in der *Bibliotheca mathematica* 1898, S. 50–52.
[7] P. T. XXVII, 213.

Bonet wird im Protokolle als preussischer Minister bezeichnet. Es ist uns nicht gelungen, in irgend einem Sammelwerke über seine Persönlichkeit die geringste Aufklärung zu finden, was nicht gerade für eine hohe Bedeutung des Mannes spricht. Daneben darf wohl darauf aufmerksam gemacht werden, dass Leibniz seit der Neueinrichtung und gewissermassen zweiten Gründung der Berliner Akademie alles eher als eine am preussischen Hofe beliebte Persönlichkeit war.

Abraham de Moivre war jener in jungen Jahren aus Frankreich eingewanderte Mathematiker (S. 86–88), welchen man fast als einen Schüler Newtons bezeichnen darf.

Aston[8] war Secretär der Royal Society und wurde am 30. November 1685 neuerdings dazu erwählt, erklärte aber am 9. Dezember plötzlich und in leidenschaftlicher Weise, er lege das Amt nieder. Am 30. November 1699 wurde er gleichzeitig mit Flamsteed und Newton in den geschäftsleitenden Ausschuss der Royal Society gewählt. Im Jahre 1715 vermachte er der Gesellschaft Land, Bücher und Geld im Gesammtbetrage von 445 Pfund
(308) Sterling. Dass Aston etwas Wissenschaftliches geleistet hätte, wird nicht erzählt.

Brook Taylor endlich wird uns im 97. und im 100. Kapitel als ganz hervorragender mathematischer Schriftsteller bekannt werden.

De Moivre und Taylor wird man als zur Ausschmückung in den Ausschuss gewählt betrachten müssen, denn da acht Tage nach ihrer Zuziehung der Bericht des Ausschusses schon verlesen wurde, können sie unmöglich starken Antheil an den zur Herstellung desselben nöthigen Arbeiten genommen haben. Ausser ihnen waren nur Halley, Machin und allenfalls Jones, vielleicht auch Burnet, in der Lage, über den Infinitesimalcalcül in irgend einer Beziehung mitreden zu können, Jones namentlich in seiner Eigenschaft als erster Besitzer der von Collins seiner Zeit hinterlassenen Papiere[9]. Arbuthnot, Hill, Robartes, Bonet, Aston, also etwa die Hälfte der Ausschussmitglieder, mussten nach Lage der Dinge ihr Urtheil über von ihnen nicht Verstandenes abgeben.

Der in englischer Sprache abgefasste Bericht schloss mit den Worten[10]: Aus diesen Gründen erachten wir Herrn Newton als den ersten Erfinder, und wir sind der Meinung, dass Herr Keill, indem er das Gleiche behauptete, keineswegs Herrn Leibniz gekränkt hat. Wir unterbreiten dem Urtheile der Gesellschaft, ob die Auszüge aus Briefen und Aufsätzen, welche wir ihr jetzt vorlegen, zusammen mit den Dingen ähnlichen Inhaltes im III. Bande von Wallis' Werken nicht eine Veröffentlichung verdienen.

Darauf entschied sich die Gesellschaft[11], dahin, den Druck der Papiere und des Sitzungsbeschlusses vollziehen zu lassen, sowie auch solcher Schriftstücke, welche in den Acta Eruditorum sich vorfinden und geeignet erscheinen, Licht über die Angelegenheit zu verbreiten. Nachdem die Gesellschaft den Druck der Papiere zum Beschlusse erhoben hatte, hat sie auch am 29. Januar 1713, wie ein weiterer Protokollauszug mittheilt, durch Stim-

[8] Ch. Rich. Weld, *History of the Royal Society with memoirs of the Presidents* (London 1848) I, 302–303 und I, 438. — Edleston, *Correspondence of Sir Isaac Newton and Professor Cotes* pag. XXXVI und LXIX Note 136.

[9] De Morgan in dem *Philosophical Magazine* Ser. 4, Vol, IV (July–December 1852) pag. 322 Note *.

[10] *For which Reasons we reckon Mr. Newton the first Inventor; and are of Opinion, that Mr. Keill, in asserting the same, has been no ways injurious to Mr. Leibnitz. And we submit to the Judgment of the Society, whether the Extract of Letters and Papers now presented to you, together with what is extant to the same purpose in Dr. Wallis' III Volume may not deserve to be made Publick[sic!] (Commerc. Epistol.* pag. 184).

[11] *Societas Regia collectionem Epistolarum et MSS^{torum} et Sententiam Consensus imprimi jussit; ut et quicquid amplius ad hanc Historiam elucidendam idoneum in Actis Eruditorum ocurreret.*

menmehrheit die Druckkosten übernommen[12], welche am 11. Juni mit $22\frac{1}{8}$ Pfund Sterling ausbezahlt wurden. Sie hat dagegen über den Satz, dass Newton erster Erfinder sei und Keill folglich sich gegen Leibniz nicht vergangen habe, weder bejahend noch verneinend (309)
eine Entscheidung getroffen. Noch war also das *Commercium Epistolicum*, wie man das Bändchen zu nennen pflegt, welches unter Leitung von Halley, Jones und Machin gedruckt wurde, und dessen ersten Abzüge am 8. Januar 1713 als fertiggestellt vorgelegt werden konnten, kein Urtheil. Es war nur eine Anklageschrift, wie man sie von den Mitgliedern des Untersuchungsausschusses erwarten konnte, vielleicht erwarten musste. Pflicht der Royal Society wäre es nun nach unserer Rechtsanschauung gewesen, den allerersten Abzug des Commercium Epistolicum sofort an Leibniz zu schicken und ihn aufzufordern, der Anklage zu begegnen. So handelte die Gesellschaft aber leider nicht.

Exemplare wurden an Gelehrte in den verschiedensten Ländern verschickt. Für Frankreich war ein Abbé Bignon in Paris, wie Johann Bernoulli am 7. Juni 1713 berichtete[13], für Deutschland ein Arzt Abraham Vater der jüngere in Wittenberg, wie Christian Wolf am 1. Juli 1713 schrieb[14], Mittelperson der Versendung. In Frankreich, Italien, Holland, Deutschland, schrieb Wolf an Leibniz in einem weiteren Briefe[15] vom 6. Februar 1714, werden Exemplare mit der Aufschrift als Geschenk der Royal Society vertheilt. Wer der Gesellschaft irgend bekannt war, dessen Name wurde auf eines der Bücher geschrieben. In Frankreich sind unter die einzeln genannten Mitglieder der Académie des Sciences Exemplare als Geschenk der Royal Society vertheilt worden, und ich selbst erhielt eines, auf welchem mein Name steht. Ich habe auch ein Euer Hochwohlgeboren zu übergebendes Exemplar, welches ich von Herrn Vater erhielt, dem der Auftrag geworden ist, den deutschen Mathematikern die Büchelchen auszutheilen.

Und mit dieser Art der Verbreitung begnügte man sich nicht. Der oft von uns benutzte Protokollauszug beweist, dass am 17. Juni 1714, ein Datum, auf welches wir zurückkommen werden, 25 Exemplare von Gesellschafts wegen einem holländischen Buchhändler zu 3 Shilling das Stück überlassen wurden, und in der Sitzung, deren Aufzeichnung wir dieses entnehmen, führte Newton den Vorsitz.

Aber wir müssen den Inhalt des Commercium Epistolicum genauer schildern, nachdem von seiner Verbreitungsweise die Rede war. Eine Anklageschrift haben wir das kleine Buch weiter oben genannt, und wir können hinzufügen, es war eine Anklageschrift so fein, so schlau, so giftig, wie wohl kaum je eine zweite abgefasst wurde. Es kam darauf an, Newtons Verdienste in glänzendstes Licht zu setzen. Es kam aber auch darauf an, Leibniz des (310)
geistigen Diebstahls zu beschuldigen, und zu diesem Zwecke musste Dieser als Gewohnheitsdieb erscheinen.

Das `Commercium Epistolicum` beginnt mit Briefen Barrows, welche sich auf die Analysis per aequationes beziehen, und an welche diese Abhandlung sich anschliesst, wiewohl sie 1711 schon durch Jones im Drucke herausgegeben war. Dann kommen Briefe, welche 1671 und 1672 zwischen Collins und James Gregory gewechselt worden waren, und in welchen von den Reihen die Rede ist, welche Newton in der Analysis per aequationes angab (S. 73–74), sowie von Gregorys Arcustangensreihe (S. 75). Der erste Leibnizische Brief, welcher abgedruckt ist, ist der am 3. Februar 1673 an Oldenburg gerichtete, den Leibniz

[12] Jan. 29: *It was ordered by balloting that the Treasurer pay the charges of printing the Commercium Epistolicum.*
[13] Leibniz III, 909.
[14] Ebenda, Supplementband zum mathematischen Briefwechsel 151.
[15] Ebenda 157.

(S. 76) in London selbst an dem Tage schrieb, an welchem er mit Pell das Gespräch über
[B] die erzeugenden Differenzen geführt hatte. Hier beginnen die eigentlichen Verdächtigungen sich vorzubereiten, denn später heisst es, Leibniz habe allerdings in früher Zeit sich mit Differenzen beschäftigt, aber das seien die von Mouton entnommenen gewesen, die mit dem Infinitesimalcalcül nichts zu thun haben, und das bilde zugleich Leibnizens ersten Diebstahl. Der zweite Diebstahl soll der der Reihe für $\frac{\pi}{4}$ sein, der an Gregory begangen wurde. Als Beweisstücke dienen die von uns schon als abgedruckt bezeichneten Briefe zwischen Collins und Gregory und späte Briefe von 1675, welche Leibniz mit Oldenburg über die angeblich von Ersterern erfundene Reihe für $\frac{\pi}{4}$ wechselte, eine falsche Angabe, weil Leibniz jene Reihe aus den ***ihm zugeschickten*** Briefe Gregorys an Collins kannte.

[C] Diese letztere Behauptung bedurfte nun des strengen Beweises, um als Thatsache gelten zu können, und das Commercium Epistolicum suchte den Beweis durch ein weiteres Schriftstück, einen Brief von Collins an Oldenburg[16], zu liefern. Collins sagt darin, er wolle, da Leibniz und andere Mitglieder der Pariser Académie des Sciences darauf dringen, von Gregorys, seines verstorbenen Freundes, Leistungen unterrichtet zu sein, die wichtigsten Dinge zusammenstellen, die in dessen Briefen vorkamen; Oldenburg solle die Sammlung Leibniz mittheilen, der sie aber nach Kenntnissnahme zurückgeben müsse. In der Sammlung selbst, heisst es weiter, befand sich der Gregorysche Brief mit der Arcustangensreihe, befand sich auch ***Newtons Tangentenbrief*** an Collins (S. 167 und 180). Die erste hier auf-
(311) zuwerfende Frage, wann Collins die Sammlung an Oldenburg schickte, ist nicht genau zu beantworten, da der erwähnte Begleitbrief kein Datum trägt. Dagegen ist ein datirter Brief vom 11. August 1676 von Collins an David Gregory den älteren, Bruder des verstorbenen James Gregory, vorhanden[17] Hier sagt Collins, er habe aus des Freundes Papieren eine
[D] kleine Geschichte, ***historiolam***, zusammengestellt, damit sie in den Schränken der Royal Society aufbewahrt werde und auch den französischen Mathematikern mitgetheilt werden könne. Damit ist offenbar jene Sammlung gemeint, welche deshalb in der Regel kurzweg die Historiola heisst, und für deren Vollendung der 11. August 1676 einen Endtermin darstellt. Die zweite Frage, welche sich aufdrängt, ist die, ob Oldenburg seinem Auftrage auch nachgekommen ist? Hat Leibniz, um uns schärfer auszudrücken, die Historiola auch wirklich zu Gesicht bekommen? Das Commercium Epistolicum von 1712 nimmt es stillschweigend an. Wir werden unsererseits der Frage am Schlusse dieses Kapitels näher treten.

Nun kommen in dem Commercium Epistolicum die 1676 und 1677 von Newton und Leibniz gewechselten Briefe, wie sie im III. Bande von Wallis' Werken zum Abdruck gekommen waren, also ohne das Wort *hodie* in der Anfangszeile des Leibnizischen Briefes vom 21. Juni 1677. Auch der Brief von Collins an Newton vom 5. März 1677 ist aufgenommen, als dessen Nachschrift die Bemerkung erscheint, Newtons zweiter Brief werde vermuthlich in der nächsten Woche nach Hannover abgehen (S. 303). Was weiter folgt, ist eine kurze Zwischenerzählung[18], auf die wir sogleich zurückkommen, sind Briefe und Auszüge aus gedruckten Abhandlungen aus der Zeit von 1695 bis unmittelbar vor dem Drucke des Commercium Epistolicum und zum Schlusse das Urtheil des Prüfungsausschusses.

Wenn wir die wesentlichen Stücke, die im Commercium Epistolicum abgedruckt sind, nannten, so haben wir einen Bestandtheil noch nicht erwähnt, das sind die fast auf jeder Seite beigefügten Fussnoten. In ihnen ist jede erläuterte Stelle von dem Standpunkte aus

---

[16] *Commerc. epistol.* pag. 100.
[17] *Commerc. epistol.* pag. 101.
[18] Ebenda pag. 157.

besprochen, als wäre der Beweis von Leibnizens Schuld nicht erst zu führen, sondern bereits geliefert. Jede von Leibniz gebrauchte Redewendung, welche gegen das zu Beweisende zu benutzen wäre, gilt demnach nur als weitere Probe seiner Verlogenheit und Verderbtheit. Man kann deshalb getrost die Anmerkungen das Giftigste an der ganzen Veröffentlichung nennen.

Und noch Eines müssen wir hervorheben. Diejenigen Briefe, welche nur als Belege zweiten Ranges aufgenommen sind, erscheinen nicht in ihrem ganzen Wortlaute, sondern auszugsweise. Dagegen wäre bei unparteiisch, angefertigten Auszügen nichts einzuwenden, (312) wohl aber dagegen, dass die Auszüge wiederum nur zu Gunsten der vorgefassten Meinung von Leibnizens Schuld hergestellt erscheinen, dass sie jeden Satz beseitigen, der für Leibniz und seine Unbefangenheit spräche[19]. [E]

Wer war der Verfasser der Anmerkungen und der zwischen die abgedruckten Briefe eingestreuten Stellen fortlaufender Erzählung? Ob ein Verfasser für Alles verantwortlich zu machen ist, wissen wir nicht zu sagen, aber in Bezug auf eine Stelle der Zwischenerzählung, auf welche zurückzukommen wir oben zusagten, lässt der Beweis sich liefern, ***dass sie aus Newtons Feder stammt***[20]. Newton hat eine Kritik der in den A. E. von 1689 gedruckten Aufsätze Leibnizens über die Mechanik des Himmels verfasst, wenn auch nicht veröffentlicht. Sie ist handschriftlich noch vorhanden. Ihre Anfangsworte sind von Newton viermal anders gefasst. In der letzten Fassung heissen dieselben wie folgt[21]: Gegen Ende des Jahres 1683 schickte Newton die wichtigsten Sätze, die in den *Principiis mathematicis philosophiae* vorkommen, nach London; sie wurden alsbald der Royal Society mitgetheilt, und im Jahre 1686 wurde jenes Buch der Gesellschaft zum Drucke zugeschickt; im folgenden Jahre erschien es. ***Dieselben Worte in buchstäblicher Uebereinstimmung finden sich in der Zwischenerzählung des Commercium Epistolicum.*** — Das kann kein Zufall sein. Sind auch die betreffenden Worte durchaus unschuldig und enthalten sie nicht den kleinsten giftigen Stachel, so zeigen sie eben doch, ***dass Newton Mitarbeiter am Commercium Epistolicum war***. Wie weit seine Mitarbeit sich erstreckte, ob er auch sonst den Wortlaut beeinflusste, ob er nur in dem Sinne sich betheiligte, in welchem wir ihn (S. 302) als Mitarbeiter Keills kennen gelernt haben, dadurch nämlich, dass er den eigentlichen Redactoren zur Verfügung stellte, was er an verwendbaren Stücken auch aus eigener Feder besass, das wird vermuthlich ein ungelöstes Rätsel bleiben.

Wir kommen in unserer Erzählung nun wieder an den Zeitpunkt, zu welchem das Commercium Epistolicum fertig gedruckt war und zur Verbreitung gelangte. Noch bevor Leibniz, der sich vom December 1712 bis zum September 1714 in Wien aufhielt[22], auch nur von (313) dem Erscheinen des Buches Kenntniss erhalten hatte, brachte eine im Haag erscheinende Zeitschrift, *Journal litéraire*[23], in seiner Nummer für Mai und Juni 1713 einen Londoner Brief. Er wusste zu melden, dass das Commercium Epistolicum die Presse verlassen habe, gab eine rasche Uebersicht der Streitpunkte, dann einen Abdruck des Schlussberichtes des Prüfungsausschusses der Royal Society, eines Berichtes, den man als das Urtheil der

---

[19] Herr Lefort hat dieses in seiner von uns überall angeführten kritischen Ausgabe des *Commercium Epistolicum* an zahlreichen Stellen nachgewiesen.

[20] Edleston, *Correspondence of Sir Isaac Newton and Professor Cotes* pag. 307 bis 308.

[21] *Anno 1683 ad finem vergente Newtonus propositiones principales earum quae in Philosophiae Principiis Mathematicis habentur Londinum misit eaedemque cum Societate Regia mox communicatae sunt, annoque 1686 Liber ille ad Societatem missus est ut imprimeretur, et proximo anno lucem vidit.*

[22] Allgemeine Deutsche Biographie XVIII, 202.

[23] Das *Journal litéraire* erschien von 1713 bis 1737.

Gesellschaft anzusehen habe[24]. Das war ungefähr die Zeit, zu welcher (S. 67) Johann Bernoulli am 29. Juli 1713 den politischen Hintergrund des Streites witterte, welcher sicherlich wenigstens so weit vorhanden war, als man in England mehr und mehr geneigt wurde, dem politischen Gegner jede Schlechtigkeit zuzutrauen und jeden Schritt gegen ihn für erlaubt zu halten. Diese Stimmung hielt auch im folgenden Jahre noch an. Am 20. April 1714 schrieb Wolf an Leibniz[25], die Herausgeber des Journal litéraire theilten ihm mit, die Engländer behandelten die Streitfrage nicht als eine solche zwischen *einem* Engländer und *einem* Deutschen, sondern als Streit zwischen England und Deutschland.

An demselben Tage des 29. Juli 1713, an welchem Johann Bernoulli die soeben von uns wiederholt hervorgehobene Bemerkung niederschrieb, gab Leibniz die erste öffentliche Antwort auf das Commercium Epistolicum. Er schickte die unterschriftlose Erwiderung in lateinischer Sprache an Christian Wolf[26], damit derselbe sie als Flugblatt drucken lasse, und wie die meisten Schriftstücke in dem hässlichen Streite ihren besonderen Namen erhalten haben, so führt man dieses meistens als *das Flugblatt von 1713* an. Später liess Leibniz wieder ohne Unterschrift und abermals durch Wolfs Vermittelung einen französischen Brief an das Journal litéraire schicken[27], der in der Nummer für November und December 1713 abgedruckt ist. Auch eine deutsche Fassung ist vorhanden, welche in Deutschland erschien. Sämmtlichen Entgegnungen kann man eine gewisse Grobheit nicht absprechen. Am wenigsten zeigt dies der französische Wortlaut, da die Leitung des Journal litéraire Milderungen anbrachte.

Das Flugblatt enthielt als einen wesentlichen Bestandtheil ein Bruchstück eines Brie-
(314) fes[28], in welchem ein Mathematiker ersten Ranges unter dem 7. Juni 1713 seine Ansicht über den Streit geäussert habe. Diese Ansicht geht aber dahin, dass Newton in früher Zeit die Reihenlehre zwar ungemein gefördert habe, an die Fluxionsrechnung aber damals nicht im Traume gedacht habe und ebensowenig daran, sie auf allgemeine analytische Operationen zurückzuführen, welche ähnliche Dienste leisten wie der Algorithmus und die Regeln der Arithmetik und der Algebra[29]. Er habe dafür zwei Gründe: den ersten, dass punktirte Buchstaben weder in den Briefen, noch in den Principien Newtons je vorkommen, den zweiten, dass Newton, wie „*ein hervorragender Mathematiker*" bereits bemerkte, lange Zeit die höheren Differentiationen nicht verstanden habe. Dieser Ansicht schliesse — so erklärt das Flugblatt, welches dadurch gewissermassen eine Unterschrift erhält — Leibniz sich an. In seiner Unbefangenheit habe er lange geglaubt und deshalb auch geschrieben, Newton besitze etwas, was der Differentialrechnung ähnlich sei, eigenthümlich und durch eigene Erfindung; aber nachdem er sehe, wie man jetzt von England aus sich nicht damit begnüge, Newton als Miterfinder zu nennen, sondern ihn selbst von der Erfindung ausschliessen wolle, nachdem er sehe, dass Newton dieses Märchen unterstütze, beginne er Argwohn zu fassen, die Fluxionsrechnung sei in Nachahmung der Differentialrechnung gebildet worden[30].

In der französischen Erwiderung[31] kommt am Schlusse der gleiche Vorwurf, gestützt

[24] *On doit regarder ce rapport comme le Jugement de la Société (Commerc. epistol.* pag. 230).
[25] Leibniz, Supplementband zu dem mathematischen Briefwechsel S. 158.
[26] Ebenda S. 57 (Wolfs Brief vom 20. April 1714).
[27] Ebenda S. 155.
[28] Leibniz V, 411–413 zu vergleichen mit III, 910–911.
[29] *Nec, credo tunc temporis vel somniavit adhuc de Calculo suo fluxionum et fluentium, vel de reductione ejus ad generales operationes Analyticas, ad instar Algorithmi vel Regularum Arithmeticarum et Algebraicarum inservientes.*
[30] *suspicari coepit, Calculum fluxionum ad imitationem Calculi differentialis formatum fuisse.*
[31] Leibniz V, 414–416.

auf das Gutachten eines berühmten Mathematikers, während am Anfang Gewicht auf den Umstand gelegt wird, dass früher Newton niemals Leibniz den Ruhm selbständiger Erfindung der Differentialrechnung bestritten habe, sowie auf den weiteren Umstand, dass Leibniz der Royal Society niemals seine eigene Auffassung der Sache mitgetheilt habe; die Gesellschaft sei somit nicht in der Lage gewesen, Gründe und Gegengründe zu vergleichen und ein Urtheil zu fällen[32].

Wir müssen noch bei dem in das Flugblatt von 1713 aufgenommenen Briefe verweilen. Seit 1745 weiss man mit aller Bestimmtheit, was man früher nur vermuthete, dass die Einschaltung [F] ein Bruchstück eines langen Briefes Johann Bernoullis ist. Damals, also zu Lebzeiten Johann Bernoullis und mit dessen Einverständnisse, ist sein mit Leibniz geführter Briefwechsel gedruckt worden, und in diesem fand sich die ganze Stelle mit Einschluss (315)
eines letzten Satzes[33]: Bitte benutzen Sie, was ich hier schreibe, in richtiger Weise und ohne mich mit Newton und seinen Landsleuten zu verfeinden, denn ich möchte in diese Streitigkeiten nicht hineingemengt werden. Leibniz kümmerte sich allerdings nicht um den ausgesprochenen Wunsch. Er liess das Bruchstück als von Johann Bernoulli herrührend in den *Nouvelles litéraires*[34] vom 28. December 1715 pag. 414 abdrucken, und auch in zwei Briefen, dem einen an die Gräfin Kielmansegge, dem anderen an Graf Bothmer, beide angesehene Persönlichkeiten am englisch-hannövrischen Hofe, hat Leibniz den Briefschreiber ausdrücklich genannt. Wie wenig aber diese das Geheimniss bewahrten, das ihnen übrigens nicht als solches anvertraut war, geht aus dem Abdrucke der Leibnizischen Briefe in einer 1720 herausgegebenen Sammlung hervor. Pierre Des Maizeaux[35] (1672 oder 1673 – 1745) war der Sohn eines in Folge der Aufhebung des Edictes von Nantes nach der Schweiz ausgewanderten französischen Protestanten. Er kam 1699 in ziemlich ärmlichen Verhältnissen nach England, wurde am 10. November 1720 zum Mitgliede der Royal Society gewählt und 1722 königlicher Kammerherr. Mit der Jahreszahl 1720, aber thatsächlich etwas früher, da die Vorrede vom 27. October 1719 ist, gab Des Maizeaux eine zweibändige Sammlung damals noch nicht an die Oeffentlichkeit gelangter Briefe u. s. w. unter dem Titel *Recueil de diverses pieces sur la philosophie, la religion naturelle, l'histoire, les mathematiques etc. par Mrs. Leibniz, Clarke, Newton et autres Autheurs célèbres* heraus. Die beiden Ernennungen, von welchen wir erzählten, beweisen, dass das *Recueil Des Maizeaux*, wie die Sammlung meistens genannt wird, ihrem Herausgeber weder bei der Royal Society noch bei Hofe geschadet hat. Eher liesse sich auf das Gegentheil schliessen, und wenigstens für die Royal Society kann die Thatsache als Bestätigung dienen, dass die Sammlung Hans Sloane zugeeignet ist. In ihr sind aber die beiden genannten Briefe veröffentlicht[36],
allerdings sehr unbequem für Johann Bernoulli, der noch am 5. Juli 1719 die Versicherung [G]
gegeben hatte, man werfe ihm mit Unrecht jene Aeusserungen vor[37]. (316)

Johann Bernoulli also war es, der Newton nicht bloss das Erfinderrecht absprach, der ihn auch beschuldigte, die höhere Differentiation nicht verstanden zu haben, wie längst

[32] *Ainsi la Société n'a point pû examiner les Raisons de part et d'autre pour prononcer la dessus.*

[33] *Rogo vos, ut quae hic scribo, iis recte utaris, neque me committas cum Newtono ejusque popularibus; nollem enim immisceri hisce litibus.*

[34] Die *Nouvelles litéraires* nicht zu verwechseln mit dem *Journal litéraire*, erschienen wie jenes im Haag 1686 bis 1720.

[35] *National Biography* XIV, 406–407 (London 1888, edited by Leslie Stephen).

[36] *Recueil Des Maizeaux* II, 36 und 44. Ebenda, Vorrede zum I. Bande pag. XLVIII und II, 37 Note ist vom Abdrucke des Bernoullischen Briefes in den *Nouvelles litéraires* die Rede.

[37] Brewster, *Memoirs of the life ... of ... Newton* (London 1854) II, 503. Vgl. Giesel Delitzscher Schulprogramm für 1866, S. 20 Note 76.

gezeigt sei. Er spielte damit auf die Abhandlungen der Pariser Académie des Sciences für 1711 an. Dort hatte Johann Bernoulli einen Aufsatz über die Bewegung schwerer Körper veröffentlicht, und sein Neffe Nicolaus I. Bernoulli hatte einen Zusatz beigefügt[38], in welchem der Vorwurf mangelnden Verständnisses der höheren Differentiation begründet war. Newton glaube, wenn

$$(z+o)^n - z^n = nz^{n-1}o + \frac{n(n-1)}{1\cdot 2}z^{n-2}o^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3}z^{n-3}o^3 + \dots$$

so seien die einzelnen Glieder (abgesehen von den Factoren o) die aufeinanderfolgenden Differentiale von z^n. Das sei wahr für das erste Glied, aber nicht für die Folgeglieder. Newton habe überdies den Irrthum zweimal begangen, zuerst in den Principien, dann in der Quadratura Curvarum. Später wiederholte Johann Bernoulli in einem Aufsatze in den A. E. von 1713 den Vorwurf[39] mit der Bemerkung, Nicolaus Bernoulli, der erst jüngst in England gewesen sei, habe Newton auf den Fehler aufmerksam gemacht, und Newton beabsichtige, wie er höre, in der grade im Drucke befindlichen zweiten Auflage der Principien die Stelle mittelst eines Cartons zu ändern. Das ist allerdings nicht geschehen.
[H] Newton hielt vielmehr in Briefen an Keill[40], insbesondere in einem solchen vom 20. April 1714, die Richtigkeit der Darstellung in den Principien aufrecht, bei der es sich gar nicht um Fluxionen, sondern nur um Entwickelung in eine convergente Reihe handle[41]. Von dem
[I] Fehler in der Quadratura Curvarum, der wirklich ein Fehler ist (S. 285) schwieg Newton wohlweislich.

Wir sind damit bis ins Frühjahr 1714 gelangt, wo eine neue Persönlichkeit in den Streit eingriff, John Chamberlayne[42] (1666 bis 1723), Kammerherr bei Königin Anna und ebenso bei König Georg I. Ob er, was bei seiner Hofstellung wohl möglich ist, den Auftrag des Königs hatte, die beiden grossen Männer, deren jeder die wissenschaftliche Zierde eines der beiden unter englisch-hannövrischen Scepter stehenden Länder bildete, auszusöhnen,
(317) wissen wir nicht. Jedenfalls unterzog er sich dieser Sisyphusarbeit. Er schrieb an Leibniz in diesem Sinne. Leibniz antwortete[43] von Wien aus, wo er sich noch immer befand, unter dem 28. April 1714, er sei an der Uneinigkeit zwischen ihm und Newton schuldlos. Keill habe ihn in den P. T. verunglimpft, er habe dann bei Sloane eine Genugthuung verlangt, ein Verlangen, an welchem er nach Keills die Beleidigung nur noch verschärfender Rückantwort um so mehr festgehalten habe, als er überzeugt gewesen sei, Newton lasse ihm Gerechtigkeit widerfahren. Nun sei, er wisse nicht durch welche Rabulisterei und Hinterlist, die Sache so aufgefasst worden, als wenn er vor der Royal Society als Richterin, deren Urtheil er sich zu unterwerfen bereit sei, eine Klage erhoben. Man hätte ihn doch wenigstens benachrichtigen müssen, dass die Gesellschaft die Grundlage der Angelegenheit zu untersuchen beabsichtige, man hätte ihm Gelegenheit bieten müssen, seine Beweismittel vorzubringen und diesen oder jenen der Richter zurückzuweisen. Man habe aber nur die eine Partei

[38] Joh. Bernoulli *Opera* I, 509–510.
[39] Ebenda I, 535 und 556.
[40] Vier Briefe Newtons an Keill vom 2. April bis 15. Mai 1714 sind abgedruckt bei Edleston, *Correspondence of Sir Isaac Newton and Professor Cotes* pag. 169–177. Der Brief vom 20, April steht pag. 170–173.
[41] *But this great Mathematician is grossly mistaken in taking the method there made use of, which is a branch of the method of converging series, to be the method of fluxions.*
[42] *National Biography* X, 9–10 (London 1887, edited by Leslie Stephen).
[43] *Recueil Des Maizeaux* II, 116–120.

gehört, der Rechtsspruch sei dadurch an sich nichtig und könne nicht als Urtheil der Gesellschaft gelten. Nichts desto weniger habe Newton denselben in Buchform drucken und im Namen der Gesellschaft verbreiten lassen. Ein solches Verfahren finde nirgend Beifall. Vorhandene Briefe bezeugen das missbilligende Erstaunen in Prankreich und Italien. Er habe immer von Newton als unabhängigen Erfinder einer der seinigen ähnlichen Methode gesprochen, wenn auch jetzt Grund vorhanden sei, an der Unabhängigkeit zu zweifeln[44]. Herr Chamberlayne sehe hieraus, auf welcher Seite die Hauptsache zur Beendigung des Streites geschehen müsse.

Chamberlayne that nun zweierlei. Er gab den Brief an Newton, welcher denselben am 11. Mai, also in dem Zwischenraum seiner an Keill gerichteten Schreiben, kurz und abweisend beantwortete. Allenfalls wäre hervorzuheben, dass in Newtons Brief auch von Fatios Angriff auf Leibniz von 1699 gesprochen ist, an welchem Newton nicht den geringsten Antheil gehabt habe. Erwägt man, dass in Leibnizens Brief der Name Fatio gar nicht vorgekommen war, so möchte man sich fast an die Redensart erinnert fühlen: Wer sich entschuldigt, beschuldigt sich. Das andere, was Chamberlayne that, war, dass er der Royal Society von Leibnizens Beschwerde Kenntniss gab, und nun wurde in der Sitzung vom 20. Mai zu Protocoll erklärt[45], ***man beanspruche nicht, dass der Bericht der Commission als*** (318)
Gesellschaftsbeschluss gelte. Wie wenig ernst das gemeint war, oder wie wetterwen- [J]
disch die Stimmung wechselte, zeigt das früher (S. 309) Erzählte, dass man am 17. Juni, genau vier Wochen nach der Sitzung vom 20. Mai, Exemplare des Commerciurn Epistolicum zu Gunsten der Gesellschaftseasse dem Buchhandel überliess.

Leibniz, von der Erklärung vom 20. Mai in Kenntniss gesetzt, dagegen offenbar unbekannt mit dem, was am 17. Juni geschah, dankte Chamberlayne am 25. August für die Uebermittelung des Protocollauszuges. Ausserdem kommt in dem Briefe noch vor, Leibniz werde, wenn er erst wieder in Hannover sei, vielleicht auch ein *Commercium Epistolicum* in Druck geben, damit die Leser sich ein Urtheil bilden können. Chamberlaynes Versuch war gescheitert, der Stein blieb im Rollen.

Im Juli und August 1715 brachte das Journal litéraire eine 40 Druckseiten füllende [K]
Antwort von Keill auf die Leibnizische Vertheidigung von 1713. In Keills Antwort ist die Einwirkung von Newtons an ihn gerichteten Briefen (S. 316 Anm. 3) ersichtlich, überdies hat sie Ende Juni 1714 in ihrem ganzen Wortlaute Newton vorgelegen[46]. Am 11. November machte Chamberlayne der Royal Society Mittheilung von Leibnizens erst erwähntem Briefe vom 25. August. Die Gesellschaft fühlte sich durch die in Aussicht gestellte Gegenveröffentlichung eines zweiten Commercium Epistolicum tief verletzt, weil darin eine Verdächtigung des Urtheils und der Vollständigkeit der von Gesellschaftswegen veröffentlichten und gebilligten Briefsammlung liege[47]. War denn, muss man sich bei dieser Parteinahme für das englische Commercium. Epistolicum fragen, am 11. November keines von den Mitgliedern gegenwärtig, die am 20. Mai die Verantwortlichkeit für jene Schrift ausdrücklich abgelehnt hatten? Der Umschwung war vollständig.

Das Stärkste, was gegen Leibniz als gestattet galt, sollte bald folgen. Im Januar 1715

---

[44] *quoiqu'il se trouve maintenant qu'il y a grand lieu de douter s'il a sû mon Invention avant que de l'avoir eue de moi.*

[45] *Recueil Des Maizeaux*, Vorrede zum I. Bande pag. LIII und II, 123: *Elle ne prétendait point que la Rapport de ses Commissaires passt pour une Décision de la Société.*

[46] *Commerc. epistol.* pag. 236 Note l von Lefort.

[47] Edleston, *Correspondence of Sir Isaac Newton and Professor Cotes* pag. LXXV Note 165.

brachte Nr. 342 der P. T. einen langen Bericht über das Commercium Epistolicum[48]. Zu den Beschuldigungen, welche, theils offen theils versteckt, in jenem Buche enthalten waren, traten neue. ***Der zweite Newtonsche Brief vom 24. October 1676 habe zu Ende des***
(319) ***gleichen Monats oder am Anfang November Leibniz in London vorgelegen***[49]. Er sei ihm dann am Anfange des Frühlings in Hannover zu Händen gekommen.

Letztere Meinung kann ja, wie wohl irrig, auf dem wiederholt von uns angeführten Briefe von Collins beruhen, der am 5. März 1677 den Abgang des Newtonschen zweiten Briefes für die nächste Woche in Aussicht stellte, aber die erstere Behauptung, welche hier zum
[L] ersten Male auftaucht, ist wie grundlos auch ohne jede mögliche Stütze. Newtons Brief war an Oldenburg gerichtet. Dieser hat ihn am 4. November 1676 abgeschrieben[50], am 2. Mai 1677 mit Begleitbrief an Leibniz geschickt[51] (S. 184) und in diesem ausgesprochen, Leibniz werde wohl zur Zeit durch den ausführlichen Brief Newtons vollauf gesättigt sein, so dass er über Mittheilungen von Collins diesmal schweige[52]. Ausserdem ist grade durch den Brief von Collins an Newton vom 5. März 1677 bestätigt, dass Leibniz im October 1676 eine Woche in London war[53]. Hätte Oldenburg ihm, wenn er bei Eintreffen des Newtonschen Briefes noch in London gewesen wäre, denselben nicht ausgehändigt?

An einer späteren Stelle des Berichtes[54] wird erklärt, in der Klage, welche Leibniz gegen Keill wegen Verunglimpfung erhoben habe, könnten weder Newton noch Leibniz als Zeugen vernommen werden. Deshalb habe die Royal Society eine zahlreiche Commission zur Prüfung alter Briefe und Papiere eingesetzt, und deren Bericht, welcher dahin gehe, dass Newton 1669 oder früher, Leibniz aber nicht vor 1677 die Infinitesimalrechnung besessen habe, sofort veröffentlichen lassen.

[M] Auch auf den Fehler in der Quadratura Curvarum wird ein entschuldigender Blick geworfen[55], der Fehler verschwinde, wenn in den betreffenden Satz (S. 283 Anm. 2) das vergessene Wörtchen *ut* eingeschaltet werde. Das war wohl die Einschaltung, welche Nicolaus I. Bernoulli bei seinem Aufenthalte in England Newton angerathen hatte, und von welchem Johann Bernoulli (S. 316) vermuthete, Newton werde sich ihrer in einem Carton bedienen.

Fragen wir nun nach dem Verfasser des *Account* in den P. T., so erhalten wir die Antwort: ***Newton sei es gewesen!*** Das ist aus dem unbefangenen Zeugnisse englischer Zeitgenossen, welche davon als von einer allbekannten Thatsache reden, unzweifelhaft fest-
[N] gestellt[56]. Nur ein Einziger hat es gewagt, im Jahre 1722 den ein Jahr vorher verstorbenen
(320) Keill als den Verfasser des Account zu nennen, und dieser Einzige war Newton selbst[57]. Will man ihn nicht geradezu der Lüge beschuldigen, so gibt es nur eine Erklärung: Newton hat Keill jenen Bericht so gut wie in die Feder dictirt, und das ist auch nicht viel schöner,

[48] *Commerc. epistol.* pag. 9–48 findet sich die lateinische Uebersetzung des ursprünglich englischen *Account of the Book entitled Commercium epistolicum.*

[49] *Commerc. epistol.* pag. 25.

[50] Leibniz I, 122 Note.

[51] Ebenda I, 151.

[52] Ebenda I, 152: *Nihil hac vice de Collino apud te commemoro, quum Te omnino satiatum iri pro tempore prolixa hac Newtoni epistola autumem.*

[53] *Commerc. epistol,* pag, 145.

[54] Ebenda pag. 32.

[55] Ebenda pag. 35–36.

[56] De Morgan in dem *Philosophical Magazine*, Januar–Juni 1852 pag. 440–444 und ebenda Juli–December 1852 pag. 321–322.

[57] *Commerc. epistol.* pag. X.

als wenn er ihn selbst geschrieben hätte, er, der — mit dem Berichte zu reden — nicht einmal als Zeuge vernommen werden konnte.

Die Zeitfolge nöthigt uns, unsere Leser jetzt wieder nach Deutschland herüberzuführen. Wir sagten, Leibniz sei bis zum September 1714 in Wien geblieben. Er kehrte Ende dieses Monats nach Hannover zurück, von wo wenige Wochen früher der Kurfürst nach London abgereist war, um als König Georg I. den englischen Thron zu besteigen. Wir erinnern uns, dass Leibniz nun beabsichtigte, selbst nach England sich zu begeben, dass es ihm untersagt wurde (S. 33). Ob Chamberlayne, als er am 11. November 1714 von dem baldigen Eintreffen Leibnizens in London sprach[58], die dem entgegenstehenden Hindernisse nicht kannte, oder ob Leibniz daran dachte, dem königlichen Verbote zu trotzen, wissen wir nicht. Jedenfalls hat Leibniz Hannover nicht mehr verlassen. Damals muss er, so weit andere Arbeiten, mit denen er nach wie vor überhäuft war, ihm Zeit liessen, daran gedacht haben, in entschiedener Weise seinen Widersachern entgegenzutreten. Damals fand vielleicht jene hässliche Veränderung der Jahreszahl 1675 in 1673 statt, von welcher wir (S. 183) sprechen mussten; damals enstand jedenfalls die Abhandlung *Historia et origo calculi differentialis*[59], welche in zwei Entwürfen handschriftlich erhalten ist.

Die auch heute noch des Durchlesens in hohem Grade würdige Darstellung unterscheidet sich insbesondere dadurch auf das Vortheilhafteste von den im Prioritätsstreite entstandenen Schmähschriften, dass dem Gegner Ehrenrühriges überhaupt nicht nachgesagt ist. Auch die leiseste Andeutung, dass Newton an Leibniz einen geistigen Diebstahl begangen [O] haben könne, deren, wie wir wissen, Leibniz sich nicht immer enthielt, fehlt. Nur seine eigene Unantastbarkeit stellt der Verfasser mit Entschiedenheit fest. Den Bericht in den P. T. vom Januar 1715 kannte er offenbar noch nicht, sonst wäre die eingehaltene Mässigung unbegreiflich, und sonst wäre gewiss darauf Gewicht gelegt worden, dass die Antwort auf den zweiten Newtonschen Brief am Empfangstage geschrieben wurde. Ist das Schweigen über diesen Punkt doch ohnehin räthselhaft genug. Leibniz hat (S. 287) sein Concept des (321)
wichtigen Briefes offenbar damals hervorgeholt. Er hat das Datum vom 21. Juni 1677 nachgetragen, hat die Seitennummer des Abdruckes des Briefes im Commercium Epistolicum beigeschrieben, und dennoch schwieg er in seiner Erzählung über das in der englischen Veröffentlichung fehlende *hodie*? Wir wissen dafür keine andere Erklärung als die, dass wir die (S. 287) noch offen gelassene Frage, ob der entstellende Klecks in dem nach England abgegangenen Briefe ohne oder mit Absicht entstanden sei, im letzteren Sinne beantworten. Die Veranlassung mag gegeben haben, dass der Brief zwar am Empfangtage von Newtons Schreiben angefangen wurde, aber, wie es bei seiner Länge leicht begreiflich ist, nicht am gleichen Tage vollendet werden konnte, und dass Leibniz dann vorzog, das *hodie* bis zur Unkenntlichkeit zu tilgen.

Abermals traten zwei neue Persönlichkeiten in dem Streite auf. Antonio Schinella Conti[60], (1677–1748) ist in Padua geboren und ebenda gestorben. Er gehörte dem Orden des Oratorium als Geistlicher an, legte aber dieses Amt 1708 nieder, um nicht mehr Beichte hören zu müssen. Im Jahre 1713 kam er nach Paris, wo er mit den bekanntesten Gelehrten verkehrte. Mit einem derselben, Pierre Rémond, bekannter unter dem Namen De Montmort, welchen er von einer Besitzung entliehen hatte, und unter welchem er uns schon (S. 265) begegnet ist, kam er 1715 nach London und wurde von Newton

[58] Edleston, *Correspondence of Sir Isaac Newton and Professor Cotes* pag. LXXV Note 165.
[59] Leibniz V, 392–410, zuerst 1846 durch C. J. Gerhardt als besondere Broschüre herausgegeben.
[60] *Nouvelle Biographie universelle* IX, 670–672. — Poggendorff I, 473.

aufs Liebenswürdigste aufgenommen. Mit Leibniz war Conti schon früher in brieflicher [P] Verbindung. Von London aus muss er ihm abermals geschrieben und dabei, wie es kaum anders möglich war, den Prioritätsstreit berührt haben. Leibniz erwiderte[61] und fügte dem eigentlichen Briefe eine selbst einem Briefe gleichkommende Nachschrift hinzu[62], welche offenbar zum Vorzeigen geschrieben war und, wie es scheint, nicht bloss Newton, für welchen sie bestimmt war, sondern auch anderen Personen, vielleicht dem Könige zu Gesicht kam. Jedenfalls erklärte Conti in seinem folgenden Briefe vom März 1716, König Georg I, habe sich durch ihn über den Streit zwischen Leibniz und Newton berichten lassen[63], und der König war es auch, der durch die Frage, wann denn Newtons Antwort käme, letztere hervorrief[64].

In Leibnizens Schreiben waren einige bissige Bemerkungen enthalten gewesen. Es (322) scheint nicht, sagte er[65], dass Herr Newton die Bezeichnung und den Infinitesimalcalcül vor mir besessen hat, wie Herr Bernoulli sehr gut geurtheilt hat, wenn es ihm auch leicht gewesen wäre, dahin zu gelangen, wenn seine Blicke sich dahin gerichtet hätten[66], wie es auch Apollonius sehr leicht gewesen wäre, zu Descartes' analytischer Methode zu gelangen, wenn seine Blicke sich dahin gerichtet hätten. Die gegen mich geschrieben haben, fuhr er fort, haben unschwerer Weise durch gezwungene und schlecht begründete Erklärungen meine Aufrichtigkeit angegriffen; sie werden nicht das Vergnügen haben, mich die kleinen Gründe von Leuten, welche so schlechte Uebungen haben, beantworten zu sehen. Zum Schlusse ging er auf Gegensätze zwischen seinen und Newtons philosophischen Ansichten ein, ein Gebiet, auf welches wir ihm nicht folgen.

Nun kam also Newtons Antwort[67], welche ebensowenig an Leibniz unmittelbar gerichtet war, wie dessen Brief an ihn; beide schrieben der Form nach an den Abbate Conti. Newton beginnt mit der Behauptung, das Commercium Epistolicum sei durch einen eigens von der Royal Society dazu ernannten Ausschuss von angesehenen Persönlichkeiten verschiedener Nationen zusammengestellt. Dem Wortlaute nach ist das ja wahr, wenn auch Bonet und der zuletzt hinzugewählte De Moivre gewiss keine grosse Rolle in dem Prüfungsausschusse spielten (S. 308). Dann belegt Newton durch die Daten von Briefen, wie weit er frühzeitig in der Reihenlehre gewesen sei, und dass Leibniz solches immer anerkannt habe. Wo von Leibnizens Brief vom 21. Juni 1677 die Rede ist[68], der als Antwort auf dem Brief vom 24. October 1676 bezeichnet ist (Des Maizeaux betonte dann in der Vorrede[69]) zu seinem Recueil die Länge der Zeit von acht Monaten, die zwischen dem 24. October 1676 und dem 21. Juni 1677 liege), heisst es, Herr Leibniz habe sein Einverständniss damit erklärt, dass De Sluses Tangentenmethode noch nicht vollkommen sei, dann habe er seine Differentialmethode für die Tangenten beschrieben, welche die gleiche war, die 1670 durch Barrow veröffentlicht worden war. Weil aber Herr Leibniz auf diese Methode als ihm eigenthümlich Anspruch erhob, verkleidete er sie durch eine neue Bezeichnung[70]. Das war eine Wiederholung der alten Anklage der Entlehnung, die herüber und hinüber geschleu-

[61] *Recueil Des Maizeaux*, Vorrede zu Bd. I pag. LVII und II, 337–340.
[62] Ebenda II, 3–11.
[63] Ebenda II, 14.
[64] Ebenda, Vorrede zu Bd. I pag. LX.
[65] Ebenda II, 4
[66] *s'il s'en était avisé.*
[67] *Recueil Des Maiseaux* II, 16–25.
[68] Ebenda II, 22.
[69] Ebenda, Vorrede zu Bd. I pag. XIV.
[70] *Mais comme il prétendait que cette Méthode lui appartenait, il la déguisa sous une Notation nouvelle.*

dert wurde von Fatio und Leibniz, von Keill und Johann Bernoulli, jetzt wieder von Leibniz und Newton, aber neu dadurch, dass Leibniz nicht mehr von Newton, sondern von Barrow die Auflösung der Tangentenaufgabe sich angeeignet haben sollte. Es ist merkwürdig (323)
genug und ein Beleg dafür, wie blind die Leidenschaft den Menschen macht, dass Newton [Q]
das Zweischneidige dieses Vorwurfes nicht erkannte und Leibniz gewissermassen die Antwort in den Mund legte[71]. Wenn Leibnizens Tangentenmethode die gleiche war wie die Barrows; wenn sie zugleich mit der Newtons übereinstimmte, so war auch kein Unterschied zwischen den Methoden Newtons und Barrows, und Ersterer war der anerkannte Schüler des Letzteren!

Schon am 14. April 1716 schrieb Leibniz an Conti[72], er habe eine Abschrift von dessen Briefe vom Monate März und von dem Newtons, sowie auch seine Antwort auf beide an Herrn De Montmort in Paris zur Weiterbeförderung abgehen lassen; er ziehe diesen Weg vor, um neutrale und verständnissfähige Zeugen des Streites zu haben. Der Brief Leibnizens, welcher über Paris ging, und Newtons Bemerkungen zu demselben stehen im Recueil Des Maizeaux[73]. Leibnizens Brief ist im Frühjahr 1716 selbstverständlich von De Montmort und den Personen in Paris, welchen dieser ihn zeigte, gelesen worden, Newtons Bemerkungen aber gingen damals nur unter wenigen Londoner Freunden herum.

Da starb Leibniz am 14. November 1716. Sofort sammelte Newton alles, was durch die Vermittelung Contis hindurchgegangen war mit Einschluss seiner letzten Bemerkungen und liess es in London drucken[74]. Diese kleine Sammlung bildete alsdann einen Anhang zu einer mit dem Druckjahre 1715 in englischer Sprache und gleichzeitig in lateinischer Uebersetzung in London herausgegebenen Parteischrift: *The history of fluxions* von Joseph Raphson, der auf der Titelblatte schon als verstorben[75] bezeichnet wird. Wir haben ihn als Schriftsteller über numerische Gleichungen (S. 119) kennen gelernt. Besonders Erwähnenswerthes steht nicht in den kurz von uns ge-nannten Schriftstücken. Höchstens wäre zu bemerken, dass Newton als seine ältesten mit Datum versehenen Aufzeichnungen über Fluxionen solche vom 13. November 1665 nennt[76]. Das stimmt so ziemlich mit anderen Angaben (S. 199 Anm. 2) überein.

Wir erinnern uns, dass (S. 314) im Flugblatte von 1713 eine Briefstelle Johann Bernoullis eingeschaltet war, welche einen durch einen hervorragenden Mathematiker, *ab eminente quodam Mathematico*, bemerkten Fehler in Newtons Principien und Quadratura Curvarum rügte. Wir erinnern uns ferner, dass Newton in einem Briefe an Keill (S. 316 Anm. 4) (324)
diesen grossen Mathematiker, *this great Mathematician*, etwas höhnisch abfertigte. Keill in dem Journal litéraire von 1714 und der Account in den P. T. von 1715 wiederholten Newtons Vertheidigung auch bezüglich der Quadratura Curvarum mittelst des vergessenen Wörtchen *ut* (S. 319). Gegen Ende der Zeit, innerhalb welcher die Contische Vermittelung, wenn man sie so nennen darf, spielte, erschien in dem Julihefte 1716 der A. E. ein unterschriftsloser Brief für den ausgezeichneten Mathematiker, Herrn Johann Bernoulli, gegen einen gewissen englischen Widersacher[77], welcher gegen Keill sich richtete und insbeson-

[71] *Recueil Des Maizeaux* II, 63.
[72] Ebenda II, 26.
[73] Ebenda II, 48 bis 71 und 75–100.
[74] Ebenda, Vorrede zu Bd. I pag, LXIII.
[75] *By (the late) Mr. Joseph Raphson.*
[76] *Recueil Des Maizeaux* II, 89.
[77] A. E. 1716, 296–314: *Epistola pro eminente Mathematico, Dn. Johanne Bernoullio, contra quendam ex Anglia antagonistam scripta.* Das Material und die Belegstellen über diesen Brief sind bei Edleston,

dere nachzuweisen suchte, dass das **einmal** beim Drucke versehentlich weggebliebene *ut* die angefochtene Stelle nicht rette, dass jenes Wort vielmehr ***verschiedene Mal*** ausgefallen sein müsste, was die Wahrscheinlichkeit eines Druckfehlers bedeutend herabsetze. Der Briefschreiber trat also gegen Keill, zugleich gegen Newton auf und damit auf Leibnizens Seite. Dadurch wurde die Frage nach seiner Persönlichkeit wach.

Wollte man die schon oft besprochenen handschriftlichen Randbemerkungen der A. E. einzig zu Rathe ziehen, so wäre die Frage sofort entschieden, denn dort ist Christian Wolf als Verfasser des Briefes genannt. Zedlers Universallexicon bestätigt diese Meinung. In dem 1748 zu Wolfs Lebzeiten erschienenen LVIII. Bande des umfangreichen Sammelwerkes befindet sich ein langer diesem Gelehrten gewidmeter Artikel mit vollständigem, ohne seine eigene Mithilfe undenkbarem Verzeichnisse aller seiner grösseren und kleineren Arbeiten bis zu den unbedeutendsten Berichten in den A. E. In dem Verzeichnisse ist der Brief von 1716 nicht nur mit enthalten, in dem biographischen Abschnitte ist Wolf auch für das damals bewährte Eintreten für Leibniz belobt. ***Und dennoch ist nicht Wolf, sondern Johann Bernoulli der ungenannte Verfasser***, der seine Arbeit dem befreundeten Gelehrten zur Besorgung mit der Bitte überschickt hatte, etwa nöthige Aenderungen nach Gutdünken vorzunehmen.

Da war z. B. überall die erste Person, in der Johann Bernoulli schrieb, so oft von Arbeiten desselben die Rede war, in die dritte Person umzuändern, und das besorgte Wolf aufs Pünktlichste bis auf. eine Stelle[78], wo er das Wörtchen *meam* stehen liess, welches von
(325) den Gegnern jubelnd aufgegriffen wurde, während auch die Freunde sich eines mitleidigen Lächelns nicht enthalten konnten. Johann Bernoulli schrieb zwar an Wolf, er möge baldigst den Druckfehler berichtigen lassen, statt *meam* sei *eam* zu lesen. Aber das fruchtete wenig. In den A. E. von 1718 hat Niclaus II. Bernoulli, der Sohn Johanns, in gewundener Weise zugegeben, sein Vater habe die thatsächlichen Grundlagen des Briefes von 1716 niedergeschrieben, und ein Enkel Johanns hat den vollgültigen Beweis erbracht.

Johann Bernoulli hatte ausser den beiden Söhnen Niclaus II. und Daniel noch einen dritten Sohn Johann II. Bernoulli[79] (1710 bis 1790), dessen mehr der Physik zugewandte Thätigkeit uns von der Pflicht entband ihn zu nennen, als wir (S. 89–90) die Glieder der Familie Bernoulli, welche diesem Bande angehören müssen, schilderten. Sonst hätten wir zu erwähnen gehabt, dass er bereits 1724 die Magisterwürde erwarb; Damals veröffentlichte er eine geschichtliche Abhandlung *Utrum Galli praestant Anglis inventorum physicorum et mathematicorum laude*[80]. Johann II. hatte wieder einen Sohn Johann III. Bernoulli[81] (1744–1807), und dieser hat in den damals in französischer Sprache erscheinenden Abhandlungen der Berliner Academie für 1799–1800 und für 1802 in der als *Histoire de l'Académie* bezeichneten ersten Abtheilung auf S. 32–50 in dem ersten, auf S. 51–65 in dem zweiten der beiden genannten Bände Beiträge zur Geschichte der Mathematik veröffentlicht[82]. Er hat insbesondere die Geschichte des Briefes von 1716 klargestellt. Er hat sogar den ursprünglichen von Johann Bernoulli an Wolf geschickten Brief neben dem in den A. E. erschienenen

---

Correspondence, of Sir Isaac Newton and Professor Cotes pag. 178 Note * gesammelt.

[78] Ebenda 1716, 313.

[79] Allgemeine Deutsche Biographie II, 480–482.

[80] Suter in der Bibliotheca mathematica 1890 S. 100.

[81] Allgemeine Deutsche Biographie II, 482.

[82] Bei Poggendorff I, 162, fehlen diese Abhandlungen unter Johann III. Bernoulli. Dagegen sind I, 158 unter den Schriften Johann I. Bernoulli irrthümlicherweise *Anecdotes pour servir à l'hist. des mathématiques* (Mém. Berlin, A. 1699 et 1700) genannt. Das sind die hier erwähnten Abhandlungen. Irrige Datirung hat den Grossvater mit dem Enkel verwechseln lassen.

zum Abdrucke gebracht, wodurch man in den Stand gesetzt ist, die von Wolf vorgenommenen unbedeutenden Aenderungen zu erkennen. Bernoulli wollte eben nur den Brief nicht geschrieben haben. Er scheue es, sagte er[83], mit Keills Galle eingerieben zu werden. Wie Wolf dazu kam, auch 1748 noch die Verantwortung für den Brief zu übernehmen und sich für dessen Anfertigung beloben zu lassen, wissen wir nicht.

Leibniz war todt. Seine englischen Gegner führten den Streit gegen ihn weiter, führten ihn nur um so heftiger weiter, als eine Erwiderung von ihm jetzt nicht mehr zu befürchten war. Der Recueil Des Maizeaux mit seiner sich unparteiisch gebärdenden, thatsächlich (326) durchaus im Newtonschen Sinne gehaltenen Vorrede erschien 1720. Die dritte Ausgabe der Principien von 1726 veränderte das in den früheren Ausgaben Leibniz sein Recht gewährende Scholium zu dessen Ungunsten (S, 205). Das gerechten Tadel am stärksten herausfordernde Schriftstück war die `Neuauflage des Commercium Epistolicum` vom Jahre 1722.

Wenn damals die erste Auflage vergriffen war, wenn die buchhändlerische Nachfrage nach der Briefsammlung eher im Zunehmen als im Abnehmen sich zeigte, so war es eine einfache Geschäftssache, ob ein wiederholter Abdruck stattfinden solle. Frage des wissenschaftlichen Feingefühls war es dann, ob am Schlusse, etwa unter der Bezeichnung als Anhang, noch weitere Schrifstücke beigefügt werden sollten. Aber eine Veränderung des Commercium Epistolicum selbst, Zusätze innerhalb des 1712 Gedruckten, ohne dass sie [R] als solche gekennzeichnet wurden, das waren ebensoviele Fälschungen, welche auf den, der sie beging, einen nicht zu tilgenden Makel werfen. Die neue Auflage von 1722 beginnt mit einer Ansprache an den Leser, *Ad Lectorem*, welche darstellt, wie Leibniz immer andere Ausflüchte gesucht habe, wenn es sich darum handelte, die in dem Commercium Epistolicum vereinigten Beweisstücke anzuerkennen oder zu widerlegen. Er sei aus dem Leben gegangen mit dem Versprechen einer Gegensammlung, aber sein Benehmen in dem durch Conti vermittelten Briefwechsel zeige, dass das leere Worte waren, dass Leibniz vielmehr nichts besass, was er in jenem Sinne verwerthen konnte. Die erste Auflage des Commercium Epistolicum sei nur sehr klein gewesen, man habe Exemplare nur an urtheilsfähige Mathematiker geschickt, und käuflich seien jetzt keine vorhanden[84]. Deshalb sei es wünschenswerth gewesen, eine zweite Auflage zu drucken, welcher man auch einen Bericht über das Buch, *Recensionem Libri*, vorausschicke, der in den P. T. für 1715 erschienen sei, etwa 7 oder 8 Monate vor Leibnizens Tod. Die *Recensio* ist folglich dasjenige Schriftstück, dessen englischen Wortlaut wir seither *Account* nannten. Die Vorrede *Ad Lectorem* rührt von Newton her. Unter dessen Nachlasse haben sich fünf oder sechs Entwürfe jener Vorrede von der Hand des damals 79 Jahre alten Verfassers gefunden[85]. Ausserdem fanden sich dort Bruchstücke der *Recensio*, welche die Abfassung auch dieser Schrift durch Newton (S. 320) bestätigen. Man wird deshalb wohl oder übel Newton für den ganzen Wortlaut der neuen Auflage mit sammt ihren Fälschungen gleichkommenden Aenderungen des Textes (327) verantwortlich zu machen haben. Letztere sind genau untersucht worden[86].

Als auffallendstes Beispiel heben wir folgendes hervor. Im Commercium Epistolicum von 1712 war stillschweigend angenommen, die *Historiola* sei wirklich an Leibniz abgegangen (S. 311). Die neue Auflage sagt ausdrücklich, die Uebersendung habe am 26. Juni

[83] *Ingratum mihi valde foret a Keilio bile sua perfricari.*
[84] *neque prostant venalia.*
[85] *Commerc. epistol.* pag. X.
[86] De Morgan, *On the additions made to the second edition of the Commercium Epistolicum. Philosophical Magazine.* January–June 1848 pag. 446 bis 456.

1676 stattgefunden[87], und durch eine solche Datierung, die mit voller Bestimmtheit ausgesprochen ist, wird selbstverständlich die Thatsache unbestreitbar. Ein kleiner Umstand ist
[S] freilich dabei unerlässlich: die Richtigkeit des Datums. Nun hat aber Oldenburg am 26. Juni 1676 überhaupt nicht an Leibniz geschrieben. Spitzfindigkeit, kann man sagen. Man kennt einen Brief Oldenburgs an Leibniz vom 26. Juli 1676 und daraus konnte leicht durch einen Lesefehler, einen Schreibfehler, einen Druckfehler jenes irrige Datum entstehen. Gut, aber was stand in dem Briefe vom. 26. Juli? Demselben lag die Abschrift von Newtons erstem Briefe vom 13. Juni 1676 bei, und Oldenburg theilte Leibniz (S. 79) Reihen des verstor-
[T] benen Gregory mit, die Collins gesammelt habe. ***Folglich ist am 26. Juli 1676 die Historiola nicht an Leibniz abgegangen***. Von Newtons Tangentenbriefe steht aber in Oldenburgs Schreiben (S. 179) sonst nichts, als was Newton behaupte, leisten zu können. Das Beispiel, das im Tangentenbriefe ausgerechnet enthalten war, schickte Oldenburg nicht, wenn wir auch wiederholen müssen, dass Leibniz nichts für ihn Neues aus demselben entnommen haben würde. Doch darauf kommt es uns hier nicht an, sondern auf die Art, in welcher die zweite Auflage des Commercium Epistolicum mit der Wahrheit umsprang. Man hatte auf irgend eine Weise Kenntniss davon erhalten, dass am 26. Juli 1676 ein Brief Oldenburgs an Leibniz abgegangen war. Man wünschte nachzuweisen, dass Leibniz damals im Besitze der Historiola war. Man behauptete kurzweg, dieselbe habe jenem Briefe beigelegen, eine kühne Behauptung, wenn Oldenburgs Briefentwurf nicht erhalten war, ein freche Lüge, wenn solches der Fall gewesen sein sollte.

Eine eigentliche Fortsetzung hat der Prioritätsstreit nicht weiter gehabt. Entgegnungen von Freunden Leibnizens blieben mehr und mehr aus. Die Auffassung der Herausgeber des Commercium Epistolicum, Leibniz habe einen Eingriff in fremdes Geisteseigenthum
(328) begangen, wurde im achtzehnten Jahrhunderte mehr und mehr die herrschende. Dem neunzehnten Jahrhunderte war es vorbehalten, Leibniz von diesem hässlichsten Vorwurfe zu reinigen. Es ist heute anerkannt, dass schon im siebzehnten Jahrhunderte die Infinitesimalrechnung so weit vorbereitet war, dass ihr hauptsächlich eine einheitliche Sprache und eine Schrift fehlte. Beides hat Leibniz ihr selbständig gegeben, so wenig es ihm einfiel in Abrede zu stellen, dass er auf den Schultern von Vorgängern stand, dass diese sich ausgiebig und erfolgreich mit Infinitesimalaufgaben beschäftigt hatten. Dass Newton nicht minder selbständig Aehnliches besass, früher besass als Leibniz, wird ebensowenig geleugnet werden, aber sein Wort Fluxion kam erstmalig 1687 in den Principien, seine Bezeichnung, in der er lange schwankte, erstmalig 1693 durch Wallis an die Oeffentlichkeit, während Leibnizens Abhandlung von 1684 schon als Markstein in der Geschichte der Mathematik vorhanden war. Wir nennen sie einen Markstein, weil sie, das hat schon unser XVI. Abschnitt reichlich bewiesen, den Ausgangspunkt bildete, von wo aus neue Wettbewerber in die Rennbahn traten, vorwärts zu eilen nach entfernten Zielpunkten. Das Ende der Bahn ist in den mehr als zweihundert Jahren, die inzwischen verflossen sind, weiter und immer weiter hinausgeschoben worden, aber Leibnizens Abhandlung von 1684 bildet nach wie vor den Sammelpunkt, an welchem Jeder vorbei muss, der sich am Rennen betheiligen will, Leibnizens Sprache, Leibnizens Schrift sind die unerlässlichen Eintrittskarten, ohne welche Niemand zugelassen werden kann. Und Leibniz ahnte diese grosse Zukunft. Er hat frühzeitig die Bedeutung der mathematischen Form erkannt, die seine Gegner nicht sahen, oder nicht sehen wollten. Auch über den Prioritätsstreit als solchen haben die Ansichten sich geklärt, leider dahin geklärt, dass seine gründliche Durchforschung allen Betheiligten ohne irgend eine Ausnahme zum Nachtheile gereicht.

[87] *Haec Collectio ad D. Leibnitium missa fuit 26. Junii 1676.*

Kleine Bemerkungen zum Kapitel 95

[A] Statt „John Machin war Professor der Astronomie am Gresham College in London" lies: „John Machin wurde ein Jahr nach der Anfertigung des Berichtes zum Professor der Astronomie am Gresham College in London ernannt". Ch. Hutton gibt in seinem *Philosophical and mathematical dictionary* (siehe New edition, London 1815, II S. 1) das Datum der Ernennung (16. Mai 1718) an.
BM 7, 304 G. Eneström.

[B] Herr Cantor berichtet hier über einige Angaben des *Commercium epistolicum*, die er als „Verdächtigungen" der Leibnizschen Entdeckungen bezeichnet, und die zweite Folge solcher Angaben bezieht sich auf die Entdeckung der Reihe für $\frac{\pi}{4}$. Nun hat Herr Cantor früher (S. 76–80) die Entdeckungsgeschichte dieser Reihe erzählt, und es zeigte sich dabei, daß Leibniz schon vor dem 7. November 1674 Huygens die Reihe mitgeteilt hatte, während er erst 1675 von Oldenburg Kenntnis der Entdeckung Gregorys bekam. Aus dieser Erzählung muß der nicht sachkundige Leser folgern, daß die Herausgeber des *Commercium epistolicum* keinen `wirklichen` Grund gehabt haben, Leibniz des Diebstahls zu beschuldigen. Auch Herr Cantor selbst scheint dieselbe Auffassung zu haben, denn sonst hätte er wohl nicht in diesem Falle das Wort „Verdächtigungen" benutzt. Im folgenden werde ich die Frage zum Gegenstand einer näheren Untersuchung machen; die von mir ohne weiteren Verweis zitierten Briefe sind im *Commercium epistolicum* zum Abdruck gebracht.

Das älteste Aktenstück, woraus die Herausgeber des *Commercium epistolicum* erfahren konnten, daß sich Leibniz mit der Reihe für $\frac{\pi}{4}$ beschäftigt hatte, ist ein Brief Leibnizens an Oldenburg vom 15. Juli 1674 (vgl. BM $\mathbf{10}_3$, 1909/10, S. 69 –70), aber hierin sagt Leibniz nur, daß der Kreisumfang durch eine unendliche Reihe von rationalen Zahlen ausgedrückt werden kann, und etwa dasselbe wiederholte er in seinem Briefe an Oldenburg vom 16. Oktober 1674. In dem Antwortschreiben vom 8. Dezember 1674 deutete dieser an, die Engländer hätten schon ähnliches gefunden; dann folgte Leibnizens Brief vom 30. März 1675, aus dem ich schon früher die wichtigste Stelle wörtlich zum Abdruck gebracht habe (siehe BM $\mathbf{10}_3$, 1909/10, S. 70), und woraus hervorgeht, daß Leibniz versprach, seine Reihe zu übersenden, wenn Oldenburg ihm Auskunft über das Verfahren von Collins, um gewisse endliche Zahlenreihen zu summieren, geben wollte. Die Bedingung erfüllte Oldenburg soweit möglich durch sein Schreiben vom 12. April 1675 (siehe C. I. Gerhardt, *Der Briefwechsel von* G. W. Leibniz *mit Mathematikern* **1**, Berlin 1899, S. 120–12l), aber dieses Schreiben enthielt zugleich die Reihe

$$\arctan t = t - \frac{t^3}{3r^2} + \frac{t^5}{5r^4} - \frac{t^7}{7r^6} + \frac{t^9}{9r^8} + \ldots,$$

und da diese Reihe für $t = 1$, $r = 1$ in die Leibnizsche Reihe für $\frac{\pi}{4}$ übergeht, war es natürlich unnütz, daß Leibniz sein Versprechen erfüllte. Allein statt ganz einfach hierauf hinzuweisen, antwortete Leibniz am 20. Mai 1675 auf folgende Weise:

> Cum nunc praeter ordinarias curas mechanicis imprimis negotiis distrahar, non potui examinare series quas misistis, ac cum meis comparare. Ubi fecero, perscribam tibi sententiam meam. Nam aliquot jam anni sunt quod inveni meas via quadam sie satis singulari.

Muß man nicht sofort anerkennen, daß diese Antwort LEIBNIZens für die Herausgeber des *Commercium epistolicum* ein wirklicher Grund war, um zu bezweifeln, daß LEIBNIZ vor dem Empfang der OLDENBURGschen Mitteilung vom 12. April 1675 die Reihe für $\frac{\pi}{4}$ kannte?

LEIBNIZ weist auf seine anderen Arbeiten hin, aber das Konstatieren der Tatsache, daß die zwei Reihen

$$\arctan t = t - \frac{t^3}{3r^2} + \frac{t^5}{5r^4} - \frac{t^7}{7r^6} + \frac{t^9}{9r^8} \text{ etc.}$$

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} \text{ etc.}$$

für $t = 1,\ r = 1$ identisch werden, erfordert ja kaum eine Minute, und LEIBNIZ hatte Zeit dazu, einen ziemlich langen Brief (der sicherlich wenigstens eine Stunde erfordert hatte) an OLDENBURG zu schreiben! Übrigens hatte ja LEIBNIZ ***versprochen***, seine Reihe zu übersenden, und auch wenn er nicht ganz mit der Erfüllung der Bedingung befriedigt sein konnte, war dies kein hinreichender Grund, das Versprechen ohne weiteres als gar nicht existierend zu betrachten.

Aber die Herausgeber des *Commercium epistolicum* hatten noch einen anderen Grund, die Behauptung LEIBNIZens in betreff der Reihe für $\frac{\pi}{4}$ in Verdacht zu haben. Als LEIBNIZ am 16. Oktober 1674 an OLDENBURG über die Entdeckung seiner Reihe für $\frac{\pi}{4}$ schrieb, fügte er hinzu : „eadem methodo etiam arcus cujuslibet, cujus sinus datur geometrice exhiberi per ejusmodi seriem valor potest“; nach seiner eigenen Aussage war er also schon 1674 im Besitze einer Reihe für $\arcsin x$. Allein als ihm GEORG MOHR im Jahre 1676 die zwei Reihen

$$\arcsin x = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7 + \frac{35}{1152}x^9 \text{ etc.}$$

$$\sin z = z - \frac{1}{6}z^3 + \frac{1}{120}z^5 - \frac{1}{5040}z^7 + \frac{1}{362880}z^9 \text{ etc.}$$

mitteilte, nannte er in seinem Briefe an OLDENBURG vom 12. Mai 1676 diese Reihen „valde ingeniosae“, äußerte den Wunsch, die Herleitung der zweiten Reihe zu bekommen, und versprach, als Ersatz seine „ab his longe diversa circa hanc rem meditata“ an OLDENBURG zu senden. Muß man nicht hieraus folgern, daß LEIBNIZ im Jahre 1674 nicht die obige Reihe für $\arcsin x$ gefunden hat? Und wenn diese Folgerung richtig ist, welches war die allgemeine Reihe für $\arcsin x$, die LEIBNIZ nach seiner eigenen Aussage besaß? Meines Wissens hat LEIBNIZ erst in einem Zusatze zu seinem *Compendium quadraturae arithmeticae (Mathematische Schriften*, herausgegeben von C. I. GERHARDT, **5**, Halle 1858, S. 112) eine Reihe für $\arcsin x$ gegeben, und teils ist diese Reihe genau die ihm durch MOHR übersandte, teils rührt das *Compendium* nach GERHARDT (a. a. O. S. 86) vermutlich erst aus dem Jahre 1678 oder 1679 her.

Nun kann man fragen: wie wollten die Herausgeber des *Commercium epistolicum* erklären, daß LEIBNIZ 1674 wissen konnte, $\frac{\pi}{4}$ sei durch eine unendliche Reihe von rationalen Zahlen darstellbar? Die Antwort auf diese Frage ist leicht. Es war bekannt, daß LEIBNIZ bei seinem ersten Besuche in London 1673 mit PELL und OLDENBURG über mathematische und mechanische Gegenstände gesprochen hatte. Es war auch bekannt, daß GREGORY schon 1671 seine Arkustangensreihe an COLLINS, der ja in

London wohnte und sowohl mit PELL als mit OLDENBURG verkehrte, gesandt hatte. Es war also gar nicht unwahrscheinlich, daß PELL oder OLDENBURG etwas von der Entdeckung GREGORYS kannte und im Vorübergehen LEIBNIZ mitgeteilt hatte, es handle sich um eine unendliche Reihe von rationalen Zahlen.

Ich wage es also zu behaupten, daß die Angaben der Herausgeber des *Commercium epistolicum* in betreff der Entdeckung der Reihe für $\frac{\pi}{4}$ nicht als eine „Verdächtigung" bezeichnet werden können, sondern daß LEIBNIZ selbst durch sein eigentümliches Benehmen die Beschuldigung des Diebstahls veranlaßt hat. Meines Wissens gibt es nur einen wirklichen Beleg dafür, daß LEIBNIZ seine Reihe **vor** dem Empfang des OLDENBURGschen Briefes vom 12. April 1675 entdeckt hatte, nämlich den Brief von HUYGENS vom 7. November 1674 (*Oeuvres de* HUYGENS **7**, La Haye 1897, S. 393–395), und dieser Brief war ja den Herausgebern des *Commercium epistolicum* unbekannt. Wäre dieser Brief nicht vorhanden, so würde die Frage meiner Ansicht nach bis auf weiteres unentschieden bleiben müssen.

BM 11, 259–261 G. ENESTRÖM.

[C] Nach Herrn CANTOR (Z. 25–26) behauptete das *Commercium epistolicum*, daß LEIBNIZ die Reihe für $\frac{\pi}{4}$ aus den ihm zugeschickten Briefen[1] GREGORYS an COLLINS kannte, aber diese Angabe des Herrn CANTOR ist ungenau. Aus dem folgenden Absatz geht hervor, daß Herr CANTOR die Briefe von GREGORY meint, die die „Historiola" von COLLINS bildeten, und allerdings gibt die **zweite** Auflage des *Commercium epistolicum* an, daß die „Historiola" 1676 an LEIBNIZ gesandt wurde. Allein die **beiden** Ausgaben der Streitschrift geben **ausdrücklich** an (éd. BIOT et LEFORT S. 93–95), daß LEIBNIZ schon 1675 von der Entdeckung GREGORYS Kenntnis bekam, und zwar durch eine von OLDENBURG verfertigte lateinische Übersetzung eines englischen Briefes, von COLLINS. Darum sagt auch die „Recensio libri", die bekanntlich von NEWTON selbst herrührt (a. a. O. S. 18): „In epistola a COLLINIO scripta dataque 15. Apr. 1675, OLDENBURGIUS ad LEIBNITIUM misit ... [seriem] pro inventione arcu, cujus tangens data est". Statt „aus den ihm zugeschickten Briefen GREGORYS an COLLINS" sollte also bei Herrn CANTOR „aus der ihm 1675 zugeschickten Übersetzung eines Briefes von COLLINS an OLDENBURG" stehen.

Durch diese Verbesserung der CANTORschen Darstellung wird der Absatz S. 310 Z. 27 – S. 311 Z. 15 gegenstandslos und sollte also an dieser Stelle gestrichen werden. Indessen berichtet Herr CANTOR darin über die „Historiola" von COLLINS, und da er sich S. 327 auf diesen Bericht beruft, ist es angebracht, den Absatz zum Gegenstand einer besonderen Bemerkung (siehe unten) zu machen.

BM 11, 82 G. ENESTRÖM.

[D] Was Herr CANTOR hier über die „Historiola" von COLLINS sagt, ist meiner Ansicht nach wesentlich irreleitend, weil es zwei verschiedene Schriften gab, die im *Commercium epistolicum* gelegentlich „Historiola" genannt wurden, und weil Herr CANTOR diese zwei Schriften nicht unterscheidet. Die zwei Schriften befinden sich noch im Archiv der „Royal society", die erste hat den Titel: „Extracts from Mr. GREGORIES letters", die zweite hat die Überschrift: „To LEIBNITZ the 14th of June 1676 about

[1] oder dem ihm zugeschickten Briefe? In den beiden Auflagen der *Vorlesungen* steht „aus den (!) ihm zugeschickten Briefe (!)".

Mr. GREGORIES remains". Die erste Schrift, die COLLINS am Anfang eines Briefes an DAVID GREGORY vom 11. August 1676 unter dem Namen „Historiola" erwähnte, war eine Sammlung von Briefen und anderen Papieren, die zweite ein Auszug aus dieser Sammlung. Die zweite Schrift ist vermutlich die „Narratio", von der COLLINS in dem soeben zitierten Brief spricht; in einem undatierten Brief von ihm an OLDENBURG wird diese Schrift teils „Account", teils „Extracts from Mr. GREGORY's letters, to be lent Monsieur LEIBNITZ to peruse" genannt, und NEWTON hat die Schrift wenigstens zweimal ganz einfach „Extracts of GREGORY's letters" genannt (siehe *Den Briefwechsel von* G. W. LEIBNIZ *mit Mathematikern*, herausgeg. von C. I. GERHARDT I, Berlin 1899, S. 288, 293). Es lag also sehr nahe, die zwei Schriften zu verwechseln, und offenbar haben schon die Herausgeber des *Commercium epistolicum* sich eine solche Verwechselung zu Schulden kommen gelassen, denn sie übersetzten das Wort „Account" durch „Historiola" und fügten dem oben zitierten undatierten Brief von COLLINS eine Bemerkung hinzu, die als eine Bestätigung der Verwechselung betrachtet werden kann. Auch Herr CANTOR unterscheidet die zwei Schriften nicht, und eben darum wird seine Darstellung irreleitend. Beachtet man dagegen, daß es zwei von COLLINS angefertigte Schriften gab, so verschwindet der scheinbare Widerspruch zwischen den Behauptungen des *Commercium epistolicum* und dem Brief von OLDENBURG an LEIBNIZ vom 26. Juli 1676. Dieser Brief enthält nämlich eine Abschrift der kleineren „Historiola", während LEIBNIZ die größere „Historiola", die für die „Royal society" zusammengestellt wurde, nie zu Gesicht bekam.

BM 11, 82–83 G. ENESTRÖM.

[E] Herr CANTOR erwähnt nach EDLESTON den Umstand, daß eine Stelle der Zwischenerzählung des *Commercium epistolicum* wörtlich mit dem Beginn des NEWTONschen Aufsatzes: „Ex epistola cujusdam ad amicum" übereinstimmt und folgert hieraus, „daß NEWTON Mitarbeiter am *Commercium epistolicum* war". Aber diese Schlußfolgerung ist meines Erachtens durchaus unbegründet. Die fragliche Stelle lautet (siehe die Ausgabe von BIOT und LEFORT, Paris 1856, S. 157):

> Anno ... 1683 ad finem vergente, D. NEWTONUS Propositiones principales earum quae in Philosophiae principiis mathematicis habentur Londinum misit, eaedemque cum societate regia mox communicatae sunt; annoque 1686 liber ille ad societatem missus est ut imprimeretur, proximoque anno lucem vidit.

Allein diese Stelle beweist ja nur, daß der Verfasser der Zwischenerzählung den Aufsatz NEWTONS oder eine Abschrift desselben zur Verfügung hatte. Wäre die CANTORsche Schlußweise richtig, so würde man zu höchst merkwürdigen Ergebnissen in betreff der Mitarbeit an wissenschaftlichen Werken gelangen können. Der lange Absatz: „Wer war ... ungelöstes Rätsel bleiben" sollte darum meiner Ansicht nach durch einfache Erwähnung des von EDLESTON bemerkten Umstandes ersetzt werden.

BM 11, 261 G. ENESTRÖM.

[F] Daß man vor 1745 „nur vermutete", JOHANN BERNOULLI sei der Verfasser des in das Flugblatt von 1713 aufgenommenen Briefes, ist wohl zu wenig gesagt. Was Herr CANTOR selbst S. 315 mitteilt, dürfte genügen, um zu beweisen, daß der Verfasser des Briefes lange Zeit vor 1745 als allgemein bekannt betrachtet werden konnte, und weitere Belege hierfür sind leicht zu bieten. Beispielsweise sagt WOLFF in der dritten Auflage des Anhanges („Kurtzer Unterricht von den vornehmsten mathematischen Schrifften“, S. 60) der *Anfangsgründe aller mathematischen Wissenschaften* (Halle 1725) in betreff des Flugblattes von 1713:

> so gefiel ihm [LEIBNIZ] besser, daß unter dessen nur ohne Nahmen des Ortes und des Autoris bekandt gemacht ward, daß er in Wien wäre und das *Commercium epistolicum* noch nicht gesehen hätte, und dabey des *Herrn* BERNOULLI *Gründe aus einem an ihn abgelassenen Schreiben* angeführet worden, warum man ihm die Erfindung nicht streitig machen könte.

Vielleicht steht dieser Passus schon in der zweiten Auflage (1717) der *Anfangsgründe*.

BM 11, 261–262 G. ENESTRÖM.

Ich habe jetzt konstatiert, daß der Passus, den ich in meiner vorigen Bemerkung (BM **11**, 1910/1], S. 262) zitierte, wörtlich schon in der zweiten Auflage (Halle 1717, S. 56 des Anhangs) der *Anfangsgründe aller mathematischen Wissenschaften* von CHR. WOLFF vorkommt (statt „warum“ steht hier „warumb“).

BM 12, 168 G. ENESTRÖM.

[G] Die letzten Worte: „JOHANN BERNOULLI [hatte] noch am 5. Juli 1719 die Versicherung gegeben, man werfe ihm mit Unrecht jene Äußerungen [vom 7. Juni 1713] vor“ sind richtig, aber es wäre vielleicht von Interesse zu bemerken, teils daß die zitierte Versicherung in einem Briefe von BERNOULLI an NEWTON vorkommt, teils daß BERNOULLI dabei recht deutlich, wenn auch nicht ganz direkt, LEIBNIZ einer Lüge beschuldigte. Ich drucke hier nach BREWSTER einige Zeilen aus dem Briefe ab.

> Absit ut credam LEIBNITIUM ... me nominando fucum vobis facere voluisse ... non tamen omni culpa vacabat, quod tam temere et imprudenter aliquid perscripserit, cujus nullam habebat notitiam [! es handelt sich um den Brief, den BERNOULLI selbst an LEIBNIZ geschrieben hatte] ... Sed festinabat vir bonus, existimans forsan, causam suam aliquid inde roboris accepturam, parum sollicitus, utrum mihi incommoda necne futura esset conjecturalis[!!] illa relatio.

Die letzte Fußnote der Seite 315 lautet: „BREWSTER, *Memoirs of the life ... of* ... NEWTON (London 1854) u, 503. Vgl. GIESEL, Delitzscher Schulprogramm für 1866, S. 20 Note 76.“ Hier wäre es korrekter, statt „Vgl.“ die Worte: „Angeführt nach“ zu setzen, denn auf Grund der Angabe „London 1854“ ist es fast sicher, daß Herr CANTOR nicht BREWSTER zu Rate gezogen hat. In Wirklichkeit tragen nämlich die zwei Bände der Arbeit von BREWSTER das Druckjahr MDCCCLV, und das Vorwort des 1. Bandes ist vom 12. Mai 1855 datiert, während bei GIESEL das *unrichtige* Druckjahr 1854 vorkommt; auch die GIESELsche Angabe des Druckortes ist nicht ganz genau, denn auf den Titelblättern steht erst: „Edinburgh: Thomas Constable and Co.“ [vgl. die Rückseiten der Titelblätter] und dann mit etwas kleineren Schriften: „Hamilton, Adams and Co., London“.

BM 12, 264–265 G. ENESTRÖM.

[H] Es gibt in den *Vorlesungen* eine sehr große Zahl von auffälligen Angaben, aber es dürfte wenige Angaben geben, die den sachkundigen Leser so verblüffen, wie die Behauptung (Z. 21): „Das ist allerdings nicht geschehen“ mit dem Zusatz (Z. 21–23): „NEWTON hielt vielmehr (!) ... die Richtigkeit der Darstellung (!) in den Principien aufrecht.“ Es handelt sich um den bekannten, schon 1710 von JOHANN BERNOULLI (siehe seinen Brief an LEIBNIZ vom 12. August 1710; LEIBNIZ*ens Mathematische Schriften*, herausg. von C. I. GERHARDT **3** : 2, Halle 1856, S. 854) entdeckten Fehler des 10. Satzes des 2. Buches der Originalausgabe (1687) der *Philosophiae naturalis principia mathematica*, und Herr CANTOR erwähnt erst den Vorwurf mangelnden Verständnisses der höheren Differentiation, den NIKOLAUS I. BERNOULLI auf Grund der Lösung des Problems gegen NEWTON richtete; dann fährt Herr CANTOR auf folgende Weise fort:

> Später wiederholte JOHANN BERNOULLI in einem Aufsatze in den A. E. von 1713 den Vorwurf mit der Bemerkung, NICOLAUS BERNOULLI, der erst jüngst in England gewesen sei, habe NEWTON auf den Fehler aufmerksam gemacht, und NEWTON beabsichtige, wie er höre, in der grade im Druck befindlichen zweiten Auflage der *Principien* die Stelle mittelst eines Cartons zu ändern. Das ist allerdings nicht geschehen. NEWTON hielt vielmehr in Briefen an KEILL, insbesondere in einem solchen vom 20. April 1714, die Richtigkeit der Darstellung in den *Principien* aufrecht, bei der es sich gar nicht um Fluxionen, sondern nur um Entwicklung in eine convergente Reihe handle.

In der Fußnote 2 verweist Herr CANTOR auf I, 556 der *Opera* von JOHANN BERNOULLI und dort befindet sich die Bemerkung:

> quam [d. h. die Änderung des 10. Satzes des 2. Buches der *Principia*] vir incomparabilis [NEWTON] ... ante absolutam impressionem novae editionis, opportune monitus, singulari scheda libro suo inserere non fuit (!) dedignatus.

JOHANN BERNOULLI behauptet also nicht nur, daß NEWTON eine Änderung in Aussicht nahm, sondern auch, daß die Änderung wirklich ausgeführt worden war, d. h. gerade das Gegenteil der CANTORschen Angabe. Daß eine Änderung nötig war, geht aus dem zitierten Bande der *Opera* von JOHANN BERNOULLI hervor, denn dort befindet sich S. 481–501 ein „Excerptum ex celeberrimi NEWTONI *Philosophiae naturalis principiis mathematicis*“, worin eben der 10. Satz des 2. Buches teils „ex editione prima“, teils „ex editione ultima“ zum Abdruck gebracht wird, und woraus man sofort ersieht, daß wesentliche Änderungen vorgenommen worden sind. Anderseits ergibt sich aus den beigefügten Seitenzahlen „252, 253 usw.“, daß der Auszug nicht aus der **zweiten**[2], sondern aus der **dritten** Auflage herrührt, so daß man aus dem „Excerptum“ keine sichere Folgerung ziehen kann. Dagegen ist die Änderungsfrage in dem Briefwechsel, zwischen JOHANN BERNOULLI und LEIBNIZ oft berührt worden und ich zitiere hier unten einige Aussprüche JOHANN BERNOULLIS in betreff des fraglichen

[2]Bekanntlich tragen die zwei Amsterdamer Abdrucke der zweiten Auflage auf dem Titelblatte die Worte: „editio ultima“, so daß der Ausdruck: „ex editione ultima‘ zweideutig ist.

Satzes der *Principia* (siehe LEIBNIZens *Mathematische Schriften*, herausg. von C. I. GERHARDT **3** : 2, Halle 1856, S. 921, 925, 937).

> [Brief vom 9. September 1713.] „erroris correcturam postea, singulari scheda, suo libro nondum edito inseruit (!) NEWTONUS."
>
> [Brief vom 6. Dezember 1713.] „quem notavi errorem NEWTONI circa determinationem medii, cujus resistentia data curva describatur, correxit(!) in nova editione, antequam publicaretur, per interpolationem alicujus schedae ... priorem [d. h. die soeben erwähnte] correctionem ita inseruit (!)."
>
> [Brief vom 6. Februar 1715.] „Non addit [KEILIUS] quod hic error, quantumque facilis, mansisset (!) incorrectus in nova editione Principiorum phil. si NEWTONUS de eo non fuisset opportune monitus."

Überall behauptet also JOHANN BERNOULLI bestimmt, daß die Änderung wirklich ausgeführt wurde.

Ziehen wir ferner den Briefwechsel zwischen NEWTON und COTES zu Rate, so finden wir dort folgende Stellen (EDLESTON, *Correspondence of* ISAAC NEWTON *and* COTES, London 1850, S. 142, 145, 146).

> [NEWTON an COTES 14. Oktober 1712.] „There is an error in the tenth proposition of the second book, prob. III, which will require the reprinting of about a sheet & an half. I was told of it since I wrote to you. & am correcting it. I will pay the charge of reprinting it, & send it to you as soon as l can make it ready."
>
> [NEWTON an COTES 6. Januar 1713.] „I send you enclosed the tenth proposition of the second book corrected. It will require the reprinting of a sheet & a quarter from pag. 230 to pag. 240."
>
> [COTES an NEWTON 13. Januar 1713]. „I have considered your alteration of prop. X, lib. II and am well satisfied with it."

Ich habe bisher ausschließlich auf die Arbeiten Bezug genommen, die Herr CANTOR selbst **`wiederholt`** benutzt hat, und aus den Zitaten geht mit einer an Wahrheit streifenden Wahrscheinlichkeit hervor, daß NEWTON wirklich den Fehler berichtigt hat. Dagegen habe ich nirgend einen Beleg für die CANTORsche Behauptung „Das ist allerdings nicht geschehen" auffinden können.

Zu mehrerer Sicherheit kann man natürlich die zwei ersten Auflagen der *Principia*, vergleichen, aber eigentlich genügt es, die zweite Auflage einzusehen, denn daraus findet man: 1. daß die zwei Seiten 231 und 232 auf einem Karton gedruckt sind (in meinem Exemplar entdeckt man sofort, daß dieses Blatt nicht mit dem Blatt Gg (S. 225–226) zusammenhängt, sondern statt eines ausgeschnittenen Blattes eingeklebt worden ist); 2. daß der Text S. 231–240 der zweiten Auflage mit dem Text „ex editione ultima" des oben zitierten „Excerptum" übereinstimmt.

Aber dies ist noch nicht alles, denn der Zusatz: „NEWTON hielt vielmehr die Darstellung der Richtigkeit in den *Principien* aufrecht„ ist für den sachkundigen Leser kaum weniger überraschend als die Angabe: „Das ist allerdings nicht geschehen." Bekanntlich enthielt der Vorwurf JOHANN BERNOULLIS ***`zwei`*** Behauptungen, nämlich `teils` daß die Lösung des 10. Satzes des 2. Buches der *Principia* fehlerhaft war (das hatte Johann Bernoulli schon 1710 gefunden), `teils` daß der Fehler auf mangelndem Verständnisse der höheren Differentiation beruhte (das glaubte Nikolaus Bernoulli 1711 oder 1712 entdeckt zu haben). Die Richtigkeit der ersten Behauptung erkannte Newton an, aber die Richtigkeit der zweiten Behauptung verneinte er, und Lagrange hat 1797 in seiner *Théorie des fonctions analytiques* (S. 244–251) nachgewiesen, daß Newton Recht hatte. Für diesen Zweck drückte Lagrange erst die Newtonsche Herleitung analytisch aus und erhielt dadurch die Formel $\frac{\varrho}{\gamma} = \frac{\delta a}{4\gamma^2}$. Nach Einsetzung der `richtigen` Werte für δ, a und γ bekam er

$$\frac{\varrho}{\gamma} = -\frac{y''' \sqrt{1 + y'^2}}{3y''^2}$$

während die richtige Formel

$$\frac{\varrho}{\gamma} = -\frac{y''' \sqrt{1 + y'^2}}{2y''^2}$$

ist. Die Formel $\frac{\varrho}{\gamma} = \frac{\delta a}{4\gamma^2}$ ist folglich unrichtig, und als Grund der Unrichtigkeit gab Lagrange an, daß bei der Newtonschen Herleitung gewisse unendlich kleine Größen dritter Ordnung vernachlässigt werden, obgleich das Resultat dadurch beeinflußt wird. Die Erklärung des Fehlers präzisierte Edleston (a. a. O. S. 17l) dahin, daß Newton unrichtig die zwei Strecken FG und fg, deren Differenz eine unendlich kleine Größe dritter Ordnung ist, als gleich groß betrachtete. Überdies wies Lagrange darauf hin, daß die Schlußformel allerdings richtig wird, wenn man y'' und y''' statt $\frac{y''}{1 \cdot 2}$ und $\frac{y'''}{1 \cdot 2 \cdot 3}$ substituiert, daß aber dieser Umstand nicht, wie Nikolaus und Johann Bernoulli glaubten, etwas mit der Newtonschen Herleitung zu tun hat, sondern auf einem Zufall beruht.

Es dürfte jetzt klar sein, warum die Cantorsche Angabe: „Newton hielt vielmehr die Richtigkeit der Darstellung in den *Principien* aufrecht“ den sachkundigen Leser ganz besonders überraschen muß. Das Wahre dieser Angabe besteht darin, daß Newton nicht, wie Johann Bernoulli behauptete, in den *Principia* $\frac{d^2y}{dx^2}$ und $\frac{d^2y}{dx^3}$ mit $\frac{1}{2}\frac{d^2y}{dx^2}$ und $\frac{1}{6}\frac{d^3y}{dx^3}$ verwechselt hatte, und auf Grund dieser Tatsache konnte Newton den Vorwurf mangelnden Verständnisses der höheren Differentiation zurückweisen. Über die „Darstellung in den *Principien*“ äußerte sich Newton nicht, und in Wirklichkeit hatte er ja schon 1713 den Fehler der ersten Auflage durch Neudruck von 10 Seiten entfernt.

Ich habe oben die Angabe des Herrn Cantor als verblüffend bezeichnet. Nun gibt es ja verblüffende Angaben, die eigentlich recht harmlos sind, z. B. wenn man behauptete, Newton habe ursprünglich die *Principia* `spanisch` geschrieben und erst später eine lateinische Übersetzung angefertigt. Aber die Angabe, um die es sich hier handelt, ist von einer ganz anderen Natur. Allerdings deutet Herr Cantor nachträglich (Z. 25–26) an, daß Newton in den *Principia* keinen `wirklichen` Fehler begangen hätte, aber auch in diesem Falle bekommt man keinen hohen Gedanken von den mathematischen Kenntnissen Newtons, der ja nach der Cantorschen Darstellung erst beabsichtigte, die gedruckte Stelle mittelst eines Kartons zu ändern. Dies deutet wohl darauf hin, daß Newton anfangs eine unrichtige Vorstellung von der Bedeutung des Vorwurfes gehabt haben würde. Noch schlimmer wird natürlich die Sache, wenn der

Leser weiß, daß in der ersten Auflage der *Principia* wirklich ein Fehler vorkam. In diesem Falle müssen durch die CANTORsche Darstellung entweder die mathematischen Kenntnisse oder die wissenschaftliche Aufrichtigkeit NEWTONS in einem sehr ungünstigen Lichte erscheinen. In Wahrheit ist NEWTON durchaus korrekt verfahren. Sobald er auf den Fehler aufmerksam gemacht wurde, erkannte er die Richtigkeit der Bemerkung an, redigierte einen verbesserten Text und ließ denselben durch COTES zum Abdruck bringen, wobei fünf früher gedruckte Blätter (S. 231–240) makuliert wurden.

BM 11, 262–265 G. ENESTRÖM.

[I] Die Worte (Z. 25–27): „Von dem Fehler in der *Quadratura curvarum*, der wirklich ein Fehler ist (S. 285), schwieg NEWTON wohlweislich“, sollten gestrichen werden, da kein wirklicher Fehler vorkommt (vgl. oben die Bemerkung zu **3** : 285).

BM 11, 265 G. ENESTRÖM.

[J] Es wäre meines Erachtens eine wirkliche Verbesserung, den Passus (Z. 1–5): „Wie wenig ernst das gemeint war, oder wie wetterwendisch die Stimmung wechselte, zeigt das früher (S. 309) Erzählte, daß man am 17. Juni, genau vier Wochen nach der Sitzung vom 20. Mai, Exemplare des *Commercium epistolicum* zugunsten der Gesellschaftskasse dem Buchhandel überließ“ ohne weiteres zu streichen. Denn die „Royal society“ hatte ja durch den Titel hervorgehoben, daß sie das *Commercium epistolicum* wegen der **Aktenstücke** hatte drucken lassen, und wenn Exemplare dem Buchhandel überlassen wurden, bedeutete dies nur, daß die „Royal society“ am 17. Juni keinen Anlaß hatte, die Verbreitung der Aktenstücke zu verhindern. Aber dieser Umstand hat ja nur insofern etwas mit dem Urteil des Prüfungsausschusses zu tun, als er zeigt, daß die Gesellschaft nicht am 17. Juni 1714 das Urteil durchaus mißbilligte, obgleich sie davon Abstand nahm, es als einen förmlichen Geselischaftsbeschluß anzuerkennen.

BM 11, 265 G. ENESTRÖM.

[K] Z. 14 soll natürlich „1714“ statt „1715“ stehen; in Wahrheit bringt die erste Auflage des 3. Bandes der *Vorlesungen* (S. 306 Z. 23) die richtige Jahreszahl. Höchstwahrscheinlich kennt Herr CANTOR den Artikel des **Journal litéraire** nur aus dem kurzen Auszuge bei BIOT und LEFORT. Weitere Aufschlüsse über den Artikel findet man im Briefe JOHANN BERNOULLIS an LEIBNIZ vom 6. Februar 1715 (LEIBNITZ*ens Mathematische Schriften*, herausg. von C. I. GERHARDT **3**:2, Halle 1856, S. 936–937) und bei BREWSTER (*Memoirs of the life, writings, and discoveries of* I. NEWTON **2**, Edinburgh 1855, S. 54).

BM 13, 169 G. ENESTRÖM.

[L] In betreff der Angabe, daß der zweite NEWTONsche Brief gegen das Ende des Jahres 1676 LEIBNIZ in London vorgelegen hat, behauptet Herr CANTOR daß sie „wie grundlos auch ohne jede mögliche Stütze“ ist. Allein das Aktenstück von NEWTON, über das Herr CANTOR weiter unten S. 322–323 berichtet, enthält den folgenden Passus (siehe *Den Briefwechsel von* G. W. LEIBNIZ *mit Mathematikern*, herausgeg. von C. I. GERHARDT **1**, Berlin 1899, S. 272): „he [LEIBNIZ] instances in a paragraph concerning my ignorance … that he saw this paragraph in the hands of Mr. COLLINS when he was in London the second time, that is, in october 1676. It is in my letter of the 24th of octob 1676, and therefore he then saw that letter“. Der Ausspruch

LEIBNIZens, auf den NEWTON hier hinweist, ist der folgende (a. a. O. S. 264): „à mon second voyage [d'Angleterre] M. COLLINS me fit voir une partie de son commerce, et j'y remarquay que M. NEWTON avoua aussi son ignorance sur plusieurs choses, et dit entre autres qu'il n'avoit rien trouvé sur la dimension des curvilignes celebres que la dimension de la cissoide". Wenn man nun weiter bemerkt, daß der Brief NEWTONS vom 24. Oktober 1676 folgende Stelle enthält (a. a. O. S. 211): „in simplicioribus vulgoque celebratis figuris vix aliquid relatu dignum reperi, quod evasit aliorum conatus, nisi forte longitudo cissoidis ejusmodi censeatur", und daß ein ähnlicher Ausspruch, soweit bekannt ist, in keinem älteren Briefe von NEWTON vorkommt, so folgt hieraus, daß LEIBNIZ ***nach seiner eigenen Aussage*** bei seinem zweiten Aufenthalt in London wenigstens einige Zeilen des Briefes vom 24. Oktober 1676 gesehen haben ***muß***. Und dennoch nennt Herr CANTOR die oben zitierte Angabe „wie grundlos auch ohne jede mögliche Stütze"!!

Nun kann man ja bemerken, daß die Aussage von LEIBNIZ aus dem Jahre 1715 herrührt und darum einen Gedächtnisfehler enthalten ***kann***. Die Bemerkung ist natürlich an sich nicht unrichtig, aber hat man in diesem Falle irgendeinen bestimmten Grund einen Gedächtnisfehler anzunehmen? Meines Wissens gibt es keinen solchen Grund. Herr CANTOR fragt freilich (Z. 15 –17): „Hätte OLDENBURG ihm [LEIBNIZ], wenn er bei Eintreffen des NEWTONschen Briefes noch in London gewesen wäre, denselben nicht ausgehändigt?". Die Frage kann sehr leicht beantwortet werden. Erstens hatte NEWTON am 26. Oktober 1676 einen Brief an OLDENBURG geschrieben, worin er diesen ersuchte, einige Änderungen einzuführen (siehe EDLESTON, *Correspondence of* ISAAC NEWTON *and* COTES, London 1850, S. 257–258), und dieser Umstand allein konnte ein Grund sein, warum COLLINS nicht sofort den NEWTONschen Brief vom 24. Oktober 1676 aushändigen wollte. Aber es gibt einen noch wichtigeren Grund, nämlich daß COLLINS nicht das Original des hochwichtigen Briefes sich und OLDENBURG entziehen wollte, und bekanntlich hat dieser selbst notiert, daß der Brief erst am 4. November 1676, also nach der Abreise LEIBNIZens abgeschrieben wurde.

Es ist sehr eigentümlich, daß auch nicht G. A. GIBSON, der 1896 eine in vielen Punkten verdienstvolle Übersicht des Prioritätsstreites brachte (siehe ***Proceedings of the Edinburgh mathematical society*** **14**, 1896, S. 148–174), den Grund, warum LEIBNIZ den NEWTONschen Brief sehr wohl bei COLLINS einsehen, aber nicht sofort bekommen konnte, ausfindig gemacht, hat. GIBSON sagt (a. a. O. S. 160): „That he [LEIBNIZ] should have seen at COLLINS's a letter addressed to himself, under cover to OLDENBURG, and not have taken possession of it ***seems quite incredible*** (!)" und weiter unten wiederholt er dieselbe Bemerkung S. 168 („However ***improbable*** it is that LEIBNIZ then saw the letter") und S. 173 („that LEIBNIZ saw NEWTON's second letter on his seeond visit to London ... can have been at ***best only a guess***"). Aber was GIBSON als „lediglich eine Mutmaßung" bezeichnet, ist nur eine direkte Schlußfolgerung aus einer Behauptung LEIBNIZens in seinem Briefe an CONTI vom 6. Dezember 1715!

Der ganze Absatz „Letztere Meinung ... nicht ausgehändigt" sollte darum meines Erachtens gestrichen werden.

BM 11, 265–267 G. ENESTRÖM.

[M] Der ganze Absatz (Z. 26–32): „Auch auf den Fehler … bedienen“ sollte gestrichen werden (vgl. oben die Bemerkung zu **3** : 285). Jedenfalls sollte angegeben worden sein, daß NEWTON selbst auf die von ihm erwähnte Änderung (Einschalten des Wortes „et“ zwischen „erit“ und „ejus“) keinen Wert legte. Ohne Zweifel hatte NEWTON recht, denn allerdings würden durch die Änderung die Wörter „incrementum“ und „differentia“ die Bedeutung Differential in unseren Sinne bekommen, aber teils ist nicht einzusehen, warum die Wörter nicht in diesem Falle als gleichbedeutend mit „Korrektion“ benutzt werden könnten, teils wird durch die Änderung die Unklarheit, die auf der Benutzung des Wortes „proportionalis“ beruht, nicht entfernt, sondern vielmehr vergrößert. Von Interesse ist der fragliche Passus der „Recensio libri“ eigentlich nur, weil darin angegeben wird, daß NEWTON das „Scholium“ erst nachträglich 1704 der *Quadratura curvarum* hinzufügte.

BM 11, 267 G. ENESTRÖM.

[N] Hier befindet sich folgender Passus: „Nur ein einziger hat es gewagt, im Jahre 1722 den ein Jahr vorher verstorbenen KEILL als den Verfasser des „Account“ zu nennen, und dieser einzige war NEWTON selbst.“ In einer Fußnote wird auf „Commerc. epist. pag. X“ verwiesen, und wenn man diesen Verweis benutzt, findet man folgende Bemerkung von F. LEFORT: „dans l'*annotatio* qui termine la publication du *Commercium Epistolicum*, il [NEWTON] attribue indirectement à KEILL le *Recensio*; ‚Et KEILLIUS hoc notaverat anno 1711 (pag. 37. 238).‘ Cette page 37 (33 de notre edition) se rapporte au *Recensio*.“ Die *Annotatio* selbst ist in der Ausgabe 1856 des *Commercium epistolicum* abgedruckt, und die von LEFORT erwähnte Stelle lautet nach dem Abdruck (S. 186):

> Methodus fluxionum utique non consistit in forma symbolorum. Et KEILLIUS hoc notaverat anno 1711 (pag. 31, 180).

Hier beziehen sich offenbar die Verweise pag. 31, 180 auf die Ausgabe 1856, und S. 180 befinden sich wirklich einige Zeilen über die NEWTONsche Bezeichnungsweise, welche Stelle einem Schreiben KEILLS vom 24. Mai 1711 gehört. Dagegen wird S. 31 der Ausgabe 1856 ein anderes Schreiben KEILLS (aus dem Jahre 1708) erwähnt, und da LEFORT S. X angibt, daß der Verweis der *Annotatio* sich auf S. 33 der Auflage 1856 bezieht, nehme ich an, daß diese Angabe richtig ist; ich habe nämlich nicht zur Hand die Ausgabe 1722 des *Commercium epistolicum.* Aber S. 33 der Auflage 1856 wird KEILL an der Stelle, die von den NEWTONschen Zeichen handelt, gar nicht genannt, also noch weniger sein Schreiben vom Jahre 1711, und es fragt sich nun, welche Folgerung man aus dem zitierten Ausspruch NEWTONS ziehen kann. Meiner Ansicht nach muß diese Folgerung sein: Wenn der Verweis richtig ist, scheint NEWTON zu behaupten, daß eine Stelle, die in der „Recensio“ vorkommt, schon 1711 von KEILL redigiert wurde, obgleich das englische Original („Account“) der „Recensio“ erst 1715 und die „Recensio“ selbst erst 1722 veröffentlicht wurde. Aber Herr CANTOR schließt: Also hat NEWTON behauptet, daß KEILL das **ganze** Original der „Recensio“ verfaßt hat!! Es dürfte unnötig sein, diese Schlußweise näher zu charakterisieren.

Ich benutze diese Gelegenheit, um zu betonen, daß es meines Erachtens verkehrt ist, aus einem einzigen Verweise eine bestimmte Folgerung zu ziehen, die sofort hinfällig wird, wenn es sich herausstellt, daß ein einfacher Druckfehler vorliegt Nimmt man in diesem Falle an, daß 237 statt 37 zu lesen ist, so beziehen sich ja die `beiden` Verweise auf das Schreiben von 1711, und die Stelle hat also `gar nichts` mit dem „Account" zu tun!

BM 11, 267–268 G. Eneström.

Ich bin jetzt im Besitze eines Exemplares der Ausgabe 1722 des *Commercium epistolicum* und bringe hier unten zum Abdruck den Passus (S. 247) der „Annotatio", den ich in meiner früheren Bemerkung (BM $\mathbf{11}_3$, 1910/11, S. 267) erwähnt habe:

> Methodus fluxionum utique non consistit in forma symbolorum. Et Keilius hoc notaverat anno 1711 *(pag. 37, 238)*.

Wenn man nun bemerkt, 1. daß Seite 37 eine Stelle der „Recensio" enthält, die ausführlich die Newtonsche Bezeichnungsweise behandelt, 2. daß Seite 238 eine Bemerkung von Keill über diesen Gegenstand, und zwar aus dem Jahre 1711 vorkommt, so kann man meines Erachtens kaum umhin, den ersten Verweis auf die Worte „Methodus fluxionum utique non consistit in forma symbolorum", den zweiten Verweis auf die Worte: „Et Keilius hoc notaverat anno 1711" zu beziehen. Um die peinlichste Genauigkeit in betreff der Verweise zu beobachten, hätte Newton also schreiben sollen:

> Methodus fluxionum utique non consistit in forma symbolorum *(pag. 37)*.
> Et Keilius hoc notaverat anno 1711 *(pag. 238)*.

Will man indessen diese Erklärung, die meiner Ansicht nach die einzige natürliche ist, nicht gutheißen, kann man, wie ich schon in meiner früheren Bemerkung hervorgehoben habe, `höchstens` folgern, daß Newton `eine besondere Stelle` der „Recensio" als 1711 von Keill redigiert bezeichnet hat, während die Cantorsche Folgerung: „Also behauptet Newton, daß Keill der Verfasser des Originals der Recensio war" von einer Art ist, die nicht näher angegeben zu werden braucht.

BM 11, 349 G. Eneström.

[O] Der ganze Passus (S. 320 Z. 8 v. u. – S. 321 Z. 14): „und sonst wäre gewiß … Unkenntlichkeit zu tilgen" sollte gestrichen werden. In der ersten Auflage der *Vorlesungen* konnte der entsprechende Passus am Platze sein, aber seitdem es sich als wahrscheinlich herausgestellt hat, daß Leibniz seine Antwort auf den zweiten Newtonschen Brief zwar am Empfangstage angefangen, aber nicht besonders weit fertiggestellt hatte, ist der Passus wertlos geworden.

BM 11, 268 G. Eneström.

[P] P 3 : 321. Die Angabe (Z. 25–27): „Von London aus muß er [Conti] ihm [Leibniz] abermals geschrieben und dabei, wie es kaum anders möglich war, den Prioritätsstreit berührt haben" ist seit 1899 als veraltet zu betrachten. C. I. Gerhardt hat nämlich (*Der Briefwechsel von* G. W. Leibniz *mit Mathematikern* **1**, Berlin 1899, S. 258–262) nach dem in Hannover aufbewahrten Original einen langen Brief von Conti an Leibniz veröffentlicht, auf den Leibniz am 6. Dezember 1715 erwiderte, und dieser Brief, der weder Datum noch Ort hat, ist offenbar der von Herrn Cantor gemeinte. Am Ende des Briefes sagt Conti: „je parts demain pour l'Angleterre" — der Brief ist also nicht in London, sondern in Paris geschrieben — und der Prioritätsstreit wird im Briefe nicht berührt.

BM 11, 268 G. ENESTRÖM.

[Q] Nachdem Herr CANTOR S. 322 die Bemerkung von NEWTON, die LEIBNIZsche Differentialrechnung sei die gleiche, die BARROW 1670 veröffentlichte, erwähnt hat, fügt er hinzu (Z. 1–8): „Es ist merkwürdig genug und ein Beleg dafür, wie blind die Leidenschaft den Menschen macht, daß NEWTON das Zweischneidige dieses Vorwurfes nicht erkannte und LEIBNIZ gewissermaßen die Antwort in den Mund legte. Wenn LEIBNIZens Tangentenmethode die gleiche war wie die BARROWS, wenn sie zugleich mit der NEWTONS übereinstimmte, so war auch kein Unterschied zwischen den Methoden NEWTONS und BARROWS, und ersterer war der anerkannte Schüler des letzteren!" Aber daß NEWTON in dem Anhang zu der Schrift von J. RAPHSON: *The history of fluxions* die Schlußfolgerung, die LEIBNIZ aus der Bemerkung von NEWTON zog **ausführlich** widerlegt hat, davon sagt Herr CANTOR kein Wort, sondern fertigt den Anhang damit ab, „besonders Erwähnenswertes" stehe nicht darin! Ich erlaube mir darum, hier unten einen kurzen Auszug aus der Antwort von NEWTON zum Abdruck zu bringen (siehe C. I. GERHARDT, *Der Briefwechsel von* G. W. LEIBNIZ *mit Mathematikern*, **1**, Berlin 1899, S. 293):

> Dr. BARROW printed his differential method of tangents in the year 1670. ... In my letter of the 10th of Decemb. 1672, I sent the like method to Mr. COLLINS and added, that I mentioned it to Dr. BARROW when he was printing his lectures; and that ... it was but a branch or corollary of a general method, which without any troublesome calculation extended not only to tangents, buth also to other abstruser sorts of problems concerning the crookedness, area's, lengths, centers of gravity of curves etc. and did all this, even without freeing equations from surds. ... Dr. BARROW ... saw my tract of Analysis in the year 1669, and was pleased with it. And before his lectures came abroad, I had deduced the method of tangents of GREGORY and SLUSIUS from my general method.

In Wirklichkeit ist also die von LEIBNIZ beanstandete Bemerkung NEWTONS gar nicht „zweischneidig", denn dieser geht davon aus, daß die Tangentenmethode BARROWS eine sehr einfache Folgerung seiner allgemeinen Methode war; überdies betrachtete NEWTON als allgemein bekannt, daß er seine Methode vor 1670, unabhängig von BARROW, entdeckt hatte.

Der von mir oben zitierte Passus der *Vorlesungen* sollte also auf ganz andere Weise redigiert werden.

BM 11, 268–269 G. ENESTRÖM.

[R] Z. 14–18 sagt Herr CANTOR: „eine Veränderung des *Commercium epistolicum* selbst, Zusätze innerhalb des 1712 Gedruckten, ohne daß sie als solche gekennzeichnet wurden, das waren ebensoviele Fälschungen, welche auf den, der sie beging, einen nicht zu tilgenden Makel werfen" und am Ende der Seite spricht er von „Fälschungen gleichkommenden Änderungen" des Textes des Buches. Allein meiner Ansicht nach ist es in diesem Falle durchaus sinnlos, das Wort „Fälschungen" zu benutzen. Auf dem Titelblatte der Originalausgabe vom Jahre 1712 stand: „Commercium epistolicum D.

JOHANNIS COLLINS et aliorum de analysi promota: jussu societatis regiae in lucem editum“ und dadurch war der `wesentliche` Inhalt der Schrift deutlich angegeben; mit dem übrigen Inhalt hatte die „Royal Society“ nichts anderes zu tun gehabt, als daß sie die ganzen Druckkosten bezahlte. Im Jahre 1722 erschien eine neue Auflage mit dem Titel „Commercium epistolicum D. JOHANNIS COLLINS et aliorum, de analysi promota, jussu societatis regiae in lucem editum ... iterum impressum“ und was 1712 auf den Befehl der „Royal Society“ gedruckt wurde, ist hier wieder abgedruckt worden. Nun kommen aber in der Originalausgabe außer dem offiziellen Inhalt zahlreiche Fußnoten vor, und in betreff dieser Fußnoten wurden bei der Drucklegung der neuen Auflage gewisse Änderungen oder Zusätze vorgenommen. Für einen Historiker wäre es natürlich schön gewesen, wenn die Herausgeber dieser Auflage alle Änderungen oder Zusätze besonders angegeben hätten, aber in diesem Falle das Wort „Fälschungen“ zu benutzen, finde ich, wie gesagt, durchaus sinnlos. Als auffallendstes Beispiel der angeblichen „Fälschungen“ hebt Herr CANTOR S. 327 die Fußnote in betreff der „Historiola“ (siehe BM **11**$_3$, 1910/11, S. 83) hervor. Aber wenn die Angabe dieser Fußnote richtig gewesen wäre, so würde ja der Umstand, daß sie nicht in der ersten Auflage steht, belanglos sein. In Wirklichkeit enthielt die Fußnote eine kleine Ungenauigkeit, und `aus diesem` Grunde müßte man sie bemängeln, auch wenn sie ganz einfach aus der ersten Auflage abgedruckt gewesen wäre.

BM 11, 269 G. ENESTRÖM.

[S] Die Angabe (Z. 10–11): „Nun hat aber OLDENBURG am 26. Juni 1676 überhaupt nicht an LEIBNIZ geschrieben“ ist vermutlich richtig, aber immerhin kann sie als ein wenig unkritisch bezeichnet werden. Herr CANTOR geht nämlich offenbar von der Voraussetzung aus, daß die Datierungen der GERHARDTschen Ausgabe absolut zuverlässig seien, ohne zu untersuchen, ob sie mit den älteren Angaben übereinstimmen oder nicht. Aber schon aus dem *Commercium epistolicum* (ed. BIOT et LEFORT S. 102, Z. 20) geht hervor, da man am Anfange des 18. Jahrhunderts einen Brief von OLDENBURG an LEIBNIZ vom 26. Juni 1676 zu kennen glaubte. Dasselbe Datum „26 Junii“ findet sich schon bei WALLIS (*Opera mathematica* **3**, Oxoniae 1699, S. 622) und wird noch in der Ausgabe der *Opuscula* von NEWTON (**1**, Lausannae et Genevae 1744, S. 307) wiederholt; freilich hat WALLIS das Datum im Druckfehlerverzeichnis in „23 Julii“[3] verbessert, aber die Verbesserung ist selbst durch einen Druckfehler unanwendbar gemacht, denn es steht „p. 662“ statt „p. 622“. Dieser Brief ist offenbar der letztere von den zweien, die in der GERHARDTschen Ausgabe das Datum 26. Juli 1676 tragen. Da dieser Brief wirklich vom 26. Juli 1676 ist, will ich gar nicht in Abrede stellen; dagegen ist es meines Erachtens wenigstens möglich, da der erste der zwei Briefe in Wahrheit vor dem 26. Juli 1676 geschrieben wurde. Am Anfange `dieses` Briefes sagt OLDENBURG nämlich: „Dum prioris [d. h. NEWTONI] meditationes parantur, en tibi varia et accumulata COLLINI nostri communicata, donec scilicet alia a Dno NEWTONO succenturientur“, und die fraglichen „meditationes“ sind ja eben die Ausführungen NEWTONS im zweiten Briefe; als OLDENBURG seinen ersten Brief begann, war folglich die Abschrift des NEWTONschen Briefes nur in Angriff genommen, und diese Abschrift scheint dem Abschreiber große Mühe gekostet zu haben (siehe den Schluß des zweiten Briefes). Es ist also nicht unmöglich, daß der erste

[3] In **BM 11**, S. 83 korrigiert ENESTRÖM das Datum: „Auf Grund eines Druckfehlers steht BM **10**$_3$, 1909/10, S. 700, Z. 14: ‚23 Julii‘ statt ‚26 Julii‘.“ *G. Dörflinger*

Brief ursprünglich vom 26. Juni 1676 datiert war. Daß die zwei Briefe gleichzeitig an LEIBNIZ abgesandt wurden, geht wohl aus den Worten LEIBNIZens: „Literae tuae, die 26 Julii datae“ hervor, denn diese Worte beziehen sich auf die beiden Briefe, und es ist darum anzunehmen, daß die Reinschrift des ersten Briefes das Datum 26. Juli 1676 trug, auch wenn das von OLDENBURG aufbewahrte Konzept das Datum 26. Juni 1676 hatte.

Wie oben angedeutet wurde, hat diese Bemerkung nur den Zweck, hervorzuheben, daß man nicht ***ohne weiteres*** die Angaben der GERHARDTschen Ausgabe als absolut zuverlässig betrachten darf.

BM 10, 77 G. ENESTRÖM.

[T] Herr CANTOR behandelt hier die Frage, ob die sogenannte „Historiola“ des J. COLLINS wirklich 1676 an LEIBNIZ abgegangen sei, und kommt dabei zu dem Ergebnis, daß dies nicht der Fall gewesen ist. Nun wird in der zweiten Auflage des *Commercium epistolicum* ausdrücklich gesagt, die Übersendung habe 1676 stattgefunden, und diesen Ausspruch erklärt Herr CANTOR auf folgende Weise:

> Man hatte auf irgend eine Weise Kenntniß davon erhalten, daß am 26. Juli 1676 ein Brief OLDENBURGS an LEIBNIZ abgegangen war. Man wünschte nachzuweisen, daß LEIBNIZ damals im Besitze der „Historiola“ war. Man behauptete kurzweg, dieselbe habe jenem Briefe beigelegen, eine kühne Behauptung, wenn OLDENBURGS Briefentwurf nicht erhalten war, eine freche Lüge, wenn solches der Fall gewesen sein sollte.

Gegen den ersten Punkt dieses Passus habe ich nichts Wesentliches zu bemerken; ich mache nur darauf aufmerksam, daß das im *Commercium epistolicum* angegebene unrichtige Datum 26. Juni (statt Juli) im 3. Bande (S. 622) der *Opera omnia* von J. WALLIS[4] steht, so daß die Worte: „auf irgend eine Weise“ vielleicht durch eine etwas bestimmtere Angabe ersetzt werden konnten. Dagegen kann ich nicht mit dem zweiten Punkte: „Man wünschte nachzuweisen, daß LEIBNIZ damals im Besitze der Historiola war“ einverstanden sein; vielmehr scheint mir lediglich ein Flüchtigkeitsfehler bei der Herausgabe der 2. Auflage des *Commercium epistolicum* vorzuliegen, und dieser Fehler war eine Folge der Übersetzung des Wortes „Account“ durch „Historiola“ (vgl. oben die Bemerkung zu S. 310–311). In Wirklichkeit bekam ja LEIBNIZ 1676 einen ausführlichen Auszug aus der „Historiola“, und ich verstehe nicht, warum man in England ganz besonders hätte nachweisen wollen, daß LEIBNIZ 1676 im Besitze dieser Schrift selbst war. Allerdings enthielt die größere „Historiola“ den vollständigen Tangentenbrief NEWTONS, also auch das ***Beispiel*** der Tangentenmethode, und auf Grund dieses Umstandes konnte der Verfasser der „Recentio libri“ die boshaften Worte „Methodum ducendi tangentes, quam methodum D. LEIBNITIUS differentialem postea vocavit“ hinzufügen. Aber sicherlich legten NEWTON und seine Anhänger auf diese Worte keinen besonderen Wert, denn ***genau*** dasselbe Verfahren hatte SLUSE schon 1673 in den ***Philosophical transactions*** (**7**, S. 5143–5147) veröffentlicht und vielleicht ließ OLDENBURG eben darum das Beispiel weg.

Noch weniger kann ich mit dem Schlusse der CANTORschen Erklärung einverstanden sein. Gern gebe ich zu, daß man zuweilen geneigt sein kann, das Wort „Frechheit“ zu

[4] Auf Grund eines Druckfehlers steht BM $\mathbf{10}_3$, 1909/10, S. 77, Z. 14: „23 Julii“ statt „26 Julii“.

benutzen, z. B. wenn man die zuversichtlich ausgesprochenen Behauptungen und Urteile gewisser gelobter mathematisch-historischer Arbeiten liest, aber meiner Ansicht nach ist es besser, das Wort nicht anzuwenden. Noch schlechter ist meines Erachtens das Wort „Lüge", wenn es sich um mathematisch-historische Fragen handelt, weil man überhaupt nie mit Sicherheit entscheiden kann, wann eine *absichtliche* Unwahrheit vorliegt (vgl. z. B. BM $\mathbf{8}_3$, 1907/8, S. 68–69). Besonders unsympathisch wirkt in diesem Falle der Ausdruck „freche Lüge" des Herrn CANTOR und zwar aus zwei verschiedenen Gründen. Einerseits wird nämlich die unrichtige Angabe, die Herr CANTOR durch diesen Ausdruck charakterisiert, sofort erklärt, wenn man sich erinnert, daß es zwei Aktenstücke mit wesentlich demselben Inhalt gab (siehe oben). Anderseits hat Herr CANTOR selbst eine unrichtige Angabe ganz ähnlicher Art gebracht, als er S. 79 behauptet, daß LEIBNIZ gegen April 1675 seine Reihe für $\frac{\pi}{4}$ an OLDENBURG sandte, obgleich es aus dem von Herrn CANTOR benutzten Aktenstück deutlich hervorgeht, daß LEIBNIZ darin nur versprach, seine Reihe unter einer gewissen Bedingung zu senden (siehe BM $\mathbf{10}_3$, 1909/10, S. 70–71).

BM 11, 83–84 G. ENESTRÖM.

Anhang

Anhang A

Rezension von G. Eneström zum 1. Band der *Vorlesungen*

(25) Bibliotheca Mathematica / herausgegeben von Gustaf Eneström.
Neue Folge 8. = Nouvelle Série 8 (1894), S. 25–26.

M. Cantor. Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, Erster Band. Von den ältesten Zeiten bis zum Jahre 1200 n. Chr. Zweite Auflage. Leipzig, Teubner 1894. 8°, VII + 883 p. + 1 pl.

La première édition du premier tome des *Vorlesungen* étant déjà épuisée, M. Cantor a entrepris d'en publier une nouvelle édition. Il est inutile de dire que cette entreprise a été saluée avec la plus grande joie par tous les amis de l'histoire des mathématiques, d'autant plus que la nécessité d'une nouvelle édition a permis à M. Cantor de tirer profit aussi des importants écrits historico-mathématiques parus depuis 1880, date de la publication de la première édition.

L'ouvrage de M. Cantor est trop connu par nos lecteurs pour qu'il soit nécessaire de donner ici un aperçu des sujets y traités et d'en signaler les grands mérites; sans recours à cet excellent guide, il aurait été extrêmement difficile d'écrire plusieurs des monographies historico-mathématiques auxquelles nous venons de faire allusion. Nous faisons remarquer seulement que la seconde édition a été augmentée d'environ 80 pages, et que, d'autre part, les fautes d'impression de la première édition semblent y avoir été éloignées. En parcourant le volume, on voit aisément que M. Cantor s'est efforcé d'y utiliser toutes les nouvelles recherches faites pendant ces derniers temps dans le domaine de l'histoire des mathématiques, à l'exception de celles qui exigeraient un remaniement complet de dizaines de pages, p. ex. les travaux de M. Zeuthen sur l'histoire des sections coniques dans l'antiquité. Naturellement il est souvent difficile de décider jusqu'à quel point un ouvrage, tel que celui de M. Cantor, doit rendre compte de détails historiques peu importants. Ainsi p. ex. on pourrait mettre en question s'il n'avait pas été convenable de mentionner au moins le nom du mathématicien byzantin Leon, sur lequel M. Heiberg a donné quelques renseignements (voir ***Biblioth. Mathem.*** 1887, p. 33–36).

Dans la nouvelle édition, nous n'avons pu trouver aucun mot sur la question s'il existe des traductions des *Elementa* faites de l'arabe en latin antérieurement à Atelhard de Bath; à la page 670, M. Cantor dit expressément qu'Atelhard était le premier, traducteur de l'arabe. Il est vrai que M. Cantor a parlé de ce sujet dans le second tome (p.

91–92) des *Vorlesungen*, mais, comme il s'agit du temps avant l'an 1200, il nous semble avoir été plus correct d'en rendre compte aussi dans la nouvelle édition du premier tome. (26)
De même, dans la notice sur AHMED IBN JUSUF (p. 694), M. CANTOR n'a pas mentionné l'écrit *de similibus arcubus* cité par lui à la page 71 du second tome, et, pour ce qui concerne le traité sur les proportions, il dit seulement qu'on en parlera dans un chapitre suivant (cf. tome II, p. ,15).

Nous espérons que M. CANTOR aura bientôt le plaisir de préparer une troisième édition du premier tome et que, dans cette édition, on retrouvera tout ce qui se rapporte à l'histoire des mathématiques avant l'an 1200.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

Ganz anders der Tenor zur dritten Auflage des 1. Bandes. Im ersten Absatz schrieb er noch: „Es ist also eine nicht unbedeutende Arbeit, der sich Herr CANTOR unterzogen hat, um die neue Auflage fertig zu stellen". Dann kritisierte er die (von ihm vermutete) Arbeitsweise Cantors. 7/8 seines Referats widmete ENESTRÖM der Besprechung von fehlerhaften Angaben im 1. Band der *Vorlesungen.* Er schloss seinen Bericht mit den Worten:

> „... wenn man in der neuen Auflage Aufschlüsse über eine gewisse Frage suchen will, so soll man sich immer erinnern, daß man nicht darauf rechnen kann, mit Sicherheit Auskunft über den heutigen Stand der mathematisch-historischen Forschung zu bekommen. Im Gegenteil kann es leicht eintreffen, daß man in Wirklichkeit Auskunft über den Stand dieser Forschung im Jahre 1880 bekommt."

Anhang B

Rezension von G. Eneström zum 2. Band der *Vorlesungen*

(276) Bibliotheca mathematica. — 3. Folge, Bd. 1 (1900), S. 276–278

Moritz Cantor. Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Zweiter Band. Zweiter Halbband. Von 1550–1668. Zweite Auflage. Leipzig, Teubner 1900. 8°, XII S. + S. 481–943. Preis M. 12.

Mit diesem Halbbande liegt der zweite Band der neuen Auflage der *Vorlesungen* vollständig vor, und die Vergleichung mit der ersten Auflage zeigt, daß auch hier sich eine sehr große Anzahl von Verbesserungen und Zusätzen findet. Äußerlich ist der Text des ganzen Bandes scheinbar um 78 Seiten und der des zweiten Halbbandes um 36 Seiten gewachsen, aber 40 Seiten jenes und 16 Seiten dieses Zuwachses rühren von einer Verstärkung des Durchschusses her.

Schon in unserer Besprechung des ersten Halbbandes in der ***Biblioth. Mathem.*** 1899, S. 49–57 haben wir auf die reichhaltige Litteratur hingewiesen, welche die mathematisch-historische Forschung in den letzten Jahren hervorgerufen hat, und was wir dort bemerkten, gilt in gleichem Maße für die Periode, welche der zweite Halbband behandelt. Die *vollständige* Revision eines vor zehn Jahren verfaßten Werkes über die Geschichte der Mathematik 1550–1668 muß also eine sehr große Arbeit erfordern, und für diesen Zweck wäre es vielleicht am angemessensten, zuerst das erste Kapitel der verschiedenen Jahrgänge des ***Jahrbuches über die Fortschritte der Mathematik*** sowie die Schriftverzeichnisse der ***Biblioth. Mathem.*** zu Rate zu ziehen, und dann im Bedarfsfalle die zugängliche mathematisch-historische Litteratur direkt zu benutzen. Auf diese Weise würde man wohl am besten vermeiden irgend einige der neuesten Resultate der mathematisch-historischen Forschung zu übersehen. Diesen Weg scheint Herr Cantor indessen nicht eingeschlagen zu haben, und in der That ist das Verfahren so mühsam und zeitraubend, daß es ihm wahrscheinlich ganz unmöglich gewesen wäre, sich desselben zu bedienen ohne die Herausgabe der neuen Auflage für längere Zeit zu verschieben. Unter solchen Umständen muß man ihm Dank dafür wissen, daß er nicht das Bessere zu bringen unterlassen hat, da er das Beste nicht hat geben können, und man wird nachsichtig sein, daß es auch in der neuen Auflage Notizen giebt, die durch Zuhilfenahme der neuesten Litteratur unmittelbar hätten berichtigt werden können, und daß es zuweilen nur vom Zufall abhängig gewesen ist, ob Herr Cantor eine frühere Bemerkung, die jetzt als ungenau anerkannt worden ist, verbessert hat oder nicht. Um nur ein einziges Beispiel solchen Zufalles anzuführen, hat er (S. 686, 712) die Aufschlüsse des Herrn Dickstein in der *Biblioth. Mathem.* 1894, S. 24[1] benutzt, aber (S. 621, 623) die Berichtigung des Herrn Favaro in derselben Zeitschrift 1893, S. 15–17 *nicht* berücksichtigt, obgleich die Verbesserung der (aus einer uns unbekannten Quelle herstammenden) unrichtigen bibliographischen Notiz über Bombelli (277) schon aus dem Grunde erwünscht war, daß diese Notiz Herrn Cantor veranlaßt hat den Erfolg der Bombellischen Algebra zu überschätzen.

Da die dritte Folge der *Biblioth. Mathem.* eine besondere Abteilung für kleine Bemerkungen zur zweiten Auflage der Cantorschen *Vorlesungen* enthält, ist es unnötig auf die Einzelheiten des vorliegenden Halbbandes hier einzugehen; nur eine etwas allgemeinere Bemerkung erlauben wir uns dieser kurzen Besprechung hinzuzufügen.

Bekanntlich ist Herr Cantor zwar ein ausgezeichneter historischer Forscher aber kein eigentlicher Bibliograph im modernen Sinne dieses Wortes. Selbständige bibliographische Untersuchungen anzustellen scheint er nicht zu lieben, und wenn er einen Verfasser gefunden hat, dessen bibliographische Notizen im allgemeinen zuverlässig sind, so benutzt er ihn fortgesetzt, ohne großes Gewicht darauf zu legen, ob es vielleicht neuere und noch zuverlässigere Arbeiten derselben Art giebt. So citiert er oft Kästners *Geschichte der Mathematik* und Libris *Histoire des sciences mathématiques en Italie* auch betreffs älterer italienischer Schriften, obgleich viele Angaben dieser beiden Verfasser durch Riccardis ausgezeichnete *Biblioteca matematica italiana* berichtigt oder ergänzt worden sind. Nun ist es ja wahr, daß in einer historischen Arbeit die bibliographischen Notizen nur Nebensache sind, und daß es für die Schilderung des Entwickelungsganges der mathematischen Theorien ganz gleichgültig ist, ob z. B. die erste Auflage von Ramus' Algebra 1586 oder 1592, wie Herr Cantor (S. 612, 641) angiebt, erschien. Auf der anderen Seite können unrichtige bibliographische Notizen zuweilen auf die historische Darstellung Einfluß haben. Einen solchen Fall haben wir schon oben berührt, als wir von Bombelli sprachen. Herr Cantor hat nämlich (S. 621) angegeben, dass Bombellis Algebra zuerst 1572 in Venedig, dann abermals 1579 in Bologna gedruckt ist, und aus der raschen Aufeinanderfolge dieser beiden Ausgaben folgert er (S. 623), daß sie viele Käufer fand. Da es aber konstatiert worden ist, daß keine Ausgabe der Algebra in Venedig erschien (vgl. *Biblioth. Mathem.* 1892, S. 92) und daß die angebliche neue Auflage vom Jahre 1579 nur eine neue *Titel*ausgabe ist (vgl. *Biblioth. Mathem.* 1893, S. 15–17, 64), so kommt selbstverständlich auch die Folgerung in Fortfall, und es ist sogar wahrscheinlich, daß der Neudruck des Titels im Jahre 1579 stattfand, weil der Vertrieb der Exemplare der Bombellischen Algebra sehr gering gewesen war (vgl. *Biblioth. Mathem.* 1893, S. 17). In diesem Zusammenhange erlauben wir uns auch darauf hinzuweisen, daß unvollständige bibliographische Notizen leicht eine unrichtige Ordnungsfolge der zu besprechenden Schriften veranlassen können. So z. B. ist es eigentlich nur ein Zufall, daß das Buch Felicianos *Libro di arithmetica et geometria,* von dem Herr Cantor (S. 481) nur eine Auflage aus dem Jahre 1550 erwähnt, obgleich es nach Riccardi (l. c. II, S. 21) zuerst 1526 und dann *neun*mal wieder herausgegeben wurde, nicht einen unrichtigen Platz bekommen hat.

Ein anderer Übelstand, den das Vorkommen unrichtiger bibliographischer Notizen in einem *Standard work*, wie die Cantorschen *Vorlesungen*, mit sich führt, besteht darin, daß junge Verfasser veranlaßt werden, sich als Entdecker von Thatsachen anzusehen, die schon längst bekannt waren. So hat die Notiz des Herrn Cantor in der ersten Auflage

[1]online: http://www.ub.uni-heidelberg.de/archiv/13408 G. Dörflinger

der *Vorlesungen* (II, S. 555): „Pitiscus *Trigonometria* erschien zuerst 1595 in Heidel-
(278) berg; eine Ausgabe von 1600 (Augsburg) wird häufig irrigerweise als die erste bezeichnet“, Herrn Gravelaar veranlaßt, die Richtigkeit der schon längst bekannten Thatsache, daß die Schrift von 1595 nur ein Entwurf war, und die drei Auflagen der *Trigonometriae libri quinque* aus den Jahren 1600, 1608, 1612 herrühren (siehe z. B. Gerhardt, *Geschichte der Mathematik in Deutschland*, S. 93–94) in einer besonderen Abhandlung (Pitiscus *Trigonometria; Nieuw archief voor wiskunde* $\mathbf{3}_2$, 1898, S. 253–278) ausführlich darzulegen.

Es wäre also sehr gut, wenn für die voraussichtlich bald nötige dritte Auflage des zweiten Bandes der *Vorlesungen* eine möglichst vollständige Revision der bibliographischen Notizen stattfinden könnte.

Hinsichtlich des Registers erlauben wir uns noch einmal (siehe *Biblioth. Mathem.* 1898, S. 60) hervorzuheben, daß es für die Leser sehr willkommen sein würde, wenn dasselbe auch das „Vorwort“ umfaßte, da dieses eine ziemlich große Anzahl von Berichtigungen des Textes enthält[2]. G. Eneström.

[2]Das Vorwort des 2. Bandes in der 2. Auflage enthält sieben Seiten Korrekturen. G. Dörflinger

Anhang C

Rezension von G. Eneström zum 3. Band der *Vorlesungen*

Bibliotheca mathematica. — 3. Folge, 2. Band (1901), S. 154–156.

(154)

Moritz Cantor. Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Zweite Abteilung. Von 1700–1726. Zweite Auflage. Teubner 1901. 8°, S. 263–492. M. 6,60.

In unserer Besprechung der ersten Auflage dieser Abteilung der *Vorlesungen* (`Biblioth. Mathem.` 1896, S. 17–24) bemerkten wir, daß mit dem Anfange des 18. Jahrhunderts das mathematisch-historische Quellenmaterial so reichhaltig und so verschiedenartig wird, daß es gar nicht von einem einzigen Manne bewältigt werden kann, ohne besondere, zum größten Teil noch nicht vorhandene Vorarbeiten zur Verfügung zu haben, und daß man folglich diese Abteilung der *Vorlesungen* nicht als eine eigentliche Geschichte des Zeitraumes 1700–1726, sondern vielmehr als eine Sammlung von wertvollen und zum Teil sehr vollständigen mathematisch-historischen Spezialuntersuchungen betrachten soll. Da die neue Auflage nur um 10 Seiten vermehrt worden ist, und wesentliche Umarbeitungen nicht vorkommen, so erhellt, daß die oben gemachte Bemerkung auch hier statthaft ist, was um so weniger befremden kann, als in den letzten fünf Jahren verhältnismäßig wenig gethan worden ist, um für den betreffenden Zeitraum die erwünschten Vorarbeiten auszuführen, sodaß sogar ein geschätzter Mitarbeiter dieser Zeitschrift behauptet hat (siehe oben S. 120), und zwar nicht ohne Grund, die Geschichte der Mathematik des 18. Jahrhunderts sei noch zu schreiben.[1]

Wie soeben angedeutet wurde, betragen die Zusätze zusammen 10 Druckseiten; neu hinzugekommen sind u. a. eine Notiz über G. Manfredi (S. 460–461) und ein kurzer Bericht über einige Untersuchungen von J. Riccati (S. 411–412, 474–475). Dagegen scheint es dem Verfasser entgangen zu sein, daß auch in Bezug auf einige Gegenstände, die schon in der 1. Auflage berücksichtigt waren, gewisse Ergänzungen erwünscht sind; wir werden uns hier erlauben auf einen solchen Gegenstand aufmerksam zu machen. Bei der ausführlichen Behandlung des Problems der rechtwinkligen Trajektorien (S. 461–473) wird auch (S. 468–469) die von Johann Bernoulli 1716 vorgelegte, damals sehr schwierige

[1] Paul Stäckel: *Beiträge zur Geschichte der Funktionentheorie im achtzehnten Jahrhundert.* G. Dörflinger

Trajektorienaufgabe erwähnt und (S. 469–472) die von TAYLOR herrührende Lösung dieser Aufgabe *in extenso* mitgeteilt. Darauf bemerkt Herr CANTOR (S. 473): „Wir würden der Trajectorienaufgabe eine unverhältnißmäßig große Bedeutung verleihen, wenn wir in gleicher Ausführlichkeit weiter berichten wollten“, und fügt noch 6 Zeilen über diesen Gegenstand hinzu. Unseres Erachtens ist dieser unverhältnismäßig kurze Abschluß der vorhergehenden Darstellung sehr zu bedauern, und zwar sowohl vom litterar-geschichtlichen als vom eigentlich mathematisch-historischen Gesichtspunkte aus. Denn teils würde es an und für sich von großem Interesse gewesen sein aus den *Vorlesungen* zu erfahren, auf welche Weise die BERNOULLIsche Partei die von ihrem Leiter gestellte Aufgabe löste; teils
(155) hatte TAYLOR in seiner Lösung dieser Aufgabe den eigentlich schwierigen Punkt, nämlich das Wegschaffen des Parameters a, durch ein Verfahren, das fast wie eine Taschenspielerei aussieht, erledigt, und darum würde es angemessen gewesen sein, wenigstens anzudeuten, wie JOHANN BERNOULLI und sein Sohn NIKOLAUS in den ***Acta Eruditorum*** 1720 sich einer leichtverständlichen Methode bedienten, deren Grundgedanke zum Teil mit dem des TAYLORschen Verfahrens übereinstimmt.

Außer den eigentlichen Zusätzen sind an verschiedenen Stellen Verbesserungen eingeführt worden, die dem Leser natürlich auch sehr willkommen sind. Eine solche Verbesserung, die dem Verfasser offenbar ziemlich große Mühe verursacht hat, erlauben wir uns hier besonders hervorzuheben, zumal wir mit der Weise, in der Herr CANTOR seine Darstellung modifiziert hat, nicht ganz einverstanden sind. Bekanntlich giebt es einen Brief von LEIBNIZ an OLDENBURG, der vom 21. Juni 1677 ist, und dessen Anfangsworte in dem von GERHARDT veröffentlichten Konzepte: „Accepi hodie literas tuas“ lauten, während das Wort „hodie“ in dem von WALLIS (1699) veranstalteten Abdrucke des Briefes, sowie in dem *Commercium epistolicum* (1712) fehlen; Herr CANTOR ist in der ersten Auflage seiner *Vorlesungen* von der Voraussetzung ausgegangen, daß LEIBNIZ seine Antwort am Empfangstage von NEWTONS Schreiben schrieb, und daß das Wort „hodie“ entweder dort stand, oder wenigstens nur durch ein Versehen von LEIBNIZ ausgelassen wurde. Jetzt hat es sich durch die von Herrn CANTOR gemachten Nachforschungen herausgestellt, daß der Originalbrief das Wort „hodie“ zwar ursprünglich enthalten hatte, daß aber dieses Wort durch einen Klecks unleserlich gemacht worden ist, und Herr CANTOR ist geneigt, diesen Umstand so zu erklären, daß LEIBNIZ zwar seine Antwort am Empfangstage von NEWTONS Schreiben begann, dieselbe aber erst später beendete und darum das Wort „hodie“ bis zur Unkenntlichkeit tilgte. Mit dieser Erklärung sind wir vollständig einverstanden (vgl. ***Biblioth. Mathem.*** 1899, S. 26–27), aber durch dieselbe verliert unserer Ansicht nach die ganze Frage ihre historische Bedeutung; man hätte also im Texte alles, was sich auf das Wort „hodie“ bezog, streichen können, und es genügte in einer Note zu bemerken, aus den Anfangsworten des Konzeptes könne man gar nichts über den Empfangstag von NEWTONS Schreiben schließen und ebenso wenig könne man erraten, wie LEIBNIZENS Antwort ausgesehen hätte, wenn sie wirklich am Empfangstage abgesandt worden wäre Auf diese Weise hat aber Herr CANTOR seine Darstellung nicht modifiziert; im Gegenteil wird auch in der neuen Auflage der *Vorlesungen* die „hodie“-Frage wenigstens sechsmal (S. 187, 191, 286–287, 302–303, 311, 320–321) berührt oder behandelt, und an der ersten Stelle wird es sogar ausdrücklich behauptet, LEIBNIZ habe NEWTONS Brief an dem Tage, an welchem er ihn erhielt, beantwortet. Diese Stelle gehört zwar der vorigen Abteilung der *Vorlesungen* an, und es ist ja möglich, daß die Nachforschungen des Herrn CANTOR damals noch nicht beendet waren. In jedem Falle verstehen wir aber nicht, warum S. 303 die Note 3) noch beibehalten ist; wenn das Fehlen von „hodie“ in dem älteren Abdrucke darauf beruht, daß Leibniz selbst in seinem Briefe das Wort unleserlich gemacht hatte, so hat es wohl keinen Sinn zu sagen, daß H. Sloman dies Fehlen nicht hinreichend gewürdigt hat.

Unter den Druckfehlern, welche wir in der ersten Auflage notiert hatten, finden wir folgende in der zweiten Auflage wieder: S. 343, Z. 8 „$0+1+1+1+1+\cdots$“ statt „$0+1+2+3+4+\cdots$“; S. 355, Z. 23 „Ars cogitandi“ statt „Ars conjectandi“; S. 287, Note 1),.stellt (156)
wie in der 1. Auflage „Bodmann“, aber wahrscheinlich ist E. Bodemann gemeint. — Von neuen Druckfehlern haben wir nur zwei notiert, nämlich S. 323, Z. 34 „1711“ statt „1713“ und S. 466, Z. 33 „$xdx + xydy$“ statt „$xdx + ydy$“.

G. Eneström.

Anhang D

Korrespondenz Eneström – Cantor zur „Hodie-Frage“

Im Nachlass Moritz Cantors, der in der Universitätsbibliothek Heidelberg verwahrt wird, befinden sich 3 Briefe und 12 Postkarten, die Gustaf Eneström in der Zeit von 1892 bis 1901 an Cantor richtete.

Fast in jedem Schriftstück weist Eneström Cantor auf Fehler in dessen „Vorlesungen“ hin. Nach Einrichtung der „Kleinen Bemerkungen“ bezieht sich die Korrespondenz nicht mehr auf die „Vorlesungen“.

Geschwärzte Stellen in den Schreiben Eneströms sind durch ▬ wiedergegeben.

Fünf Postkarten aus dem Zeitraum vom 21. Mai 1899 bis zum 16. Juni 1899 beschäftigen sich mit der Frage, wer und warum das Wort „hodie“ in einem Brief Leibniz’ an Newton getilgt hatte.

Am 24. Oktober 1676 schrieb Newton einen langen Brief[1] über seine Arbeiten an Leibniz und übergab ihn Heinrich Oldenburg, der ihn in London Leibniz aushändigen sollte; dies konnte er jedoch nicht mehr tun, da Leibniz in der Zwischenzeit bereits abgereist war. Der Brief enthielt zwei chiffrierte Passagen über die Newtonsche Infinitesimalrechnung. Oldenburg verwahrte den Brief und schickte ihn, nachdem er einen sicheren Boten gefunden hatte, sechs Monate später am 2. Mai 1677 an Leibniz.
Das Konzept des Antwortbriefes[2] enthält (mit anderer Tinte) das Datum vom 21. Juni 1677 und beginnt mit den Worten: „*Accepi hodie literas tuas diu expectatus cum inclusis Neutonianis sane pulcherrimis*, ich erhielt heute Ihren lange erwarteten Brief und als Einschluss einen sehr schönen Brief Newtons“[3]. Das Wort *hodie* ist im Originalbrief geschwärzt und fehlt in der Abschrift gänzlich.

Aus der Abschrift könnte man folgern, dass Leibniz den Brief erst nach sieben Monaten beantwortet habe; Zeit genug, um die Infinitesimalrechnung „nachzuerfinden“.

[1] Vgl. *G. W. Leibniz Mathematische Schriften* / hrsg. von C. I. Gerhardt. **1** (1849), S. 122–147
[2] Vgl. *G. W. Leibniz Mathematische Schriften* / hrsg. von C. I. Gerhardt. **1** (1849), S. 154–162
[3] *Cantor, Moritz:* Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Band 3. Zweite Auflage. 1901, S. 287

Postkarte vom 21.05.1899

Adresse: Herrn Prof. Moritz Cantor
Gaisbergstr. 15
Heidelberg
(Baden)

Poststempel:	Stockholm	Heidelberg	
	22.5.99	24.5.99	1-2 V.

Verehrter Herr Professor!

Besten Dank für Ihre Karte vom 6. Mai. Es freut mich sehr, dass die 2. Auflage des 2. Bandes Ihrer "Vorlesungen" schon vor dem Ausgang dieses Jahres vollendet werden wird. Wahrscheinlich sind Sie jetzt mit der Vorbereitung der 2. Aufl. des 3. Bandes beschäftigt?

Ich bedaure sehr, dass ich in meiner Anzeige der Gerhardt'schen[4] Veröffentlichung Ihnen eine Ansicht über die Bedeutung des Wortes hodie beigelegt habe, welche Sie nicht gutheissen können, aber ich glaube dass Sie selbst nicht ganz ohne Schuld sind. Jedenfalls wäre es gut, wenn Sie in der 2. Aufl. des 3. Bandes bemerkten, das Wort hodie könne vielleicht von Leibniz selbst absichtlich weggelassen worden sein, und in der Zeile 8, Seite 309[5] unter "geschrieben" die Worte "wenigstens begonnen, vielleicht auf beendet" setzten.

Es ist sehr zu bedauern, dass Leibniz' Brief nicht aufbewahrt worden ist, und dass die zwei [redacted] Copien im Archiv der "Royal Society" nicht ganz übereinstimmen.

Mit vorzüglicher Hochachtung
ergebenst
G. Eneström

Stockholm 1899.V.21.
Brahegatan 43

[4] Carl Immanuel Gerhardt (1816–1899) war Gymnasiallehrer für Mathematik in Berlin und Eisleben. Er publizierte die Mathematischen Schriften Gottfried Wilhelm Leibniz'. G. Dörflinger

[5] Der Passus im 3. Band lautete: „… sonst wäre gewiss darauf Gewicht gelegt worden, dass die Antwort auf den zweiten Newtonschen Brief am Empfangstag geschrieben wurde.“ G. Dörflinger

Postkarte vom 30.05.1899

Adresse: Herrn Prof. Moritz Cantor
Gaisbergstr. 15
Heidelberg
(Baden)

Poststempel: Stockholm 31.5.99 Heidelberg 2.6.99 2-3 V.

Verehrter Herr Professor!

Die "hodie"-Frage dürfte nicht so einfach sein, als Sie sich vorstellen; und ich habe darum für die Biblioth. Mathem. 1899 Nr. 2 eine Anfrage redigiert, welche ich Ihnen heute in Correctur sende. Sie können daraus ersehen, wie die zwei Copien der Royal Society anfangen.

Beabsichtigen Sie in Ihrer Zeitschrift einen Nachruf für Gerhardt einzuführen? Selbst kenne ich fast gar nichts von seinen Lebensumständen, sonst würde ich wahrscheinlich für die Biblioth. Mathem. eine kleine biographische Notiz über ihn schreiben. Er hat ja dennoch der mathematisch-historischen Forschung einen wirklichen Dienst geleistet.

Mit vorzüglicher Hochachtung
ergebenst
G. Eneström

Stockholm 1899.V.30.
Brahegatan 43

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

74. Dans ses *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* T. III p. 275—276, M. Cantor a fait observer que le brouillon de la lettre adressée par Leibniz à Oldenburg le 21 juin 1677 commence: »Accepi hodie literas tuas», tandis que le mot »hodie» manque dans la reproduction de la lettre qui a été insérée au *Commercium epistolicum* (cf. Biblioth. Mathem. 1899, p. 26). Comme M. Cantor a attaché une certaine importance à ce fait, je me suis proposé de rechercher si la reproduction citée est exacte ou non; et ayant appris par M. Ball que les archives de la »Royal Society» à London gardent deux copies de la lettre (la lettre même semble perdue, et en tout cas elle n'est pas conservée dans les collections de la »Royal Society»), je me suis adressé au secrétaire de la société pour avoir des renseignements sur les premiers mots des copies qui viennent d'être mentionnées. Il ressort de ces renseignements que la première copie se trouve dans un »Letter-Book» portant le titre: »Leibniz to Collins, containing remarks on Mr. Newton's method of tangents», et la seconde copie dans le manuscrit LXXXI, qui contient »Letters and papers referred to in the *Commercium epistolicum.* Edit. 1722». Toutes les deux copies commencent actuellement: »Accepi literas tuas», mais dans la seconde le mot »hodie» a été écrit originairement, et puis il a été rayé.

Il s'ensuit que mes recherches n'ont amené à aucun résultat définitif; et pour cette raison je me permets de poser la question:

Peut-on expliquer pourquoi le mot »hodie» a été rayé dans la seconde copie, et, en cas affirmatif, quelle conclusion peut-on en tirer relativement au texte de la lettre même?

(G. Eneström.)

(Quelle: *Bibliotheca Mathematica.* – N. F. **13** (1899), S. 63)

Moritz Cantor antwortete:

Zur Anfrage 74. Die von H. Eneström in London eingezogenen Erkundigungen über die Anfangsworte des Briefes vom 21. Juni 1677, durch welchen Leibniz Newton's zweiten Brief beantwortete, lösen zwar die Schwierigkeit, den Wegfall des Wortes *hodie* zu erklären, noch nicht, werfen aber doch ein gewisses Licht darauf. In dem in Hannover aufbewahrten Concepte des Briefes steht bekanntlich *hodie*, in dem durch Wallis 1699 veranstalteten ersten Abdrucke des Briefes fehlt das Wort. Ich habe in meinen *Vorles. über Gesch. der Mathem.* III, 276 drei Möglichkeiten angegeben: 1) Leibniz kann das Wort in der Reinschrift des Briefes vergessen haben; 2) Es blieb beim Abdruck in Wallis' Werken durch ein Versehen weg; 3) Es wurde dort mit Absicht weggelassen. Die dritte Möglichkeit wies ich als keiner Begründung fähig zurück, zwischen den beiden ersten Möglichkeiten liess ich die Wahl frei. Eine vierte Möglichkeit ist inzwischen, wenn ich nicht irre durch H. ZEUTHEN, hervorgehoben worden: 4) Leibniz ist nicht an einem Tage mit seinem langen Briefe fertig geworden und hat deshalb in der Reinschrift das Wort *hodie* absichtlich weggelassen. Von den beiden im Archiv der Londoner ≪Royal Society≫ befindlichen Abschriften des Briefes
(96) enthält die eine das Wort *hodie* in durchgestrichenem Zustande. Dadurch ist eine Thatsache zweifellos festgestellt: die Reinschrift muss zu irgend einer Zeit ebenso ausgesehen haben. Es ist undenkbar, dass das im Concepte vorhandene Wort in die Copie der Reinschrift eingedrungen wäre, wenn es nicht in der Reinschrift selbst gestanden hätte. Jetzt ist also nur der Zeitpunkt des Durchstreichens fraglich. Wurde das Wort von Leibniz durchstrichen, bevor er die Reinschrift abschickte, oder fand das Durchstreichen in London statt? Wer sich für die zweite dieser Möglichkeiten entschliesst und damit eine Fälschung perfidester Art annimmt, der wird wohl die Zeit dieser Fälschung vor 1699 d. h. vor den Abdruck des Briefes in den Werken von Wallis verlegen. So ist wenigstens das dortige Fehlen des Wortes in unschuldiger Weise erklärt — ein durchstrichenes Wort druckt man nicht ab — und ebenso auch das Fehlen in jener anderen Abschrift im Archiv der Londoner ≪Royal Society≫, wenn diese überhaupt nach dem Originalbriefe und nicht nach dem Abdrucke bei Wallis angefertigt ist. Die zwei Möglichkeiten, welche noch einer Entscheidung harren, sind also: 1) Leibniz hat die Reinschrift seines Briefes genau nach dem; Concepte gemacht und hat in der Reinschrift entweder sofort beim Niederschreiben oder später, jedenfalls vor dem Abschicken das zweite Anfangswort durchstrichen. 2) In England ist vor 1699 an dem Briefe durch Durchstreichen des Wortes eine Fälschung begangen worden.

(M. Cantor.)

(Quelle: *Bibliotheca Mathematica.* – N. F. **13** (1899), S. 95–96)

Postkarte vom 05.06.1899

Adresse: Herrn Prof. Moritz Cantor
Gaisbergstr. 15
Heidelberg
(Baden)

Poststempel: Stockholm 5.6.99 Heidelberg 7.6.99 7-8 N.

Verehrter Herr Professor!

Ihren Artikel werde ich mit großem Vergnügen in der Nr. 3 der Biblioth. Mathem. 1899 veröffentlichen, und Ihnen seinerzeit eine Correctur schicken. Sie gehen von der Voraussetzung aus, dass die zweite Abschrift eine Abschrift des Originals ist, und das ist ja sehr gut möglich, aber in den von mir eingezogenen Erkundigungen findet sich gar nichts mit Bezug hierauf — ich weiss nicht einmal ob die Abschrift vor oder nach 1722 angefertigt ist.

Dass Gerhardt am 5. Mai in Halle gestorben ist, habe ich zuerst aus der Deutschen Litteraturzeitung 1899, Sp. 80 ■ erfahren, mit Ihrem Urtheil über ihn bin ich vollständig einverstanden.

Den Halbband II:1 Ihrer Vorlesungen habe ich von Teubner bekommen und werde in der 2. Nummer der Biblioth. Mathem. 1899 eine Anzeige desselben einführen. Mein Exemplar enthält nur S. 1 – 480, also nur einen Theil der Zeit von 1500–1550, aber ich vermuthe, dass es dennoch nicht unvollständig ist.

Mit vorzüglicher Hochachtung
ergebenst
G. Eneström

Stockholm 1899.VI.5.
Brahegatan 43

Postkarte vom 12.06.1899

Adresse: Herrn Prof. Moritz Cantor
Gaisbergstr. 15
Heidelberg
(Baden)

Poststempel: Stockholm 12.6.99 Heidelberg 14.6.99 12-1 N.

Verehrter Herr Professor!

Besten Dank für Ihre Karte vom 8. Juni! Heute schicke ich Ihnen unter Kreuzband die Recension der neuen Auflage des Bandes II:1 Ihrer Vorlesungen, von der ich in meiner vorigen Karte gesprochen habe.

In Betreff der hodie-Frage verstehe ich nicht, wie Sie wissen können, dass die zweite Abschrift nur (direkt oder indirekt) vom Original entnommen ist. Warum ist es a priori unmöglich, dass sie von de Morgan mit Benutzung des Gerhardt'schen Abdruckes des Conceptes verfertigt worden ist, und dass de Morgan auf Grund einer Vergleichung mit dem Commercium epistolicum das Wort "hodie" durchgestrichen hat?

Mit vorzüglicher Hochachtung
ergebenst
G. Eneström

Stockholm 1899.VI.12.
Brahegatan 43

Postkarte vom 16.06.1899

Adresse: Herrn Prof. Moritz Cantor
Gaisbergstr. 15
Heidelberg
(Baden)

Poststempel: Stockholm 16.6.99 Heidelberg 19.6.99 1-2 V.

Verehrter Herr Professor!

Aus Ihrem freundlichen Schreiben vom 14. d.M. ersehe ich, dass ich bei meiner Bemerkung ("Tadel" soll es nicht genannt werden) zur Seite 47 Ihrer Vorlesungen II:1 (Aufl. 2) nicht nur die Worte: "ganz erfolglos" sondern auch die Worte: "muss man" hätte cursivieren sollen, und ich erlaube mir Ihnen vorzuschlagen, in der 3. Aufl. der Vorlesungen statt "muss man ... ganz erfolglos" die Worte: "müssen wir ... ganz erfolglos" zu setzen. Dann haben Sie ja Ihre Ansicht bestimmt ausgesprochen, aber ohne Anspruch, dass alle anderen Verfasser ("man" würde wohl hier als "Jedermann" aufgefasst werde) diese Ansicht theilen werden.

Über die zweite Abschrift des Leibniz'schen Briefes hoffe ich vor dem Ausgange dieses Jahres von Herrn Bak nähere Auskunft zu bekommen.

Es ist schade, dass Curtze's ausführlicherer Reisebericht im "Centralbl. für Bibliothekswesen" erschienen ist. Haben Sie nicht daran gedacht, denselben in der Zeitschr. für Mathem. abdrucken zu lassen?

Mit vorzüglicher Hochachtung
ergebenst
G. Eneström

Stockholm 1899.VI.16.
Brahegatan 43