INAUGURAL-DISSERTATION
zur
Erlangung der Doktorwürde
der Naturwissenschaftlich-Mathematischen
Gesamtfakultät
der
Ruprecht-Karls-Universität
Heidelberg

vorgelegt von
Dipl. Phys. Günther Wilhelm Balschbach
aus Heidelberg
Tag der mündlichen Prüfung: 25.2.2000

Untersuchungen statistischer und geometrischer Eigenschaften von Windwellen und ihrer Wechselwirkungen mit der wasserseitigen Grenzschicht

Gutachter: Prof. Dr. Bernd Jähne
Prof. Dr. Kurt Roth

Zusammenfassung

Durch die Erweiterung auf Farbbildverarbeitung konnte eine vorhandene, auf Refraktion basierende Technik zur Erfassung der Oberflächenneigung von Wasserwellen wesentlich verbessert werden. Diese neue Mehrkanaltechnik leitet sich von der photometrischen Stereoanalyse ab, die bei der Bestimmung der Form opaker Objekte verwedet wird. Mit Hilfe der drei Kanäle einer Farbvideokamera werden beide Komponenten des Gradienten der Wasseroberfläche simultan bestimmt. Die dritte Information ermöglicht eine pixelweise Normierung auf die Gesamtintensität der Beleuchtung, was zu einer erheblich verbesserten Linearität und Robustheit des Systems führt. Störungen durch inhomogene Beleuchtung oder Verunreinigungen im Wasser können so fast vollständig eliminiert werden. Für kombinierte Messungen kann auf einen der Farbkanäle verzichtet werden, um eine weiterer Beleuchtung zu realisieren. Dabei erhält die Beschränkung auf eine Neigungskomponente die Möglichkeit zur Normierung. An zwei Wind-Wellen-Kanälen wurden geometrische und statistische Untersuchungen des Wellenfeldes durchgeführt und mit Ergebnissen anderer Autoren verglichen. Zwei kombinierte Experimente wurden realisiert, wobei auf unterschiedlichen Skalen simultan Turbulenz unter der beobachteten Wasseroberfläche analysiert wurde. Auf $10 \times 10\,\mathrm{cm}^2$ wurden von Hering [1996] Energiedichte und Wirbelstärke des Strömungsfeldes bestimmt. Im zweiten gemeinsamen Experiment wurden von Münsterer [1996] in einem $4 \times 4\,\mathrm{mm}^2$ großen Ausschnitt Konzentrationsprofile eines gelösten Gases in der viskosen Grenzschicht gemessen. Beide Messungen gaben bisher einzigartige Einblicke in die Wechselwirkung von Kapillarwellen und Turbulenz im Strömungsfeld bzw. in der viskosen Grenzschicht.

Abstract

Using color image processing a refraction based technique for retrieving the slope of a water surface covered with waves has been substantially improved. This multichannel technique is similar to photometric stereo analysis for opaque surfaces. The three independend channels of a color camera allow simultaneous detection of both surface gradient components. The third information is used for normalization to the total illumination intensity for every individual pixel, leading to an increased linearity and enhanced robustness. Errors due to inhomogeneous illumination or disturbance by small particles in the water can be corrected almost completely. For combined measurements the technique can be reduced to two colors. Measuring only one slope component normalization is still possible. At two wind/wave facilities statistical and geometrical information for small scale waves were obtained and compared to results from authors using other techniques. Two combined experiments were conducted. At different scales the wave field and the underlying flow field were observed simultaneously. Hering [1996] computed kinetic energy density and vorticity of the flow field in a $10 \times 10\,\mathrm{cm}^2$ frame. In the second combined experiment Münsterer [1996] measured concentration profiles of a tracer gas in a $4 \times 4\,\mathrm{mm}^2$ section in the viscous boundery layer. Both experiments provided new insights in the interaction between capillary waves, turbulence in the flow field and in the boundary layer respectively.

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Etwa siebzig Prozent der Erdoberfläche ist von Wasser bedeckt. Verschiedene Prozesse an der Phasengrenze zwischen Ozean und Atmosphäre, wie etwa der Austausch von Spurengasen sowie der Wärmefluß oder die Erzeugung von Aerosolen, haben erheblichen Einfluß auf unser Klima. Die Spanne der beteiligten Skalen reicht dabei von globalen Größenordungen, etwa bei Modellrechungen oder globalen Ozeanzirkulationen, bis hinab zu einigen zehn Mikrometern, der typischen Dicke der wasserseitigen molekularen Grenzschicht für den Austausch von Gasen. Die Ozeanoberfläche ist bedeckt mit Wellen deren Wellenlängen von hunderten von Metern bis zu wenigen Millimetern reichen. Gerade kleinskalige Wellen, sogenannte Kapillarwellen, im Bereich einiger Millimeter bis weniger Zentimeter tragen wesentlich zu einer Erhöhung der Austauschraten von Spurengasen oder von Wärme bei. Jähne [1985] untersuchte diesen Einfluß und fand eine Proportionalität zwischen den Transfergeschwindigkeiten und der mittleren quadratischen Neigung des Wellenfeldes. Aus der Analyse statistischer Eigenschaften des Wellenfeldes erhofft man sich, nicht zuletzt für die satellitengestützte Fernerkundung, bessere Parametrisierung der Transferraten als Funktion der Windgeschwindigkeiten bzw. der Oberflächenrauhigkeit.

Die der Erhöhung der Transfergeschwindigkeit zugrundeliegenden physikalischen Prozesse sind bisher nur ansatzweise verstanden. Ebenso das Gleichgewicht zwischen eingetragener Windenergie und Energie im Wellenfeld bzw. dem Energietransport zwischen Wellen unterschiedlicher Wellenlänge und schließlich der Dissipation in die Wasserströmung. Die reine Vergrößerung der Oberfläche bei vorhandenen Wellen reicht als Erklärung für die Zunahme der Transfergeschwindigkeiten nicht aus. Der Hauptwiderstand bei relativ schwer löslichen Gasen ist die oberflächennahe Grenzschicht im Wasser, in der fast ausschließlich molekulare Diffusion als Transportmechanismus zur Verfügung steht. In tieferen Wasserschichten schafft turbulenter Transport eine wesentlich schnellere Durchmischung. Der Einfluß der Kapillarwellen auf diese grenzschichtnahe Turbulenz ist Gegenstand aktueller Forschung.

In den folgenden Kapiteln werden zuerst die physikalischen Grundlagen zur Theorie der Strömungen und Wellen erläutert. Verschiedene Meßmethoden zur Analyse kleinskaliger Wasserwellen werden kurz vorgestellt. In Kapitel 3 wird die Entwicklung der neuen *color imaging slope gauge* vor dem Hintergrund bekannter Bildverarbeitungsmethoden zur Bestimmung der Form opaker und diffus reflektierender Objekte beschrieben. Anschließend folgt eine Übersicht über die durchgeführten

Experimente und die verwendeten Algorithmen zur Bestimmung der gesuchten physikalischen Größen aus den Bilddaten. In Kapitel 5 werden die statistischen und geometrischen Ergebnisse der an zwei verschiedenen Wind-Wellen-Kanälen durchgeführten Untersuchungen präsentiert und teilweise mit Ergebnissen alternativer Methoden anderer Autoren verglichen. In Kapitel 6 und 7 werden die beiden kombinierten Experimente zur Untersuchung der Wechselwirkung zwischen Kapillarwellen und Turbulenz nahe der Grenzschicht beschrieben.

Kapitel 2

Grundlagen

Im folgenden Kapitel sollen die theoretischen Grundlagen dargelegten werden und der Zusammenhang zwischen den untersuchten physikalischen Fragestellungen und den durchgeführten Experimenten aufgezeigt werden. Zuerst werden die grundlegenden Gleichungen zur Beschreibung von Strömung dargelegt. Anhand der gezeigten analytischen Einzellösungen für Wasseroberflächenwellen werden Begriffe wie Form, Transport und Energiegehalt diskutiert. Der Einfluß der Wellen auf den Gasaustausch wird beschrieben und drei Modelle werden vorgestellt, die die Erhöhung der Transferrate mit der Zunahme der wasserseitigen Turbulenz nahe der Luft-Wasser Grenzschicht in Verbindung bringen. Winderzeugte Wellen zeichnen sich durch eine statistische Zusammensetzung von Wellen unterschiedlicher Wellenlänge und Ausbreitungsrichtung aus. Mit dem Sättigungsspektrum und der Neigungsverteilung werden zwei Möglichkeiten der statistischen Beschreibung des Wellenfeldes vorgestellt. Abschließend wird eine Übersicht über gängige Meßmethoden zur Analyse kleinskaliger Wellen gegeben.

2.1 Theorie der Strömungen und Wellen

Nur unter speziellen Randbedingungen lassen sich aus der Navier-Stokes-Gleichung oder den Laplace-Gleichungen für das Strom- und das Geschwindigkeitspotential analytische Lösungen für Wasserwellen angeben. In den folgenden Abschnitten sollen diese Differentialgleichungen kurz vorgestellt werden. Die Lösung einer linearisierten Wellentheorie wird dargestellt und mit Stokes- und Crapper Wellen ebenso Lösungen für den nicht-linearen Fall. Eine ausführliche Darstellung findet sich in Kinsmann [1965] oder bei Phillips [1980].

2.1.1 Kinematik der Flüssigkeiten

In der Kinematik der Flüssigkeiten (und Gase) haben sich zwei Arten von Bezugssystemen bewährt: Das räumlich feste Laborsystem S^* und das mitbewegte System $S(t)$ welches dem untersuchten Materieteilchen folgt. Beim räumlich festen Bezugssystem spricht man auch von der Eulerschen, im zweiten Fall von der Lagrangeschen Darstellung. Zeitliche Änderungen physikalischer Größen werden bei der Eulerschen Darstellung mittels lokaler zeitlicher Ableitungen beschrieben, in der Lagrangeschen Darstellung mit Hilfe totaler Ableitungen.

- **lokale zeitliche Ableitungen**
  Will man in einem ortsfesten Laborsystem eine physikalische Größe einer Flüssigkeit beschreiben, so muß man diese Größe als Funktion vom Ort $\vec{r}$ und der Zeit t angeben. Zeitliche Änderungen beschreibt man durch lokale zeitliche Ableitungen:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\rho(\vec{r},t) = \frac{\partial}{\partial t}\rho(x,y,z,t) \tag{2.1}$$

- **totale zeitliche Ableitungen**
  Im mitbewegten System $S(t)$ beschreiben physikalischen Größen zu jedem Zeitpunkt den Zustand des selben Teilchens. Die Bahn des Teilchens (und des Systems S) vom Laborsystem aus gesehen wird durch $\vec{r}(t)$ beschrieben, eine physikalische Größe als Funktion von $\vec{r}(t)$ und t:

$$\rho = \rho(\vec{r},t) = \rho(x(t),y(t),z(t),t) \tag{2.2}$$

  Die zeitlichen Ableitungen werden durch das totale Differential beschrieben:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{d}{dt}\rho(x(t),y(t),z(t),t) \tag{2.3}$$

Der Zusammenhang zwischen totaler und lokaler Ableitung ist gegeben durch:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v}\,\vec{\nabla}) \tag{2.4}$$

Im Falle der Dichte ρ und der Geschwindigkeit $\vec{v}$ ergibt sich:

$$\begin{aligned} \tfrac{d\rho}{dt} &= \tfrac{\partial\rho}{\partial t} + (\vec{v}\,\vec{\nabla})\rho \\ \tfrac{d\vec{v}}{dt} &= \tfrac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\,\vec{\nabla})\vec{v} = \tfrac{\partial\vec{v}}{\partial t} + \vec{\nabla}\left(\tfrac{1}{2}\vec{v}^2\right) - \vec{v}\times(\vec{\nabla}\times\vec{v}) \end{aligned} \tag{2.5}$$

In der Eulerschen Darstellung läßt sich mit Hilfe des Gaußschen Satzes aus der Forderung nach Massenerhaltung die Kontinuitätsgleichung ableiten:

$$\int\limits_V \frac{\partial\rho}{\partial t}dV = \frac{\partial}{\partial t}\int\limits_V \rho dV = \oint\limits_S \rho\vec{v}d\vec{F} = \int\limits_V \nabla(\rho\vec{v})dV \tag{2.6}$$

Daraus folgt:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec{\nabla}(\rho\vec{v}) = 0 \tag{2.7}$$

Mit $\vec{\nabla}(\rho\vec{v}) = \rho\vec{\nabla}\vec{v} + \vec{v}\vec{\nabla}\rho$ und dem Zusammenhang in Gleichung (2.4) läßt sich sofort die Kontinuitätsgleichung in der Lagrangeschen Darstellung formulieren:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho\vec{\nabla}\vec{v} = 0 \tag{2.8}$$

Im Falle einer inkompressiblen Flüssigkeit (ρ=konstant) folgt:

$$\vec{\nabla}\vec{v} = 0 \tag{2.9}$$

Im folgenden sollen der Einfachheit halber nur noch zweidimensionale Strömungsfelder untersucht werden. Das Geschwindigkeitsfeld sei beschrieben durch $\vec{v}(x, z, t)$. x sei die Ausbreitungsrichtung der später zu beschreibenden Wellen. z entspricht der vertikalen Achse und beschreibt später die Wasser- bzw. die Wellenhöhe. Hat man es mit einer inkompressiblen Flüssigkeit zu tun, kann die sogenannte **Stromfunktion** Ψ eingeführt werden:

$$\vec{\nabla}\Psi = \begin{pmatrix} v_z \\ -v_x \end{pmatrix} \tag{2.10}$$

Offensichtlich ist das Gradientenfeld der Stromfunktion in jedem Punkt senkrecht zum Geschwindigkeitsfeld (v_x, v_z). Andererseits ist der Gradient stets senkrecht zu den Isolinien eines Potentials (bzw. zu den Äquipotentialflächen im dreidimensionalen Fall). Daher sind Linien gleicher Potentialstärke $\Psi = const$ an jedem Punkt parallel zu $\vec{v}$. Anders ausgedrückt: Der Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}$ ist in jedem Punkt tangential zu den Äquipotentiallinien der Stromfunktion. Diese Äquipotentiallinien werden als **Stromlinien** bezeichnet.

Ist das Geschwindigkeitsfeld rotationsfrei, so läßt es sich als Gradientenfeld des **Geschwindigkeitspotentials** Φ schreiben:

$$\vec{v} = -\vec{\nabla}\Phi \tag{2.11}$$

Beide Funktionen erfüllen (Inkompressibilität vorausgesetzt) die Laplacesche Differentialgleichung:

$$\Delta\Psi = \Delta\Phi = 0 \tag{2.12}$$

Ψ und Φ stehen über die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen miteinander in Beziehung:

$$v_x = -\frac{\partial\Phi}{\partial x} = -\frac{\partial\Psi}{\partial z} \quad \text{und} \quad v_z = -\frac{\partial\Phi}{\partial z} = \frac{\partial\Psi}{\partial x} \tag{2.13}$$

2.1.2 Dynamik von Flüssigkeiten

Betrachtet man die Kraft ΔF, die pro Volumeneinheit ΔV auf ein Volumenelement in einer idealen, reibungsfreien, inkompressiblen Flüssigkeit aufgrund des umgebenden Druckes wirkt, so ergibt sich: $\Delta F/\Delta V = -\vec{\nabla} p$.

Das zweite Newtonsche Axiom läßt sich somit schreiben als:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{\nabla} p \tag{2.14}$$

Mit Gleichung (2.4) und der Addition einer äußeren Massenkraft $\vec{f_a}$ erhält man die Eulersche Gleichung:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (\vec{v}\vec{\nabla})\vec{v} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla} p + \vec{f_a} \tag{2.15}$$

Beispiele für äußere Massenkräfte sind die Schwerebeschleunigung $\vec{g}$, die Zentrifugalbeschleunigung $\omega^2\vec{r}$ oder die Corioliskraft $-2(\omega \times \vec{v})$. Bei einer inkompressiblen, viskosen Flüssigkeit kommt eine Reibungskraft hinzu. Die sich ergebende Gleichung wird als Navier-Stokes-Gleichung bezeichnet:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + (\vec{v}\vec{\nabla})\vec{v} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla} p + \nu\Delta\vec{v} + \vec{f_a} \tag{2.16}$$

Hierbei ist ν die kinematische Viskosität. Sie steht mit der dynamischen Viskosität η über $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ in Beziehung.

In den folgenden Abschnitten sollen kurz ein paar spezielle Einzellösungen der Navier-Stokes-Gleichung, bzw. der Laplace-Gleichung für die beiden Potentiale Ψ und Φ vorgestellt werden. In unserem Fall ist der Wasserkörper nach unten durch eine feste Wand, nach oben durch die Phasengrenze zur Atmosphäre (die Wasseroberfläche) begrenzt. Hier gelten spezielle Einschränkungen für das System. Diese kann man für unterschiedliche Annahmen in Form von kinematischen und dynamischen Randbedingungen definieren:

- **kinematische Randbedingung:**
  Keine Bewegung durch Phasengrenzen hindurch. Folglich muß die Geschwindigkeitskomponente in Richtung des Normalenvektors verschwinden:

  $$\vec{v}_n = \frac{\partial \Psi}{\partial \tau} = \frac{\partial \Phi}{\partial \nu} = 0 \tag{2.17}$$

  Dabei sind ν der Normalenvektor und τ der Tangentialvektor des Elements der Grenzfläche. Am festen Kanalboden bei $z = -h$ muß $v_z = 0$ sein:

  $$\left.\frac{\partial \Psi}{\partial x}\right|_{z=-h} = \left.\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right|_{z=-h} = 0 \tag{2.18}$$

Für die Randbedingung der freien Wasseroberfläche $\zeta(x,t)$ erhält man nach kurzer Rechnung:

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t} = -\frac{\partial\Phi}{\partial z}\bigg|_{z=\zeta} - v_x\frac{\partial\zeta}{\partial x}\bigg|_{z=\zeta} \tag{2.19}$$

- **dynamische Randbedingung:**
  Die dynamische Randbedingung läßt sich, sind nur Druckkräfte und die Gravitation wirksam, durch Integration der Navier-Stokes-Gleichung herleiten. Unter der Annahme eines rotationsfreien Geschwindigkeitsfeldes und unter Vernachlässigung der Dissipation und zunächst auch der Oberflächenspannung führt dies zur *Bernoullische Differtialgleichung* (Einzelheiten siehe Kinsmann [1965]):

$$z = \frac{1}{g}\left(\frac{\partial\phi}{\partial t} - \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)^2\right] + F(t) - \int\frac{\delta p}{\rho}\right) \tag{2.20}$$

  $F(t)$ ist eine zeitabhängige Funktion, die durch die Integration der Bewegungsgleichung auftritt. Sie wird der Potentialfunktion $\Phi(x,z,t)$ zugeschlagen. Für konstante Dichte läßt sich die Integration einfach ausführen und somit nehmen die dynamischen Randbedingungen an der Wasseroberfläche $z=\zeta$ folgende Form an:

$$\zeta = \frac{1}{g}\left.\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right|_{z=\zeta} - \frac{1}{2g}\left.\left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)^2\right]\right|_{z=\zeta} - \left.\frac{p}{g\rho}\right|_{z=\zeta} \tag{2.21}$$

Die genauen Herleitungen kann man Lehrbüchern wie Kinsmann [1965] oder Phillips [1980] entnehmen. Im folgenden sei die Auslenkung der Wasseroberfläche (im Laborsystem S^*) um die Ruhelage mit $\zeta(x,t)$ bezeichnet, die Wasserhöhe bei ruhender Oberfläche mit h. Die z-Komponenten der Position $(x(t),z(t))$ eines Strömungsteilchens wird von der ruhenden Oberfläche aus gemessen. Die Form der Wellen soll zeitlich erhalten sein. Das bedeutet: In einem sich mit der Phasengeschwindigkeit der Welle mitbewegenden System S gilt $\frac{\partial\zeta}{\partial t}=0$. Inkompressibilität d.h. $\vec{\nabla}\vec{v}=0$ wird angenommen. Die Viskosität wird vernachlässigt, so daß gilt: $\vec{\nabla}\times\vec{v}=0$.

2.1.3 Linearisierte Wellentheorie

Die einfachste Möglichkeit für eine analytische Lösung ergibt sich, werden in den kinematischen und dynamischen Randbedingungen nur die linearen Terme verwendet. In Gleichung (2.19) kann für kleine Geschwindigkeiten v_x der Term $v_x\frac{\partial\zeta}{\partial x}$ vernachlässigt werden. In Gleichung (2.21) werden die quadratischen Terme weggelassen:

- linearisierte kinematische Randbedingungen:
  Am Boden gilt Gleichung (2.18). Bei konstantem Profil der Welle $\frac{\partial\zeta}{\partial t}=0$ ergibt sich an der Oberfläche:

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t} \approx -\frac{\partial\Phi}{\partial z}\bigg|_{z=\zeta} = \frac{\partial\Psi}{\partial x}\bigg|_{z=\zeta} = 0 \tag{2.22}$$

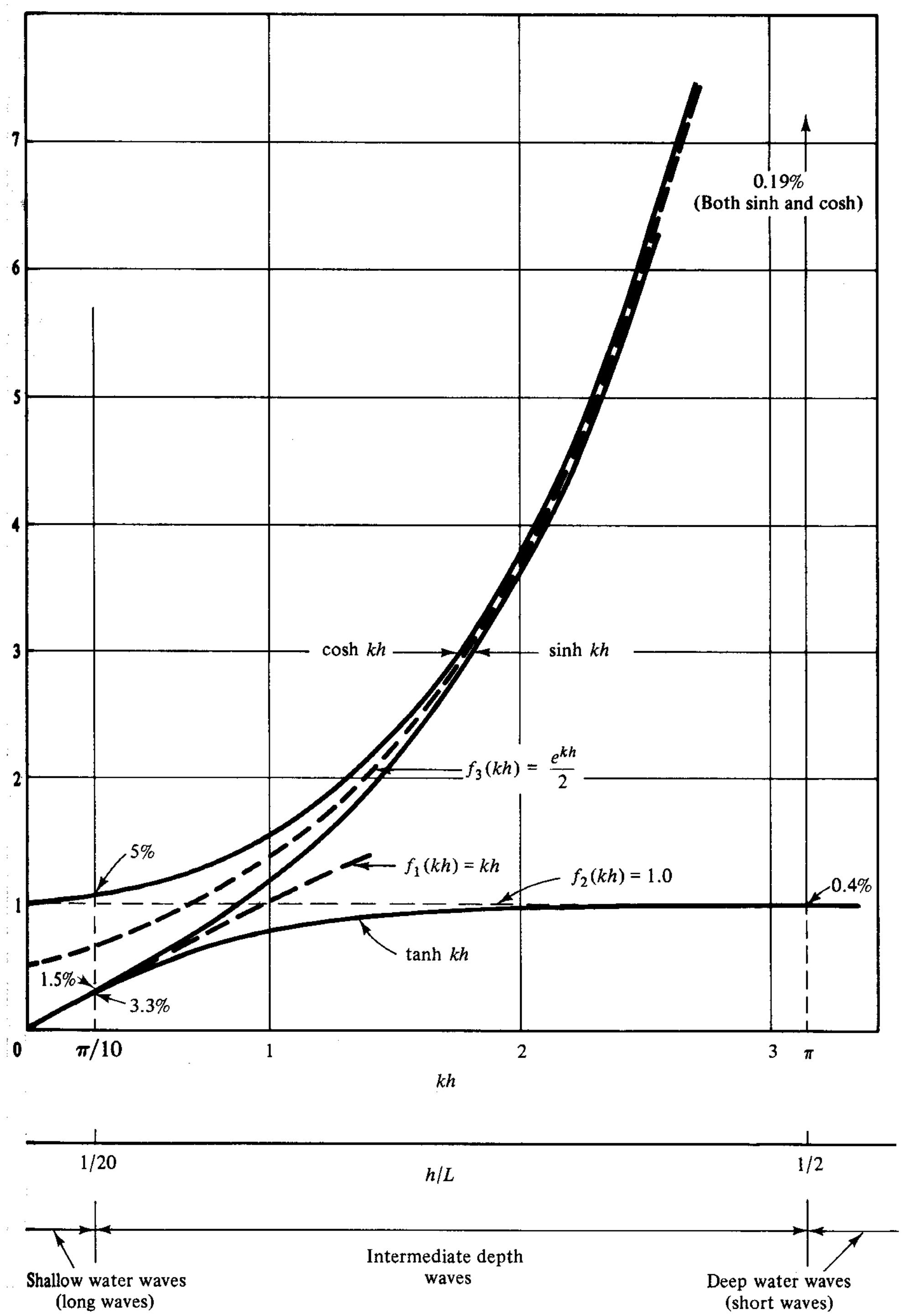


Abbildung 2.1: Asymptoten der hyperbolischen Funktionen der beiden Grenzfälle für die relative Wasserhöhe $kh \to 0$ und $kh \to \infty$. Aus Dean [1991]

Funktion	Asymptote für $hk \gg 1$	rel. Fehler bei $hk = \pi$	Asymptote für $hk \ll 1$	rel. Fehler bei $hk = \pi/10$
$\cosh(kh)$	$e^{kh}/2$	$0,19\%$	1	5%
$\sinh(kh)$	$e^{kh}/2$	$0,19\%$	kh	$1,5\%$
$\tanh(kh)$	1	$0,4\%$	kh	$3,3\%$

Tabelle 2.1: Asymptoten der Hyperbolischen Funktionen

Für den linearisierten Ansatz wählt man:

$$\begin{aligned} \Psi|_{z=\zeta} &= 0 \\ \Psi|_{z=-h} &= const. \end{aligned} \tag{2.23}$$

- linearisierte dynamische Randbedingungen:
  Unter Vernachlässigung der quadratischen Terme ergibt sich aus Gleichung (2.21):

$$g\zeta = \left.\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right|_{z=\zeta} - \left.\frac{p}{\rho}\right|_{z=\zeta} \tag{2.24}$$

Mit diesen Annahmen lassen sich aus der Laplace-Gleichung der Potentiale $\Delta\Psi = \Delta\Phi = 0$ die folgenden Ergebnisse ableiten (siehe Kinsmann [1965], Phillips [1980] oder Dean [1991]). Eine Lösung für die Lage der Wasseroberfläche lautet:

$$\zeta(x,t) = A_0 \cos(kx - \omega t) \tag{2.25}$$

Dabei wurde eine kleine Amplitude $\frac{A_0}{\lambda} = 2\pi A_0 k \ll 1$ vorausgesetzt(*small amplitude solution*). Für die Phasengeschwindigkeit $c = \frac{\omega}{k}$ ergibt sich folgende Beziehung:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = c^2 = \frac{g}{k}\tanh(kh) \tag{2.26}$$

In Abbildung 2.1 kann man das asymptotische Verhalten der hyperbolischen Funktionen für die Grenzfälle $kh \gg 1$ und $kh \ll 1$ erkennen. Tabelle 2.1.3 gibt Aufschluß über die Asymptoten und die relativen Abweichungen davon an den gewählten Grenzen für die Bereiche Tiefwasser ($kh > \pi$) und Flachwasser ($kh > \pi/10$). Damit kann man Approximationen der Dispersionsrelation für die beiden Grenzfälle Flachwasserwellen (*shallow water waves*) und Tiefwasserwellen (*deep water waves*) angeben:

$$\text{Flachwasser:} \quad c^2 \approx gh \quad \Rightarrow \quad \omega^2 \approx gk^2 h \tag{2.27}$$

$$\text{Tiefwasser:} \quad c^2 \approx \frac{g}{k} \quad \Rightarrow \quad \omega^2 \approx gk \tag{2.28}$$

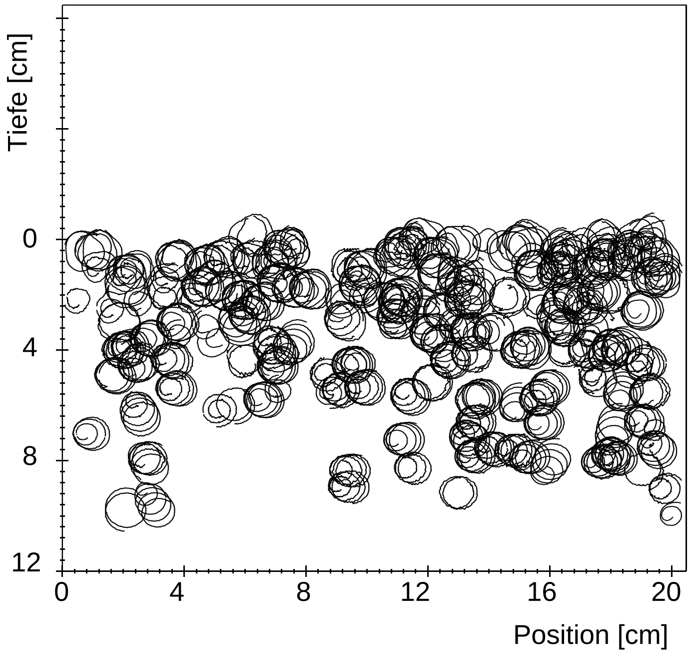


Abbildung 2.2: Spuren von Tracerpartikeln unterhalb einer wellenbewegten Wasseroberfläche. Aus Hering [1996]

Für die Bewegungsgleichungen eines Strömungsteilchens im Wasserkörper erhält man:

$$\begin{aligned} x - x_0 &= -A_0 \frac{\cosh k(z_0 + h)}{\sinh kh} \sin(kx - \omega t) \quad \text{und} \\ z - z_0 &= A_0 \frac{\sinh k(z_0 + h)}{\sinh kh} \cos(kx - \omega t) \end{aligned} \tag{2.29}$$

Das Teilchen führt periodische Bewegungen um ein Zentrum (x_0, z_0) aus. Die Amplituden werden anschaulich, wenn man beide Gleichungen quadriert und kombiniert:

$$\frac{(x - x_0)^2}{A^2} + \frac{(z - z_0)^2}{B^2} = 1 \ , \tag{2.30}$$

wobei:

$$\begin{aligned} A &= A_0 \tfrac{\cosh k(z_0+h)}{\sinh kh} = A_0 \tfrac{1}{tanhk(z_0+h)} \\ B &= A_0 \tfrac{\sinh k(z_0+h)}{\sinh kh} \end{aligned} \tag{2.31}$$

Bei den durchlaufenen Bahnen handelt es sich um geschlossene Ellipsen. Die Größen der beiden Halbachsen A und B hängen von der Höhe h der (ruhenden) Wasseroberfläche, der mittleren Tiefe z_0 des betrachteten Strömungsteilchens und der Wellenzahl k ab. Es ist ersichtlich, daß auf Grund der geschlossenen Bahnen kein Netto-Massentransport stattfindet:

$$\vec{v}_{drift} = 0 \tag{2.32}$$

Betrachten wir noch einmal das Verhalten der hyperbolischen Funktionen in Abbildung 2.1. Folgende Grenzfälle lassen sich beschreiben:

- **Flachwasser:** $kh < \pi/10$
  Für $hk \to 0$ nähern sich sowohl $\tanh(hk)$ als auch $sinh(hk)$ der Assymptote hk. Für die beiden Halbachsen A ergibt sich daraus:

$$\begin{aligned} A &= A_0 \tfrac{\cosh k(z_0+h)}{\sinh kh} = A_0 \tfrac{1}{hk} = A_0 \tfrac{\lambda}{2\pi h} \\ B &= A_0 \tfrac{\sinh k(z_0+h)}{\sinh kh} = A0 \tfrac{k(z_0+h)}{hk} = A_0 \left(1 + \tfrac{z_0}{h}\right) \; ; \quad z_0 \in [-h, 0] \end{aligned} \tag{2.33}$$

  Die horizontale Halbachse ist unabhängig von der Tiefe des untersuchten Strömungsteilchens! Die vertikale Halbachse wächst linear von $B = 0$ am Boden ($z_0 = -h$) bis $B = A_0$ für $z_0 = 0$.

- **Tiefwasser:** $hk > \pi$
  Für $hk \gg 1$ kann gezeigt werden, daß sich die Gleichungen für beide Halbachsen wie folgt vereinfachen lassen:

$$A = B = A_0 \exp(kz_0) \tag{2.34}$$

  Beide Halbachsen sind gleich groß und fallen exponentiell ab ($z_0 < 0$).

In Abbildung 2.3 sind die beiden Grenzfälle und der Übergangsbereich schematisch dargestellt. Links der Flachwasser Bereich, in der Mitte der Übergangsbereich und rechts der Tiefwasserbereich. Für den Wind-Wellen-Kanal am *Department of Chemical Engineering, University of Illinois, Urbana-Champaign* an dem in der vorliegenden Arbeit Messungen durchgeführt wurden, ergibt sich mit dieser Abschätzung (lineares Modell) ein Flachwasserbereich für Wellenlängen $\lambda > 20\,\text{cm}$ bzw. $k < 30\,\text{rad/m}$. Bei $\lambda < 2\,\text{cm}$ bzw. $k > 300\,\text{rad/m}$ beginnt der Tiefwasserbereich. Der von den Messungen abgedeckte Bereich erstreckte sich von $200\,\text{rad/m}$ bis $5000\,\text{rad/m}$. Somit wurde am langwelligen Ende des gemessenen Spektrums noch der Übergangsbereich erfaßt. Für die reinen Kapillarwellen kann man also Tiefwasserbedingungen annehmen.

In einem der durchgeführten Experimente wurde der Energieeintrag vom Wellenfeld ins Strömungsfeld untersucht. Im Falle der progressiven ebenen Welle läßt sich die Energiedichte einfach angeben. Die potentielle Energie einer Welle ergibt sich aus der Arbeit die nötig ist, die ruhende Wasseroberfläche zur Welle zu deformieren. Die potentielle Energiedichte einer progressiven ebenen Schwerewelle $\zeta(x, y, t) = A_0 \cos(kx - \omega t)$ bezogen auf die Einheitsfläche Wellenlänge λ mal Breite 1, ist proportional zum Quadrat der Amplitude (siehe Kinsmann [1965]):

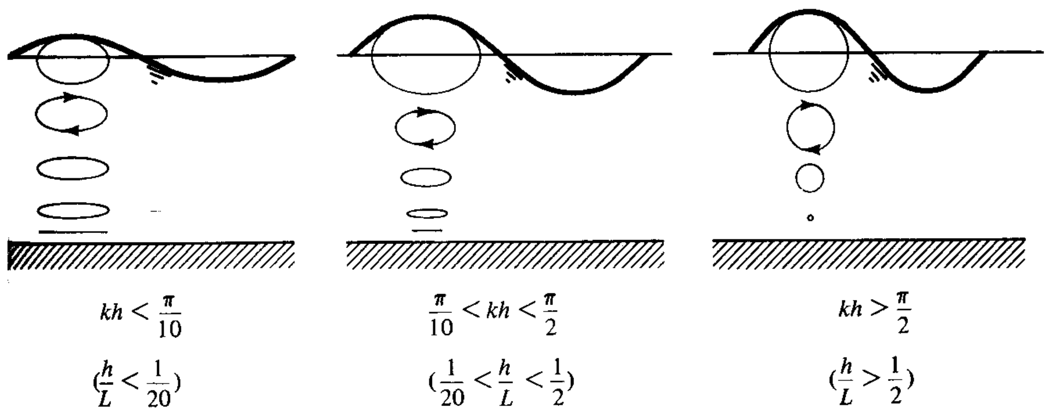


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung der Orbitale von Strömungsteilchen unter progressiven, ebenen Wellen: Links: Flachwassernäherung; Rechts: Tiefwassernäherung; Mitte: Übergangsbereich. Aus Dean [1991]

$$V_s = \frac{1}{\lambda} \int_{x=0}^{x=\lambda} \frac{1}{2} \rho g A_0^2 \cos^2(kx - \omega t)\, dx = \frac{1}{4} \rho g A_0^2 \tag{2.35}$$

Wegen der räumlichen Mittelung ist die potentielle Energiedichte unabhängig von der Phase $kx - \omega t$. Die kinetische Energiedichte läßt sich aus $\frac{1}{2}\rho\vec{v}^2$ ableiten:

$$T_s = \frac{1}{4} \rho g A_0^2 \tag{2.36}$$

und ist gleich der potentiellen Energiedichte. Als Gesamtenergiedichte ergibt sich:

$$E = V_s + T_s = \frac{1}{2} \rho g A_0^2 \tag{2.37}$$

2.1.4 Stokes Wellen

Auch in diesem Beispiel halten wir an den folgenden Bedingungen fest:

- Rotations- sowie Divergenzfreiheit
- zeitlich konstantes Profil der Welle
- Das Bezugssystem S bewegt sich mit der Phasengeschwindigkeit der Welle und somit gilt $\frac{\partial \zeta}{\partial t} = 0$
- Gravitation ist die einzige rücktreibende Kraft

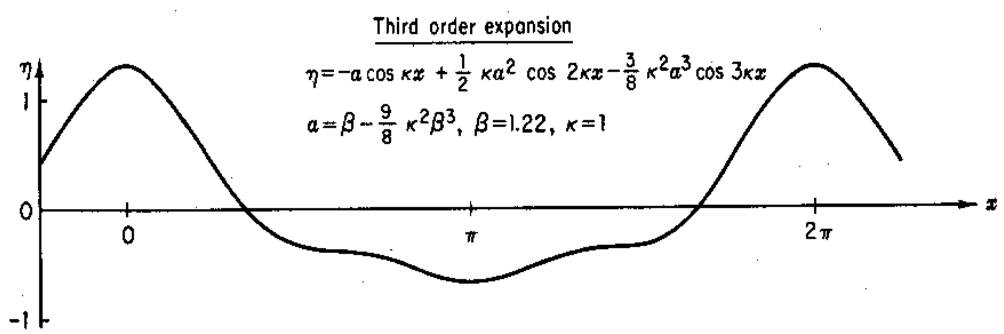


Abbildung 2.4: Stokes-Wellen (hier entwickelt bis zur dritte Ordnung) zeichnen sich durch spitze Wellenberge und breite Wellentäler aus. Aus Kinsmann [1965].

Die kinematischen Randbedingungen werden weiterhin linearisiert:

$$\begin{aligned} \Psi|_{z=\zeta} &= 0 \\ \Psi|_{z=-h} &= const. \end{aligned} \tag{2.38}$$

Für die dynamische Randbedingung wird folgende Annahme gemacht:

$$g\zeta + \frac{1}{2}\left[\frac{\partial\Phi}{\partial x}^2 + \frac{\partial\Phi}{\partial z}^2\right]\Bigg|_{z=\zeta} = 0 \tag{2.39}$$

Als Lösung für die Lage der Oberfläche ergibt sich:

$$\zeta = \beta\exp\{k\zeta\}cos(kx) \tag{2.40}$$

Man beachte, daß ζ auf der rechten Seite der Gleichung im Exponent auftaucht! Im Falle $k\zeta < 1$, also kleine Amplitude (aber nicht mehr dringend $k\zeta \ll 1$) kann man $e^{k\zeta}$ in eine konvergente Reihe entwickeln und erhält daraus bis zur dritten Ordnung:

$$\begin{aligned} \zeta &= -A_0\cos(kx) + \tfrac{1}{2}kA_0^2\cos(2kx) + \tfrac{3}{8}k^2A_0^3cos(3kx) \\ \text{mit:} \qquad A_0 &= \beta - \tfrac{9}{8}k^2\beta^3 \end{aligned} \tag{2.41}$$

Für die Dispersionsrelation ergibt sich:

$$c^2 = \frac{g}{k}(1+\pi^2\delta^2) \tag{2.42}$$

Die Phasengeschwindigkeit hängt von der Wellensteilheit (*steepness*) $\delta = H/\lambda$ ab. H ist die Wellenhöhe (*peak to peak*). Für kleine Amplituden geht die Dispersionsrelation in die aus der linearisierten Theorie bekannte Form über:

$$c^2 = \frac{g}{k} \tag{2.43}$$

Die Teilchenbahnen im Wasserkörper sind nicht mehr geschlossen. Die Driftgeschwindigkeit ist ungleich Null:

$$v_{drift} = A_0^2 \omega k \exp\{-2kh\} \tag{2.44}$$

2.1.5 Crapper Wellen

Crapper [1957] fand analytische Lösungen für den Fall, daß die Oberflächenspannung σ die einzige rücktreibende Kraft ist (Kapillarwellen). Wie zuvor soll das Strömungsfeld rotations- und divergenzfrei sein. Das Profil ist zeitlich konstant. Damit bilden wieder die Laplace-Gleichung und die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen den Ausgangspunkt:

$$\begin{aligned} &\text{Laplace Gleichung:} \quad && \Delta\Phi = \Delta\Psi = 0 \\ &\text{Cauchy-Riemann:} \quad && v_x = -\tfrac{\partial\Phi}{\partial x} = -\tfrac{\partial\Psi}{\partial z} \quad \text{und} \quad v_z = -\tfrac{\partial\Phi}{\partial z} = \tfrac{\partial\Psi}{\partial x} \end{aligned} \tag{2.45}$$

Die kinetischen Randbedingungen sind denen der Stokes Wellen gleich:

$$\begin{aligned} &\Psi|_{z=\zeta} = 0 \Rightarrow \\ &\Psi|_{z=-h} = const. \end{aligned} \tag{2.46}$$

Die dynamische Randbedingung wird wieder über die Bernoulli-Gleichung definiert. Allerdings wird hier die Gravitation vollständig vernachlässigt:

$$\frac{\Delta p}{\rho} + \frac{1}{2}(v_x^2 + v_z^2) = \frac{1}{2}c^2 \tag{2.47}$$

Mit Δp ist hier die Abweichung vom hydrostatischen Druck bezeichnet. Diese Druckdifferenz ist nun ausschließlich Folge der Oberflächenspannung. Als Lösung für die Oberfläche gibt Crapper eine dimensionslose komplexwertige Funktion an, die abhängig ist von der oben definierten Steilheit $\delta = kH/2\pi$ und eines Phasenparameters α:

$$k(x + i\zeta) = \alpha - i4 \left\{ \left\{ 1 + \frac{2}{\pi\delta} \left[\left(1 + \frac{\pi^2\delta^2}{4} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] e^{i\alpha} \right\}^{-1} - 1 \right\} \tag{2.48}$$

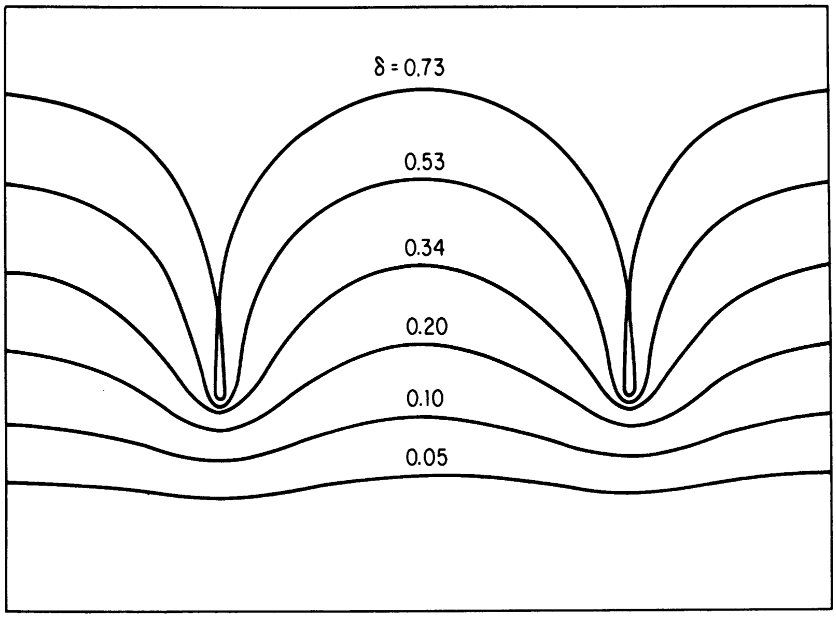


Abbildung 2.5: Profile von Crapper-Wellen bei unterschiedlicher Steilheit der Welle. Aus Kinsmann [1965].

Diese Gleichung kann man in Real- und Imaginärteil separieren:

$$\begin{aligned} kx &= \alpha - \tfrac{4A\sin\alpha}{1+A^2+2A\cos\alpha} \\ k\zeta &= 4\left(1 - \tfrac{1+A\cos\alpha}{1+A^2+2A\cos\alpha}\right) \end{aligned} \tag{2.49}$$

Wobei:

$$A = \frac{2}{\pi\delta}\left\{\left(1+\frac{\pi^2\delta^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}} - 1\right\} \tag{2.50}$$

Die Lösung für ζ ist periodisch. Die Periode ist gegeben durch die Phase α. Als Wellehöhe H wird hier der Höhenunterschied in ζ bezeichnet bei $\alpha = 0$ und $\alpha = \pi$. Den Zusammenhang zwischen α und dem Ort x ist dem Realteil von Gleichung (2.48) zu entnehmen. Abbildung 2.5 zeigt die Oberfläche von Crapper Wellen bei unterschiedlicher Steilheit δ. Gezeigt ist die doppelte Wellenlänge $\Delta\alpha = 4\pi$. Bei $\delta_{max} = 0.73$ findet ein Einschluß von Luft statt! Bei noch höheren Werten für δ gibt es mehrfache Überschneidung.

Auch bei Crapper Wellen ist die Dispersionsrelation eine Funktion der Wellensteilheit:

$$c^2 = \frac{k\sigma}{\rho}\left(1 + \frac{\pi^2\delta^2}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} \tag{2.51}$$

Im Grenzfall kleiner Amplituden ergibt sich:

$$c^2 = \frac{k\sigma}{\rho} \tag{2.52}$$

Bei den Kapillarwellen wurde die Gravitationskraft vernachlässigt. Die potentielle Energie steckt in der relativen Oberflächenvergrößerung, bezogen auf die ruhende Oberfläche. Hierbei wird Arbeit entgegen der Oberflächenspannung verrichtet.Setzt man eine ebene Welle als Wellenform an so ergibt sich für nach Kinsmann [1965] die potentielle Energiedichte:

$$V_k \approx \frac{1}{\lambda}\int_{x=0}^{x=\lambda} \frac{1}{2}\left(\frac{d\zeta}{dx}\right)^2 dx = \frac{1}{4}(kA_0)^2 = \frac{1}{4}\delta^2 \tag{2.53}$$

Die potentielle Energiedichte V_k ist im Kapillarwellenberreich proportional dem Quadrat der Steilheit $\delta = kA_0$ der Wellen. Die Steilheit oder *steepness* von Wellen wird in der Literatur leider unterschiedlich definiert. In dieser Form stimmt die *steepness* bei einer ebenen Welle mit der maximal auftretenden Neigung $s_{max} = Max(\frac{d\zeta}{dx})$ überein:

$$\frac{d\zeta}{dx} = \frac{d}{dx}A_0\cos(kx - \omega t) = -kA_0\sin(kx - \omega t) \tag{2.54}$$

$$\Rightarrow s_{max} = kA_0 \tag{2.55}$$

Eingehendere Untersuchungen von Jähne [1985] zeigen, daß die Energie von Kapillarwellen gegeben ist durch:

$$V_k = \frac{\sigma}{\rho}||\vec{s}(\vec{x}||^2 \tag{2.56}$$

Mit den Gleichungen (2.52) und (2.28) (bzw. Gleichung (2.43)) kann man eine Abschätzung der Dispersionsrelation (für Tiefwasserwellen) über den gesamten Wellenlängenbereich angeben:

$$c^2 = \frac{g}{k} + \frac{k\sigma}{\rho} \tag{2.57}$$

Diese Funktion nimmt bei $\frac{d^2c^2}{dk^2}|_{k_{min}} = 0$ ein Minimum c^2_{min} ein:

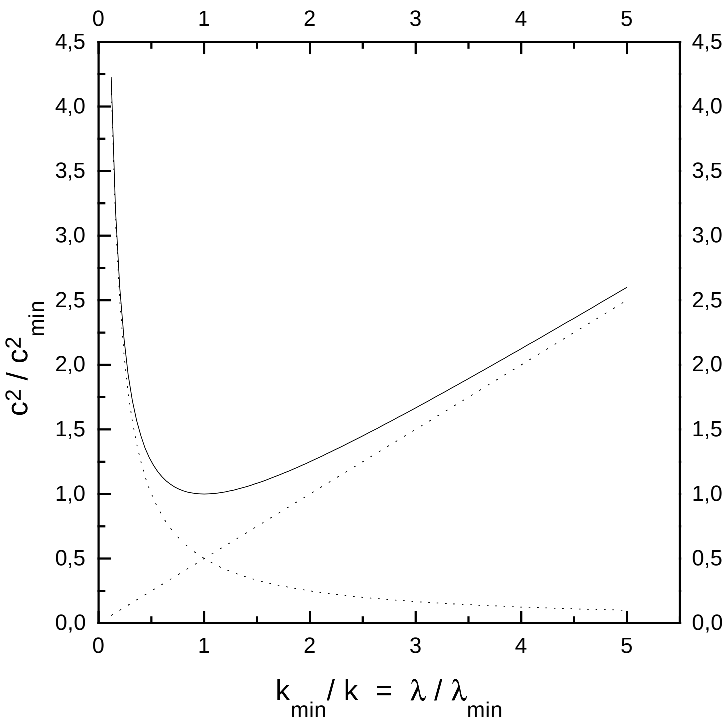


Abbildung 2.6: Auf c_{min} normierte Dispersionrelation für Wasserwellen im Tiefwasser als Funktion der auf λ_{min} normierten Wellenlänge.

$$\frac{d^2c^2}{dk^2} = -g\frac{1}{k^2} + \frac{\sigma}{\rho} \tag{2.58}$$

$$\Rightarrow k_min = \sqrt{\frac{g\rho}{\sigma}} \quad \text{bzw.} \quad \lambda_{min} = \frac{2\pi}{k_{min}} \tag{2.59}$$

Damit ergibt sich für die minimale Phasengeschwindigkeit c^2:

$$c_{min}^2 = 2\sqrt{\frac{\sigma g}{\rho}} \tag{2.60}$$

Setzt man $\sigma = 0,073\frac{N}{m}$, $g = 9,81\frac{m}{s^2}$ und $\rho = 10^3\frac{kg}{m^3}$, so ergeben sich:

$$k_{min} = 366\frac{rad}{m} \tag{2.61}$$

$$\text{bzw.:} \quad \lambda_{min} = 1,7\,cm \tag{2.62}$$

$$\text{und:} \quad c_{min} = 23,1\frac{cm}{s} \tag{2.63}$$

Normiert man c^2 auf die minimale Phasengeschwindigkeit c^2_{min}, ergibt sich eine einfache Darstellung als Funktion der auf k_{min} normierten Wellenzahl:

$$\begin{aligned} \frac{c^2}{c_{min}} &= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\rho g}{k^2\sigma}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k^2\rho}{\rho g}} \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{k_{min}}{k} + \frac{k}{k_{min}}\right) \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{\lambda_{min}} + \frac{\lambda_{min}}{\lambda}\right) \end{aligned} \tag{2.64}$$

2.2 Transport und Grenzschicht

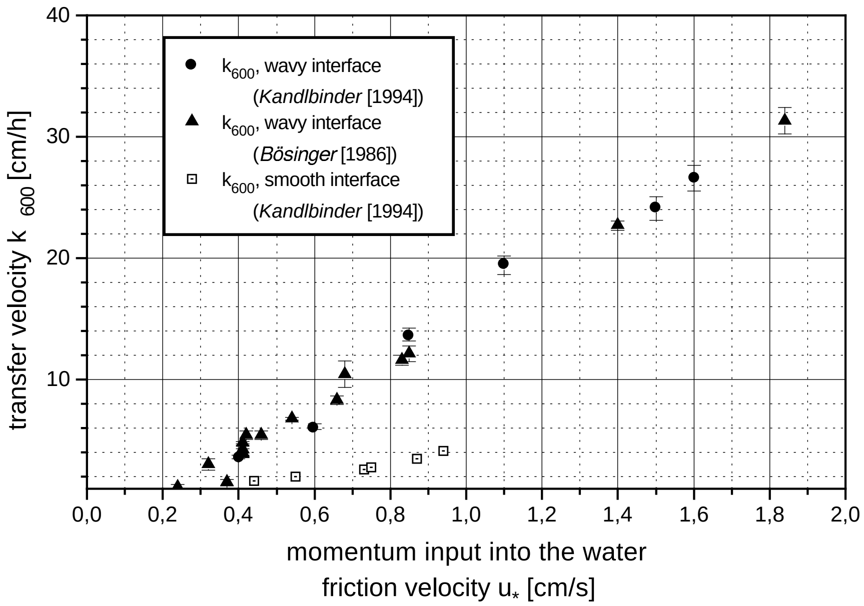


Abbildung 2.7: Transfergeschwindigkeiten für den Gasaustausch zwischen Luft und Wasser, gemessen am Heidelberger Wind-Wellen-Kanal. Die offenen Symbole repräsentieren eine flache Oberfläche. Die gefüllten Symbole entsprechen der wellenbewegten Oberfläche.

Die in Kapitel 6 und 7 beschriebenen simultanen Messungen der Wellen und der sich darunter ausbildenden Strömung (Hering [1996]) bzw. der Gaskonzentrationsprofile in der Grenzschicht (Münsterer [1996]) gingen der Frage nach, welchen Einfluß kleinskalige Wellen auf die Turbulenz nahe der Wasseroberfläche hat. Bei der Beschreibung des Stofftransports innerhalb einer Flüssigkeit muß man zwei unterschiedliche Mechanismen berücksichtigen: rein molekulare Diffusion und turbulenten Transport. Im allgemeinen ist der turbulente Transport der effektivere. Daher ist der Stofftransport innerhalb der Flüssigkeit im wesentlichen durch Turbulenz bestimmt. Nahe der Phasengrenze zur Luft allerdings muß die Turbulenz verschwinden und Transport ist (fast) nur durch

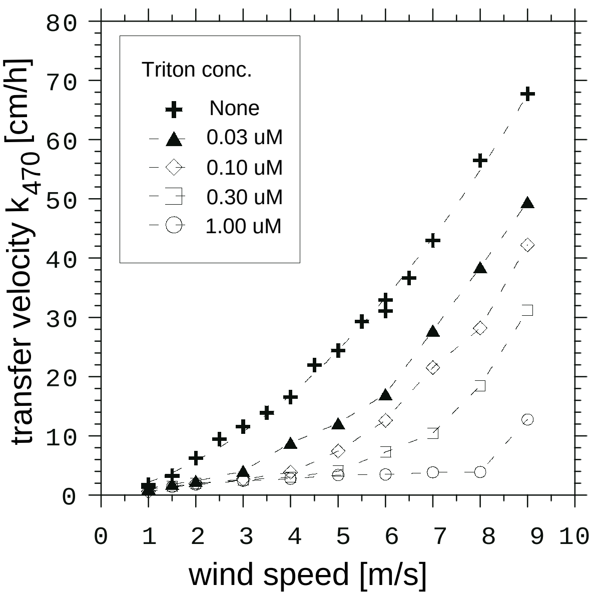


Abbildung 2.8: Transfergeschwindigkeit k als Funktion der Schubspannungsgeschwindigkeit bei verschiedenen Konzentrationen einer oberflächenaktiven Substanz. Aus Frew et al. [1995]

molekulare Diffusion möglich. Beim Transport von Spurengasen aus der Atmosphäre in den Ozean bildet diese diffusive Grenzschicht den Hauptwiderstand.

Untersuchungen zeigen, daß das Vorhandensein von Wellen eine starke Erhöhung der Transfergeschwindigkeit bewirkt. Abbildung 2.7 zeigt einige Meßergebnisse erzielt von Bösinger [1986] und Kandelbinder [1994] am Heidelberger Wind-Wellen-Kanal. Gezeigt ist die Transfergeschwindigkeit (normiert auf Schmidtzahl $Sc = 600$) als Funktion der Schubspannungsgeschwindigkeit u_*. Die Schubspannungsgeschwindigkeit ist ein Maß für den Impulsübertrag vom Wind ins Wasser. Die gefüllten Symbole zeigen die Ergebnisse bei Vorhandensein von Wellen. Die offenen Symbole repräsentieren eine flache Wasseroberfläche. Im zweiten Fall ist die Bildung von Wellen durch einen monomolekularen Film einer oberflächenaktiven Substanz behindert. Frew et al. [1995] zeigt diesen Sachverhalt bei verschiedenen Konzentrationen von *Triton* (siehe Abbildung 2.8). Demnach tragen Wellen wesentlich zur Erhöhung der Gasaustauschrate bei. Diese Erhöhung ist deutlich stärker als die Oberflächenvergrößerung. Die Untersuchung der Wechselwirkung mit der oberflächennahen Strömung ist Teil dieser Arbeit.

2.2.1 Molekulare Diffusion

Molekulare Diffusion versucht einem vorhandenen Konzentrationsgradienten entgegenzuwirken. Sie wird beschrieben durch die beiden Fickschen Gesetze:

- **1. Ficksches Gesetz:**

$$\vec{j} = -D\vec{\nabla}c \tag{2.65}$$

Die Flußdichte $\vec{j}$ der Stoffströmung, bezogen auf die Einheitsfläche, ist proportional zum Konzentrationsgradienten $\vec{\nabla}c$. Der Proportionalitätsfaktor D wird als *Diffusionskonstante* bezeichnet und hat die Dimension $[D] = \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$. Betrachtet man die totale zeitliche Änderung der Konzentration c unter Verwendung der Massenerhaltung, so erhält man:

- **2. Ficksches Gesetz:**

$$\frac{dc}{dt} = \frac{\partial c}{\partial t} + \vec{v}\,\vec{\nabla}c = -\vec{\nabla}\vec{j} = D\Delta c \tag{2.66}$$

Nun kann man eine Geschwindigkeit k definieren als Quotient des Flusses $j = |\vec{j}|$ und des Konzentrationsunterschieds zwischen der Oberfläche und einer Referenztiefe im Wasser $\delta c = c_{surface} - c_{bulk}$:

$$k := \frac{j}{\delta c} \tag{2.67}$$

Diese Geschwindigkeit beschreibt den Transport unabhängig vom momentanen Gradienten. k wird als Transfergeschwindigkeit bezeichnet.

2.2.2 Turbulenter Transport

Die turbulente Strömung wird durch die Navier-Stokes-Gleichung beschrieben:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + (\vec{v}\,\vec{\nabla})\vec{v} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p + \nu\Delta\vec{v} + \vec{f_a} \tag{2.68}$$

Bis auf den Term mit dem Druckgradienten $\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p$ und der externen Kraft $\vec{f_a}$ ist diese Gleichung identisch mit (2.66) wenn man c durch $\rho\vec{v}$ ersetzt. Allerdings ist die Navier-Stokes-Gleichung nichtlinear. Zur Lösung dieser Gleichung teilt man die Strömungsgeschwindigkeit $\vec{v}$ in einen mittleren Anteil $\langle\vec{v}\rangle$ und in einen fluktuierenden Anteil $\vec{v}'$ auf:

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \langle\vec{v}\rangle + \vec{v}' \\ \text{bzw.} \qquad (v_x, v_z) &= (\bar{v}_x, \bar{v}_y) + (v'_x, v'_y) \end{aligned} \tag{2.69}$$

Die gemittelte Geschwindigkeit sind zeitlich konstant. Das bedeutet, daß die Mittelung über eine genügend große Zeitspanne erfolgt, im Vergleich zur typischen Zeitkonstante des Systems. Daraus

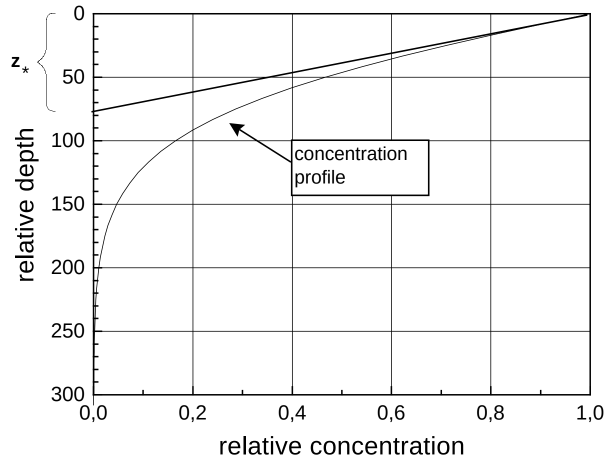


Abbildung 2.9: Definition der Grenzschichtdicke z_* als Differenz der Lage der Wasseroberfläche und dem Schnittpunkt der Tangente an das Konzentrationsprofil mit der Achse der konstanten Konzentration tief im Wasserkörper. Aus Münsterer [1996].

folgt wiederum für das zeitliche Mittel des fluktuierenden Terms $\langle \vec{v}' \rangle = 0$. Die gleiche Separation kann für die Konzentration durchgeführt werden:

$$c = \bar{c} + c' \tag{2.70}$$

Ersetzt man in der 2. Fickschen Gleichung $\vec{v}$ und c entsprechend obiger Definitionen, ergibt sich die Form für die gemittelten Größen:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \langle \vec{v} \rangle \vec{\nabla} \bar{c} = -\vec{\nabla} \langle \vec{j} \rangle = -\vec{\nabla} \left(\langle c' \vec{v}' \rangle - D \vec{\nabla} \bar{c} \right), \tag{2.71}$$

Unter der Annahme, durch die Wasseroberfläche findet kein turbulenter Transport statt, erhält man aus dem 1. Fickschen für die Mittelung:

$$j = -D \left. \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \right|_{z=\zeta} \tag{2.72}$$

Die Flußdichte j läßt sich aus der Steigung des gemittelten Konzentrationsprofils an der Oberfläche ermitteln. Unter Zuhilfenahme von Gleichung (2.67) kann man die Grenzschichtdicke z_* definieren (siehe auch Abbildung 2.9):

$$z_* = \frac{\bar{c}}{- \left. \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \right|_{z=\zeta}} = \frac{D \bar{c}}{j} = \frac{D}{k} \tag{2.73}$$

Setzt man den Separationsansatz aus Gleichung (2.69) in die Navier-Stokes-Gleichung erhält man die Reynolds-Gleichung:

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \bar{v}_j \frac{\bar{v}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\nu \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \overline{v_i' v_j'}\right). \tag{2.74}$$

Über gleiche Indizes ist hier nach der Einsteinschen Summenkonvention zu summieren. Geht man von einem Prozeß aus, der in horizontaler Richtung im Mittel homogen ist, und zwar in der Art daß:

$$\bar{v}_x \neq 0, \bar{v}_y, \bar{v}_z = 0 \quad und \quad v_x', v_y', v_z' \neq 0. \tag{2.75}$$

so folgt daraus:

$$\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\nu \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial z} - \langle v_x' v_z' \rangle\right) \tag{2.76}$$

Im Falle einer stationären Strömung gilt $\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial t} = 0$ und die Klammer auf der rechten Seite von Gleichung (2.76) muß konstant sein. Multiplikation mit der Dichte ρ liefert eine konstante Impulsflußdichte in z-Richtung:

$$j = \tau = \rho\left(\nu \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial z} - \langle v_x' v_z' \rangle\right) = (\tau_l + \tau_t) \tag{2.77}$$

Die gesamte Schubspannung setzt sich aus einem laminaren Teil τ_l und einem turbulenten Anteil $\tau_t = -\rho\langle v_x' v_z' \rangle$, dem *Reynolds stress* zusammen. Normiert man die Impulsstromdichte j bzw. τ noch auf ρ so ergibt sich die Möglichkeit einer Beschreibung für den Impulstransport in den Einheiten einer Geschwindigkeit:

$$u_*^2 = \frac{\tau}{\rho} \tag{2.78}$$

Für eine turbulente Strömung ergibt sich:

$$u_*^2 = \langle v_x' v_z' \rangle \tag{2.79}$$

Die prinzipielle Ähnlichkeit der Gleichungen für Stoff- und Impulstransport wurde bereits anhand der Gleichungen (2.66) und (2.68) gezeigt. Der Impulstransport ist aber in der Größenordnung 10^3 schneller. Mit Hilfe der *Schmidtzahl* $Sc = \frac{\nu}{D}$ lassen sich die Werte einfacher vergleichen.

2.2.3 Grenzschichtmodelle

Die beiden grundlegenden Mechanismen molekulare Diffusion (in der Grenzschicht) und turbulenter Transport (im Wasserkörper) wurden oben dargelegt. Bleibt die Frage, wie diese beiden Gebiete ineinander übergehen. Es existieren verschiedene Modelle zur Beschreibung dieses Problems. Eine Zusammenstellung der zur Zeit existierenden Modelle findet sich bei Münsterer [1996]. Hier soll nur stichwortartig ein Überblick gegeben werden.

- ***film model***
  Das einfachste Modell unterteilt die flüssige Phase in zwei disjunkte Gebiete. Innerhalb eines Films der (Grenzschicht-)Dicke z_* unterhalb der Oberfläche findet ausschließlich laminare Strömung und rein molekulare Diffusion statt. Darunter herrscht turbulenter Transport. Da die molekulare Diffusion den Hauptwiderstand des Systems bildet, ergibt sich eine lineare Abhängigkeit der Transfergeschwindigkeit k von der Diffusionskonstanten D:

$$k = \frac{D}{z_*} \tag{2.80}$$

  Das Konzentrationsprofil innerhalb der laminaren Schicht ist eine lineare Funktion der Tiefe. Diese Ergebnisse des Modells decken sich nicht mit den experimentellen Befunden.

- ***small eddy model***
  Bei diesem Modell wird eine tiefenabhängige turbulente Diffusionskonstante $K(z)$ eingeführt. Man geht von der Vorstellung aus, daß vom turbulenten Wasserkörper immer kleiner werdende Wirbel in die Grenzschicht ragen und erst an der Oberfläche bvöllig verschwinden. Für die Oberfläche selbst werden zwei verschiedene Randbedingungen untersucht: die flache Wasseroberfläche (*rigid wall*) und die freie Oberfläche. Die sich nach umfangreichen Rechnungen ergebenden Grenzschichtprofile sind in Abbildung 2.10 dargestellt. Für die Transfergeschwindigkeit k ergibt sich folgende Abhängigkeit:

$$k = \propto Sc^{\left(1+\frac{1}{m}\right)} u_* = Sc^n \, u_* \tag{2.81}$$

  Für den Parameter m bzw. den Schmidtzahlexponenten n gilt je nach Randbedingung für die Oberfläche:

$$\begin{array}{rccc} \text{Feste Wand:} & m = 3 & bzw. & n = \frac{2}{3} \\ \text{Freie Oberfläche:} & m = 2 & bzw. & n = \frac{1}{2} \end{array}$$

- ***surface renewal model***
  Wieder wird die oberflächennahe Grenzschicht als laminar angesehen. Darunter befindet sich der turbulente Wasserkörper. In statistischen Zeitabständen ereignen sich einzelne Ereignisse, wobei größere Wirbel Wasser aus dem *bulk* (mit der Stoffkonzentration c_{bulk}) in die Grenzschicht hineintragen. Gleichzeitig wird oberflächennahes Wasser nach unten gespült. Csanady [1990] erhält aus diesem Modell für die Transfergeschwindigkeiten die gleichen Abhängigkeiten wie sie das *small eddy* Modell vorhersagt:

$$\begin{array}{rl} \text{Feste Wand:} & k \;\; \propto Sc^{\frac{2}{3}} u_* \\ \text{Freie Oberfläche:} & k \;\; \propto Sc^{\frac{1}{2}} u_* \end{array}$$

Anhand von Messungen von k als Fuktion von u_* läßt sich folglich keine Aussage darüber machen, welches der beiden Modelle die Realität besser beschreibt. Die von beiden Modellen vorhergesagten Konzentrationsprofile hingegen unterscheiden sich (siehe Abbildung reffig:theoprofile).

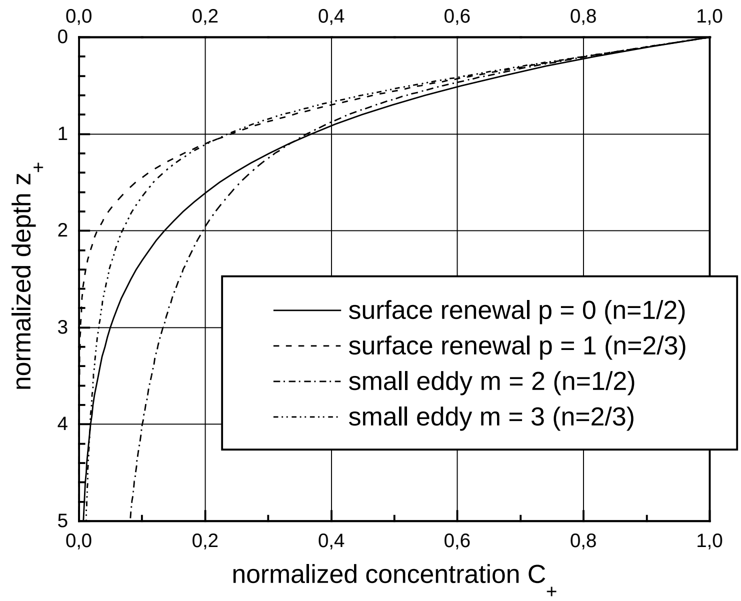


Abbildung 2.10: Vergleich der theoretischen Grenzschichtprofile aus dem *small eddy* und dem *surface renewal* Modell. Für beide Modelle ist sowohl das Ergebnis bei Schmidtzahlexponent $n = 1/2$, sowie für $n = 2/3$ dargestellt. Aus Münsterer [1996].

Münsterer [1996] fand für die von ihm gemessenen Profile eine bessere Übereinstimmung mit dem *surface renewal model* (siehe Abbildung 2.11). Das *surface renewal model* zeichnet sich dadurch aus, daß Einzelereignisse in der Grenzschicht sichtbar sein sollten. Gegenstand der gemeinsamen Messungen des Autors mit Münsterer am Wind-Wellen-Kanal an der *University of Illinois* war die Untersuchung des Einflusses der Kapillarwellen auf solche *surface renewal* Ereignisse bzw. auf die Grenzschichtdicke (Kapitel 7).

2.2.4 Wellen und Turbulenz: Parasitäre Kapillarwellen

Einerseits zeigen Ergebnisse wie sie auch in den Abbildungen 2.7 und 2.8 dargestellt sind, daß das Vorhandensein von Wellen den Gasaustausch erheblich beschleunigt. Back and McCready [1988] führen diese Beschleunigung ausschließlich auf kleinskalige (Kapillar-)Wellen zurück. Andererseits zeigen die Überlegungen des vorangegangenen Abschnitts, daß eine erhebliche Erhöhung der Transfergeschwindigkeit mit einer Zunahme der Turbulenz nahe der Grenzschicht an der Oberfläche verknüpft sein muß. Zu einem ähnlichen Schluß kommt man über die Betrachtung von Energieerhaltungsfragen. Geht man bei winderzeugten Wellen von einem stationären Wellenfeld aus, so muß wegen des andauernden Energieeintrags des Windes ins Wasser Energie dissipieren (siehe z. B. Phillips [1980]). Die reine viskose Dämpfung ist ein relativ ineffektiver Prozeß. Die turbulente Diffusion wurde erstmals von Rosenthal [1989] vorgeschlagen. Als eine Erklärung des Prozesses

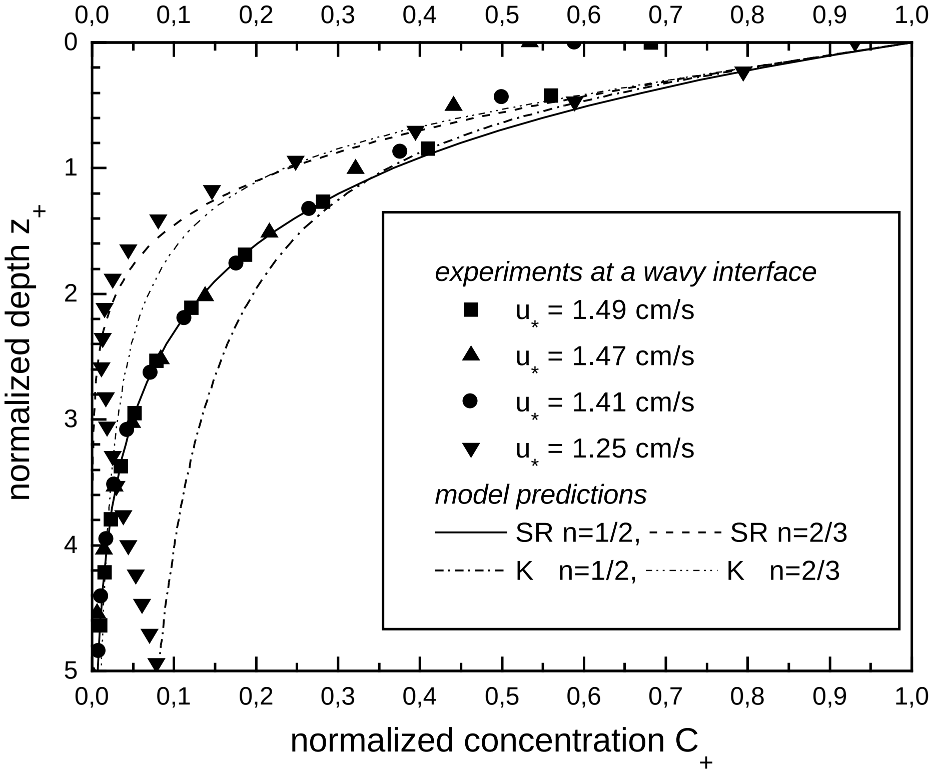


Abbildung 2.11: Von Münsterer am Wind-Wellen-Kanal der *University of Illinois* gemessene Grenzschichtprofile bei verschiedenen Schubspannungsgeschwindigkeiten. Aus Münsterer [1996].

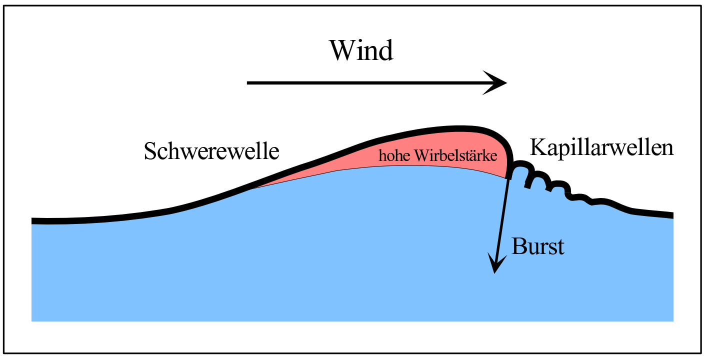


Abbildung 2.12: Schematische Darstellung einer Schwerewelle mit parasitären Kapillarwellen an der windabgewandten Seite. Nach Ebuchi et al. [1993]

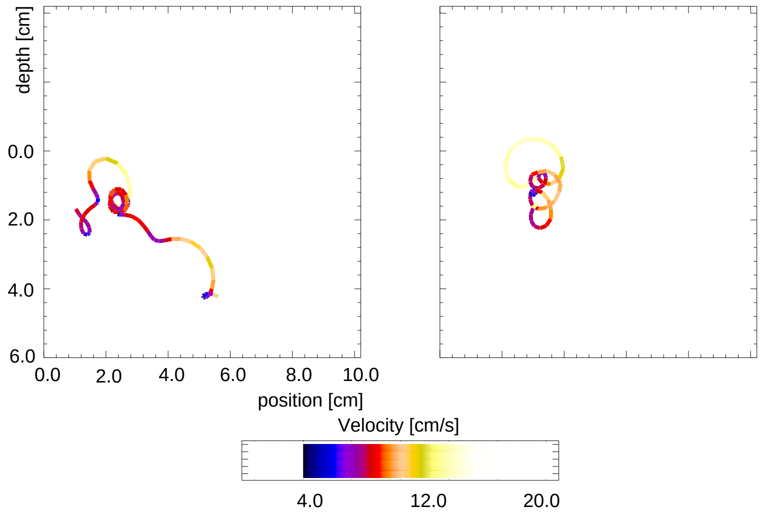


Abbildung 2.13: Einzelne Burstereignisse zeichnen sich aus durch spontane Abweichungen der Trajektorie von den Orbitalbewegungen, wie sie in Abbildung 2.2 zu sehen sind. Aus Hering [1996]

wird das *micro scale wave breaking* diskutiert. Kapillarwellen hoher Steilheit werden instabil, es erfolgt ein Wellenbrechen ohne Überschlag und Eintrag von Luftblasen.

Strömungsmessungen von Okuda [1982] mit Hilfe von Wasserstoffbläschen zeigten eine erhöhte Turbulenz unter dem Kamm relativ kurze Schwerewellen. Er konnte auch erstmals mit dem Auge das plötzliche Abtauchen einzelner Strömungspartikel, sogenannte *bursts* beobachten. Longuet-Higgins [1992] erklärt die erhöhte Turbulenz bei vorhandenen *parasitären* Kapillarwellen. Diese Form der Kapillarwellen tritt häufig an der windabgewandten Seite von Schwerewellen auf. Sie bewegen sich mit der gleichen Phasengeschwindigkeit wie die Schwerewelle. Abbildung 2.12 zeigt schematisch parasitäre Kapillarwellen, das Gebiet erhöhter Turbulenz und den Bereich extremer Neigungen mit einem *Burst*ereignis. Abbildung 2.13 zeigt Beispiele einzelner Burstereignisse anhand von Trajektorien, wie sie von Hering [1996] aus seinen Strömungsbildern bei den kombinierten Messungen mit dem Autor gefunden wurden.

2.3 Spektrale Beschreibung der Wellen

Bisher haben wir mit dem Begriff Welle bezeichnet, was wir als einzelne Lösungen der Potentialgleichungen ableiten konnten. Bei winderzeugten Wellen erscheint die Wasseroberfläche wesentlich irregulärer. Das Wellenfeld setzt sich zusammen aus einer Vielzahl einzelner Wellen unterschiedlicher Wellenlängen, Amplituden und Phasengeschwindigkeiten. Eine statistische Beschreibung des Wellenfeldes bietet sich an. Nach Phillips [1980] kann man als Wellenspektrum (oder auch *power spectrum*) folgende Fuktion $X(\vec{k}, \omega)$ definieren:

$$X(\vec{k},\omega) = (2\pi)^{-3} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \rho(\vec{x},\vec{r},t_0,t) \exp\left\{-i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)\right\} d\vec{r}\, dt \tag{2.82}$$

Hierbei ist $\rho(\vec{x},\vec{r},t_0,t) = \overline{\zeta(\vec{x},t_0)\zeta(\vec{x}+\vec{r},t_0+t)}$ die Kovarianzfunktion der Oberflächenauslenkung $\zeta(\vec{x},t)$, $\vec{r}$ die räumliche und t die zeitliche Separation, $\vec{k}$ der Wellenzahlvektor und ω die Frequenz. Mit $\vec{x}$ bzw. $\vec{r}$ sind hier zweidimesionale kartesische Vektoren gemeint. Die dritte räumliche Koordinate steckt in der Auslenkung $\zeta(\vec{r},t)$. Die Funktion $X(\vec{k},\omega)$ hängt eigentlich noch von der Wahl des Bezugspunktes $\vec{x}$ und t_0 ab. Im allgemeinen wird die Variation von X mit $\vec{r}$ und t viel stärker sein als bei Änderung von $\vec{x}$ und t_0. Für ein homogenes Wellenfeld ist die Kovarianzfunktion und damit auch das Wellenspektrum unabhängig vom Ort $\vec{x}$. Ist das Wellenfeld zusätzlich noch stationär, sind ρ und Z auch unabhängig vom Zeitpunkt t_0. Integriert man $X(\vec{k},\omega)$ über alle Wellenzahlen und alle Frequenzen, erhält man das mittlere Quadrat der Wellenhöhe:

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} \int\limits_{-\infty}^{\infty} X(\vec{k},\omega)\, d\vec{k}\, d\omega = \overline{\zeta^2} \tag{2.83}$$

Multipliziert man $\overline{\zeta^2}$ mit $\frac{1}{2}\rho g$ erhählt man die mittlere potentielle Energie (bei einem harmonischen Prozeß gleich der mittleren kinetischen Energie). Somit hat $X(\vec{k},\omega)$ die Bedeutung des gemittelten Energiebeitrags einer Schwerewelle mit Wellenvektor $\vec{k}$ und Frequenz ω. Streng genommen repräsentiert das Powerspektrum nur dann die Energie als Funktion von $\vec{k}$ und ω, falls das Wellenfeld als Superposition unabhängiger Wellenkomponenten mit kleiner Amplitude dargestellt werden kann.

Ausgehend von der Definition in Gleichung (2.82) können verschiedene reduzierte Spektren definiert werden:

- **Wellenzahlspektrum**
  Bei der Berechnung der Powerspektren aus einzelnen Bildern hat man keinerlei Information über die Frequenz ω der Wellen. Man kann nur Aussagen über das Wellenzahlspektrum $\Psi(\vec{(k)})$ machen:

$$\Psi(\vec{k}) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} X(\vec{k},\omega)\, d\omega \qquad \text{bzw.} \tag{2.84}$$

- **Eindimensionale Wellenzahlspektren**
  Nun kann über je eine der $\vec{k}$-Richtungen integriert werden und man erhält eindimensionale Spektren:

$$\begin{aligned} \Psi(k_x) &= \int\limits_{-\infty}^{\infty} \Psi(k_x,k_y)\, dk_y \\ \Psi(k_y) &= \int\limits_{-\infty}^{\infty} \Psi(k_x,k_y)\, dk_X \end{aligned} \tag{2.85}$$

- **Unidirektionales Spektrum** Schreibt man $\Phi(\vec{k},\omega)$ als $\Phi(k,\theta)$, wobei $k = |\vec{k}|$ und $\tan\theta = \frac{k_2}{k_1}$, kann auch über alle Ausbreitungsrichtungen θ integriert werden:

$$\Psi(k) = \int_{-\pi}^{\pi} \Psi(k,\theta)\, d\theta \tag{2.86}$$

- **Frequenzspektrum**
  In gleicher Weise wie $\Psi(\vec{k})$ in Gleichung (2.84) läßt sich aus $X(\vec{k},\omega)$ auch ein Frequenzspektrum ableiten:

$$\hat{\Phi}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\vec{k},\omega)\, d\vec{k} \tag{2.87}$$

  Im stationären Fall ist $\hat{\Phi}(\omega)$ reell und symetrisch in ω und folgende Definition ist üblich:

$$\Phi(\omega) = \begin{cases} 2\hat{\Phi}(\omega) & : \ n \ \geq 0 \\ 0 & : \ n \ < 0 \end{cases} \tag{2.88}$$

Unter der Annahme, es stünden hinreichend viele Momentaufnahmen der Wasserhöhe $\zeta_i(\vec{x}) = \zeta(\vec{x}, t = t_i)$ zur Verfügung, könnte das Wellenzahlspektrum $\Psi(\vec{k})$ aus dem Mittelwert der Powerspektren $F_i(\vec{k})$ der einzelnen Höhenbilder ermittelt werden:

$$\Psi(\vec{k}) \approx F(\vec{k}) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} F_i(\vec{k}) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \left|\hat{\zeta}_i(\vec{k})\right|^2 \tag{2.89}$$

Hierbei ist $\hat{\zeta}_i(\vec{k}) = (2\pi)^{-2} \int \zeta_i(\vec{x}) \exp\{-i\vec{k}\vec{x}\}\, dx$ das Fourierspektrum des Höhenbildes. Aus den in der vorliegenden Arbeit gewonnenen Neigungsbildern $s_x(\vec{x}) = \frac{\partial}{\partial x}\zeta(\vec{x})$ und $s_y(\vec{x}) = \frac{\partial}{\partial y}\zeta(\vec{x})$ kann ebenfalls das Wellenzahlspektrum bestimmt werden. Für die beiden Fouriertransformierten gilt $\hat{s}_x(\vec{k}) = k_x\hat{\zeta}(\vec{k})$ und $\hat{s}_y(\vec{k}) = k_y\hat{\zeta}(\vec{k})$. Mit $S_x(\vec{k})$ sei das Powerspektrum von $s_x(\vec{x})$ bezeichnet, entsprechend $S_y(\vec{k}) = |\hat{s}_y(\vec{k})|^2$. Die Summe der beiden Powerspektren sei mit $S(\vec{K}) = S_x(\vec{k}) + S_y(\vec{k})$ bezeichet. Damit folgt:

$$F(\vec{k}) = |\vec{(}k)|^{-2}\, S(\vec{k}) \tag{2.90}$$

Phillips [1958] stellte einige prinzipielle Überlegungen über die Form der Wellenspektren vor. In seinem Modell des *saturation range* geht Phillips im Fall eines stationären Wellenfelds von einem Gleichgewicht zwischen dem Energieeintrag durch den Wind und Dissipation durch brechende Wellen aus. Das Wellenfeld befindet sich in einem Zustand der Sättigung. Das Wellenzahlspektrum hat eine obere Schranke. Die weiteren Annahmen und Dimensionsüberlegungen Phillips führen auf eine k^{-4} Proportionalität des Wellenzahlspektrums:

$$F(\vec{k}) = \beta f(\theta) k^{-4} \tag{2.91}$$

Etlich andere Modelle wurden von verschiedenen Autoren entwickelt. Unter anderem entwickelte Kitaigorodskii [1983] ein Modell, welches Analogien zum Turbulenzmodell von Kolmogorov enthält. Phillips [1985] beschreibt ein Modell lokalen Gleichgewichts, in dem er unterschiedliche Dissipationsmechanismen integriert. Beide Modelle ergeben trotz unterschiedlicher Ansätze das gleiche Verhalten (allerdings in etwas unterschiedlichen Gültigkeitsbereichen der Wellenzahl):

$$F(\vec{k}) \propto u_* \, k^{-7/2} \qquad \text{bzw.} \qquad B(\vec{k}) \propto u_* \, k^{1/2} \tag{2.92}$$

Phillips bezeichnet die von ihm eingeführte Funktion $B(\vec{k}) = k^4 \, F(\vec{k})$ als den Grad der Sättigung (*degree of saturation). Die Darstellung der spektralen Information als* degree of saturation hat sich etabliert. Die Spektren $S(\vec{k})$ der Neigungsbilder müßten dementsprechend mit k^2 skaliert werden:

$$B(\vec{k}) = k^4 \, F(\vec{k}) = k^2 \, S(\vec{k}) \tag{2.93}$$

Die in Kapitel 5 gezeigten Spektren sind auf einem Polar-Logarithmischen Gitter dargestellt. Diese Wahl der Darstellung entspricht wegen der implizierten Skalierung mit k^2 dem *degree of saturation* $B(\vec{k})$. Führt man bei den Neigungsspektren $S(\vec{(k)}) = S(k_x, k_y)$ eine flächentreue Transformation vom Kartesischen Koordinaten auf ein rechteckiges Gitter mit Polar-Logarithmische Koordinaten $S'(k'_x, k'_y)$ mit $k'_x = \log k$; $k'_y = \theta$ durch, so gilt:

$$S'(k'_x, k'_y) = k^2 \, S(\vec{k}) = k^4 \, F(\vec{k}) = B(\vec{k}) \tag{2.94}$$

Gleichzeitig ermöglicht diese Darstellung eine einfachere Beurteilung der Richtungsabhängigkeit der Spektren.

2.4 Neigungsverteilung

Eine weitere Möglichkeit zur statistischen Untersuchung des Wellenfeldes bietet die Analyse der Neigungsverteilung $\rho(\vec{s})$. Diese Funktion hat die Bedeutung einer Wahrscheinlichkeitsdichte für die Neigung. Die Wahrscheinlichkeit $P(\vec{s}, \vec{\delta})$ bei einer einzelnen Punktmessung einen Wert $\vec{s} = (s_x, s_y)$ zu erhalten, der innerhalb des Intervalls $I(\vec{s}, \vec{\delta})$ liegt, ist gegeben durch:

$$P(\vec{s}, \vec{\delta}) = \int\limits_{s'_x - \delta_x}^{s'_x + \delta_x} \int\limits_{s'_y - \delta_y}^{s'_y + \delta_y} \rho(\vec{s}') ds'_x \, ds'_y \tag{2.95}$$

wobei für das Intervall I gilt:

$$I(\vec{s}, \vec{\delta}) = \{(s'_x, s'_y) \,|\, s_x - \delta_x < s'_x \leq s_x + \delta_x \quad \text{und} \quad s_y - \delta_y < s'_y \leq s_y + \delta_y\} \tag{2.96}$$

Die Wahrscheinlichkeit irgendeine Neigung zu messen wird hier gleich 1 gesetzt:

$$\int \int \rho(\vec{s}')ds'_x \, ds'_y = 1 \tag{2.97}$$

Für ein stationäres Wellenfeld ist $P(\vec{s})$ unabhängig vom Meßort und unabhängig von der Zeit. Nimmt man an, das Superpositionprinzip sei erfüllt, so erhält man unter Zuhilfenahme des zentralen Grenzwertsatzes der Statistik (siehe Rice [1991]), das $P(\vec{s})$ mit der Gauß- oder Normalverteilung identisch ist:

$$\rho_{Gauß} = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_x} \exp^{\left\{-\frac{s_x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{s_y^2}{2\sigma_y^2}\right\}} \tag{2.98}$$

Hier wurde eine mittelwertsfreie Verteilung angenommen:

$$\langle x \rangle = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_x} \int \int \exp^{-\frac{s_x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{s_y^2}{2\sigma_y^2}} \, dx \, dy = 0 \tag{2.99}$$

Für die Summe der beiden Varianzen $\sigma^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2$ gilt:

$$\sigma^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 = \langle s_x^2 \rangle + \langle s_y^2 \rangle = \langle s^2 \rangle \tag{2.100}$$

$\langle s^2 \rangle$ wird als *mittlere quadratische Neigung* bezeichnet. Jähne et al. [1987] konnte zeigen, daß $\langle s^2 \rangle$ sehr gut korreliert mit der Transfergeschwindigkeit k. Daher wird die mittlere quadratische Neigung von verschiedenen Autoren als Parameter zur Beschreibung des Gasaustauschs verwendet. Dreht man das Bezugssystem so, daß eine der Achsen (üblicherweise die x-Achse) in Windrichtung zeigt, so werden die Varianzen (wie auch die Neigungskomponenten) als *upwind* σ_u^2 und *crosswind* Komponente σ_c^2 bezeichnet. Das Verhältnis der beiden Varianzen $\frac{\sigma_c^2}{\sigma_u^2}$ gibt Auskunft über die Isotropie des Wellenfeldes. Im Grenzfall eines völlig isotropen Wellenfeldes gilt $\frac{\sigma_c^2}{\sigma_u^2} = 1$. Für eine ebene Welle in Windrichtung $A_0 \cos(k_x x - \omega t)$ gilt $\frac{\sigma_c^2}{\sigma_u^2} = 0$.

Genauere Untersuchungen zeigen allerdings geringe Abweichungen von der Gaußverteilung. Wegen nichtlinearer Wechselwirkungen ist das Superpositionsprinzip nicht erfüllt. Wasserwellen können auch nicht beliebig steil werden. Parasitäre Kapillarwellen sitzen auf der windabgewandten Seite größerer Schwerewellen und haben eine Asymmetrie der Verteilung zur Folge. Mit Hilfe zweier Effekte wird versucht diese Abweichungen zu beschreiben:

- ***skewness*:**
  Mit Hilfe der *skewness* wird die Verschiebung der Verteilung in Windrichtung beschrieben. In Abbildung 2.14 ist diese Verschiebung dargestellt. Longuet-Higgins [1982] zeigt den Zusammenhang dieser Verschiebung in der Verteilung mit parasitären Kapillarwellen.

- ***peakedness*:**
  Die *peakedness* beschreibt die Abweichungen in der Steilheit im Vergleich zur Normalverteilung.

In einer eindimensionalen Verteilung können diese beiden Effekte auch mit zwei Parametern beschrieben werden. Im zweidimensionalen Fall verwendet man die *Gram-Charlier-Verteilung* (siehe Cox and Munk [1954a]):

$$\begin{aligned} P_{gc}(\eta,\xi) = N\exp\left(-\frac{\eta^2+\xi^2}{2}\right) \quad & \left[1 - \tfrac{1}{2}C_{21}\left(\xi^2-1\right)\eta - \tfrac{1}{6}C_{03}\left(\eta^2-3\eta\right)\right. \\ & + \tfrac{1}{24}C_{40}\left(\xi^4-6\xi^2-3\right) + \tfrac{1}{4}C_{22}\left(\xi^2-1\right)\left(\eta^2-1\right) \\ & \left. + \tfrac{1}{24}C_{40}\left(\eta^4-6\xi^2+3\right)\right] \end{aligned} \tag{2.101}$$

Eine Beschreibung der Parameter C_{xy} findet sich auch bei Lauer [1998].

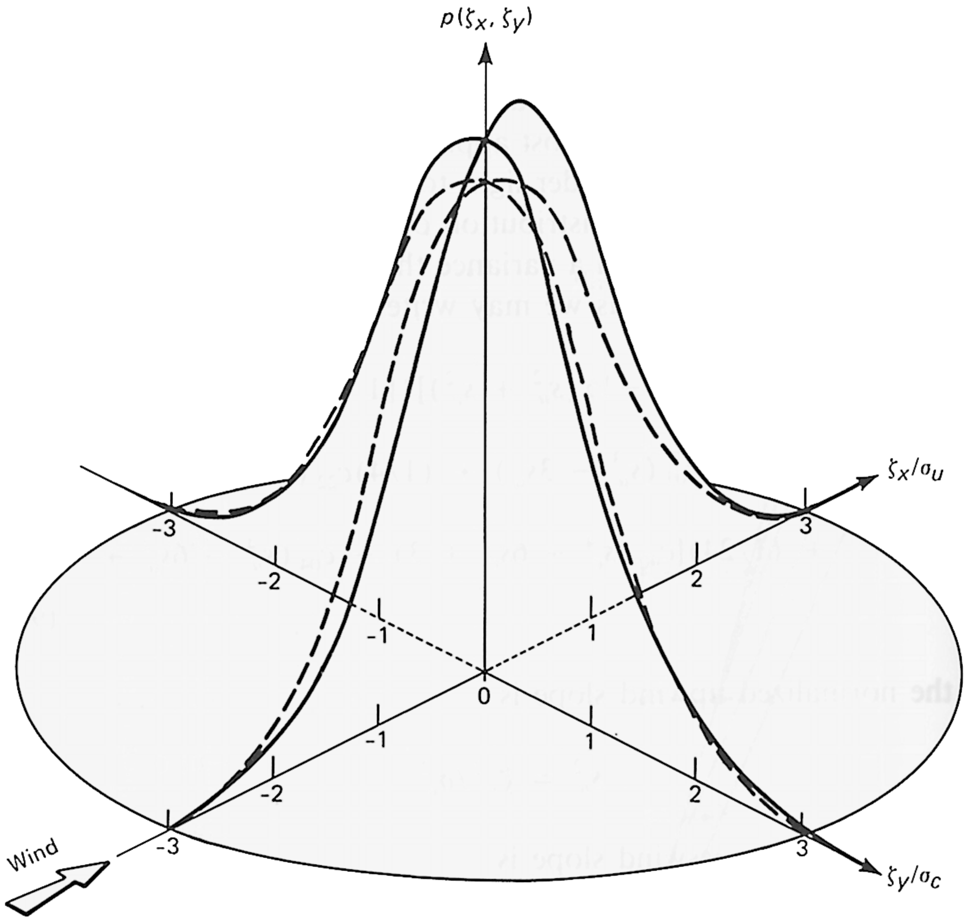


Abbildung 2.14: Modell einer Gram-Charlier-Verteilung mit normalisierten Standardabweichungen. Eine Normalverteilung mit gleichen Standardabweichungen ist gestrichelt dargestellt. Aus Apel [1995].

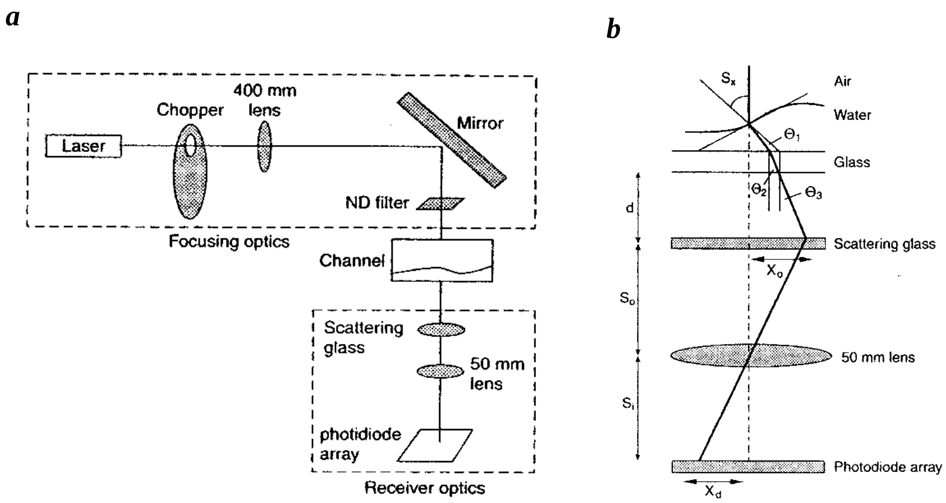


Abbildung 2.15: Prinzip der *laser slope gauge*: Die Ablenkung eines an der Wasseroberfläche gebrochenen Laserstrahls wird mit Hilfe eines zweidimensionalen Sensors bestimmt und daraus die Neigung berechnet. Aus Duke et al. [1995].

2.5 Meßmethoden zur Analyse kleinskaliger Wellen

Es gibt eine Reihe unterschiedlicher Techniken zur Analyse kleinskaliger Wasseroberflächenwellen. In der folgenden kurzen Übersicht werden diejenigen Verfahren etwas genauer beschrieben, die in der vorliegenden Arbeit zu Anwendung gekommen sind. Eine detailliertere Zusammstellung der bereits klassichen Techniken findet sich bei Tschiersch [1980].

- **Drahtsonden:**
  Mit Hilfe von Widerstands- bzw. Kapazitätsdrahtsonden wird die Wellenhöhe an wenigen Punkten in elektrische Signale umgwandelt. Der Vorteil dieser technik ist die hohe zeitliche Auflösung, nachteilig die geringe räumlich Auflösung und die mögliche Störung der Wellen durch die Drähte. Daher werden meistens berührungsfreie Messverfahren bevorzugt.
- **Laser Slope Gauge (LSG):**
  Hughes et al. [1977] entwickelte dieses optisches Verfahren, das auf eine Idee von Cox [1958] zurückgeht. Auch hier handelt es sich um eine punktförmige Messung. Die Richtungsänderung eines Laserstrahls beim Durchgang durch die geneigte Wasseroberfläche wird detektiert und daraus zweidimesnsional die Neigung bestimmt. Abbildung 2.15 zeigt die von Duke et al. [1995] am Wind-Wellen-Kanal der *University of Illinois at Urbana-Champaign* verwendete Anordnung. Sie besteht aus zwei Teilen, aus dem Laser und der abbildenden Optik oberhalb der Wasseroberfläche und dem Empfänger, bestehend aus einem Array von Photodioden und vorgeschalteter Optik, unterhalb des Kanals. Der auf die Wasseroberfläche fokusierte Laserstrahl wird an der geneigten Wasseroberfläche gebrochen und ändert dadurch seine Richtung. Durch ein Fenster im Kanalboden trifft der Laserstrahl auf eine Streuscheibe. Diese wird von der sich darunter befindenden Linse auf das Photodiodenarray abgebildet. Aus der Position des

Laserstarhls auf der Streuscheibe bzw. dem Ort auf dem Diodenarray läßt sich die Neigung des Oberflächenelements bestimmen. Als maximale Aufnahmefrequenz gibt Duke 285 Hz an. Durch Analyse der gemessenen Zeitserien erhält er neben Frequenzspektren auch gemittelte statistische Größen wie Wahrscheinlichkeitsverteilungen oder mittlere quadratische Neigung. Die in der vorliegenden Arbeit mit der *color imaging slope gauge* am selben Kanal erzielten Resultate für mittlere quadratische Neigungen werden in Kapitel 5 mit den LSG Ergebnissen von Duke verglichen.

- **Scannig Laser Slope Gauge:**
  Hierbei handelt es sich um eine Erweiterung der laser slope gauge. Der Laserstrahl wir mit Hilfe eines Polygonspiegels oder eines Galvanometerscanners so abgelenkt, daß er die Oberfläche an mehreren Punkten oder linienförmig abgetastet. Martinsen and Bock [1992] bzw. Bock and Hara [1992] tasten ein Quadrat von 10 cm Seitenlänge an 32 Punkten mit 60 Hz ab. Lee et al. [1992] verwendet ein zweidimensionales Scanmuster in Form von Lissajous-Figuren.
- **Stilwell-Verfahren:**
  Bei diesem auf Reflexion basierenden Verfahren wird das diffuse Streulicht des Himmels als 'unendlich' ausgedehnte Lichtquelle verwendet. Seine Intensität nimmt bei klarem Himmel senkrecht zur Ekliptik in Richtung der Sonne monoton zu, ist senkrecht dazu nahezu konstant. Dieser Helligkeitsgradient bewirkt, daß ein Flächenelement der Wasseroberfläche je nach Neigung mit unterschiedlicher Intensität beleuchtet wird. Diese Eigenschaft nutzte Stilwell [1969] zu qualitativen Neigungsmessung auf dem Ozean. Die starke Nichtlinearität des Zusammenhangs zwischen Neigung und Strahlungsdichte bewirkt, daß nur in einem relativ engen Neigungsbereich eine ausreichende Neigungsauflösung erzielt werden kann.
- **Reflective/Refractive Slope Gauge (RSG):**
  Cox and Munk [1954a] waren die ersten, die statistische Untersuchungen auf der freien Ozeanoberfläche durchführten. Hierzu wurde das Glitzern der Sonne auf der Wasseroberfläche, also das Auftreten gerichteter Reflexion in Richtung der Kamera, auf fotografischen Film abgebildet, daraus die Neigungsverteilung bestimmt und mit einer Gram-Charlier-Verteilung modelliert (siehe Cox and Munk [1954b]). Modernere Verfahren setzen CCD Kameras und künstlichen Lichtquellen ein. Im Labor verwendete Lauer [1998] ein etwas abgewandeltes, auf Refraktion beruhendes Verfahren. Der Vorteil gegenüber einem Reflexionsverfahren liegt einerseits in der geringerer Winkeländerung andererseits darin begründet, daß der Reflexionskoeffizient in der Größenordnung von 2% liegt, während der Transmissionkoeffizient bei etwa 98% liegt. Für Feldmessungen haben auf Refraktion basierende Verfahren allerdings den Nachteil, daß ein Teil der Meßapparatur unter der Wasseroberfläche plaziert werden muß. Im Labor kann das üblicherweise unterhalb des Kanals geschehen. Eine ausführliche Diskussion über refraktive und reflektive Meßverfahren findet sich auch bei Jähne et al. [1994]. Abbildung 2.16 zeigt die von Lauer [1998] bei den gemeinsamen vergleichenden Messungen mit der CISG des Autors verwendete Anordnung. Mit Hilfe einer Kondensorlinse wird das Licht einer LED in einen parallelen Strahlengang überführt, der senkrecht auf die Wasseroberfläche trifft. Unterhalb des Kanals befindet sich eine CCD-Kamera, die durch ein Glasfenster den beleuchteten Ausschnitt des Wellenfeldes abbildet. Im Zentrum des CCD Chips, also beim Schnitt der optischen Achse mit dem Sensor, wird nur dann Licht empfangen, wenn am hierauf abgebildeten

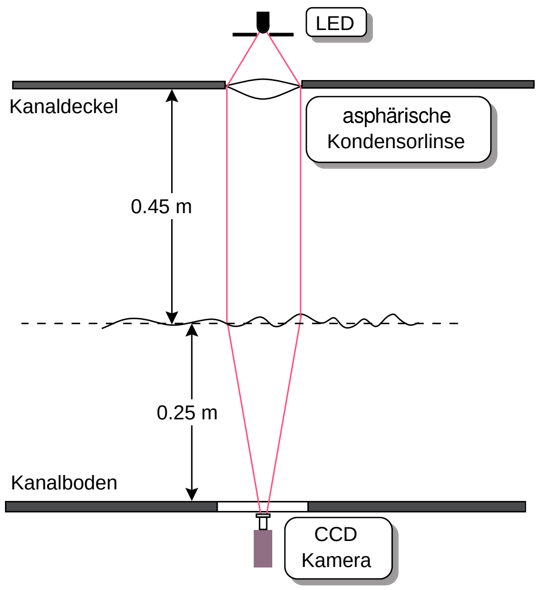


Abbildung 2.16: Aufbau der *refractive slope gauge* von Lauer [1998] am Heidelberger Wind-Wellen-Kanal während der gemeinsamen Messungen mit der CISG des Autors (siehe 5). Aus Lauer [1998].

Punkt der Wasseroberfläche die Neigung gleich Null ist. Ansonsten wird der Lichtstrahl am Kameraobjektiv vorbei gestreut. An einem beliebigen Pixel detektiert die Kamera genau dann einen Reflex, wenn die Neigung am entsprechenden Punkt der Wasseroberfläche gerade den Lichtstrahl ins Objektiv der Kamera bricht. Wegen der endliche Öffnung des Objektives und der verbleibenden Divergenz der Beleuchtung ergibt sich jeweils ein bestimmter Neigungsbereich (Neigungsband), für den die Refraktionsbedingung erfüllt ist. Abbildung 2.17 zeigt das sogenannte Neigungsband als Funktion des Abstandes zu optischen Achse und die Neigung einer angenommenen Welle an der Wasseroberfläche. Bei den eingezeichneten Stellen **a** bis **e** liegt die Neigung innerhalb des Neigungsbandes und erfüllt somit die Refraktionsbedingung. An diesen Stellen wird ein Reflex von der Kamera empfangen. Zur Messung einer Neigungsverteilung wurden jeweils 2048 Bilder in Echtzeit aufaddiert, was einer Zeitdauer der Mittelung von ca. 68 Sekunden entspricht. Diese hohe zeitliche Meßfrequenz ist einer der größten Vorteile dieser Technik.

- **Stereoverfahren:**
  Stereoaufnahmen werden bereits seit Anfang des zwanzigsten Jahrhunderts zu Vermessung der Wasseroberfläche eingesetzt. Wass [1992] beschreibt die Entwicklung und den Feldeinsatz einer Stereotechnik mit zwei CCD-Kameras und zweier künstlicher Lichtquellen. Durch die Verwendung von Polarisatiionsfilter kann er das Korrespondenzproblem, daß sich im Falle der glänzend reflektierende Wasseroberfläche als erhebliches Problem darstellt, umgehen. Aus seinen Bilddaten ermittelt er die mittlere Höhe, bedingte Höhenverteilungen, Wahrscheinlichkeit

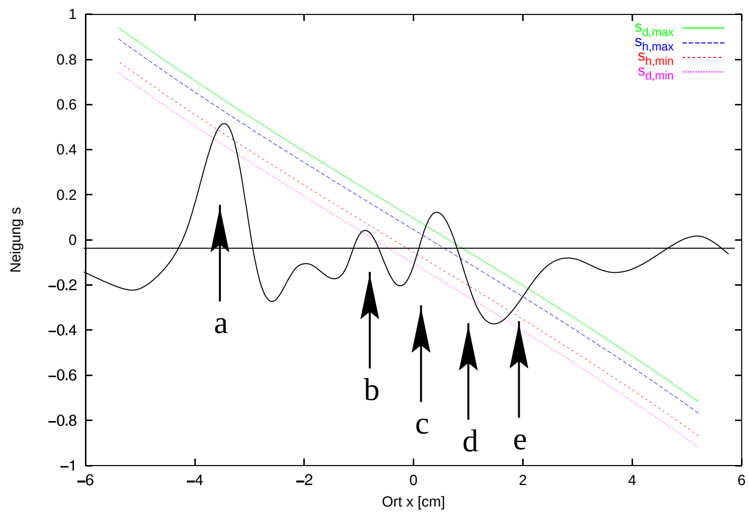


Abbildung 2.17: Refraktionsbedingung der RSG. An den eingezeichneten Stellen **a** bis **b** befindet sich die momentane Neigung der Welle innerhalb des ortsabhängigen Neigungsbandes und ein Reflex wird detektiert.

der Neigung Null und daraus Abschätzungen der mittleren quadratischen Neigung. Bei Wass [1992] findet sich auch ein historischer Rückblick bezüglich Stereoverfahren.

- **Imaging Slope Gauge (CISG):**
  Abbildung 2.18 zeigt den schematischen Aufbau eines auf Refraktion basierenden bildaufnehmenden Systems. Eine CCD Kamera beobachtet aus großer Entfernung die Wasseroberfläche und wird auf die mittlere Wasserhöhe fokusiert. Alle Strahlen, die von der Wasseroberfläche ins Objektiv der Kamera treten sind deshalb annähernd vertikal. Unterhalb der Wasseroberfläche befindet sich eine ausgedehnte Lichtquelle. Verfolgt man Strahlen von einzelnen Pixeln der Kamera zurück in Richtung Lichtquelle, werden diese, je nach Neigung des abgebildeten Oberflächenelements, unterschiedlich stark gebrochen. Somit ist der Emissionsort des empfangenen Lichtstrahls abhängig von der Neigung $\vec{s}$ des abgebildeten Oberflächenelements. In Abbildung 2.19 sind die bei der Refraktion entscheidenden Winkel veranschaulicht. Mit $\vec{n} = (-s_1, -s_2.1)$ ist der Normalenvektor der Wasseroberfläche bezeichent. Für den Neigungswinkel α gilt: $\tan(\alpha) = |\vec{s}| = \sqrt{s_1^2 + s_2^2}$. Mit Hilfe des Brechungsgesetzes und einiger geometrischer Identitäten, kann der Zusammenhang zwischen s und dem Refraktionswinkel γ leicht berechnet werden (siehe Jähne et al. [1994]):

$$s = \tan\alpha = \frac{n\tan\gamma}{n - \sqrt{1+\tan^2\gamma}} \approx 4\tan\gamma\left[1 + \frac{3}{2}\tan^2\gamma\right] \qquad (2.102)$$

Hierbei bezeichnet $n = n_2/n_1$ das Verhältnis der beiden Brechungsindizees von Luft und Wasser. Die Umkehrbeziehung ist gegeben durch:

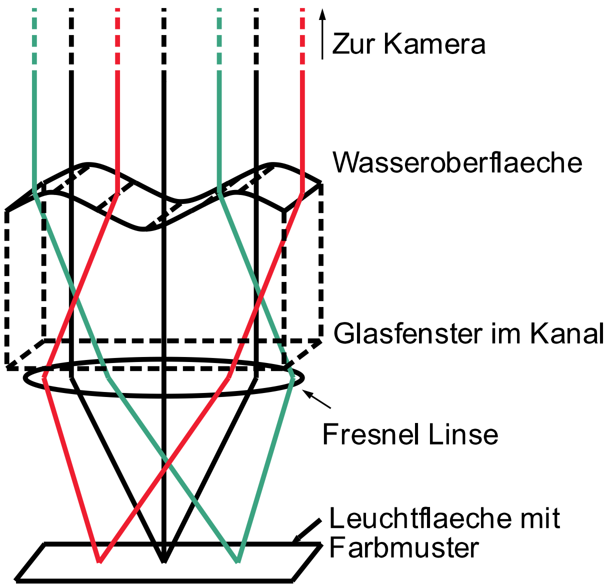


Abbildung 2.18: Strahlen, die unter dem gleichen Winkel gebrochen werden (gleiche Oberflächenneigung), werden auf ein und denselben Punkt der Leuchtfläche fokusiert, unabhängig von ihrem Ort auf der Oberfläche und der Wasserhöhe.

$$\tan\gamma = s\frac{\sqrt{n^2+(n^2-1)s^2}-1}{\sqrt{n^2+(n^2-1)s^2}+s^2} \approx \frac{1}{4}s\left(1-\frac{3}{32}s^2\right). \qquad (2.103)$$

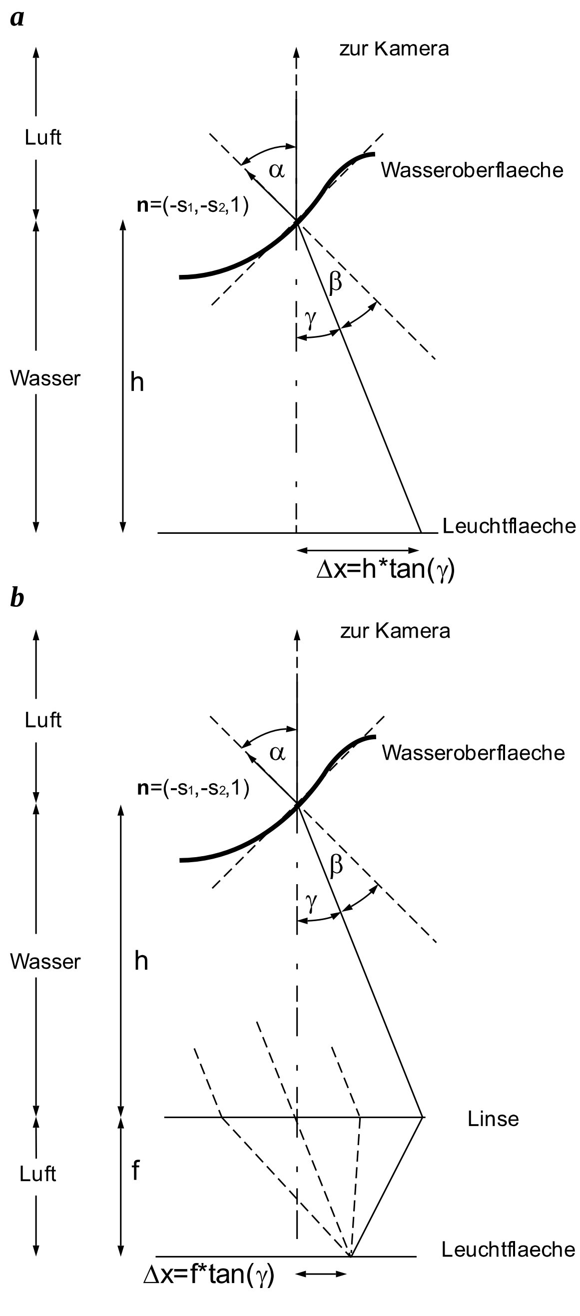


Abbildung 2.19: **a** Wegen der Neigung der Wasseroberfläche werden nur Strahlen, die im Wasser einen Winkel γ entsprechend Gleichung (2.103) zum Lot haben, werde in Kamerarichtung gestreut. Daher ist die von der Kamera detektierte Intensität abhängig von der Strahlungsdichte am Punkt Δx. **b** Eine zusätzliche Linse macht Δx unabhängig von der aktuellen Wasserhöhe h.

Damit läßt sich auch der Emissionsort des ins Kameraobjektiv gestreuten Lichtstrahls beschreiben. Die Leuchtfläche befinde sich im Abstand h unterhalb der ruhenden Wasseroberfläche. Der Schnittpunkt des Lots (gestrichelte Linie in Abbildung 2.19 **a**) mit der Leuchtfläche sei mit x_0 bezeichnet. Der Emmissionsort x_e befindet sich im Schnittpunkt des gezeichneten Lichtstrahls und der Beleuchtungsebene. Für den Abstand Δx dieser beiden Punkte gilt $\Delta x = x_e - x_0 = h * \tan(\gamma)$. Zusammen mit Gleichung (2.103) ergibt sich in erster Näherung ein linearer Zusammenhang zwischen Δx und Neigung s. Wählt man für die Verteilung der Strahlungsdichte der Leuchtfläche eine lineare Abhängigkeit vom Ort, ergibt sich ein linearer Zusammenhang zwischen gemessener Grauwertdifferenz $g(x_e) - g(x_0)$[1] und Neigung s.
Bisher ist die Position xx_0 und somit der Grauwert bei Neigung Null $g(x_0)$ abhängig vom Ort auf der Wasseroberfläche bzw. der Position des Bildpixels. Die Differenz $\Delta x = d_e - d_0$ ist zusätzlich abhängig von der Wasserhöhe h. In Abbildung 2.18 ist eine Anordnung gezeigt, wie sie im Labor Anwendung findet. Im Kanalboden ist ein Fenster eingebaut. Direkt unterhalb dieses Fensters ist eine (Fresnel-) Linse der Brennweite f monitert. Die Leuchtfläche befindet sich in der Brennebene der Linse. Diese Linse fokusiert alle Strahlen mit gleichem Refraktionswinkel γ auf den selben Punkt der Beleuchtungsebene (siehe Abbildung 2.19**b**). Der Emissionsort und somit auch der gemessene Grauwert ist unabhängig von der Lage des Bildpunkts und unabhängig von der Wasserhöhe!

[1] $g_(x_0)$ ist der bei Neigung Null gemessene Grauwert (Nullneigungsbild)

Kapitel 3

3D Erfassung der Wasseroberfläche

Wie bereits im vorangegangenen Kapitel beschrieben, hat sich die *imaging slope gauge* zur Bestimmung von im wesentlichen statistischer Parameter des Wellenfeldes über Jahre bewährt. Die bisher verwendete Technik hat allerdings eine erhebliche Einschränkung. Es kann nur eine der beiden Neigungskomponenten gemessen werden. Dieses Kapitel beschreibt die Erweiterung dieser Technik auf mehrere Kanäle durch den Einsatz einer Farbvideokamera und einer farbkodierten Beleuchtung. Mit Hilfe dieser Technik ist eine gleichzeitige Bestimmung beider Neigungskomponenten und die Rekonstruktion der Wasserhöhe möglich. Die spezielle Wahl des Farbmusters erlaubt die pixelweise Normierung auf die Gesamtintensität und die Entkopplung der Bestimmungsgleichungen beider Neigungskomponenten. Die Normierung spielt eine wesentliche Rolle bei der Detektion und Reduktion von Störungen wie etwa durch Inhomogenität der Beleuchtung oder von Partikeln im Wasser. Obwohl es sich hier um eine auf Refraktion beruhende Methode handelt, gibt es ein enge Verwandtschaft zu einer in der Bildverarbeitung bekannten Technik, des *shape from shading* und der Erweiterung auf mehrere Beleuchtungsquellen, der Photometrischen Stereoanalyse. Damit kann die Form opaker und diffus reflektierender Körper aus Grauwertbildern abgeleitet werden. In den folgenden Abschnitten werden zuerst die genannten Bildverarbeitungstechniken erläutert. Anschließend wird die neue *color imaging slope gauge* zur dreidimensionalen Erfassung von Wasserwellen vorgestellt als Umsetzung dieser Techniken für den Fall einer transparenten und glänzenden Oberfläche.

3.1 Shape from Shading

In der Bildverarbeitung sind, entsprechend den unterschiedlichen Problemstellungen, etliche Methoden bekannt, um aus Bilddaten Informationen über die Gestalt der abgebildeten Objekte zu gewinnen. Bekannte Beispiele, wie sie in diversen Lehrbüchern über digitale Bildverarbeitung (etwa Jähne [1997]; Klette et al. [1996]; Kozera [1993]) zu finden sind:

- Stereobildanalyse (*shape from stereo)*
- *Dynamische Stereoanalyse (auch* shape from motion*)*
- *Tomographie*

- *Konfokale Laser Scanning Mikroskopie*
- *Struktierte Beleuchtung; Streifenprojektion*

Beim *shape from shading* wird direkt von den Grauwerten im Bild auf die Form der abgebildeten Objekte geschlossen. Diese Technik basiert auf der grundlegenden Wechselwirkung zwischen Licht und Materie. Kenntnis über die Reflexionseigenschaften der zu untersuchenden Objekte ist hierbei unerläßlich. Im allgemeinen hängt die Beleuchtungsstärke in der Bildebene (und somit der Grauwert im Bild) die ein Beobachter von einem Element der Objektoberfläche empfängt, von den Winkeln zwischen eingestrahltem Licht, Oberflächennormale und in Kamera Richtung reflektiertem Licht ab. Dieser Zusammenhang ist allerdings bei einer einzelnen Lichtquelle nicht linear und im allgemeinen nicht eindeutig. Durch Einsatz mehrerer Beleuchtungsquellen kann das Problem der Mehrdeutigkeit behoben werden. Woodham [1980] stellte als Erster eine Mehrfachbeleuchtungstechnik (*photometric stereo*) für industrielle Anwendungen vor. Eine ausführliche theoretische Analyse einer Shape from Shading Technik mit zwei Leuchtquellen findet sich in Kozera [1993]. Bei Verwendung von Monochromkameras müssen mehrere Bilder des Objekts aufgenommen werden, wobei das Objekt jeweils aus einer anderen Richtung beleuchtet wird. Bei bewegten Objekten ist das allerdings schwierig. Den Einsatz von Farbkameras und farbig kodierten Beleuchtungen beschreiben Drew [1994] und Woodham [1994].

3.1.1 Lambertsche Oberflächen

Besonders einfach gestaltet sich der Zusammenhang zwischen der Beleuchtungsstärke in der Bildebene und der gesuchten Oberflächennormalen bei Objekten mit Lambertscher Oberfläche und parallel eingestrahltem Licht. Die Strahlungsdichte L ergibt sich zu:

$$L = \frac{\rho(\lambda)}{\pi} E \cos\gamma, \tag{3.1}$$

wobei E die Bestrahlungsstärke bezeichnet, γ den Winkel zwischen der Oberflächennormale und Richtung des eingestrahlten Lichts und $\rho(\lambda)$ die Reflektivität.

Dieser Zusammenhang läßt sich am besten im Gradientenraum weiter analysieren. Die Oberfläche sei durch die Funktion $h(x, y)$ beschrieben. Mit Hilfe des Gradientenvektors $\vec{s} = \vec{\nabla} h$ läßt sich ein Gradientenraum konstruieren:

$$\vec{s} = \vec{\nabla} h = \left(\frac{\partial h}{\partial x}, \frac{\partial h}{\partial y} \right) = (s_1, s_2) \tag{3.2}$$

Die Komponenten dieses Gradientenvektors finden sich auch im Normalenvektor $\vec{n}$ der Oberfläche:

$$\vec{n} = \left(-\frac{\partial h}{\partial x}, -\frac{\partial h}{\partial y}, 1 \right) = (-s_1, -s_2, 1) \tag{3.3}$$

Dieser Normalenvektor ist allerdings nicht auf die Länge Eins normiert, sondern seine z-Komponente ist auf 1 gesetzt. Anschaulich ergibt sich der Gradient als Projektion des Normalenvektors $\vec{n}$ auf die

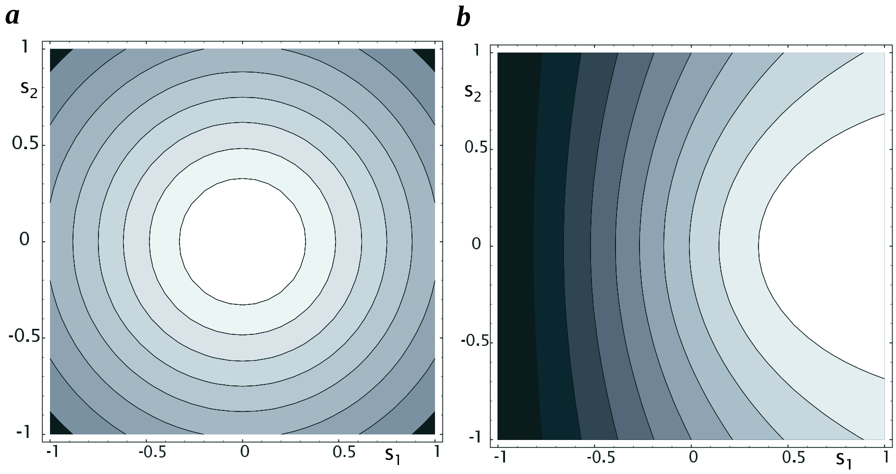


Abbildung 3.1: Konturgrafik der Strahlungsdichte als Funktion der Neigungskomponenten einer Lambertschen Oberfläche die von parallelem Licht angestrahlt wird. Oberflächenneigungen zwischen -1 und 1. Die Strahlungsdichte ist auf diejenige einer ebenen Oberfläche normiert. **a** Einfallswinkel $\theta_i = 0$ (senkrecht von oben); Der Unterschied zwischen zwei benachbarten Konturlinien beträgt $0,05$. **b** Polarwinkel des einfallenden Lichts $45°$ und Azimuthwinkel $0°$; Unterschied zwischen benachbarten Konturlinien 0.1.

x-y-Ebene und anschließender Spiegelung am Ursprung. Ohne Einschränkung der Allgemeinheit sei die Einstrahlrichtung $\vec{l}$ parallel zur x-Richtung: $\vec{l} = (\tan\theta_i, 0, 1)$. Ersetzt man in Gleichung (3.1) $\cos\gamma$ mit Hilfe des Skalarprodukts $\vec{n}\,\vec{l}$, so ergibt sich für die Strahlungsdichte:

$$L = \frac{\rho(\lambda)}{\pi}\,E\,\frac{\vec{n}\,\vec{l}}{|\vec{n}||\vec{l}|} = \frac{\rho(\lambda)}{\pi}\,E\,\frac{-s_1\tan\theta_i + 1}{\sqrt{1+\tan^2\theta_i}\sqrt{1+s_1^2+s_2^2}}. \tag{3.4}$$

Der Zusammenhang zwischen gemessener Strahlungsdichte und Oberflächennormale bzw. Gradient ist folglich nicht linear. Abbildung 3.1 zeigt Konturplots der Strahlungsdichteverteilung im Gradientenraum für eine Lambertsche Oberfläche unter verschiedenen Beleuchtungswinkeln (aus Jähne [1997]). Die Nichtlinearität zeigt sich hier in der Krümmung der Konturlinien. Weiterhin wird deutlich, daß eine Bestimmung der Oberflächennormale aus einer einzelnen Beleuchtungsrichtung nicht eindeutig möglich ist. Aus der Funktion in Abbildung 3.1a etwa, ist nur die Bestimmung des Betrages des Gradienten möglich, nicht aber seiner Richtung bzw. seines Azimuthwinkels. Dies läßt sich auch aus Gleichung (3.4) ableiten, wenn man $\vec{l} = (0, 0, 1)$ setzt:

$$L = \frac{\rho(\lambda)}{\pi}\,E\,\frac{\vec{n}\,\vec{l}}{|\vec{n}||\vec{l}|} = \frac{\rho(\lambda)}{\pi}\,E\,\frac{1}{|\vec{n}|}. \tag{3.5}$$

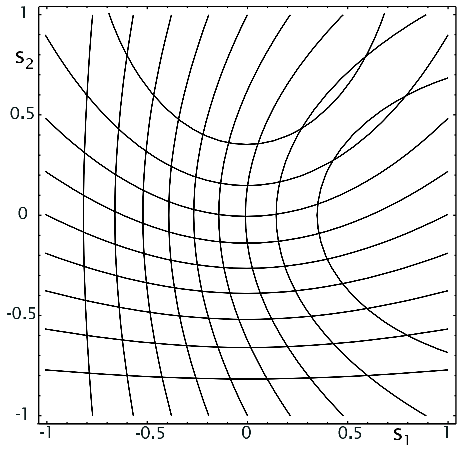


Abbildung 3.2: Überlagerung zweier Konturplots der Strahlungsdichte einer Lambertschen Oberfläche bei Einfallswinkel $45°$ polar und Azimuthwinkel 0° bzw. 45°.

3.1.2 Photometrische Stereoanalyse

Werden mehrere Einzelbilder mit unterschiedlicher Beleuchtung zur Formbestimmung von Objekten verwendet, spricht man von Photometrischer Stereoanalyse (*photometric stereo*). Aber selbst der Einsatz von zwei Lichtquellen führt nicht zu einer eindeutigen Lösung für die Oberflächenneigung. Abbildung 3.2 zeigt die Überlagerung zweier Konturplots, die sich ergeben aus zwei unterschiedlichen Einfallsrichtungen (Polarwinkel für beide $45°$, Azimuthwinkel 0° bzw. 45°). Die Mehrdeutigkeit zeigt dadurch, daß sich Konturlinien zweifach schneiden. Eine eindeutige Zuordnung zwischen Grauwert und Form einer Oberfläche ist erst bei mindestens drei Bildern mit unterschiedlichen Beleuchtungsrichtungen möglich (siehe auch Woodham [1980]; Horn [1986]; Klette et al. [1996]).

Die Verwendung von drei Beleuchtungsquellen kann nicht nur das Problem der Mehrdeutigkeit lösen. Gleichzeitig läßt sich die Bestimmung des Gradienten linearisieren und der Reflexionskoeffizient $\rho(\lambda)$ eliminieren (vgl. 3.4). Die drei gemessenen Strahlungsdichten

$$L_i = \frac{\rho(\lambda)}{\pi}\, E\, \frac{\vec{n}\,\vec{l_i}}{|\vec{n}||\vec{l_i}|} \tag{3.6}$$

lassen sich auch zu einem Vektor $\vec{L} = (L_1, L_2, L_3)$ zusammenfassen. Mit Hilfe der normierten Vektoren $\overline{\vec{n}} = \vec{n}/|\vec{n}|$ und $\overline{\vec{l_i}} = \vec{l_i}/|\vec{l_i}|$ ergibt sich folgendes lineare Gleichunngssystem, aus dem der normierte Normalenvektor der Oberfläche bestimmt werden kann, falls die drei Vektoren $\vec{l_i}$ linear unabhängig sind.

$$\vec{L}^T = \rho(\lambda)\, E \begin{pmatrix} \overline{\vec{l_1}} \\ \overline{\vec{l_2}} \\ \overline{\vec{l_3}} \end{pmatrix} \bar{\vec{n}}^T \tag{3.7}$$

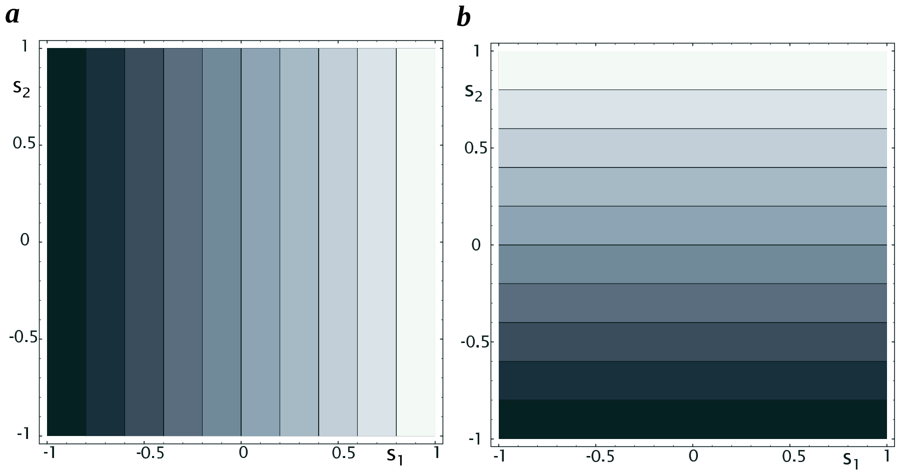


Abbildung 3.3: Linearisierung der Strahlungsdichteverteilung einer Lambertschen Oberfläche durch Normierung auf die Strahlungsdichte einer senkrecht einfallenden Beleuchtungsquelle. **a** Beleuchtungsrichtung: $45°$ polar und $0°$ Azimuthwinkel; **b** Beleuchtungsrichtung: $45°$ polar und $90°$ Azimuthwinkel

Bei geeigneter Wahl der drei Beleuchtungsrichtungen läßt sich das Gleichungssystem vereinfachen. Wie bereits in einem der vorangegangenen Beispiele wählen wir eine der Beleuchtungsrichtungen senkrecht von oben $\vec{l_3} = (0, 0, 1)$ und erhalten:

$$L_3 = \frac{\rho(\lambda)}{\pi} E \frac{1}{|\vec{n}|} \tag{3.8}$$

Normiert man die gemessene Strahlungsdichte der beiden anderen Beleuchtungen L_1 und L_2 auf L_3, so ergeben sich weitaus einfachere Gleichungen:

$$\frac{L_i}{L_3} = \frac{\vec{n}\,\vec{l_i}}{|\vec{l_i}|} == \vec{n}\,\overline{\vec{l_i}} \tag{3.9}$$

Der Reflexionskoeffizient der Oberfläche $\rho(\lambda)$ ist durch die Normierung eliminiert und die Gleichungen zeigen einen linearen Zusammenhang zwischen den gesuchten Komponenten des Gradienten und der gemessenen Strahlungsdichten. Eine weitere Vereinfachung läßt sich erzielen, wählt man die verbleibenden Beleuchtungsrichtungen orthogonal:

$$\vec{l_1} = (\tan\theta_1, 0, 1),\ \vec{l_2} = (0, \tan\theta_2, 1),\ \vec{l_3} = (0, 0, 1) \tag{3.10}$$

und man erhält aus (3.9)

$$s_{1,2} = \frac{L_{1,2}}{L_3} \frac{\sqrt{1+\tan^2\theta_{1,2}}-1}{\tan\theta_{1,2}} \tag{3.11}$$

Die beiden Gleichungen sind weiterhin linear in s_1 und s_2 bzw. in L_1 und L_2 und zusätzlich entkoppelt: s_1 und s_2 hängen nur noch von L_1/L_3 bzw. L_2/L_3 ab. Abbildung 3.3 zeigt Konturplots der normierten Strahlungdichten L_1 und L_2 (vgl. Abbildung 3.1).

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß durch den Einsatz von drei Beleuchtungsquellen geeigneter Einstrahlrichtung und Normierung auf eine der gemessenen Strahlungsdichten der Zusammenhang zwischen gesuchtem Gradienten der Oberfläche und gemessenen Strahlungsdichten linearisieren läßt und bezüglich sich die Gleichungen für die beiden Komponenten des Gradienten entkoppeln lassen.

3.1.3 Shape from refraction für transparente glänzende Oberflächen

Die bisherigen Betrachtungen gelten für rein diffus reflektierende Oberflächen. Tritt zusätzlich gerichtete Reflexion auf und erscheinen Glanzlichter im Bild, so versagen die bisher beschriebenen Methoden. In der Literatur der Computergrafik wie zur Bildverarbeitung finden sich verschiedene Modelle zur detaillierteren Beschreibung der Reflexionseigenschaften von Objekten. Mit Hilfe solcher Oberflächenmodelle lassen sich einige der Probleme lösen.

Eine völlig andere Situation liegt aber bei einer Wasseroberfläche vor. Hier hat man es mit einer rein glänzenden Oberfläche zu tun. Außerdem wird der größte Teil des auf die Wasseroberfläche auftreffenden Lichts transmittiert. Verschiedene optische Verfahren, die bei der Untersuchung der wellenbewegten Wasseroberfläche Verwendung finden, auf Reflexion oder Refraktion beruhend, wurden bereits in Kapitel 2.5 vorgestellt. In den folgenden Abschnitten wird die Übertragung der Technik des *photometric stereo* auf die beschriebene *imaging slope gauge* beschrieben.

3.2 Color Imaging Slope Gauge

Bei der bisher verwendeten *imaging slope gauge* (Abschnitt 2.5) wurde ein linearer Graukeil als Beleuchtungsquelle verwendet. Da nur eine skalare Meßgröße (der Grauwert) zur Verfügung steht, kann auch nur eine Komponente der Neigung abgebildet werden. Die von der Beleuchtungsfläche abgegebene Intensität nimmt in einer Richtung linear zu, während sie in der dazu senkrechten Richtung jeweils konstant ist. Dieser lineare Grauwertverlauf und die lineare Beziehung aus Gleichung (2.103) resultieren in folgender Eigenschaft: Der Grauwert in jedem Pixel ist eine (in erster Näherung) lineare Funktion der Neigungskomponente des abgebildeten Oberflächenelements in Richtung des Graukeils. Die Erzeugung eines linearen Intensitätsverlaufs stellte eine der größten Schwierigkeiten dieser Technik dar.

3.2.1 Farbbildverarbeitung

Die neu entwickelte Farbtechnik (*color imaging slope gauge* kurz CISG) verwendet eine Color CCD Kamera und ein Farbmuster anstelle des Graukeils zur Kodierung der Beleuchtungsquelle.

Die erste CISG wurde zusammen mit Menzel [1995] realisiert. Der prinzipielle Aufbau bleibt wie in Abbildung 2.18. Diese neue Technik läßt sich mit der im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen Methode des *photometric stereo* vergleichen. Gegenüber der Monochromtechnik ergeben sich wesentliche Vorteile, die in den folgenden Abschnitten näher erläutert werden:

- Simultane Messung beider Komponenten des Gradienten der Wasseroberfläche (Abschnitt 3.2.2).
- Linearisierung der Bestimmungsgleichungen beider Neigungskomponenten.
- Aufgrund der Normierung (Abschnitt 3.2.3) einfach zu erzeugender, linearer Farb- bzw. (in den einzelnen Farbkanälen) Grauwertverlauf und Möglichkeit zur Detektion und Reduktion von Störungen wie etwa durch Partikel im Wasser.
- Die bereits für die Monochromtechnik entwickelten Bildverarbeitungsalgorithmen zur Extraktion statistischer Parameter können ohne Änderung auf die einzelnen Komponenten des normierten Farbbildes angewendet werden.
- Für kombinierte Messungen wie etwa zusammen mit einer PTV-Sonde zur Messung des Strömungsfeldes unterhalb der Wasseroberfläche (Kapitel 6), kann mit nur zwei Farbkanälen gearbeitet werden, wobei entweder auf die Normierung verzichtet, oder nur eine Komponente der Neigung gemessen wird. Mit einer Beleuchtungsquelle im nicht verwendeten Spektralbereich können z.B. die Particles visualisiert werden, ohne Beeinträchtigung der Wellenmessung.

Die genannten Vorteile ergeben sich haupsächlich aus der speziellen Wahl des verwendeten Farbmusters. In Abschnitt 3.1.2 wurde gezeigt, daß die Wahl der Beleuchtungsrichtungen wesentlichen Einfluß auf die Rekonstruktionsgleichungen hat. Durch die Normierung (3.9) konnte die Reflektivität $\rho(\lambda)$ aus den Gleichungen eliminiert werden. Zhang and Cox [1994] haben als erste ein Farbbildverarbeitungssystem zur simultanen Messung beider Neigungskomponenten der Wasseroberfläche vorgestellt. Allerdings lassen die dort verwendeten Farbmuster keine Normierung zu. Das in der vorliegenden Arbeit zur Anwendung gekommene Muster zeichnet sich dagegen durch lineare Verläufe im RGB Farbraum aus. Es erlaubt eine solche Normierung und die Bestimmungsgleichungen der beiden Komponenten des Gradienten lassen sich entkoppeln.

3.2.2 Der Farbkeil

Um in jedem Pixel die Neigungsinformation bestimmen zu können, muß ein eindeutiger Zusammenhang zwischen gemessener Farbe (r,g,b) und der Ursprungsposition des empfangenen Lichtstrahls $\vec{r} = (x, y)$ (Abbildung 2.18) auf der Leuchtfläche geschaffen werden. In der Monochromtechnik war diese Beziehung durch den Einsatz eines linearen Graukeils als Leuchtfläche gleichfalls linear. Hier wird in einem vereinfachten Modell beschrieben, welches Farbmuster gewählt wurde, damit dieser Zusammenhang, nun für die Grauwerte in den einzelnen Farbkanälen, weiterhin linear ist. Innerhalb der Leuchtfläche ($|x| \leq 1/2, |y| \leq 1/2$) wird der gewählte Farbverlauf wird im RGB Farbraum definiert durch:

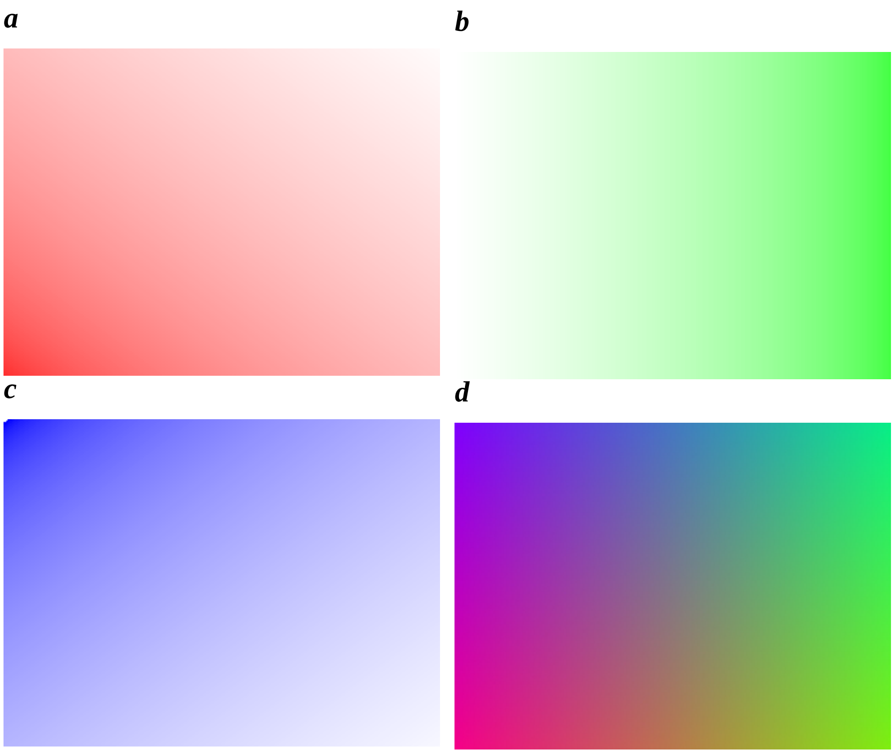


Abbildung 3.4: Das zur Kodierung der Wellenneigung verwendete Farbmuster **d** ist eine Kombination aus drei linearen Keilen der Grundfarben **a** Rot, **b** Grün und **c** Blau.

$$\begin{aligned} Rot:\quad & R(x,y) &= 1/2 - 1/2(x+y) \\ Grün:\quad & G(x,y) &= 1/2 + x \\ Blau:\quad & B(x,y) &= 1/2 - 1/2(x-y) \end{aligned} \tag{3.12}$$

Der Verlauf der drei Grundfarben und des gesamten Farbmusters ist in Abbildung 3.4 dargestellt. Der Grünkeil verläuft parallel zur x-Achse, während die beiden anderen Farbkeile diagonal verlaufen. Die Strahlungsdichten der drei Primärequivalenzen seien proportional zu den angegebenen RGB Werten.

Bildet man die Differenz der beiden Kanäle Rot und Blau, so ergibt sich ein linearer Gradient in y-Richtung. Die Umkehrfunktionen sind entkoppelt (verg. Gleichung (3.11)). Der Ursprungsort des in einem Pixel abgebildete Lichtstrahls auf der Leuchtfläche läßt sich einfach aus den Grauwerten der einzelnen Kanälen berechnen:

$$x = G - 1/2 \qquad \text{bzw.} \qquad y = (B - R) \tag{3.13}$$

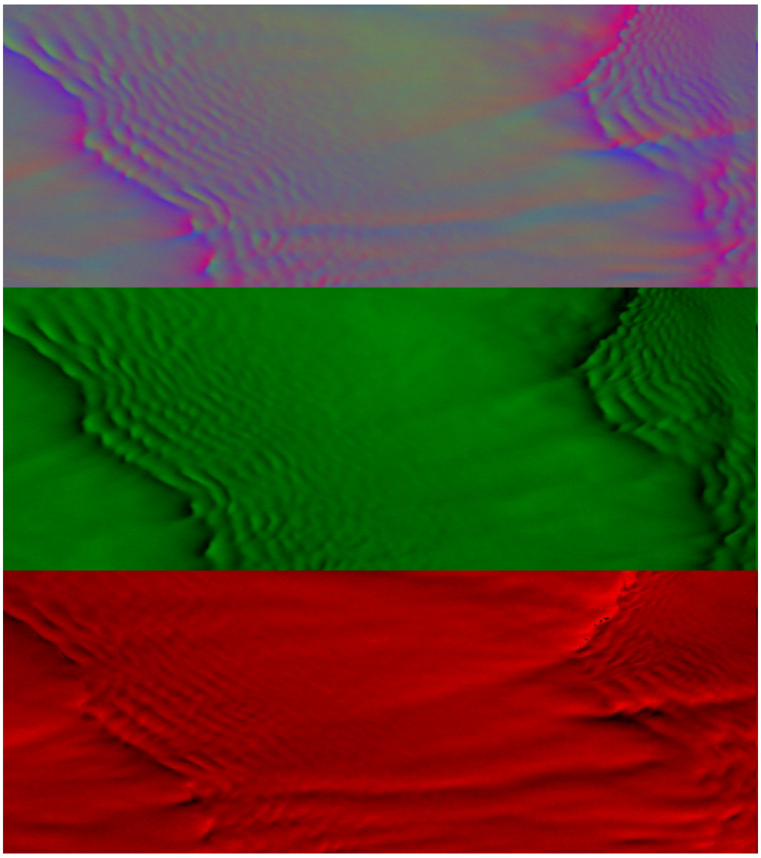


Abbildung 3.5: Bilder der wellenbewegten Wasseroberfläche (Ausschnitt ca. $15 \times 12\,\mathrm{cm}^2$). Oben: Original RGB-Bild; Mitte: Neigungskomponente in Windrichtung; Unten: Neigungskomponente senkrecht dazu. Dunkle Grauwerte entsprechen negativen Neigungen und umgekehrt.

Bisher wäre auch eine Realisation mit nur zwei Farben möglich. Zwei senkrecht zueinander stehende lineare Farbgradienten, etwa in Grün und Blau, liefern ebenfalls lineare und entkoppelte Umkehrfunktionen. Aus den drei unabhängigen Informationen die in den drei Farbkanälen Rot, Grün und Blau zur Verfügung stehen, werden in (3.13) bisher auch nur zwei Informationen G und $B - R$ verwendet. Daraus werden die beiden Ortskomponenten x und y bestimmt, die ihrerseits auf die gesuchten Neigungswinkel schließen lassen. Es steht also eine weitere Information zur Verfügung. Der entscheidende Vorteil der drei Farbgradienten in (3.12) ist die Konstanz der Gesamtintensität $I(x, y) = R + G + B = 3/2$. Die dritte Information wird in dieser Form ($R + G + B$) bei realen Beleuchtungsverhältnissen zur *Normierung* verwendet.

3.2.3 Die Normierung

Zur Realisation einer Leuchtfläche, die an jedem Ort Licht einer definierten Farbe aussendet, wurde folgende Technik verwendet: Nach obigen Gleichungen (3.12) wurde ein Farbbild generiert und auf

Overheadfolie gedruckt. Diese wird von unten mit ***weißem*** Licht durchleuchtet, dessen Intensitätsverlauf durch $I_0(x, y)$ gegeben sei. Eine spektrale Abhängigkeit von I_0 ist in diesem vereinfachten Modell nicht berücksichtigt. Die in (3.12) definierten Werte $R(x, y)$, $G(x, y)$ und $B(x, y)$ erhalten nun die Funktion von Transmissionskoeffizienten.

$$\begin{aligned} Rot: \quad & r(x,y) &= I_0(x,y) * R(x,y) = I_0(x,y) * (1/2 - 1/2(x+y)) \\ Grün: \quad & g(x,y) &= I_0(x,y) * G(x,y) = I_0(x,y) * (1/2 + x) \\ Blau: \quad & b(x,y) &= I_0(x,y) * B(x,y) = I_0(x,y) * (1/2 - 1/2(x-y)) \end{aligned} \tag{3.14}$$

Die gesamte emittierte Strahlungsdichte in einem Punkt ist gegeben durch $I = r + g + b$. Die auf die Grauwertsumme der Kanäle *normierten* Werte

$$\begin{aligned} \bar{r} &:= r/I = I_0 R/(I_0 * (R + G + B)) = R * 2/3 \\ \bar{g} &:= g/I = G * 2/3 \\ \bar{b} &:= b/I = B * 2/3 \end{aligned} \tag{3.15}$$

sind unabhängig von der Intensitätsverteilung I_0 der Beleuchtungsquelle. Nun bestehen zwischen den *normierten* Grauwerten und dem gesuchten Ort (x, y) die beiden folgenden entkoppelten linearen Beziehungen (vgl. Gleichung (3.13)):

$$x = G = \bar{g} * 3/2 - 1/2 \qquad \text{bzw.} \qquad y = (B - R) = (\bar{b} - \bar{r}) * 3/2 \tag{3.16}$$

Eine Beispielaufnahme der Wasseroberfläche ist in Abbildung 3.5 dargestellt. Oben die Original RGB-Aufnahme, in der Mitte die Neigungskomponente in Windrichtung ($s_x \propto \bar{g}$) und unten die Komponente senkrecht dazu ($s_y \propto \bar{b} - \bar{r}$ in Rot dargestellt).

Das oben beschriebene Modell ist sehr stark vereinfachend. Jede Komponente des gesamten Systems (Lampen, Farbstoffe der Folie, CCD) hat seine eigene spektrale Abhängigkeit (Emission der Lampen , Transmission der Farbstoffe, Transmission der Strahlteiler und Empfindlichkeit des CCD Sensors). Abbildung 3.7 belegt die Gültigkeit dieses Modells und zeigt gleichzeitig die Effektivität der Normierung. Bei stark inhomogener Beleuchtung $I_0(x, y)$ wurde hier der Farbverlauf bei ruhiger Wasseroberfläche aufgenommen. In Grafik **a** ist der Grauwertverlauf im Grünkanal des Originalbildes dargestellt. Der mittlere Plot **b** zeigt die Gesamtintensität $I = R+G+B$ als Summe der drei Farbkanäle. Im unteren Plot **c** ist der normierte Grünkanal dargestellt. Trotz inhomogener Beleuchtung erhält man durch die Normierung einen linearen Zusammenhang zwischen dem Ort auf der Leuchtfläche und dem Grauwert im entsprechenden Farbkanal. Für diese Aufnahme wurde die Fresnelllinse (vgl. Abbildung 2.18) demontiert um den Farbkeil selbst aufzunehmen. Bei vorhandener Fresnellinse wäre im gesamten Bild die gleiche Farbe zu sehen (gleiche Neigung). Zur besseren Darstellung wurden die Bilder ohne vorherige Glättung unterabgetastet. Für die praktische Anwendbarkeit der kodierten Beleuchtung bedeutet das einen sehr großen Vorteil gegenüber dem monochromen Vorgänger. Eine der größten Schwierigkeiten bestand in der Realisation eines exakten linearen Intensitätsgradienten. Hier muß lediglich eine homogene Leuchtfläche erzeugt werden. Kleine Abweichungen werden durch die Normierung ausgeglichen.

Abbildung 3.6: Bilder des Farbmusters bei vorhandenen Luftblasen. Oben: Originalbild; unten: nach der Normierung.

Nicht nur Inhomogenitäten der Beleuchtungsquelle, auch Störungen im weiteren Lichtweg können unter Umständen mit Hilfe der Normierung stark reduziert werden. Abbildung 3.6 zeigt das sehr anschaulich. Im oberen Teil der Abbildung wurde wieder das Farbmuster aufgenommen. Etliche Luftblasen, die am Boden des Kanals festsitzen, sind als dunkle Flecken zu erkennen. Der untere Teil der Abbildung zeigt das Bild nach der Normierung. Die Störungen aufgrund der durch die Luftblasen gestreuten Intensität sind fast vollständig verschwunden. Solche Störungen lassen sich nicht nur stark reduzieren bzw. eliminieren, sie können vor allem sehr leicht durch einfache Schwellwertanalyse in der Gesamtintensität $I = R + G + B$ automatisch detektiert und beurteilt werden. Bei der Monochromtechnik ist dies nur sehr schwer oder gar nicht möglich, da ein geringer Grauwert auch durch eine hohe (negative) Neigung hervorgerufen werden kann. In den Bilddaten, die am ringförmigen Wind-Wellen-Kanal in Heidelberg aufgenommen wurden, finden sich häufig Bilder mit Schatten der Windpaddel. Diese großflächigen Einbrüche in der Gesamtintensität sind sehr einfach automatisch zu erkennen. Bei der Berechnung statistischer Parameter können diese Bilder ignoriert werden. In den Abbildungen 3.8 ist die Paddelgeschwindigkeit so hoch, daß keine vollständige Abschattung auftritt. Der Grünkanal ohne Normierung (Bild **b**) entspricht einer Aufnahme der Monochromtechnik, also direkt Neigungsinformation. Der durch das Paddel abgeschattete Bereich ist als Störung schwer automatisch zu erkennen. Dagegen ist es sehr einfach im Bild der Gesamtintensität (Bild **c**) zu detektieren, da hier keine Fehlinterpretation als reale negative Neigung möglich ist. Selbst wenn eine solche recht massive Störung nicht beachtet wird, kann die Normierung diese Störung weitgehend eliminieren. Abbildung 4.5 **d** zeigt den normierten Grünkanal. In *a*

b

c

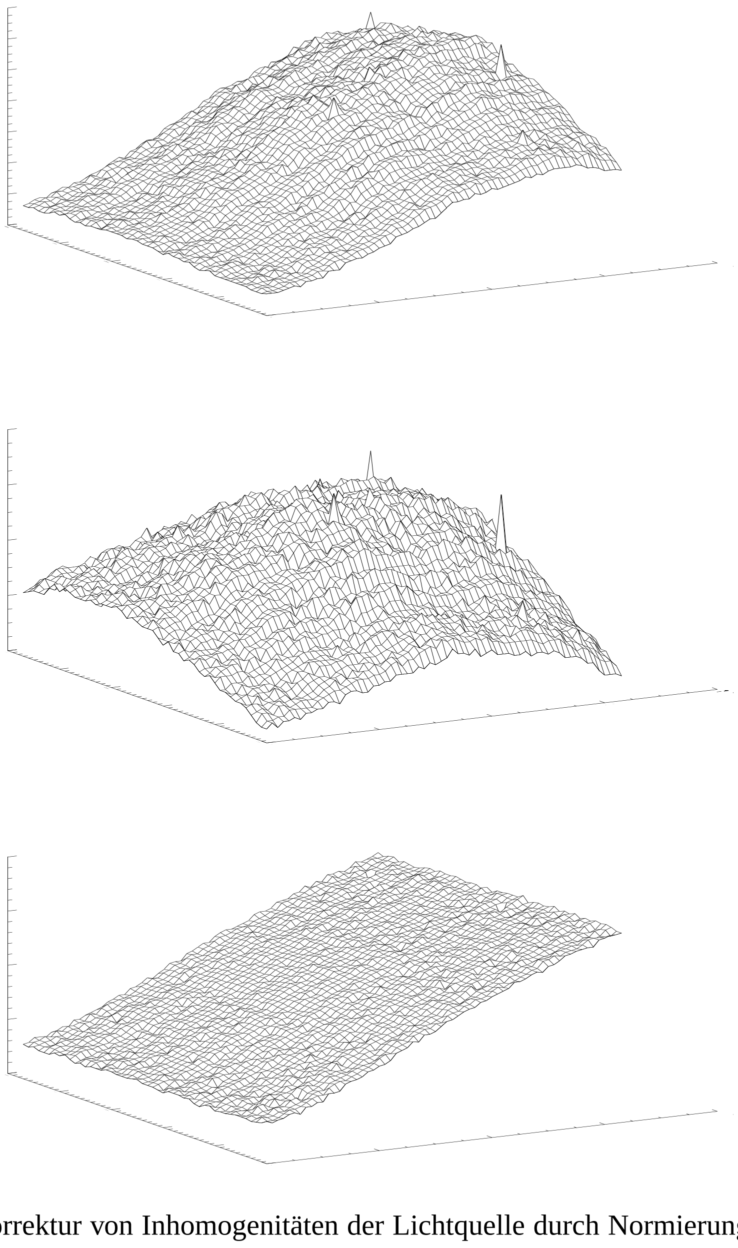


Abbildung 3.7: Korrektur von Inhomogenitäten der Lichtquelle durch Normierung. **a** Grünkanal g eines Originalbildes des Farbmusters. **b** Intensitätsverteilung als Summe der drei Kanäle (r+g+b). **c** Grünkanal $\bar{g}$ nach der Normierung.

Abbildung 4.5 ist die Höhenrekonstruktion dieses Ausgangsbildes sowohl in **a** als Grauwertbild als auch in **b** mit Hilfe einer einfache Projektion dargestellt. Die Normierung macht diese Farbtechnik im Vergleich zu der bisherigen Monochromtechnik insgesamt erheblich robuster.

3.2.4 Weitere Möglichkeiten der Photometrischen Stereoanalyse der Wasseroberfläche

Mit der bisher beschriebenen Visualisierung mit drei Kanälen können simultan beide Neigungskomponenten der wellenbewegten Wasseroberfläche bildhaft erfaßt werden. Bei einem Teil der durchgeführten Messungen wurde nur eine der Neigungskomponenten gemessen, ohne jedoch auf die Möglichkeiten der Photometrischen Stereoanalyse zu verzichten. Die wurde notwendig, da gleichzeitig am selben Meßort eine zusätliche Beleuchtung für eine weitere optische Messung im Einsatz war. Von der CISG-Kamera wurden nur zwei der drei Farbkanäle ausgewertet. In der dritten Farbe wurde eine weitere Beleuchtung zur simultanen Messung der Wasserströmung direkt unter den beobachteten Wellen (Kapitel 6 bzw. von Konzentrationsprofilen in der wasserseitigen Grenzschicht Kapitel 7) realisiert.

Der Farbkeil der Beleuchtung bestand aus zwei gegenläufigen Farbkanälen in rot und grün:

$$\begin{aligned} Rot: \quad & R(x,y) &= 1/2 - x \\ Grün: \quad & G(x,y) &= 1/2 + x \end{aligned} \tag{3.17}$$

bzw. im Falle der transparenten bedruckten Folie:

$$\begin{aligned} Rot: \quad & r(x,y) &= I_0(x,y) * R(x,y) = I_0(x,y) * (1/2 - x) \\ Grün: \quad & g(x,y) &= I_0(x,y) * G(x,y) = I_0(x,y) * (1/2 + x) \end{aligned} \tag{3.18}$$

Auch in diesem Fall ist die Summe beider Farben $I = R+G = 1$ konstant und eine Normierung kann durchgeführt werden. Entsprechend den Gleichungen (3.15) ergibt sich:

$$\begin{aligned} \bar{r} &:= r/I = I_0 R/(I_0 * (R+G)) = R \\ \bar{g} &:= g/I = G \end{aligned} \tag{3.19}$$

Beyer [1997] verwendete, um auf einer Gesamtlänge von $1,8$ m eine ausreichende Neigungsauflösung zu erhalten, drei Segmente hintereinander mit je zwei gegenläufiger Farbgradienten. wobei jedes Segment aus einer andere Farbkombination (gruen-rot,gruen-blau,blau-rot) zusammengesetzt war. Von Klinke and Jähne [1995] wird ein weiteres System verwendet, das in einer Boje installiert ist und zur Wellenmessung auf der freien Ozeanoberfläche eingesetzt wird. Es basiert auf vier Monochrom Kameras. Anstelle der drei Farbgradienten und der Farbkanäle der RGB Kamera treten vier lineare Graukeile, die jeweils einer der vier Kameras als Beleuchtungsquelle dienen. Als Leuchtquelle wird ein Array von mehr als 16000 LEDs verwendet, die kurzzeitig geblitzt werden.

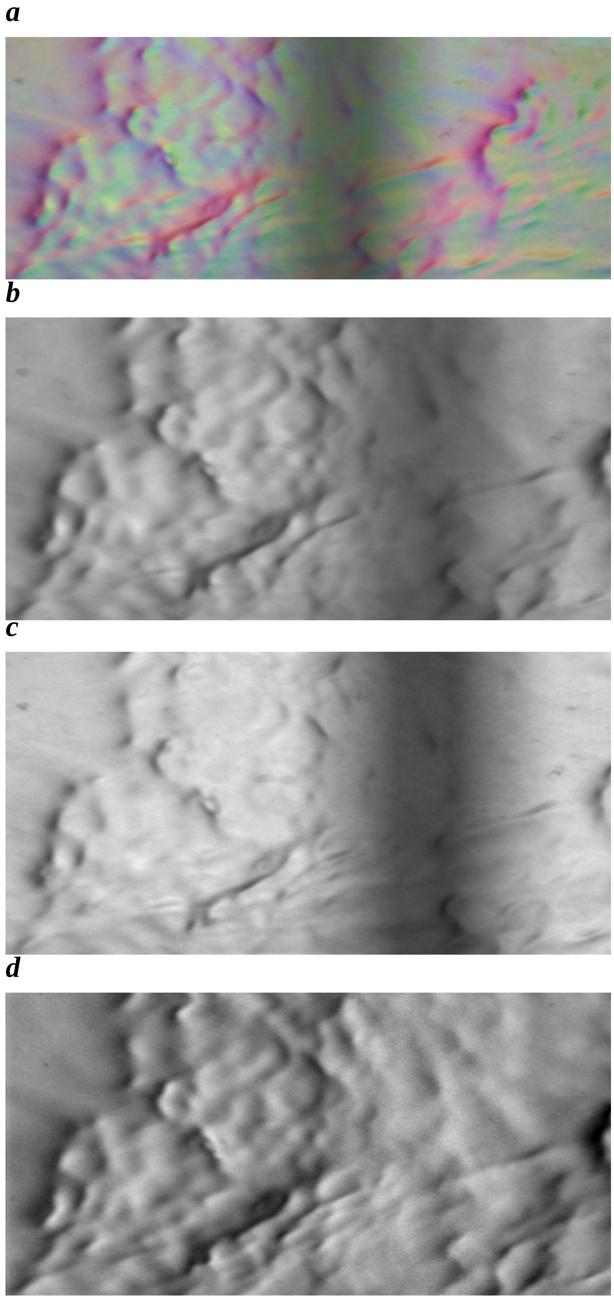


Abbildung 3.8: Detektion der Windpaddel im Bild der Gesamtintensität. **a** Original RGB Bild; **b** Original Grünkanal (nicht normiert) entspricht der alten Monochromtechnik; **c** Gesamtintensität $R + G + B$; **d** normierter Grünkanal; Die Höhenrekonstruktion dieser Aufnahme zeigt Abbildung 4.5.

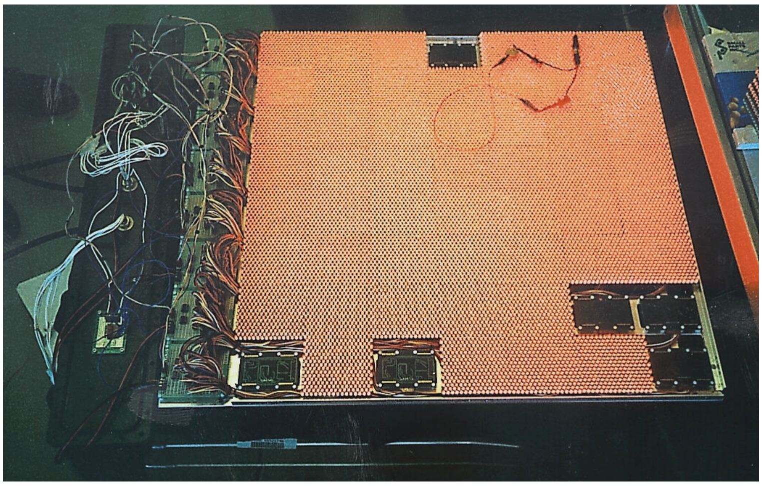


Abbildung 3.9: Ein Array von mehr als 16000 LED kurzzeitig in vier verschiedenen Modi gepulst dient Klinke and Jähne [1995] als Beleuchtungsquelle. Zusammen mit vier Monochrom Kameras ist ebenfalls eine Photometrische Stereoanalyse möglich.

Die angeschlossene Elektronik kann dieses Array in vier verschieden Zustände schalten. Für jede LED kann in jedem der vier Zustände die Helligkeit separat so eingeregelt werden, daß sich insgesamt vier lineare Graukeile ergeben. Jeweils zwei der Gradienten sind entgegengesetzt, während die beiden anderen Gradienten senkrecht dazu ausgerichtet sind. Die Kameras sind mit der Beleuchtungsquelle synchronisiert und nehmen in sehr kurzem zeitlichen Abstand Bilder des gleichen Ausschnitts auf. Abbildung 3.9 zeigt das Array der Leuchtdioden, wobei einige der LED Module ausgebaut sind.

3.3 Kalibrierung

Vor jeder Meßreihe sind einige Schritte zur Kalibrierung des gesamten System notwendig:

- Kamerakalibrierung (Farbtemperatur, Schwarzbild, Weißabgleich)
- Nullneigungsbild
- Größeneichung
- Neigungseichung

Wie bei Farbkameras üblich, werden durch Einstellung der Farbtemperatur, Aufnahme eines Schwarzbildes und Durchführung eines Weißabgleichs *gain* und *offset* der drei Farbkanäle den aktuellen Beleuchtungsverhältnissen angepasst. Dabei wird üblicherweise die Kamera zum Weißabgleich auf eine weiße Fläche gerichtet. Nun zeigt sich ein weiterer Vorteil des hier verwendeten Farbmusters. Bei ruhiger Wasseroberfläche, also Neigung gleich Null in allen Bildpunkten, gehen alle ins Objektiv der Kamera gelangenden Lichtstrahlen idealerweise vom Zentrum des Farbkeils aus (siehe Abbildung 2.18). Setzt man $x = y = 0$ in die Gleichungen (3.15), so ergibt sich $r = g = b = 1/2$ und ein Weißabgleich der Kamera kann ohne Schwierigkeiten unter ansonsten normalen Messbedingungen durchgeführt werden. Das bedeutet, die Kamera wird ohne fremde Lichtquelle oder Weißfläche ausschließlich mit Hilfe der farbkodierten Beleuchtung selbst kalibriert.

Die Bedingung $r = g = b = 1/2$ für Neigung Null ist nur erfüllt unter der Annahme einer idealen Sammellinse. Unter realen Verhältnissen gibt es Abweichungen. Diese werden bei der Auswertung der Neigungsbilder dadurch korrigiert, daß ein gemitteltes Nullneigungsbild subtrahiert wird. Dies ist ohnehin notwendig, falls man auf die Sammellinse verzichten muß (vgl. Abbildung 2.19 auf Seite 38).

Zur Größeneichung wird ein Kalibrierkörper auf die Wasseroberfläche aufgebracht. Aus dem Bild des Kalibrierkörpers wird das Abbildungsverhältnis bestimmt. Die eigentliche Neigungseichung des Systems erfolgt mit Hilfe eines Eichkörpers mit bekannter Neigung. Dieser wird vor den eigentlichen Messungen auf die ruhende Wasseroberfläche aufgebracht. Nun werden Bilder des Eichkörpers an verschiedene Positionen im Bildbereich aufgenommen.

Die in Balschbach and Menzel [1997] vorgestellten Untersuchungen zum Einfluß der Wasserhöhe und der Bildposition auf die Neigungseichung wurden mit einem Plexiglaskörper durchgeführt, der auf die Wasseroberfläche aufgebracht wurde. Abbildung 3.10 zeigt die unterschiedlich geneigten Oberflächensegmente in einem Bereich der Neigung von ± 1.25. Mit einer Reihe von Bildern des Eichkörpers an unterschiedlichen Positionen konnte an jedem Bildpunkt aus den gemessenen zehn Neigungswerten eine Kalibrierfunktion bestimmt werden. Nachteilig waren die wenigen Neigungswerte. Die beiden Richtungen des Gradienten mußten getrennt voneinander geeicht werden. Die im folgenden beschriebene Technik ermöglicht die Eichung mit einer kontinuierlichen Neigung in beiden Achsenrichtungen.

Als Eichkörper wurde später eine plankonvexe sphärische Linse bzw. ein Array solcher Linsen verwendet. Die konstante Krümmung der sphärischen Oberfläche führt in erster Ordnung zu einem linearem Verlauf der entsprechenden Neigungskomponente entlang einer Achse. Abbildung 3.11 zeigt Originalbilder einer sich auf der Wasseroberfläche befindenen Linse und die sich nach Normierung ergebenden Neigungskomponenten. Die Oberfläche einer Kugel mit Radius R ist gegeben

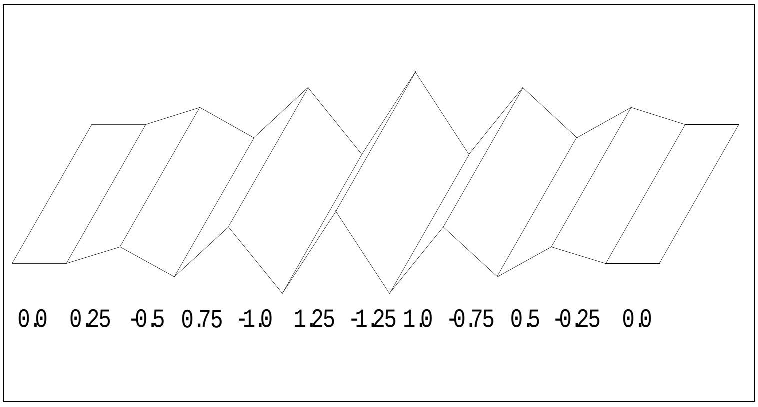


Abbildung 3.10: Das Eichwavelet besteht aus $5cm$ breiten Plexiglasstreifen unterschiedlicher Neigung.

durch $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$. Beschränkt man sich auf die obere Halbkugel ($z > 0$), so erhält man $z = \sqrt{R - x^2 - y^2}$. Für die beiden Ableitungen $\partial z/\partial x$ und $\partial z/\partial y$ ergeben sich unter Verwendung von $r := x^2 + y^2$ und der Taylorentwicklung:

$$\begin{aligned} s_x &:= \tfrac{\partial z}{\partial x} = x\tfrac{1}{\sqrt{R^2-x^2-y2}} = x\tfrac{1}{R}\left(1 + \tfrac{1}{2}\left(\tfrac{r}{R}\right)^2 + ...\right) \\ s_y &:= \tfrac{\partial z}{\partial y} = y\tfrac{1}{\sqrt{R^2-x^2-y2}} = y\tfrac{1}{R}\left(1 + \tfrac{1}{2}\left(\tfrac{r}{R}\right)^2 + ...\right) \end{aligned} \tag{3.20}$$

In erster Näherung, also für kleine Abstände $r << R$ von der optischen Achse, sind die Ableitungen linear. s_x ist nur abhängig von x, s_y nur abhängig von y. Im folgenden wird daher eindimensional weitergearbeitet. In Abbildung 3.12 sind für eine Linse die Grauwerte im normierten Grünkanal $\bar{g}$ (Neigung in Windrichtung) und im normierten Differenzbild $\bar{b} - \bar{r}$ (Neigung senkrecht dazu) dargestellt. Wie in Abbildung 3.13 deutlich wird, reicht Gleichung (3.20) wegen der unterschiedlichen Brechungsindizes von Glas und Wasser zur Eichung nicht aus. Wir suchen eine Beziehung zwischen der Neigung der Linsenoberfläche $s\prime = \tan(\alpha') = \partial z/\partial x$ und einer korrespondierenden Neigung der Wasseroberfläche $s = \tan(\alpha)$, die den selben Transmissionswinkel γ zur Folge hätte. Aus den bekannten Brechungsgesetzen lassen sich für die eingezeichneten Winkel folgende Zusammenhänge ableiten:

$$\sin\beta' = \frac{1}{n_G}\sin(\alpha') \tag{3.21}$$

$$\alpha'' = \alpha' - \beta' \tag{3.22}$$

$$sin(\gamma) = \frac{n_G}{n_W}\sin(\alpha'') \tag{3.23}$$

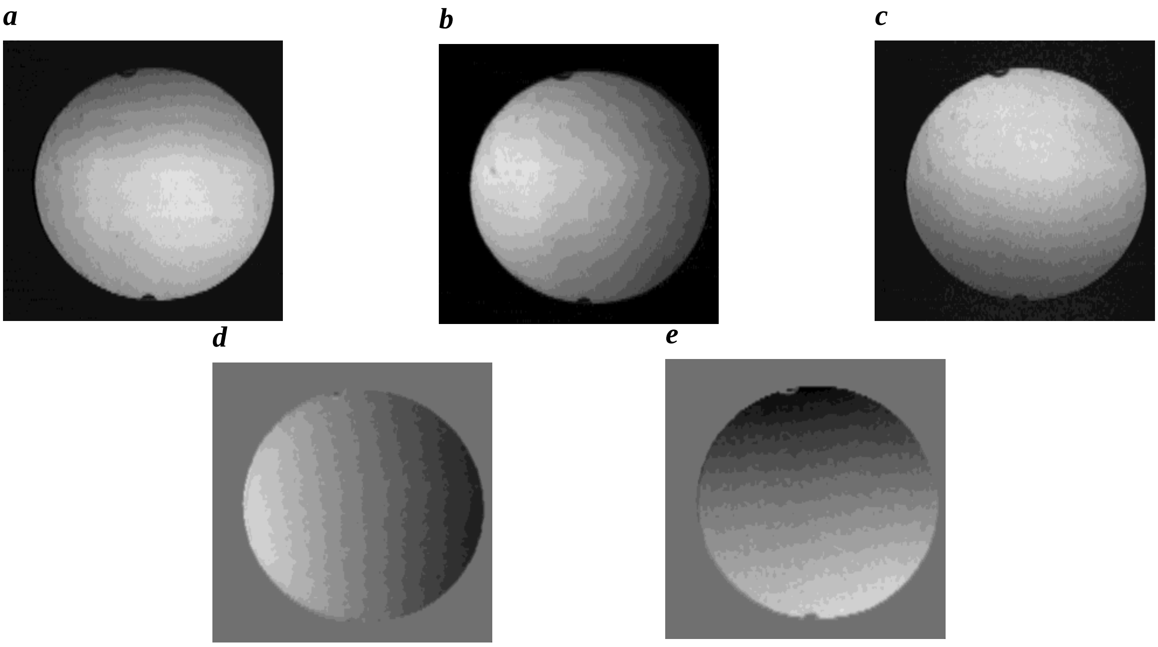


Abbildung 3.11: Bilder der drei Kanäle Rot **a** , Grün **b** und Blau **c** einer zur Eichung verwendeten sphärischen Linse. **d** und **e** zeigen die daraus mittels Normierung berechneten Neigungsbilder in x bzw. y Richtung. Hier noch nicht auf reale Wasserneigung geeicht.

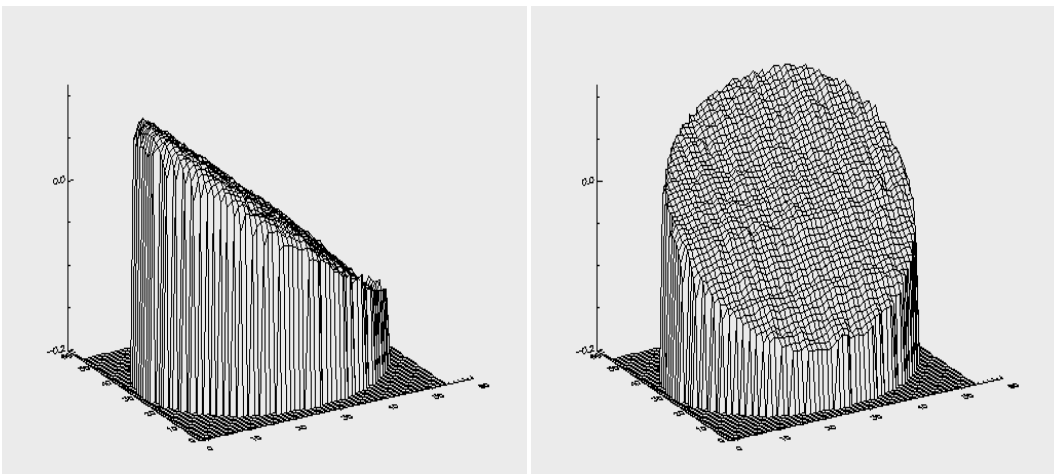


Abbildung 3.12: Die konstante Krümmung einer Glaslinse bewirkt einen linearen Anstieg der Neigungkomponente entlang der jeweiligen Achse.

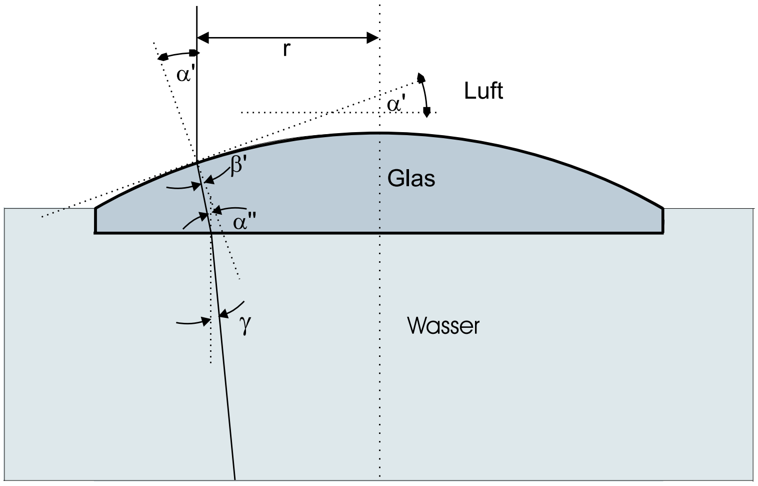


Abbildung 3.13: Zweifache Refraktion (Luft-Glas und Glas-Wasser) bei der zur Neigungseichung verwendeten sphärischen Linse.

Mit den gegebenen Daten der verwendeten Linse [1] wurden für verschiedene Werte r/R numerisch die Refraktionswinkel γ berechnet. Mit Hilfe von (2.103) wurden anschließend die korrespondierenden Wasserneigungen $s = \tan(\alpha)$ berechnet. Diese Funktion $s(r/R)$ wurde mit einem Polynom dritten Grades angenähert. In Abbildung 3.14 sind Zwischenergebnisse dieser Simulationsrechnung dargestellt. In **a** ist α als Funktion von r/R gezeigt (Gleichung (3.21)). **b** zeigt den Refraktionswinkel γ (Gleichung (3.23)) und Schaubild **c** den korrespondierenden Neigungswinkel s der Wasseroberfläche. Es zeigen sich deutliche Abweichungen vom eingezeichneten linearen Fit (gestrichelt). Bei einem relativen Abstand $r/R = 0.5$ am Rand der Linse ergibt sich schon aus Gleichung (3.20) ein relativer Fehler von $> 10\%$ gegenüber der linearen Näherung. Daraus folgt auch eine nicht zu vernachlässigende Abhängigkeit von der Richtungskomponente senkrecht zur betrachteten Neigungsrichtung.

Da aus den Grauwertverläufen der Eichbilder ein linearer Ebenenfit aus dem inneren Bereich berechnet werden sollte, wurde zusätzlich ein Polynom dritten Grades angenähert (Abbildung 3.14 **d**). Für den verwendeten Linsentyp ergibt sich:

$$s = -1.53014\frac{r}{R} - 1.32518\left(\frac{r}{R}\right)^3 = -1.53014\frac{r}{R}\left(1 + \frac{1.32518}{1.53014}\frac{r^2}{R^2}\right) \tag{3.24}$$

Der relative Fehler in r/R ist etwa doppelt so groß gegenüber Gleichung (3.20). Beschränkt man sich bei der Auswertung der Eichbilder auf einen Bereich von $r < 2/3$ des sichtbaren Linsenradius r_{max} ($r_{max} = 25\,\text{mm}$, $R = 51.68\,\text{mm}$), ergibt sich aus (3.24) und $r/R < 1/3$ ein maximaler relativer Fehler ($\approx 0.8 * r^2/R^2$) von etwa 10% am äußersten Rand dieses Bereichs. Der anschließende

[1] Durchmesser $50\,\text{mm}$; Krümmungsradius der Oberfläche $R = 51.68\,\text{mm}$; BK-7 Glas mit $n = 1.517$.

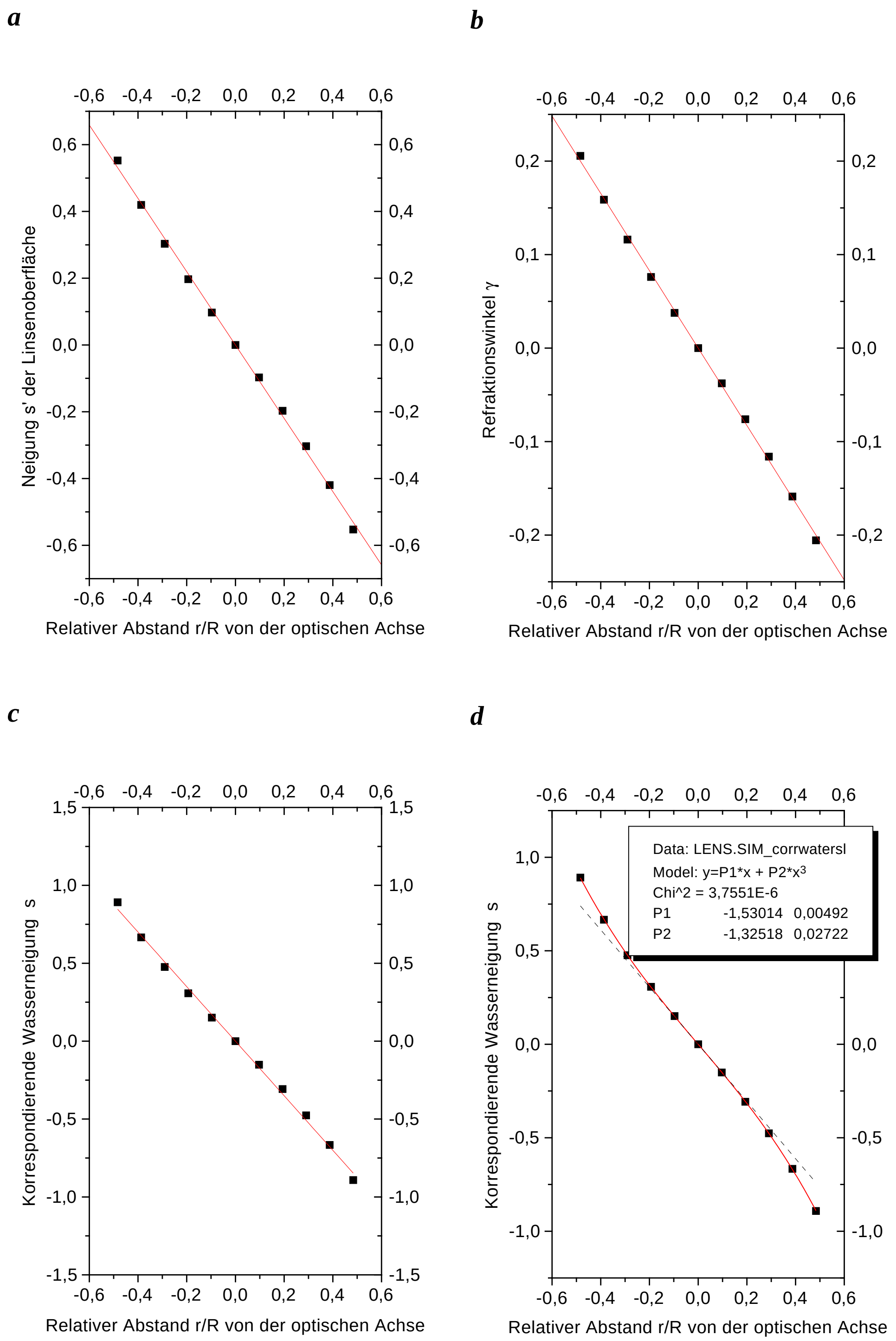


Abbildung 3.14: Simulationsrechnung der korrespondierenden Wasserneigung als Funktion des Abstandes des Lichtstrahls zur optischen Achse der Linse. **a** Oberflächenneigung s' der Linse. **b** Refraktionswinkel im Wasser. **c** Korrespondierender Wasserneigungswinkel s. **d** Linearer und kubischer Fit an s.

Ebenenfit berücksichtigt die gesamte Fläche und der Fehler in der berechneten Neigungsabhängigkeit wird damit wesentlich geringer. Wird die bewertete Fläche zu klein, steigt der statistische Fehler bei der Bestimmung der Ebenengleichung.

Der gesuchte (linearisierte) Zusammenhang zwischen Grauwert und Neigung der Wasseroberfläche läßt sich nun einfach ableiten:

$$\begin{aligned} \delta s(g) &= \frac{\partial s}{\partial g}\delta g = \frac{\partial s}{\partial r}\frac{\partial r}{\partial g}\delta g && (3.25)\\ &= \frac{\partial s}{\partial r}\frac{1}{\frac{\partial g}{\partial r}}\delta g && (3.26)\end{aligned}$$

Die Größe $\partial g/\partial r$ läßt sich mit Hilfe eines Ebenenfits an die im inneren Bereich der Linse gemessenen (normierten) Grauwertverläufe bestimmen (Abbildung 3.12). Aus Gleichung (3.24) und einer Größeneichung kann $\partial s/\partial r$ [2] bestimmt werden. Setz man für R die Größe in Pixel ein, kann man den Ebenenfit für $\partial g/\partial r$ auch direkt in Pixel rechnen. Zu beachten ist dabei, daß mit R der Krümmungsradius der Linse und nicht ihr im Bild sichtbarer Durchmesser gemeint ist!

Diese Eichung ist für beide Richtungen getrennt zu bestimmen:

$$\begin{aligned} s_x(g_x) &= \tfrac{\partial s_x}{\partial g_x}\delta g_x = \tfrac{\partial s_x}{\partial x}\tfrac{\partial x}{\partial g_x}\delta g_x\\ &= \tfrac{\partial s_x}{\partial x}\tfrac{1}{\frac{\partial g_x}{\partial x}}\delta g_x\\ s_y(g_y) &= \tfrac{\partial s_y}{\partial g_y}\delta g_y = \tfrac{\partial s_y}{\partial x}\tfrac{\partial x}{\partial g_y}\delta g_y\\ &= \tfrac{\partial s_y}{\partial x}\tfrac{1}{\frac{\partial g_y}{\partial x}}\delta g_y \end{aligned} \qquad (3.27)$$

Mit g_x sei der Grauwert im normierten Grünkanal $\bar{g}$ bezeichnet und mit g_y der Grauwert im normierten Differenzkanal $\bar{b} - \bar{r}$.

3.3.1 Fehlerabschätzung fur die Neigungsbestimmung

Eine ersten grobe Abschätzung über die erreichbare Genauigkeit kann aus der Betrachtung der der Diskretisierung mit 8 bit bzw. 256 Grauwerten erfolgen. Der minimale absulote Fehler in Grauwerten ist gleich 1. Rechnet man mit einer nutzbaren Dynamik von 200 Grauwerten, so liegt der minimale relative Fehler bei $0,5\%$. Die Neigungswerte werden allerdings nicht direkt, sondern aus der Kombination aller drei Farbkanäle bestimmt:

$$s_x \propto \frac{g}{r+g+b} \qquad \text{bzw.} \qquad s_y \propto \frac{b-r}{r+g+b} \qquad (3.28)$$

Die einzelnen Komponenten im Nenner sind allerdings nicht unabhängig voneinander. Die Beleuchtung war ja gerade so konzipiert, daß Summe $r + g + g$ immer konstant ist, im Idealfall

[2] $\partial s/\partial r = 1.53014/R$ für die hier verwendete Linse

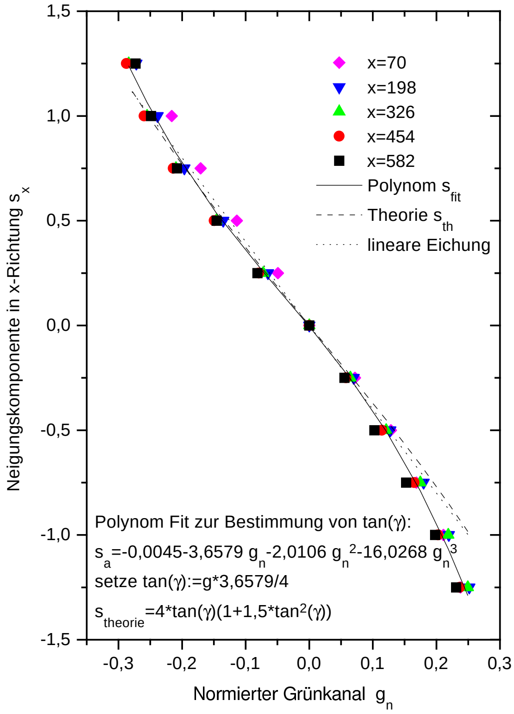


Abbildung 3.15: Abhängigkeit der Neigungseichung von der Position im Bild bzw. auf der Wasseroberfläche.

$r + g + b = 3 * 128$. Addieren wir der Einfachheit halber die absoluten Fehler der drei Komponneten ergibt sich anschleißend ein relativer Fehler für $r + g + b$ von $\approx 1,5\%$. Zusammen mit der Quotientenbildung erhält man für den minimalen relative Fehler eine Größenordnung von $2 - 3\%$. Bei einem abzubildenen Neigungsbereich von ± 1 ergibt das einen minimalen absoluten Fehler von etwa 0.01,

Um die Güte der Neigungsmessung aus den Eichnmessungen abzuschätzen, wurden aus Aufnahmen des Eichwavelets aus Abbildung 3.10 an verschiedenen Stellen im Bild bestimmten Eichfunktionen bestimmt. Diese wurden mit der theoretisch abgeleiteten Beziehung aus Gleichung (2.102) verglichen. Abbildung 3.15 zeigt die an verschiedenen horizontalen Positionen gemessenen normierten Grauwerte (X-Achse) als Funktion der Neigungen der Waveletsegmente (Y-Achse). An alle gezeigten Werte wurde ein Polynom dritten Grades angefittet:

$$s_{fit} \approx -0,0045 - 3,6579\,\bar{g} - 2,0106\,\bar{g}^2 - 16,0628\,\bar{g}^3 \qquad (3.29)$$

Diese Funktion ist als durchgängige Linie eingezeichent. Der Faktor vor dem linearen Term wurde verwendet um in der theoretisch hergeleiteten Formel aus Gleichung (2.102) $\tan\gamma$ zu ersetzen:

$$s_{th} \approx 4\tan\gamma\left[1+\frac{3}{2}\tan^2\gamma\right] \approx 4\frac{-3,6579}{4}\,\bar{g}\left[1+\frac{3}{2}\left(\frac{-3,6579}{4}\,\bar{g}\right)^2\right] \tag{3.30}$$

Bis Neigung Eins ist eine gute Übereinstimmung zu erkennen. Im gezeigten Beispiel ist die Standardabweichung vom gefitteten Polynom s_{fit} (für alle Daten mit Neigung $\leq \pm 1$) gleich $0,05$. Die Standardabweichung von der theoretischen Funktion s_{th} die über den linearen Anteil des Polynoms parametrisiert wurde beträgt $0,09$. Führt man einen rein linearen Fit unter Vernachlässigung der Neigungswerte $\pm 1,25$ durch, ergibt sich eine Standardabweichung von $0,067$. Dies ist deshalb von Interessen, da bei den später verwedeten Eichlinsen nur eine linearer Fit im inneren Bereich durchgeführt wurde. Bezogen auf die maximal meßbare Neigung ergibt das einen Fehler von ca. 5%.

Diese Werte beziehen sich auf Fitfunktionen, die über den gesamten Bildbereich gemittelt wurden. Führt man lokale Eichfunktionen ein lassen sich die Abweichungen weiter verringern. Die Standardabweichungen für die einzelnen Polynomfits liegen im Bereich von $0,018$ bis $0,037$. Bedenkt man den mit $\pm 1,25$ im Vergleich zu alternativen Neigungsmessverfahren [3] sehr großen Neigungsbereich und die hohen Anzahl von Messpunkten pro Bild so ist die erreichte Genauigkeit der Neigungsbestimmung beachtlich.

Eine gute qualitative Abschätzung der Genauigkeit erlaubt die Höhenrekonstruktion (siehe Abschnitt 4.5) der verwendeten Eichlinsen. Abbildung 3.16 zeigt diese Höhenrekonstruktion zumsammen mit der aus den Herstellerangaben berechneten Linsenoberfläche. Hier kommen neben der eigentlichen Neigungseichung weitere Fehlerquellen hinzu: die eigentliche Berechnung der Höhenrekonstruktion Fehlerquelle und die hier verwenmdete rein lineare Rückrechnung der der Wasserneigung auf den Brechungsindex der Linse sind weitere Fehlerquelle.

[3] Bei der LSG von Duke et al. [1995], die zu Vergleich in Kapitel 5 der Messergebnisse herangezogen wurde, beträgt der erfassbare Neigungsbereich $\pm 0,36$.

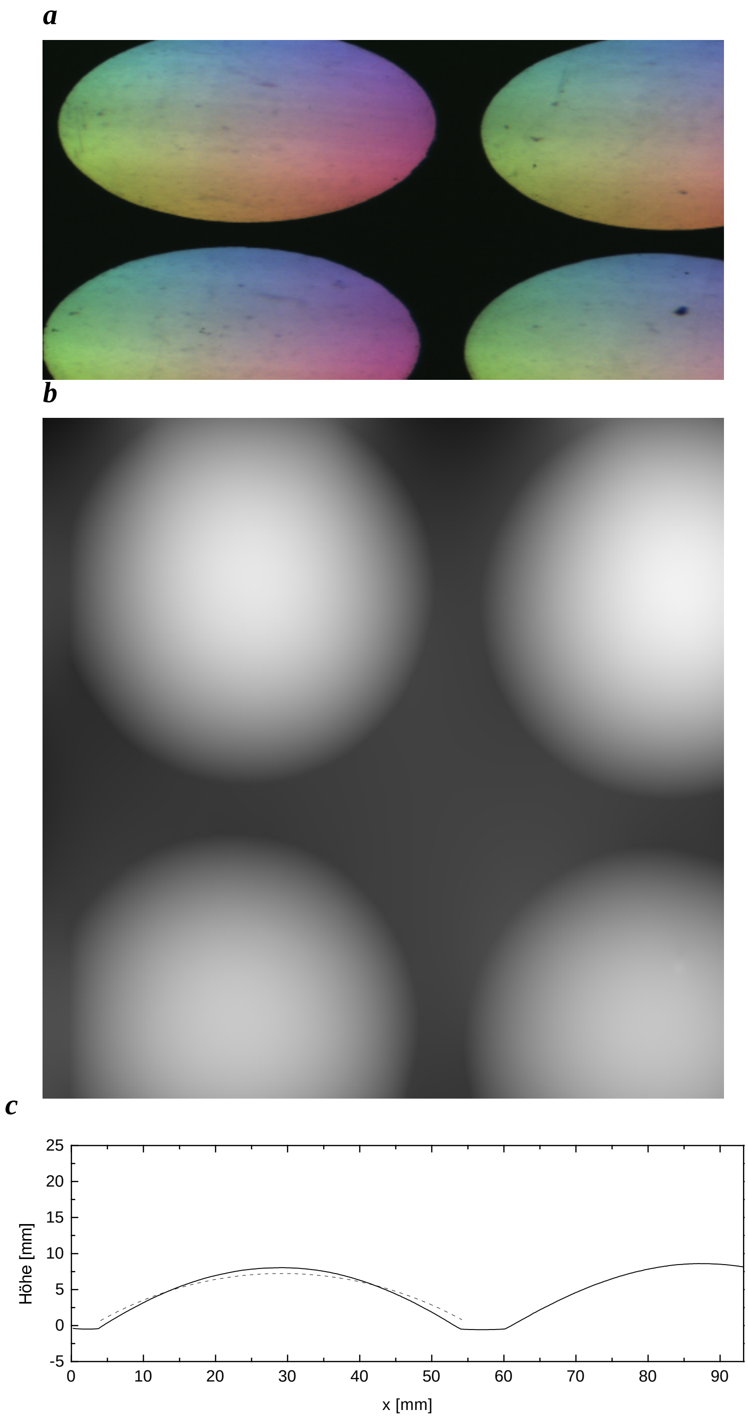


Abbildung 3.16: Rekonstruierte Oberfläche der Eichlinsen und Vergleich mit den Herstelleranmgaben für den Krümmungsradius. **a** Originalbild, **b** Höhe als Grauwertbild auf Vollbildgröße interpoliert und **c** Höhenprofil und angegebener Krümmungsradius.

Kapitel 4

Experimenteller Aufbau und Bildauswertung

Mit der neuen Mehrkanal Technik zur Visualisierung von Wasseroberflächenwellen (*color imaging slope gauge*, kurz CISG) wurden verschiedene Messkampagnen durchgeführt. Dazu standen zwei verschiedene Wind-Wellen-Kanäle zur Verfügung. Der zirkulare Kanal am Institut für Umweltphysik der Universität Heidelberg und der Kanal am *Department of Chemical Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign*. An beiden Kanälen wurden verschiedene statistische Analysen des Wellenfeldes durchgeführt. Die gemessenen Wellenzahlspektren geben Auskuft über die auftretenden Wellenlängen und Ausbreitungsrichtungen. Zusatzlich wurden Neigungsverteilungen bzw. mittlere quadratische Neigungen ermittelt und mit Ergebnissen anderer Meßtechniken verglichen. Von aufgenommenen Bildsequenzen wurden Höhenrekonstruktionen der Wasseroberfläche berechnet. Diese geben die Möglichkeit zu geometrischen Untersuchungen. Die Ergebnisse dieser reinen Wellendaten sind im Kapitel 5 dargestellt.

Darüber hinaus wurde die Wechselwirkung zwischen Wellen und darunterliegender Wasserströmung untersucht. Hierzu wurde unterhalb der beobachteten Wasseroberfläche simultan von Hering [1996] mit einer *particle tracking velocimetry* Technik die Strömung vermessen (Kapitel 6). Die Untersuchung des Einflusses der Wellenphase bzw. der lokalen Wellenneigung auf die wasserseitige Grenzschicht war Ziel eines weiteren kombinierten Experiments. Simultan zur Wellenneigung wurden von Münsterer [1996] in der wasserseitigen Grenzschicht Konzentrationsprofile mit Hilfe laserinduzierter Fluoreszenz gemessen (Kapitel 7).

Im folgenden Kapitel werden die beiden Windkanäle vorgestellt. Der prinzipielle Aufbau der Wellenvisualisierung wird dargestellt und die verschiedenen aus den Neigungsbildern abgeleiteten Daten werden aufgezeigt. Abschließend wird eine Übersicht über die durchgeführten Experimente gegeben. Die speziellen Anforderungen und Anpassungen der CISG bei den kombinierten Experimenten werden in den Kapiteln 6 und 7 beschrieben.

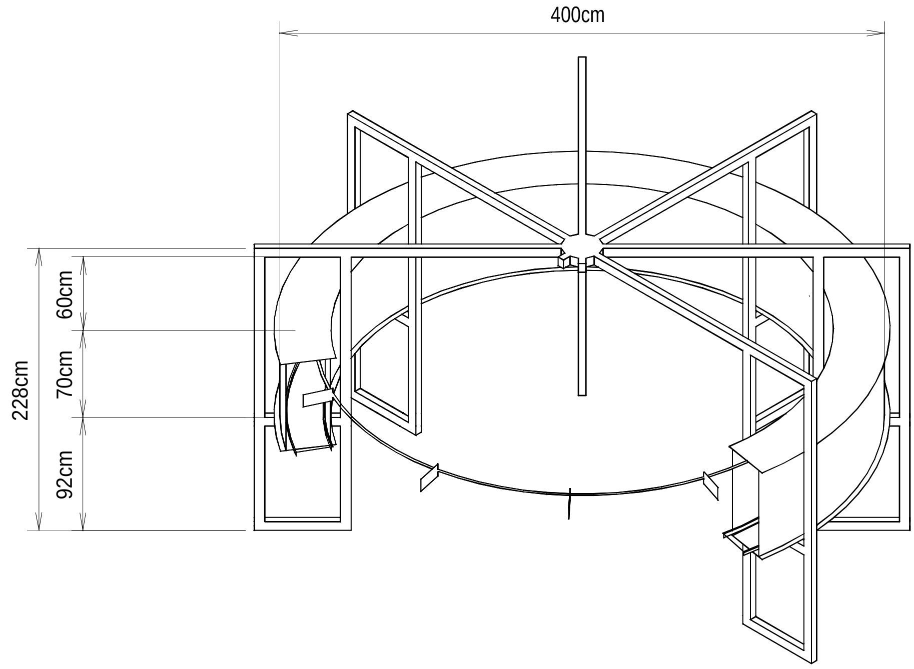


Abbildung 4.1: Der zirkulare Wind-Wellen-Kanal am Institut für Umweltphysik der Universität Heidelberg. Der Ring mit den daran befestigten Paddeln rotiert im geschlossenen Kanal und erzeugt den Wind.

4.1 Der Heidelberger Wind-Wellen-Kanal

Abbildung 4.1 zeigt den früheren zirkularen Wind-Wellen-Kanal am Institut für Umweltphysik. Mit dem Umzug des Instituts in ein neues Gebäude im Winter 1998/1999 wurde dieser Kanal außer Betrieb genommen und demontiert. Der Kanal bestand aus einer ringförmigen Rinne von $4\,\mathrm{m}$ Durchmesser ($11,6\,\mathrm{m}$ Umfang in der Mitte der Rinne), $70\,\mathrm{cm}$ Höhe und $30\,\mathrm{cm}$ Breite. Die übliche Wasserhöhe betrug $30\,\mathrm{cm}$. Die Erzeugung des Windes erfolgte mit Hilfe eines Paddelrings, der im gasdicht abgeschlossenen Kanal rotierte. Die Windgeschwindigkeit wurde während der vorliegenden Messungen mit einem Flügelradanemometer gemessen und daraus mit Hilfe einer Eichkurve die Schubspannungsgeschwindigkeit u_* bestimmt. Durch die Ringgeometrie des Kanals hat man einen 'quasiunendlichen' Fetch. Als Fetch bezeichnet man die Überstreichlänge, die der Wind zur Verfügung hat, um Energie an die Wasseroberfläche abzugeben. Der Fetch hat entscheidenden Einfluß auf die Form der auftretenden Wellen und somit auf das Sättigungsspektrum. Weitere technische Details zu diesem Kanal finden sich in Schmundt et al. [1995]. Abbildung 4.3 zeigt eine Computergrafik des Kanals und des Aufbaus der Wellenvisualisierung. Die Aufbauarbeiten am neuen Wind-Wellen-Kanal (AEOLOTRON), einem zirkularen Wind-Wellen-Kanal mit $10\,\mathrm{m}$ Durchmesser und $1,2\,\mathrm{m}$ Wasserhöhe sind zur Zeit fast abgeschlossen.

4.2 Der Wind-Wellen-Kanal in Urbana

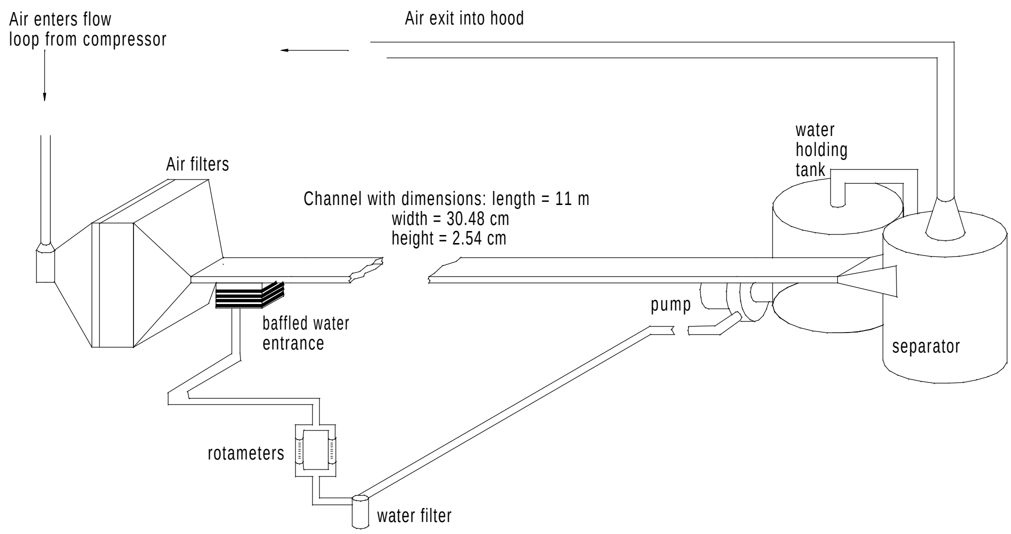


Abbildung 4.2: Der Wind-Wellen-Kanal am *Department of Chemical Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign*.

Bei den Messungen am Wind-Wellen-Kanal in Urbana-Champaign stand die Frage im Vordergrund, welchen Einfluß die extrem geringe Wassertiefe dieses Kanals von etwa $1/2$ Zoll auf die Wellen hat. Allein der visuelle Eindruck unterscheidet sich deutlich vom Wellenfeld bei tieferen Kanälen. Mit den CISG Messungen konnte der Unterschied in Form von Sättigungsspektren quantifiziert werden. Eine Skizze des Kanals ist in Abbildung 4.2 dargestellt. Die Länge des Kanals beträgt 11 Meter. Der Querschnitt ist rechteckig mit einer Breite von $30,84$ cm, und einer Höhe von $2,54$ cm. Auf der linke Seite der Skizze ist der Lufteintritt zu sehen. Preßluft wird durch einen Luftfilter in das Innere des Kanals geleitet. Rechts befindet sich der Luftauslaß. Mit Hilfe eines Druckminderers läßt sich der Luftdruck und damit die Windgeschwindigkeit im Kanal regulieren. Kurz hinter der Lufteintrittsöffnung befindet sich ein Wassereinlauf. Während des Betriebs wird hier mit Hilfe einer Pumpe ständig Wasser aus einem Sammelbehälter in den Kanal geleitet. Die Flußrate läßt sich regulieren und mit Hilfe eines Rotameters bestimmen. Am rechten Ende läuft das Wasser aus dem Kanal zurück in den Sammelbehälter. Die typische Wasserhöhe beträgt etwa $1/2$ Zoll, also etwa die halbe Kanalhöhe. Mit Hilfe einer Eichkurve des dortigen Labors wurde aus den gemessenen Parametern Wasserfluß und Luftdruck die Schubspannungsgeschwindigkeit u_* bestimmt.

4.3 Durchgeführte Messungen

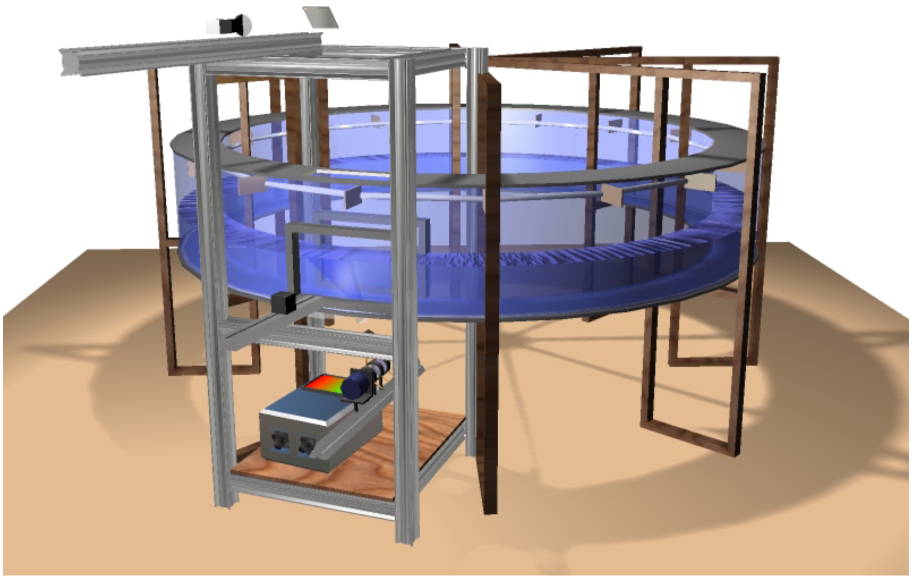


Abbildung 4.3: Der Aufbau der CISG-Wellenvisualisierung am Wind-Wellen-Kanal des Instituts für Umweltphysik der Universität Heidelberg.

Abbildung 4.3 zeigt den Aufbau der CISG am Heidelberger Kanal. Bei den verschiedenen Experimenten wurden unterschiedliche Hardwarekomponenten verwendet, wobei der prinzipielle Aufbau dabei erhalten bleibt. Das gesamte System ist an einer optischen Bank montiert, die ein Segment des Kanals umbaut. Die Farbkamera beobachtet aus einer Entfernung von etwa $3\,\mathrm{m}$ über einen Spiegel von oben die Wasseroberfläche. Die verwendete Brennweite beträgt etwa $80\,\mathrm{mm}$. Unterhalb des Kanals ist eine Fresnel-Linse montiert, in deren Fokusebene sich der Farbkeil befindet. Dieser ist höhenjustierbar mit der eigentlichen Beleuchtungsquelle verbunden. Rechts von der Beleuchtungsbox ist noch die Lichtquelle der PTV-Strömungsvisualisierung zu sehen (siehe Kapitel 6.2). Tabelle 4.1 gibt einen Überblick über die durchgeführten Experimente. Drei der vier Kampagnen wurden am $4\,\mathrm{m}$ zirkularen Wind-Wellen-Kanal am Institut für Umweltphysik der Universität Heidelberg durchgeführt, die vierte Meßkampagne am Wind-Wellen-Kanal des *Department of Chemical Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign*.

Bei den Messungen I und II wurde zur Bildaufnahme eine 3 Chip RGB Videokamera (SONY DXC 930, nach amerikanischer Norm EIA525) verwendet. Die Bilddigitalisierung erfolgte im PC mit dem Framgrabber MFG[1] von ITI. Die digitalisierten Bilddaten wurden über einen speziellen Bus (Vision Bus) in den Speicher einer Erweiterungskarte mit eigenem INTEL i860 Prozessor übertragen. Damit war die Aufnahme von Farbbildsequenzen in Echtzeit möglich. Die 128 MByte RAM dieser Hyperspeed XPI860 Karte ermöglichten eine Sequenzlänge von 180 Halbbildern (640×240

[1] **M**odular **F**rame **G**rabber MFG

Tabelle 4.1: Übersicht über die durchgeführten Mesungen

	Datum	Kanal	Messungen	Ergebnisse siehe
I	06.1995	Heidelberg	Simultane Messungen mit PTV	Kapitel 6
II	11.1995 und 12.1995	Urbana	Sättigungsspektren	Kapitel 5
			Mittlere quadratische Neigung	Kapitel 5
			Simultane Messungen mit LIF	Kapitel 7
III	07.1997	Heidelberg	Sättigungsspektren	Kapitel 5
IV	02.1998	Heidelberg	Vergleichende Messungen mit RSG	Kapitel 5

Pixel, $60\,$Hz) bzw. 3 Sekunden. Zur Höhenrekonstruktion wurden diese Bilder auf 512 Pixel Breite beschnitten und auf 256 Zeilen interpoliert, da der verwendete FFT-Algorithmus Bildgrößen als Zweierpotenz erfordert. Als Beleuchtungsquelle dienten 15 Niedervolt Halogenlampen.

Die beiden späteren Messungen wurden mit einer 3Chip RGB Kamera (SONY XC 003P) nach europäischer Norm CCIR625 durchgeführt. Die Bilddigitalisierung erfolgte mit einem PCEYE2 Framegrabber der Firma Eltec. Die Bilddaten wurden in Echtzeit über PCI-BUS direkt in 256 MByte RAM des PC transferiert. Echtzeitsequenzen von bis zu 600 Halbbildern (640×256, $50\,$Hz) bzw. 12 Sekunden Dauer waren möglich. Die Beleuchtung bestand aus acht Kompaktleuchtstoffröhren (OSRAM DULUX L55W), betrieben an elektronischen Vorschaltgeräten (OSRAM QT 2x$55/230$). Diese generieren eine Betriebsfrequenz von ca. $40 - 50\,$kHz. Trotz dieser Vorschaltgeräte konnte eine $50\,$Hz Variation der Helligkeit und der Farbtemperatur in den aufgenommenen Bildern beobachtet werden. Diese Schwankungen konnten durch Betrieb der Vorschaltgeräte an einer regelbaren Gleichspannungsversorgung behoben werden.

Bei allen Messungen wurde sowohl die Steuerung der Bildaufnahme, wie auch die Bildauswertung mit Hilfe der Bildverarbeitungssoftware **heurisko** [2] realisiert.

[2]**heurisko**, Aeon Verlag, Hanau

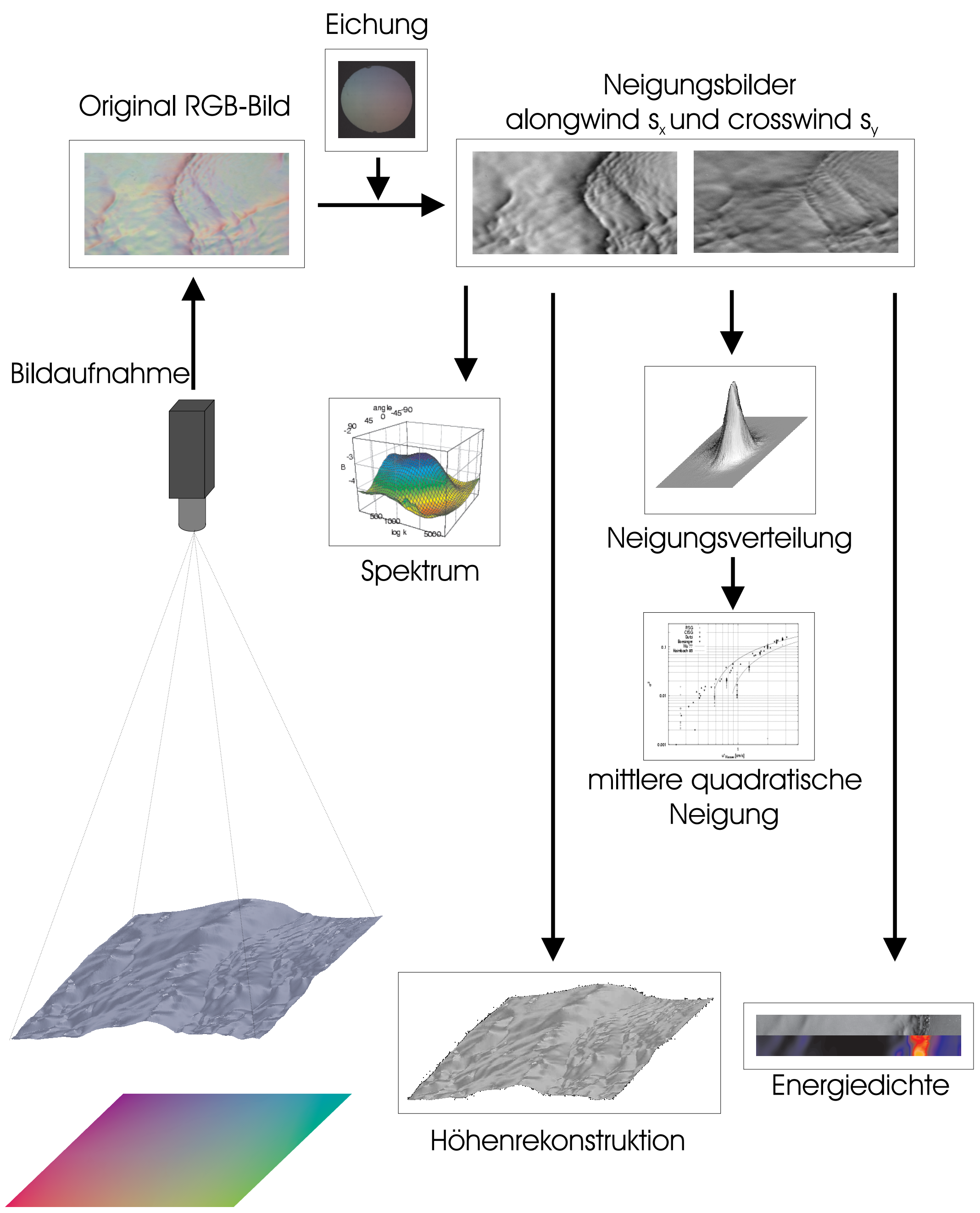


Abbildung 4.4: Übersicht über die Mehrkanal-Wellenvisualisierung (CISG) und die aus den gewonnenen Neigungsbildern bestimmten statistischen und geometrischen Informationen.

Abbildung 4.4 zeigt eine Übersicht über die verschiedenen physikalischen Informationen, die aus den CISG Bildern bestimmt wurden. Die farbkodierten Bilder werden im PC digitalisiert und bei Bedarf auf einem Datenträger (zB. CD-ROM) gespeichert. Die Berechnung der Neigungsbilder mit Hilfe der Normierung, Subtraktion eines Nullneigungsbildes und der Berücksichtigung der Eichung wurde bereits in Kapitel 3 beschrieben. Die daraus extrahierten Informationen lassen sich in zwei Bereiche einteilen:

- Statistische Informationen:
  - Sättigungs- oder Powerspektrum
  - Neigungsverteilung
  - Mittlere quadratische Neigung
- Geometrische Informationen:
  - Lokale Neigung
  - Rekonstruktion der Wasseroberfläche
  - Lokale Energiedichte

In den folgenden Abschnitten wird die Berechnung dieser Größen aus den CISG Bildern erläutert. Die Bestimmung der lokalen Energiedichte der Kapillarwellen wird erst in Kapitel 5 beschrieben.

4.4 Bestimmung statistischer Parameter aus CISG Bildern

4.4.1 Berechnung der Sättigungsspektren

In Abschnitt 2.1 wurde bereits die Bedeutung des Sättigungsspektrums (*saturation range*) $B(\log k, \theta)$ zur Analyse kleinskaliger Wasserwellen beschrieben. Auch der Zusammenhang zwischen B und dem Fourierspektrum $S(\vec{k})$ der gemessenen Neigungsbilder wurde gezeigt. Die Berechnung der Spektren aus den Neigungsbildern ist im wesentlichen identisch mit der von Jähne and Riemer [1990] und Klinke and Jähne [1992] beschriebenen Methode. Wegen der verbesserten Bildqualität wurde hier auf die Medianfilterung zur Rauschunterdrückung verzichtet. Anstelle der Subtraktion eines über alle auszuwertenden Bilder gemittelten Bildes, tritt hier bei der Normierung die Subtraktion eines gemittelten Nullneigungsbildes (aufgenommen bei ruhender Wasseroberfläche). Die restlichen Verarbeitungsschritte sind von Jähne und Klinke übernommen:

- **Neigungsbilder**
  Die Schritte von den aufgenommenen Farbbildern zu den normierten und geeichten Neigungsbildern wurde bereits dargelegt.
- **Fensterfunktion**
  Die endliche Bildgröße hat Einfluß auf die Fourierspektren. Der räumlichen Begrenzung (Multiplikation mit einer Rechteckfunktion) entspricht im Fourierraum eine Multiplikation mit einer sinc Funktion (siehe Jähne [1997]). Zur Reduktion dieses Effekts wird jedes Bild mit einem Cosinusfenster multipliziert und somit am Bildrand langsam stetig auf Neigung Null gesetzt.

- **Fouriertransformation**
  Mit Hilfe der bekannten zweidimensionalen DFT werden Wellenzahlspektren auf einem quadratischen Gitter berechnet.
- **Mittelung der Einzelbildspektren**
  Die Spektren der Einzelbilder werden gemittelt. Die Summe der beiden Richtungsspektren (in Windrichtung und senkrecht dazu) bildet das Gesamtspektrum.
- **Logarithmische Polarkoordinaten**
  Durch die Transformation auf logarithmische Polarkoordinaten wird das Spektrum mit k^2 gewichtet und entspricht dem Sättigungsspektrum nach Phillips [1985].

4.4.2 Neigungsverteilung und mittlere quadratische Neigung

Die mittlere quadratische Neigung hat sich als sehr hilfreicher Parameter bei der Untersuchung von Transfergeschwindigkeiten für den Gasaustausch erwiesen (siehe Abschnitt 2.1). Die einfachste Methode zur Berechnung der mittleren quadratischen Neigung aus den Gradientenbildern der CISG besteht in der Mittelwertbildung. Hierzu werden aus jedem Einzelbild i eines Ensembles $i \in [1, I]$ die Neigunswerte s_x und s_y an den Bildpunkten $u_j, v_j; j \in [1, J]$ herausgegriffen. $\langle s^2 \rangle$ ergibt sich dann zu:

$$
\begin{aligned}
\langle s^2 \rangle &= \tfrac{1}{IJ} \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \left(s_x^2 + s_y^2 \right) \\
&= \tfrac{1}{IJ} \left(\sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} s_x^2 + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{J} s_y^2 \right) \\
&= \langle s_x^2 \rangle + \langle s_y^2 \rangle
\end{aligned}
\tag{4.1}
$$

Diese einfache Mittelung wurde bei der Auswertung der CISG Daten am Wind-Wellen-Kanal in Urbana/Illinois verwendet. Die Ergebnisse werden in Abschnitt 5.3 mit früheren Daten verglichen, die Duke et al. [1995] dort mit einer LSG *laser slope gauge* gewonnen hatten. Die mittleren quadratischen Neigungen aus den LSG Daten waren ebenfalls mit einer einfachen Mittelwertbildung berechnet worden.

Weit aussagekräftiger als $\langle s^2 \rangle$ ist die Analyse der Wahrscheinlichkeitsdichte $\rho(s_x, s_y)$. Die Bestimmung dieser Dichtefunktion erfolgt während der Messung. Hierzu wurde ein mehrdimensionaler (hier werden nur zwei Dimensionen benötigt) Histogrammoperator in das verwendete Bildverarbeitungsprogramm **heurisko** implementiert. Der zu erfassende Neigungsbereich wird in ein zweidimensionales diskretes und äquidistantes Gitter unterteilt. Wird an einem Bildpunkt u_j, v_j ein Neigungswertepaar $s_x(u_j, v_j)$ und $s_x(u_j, v_j)$ registriert, so wird der Wert $\rho(s_i, s_j)$ an dem entsprechenden Gitterpunkt des Histogramms um eins erhöht. Der Gitterabstand ist mit $\Delta = 2\delta$ bezeichnet. Jedem Gitterpunkt (i, j) entspricht ein zweidimensionales Neigungsintervall $I(i, j)$ um $\vec{s}(i, j)$:

$$
\begin{aligned}
I(i,j) &= \;]s_i - \delta, s_i + \delta] \times]s_j - \delta, s_j + \delta] \\
\text{mit:} \quad \vec{s}(i,j) &= (s_i, s_j) \quad \text{wobei:} \quad s_i = i\,\Delta\,;\; s_j = j\,\Delta
\end{aligned}
\tag{4.2}
$$

Die in Kapitel 5 gezeigten Neigungshistogramme wurden auf einem 201×201 Punkte großen Gitter berechnet ($|i| \leq 100$, $|j| \leq 100$). Der zentrale Punkt $(i, j) = (0, 0)$ entspricht Neigung $\vec{s} = (0, 0)$. Als Gitterabstand wurde $2\delta = 0.01$ gesetzt. Dem entspricht ein Neigungsbereich von $|s_i| \leq 1$ und $|s_j| \leq 1$. Der Meßbereich für die Neigung war geringfügig größer. Für jeden zu berücksichtigenden Bildpunkt werden aus den beiden Neigungbildern die Komponenten s_x und s_y des Gradienten der Oberfläche bestimmt. Das Histogramm $\rho(i, j)$ wird an dem Gitterpunkt um den Wert 1 erhöht, in dessen Intervall $I(i, j)$ der gemessene Gradient $\vec{s}$ fällt. Nachdem alle Pixel aus allen Bildern durchlaufen sind, wird auf die Gesamtzahl der berücksichtigten Pixel normiert. Für die Gesamtintensität $r + g + b$ wurde eine untere Schranke definiert, um Störungen durch Windpaddel oder extrem hohe, nicht mehr meßbare Neigungen auszuschließen. Die für jedes Bild des Ensembles berechneten Wahrscheinlichkeitsdichten werden summiert. Die resultierende Dichtefunktion wird anschließend auf 1 normiert. Während der Messung kann das Histogramm als Grauwertbild oder mit Hilfe des unten genannten Projektionsoperators visualisiert werden.

Am Heidelberger Kanal wurden in einem gemeinsamen Experiment gleichzeitig mit der CISG und der RSG (*refractive slope gauge*) Neigungsverteilungen gemessen. Die Auswertung der Wahrscheinlichkeitsdichten und die Ergebnisse werden in Kapitel 5.3 diskutiert.

4.5 Höhenrekonstruktion der Wasseroberfläche

Da mit den vorhandenen Neigungsinformationen der Gradient der Wasseroberfläche in jedem Bildpunkt bekannt ist, läßt sich die ursprüngliche Wasserhöhe rekonstruieren. Im folgenden bezeichnen $H(x, y)$ die gesuchte Höhenfunktion, $S_x(x, y) = \partial H/\partial x$ und $S_y(x, y) = \partial H/\partial y$ die Neigungskomponenten von H in $x-$ bzw. in $y-$Richtung. Die in beiden Neigungsbildern *gemessenen* Werte s_x und s_y sind naturgemäß fehlerbehaftet. Aus ihnen läßt sich eine Approximation $h(x, y) \approx H(x, y)$ der wirklichen Höhe berechnen. Die Ortsvariablen x und y beziehen sich eigentlich auf das physikalische Koordinatensystem im Objektraum und nicht auf Pixelabstände im Bildraum. Trotzdem werden hier zuerst die Objektkoordinaten verwendet. Im Falle der angenommenen Parallelprojektion lassen sich diese unter Berücksichtigung des Abbildungsverhältnisses einfach ineinander überführen. Weiterhin werden vorerst kontinuierliche Variablen x und y verwendet. Der Einfluß der diskreten Abtastung bei der Bildaufnahme und speziell die Bedeutung der unterschiedlichen Pixelabstände in Zeilen- und Spaltenrichtung werden in Abschnitt 4.5.3 behandelt.

4.5.1 Integrationsmethode

Eine der einfachsten Methoden zur Rekonstruktion von Höhen- oder Tiefenkarten aus Gradientenfeldern die sich in der Literatur findet (z. B. Klette et al. [1996]), ist ein einfaches Propagationsverfahren. Unter der Annahme einer Parallelprojektion erhält man für die Differenz der Höhenwerte zweier (benachbarter) Punkte:

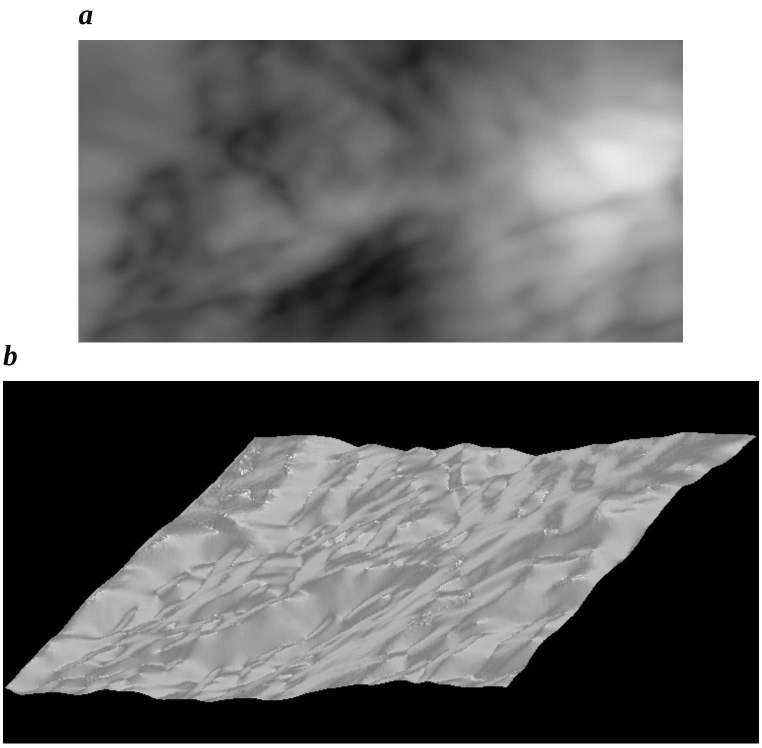


Abbildung 4.5: Rekonstruierte Wasserhöhe als **a** Grauwertbild und als **b** einfache 3D Grafik. Ausgangsbild: siehe Abbildung 3.8, Seite 54.

$$
\begin{aligned}
h(x_0+\delta x, y_0) - h(x_0, y_0) &= \left.\frac{\partial h(x,y)}{\partial x}\right|_{(x_0,y_0)} \delta x = s_x(x_0,y_0)\delta x \\
h(x_0, y_0+\delta y) - h(x_0, y_0) &= \left.\frac{\partial h(x,y)}{\partial y}\right|_{(x_0,y_0)} \delta y = s_y(x_0,y_0)\delta y \\
h(x_0+\delta x, y_0+\delta y) - h(x_0, y_0) &= s_x(x_0,y_0)\delta x + s_y(x_0,y_0)\delta y
\end{aligned}
\tag{4.3}
$$

Diese Gleichung kann als Basis für einen Rekonstruktionsalgorithmus verwendet werden. Unter Zuhilfenahme eines (beliebigen) Startwertes für die Höhe an einem Bildpunkt (x_0, y_0) kann für jeden weiteren Bildpunkt (x, y) die Höhe schrittweise berechnet werden:

$$
\begin{aligned}
h(x,y) &= h(x_0,y_0) + \sum_{(x_i,y_i)\in\Gamma} s_x(x_i,y_i)\delta x_i + s_y(x_i,y_i)\delta y_i \\
&= h(x_0,y_0) + \sum_{(x_i,y_i)\in\Gamma} \vec{s}_i\vec{\gamma}_i \\
\text{mit:} \quad \vec{\gamma} &= (\delta x_i, \delta y_i) = (x_{i+1}, y_{i+1}) - (x_i, y_i)
\end{aligned}
\tag{4.4}
$$

Die Summation erfolgt entlang des Weges Γ. Die durchlaufenen Pixel sind mit (x_i, y_i) bezeichnet und $\vec{\gamma_i}$ ist der Verschiebungsvektor des Schrittes von (x_i, y_i) zu (x_{i+1}, y_{i+1}). Unter der Annahme die Integrabilitätsbedingung $\partial s_x/\partial y = \partial s_y/\partial x$ sei erfüllt, ist das Ergebnis unabhängig vom gewählten Weg Γ. Für reale Daten, die mit Rauschen behaftet sind, trifft diese Integrabilitätsbedingung nur noch annähernd zu. Man kann diese Integrationsmethode mehrfach anwenden und dabei verschieden Wege gehen. Die Ergebnisse können gemittelt werden. In der Praxis hat sich jedoch gezeigt, daß die folgende Technik weitaus geeigneter ist.

4.5.2 Die Fourier-Methode

Die Fourier-Methode zur Bestimmung von Tief- bzw. Höhenkarten aus dichten Gradientenbildern findet sich in der Literatur unter dem Begriff Frankot-Chellappa Algorithmus (Frankot and Chellappa [1998]). Auf Neigungsbilder der Wasseroberfläche haben Zhang and Cox [1996] diese Technik als Erste angewendet.

Die Rekonstruktion der Höhenfunktion mit Hilfe der Fouriertransformation (FT) läßt sich auf zwei verschiedene Arten durchführen. Beide Arten sind jedoch in gewisser Weise äquivalent. Für die beiden Neigungsbilder $s_x(x, y)$ und $s_y(x, y)$, sowie für die zu berechnende Approximation $h(x, y)$, ergeben sich die entsprechenden Fourierkoeffizienten $\hat{s}_x(k_x, k_y)$, $\hat{s}_y(k_x, k_x)$ und $\hat{h}(k_x, k_y)$ aus:

$$\hat{s}_x(k_x, k_y) = \frac{1}{2\pi} \int s_x(x, y) \exp(-i\vec{k}\vec{x})\, dxdy \tag{4.5}$$

$$\hat{s}_y(k_x, k_y) = \frac{1}{2\pi} \int s_y(x, y) \exp(-i\vec{k}\vec{x})\, dxdy \tag{4.6}$$

$$\hat{h}(k_x, k_y) = \frac{1}{2\pi} \int h(x, y) \exp(-i\vec{k}\vec{x})\, dxdy \tag{4.7}$$

Kennt man die Fourierkoeffizienten $\hat{h}$, so läßt sich $h(x, y)$ mit Hilfe der Rücktransformation (FT^{-1}) berechnen:

$$h(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int \hat{h}(k_x, k_y) \exp(i\vec{k}\vec{x}) dk_x dk_y \tag{4.8}$$

Unter Verwendung bekannter Identitäten der Fouriertransformation erhält man im Wellenzahlraum folgende Beziehungen zwischen $\hat{h}(k_x, k_y)$ und den fouriertransfomierten Meßdaten $\hat{s}_x$ und $\hat{s}_y$:

Ortsraum ○—● Fourierraum

$$s_x(x,y) = \frac{\partial h(x,y)}{\partial x} \quad ○—● \quad \hat{s}_x(k_x,k_y) = ik_x\hat{h}(k_x,k_y) \tag{4.9}$$

$$\Rightarrow \quad \hat{h}(k_x,k_y) = \frac{1}{ik_x}\hat{s}_x(k_x,k_y); k_x \neq 0 \tag{4.10}$$

$$s_y(x,y) = \frac{\partial h(x,y)}{\partial y} \quad ○—● \quad \hat{s}_y(k_x,k_y) = ik_y\hat{h}(k_x,k_y) \tag{4.11}$$

$$\Rightarrow \quad \hat{h}(k_x,k_y) = \frac{1}{ik_y}\hat{s}_y(k_x,k_y); k_y \neq 0 \tag{4.12}$$

Somit ließe sich die ursprüngliche Wasserhöhe $h(x,y)$ mit der Kenntnis nur einer Neigungskomponente (etwa s_x) durch die Rücktransformation (Gleichung (4.8)) von $\hat{s}_x/ik_x$ berechnen:

$$h(x,y) = \int \frac{\hat{s}_x}{ik_x} \exp(i\vec{k}\vec{x})dk_x dk_y \tag{4.13}$$

Da aber Gleichung (4.10) nur für $k_x \neq 0$ gültig ist, verliert man alle Informationen über Strukturen die vollständig in y-Richtung ausgerichtet sind. Entsprechendes gilt für Gleichung (4.12) und $k_x \neq 0$. Man kann beide Gleichungen kombinieren, um den Informationsverlust zu minimieren:

$$\hat{s}_x(k_x,k_y) = ik_x\hat{h}(k_x,k_y) \quad \Rightarrow \quad ik_x\hat{s}_x(k_x,k_y) = -k_x^2\hat{h}(k_x,k_y) \tag{4.14}$$

$$\hat{s}_y(k_x,k_y) = ik_y\hat{h}(k_x,k_y) \quad \Rightarrow \quad ik_y\hat{s}_y(k_x,k_y) = -k_y^2\hat{h}(k_x,k_y) \tag{4.15}$$

Summation der beiden Gleichungen und anschließende Division durch $-(k_x^2 + k_y^2) = -(\mid k \mid^2)$ liefert für $k_x^2 + k_y^2 \neq 0$:

$$\hat{h}(k_x,k_y) = \frac{-i(k_x\hat{s}_x + k_y\hat{s}_y)}{\mid \vec{k} \mid^2} \tag{4.16}$$

$$\Rightarrow h(x,y) = FT^{-1}\left(\frac{-i(k_x\hat{s}_x + k_y\hat{s}_y)}{\mid \vec{k} \mid^2}\right) \tag{4.17}$$

Hier steht FT^{-1} in (4.17) für die inverse Fouriertransformation. Gleichung (4.17) ist für alle k_x, k_y außer $k_x = k_y = 0$ gültig, d. h. man verliert keine Informationen außer für $\vec{k} = 0$. Strukturen mit $\vec{k} = 0$ entsprechen gerade konstanten Grauwertstrukturen in den zugrundeliegenden Neigungsbildern.

Die Multiplikation der beiden Gleichungen (4.14) und (4.15) mit ik_x bzw. ik_y im Fourierraum läßt sich prinzipiell auch vor der Fouriertransformation durch partielle Differentiation der Neigungskomponenten im Ortsraum ersetzen. Der Verknüpfung der Gleichungen (4.14) und (4.15) entspricht die Berechnung der Divergenz im Ortsraum. Dies führt auf die Poisson Gleichung (bis auf Vorzeichen):

$$l(x,y) := \frac{\partial s_x}{\partial x} + \frac{\partial s_y}{\partial y} \qquad \text{wobei} \qquad \vec{s}(x,y) = \vec{\nabla} h(x,y) \tag{4.18}$$

$$\Rightarrow l(x,y) = div(\vec{s}) = \vec{\nabla}\left(\vec{\nabla} h(x,y)\right) \tag{4.19}$$

$$= \Delta h(x,y) \tag{4.20}$$

Im Fourierraum ergeben sich daraus folgende Beziehungen:

$$l(x,y) = \Delta h(x,y) \quad \circ\!-\!\bullet \quad \hat{l}(k_x,k_y) = \mid \vec{k} \mid^2 \hat{h}(k_x,k_y) \tag{4.21}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\hat{l}(k_x,k_y)}{\mid \vec{k} \mid^2} = \hat{h}(k_x,k_y) \tag{4.22}$$

$$\Rightarrow h(x,y) = FT^{-1}\left(\frac{\hat{l}(k_x,k_y)}{\mid \vec{k} \mid^2}\right) \tag{4.23}$$

Die Gleichungen (4.17) und (4.23) bieten beide die Möglichkeit, die ursprünglich Wasserhöhe aus den gemessenen Neigungsdaten s_x und s_y bzw. aus $l := Div(\vec{s})$ zu rekonstruieren. Im ersten Fall müssen zuerst die Neigungsbilder s_x und s_y separat fouriertransformiert werden. Anschließend werden die beiden Spektren $\hat{s}_x(k_x,k_y)$ und $\hat{s}_y(k_x,k_y)$ pixelweise mit der jeweiligen Wellenzahlkomponente multipliziert. Beide Gleichungen werden addiert und mit $-i/k^2$ multipliziert. Die inverse Fouriertransformation liefert die gesuchte Höhenfunktion h(x,y). Im zweiten Fall wird zuerst im Ortsraum die Divergenz $l = \partial s_x/\partial x + \partial s_y/\partial y$ berechnet, anschließend fouriertransformiert und pixelweise durch $\vec{k}^2$ geteilt. Die anschließende Rücktransformation liefert $h(x,y)$. Die zweite Methode hat den Vorteil kürzerer Rechenzeit, da nur für ein Bild $l(x,y)$ die Fouriertransformation zu berechnen ist. Allerdings ist die Berechnung der partiellen Ableitungen mit Fehlern behaftet. Deshalb wurde hier die erste Methode bevorzugt. Da der verwendete FFT Algorithmus eine Zweierpotenz als Bildbreite und -länge verlangt, wurden die Originalbilder von 640 Zeilen auf 512 Zeilen beschnitten.

4.5.3 Diskrete Abtastung und Bildkoordinatensystem

Bei der Rekonstruktion der Wasserhöhe aus den aufgenommenen Neigungsbildern ist das Abbildungsverhältnis und die diskrete Abtastung zu berücksichtigen. Bei der Analyse statistischer Neigungsparameter müssen die Neigungsbilder so verwendet werden, wie sie nach der Normierung und Neigungseichung vorliegen. Dies ändert sich, werden wie in Abschnitt 4.5.2 Ableitungsoperatoren auf die Neigungsbilder angewendet bzw. Fourierspektren berechnet. Standard Ableitungsoperatoren berücksichtigen etwa keine Unterschiede zwischen horizontalen und vertikalen Pixelabständen.

Bei der diskreten Fouriertransformation verwendet man am sinnvollsten normierte Wellenzahlen $\tilde{k}_x = k_x\Delta x/\pi$ und $\tilde{k}_y = k_y\Delta y$ (siehe Jähne [1997]). Eine gemeinsame Längeneinheit für die beiden Bildachsen und die Wasserhöhe bietet sich an. Dies läßt sich am einfachsten in der Integrationsmethode darstellen, kann aber direkt auf die Fourier-Methode übertragen werden. Die Wasseroberfläche wird mit dem Verhältnis $\nu = B/G$ (B=Bildgröße und G=Gegenstandsgröße) abgebildet. Die in Zeilen- und Spaltenrichtung unterschiedlichen Bildpunktabstände Δu und Δv entsprechen somit den Abständen $\Delta x = \Delta u/\nu$ bzw. $\Delta y = \Delta v/\nu$ am Ort der Wasseroberfläche. Bei der weiteren Bildverarbeitung (etwa der Fouriertransformation) werden implizit die Pixelabstände $\Delta u = \Delta v = 1$ verwendet. Definiert man $\nu_x := \nu/\Delta u$ und $\nu_y := \nu/\Delta v$ so ergibt sich:

$$\Delta x = 1/\nu_x \qquad \text{und} \qquad \Delta y = 1/\nu_y \tag{4.24}$$

Sei (x, y) der zu (u, v) korrespondierende Punkt auf der Wasseroberfläche. Für die gemessenen Neigungen gilt : $s_x(u, v) = \partial h(x, y)/\partial x$ bzw. $s_y(u, v) = \partial h(x, y)/\partial y$. Bewegt man sich im Bild von (u, v) nach $(u + n, v + m)$ so ergibt sich für die Höhenänderung δh der Wasseroberfläche:

$$\begin{aligned} \delta h = h(x + n\Delta x, y + m\Delta y) - h(x, y) &\approx s_x(u, v)n\Delta x + s_y(u, v)n\Delta y & (4.25) \\ &= s_x(u, v)n/\nu_x + s_y(u, v)m/\nu_y & (4.26) \end{aligned}$$

Multipliziert man die Gleichung mit ν_x so erhält man eine auf Δx (also dem im Ortsraum entsprechenden Pixelabstand in Zeilenrichtung) normierte Höhenänderung:

$$\delta\tilde{h}(u, v) := \nu_x \delta h(x, y) = \frac{\nu}{\Delta u}\delta h(x, y) = s_x(u, v) * n + \frac{\nu_x}{\nu_y} s_y * m \tag{4.27}$$

Entsprechende kann man ein ganzes Höhenbild $\tilde{h}(u, v)$ definieren:

$$\tilde{h}(u, v) := \nu_x h(x, y) = \frac{\nu}{\Delta u} h(x, y) \tag{4.28}$$

Dies läßt sich direkt auf die Fourier-Methode übertragen:

$$\tilde{h}(u, v) := FT^{-1}\left(\frac{-i(k_x\hat{s}_x + \frac{\nu_x}{\nu_y}k_y\hat{s}_y)}{\mid \vec{k} \mid^2}\right) \quad ; \quad k_{x,y} \in]-1, 1[\tag{4.29}$$

Nachdem man das Neigungsbild $s_y(u, v)$ mit dem Verhältnis der Pixelabstände in Zeilen- und Spaltenrichtung multipliziert hat, kann man die Funktion $\tilde{h}(u, v)$ aus den Neigungsbildern berechnen und dabei Pixelabstände $\Delta u = \Delta v = 1$ verwenden. Im diesem Bild der rekonstruierten Wasserhöhe $\tilde{h}(u, v)$ entspricht eine Grauwertänderung von 1 einer Höhenänderung in der Größe des Pixelabstandes in Zeilenrichtung. Die reale Höhenfunktion $\Delta h(x, y)$ erhält man nach Multiplikation von $\hat{h}(u, v)$ mit $\Delta x = 1/\nu_x$.

Zur direkten und schnellen Darstellung im verwendeten Bildverarbeitungsprogramm **heurisko** wurde ein Operator zur 3D-Darstellung implementiert. So kann direkt bei der Bildaufnahme die Rekonstruktion berechnet und das Ergebnis dargestellt werden. Die Funktion wird hierbei mittels einer Parallelprojektion der Pixel und eines einfachen Shading-Algorithmus visualisiert. Abbildung 4.5 zeigt eine solche Darstellung. Da es sich bei der Originalaufnahme um ein Videohalbbild handelt, erhält man bei dieser direkten parallelen Pixelprojektion einen natürlichen Eindruck der Seitenverhältnisse. Da auch die Höhenänderung in Einheiten des Pixelabstandes berechnet wurde, ist auch der Eindruck der Wellenhöhe ein natürlicher. Allerdings liefert dieser einfache shading Algorithmus keine photorealistische Computergrafik der Wasseroberfläche. Die Oberfläche erscheint insgesamt zu kantig.

4.5.4 Rauschen und Randeffekte

Bleibt die Frage, wie gut die aus den fehlerbehafteten Neigungsbildern s_x und s_y berechnete Höhenfunktion $h(x, y)$ die reale Funktion $H(x, y)$ approximiert. Ohne Kenntnis von $H(x, y)$ ist keine exakte Angabe möglich. In Frankot and Chellappa [1998] ist gezeigt, daß der verwendete Algorithmus das folgende Optimierungsproblem löst:

> Gegeben seien die beiden Gradientenbilder $s_x(x, y)$ und $s_y(x, y)$. Betrachten wir alle Funktionen $f(x, y)$, die innerhalb des Bildausschnittes die Integrabilitätsbedingung erfüllen. Gesucht ist diejenige Funktion f, die folgende Abstandsfunktion minimiert:
>
> $$d := \int\int \left| \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} - s_x(x,y) \right|^2 + \left| \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} - s_x(x,y) \right|^2 dx\, dy \tag{4.30}$$

Die diskrete Fouriertransformation, wie auch die Fourierreihenentwicklung für begrenzte Funktionen, setzt implizit eine periodische Fortsetzbarkeit des Bildes voraus. Daraus ergeben sich am Bildrand Probleme, da im allgemeinen dort eine Unstetigkeitsstelle entsteht. Weiterhin ist die Integrabilitätsbedingung hier nicht erfüllt. Im Unterschied zu üblichen Bildverarbeitungsanwendungen werden hier die zu transformierenden Bilder bereits als Ableitungen des (zu suchenden) Originalbildes interpretiert. In der vorliegenden Arbeit wurden die Neigungsbilder an beiden Achsen gespiegelt und neue Bilder der vierfachen Fläche erzeugt. Damit erreicht man zumindest eine stetige periodische Fortsetzung an den Bildkanten (und eine stetige Funktion an den beiden Spiegelachsen innerhalb des neu erzeugten Bildes). Eine ausführliche Diskussion über diese Randeffekte bei Gradientenbildern, sowie Effekte von künstlich addierten Rauschens findet sich bei Zhang and Cox [1996].

Kapitel 5

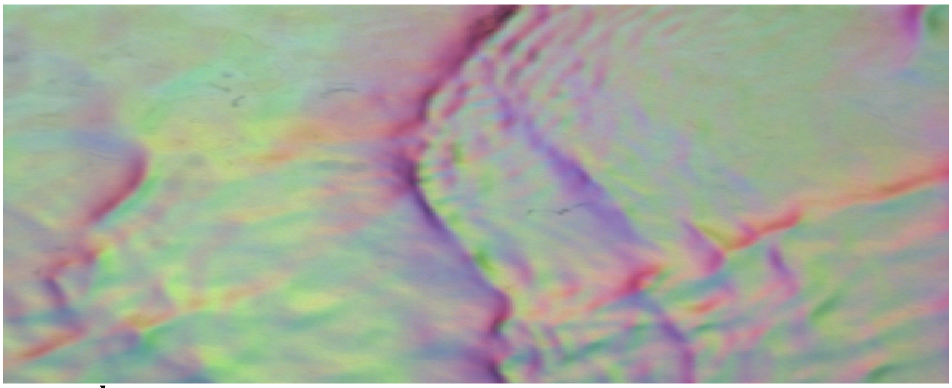
Statistische und geometrische Eigenschaften von Wellen

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der reinen Wellenmessungen vorgestellt, die an beiden Wind-Wellen-Kanälen durchgeführt wurden. Die Resultate der kombinierten Experimente werden in den beiden folgenden Kapiteln besprochen. Anhand rekonstruierter Höhenbilder der Wasseroberfläche wird zuerst die geometrische Form der an beiden Kanälen auftretenden Wellenfelder beschrieben. Anschließend werden Sättigungsspektren beider Kanäle bei unterschiedlichen Windgeschwindigkeiten präsentiert. Für beide Kanäle wurden Vergleiche angestellt, wobei die gewonnenen Neigunngsstatistiken bzw. die mittleren quadratischen Neigungen den Ergebnissen alternativer Meßmethoden gegenübergestellt werden.

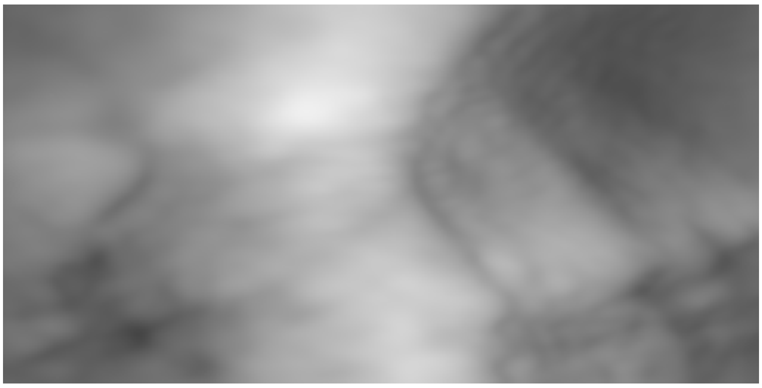
5.1 Bilder der rekonstruierten Wasserhöhe

Die in den beiden Kanälen auftretenden Wellen unterscheiden sich in ihrer Form sehr deutlich. An beiden Kanälen wurden Bildsequenzen aufgezeichnet und davon Sequenzen von Höhenbildern rekonstruiert. Abbildung 5.1 zeigt ein für den Heidelberger Kanal recht typisches Wellenbild. Die Aufnahme entstand bei einer Windgeschwindigkeit von $5,6\,$m/s bzw. $u_* = 1,38\,$cm/s. Die Windrichtung verläuft von der linken zur rechten Bildkante. Sie zeigt einen ca. $145 \times 112\,\mathrm{mm}^2$ großen Ausschnitt der Wasseroberfläche. Oben ist das Originalbild zu sehen. Darunter die rekonstruierte Wasserhöhe als Grauwertbild. Nach Abschnitt 4.5.3 entspricht eine Grauwertdifferenz von 1 einer Höhenänderung um einen Pixelabstand (in x-Richtung). Zur besseren Darstellung wurde hier allerdings der Kontrast um den Faktor 3 gespreizt, und Höhe Null auf den mittleren Grauwert gelegt. Im unteren Bild ist eine einfache Computergrafik der Wasseroberfläche dargestellt. Der Projektionsalgorithmus wurde in das verwendete Bildverarbeitungsprogramm **heurisko** implementiert, um eine sofortige 3D Betrachtung der aufgenommenen Wellenbilder zu ermöglichen. Deutlich sind parasitäre Kapillarwellen zu erkennen, die sich auf der windabgewandten Seite einer größeren Welle befinden. Die Amplitude der großen Welle beträgt ca. $4\,$mm, die Wellenlänge etwa $50\,$mm. Die parasitären Wellen haben etwa $0,5\,$mm Amplitude und $5 - 10\,$mm Wellenlänge.

a



b



c

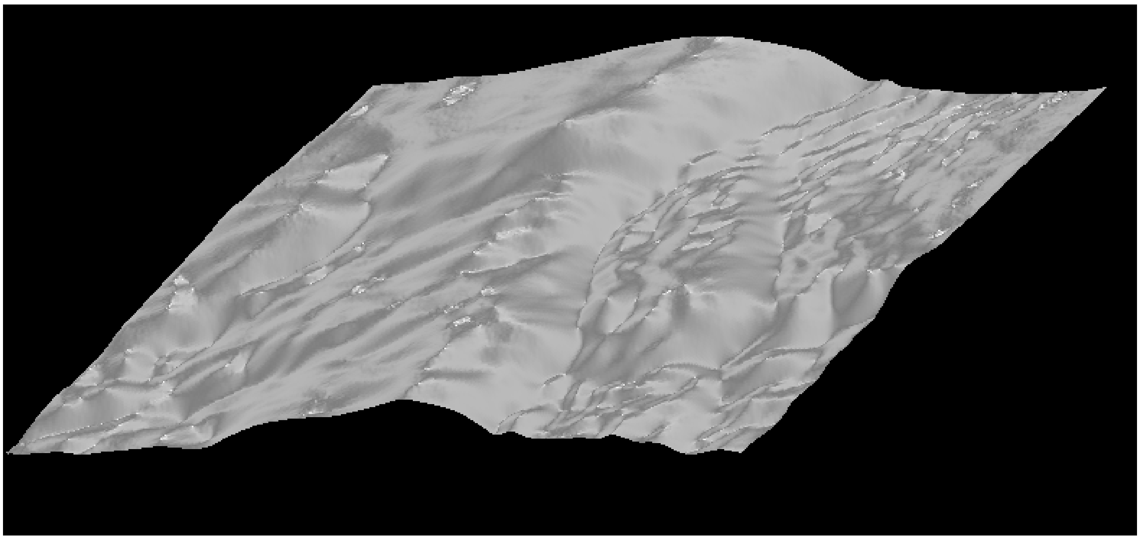


Abbildung 5.1: Typische Wellenformen am Wind-Wellen-Kanal in Heidelberg bei 5,6 m/s Wind bzw: $u_* = 1,38\,$cm/s. **a** Original RGB Bild (Bildgröße: $145 \times 112\,\mathrm{mm}^2$), **b** Wellenhöhe als Grauwertbild (skaliert mit Faktor 3), **c** Rekonstruierte Wasseroberfläche.

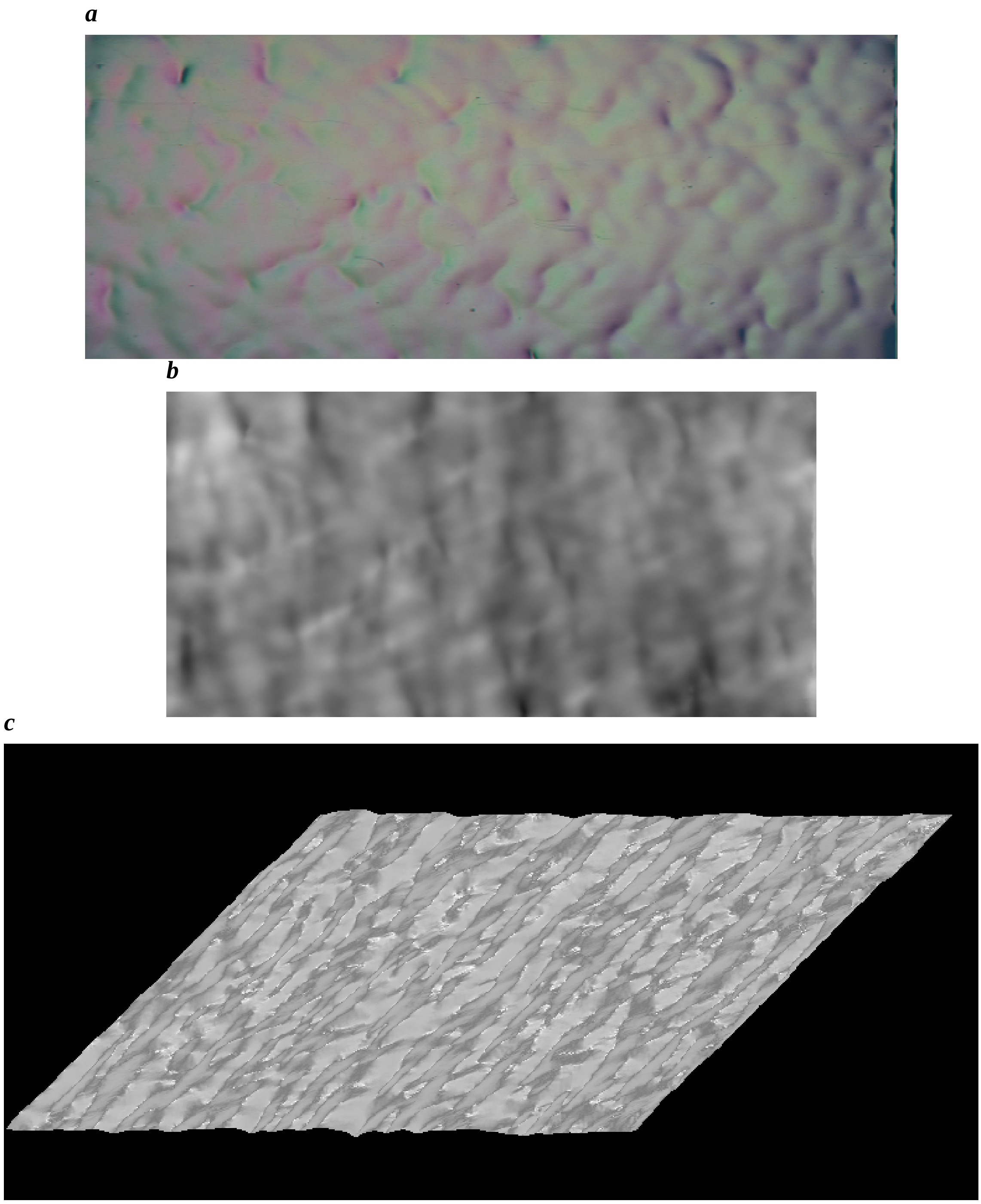


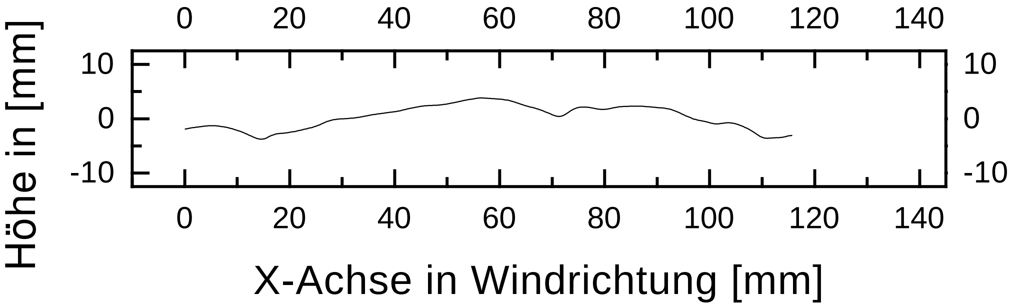
Abbildung 5.2: Typische Wellenformen am Wind-Wellen-Kanal in Urbana (extrem geringe Wasserhöhe 0.5 Zoll) bei $u_* = 1,48$ cm/s. **a** Original RGB Bild (Bildgröße: $175 \times 137\,\mathrm{mm}^2$), **b** Wellenhöhe als Grauwertbild (skaliert mit Faktor 15), **c** Rekonstruierte Wasseroberfläche.

Die Wellen im Kanal von Urbana/Illinois zeigen auf Grund der geringen Wasserhöhe ein deutlich anderes Bild. Abbildung 5.2 **a** entstand bei einer vergleichbaren Schubspannungsgeschwindigkeit ($u_* = 1,48$ cm/s). Auch hier kommt der Wind von links. Der abgebildete Ausschnitt hat eine Größe von $175 \times 137\,\mathrm{mm}^2$. Das Höhenbild in **b** wurde zur Darstellung mit 15 multipliziert, ist also im Vergleich zu Abbildung 5.1 um einen Faktor 5 stärker im Kontrast gespreizt. Die Amplitude der Wellen liegt in der Größenordnung $0,4$ mm, typische Wellenlängen im Bereich 10 mm. Das Wellenfeld ist wegen der geringen Wassertiefe bereits voll ausgebildet. Das zeigt sich in der räumlichen und zeitlichen Homogenität des Wellenfeldes.

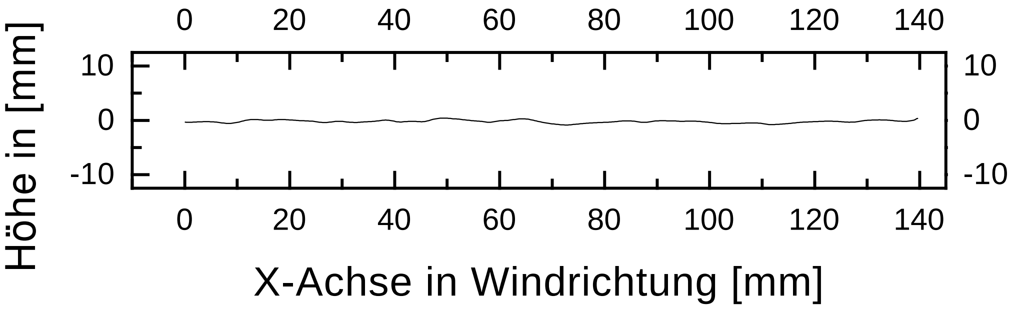
In Abbildung 5.3 ist die Wellenhöhe maßstabsgetreu als Funktion des Orts x dargestellt. Der obere Plot zeigt eine Zeile aus dem Höhenbild 5.1**b** , der Mittlere eine Zeile aus Bild 5.2**b** Die X-Achse liegt in Windrichtung. Der Wertebereich der Plots von $\pm 12,52$ mm stimmt mit der Gesamthöhe des Wellenkanals in Urbana überein. Plot **c** zeigt eine Zeile eines weiteren Höhenbildes aus Urbana, aufgenommen bei fast maximaler Windgeschwindigkeit.

Abbildung 5.4 zeigt eine Zeitserie von Höhenprofilen, die an einer festen Zeile aus einer Sequenz von Bildern der rekonstruierten Wasserhöhe herausgegriffen wurde. Die Zeit nimmt von oben nach unten zu. Aufnahmefrequenz war $50Hz$. Gemessen wurde die Bildsequenz am Windkanal in Heidelberg. Deutlich sind parasitäre Wellen zu sehen. Zum Teil treten extreme Neigungen an der vorderen windabgewandten Seite der größeren Welle auf, wie es in Abbildung 2.12 auf Seite 25 schematisch dargestellt ist. Die Form der unten rechts sichtbaren Welle ähnelt den Profilen der Crapperwellen. Die Entwicklung einer automatischen Analyse der Wellenform und die Detektion von *micro scale wavebreaking* Ereignissen ist geplant.

a



b



c

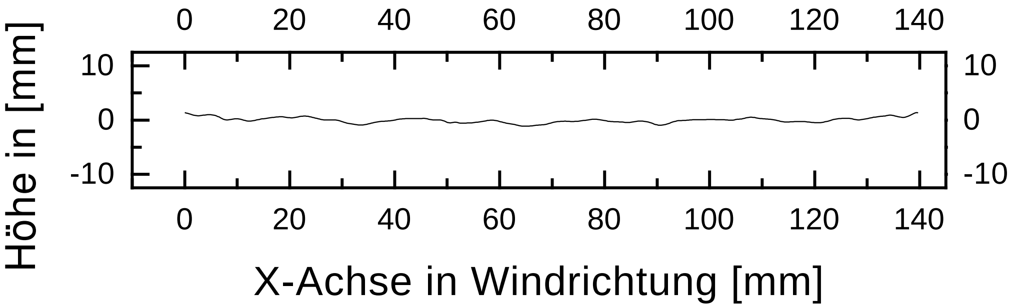


Abbildung 5.3: Maßstabsgetreue Abbildungen der Wellenhöhe bei unterschiedlichen Bedingungen gemessen an den Wind-Wellen-Kanälen in Heidelberg und Urbana. **a** Heidelberg 5,6 m/s Wind bzw: $u_* = 1,38\,\mathrm{cm/s}$; **b** Urbana $u_* = 1,48\,\mathrm{cm/s}$; **c** Urbana $u_* = 1,9\,\mathrm{cm/s}$. Der für die Darstellung gewählte Höhenbereich entspricht der Gesamthöhe des Kanals in Urbana.

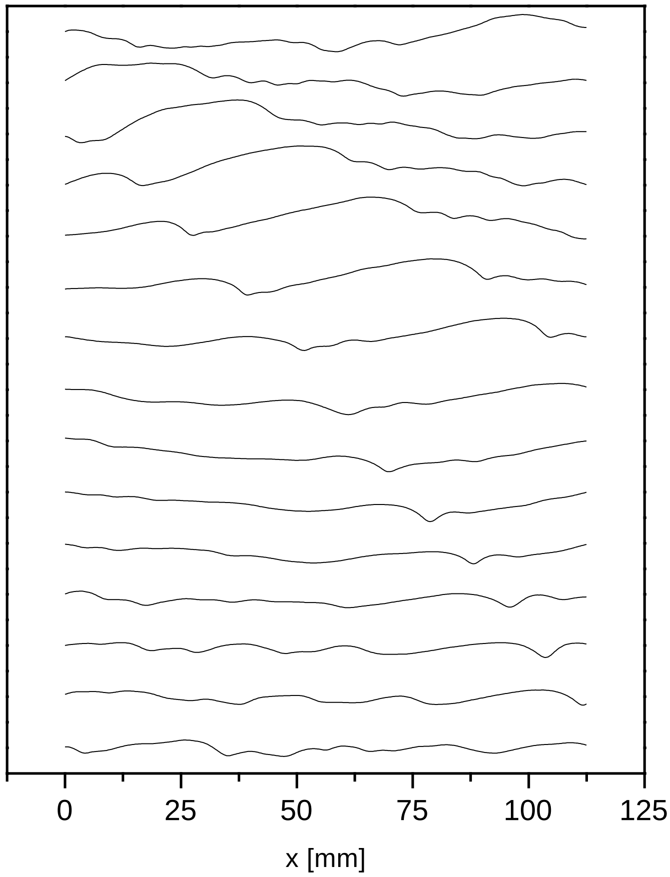


Abbildung 5.4: Wellenprofile entlang einer Zeile aus einer Sequenz von Bildern der Rekonstruierten Wasserhöhe. Deutlich sind parasitäre Kapillarwellen zu sehen, die sich auf der windabgewandten Seite einer größeren Welle befinden und sich mit deren Phasengeschwindigkeit fortbewegen. Dabei treten extreme Neigungen auf (vgl. Abbildung 2.12). Aufnahmefrequenz: 50 Hz

rel. Wasserfluß %	Luftdruck Δp mm öl	u_* cm/s	Wellenformen
80	87	1.06	kleine 2-D Wellen
80	174	1.24	2-D Wellen
80	268	1.37	Beginn 3-D Wellen
80	364	1.48	3-D Wellen
80	464	1.58	3-D Wellen
80	668	1.74	3-D Wellen
80	896	1.89	3-D Wellen
80	1090	2.00	3-D Wellen
40	245	1.14	2-D Wellen
40	447	1.34	Beginn 3-D Wellen
40	679	1.51	3-D Wellen
40	863	1.63	3-D Wellen
40	1096	1.76	3-D Wellen

Tabelle 5.1: Bedingungen der CISG Messungen am Wind-Wellen-Kanal in Urbana

5.2 Sättigungsspektren

Am Wind-Wellen-Kanal in Heidelberg wurden bei mehreren Meßkampagnen begleitend Sättigungsspektren gemessen. Abbildungen 5.5 und 5.6 zeigen exemplarisch die Ergebnisse der Meßkampagne III aus Tabelle 4.1. Über den gesamten zur Verfügung stehenden Bereich der Windgeschwindigkeiten wurden Spektren gemessen. Die Spektren zeigen die bekannte Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit (bzw. von u_*). Bei geringen Geschwindigkeiten ist das Spektrum stark in Windrichtung konzentriert. Mit steigender Windgeschwindigkeit wird das Spektrum zunehmend isotrop. Es treten immer mehr Strukturen auf, die senkrecht zum Wind orientiert sind. Ausführliche Untersuchungen der Abhängigkeiten von Fetch und Windgeschwindigkeiten hat *Klinke* an verschiedenen Wind-Wellen-Kanälen (Klinke [1991]) und der freien Ozeanoberfläche (Klinke and Jähne [1995]) durchgeführt.

Am Wellenkanal in Urbana wurden bei unterschiedlichen Bedingungen mit der CISG Sättigungsspektren und mittlere quadratische Neigungen gemessen. Die insgesamt dreizehn Bedingungen sind in Tabelle 5.2 aufgelistet. Die Bezeichnung der Wellenform bezieht sich hierbei auf den visuellen Eindruck während des Experiments. Ein Teil der berechneten Sättigungsspektren (Flußrate=80%) sind in den Abbildungen 5.7 und 5.8 dargestellt. Die Heidelberger Spektren bei den drei niedrigsten Windgeschwindigkeiten zeigen deutlich Nebenmaxima bei etwa $\pm 45°$. Diese sind wahrscheinlich auf Störungen zurückzuführen, die von den im Meßsegment eingebauten Seitenfenstern herrühren. Beim Wechsel von den ansonsten gleichmäßig gekrümmten Kanalwänden zu den planen Fenstern treten Reflexionen auf. In Abbildung 4.3 sind diese Fenster in den Seitenwänden des Kanals zu sehen. Durch diese Fenster wurde beim kombinierten Experiment mit der PTV-Sonde die Strömung unterhalb der Wasseroberfläche beobachtet.

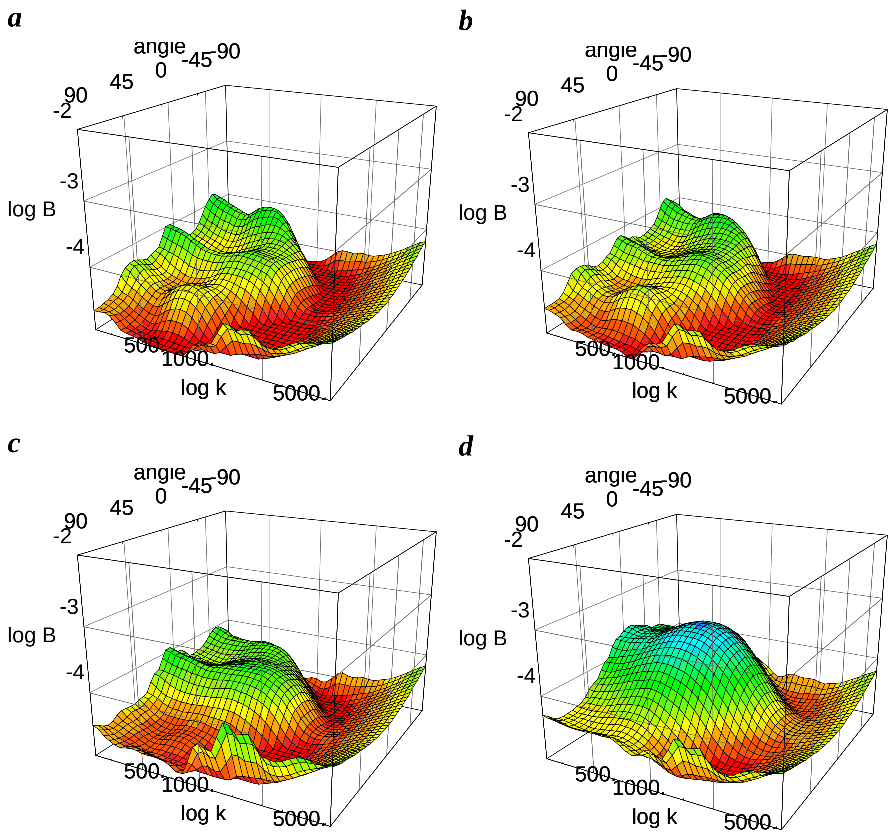


Abbildung 5.5: Sättigungsspektren gemessen am Wind-Wellen-Kanal (4m Durchmesser) in Heidelberg. Schubspannungsgeschwindigkeiten: **a** $0,376$ cm/s, **b** $0,455$ cm/s, **c** $0,539$ cm/s, **d** $0,780$ cm/s

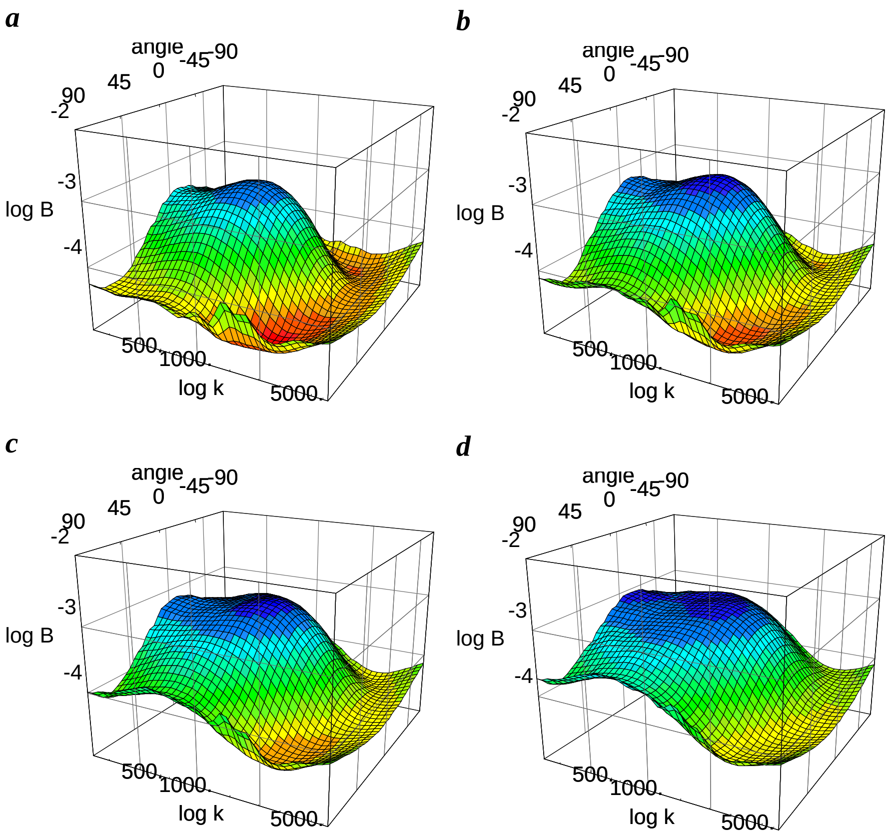


Abbildung 5.6: Sättigungsspektren gemessen am Wind-Wellen-Kanal (4m Durchmesser) in Heidelberg. Windgeschwindigkeiten: **a** $0,923$ cm/s, **b** $1,21$ cm/s, **c** $1,55$ cm/s, **d** $1,94$ cm/s

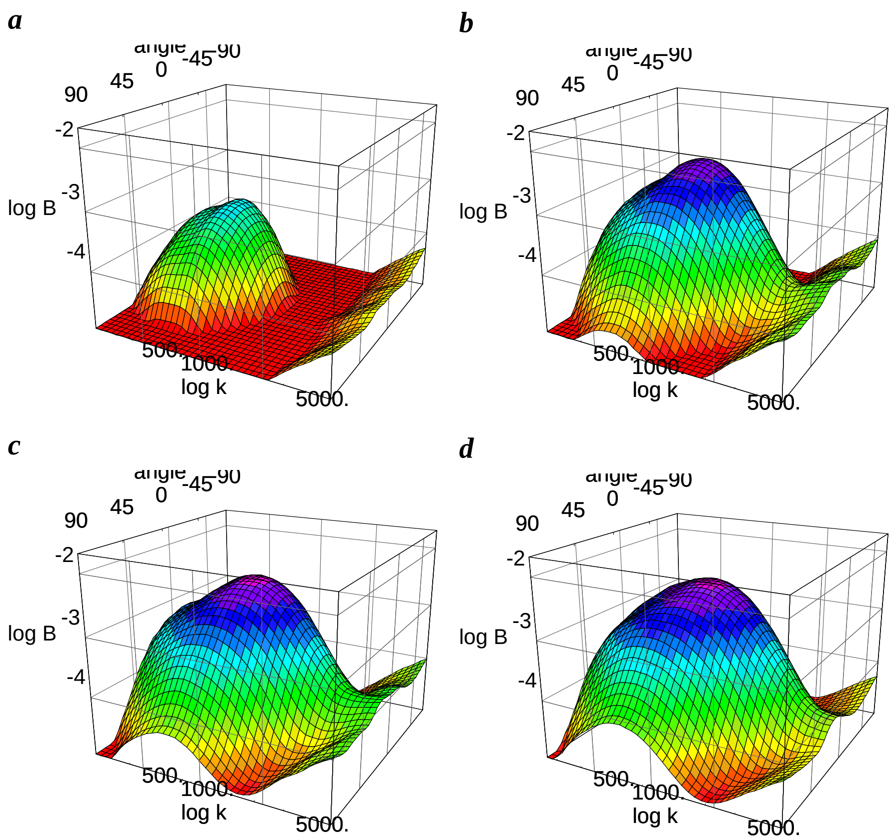


Abbildung 5.7: Sättigungsspektren gemessen am Wind-Wellen-Kanal in Urbana-Champaign, Illinois. Schubspannungsgeschwindigkeiten: **a** $1,06$ cm/s, **b** $1,24$ cm/s, **c** $1,37$ cm/s, **d** $1,48$ cm/s

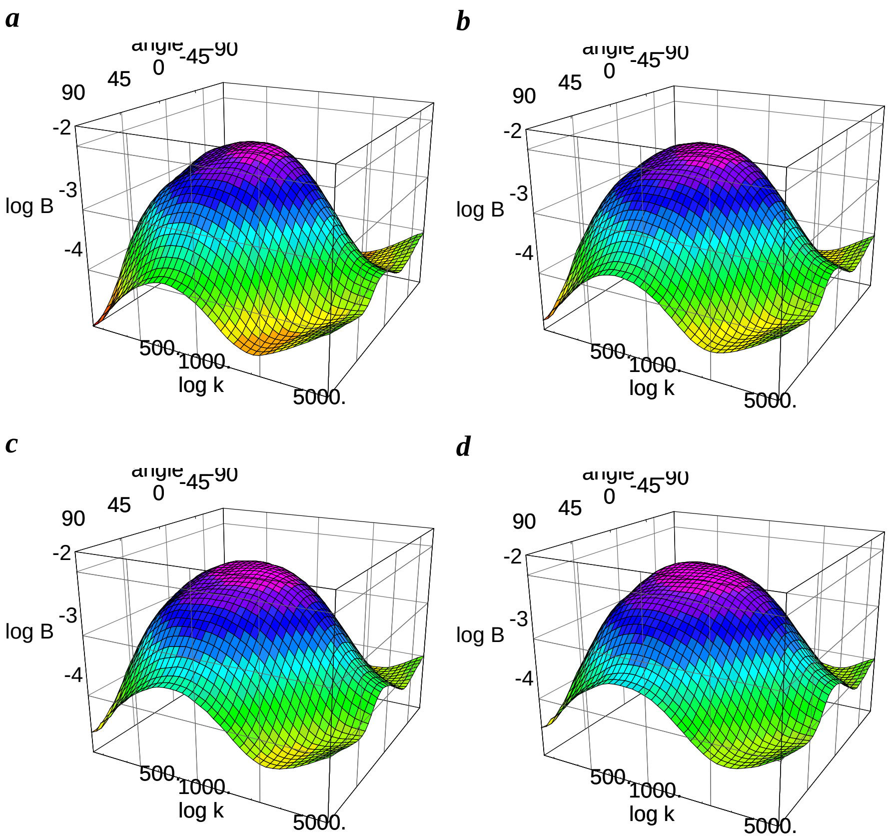


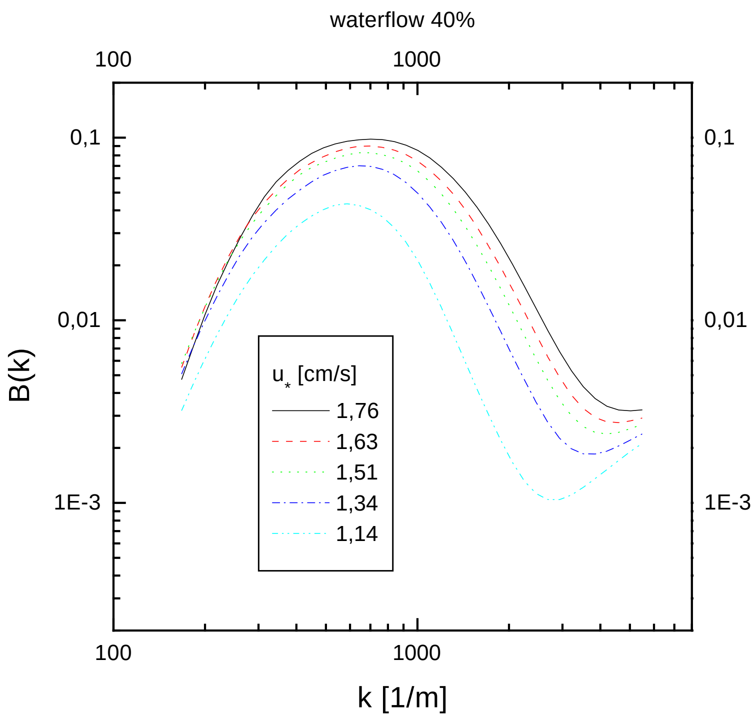
Abbildung 5.8: Sättigungsspektren gemessen am Wind-Wellen-Kanal in Urbana-Champaign, Illinois. Schubspannungsgeschwindigkeiten: **a** $1,58$ cm/s, **b** $1,74$ cm/s, **c** $1,89$ cm/s, **d** $2,00$ cm/s

Integriert man diese zweidimensionalen Spektren über den gesamten Winkelbereich erhält man unidirektionale Spektren. In den Abbildungen 5.9 und 5.10 sind die unidirektionalen Spektren aus Urbana und der am Heidelberger Kanal gemessenen Daten dargestellt. Im Vergleich fällt besonders der Abfall der Spektren aus Urbana im Bereich kleiner Wellenzahlen auf. Dies ist zu erwarten, da Wellen größerer Wellenlänge den nahen Boden spüren.

Da die Energie einer Kapillarwelle und der Beitrag zum Sättigungsspektrum von der maximalen Neigung (kA im linearen Fall) abhängig ist, tragen hier längere Wellen praktisch nichts mehr zum Spektrum bei, da keine entsprechende Amplitude möglich ist. In Abbildung 5.12 sind für drei unterschiedliche Wellenzahlen die Höhe des Spektrums als Funktion der Schubspannungsgeschwindigkeit u_* dargestellt. Bei den drei niedrigsten Geschwindigkeiten der Daten aus Heidelberg sind die Spektren erst wenig ausgebildet (vgl. Abbildung 5.5 und 5.6) und für die absoluten Höhen bei einzelnen Wellenzahlen erst ab dem Wert $u_* = 0,78$ aussagekräftig. Bei $k = 200$ rad/m stimmen die Spektren aus Heidelberg und Urbana sehr gut überein und zeigen deutlich eine Proportionalität zu u_*^2. Bei $k = 400$ rad/m und bei $k = 800$ rad/m sind die Spektren aus Urbana deutlich höher. Beinahe die gesamte Energie die der Wind ins Wellenfeld einträgt ist bei der geringen Wasserhöhe im untersuchten Wellenzahlbereich konzentriert. Ein Gleichgewicht mit Wellen größerer Wellenlänge, wie es sich bei größeren Wassertiefen einstellt, ist hier nicht möglich. Bei $k = 800$ rad/m fand Klinke and Jähne [1995] für einen größeren Bereich für u_* einen Wechsel der Proportionaltität im Bereich um $u_* \approx 1$ cm/s von $B \propto u_*^3$ bei kleineren u_*-Werten zu $B \propto u_*$ bei $u_* > 1,5$ cm/s. Im Rahmen des hier recht engen Bereichs der abgedeckten Schubspannungsgeschwindigkeiten stimmen die Ergebnisse aus beiden Kanälen mit diesen funktionalen Abhängigkeiten gut überein.

Erstaunlich ist auch die Ähnlichkeit der Spektren aus Urbana mit den Heidelberger Daten, bzw. Daten aus anderen Quellen am kurzwelligen Ende (hohe Wellenzahlen). Auch die Grenzwellenzahlen k_c,(das ist die Wellenzahl, bei der das Spektrum zu hohen Wellenzahlen hin abfällt), liegen dicht bei den Werten wie sie für tiefere Kanäle zu finden sind (siehe Klinke and Jähne [1995]). Die Grenzwellenzahl k_c wird üblicherweise, wie hier für die Daten aus Heidelberg, am Schnittpunkt zweier Geraden bestimmt, die an das Spektrum angefittet werden. Eine davon wird an den Abfall zu hohen Wellenzahlen hin, die andere wird an den Bereich kleiner Wellenzahlen gefittet (siehe Abbildung 5.10). Bei den Spektren aus Urbana wurde wegen des sehr steilen Abfalls zu kleinen Wellenzahlen hin eine Tangente an das Maximum des Spektrums gelegt und diese mit der Fitgerade des Abfalls zu großen Wellenzahlen hin geschnitten (siehe Abbildung 5.9). Abbildung 5.11 zeigt die k_c Werte für den mit der CISG bestimmten Sättigungsspektren aus Urbana und Heidelberg.

a



b

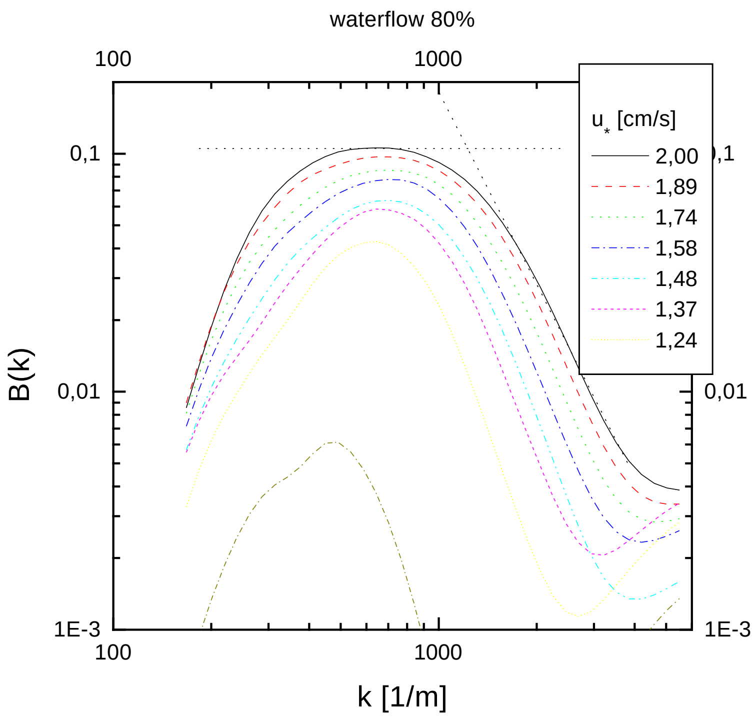


Abbildung 5.9: Unidirektionale Sättigungsspektren gemessen am Wind-Wellen-Kanal in Urbana-Champaign, Illinois bei unterschiedlichen Bedingungen der Wasserströmung: **a** Flußrate 40%, **b** 80%

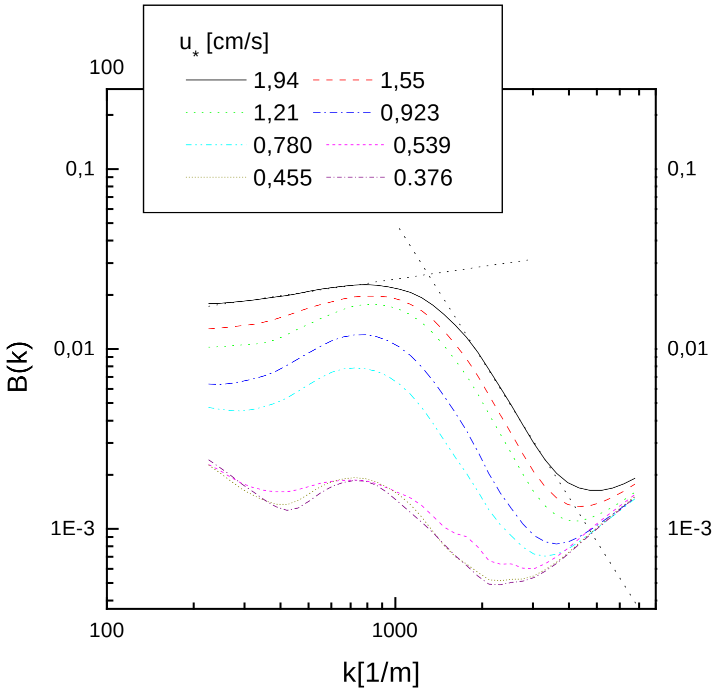


Abbildung 5.10: Unidirektionale Sättigungsspektren gemessen am Wind-Wellen-Kanal in Heidelberg

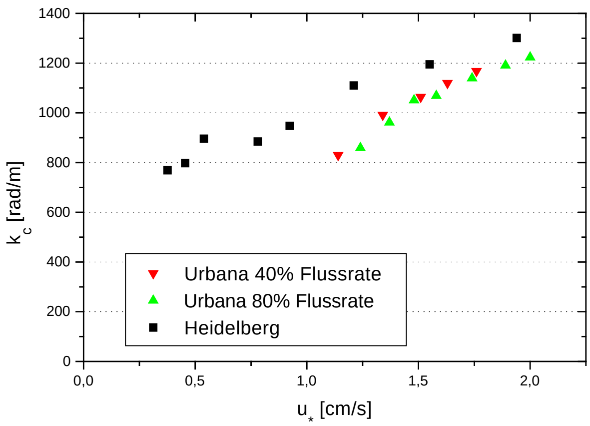


Abbildung 5.11: Grenzwellenzahl k_c in Abhängigkeit der Schubspannungsgeschwindigkeit.

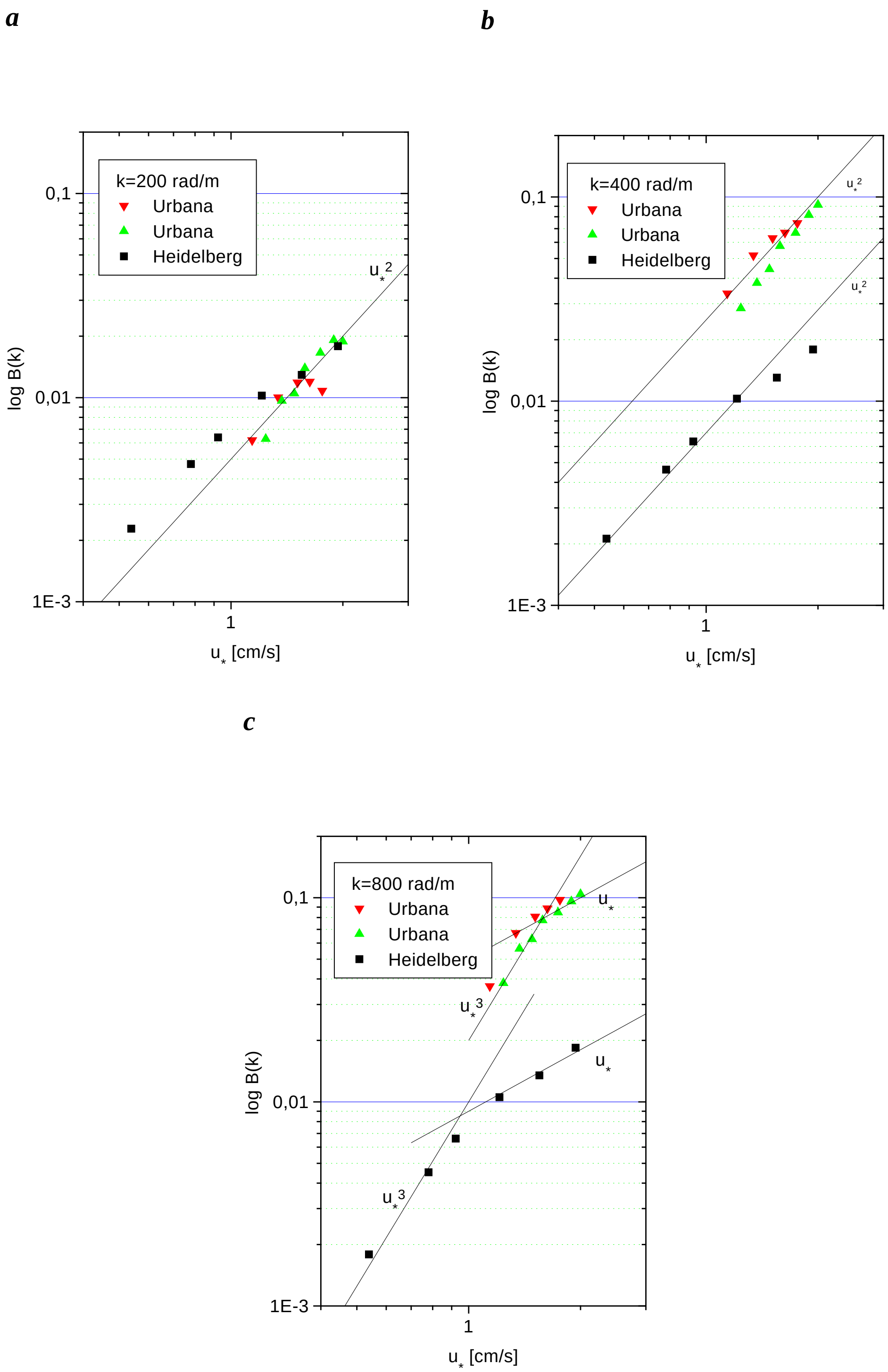


Abbildung 5.12: Höhe des Sättigungsspektrums B als Funktion der Schubspannunggeschwindigkeit u_* bei drei unterschiedlichen festen Wellenzahlen: **a** $k \approx 200$ rad/m; **b** $k \approx 400$; **c** $k \approx 800$.

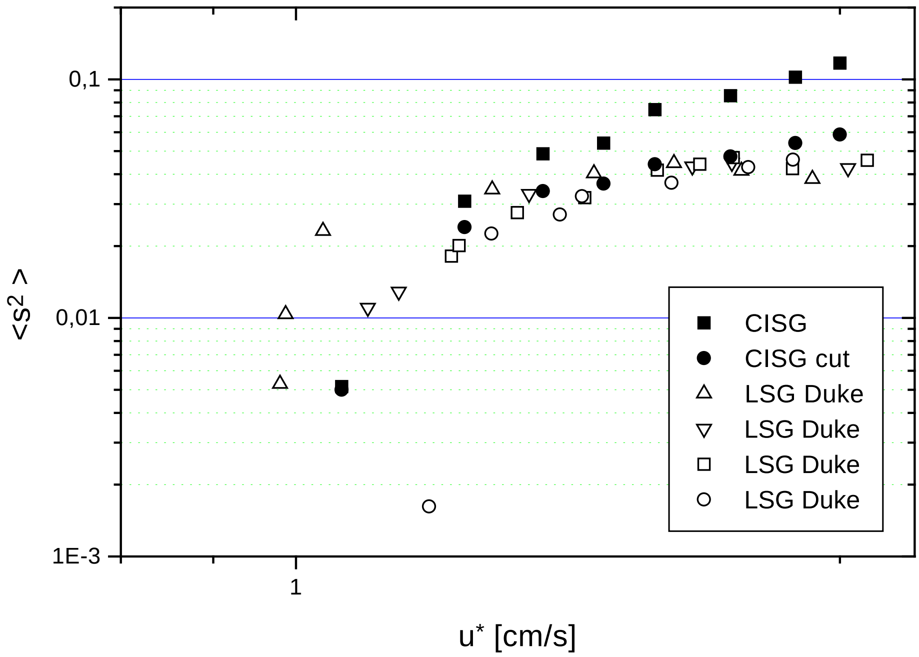


Abbildung 5.13: Vergleich der am Wind-Wellen-Kanal in Urbana gemessenen mittleren quadratischen Neigungen: gefüllte Symbole CISG; offene Symbole LSG Messungen von Duke et al. [1995]

5.3 Mittlere quadratische Neigung

In Kapitel 2.4 wurde auf die Bedeutung der mittleren quadratischen Neigung $\langle s^2 \rangle$ hingewiesen. Aus den am Wind-Wellen-Kanal in Urbana mit der CISG zur Berechnung der Sättigungsspektren gewonnenen Bilddaten wurden zusätzlich mittlere quadratische Neigungen berechnet. Die Berechnung von $\langle s^2 \rangle$ erfolgte durch einfache Mittelung über alle Pixel und alle Bilder einer Meßreihe. Ausgenommen wurden Pixel, deren Gesamtintensität auf Grund zu hoher Neigung unter einer Schwelle lagen. Wird die Neigung zu groß, liegt der Ursprung des von der Kamera abgebildeten Lichtstrahls nicht auf dem Farbkeil. Die Intensität ist nahe Null und kann im Intensitätsbild $r+g+b$ leicht detektiert werden (siehe auch Kapitel 3.2.3). Die Neigungen benachbarter Pixel sind zwar nicht statistisch unabhängig, aber die in diesen CISG Bildern auftretenden Strukturen sind, wie in Abbildung 5.2 zu sehen, relativ klein. Selbst innerhalb eines einzelnen Bildes sind die typischen Wellenlängen über mehrere Wellenzüge zu sehen. Eine Mittelung über 5 Bilder lieferte schon eine Abschätzung für $\langle s_x^2 \rangle$, $\langle s_y^2 \rangle$ und $\langle s^2 \rangle$ mit einer Abweichung $< 1\%$ gegenüber dem Endergebnis aus 480 Bildern.

Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.13 zusammen mit früheren *laser slope gauge* (LSG) Messungen am selben Kanal dargestellt. Diese Messungen stammen von Duke [1988]. Die Abbildung zeigt $\langle s^2 \rangle$ als Funktion der Schubspannungsgeschwindigkeit u_*. Die aus den CISG Bildern bestimmten Werte sind als gefüllte Quadrate dargestellt, die LSG Ergebnisse als unterschiedliche offene Symbole. Bei niedrigen Schubspannungsgeschwindigkeiten zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung der beiden Techniken. Bei hohen u_*-Werten dagegen sind deutliche Abweichungen zu erkennen. Die LSG Werte erreichen ab $u_* \approx 1,6\,$cm/s ein Plateau, die aus den CISG Bildern berechneten Werte steigen weiter an. Duke hatte diese Abweichungen schon früher bemerkt, beim Vergleich seiner Daten mit Ergebnissen von Jähne [1985] aus anderen Wind-Wellen-Kanälen. Ein wesentlicher Unterschied zwischen der LSG von Duke und der CISG lag in dem maximal erfaßbaren Neigungswinkel. Bei der LSG betrug dieser maximale Winkel $20°$, bei der CISG $45°$(entspricht $s = 0.365$ bzw. $s = 1$). Die CISG Daten wurden erneut ausgewertet, wobei alle Neigungen größer $20°$ ignoriert wurden. Die Ergebnisse sind als gefüllte Kreise dargestellt. Die Abweichungen werden erheblich geringer, aber ein Plateau scheint auch in den gekappten CISG Daten nicht erreicht zu werden.

5.4 Neigungsverteilung

Im obigen Beispiel der Daten aus Urbana/Illinois wurden die mittleren quadratischen Neigungen durch einfache Mittelwertbildung bestimmt. Diese Methode wurde verwendet, da die Vergleichswerte der LSG ebenso auf einfacher Mittelung beruhen. Bei den vergleichenden Messungen mit der *refractive slope gauge* (RSG) von Lauer [1998] (Messung IV aus Tabelle 4.1) am Heidelberger Kanal wurde eine andere Methode gewählt. Die Messungen mit beiden Systemen fanden zeitgleich, aber in unterschiedlichen Sektoren des Kanals statt. Aus den CISG-Bildern wurden Neigungsverteilungen (siehe Kapitel 2.4) ermittelt. An diese gemessenen Verteilungen wurden Modellfunktionen angefittet. Die mittleren quadratischen Neigungen $\langle s_x^2 \rangle$, $\langle s_y^2 \rangle$ und $\langle s^2 \rangle$ wurden anschließend aus den Fitparametern ermittelt.

Der Algorithmus zum Fit der Modellfunktionen (*Gauß- und Gram-Charlier-Verteilung*) an die gemessenen Neigungsverteilungen und zur Bestimmung der mittleren quadratischen Neigungen $\langle \sigma_x^2 \rangle$,$\langle \sigma_y^2 \rangle$ und $\langle \sigma^2 \rangle$ wurde von Lauer [1998] übernommen. Lauer hat bereits die gemeinsamen Ergebnisse vorgestellt und ausführlich diskutiert. Er hat die beiden Techniken gegenübergestellt und jeweilige Vor- und Nachteile erläutert. Auch die Details der Meßbedingungen sind dort aufgeführt. Deshalb erfolgt hier nur die Angabe der wichtigsten Ergebnisse.

Während einer Gesamtmeßzeit von $3\,$h$\,40\,$min wurden acht verschiedene Windgeschwindigkeiten eingestellt. Pro Bedingung wurde mit der CISG eine Neigungsverteilung aus 200 Einzelbildern mit 640×256 Pixeln bestimmt. Die Einzelbilder wurden zur späteren Berechnung von Sättigungspektren auf Festplatte gespeichert. Die Berechnung der Neigungsverteilungen erfolgte während der Messung. Die Meßdauer betrug pro Bedingung ca.330 Sekunden. Das entspricht einer Bildaufnahmefrequenz von etwa $1/1,5\,$s. Damit können die Bilder als statistisch unabhängig

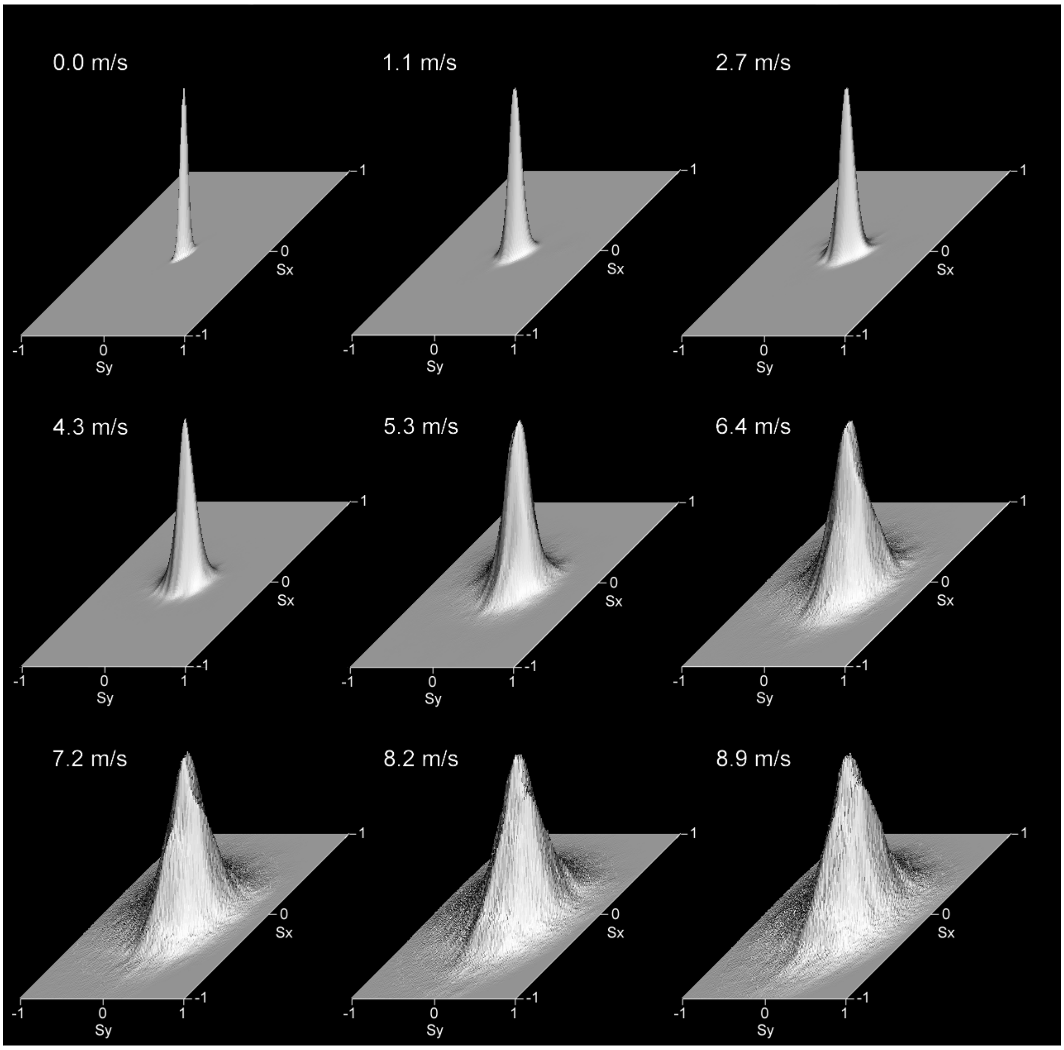


Abbildung 5.14: Neigungsverteilungen gemessen mit der CISG am Wind-Wellen-Kanal in Heidelberg.

angesehen werden. Abbildung 5.14 zeigt die vom Autor mit der *color imaging slope gauge* gemessenen Neigungsverteilungen. Mit zunehmender Windgeschwindigkeit nimmt das Rauschen in den Verteilungen zu. Einige der von Lauer mit der *refractive slope gauge* bestimmten Verteilungen sind in Abbildung 5.15 dargestellt. Die RSG lieferte etwa alle Minute eine Verteilung. Da das Datenaufkommen dieser Technik sehr gering ist, wurden über die gesamte Meßdauer Neigungsverteilungen aufgezeichnet.

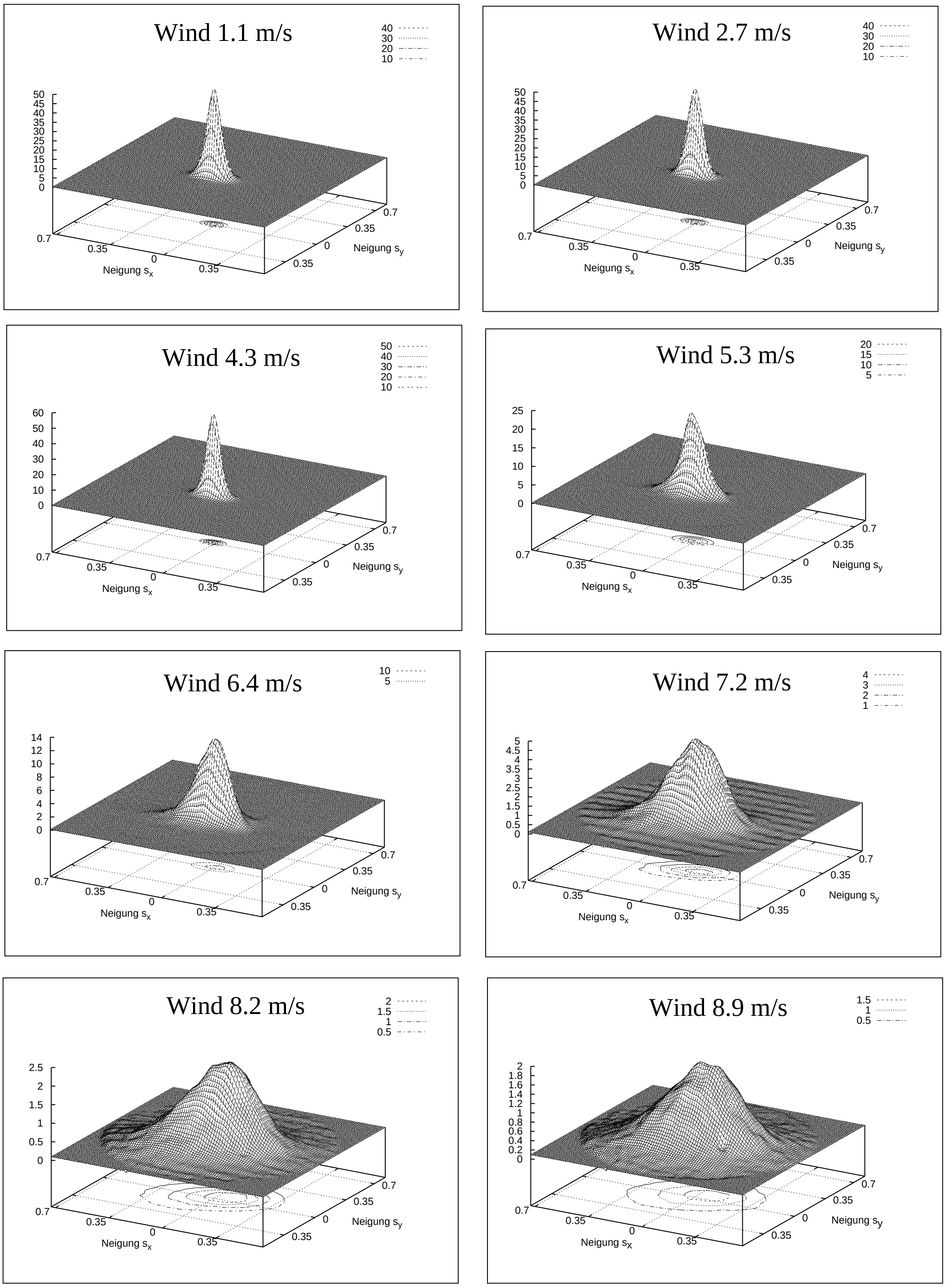


Abbildung 5.15: Beispiele der Neigungsverteilungen gemessen von Lauer [1998] mit der RSG zeitgleich mit den CISG Aufnahmen des Autors.

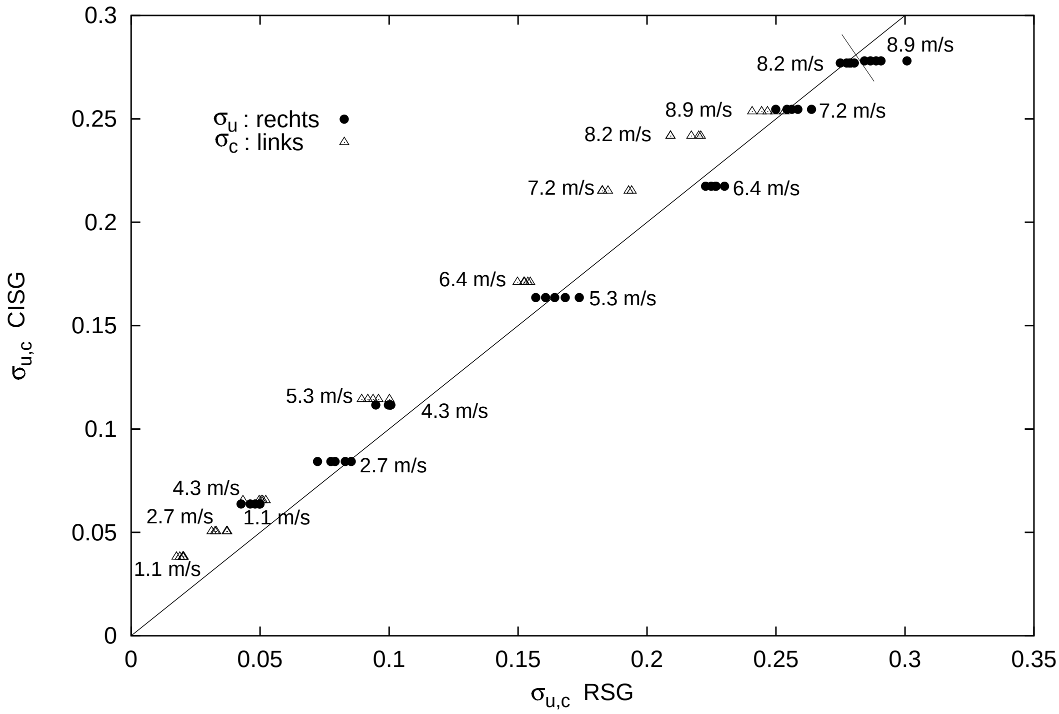


Abbildung 5.16: Vergleich der CISG und RSG Ergebnisse für die Standardabweichungen σ_u und σ_c bei unterschiedlichen Windgeschwindigkeiten.

Abbildung 5.16 stellt die Ergebnisse beider Meßverfahren bezüglich der Standardabweichungen σ_u und σ_c gegenüber. Dargestellt sind pro Meßbedingung 10 Punkte, je fünf *upwind* und fünf *crosswind* Werte. Pro Messbedingung sind den beiden Meßwerten σ_u und σ_c der CISG jeweils fünf Meßwerte der RSG gegenübergestellt. Diese fünf RSG Werte wurden in der selben Zeitspanne aufgenommen, in der auch die CISG Aufnahmen gemacht wurden. Der Verlauf der RSG Meßwerte über die gesamte Meßdauer ist in Lauer [1998] zu finden. Der Vergleich zeigt, daß die Werte für σ_u recht gut übereinstimmen, die CISG Werte für σ_c aber generell größer sind als die RSG Werte. Ein möglicher Grund ist der besondere Meßort der CISG am Heidelberger Kanal. Wie in Kapitel 4 dargelegt, befand sich der CISG-Aufbau am zentralen Meßfeld des Kanals. In diesem Segment waren in die Kanalwände große Glasfenster integriert. Beim Übergang von den ansonsten gekrümmten Seitenwänden auf die planaren Fenster waren geringfügige Reflexionen der Wellen sichtbar. Dies ist auch in den im Abschnitt 5.2 gezeigten Sättigungsspektren zu erkennen. Bei niedrigen Windgeschwindigkeiten zeigen sich deutlich Nebenmaxima bei etwa $\pm 45°$. Eine Erhöhung der *crosswind*-Komponente der Neigung in diesem Meßfeld ist deshalb plausibel. Diese Abweichungen in σ_c werden in Abbildung 5.17 besonders deutlich. Hier ist das Verhältnis $R_{\sigma^2} = \frac{\sigma_c^2}{\sigma_u^2}$ gezeigt.

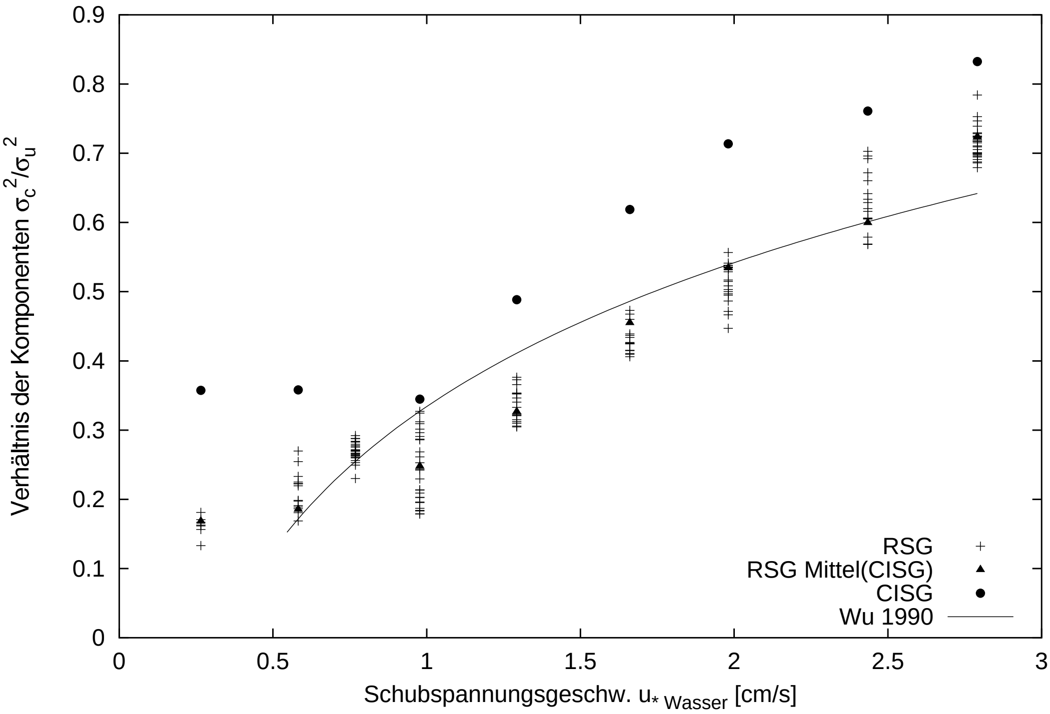


Abbildung 5.17: Verhältnis der Varianzen $\frac{\sigma_c^2}{\sigma_u^2}$ der CISG und der RSG Meßergebnisse. Die Linie entspricht einer von Wu [1990] angegebenen Beziehung die er für seine Meßwerte gefunden hat.

In Abbildung 5.18 sind die mittleren quadratischen Neigungen dargestellt. Neben den CISG und den RSG Ergebnissen dieser Meßreihe und den CISG Ergbenissen aus Urbana finden sich dort weitere Werte. Bösinger [1986] hat am Heidelberger Kanal, Dutzi [1984] an dessen kleinen Vorgänger ('Windmühle'; siehe Schmundt et al. [1995]) mittlere quadratische Neigungen aus *laser slope gauge* Messungen bestimmt.

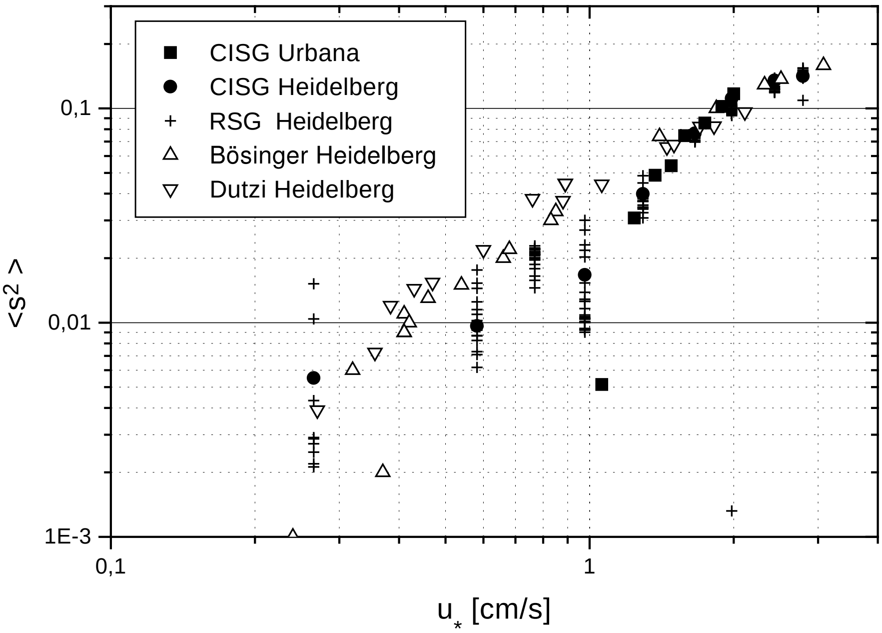


Abbildung 5.18: Vergleich der mittleren quadratischen Neigungen $\langle\sigma^2\rangle$ unterschiedlicher Messungen: CISG Messungen des Autors, zeitgleiche RSG Messungen von Lauer [1998] und LSG Messungen von Bösinger [1986] am Heidelberger zirkularen Wind-Wellen-Kanal ($4m$ Durchmesser); LSG Messungen von Dutzi [1984] am kleinen zirkularen Heidelberger Kanal ($0,6$ m Durchmesser).

Kapitel 6

Wellen und Strömung

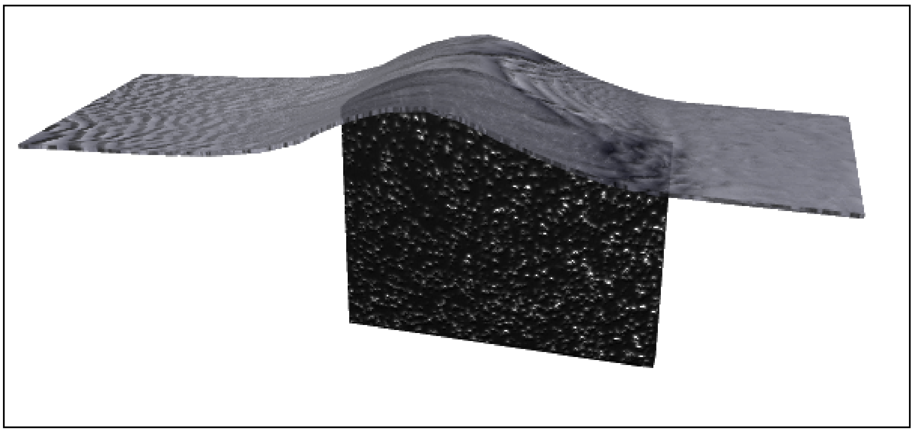


Abbildung 6.1: Schematische Darstellung der simultanen Messung von Wellen- und Strömungsfeld.

Zur Untersuchung des Einflusses von Kapillarwellen mit hoher Neigung auf das Strömungsfeld nahe der viskosen Grenzschicht wurde ein kombiniertes Experiment am Heidelberger Wind-Wellen-Kanal realisiert. Gleichzeitig zu den CISG Messungen des Autors wurde von Hering [1996] direkt unterhalb des beobachteten Wellenfeldes mit einer bildaufnehmenden Technik die Strömung untersucht. Mittels Bildfolgenanalyse wurden die Trajektorien der Bewegung kleiner Tracerpartikel im Wasser bestimmt. Daraus wurden die kinetische Energiedichte und die Wirbelstärke der Strömung berechnet. Aus den CISG Bildern wurde die lokale Energiedichte mittels Skalenraumzerlegung und Hilberttransformation ermittelt. Die Kombination beider Techniken gewährt Einsicht in die Wechselwirkungsmechanismen zwischen Wellen und Turbulenz nahe der wasserseitigen Grenzschicht. Diese Messungen wurden bereits von Hering [1996] beschrieben und die gemeinsam erzielten Ergebnisse sind dort ausführlich diskutiert. Daher erfolgt in den folgenden Abschnitten nur ein kurzer Überblick.

Zuerst wird eine Einführung in die von Hering verwendete Technik zur Strömungsvisualisierung gegeben. Die Bestimmung der Energiedichte und der Wirbelstärke im Strömungsfeld aus den gewonnenen Daten wird kurz erläutert. Anschließend wird der kombinierte Aufbau und die Besonderheiten bei der Realisation der Wellenvisualisierung beschrieben. Danach wird die Berechnung der lokalen Energie der Kapilarwellen aus den Wellenbildern dargelegt und die gemeinsamen Ergebnisse werden kurz diskutiert.

6.1 Particle Tracking Velocimetry

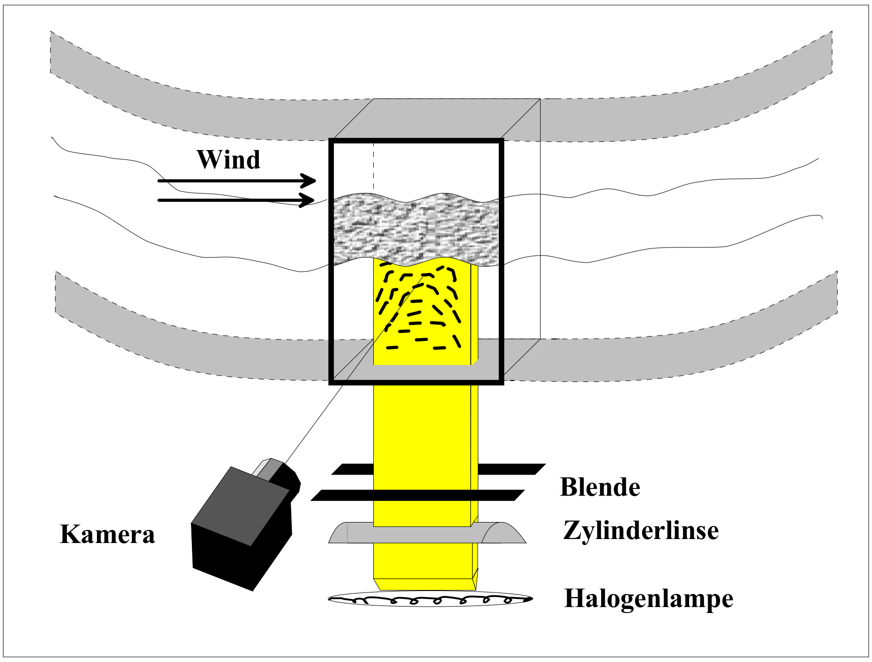


Abbildung 6.2: Versuchsaufbau von Hering zur Strömungsmessung mit *particle tracking velocimetry* (PTV) am Heidelberger Kanal. Eine Kamera zeichnet Bildserien von LATEX-Teilchen auf, die der Flüssigkeitsbewegung folgen. Zur Beleuchtung dient ein Lichtschnitt. Aus Hering [1996].

Die von Hering verwendete Technik (*particle tracking velocimetry*) zur Analyse der Wasserströmung basiert auf der Visualisierung der Flüssigkeitsbewegung mit Hilfe kleiner Polystyrolkügelchen. Abbildung 6.2 zeigt den typischen Aufbau. Das Licht einer Halogenlampe wird mit Hilfe einer Zylinderlinse zu einem ebenen Lichtschnitt gebündelt, der vertikal und in Windrichtung ausgerichtet ist. Eine Kamera beobachtet durch ein seitliches Fenster im Kanal die so beleuchteten Teilchen. Abbildung 6.3 zeigt ein typisches Momentbild der Strömung. Schnellere Teichen erscheinen als Spur (*streak*), langsamere Teilchen fast punktförmig. Die große helle Region im oberen Teil des Bildes entsteht durch Reflexion der Beleuchtung an der Wasseroberfläche. Die typische Größe des beobachteten Ausschnitts beträgt $10 \times 10\,\mathrm{cm}^2$.

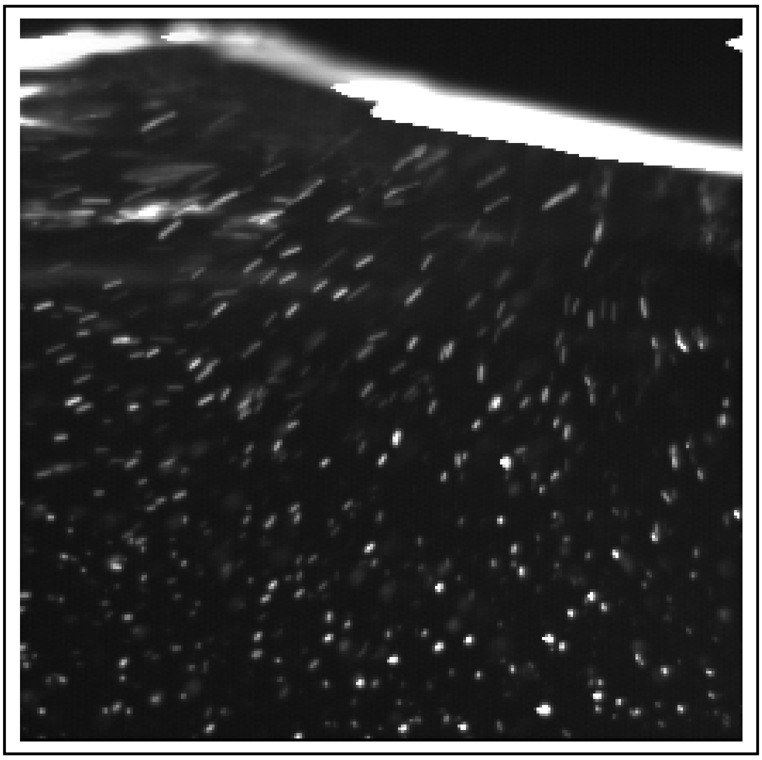


Abbildung 6.3: Momentaufnahme der Strömung unterhalb der wellenbewegten Wasseroberfläche aufgenommen mit der PTV-Technik. Aus Hering [1996]

In den aufgenommenen Bildsequenzen werden die Positionen einer Vielzahl einzelner Teilchen über viele Bilder hinweg verfolgt. Dazu müssen in jedem Einzelbild die Teilchen vom Bildhintergrund unterschieden werden. Allgemein wird eine solche Objekt-Hintergrund Trennung als Segmentierung bezeichnet. Ein lokales Grauwertmaximum im Bild dient hier als Startpunkt für weitere Untersuchungen. An den potentiellen Kandidaten werden bestimmte Merkmalsanforderungen gestellt, um sicherzustellen, daß es sich bei der aktuellen Grauwertstruktur um eine Teilchenbahn handelt. Die Überschreitung eines minimalen Kontrasts wird gefordert und lokal eine Analyse der Form durchgeführt. Sind diese Bedingungen erfüllt, so wird versucht, alle Nachbarpixel zu identifizieren die noch zu der Teilchenspur gehören. Das geschieht mit Hilfe eines Regionenwachstumsverfahrens. Der Grauwertschwerpunkt dient als Maß für die momentane Position des Teilchens. Anschließend wird jedem erkannten Teilchen im Bild eine eindeutige Nummer zugeordnet (*Labeling*).

Für jedes Teilchen eines Bildes wird versucht, im Folgebild die neue Position bzw. die neue Spur genau dieses Teilchens zu bestimmen. Bei Teilchendichten bis zu mehreren hundert Partikeln pro Bild ist diese Zuordung schwierig und oft nicht eindeutig lösbar. Verschiedene Bedingungen werden gestellt, um im Folgebild das korrespondierende Teilchen zu identifizieren. Ist dieses Korrespondenzproblem für ein bestimmtes Teilchen über mehrere Bilder hinweg lösbar, so wird seine

Trajektorie aufgezeichnet. Abbildung 2.2 auf Seite 10 zeigt solche Trajektorien. Daraus lassen sich unter anderem die Momentangeschwindigkeiten der Teilchen berechnen.

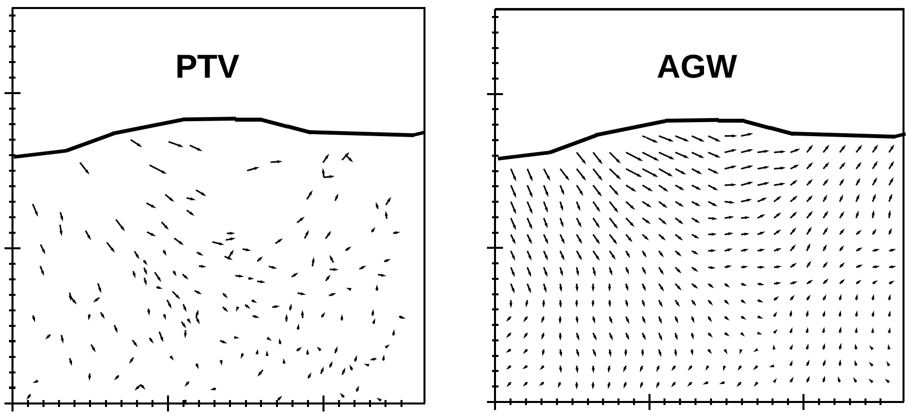


Abbildung 6.4: Mit der PTV Technik gemessene Verschiebungsvektoren (links) und mittels *Adaptive Gaussian Windowing* (AGW) auf ein regelmäßiges Gitter interpoliertes Vektorfeld. Aus Hering [1996]

Mit Hilfe eines geeigneten Interpolationsalgorithmus kann das Eulersche Verschiebungsvektorfeld auf einem regelmäßigen Gitter berechnet werden. Ein Beispiel hierfür ist in Abbildung 6.4 dargestellt. Diese Darstellung erlaubt die Bestimmung der kinetischen Energiedichte und der Wirbelstärke ω:

$$\omega = \frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \tag{6.1}$$

6.2 Kombinierter CISG-PTV Aufbau

Der kombinierte Aufbau der beiden bildaufnehmenden Systeme ist in Abbildung 4.3 auf Seite 68 skizziert. Beide Systeme sind an der selben optischen Bank befestigt. Die CISG-Kamera ist von oben über einen Spiegel auf die Wasseroberfläche gerichtet. Direkt unterhalb des beobachteten Ausschnitts des Wellenfeldes beobachtet die PTV-Kamera durch das Seitenfenster des Kanals die Strömung. Die Beleuchtung der Tracerpartikel wurde mit einer Zylinderlinse und einem Prisma schräg von unten in den Kanal eingekoppelt. Mit Hilfe eines Interferenzfilters mit einer cut-off Wellenlänge von $\lambda = 550\,\mathrm{nm}$ wurde die PTV Beleuchtung auf den blauen Spektralbereich reduziert. In Abbildung 6.5 ist rechts die PTV Lichtquelle zu sehen. Im Wasserkörper ist der Lichtschnitt angedeutet. Fast in der Mitte des Bildes ist die PTV-Kamera zu sehen, montiert auf einem radial zum Kanal angebrachten Element der optischen Bank.

Der Winkel, unter dem der Lichtschnitt für das *particle tracking* in den Kanal eingekoppelt wurde, war so gewählt, daß das Licht an der ruhenden Wasseroberfläche total reflektiert wurde und nicht in die Kamera der Wellenvisualisierung gelangen konnte. Bei hohen Neigungen allerdings konnten

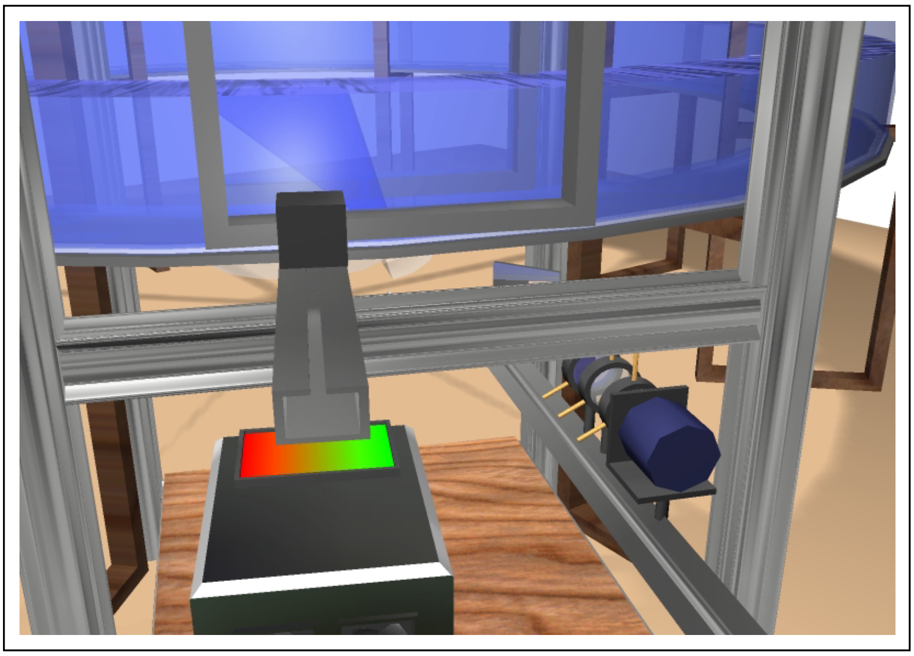


Abbildung 6.5: Kombinierter Aufbau der Wellen- und Strömungsvisualisierung.

einzelne Reflexe in die Kamera gestreut werden. Daher wurden von der CISG-Kamera nur der Rot- und der Grünkanal aufgezeichnet. Der Farbgradient bestand ebenfalls nur aus diesen beiden Farben, die gegenläufig angeordnet waren. Somit war nur die Bestimmung einer Neigungskomponente unter Beibehaltung der Normierung möglich.

Die Kameras beider Systeme nahmen zeitgleich Bildsequenzen auf. Beide arbeiteten bildsynchron mit $60\,\mathrm{Hz}$. Bei der Kamera zur Strömungsvisualisierung handelte es sich um eine digitale Kamera mit 256×256 Pixel und 8 bit Auflösung. Die aufgenommenen Bilder wurden über eine spezielles digitales Interface in Echtzeit in das RAM eines XPI860 Boards eingelesen. Die 128 Mbyte erlaubten eine Sequenzlänge von 1800 Bilder bzw. eine Meßdauer von $30\,\mathrm{s}$. Für die CISG stand ebenfalls ein XPI860 Board mit 128 Mbyte RAM zur Verfügung. Die Bildgröße wurde auf 640×32 Pixel beschränkt, wobei der so ausgewählte $15 \times 1,5\,\mathrm{cm}^2$ große Streifen den Lichtschnitt des *particle tracking* überdeckte. Mit der genannten Beschränkung auf zwei Farbkanäle und 32 Pixel breite Streifen konnten pro Sequenz ebenfalls 1800 Bilder in $30\,\mathrm{s}$ aufgezeichnet werden.

6.3 Lokale Energie im Wellenfeld

Aus den Neigungsbildern der CISG wurde die lokale Energiedichte der Kapillarwellen bestimmt. Mit Gleichung (2.56) wurde bereits dargelegt, daß diese Energiedichte proportional zum Quadrat der Wellensteilheit ist:

$$E = \frac{\sigma}{\rho} ||\vec{s}(\vec{x})||^2 \tag{6.2}$$

Die Steilheit einer Welle kA_0 wird hier gleich dem phasenunabhängigen Maximum der Neigung $\vec{s}$ gesetzt (siehe Abschnitt 2.1.5). Zur Veranschaulichung betrachten wir noch einmal eine sinusförmige ebene Welle:

$$\zeta(\vec{x}) = A_0 \sin(\vec{k}\vec{x} - \omega t) \tag{6.3}$$

Die mit der CISG gemessene Neigung ist gegeben durch:

$$\vec{s}(\vec{x}) = \vec{\nabla}\zeta(\vec{x}) = \vec{k}A_0 \cos(\vec{k}\vec{x} - \omega t) \tag{6.4}$$

Um aus den Neigungsbildern die Energie der Kapillarwellen bestimmen zu können muß das Amplitudenquadrat der Neigung phasenunabhänging bestimmt werden. Dazu kann folgende Identität verwendet werden:

$$\sin^2(\phi) + cos^2(\phi) = 1 \tag{6.5}$$

Verschiebt man das gemessene Neigungssignal ($\vec{k}A_0 \cos \phi$) um $\pi/2$, quadriert beide Signale und addiert sie anschließend, erhält man das gesuchte Quadrat der Neigungsamplitude $k^2 A_0^2$.

Jähne [1997] beschreibt zwei alternative Methoden um diese Phasenverschiebung zu berechnen: *Hilberttransformation* und *Quadraturfilter*. Riemer [1991] verwendete mit dem Gaborfilter das bekannteste Quadraturfilterpaar zur Analyse von Neigungsbildern der Wasseroberfläche. Da im vorliegenden Fall die Ausbreitungsrichtung der Kapillarwellen im wesentlichen in Windrichtung verläuft, wurde hier die Hilberttransformation verwendet. Da die Phasenverschiebung mit einem Hilbertoperator nur auf einem relativ engen Wellenzahlbereich zuverlässig berechnet werden kann, wurden die Neigungsbilder mit Hilfe einer *Laplace-Pyramide* (siehe z.B. Jähne [1997]) bandpaßzerlegt. Die Berechnung der Hilberttransformierten wurde auf jeder Stufe der Pyramide separat durchgeführt. Die Ergebnisse der einzelnen Stufen wurden anschließend zu einem Bild der Originalgröße aufaddiert. Aus diesem Gesamtergebnis der Hilberttransformation auf den unterschiedlichen Skalen und dem Originalbild wurde dann mittels Quadratur und Addition wie oben beschrieben die lokale Wellenenergie berechnet.

Die Implementation des Algorithmus wurde hauptsächlich von Hering [1996] durchgeführt. Dort findet sich auch eine ausführlichere Beschreibung und eine Fehleranalyse.

6.4 Gemeinsame Messungen und Ergebnisse

Parasitäre Kapillarwellen lassen sich am einfachsten bei relativ kurzem *fetch* [1] beobachten. Daher wurden alle gemeinsamen CISG-PTV Messungen bei limitiertem Fetch durchgeführt. Im zirkularen Kanal in Heidelberg hat man eigentlich einen 'quasi unendlichen' Fetch. Durch teilweises Abdecken der Wasseroberfläche mit einer schwimmenden aber befestigten Noppenfolie konnte eine künstliche Beschränkung der Einwirkstrecke des Windes erreicht werden. Im Verlauf der Messungen wurde die Position dieser Folie geändert. Die eigentlichen gemeinsamen Messungen wurden bei insgesamt drei unterschiedlichen Fetchbedingugen (2.0 m, 3.0 m und 4.5 m) durchgeführt. Während eines gemeinsamen Vorabexperiments und bei alleinigen PTV Messungen kamen weitere Fetcheinstellungen zur Anwendung. Für jede der drei Fetchbedingungen wurde bei je drei unterschiedlichen Windgeschwindigkeiten zwischen $4,3$ m/s und $6,9$ m/s gemessen. Um die mittlere Drift im zirkularen Kanal auszugleichen wurde eine Gegenströmung erzeugt. Dies geschah mit Hilfe des beweglichen Bodens (siehe Schmundt et al. [1995]). Eine genaue Auflistung der Meßbedingungen findet sich bei Hering [1996]. Pro Bedingung wurden von beiden Kameras zeitgleich sechs Sequenzen mit je 1800 Bildern gemessen.

Alle gewonnenen Trajektorien der gemeinsamen Messungen wurden von Hering auf einzelne Burstereignisse (siehe Abbildung 2.13 in Kapitel 2.2.4) hin untersucht. Im zeitlichen Umfeld dieser Einzelereignisse wurden die Verschiebungsvektorfelder wie oben beschrieben auf einem regelmäßigen Gitter berechnet. Daraus wurde die Energiedichte und die Wirbelstärke der Strömung bestimmt. Für den gleichen Zeitraum wurde aus den Wellenbildern die lokale Energiedichte der Kapillarwellen berechnet. Die Abbildungen 6.6 und 6.7 zeigen beispielhaft die Ergebnisse aus sechs Folgebildern einer Sequenz. Ein Paket parasitärer Kapillarwellen mit sehr hohen Neigungen erreicht im ersten Bild den Meßsektor der PTV und ist gerade dabei zu brechen. Die Energiedichte der Welle nimmt stetig ab. Energie wird vom Wellenfeld ins Strömungsfeld transportiert (zweites und drittes Bild). Ein Gebiet mit erhöhter kinetischer Energie ist im Strömungsfeld zu sehen, welches in einem Zeitraum von $1/30$ s in Wärme dissipiert (viertes bis sechstes Bild). Ein solcher Prozeß wird als *micro scale wavebreaking* bezeichnet.

[1] Fetch ist die Überstreichlänge des Windes über die Wasseroberfläche.

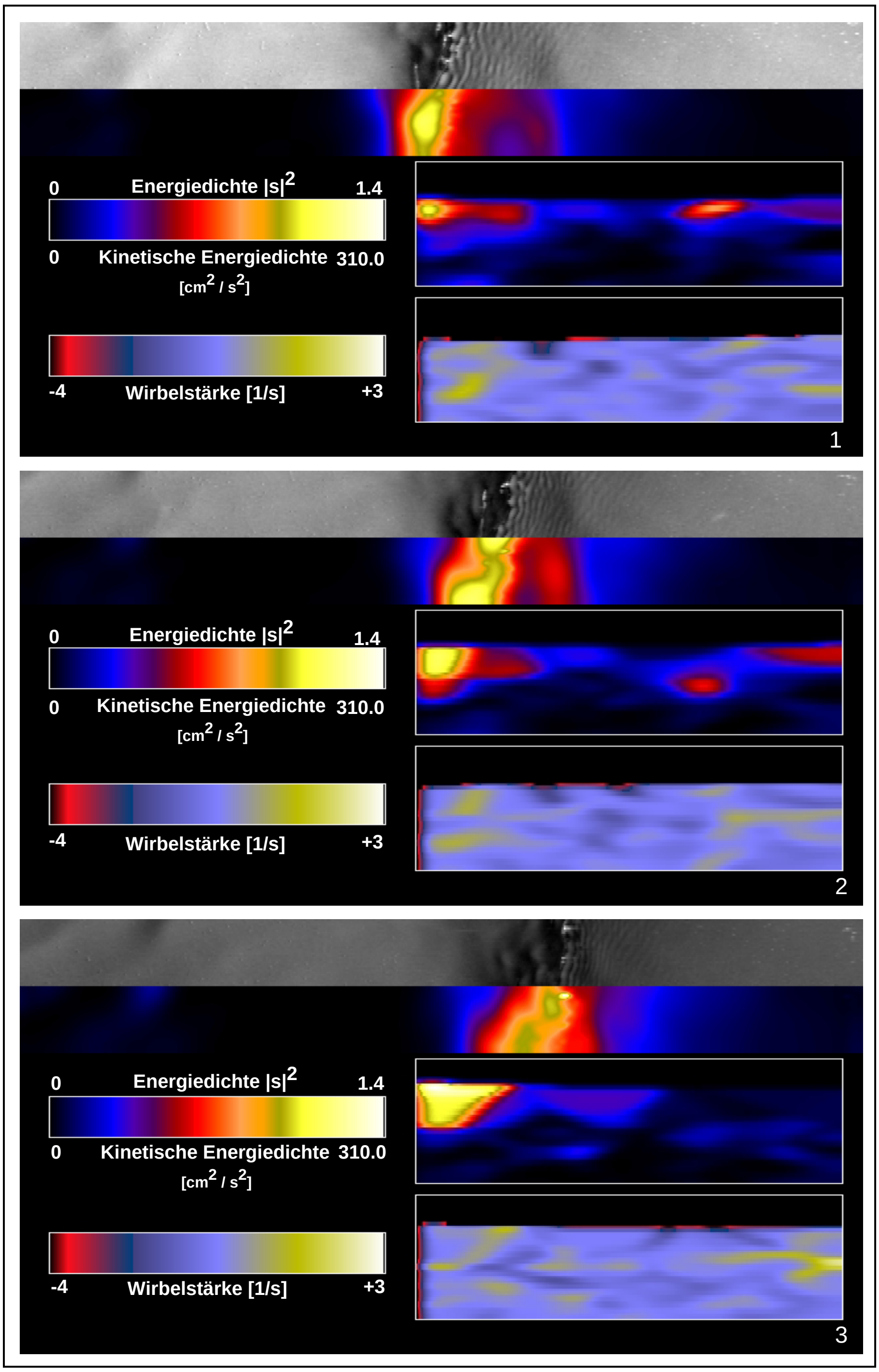


Abbildung 6.6: Sequenz der gleichzeitig gemessenen Strömungs- und Wellenfelder. Eine brechende parasitäre Kapillarwelle überträgt Energie in das Strömungsfeld und wird dort in Wärme dissipiert. Bild 1–3. Aus Hering [1996].

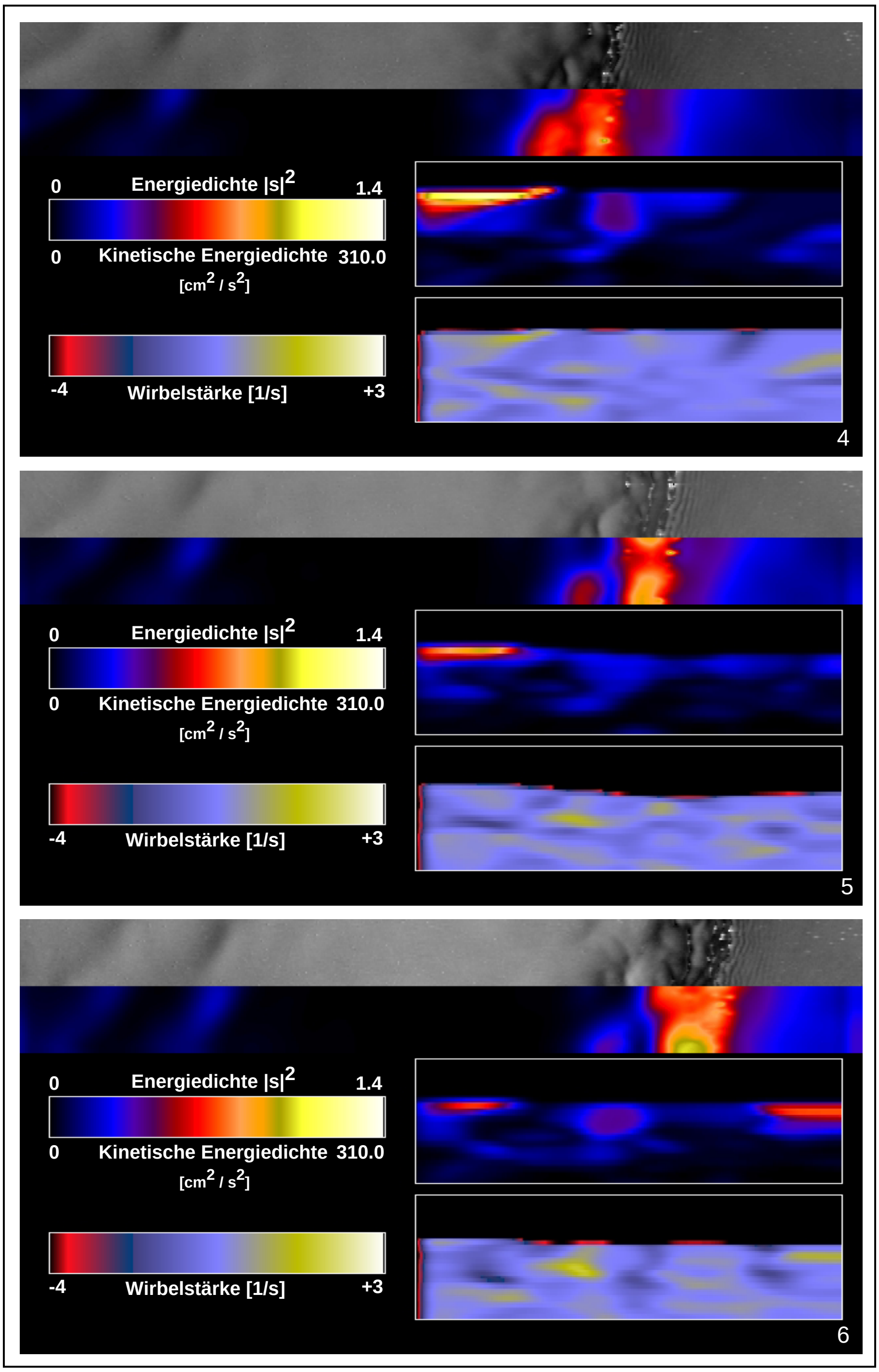


Abbildung 6.7: Sequenz der gleichzeitig gemessenen Strömungs- und Wellenfelder. Eine brechende parasitäre Kapillarwelle überträgt Energie in das Strömungsfeld und wird dort in Wärme dissipiert. Bild 4–6. Aus Hering [1996].

Kapitel 7

Wellen und Grenzschicht

Am Wind-Wellen-Kanal des *Department of Chemical Engineering, University of Illionois at Urbana-Champaign* wurde ein weiteres kombiniertes Experiment realisiert. Ausgangspunkt waren Fragen nach Wechselwirkungen zwischen Kapillarwellen und Prozessen direkt in der viskosen Grenzschicht. Mit der CISG wurden Neigungsbilder aufgenommen, während von Münsterer [1996] direkt unterhalb des beobachteten Wellenfeldes Konzentrationsprofile für einen gasförmigen Tracer innerhalb der Grenzschicht gemessen wurden. Im Vergleich zu den CISG-PTV Messungen des vorangegangenen Kapitels sind hier die räumlichen Auflösungen deutlich höher. Der beobachtete Ausschnitt des Wellenfeldes ist nur $28,5\,\mathrm{mm}$ lang. Der Bereich, in dem die Konzentration bestimmt wird, beträgt mit $4 \times 4\,\mathrm{mm}^2$ gerade noch $1/25$ des PTV Bildbereichs (pro Bildachse). Die von Münsterer verwendete Technik der laserinduzierten Fluoreszenz (LIF), wie auch die gemeinsam erzielten Ergebnisse werden ausführlich in der genannten Arbeit beschrieben. Hier erfolgt daher nur eine kurze Einführung in diese Technik. Danach werden die Besonderheiten der CISG Messungen bei diesem Experiment beschrieben und abschließend die gemeinsam erzielten Ergebnisse präsentiert.

7.1 Grenzschichtvisualisierung mit laserinduzierter Fluoreszenz

Zur Visualisierung der Konzentrationsprofile in der Grenzschicht verwendet Münsterer einen fluoreszierenden Farbstoff (*Fluoreszein)* im Wasser. Die Anregung des Farbstoffs erfolgt mit einem Argon-Ionen Laser. Die Fluoreszenzintensität dieses Farbstoffs ist abhängig vom lokalen pH-Wert. Als Tracer wird HCL in den Luftraum gesprüht. Die Salzsäure dissoziiert an der Wasseroberfläche. Münsterer zeigt, daß die Intensität linear von der lokalen Konzentration des Tracers abhängt.

Abbildung 7.1 zeigt den Aufbau der LIF Technik am Wind-Wellen-Kanal in Urbana. Der Strahl des Argon-Ionen Lasers wurde über einen Scannerspiegel von unten durch ein Fenster in den Kanal gelenkt. Der Scanner erzeugte einen Lichtschnitt in einer vertikalen Ebene in Windrichtung. Eine digitale CCD Kamera beobachtete durch ein Seitenfenster des Kanals unter einem geringen Winkel einen $4 \times 4\,\mathrm{mm}^2$ großen Ausschnitt direkt unterhalb der Wasseroberfläche. Dieser Ausschnitt wurde auf ein 256×256 Pixel großes Bild abgebildet. Die Bildfrequenz lag bei maximal 200 Bilder pro Sekunde, die Intensitätsauflösung betrug 8 bit.

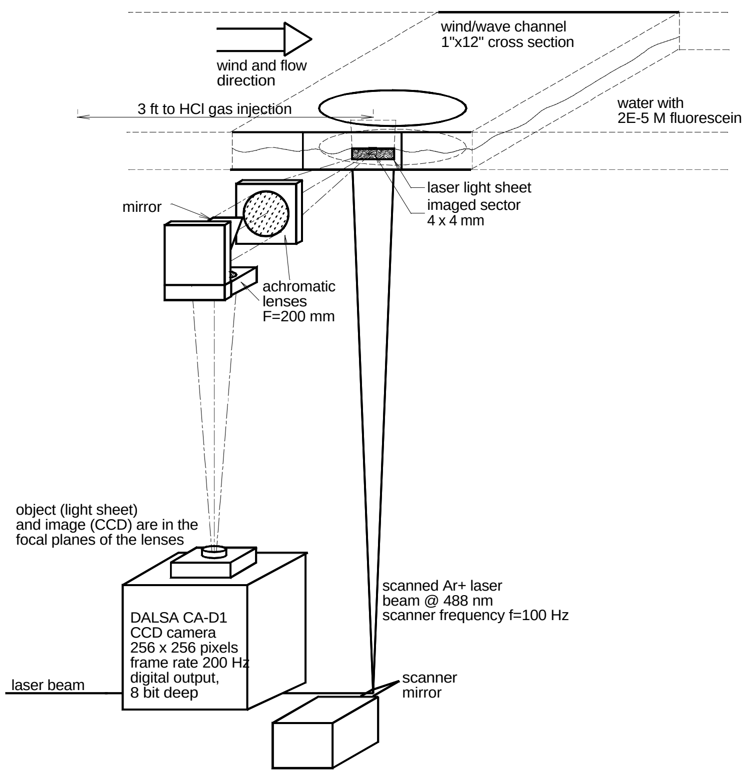


Abbildung 7.1: Der Aufbau der LIF Grenzschichtvisualisierung am Wind-Wellen-Kanal in Urbana. Aus Münsterer [1996].

7.2 Kombinierter CISG-LIF Aufbau

Die geringe Wasserhöhe und die geringe Gesamtbauhöhe dieses Kanals war für die Realisation dieses Experiments entscheidend. Für die LIF Technik war es möglich, mit einem festen Aufbau einen nur $4 \times 4\,\mathrm{mm}^2$ großen Ausschnitt direkt an der Wasseroberfläche zu beobachten, ohne Wellen mit großer Amplitude folgen zu müssen. Auch für die CISG war das Fehlen hoher Wellen in dem kleinen Bildausschnitt von großem Vorteil. Der abgebildete Ausschnitt des Wellenfeldes betrug in Windrichtung $28,5$ mm. Mit einer zusätzlich zum Kameraobjektiv verwendeten Linse (Brennweite 350 mm) wurde ein telezentrischer Strahlengang realisiert. Damit konnte erreicht werden, daß im Bereich des Bildrandes die Strahlen weiterhin vertikal von der Wasseroberfläche ausgehen (vergleiche Abbildung 2.18 aus Seite 37). Ein solcher Aufbau wäre bei einer erheblich größeren Wasserhöhe nicht möglich. Die Schärfentiefe reicht bei dem geringen Bildausschnitt nicht aus für einen Wellengang von mehreren Zentimetern.

Abbildung 7.2 zeigt den kombinierten Aufbau von CISG und LIF. Der Laser wurde seitlich von unten über den Scannerspiegel in den Kanal eingekoppelt. Die CISG Kamera befand sich direkt über dem von der LIF Kamera beobachteten Ausschnitt. Unterhalb des Kanals befand sich die Beleuchtungsquelle der CISG mit einem Rot-Grün-Farbkeil. Die CIGS Kamera wurde mit einem Sperrfilter (OG 530) vor direktem Laserlicht geschützt. Die Emissionslinie des Lasers liegt bei 488 nm. Das Emissionsmaximum von Fluoreszein liegt bei 530 nm. Wegen des Sperrfilters und des Fluoreszeins im Wasser konnte im Blaukanal des CISG Kamera keine sinnvolle Information gewonnen werden. Von den drei Farbkanälen wurden nur Rot und Grün aufgezeichnet. Die beiden entsprechenden Farbgradienten auf der Leuchtfläche waren gegenläufig angeordnet, um eine Normierung bei der Messung nur einer Neigungskomponente zu ermöglichen. Erst bei der späteren Bildauswertung zeigte sich, daß selbst die Störungen im Grünkanal zu stark waren. So konnte nur der Rotkanal zur Bestimmung der Neigung verwendet werden (siehe unten).

Mit beiden Kameras wurden zeitgleich Bildsequenzen aufgenommen. Mit den verwendeten XPI860 Boards standen beiden Bildaufnahmesystemen je 128 Mbyte RAM zur Verfügung. Die beiden Kameras und der Scanner wurden synchronisiert. Die LIF Kamera wurde mit 180 Hz betrieben. Bei einer Bildgröße von 256×256 Pixel ergab sich eine maximale Meßdauer von $8,3$ Sekunden. Die CISG Kamera arbeitete im interlaced Modus bei 60 Hz Halbbildfrequenz. Um für die Wellenbilder eine Aufnahmesequenz von gleicher Dauer realisieren zu können, wurde von den Halbbildern nur ein 150 Zeilen breiter Streifen abgespeichert. Der abgebildete Ausschnitt betrug $28,5 \times 13,5\,\mathrm{mm}^2$. Da nur zwei Farbkanäle abgespeichert wurden, konnten Sequenzen von 512 Bildern bzw. $8,5$ s Länge aufgenommen werden. Die CISG Kamera arbeitete mit einer Belichtungszeit von $1/1000$ s. Die Synchronisation mit dem Scanner des LIF Lasers war so konzipiert, daß die Bildaufnahme der CISG genau in dem Zeitpunkt erfolgte, in dem der Scanner in seinem Umkehrpunkt war. Somit konnte sichergestellt werden, daß während der Bildaufnahme der Laserstrahl an der Kameraoptik vorbeiging. Es wurden insgesamt zwölf Sequenzen aufgezeichnet. Unter sechs verschiedenen Bedingungen wurde je eine Sequenz *alongwind* und eine mit *crosswind* Neigung gemessen.

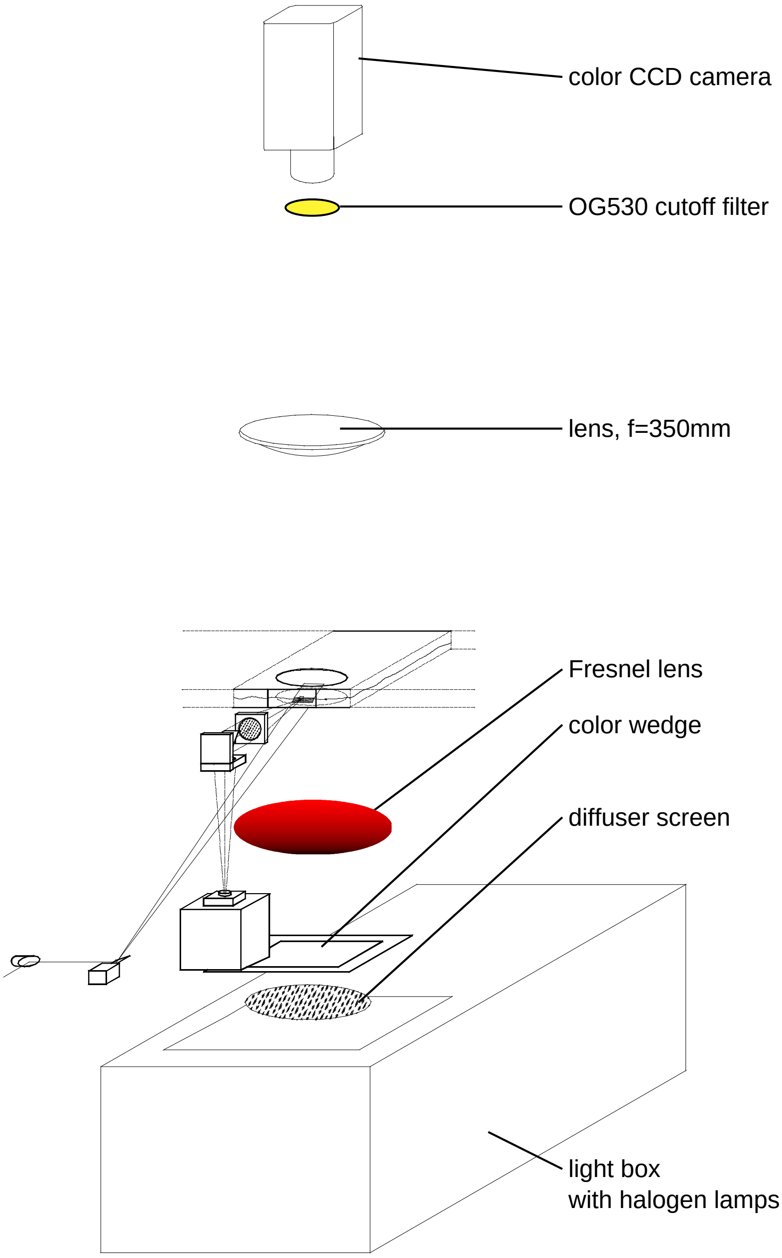


Abbildung 7.2: Kombinierter Aufbau von CISG und Grenzschichtvisualisierung mittels laserinduzierter Fluoreszenz (LIF). Aus Münsterer [1996]

a

b

c

d

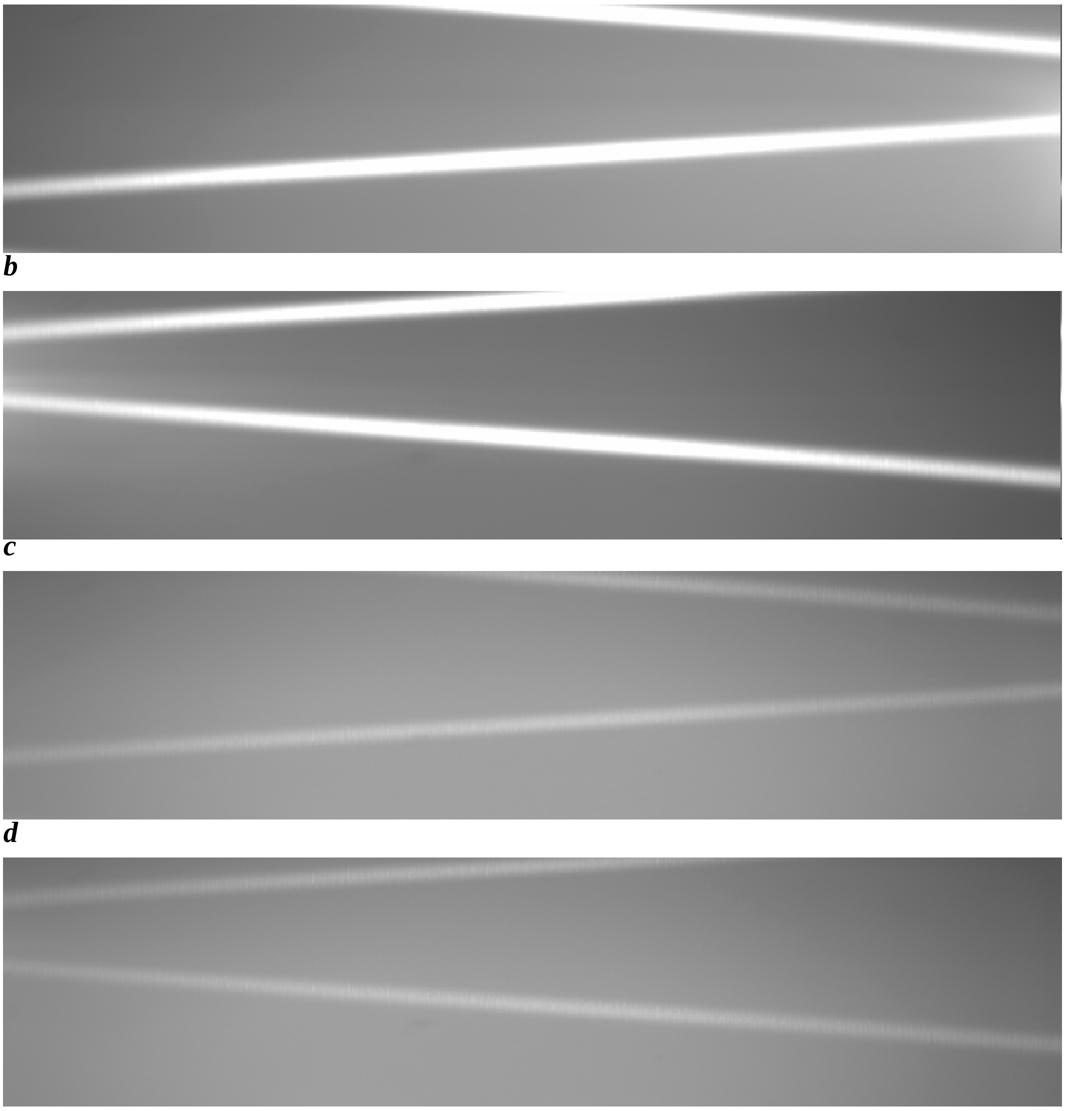


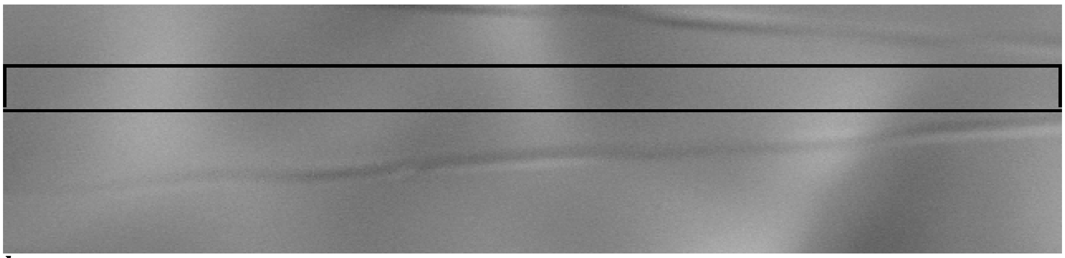
Abbildung 7.3: Störungen in den Zweikanal CISG Bildern der kombinierten CISG/LIF Messungen. **a** und **b** , zwei aufeinanderfolgende Bilder im Grünkanal (bei ruhender Wasseroberfläche). **c** und **d** , die entsprechenden Bilder im Rotkanal. Wegen der dreifach höheren Aufnahmefrequenz der LIF-Kamera befindet sich der Laserstrahl während der eigentlichen Bildaufnahme abwechselnd rechts und links vom beobachteten Ausschnitt. Bei der weiteren Auswertung wurde auf den Grünkanal vollständig verzichtet.

7.3 Neigungsbilder

Trotz der Synchronisation der Bildaufnahme auf den Zeitpunkt der Scannerumkehr sind erhebliche Störungen in den CISG Bildern zu erkennen. Abbildung 7.3 zeigt zwei aufeinanderfolgende Aufnahmen. Oben sind die beiden Bilder im Grünkanal, unten die Bilder des Rotkanals gezeigt. Die Aufnahmen entstanden bei ruhender Wasseroberfläche (Nullneigungsbilder). Die LIF Kamera arbeitet mit einer dreifach höheren Bildaufnahmefrequenz. Der Scanner arbeitet mit der halben Frequenz der LIF Kamera. Daher ist bei zwei aufeinanderfolgenden CISG Aufnahmen der Laserstrahl einmal rechts und einmal links vom beobachteten Ausschnitt. Eine Ursache der sichtbaren Streifen könnte in der Shutterelektronik der Kamera begründet sein, wenn diese nicht in der Lage ist den stark übersteuerten CCD-Chip kurz vor der eigentlichen Bildaufnahme vollständig zu leeren.

Die Störungen beschränken sich aber nicht auf die deutlich sichtbaren Streifen. Der Grünkanal ist so stark durch Hintergrund-Fluoreszenzlicht gestört, daß er für die Auswertungen nicht verwendet wurde.

a



b

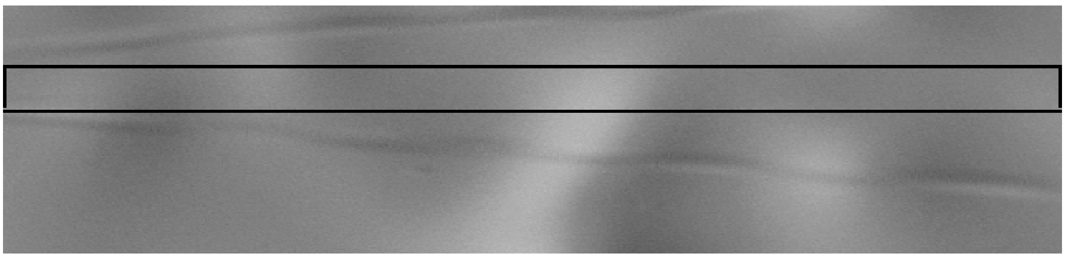


Abbildung 7.4: Zwei aufeinanderfolgende Neigungsbilder. Wegen der Laser-Reflexe wurde die Auswertung der Neigungsbilder auf den eingezeichneten 25 Pixel breiten Streifen beschränkt.

Im Rotkanal wurde ein 25 Pixel breites Segment zwischen den Störstreifen ausgewählt. Die Auswertung der Neigungsinformation wurde auf diesen Bereich begrenzt. Abbildung 7.4 zeigt diesen ca. $2,3\,\mathrm{mm}$ breiten Bereich in zwei aufeinanderfolgenden Bildern bei wellenbewegter Wasseroberfläche.

7.4 Ergebnisse

7.4.1 Grenzschichtdicke und lokale Wellenneigung

Die Daten der kombinierten Messungen von Wellenneigung und Grenzschichtdicke wurden auf eine mögliche direkte Korrelation der beiden Größen hin untersucht. In den räumlich höher aufgelösten LIF Bildern konnte Münsterer aus der Lage der Oberflächen die lokale Neigung bestimmen. Abbildung 7.5 zeigt für eine der Meßbedingungen ($u_* = 1,41$ cm/s) die lokale Grenzschichtdicke z_* gegenüber der lokalen Oberflächenneigung. Hier zeigt sich keine Korrelation zwischen den beiden Größen. Die synchron aufgenommenen CISG Bilder erlaubten eine Analyse der mittleren quadratischen Neigung des Wellenfeldes in der näheren Umgebung des LIF Meßbereichs. Wegen der hohen Phasengeschwindigkeit der Wellen könnten diese einen Bereich dünnerer Grenzschicht hinter sich lassen. In Abbildung 7.6 ist die Lage des Bildfelds der LIF Kamera in den Neigungsbildern durch einen Strich markiert. Die drei Rechtecke zeigen drei unterschiedliche Bereiche, über die das Quadrat der Wellenneigung gemittelt wurde. Abbildung 7.7 zeigt die Grenzschichtdicke als Funktion von $\langle s^2 \rangle$. Die unterschiedlichen Bereiche sind durch verschiedene Symbole gekennzeichnet. Die gezeigte Grenzschichtdicke ist hier über das gesamte LIF Bild gemittelt. Auch hier ist keine Korrelation der beiden Größen ersichtlich. Dieses Ergebnis steht im Widerspruch zu Vorhersagen von Back and McCready [1988].

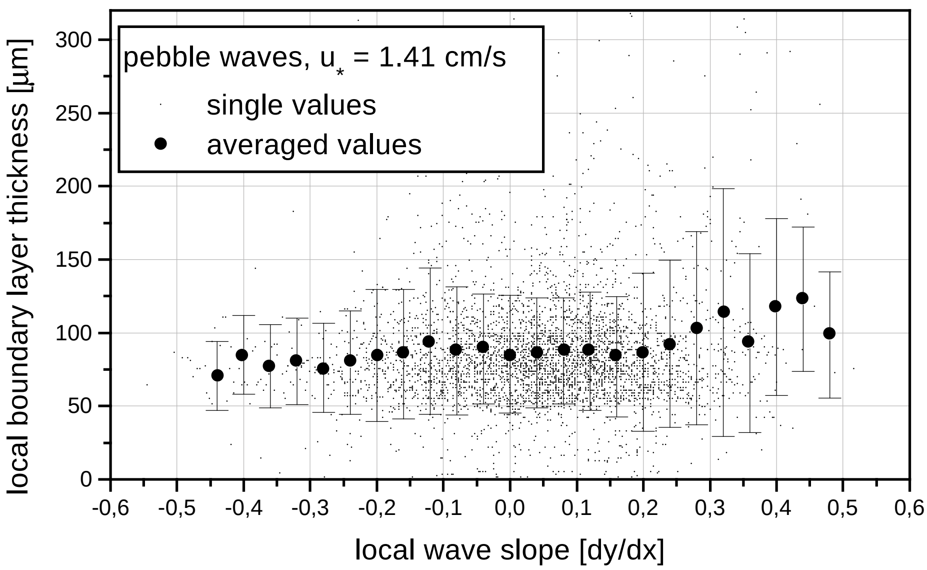


Abbildung 7.5: Lokale Grenzschichtdicke gegenüber lokaler Neigung der Oberfläche (bestimmt aus den LIF Bildern). Eine Korrelation zwischen den beiden Größen kann nicht festgestellt werden. Eine deutliche Variation der beobachteten Grenzschichtdicken bei gleicher lokaler Neigung ist erkennbar. Aus Münsterer [1996].

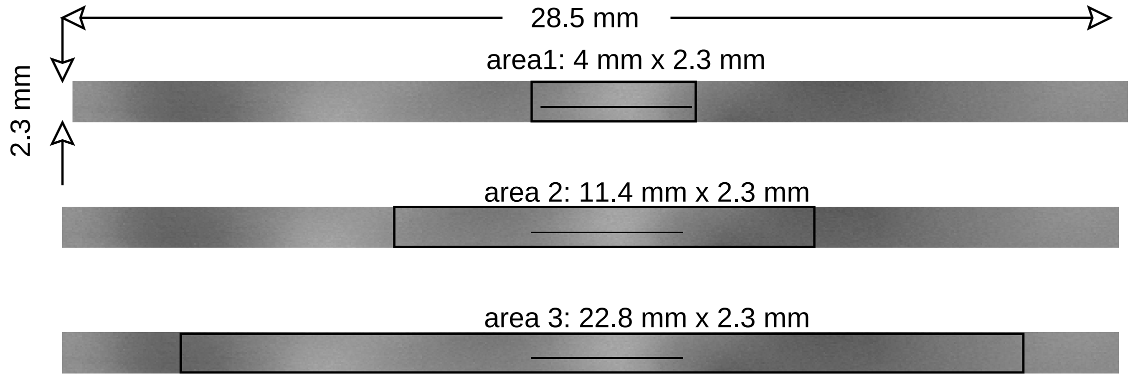


Abbildung 7.6: Die simultan gemessenen CISG Bilder erlauben eine Beurteilung des Wellenfeldes in der näheren Umgebung des LIF Meßfeldes (angedeutet mit der schwarzen Linie in der Mitte der Wellenbilder). Drei unterschiedliche Bereiche sind durch die schwarz umrandeten Rechtecke angedeutet. Über diese Bereiche wurden die quadratischen Neigungen gemittelt. Aus Münsterer [1996].

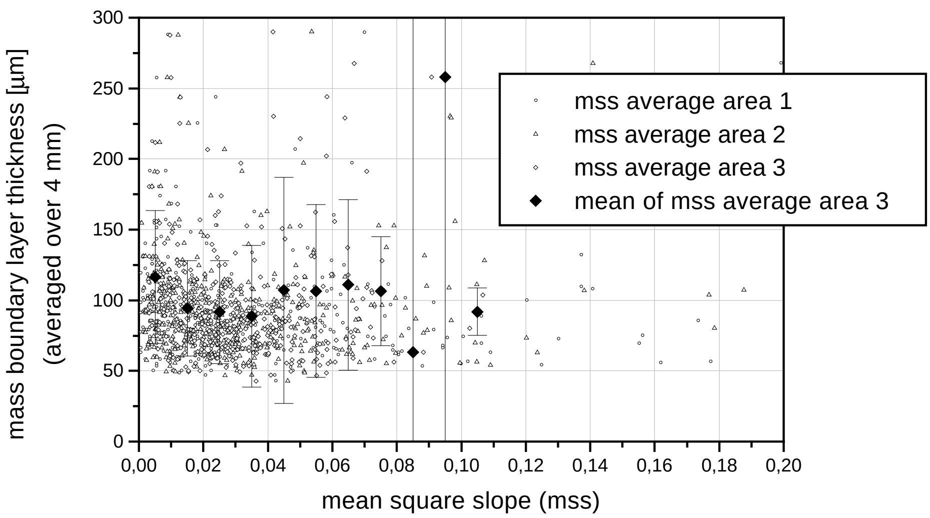


Abbildung 7.7: Grenzschichtdicke, jeweils gemittelt über ein LIF Bild, als Funktion der mittleren quadratischen Neigung. Die drei unterschiedlichen Oberflächenbereiche über die gemittelt wurde sind in Abbildung 7.6 dargestellt. Aus Münsterer [1996].

7.4.2 Grenzschichtablösung und Kapillarwellen

In Abbildung 7.8 ist eine Folge von Neigungsbildern der CISG und Konzentrationsprofile von Münsterer mit der LIF Technik gemessen dargestellt. Die Windrichtung verläuft im Gegensatz zu den bisher gezeigten Beispielen von rechts nach links. [1] Wegen der dreifachen Bildaufnahmefrequenz der LIF Kamera sind nach einem CISG Bild jeweils drei LIF Bilder dargestellt. Das Meßfeld der LIF Kamera ist in den Wellenbildern mit einem Strich markiert. Der Grauwert der LIF Bilder ist umgekehrt proportional zur Konzentration des Tracers. Dunkle Bereiche entsprechen hoher Tracerkonzentration und umgekehrt. Die Bilder sind entzerrt. Für jede Spalte wurde die Position der Wasseroberfläche auf die erste Zeile des Bildes geschoben. Die ersten drei Neigungsbilder zeigen mehrere steile Wellenzüge, die den LIF Sektor passieren. Während dieser Zeit war keine Bestimmung der Konzentrationsprofile möglich, da der an der geneigten Wasseroberfläche reflektierte Laserstrahl die LIF Bilder übersteuerte. Nachdem der letzte Wellenzug den Sektor verlassen hat und die Wasseroberfläche wieder relativ flach ist, ist in den LIF Bildern eine Ablösung der Grenzschicht zu beobachten. Abbildung 7.9 zeigt eine engere zeitliche Korrelation. Zeitgleich mit dem Eintreffen einer extrem steilen Wellenfront erfolgt eine Ablösung der Grenzschicht. Die Übersteuerungen in den LIF Bildern sind wiederum Folge von Reflexionen des Laserstrahls an der Wasseroberfläche. Nachdem die Welle den Sektor verlassen hat, transportiert ein größerer Wirbel Flüssigkeit hoher Tracerkonzentration in die Tiefe.

Beide Beispiele zeigen eine gewisse zeitliche Korrelation. Allerdings wurden bei der Analyse der Sequenzen auch Grenzschichtablösungen gefunden, ohne aktuelle Präsenz von besonders steilen Wellen. Ebenso konnten steile Wellen ohne nachfolgende Grenzschichtablösung beobachtet werden.

[1] Die X-Achse liegt in Windrichtung, also nach links gerichtet! Entsprechend wechseln auch die Neigungswerte $\frac{\partial z}{\partial x}$ ihr Vorzeichen.

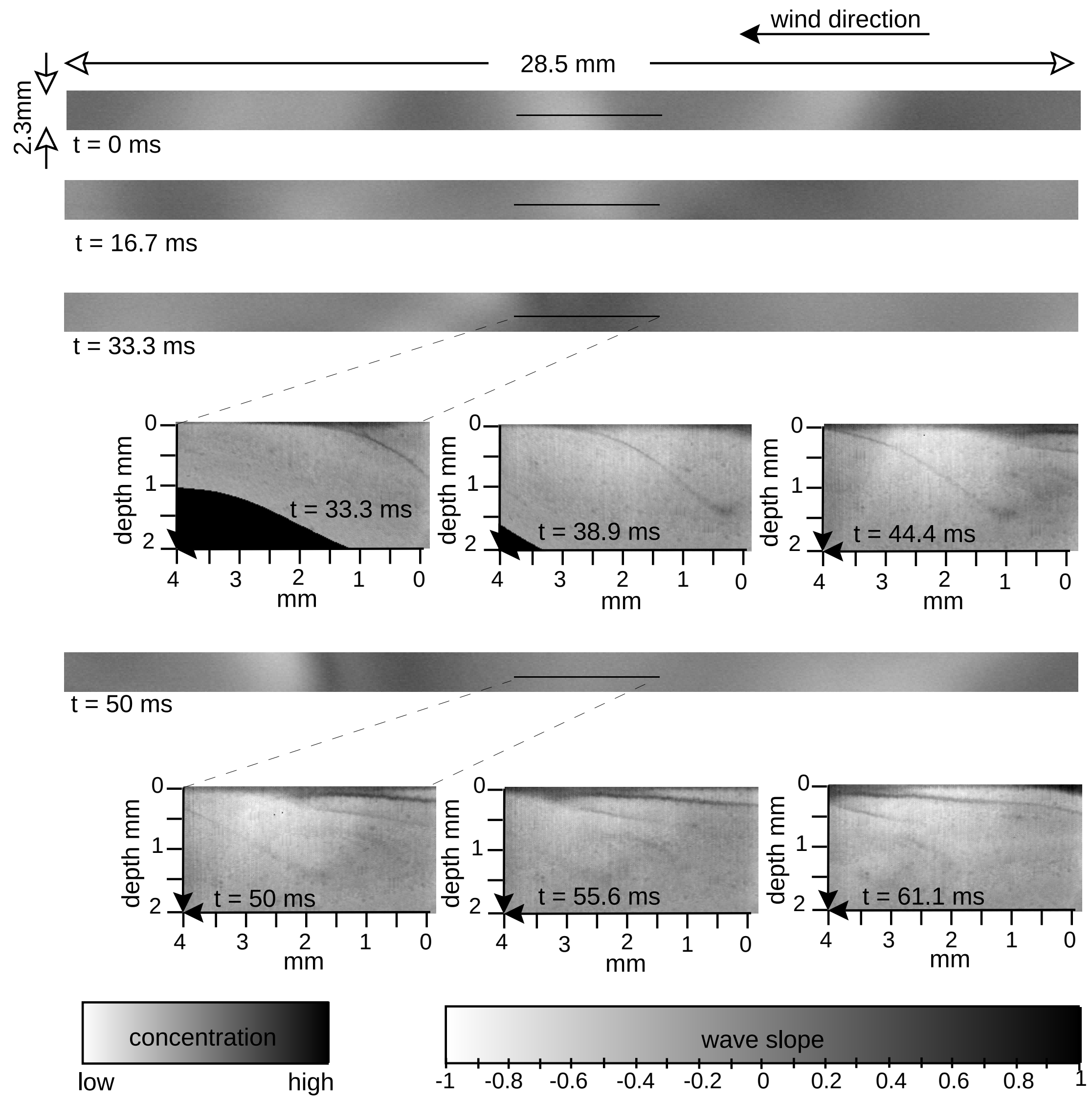


Abbildung 7.8: Bildfolgen der kombinierten Messungen der Wellenneigung und des Konzentrationsprofils am Wind-Wellen-Kanal in Urbana/Illinois ($u_* = 1,41\,cm/s$). Mehrere steile Wellen passieren den Messbereich der LIF Kamera. Zu Beginn der Sequenz war wegen Reflexion des Laser keine Bestimmung des Konzentrationsprofils möglich. Anschließend ist eine Grenzschichtablösung zu erkennen. Aus Münsterer [1996].

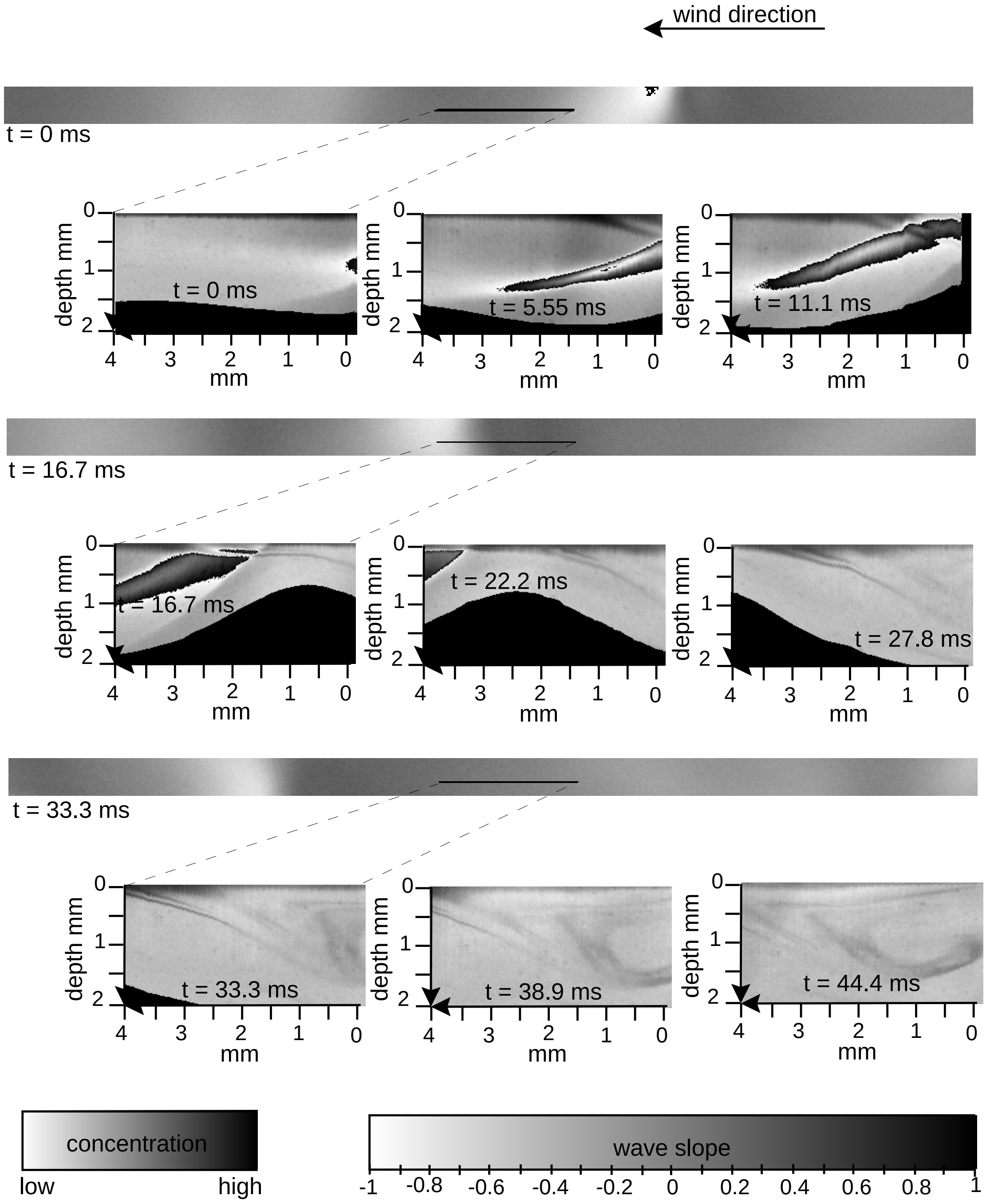


Abbildung 7.9: Zeitgleich mit dem Eintreffen einer steilen Wellenfront ist der Beginn einer Grenzschichtablösung zu erkennen. Die überbelichteten Bereiche in den Konzentrationsbildern sind durch Reflexionen des Lasers an der geneigten Wasseroberfläche bedingt. Aus Münsterer [1996].

Kapitel 8

Resümee und Ausblick

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelte Farbvideotechnik zur bildaufnehmenden Messung der Neigung von kleinskaligen Wasseroberflächenwellen, stellt eine wesentliche Verbesserung gegenüber der bisher verwendeten monochromen Technik dar. Durch die verwendete optische Abbildung wird die Neigung der Wasseroberfläche als Farbinformation kodiert und von einer RGB-Kamera aufgezeichnet. Die *color imaging slope gauge* (CISG) stellt mit ihren drei Farbkanälen drei unabhängige Informationen zur Verfügung. Zwei der Informationen werden verwendet, um gleichzeitig beide Komponenten des Gradienten der Wasseroberfläche zu messen. Die spezielle Wahl der farbkodierten flächenhaften Beleuchtung erlaubt quasi als dritte Information die pixelweise Normierung auf die Gesamtintensität der Beleuchtung. Insgesamt ergeben sich im Vergleich zur Monochromtechnik folgende Vorteile:

- Simultane Messung beider Komponenten des Gradienten der Wasseroberfläche.
- Die Berechnung der Höhenrekonstruktion der Wasseroberfläche wurde möglich.
- Anwendbarkeit vorhandener Algorithmen zur Extraktion statistischer Größen.
- Kombinationsmöglichkeit mit weiteren optischen oder bildaufnehmenden Techniken. Bei der Messung kann zugunsten einer weiteren Beleuchtung im nicht verwendeten Spektralbereich auf einen Farbkanal verzichtet werden. Wird nur eine Neigungskomponente gemessen, bleibt die Möglichkeit der Normierung erhalten.
- Linearisierung der Bestimmungsgleichungen der Neigungskomponenten.
- Einfach zu erzeugende lineare Beleuchtungsgradienten.
- Einfache Detektion und Reduktion von Störungen, wie etwa durch Partikel im Wasser.
- Hohe Robustheit gegenüber Schwankungen der Beleuchtungsintensität.

Mit dieser neuen Technik wurden bei Experimenten an zwei Wind-Wellen-Kanälen, in Heidelberg und in Urbana/Illinois, statistische Parameter des Wellenfeldes in Form von Wellenzahlspektren, Neigungsverteilungen und mittleren quadratischen Neigungen gemessen. Die in Urbana gewonnenen Ergebnisse für mittlere quadratische Neigungen zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit Werten, die Duke et al. [1995] früher mit einer *laser slope gauge* (LSG) am selben Kanal ermittelt hatte. Im Bereich hoher Wind- bzw. Schubspannungsgeschwindigkeiten lieferte die CISG wegen des erheblich größeren meßbaren Neigungsbereichs exaktere Ergebnisse. Am Kanal in Heidelberg wurden gleichzeitig mit der CISG von Lauer [1998] Messungen der Neigungsverteilung mit Hilfe einer *refractive slope gauge* durchgeführt. Auch hier zeigten sich sehr gute Übereinstimmungen der Ergebnisse. Der Vergleich der an beiden Kanälen gemessenen Wellenzahlspektren gibt Aufschluss über die besondere Situation des Kanals in Urbana. Trotz des gestörten Energiegleichgewichts zwischen Kapillarwellen und längeren Wellen aufgrund seiner extrem geringen Wasserhöhe von 1 cm, zeigen die Spektren sehr ähnliche Eigenschaften.

Die beiden kombinierten Experimente mit der Strömungsvisualisierung PTV von Hering [1996] bzw. mit der LIF Technik von Münsterer [1996] ermöglihcten bisher einmalige Einblicke in die Mechanismen des Energietransports von kleinskaligen Wellen in grenzschichtnahe Turbulenz.

Mit der neuen CISG steht ein robustes und vielseitiges Instrument zur Analyse kleinskaliger Wasseroberflächenwellen zur Verfügung. Am neuen 10 m zirkularen Wind-Wellen-Kanal (AEOLOTRON) des Instituts für Umweltphysik der Universität Heidelberg wird es als ständiges Monitoring Gerät im Einsatz sein. Darüber hinaus sind weitere kombinierte Experimente geplant. Darunter sowohl gemeinsame Messungen mit einer thermographischen Methode zur Messung oberflächennaher Turbulenz, als auch weitere Messungen kombiniert mit der LIF Technik. Eine Formanalyse der rekonstruierten Wasseroberfläche soll implementiert werden, um spezielle Wellenformen bwz. *micro scale wavebreaking* automatisiert detektieren zu können.

Literaturverzeichnis

J. R. Apel. *Principles of Ocean Physics*, volume 38 of *International Geophysics Series*. Academic Press, 1995.

D. D. Back and M. J. McCready. Effect of small-wavelength waves on gas transfer across the ocean surface. *J. Geophys. Res.*, 93(C5):5143–5152, 1988.

G. Balschbach and M. Menzel. A new instrument to measure steep wind waves. In R. E. Stevenson and B. J. Cagle, editors, *IAPSO Proceedings XXi General Assembly*, page 387. IAPSO, The international association for the physical science of the ocean, 1997.

M. Beyer. *Skalenraumanalyse nichtlinearer Wasseroberflächenwellen*. PhD thesis, Universität Heidelberg, Heidelberg, Germany, 1997.

E. J. Bock and T. Hara. Optical measurements of ripples using a scanning laser slope gauge. part II: Data analysis and interpretation from a laboratory wave tank. In Estep [1992], page 272ff.

R. Bösinger. Messungen zur Schmidtzahlabhängigkeit des Gasaustausches. Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 1986.

C. S. Cox. Measurement of slopes of high-frequency wind waves. *J. Marine Res.*, 16(3):199–225, 1958.

C. S. Cox and W. Munk. Measurement of the roughness of the surface from photographs of the sun's glitter. *J. Opt. Soc. Amer. A*, 44(11):838–850, 1954a.

C. S. Cox and W. Munk. Statistics of the sea surface derived from sun glitter. *J. Marine Res.*, 13: 198–227, 1954b.

G. D. Crapper. An exact solution for progressive capillary waves of arbitrary amplitude. *J. Fluid Mech.*, 2:532–540, 1957.

G. T. Csanady. The role of breaking wavelets in air-sea transfer. *J. Geophys. Res.*, 95(C1):749–759, 1990.

R. G. Dean. *Water wave mechanics for engineers and scientists*. World Scientific, Singapore, 1991.

M. S. Drew. Robust specularity detection from a single multi-illuminant color image. *CVGIP: Image Understanding*, 59:320–327, 1994.

S. R. Duke. Slopes of small amplitude wind-generated waves. MS Thesis. University of Illinois, Urbana, 1988.

S. R. Duke, L. M. Wolff, and T. J. Hanratty. Slopes of small-scale wind waves and the relation to mass transfer rates. *Exp. in Fluids*, 19:280–292, 1995.

A. Dutzi. Untersuchungen zum Einfluß der Temperatur auf den Gasaustausch. Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 1984.

N. Ebuchi, H. Kawamura, and Y. Toba. Bursting phenomena in the turbulent boundary layer beneath the laboratory wind-wave surface. *Natural Physical Sources of Underwater Sound*, pages 263–276, 1993.

L. Estep, editor. *Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng.*, volume 1749. SPIE, 1992.

R. T. Frankot and R. Chellappa. A method for enforcing integrability in shape from shading algorithms. *IEEE Trans. on Patt. Anal. and Mach. Int. PAMI*, 10:439–451, 1998.

N. M. Frew, E. J. Bock, W. R. McGillis, A. V. Karachintsev, T. Hara, T. Münsterer, and B. Jähne. Variation of air-water gas transfer with wind stress and surface viscoelasticity. In Jähne and Monahan [1995].

F. Hering. *Lagrangesche Untersuchungen des Strömungsfeldes unterhalb der wellenbewegten Wasseroberfläche mittels Bildfolgenanalyse*. PhD thesis, Universität Heidelberg, Heidelberg, Germany, 1996.

B. K. P. Horn. *Robot vision*. MIT Press, Cambridge, MA, 1986.

B. A. Hughes, R. W. Grant, and R. W. Chappell. A fast response surface-wave slope meter and measured wind-wave moments. *Deep-Sea Res.*, 24:1211–1223, 1977.

B. Jähne. Transfer processes across the free water surface. Habilitation (University of Heidelberg, Heidelberg, Germany), 1985.

B. Jähne. *Digitale Bildverarbeitung, 4. Auflage*. Springer, 1997.

B. Jähne. *Practical Handbook on Digital Image Processing for Scientific Applications*. CRC-Press, Boca Raton, FL, USA, 1997.

B. Jähne, J. Klinke, and S. Waas. Imaging of short ocean wind waves: a critical theoretical review. *J. Opt. Soc. Am.*, 11(8):2197–2209, 1994.

B. Jähne and E. Monahan, editors. *Air-Water Gas Transfer*, Aeon, Hanau, 1995.

B. Jähne, K. O. Münnich, R. Bösinger, A. Dutzi, W. Huber, and P. Libner. On the parameters influencing air-water gas exchange. *J. Geophys. Res.*, 92(C2):1937–1949, 1987.

B. Jähne and K. Riemer. Two-dimensional wave number spectra of small-scale water surface waves. *J. Geophys. Res.*, 95:11531–11546, 1990.

T. Kandelbinder. Gasaustauschmessungen mit Sauerstoff. Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 1994.

B. Kinsmann. *Wind Waves*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1965.

S. A. Kitaigorodskii. On the theory of the equilibrium range in the spectrum of wind-generated gravity waves. *JPHO*, 13:816–827, 1983.

R. Klette, A. Koschan, and K. Schlüns. *Computer Vision, Räumliche Information aus digitalen Bildern*. Vieweg, Brauschweig, 1996.

J. Klinke. Zweidimensionale Wellenzahlspektren von kleinskaligen winderzeugten Wasseroberflächenwellen. Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 1991.

J. Klinke and B. Jähne. 2-d wave number spectra of short wind waves–results from laboratory studies and extrapolation to the ocean. In Estep [1992], pages 410–420.

J. Klinke and B. Jähne. Measurement of short ocean wind waves during the mbl-ari west coast experiment. In Jähne and Monahan [1995], pages 165–173.

R. Kozera. On shape recovery from two shading patterns. *Int. J. Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 6:673–698, 1993.

H. Lauer. *Untersuchung der Neigungsstatistik von Wasseroberflächenwellen mittels eines schnellen bildaufnehmenden Verfahrens*. PhD thesis, Universität Heidelberg, Heidelberg, Germany, 1998.

P. Lee, J. D. Barter, K. L. Beach, C. L. Hindmann, B. M. Lake, H. Rungaldier, J. C. Schatzmann, J. C. Shelton, R. N. Wagner, A. B. Williams, and H. C. Yuen. Recent advances in ocean surface characterization by a scanning laser slope gauge. In Estep [1992], pages 234–244. Part I: Instrumentation and preliminary results.

M. S. Longuet-Higgins. On the skewness of sea-surface slopes. *J. Phys. Oceanogr.*, 12:1283–1291, 1982.

M. S. Longuet-Higgins. Capillary rolers and bores. *J. Fluid Mech.*, 194, 1992.

R. J. Martinsen and E. J. Bock. Optical measurements of ripples using a scanning laser slope gauge. part I: Instrumentation and preliminary results. In Estep [1992], pages 258–271.

M. Menzel. Entwicklung eines zweidimensionalen Gradienten Detektors zur Messung kleinskaliger winderzeugter Wasseroberflächenwellen mittels Farbbildverarbeitung. Diplomarbeit (Universität Heidelberg, 1995.

T. Münsterer. *LIF investigations on the mechanisms controlling air-water mass transfer at a free interface*. PhD thesis, University of Heidelberg, Heidelberg, Germany, 1996.

K. Okuda. The internal structure of short wind waves. part 1: On the internal vorticity structure. *Journal of the Oceanographical Socieity of Japan*, 38:28–42, 1982.

O. M. Phillips. The equilibrium range in the spectrum of wind-generated waves. *J. Fluid Mech.*, 156:505–531, 1958.

O. M. Phillips. *The Dynamics of the Upper Ocean*. Cambrigde University Press, New York, 1980.

O. M. Phillips. Spectral and statistical properties of the equilibrium range in wind-generated gravity waves. *J. Fluid Mech.*, 4:426–434, 1985.

J. A. Rice. *Mathematical statistics and data analysis*. Wadsworth and Brooks/Cole Advanced Books and Software, Pacific Grove, California, 1991.

K. Riemer. *Analyse von Wasseroberflächenwellen im Orts-Wellenzahl-Raum*. Diss., Univ. Heidelberg, 1991.

W. Rosenthal. *Derivation of Philips α parameter as a damping mechanism*. Kluwer Academic Press, Dordrecht, 1989.

D. Schmundt, T. Münsterer, H. Lauer, and B. Jähne. The circular wind wave facilities at the University of Heidelberg. In Jähne and Monahan [1995], pages 505–516.

D. J. Stilwell. Directional energy spectra of the sea from photographs. *J. Geophys. Res.*, 74:1974–1986, 1969.

J. Tschiersch. Optische Messung vom Kapillarwellen im Hinblick auf den Gasaustausch. Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 1980.

S. Wass. *Entwicklung eines optischen Meßsystems zur stereoskopischen Messung von Wasseroberflächenwellen*. Diss., Univ. Heidelberg, 1992.

R. J. Woodham. Photometric method for determining surface orientation from multiple images. *Optical Eng.*, 19:139–144, 1980.

R. J. Woodham. Gradient and curvature from the photometric-stereo method, including local confidence estimation. *J. Optical Soc. America*, A11:3050–3068, 1994.

J. Wu. Mean square slopes of the wind-distributed water surface, their magnitude, directionality, and composition. *Radio Science*, 25(1):37–48, 1990.

X. Zhang and C. S. Cox. Measuring the two dimensional structure of a wavy water surface optically: a surface gradient detector. *Exp. in Fluids*, 17:225–237, 1994.

X. Zhang and C. S. Cox. An algorithm for calculating water surface elevation from surface gradient data. *Exp. in Fluids*, 21:43–48, 1996.