

INAUGURAL - DISSERTATION  
zur  
Erlangung der Doktorwürde  
der  
Naturwissenschaftlich - Mathematischen  
Gesamtfakultät  
der  
Ruprecht-Karls-Universität  
Heidelberg

vorgelegt von  
**M.Sc. Mathias Wegner**  
aus Backnang

Tag der mündlichen Prüfung: 12. Dezember 2018



**Entwicklung, Herstellung und Charakterisierung  
eines auf metallischen magnetischen Kalorimetern  
basierenden Detektorarrays mit 64 Pixeln und  
integriertem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer**

Gutachter: Prof. Dr. Christian Enss  
Prof. Dr. Heinz Horner



In der vorliegenden Arbeit wird die Entwicklung, Herstellung und Charakterisierung eines auf metallischen magnetischen Kalorimetern basierenden Detektorarrays mit 64 Pixeln beschrieben, das durch einen integrierten Mikrowellen-SQUID-Multiplexer ausgelesen wird. Das Ziel dieser Entwicklung bestand einerseits darin, erstmalig die Auslesung eines metallischen magnetischen Kalorimeters mithilfe eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers zu demonstrieren. Andererseits wurde anhand des entwickelten Detektorarrays eine im Rahmen dieser Arbeit vorgenommene Erweiterung des bisher verwendeten Multiplexer-Modells experimentell überprüft. Bei dieser Erweiterung wurden nicht nur solche Effekte in das Modell aufgenommen, die speziell bei der Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern auftreten und deren Berücksichtigung für eine Optimierung des Gesamtsystems notwendig ist, sondern erstmals auch die Eigenschaften eines realen Josephson-Kontakts berücksichtigt, das heißt dessen Subgap-Widerstand und dessen intrinsische Kapazität. Es zeigte sich, dass auf dem erweiterten Modell basierende Vorhersagen und numerische Anpassungen sehr gut mit den experimentell bestimmten charakteristischen Kennlinien übereinstimmen. Ferner zeigte das Modell auch, dass durch eine Optimierung der Eigenschaften der Josephson-Kontakte sowie durch eine Anpassung verschiedener Induktivitäten und Gegeninduktivitäten die im Rahmen dieser Arbeit erreichte Energieauflösung von  $\Delta E_{\text{FWHM}} = 11 \text{ eV}$  bei einer Energie von  $E = 0 \text{ keV}$  und  $\Delta E_{\text{FWHM}} = 19 \text{ eV}$  bei einer Energie von  $E = 5.9 \text{ keV}$  um mehr als einen Faktor zwei gesenkt werden kann.

## **Development, fabrication and characterization of a metallic magnetic calorimeter based 64 pixel detector array with integrated microwave SQUID multiplexer**

This thesis describes the development, fabrication and characterization of a 64 pixel detector array which is based on metallic magnetic calorimeters and read out by an integrated microwave SQUID multiplexer. One aim of this development which has been succeeded was to demonstrate the readout of metallic magnetic calorimeters by means of a microwave SQUID multiplexer for the first time. Besides, the device allowed for verifying a refined version of the model of a microwave SQUID multiplexer which was established by extending the state-of-the-art multiplexer model by effects which are relevant for the readout of metallic magnetic calorimeters and which need to be considered when optimizing the overall detector system. In addition, the refined model includes the impact of parasitic shunts of the Josephson junction, i.e. the subgap resistance and its intrinsic capacitance, on the characteristics of the multiplexer. By means of a comprehensive characterization of the detector array with integrated microwave SQUID multiplexer, a very good agreement between measured data and predictions or fits based on the refined multiplexer model was found. In addition, the model predicts that the measured energy resolution of  $\Delta E_{\text{FWHM}} = 11 \text{ eV}$  at  $E = 0 \text{ keV}$  and  $\Delta E_{\text{FWHM}} = 19 \text{ eV}$  at  $E = 5.9 \text{ keV}$  can be improved by more than a factor of two by adjusting several self and mutual inductances.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Metallische magnetische Kalorimeter</b>	<b>5</b>
2.1	Funktionsweise metallischer magnetischer Kalorimeter . . . . .	5
2.2	Absorber- und Sensormaterial . . . . .	7
2.2.1	Beschreibung des Absorbermaterials Au . . . . .	7
2.2.2	Eigenschaften der Sensormaterialien Au:Er und Ag:Er . . . . .	8
2.3	Einkanalige dc-SQUID-basierte Detektorauslesung . . . . .	10
2.3.1	Funktionsweise eines dc-SQUIDs . . . . .	10
2.3.2	Zweistufiger dc-SQUID-Aufbau . . . . .	11
2.4	Detektorgeometrie mit mäanderförmiger Detektionsspule . . . . .	13
2.5	Detektorsignal und Rauschbeiträge . . . . .	16
2.5.1	Signalgröße und zeitlicher Verlauf des Detektorsignals . . . . .	16
2.5.2	Rauschbeiträge eines metallischen magnetischen Kalorimeters . . . . .	19
2.6	Optimales Filtern und Energieauflösung . . . . .	23
2.7	Einfluss des SQUID-Rauschens auf die Energieauflösung des Detektors . . . . .	24
<b>3</b>	<b>Mikrowellen-SQUID-Multiplexer</b>	<b>27</b>
3.1	SQUID-basierte Auslesung sehr großer Detektorarrays . . . . .	27
3.2	Supraleitende, koplanare Leitungsresonatoren mit induktivem Abschluss . . . . .	30
3.2.1	Hochfrequenzeigenschaften von Supraleitern . . . . .	31
3.2.2	Supraleitende, koplanare Wellenleiter . . . . .	33
3.2.3	Koplanare $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren mit induktivem Abschluss . . . . .	34
3.3	Nicht-hysteretische, ungeschuntete rf-SQUIDs . . . . .	39
3.3.1	Die nichtlineare Induktivität eines Josephson-Kontakts . . . . .	39
3.3.2	Grundlagen nicht-hysteretischer, ungeschunteter rf-SQUIDs . . . . .	40

---

3.4	Grundlagen eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers . . . . .	43
3.4.1	Funktionsprinzip eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers . . . . .	43
3.4.2	Einflüsse des Subgap-Widerstands und der Josephson-Kapazität . . .	54
3.4.3	Kopplungsstärke zwischen rf-SQUID und Abschlussinduktivität . . .	57
3.4.4	Einflüsse des Flusstransformators und des Filterwiderstands . . . . .	58
3.4.5	Rauschbeiträge eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers . . . . .	61
3.4.6	Übersprechen zwischen einzelnen Kanälen und Multiplexfaktor . . .	66
<b>4</b>	<b>Entwicklung eines Detektorarrays mit integriertem Multiplexer</b>	<b>69</b>
4.1	Übersicht über das Detektorarray mit integriertem Multiplexer . . . . .	69
4.1.1	Eigenschaften der Detektoren . . . . .	71
4.1.2	Supraleitende, koplanare $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren . . . . .	72
4.1.3	Aufbau und Eigenschaften der rf-SQUIDs . . . . .	73
4.1.4	Abschätzung des Flussrauschens und der Energieauflösung . . . . .	76
4.2	Mikrofabrikation des entworfenen Detektorarrays . . . . .	77
<b>5</b>	<b>Experimentelle Methoden</b>	<b>83</b>
5.1	Präparation des felderzeugenden Dauerstroms in den Detektionsspulen .	83
5.2	Experimenteller Aufbau . . . . .	87
5.3	Experimentelle Bestimmung der charakteristischen Resonatorparameter	94
5.4	Flussrampenmodulation . . . . .	96
<b>6</b>	<b>Experimentelle Ergebnisse</b>	<b>99</b>
6.1	Charakterisierung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers . . . . .	99
6.1.1	Vorhersagbarkeit und Verteilung der Resonanzfrequenzen . . . . .	100
6.1.2	Flussabhängigkeit der Verschiebung der Resonanzfrequenz . . . . .	104
6.1.3	Flussabhängigkeit und Höhe der intrinsischen Güte . . . . .	111
6.1.4	Leistungsabhängigkeit der Verschiebung der Resonanzfrequenz . . .	113
6.2	Auslesung der Detektoren durch einen Mikrowellen-SQUID-Multiplexer	116
6.3	Betrieb des Detektorarrays im ECHO-Kryostat . . . . .	124

---

<b>7 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>129</b>
<b>8 Anhang</b>	<b>131</b>
8.1 Berechnung der effektiven Abschlussinduktivität . . . . .	131
8.1.1 Vernachlässigbarer Anregungsstrom im Resonator . . . . .	131
8.1.2 Vernachlässigbare Abschirmströme im rf-SQUID . . . . .	132
8.1.3 Allgemeine Näherungslösung des Modells . . . . .	132
8.2 Einfluss des supraleitenden Flusstransformators . . . . .	134
8.2.1 Übertragungsfunktion . . . . .	134
8.2.2 Effektive Induktivität des rf-SQUIDs . . . . .	136
8.2.3 Effektive Kopplung der Modulationsspule . . . . .	136
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>139</b>



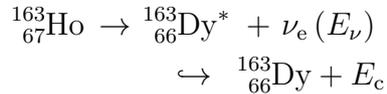
# 1. Einleitung

Neutrinos sind Elementarteilchen, die farb- und ladungsneutral sind und mit ihrer Umgebung nur schwach wechselwirken. Daher stellt die Bestimmung der Eigenschaften von Neutrinos eine große experimentelle Herausforderung dar, da Reaktionen mit Materie nur sehr selten stattfinden. Im Rahmen des Standardmodells der Teilchenphysik werden Neutrinos ferner als masselose Teilchen betrachtet. Der experimentelle Nachweis von Neutrino-Oszillationen hat jedoch eindeutig gezeigt, dass Neutrinos massebehaftete Teilchen sind. Diese Erkenntnis war daher ein Meilenstein in der Geschichte der modernen Teilchenphysik. Neutrinos können somit als Zugang zu physikalischen Phänomenen jenseits des Standardmodells betrachtet werden.

Mithilfe von auf Neutrino-Oszillationen ausgerichteten Experimenten ist die Bestimmung der Mischungswinkel  $\theta_{12}$ ,  $\theta_{13}$  und  $\theta_{23}$  der Neutrino-Mischungs-Matrix sowie der quadrierten Massendifferenzen  $\Delta m_{21}^2$ ,  $\Delta m_{31}^2$  und  $\Delta m_{32}^2$  zwischen den Neutrino-Generationen möglich [Cap18]. Die Festlegung einer absoluten Massenhierarchie kann anhand solcher Experimente jedoch nicht erfolgen. Aus diesem Grund wurde in der Vergangenheit und wird aktuell mit einer Reihe verschiedener Experimente auf alternative Weise versucht, die Masse der Neutrinos zu ermitteln. Anhand kosmologischer Beobachtungen kann beispielsweise auf die Massensumme der drei Neutrino-Generationen rückgeschlossen werden. Dieser Wert ist jedoch stark modell- und analyseabhängig. Ein weiterer Ansatz besteht im Nachweis der Existenz des neutrino-losen Doppelbeta-Zerfalls, der nicht nur zeigen würde, dass Neutrinos Majorana-Teilchen sind, sondern darüber hinaus die Bestimmung der effektiven Majorana-Masse des Elektron-Neutrinos erlauben würde.

Eine Reihe von weiteren Experimenten hat sich dagegen das Ziel gesetzt, die Neutrino-Masse auf direktem Wege über eine präzise Messung von niederenergetischen schwachen Zerfällen zu bestimmen. Zu diesen Projekten zählen beispielsweise die Experimente aus Mainz und Troizk, mit denen die Masse des Elektron-Antineutrinos anhand der Messung des  $\beta$ -Spektrums des Isotops  ${}^3\text{H}$  auf  $m_{\bar{\nu}_e} < 2 \text{ eV}/c^2$  eingeschränkt werden konnte [Kra05, Ase11]. Vor Kurzem begann darüber hinaus der Messbetrieb des Experiments KATRIN, das ebenfalls mithilfe der Messung des  $\beta$ -Spektrums von  ${}^3\text{H}$  die Masse des Elektron-Antineutrinos untersucht [Dre13]. Sollte diese einen Wert von mindestens  $0.35 \text{ eV}/c^2$  haben, so wäre eine Bestimmung der Masse mit einer  $5\sigma$ -Genauigkeit möglich. Sollte sich jedoch die Masse als geringer erweisen, was durch kosmologische Beobachtungen nahegelegt wird, so kann das KATRIN-Experiment die Obergrenze für die Masse des Elektron-Antineutrinos auf  $m_{\bar{\nu}_e} < 0.2 \text{ eV}/c^2$  senken.

Ein Ansatz für die direkte Bestimmung der Masse des Elektron-Neutrinos  $m_{\nu_e}$  stellt die kalorimetrische Messung des Elektron-Einfangspektrums des Isotops  $^{163}\text{Ho}$  dar [Rúj82]. Gemäß der Reaktionsgleichung



zerfällt  $^{163}\text{Ho}$  unter der Freisetzung der Energie  $Q_{\text{EC}} = 2.833 \text{ keV}$  [Eli15] in ein Elektron-Neutrino  $\nu_e(E_\nu)$  mit der kinetischen Energie  $E_\nu$  und einen angeregten Zustand des stabilen Isotops  $^{163}\text{Dy}^*$ . Während die kinetische Energie  $E_\nu$  des Neutrinos aufgrund seiner schwachen Wechselwirkung nicht direkt gemessen werden kann, kann die während der Abregung des Tochteratoms  $^{163}\text{Dy}^*$  frei werdende Energie  $E_c$  kalorimetrisch bestimmt werden. Die Anforderungen an ein derartiges Experiment, das auf eine Sensitivität im sub-eV/ $c^2$ -Bereich auf die Masse des Elektron-Neutrinos abzielt, sind allerdings sehr hoch. Die hierfür eingesetzten Detektoren müssen eine sehr gute Energieauflösung, eine schnelle Signalanstiegszeit sowie eine Quanteneffizienz von nahezu 100% aufweisen. Aus diesem Grund bietet sich für die Durchführung eines solchen Experiments die Verwendung von Tieftemperatur-Detektoren an [Ens05a], zu denen beispielsweise supraleitende Phasenübergangs-Detektoren [Irw05], Halbleiter-Thermistoren [Mos84] oder metallische magnetische Kalorimeter [Fle05] zählen.

Bei einem ersten derartigen Experiment, bei dem ein Germanium-Thermistor eingesetzt wurde, konnte das Potenzial von kryogenen Mikrokalorimetern gegenüber anderen Detektortypen demonstriert werden [Gat97]. Allerdings reichte die Auflösung der Detektoren zum damaligen Zeitpunkt nicht aus, um ein gegenüber anderen Ansätzen konkurrenzfähiges Experiment aufzubauen. In den letzten Jahren konnte jedoch eindeutig gezeigt werden, dass Tieftemperatur-Teilchendetektoren die Anforderungen für ein Neutrino-Experiment erfüllen können [Ran12, Gas13]. Basierend auf dieser Erkenntnis haben sich mittlerweile die zwei internationalen Kollaborationen ECHo und HOLMES gebildet, die beide das Ziel haben, die Masse des Elektron-Neutrinos durch eine kalorimetrische Messung des Elektron-Einfangspektrums von  $^{163}\text{Ho}$  mithilfe von Tieftemperatur-Teilchendetektoren zu untersuchen [Gas17, Alp15].

Das Grundprinzip eines kryogenen Mikrokalorimeters basiert auf dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik. Dieser besagt, dass die Energie eines in einem Absorber gestoppten Teilchens zu einer Temperaturerhöhung des Absorbers führt. Wird diese Temperaturerhöhung präzise gemessen, so kann die Energie des gestoppten Teilchens mit hoher Genauigkeit bestimmt werden.

Im Rahmen des ECHo-Projekts, das durch die Arbeitsgruppe federführend vorangetrieben wird [Gas17], werden für die Massenbestimmung des Elektron-Neutrinos metallische magnetische Kalorimeter eingesetzt. Bei einem metallischen magnetischen Kalorimeter wird die Temperaturerhöhung des Absorbers mithilfe eines paramagne-

---

tischen Sensors bestimmt. Dieser befindet sich in einem schwachen, äußeren Magnetfeld und weist daher eine temperaturabhängige Magnetisierung auf. Die mit der Erhöhung der Absorbtemperatur verbundene erhöhte Temperatur des Sensors führt zu einer Verringerung der Sensormagnetisierung, welche sich sehr präzise mithilfe eines SQUIDs bestimmen lässt.

Aufgrund der bis zu  $10^{14}$  benötigten Zerfallsereignisse für eine  $\text{sub-eV}/c^2$ -Sensitivität auf die Neutrino-Masse werden im Rahmen des ECHO-Experiments bis zu  $10^5$  idealerweise identische metallische magnetische Kalorimeter eingesetzt. Eine Auslesung einer derart großen Anzahl an Detektoren ist mit dem bisher verwendeten Auslesungsverfahren allerdings nicht möglich. Aus diesem Grund wurde vor einigen Jahren in der Arbeitsgruppe mit der Entwicklung eines sogenannten Mikrowellen-SQUID-Multiplexers begonnen, mit dessen Hilfe zukünftig große, auf metallischen magnetischen Kalorimetern basierende Detektorarrays ausgelesen werden sollen. Das Grundprinzip des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers besteht darin, das Detektorsignal mithilfe eines nicht-hysteretischen, ungeschunteten rf-SQUIDs in eine Verschiebung der Resonanzfrequenz eines supraleitenden, koplanaren  $\lambda/4$ -Leitungsresonators zu übersetzen. Wird eine große Zahl derartiger Resonatoren mit jeweils eindeutiger Resonanzfrequenz an eine Durchgangsleitung gekoppelt, so können mithilfe dieses Multiplexverfahrens bis zu mehrere hundert Detektoren simultan ausgelesen werden.

In der hier vorliegenden Arbeit wurde an die damalige Situation angeknüpft und ein für das ECHO-Experiment angepasstes Detektorarray mit integriertem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer entwickelt. Hierbei war es im Rahmen dieser Arbeit erforderlich, das in der Vergangenheit etablierte Modell eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers für eine Optimierung der Auslesung metallischer magnetischer Kalorimeter zu erweitern. In diesem Zusammenhang wurden die Vorhersagen dieses neuen Modells anhand des entwickelten Detektorarrays mit integriertem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer überprüft und gezeigt, dass das Modell die Realität sehr gut beschreibt. Darüber hinaus wurde erstmalig die Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern durch einen Mikrowellen-SQUID-Multiplexer demonstriert.

In Kapitel 2 werden die grundlegenden Eigenschaften metallischer magnetischer Kalorimeter erläutert. In diesem Zusammenhang wird eine heutzutage sehr häufig eingesetzte Detektorgeometrie diskutiert und die hierfür typischerweise verwendeten Detektormaterialien sowie das aktuell angewandte Auslesungsverfahren beschrieben. Anschließend wird ein Ausdruck für die erwartete Signalgröße hergeleitet sowie die auftretenden Rauschbeiträge diskutiert. Dies erlaubt dann eine Abschätzung der erwarteten Energieauflösung. Hier wird insbesondere darauf eingegangen, inwiefern sich der Rauschbeitrag eines SQUID-Aufbaus auf die Energieauflösung auswirkt.

In Kapitel 3 werden zunächst verschiedene Methoden beschrieben, mit denen sehr große, auf metallischen magnetischen Kalorimetern basierende Detektorarrays ausge-

lesen werden können. In diesem Zusammenhang wird gezeigt, dass die Verwendung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers einen sehr vielversprechenden Ansatz darstellt. Anschließend werden die Eigenschaften von supraleitenden, koplanaren  $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren und nicht-hysteretischen, ungeschunteten rf-SQUIDs behandelt, die die zentralen Bestandteile des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers darstellen. Im Anschluss wird die Funktionsweise eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers beschrieben und das in dieser Arbeit erweiterte Multiplexer-Modell im Detail erläutert. Dieses beinhaltet im Vergleich zu dem bisherigen Modell eine Beschreibung der Leistungsabhängigkeit und der magnetischen Flussabhängigkeit bestimmter charakteristischer Kennlinien sowie die Berücksichtigung des Einflusses von metallischen magnetischen Kalorimetern auf das Verhalten eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers.

In Kapitel 4 wird das in dieser Arbeit entwickelte und hergestellte 64-Pixel-Detektorarray mit integriertem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer vorgestellt. Nach einer detaillierten Beschreibung des Designs werden die einzelnen Herstellungsschritte des Chips im institutseigenen Reinraum beschrieben.

In Kapitel 5 werden die experimentellen Methoden dargelegt, mit denen die verschiedenen Messungen durchgeführt wurden. Hierbei wird zunächst gezeigt, auf welche Weise das für die Sensormagnetisierung benötigte Magnetfeld erzeugt wird. Anschließend werden die experimentellen Aufbauten diskutiert, mit denen der entwickelte Mikrowellen-SQUID-Multiplexer charakterisiert wurde und mit denen die Auslesung einiger Detektorkanäle mithilfe dieses Multiplexers erfolgte. Daraufhin wird gezeigt, auf welche Weise die gemessenen Rohdaten der Charakterisierungsmessungen des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers ausgewertet wurden, um diese von den Einflüssen des experimentellen Aufbaus zu bereinigen. Schließlich wird ein in der Literatur unter dem Begriff Flussrampenmodulation bekanntes Auslesungsverfahren vorgestellt, das für die Linearisierung des Ausgangssignals eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers eingesetzt werden kann.

Die in Kapitel 6 vorgestellten experimentellen Ergebnisse umfassen eine umfangreiche Charakterisierung des hier entwickelten Detektorarrays mit integriertem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer. Hier konnte insbesondere gezeigt werden, dass das im Rahmen dieser Arbeit erweiterte Modell eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers die experimentellen Daten sehr gut beschreibt. Anschließend wird die einkanalige Auslesung mehrerer Detektorkanäle mithilfe des entwickelten Mikrowellen-SQUID-Multiplexers diskutiert. Zuletzt werden Messungen beschrieben, bei denen das entwickelte Detektorarray in einem speziell für das ECHO-Experiment vorgesehenen Kryostaten betrieben und bei denen der im Kryostat befindliche Hochfrequenzaufbau anhand der zuvor gewonnenen Erkenntnisse hinsichtlich des parasitären Wärmeeintrags sowie der Existenz von Störsignalen optimiert wurde.

## 2. Metallische magnetische Kalorimeter

Dieses Kapitel befasst sich zunächst mit der Funktionsweise eines metallischen magnetischen Kalorimeters sowie den thermodynamischen Eigenschaften der verwendeten Sensor- und Absorbermaterialien. Im Anschluss daran wird das für einzelne Detektoren typischerweise eingesetzte Auslesungsverfahren und eine aktuell sehr häufig verwendete Detektorgeometrie diskutiert. Des Weiteren wird ein Ausdruck für die erwartete Größe des Detektorsignals hergeleitet sowie auf die dominanten Rauschbeiträge eingegangen. Dies erlaubt abschließend eine Abschätzung für die erwartete Energieauflösung eines metallischen magnetischen Kalorimeters. In diesem Zusammenhang wird insbesondere der Einfluss des Rauschbeitrags eines SQUID-Aufbaus auf die Energieauflösung eines metallischen magnetischen Kalorimeters diskutiert.

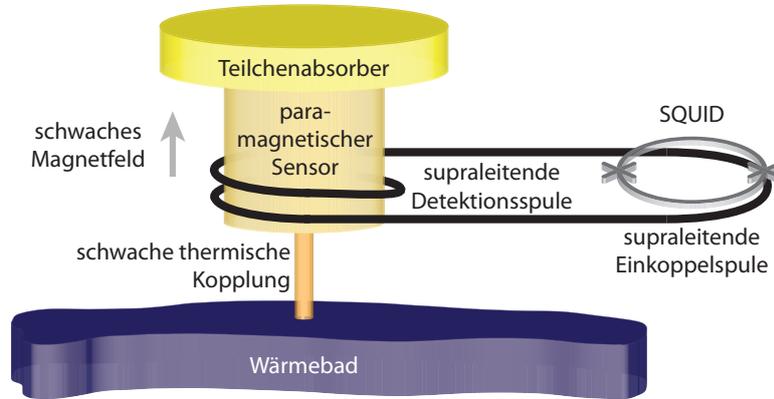
### 2.1 Funktionsweise metallischer magnetischer Kalorimeter

Ein metallisches magnetisches Kalorimeter ist ein bei sehr tiefen Temperaturen betriebener, energiedispersiver Teilchendetektor, dessen Messprinzip auf dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik beruht. Die Hauptbestandteile eines solchen Kalorimeters, dessen schematischer Aufbau in Abbildung 2.1 dargestellt ist, sind ein an das jeweilige Experiment angepasster Teilchenabsorber und ein daran thermisch stark gekoppelter, paramagnetischer Temperatursensor, welcher wiederum schwach mit einem Wärmebad mit konstanter Temperatur verbunden ist. Ohne einen äußeren Energieeintrag nimmt der Detektor damit einen thermischen Gleichgewichtszustand an. Der Detektor befindet sich in einem schwachen, äußeren Magnetfeld, sodass der Sensor eine temperaturabhängige Magnetisierung aufweist.

Erfolgt ein Energieeintrag  $\delta E$ , beispielsweise durch die Absorption eines Photons oder eines massiven Teilchens, im Absorber, so führt dies zu einer Temperaturerhöhung  $\delta T$  des Detektors. Ist diese hinreichend klein, sodass die Gesamtwärmekapazität  $C_{\text{det}}$  des Detektors im Bereich der Temperaturänderung als konstant angenommen werden kann, so kann die Temperaturerhöhung in linearer Näherung durch den Ausdruck

$$\delta T \simeq \frac{\delta E}{C_{\text{det}}} \quad (2.1)$$

beschrieben werden. Die mit der Temperaturerhöhung  $\delta T$  verbundene Reduzierung der Sensormagnetisierung  $\delta M$  erzeugt eine magnetische Flussänderung  $\delta \Phi$  in einer Detektionsspule, die sich in der Umgebung des Sensors befindet. Bildet diese Spule



**Abbildung 2.1:** Schematischer Aufbau eines metallischen magnetischen Kalorimeters.

zusammen mit der Einkoppelspule eines Stromsensor-SQUIDs<sup>1</sup> einen geschlossenen, supraleitenden Kreis, so führt dies aufgrund der magnetischen Flussenerhaltung zu einem Abschirmstrom

$$\delta I_{\text{det}} = \frac{\delta \Phi}{L_{\text{tot}}} \propto \delta M \simeq \frac{\partial M}{\partial T} \frac{\delta E}{C_{\text{det}}}, \quad (2.2)$$

wobei  $L_{\text{tot}}$  die Gesamtinduktivität des supraleitenden Kreises bezeichnet, die sich aus den Induktivitäten der Einkoppelspule und der Detektionsspule sowie eventuell auftretenden parasitären Induktivitäten ergibt. Dieser Abschirmstrom erzeugt im SQUID eine Änderung des magnetischen Flusses, die in Form einer Spannungsänderung mit hoher Präzision gemessen werden kann.

Aus Zusammenhang 2.2 ist direkt ersichtlich, dass für eine Maximierung des Detektorsignals sowohl eine starke Temperaturabhängigkeit der Sensormagnetisierung  $\partial M/\partial T$  als auch eine möglichst geringe Wärmekapazität  $C_{\text{det}}$  des Detektors erforderlich sind. Neben einer geeigneten Wahl des Absorber- und Sensormaterials lässt sich dies durch den Betrieb des Detektors bei sehr tiefen Temperaturen  $T \ll 100$  mK erzielen, da hier die Sensormagnetisierung nach dem Curie-Gesetz eine hohe Temperaturabhängigkeit aufweist und der phononische Beitrag  $C_{\text{ph}} \propto T^3$  sowie der elektronische Anteil  $C_e \propto T$  zur Gesamtwärmekapazität des Detektors sehr geringe Werte annehmen. Zusätzlich garantieren derart tiefe Temperaturen, dass thermische Rauschbeiträge des Detektors hinreichend klein sind.

Aufgrund ihrer geringen Wärmekapazität scheinen Dielektrika oder Supraleiter geeignete Sensor- und Absorbermaterialien hinsichtlich der Maximierung der Signalgröße zu sein. Allerdings haben magnetische Kalorimeter, deren Absorber und Sensor aus Dielektrika gefertigt werden, relativ langsame Signalanstiegszeiten im Bereich von

<sup>1</sup>Abkürzung für Superconducting QUantum Interference Device

einigen Millisekunden gezeigt [Fau93], die auf die schwache Kopplung zwischen Phononen und magnetischen Momenten im Sensor zurückgeführt werden können. Werden Supraleiter eingesetzt, so kann die vollständige Thermalisierung des Detektors mit dem Wärmebad bis zu mehreren Sekunden benötigen [Por11, Hen12]. Dies kann durch die Rekombination aufgebrochener Cooper-Paare erklärt werden. Diese extrem langen Thermalisierungszeiten werden häufig als ein scheinbarer Energieverlust wahrgenommen, durch den das Auflösungsvermögen des Detektors reduziert wird. Bei metallischen magnetischen Kalorimetern, deren Absorber und Sensor aus normalleitenden Metallen beziehungsweise Legierungen bestehen, kann hingegen selbst bei sehr tiefen Temperaturen eine sehr schnelle Signalanstiegszeit mit Werten von unter 100 ns erreicht werden [Ban93, Fle05, Rot07]. Die Signalabfallszeit wiederum kann durch eine Anpassung der thermischen Verbindung zwischen dem Sensor und dem Wärmebad über einen sehr großen Bereich eingestellt werden. Sie liegt typischerweise im Bereich von wenigen Millisekunden.

## 2.2 Absorber- und Sensormaterial

Wie bereits im vorigen Abschnitt beschrieben wurde, werden für die Herstellung des Absorbers und des Sensors metallischer magnetischer Kalorimeter normalleitende Metalle beziehungsweise Legierungen verwendet. In diesem Unterkapitel soll dargelegt werden, weshalb reines Gold sehr häufig für die Fabrikation des Absorbers verwendet wird. Außerdem soll eine kurze Beschreibung der verwendeten Sensormaterialien gegeben werden.

### 2.2.1 Beschreibung des Absorbermaterials Au

Die Grundlage für die Entwicklung eines neuen Detektors ist die Wahl eines an die Randbedingungen des jeweiligen Experiments angepassten Absorbers. Während die geometrischen Dimensionen des Absorbers vergleichsweise einfach angepasst werden können, ist die Wahl des Absorbermaterials von entscheidender Bedeutung.

Das im Rahmen dieser Arbeit angewandte Multiplexverfahren für die Auslesung metallischer magnetischer Kalorimeter wurde für ein Detektorarray optimiert, das für die hochaufgelöste Messung niederenergetischer Photonen und Elektronen mit Energien  $E < 3 \text{ keV}$  eingesetzt werden soll. Die Absorption von Photonen erfolgt in diesem Energiebereich über den Photoeffekt. Da der Wirkungsquerschnitt dieses Prozesses mit  $Z^5$  skaliert, eignen sich als Absorbermaterial besonders Metalle mit hoher Kernladungszahl  $Z$ . Aufgrund des großen Wirkungsquerschnitts können hieraus hergestellte Absorber bei einer vorgegebenen Detektionsfläche trotz hoher Quanteneffizienz eine verhältnismäßig geringe Wärmekapazität aufweisen.

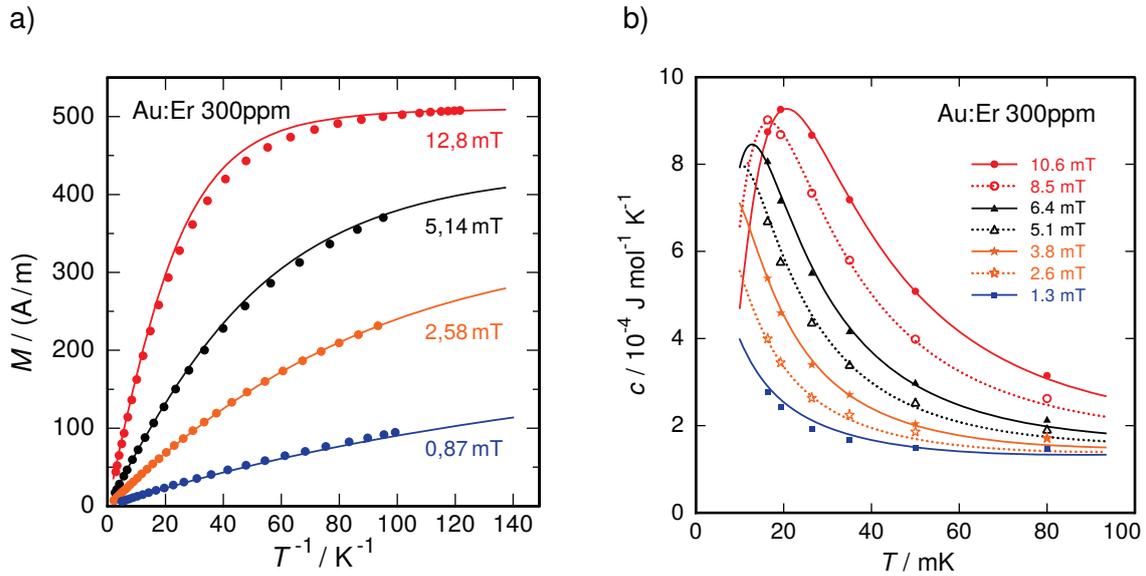
Gold zählt zu denjenigen Metallen, die sowohl eine hohe Kernladungszahl besitzen als auch bei der sehr tiefen Betriebstemperatur eines metallischen magnetischen Kalorimeters nicht supraleitend werden. Es ist zudem chemisch inert und lässt sich galvanisch in hochreiner Form abscheiden. Aus Gold hergestellte Absorber besitzen daher selbst bei sehr tiefen Temperaturen eine gute thermische Leitfähigkeit. Darüber hinaus besitzt Gold eine sehr geringe Eigenaktivität, da neben dem stabilen Isotop  $^{197}\text{Au}$  fast alle restlichen, instabilen Isotope innerhalb weniger Tage zerfallen. Aus den hier dargelegten Gründen ist Gold ein geeignetes und häufig eingesetztes Absorbermaterial metallischer magnetischer Kalorimeter.

### 2.2.2 Eigenschaften der Sensormaterialien Au:Er und Ag:Er

Das Sensormaterial metallischer magnetischer Kalorimeter besteht sehr häufig aus einem Wirtsmetall, das mit einigen hundert ppm paramagnetischer Ionen dotiert ist. Heute werden hierfür meist Wirtskristalle aus Gold oder Silber verwendet, die mit einigen hundert ppm des Seltenerdmetalls Erbium dotiert sind. Bei diesen verdünnten Legierungen nimmt Erbium reguläre Plätze des fcc-Gitters des Wirtsmetalls ein. Unter der Abgabe von drei Valenzelektronen an das Elektronengas des Wirtskristalls entstehen  $\text{Er}^{3+}$ -Ionen mit der Elektronenkonfiguration  $[\text{Kr}]4d^{10}4f^{11}5s^25p^6$ , die aufgrund der unvollständig gefüllten 4f-Schale ihre paramagnetische Eigenschaft erhalten.

Für hohe Temperaturen ist die Bestimmung des magnetischen Moments  $\boldsymbol{\mu} = -g_J\mu_B\mathbf{J}$  eines einzelnen Erbium-Ions mithilfe der Hundschen Regeln möglich, da sich die 4f-Elektronenorbitale tief im Inneren des Erbium-Ions befinden und diese durch die 5s- und 5p-Orbitale ausreichend vom Kristallfeld des Wirts abgeschirmt sind [Abr12]. Hierbei bezeichnet  $\mu_B = 9.27 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$  das Bohrsche Magneton. Die erwarteten Werte des Gesamtdrehimpulses  $J = 15/2$  und des Landé-Faktors  $g_J = 6/5$  konnten für hohe Temperaturen  $T > 100 \text{ K}$  experimentell bestätigt werden [Wil69]. Für tiefe Temperaturen  $T < 100 \text{ K}$  kann das Kristallfeld hingegen nicht mehr vernachlässigt werden. Durch das Kristallfeld wird der 16-fach entartete Grundzustand eines  $\text{Er}^{3+}$ -Ions in eine Reihe von Multipletts aufgespalten. Das energetisch niedrigste Multiplett ist ein  $\Gamma_7$ -Kramers-Dublett, dessen Abstand zum ersten angeregten Multiplett für Gold  $\Delta E/k_B = (17 \pm 0.5) \text{ K}$  beziehungsweise für Silber  $\Delta E/k_B = (25 \pm 1) \text{ K}$  beträgt [Hah92]. Hierbei bezeichnet  $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$  die Boltzmann-Konstante. Bei der Betriebstemperatur eines metallischen magnetischen Kalorimeters und für ein hinreichend schwaches Magnetfeld kann daher das Erbium-Ion als effektives Zwei-Niveau-System mit Quasi-Spin  $\tilde{S} = 1/2$  und Landé-Faktor  $g_J = 34/5$  beschrieben werden [Abr12, Tao71].

Für eine quantitative Beschreibung des Detektorsignals müssen sowohl die Tempe-



**Abbildung 2.2:** a) Inverse Temperaturabhängigkeit der Magnetisierung  $M(T^{-1})$  und b) Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme  $c(T)$  einer Au:Er-Probe aus gewalztem Vollmaterial bei verschiedenen Magnetfeldern  $H$ . Die mithilfe von Monte-Carlo-Simulationen berechneten Kurvenverläufe sind als durchgezogene beziehungsweise gepunktete Linien und die gemessenen Datenpunkte als Symbole dargestellt.

raturabhängigkeit der Sensormagnetisierung  $\partial M/\partial T$  als auch die Wärmekapazität  $C_{\text{sens}}$  des Sensors bekannt sein. Beide Größen werden bei der Betriebstemperatur eines metallischen magnetischen Kalorimeters durch die Erbium-Ionen bestimmt. Der Temperaturverlauf beider Größen konnte für das Sensormaterial Au:Er unter Berücksichtigung der magnetischen Dipol-Dipol-Wechselwirkung und der RKKY-Wechselwirkung<sup>2</sup> mithilfe von Monte-Carlo-Simulationen numerisch berechnet werden [Fle03]. Die Abbildungen 2.2 a) und b) zeigen beispielhaft die berechneten Kurven einer Au:Er<sub>300 ppm</sub>-Probe für verschieden starke Magnetfelder. Wie zu erkennen ist, beschreiben die berechneten Kurven die ebenfalls eingezeichneten, experimentell bestimmten Daten sehr gut. Die thermodynamischen Eigenschaften des Sensormaterials Au:Er sind folglich gut verstanden.

Ein wesentlicher Unterschied zwischen den verdünnten Legierungen Au:Er und Ag:Er besteht in der gegenseitigen Wechselwirkung der paramagnetischen  $Er^{3+}$ -Ionen. Während die Dipol-Dipol-Wechselwirkung bei beiden Materialien in etwa identisch ist, ist die RKKY-Wechselwirkung für das Material Ag:Er etwa zwei- bis dreifach größer, was zu einer geringfügigen Reduzierung der Signalgröße führt [Bur08]. Im Gegensatz zu Ag:Er besitzt Au:Er allerdings ein Kernquadrupolmoment und somit einen zusätzlichen Beitrag zur Gesamtwärmekapazität des Sensors [Ens00]. Dieser zusätzliche

<sup>2</sup>Abkürzung für **R**uderman–**K**ittel–**K**asuya–**Y**osida-Wechselwirkung

Beitrag äußert sich in Form einer zusätzlichen Zerfallszeit und somit eines komplizierteren Detektorsignals [Kem18]. Aufgrund der einfacheren Signalform und der etwas längeren Abfallszeit des Detektorsignals zeigen metallische magnetische Kalorimeter mit einem Ag:Er-Sensor trotz der etwas kleineren Signalgröße eine verbesserte Energieauflösung.

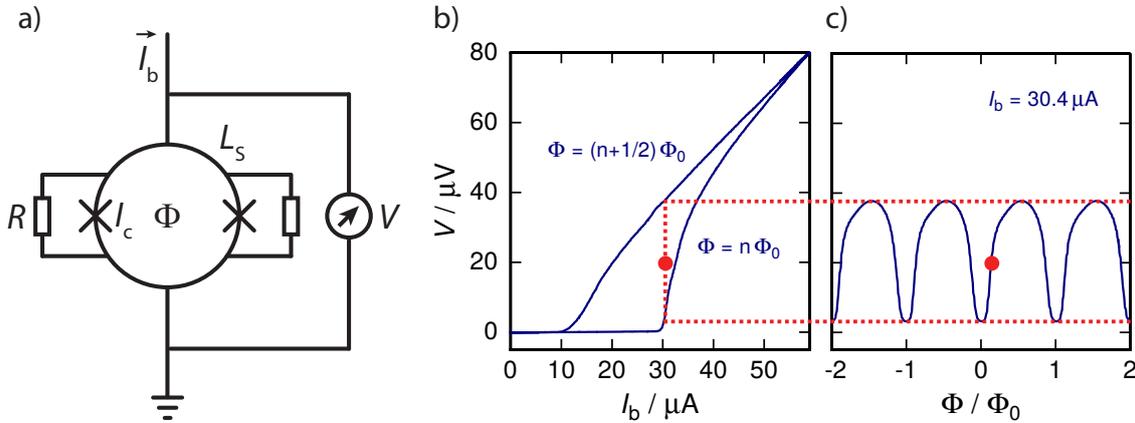
## 2.3 Einkanalige dc-SQUID-basierte Detektorauslesung

Wie bereits in Abschnitt 2.1 gezeigt wurde, wird bei einem metallischen magnetischen Kalorimeter ein Energieeintrag  $\delta E$  mithilfe eines paramagnetischen Sensors in eine magnetische Flussänderung  $\delta\Phi$  umgewandelt, die mit einem SQUID präzise in Form einer Spannungsänderung gemessen werden kann. Wie sich im weiteren Verlauf dieses Kapitels noch zeigen wird, sollte die Auslesung des Detektorsignals in unmittelbarer Nähe des Detektors und damit bei den Betriebstemperaturen eines metallischen magnetischen Kalorimeters erfolgen. Aus diesem Grund sollte das SQUID für derart niedrige Betriebstemperaturen optimiert sein. Die vom SQUID dissipierte Leistung sollte Werte im sehr niedrigen nW-Bereich nicht übersteigen, um eine ungewollte, lokale Erwärmung des Kalorimeters und eine damit verbundene Verringerung des Auflösungsvermögens zu vermeiden. Abhängig von der erforderlichen Zeitauflösung des Detektors ist darüber hinaus eine Systembandbreite im MHz-Bereich notwendig. Außerdem sollte ein linearer Zusammenhang zwischen dem Detektorsignal und dem Ausgangssignal des SQUIDs bestehen. Schließlich sollten die durch die Auslesung auftretenden Rauschbeiträge nicht deutlich höher als das intrinsische Rauschen eines metallischen magnetischen Kalorimeters sein, um dessen Signal-Rausch-Verhältnis nicht signifikant zu verschlechtern.

Im Fall einer einkanaligen Detektorauslesung können diese Anforderungen durch den Einsatz eines rückgekoppelten, zweistufigen dc-SQUID-Aufbaus erfüllt werden [Wei96, Cla04]. Im Folgenden wird zuerst die Funktionsweise eines einzelnen dc-SQUIDs beschrieben und anschließend auf den zweistufigen dc-SQUID-Aufbau zur Auslesung metallischer magnetischer Kalorimeter eingegangen.

### 2.3.1 Funktionsweise eines dc-SQUIDs

Wie in Abbildung 2.3 a) dargestellt ist, besteht ein dc-SQUID aus einer geschlossenen supraleitenden Schleife mit der Induktivität  $L_S$ , die durch zwei Josephson-Kontakte mit kritischem Strom  $I_c$  unterbrochen ist. Die parallel zu den Josephson-Kontakten angebrachten Shunt-Widerstände  $R$  werden benötigt, um ein hysteretisches Verhalten der Josephson-Kontakte beziehungsweise des dc-SQUIDs zu verhindern [Cla04]. Wird ein dc-SQUID mit einem Betriebsstrom  $I_b$  betrieben, so fällt erst dann eine

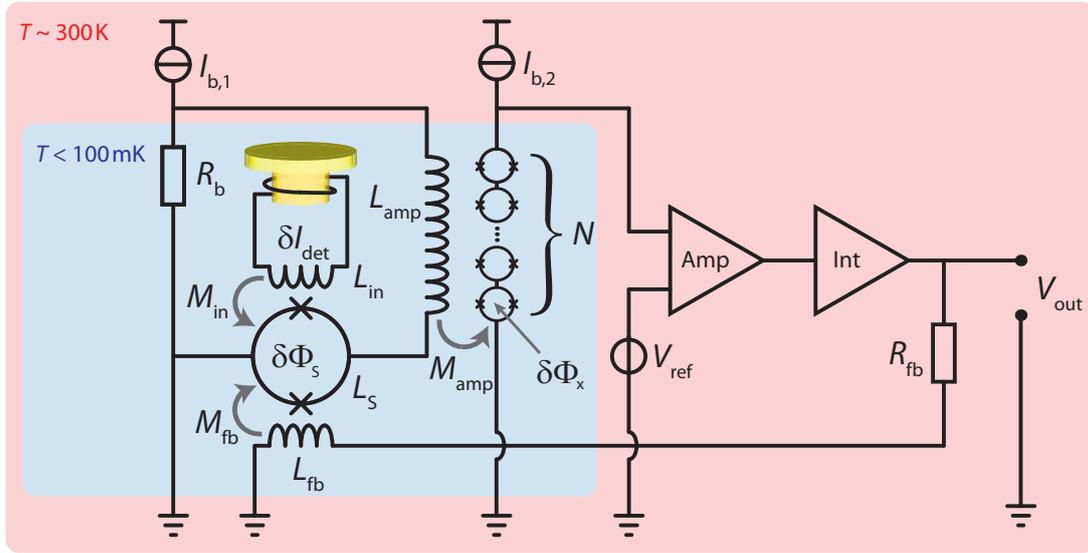


**Abbildung 2.3:** a) Schematische Darstellung eines dc-SQUIDs sowie b) die Strom-Spannungskennlinien für zwei verschiedene Werte des magnetischen Flusses durch das dc-SQUID und c) die dazugehörige Fluss-Spannungscharakteristik des im institutseigenen Reinraum hergestellten dc-SQUIDs HDSQ1b-2A11-SQ2, die bei einer Temperatur  $T = 4.2\text{ K}$  gemessen wurden.

Spannung über dem SQUID ab, wenn dieser Strom größer als der kritische Strom des SQUIDs ist. Der kritische Strom des SQUIDs hängt dabei periodisch vom extern erzeugten magnetischen Fluss  $\Phi$  ab, der die SQUID-Schleife durchdringt, und wird maximal für  $\Phi = n\Phi_0$  beziehungsweise minimal für  $\Phi = (n + 1/2)\Phi_0$ . Hierbei stellen  $n$  eine ganze Zahl und  $\Phi_0 = 2.07 \cdot 10^{-15}\text{ Vs}$  das magnetische Flussquant dar. In Abbildung 2.3 b) sind beispielhaft zwei Strom-Spannungskennlinien eines im institutseigenen Reinraum hergestellten dc-SQUIDs für diese beiden Spezialfälle gezeigt. Abbildung 2.3 c) zeigt die dazugehörige Fluss-Spannungscharakteristik für einen konstanten Betriebsstrom  $I_b = 30.4\ \mu\text{A}$ . Wie zu sehen ist, ist in diesem Fall die über dem dc-SQUID abfallende Spannung minimal für die Bedingung  $\Phi = n\Phi_0$  und maximal für  $\Phi = (n + 1/2)\Phi_0$ . Es wird deutlich, dass ein dc-SQUID für Betriebsströme  $I_b > 2I_c$  als Fluss-Spannungswandler eingesetzt werden kann. Allerdings weist das Ausgangssignal des SQUIDs aufgrund der Periodizität der Fluss-Spannungskennlinie eine sehr starke Nichtlinearität auf. Außerdem ist das Eigenrauschen eines SQUIDs derart klein, dass ein SQUID ohne besondere Vorkehrungen nicht ohne Verschlechterung des Rauschniveaus direkt mit einer Raumtemperaturelektronik ausgelesen werden kann. Beide Einschränkungen können jedoch durch den Einsatz eines rückgekoppelten, zweistufigen dc-SQUID-Aufbaus behoben werden.

### 2.3.2 Zweistufiger dc-SQUID-Aufbau

Abbildung 2.4 zeigt den für die Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern typischerweise verwendeten zweistufigen dc-SQUID-Aufbau [Fle05]. Haupt-



**Abbildung 2.4:** Schematische Darstellung eines zweistufigen dc-SQUID-Aufbaus, der typischerweise zur Auslesung eines metallischen magnetischen Kalorimeters verwendet wird. Der Aufbau besteht aus einem Sensor-SQUID mit der Induktivität  $L_S$ , dessen Einkoppelspule mit der Induktivität  $L_{in}$  mit der Detektionsspule des Kalorimeters verbunden ist, sowie einer Serienschaltung aus  $N$  identischen dc-SQUIDs zur Vorverstärkung des Signals bei tiefen Temperaturen. Die über eine Raumtemperaturelektronik gesteuerte, negative Flussrückkopplung führt zu einer Linearisierung des Ausgangssignals  $V_{out}$ .

bestandteile bei tiefen Temperaturen sind ein Sensor-SQUID mit der Induktivität  $L_S$  für die Auslesung des Detektors sowie eine Serienschaltung aus  $N$  identischen dc-SQUIDs, die für die Vorverstärkung des Signals bei tiefen Temperaturen eingesetzt wird und die im Folgenden vereinfacht als SQUID-Array bezeichnet wird. Das Sensor-SQUID und der Widerstand  $R_b$  bilden eine Parallelschaltung, wobei der Widerstand  $R_b \ll R_N$  sehr viel kleiner als der Widerstand  $R_N$  des SQUIDs im normalleitenden Zustand gewählt wird. Wird ein Strom mithilfe der Stromquelle  $I_{b,1}$  durch diese Parallelschaltung getrieben, so fließt der Strom hauptsächlich durch den Widerstand  $R_b$ , der dann den Spannungsabfall über der Parallelschaltung bestimmt. Infolgedessen ist der über dem Sensor-SQUID verursachte Spannungsabfall konstant und das SQUID befindet sich im Spannungsbetrieb [Wei96]. Das SQUID-Array wird mithilfe der Stromquelle  $I_{b,2}$  mit einem konstanten Betriebsstrom versorgt.

Das durch einen Energieeintrag  $\delta E$  im Detektor erzeugte Stromsignal  $\delta I_{det}$  bewirkt aufgrund der Gegeninduktivität  $M_{in}$  zwischen der Einkoppelspule mit der Induktivität  $L_{in}$  und dem Sensor-SQUID eine magnetische Flussänderung  $\delta\Phi_S$  im Sensor-SQUID. Die daraus resultierende Änderung des Stromflusses durch das Sensor-SQUID induziert über eine zweite Einkoppelspule mit der Induktivität  $L_{amp}$ , die mit der Stärke  $M_{amp}$  induktiv an das SQUID-Array gekoppelt ist, in allen  $N$  SQUIDs des Arrays

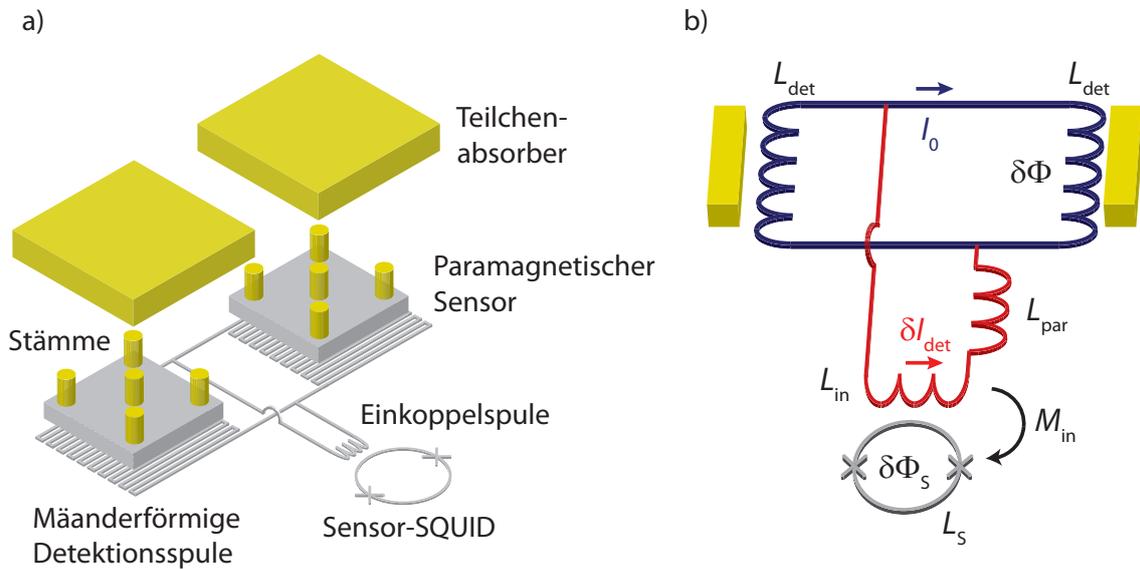
jeweils eine magnetische Flussänderung  $\delta\Phi_x$ . Sofern alle SQUIDs des Arrays die gleiche Phase haben, verhält sich dieses Array wie ein einzelnes dc-SQUID mit vergrößertem Ausgangssignal. Die Differenz zwischen dem über dem gesamten SQUID-Array abfallenden Spannungssignal und einer konstanten Referenzspannung  $V_{\text{ref}}$  wird bei Raumtemperatur mithilfe eines Differenzverstärkers verstärkt und anschließend integriert. Das Ausgangssignal dient einerseits als Messsignal  $V_{\text{out}}$ , andererseits erzeugt es über den Rückkoppelwiderstand  $R_{\text{fb}}$  und die Gegeninduktivität  $M_{\text{fb}}$  eine magnetische Flussänderung im Sensor-SQUID, die die durch das Detektorsignal verursachte Flussänderung  $\delta\Phi_S$  kompensiert. Da hiermit der Arbeitspunkt des Sensor-SQUIDs konstant gehalten wird, erfolgt durch die als negative Flussrückkopplung bekannte Technik eine Linearisierung des Ausgangssignals.

Neben der bereits erwähnten Linearisierung des Ausgangssignals bietet der zweistufige dc-SQUID-Aufbau weitere Vorteile. Durch den Einsatz des dc-SQUID-Arrays kann das Ausgangssignal des Sensor-SQUIDs rauscharm vorverstärkt werden. Der Verstärkungsfaktor  $G_\Phi$ , der bei optimal gewählten Parametern meist zwischen zwei und drei liegt, ist bereits ausreichend, um die zusätzlich auftretenden Rauschbeiträge der Halbleiterelektronik bei Raumtemperatur weitgehend vernachlässigbar zu machen [Wei96]. Weiterhin kann die dissipierte Leistung des Sensor-SQUIDs im Spannungsbetrieb verhältnismäßig gering gehalten werden, wodurch ein merkliches, unerwünschtes Aufheizen des Detektors, der sich in unmittelbarer Nähe des Sensor-SQUIDs befindet, verhindert werden kann. Die Bandbreite wird durch die verwendete Rückkopplungstechnik bei Raumtemperatur aufgrund der endlichen Kabellaufzeit auf einige MHz limitiert [Dru07]. Diese Bandbreite ist allerdings ausreichend, um die intrinsische Signalanstiegszeit eines metallischen magnetischen Kalorimeters auflösen zu können. Hinsichtlich dieser Vorteile wird der rückgekoppelte, doppelstufige dc-SQUID-Aufbau heutzutage für viele, hochauflösende Experimente mit metallischen magnetischen Kalorimetern eingesetzt.

## 2.4 Detektorgeometrie mit mäanderförmiger Detektionsspule

Ein metallisches magnetisches Kalorimeter lässt sich mithilfe verschiedener Detektorgeometrien realisieren. Hierzu zählen beispielsweise die zylinderförmige Geometrie [Ban93, Ens00], die aktuell am häufigsten verwendete Geometrie mit mäanderförmigen Detektionsspulen [Zin06, Bur08] oder die Geometrie mit spiralförmiger Detektionsspule und supraleitender Massefläche [Boy09, Fle09, Heu11]. An dieser Stelle soll die Geometrie mit zwei gradiometrisch verschalteten mäanderförmigen Detektionsspulen diskutiert werden, da die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Detektoren auf dieser Geometrie beruhen.

Wie in Abbildung 2.5 a) gezeigt ist, besteht der Detektor bei der Geometrie mit



**Abbildung 2.5:** a) Explosionszeichnung der aktuell sehr häufig eingesetzten Detektorgeometrie mit zwei parallel verschalteten, mäanderförmigen Detektionsspulen sowie b) ein Ersatzschaltbild dieser Detektorgeometrie, wobei die Sensoren, Stämme und Teilchenabsorber zur besseren Übersicht vereinfacht als gelbe Quader dargestellt sind.

zwei gradiometrisch verschalteten mäanderförmigen Detektionsspulen aus zwei Teilchenabsorberrn, die jeweils über mehrere Stämme mit kleinem Durchmesser mit dem paramagnetischen Sensor verbunden sind. Durch den Einsatz von Stämmen wird die Kontaktfläche zwischen Sensor und Absorber auf wenige Prozent reduziert, sodass ein ungewollter Verlust von athermischen Phononen an das Substrat und eine damit verbundene Verschlechterung der Energieauflösung deutlich reduziert werden kann, ohne dabei die Signalanstiegszeit zu beeinflussen [Fle09]. Unterhalb des paramagnetischen Sensors befindet sich eine supraleitende mäanderförmige Detektionsspule mit der Induktivität  $L_{\text{det}}$ . Die beiden Detektionsspulen sind parallel miteinander verschaltet und tragen einerseits einen Dauerstrom  $I_0$ , der für die Erzeugung des schwachen Magnetfelds für die Magnetisierung des paramagnetischen Sensors erforderlich ist, und bilden andererseits gemeinsam mit der parallel geschalteten Einkoppelspule des Sensor-SQUIDs einen supraleitenden Flusstransformator.

Abbildung 2.5 b) zeigt ein Ersatzschaltbild der hier beschriebenen Detektorgeometrie. Die in Dunkelblau dargestellten Detektionsspulen und die rot gefärbte Einkoppelspule mit der Induktivität  $L_{\text{in}}$  bilden insgesamt drei supraleitende Schleifen, in denen der magnetische Fluss jeweils erhalten ist. Erfolgt nach einem Energieeintrag in einem der beiden Absorber eine Flussänderung  $\delta\Phi$  in der entsprechenden Detektionsspule und bezeichnet  $L_{\text{par}}$  auftretende parasitäre Induktivitäten, so lässt sich für den Abschirmstrom durch die Einkoppelspule der Ausdruck

$$\delta I_{\text{det}} = \frac{\delta\Phi}{L_{\text{det}} + 2(L_{\text{in}} + L_{\text{par}})} \quad (2.3)$$

herleiten. Dieser Strom erzeugt über die Gegeninduktivität  $M_{\text{in}} = k\sqrt{L_{\text{in}}L_{\text{S}}}$  in der SQUID-Spule mit der Induktivität  $L_{\text{S}}$  eine magnetische Flussänderung  $\delta\Phi_{\text{S}}$ , wobei  $k$  einen dimensionslosen Kopplungsfaktor darstellt. Für die Maximierung der Fluss-zu-Flusskopplung

$$\frac{\delta\Phi_{\text{S}}}{\delta\Phi} = \frac{M_{\text{in}}}{L_{\text{det}} + 2(L_{\text{in}} + L_{\text{par}})} \quad (2.4)$$

sollte die Einkoppelspule des SQUIDs an den Detektor angepasst sein, das heißt, es sollte die Bedingung  $L_{\text{in}} = L_{\text{det}}/2 + L_{\text{par}}$  gelten. Des Weiteren sollten die parasitären Induktivitäten  $L_{\text{par}}$  so gering wie möglich gehalten werden.

Der Mitte-zu-Mitte-Abstand  $p$  der Streifen der mäanderförmigen Detektionsspulen wird so gewählt, dass er in etwa der doppelten Streifenbreite  $w$  entspricht [Fle05]. Aus diesem Grund ist der Abstand zwischen den magnetischen Momenten im darüber platzierten Sensor und dem nächstgelegenen Mäanderstreifen gering. Daher eignet sich diese Detektorgeometrie für Detektoren mit verhältnismäßig großer Fläche, ohne dass die mittlere Kopplungsstärke zwischen den magnetischen Momenten im Sensor und der Detektionsspule herabgesetzt ist. Diese ist, wie sich in Kapitel 2.5.1 zeigen wird, invers proportional zum Mitte-zu-Mitte-Abstand  $p$  der Streifen. Aufgrund des entgegengesetzten Stromflusses in benachbarten Mäanderstreifen fällt das von der mäanderförmigen Detektionsspule erzeugte Magnetfeld sowohl horizontal als auch vertikal stark ab. Somit kann magnetisches Übersprechen zwischen benachbarten Detektoren in einem Array klein gehalten und gleichzeitig ein hoher Füllfaktor  $F$  erzielt werden. Der Füllfaktor ist hierbei ein Maß für den Anteil des den Sensor durchdringenden Magnetfelds bezogen auf das Gesamtmagnetfeld, welches durch den Dauerstrom  $I_0$  erzeugt wird. Für die hier diskutierte Geometrie mit mäanderförmigen Detektionsspulen liegt das theoretische Maximum des Füllfaktors bei  $F = 0.5$ , das auch annähernd in der Praxis erreicht wird [Bur08].

Werden zwei gleiche, mäanderförmige Detektionsspulen mit entgegengesetztem Windungssinn in der dargestellten Art und Weise miteinander verschaltet, so bilden sie ein Gradiometer erster Ordnung. Als Resultat hiervon können zwei Detektorpixel mit nur einem Sensor-SQUID ausgelesen werden, da der durch die Einkoppelspule fließende Teil des Abschirmstroms bei einem Detektorsignal eine entgegengesetzte Richtung besitzt und die Detektorsignale daher anhand ihrer Polarität dem entsprechenden Pixel zugeordnet werden können. Zusätzlich können ungewollte Einflüsse externer, homogener Magnetfelder und thermischer Schwankungen stark unterdrückt werden, da diese beide Pixel in gleichem Maße betreffen und sich die resultierenden

Abschirmströme in der Einkoppelspule kompensieren. Außerdem erlaubt die Verwendung eines supraleitenden Flusstransformators, den Detektor und das Sensor-SQUID räumlich voneinander zu trennen, sodass thermische Einflüsse des dc-SQUIDs auf den Detektor stark reduziert werden können.

## 2.5 Detektorsignal und Rauschbeiträge

Die Energieauflösung eines metallischen magnetischen Kalorimeters wird durch das Signal-Rausch-Verhältnis bestimmt. Aus diesem Grund müssen alle Einflussfaktoren sowie deren Zusammenhänge untereinander, die sowohl die Größe des Detektorsignals als auch die Beiträge aller dominanten Rauschquellen bestimmen, bekannt sein, um eine Vorhersage der Energieauflösung eines metallischen magnetischen Kalorimeters machen zu können. In den folgenden Abschnitten wird daher zunächst die Größe und der zeitliche Verlauf des Detektorsignals diskutiert und anschließend auf Rauschquellen eingegangen, die maßgeblich die Energieauflösung des Detektors bestimmen.

### 2.5.1 Signalgröße und zeitlicher Verlauf des Detektorsignals

Die Signalgröße  $\delta\Phi/\delta E$  eines metallischen magnetischen Kalorimeters bezeichnet die Änderung des magnetischen Flusses  $\delta\Phi$  in der Detektionsspule aufgrund eines Energieeintrags  $\delta E$  im Teilchenabsorber. Nach Gleichung 2.2 ist eine Bestimmung der Signalgröße möglich, sofern die Änderung  $\partial M/\partial T$  der Magnetisierung des Sensors mit der Temperatur, die Gesamtwärmekapazität  $C_{\text{det}}$  des Detektors bei seiner Betriebstemperatur sowie die Detektorgeometrie bekannt sind. Die Gesamtwärmekapazität  $C_{\text{det}}$  des Detektors wird hierbei durch die magnetischen Momente im Sensor und die Leitungselektronen in normalleitenden Metallen des Detektors bestimmt. Der phononische Beitrag zur Wärmekapazität ist hingegen bei den typischen Betriebstemperaturen eines metallischen magnetischen Kalorimeters vernachlässigbar. Die Magnetisierung des Sensormaterials wird durch die magnetischen Momente bestimmt. Wie bereits in Abschnitt 2.2.2 gezeigt worden ist, können sowohl die Magnetisierung als auch die Wärmekapazität der typischerweise für metallische magnetische Kalorimeter verwendeten Sensormaterialien unter der Berücksichtigung der Dipol-Dipol-Wechselwirkung und der RKKY-Wechselwirkung zuverlässig mithilfe von Monte-Carlo-Simulationen vorhergesagt werden. Für die Beschreibung der Wärmekapazität normalleitender, metallischer Detektorkomponenten kann die Sommerfeld-Theorie herangezogen werden.

Da das Magnetfeld<sup>3</sup>  $B(\mathbf{r})$ , das durch einen Strom in der in Abschnitt 2.4 beschriebenen mäanderförmigen Detektionsspule erzeugt wird, inhomogen ist und daher eine Ortsabhängigkeit aufweist, bietet es sich zur Berechnung der erwarteten Signalgröße an, das Volumen  $V$  des Sensors in infinitesimal kleine Volumenelemente  $dV$  zu unterteilen. Für jedes Volumenelement kann die Stärke des Magnetfelds  $B(\mathbf{r})$  im Sensor mithilfe numerischer Simulationen berechnet werden. Beschreiben  $I_0$  den Dauerstrom in der mäanderförmigen Detektionsspule und  $p$  den Mitte-zu-Mitte-Abstand der Streifen der mäanderförmigen Detektionsspule, so kann die räumliche Abhängigkeit der Magnetfeldverteilung im Sensor durch einen dimensionslosen Geometriefaktor  $G(\mathbf{r}/p)$  ausgedrückt werden [Bur04]:

$$B(\mathbf{r}) = \mu_0 G(\mathbf{r}/p) \frac{I_0}{p}. \quad (2.5)$$

Hierbei bezeichnet  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$  die magnetische Feldkonstante. Nach einem Energieeintrag  $\delta E$  im Absorber erfährt jedes dieser Volumenelemente aufgrund der Temperaturerhöhung des Detektors eine Verringerung seiner Magnetisierung

$$\delta M(\mathbf{r}) = \frac{\partial M(B(\mathbf{r}))}{\partial T} \frac{\delta E}{C_{\text{det}}}, \quad (2.6)$$

die wiederum eine Änderung des magnetischen Flusses in der Detektionsspule zur Folge hat. Für die durch ein Volumenelement  $dV$  verursachte magnetische Flussänderung gilt hierbei der Zusammenhang

$$d(\delta\Phi) = \mu_0 \frac{G(\mathbf{r}/p)}{p} \delta M(\mathbf{r}) dV. \quad (2.7)$$

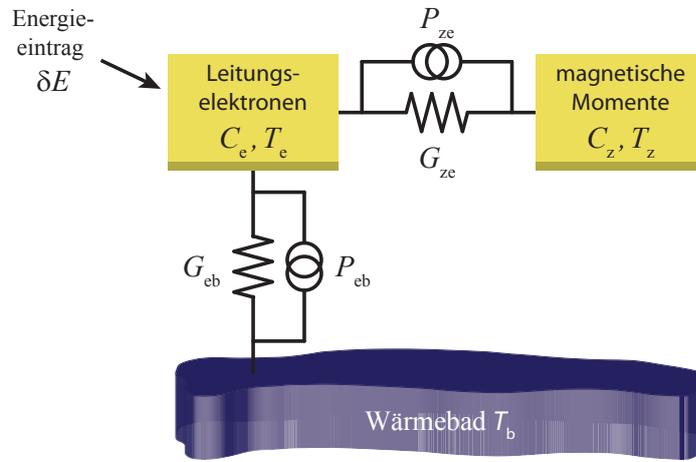
Die Signalgröße  $\delta\Phi/\delta E$  in der Detektionsspule kann dann durch eine Integration von Gleichung 2.7 über alle Volumenelemente  $dV$ , in die der Sensor unterteilt wurde, bestimmt werden:

$$\frac{\delta\Phi}{\delta E} = \left( C_{\text{abs}} + \int_V c_{\text{sens}}(B(\mathbf{r})) dV \right)^{-1} \int_V \mu_0 \frac{G(\mathbf{r}/p)}{p} \frac{\partial M(B(\mathbf{r}))}{\partial T} dV. \quad (2.8)$$

Hierbei bezeichnen  $C_{\text{abs}}$  die Wärmekapazität des Absorbers und  $\int_V c_{\text{sens}}(B(\mathbf{r})) dV$  die Wärmekapazität des Sensors.

Abbildung 2.6 zeigt ein thermodynamisches Modell eines metallischen magnetischen Kalorimeters, bei dem der Detektor als kanonisches Ensemble mit zwei Subsystemen modelliert wird. Diese sind durch das System der magnetischen Momente mit

<sup>3</sup>An dieser Stelle wird der Begriff *Magnetfeld* synonym für *magnetische Flussdichte* benutzt.



**Abbildung 2.6:** Thermodynamisches Modell eines metallischen magnetischen Kalorimeters, bei dem der Detektor als kanonisches Ensemble mit zwei Subsystemen modelliert wird. Diese sind durch das System der Leitungselektronen sowie das System der magnetischen Momente gegeben.

der Wärmekapazität  $C_z$  und dem System der Leitungselektronen mit der Wärmekapazität  $C_e$  gegeben. Sowohl das System der magnetischen Momente als auch das Wärmebad sind mit dem System der Leitungselektronen über die thermischen Verbindungen  $G_{ze}$  beziehungsweise  $G_{eb}$  verbunden. Ebenfalls eingezeichnet sind zwei thermische Rauschquellen  $P_{ze}$  und  $P_{eb}$ , die Fluktuationen des Wärmeflusses zwischen den jeweiligen Systemen beschreiben und die die Energieauflösung des Kalorimeters intrinsisch limitieren, wie sich in der weiteren Diskussion zeigen wird. Bezeichnen  $T_z$ ,  $T_e$  und  $T_b$  die Temperaturen des Systems der magnetischen Momente, des Systems der Leitungselektronen sowie des Wärmebads, so lässt sich der Wärmefluss zwischen den einzelnen Systemen des hier vorgestellten Modells mithilfe der beiden Differentialgleichungen

$$C_z \dot{T}_z = (T_e - T_z) G_{ze} + P_{ze} \quad (2.9)$$

$$C_e \dot{T}_e = (T_z - T_e) G_{ze} - P_{ze} - (T_e - T_b) G_{eb} - P_{eb} + \delta E(t) \quad (2.10)$$

beschreiben, wobei  $\delta E(t)$  einen Energieeintrag in das System der Leitungselektronen beschreibt. Wird dieses Differentialgleichungssystem unter der Annahme eines instantanen Energieeintrags  $\delta E(t) = E_0 \delta(t)$  mit der Amplitude  $E_0$  und der Dirac-Distribution  $\delta(t)$  sowie unter Vernachlässigung der beiden Rauschquellen gelöst, so ergibt sich mit der Annahme, dass die Anstiegszeit  $\tau_0$  des Detektorsignals deutlich kürzer als die Signalabfallszeit  $\tau_1$  ist, für den zeitlichen Verlauf des Energieinhalts im System der magnetischen Momente der Ausdruck

$$E_z(t) = E_0 p(t) = E_0 \beta \left( e^{-t/\tau_1} - e^{-t/\tau_0} \right). \quad (2.11)$$

Hierbei bezeichnen  $p(t)$  die sogenannte Punktantwortfunktion des Detektors und  $\beta = C_z/(C_z + C_e)$  den relativen Wärmekapazitätsanteil der magnetischen Momente an der Gesamtwärmekapazität des Detektors. Die Anstiegszeit des Detektorsignals ist hierbei durch die Zeitkonstante  $\tau_0 = (1 - \beta)\kappa/T_e$  gegeben, wobei  $\kappa$  die Korringa-Konstante des Sensormaterials darstellt [Whi02]. Die Abfallszeit  $\tau_1 = (C_z + C_e)/G_{eb}$  wird hingegen durch die Kopplungsstärke zwischen den Leitungselektronen und dem Wärmebad bestimmt und kann daher über einen weiten Bereich eingestellt werden.

### 2.5.2 Rauschbeiträge eines metallischen magnetischen Kalorimeters

Im Folgenden werden vier Rauschbeiträge diskutiert, die aktuell das Auflösungsvermögen eines metallischen magnetischen Kalorimeters bestimmen. Hierzu gehören thermodynamische Energiefluktuationen, welche intrinsisch für einen thermischen Detektor sind und die Energieauflösung eines metallischen magnetischen Kalorimeters fundamental limitieren. Weitere Rauschquellen sind das magnetische Johnson-Rauschen normalleitender Komponenten des Detektors, ein niederfrequenter,  $1/f$ -artiger Rauschanteil, der den Erbium-Ionen im paramagnetischen Sensor zugeordnet werden kann sowie das Rauschen des für die Auslesung des Detektors verwendeten SQUID-Aufbaus.

#### Thermodynamische Energiefluktuationen

Aufgrund der thermischen Kopplungen  $G_{ze}$  und  $G_{eb}$  kann Wärme zwischen dem System der Leitungselektronen und dem System der magnetischen Momente beziehungsweise zwischen dem System der Leitungselektronen und dem Wärmebad statistisch getrieben fluktuieren. Diese sogenannten thermodynamischen Energiefluktuationen werden in dem in Abbildung 2.6 gezeigten, thermodynamischen Modell durch die beiden voneinander unabhängigen Rauschquellen  $P_{ze}$  und  $P_{eb}$  berücksichtigt, deren Leistungsspektren analog zum elektrischen Nyquist-Rauschen durch die Ausdrücke  $S_{P_{ze}} = 4k_B T^2 G_{ze}$  und  $S_{P_{eb}} = 4k_B T^2 G_{eb}$  gegeben sind. Mithilfe des im vorherigen Abschnitt aufgestellten Differentialgleichungssystems lässt sich in Abwesenheit eines Energieeintrags, das heißt für  $\delta E(t) = 0$ , das Leistungsspektrum  $S_{E_z,th}(f)$  des Energieinhalts des Systems der magnetischen Momente bestimmen. Unter der Annahme, dass die Signalanstiegszeit  $\tau_0$  sehr viel kleiner als die Signalabfallszeit  $\tau_1$  ist, das heißt für  $\tau_0 \ll \tau_1$ , findet man hierbei den Ausdruck [Fle03]

$$S_{E_z, \text{th}}(f) = 4k_B T^2 C_z \left( \frac{(1 - \beta) \tau_0}{1 + (2\pi\tau_0 f)^2} + \frac{\beta\tau_1}{1 + (2\pi\tau_1 f)^2} \right). \quad (2.12)$$

Das Leistungsspektrum des Energieinhalts der magnetischen Momente setzt sich demnach aus zwei Anteilen zusammen: Während der erste Summand die Energiefluktuationen zwischen dem System der Leitungselektronen und dem System der magnetischen Momente beschreibt, spiegelt der zweite Summand den zufälligen Energieaustausch zwischen dem System der Leitungselektronen und dem Wärmebad wider.

Das Vorhandensein thermodynamischer Energiefluktuationen führt zu einer intrinsischen Limitierung des Auflösungsvermögens eines metallischen magnetischen Kalorimeters. Für dessen Energieauflösung kann unter Vernachlässigung weiterer Rauschbeiträge der Zusammenhang

$$\Delta E_{\text{FWHM}} \approx 2.35 \sqrt{4k_B C_e T^2} \left( \frac{1}{\beta(1 - \beta)} \frac{\tau_0}{\tau_1} \right)^{1/4} \quad (2.13)$$

hergeleitet werden [Fle03]. Dieser Ausdruck erlaubt einige Aussagen, die bei der Entwicklung eines metallischen magnetischen Kalorimeters eine wichtige Rolle spielen:

- Die Signalanstiegszeit  $\tau_0$ , die aufgrund der Kopplung zwischen den magnetischen Momenten und den Leitungselektronen auf endliche Werte beschränkt ist, führt zu einer fundamentalen Limitierung des Auflösungsvermögens eines metallischen magnetischen Kalorimeters. Die Energieauflösung  $\Delta E_{\text{FWHM}}$  wird umso besser, je kürzer die Signalanstiegszeit  $\tau_0$  und je länger die Signalabfallszeit  $\tau_1$  ist.
- Die Energieauflösung  $\Delta E_{\text{FWHM}}$  eines metallischen magnetischen Kalorimeters wird minimal, falls die Wärmekapazitäten des Systems der magnetischen Momente  $C_z$  und des Systems der Leitungselektronen  $C_e$  identisch sind, das heißt für  $\beta = 0.5$ .
- Die Energieauflösung wird umso besser, je geringer die Betriebstemperatur  $T$  des Detektors und je niedriger die Wärmekapazität  $C_{\text{abs}}$  des Absorbers ist.

## Magnetisches Johnson-Rauschen

Magnetisches Johnson-Rauschen wird durch die zufällige und ungerichtete thermische Bewegung von Leitungselektronen in normalleitenden Metallen verursacht.

Durch die ungerichtete Bewegung der Elektronen entstehen in der sich in der Umgebung befindenden Detektionsspule Fluktuationen des magnetischen Flusses, die über den supraleitenden Flusstransformator in das zur Auslesung verwendete SQUID eingekoppelt werden. Für eine Abschätzung des Beitrags des magnetischen Johnson-Rauschens von Sensor und Absorber kann ein normalleitender, metallischer Quader mit dem Volumen  $V$  betrachtet werden, der sich oberhalb einer mäanderförmigen Detektionsspule befindet. Bezeichnen  $\sigma$  die elektrische Leitfähigkeit des Materials und  $T$  die Temperatur, so verursacht dieser ein Flussrauschen der Stärke

$$S_{\Phi,J} = (\mu_0 \mathcal{C})^2 \sigma k_B T V \quad (2.14)$$

in der Detektionsspule [Fle05]. Bei der dimensionslosen Konstante  $\mathcal{C}$  handelt es sich um einen von der konkreten Detektorgeometrie abhängigen Geometriefaktor, der numerisch berechnet werden kann. Es zeigt sich, dass das magnetische Johnson-Rauschen von heutzutage typischerweise verwendeten metallischen magnetischen Kalorimetern eine nur untergeordnete Rolle im Verhältnis zu den anderen Rauschbeiträgen spielt [Fle09].

### 1/ $f$ -artiger Rauschbeitrag der Erbium-Ionen

Beim Betrieb metallischer magnetischer Kalorimeter wurde in der Vergangenheit ein 1/ $f$ -artiger Rauschbeitrag beobachtet, der bislang noch nicht vollständig verstanden ist. Dieser Beitrag erhöht das Gesamtrauschen zu niedrigen Frequenzen bemerkbar und ist proportional zur Dichte der Erbiumionen im Sensormaterial. Die Amplitude dieses Rauschbeitrags ist zwischen 30 mK und 4.2 K unabhängig von der Temperatur. Das in der Detektionsspule resultierende Flussrauschen kann empirisch mithilfe des Ausdrucks

$$S_{\Phi,Er}(f) \propto S_m(f) N_{Er} \quad (2.15)$$

beschrieben werden [Fle03]. Hierbei bezeichnet  $S_m(f)$  den magnetischen Rauschbeitrag eines einzelnen Erbiumions und  $N_{Er}$  die Anzahl aller Erbiumionen im Sensor. Experimentell konnte beispielsweise für die in [Bur08] untersuchten Detektoren beobachtet werden, dass der Rauschbeitrag eines Erbiumions sowohl für einen Au:Er-Sensor als auch für einen Ag:Er-Sensor durch den Ausdruck  $S_m(f) = 0.18 \mu_B^2 / f^\eta$  beschrieben werden kann und folglich unabhängig davon ist, ob Gold oder Silber als Wirtsmetall gewählt wird. Der Exponent  $\eta$  hängt schwach von der Geometrie des Detektors und dem verwendeten Herstellungsprozess ab und nimmt Werte zwischen 0.8 und 1.0 an [Dan05, Pab08, Fle09].

### Rauschen der Auslesungselektronik

Eine weitere Rauschquelle stellt der für die Auslesung des Detektors verwendete SQUID-Aufbau dar. Die spektrale Leistungsdichte des Rauschens eines SQUID-Aufbaus

$$S_{\Phi_S, \text{SQ}} = S_{\Phi_S, \text{SQ}, \text{w}} + S_{\Phi_S, \text{SQ}, 1/f} \quad (2.16)$$

setzt sich aus einem weißen, frequenzunabhängigen Rauschbeitrag  $S_{\Phi_S, \text{SQ}, \text{w}} = \text{const.}$  und einem frequenzabhängigen Anteil  $S_{\Phi_S, \text{SQ}, 1/f} \propto 1/f^\alpha$  zusammen, wobei der Exponent  $\alpha$  Werte zwischen 0.5 und 2.0 annimmt [Dru11, Kem16a].

Um die Auswirkung des Rauschens eines SQUID-Aufbaus auf die Energieauflösung eines metallischen magnetischen Kalorimeters zu beschreiben, werden typischerweise anstelle der spektralen Leistungsdichte  $S_{\Phi_S, \text{SQ}}$  die Energiesensitivität  $\epsilon$  oder die gekoppelte Energiesensitivität  $\epsilon_c$  verwendet. Beide Größen

$$\epsilon = \frac{S_{\Phi_S, \text{SQ}}}{2L_S} \quad \text{und} \quad \epsilon_c = \frac{\epsilon}{k^2} \quad (2.17)$$

lassen sich durch das Rauschen  $S_{\Phi_S, \text{SQ}}$  des SQUID-Aufbaus ausdrücken, wobei  $L_S$  die Induktivität des Sensor-SQUIDs und  $k$  den dimensionslosen Kopplungsfaktor zwischen der SQUID-Schleife und dessen Einkoppelspule bezeichnet.

### Gesamtrauschen eines metallischen magnetischen Kalorimeters

Für eine Vorhersage der erwarteten Energieauflösung eines metallischen magnetischen Kalorimeters müssen alle oben aufgezählten Rauschquellen berücksichtigt werden, die sich zum Gesamtrauschen des Detektors überlagern. Da die Rauschquellen unkorreliert sind, werden diese quadratisch zu einem scheinbaren gesamten Flussrauschen in der Spule des Sensor-SQUIDs

$$S_{\Phi_S, \text{ges}} = \left( \frac{\delta\Phi_S}{\delta\Phi} \right)^2 \left[ \left( \frac{1}{\beta} \frac{\delta\Phi}{\delta E} \right)^2 S_{\text{Ez, th}} + S_{\Phi, \text{J}} + S_{\Phi, \text{Er}} \right] + S_{\Phi_S, \text{SQ}} \quad (2.18)$$

aufaddiert. Das scheinbare Gesamtrauschen im System der magnetischen Momente, das für die Bestimmung des Signal-Rausch-Verhältnisses maßgeblich ist, kann dann mithilfe des Zusammenhangs

$$S_{\text{Ez, ges}} = \beta^2 \left[ \left( \frac{\delta\Phi_S}{\delta\Phi} \right) \left( \frac{\delta\Phi}{\delta E} \right) \right]^{-2} S_{\Phi_S, \text{ges}} \quad (2.19)$$

berechnet werden.

## 2.6 Optimales Filtern und Energieauflösung

Das im Falle von metallischen magnetischen Kalorimetern hauptsächlich verwendete Verfahren, einem verrauschten Detektorsignal der Form  $s(t) = E_0 p(t) + n(t)$  eine Signalamplitude  $E_0$  zuzuordnen, wird als optimales Filtern bezeichnet [McC05]. Bei diesem Verfahren wird angenommen, dass dem ungestörten Detektorsignal, dessen zeitlicher Verlauf mithilfe der Signalamplitude  $E_0$  und der in Abschnitt 2.5.1 eingeführten Punktantwortfunktion  $p(t)$  beschrieben werden kann, ein Rauschsignal  $n(t)$  überlagert ist. Wird das verrauschte Detektorsignal  $E(t)$  im Frequenzraum betrachtet, der in  $N$  äquidistante Intervalle der Breite  $\Delta f$  unterteilt ist, so ist die  $i$ -te Fourierkomponente durch

$$\tilde{s}_i = E_0 \tilde{p}_i + \tilde{n}_i \quad (2.20)$$

gegeben. Hier beschreibt  $\tilde{p}_i$  die  $i$ -te Komponente der Fouriertransformierten der Punktantwortfunktion des Detektors

$$|\tilde{p}(f)| = \frac{2\beta\tau_1}{\sqrt{1 + (2\pi\tau_0 f)^2} \sqrt{1 + (2\pi\tau_1 f)^2}} \quad (2.21)$$

und  $\tilde{n}_i$  die Amplitude des Rauschens im  $i$ -ten Frequenzintervall. Jede Fourierkomponente  $\tilde{s}_i$  ist proportional zur Amplitude  $E_0$  des Detektorsignals und da das Rauschen in den Frequenzintervallen unkorreliert ist, können insgesamt  $N$  Abschätzungen  $E_i$  der Signalamplitude  $E_0$  erfolgen.

Die Bestimmung der Signalamplitude  $E_0$  erfolgt durch eine gewichtete Mittelung

$$E_0 = \sum_i w_i E_i \quad \text{mit} \quad w_i = \frac{\text{SNR}_i^2}{\sum_j \text{SNR}_j^2}, \quad (2.22)$$

bei der die Gewichtung über das Signal-Rausch-Verhältnis  $\text{SNR}_i$  im jeweiligen Intervall  $i$  erfolgt. Das Signal-Rausch-Verhältnis

$$\text{SNR}(f) = \frac{|\tilde{p}(f)|}{\sqrt{S_{\text{Ez,ges}}(f)}} \quad (2.23)$$

setzt sich dabei aus der Fouriertransformierten der Punktantwortfunktion  $|\tilde{p}(f)|$  und dem Gesamtrauschen im System der magnetischen Momente  $\sqrt{S_{\text{Ez,ges}}(f)}$  zusammen.

Folglich erfahren Frequenzintervalle mit einem besseren Signal-Rausch-Verhältnis eine stärkere Gewichtung bei der Bestimmung der Signalamplitude als Frequenzintervalle mit einem niedrigeren Signal-Rausch-Verhältnis.

Die Energieauflösung des Detektors ist bei diesem Verfahren durch

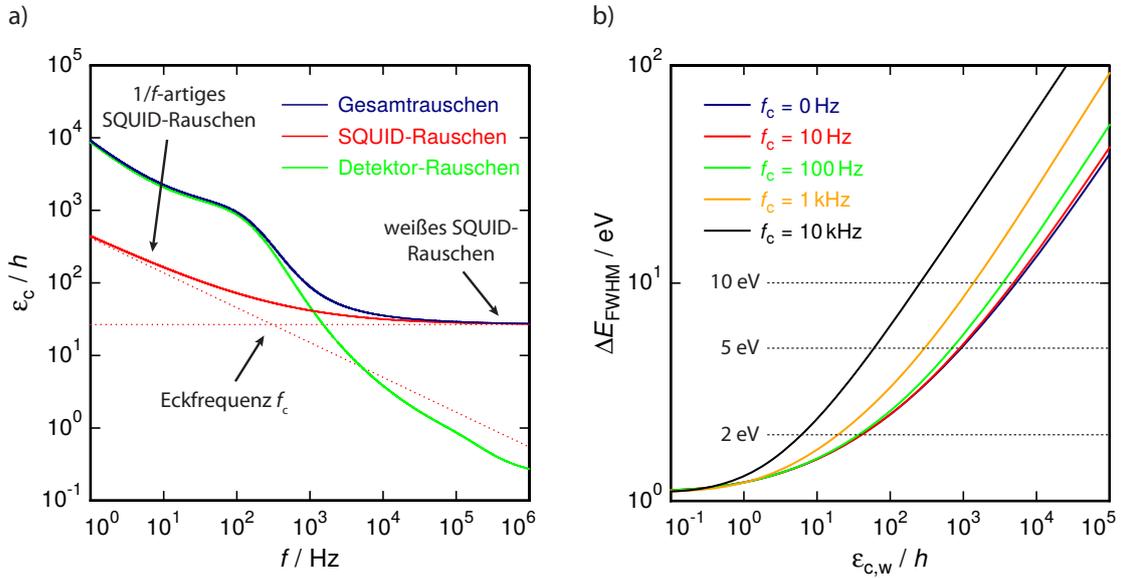
$$\Delta E_{\text{FWHM}} = 2\sqrt{2\ln(2)} \left( \int_0^{\infty} \text{SNR}^2(f) \, df \right)^{-1/2} \quad (2.24)$$

gegeben [McC05].

## 2.7 Einfluss des SQUID-Rauschens auf die Energieauflösung des Detektors

In diesem Abschnitt soll diskutiert werden, inwiefern sich das Rauschen des zur Auslesung verwendeten SQUID-Aufbaus auf die Energieauflösung eines metallischen magnetischen Kalorimeters auswirkt. Für die folgende Diskussion soll ein Detektor betrachtet werden, welcher für das ECHO-Experiment entwickelt wurde [Gas17] und der auf die in Abschnitt 2.4 vorgestellte Geometrie mit mäanderförmiger Detektionsspule beruht [Weg13]. Die beiden parallel verschalteten, mäanderförmigen Detektionsspulen, die jeweils eine Induktivität  $L_{\text{det}} = 1.9 \text{ nH}$  besitzen, bestehen aus  $w = 3 \mu\text{m}$  breiten Streifen mit einem Mitte-zu-Mitte-Abstand  $p = 6 \mu\text{m}$ . Die sich oberhalb der Detektionsspule befindlichen Sensoren mit einer Erbium-Konzentration  $x = 300 \text{ ppm}$  haben je ein Volumen  $V_{\text{sens}} = 170 \mu\text{m} \cdot 170 \mu\text{m} \cdot 1.3 \mu\text{m}$ . Die  $h_{\text{abs}} = 10 \mu\text{m}$  dicken Absorber aus Gold weisen jeweils eine Detektionsfläche von  $A_{\text{abs}} = 170 \mu\text{m} \cdot 170 \mu\text{m}$  auf. Für die charakteristischen Zeitkonstanten wird eine Signalanstiegszeit  $\tau_0 = 1 \mu\text{s}$  sowie eine Signalabfallszeit  $\tau_1 = 1 \text{ ms}$  angenommen. Werden von den in Abschnitt 2.5.2 diskutierten Rauschbeiträgen nur die thermodynamischen Energiefluktuationen berücksichtigt, so erhält man die für den hier beschriebenen Detektor eine intrinsische Energieauflösung von  $\Delta E_{\text{FWHM}} = 0.56 \text{ eV}$ , sofern die Detektortemperatur  $T = 20 \text{ mK}$  und der Dauerstrom  $I_0 = 25 \text{ mA}$  betragen. Unter Beachtung aller Rauschbeiträge des Detektors, also bei Hinzunahme des  $1/f$ -artigen Rauschens der Erbium-Ionen und des magnetischen Johnson-Rauschens von Sensor und Absorber, ergibt sich bei ansonsten gleichen Bedingungen eine Energieauflösung  $\Delta E_{\text{FWHM}} = 1.11 \text{ eV}$ . Im Vergleich zu den anderen beiden Rauschbeiträgen ist das magnetische Johnson-Rauschen im relevanten Frequenzbereich um bis zu mehrere Größenordnungen kleiner und spielt daher eine nur untergeordnete Rolle.

Für die Auslesung dieses metallischen magnetischen Kalorimeters soll ein für die Detektorauslesung geeigneter, zweistufiger dc-SQUID-Aufbau betrachtet werden, der



**Abbildung 2.7:** a) Verlauf der gekoppelten Energiesensitivität  $\epsilon_c(f)$  des in diesem Abschnitt diskutierten Detektors und eines für die Detektorauslesung verwendeten zweistufigen dc-SQUID-Aufbaus sowie b) die Energieauflösung  $\Delta E_{\text{FWHM}}$  des diskutierten Detektors in Abhängigkeit von der gekoppelten Energiesensitivität  $\epsilon_{c,w}$  und der Eckfrequenz  $f_c$  eines beliebigen, zur Auslesung verwendeten SQUID-Aufbaus.

bereits vollständig entwickelt und charakterisiert worden ist [Fer15, Kem15]. Das Sensor-SQUID des Aufbaus ist dem Detektor dabei insofern angepasst, dass nach Formel 2.4 die Induktivität der Einkoppelpule in etwa der halben Induktivität einer einzelnen Detektionsspule des Detektors entspricht. Experimentell konnte für die Induktivität der Schleife des Sensor-SQUIDs  $L_S = 50.8 \text{ pH}$  und für den Kopplungsfaktor zwischen SQUID-Schleife und Einkoppelpule  $k = 0.57$  beobachtet werden. Der bei der Kryostattemperatur  $T = 20 \text{ mK}$  bestimmte, weiße Rauschbeitrag des zweistufigen dc-SQUID-Aufbaus beträgt  $\sqrt{S_{\Phi_S, \text{SQ}, w}} = 0.37 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ . Bei derselben Temperatur konnte ein  $1/f$ -ähnliches Rauschen  $\sqrt{S_{\Phi_S, \text{SQ}, 1/f}}(1 \text{ Hz}) = 1.46 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$  mit einem Parameter  $\alpha = 0.48$  ermittelt werden. Die Eckfrequenz, bei der der weiße Rauschanteil und der  $1/f$ -ähnliche Rauschbeitrag den gleichen Wert annehmen, ergibt sich zu ungefähr  $f_c \approx 300 \text{ Hz}$ . Nach Gleichung 2.17 beträgt die gekoppelte Energiesensitivität des SQUID-Aufbaus  $\epsilon_{c,w} = 27 h$  für hohe Frequenzen beziehungsweise  $\epsilon_{c,1/f} = 417 h$  bei der Frequenz  $f = 1 \text{ Hz}$ . Der Frequenzverlauf der gekoppelten Energiesensitivität  $\epsilon_c(f)$  des zweistufigen dc-SQUID-Aufbaus ist in Abbildung 2.7 a) dargestellt, in der ebenfalls der Rauschbeitrag des oben diskutierten metallischen magnetischen Kalorimeters berücksichtigt wird sowie die gesamte gekoppelte Energiesensitivität gezeigt ist. Während diese für niedrige Frequenzen  $f \lesssim 3 \text{ kHz}$  durch die Detektorbeiträge dominiert wird, ist für höhere Frequenzen das weiße

Rauschen des zweistufigen dc-SQUID-Aufbaus limitierend. Unter Berücksichtigung des Rauschens des zweistufigen dc-SQUID-Aufbaus ergibt sich eine erwartete Energieauflösung  $\Delta E_{\text{FWHM}} = 2.03 \text{ eV}$  des Detektors. Dies verdeutlicht, dass ein für die Detektorauslesung geeigneter SQUID-Aufbau einen maßgeblichen Einfluss auf die Energieauflösung eines metallischen magnetischen Kalorimeters hat.

In Abbildung 2.7 b) ist gezeigt, wie sich die gekoppelte Energiesensitivität  $\epsilon_{c,w}$  und die Eckfrequenz  $f_c$  eines beliebigen SQUID-Aufbaus auf die Energieauflösung des in diesem Abschnitt diskutierten Detektors auswirken, wobei für die Frequenzabhängigkeit des  $1/f$ -artigen Rauschbeitrags ein Exponent von  $\alpha = 1$  angenommen wird. Es ist zu erkennen, dass eine größer werdende gekoppelte Energiesensitivität bei hohen Frequenzen, die durch das weiße Rauschen des SQUID-Aufbaus limitiert ist, eine deutliche Verschlechterung der Energieauflösung des Detektors verursacht. Das  $1/f$ -Rauschen des SQUID-Aufbaus hat für typisch angenommene Eckfrequenzen  $f_c < 1 \text{ kHz}$  hingegen nur einen geringen Einfluss auf die Energieauflösung, da das niederfrequente Gesamtrauschen durch die thermodynamischen Energiefluktuationen des Detektors und das  $1/f$ -ähnliche Rauschen der Erbium-Ionen dominiert wird.

Soll mit dem oben diskutierten Detektor eine Energieauflösung  $\Delta E_{\text{FWHM}} < 10 \text{ eV}$  erreicht werden, so ist eine gekoppelte Energiesensitivität  $\epsilon_{c,w} < 1000 h$  des SQUID-Aufbaus erforderlich, sofern die Eckfrequenz  $f_c < 1 \text{ kHz}$  keine allzu großen Werte annimmt. In diesem Fall wird das Gesamtrauschen bei allen Frequenzen durch den Rauschbeitrag des SQUID-Aufbaus dominiert, was zu einer fast zehnfachen Degradierung der Energieauflösung im Vergleich zu einer rauschfreien Auslesung des metallischen magnetischen Kalorimeters führt. Für eine gewünschte Energieauflösung  $\Delta E_{\text{FWHM}} < 5 \text{ eV}$  ist eine gekoppelte Energiesensitivität  $\epsilon_{c,w} < 250 h$  erforderlich, während für  $\epsilon_{c,w} < 20 h$  die Energieauflösung  $\Delta E_{\text{FWHM}} < 2 \text{ eV}$  erreicht werden kann. Mithilfe dieser groben Richtwerte kann bei der Entwicklung eines neuartigen, SQUID-basierten Auslesungsverfahrens für den hier beschriebenen Detektor bereits im Vorfeld dessen Energieauflösung abgeschätzt werden, sofern die Einkoppelspule des Sensor-SQUIDs an den Detektor angepasst ist und die Eigenschaften des Detektors, wie beispielsweise dessen Bandbreite oder dessen Betriebstemperatur, durch den SQUID-Aufbau nicht unerwartet stark beeinflusst werden.

### 3. Mikrowellen-SQUID-Multiplexer

Zu Beginn dieses Kapitels wird eine Übersicht über verschiedene Auslesungsmöglichkeiten von großen, auf metallischen magnetischen Kalorimetern basierenden Detektorarrays gegeben und gezeigt, dass deren Auslesung mithilfe eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers einen sehr vielversprechenden Ansatz darstellt. Im Anschluss daran werden die Grundlagen supraleitender, koplanarer  $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren mit induktivem Abschluss sowie nicht-hysteretischer, ungeschunteter rf-SQUIDs dargestellt, welche die zentralen Bestandteile eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers bilden. Schließlich wird die Funktionsweise eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers im Detail erläutert und gezeigt, wie sich einzelne Parameter auf dessen charakteristische Kenngrößen auswirken.

#### 3.1 SQUID-basierte Auslesung sehr großer Detektorarrays

Bei Experimenten, bei denen metallische magnetische Kalorimeter zum Einsatz kommen, erfolgt die Auslesung der Detektoren heutzutage sehr oft über den in Abschnitt 2.3.2 gezeigten, zweistufigen dc-SQUID-Aufbau. Obwohl sich dieses Auslesungsverfahren bislang bei Experimenten mit einer vergleichsweise kleinen Anzahl an Detektoren sehr erfolgreich bewährt hat, ist es für die Auslesung sehr großer Detektorarrays mit vielen Tausenden oder sogar Millionen von Pixeln nicht geeignet. Der Hauptgrund hierfür liegt in der dissipierten Leistung der dc-SQUIDs, welche in der Größenordnung von einigen nW pro Detektorkanal liegen kann [Dru07]. Der Betrieb einer sehr großen Anzahl an zweistufigen dc-SQUID-Aufbauten würde daher zu einer merklichen Erhöhung der Basistemperatur heutzutage verwendeter Kryostate führen, die typischerweise Kühlleistungen von einigen  $10 \mu\text{W}$  bei der Betriebstemperatur von metallischen magnetischen Kalorimetern aufweisen. In diesem Fall könnte somit die Betriebstemperatur metallischer magnetischer Kalorimeter nicht erreicht werden. Erschwerend kommt hinzu, dass die zur Auslesung der Detektoren verwendeten Sensor-SQUIDs in unmittelbarer Nähe der metallischen magnetischen Kalorimeter platziert werden müssen, um parasitäre Induktivitäten im Flusstransformator zu minimieren. Der von den Sensor-SQUIDs verursachte Wärmeeintrag kann dann im Fall von sehr großen Detektorarrays zu einer signifikanten Erhöhung der lokalen Detektortemperatur führen [Kem16b], die sich negativ auf das Auflösungsvermögen auswirkt. Des Weiteren wächst in diesem Fall die Anzahl der für die Auslesung benötigten, elektrischen Leitungen und somit die auf die Kaltstufe des Kryostaten eingebrachte, parasitäre Wärmelast sowie der Arbeitsaufwand für die Installation linear

mit der Anzahl der Detektorkanäle an. Ebenso würde eine simple Vervielfachung aktuell verfügbarer SQUID-Elektroniken sehr hohe Kosten verursachen.

Während es bereits durch den Einsatz von Mikrofabrikationstechniken möglich ist, Tausende Detektorpixel mit fast identischen Eigenschaften zuverlässig herzustellen, hat die Entwicklung eines Auslesungsverfahrens für Detektorarrays, die auf einer sehr großen Anzahl metallischer magnetischer Kalorimeter basieren, erst vor Kurzem begonnen. Die Detektoren aktuell durchgeführter Experimente werden daher mithilfe zweistufiger dc-SQUID-Aufbauten ausgelesen und verwenden nur eine kleine Anzahl an Auslesungskanälen [Gam16, Hen17, Gas17]. Um allerdings Experimente mit sehr großen Detektorarrays, zum Beispiel für bildgebende Messungen oder sehr hohe Zählraten, zu ermöglichen, wird zurzeit intensiv an der Etablierung eines geeigneten Multiplexverfahrens für metallische magnetische Kalorimeter gearbeitet.

SQUID-basierte Multiplexverfahren, die grundsätzlich auch für die Auslesung metallischer magnetischer Kalorimeter anwendbar sind, wurden bereits erfolgreich für andere Tieftemperatur-Detektoren entwickelt. So wird beispielsweise ein Zeitmultiplexverfahren zur Auslesung von supraleitenden Phasenübergangs-Detektoren eingesetzt [Bey08, Bey09], dessen Grundprinzip darin besteht, die einzelnen SQUIDs eines SQUID-Serienarrays zeitlich nacheinander zu betreiben und auszulesen. Um dies zu realisieren, ist parallel zu jedem SQUID ein supraleitender Schalter geschaltet, der über eine Raumtemperaturelektronik individuell geöffnet und geschlossen werden kann. Sind alle Schalter geschlossen und wird der Aufbau mit einem konstanten Betriebsstrom versorgt, so fließt der Strom über die Schalter und damit an den SQUIDs vorbei. Dementsprechend ist in dieser Situation kein Spannungsabfall über dem Aufbau messbar. Wird nun ein Schalter geöffnet, so fließt der von außen eingepreßte Betriebsstrom durch das zugehörige SQUID und es stellt sich ein endlicher Spannungsabfall über dem Aufbau ein, dessen Wert vom magnetischen Fluss durch das SQUID und damit vom Detektorsignal abhängt. Werden nun die supraleitenden Schalter nacheinander für jeweils eine kurze Zeitdauer geöffnet und danach wieder geschlossen, so werden alle SQUIDs innerhalb einer Auslesungsperiode nacheinander für jeweils einen kurzen Zeitraum betrieben. Das über dem SQUID-Serienarray abfallende Spannungssignal, das durch den Spannungsabfall über dem jeweils aktiven SQUID verursacht wird, kann schließlich über eine Elektronik bei Raumtemperatur ausgelesen werden.

Mit dieser Auslesungstechnik ist es grundsätzlich möglich, die durch die Sensor-SQUIDs verursachte Leistungsdissipation pro Detektorkanal zu verringern sowie durch eine geschickte Leitungsführung die Anzahl der erforderlichen elektrischen Verbindungen pro Detektorkanal deutlich zu reduzieren. Allerdings ist die Energiesensitivität eines solchen SQUID-Aufbaus mit insgesamt  $N$  Kanälen um den Faktor  $N$  erhöht [Irw02]. Für supraleitende Phasenübergangs-Detektoren kann diese Erhö-

hung durch eine stärkere Gegeninduktivität zwischen dem Sensor-SQUID und der Einkoppelpule kompensiert werden. Hierzu wird die Induktivität der Einkoppelpule vergrößert. Bei metallischen magnetischen Kalorimetern würde sich eine Erhöhung der Induktivität der Einkoppelpule jedoch negativ auf den Transferkoeffizienten des supraleitenden Flusstransformators auswirken, wie anhand der Gleichung 2.4 in Abschnitt 2.4 abgeleitet werden kann. Bereits bei einem mittelgroßen Array, das beispielsweise aus  $N = 16$  Detektoren besteht, würde die erhöhte Energiesensitivität die Energieauflösung des in Abschnitt 2.7 vorgestellten Detektors von  $\Delta E_{\text{FWHM}} = 2.03 \text{ eV}$  auf  $\Delta E_{\text{FWHM}} = 4.64 \text{ eV}$  verschlechtern. Zusätzlich ist die nutzbare Bandbreite jedes Detektors nach dem Nyquist-Shannon-Abtasttheorem [Sha49] auf Frequenzen  $\Delta f_{\text{det}} < f_{\text{sw}}/2N$  beschränkt, wobei  $f_{\text{sw}}$  die Umschaltfrequenz zwischen den einzelnen Kanälen bezeichnet. Während bei einer Umschaltfrequenz  $f_{\text{sw}} = 1 \text{ MHz}$  die Einschränkung der Bandbreite des hier beispielhaft diskutierten Detektorarrays auf  $\Delta f_{\text{det}} \leq 30 \text{ kHz}$  eine nur sehr geringe Auswirkung auf die Energieauflösung hat [Ban12], wird das zeitliche Auflösungsvermögen stark eingeschränkt und somit das zeitliche Trennen von sehr schnell aufeinander folgenden Signalen erschwert. Während dieses Verfahren daher eine sinnvolle Alternative zur Auslesung kleinerer Detektorarrays darstellt, lässt es sich für eine sehr große Anzahl an Detektoren nur mit sehr starken Einschränkungen einsetzen.

Ein weiteres, bereits eingesetztes Auslesungsverfahren für Tieftemperatur-Detektoren stellt das Codemultiplexverfahren dar, dessen Grundprinzip darin besteht, die Signale unterschiedlicher Detektoren mit einem orthogonalen Bitmuster zu codieren [Irw10, Nie10]. Das Aufprägen des Bitmusters kann hierbei über wohldefinierte, zeitlich versetzte Polaritätsänderungen des Detektorsignals innerhalb einer Auslesungsperiode erfolgen. Da die Änderung der Signalpolarität direkt an den Tieftemperatur-Detektoren mithilfe von einzeln ansteuerbaren, supraleitenden Schaltern erfolgen kann, können mehrere Detektoren durch ein einzelnes Sensor-SQUID ausgelesen werden. Nach der Auslesung des SQUID-Signals, das die Überlagerung aller codierten Detektorsignale beinhaltet, können die einzelnen Signale anhand ihrer bekannten Codierung wieder voneinander getrennt und rekonstruiert werden.

Mithilfe dieser Methode kann ebenfalls eine Reduktion der erforderlichen elektrischen Leitungen zwischen der Auslesungselektronik bei Raumtemperatur und der Experimentierplattform des Kryostaten sowie eine Verringerung der Wärmedissipation pro Detektorkanal erreicht werden. Dennoch stellt auch diese Technik kein geeignetes Auslesungsverfahren für sehr große, auf metallischen magnetischen Kalorimetern basierende Detektorarrays dar. Der Hauptgrund hierfür ist, dass jeder Umschaltvorgang der supraleitenden Schalter, die sich bei der Auslesung metallischer magnetischer Kalorimeter direkt im Schaltkreis des supraleitenden Flusstransformators befinden, eine induzierte Spannung über der Einkoppelpule des Sensor-SQUIDs mit der In-

duktivität  $L_{\text{in}}$  verursacht. Dieser Spannungsabfall führt zu einem im zeitlichen Mittel proportionalen Stromfluss durch die Spule, dessen Stärke mithilfe eines zur Einkoppelspule seriell verschalteten, scheinbaren Widerstands  $R_{\text{sw}} = L_{\text{in}}/\tau_{\text{d}}$  des Schalters beschrieben werden kann, wobei  $\tau_{\text{d}}$  die mittlere Dauer zwischen zwei Umschaltvorgängen bezeichnet [Irw10]. Dieser scheinbare Widerstand ergibt zusammen mit der Einkoppelspule des SQUIDs und der Detektionsspule des Detektors einen elektrischen Hochpass, der die Bandbreite des metallischen magnetischen Kalorimeters bei der Auslesung eines mittelgroßen Detektorarrays auf typischerweise  $\Delta f_{\text{det}} \gtrsim 50$  Hz reduziert [Ban12] und daher zu einer merklichen Erniedrigung der Energieauflösung führt. Für ein kleineres Detektorarray, bei dem die Änderung der Signalpolarität langsamer erfolgen kann und somit die Auswirkungen des elektrischen Hochpasses auf die Energieauflösung der Detektoren vernachlässigbar klein ist, stellt allerdings auch diese Methode eine sinnvolle Alternative gegenüber der einkanaligen Detektorauslesung dar.

Ein sehr vielversprechender Ansatz, bei dem die verfügbare Bandbreite sowie die Energieauflösung der einzelnen Detektoren nicht von der Gesamtzahl der Detektorkanäle abhängen, ähnelt dem Auslesungsprinzip kinetischer Induktivitätsdetektoren [Day03, Bas12], das sich zusätzlich durch eine äußerst geringe Leistungsdissipation mit typischerweise wenigen Pikowatt pro Detektor kanal auszeichnet. Das Grundprinzip des sogenannten Mikrowellen-SQUID-Multiplexers besteht hierbei darin, jedem Detektor kanal ein eindeutiges, schmales Frequenzband eines für das System insgesamt zur Verfügung stehenden Frequenzbands bereitzustellen. Jedes Frequenzband wird durch ein hochfrequentes Trägersignal definiert, auf das die Signale des jeweils zugehörigen Detektors aufmoduliert werden. Die modulierten Trägersignale werden zu einem breitbandigen Signal gebündelt und simultan über eine einzelne Leitung übertragen. Für den Betrieb des Multiplexers sind demnach nur zwei Koaxialkabel erforderlich, über die die Trägersignale einerseits zum Multiplexer gesendet sowie das gebündelte Signal vom Multiplexer zur Raumtemperaturelektronik übertragen werden. Mithilfe der Elektronik bei Raumtemperatur können die Trägersignale wieder voneinander getrennt und die Signale aller Detektor kanäle durch ein Demodulationsverfahren rekonstruiert werden. Dies konnte bereits für supraleitende Phasenübergangs-Detektoren erfolgreich gezeigt werden [Irw04, Mat08, Dob17].

### 3.2 Supraleitende, koplanare $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren mit induktivem Abschluss

In diesem Abschnitt wird zunächst auf die Hochfrequenzeigenschaften von Supraleitern eingegangen. Anschließend werden die Grundlagen supraleitender, koplanarer Wellenleiter dargelegt, auf die die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Leitungsre-

sonatoren basieren. Schließlich werden supraleitende, kapazitiv gekoppelte, koplanare  $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren mit induktivem Abschluss diskutiert sowie deren typisches Transmissionsverhalten beschrieben.

### 3.2.1 Hochfrequenzeigenschaften von Supraleitern

Während ein Supraleiter einen verschwindenden Gleichstromwiderstand aufweist und Gleichstrom somit verlustfrei durch einen Supraleiter fließt, besitzt er für Wechselströme mit Kreisfrequenz  $\omega$  eine endliche Oberflächenimpedanz  $Z_S = R_S + i\omega L_S$ , die sich aus einem Oberflächenwiderstand  $R_S$  und einer Oberflächeninduktivität  $L_S$  zusammensetzt. Der Oberflächenwiderstand  $R_S$  resultiert aus der Tatsache, dass Quasiteilchen im Supraleiter durch sich zeitlich ändernde, elektromagnetische Felder nahe der Supraleiteroberfläche beschleunigt werden. Die Quasiteilchen unterliegen hierbei den gleichen Streumechanismen wie Leitungselektronen in normalleitenden Metallen und verursachen daher ohmsche Verluste. Cooper-Paare hingegen unterliegen nicht diesen Streumechanismen und bewegen sich verlustfrei durch einen Supraleiter. Die zur Beschleunigung der Paare benötigte Energie kann daher durch eine Richtungsumkehr der elektromagnetischen Felder wieder komplett zurückerhalten werden. Jedoch können Cooper-Paare wegen ihrer Massenträgheit einer Änderung des elektromagnetischen Feldes nicht instantan, sondern nur zeitverzögert folgen. Beide Effekte können durch eine den Cooper-Paaren zugehörige, kinetische Induktivität  $L_{\text{kin}}$  berücksichtigt werden. Die Oberflächeninduktivität  $L_S = L_m + L_{\text{kin}}$  eines Supraleiters setzt sich daher nicht nur aus dem magnetischen Induktivitätsbeitrag  $L_m$ , sondern zusätzlich aus einem kinetischen Induktivitätsanteil  $L_{\text{kin}}$  zusammen. Für sehr tiefe Temperaturen  $T \ll T_c$ , das heißt weit unterhalb der kritischen Temperatur  $T_c$  des Supraleiters, wird die Oberflächenimpedanz  $Z_S$  hauptsächlich durch die Oberflächeninduktivität  $L_S$  bestimmt, da die Anzahl der Quasiteilchen in einem Supraleiter exponentiell mit sinkender Temperatur abnimmt und daher die resistiven Verluste  $R_S$  vernachlässigbar sind.

Der Oberflächenwiderstand  $R_S$  lässt sich ebenso wie die Oberflächeninduktivität  $L_S$  auf die komplexe Leitfähigkeit des Supraleiters

$$\sigma_S(\omega, T) = \sigma_1(\omega, T) - i\sigma_2(\omega, T) \quad (3.1)$$

zurückführen [Glo57]. Das Verhältnis zwischen dem Realteil  $\sigma_1$  beziehungsweise dem Imaginärteil  $\sigma_2$  und der Leitfähigkeit  $\sigma_n$  des Supraleiters im normalleitenden Zustand kann im Rahmen der Mattis-Bardeen-Theorie bestimmt werden [Mat58]. Im Fall von kleinen Kreisfrequenzen  $\omega < 2\Delta(T)/\hbar$ , bei denen ein Aufbrechen der Cooper-Paare mit der Bindungsenergie  $2\Delta(T)$  durch ein einzelnes Photon nicht möglich ist, kann die komplexe Leitfähigkeit für einen Supraleiter durch die Zusammenhänge

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_n} = \frac{2}{\hbar\omega} \int_{\Delta(T)}^{\infty} \frac{[f(\epsilon) - f(\epsilon - \hbar\omega)] [\epsilon^2 + \Delta^2(T) + \hbar\omega\epsilon]}{\sqrt{\epsilon^2 - \Delta^2(T)} \sqrt{[\epsilon + \hbar\omega]^2 - \Delta^2(T)}} d\epsilon \quad (3.2)$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_n} = \frac{1}{\hbar\omega} \int_{\Delta(T) - \hbar\omega}^{\Delta(T)} \frac{[1 - 2f(\epsilon - \hbar\omega)] [\epsilon^2 + \Delta^2(T) + \hbar\omega\epsilon]}{\sqrt{\Delta^2(T) - \epsilon^2} \sqrt{[\epsilon + \hbar\omega]^2 - \Delta^2(T)}} d\epsilon \quad (3.3)$$

berechnet werden [Mat58]. Hierbei bezeichnen  $\hbar = 1.05 \cdot 10^{-34}$  Js das reduzierte Plancksche Wirkungsquantum und  $f(x) = \left(1 + e^{x/k_B T}\right)^{-1}$  die Fermi-Dirac-Verteilung. Die Ausdrücke, die sich für die Oberflächenimpedanz  $Z_S$  ergeben, unterscheiden sich abhängig davon, welche Werte die charakteristischen Längenskalen des Supraleiters annehmen. Bei diesen charakteristischen Größen handelt es sich um die mittlere freie Weglänge der Elektronen  $l_e$ , die magnetische Eindringtiefe  $\lambda$  sowie die Kohärenzlänge  $\xi_0$ . Für eine schmutzige, supraleitende Dünnschicht der Dicke  $d$ , deren mittlere freie Weglänge  $l_e$  deutlich kleiner als die Kohärenzlänge  $\xi_0$  ist, kann für die Oberflächenimpedanz der Ausdruck

$$Z_S = \sqrt{\frac{i\omega\mu_0}{\sigma_1 - i\sigma_2}} \coth\left(d\sqrt{i\omega\mu_0(\sigma_1 - i\sigma_2)}\right) \quad (3.4)$$

abgeleitet werden [Kau78].

Im Grenzfall  $\sigma_2 \gg \sigma_1$ , der für sehr tiefe Temperaturen  $T \ll T_c$  erreicht wird, gelten die vereinfachten Ausdrücke [Bar09]

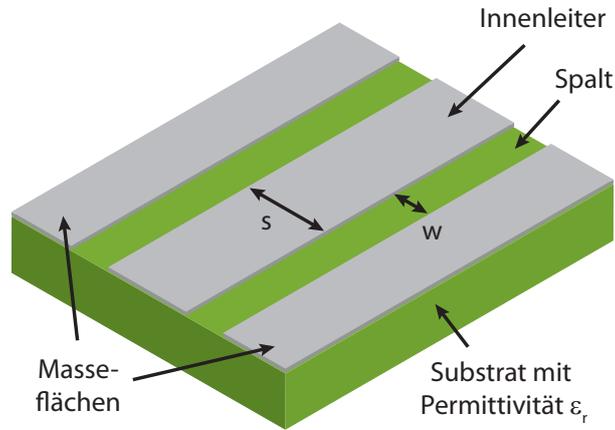
$$R_S = \mu_0 \lambda_{\text{eff}} \omega \beta \frac{\sigma_1}{2\sigma_2} \quad (3.5)$$

$$L_S = \mu_0 \lambda_{\text{eff}}. \quad (3.6)$$

Hierbei bezeichnet  $\lambda_{\text{eff}} = \lambda \coth(d/\lambda)$  die effektive magnetische Eindringtiefe, die berücksichtigt, dass die magnetische Eindringtiefe einer Dünnschicht mit der Dicke  $d$  im Vergleich zur Eindringtiefe

$$\lambda = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \omega \sigma_2}} \quad (3.7)$$

für Vollmaterial größere Werte annimmt. Der in Gleichung 3.5 auftretende Parameter  $\beta = 1 + \frac{2d/\lambda}{\sinh(2d/\lambda)}$  nimmt für sehr dünne Schichten, das heißt für  $d \rightarrow 0$ , den Wert  $\beta \approx 2$  an, während für einen unendlich ausgedehnten Supraleiter  $\beta = 1$  gilt.



**Abbildung 3.1:** Schematische Darstellung eines koplanaren Wellenleiters, dessen Innenleiter der Breite  $s$  von zwei parallel verlaufenden Masseflächen im Abstand  $w$  umgeben ist und der auf einem Substrat mit der Permittivität  $\epsilon_r$  aufgebracht ist.

### 3.2.2 Supraleitende, koplanare Wellenleiter

Wie in Abbildung 3.1 gezeigt ist, besteht ein koplanarer Wellenleiter aus einem metallischen Innenleiter mit der Breite  $s$ , der von zwei dazu parallelen Masseflächen im Abstand  $w$  umgeben ist und auf einem Substrat mit der Permittivität  $\epsilon_r$  strukturiert ist. Auf dem Wellenleiter erfolgt die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in der TEM-Mode, bei der der Wellenvektor  $\mathbf{k}$ , das elektrische Feld  $\mathbf{E}$  und das magnetische Feld  $\mathbf{B}$  orthogonal zueinander stehen.

Der magnetische Induktivitätsbelag  $L'_m$  und der Kapazitätsbelag  $C'$  eines koplanaren Wellenleiters mit der Dicke  $d$  können mithilfe konformer Abbildungen berechnet werden [Gao08a]. Die Leitungsbeläge lassen sich anhand der zwei Parameter  $k_x = u_1(x)/u_2(x)$  und  $k'_x = \sqrt{1 - k_x^2}$  bestimmen, die sich über die beiden Geometriefaktoren

$$u_1(x) = \frac{s}{2} + \frac{x}{\pi} \left[ 1 + 3 \ln(2) - \ln\left(\frac{4x}{\pi s}\right) + \ln\left(\frac{w}{s+w}\right) \right] \quad (3.8)$$

$$u_2(x) = \frac{s}{2k} - \frac{x}{\pi} \left[ 1 + 3 \ln(2) - \ln\left(\frac{4xk}{\pi s}\right) + \ln\left(\frac{w}{s+w}\right) \right] \quad (3.9)$$

berechnen lassen, wobei der Parameter  $x$  den Abstand zwischen einer zum Substrat parallelen Ebene und der Substratoberfläche und  $k = s/(s + 2w)$  die relative Innenleiterbreite des koplanaren Wellenleiters bezeichnet. Für den magnetischen Induktivitätsbelag und für den Kapazitätsbelag gelten die Zusammenhänge [Gao08a]

$$L'_m = \frac{\mu_0 K(k'_{x=d/2})}{4 K(k_{x=d/2})} \quad (3.10)$$

$$C' = 2\epsilon_0 \frac{K(k_{x=d})}{K(k'_{x=d})} + 2\epsilon_0 \epsilon_r \frac{K(k_{x=0})}{K(k'_{x=0})}, \quad (3.11)$$

wobei  $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$  As/Vm die Permittivität des Vakuums und  $K(x)$  das vollständige elliptische Integral erster Art bezeichnen. Der ebenfalls zur Gesamtinduktivität beitragende, kinetische Induktivitätsbelag  $L'_{\text{kin}}$  kann für den Fall  $d < 0.05s$  und  $k < 0.8$  anhand der beiden Geometriefaktoren

$$g_c = \frac{1}{4s(1-k^2)K^2(k)} \left[ \pi + \ln \left( \frac{4\pi s}{d} \right) - k \ln \left( \frac{1+k}{1-k} \right) \right] \quad (3.12)$$

$$g_g = \frac{k}{4s(1-k^2)K^2(k)} \left[ \pi + \ln \left( \frac{4\pi s}{kd} \right) - \frac{1}{k} \ln \left( \frac{1+k}{1-k} \right) \right] \quad (3.13)$$

bestimmt werden [Col92]. Während der Geometriefaktor  $g_c$  den Beitrag des Innenleiters zur kinetischen Induktivität berücksichtigt, gibt die Größe  $g_g$  den kinetischen Anteil der Masseflächen wieder. Somit gilt für den kinetischen Induktivitätsbelag

$$L'_{\text{kin}} = (g_c + g_g) \mu_0 \lambda_{\text{eff}} \quad (3.14)$$

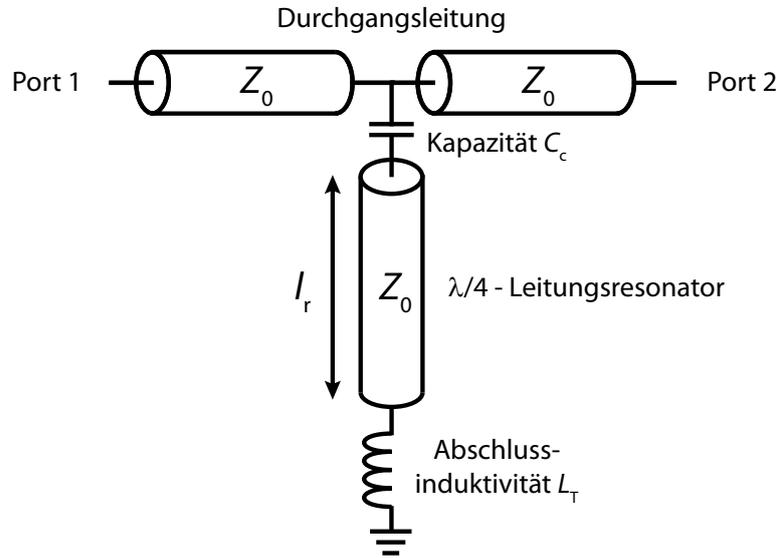
und für die charakteristische Impedanz des Wellenleiters

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L'_m + L'_{\text{kin}}}{C'}}. \quad (3.15)$$

### 3.2.3 Koplanare $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren mit induktivem Abschluss

Ein koplanarer  $\lambda/4$ -Leitungsresonator besteht aus einem koplanaren Wellenleiter, der ein offenes Ende besitzt und dessen anderes Ende kurzgeschlossen ist. Auf dieser koplanaren Leitung kann sich eine stehende elektromagnetische Welle ausbilden, sofern die Resonanzbedingung  $l_r = (2n - 1) \lambda/4$  mit  $n \in \mathbb{N}$  erfüllt ist, wobei  $l_r$  die Länge der Leitung,  $\lambda$  die Wellenlänge und  $n$  die Modenzahl darstellen. Die Resonanzfrequenz der Grundmode des Resonators

$$f_0 = \frac{1}{4l_r \sqrt{L' C'}} \quad (3.16)$$



**Abbildung 3.2:** Schematische Darstellung eines koplanaren  $\lambda/4$ -Leitungsresonators mit der charakteristischen Impedanz  $Z_0$ , der mithilfe der Kapazität  $C_c$  kapazitiv an eine Durchgangsleitung mit der charakteristischen Impedanz  $Z_0$  gekoppelt ist und mit einer verlustfreien Induktivität  $L_T$  abgeschlossen ist.

ist abhängig vom Induktivitätsbelag  $L'$  und vom Kapazitätsbelag  $C'$  der Koplantarleitung und lässt sich durch die Anpassung der Länge  $l_r$  über einen weiten Frequenzbereich einstellen. In der Grundmode beträgt die Länge des Resonators genau ein Viertel der Wellenlänge  $\lambda$ .

Für einen Mikrowellen-SQUID-Multiplexer werden heutzutage in der Regel supraleitende Resonatoren verwendet, da diese bei sehr tiefen Temperaturen  $T \ll T_c$  einen verschwindenden Oberflächenwiderstand  $R_S$  aufweisen und daher nur äußerst geringe intrinsische Verluste verursachen. In diesem Fall bestehen der Innenleiter und die Masseflächen der Koplantarleitung aus einem supraleitenden Material. Bei der Berechnung der Resonanzfrequenz des Resonators muss in diesem Fall zusätzlich zum magnetischen Induktivitätsbeitrag  $L'_m$  die in Abschnitt 3.2.1 eingeführte kinetische Induktivität  $L'_{kin}$  des Supraleiters berücksichtigt werden:

$$f_0 = \frac{1}{4l_r \sqrt{(L'_m + L'_{kin}) C'}}. \quad (3.17)$$

Abbildung 3.2 zeigt die schematische Darstellung eines koplanaren  $\lambda/4$ -Leitungsresonators mit der charakteristischen Impedanz  $Z_0$ , der an einem Ende mithilfe einer Kapazität  $C_c$  kapazitiv an eine koplanare Durchgangsleitung, ebenfalls mit der charakteristischen Impedanz  $Z_0$ , gekoppelt ist und am anderen Ende mit einer ver-

lustfreien Induktivität  $L_T$  abgeschlossen ist. Die Kopplung an die Durchgangsleitung dient der Auslesung des Resonators, indem beispielsweise die Transmission zwischen Port 1 und Port 2 gemessen wird. An den induktiven Abschluss können weitere Elemente induktiv angekoppelt werden, wie beispielsweise im Falle eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers ein nicht-hysteretisches, ungeschuntetes rf-SQUID.

Für die Herleitung des Streuparameters  $S_{21}$ , der die Vorwärtstransmission der Durchgangsleitung zwischen Port 1 und Port 2 in Abbildung 3.2 beschreibt, wird ein supraleitender, koplanarer  $\lambda/4$ -Leitungsresonator mit Abschlussinduktivität  $L_T$  betrachtet, bei dem die Kopplung an die Durchgangsleitung zunächst vernachlässigt wird. Mit der Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi f$  ergibt sich für die Eingangsimpedanz dieses Leiters der Ausdruck [Col92]

$$Z_{\text{in}} = Z_0 \frac{i\omega L_T + Z_0 \tanh(\gamma l_r)}{Z_0 + i\omega L_T \tanh(\gamma l_r)}. \quad (3.18)$$

Hierbei bezeichnet  $\gamma = \alpha + i\beta$  die komplexe Übertragungskonstante, die sich aus der Dämpfungskonstante  $\alpha$  und der Phasenkonstante  $\beta = \omega \left[ (L'_m + L'_{\text{kin}}) C' \right]^{1/2}$  zusammensetzt. Wird des Weiteren die kapazitive Kopplung des Resonators an die Durchgangsleitung berücksichtigt, so folgt für die Gesamtimpedanz des belasteten Resonators der Zusammenhang

$$Z = \frac{1}{i\omega C_c} + Z_0 \frac{i\omega L_T + Z_0 \tanh(\gamma l_r)}{Z_0 + i\omega L_T \tanh(\gamma l_r)}. \quad (3.19)$$

Mithilfe der Relation  $S_{21} = 2/(2 + Z_0/Z)$  [Poz98] lässt sich nahe der Resonanzfrequenz  $f_r$  schließlich der Streuparameter

$$S_{21}(f) = \frac{S_{21}^{\text{min}} + 2iQ_1 \frac{f-f_r}{f_r}}{1 + 2iQ_1 \frac{f-f_r}{f_r}} \quad (3.20)$$

herleiten [Bar09]. Unter der Annahme, dass die Impedanzen der Kopplungskapazität und der Abschlussinduktivität klein gegenüber der charakteristischen Impedanz des Resonators sind, das heißt für  $\omega_0 C_c Z_0 \ll 1$  und  $\omega_0 L_T \ll Z_0$ , findet man für die Resonanzfrequenz des Resonators den Ausdruck [Mat11]

$$f_r = \frac{f_0}{1 + 4f_0 (C_c Z_0 + L_T/Z_0)}. \quad (3.21)$$

Die in Gleichung 3.20 auftretende Größe  $S_{21}^{\text{min}} = Q_i/Q_o$  stellt den Wert der Transmission auf Resonanz dar, das heißt für  $f = f_r$ , der gleichzeitig auch dem minimalen Wert der Transmission entspricht. Dieser Wert hängt von der intrinsischen Güte  $Q_i$

und der belasteten Güte  $Q_1$  des Resonators ab. Die belastete Güte  $Q_1$  wiederum ist ein Maß für die im Resonator gespeicherte Energie bezogen auf den gesamten Energieverlust pro Periode  $\omega$  und ergibt sich anhand der Gleichung

$$\frac{1}{Q_1} = \frac{1}{Q_i} + \frac{1}{Q_c} \quad (3.22)$$

aus der intrinsischen Güte  $Q_i$  und der Kopplungsgüte  $Q_c$ . Während die Kopplungsgüte

$$Q_c = \frac{\pi}{2Z_0^2(\omega_r C_c)^2} \quad (3.23)$$

den verlustfreien Austausch von Energie zwischen der Durchgangsleitung und dem belasteten Resonator beschreibt [Mat11], berücksichtigt die intrinsische Güte  $Q_i$  dissipative Verluste innerhalb des Resonators, bei denen es sich um Strahlungsverluste  $1/Q_{\text{rad}}$  [Maz05], dielektrische Verluste  $1/Q_{\text{TLS}}$  [Gao08b] sowie Quasiteilchenverluste  $1/Q_{\text{MB}}$  handelt, wobei bei letzterem Verlustmechanismus im Rahmen der Mattis-Bardeen-Theorie gezeigt werden kann, dass dieser für sehr tiefe Temperaturen  $T \ll T_c$  verschwindend gering ist.

Für den Betrieb eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers sind Resonatoren mit einer möglichst hohen, intrinsischen Güte  $Q_i \rightarrow \infty$  wünschenswert. Dies führt einerseits zu einem sehr geringen Wärmeeintrag pro Detektorkanal. Andererseits entspricht in diesem Fall die belastete Güte ungefähr der Kopplungsgüte, weshalb die Bandbreite des Resonators

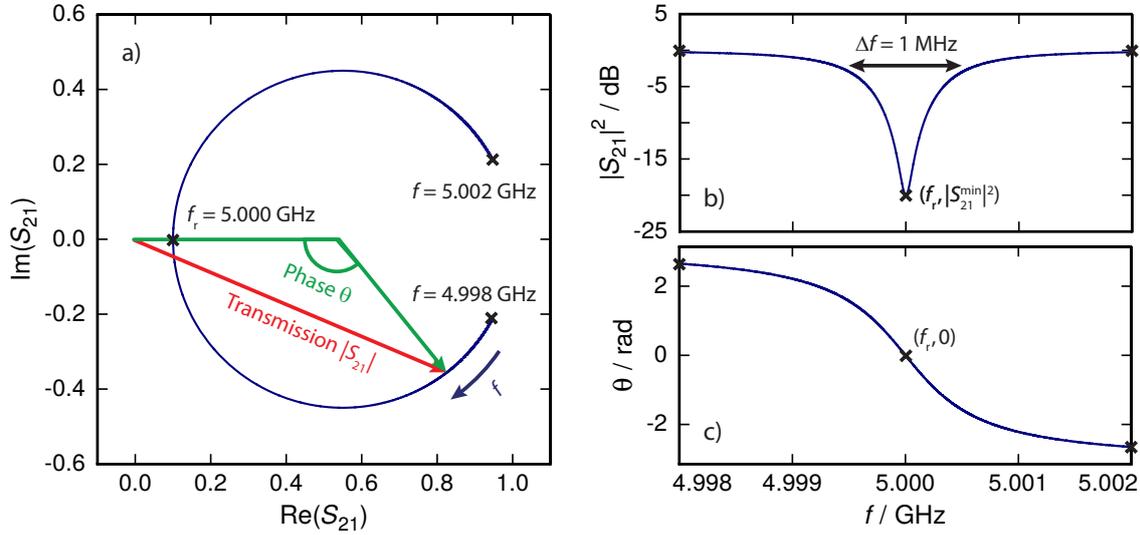
$$\Delta f = \frac{f_r}{Q_1} \approx \frac{f_r}{Q_c} \quad (3.24)$$

über den Wert der Kopplungskapazität  $C_c$  eingestellt werden kann. Direkt mit der Bandbreite des Resonators ist dessen Einschwingzeit

$$\tau_{\text{res}} = \frac{1}{\pi \Delta f} \quad (3.25)$$

verknüpft, die das Zeitintervall für den Einschwingvorgang des Resonators darstellt.

Abbildung 3.3 zeigt typische Darstellungsmöglichkeiten einer mithilfe von Gleichung 3.20 berechneten Resonanzkurve eines beispielhaft gewählten koplanaren  $\lambda/4$ -Leitungsresonators mit der Resonanzfrequenz  $f_r = 5$  GHz, der intrinsischen Güte  $Q_i = 50\,000$  und der belasteten Güte  $Q_1 = 5\,000$ . Die Bandbreite des Resonators beträgt mit diesen Werten  $\Delta f = 1$  MHz. In Abbildung 3.3 a) erfolgt die Darstellung der Resonanzkurve in der komplexen Ebene, wobei die Achsen den Realteil  $\text{Re}(S_{21})$  und den Imaginärteil



**Abbildung 3.3:** Verschiedene Darstellungen einer beispielhaften Resonanzkurve eines koplanaren  $\lambda/4$ -Leitungsresonators, der kapazitiv an eine Durchgangsleitung gekoppelt ist **a)** in der komplexen Ebene sowie **b)** deren Transmissionsverhalten und **c)** deren Phasenverlauf.

$\text{Im}(S_{21})$  des Streuparameters  $S_{21}$  darstellen. Der darin befindliche Resonanzkreis besitzt den Mittelpunkt  $(x_c, 0)$  mit  $x_c = (S_{21}^{\min} + 1)/2$  und eine offene Stelle am Punkt  $(1, 0)$ , an den sich die Enden des offenen Kreises für Frequenzen  $f \rightarrow \pm\infty$  annähern. Gegenüber dieses Punktes befindet sich der Resonanzpunkt mit den Koordinaten  $(S_{21}^{\min}, 0)$ , der über die Bedingung  $\text{Im}(S_{21}) = 0$  definiert ist. Der in Abbildung 3.3 b) dargestellte Betrag der Vorwärtstransmission  $|S_{21}|^2$  und die in Abbildung 3.3 c) gezeigte Phase  $\theta$  ergeben sich aus den Beziehungen

$$|S_{21}|^2 = [\text{Re}(S_{21})]^2 + [\text{Im}(S_{21})]^2 \quad (3.26)$$

$$\tan \theta = \frac{\text{Im}(S_{21})}{x_c - \text{Re}(S_{21})}. \quad (3.27)$$

Der Betrag der Transmission durchläuft auf Resonanz am Punkt  $(f_r, |S_{21}^{\min}|^2)$  sein Minimum, während dort die Änderung der Phase maximal wird. Das Minimum der Transmissionsamplitude ergibt sich aus dem Quotienten der belasteten Güte  $Q_1$  und der intrinsischen Güte  $Q_i$  und beträgt somit  $|S_{21}^{\min}| = 0.1$  beziehungsweise  $|S_{21}^{\min}|^2 = -20$  dB. Zusätzlich ist die 3 dB-Bandbreite des Resonators in Abbildung 3.3 b) eingezeichnet.

Wie anhand der Abbildung 3.3 b) zu erkennen ist, kann eine elektromagnetische

Welle für Frequenzen  $f \rightarrow \pm\infty$  nahezu unbeeinflusst auf der Durchgangsleitung von Port 1 nach Port 2 verlaufen. Für Frequenzen  $f \approx f_r$  in der Nähe der Resonanzfrequenz wird hingegen ein Großteil der Welle durch den Resonator reflektiert. Auf Resonanz beträgt die Leistung der stehenden Welle im Resonator

$$P_{\text{res}} = \frac{2 Q_1^2}{\pi Q_c} P_{\text{rf}}, \quad (3.28)$$

wobei  $P_{\text{rf}}$  die Leistung des Auslesungssignals auf der Durchgangsleitung bezeichnet [Bar09]. Die Amplitude des Stroms durch die Abschlussinduktivität lässt sich auf Resonanz schließlich durch den Zusammenhang

$$I_{\text{T}} = \sqrt{\frac{8 Q_1^2 P_{\text{rf}}}{\pi Q_c Z_0}} \quad (3.29)$$

ausdrücken [Kem12].

### 3.3 Nicht-hysteretische, ungeschuntete rf-SQUIDs

Bei einem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer erfolgt die Modulation der hochfrequenten Trägersignale mithilfe der nichtlinearen Induktivität eines Josephson-Kontakts beziehungsweise durch nicht-hysteretische, ungeschuntete rf-SQUIDs. Im ersten Teil dieses Abschnitts wird ein Ausdruck für die Induktivität eines Josephson-Kontakts hergeleitet. Anschließend wird auf die Funktionsweise eines nicht-hysteretischen, ungeschunteten rf-SQUIDs eingegangen.

#### 3.3.1 Die nichtlineare Induktivität eines Josephson-Kontakts

Ein Josephson-Kontakt besteht aus zwei Supraleitern, die schwach miteinander gekoppelt sind. Die schwache Kopplung kann beispielsweise durch eine sehr dünne, isolierende Schicht zwischen den beiden Supraleitern erreicht werden. Ist diese Schicht hinreichend klein, so überlappen die makroskopischen Wellenfunktionen beider Supraleiter und Cooper-Paare können ohne den Verlust ihrer Kohärenz durch die Barriere tunneln. Fließt ein extern eingepprägter Strom durch den Josephson-Kontakt, der kleiner als der kritische Strom  $I_c$  des Josephson-Kontakts ist, so wird der gesamte Strom  $I_S$  durch Cooper-Paare getragen. Über dem Josephson-Kontakt stellt sich eine Phasendifferenz  $\phi$  ein, die sich aus dem Zusammenhang

$$I_S = I_c \sin(\phi) \quad (3.30)$$

gemäß der ersten Josephson-Gleichung ergibt [Jos62] und die mithilfe der Phasendifferenz  $\varphi_2 - \varphi_1$  beider supraleitender Elektroden und des magnetischen Vektorpotentials  $\mathbf{A}(\mathbf{r})$  in der Tunnelbarriere des Josephson-Kontakts ausgedrückt werden kann:

$$\phi = \varphi_2 - \varphi_1 - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_1^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}) d\mathbf{l}. \quad (3.31)$$

Die zweite Josephson-Gleichung

$$\dot{\phi} = \frac{2\pi}{\Phi_0} V \quad (3.32)$$

verknüpft die zeitliche Änderung der Phasendifferenz  $\dot{\phi}$  mit der über dem Josephson-Kontakt abfallenden Spannung  $V$  [Jos62].

Für Wechselströme, deren Amplitude  $I_S$  kleiner als der kritische Strom  $I_c$  des Josephson-Kontakts ist, führt die durch die Stromänderung  $\dot{I}_S$  hervorgerufene, zeitliche Änderung der Phasendifferenz  $\dot{\phi}$  nach den Gleichungen 3.30 und 3.32 zu einem Spannungsabfall

$$V = \frac{\Phi_0}{2\pi I_c \cos(\phi)} \dot{I}_S \quad (3.33)$$

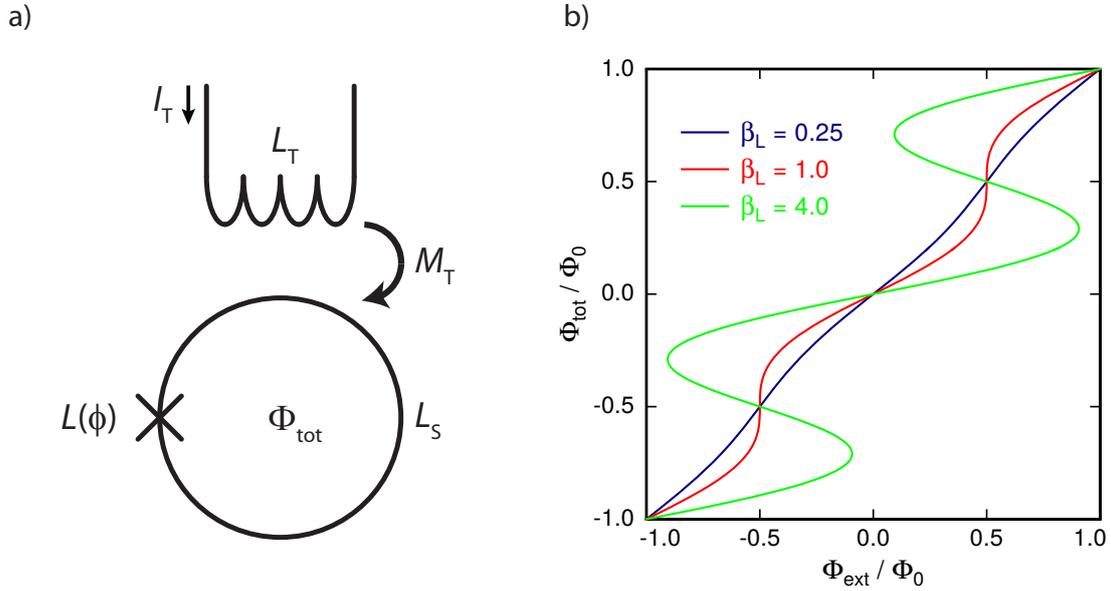
über dem Josephson-Kontakt. Der Zusammenhang zwischen der in dieser Gleichung auftretenden Änderung des Stroms  $\dot{I}_S$  und der abfallenden Spannung  $V$  kann durch die Einführung einer dem Josephson-Kontakt zugeordneten, nichtlinearen Induktivität

$$L(\phi) = \frac{\Phi_0}{2\pi I_c \cos(\phi)} = \frac{L_J}{\cos(\phi)} \quad (3.34)$$

beschrieben werden, welche auch negative Werte annehmen kann [Jos64].

### 3.3.2 Grundlagen nicht-hysteretischer, ungeschunteter rf-SQUIDs

Wie in Abbildung 3.4 a) dargestellt ist, besteht ein nicht-hysteretisches, ungeschuntetes rf-SQUID aus einem supraleitenden Ring mit der Induktivität  $L_S$ , der durch einen einzelnen Josephson-Kontakt unterbrochen ist. Die Beschreibung des Josephson-Kontakts erfolgt hierbei, wie im vorigen Abschnitt ausführlich erläutert worden ist, mithilfe der Josephson-Induktivität  $L(\phi)$ . Ferner ist in der Abbildung eine Spule mit



**Abbildung 3.4:** a) Ersatzschaltbild eines nicht-hysteretischen, ungeschunteten rf-SQUIDs mit der Induktivität  $L_S$ , das über die Gegeninduktivität  $M_T$  an eine Spule mit der Induktivität  $L_T$  gekoppelt ist sowie b) Abhängigkeit des magnetischen Gesamtflusses  $\Phi_{\text{tot}}$  durch das rf-SQUID von dem externen magnetischen Fluss  $\Phi_{\text{ext}}$  für verschiedene Werte des Abschirmparameters  $\beta_L$ .

der Induktivität  $L_T$  eingezeichnet, die mit der Stärke  $M_T$  induktiv an die SQUID-Schleife gekoppelt ist.

Der Verlauf der Phase der Wellenfunktion über dem rf-SQUID ergibt sich aus der in Gleichung 3.31 auftretenden Phasendifferenz  $\varphi_2 - \varphi_1$  beider supraleitender Elektroden (1) und der Phasenänderung entlang des supraleitenden Rings (2). Erfolgt eine Integration der Phase entlang eines geschlossenen Integrationspfads über dem kompletten rf-SQUID und wird berücksichtigt, dass die gesamte Phasenänderung quantisiert ist und somit nur Vielfache von  $2\pi$  betragen kann, so ergibt sich der Ausdruck

$$\left[ \phi + \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_1^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}) d\mathbf{l} \right]_{(1)} + \left[ \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_2^1 \mathbf{A}(\mathbf{r}) d\mathbf{l} \right]_{(2)} = \phi + \frac{2\pi\Phi_{\text{tot}}}{\Phi_0} = 2\pi n \quad (3.35)$$

mit  $n \in \mathbb{Z}$ , wonach die Phasendifferenz  $\phi$  über dem Josephson-Kontakt vom magnetischen Gesamtfluss  $\Phi_{\text{tot}}$  durch das rf-SQUID abhängt. Infolgedessen ist nach Gleichung 3.30 der durch die SQUID-Schleife fließende Suprastrom

$$I_S = -I_c \sin\left(2\pi \frac{\Phi_{\text{tot}}}{\Phi_0}\right) \quad (3.36)$$

ebenfalls eine vom magnetischen Gesamtfluss  $\Phi_{\text{tot}}$  abhängige Größe. Der magnetische Gesamtfluss  $\Phi_{\text{tot}} = \Phi_{\text{ext}} + \Phi_{\text{scr}}$  besteht dabei aus zwei Beiträgen. Während der externe magnetische Fluss  $\Phi_{\text{ext}} = M_T I_T$  beispielsweise mithilfe eines Stroms mit der Amplitude  $I_T$  durch die Spule mit der Induktivität  $L_T$  erzeugt werden kann, bezeichnet  $\Phi_{\text{scr}} = L_S I_S$  den durch den Abschirmstrom  $I_S$  induzierten Flussanteil. Durch die Einführung der normierten magnetischen Flüsse  $\varphi_{\text{tot}} = 2\pi\Phi_{\text{tot}}/\Phi_0$  und  $\varphi_{\text{ext}} = 2\pi\Phi_{\text{ext}}/\Phi_0$  lässt sich die magnetische Flussbilanz im rf-SQUID durch den Zusammenhang

$$\varphi_{\text{tot}} = \varphi_{\text{ext}} - \beta_L \sin(\varphi_{\text{tot}}) \quad (3.37)$$

ausdrücken, wobei  $\beta_L = 2\pi L_S I_c / \Phi_0 = L_S / L_J$  als Abschirmparameter des rf-SQUIDs bezeichnet wird und das Verhältnis aus der SQUID-Induktivität  $L_S$  und der Induktivität  $L_J$  des Josephson-Kontakts darstellt.

Das Verhalten eines rf-SQUIDs hängt stark von dessen Abschirmparameter  $\beta_L$  ab. In Abbildung 3.4 b) ist die Auswirkung unterschiedlich großer Abschirmparameter  $\beta_L$  auf die Flussbilanz im rf-SQUID gezeigt. Wie zu erkennen ist, besteht für kleine Abschirmparameter  $\beta_L \leq 1$  ein eindeutiger Zusammenhang zwischen dem externen Fluss  $\varphi_{\text{ext}}$  und dem Gesamtfluss  $\varphi_{\text{tot}}$  durch das rf-SQUID. In diesem Fall wird das rf-SQUID als nicht-hysteretisch bezeichnet. Ist hingegen die SQUID-Induktivität  $L_S$  größer als die Josephson-Induktivität  $L_J$ , so ist der Zusammenhang zwischen dem externen Fluss  $\varphi_{\text{ext}}$  und dem Gesamtfluss  $\varphi_{\text{tot}}$  nicht mehr eindeutig, da zu einem Wert des externen Flusses  $\varphi_{\text{ext}}$  mehrere Werte des Gesamtflusses  $\varphi_{\text{tot}}$  gehören. Dies führt in der Praxis zu einem hysteretischen Verhalten des rf-SQUIDs.

Ein rf-SQUID lässt sich sowohl im hysteretischen als auch im nicht-hysteretischen Modus betreiben [Ryh89, Cla04]. In beiden Fällen wird das rf-SQUID an einen Resonator, wie beispielsweise einen  $LC$ -Schwingkreis oder einen supraleitenden, koplaren  $\lambda/4$ -Leitungsresonator, gekoppelt, um das rf-SQUID mit einem Wechselstrom zu betreiben. Im hysteretischen Modus, also für die Bedingung  $\beta_L > 1$ , treten Übergänge zwischen verschiedenen Flusszuständen  $\varphi_{\text{tot}}$  aufgrund des nicht eindeutigen Zusammenhangs zwischen dem externen Fluss  $\varphi_{\text{ext}}$  und dem Gesamtfluss  $\varphi_{\text{tot}}$  auf. Diese Übergänge führen zu einer Leistungsdissipation im rf-SQUID, die periodisch vom Gesamtfluss  $\varphi_{\text{tot}}$  abhängt und zu einer Modulation der belasteten Güte  $Q_I(\varphi_{\text{tot}})$  des Resonators führt. Im Falle eines nicht-hysteretischen rf-SQUIDs mit  $\beta_L < 1$  führt die periodische Änderung der nichtlinearen Josephson-Induktivität

$$L(\varphi_{\text{tot}}) = \frac{\Phi_0}{2\pi I_c \cos(\varphi_{\text{tot}})} \quad (3.38)$$

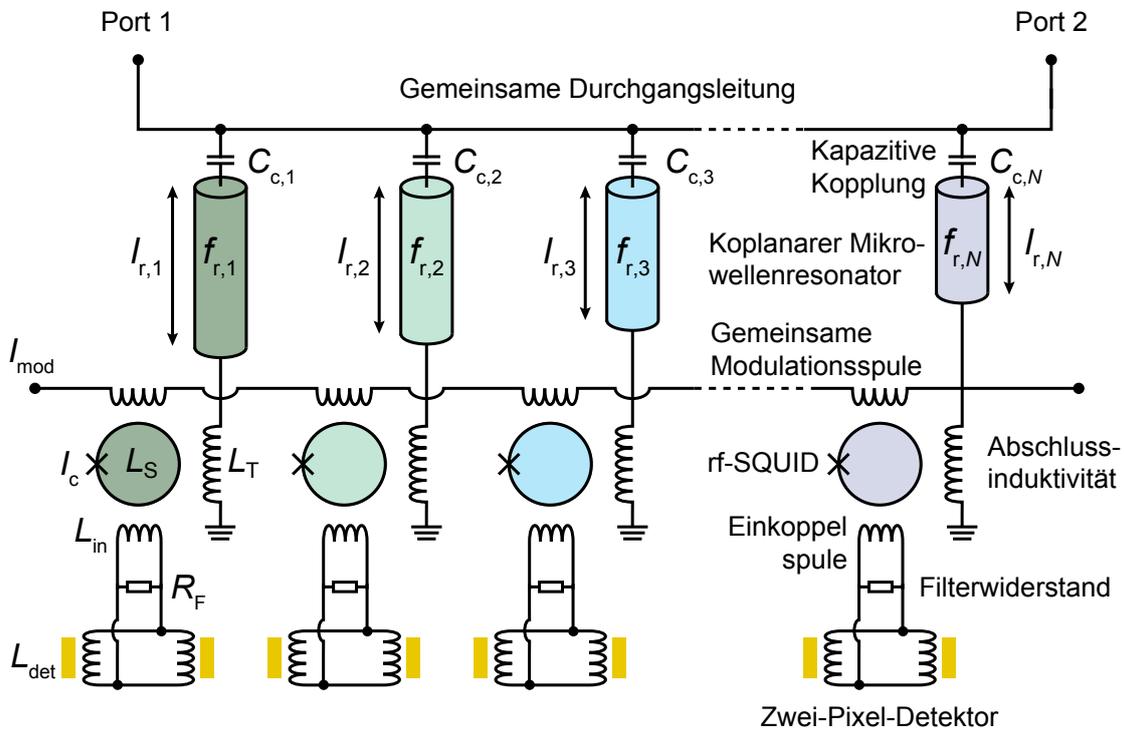
zu einer Verschiebung der Resonanzfrequenz  $f_r(\varphi_{\text{tot}})$  des Resonators, wobei das rf-SQUID in diesem Fall als quasi-dissipationslos betrachtet werden kann.

### 3.4 Grundlagen eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers

Nachdem in den vergangenen Abschnitten die wesentlichen Eigenschaften von supraleitenden, koplanaren  $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren sowie von nicht-hysteretischen, ungeschunteten rf-SQUIDs diskutiert wurden, werden in diesem Abschnitt die Grundlagen des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers erläutert. Hierbei wird zunächst allgemein das Funktionsprinzip eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers beschrieben. Anschließend wird das im Rahmen dieser Arbeit weiterentwickelte Multiplexer-Modell im Detail vorgestellt sowie diskutiert, wie sich verschiedene Kenngrößen eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers auf dessen charakteristische Kennlinien auswirken.

#### 3.4.1 Funktionsprinzip eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers

Abbildung 3.5 zeigt eine schematische Darstellung eines auf metallischen magnetischen Kalorimetern basierenden Detektorarrays, das mithilfe eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers ausgelesen wird. Wie zu erkennen ist, besteht jeder der  $N$  Auslesungskanäle des Multiplexers aus einem supraleitenden, koplanaren, induktiv abgeschlossenen  $\lambda/4$ -Leitungsresonator, an dessen Abschlussinduktivität  $L_T$  ein nicht-hysteretisches, ungeschuntetes rf-SQUID induktiv gekoppelt ist. Der  $i$ -te Resonator besitzt die Länge  $l_{r,i}$  und ist kapazitiv mit der Kopplungskapazität  $C_{c,i}$  an eine gemeinsame Durchgangsleitung gekoppelt. Die Länge  $l_{r,i}$  bestimmt die Resonanzfrequenz des Resonators und wird jeweils so eingestellt, dass alle Resonatoren eindeutig anhand ihrer Resonanzfrequenz unterschieden werden können. Mithilfe der Kopplungskapazität  $C_{c,i}$  kann ferner die Bandbreite des Resonators festgelegt werden, wie in Abschnitt 3.2.3 gezeigt worden ist. Jedes rf-SQUID besteht aus einer supraleitenden Leiterschleife mit Induktivität  $L_S$ , die durch einen Josephson-Kontakt mit dem kritischen Strom  $I_c$  unterbrochen ist. Ferner ist eine Einkoppelspule mit Induktivität  $L_{\text{in}}$  induktiv an das rf-SQUID gekoppelt. Die Einkoppelspule bildet gemeinsam mit den beiden Detektionsspulen des Detektors, die jeweils die Induktivität  $L_{\text{det}}$  aufweisen und induktiv an den paramagnetischen Temperatursensor gekoppelt sind, einen supraleitenden Flusstransformator. Auf die Bedeutung des im Flusstransformator befindlichen Filterwiderstands  $R_F$  wird in Abschnitt 3.4.4 eingegangen. In der Abbildung ist weiterhin eine gemeinsame Modulationsspule eingezeichnet, die induktiv

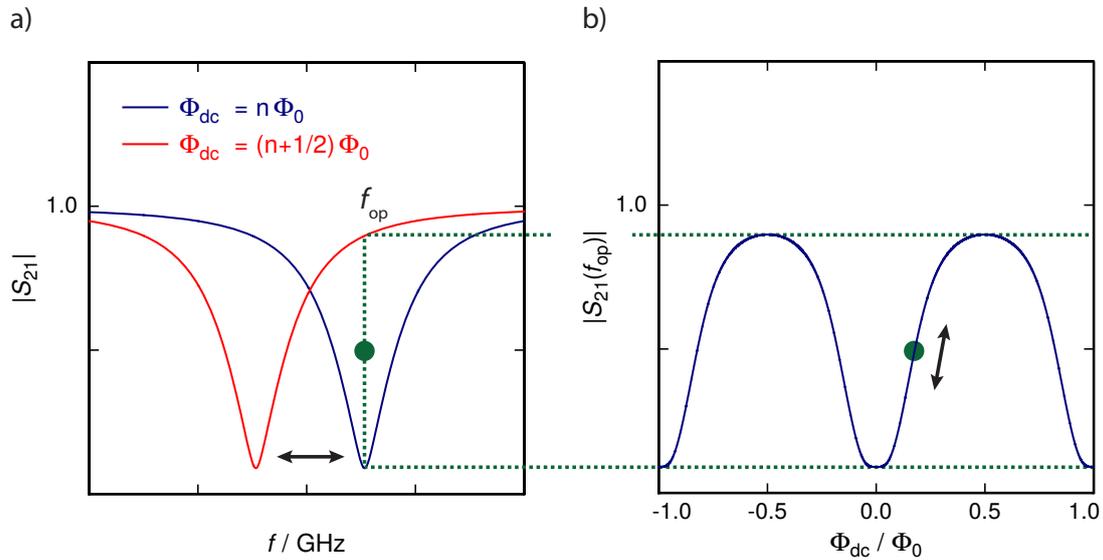


**Abbildung 3.5:** Schematische Darstellung eines auf metallischen magnetischen Kalorimetern basierenden Detektorarrays, das mithilfe eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers ausgelesen wird. Jeder Detektor besteht aus zwei Detektionsspulen, die parallel zur Einkoppelspule des zugehörigen nicht-hysteretischen, ungeschunteten rf-SQUIDS geschaltet sind. Die paramagnetischen Temperatursensoren sowie die Teilchenabsorber sind als gelbe Box angedeutet, die jeweils induktiv an die Detektionsspule gekoppelt ist.

an alle rf-SQUIDS des Multiplexers gekoppelt ist und die mithilfe eines durch die Modulationsspule getriebenen Stroms  $I_{\text{mod}}$  eine simultane Änderung des magnetischen Flusses  $\Phi_{\text{ext}}$  in allen rf-SQUIDS erlaubt.

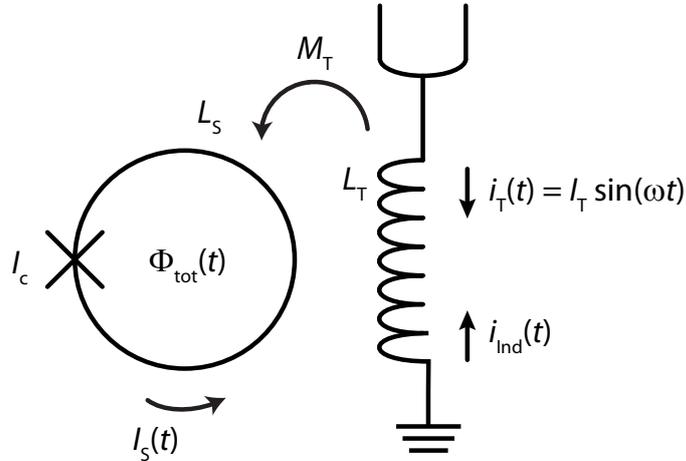
Ein nicht-hysteretisches, ungeschuntetes rf-SQUID kann aufgrund der nichtlinearen Induktivität eines Josephson-Kontakts als flussabhängige Induktivität aufgefasst werden (siehe Gleichung 3.38). Aus diesem Grund führt die Kopplung des rf-SQUIDS an den Detektor dazu, dass die Induktivität des rf-SQUIDS vom Zustand des Detektors abhängt. Da das rf-SQUID induktiv an die Abschlussinduktivität des Resonators gekoppelt ist, überträgt sich diese Flussabhängigkeit ebenso auf die Resonanzfrequenz des Resonators. Somit kann die Messung des Zustands eines der in Abbildung 3.5 dargestellten Detektoren durch die Bestimmung der Resonanzfrequenz des zugehörigen Resonators erfolgen.

Die Bestimmung der Resonanzfrequenz eines Resonators kann beispielsweise durch



**Abbildung 3.6:** Veranschaulichung des in dieser Arbeit angewandten Auslesungsverfahrens eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers, bei dem der Resonator durch ein Auslesungssignal mit fest gewählter Frequenz  $f_{\text{op}}$  und konstanter Leistung angeregt und durch die Messung der Transmission  $|S_{21}(\Phi_{\text{dc}}, f_{\text{op}})|$  der Flusszustand  $\Phi_{\text{dc}}$  des rf-SQUIDs bestimmt wird. **a)** Veranschaulichung der Resonanzkurven für die Grenzfälle  $\Phi_{\text{dc}} = n\Phi_0$  und  $\Phi_{\text{dc}} = (n + 1/2)\Phi_0$  sowie **b)** die resultierende Kennlinie, die sich aus der Transmission  $|S_{21}(\Phi_{\text{dc}}, f_{\text{op}})|$  des Auslesungssignals ergibt, wenn der magnetische Fluss  $\Phi_{\text{dc}}$  durch das rf-SQUID variiert wird.

die Messung der Resonanzkurve mithilfe eines vektoriellen Netzwerkanalysators erfolgen. Dieses Verfahren dauert jedoch vergleichsweise lang und würde daher die Zeitauflösung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers stark einschränken. Ein hierzu alternatives Auslesungsverfahren, welches in dieser Arbeit angewandt wurde, besteht darin, den Resonator durch ein hochfrequentes Auslesungssignal mit fester Frequenz  $f_{\text{op}}$  sowie konstanter Leistung anzuregen und gleichzeitig die Transmission  $|S_{21}(f_{\text{op}})|$  des durch die Durchgangsleitung verlaufenden Signals zwischen Port 1 und Port 2 zu messen. Das Prinzip dieses Auslesungsverfahrens ist in den Abbildungen 3.6 a) und b) verdeutlicht. In Abbildung 3.6 a) ist beispielhaft die Transmission  $|S_{21}(f)|$  eines beliebigen Kanals eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers für zwei verschiedene Werte des extern eingepprägten magnetischen Flusses  $\Phi_{\text{dc}}$  durch das rf-SQUID dargestellt. Wie zu erkennen ist und bereits weiter oben beschrieben wurde, hängt die Resonanzfrequenz  $f_r(\Phi_{\text{dc}})$  des Resonators vom Flusszustand des an die Abschlussinduktivität gekoppelten rf-SQUIDs ab. Die beiden gezeigten Kurven entsprechen hierbei den Grenzfällen  $\Phi_{\text{dc}} = n\Phi_0$  und  $\Phi_{\text{dc}} = (n + 1/2)\Phi_0$ , bei denen die Resonanzfrequenz des Resonators maximal beziehungsweise minimal ist. Ebenfalls dargestellt ist die gewählte Frequenz  $f_{\text{op}}$  des Auslesungssignals. Aufgrund der Flussabhängigkeit der



**Abbildung 3.7:** Schematische Darstellung eines nicht-hysteretischen, ungeschunteten rf-SQUIDs, das induktiv an die Abschlussinduktivität eines supraleitenden, induktiv abgeschlossenen  $\lambda/4$ -Leitungsresonators gekoppelt ist.

Resonanzfrequenz  $f_r(\Phi_{dc})$  weist das transmittierte Auslesungssignal  $|S_{21}(\Phi_{dc}, f_{op})|$  ebenfalls eine Abhängigkeit vom magnetischen Fluss  $\Phi_{dc}$  auf, wie in Abbildung 3.6 b) zu erkennen ist. Somit besteht das Prinzip dieses Auslesungsverfahrens darin, ein Detektorsignal in eine Änderung der Transmission des Auslesungssignals zu übersetzen. Wird nun gleichzeitig jeder einzelne Resonator durch ein an den Resonator angepasstes Auslesungssignal angeregt und die Transmission aller Auslesungssignale zwischen Port 1 und Port 2 simultan gemessen, so können alle an den Mikrowellen-SQUID-Multiplexer gekoppelten Detektoren zeitgleich und zeitkontinuierlich ausgelesen werden.

Die bereits oben beschriebene Funktionsweise eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers soll nun anhand der schematischen Darstellung in Abbildung 3.7 im Detail erläutert werden. In dieser Abbildung ist ein nicht-hysteretisches, ungeschuntetes rf-SQUID mit der Induktivität  $L_S$  und dem kritischen Strom  $I_c$  gezeigt, das mit der Gegeninduktivität  $M_T$  induktiv an den induktiven Abschluss  $L_T$  eines supraleitenden, koplanaren  $\lambda/4$ -Leitungsresonators gekoppelt ist. Der magnetische Gesamtfluss  $\Phi_{tot}(t)$  durch die SQUID-Spule setzt sich aus dem extern erzeugten, quasi-statischen Fluss  $\Phi_{ext}$ , dem durch den Anregungsstrom im Resonator  $i_T(t) = I_T \sin(\omega t)$  erzeugten, hochfrequenten Fluss  $\Phi_{rf} \sin(\omega t) = M_T I_T \sin(\omega t)$  sowie dem durch Abschirmströme verursachte Fluss  $\Phi_{scr}(\Phi_{ext}, \Phi_{rf} \sin(\omega t))$  zusammen. Die Abschirmströme resultieren hierbei aus der Erhaltung des magnetischen Flusses in der SQUID-Schleife. Durch die Einführung der normierten magnetischen Flüsse  $\varphi_{ext} = 2\pi\Phi_{ext}/\Phi_0$  und  $\varphi_{rf} = 2\pi M_T I_T/\Phi_0$  sowie des Zusammenhangs  $\varphi_{scr}(t) = 2\pi L_S I_S(t)/\Phi_0 = \beta_L I_S(t)/I_c$  lässt sich der Strom-

fluss durch das rf-SQUID nach Gleichung 3.36 durch den Zusammenhang

$$I_S(t) = -I_c \sin \left( \varphi_{\text{ext}} + \varphi_{\text{rf}} \sin(\omega t) + \beta_L \frac{I_S(t)}{I_c} \right) \quad (3.39)$$

ausdrücken, wobei die Amplitude  $I_T$  des hochfrequenten Anregungsstroms auf Resonanz durch Gleichung 3.29 gegeben ist. Aufgrund der induktiven Kopplung zwischen der Abschlussinduktivität  $L_T$  und dem rf-SQUID, die durch die Gegeninduktivität  $M_T$  quantifiziert wird, führt der Abschirmstrom  $I_S(t)$  im rf-SQUID zu einem Spannungsabfall  $u_{\text{ind}}(t) = -M_T dI_S(t)/dt$  über der Abschlussinduktivität  $L_T$ , wodurch in der Abschlussinduktivität unter Berücksichtigung deren Impedanz  $Z_T = i\omega L_T$  der Strom

$$i_{\text{ind}}(t) = -\frac{M_T}{i\omega L_T} \frac{dI_S(t)}{dt} \quad (3.40)$$

induziert wird.

Der Gesamtstrom  $i_{\text{tot}}(t) = i_T(t) + i_{\text{ind}}(t)$  in der Abschlussinduktivität setzt sich somit aus dem Anregungsstrom  $i_T(t) = I_T \sin(\omega t)$  und dem vom rf-SQUID induzierten Strom  $i_{\text{ind}}(t)$  zusammen. Die Überlagerung dieser beiden Ströme zu dem Gesamtstrom  $i_{\text{tot}}(t)$  lässt sich durch die Einführung einer effektiven Induktivität  $L_{T,\text{eff}}$  berücksichtigen. Besitzen der Anregungsstrom  $i_T(t)$  und der induzierte Strom  $i_{\text{ind}}(t)$  die gleiche Phase, so lässt sich die effektive Induktivität durch

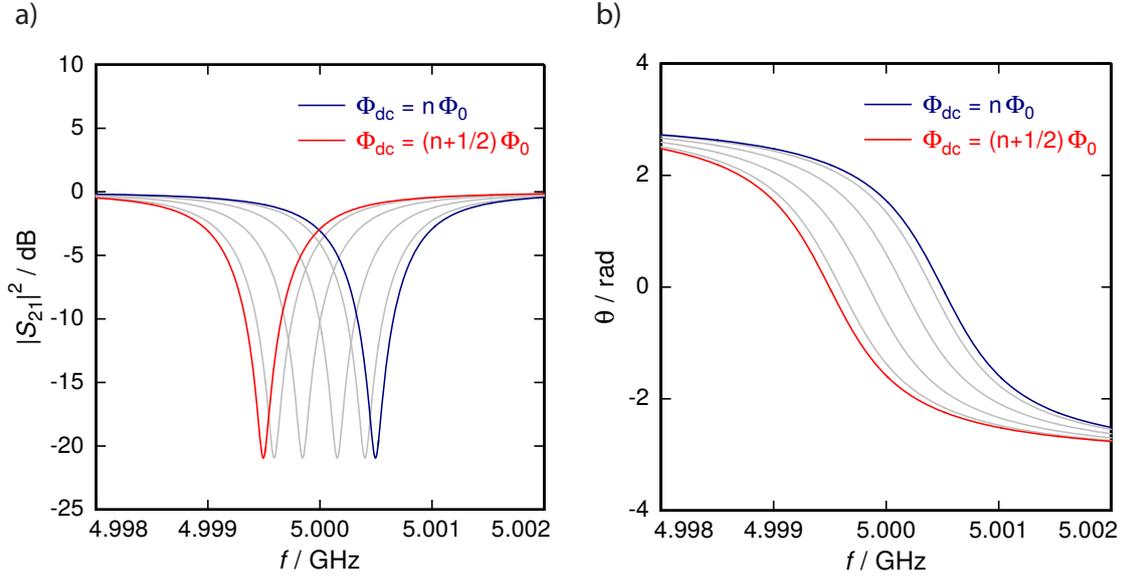
$$L_{T,\text{eff}} = L_T \frac{i_{\text{tot}}(t)}{i_T(t)} = L_T \left( 1 + \frac{i_{\text{ind}}(t)}{i_T(t)} \right) \quad (3.41)$$

berechnen. Wie sich im weiteren Verlauf dieses Kapitels zeigen wird, hängt die effektive Induktivität  $L_{T,\text{eff}}$  vom magnetischen Flussanteil  $\varphi_{\text{dc}}$ , der sich aus dem quasi-statischen extern eingepprägten Fluss  $\varphi_{\text{ext}}$  sowie dem magnetischen Fluss des dazu gehörigen, quasi-statischen Anteils des Abschirmstroms  $I_S(t)$  ergibt, sowie von der Amplitude  $\varphi_{\text{rf}}$  des zur Auslesung verwendeten Flusssignals ab. Infolgedessen weisen daher gemäß den Gleichungen 3.19 und 3.21 die Gesamtimpedanz und somit auch die Resonanzfrequenz des Resonators eine magnetische Flussabhängigkeit auf, die durch die beiden Ausdrücke

$$Z(\varphi_{\text{dc}}, \varphi_{\text{rf}}) = \frac{1}{i\omega C_c} + Z_0 \frac{i\omega L_{T,\text{eff}}(\varphi_{\text{dc}}, \varphi_{\text{rf}}) + Z_0 \tanh(\gamma l_r)}{Z_0 + i\omega L_{T,\text{eff}}(\varphi_{\text{dc}}, \varphi_{\text{rf}}) \tanh(\gamma l_r)} \quad (3.42)$$

$$f_r(\varphi_{\text{dc}}, \varphi_{\text{rf}}) = \frac{f_0}{1 + 4f_0 (C_c Z_0 + L_{T,\text{eff}}(\varphi_{\text{dc}}, \varphi_{\text{rf}})/Z_0)} \quad (3.43)$$

gegeben ist.



**Abbildung 3.8:** Die Frequenzabhängigkeit **a)** der Transmission  $|S_{21}(f)|^2$  und **b)** der Phase  $\theta(f)$  eines Resonators für verschiedene, extern eingeprägte magnetische Flüsse  $\Phi_{\text{dc}}$  durch das an die Abschlussinduktivität des Resonators gekoppelte rf-SQUID bei einer vernachlässigbar geringen magnetischen Flussamplitude  $\varphi_{\text{rf}} \rightarrow 0$ . Den Kurven liegen hierbei die Parameter  $f_{\text{T}}(\Phi_0/4) = 5 \text{ GHz}$ ,  $\Delta f = 1 \text{ MHz}$ ,  $M_{\text{T}}^2/L_{\text{S}} = 25 \text{ pH}$ ,  $Z_0 = 50 \Omega$  und  $\beta_{\text{L}} = 0.01$  zugrunde. Die in Grau dargestellten Kurven zwischen diesen beiden Grenzfällen ergeben sich durch eine lineare Änderung des magnetischen Flusses  $\Phi_{\text{dc}}$  um jeweils  $0.1 \Phi_0$ .

### Vernachlässigbare Leistung des Auslesungssignals: $\varphi_{\text{rf}} \rightarrow 0$

Ist die Leistung des Auslesungssignals eines Kanals eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers und daher die Flussamplitude  $\varphi_{\text{rf}}$  im zugehörigen rf-SQUID sehr klein, so kann in Gleichung 3.39 der Term  $\varphi_{\text{rf}} \sin(\omega t)$  vernachlässigt werden. Mithilfe von Gleichung 3.40 ergibt sich in diesem Fall für den induzierten Strom  $i_{\text{ind}}(t)$  in der Abschlussinduktivität der Ausdruck (siehe Anhang 8.1.1)

$$i_{\text{ind}}(t) = -\frac{I_{\text{c}}\varphi_{\text{rf}}M_{\text{T}}}{L_{\text{T}}} \frac{\cos(\varphi_{\text{dc}})}{1 + \beta_{\text{L}} \cos(\varphi_{\text{dc}})} \sin(\omega t). \quad (3.44)$$

Über Gleichung 3.41 kann dann für die effektive Induktivität

$$L_{\text{T,eff}}(\varphi_{\text{dc}}) = L_{\text{T}} - \frac{M_{\text{T}}^2}{L_{\text{S}}} \frac{\beta_{\text{L}} \cos(\varphi_{\text{dc}})}{1 + \beta_{\text{L}} \cos(\varphi_{\text{dc}})} \quad (3.45)$$

abgeleitet werden. Hierbei bezeichnet  $\varphi_{\text{dc}}$  denjenigen magnetischen Fluss, der sich aus dem extern eingepägten, quasi-konstanten magnetischen Fluss  $\varphi_{\text{ext}}$  und dem

dazugehörigen, durch den quasi-konstanten Anteil des Abschirmstroms  $I_S(t)$  verursachten Flussbeitrag ergibt. Hiermit ergibt sich dann anhand von Gleichung 3.43 die Flussabhängigkeit der Resonanzfrequenz des Resonators

$$f_r(\varphi_{\text{dc}}) \approx f_0 - 4f_0^2 \left( C_c Z_0 + \frac{L_T}{Z_0} - \frac{M_T^2}{Z_0 L_S} \frac{\beta_L \cos(\varphi_{\text{dc}})}{1 + \beta_L \cos(\varphi_{\text{dc}})} \right) \quad (3.46)$$

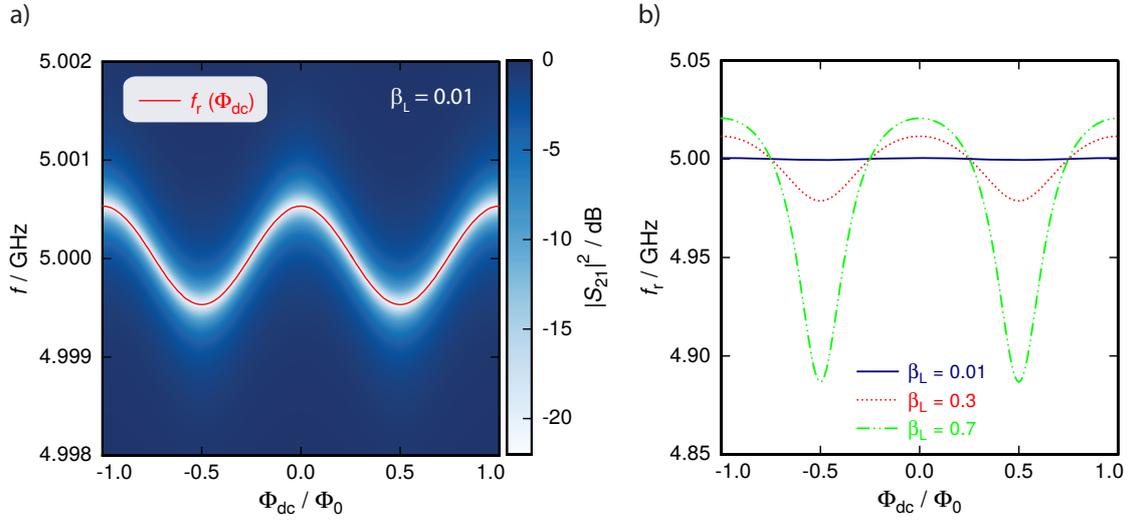
sowie der Spitze-Spitze-Wert der Verschiebung der Resonanzfrequenz

$$\Delta f_r^{\text{max}} \approx \frac{4f_0^2}{Z_0} \frac{M_T^2}{L_S} \frac{2\beta_L}{1 - \beta_L^2}. \quad (3.47)$$

Diese Gleichungen entsprechen hierbei den Ausdrücken, die sich im Rahmen des bisher verwendeten Modells eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers herleiten lassen [Mat11, Kem12].

In den Abbildungen 3.8 a) und b) ist ein Beispiel für die hiermit bestimmte Frequenzabhängigkeit der Transmission  $|S_{21}(f)|^2$  und der Phase  $\theta(f)$  eines Resonators für verschiedene extern eingeprägte Flüsse  $\Phi_{\text{dc}}$  durch das an die Abschlussinduktivität gekoppelte rf-SQUID gezeigt, wobei die hier angenommenen Werte in der Bildunterschrift angegeben sind. Die beiden Grenzfälle  $\Phi_{\text{dc}} = n \Phi_0$  und  $\Phi_{\text{dc}} = (n + 1/2) \Phi_0$ , die die maximale beziehungsweise minimale Resonanzfrequenz aufweisen, sind hierbei farblich hervorgehoben.

In Abbildung 3.9 a) ist der Verlauf der Transmission  $|S_{21}(\Phi_{\text{dc}}, f)|^2$  in Abhängigkeit des magnetischen Flusses  $\Phi_{\text{dc}}$  und der Frequenz  $f$  gezeigt, wobei dem hier gezeigten Schaubild die in der Bildunterschrift von Abbildung 3.8 angegebenen Werte zugrunde liegen. Der durch eine rote Linie dargestellte Verlauf der Resonanzfrequenz  $f_r(\Phi_{\text{dc}})$  als Funktion des magnetischen Flusses  $\Phi_{\text{dc}}$  zeigt einen symmetrischen, kosinusartigen Verlauf, wie es nach Gleichung 3.46 für sehr kleine Abschirmparameter  $\beta_L \rightarrow 0$  zu erwarten ist. Die Auswirkung größerer Werte für den Abschirmparameter  $\beta_L$  auf den Verlauf der Resonanzfrequenz  $f_r(\Phi_{\text{dc}})$  ist in Abbildung 3.9 b) verdeutlicht. Die in Blau dargestellte Flussabhängigkeit der Resonanzfrequenz für  $\beta_L = 0.01$  entspricht hierbei der in Abbildung 3.9 a) gezeigten Kurve. Wie zu erkennen ist, nimmt der Wert der maximalen Resonanzfrequenzverschiebung  $\Delta f_r^{\text{max}}$  mit dem Wert des Abschirmparameters  $\beta_L$  zu. Gleichzeitig ist zu beobachten, dass der Kurvenverlauf eine immer stärker werdende Asymmetrie aufweist, die nach Gleichung 3.47 die maximale Verschiebung der Resonanzfrequenz  $\Delta f_r^{\text{max}}$  für  $\beta_L \rightarrow 1$  schließlich divergieren lässt.



**Abbildung 3.9:** **a)** Beispielhafter Verlauf der Transmission  $|S_{21}(\Phi_{\text{dc}}, f)|^2$  für den Fall, dass die Flussamplitude  $\varphi_{\text{rf}}$  sehr kleine Werte annimmt, das heißt für  $\varphi_{\text{rf}} \rightarrow 0$ . Der hier gewählte Wert für den Abschirmparameter  $\beta_{\text{L}} = 0.01$  führt zu einem kosinusartigen Verlauf der Resonanzfrequenz. **b)** Verlauf der Resonanzfrequenz  $f_{\text{r}}(\Phi_{\text{dc}})$  als Funktion des magnetischen Flusses  $\Phi_{\text{dc}}$  für verschiedene Werte des Abschirmparameters  $\beta_{\text{L}}$ . Höhere Abschirmparameter  $\beta_{\text{L}}$  führen zu einer größeren, maximalen Resonanzfrequenzverschiebung  $\Delta f_{\text{r}}^{\text{max}}$  und gleichzeitig zu einem asymmetrischen Kurvenverlauf. Beiden Abbildungen liegen die in der Bildunterschrift von Abbildung 3.8 angegebenen Werte zugrunde.

### Vernachlässigbare Abschirmströme im rf-SQUID: $\beta_{\text{L}} \rightarrow 0$

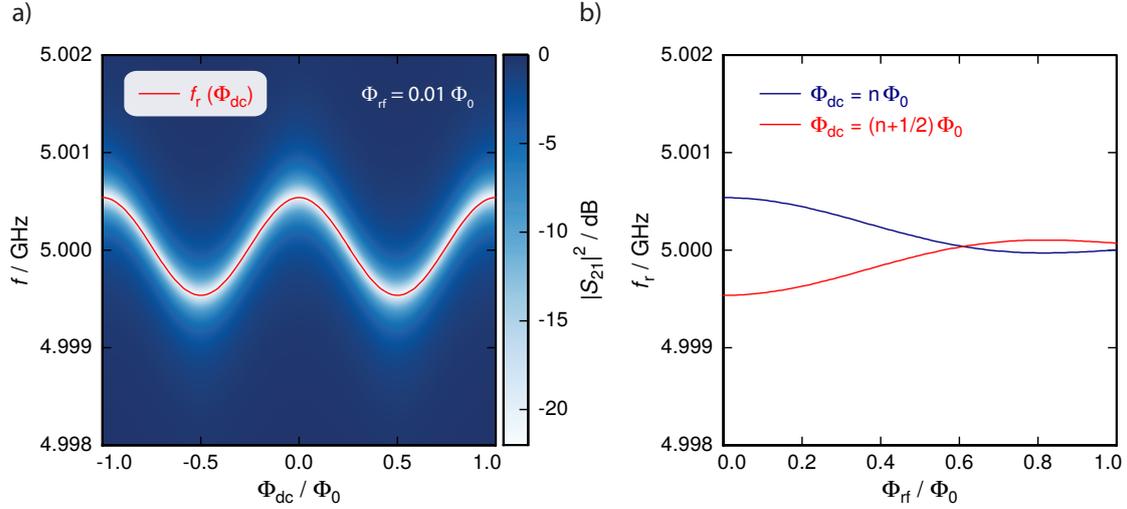
Nimmt der Abschirmparameter  $\beta_{\text{L}}$  des rf-SQUIDs sehr kleine Werte an, so kann in Gleichung 3.39 der durch die Abschirmströme des rf-SQUIDs verursachte magnetische Flussbeitrag  $\beta_{\text{L}} I_{\text{S}}(t)/I_{\text{c}}$  vernachlässigt werden. In diesem Fall kann der im rf-SQUID fließende Strom  $I_{\text{S}}(t)$  in eine Reihe entwickelt werden, die Besselfunktionen erster Gattung enthält (siehe Anhang 8.1.2). Für den induzierten Strom in der Abschlussinduktivität erhält man dann mit  $\varphi_{\text{dc}} \approx \varphi_{\text{ext}}$  den Ausdruck

$$i_{\text{ind}}(t) = -\frac{2I_{\text{c}}M_{\text{T}}}{L_{\text{T}}} \cos(\varphi_{\text{dc}}) J_1(\varphi_{\text{rf}}) \sin(\omega t), \quad (3.48)$$

mit dessen Hilfe die effektive Abschlussinduktivität des Resonators berechnet werden kann:

$$L_{\text{T,eff}}(\varphi_{\text{dc}}, \varphi_{\text{rf}}) = L_{\text{T}} - \frac{M_{\text{T}}^2 \beta_{\text{L}}}{L_{\text{S}}} \frac{2J_1(\varphi_{\text{rf}})}{\varphi_{\text{rf}}} \cos(\varphi_{\text{dc}}). \quad (3.49)$$

Hierbei bezeichnet  $J_1(x)$  die erste Ordnung der Besselfunktionen erster Gattung. Damit erhält man für die Flussabhängigkeit der Resonanzfrequenz den Ausdruck



**Abbildung 3.10:** **a)** Verlauf der Transmission  $|S_{21}(\Phi_{\text{dc}}, f)|^2$  für den Fall, dass der Abschirmparameter  $\beta_{\text{L}}$  einen sehr kleinen Wert annimmt, das heißt für  $\beta_{\text{L}} \rightarrow 0$ . Die hier bewusst sehr klein gewählte magnetische Flussamplitude  $\Phi_{\text{rf}} = 0.01 \Phi_0$  führt dazu, dass die Abbildungen a) und 3.9 a) nahezu identisch sind. **b)** Verlauf der Resonanzfrequenz  $f_r(\Phi_{\text{rf}}, \Phi_{\text{dc}})$  als Funktion des zur Auslesung des rf-SQUIDs verwendeten magnetischen Fluss  $\Phi_{\text{rf}}$  für die beiden Grenzfälle  $\Phi_{\text{dc}} = n \Phi_0$  und  $\Phi_{\text{dc}} = (n + 1/2) \Phi_0$ . Mit Ausnahme der magnetischen Flussamplitude  $\Phi_{\text{rf}}$  wurden für die Darstellung der Kurven die in der Bildunterschrift von Abbildung 3.8 angegebenen Parameter verwendet.

$$f_r(\varphi_{\text{dc}}, \varphi_{\text{rf}}) \approx f_0 - 4f_0^2 \left( C_c Z_0 + \frac{L_{\text{T}}}{Z_0} - \frac{M_{\text{T}}^2 \beta_{\text{L}}}{Z_0 L_{\text{S}}} \frac{2J_1(\varphi_{\text{rf}})}{\varphi_{\text{rf}}} \cos(\varphi_{\text{dc}}) \right) \quad (3.50)$$

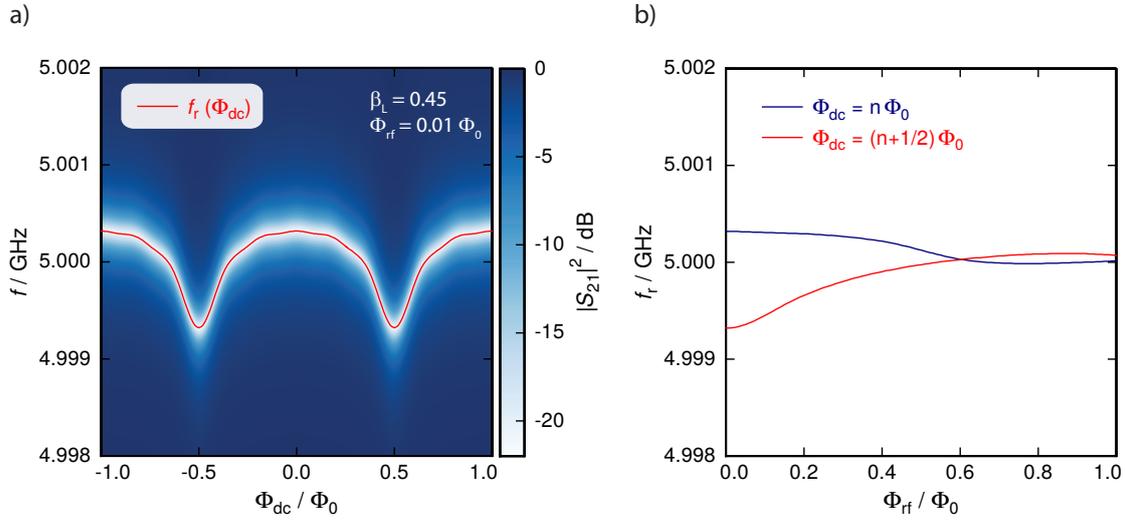
und für den Spitze-Spitze-Wert der Verschiebung der Resonanzfrequenz die Beziehung

$$\Delta f_r^{\text{max}}(\varphi_{\text{rf}}) = \frac{4f_0^2}{Z_0} \frac{M_{\text{T}}^2 \beta_{\text{L}}}{L_{\text{S}}} \frac{4J_1(\varphi_{\text{rf}})}{\varphi_{\text{rf}}}. \quad (3.51)$$

In Abbildung 3.10 a) ist der Verlauf der Transmission  $|S_{21}(\Phi_{\text{dc}}, f)|^2$  in Abhängigkeit des magnetischen Flusses  $\Phi_{\text{dc}}$  und der Frequenz  $f$  für eine sehr kleine magnetische Flussamplitude  $\Phi_{\text{rf}} = 0.01 \Phi_0$  dargestellt, wobei dem hier gezeigten Schaubild die in der Bildunterschrift von Abbildung 3.8 angegebenen Parameter zugrunde liegen. Der Verlauf der Resonanzfrequenz  $f_r(\Phi_{\text{dc}})$ , der in der Abbildung als rote Linie dargestellt ist, zeigt einen symmetrischen, kosinusartigen Verlauf, wie es nach Gleichung 3.50 zu erwarten ist. Aufgrund des Zusammenhangs  $2J_1(\varphi_{\text{rf}})/\varphi_{\text{rf}} \rightarrow 1$  für  $\varphi_{\text{rf}} \rightarrow 0$  entspricht die hier gezeigte Kurve aufgrund der sehr kleinen magnetischen Flussamplitude  $\Phi_{\text{rf}}$  der in Abbildung 3.9 a) gezeigten Situation. Für größer werdende magnetische Flussamplituden  $\Phi_{\text{rf}}$  treten allerdings immer stärkere Abweichungen auf, deren Auswir-

kungen in Abbildung 3.10 b) dargestellt sind. Die hier für die beiden Grenzfälle  $\Phi_{\text{dc}} = n \Phi_0$  und  $\Phi_{\text{dc}} = (n + 1/2) \Phi_0$  dargestellten Verläufe der Resonanzfrequenzen  $f_{\text{r}}(\Phi_{\text{rf}}, \Phi_{\text{dc}})$  zeigen eine Abhängigkeit von der magnetischen Flussamplitude  $\Phi_{\text{rf}}$  und somit von der Leistung des hochfrequenten Signals, das zur Auslesung des Multiplexers verwendet wird. Es zeigt sich insbesondere, dass die maximale Resonanzfrequenzverschiebung  $\Delta f_{\text{r}}^{\text{max}}$  von der verwendeten Leistung des Auslesungssignals abhängt und dass sich die Rolle der Kurven für die Grenzfälle des magnetischen Flusses  $\Phi_{\text{dc}}$  sogar vertauscht, das heißt, dass die Resonanzfrequenz für  $\Phi_{\text{dc}} = (n + 1/2) \Phi_0$  maximal und für  $\Phi_{\text{dc}} = n \Phi_0$  minimal wird.

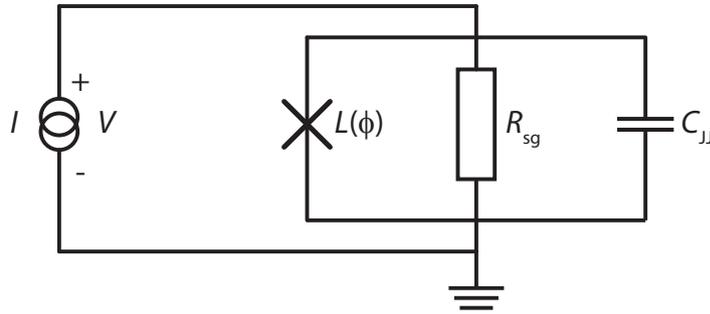
Diese Leistungsabhängigkeit führt zusätzlich zu nichtlinearen Effekten, die einen signifikanten Einfluss auf das Verhalten des Multiplexers und damit auf die Auslesungsstrategie haben, wie im Folgenden gezeigt wird. Da die Amplitude  $I_{\text{T}}$  des Stroms, der durch die Abschlussinduktivität  $L_{\text{T}}$  fließt, bei festem Wert des magnetischen Flusses  $\Phi_{\text{dc}}$  von der Differenz  $\delta f = f_{\text{r}} - f_{\text{op}}$  der Resonanzfrequenz des Resonators und der Frequenz des hochfrequenten Auslesungssignals abhängt, zeigt der Wert des magnetischen Flusses  $\Phi_{\text{rf}}(\delta f)$  eine Frequenzabhängigkeit. Für den Fall  $\delta f = 0$  ist die Flussamplitude  $\Phi_{\text{rf}}$  beispielsweise maximal und für  $\delta f \rightarrow \infty$  verschwindet die Flussamplitude  $\Phi_{\text{rf}}$ . Die Abhängigkeit der Resonanzfrequenz  $f_{\text{r}}(\Phi_{\text{rf}})$  von der Flussamplitude  $\Phi_{\text{rf}}$  führt nun dazu, dass sich die Resonanzfrequenz je nach gewählter Frequenz  $f_{\text{op}}$  des Auslesungssignals ändert. Misst man nun die Resonanzkurve, zum Beispiel mithilfe eines vektoriiellen Netzwerkanalysators, so variiert man systematisch die Frequenzdifferenz  $\delta f$  und damit die Amplitude  $\Phi_{\text{rf}}$  im rf-SQUID. Jede Änderung der Frequenz des Auslesungssignals führt jedoch zu einer Änderung der momentanen Resonanzfrequenz, die wiederum Einfluss auf die Differenz  $\delta f$  hat. Dies soll anhand eines Beispiels verdeutlicht werden. Betrachtet man beispielsweise die Situation, dass ein vektoriieller Netzwerkanalysator die rechte Seite der Resonanzkurve vermisst, also für  $\delta f < 0$ , dass  $\Phi_{\text{rf}}$  hinreichend klein gewählt ist und für den Fluss  $\Phi_{\text{dc}} = n \Phi_0$  gilt. In diesem Fall führt die Erhöhung der Messfrequenz  $f_{\text{op}}$  dazu, dass die Leistung im Resonator und damit die Amplitude  $\Phi_{\text{rf}}$  kleiner wird. Gemäß Abbildung 3.10 b) geht hiermit allerdings eine Erhöhung der Resonanzfrequenz und damit eine Erniedrigung von  $\delta f$  einher. Dies wiederum führt zu einem Anstieg der Flussamplitude  $\Phi_{\text{rf}}$  und damit zu einer Erniedrigung der Resonanzfrequenz. Insgesamt stellt sich bei gegebener Frequenz  $f_{\text{op}}$  ein statischer Wert für die vom vektoriiellen Netzwerkanalysator gemessene Transmission ein, die aus dem nichtlinearen Prozess resultiert. Diese Nichtlinearität führt insgesamt dazu, dass man scheinbar asymmetrische Resonanzkurven misst. Ein ähnlicher Effekt tritt auf, wenn man die Frequenz  $f_{\text{op}}$  des Auslesungssignals konstant hält, jedoch den magnetischen Fluss  $\Phi_{\text{dc}}$  und damit die Resonanzfrequenz  $f_{\text{r}}(\Phi_{\text{dc}})$  ändert. Eine analytische oder numerische Beschreibung dieses Effekts ist jedoch sehr schwierig, sodass an dieser Stelle auf eine quantitative Beschreibung dieses Effekts verzichtet wird.



**Abbildung 3.11:** Beispielhafte Kurvenverläufe, die sich nach dem im Rahmen dieser Arbeit weiterentwickelten Multiplexer-Modell für beliebige magnetische Flussamplituden  $\Phi_{rf}$  und der Berücksichtigung des Abschirmparameters  $\beta_L$  in zweiter Ordnung ergeben. **a)** Der Abschirmparameter  $\beta_L = 0.45$  führt zu einem leicht asymmetrischen Verlauf der flussabhängigen Resonanzfrequenz. **b)** Höhere magnetische Flussamplituden  $\Phi_{rf}$  führen zu einer asymmetrischen Verschiebung der hier für die beiden Grenzfälle  $\Phi_{dc} = n \Phi_0$  und  $\Phi_{dc} = (n + 1/2) \Phi_0$  gezeigten Resonanzfrequenzen  $f_r(\Phi_{rf}, \Phi_{dc})$ . Den Kurven liegen hierbei die Parameter  $f_r(\Phi_0/4) = 5$  GHz,  $\Delta f = 1$  MHz,  $M_T^2/L_S = 0.45$  pH,  $Z_0 = 50 \Omega$  und  $\beta_L = 0.45$  zugrunde.

### Allgemeine Näherungslösung des erweiterten Multiplexer-Modells

Für den allgemeinen Fall eines beliebigen Wertes für den Abschirmparameter  $\beta_L < 1$  und einer beliebigen magnetischen Flussamplitude  $\Phi_{rf}$  konnte im Rahmen dieser Arbeit aufgrund der impliziten Form von Gleichung 3.39 kein analytischer Ausdruck für die effektive Induktivität und die Resonanzfrequenz abgeleitet werden. Allerdings konnte eine Näherungslösung für eine beliebige Flussamplitude  $\Phi_{rf}$  hergeleitet werden, bei der für den Abschirmstrom  $I_S(t)$ , der durch Gleichung 3.39 gegeben ist, eine Taylorentwicklung zweiter Ordnung für den Abschirmparameter  $\beta_L$  durchgeführt wurde. Die sich hierbei ergebenden Ausdrücke für die effektive Induktivität sind in Anhang 8.1.3 zu finden. Die in den Abbildungen 3.11 a) und b) gezeigten Kurvenverläufe wurden anhand dieser allgemeinen Näherungslösung erstellt. Aufgrund eines nicht-verschwindenden Abschirmparameters  $\beta_L = 0.45$  zeigen die hier dargestellten Kurven Asymmetrien, die bereits bei der Beschreibung der in Abbildung 3.9 b) gezeigten Kurven diskutiert wurden.



**Abbildung 3.12:** Ersatzschaltbild eines Josephson-Kontakts im Subgap-Bereich, der mithilfe einer Parallelschaltung aus einer nichtlinearen Induktivität  $L(\phi)$ , dem Subgap-Widerstand  $R_{\text{sg}}$  sowie einer intrinsischen Kapazität  $C_{\text{JJ}}$  beschrieben wird.

### 3.4.2 Einflüsse des Subgap-Widerstands und der Kapazität des Josephson-Kontakts auf die Transmissionskurven

Bei dem im vorherigen Abschnitt eingeführten Modell zur Beschreibung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers wurde angenommen, dass der Josephson-Kontakt nach Gleichung 3.34 durch eine nichtlineare Induktivität  $L(\phi)$  beschrieben werden kann, wobei  $\phi$  die eichinvariante Phasendifferenz über dem Josephson-Kontakt bezeichnet. In der Realität weist ein Josephson-Kontakt neben dieser phasenabhängigen Induktivität jedoch noch einen sogenannten Subgap-Widerstand  $R_{\text{sg}}$  sowie eine intrinsische Kapazität  $C_{\text{JJ}}$  auf. Abbildung 3.12 zeigt ein Ersatzschaltbild eines solchen realen Josephson-Kontakts. Während der Subgap-Widerstand  $R_{\text{sg}}$  die Tunnelcharakteristik thermisch angeregter Quasiteilchen unterhalb der Gap-Spannung beschreibt, spiegelt die Kapazität die Tatsache wider, dass bei einem Josephson-Kontakt zwei leitende Elektroden durch eine isolierende Barriere, also durch ein Dielektrikum, voneinander getrennt sind und dementsprechend eine intrinsische Kapazität aufweisen. In diesem Abschnitt sollen die Auswirkungen des Subgap-Widerstands  $R_{\text{sg}}$  und der intrinsischen Kapazität  $C_{\text{JJ}}$  auf den Verlauf der Transmissionskurven eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers untersucht werden sowie eine Abschätzung erfolgen, inwiefern diese beiden Größen die charakteristischen Kennlinien eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers beeinflussen.

Wie bereits erläutert wurde, ist der Ausgangspunkt dieser Diskussion das in Abbildung 3.12 gezeigte Ersatzschaltbild eines Josephson-Kontakts, das das Verhalten dieses Kontakts im supraleitenden Zustand beziehungsweise die Quasiteilchen-Charakteristik unterhalb der Gap-Spannung beschreibt. Hierbei bilden die nichtlineare Induktivität  $L(\phi)$ , der als unabhängig von der Spannung angenommene Subgap-Widerstand  $R_{\text{sg}}$  sowie die intrinsische Kapazität  $C_{\text{JJ}}$  des Josephson-Kontakts eine Parallelschaltung. Die komplexe Impedanz des Josephson-Kontakts ist demnach

durch den Ausdruck

$$Z_{JJ}(\phi) = \left( \frac{1}{i\omega L(\phi)} + \frac{1}{R_{sg}} + i\omega C_{JJ} \right)^{-1} \quad (3.52)$$

gegeben. Infolgedessen muss der Abschluss des Resonators, der bislang als effektive Abschlussinduktivität  $L_{T,\text{eff}}(\varphi_{\text{dc}}, \varphi_{\text{rf}})$  modelliert wurde, durch eine komplexe, effektive Abschlussimpedanz  $Z_{T,\text{eff}}(\varphi_{\text{dc}}, \varphi_{\text{rf}})$  beschrieben werden. Ist die Leistung  $P_{\text{rf}}$  des zur Auslesung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers verwendeten Hochfrequenzsignals sehr klein, das heißt für  $\varphi_{\text{rf}} \rightarrow 0$ , so ist die effektive Abschlussimpedanz durch den Term

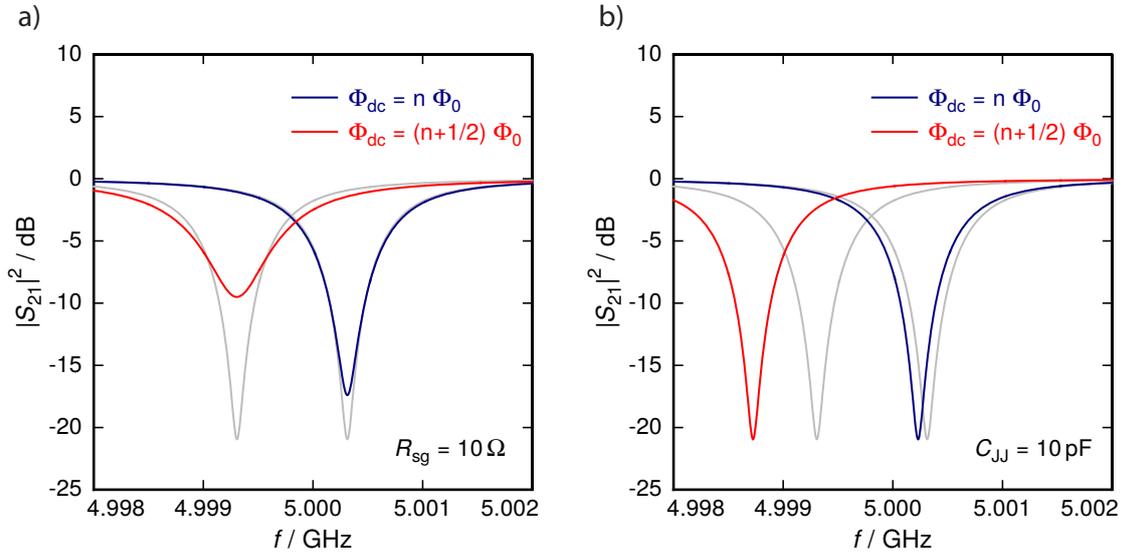
$$Z_{T,\text{eff}}(\varphi_{\text{dc}}) \approx i\omega L_{T,\text{eff}}(\varphi_{\text{dc}}) + \frac{(\omega M_T)^2 (1/R_{sg} + i\omega C_{JJ})}{(1 + \beta_L \cos(\varphi_{\text{dc}}))^2} \quad (3.53)$$

gegeben [Mat11]. Anhand dieser Gleichung ist direkt ersichtlich, dass große Subgap-Widerstände  $R_{sg} \rightarrow \infty$  sowie kleine intrinsische Kapazitäten  $C_{JJ} \rightarrow 0$  keinen Einfluss auf die charakteristischen Größen eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers haben und der Abschluss des Resonators weiterhin als effektive Abschlussinduktivität modelliert werden kann. Ebenso lässt sich erkennen, dass die Abschlussimpedanz durch den Subgap-Widerstand  $R_{sg}$  einen endlichen Realteil besitzt und es daher zu dissipativen Verlusten im Resonator kommt. Dabei wird dieser Verlust durch die Einführung der Güte  $Q_{sg}$  berücksichtigt, die der intrinsischen Güte des Resonators zugerechnet werden kann. Mithilfe der Beziehung  $Q_{sg} = \pi Z_0 / 4 \text{Re}[Z_{T,\text{eff}}(\varphi_{\text{dc}})]$  lässt sich für die Güte  $Q_{sg}$  der Ausdruck

$$Q_{sg}(\varphi_{\text{dc}}) = \frac{\pi Z_0 R_{sg} (1 + \beta_L \cos \varphi_{\text{dc}})^2}{4 (\omega M_T)^2} \quad (3.54)$$

herleiten. Im Gegensatz hierzu trägt die intrinsische Kapazität  $C_{JJ}$  nur zum Imaginärteil der Abschlussimpedanz bei und hat somit Einfluss auf die Verschiebung der Resonanzfrequenz des Resonators.

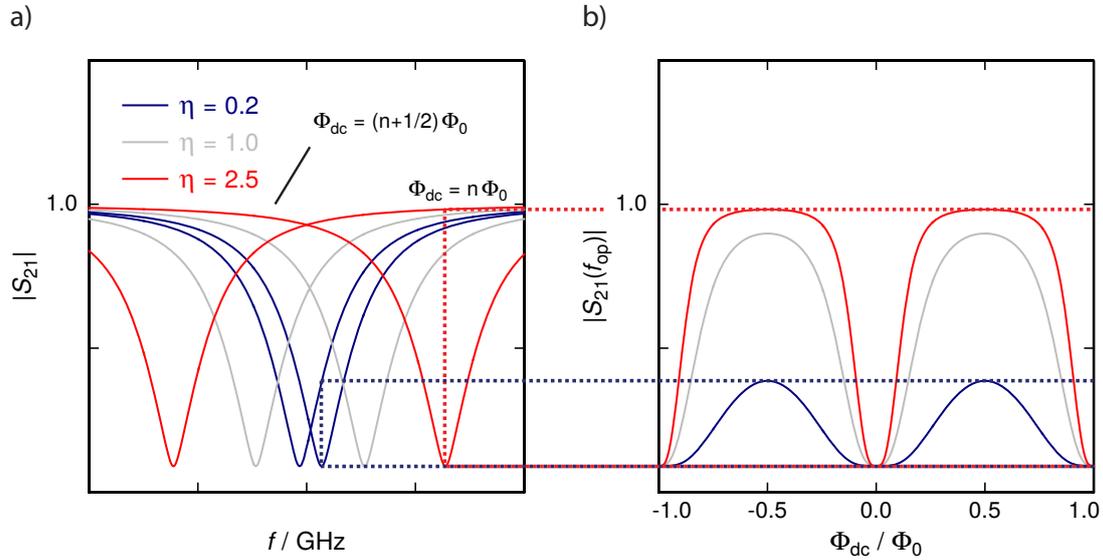
In Abbildung 3.13 a) ist die Folge eines kleinen Werts für den Subgap-Widerstand verdeutlicht. Mit Ausnahme des gewählten Subgap-Widerstands  $R_{sg} = 10 \Omega$  liegen der Berechnung der Transmission  $|S_{21}(f)|^2$  die in der Bildunterschrift von Abbildung 3.8 angegebenen Parameter zugrunde. Um einen direkten Vergleich zu ermöglichen, sind diese Kurven nochmals in Grau für die beiden Grenzfälle  $\Phi_{\text{dc}} = n \Phi_0$  und  $\Phi_{\text{dc}} = (n+1/2) \Phi_0$  dargestellt. Wie zu erkennen ist, führt ein kleiner Wert des Subgap-Widerstands zu einer Flussabhängigkeit der intrinsischen Güte  $Q_i(\Phi_{\text{dc}})$  des Resonators, wobei die Güte maximal für  $\Phi_{\text{dc}} = n \Phi_0$  und minimal für  $\Phi_{\text{dc}} = (n + 1/2) \Phi_0$  wird. Im zweiten Fall ist der im rf-SQUID fließende Abschirmstrom maximal, sodass



**Abbildung 3.13:** a) Berechneter Verlauf der Transmission  $|S_{21}(f)|^2$  als Funktion der Frequenz für die beiden Grenzfälle, dass das rf-SQUID von einem magnetischen Fluss  $\Phi_{\text{dc}} = n \Phi_0$  beziehungsweise  $\Phi_{\text{dc}} = (n + 1/2) \Phi_0$  durchsetzt wird und unter der Annahme eines kleinen Werts des Subgap-Widerstand  $R_{\text{sg}}$  sowie b) eines vergleichbar großen Werts für die intrinsische Kapazität  $C_{\text{JJ}}$  des Josephson-Kontakts. Den Kurven liegen hierbei die in der Bildunterschrift von Abbildung 3.8 angegebenen Parameter zugrunde.

der Verlust durch den Subgap-Widerstand den größten Wert annimmt. Ein geringer Subgap-Widerstand führt also zu einer Verkleinerung des Ausgangssignals eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers und stellt einen ungewollten, dissipativen Verlustmechanismus dar. Für die in Abbildung 3.13 b) gezeigte Transmission  $|S_{21}(f)|^2$  wurde  $R_{\text{sg}} \rightarrow 0$  sowie eine sehr große Josephson-Kapazität  $C_{\text{JJ}} = 10 \text{ pF}$  angenommen. Hier zeigt sich, dass die intrinsische Kapazität  $C_{\text{JJ}}$  des Josephson-Kontakts einen zusätzlichen, flussabhängigen Beitrag zur Verschiebung der Resonanzfrequenz liefert.

Für Josephson-Kontakte, die im institutseigenen Reinraum hergestellt werden und die für die Herstellung und den Betrieb von rf-SQUIDs und dc-SQUIDs optimiert sind, werden typischerweise Subgap-Widerstände  $R_{\text{sg}} > 1.0 \text{ k}\Omega$  [Fer12, Kem13, Zim18, Bau18] und intrinsische Kapazitäten  $C_{\text{JJ}} < 1 \text{ pF}$  [Dee16, Bau18] gemessen. Der Subgap-Widerstand und die intrinsische Kapazität solcher Josephson-Kontakte haben eine vernachlässigbar geringe Auswirkung auf die Kennlinien eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers, sofern für den Abschirmparameter  $\beta_L$  und die normierte, quadrierte Kopplung  $M_T^2/L_S$  typische Werte angenommen werden.



**Abbildung 3.14:** a), b) Veranschaulichung der Auswirkung unterschiedlicher Werte des Parameters  $\eta$  auf die charakteristischen Kennlinien eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers. Dabei entsprechen die in Grau dargestellten Kurven denjenigen aus Abbildung 3.6 mit  $\eta = 1$ . Für  $\eta < 1$  verringert sich das Ausgangssignal des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers, für  $\eta > 1$  treten vermehrt für das rf-SQUID flussinsensitive Bereiche auf.

### 3.4.3 Kopplungsstärke zwischen rf-SQUID und Abschlussinduktivität

Wie anhand der Gleichungen 3.47 und 3.51 zu erkennen ist, kann der Spitze-Spitze-Wert der Verschiebung der Resonanzfrequenz  $\Delta f_r^{\max}$  über eine Anpassung des Werts der Gegeninduktivität  $M_T$  bei einer fest gewählten SQUID-Induktivität  $L_S$  über einen sehr großen Bereich eingestellt werden. Während in den vorigen Abschnitten der Wert der Gegeninduktivität  $M_T$  stets derart angepasst wurde, dass die maximale Resonanzfrequenzverschiebung  $\Delta f_r^{\max}$  der Bandbreite  $\Delta f$  des Resonators entspricht, soll im Folgenden diskutiert werden, welche Auswirkungen die Gegeninduktivität  $M_T$  zwischen dem rf-SQUID und der Abschlussinduktivität des Resonators auf die charakteristischen Eigenschaften eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers hat.

Für die weitere Diskussion soll der dimensionslose Quotient

$$\eta = \frac{\Delta f_r^{\max}}{\Delta f} \quad (3.55)$$

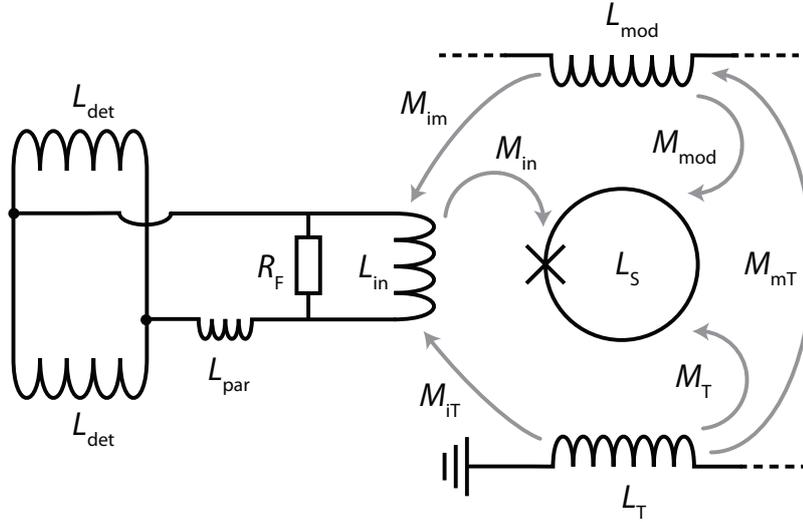
eingeführt werden, der den Spitze-Spitze-Wert der Resonanzfrequenzverschiebung  $\Delta f_r^{\max}$  in Bezug auf die Bandbreite  $\Delta f$  des Resonators angibt. In den Abbildungen 3.14 a) und b) ist die Auswirkung des Parameters  $\eta$  auf die charakteristischen Kennlinien eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers gezeigt. Hierfür wurde angenommen,

dass der Mikrowellen-SQUID-Multiplexer nach dem in Abschnitt 3.4.1 dargelegten Verfahren ausgelesen wird, das heißt, dass der Resonator durch ein hochfrequentes Signal mit fester Frequenz  $f_{\text{op}}$  und Amplitude angeregt sowie zeitkontinuierlich die Amplitude  $|S_{21}(f_{\text{op}})|$  des transmittierten Signals gemessen wird. Die in Grau gezeigten Kurven entsprechen hierbei den bereits in Abbildung 3.6 dargestellten Kurven mit  $\eta = 1$ . Wie in den Abbildungen anhand der blauen Kurven zu erkennen ist, zeigt die Kennlinie  $|S_{21}(\Phi_{\text{dc}}, f_{\text{op}})|$  auch für kleine Werte des Parameters  $\eta < 1$  ein kosinusartiges Verhalten, wobei die Amplitude gegenüber dem Fall  $\eta = 1$  verringert ist. Da sich somit das Signal-Rausch-Verhältnis des Ausgangssignals bei konstantem Rauschpegel verschlechtert, wird ebenso die Energieauflösung des ausgelesenen metallischen magnetischen Kalorimeters herabgesetzt. Im Gegensatz hierzu führen große Parameter  $\eta > 1$  zu Abschnitten in der Kennlinie, bei denen sich die Amplitude des transmittierten Signals nicht mehr mit dem magnetischen Fluss  $\Phi_{\text{dc}}$  ändert. Zudem wird der lineare Bereich der Kennlinie  $\Delta\Phi_{\text{dc,lin}}$  sehr klein. Wie sich des Weiteren im Verlauf dieser Arbeit noch an verschiedenen Stellen zeigen wird, stellt die Bedingung  $\eta \approx 1$  einen guten Kompromiss für die Wahl der Gegeninduktivität  $M_{\text{T}}$  dar, bei der die maximale Verschiebung der Resonanzfrequenz  $\Delta f_{\text{r}}^{\text{max}}$  in etwa der Bandbreite  $\Delta f$  des Resonators entspricht. Dies erklärt auch, weshalb in allen zuvor gezeigten Beispielen stets diese Bedingung angenommen wurde.

### 3.4.4 Einflüsse des Flusstransformators und des Filterwiderstands

Wie weiter oben bereits erwähnt wurde, wurde der im Rahmen dieser Arbeit entworfene Mikrowellen-SQUID-Multiplexer für die Auslesung metallischer magnetischer Kalorimeter entwickelt. Wie in Abbildung 3.15 darstellt ist, ist daher das rf-SQUID induktiv an eine Einkoppelspule mit der Induktivität  $L_{\text{in}}$  gekoppelt, die gemeinsam mit den beiden Detektionsspulen des Detektors, welche jeweils die Induktivität  $L_{\text{det}}$  aufweisen, einen supraleitenden Flusstransformator bildet. Hierbei wurde nach Abschnitt 2.4 angenommen, dass der Detektor aus zwei parallel und gradiometrisch verschalteten Detektionsspulen aufgebaut ist. Ebenfalls werden in der Abbildung parasitäre Induktivitäten  $L_{\text{par}}$  berücksichtigt, die beispielsweise durch Bonddrähte zwischen zwei Chips verursacht werden können. Der bereits in Abschnitt 3.4.1 erwähnte Filterwiderstand  $R_{\text{F}}$  bildet gemeinsam mit der Einkoppelspule und den beiden Detektionsspulen einen Tiefpass erster Ordnung, welcher den Detektor vor hochfrequenten Strömen abschirmen soll, die von der Abschlussinduktivität  $L_{\text{T}}$  des Resonators entweder direkt über die Kopplung  $M_{\text{IT}}$  oder indirekt über das rf-SQUID an die Einkoppelspule übertragen werden können.

Wie in Abbildung 3.15 zu erkennen ist, handelt es sich bei dem hier gezeigten Ersatzschaltbild aufgrund der zahlreichen Gegeninduktivitäten  $M_{ij}$ , die jeweils die Kopplung zwischen den verschiedenen Komponenten beschreiben, um ein äußerst kompli-



**Abbildung 3.15:** Schematische Darstellung der Verschaltung und der gegenseitigen Beeinflussung der Komponenten eines Multiplexerkanals für die Auslesung eines metallischen magnetischen Kalorimeters. Auf die Bedeutung der relevanten Induktivitäten, Gegeninduktivitäten und des Widerstands  $R_F$  wird ausführlich im Text eingegangen.

ziertes System. Aus diesem Grund müsste bei den im weiteren Verlauf hergeleiteten Ausdrücken jede einzelne Kopplung berücksichtigt werden. Dies ist grundsätzlich möglich, führt jedoch zu länglichen und unhandlichen Ausdrücken. Aus diesem Grund werden bei den im Folgenden hergeleiteten Beziehungen nur die dominanten Kopplungen berücksichtigt.

Aufgrund des parallel zur Einkoppelspule geschalteten Filterwiderstands  $R_F$  ist die Übertragungsfunktion des Flusstransformators

$$\frac{\delta\Phi_S}{\delta\Phi} = \frac{M_{in}}{\sqrt{[L_{det} + 2(L_{in} + L_{par})]^2 + [\omega L_{in}(L_{det} + 2L_{par})/R_F]^2}} \quad (3.56)$$

gegenüber dem Ausdruck 2.4 modifiziert und zeigt ein tiefpassartiges Verhalten. Für die Abschneidefrequenz  $\omega_c$  gilt hierbei der Zusammenhang (siehe Anhang 8.2.1)

$$\omega_c = R_F \frac{L_{det} + 2(L_{in} + L_{par})}{L_{in}(L_{det} + 2L_{par})}. \quad (3.57)$$

Der Wert des Filterwiderstands  $R_F$  sollte hierbei derart gewählt werden, dass einerseits der Detektor vor hochfrequenten Strömen abgeschirmt wird und andererseits der Einfluss des Tiefpasses auf ein Detektorsignal vernachlässigbar klein ist. Außerdem ist bei der Wahl des Filterwiderstands  $R_F$  zu beachten, dass dessen thermisches

Stromrauschen  $S_I = 4k_B T/R_F$  einen Beitrag zum magnetischen Flussrauschen im rf-SQUID liefert, wobei  $T$  die Temperatur des Widerstands bezeichnet. Aufgrund der Parallelschaltung der Detektionsspulen, des Filterwiderstands und der Einkoppelpule des rf-SQUIDs trägt das Stromrauschen des Filterwiderstands nicht vollständig zum magnetischen Flussrauschen im rf-SQUID bei. Da sich die durch den Filterwiderstand  $R_F$  fließenden Ströme gemäß den Induktivitäten der beiden parallel verschalteten Zweige aufteilen, gilt für die spektrale Leistungsdichte des Flussrauschens im rf-SQUID der Ausdruck

$$S_{\Phi_S, \text{RF}} = M_{\text{in}}^2 \left( \frac{L_{\text{det}} + 2L_{\text{par}}}{L_{\text{det}} + 2(L_{\text{in}} + L_{\text{par}})} \right)^2 \frac{4k_B T}{R_F}. \quad (3.58)$$

Bei der Dimensionierung des Filterwiderstands ist letztlich zu berücksichtigen, dass dieser ein resistives Element darstellt, über den im Resonator gespeicherte Energie dissipiert werden kann. Dieser Verlustmechanismus kann durch die Einführung der Güte

$$Q_{\text{RF}} = \frac{\pi Z_0}{4\text{Re}(Z_L)} \quad (3.59)$$

beschrieben werden, wobei die komplexe Impedanz  $Z_L$  der Eingangskreise des rf-SQUIDs durch den Ausdruck

$$Z_L = i\omega \left( L_T + \frac{M_T^2 Z_{\text{FT}} - 2i\omega L_S M_{i\text{T}}^2 - 2i\omega M_{\text{in}} M_T M_{i\text{T}}}{2L_S Z_{\text{FT}} + i\omega M_{\text{in}}^2} \right) \quad (3.60)$$

festgelegt ist [Mat11] und die komplexe Impedanz  $Z_{\text{FT}}$  des Flusstransformators durch die Beziehung

$$Z_{\text{FT}} = i\omega L_{\text{in}} + \left( \frac{1}{R_F} + \frac{2}{i\omega(L_{\text{det}} + 2L_{\text{par}})} \right)^{-1} \quad (3.61)$$

gegeben ist.

Ein weiterer Effekt, der bei der Kopplung eines metallischen magnetischen Kalorimeters beziehungsweise allgemein eines supraleitenden Eingangskreises an das rf-SQUID eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers auftritt, ist das abschirmende Verhalten des supraleitenden Flusstransformators, das eine Verringerung der SQUID-Induktivität  $L_S$  zur Folge hat. Diese lässt sich durch eine effektive SQUID-Induktivität

$$L_{S, \text{eff}} = L_S - \frac{2M_{\text{in}}^2}{L_{\text{det}} + 2(L_{\text{in}} + L_{\text{par}})} \quad (3.62)$$

ausdrücken (siehe Anhang 8.2.2). Die Abschirmwirkung, die aus der Erhaltung des magnetischen Flusses in geschlossenen supraleitenden Kreisen resultiert, führt ebenfalls zu einer Verringerung der Kopplung  $M_{\text{mod}}$  zwischen dem rf-SQUID und der Modulationsspule, die durch die Einführung der effektiven Kopplung

$$M_{\text{mod,eff}} = M_{\text{mod}} - \frac{2M_{\text{in}}M_{\text{im}}}{L_{\text{det}} + 2(L_{\text{in}} + L_{\text{par}})} \quad (3.63)$$

berücksichtigt werden kann (siehe Anhang 8.2.3).

### 3.4.5 Rauschbeiträge eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers

In Abschnitt 2.7 wurde untersucht, inwiefern sich der Rauschbeitrag des zur Auslesung eines metallischen magnetischen Kalorimeters verwendeten SQUID-Aufbaus, der entweder als magnetisches Flussrauschen oder als gekoppelte Energiesensitivität ausgedrückt werden kann, auf die Energieauflösung des Detektors auswirkt. Die hierbei gefundenen Abhängigkeiten gelten für alle SQUID-Aufbauten, deren Rauschspektrum sich aus einem frequenzunabhängigen, weißen Rauschbeitrag und einem frequenzabhängigen,  $1/f$ -artigen Rauschanteil zusammensetzt. Wie sich in der weiteren Diskussion zeigen wird, gelten die in Abschnitt 2.7 gewonnenen Resultate daher explizit auch für einen Mikrowellen-SQUID-Multiplexer, dessen verschiedene Beiträge zum Flussrauschen im Folgenden untersucht und diskutiert werden sollen.

#### Rauschen des nachgeschalteten Hochfrequenzverstärkers

Wie sich im weiteren Verlauf dieser Arbeit zeigen wird, ist die Leistung des Auslesungssignals, das zur Anregung eines Resonators beziehungsweise zur Auslesung des zugehörigen rf-SQUIDs verwendet wird, vergleichsweise klein, sodass die magnetische Flussamplitude  $\Phi_{\text{rf}}$  im rf-SQUID ebenfalls sehr geringe Werte annimmt. Die optimale Leistung des Auslesungssignals für den im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Mikrowellen-SQUID-Multiplexer liegt beispielsweise im Bereich von  $P_{\text{rf}} \approx -70$  dBm. Der Pegel des transmittierten Signals, das die Informationen über den aktuellen Zustand des Detektors enthält, ist damit so gering, dass eine direkte Weiterverarbeitung dieses Signals mithilfe eines Netzwerkanalysators oder eines analogen Mischers sehr schwer beziehungsweise nahezu unmöglich ist. Aus diesem Grund wird das transmittierte Signal vor seiner Weiterverarbeitung zunächst verstärkt, wobei die erste Verstärkerstufe idealerweise bei tiefen Temperaturen platziert ist. Da die hierfür eingesetzten Verstärker nicht nur einen hohen Verstärkungsfaktor bei einer gleichzeitig niedrigen Rauschtemperatur, sondern auch einen hohen Dynamikumfang aufweisen

müssen, kommen typischerweise breitbandige HEMT<sup>1</sup>-Verstärker zum Einsatz. Die Leistungsdissipation dieser Verstärker ist zudem derart gering, dass sie auch bei tiefen Temperaturen betrieben werden können. Es zeigt sich allerdings auch, dass selbst diese hochmodernen Verstärker ein höheres Eigenrauschen als ein nicht-hysteretisches, ungeschuntetes rf-SQUID haben, sodass der zur Vorverstärkung eingesetzte HEMT-Verstärker die dominante Rauschquelle eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers darstellt.

Im Folgenden soll der Rauschbeitrag eines zur Auslesung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers verwendeten HEMT-Verstärkers in ein scheinbares magnetisches Flussrauschen eines rf-SQUIDs umgerechnet werden. Hiermit ist es dann möglich, die Auswirkungen des Verstärkerrauschens auf die Energieauflösung eines metallischen magnetischen Kalorimeters nach dem in Abschnitt 2.7 gezeigten Verfahren abzuschätzen. Daher soll im Folgenden der Transferkoeffizient  $V_{\Phi}^{\max}$  hergeleitet werden, der die Auswirkung einer infinitesimal kleinen Änderung des magnetischen Flusses  $\Phi_{\text{dc}}$  im rf-SQUID auf die Spannungsamplitude  $V_{\text{rf}}$  des Auslesungssignals bei einem optimalen SQUID-Arbeitspunkt und bei einer optimalen Auslesungsfrequenz beschreibt. Der Transferkoeffizient kann, ähnlich wie in [Mat11] beschrieben ist, über die Gleichung

$$V_{\Phi}^{\max} = V_{\text{rf}} \left( \frac{\partial \text{Im}(S_{21})}{\partial f} \right)_{f=f_r} \left( \frac{\partial f_r}{\partial \Phi_{\text{dc}}} \right)_{\Phi_{\text{dc}}=\Phi_0/4} \quad (3.64)$$

bestimmt werden. Dabei lässt sich die Spannungsamplitude  $V_{\text{rf}}$  nach Gleichung 3.29 und der Zusammenhänge  $P_{\text{rf}} = V_{\text{rf}}^2/Z_0$  sowie  $\Phi_{\text{rf}} = M_{\text{T,eff}} I_{\text{T}}$  durch die magnetische Flussamplitude  $\Phi_{\text{rf}}$  ausdrücken:

$$V_{\text{rf}} = \frac{\Phi_{\text{rf}} Z_0}{M_{\text{T,eff}}} \sqrt{\frac{\pi Q_c}{8 Q_i^2}}. \quad (3.65)$$

Mithilfe dieses Ausdrucks und der Gleichungen 3.20 sowie 3.50 lässt sich der Zusammenhang

$$V_{\Phi}^{\max} \approx 2J_1(\varphi_{\text{rf}}) \beta_{\text{L,eff}} \frac{f_0^2}{f_r} \frac{M_{\text{T,eff}}}{L_{\text{S,eff}}} \sqrt{8\pi Q_c} \left( 1 - \frac{Q_i}{Q_c} \right) \quad (3.66)$$

finden. Wird der HEMT-Verstärker direkt an den Ausgang des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers angeschlossen, das heißt, dass zwischen dem Multiplexer und dem Verstärker keine Signaldämpfung auftritt, so kann das Spannungsrauschen  $S_{V,\text{HEMT}}$  am Eingang des HEMT-Verstärkers direkt über den Transferkoeffizienten in ein magnetisches Flussrauschen im rf-SQUID umgerechnet werden. Mit dem Spannungsrauschen

<sup>1</sup>Abkürzung für **H**igh **E**lectron **M**obility **T**ransistor

$S_{V,\text{HEMT}} = 4k_B T_{N,\text{HEMT}} Z_0$  des HEMT-Verstärkers, wobei  $T_{N,\text{HEMT}}$  dessen Rauschtemperatur bezeichnet, ergibt sich somit

$$S_{\Phi_S,\text{HEMT}} = \frac{S_{V,\text{HEMT}}}{(V_{\Phi}^{\max})^2} \approx \frac{k_B T_{N,\text{HEMT}} Z_0 L_{S,\text{eff}}^2}{8\pi Q_c J_1^2(\varphi_{\text{rf}}) \beta_{L,\text{eff}}^2 M_{T,\text{eff}}^2} \frac{f_r^2}{f_0^4} \left(1 - \frac{Q_l}{Q_i}\right)^{-2}. \quad (3.67)$$

Mit den Entwurfparametern  $T_{N,\text{HEMT}} = 4 \text{ K}$ ,  $Z_0 = 50 \Omega$ ,  $L_{S,\text{eff}} = 30 \text{ pH}$ ,  $Q_c = 5000$ ,  $\Phi_{\text{rf}} = 0.15 \Phi_0$ ,  $\beta_{L,\text{eff}} = 0.5$ ,  $M_{T,\text{eff}} = 3 \text{ pH}$ ,  $f_0 = f_r = 5 \text{ GHz}$  sowie  $Q_l/Q_i \rightarrow 0$ , die in etwa den Parametern des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Mikrowellen-SQUID-Multiplexer entsprechen, kann das scheinbare Flussrauschen des HEMT-Verstärkers auf ungefähr

$$S_{\Phi_S,\text{HEMT}} \approx 0.7 \mu\Phi_0 / \sqrt{\text{Hz}} \quad (3.68)$$

abgeschätzt werden.

### Rauschbeitrag durch atomare Tunnelsysteme

Bei supraleitenden, koplanaren Leitungsresonatoren tritt ein weiterer Rauschbeitrag auf, der sich als Frequenzrauschen bemerkbar macht [Day03]. Als Ursache für diesen Rauschbeitrag konnten atomare Tunnelsysteme [And72] identifiziert werden, die sich auf der Oberfläche des Substratmaterials oder in Form von Metalloxiden auf der Oberfläche des Resonators befinden [Gao07, Kum08]. Da atomare Tunnelsysteme die Permittivität  $\epsilon_r$  des Substratmaterials beeinflussen, haben sie nach Gleichung 3.11 einen direkten Einfluss auf den Kapazitätsbelag und somit auf die Resonanzfrequenz des Resonators. Die Ausrichtung des Dipolmoments dieser Tunnelsysteme, das für deren Einfluss auf die Permittivität des Substrats verantwortlich ist, fluktuiert statistisch getrieben mit der Zeit und führt so zu einer quasi-zufälligen, minimalen Änderung der Resonanzfrequenz des Resonators, die bei einer Messung als Frequenzrauschen  $S_{f_r}$  wahrgenommen wird. Dieses Frequenzrauschen wird im rf-SQUID als scheinbares magnetisches Flussrauschen beobachtet. Für den Fall, dass die Anregungsfrequenz des Resonators  $f_{\text{op}} = f_r$  seiner Resonanzfrequenz entspricht und dass der magnetische Fluss im rf-SQUID den Wert  $\Phi_{\text{dc}} = \Phi_0/4$  aufweist, lässt sich für den Betrag des Frequenzrauhschens des Resonators zum magnetischen Flussrauschen des rf-SQUIDs der Ausdruck

$$S_{\Phi_S,\text{TLS}} = \left[ \frac{Q_c \Phi_0}{\pi \eta (1 - \beta_{L,\text{eff}}^2)} \right]^2 \frac{S_{f_r}}{f_r^2} \quad (3.69)$$

finden [Mat11]. Für koplanare Leitungsresonatoren aus Niob, die auf einem hochreinen Siliziumsubstrat aufgebracht sind, wurde bei einer Auslesungsleistung  $P_{\text{rf}} = -72$  dBm, die größenordnungsmäßig vergleichbar mit der optimalen Auslesungsleistung des in dieser Arbeit entwickelten Mikrowellen-SQUID-Multiplexers ist, und bei einer Temperatur von  $T = 100$  mK ein Frequenzrauschen  $S_{f_r}/f_r^2 \approx 10^{-20}$  1/Hz im Frequenzbereich zwischen 200 Hz und 300 Hz gefunden [Kum08]. Bezieht man diesen Wert auf einen Kanal des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Mikrowellen-SQUID-Multiplexers mit den geplanten Parametern  $Q_c = 5000$ ,  $\eta = 1$  und  $\beta_{L,\text{eff}} = 0.5$ , entspricht dies einem magnetischen Flussrauschen von

$$\sqrt{S_{\Phi_s,\text{TLS}}} \approx 0.2 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}, \quad (3.70)$$

das deutlich kleiner als der durch den HEMT-Verstärker verursachte Rauschbeitrag ist. Berücksichtigt man ferner, dass bei höheren Leistungen des Auslesungssignals Tunnelsysteme gesättigt werden [vS76], so erwartet man, dass das Frequenzrauschen des Resonators eine untergeordnete Rolle spielt. Ferner wird sich zeigen, dass die für den praktischen Einsatz vorgesehene Methode der Flussrampenmodulation, die in Abschnitt 5.4 eingeführt wird, zu einer weiteren Unterdrückung des Frequenzrauschens führt.

### Rauschbeitrag des Filterwiderstands

Wie bereits in Abschnitt 3.4.4 gezeigt wurde, führt das thermische Rauschen des Filterwiderstands  $R_F$ , der im supraleitenden Flusstransformator verschaltet ist, zu einem weiteren Rauschbeitrag, der im rf-SQUID als magnetisches Flussrauschen wahrgenommen werden kann. Beispielsweise ergibt sich nach Gleichung 3.58 für die Parameter  $M_{\text{in}} = 150$  pH,  $L_{\text{det}} = 2$  nH,  $L_{\text{par}} = 0.5$  nH,  $L_{\text{in}} = 1$  nH,  $R_F = 2 \Omega$  und  $T = 20$  mK, die in etwa den Parametern des in dieser Arbeit entwickelten Mikrowellen-SQUID-Multiplexers entsprechen, ein magnetischer Flussbeitrag

$$\sqrt{S_{\Phi_s,\text{RF}}} \ll 0.1 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}. \quad (3.71)$$

Bei einer optimalen Wahl des Filterwiderstands kann dessen Rauschbeitrag somit völlig vernachlässigt werden.

### Rauschen eines nicht-hysteretischen rf-SQUIDs

In den vorigen Abschnitten wurde bereits angedeutet, dass das Eigenrauschen des zur Auslesung verwendeten HEMT-Verstärkers die dominante Rauschquelle eines

Mikrowellen-SQUID-Multiplexers darstellt. Wie jedoch durch Gleichung 3.67 ersichtlich ist, ist der Einfluss dieses Rauschanteils auf das Gesamttrauschen des Multiplexers sehr stark vom Transferkoeffizienten  $V_{\Phi}^{\max}$  abhängig. Wird dieser beispielsweise durch eine sehr groß gewählte effektive Gegeninduktivität  $M_{T,\text{eff}}$  maximiert, so kann das scheinbare magnetische Flussrauschen des HEMT-Verstärkers klein gehalten werden. Für sehr große Transferkoeffizienten ist die erreichbare Energiesensitivität eines nicht-hysteretischen, ungeschunteten rf-SQUIDs

$$\epsilon_{\min} \approx \frac{3k_{\text{B}}T}{\beta_{L,\text{eff}}\omega_c} \quad (3.72)$$

dann durch die SQUID-Eigenschaften gegeben [Ryh89]. Hierbei bezeichnet  $T$  die physikalische Temperatur des rf-SQUIDs und  $\omega_c = R_{\text{sg}}/L_{\text{S,eff}}$  dessen maximale Betriebsfrequenz. Für den im Rahmen dieser Arbeit hergestellten Mikrowellen-SQUID-Multiplexer wird allerdings anhand der in Abschnitt 3.4.3 geführten Diskussion  $\eta \approx 1$  gewählt. In diesem Fall ist die effektive Gegeninduktivität  $M_{T,\text{eff}}$  zwischen dem rf-SQUID und der Abschlussinduktivität gering. Aus diesem Grund ergibt sich ein moderater Transferkoeffizient  $V_{\Phi}^{\max}$ , wodurch der Rauschbeitrag des HEMT-Verstärkers den dominanten Anteil des Gesamttrauschens eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers darstellt.

Zusätzlich kann bei einem rf-SQUID, ähnlich wie bei einem dc-SQUID, häufig ein  $1/f$ -artiger Rauschbeitrag beobachtet werden. Für diesen Beitrag kann es mehrere Ursachen geben. Eine mögliche Rauschquelle stellen hierbei zufällige Bewegungen von magnetischen Flussschläuchen in der SQUID-Leiterschleife dar [Sta04]. Dieser Rauschanteil kann jedoch minimiert werden, indem die Breite der SQUID-Leiterbahnen klein gehalten wird. Des Weiteren können Fluktuationen des kritischen Stroms  $I_c$  des rf-SQUIDs zu einem niederfrequenten Rauschbeitrag führen [Wel04]. Bei sehr tiefen Betriebstemperaturen sowie qualitativ hochwertigen, in rf-SQUIDs verbauten Josephson-Kontakten ist dieser Beitrag allerdings ebenfalls nur sehr gering. Daneben existiert ein weiterer niederfrequenter Rauschanteil, der allerdings bislang noch nicht verstanden ist. Experimente deuten darauf hin, dass dieser Beitrag durch zufällige Ausrichtungsbewegungen von magnetischen Momenten in der direkten Umgebung der SQUID-Schleife verursacht werden kann [Koc07]. Ebenso konnte gezeigt werden, dass sich dieser Rauschbeitrag für jeweils eine spezielle Bauteilgruppe, wie beispielsweise einzelne dc-SQUIDs oder SQUID-Arrays, sehr ähnelt [Kem16a]. Unklar ist hierbei allerdings bislang die Situation für rf-SQUIDs. Es wird allerdings aktuell davon ausgegangen, dass dieser niederfrequente  $1/f$ -Rauschanteil eines für die Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern benutzten rf-SQUIDs den niederfrequenten Rauschbeitrag des Detektors nicht übertrifft.

### 3.4.6 Übersprechen zwischen einzelnen Kanälen und Multiplexfaktor

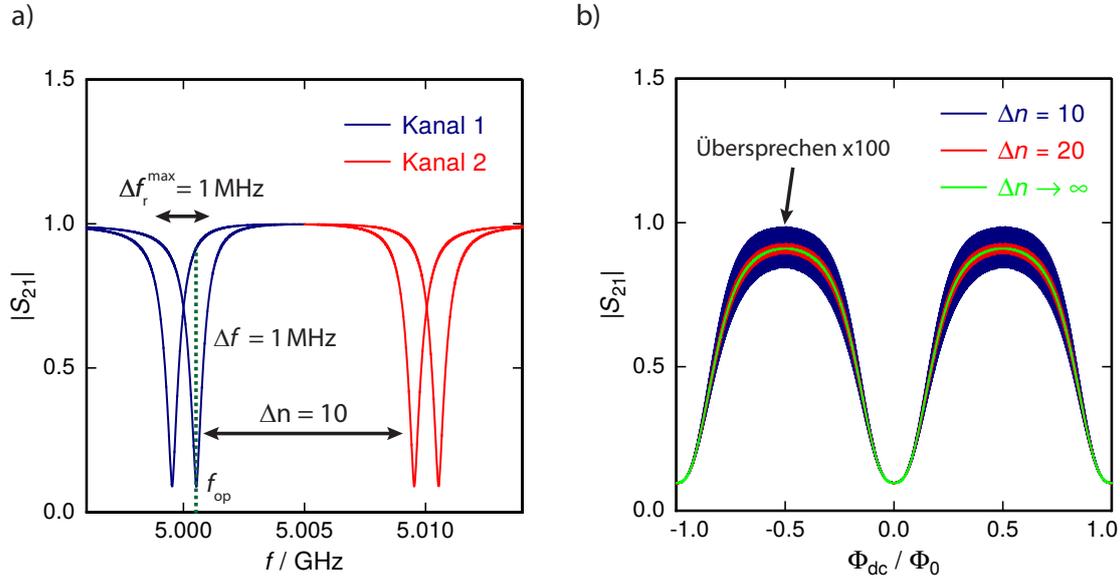
Allgemein bezeichnet Übersprechen eine unvorteilhafte, gegenseitige Beeinträchtigung zweier oder mehrerer eigentlich unabhängiger Signalkanäle. Um die Energieauflösung metallischer magnetischer Kalorimeter hierdurch nicht herabzusetzen, sollten daher alle Arten des Übersprechens beim Betrieb und der Auslesung der Detektoren vernachlässigbar klein gehalten werden. An dieser Stelle sollen zwei Arten des Übersprechens diskutiert werden, die auf dem Chip eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers auftreten können.

Befinden sich elektrische Leiterbahnen räumlich sehr dicht nebeneinander, so können sich deren Signale gegenseitig beeinflussen. Die Stärke des elektrischen Übersprechens ist dabei sehr stark von der Geometrie der gewählten Leitungen abhängig. Bei den elektrischen Signalen koplanarer Wellenleiter befindet sich der größte Teil der elektromagnetischen Felder und der fließenden Ströme in unmittelbarer Nähe der Spalte, die den Innenleiter von den Masseflächen trennen. Die Felder und Ströme auf den Masseflächen nehmen daher senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der elektromagnetischen Welle so stark ab, dass bereits Masseflächen mit einer fünffachen Innenleiterbreite als unendlich ausgedehnt betrachtet werden können [Wü05]. In der Regel weisen benachbarte, koplanare  $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers sehr viel größere Abstände auf, weshalb ein messbares Übersprechen dieses Typs sehr unwahrscheinlich ist.

Eine weitere Möglichkeit des Übersprechens besteht für Kanäle eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers, deren Resonanzfrequenzen fast identisch sind. In Abbildung 3.16 a) ist beispielhaft die Transmission  $|S_{21}(f)|$  zweier Multiplexerkanäle mit sehr ähnlichen Resonanzfrequenzen gezeigt, welche sich aus dem Betrag der Gleichung

$$S_{21} = \frac{2}{2 + \frac{Z_0}{Z_1} + \frac{Z_0}{Z_2}} \quad (3.73)$$

ergibt [Mat11]. Die komplexen Impedanzen  $Z_1$  und  $Z_2$  der beiden Resonatoren lassen sich hierbei über Formel 3.19 berechnen. Beide Resonatoren weisen jeweils eine Bandbreite  $\Delta f = 1$  MHz sowie eine maximale Verschiebung der Resonanzfrequenz  $\Delta f_r^{\max} = 1$  MHz auf. Der Abstand der beiden Resonanzfrequenzen, normiert auf die Bandbreite der Resonatoren, beträgt  $\Delta n = (f_{r,2} - f_{r,1})/\Delta f = 10$ . Das Übersprechen des zweiten Multiplexerkanals auf den ersten Kanal kann ermittelt werden, indem der magnetische Fluss  $\Phi_{dc,2}$  im rf-SQUID des zweiten Kanals variiert wird und die Auswirkung auf die Transmission  $|S_{21}(f_{op})|$  des ersten Kanals bestimmt wird. Dies ist in Abbildung 3.16 b) für verschiedene magnetische Flüsse  $\Phi_{dc,1}$  und ein Auslesungssignal mit der in Abbildung 3.16 gestrichelt angedeuteten Auslesungsfrequenz  $f_{op}$  für Kanal 1 gezeigt. Die Stärke des Übersprechens ist hierbei um einen Faktor



**Abbildung 3.16:** a) und b) Veranschaulichung einer möglichen Ursache elektromagnetischen Übersprechens: Eine Änderung des magnetischen Flusses  $\Phi_{dc,2}$  im rf-SQUID des zweiten Kanals und eine damit verbundene Verschiebung der Resonanzfrequenz  $f_{r,2}$  führt zu einer schwachen Beeinflussung der Transmission  $|S_{21}(f_{op})|$  des Auslesungssignals des ersten Kanals mit der Frequenz  $f_{op}$ .

100 vergrößert dargestellt. Wie zu erkennen ist, wird das Übersprechen minimal, falls mit den Bedingungen  $\Phi_{dc,1} = n\Phi_0$  und  $Q_i \rightarrow \infty$  das Auslesungssignal durch den ersten Resonator fast vollständig reflektiert wird und den Resonator des zweiten Kanals nicht erreichen kann. Das Übersprechen verschwindet ebenso, falls der normierte Abstand der Resonanzfrequenzen  $\Delta n \rightarrow \infty$  sehr groß gewählt wird. Anhand der hier durchgeführten numerischen Berechnungen konnte gezeigt werden, dass das Übersprechen an der steilsten Stelle der SQUID-Charakteristik beispielsweise 0.09 % für  $\Delta n = 10$  beziehungsweise 0.02 % für  $\Delta n = 20$  beträgt.

Der Multiplexfaktor  $N_{det}$  gibt diejenige Anzahl der Detektorkanäle wieder, die durch einen einzelnen Mikrowellen-SQUID-Multiplexer simultan ausgelesen wird. Dieser ist abhängig von der gesamten zur Verfügung stehenden Bandbreite  $\Delta f_{sys}$  des Auslesungssystems, von der Bandbreite  $\Delta f$  eines einzelnen Multiplexerkanals sowie vom normierten Abstand  $\Delta n$  zweier benachbarter Auslesungskanäle im Frequenzraum und kann über

$$N_{det} = \frac{\Delta f_{sys}}{\Delta f \Delta n} \quad (3.74)$$

berechnet werden. Dabei muss je nach Randbedingungen des jeweiligen Experiments

ein Kompromiss zwischen einem hohen Multiplexfaktor, einer hohen Bandbreite pro Auslesungskanal und einem geringen Übersprechen zwischen benachbarten Auslesungskanälen gefunden werden. Ist beispielsweise die gesamte Bandbreite des Systems auf  $\Delta f_{\text{sys}} = 4 \text{ GHz}$  begrenzt und soll die Bandbreite jedes Multiplexerkanals  $\Delta f = 1 \text{ MHz}$  betragen, so ergibt das den Multiplexfaktor

$$N_{\text{det}} = 400, \tag{3.75}$$

sofern das Übersprechen zwischen benachbarten Auslesungskanälen maximal 0.1% betragen soll und daher der normierte Abstand der Resonanzfrequenzen  $\Delta n = 10$  erforderlich ist.

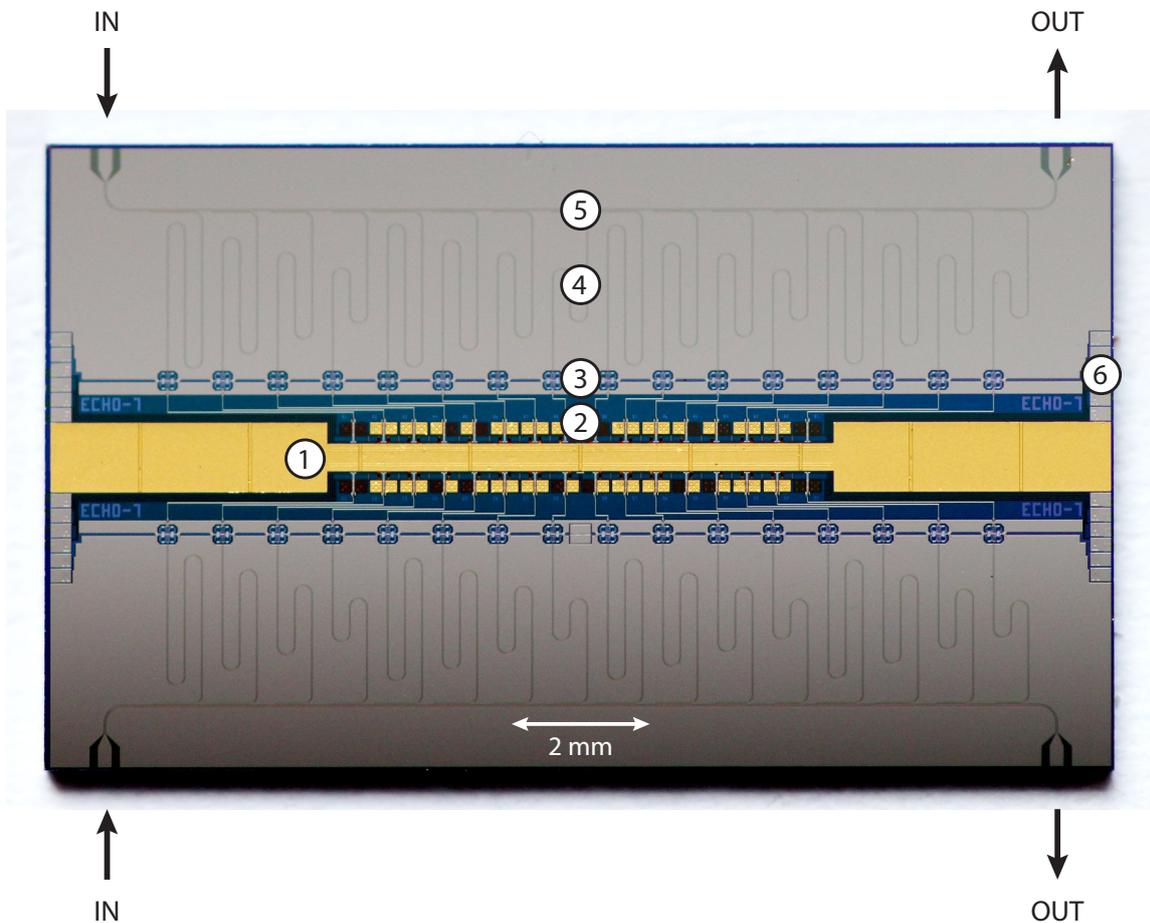
## 4. Design und Herstellung eines Detektorarrays mit integriertem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer

In diesem Abschnitt wird zunächst das Design des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten und auf metallischen magnetischen Kalorimetern basierenden Detektorarrays mit 64 Pixeln diskutiert, das durch einen integrierten, das heißt auf dem gleichen Substrat befindlichen, Mikrowellen-SQUID-Multiplexer ausgelesen wird. Im Anschluss daran werden die verschiedenen Schritte der Mikrofabrikation des Detektorarrays im institutseigenen Reinraum beschrieben.

### 4.1 Übersicht über das entwickelte Detektorarray mit integriertem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer

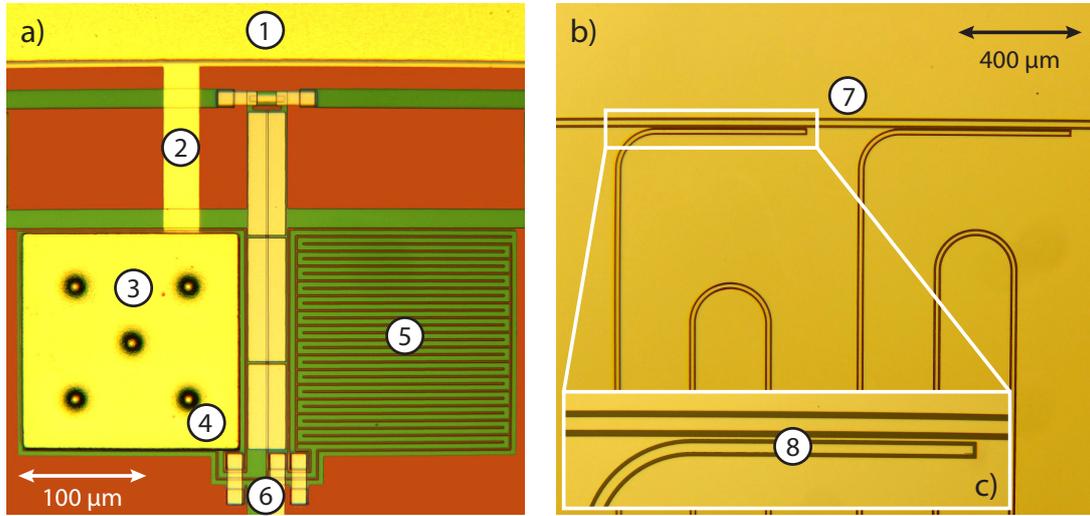
Abbildung 4.1 zeigt eine photographische Aufnahme des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Detektorarrays mit integriertem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer. Das Detektorarray besteht aus 32 metallischen magnetischen Kalorimetern, die sich gemeinsam mit einem auf dem Substrat integrierten Wärmebad, das von einer Fläche aus elektrochemisch abgeschiedenem Gold gebildet wird, in der Mitte des Chips befinden. Das Wärmebad verläuft hierbei mittig über den Chip, sodass dieses am Rand über einen metallischen Kontakt mit dem Chiphalter verbunden werden kann. Die Position der in [Weg13] entwickelten und dort im Detail beschriebenen metallischen magnetischen Kalorimeter ist außerdem derart gewählt, dass bei einer potenziellen Implantation des Isotops  $^{163}\text{Ho}$ , wie es für die Durchführung der Messungen im Rahmen des ECHO-Projekts beispielsweise notwendig ist, mit dem Ionenstrahl eine möglichst kleine Fläche abgerastert werden kann und hierbei die Fläche, in der  $^{163}\text{Ho}$  nur parasitär implantiert wird, minimal ist [Gas17]. Um das Detektorarray beziehungsweise den Multiplexer vollständig charakterisieren zu können, wurden außerdem einige Pixel des entwickelten Detektorarrays nicht mit einem paramagnetischen Sensor und einem Teilchenabsorber bestückt.

Für die Auslesung des Detektorarrays kommen zwei Mikrowellen-SQUID-Multiplexer zum Einsatz, die sich oberhalb und unterhalb des Detektorarrays befinden. Die Resonanzfrequenzen der Resonatoren auf beiden Multiplexern sind derart aufeinander abgestimmt, dass diese zeitgleich über eine gemeinsame Transmissionsleitung ausgelesen werden können. Hierzu kann beispielsweise der Ausgangsport des oberen Multiplexers mit dem Eingangsport des unteren Multiplexers durch ein externes Koaxialkabel oder mithilfe einer hochfrequenztauglichen Platine verbunden werden. Die bei-



**Abbildung 4.1:** Photographische Aufnahme des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten, hergestellten und charakterisierten Detektorarrays, das auf metallischen magnetischen Kalorimetern basiert und durch zwei integrierte, das heißt auf dem gleichen Chip befindliche, Mikrowellen-SQUID-Multiplexer ausgelesen wird. Die in der Abbildung eingetragenen Ziffern kennzeichnen die wichtigsten Strukturen: ① Wärmebad, ② Detektorarray, ③ rf-SQUIDs, ④ Resonatoren, ⑤ Durchgangsleitung und ⑥ elektrische Zuleitungen.

den Multiplexer besitzen jeweils 16 Auslesungskanäle, wobei jeder Kanal durch einen supraleitenden, koplanaren  $\lambda/4$ -Leitungsresonator mit eindeutiger Resonanzfrequenz gebildet wird, an dessen Abschlussinduktivität ein nicht-hysteretisches, ungeschuntetes rf-SQUID gekoppelt ist. Über die Kontaktierungsflächen der Durchgangsleitungen, die in der Abbildung mit IN und OUT gekennzeichnet sind, erfolgt die Auslesung der beiden Mikrowellen-SQUID-Multiplexer. Am linken und rechten Rand des Chips befinden sich in der Nähe des Wärmebads die Kontaktierungsflächen der elektrischen Zuleitungen der Detektoren und der Modulationsspule, welche induktiv an alle rf-SQUIDs eines Multiplexers gekoppelt ist.



**Abbildung 4.2:** Lichtmikroskopische Aufnahme **a)** eines einzelnen Detektors des 64-Pixel-Detektorarrays, **b)** eines Ausschnitts der koplanaren  $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren, die kapazitiv an die Durchgangsleitung gekoppelt sind sowie **c)** der Kopplungsstruktur, bei der ein Teil des Resonators parallel zur Durchgangsleitung geführt ist. Die in den Aufnahmen dargestellten Ziffern kennzeichnen die wichtigsten Strukturen: ① Wärmebad, ② thermische Kopplung zwischen Detektor und Wärmebad, ③ Teilchenabsorber mit darunter liegendem Sensor, ④ Abdruck der Stämme, ⑤ mäanderförmige Detektionsspule, ⑥ elektrische Zuleitungen zum rf-SQUID, ⑦ Durchgangsleitung und ⑧ Kopplungsstruktur.

#### 4.1.1 Eigenschaften der Detektoren

In Abbildung 4.2 a) ist eine lichtmikroskopische Aufnahme eines Detektors aus dem Detektorarray gezeigt. Bei dem gezeigten Detektor wurde zu Charakterisierungszwecken, wie oben bereits beschrieben, nur eine der beiden Detektionsspulen mit einem Absorber und einem Sensor bestückt. Die Höhe der Absorber, welche aus hochreinem, elektrochemisch abgeschiedenem Gold bestehen, beträgt  $h_{\text{abs}} = 5 \mu\text{m}$ , sodass eine Quanteneffizienz  $QE > 99.9\%$  für die Absorption von Photonen und Elektronen mit Energien  $E < 3 \text{ keV}$  erreicht wird. Im Falle eines bereits oben erwähnten Implantationsprozesses, der jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht erfolgt ist, wird das in den Absorber implantierte  $^{163}\text{Ho}$  durch eine zweite,  $5 \mu\text{m}$  dicke Goldschicht abgedeckt. Die Gesamthöhe des Absorbers ist in diesem Fall  $h_{\text{abs}} = 10 \mu\text{m}$ . Die Fläche des Absorbers beträgt  $A_{\text{abs}} = 170 \mu\text{m} \cdot 170 \mu\text{m}$ , sodass sich für die Wärmekapazität des  $10 \mu\text{m}$  hohen, nicht-implantierten Absorbers ein Wert von  $C_{\text{abs}} \approx 1 \text{ pJ/K}$  bei einer Temperatur von  $T = 50 \text{ mK}$  ergibt. Das Volumen des paramagnetischen Sensors, der aus  $\text{Ag:Er}_{330 \text{ ppm}}$  besteht, beträgt  $V_{\text{sens}} = 170 \mu\text{m} \cdot 170 \mu\text{m} \cdot 1.35 \mu\text{m}$ . Da der Sensor somit die gleiche Fläche wie der Teilchenabsorber aufweist, ist er in Abbildung 4.2 a) nicht zu erkennen. Zu sehen sind jedoch die Abdrücke der fünf Stämme, die einen

Durchmesser von  $10\ \mu\text{m}$  haben und den Sensor mit dem Absorber verbinden.

Die schwache thermische Kopplung zwischen Sensor und Wärmebad besteht aus einem  $300\ \text{nm}$  dünnen Streifen aus Gold, dessen Länge durch den Abstand zwischen dem Sensor und dem Wärmebad gegeben ist und dessen Breite derart angepasst wurde, dass die Signalabfallszeit des Detektors bei einer Temperatur von  $T = 20\ \text{mK}$  einen Wert von  $\tau_1 \approx 1\ \text{ms}$  aufweist. Die Streifen der mäanderförmigen Detektionsspulen besitzen eine Breite von  $w = 3\ \mu\text{m}$  und einen Mitte-zu-Mitte-Abstand von  $p = 6\ \mu\text{m}$ . Hieraus ergibt sich für jede einzelne mäanderförmige Detektionsspule eine Induktivität von  $L_{\text{det}} = 1.9\ \text{nH}$ .

#### 4.1.2 Supraleitende, koplanare $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren

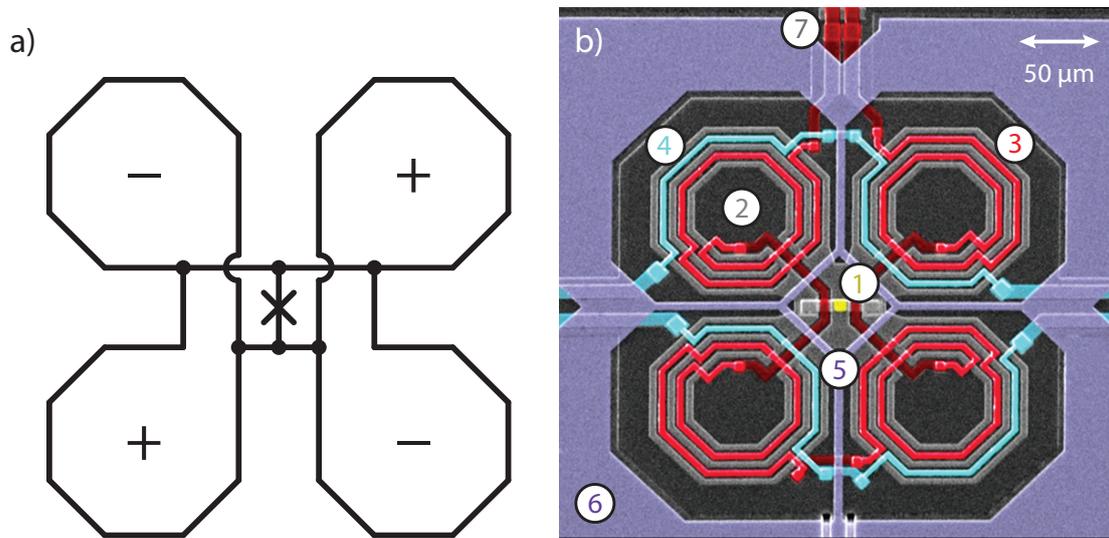
Wie in Abbildung 4.2 b) gezeigt ist, werden die supraleitenden, koplanaren  $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren kapazitiv an die gemeinsame Durchgangsleitung gekoppelt, indem ein Teilstück des Resonators sehr nahe und parallel zu der Durchgangsleitung verläuft. Die Durchgangsleitung besteht aus einem  $d = 400\ \text{nm}$  dicken Niob-Streifen mit einer Breite  $s = 15\ \mu\text{m}$ , der durch einen  $w = 9\ \mu\text{m}$  breiten Spalt von den umgebenden Masseflächen getrennt ist. Unter der Annahme eines Si-Substrats mit einer Permittivität von  $\epsilon_{\text{r,Si}} = 11.9$ , wie es ursprünglich für die Herstellung des Detektorarrays verwendet werden sollte, erhält man damit einen magnetischen Induktivitätsbelag  $L'_m = 406\ \text{nH/m}$  beziehungsweise einen Kapazitätsbelag  $C' = 170\ \text{pF/m}$ . Für die Berechnung des kinetischen Induktivitätsbelags werden die Bindungsenergie  $2\Delta(0) = 3.02\ \text{mV}$  [Ens05b] sowie die Leitfähigkeit  $\sigma_n = 23.4 \cdot 10^6\ 1/\Omega\text{m}$  [Kö15] einer Dünnschicht aus Niob im normalleitenden Zustand angenommen. Bei der Temperatur  $T = 100\ \text{mK}$  ergeben sich damit im Frequenzbereich zwischen  $4\ \text{GHz}$  und  $8\ \text{GHz}$  eine konstante effektive Eindringtiefe  $\lambda_{\text{eff}} = 68.7\ \text{nm}$  sowie ein kinetischer Induktivitätsbelag der Durchgangsleitung von  $L'_{\text{kin}} = 10.8\ \text{nH/m}$ . Die charakteristische Impedanz der Durchgangsleitung beträgt somit  $Z_0 = 49.5\ \Omega$ . Die koplanaren  $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren besitzen eine Innenleiterbreite von  $s = 10\ \mu\text{m}$  und eine Spaltbreite von  $w = 6\ \mu\text{m}$ . Die daraus resultierenden Werte der Leitungsbeläge betragen  $L'_m = 399\ \text{nH/m}$ ,  $C' = 171\ \text{pF/m}$  und  $L'_{\text{kin}} = 15.4\ \text{nH/m}$ , wodurch sich für die charakteristische Impedanz der Resonatoren  $Z_0 = 49.2\ \Omega$  ergibt. Aus herstellungstechnischen Gründen konnte letztlich für die Fabrikation des hier beschriebenen Chips jedoch kein reines Si-Substrat verwendet werden. Stattdessen kam ein Si-Substrat zum Einsatz, dessen Oberfläche mit einer  $240\ \text{nm}$  dünnen  $\text{SiO}_2$ -Schicht elektrisch isoliert ist. Berücksichtigt man die damit verbundene Änderung der effektiven Permittivität des Substrats, ergeben sich für die charakteristische Impedanz der Durchgangsleitung und der Resonatoren Werte von  $Z_0 = 54\ \Omega$  [Kem12].

Die Länge  $l_r$  der Resonatoren wurde derart gewählt, dass die Resonanzfrequenzen  $f_0$

unter Vernachlässigung der Abschlussinduktivität und der kapazitiven Kopplung an die Durchgangsleitung den Frequenzbereich zwischen 4 GHz und 8 GHz abdecken. Da die Resonatoren somit Längen im Bereich von einigen Millimetern aufweisen, sind diese posaunenartig aufgewickelt, um sie platzsparend oberhalb und unterhalb des Detektorarrays zu platzieren. Dabei entspricht der Abstand zwischen benachbarten Wellenleitern mindestens der 25-fachen Breite des Innenleiters, womit die in Abschnitt 3.4.6 diskutierte gegenseitige elektromagnetische Beeinflussung räumlich benachbarter Wellenleiter minimiert wird. Für alle Resonatoren wurde eine Kopplungsgüte von  $Q_c = 5\,000$  gewählt, sodass die Bandbreite  $\Delta f$  der Resonatoren des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers Werte zwischen 800 kHz und 1.6 MHz annimmt. Hierbei wurde angenommen, dass die intrinsische Güte  $Q_i$  der Resonatoren viel höher als deren Kopplungsgüte  $Q_c$  ist, sodass die belastete Güte  $Q_1$  durch die Kopplungsgüte  $Q_c$  bestimmt wird. Die Einschwingzeit  $\tau_{\text{res}}$  der Resonatoren nimmt somit Werte zwischen 200 ns und 400 ns an. Die Stärke der kapazitiven Kopplung  $C_c$  zwischen der Durchgangsleitung und der Resonatoren kann über die Länge der Kopplungsstruktur angepasst werden. Für die Kopplungsstärke konnte mithilfe einer Finite-Elemente-Simulation der Wert  $C'_c = 21.9$  pF/m für einen Abstand  $d_c = 2\ \mu\text{m}$  zwischen der Durchgangsleitung und dem Koppler des Resonators ermittelt werden [Kem12]. Damit ergeben sich für die Länge der Kopplungsstruktur Werte zwischen  $300\ \mu\text{m}$  und  $600\ \mu\text{m}$ . Für die Verteilung der Resonanzfrequenzen über den verfügbaren Frequenzbereich wurde ein charakteristisches Muster gewählt, mit dem es möglich ist, selbst bei einem Ausfall einzelner Multiplexerkanäle die übrigen Kanäle eindeutig zu identifizieren. Der Abstand der Resonanzfrequenzen  $f_0$  beträgt dabei ganzzahlige Vielfache von 50 MHz, sodass nach Abschnitt 3.4.6 Übersprechen zwischen Resonatoren mit benachbarten Resonanzfrequenzen auf ein Minimum reduziert ist.

### 4.1.3 Aufbau und Eigenschaften der rf-SQUIDs

Für die geometrische Umsetzung der rf-SQUIDs wurden insgesamt vier SQUID-Schleifen verwendet, welche wie in der in Abbildung 4.3 a) dargestellten Weise parallel miteinander verschaltet wurden. Dabei ist der alternierend gewählte Windungssinn benachbarter Schleifen anhand eines Vorzeichens in der Mitte der jeweiligen Schleife verdeutlicht. Wird das rf-SQUID einem externen, homogenen Magnetfeld ausgesetzt, so ergeben sich hierbei aufgrund der Flussershaltung in jeder Schleife Abschirmströme, deren Polarität dem jeweiligen Vorzeichen entspricht. Für Magnetfelder, die als homogen betrachtet werden können oder die einen linearen Gradienten aufweisen, kompensieren sich diese Ströme, weshalb der Nettostromfluss durch den Josephson-Kontakt in diesem Fall null ist. Ein auf diese Art verschaltetes rf-SQUID stellt somit ein Gradiometer zweiter Ordnung dar. Externe magnetische Störsignale können durch diesen Aufbau wirkungsvoll unterdrückt werden.



**Abbildung 4.3:** a) Vereinfachtes Ersatzschaltbild des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten SQUID-Designs mit vier parallel und gradiometrisch verschalteten SQUID-Schleifen. Die Vorzeichen veranschaulichen den Windungssinn der gezeigten Schleifen. b) Eingefärbte, mithilfe eines Rasterelektronenmikroskops erstellte Aufnahme des rf-SQUIDs mit vier geschlitzten Washern. Die in der Abbildung dargestellten Ziffern kennzeichnen die wichtigsten Strukturen: ① Josephson-Kontakt, ② geschlitzter Washer, ③ Einkoppelspule, ④ Modulationsspule, ⑤ Abschlussinduktivität, ⑥ Massefläche und ⑦ Filterwiderstand.

In Abbildung 4.3 b) ist eine eingefärbte, mithilfe eines Rasterelektronenmikroskops erstellte Aufnahme eines in dieser Arbeit entwickelten und hergestellten rf-SQUIDs zu sehen. Alle vier SQUID-Schleifen sind hierbei in Form eines geschlitzten Washers<sup>1</sup> realisiert. Dabei sind die Washer auf die in Abbildung 4.3 a) dargestellte Weise gradiometrisch miteinander verschaltet. Die in Rot dargestellte Einkoppelspule des rf-SQUIDs verläuft mit jeweils eineinhalb Windungen in den Schlitzen eines jeden Washers. Der Windungssinn der Spule entspricht dabei dem Windungssinn des jeweiligen Washers, um über einen Strom durch die Einkoppelspule effektiv magnetischen Fluss in das rf-SQUID einkoppeln zu können. Auf die gleiche Weise verläuft die in Hellblau dargestellte Modulationsspule mit jeweils einer halben Windung pro Washer. Die Kopplung zwischen dem rf-SQUID und dem koplanaren  $\lambda/4$ -Leitungsresonator erfolgt mithilfe der lila dargestellten, kreuzförmigen Abschlussinduktivität, die über das komplette rf-SQUID verläuft. Aufgrund des alternierenden Windungssinns benachbarter Washer tragen allerdings nur die horizontalen Stege zu der Kopplung bei. Der Filterwiderstand ist mittig am oberen Bildrand in Grau zu sehen.

Neben dem in Abbildung 4.3 b) gezeigten rf-SQUID mit geschlitztem Washer wurde auf dem Chip eine weitere SQUID-Geometrie verwendet, die auf einem kontinuierli-

<sup>1</sup>Englisch für Unterlegscheibe

Parameter	Einheit	kontinuierlicher Washer	geschlitzter Washer
$L_S$	pH	35.3	38.8
$L_{S,\text{eff}}$	pH	28.4	33.9
$L_{\text{in}}$	nH	1.94	2.25
$L_{\text{mod}}$	pH	677	806
$L_T$	pH	126	130
$L_{T,\text{eff}}$	pH	125	129
$M_{\text{in}}$	pH	141	125
$M_{\text{mod}}$	pH	47.3	43.4
$M_{\text{mod,eff}}$	pH	39.3	38.2
$M_T$	pH	12.1	12.1
$M_{T,\text{eff}}$	pH	9.30	9.90
$M_{\text{im}}$	pH	163	134
$M_{\text{iT}}$	pH	57.3	56.4
$M_{\text{mT}}$	pH	25.4	26.9
$k$	-	0.54	0.42
$I_c$	$\mu\text{A}$	5	5
$\beta_{L,\text{eff}}$	-	0.43	0.52

**Tabelle 4.1:** Tabellarische Zusammenstellung der SQUID-Parameter. Die Bedeutung der mithilfe der Software InductEx numerisch ermittelten Werte der Induktivitäten und der Gegeninduktivitäten können hierbei Abbildung 3.15 entnommen werden. Zusätzlich eingetragen sind die Werte des Kopplungsfaktors  $k$  zwischen der SQUID-Schleife und der Einkoppelpule, des kritischen Stroms  $I_c$  und des Abschirmparameters  $\beta_{L,\text{eff}}$ .

chem Washer basiert. Da dieser keine Schlitze aufweist, verlaufen die Einkoppel- und die Modulationsspule direkt auf dem Washer und sind von diesem nur durch eine sehr dünne Isolationsschicht getrennt. Der Kopplungsfaktor  $k$  zwischen der Einkoppelpule und dem rf-SQUID nimmt daher bei dieser Geometrie einen größeren Wert an. In Bezug auf die gekoppelte Energiesensitivität  $\epsilon_c$  ist somit die Geometrie mit kontinuierlichem Washer zu bevorzugen. Um allerdings beide SQUID-Geometrien experimentell untersuchen zu können, wurden diese zu gleichen Teilen auf die einzelnen Multiplexerkanäle verteilt.

Die einzelnen Induktivitäten und Gegeninduktivitäten beider SQUID-Geometrien wurden mithilfe des Programms InductEx<sup>2</sup> numerisch berechnet [Fou11]. Die sich hieraus ergebenden Werte sind in Tabelle 4.1 aufgelistet. Ebenfalls gezeigt sind in

<sup>2</sup><http://www0.sun.ac.za/ix>, Stellenbosch University, Südafrika

dieser Tabelle die effektiven Werte der Induktivitäten und Gegeninduktivitäten, die sich aufgrund des abschirmenden Verhaltens des supraleitenden Flusstransformators ergeben (vergleiche Abschnitt 3.4.4). Der kritische Strom beider rf-SQUIDs wurde auf  $I_c = 5 \mu\text{A}$  festgesetzt.

Einige der in Tabelle 4.1 angegebenen Werte weichen jedoch signifikant von den optimalen Werten ab, die sich anhand des Multiplexer-Modells ergeben. Beispielsweise ist der Wert der Induktivität  $L_{\text{in}}$  der Einkoppelspule unter Berücksichtigung der Induktivität der Detektionsspule  $L_{\text{det}}$  um etwa einen Faktor zwei zu groß. Bezogen auf den nach Abschnitt 3.4.3 geplanten Parameter  $\eta \approx 1$  fällt der Wert der effektiven Gegeninduktivität  $M_{\text{T,eff}}$  sogar um etwa einen Faktor drei zu groß aus. Diese Abweichungen lassen sich dadurch erklären, dass die Software InductEx, mit der die numerische Bestimmung der einzelnen Induktivitäten und Gegeninduktivitäten erfolgte, erst nach der Entwurfsphase und der Fertigstellung des hier diskutierten Chips zur Verfügung stand. Zum Zeitpunkt der Entwurfsphase konnte daher nur auf Geometrien zurückgegriffen werden, deren Parameter zuvor in [Kem12] mithilfe der Software FASTHENRY<sup>3</sup> ermittelt wurden. Diese Werte stellten sich jedoch erst im Nachhinein als unzuverlässig heraus, weshalb der Mikrowellen-SQUID-Multiplexer bezogen auf eine optimierte Auslesung der metallischen magnetischen Kalorimeter fehlangepasst ist. Wie sich jedoch noch in Kapitel 6 zeigen wird, konnte der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Mikrowellen-SQUID-Multiplexer dennoch umfangreich charakterisiert und für die Auslesung metallischer magnetischer Kalorimeter eingesetzt werden.

Für den Filterwiderstand  $R_{\text{F}}$ , der, wie in Abbildung 3.15 dargestellt ist, gemeinsam mit den beiden Detektionsspulen des Detektors und der Einkoppelspule des rf-SQUIDs einen Tiefpass erster Ordnung bildet, wurde der Wert  $R_{\text{F}} = 2 \Omega$  gewählt. Mit diesem Wert beträgt die Abschneidefrequenz des Tiefpasses in etwa  $f_c \approx 500 \text{ MHz}$ . Während hiermit hochfrequente Ströme effektiv gefiltert werden, werden Detektorsignale, die eine Bandbreite von einigen MHz aufweisen, hiervon nicht beeinträchtigt.

#### 4.1.4 Abschätzung des Flussrauschens und der Energieauflösung

In Abschnitt 3.4.5 wurde gezeigt, dass der Rauschbeitrag eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers maßgeblich durch das Eingangsrauschen des HEMT-Verstärkers bestimmt wird. Unter der Annahme einer angepassten Gegeninduktivität von  $M_{\text{T,eff}} \approx 3 \text{ pH}$ , welche sich aus dem erweiterten Multiplexer-Modell ergibt, einer sehr hohen intrinsischen Güte  $Q_i \rightarrow \infty$  sowie einer Rauschtemperatur  $T_{\text{N,HEMT}} = 4 \text{ K}$  des HEMT-Verstärkers (siehe Abschnitt 5.2) kann für das scheinbare magnetische Flussrauschen des HEMT-Verstärkers ein Wert von

<sup>3</sup>FASTHENRY [Kam94]: [www.fastfieldsolvers.com](http://www.fastfieldsolvers.com)

$$\sqrt{S_{\Phi_s, \text{HEMT}}} \approx 1 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}, \quad (4.1)$$

abgeschätzt werden. Hierbei wurde angenommen, dass für die Leistung des für die Auslesung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers gewählten Hochfrequenzsignals ein Wert gewählt wird, der zu einer magnetischen Flussamplitude von  $\Phi_{\text{rf}} = 0.1 \Phi_0$  führt. Für den in Tabelle 4.1 gezeigten, tatsächlichen Parameter der Gegeninduktivität von  $M_{\text{T,eff}} \approx 10 \text{ pH}$  ergibt sich ein wesentlich geringerer Rauschbeitrag von etwa  $\sqrt{S_{\Phi_s, \text{HEMT}}} \approx 0.3 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ . Gleichzeitig ergeben sich allerdings aufgrund der zu hohen Gegeninduktivität  $M_{\text{T,eff}}$  und des damit verbundenen erhöhten Parameters  $\eta \gg 1$  nach der in Abschnitt 3.4.3 geführten Diskussion nur sehr kleine Bereiche mit linearer Kennlinie  $\Delta\Phi_{\text{dc,lin}}$ . Die Auswirkungen dieser verstärkten Nichtlinearität auf die Energieauflösung wird allerdings durch das Multiplexer-Modell nicht berücksichtigt. Es kann daher nicht davon ausgegangen werden, dass der deutlich geringere Rauschbeitrag für den realen Parameter  $M_{\text{T,eff}} \approx 10 \text{ pH}$  stets zu einer höheren Energieauflösung führt. Im Falle eines optimal gewählten Parameters  $M_{\text{T,eff}} = 3 \text{ pH}$  soll jedoch hier die erreichbare Energieauflösung abgeschätzt werden. Bei dieser Abschätzung wird ein zusätzlicher  $1/f$ -Rauschbeitrag des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers mit einer Eckfrequenz von  $f_c \approx 100 \text{ Hz}$  mit einem Parameter  $\alpha = 1$  angenommen. Die erwartete Energieauflösung der in diesem Kapitel diskutierten metallischen magnetischen Kalorimeter mit Ag:Er-Sensor beträgt für einen Multiplexerkanal mit geschlitztem SQUID-Washer  $\Delta E_{\text{FWHM}} \approx 8 \text{ eV}$  und für einen Kanal mit kontinuierlichem Washer  $\Delta E_{\text{FWHM}} \approx 6 \text{ eV}$ , sofern für die Detektortemperatur der Wert  $T = 20 \text{ mK}$  angenommen wird.

## 4.2 Mikrofabrikation des entworfenen Detektorarrays

Für die Herstellung des im vorigen Abschnitt diskutierten Detektorarrays im institutseigenen Reinraum mussten die Fabrikationsprozesse für qualitativ hochwertige Josephson-Kontakte, für supraleitende, koplanare  $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren mit hoher intrinsischer Güte sowie für paramagnetische Sensoren mit frei stehenden Teilchenabsorbern auf Stämmen aufeinander abgestimmt werden. Für die Produktion des entworfenen Detektorarrays ergab sich hieraus ein Fabrikationsprozess, der auf insgesamt 16 aufeinanderfolgende, photolithographische Lagen basiert. Alle Produktionsschritte, die im Folgenden im Detail erläutert werden, sind hierbei in Tabelle 4.2 zusammengefasst.

Für alle im Folgenden beschriebenen Materialdepositionen standen eine Sputteranlage (DCA Instruments Oy) mit einem Basisdruck von unter  $10^{-8}$  Torr sowie eine selbst entwickelte Apparatur für die elektrochemische Abscheidung hochreiner Au-

Lage	Material	Dicke	Prozessart	Strukturen
1	Nb	250 nm	Trockenätzen	Josephson-Kontakte, SQUID-
2	Al–AlO <sub>x</sub>	18 nm	Nassätzen	Washer, Detektionsspulen
3	Nb	125 nm	Trockenätzen	und elektrische Zuleitungen
4	Nb <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	50 nm	Anodisieren	
5	SiO <sub>2</sub>	75 nm	Lift-Off	isolierende Schichten
6	SiO <sub>2</sub>	250 nm	Lift-Off	
7	AuPd	160 nm	Lift-Off	resistive Elemente
8	Nb	500 nm	Lift-Off	elektrische Kontaktierungen
9	Nb	400 nm	Lift-Off	
10	Nb	400 nm	Trockenätzen	Resonatoren
11	Au	300 nm	Lift-Off	Detektor-Thermalisierung
12	AgEr	1 350 nm	Lift-Off	
13	Au	100 nm	Lift-Off	paramagnetische Sensoren
14	Au	100 nm	Lift-Off	
15	Nb	15 nm	Trockenätzen	Stämme und Teilchenabsorber
16	Au	5 000 nm	Galvanisieren	

**Tabelle 4.2:** Zusammenfassung der einzelnen Mikrofabrikationsschritte für die Herstellung des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Detektorarrays mit integriertem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer.

Schichten zur Verfügung. Die Sputteranlage ist mit sechs Kanonen ausgestattet, die das Sputtern der Materialien Nb, Al, Au, AuPd, SiO<sub>2</sub> und AgEr<sub>330ppm</sub> mit den Prozessgasen Ar und O<sub>2</sub> erlaubt. Zusätzlich verfügt die Anlage über eine Schleuse mit einem Basisdruck von ungefähr 10<sup>-6</sup> Torr, in der eine Reinigung des Substrats durch eine Ar-Ionenkanone vor jedem Sputtervorgang sowie eine gezielte Oxidation der Oberfläche des Wafers in einer hochreinen O<sub>2</sub>-Atmosphäre erfolgen kann. Für Ätzprozesse konnte neben wässrigen Lösungen für nass-chemische Ätzvorgänge auf eine ICP-RIE<sup>4</sup>-Anlage (SENTECH) für Trockenätzprozesse mit den fluorbasierten Prozessgasen SF<sub>6</sub>, CHF<sub>3</sub> und CF<sub>4</sub> sowie den Gasen Ar und O<sub>2</sub> zurückgegriffen werden. Detaillierte Informationen zu den verwendeten Prozessen kann beispielsweise in [Pab08, Pie08] gefunden werden. Für die Produktion des Detektorarrays wurde als Substrat ein drei Zoll großer Si-Wafer verwendet, dessen Oberfläche mit einer 240 nm dicken und durch thermische Oxidation erzeugten SiO<sub>2</sub>-Schicht elektrisch isoliert ist.

<sup>4</sup>Abkürzung für Inductively Coupled Plasma - Reactive Ion Etching

Der Produktionsprozess begann mit der Herstellung der Josephson-Kontakte durch das Sputtern einer großflächigen Nb/Al-AlO<sub>x</sub>/Nb-Dreischichtstruktur auf das Substrat. Die beiden Nb-Schichten, die jeweils durch einen dc-Magnetron-Sputterprozess mit einer Leistung von  $P_{\text{dc}} = 400 \text{ W}$  in einer Ar-Atmosphäre mit einem Druck  $p_{\text{Ar}} = 7 \text{ mTorr}$  und einer Rate  $\dot{d}_{\text{Nb}} = 8.3 \text{ \AA/s}$  aufgebracht wurden, sind 250 nm und 125 nm dick. Die sich dazwischen befindende Al-Lage mit der Dicke 18 nm wurde mit einer Leistung  $P_{\text{dc}} = 200 \text{ W}$ , einem Druck  $p_{\text{Ar}} = 10 \text{ mTorr}$  und einer Depositionsrate  $\dot{d}_{\text{Al}} = 3.0 \text{ \AA/s}$  gesputtert. Die Tunnelbarriere des Josephson-Kontakts wurde in der Schleuse der Sputteranlage durch eine gezielte Oxidation der Al-Schicht bei einem Druck  $p_{\text{ox}} = 37 \text{ Torr}$  für eine Zeitdauer  $t_{\text{ox}} = 15 \text{ h}$  in einer statischen O<sub>2</sub>-Atmosphäre erzeugt. Die Josephson-Kontakte wurden anschließend durch drei aufeinander folgende Ätzschritte erstellt, wobei die Strukturierung der Kontakte zu Beginn mithilfe des Photolacks AZ5214E<sup>5</sup> erfolgte. Die obere Nb-Elektrode der Josephson-Kontakte wurde im darauf folgenden Plasma-Ätzprozess mit den Leistungen  $P_{\text{rf}} = 100 \text{ W}$  und  $P_{\text{ICP}} = 50 \text{ W}$  hergestellt. Der Druck der für die Ätzung verwendeten, reinen SF<sub>6</sub>-Atmosphäre und die Ätzrate betragen  $p_{\text{SF}_6} = 2 \text{ Pa}$  und  $\dot{d}_{\text{Nb}} = 9.3 \text{ \AA/s}$ . Da die Struktur der Josephson-Kontakte somit bereits durch die obere Elektrode definiert war, wurde für den folgenden nass-chemischen Ätzprozess der Al-AlO<sub>x</sub>-Schicht mit dem Standard-Entwickler AZ351B, der im Verhältnis 1:4 mit Wasser verdünnt war, kein Photolack für die Definition von Strukturen benötigt. Nachdem durch den erneuten Gebrauch des Photolacks AZ5214E die SQUID-Washer, die Detektionsspulen sowie die elektrischen Zuleitungen zu den Detektoren und den SQUIDs strukturiert waren, wurde die zweite Nb-Lage in der ICP-RIE-Anlage mit dem identischen, bereits oben beschriebenen Rezept geätzt.

In den darauf folgenden Prozessierungsschritten wurde der größte Teil der bereits hergestellten Strukturen elektrisch isoliert, sodass nur diejenigen Flächen nicht mit isolierendem Material bedeckt waren, die durch den dafür verwendeten Photolack AZ5214E geschützt waren und die später für die elektrische Kontaktierung benötigt wurden. Hierfür wurde zunächst ein Großteil der Strukturen der Detektoren durch ein Anodisationsverfahren passiviert, während die Washer der rf-SQUIDs und die Josephson-Kontakte nicht von diesem ersten Isolationsschritt betroffen waren. Bei diesem Verfahren wurde der Wafer in eine Lösung aus C<sub>2</sub>H<sub>6</sub>O<sub>2</sub> und H<sub>2</sub>O sowie (NH<sub>4</sub>)B<sub>5</sub>O<sub>8</sub> im Verhältnis 25:19:4 gelegt und auf den Nb-Strukturen durch das Anlegen der Spannung  $U_{\text{Anod}} = 25 \text{ V}$  eine etwa 50 nm dicke, isolierende Nb<sub>2</sub>O<sub>5</sub>-Schicht erzeugt. Anschließend wurden zwei SiO<sub>2</sub>-Schichten mit den Dicken 75 nm und 250 nm durch zwei aufeinanderfolgende Sputtervorgänge in einer Atmosphäre aus 60% Argon und 40% Sauerstoff mit einer Leistung  $P_{\text{rf}} = 250 \text{ W}$ , einem Druck  $p_{\text{Ar,O}_2} = 5 \text{ mTorr}$  und einer Sputterrate  $\dot{d}_{\text{SiO}_2} = 2.1 \text{ \AA/min}$  auf das Substrat abgeschieden. Zwischen beiden Schichten fand eine erneute Strukturierung des Photolacks statt, um eventu-

<sup>5</sup>Entwicklung und Herstellung: Merck KGaA, Vertrieb: MicroChemicals GmbH

ell auftretende Strukturierungsfehler in der ersten Lage durch die zweite Lage auszugleichen. Außerdem sind die vom Lack abgedeckten Flächen in der zweiten Lage leicht vergrößert, um durch das resultierende, stufenartige Profil der Isolationsschicht bei einem späteren Fabrikationsschritt eine einfachere, elektrische Kontaktierung zu ermöglichen. Der Lack und überschüssiges Isolationsmaterial wurden abschließend durch einen Lift-Off-Prozess wieder entfernt.

Für das Aufbringen der erforderlichen resistiven Elemente wurde nach der Strukturierung des Photolacks AZ5214E zunächst eine nur wenige Ångström dicke Nb-Schicht zur Verbesserung der Haftung der nachfolgenden 160 nm dicken AuPd-Schicht auf das Substrat gesputtert. Die Sputterparameter der AuPd-Schicht betragen  $P_{dc} = 100$  W,  $p_{Ar} = 10$  mTorr und  $\dot{d}_{AuPd} = 7.8$  Å/s. Zum Schutz der AuPd-Strukturen vor der ätzenden Wirkung des Reinigungsschrittes mit der Ar-Ionenkanone im anschließenden Sputterprozess wurde eine wenige Ångström dicke Nb-Schutzschicht auf die AuPd-Strukturen hinzugefügt. Die im nächsten Schritt mit einer Sputterleistung  $P_{dc} = 400$  W, einem Druck  $p_{Ar} = 2$  mTorr und einer Depositionsrate  $\dot{d}_{Nb} = 8.3$  Å/s hergestellte 500 nm dicke Nb-Lage diente elektrischen Kontaktierungen bei den Strukturen der Detektoren und der rf-SQUIDs. Bei beiden Schichten wurde jeweils am Ende das überschüssige Material durch einen Lift-Off-Prozess wieder entfernt.

Anschließend erfolgte die Fabrikation der Durchgangsleitung und der koplanaren  $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren durch einen Zwei-Lagen-Prozess. In einem ersten Schritt wurde das Resonatormaterial durch das Aufspütern einer 400 nm dicken Nb-Schicht und einem anschließenden Lift-Off-Prozess auf die für die Resonatoren vorgesehenen Flächen verteilt, wobei die übrigen Flächen während des Sputtervorgangs durch den Photolack AZ5214E bedeckt waren. Die Sputterparameter betragen hierbei  $P_{dc} = 500$  W,  $p_{Ar} = 2$  mTorr und  $\dot{d}_{Nb} = 10.3$  Å/s. Das Ätzen der durch den Photolack AZ5214E definierten Spalte der koplanaren Wellenleiter geschah in der ICP-RIE-Anlage mit dem identischen Rezept, das bereits bei dem Ätzvorgang der Josephson-Kontakte eingesetzt wurde. Da nach diesen beiden Schritten die Mikrowellen-SQUID-Multiplexer fertiggestellt waren, betrafen die im Folgenden beschriebenen Prozesse nur noch die Herstellung der metallischen magnetischen Kalorimeter.

Für die Strukturen der Thermalisierung der Detektoren an das Wärmebad, die durch den Photolack AZ5214E definiert wurden, wurde eine 300 nm dicke Au-Schicht mit den Parametern  $P_{dc} = 100$  W,  $p_{Ar} = 10$  mTorr und  $\dot{d}_{Au} = 19.2$  Å/s aufgesputtert, bevor diese durch einen anschließenden Lift-Off-Prozess hergestellt wurden. Die 1.35  $\mu$ m dicken paramagnetischen Sensoren wurden ebenfalls durch einen Lift-Off-Prozess hergestellt, wobei der dafür verwendete Photolack AZnLOF2070 mit einem starken Unterschnitt versehen wurde. Die Sputterparameter der AgEr<sub>330ppm</sub>-Schicht betragen  $P_{dc} = 200$  W,  $p_{Ar} = 10$  mTorr und  $\dot{d}_{AgEr} = 50$  Å/s. Unterhalb der Sensoren befindet sich eine wenige Ångström dünne Nb-Schicht für die bessere Haftung der Sensoren,

---

während die Oberfläche der Sensoren durch eine 100 nm dicke Au-Schicht geschützt wurde. Diese Au-Schicht diente zusätzlich der besseren Haftung der Au-Stämme, die im folgenden Prozessierungsschritt erstellt wurden.

Für die Herstellung der frei stehenden Teilchenabsorber auf Stämmen wurde ein Zweilagigen-Prozess verwendet, bei dem zwischen den beiden Lagen kein Lift-Off-Prozess durchgeführt wurde. Zunächst wurden durch den Photolack AZ6632 die Stämme strukturiert und anschließend die Kanten des Lacks verrundet, indem der Wafer für  $t = 5$  min einer Temperatur von  $T = 150^\circ \text{C}$  ausgesetzt war. Anschließend wurde eine 100 nm dicke Au-Schicht aufgesputtert, die aufgrund der verrundeten Kanten großflächig nicht unterbrochen war und mit deren Hilfe im weiteren Verlauf das elektrochemische Abscheiden der Absorber ermöglicht wurde. Diese Lage wurde mit einer 15 nm dicken Schutzschicht aus Nb bedeckt, wobei die Parameter der beiden Sputtervorgänge analog zu den bereits beschriebenen sind. Auf dieser Zweischichtstruktur wurden die Absorber und das Wärmebad durch den Photolack AZnLOF2070 strukturiert. Danach wurde die 15 nm dicke Nb-Lage mithilfe der Ar-Ionenkanone in der Schleuse der Sputteranlage und eines Plasma-Ätzprozesses in der ICP-RIE-Anlage wieder entfernt, was zu einer sehr sauberen Oberfläche der darunter liegenden Goldschicht führte. In einem letzten Mikrofabrikationsschritt wurden die goldenen Absorber sowie das goldene Wärmebad mit der Dicke 5 000 nm in einer selbst entwickelten Apparatur elektrochemisch abgeschieden, wobei der Au-Elektrolyt auf einer Temperatur von  $T_{\text{Galv}} = 60^\circ \text{C}$  gehalten wurde. Die Stromdichte und die Depositionsrate betragen  $j_{\text{Galv}} = 1.0 \text{ mA/cm}^2$  und  $\dot{d}_{\text{Au}} = 1.0 \text{ nm/s}$ . Danach wurden beide Photolacke durch einen anschließenden Lift-Off-Prozess wieder entfernt. Zuletzt wurde der Wafer mit mehreren Lagen Schutzlack überzogen, außerhalb des Reinraums mit einer Wafersäge in einzelne Chips zersägt und diese in Lösungsmittel gereinigt.

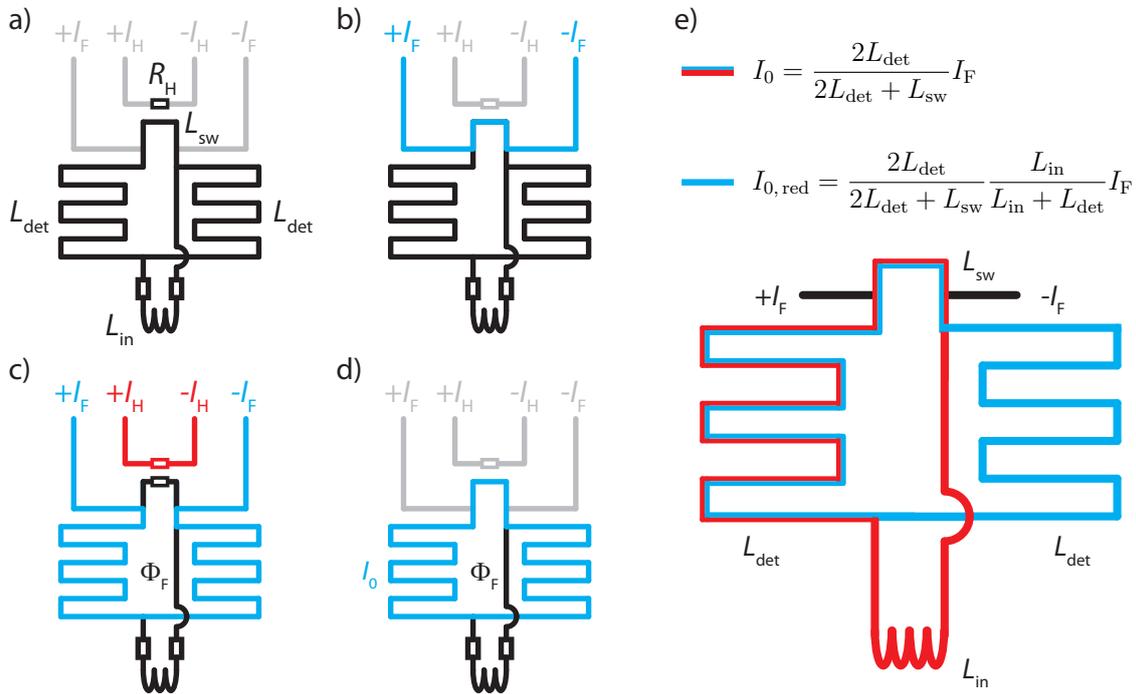


## 5. Experimentelle Methoden

In diesem Kapitel werden die experimentellen Methoden erläutert, mit denen die im Rahmen dieser Arbeit erfolgten Messungen durchgeführt wurden. In diesem Zusammenhang wird zunächst gezeigt, wie ein Dauerstrom in den Detektionsspulen der verwendeten Detektoren erzeugt wurde, mit dessen Hilfe die paramagnetischen Sensoren magnetisiert wurden. Anschließend werden die experimentellen Aufbauten beschrieben, mit denen der entwickelte Mikrowellen-SQUID-Multiplexer charakterisiert wurde und mit denen mithilfe des entwickelten Multiplexers Detektorereignisse aufgezeichnet wurden. Danach wird diskutiert, auf welche Weise die charakteristischen Parameter der zur Auslesung der rf-SQUIDs verwendeten  $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren anhand der mit einem Netzwerkanalysator durchgeführten Messungen der Frequenzabhängigkeit des komplexen Streuparameters  $S_{21}(f)$  ermittelt wurden. Schließlich wird ein in der Literatur unter dem Begriff Flussrampenmodulation bekanntes Verfahren für die Linearisierung des Ausgangssignals eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers vorgestellt, mit dessen Hilfe im Rahmen dieser Arbeit gezeigt werden konnte, dass der Ursprung eines niederfrequenten Rauschbeitrags in den zur Auslesung verwendeten Resonatoren und nicht in den daran angekoppelten rf-SQUIDs beziehungsweise in den Detektoren liegt.

### 5.1 Präparation des felderzeugenden Dauerstroms in den Detektionsspulen

Wie in Kapitel 2.4 bereits gezeigt wurde, wird das für die Magnetisierung der paramagnetischen Sensoren benötigte Magnetfeld durch einen in den beiden parallel verschalteten Detektionsspulen des Detektors fließenden Dauerstrom  $I_0$  erzeugt. Das Grundprinzip der Präparation dieses Dauerstroms soll nun anhand der vier Abbildungen 5.1 a) - d) erläutert werden. Hierzu sind in Abbildung 5.1 a) die beiden parallel verschalteten Detektionsspulen eines Detektors mit der Induktivität  $L_{\text{det}}$  sowie die zu beiden Spulen parallel geschaltete Einkoppelspule des SQUIDs mit der Induktivität  $L_{\text{in}}$  schematisch dargestellt. Bei der gewählten Darstellung wurde angenommen, dass die Verbindungsleitungen zwischen den beiden Detektionsspulen und der Einkoppelspule des SQUIDs resistiv sind. Diese Situation liegt beispielsweise dann vor, wenn die Verbindungen zwischen dem Detektor und dem SQUID mithilfe von Bonddrähten aus Aluminium realisiert sind und die Präparation des Dauerstroms bei einer Temperatur oberhalb der Sprungtemperatur von Aluminium erfolgt. Die Notwendigkeit einer resistiven Verbindung zur Einkoppelspule des SQUIDs wird sich hierbei



**Abbildung 5.1:** a) - d) Schematische Darstellung der verschiedenen Zwischenstufen bei der Präparation des Dauerstroms  $I_0$  in den beiden Detektionsspulen, der das für die Magnetisierung der paramagnetischen Sensoren benötigte Magnetfeld erzeugt sowie e) der speziell für die im Rahmen dieser Arbeit vorliegenden Situation, bei der eine der beiden Detektionsspulen aufgrund der supraleitenden Verbindung zur Einkoppelspule des SQUIDS einen verringerten Dauerstrom  $I_{0,red}$  aufweist.

im weiteren Verlauf dieses Abschnitts zeigen. Darüber hinaus ist angedeutet, dass eine der beiden Verbindungsleitungen zwischen den Detektionsspulen U-förmig ausgestülpt ist und die Induktivität  $L_{sw}$  besitzt. Oberhalb dieser Ausstülpung befindet sich, galvanisch durch eine Isolationsschicht getrennt, ein Heizwiderstand  $R_H$ , der von außen mit den Leitungen  $\pm I_H$  angesprochen werden kann. Des Weiteren sind zwei Leitungen  $\pm I_F$  derart mit den Detektionsspulen verbunden, dass von diesen Leitungen aus betrachtet die U-förmige Ausstülpung parallel zu der Serienschaltung aus beiden Detektionsspulen geschaltet ist.

Ausgehend von der beschriebenen Situation in Abbildung 5.1 a) wird über die Stromquelle  $\pm I_F$  ein Strom durch die Schaltung getrieben, dessen Stärke auf einen Wert eingestellt wird, der geringfügig größer als der einzuprägende Dauerstrom  $I_0$  ist. Unter der Annahme, dass die Induktivität  $L_{sw}$  der U-förmigen Ausstülpung deutlich kleiner als die Summe der Induktivitäten beider Detektionsspulen ist, fließt der Großteil des von außen angebotenen Stroms  $I_F$  entlang des in Abbildung 5.1 b) in Blau dargestellten Pfades, das heißt durch die U-förmige Ausstülpung, da sich der

Strom beim Einschaltvorgang gemäß dem Verhältnis der beiden parallel geschalteten Zweige aufteilt. Wird nun, wie in Abbildung 5.1 c) angedeutet ist, die Ausstülpung in unmittelbarer Umgebung des Heizwiderstands  $R_H$  durch einen durch den Heizwiderstand getriebenen Strompuls mit der Amplitude  $I_H$  resistiv getrieben, so fließt der gesamte von außen eingeprägte Strom  $I_F$  durch den Zweig, der von den beiden supraleitenden Detektionsspulen gebildet wird und erzeugt einen magnetischen Fluss  $\Phi_F = 2L_{\text{det}}I_F$ . Sobald der ausgestülpte Teil nach dem Heizpuls wieder in den supraleitenden Zustand wechselt, stellen die beiden Detektionsspulen zusammen mit der Ausstülpung einen supraleitenden Kreis dar, in dem der magnetische Fluss  $\Phi_F$  eine Erhaltungsgröße ist. Wie in Abbildung 5.1 d) gezeigt ist, wird die Stärke des von außen eingeprägten Stroms  $I_F$  langsam auf null erniedrigt. Die Erhaltung des magnetischen Flusses  $\Phi_F$  führt dann zu einem im Gesamtkreis fließenden, abschirmenden Strom  $I_0$ , dessen Stärke durch den Ausdruck

$$I_0 = \frac{2L_{\text{det}}}{2L_{\text{det}} + L_{\text{sw}}} I_F \approx I_F \quad (5.1)$$

gegeben ist.

Bei nahezu allen vorangegangenen Experimenten, die auf metallischen magnetischen Kalorimetern mit zwei gradiometrisch verschalteten, mäanderförmigen Detektionsspulen beruhen, befanden sich die Detektoren und die Sensor-SQUIDs für die Detektorauslesung auf unterschiedlichen Chips. Die elektrische Verbindung zwischen den beiden Detektionsspulen und der Einkoppelspule des Sensor-SQUIDs erfolgte, wie weiter oben bereits angedeutet wurde, über Bonddrähte aus Aluminium, die während des Betriebs der Detektoren supraleitend sind. Erfolgt die Präparation des Dauerstroms bei einer Temperatur oberhalb der Sprungtemperatur von Aluminium, so ist ein Stromfluss durch die Einkoppelspule des Sensor-SQUIDs nicht möglich, sodass, wie oben erläutert wurde, in beiden Detektionsspulen der Dauerstrom  $I_0 \approx I_F$  erzeugt wird. Bei dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Detektorarray mit integriertem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer befinden sich die Detektoren und die Sensor-SQUIDs allerdings erstmalig auf einem gemeinsamen Chip und die Verbindungsleitungen zwischen den beiden Detektionsspulen und der Einkoppelspule des SQUIDs sind aus dem gleichen supraleitenden Material wie die Detektionsspulen gefertigt. Aus diesem Grund bleiben die Verbindungsleitungen stets supraleitend, sodass die Einkoppelspule des SQUIDs während der Präparation des Dauerstroms nicht durch resistive Verbindungsleitungen effektiv abgekoppelt ist.

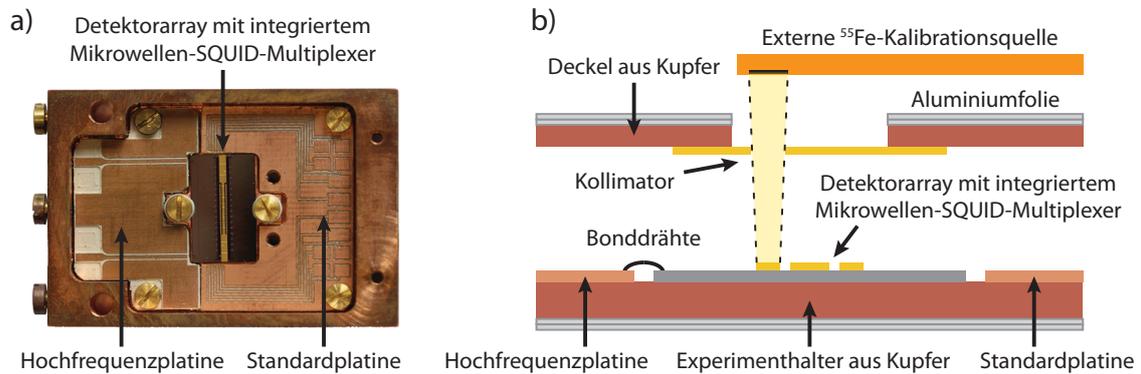
Der Einfluss der nicht-resistiven Verbindungen zur Einkoppelspule auf die Einprägung des Dauerstroms soll nun anhand von Abbildung 5.1 e) erklärt werden. Wird während der Präparation des Dauerstroms der Stromfluss durch die Ausstülpung mithilfe des Heizpulses  $I_H$  unterbunden, so fließt der Strom  $I_F$  mit voller Stromstär-

ke durch die linke Detektionsspule, sofern angenommen wird, dass dieser über die Leitung  $+I_F$  eingespeist wird. Der Strom  $I_F$  teilt sich dann allerdings im Verhältnis der Induktivitäten  $L_{\text{det}}$  und  $L_{\text{in}}$  auf die rechte Detektionsspule und die Einkoppelspule auf. Die Situation nach der Präparation des Dauerstroms ist in der Abbildung farblich in Rot und Blau verdeutlicht. Während die Stärke des Dauerstroms in der linken Detektionsspule durch den Zusammenhang 5.1 gegeben ist, gilt für den Dauerstrom in der rechten Detektionsspule der Ausdruck

$$I_{0,\text{red}} = \frac{2L_{\text{det}}}{2L_{\text{det}} + L_{\text{sw}}} \frac{L_{\text{in}}}{L_{\text{in}} + L_{\text{det}}} I_F. \quad (5.2)$$

Aufgrund des Induktivitätsverhältnisses  $L_{\text{in}} \approx L_{\text{det}}/2$  eines an einen Detektor angepassten SQUIDS ist der Dauerstrom  $I_{0,\text{red}} \approx I_0/3$  in der rechten Detektionsspule im Vergleich zum Strom  $I_F$  deutlich reduziert. Somit können die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Detektoren aufgrund der stark unterschiedlichen Dauerströme in den beiden Detektionsspulen nicht als gradiometrisch betrachtet werden, obwohl die in Kapitel 2.4 vorgestellte Detektorgeometrie mit mäanderförmiger Detektionsspule einem Gradiometer erster Ordnung entspricht.

Der hier dargelegte Nachteil der verwendeten Geometrie, die zu einer asymmetrischen Präparation des Dauerstroms führt, war bereits während der Entwurfsphase des Detektorarrays mit integriertem Mikrowellen-SQUID-Multiplexers bekannt. Allerdings waren zum damaligen Zeitpunkt in der Arbeitsgruppe keine alternativen Geometrien für den Dauerstromschalter entwickelt, die eine symmetrische Präparation des Dauerstroms erlauben, falls sich die Detektoren und die SQUIDS für die Detektorauslesung auf einem gemeinsamen Chip befinden. Ein möglicher Lösungsansatz besteht darin, an einer Stelle der Verbindungsleitungen zwischen den parallel verschalteten Detektionsspulen und der Einkoppelspule des SQUIDS supraleitendes Material, zum Beispiel Aluminium, mit einer im Vergleich zu Niob deutlich niedrigeren Sprungtemperatur zu verwenden [Kim16, Hum17]. In diesem Fall nimmt der aus einem anderen supraleitenden Material gefertigte Teil der Verbindungsleitungen die Funktion der bereits oben erwähnten Bonddrähte aus Aluminium ein. Alternativ kann diejenige Verbindungsleitung, die in Abbildung 5.1 a) mit der rechten Detektionsspule in Kontakt ist, anders geführt und mit der obersten Stelle der U-förmigen Ausstülpung verbunden werden. Da während eines Strompulses  $I_H$  durch den Heizwiderstand die Ausstülpung normalleitend getrieben wird, ist ein Stromfluss durch die Einkoppelspule des Sensor-SQUIDS hiermit nicht möglich, womit in beiden Detektionsspulen der Dauerstrom  $I_0 \approx I_F$  präpariert wird. Diese Möglichkeit wurde inzwischen in der Arbeitsgruppe erfolgreich demonstriert [Hen17] und soll zukünftig bei Detektorarrays mit integrierter SQUID-Auslesung zum Einsatz kommen.



**Abbildung 5.2:** a) Photographie des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Experimentaltalers, in dem eine Hochfrequenz- und eine Standardplatine verschraubt sind, die den zu untersuchenden Chip umgeben. Aus Gründen der Anschaulichkeit wurde der Halter ohne Deckel sowie die umgebende Schirmung photographiert. b) Schematischer Schnitt des vollständigen Experimentaltalers mit Abschirmung. Die gezielte Bestrahlung des Detektorarrays mit Röntgenphotonen erfolgte mithilfe einer externen  $^{55}\text{Fe}$ -Kalibrationsquelle sowie eines Kollimators aus Goldfolie, der an den Deckel des Experimentaltalers aufgeklebt wurde.

## 5.2 Experimenteller Aufbau

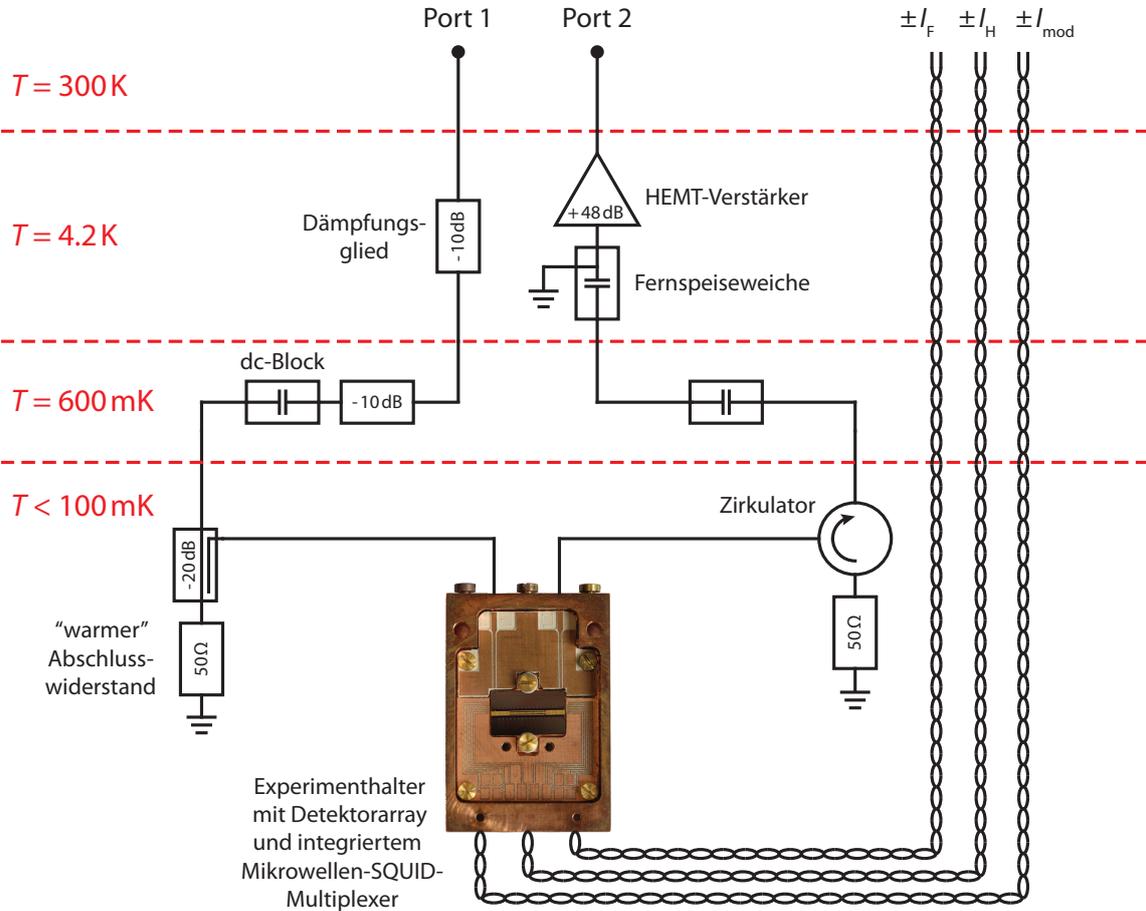
In diesem Abschnitt werden die experimentellen Aufbauten beschrieben, mit denen der entwickelte Mikrowellen-SQUID-Multiplexer charakterisiert wurde und mit denen eine Vielzahl an mithilfe des entwickelten Multiplexers ausgelesenen Detektorereignissen aufgezeichnet wurden, die durch Bestrahlung des Detektorarrays mit Röntgenphotonen aus einer  $^{55}\text{Fe}$ -Kalibrationsquelle erzeugt wurden. Diese Aufbauten beinhalten einen im Rahmen dieser Arbeit entwickelten und hergestellten Experimenthalter mit den dazugehörigen Leiterplatten, den verwendeten Hochfrequenzaufbau im Kryostaten sowie die bei Raumtemperatur benutzten Hochfrequenzkomponenten für die Erzeugung und die Weiterverarbeitung des hochfrequenten Auslesungssignals.

In Abbildung 5.2 a) ist eine Photographie des in der feinmechanischen Werkstatt des Instituts gefertigten Experimentaltalers zu sehen, in dem zwei Leiterplatten verschraubt sind, die den Chip umgeben, auf dem die beiden Detektorarrays und die zwei integrierten Mikrowellen-SQUID-Multiplexer strukturiert sind. Mithilfe des Kupferhalters, der eine Wandstärke von mehreren Millimetern besitzt, wird der Chip thermisch mit dem Wärmebad, das heißt mit dem Kryostaten, verankert und mechanisch geschützt. Für die im Rahmen dieser Arbeit erfolgten Messungen wurde nur eine Hälfte des Detektorarrays sowie der dazugehörige Mikrowellen-SQUID-Multiplexer elektrisch kontaktiert. Anhand einer Hochfrequenzplatine (Platinenmaterial RO3010,

Rogers Corporation), die in der Elektronikabteilung des Instituts gefertigt wurde, wurde die koplanare Durchgangsleitung des Chips elektrisch kontaktiert. Die Kontaktierung wurde über ultraschallverschweißte Aluminiumdrähte mit einem Durchmesser von  $25\ \mu\text{m}$  realisiert. Diese Bonddrähte aus Aluminium wurden ebenfalls für die Erdung der Masseflächen des Chips verwendet. Aufgrund der hohen Frequenzen im Bereich von einigen GHz wurden hierfür eine Vielzahl an Aluminiumdrähten zwischen den Masseflächen des Chips und den Masseflächen der Hochfrequenzplatine benutzt, um trotz der sich ergebenden hohen Impedanzen der Drähte eine wohldefinierte Kontaktierung der Massefläche des Chips zu garantieren. Auf der Hochfrequenzplatine erfolgte unter der Beibehaltung der charakteristischen Impedanz  $Z_0 = 50\ \Omega$  der Übergang von einem koplanaren Wellenleiter auf eine Mikrostreifenleitung. Die Kontaktierung der beiden Mikrostreifenleiter geschah über zwei an den Kupferhalter festgeschraubte und mit den Leiterbahnen verlötete SMA-Stecker. Schließlich wurden die Masseflächen der Hochfrequenzplatine mithilfe von Lötzinn elektrisch mit dem Experimenthalter verbunden, der über den Kontakt mit dem Kryostaten geerdet ist und damit eine Masseverbindung darstellt. Die Standardplatine, die für die Einprägung des Dauerstroms in die Detektoren verwendet wurde und mit der die Modulationsspule des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers angesprochen werden konnte, wurde ebenfalls in der Elektronikabteilung des Instituts gefertigt. Die elektrische Kontaktierung des Chips erfolgte auch hier über ultraschallverschweißte Aluminiumdrähte. Für die Thermalisierung des Wärmebads wurde dieses mithilfe von Goldbonds mit den frei liegenden Kupferflächen der Standardplatine verbunden. Die Kontaktierung der Standardplatine geschah über miteinander verdrehte, bei tiefen Temperaturen supraleitende NbTi-Drähte, die direkt mit den Leiterbahnen der Platine verlötet wurden.

In Abbildung 5.2 b) ist ein schematischer Schnitt gezeigt, der die Situation des im Kryostaten festgeschraubten Experimenthalters zeigt. Der auf dem Experimenthalter festgeschraubte Kupferdeckel besitzt mittig direkt oberhalb des Detektorarrays ein Langloch, vor dem sich ein aufgeklebter Kollimator aus dünner Goldfolie befindet. Mithilfe der Löcher des Kollimators wurde ein Teil des Detektorarrays gezielt mit einer externen  $^{55}\text{Fe}$ -Kalibrationsquelle bestrahlt, die zwei charakteristische Röntgenlinien mit den Energien  $E_{K_\alpha} = 5.9\ \text{keV}$  und  $E_{K_\beta} = 6.5\ \text{keV}$  aufweist. Der Abstand zwischen dem Experimenthalter und der radioaktiven Quelle wurde dabei derart gewählt, dass die Zählrate pro Detektorpixel in etwa  $1\ \text{Bq}$  beträgt. Der Kupferhalter wurde mehrmals mit Aluminiumfolie umwickelt, die bei den Temperaturen, bei denen der Mikrowellen-SQUID-Multiplexer charakterisiert und eine Vielzahl an Detektorereignissen aufgezeichnet wurden, supraleitend ist und somit die Auswirkung von Änderungen magnetischer Hintergrundfelder auf den Aufbau abschwächt.

In Abbildung 5.3 ist eine schematische Darstellung des im Kryostaten installierten



**Abbildung 5.3:** Schematische Darstellung des im Kryostaten installierten Hochfrequenzaufbaus, der für die Charakterisierung und die Auslesung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers sowie für den Betrieb der Detektoren verwendet wurde.

Hochfrequenzaufbaus zu sehen, mit dem die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen gemacht wurden. Auf die elektrischen Aufbauten bei Raumtemperatur, die an die beiden Ports 1 und 2 des im Kryostaten verbauten Hochfrequenzaufbaus angeschlossen wurden, wird im späteren Verlauf dieses Abschnitts eingegangen. Da die Charakterisierung und die Auslesung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers bei Leistungen  $P_{\text{rf}} \leq -60$  dBm erfolgte, wurde das bei Raumtemperatur erzeugte Hochfrequenzsignal, das über Port 1 an den im Kryostaten verbauten Hochfrequenzaufbau geleitet wurde, um insgesamt 40 dB gedämpft, bevor es über die Hochfrequenzplatine im Kupferhalter auf die Durchgangsleitung des Chips gelangte. Hierfür wurden zwei 10 dB-Dämpfungsglieder und ein 20 dB-Richtkoppler benutzt, die auf verschiedenen Temperaturstufen des verwendeten Kryostaten thermisch angekoppelt waren. Somit wurde nicht nur der Leistungspegel des Messsignals, sondern auch der Einfluss thermischer Rauschquellen schrittweise erniedrigt. Bei dem auf der kältesten

Stufe des Kryostaten platzierten 20 dB-Richtkoppler, der anstelle eines entsprechenden 20 dB-Dämpfungsglieds verwendet wurde, waren zwei der insgesamt vier Tore durch einen  $50\ \Omega$ -Widerstand abgeschlossen. Im Vergleich zu einem äquivalenten Dämpfungsglied weist ein derartig verschalteter Richtkoppler ein deutlich geringeres thermisches Rauschen auf, da dieses durch einen „kalten“  $50\ \Omega$ -Widerstand und nicht durch den „warmen“  $50\ \Omega$ -Widerstand, in den das transmittierte Signal dissipiert wird, definiert wird. Dieser hat somit einen wesentlich geringeren Einfluss auf die gesamte eingangsseitig verursachte Rauschtemperatur des Hochfrequenzaufbaus.

Empfangsseitig wurde das Messsignal durch einen bei der Temperatur  $T = 4.2\ \text{K}$  thermisch verankerten HEMT-Verstärker (Low Noise Factory, LNF-LNC4\_8A) um 48 dB verstärkt. Unter Berücksichtigung der Dämpfung der restlichen Hochfrequenzkomponenten und der Hochfrequenzkabel entsprach der Leistungspegel des verstärkten Messsignals an Port 2 somit in etwa der Leistung des in Port 1 eingespeisten Signals. Um zu verhindern, dass eine Rückkopplung zwischen dem Eingang des HEMT-Verstärkers und dem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer auftritt beziehungsweise am Eingang des Verstärkers reflektierte Signale zum Chip zurückgesendet werden, wurde auf der Kaltstufe des Kryostaten ein Zirkulator angebracht, bei dem ein Port durch einen  $50\ \Omega$ -Widerstand abgeschlossen war. Auf diese Weise wurde der Ausgang des Chips vom Eingang des HEMT-Verstärkers isoliert, da die vom HEMT-Verstärker kommenden, unerwünschten Signale im  $50\ \Omega$ -Abschlusswiderstand dissipiert wurden und der Ausgang des Chips lediglich das Rauschen des kalten  $50\ \Omega$ -Widerstands sah.

Für die Übertragung des Hochfrequenzsignals war der Kryostat sendeseitig zwischen Port 1 bei der Temperatur 300 K und der 1.5 K-Stufe mit CuBe/Teflon/CuBe-Koaxialkabeln mit versilbertem Innenleiter ausgestattet. Die gleichen Kabel waren empfangsseitig zwischen der 4.2 K-Stufe und Port 2 bei Raumtemperatur installiert. Zwischen dem Ausgangsport des Kupferhalters und dem Eingang des HEMT-Verstärkers wurden NbZr/Teflon/NbZr-Koaxialkabel verwendet, die ebenso zwischen der 150 mK-Stufe des Kryostaten und dem Eingangsport des Kupferhalters zum Einsatz kamen. Die Innen- und Außenleiter der sendeseitig verbauten Koaxialkabel zwischen den Temperaturen 1.5 K und 150 mK bestanden aus Edelstahl, die ebenfalls durch das Material Teflon voneinander getrennt waren. Da die thermische Leitfähigkeit von Teflon bei tiefen Temperaturen sehr geringe Werte annimmt, entkoppeln die Innenleiter thermisch von den Außenleitern, sodass eine signifikante Wärmelast auf die Kaltstufe des Kryostaten auftreten kann. Aus diesem Grund waren innerhalb des Kryostaten zwei dc-Blöcke sowie eine Fernspeiseweiche mit einem kurzgeschlossenen Gleichstromeingang verbaut, die aufgrund der galvanischen Trennung des Innenleiters den Wärmefluss deutlich hemmen. Eine zusätzliche Kühlung erfolgte über die im Kryostaten verbauten Dämpfungsglieder, bei denen der Innen- und der Außenleiter einen galvanischen Kontakt haben.

Da der Hochfrequenzaufbau innerhalb des Kryostaten aus einer Kettenschaltung mehrerer elektrischer Zweitore besteht, kann dessen Rauschtemperatur über die Gleichung

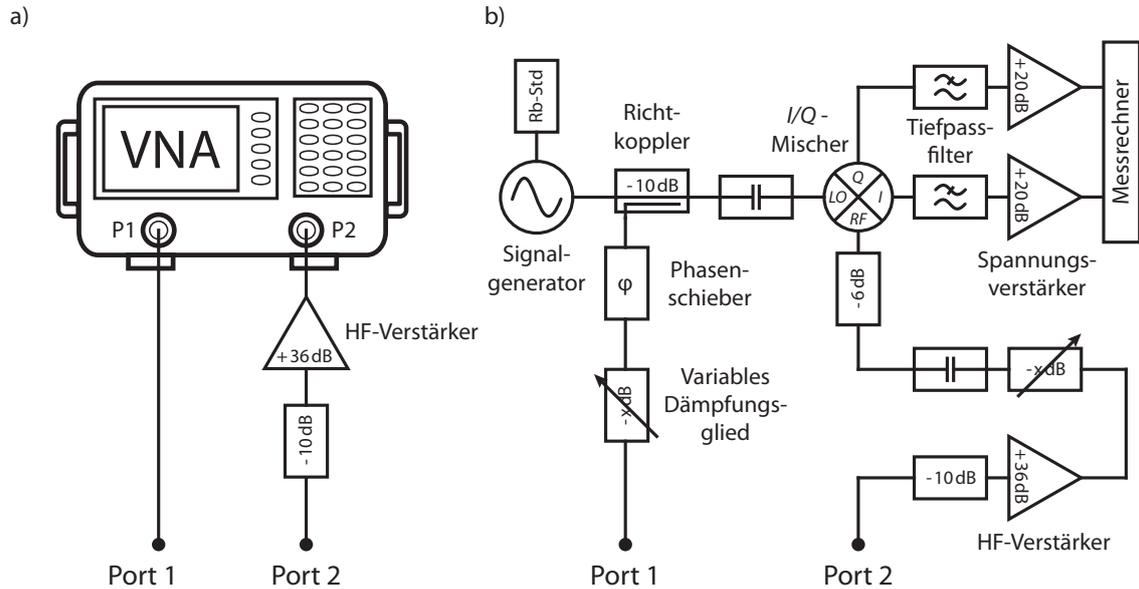
$$T_N = T_1 + \frac{T_2}{G_1} + \frac{T_3}{G_1 G_2} + \dots + \frac{T_N}{G_1 \dots G_{N-1}} \quad (5.3)$$

berechnet werden, wobei  $T_i$  die Rauschtemperatur des  $i$ -ten Zweitores und  $G_i$  die dazugehörige Verstärkung beziehungsweise Dämpfung bezeichnen [Fri44]. Mithilfe des Zusammenhangs  $T_d = T(1 - G_d)/G_d$ , der die Rauschtemperatur  $T_d$  eines Dämpfungsglieds mit dessen physikalischer Temperatur  $T$  und dessen Dämpfungsfaktor  $G_d$  verknüpft, kann der sendeseitig verursachte Rauschbeitrag, bezogen auf die Durchgangsleitung des Chips, auf  $T_{N,s} < 100$  mK abgeschätzt werden. Das Rauschen des empfangsseitig verbauten HEMT-Verstärkers ist vom Hersteller im relevanten Frequenzbereich mit  $T_{N,HEMT} = 2$  K angegeben. Unter der Annahme, dass die Dämpfung der Fernspeiseweiche, des dc-Blocks sowie des Zirkulators jeweils 0.5 dB beträgt, ergibt sich ein auf die Durchgangsleitung des Chips bezogener, empfangsseitiger Rauschbeitrag von etwa  $T_{N,e} \approx 4$  K. Für die Rauschtemperatur des kompletten Aufbaus ergibt sich somit ein Wert von

$$T_N \approx 4 \text{ K}. \quad (5.4)$$

Für die Einprägung des Dauerstroms in den Detektoren und für die elektrische Kontaktierung der Modulationsspule wurden miteinander verdrillte Drahtpaare verwendet, die auf allen Temperaturstufen des Kryostaten thermisch angekoppelt sind. Zur besseren Übersicht sind hierbei die beiden Temperaturstufen  $T = 150$  mK und  $T = 1.5$  K in Abbildung 5.3 nicht dargestellt. Durch die Verdrillung der Drähte kompensieren sich die Ströme, die von möglichen elektromagnetischen Störfeldern verursacht werden, und ergeben somit keine elektrischen Störsignale auf dem Chip. Bei Temperaturen  $T \leq 4.2$  K wurden hierbei NbTi-Drahtpaare verwendet, die bei derartigen Temperaturen supraleitend werden. Für höhere Temperaturen kamen Cu-Drahtpaare zum Einsatz.

Für die Charakterisierungsmessungen des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers wurde ein vektorieller Netzwerkanalysator (Rhode & Schwarz, ZNB-8) verwendet, mit dessen Hilfe der Frequenzverlauf des komplexen Streuparameters  $S_{21}(f)$  des in Abbildung 5.3 gezeigten Hochfrequenzaufbaus bestimmt werden kann. Aufgrund der Messung des In-Phase- und Außer-Phase-Anteils des Streuparameters  $S_{21}(f)$  mit einem vektoriellen Netzwerkanalysator ist es anhand der aufgezeichneten Messdaten möglich, diese im Nachhinein von den Einflüssen des experimentellen Hochfrequenzaufbaus zu bereinigen. Dieses Korrekturverfahren wird in Abschnitt 5.3 detailliert



**Abbildung 5.4:** Schematische Darstellungen der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Messaufbauten bei Raumtemperatur. **a)** Während für die Charakterisierungsmessungen des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers ein einfach gehaltener Messaufbau basierend auf einem vektoriellen Netzwerkanalysator verwendet wird, **b)** wird für die Aufzeichnung von Detektorereignissen ein homodynes Messverfahren mit einem  $IQ$ -Mischer verwendet, dessen zeitkontinuierlichen Ausgangssignale  $I$  und  $Q$  mithilfe eines Messrechners abgespeichert werden können.

erläutert. Einer der wesentlichen Vorteile eines vektoriellen Netzwerkanalysators ist, dass dieser intern kalibriert ist beziehungsweise eine Kalibration mithilfe eines Kalibrierstandards schnell und auf vergleichsweise einfache Art und Weise durchgeführt werden kann, um die Einflüsse der Sendeeinheit des Analysators bei der Messung zu korrigieren. Ein weiterer Vorzug ist, dass der bei Raumtemperatur verwendete Hochfrequenzaufbau sehr einfach gehalten werden kann. Dieser ist in Abbildung 5.4 a) gezeigt und kann anhand der beiden Ports 1 und 2 direkt mit dem in Abbildung 5.3 gezeigten Hochfrequenzaufbau im Kryostaten verbunden werden. Zwischen Port 2 und dem vektoriellen Netzwerkanalysator befindet sich zusätzlich ein rauscharmer Hochfrequenzverstärker (Miteq, AMF-4F-04000800-15-25P), mit dem das Messsignal um 36 dB verstärkt wird. Das 10 dB-Dämpfungsglied zwischen dem Hochfrequenzverstärker und dem im Kryostaten platzierten HEMT-Verstärker wurde eingefügt, um stehende Wellen zwischen beiden Verstärkern beziehungsweise um am Raumtemperaturverstärker reflektierte Störsignale zu unterdrücken.

Während der in Abbildung 5.4 a) gezeigte Hochfrequenzaufbau bei Raumtemperatur aufgrund seiner Einfachheit für die Charakterisierung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers eingesetzt wird, ist dieser nicht für die Aufzeichnung von Detektorer-

eignissen geeignet. Der Grund hierfür ist, dass mithilfe eines vektoriellen Netzwerkanalysators nicht auf einfache Art und Weise und vor allem nicht mit hoher Systembandbreite zeitkontinuierliche Messungen mit einer konstanten Signalfrequenz durchgeführt werden können. Daher wird in diesem Fall ein alternatives, homodynes Messverfahren benutzt, mit dem eine zeitkontinuierliche Aufzeichnung von Detektorereignissen möglich ist und das in Abbildung 5.4 b) schematisch dargestellt ist. Für die Erzeugung des benötigten Hochfrequenzsignals wurde ein Signalgenerator (Rhode & Schwarz, SMF100A) verwendet, der für eine erhöhte Frequenz- und Phasenstabilität mit einem externen Rb-Frequenzstandard (Stanford Research Systems, FS725) synchronisiert wurde. Das mit der Leistung +13 dBm erzeugte Hochfrequenzsignal wurde durch die Verwendung eines 10 dB-Richtkopplers in zwei Teile aufgeteilt. Das in Vorwärtsrichtung transmittierte Signal wurde als Lokaloszillator eines  $IQ$ -Mischers (Miteq, IRM0208LC2Q) verwendet. Mithilfe eines Phasenschiebers und eines variablen Dämpfungsglieds konnten die Phase und die Amplitude des ausgekoppelten Signals, das als eigentliches Messsignal zur Anregung der Resonatoren verwendet wurde, eingestellt werden. Das Messsignal gelangte über den bereits in Abbildung 5.4 a) erwähnten Hochfrequenzverstärker und das entsprechende 10 dB-Dämpfungsglied aus dem Hochfrequenzaufbau im Kryostaten in den  $RF$ -Port des Mischers, in dem es durch das Lokaloszillator-Signal, das die gleiche Frequenz wie das durch den Kryostaten gesendete Trägersignal besitzt, auf das Basisband  $f = 0$  Hz heruntergemischt wurde. Um hierbei den Leistungspegel des im  $RF$ -Port ankommenden Messsignals konstant halten zu können und dennoch leistungsabhängige Messungen durchführen zu können, wurde empfangsseitig ein weiteres variables Dämpfungsglied eingefügt, dessen Dämpfung je nach Dämpfungswert des sendeseitig verbauten variablen Dämpfungsglieds angepasst wurde. Da die heruntergemischten Signale aufgrund von elektrischem Übersprechen zwischen den beiden Eingängen und den beiden Ausgängen des Mischers noch geringe Anteile des Hochfrequenzsignals beinhalten können, wurden die Ausgangssignale des Mischers mit Tiefpassfiltern gefiltert, bevor diese jeweils mit einem Spannungsverstärker um 20 dB verstärkt wurden und schließlich mithilfe eines Messrechners digitalisiert und aufgezeichnet werden konnten. Ebenso ist die Isolation der beiden Eingänge des Mischers nicht ideal. Daher kann das als Lokaloszillator verwendete Referenzsignal am  $RF$ -Eingang des Mischers ein hochfrequentes Störsignal verursachen, dessen Leistung in etwa der Leistung des Messsignals entspricht. Dieses Störsignal kann dann am Ausgang des Hochfrequenzverstärkers reflektiert werden und sich somit dem eigentlichen Messsignal überlagern. Um die daraus folgende Verfälschung der heruntergemischten Ausgangssignale des Mischers zu verkleinern, wurde ein 6 dB-Dämpfungsglied vor dem  $RF$ -Eingang des Mischers installiert. Auf diese Weise durchläuft das Messsignal dieses nur einmal, während das Störsignal insgesamt zweifach gedämpft wird. Die zusätzlich verbauten dc-Blöcke trennen den Mischer galvanisch vom restlichen Hochfrequenzaufbau und

dienen der Vermeidung von Masseschleifen.

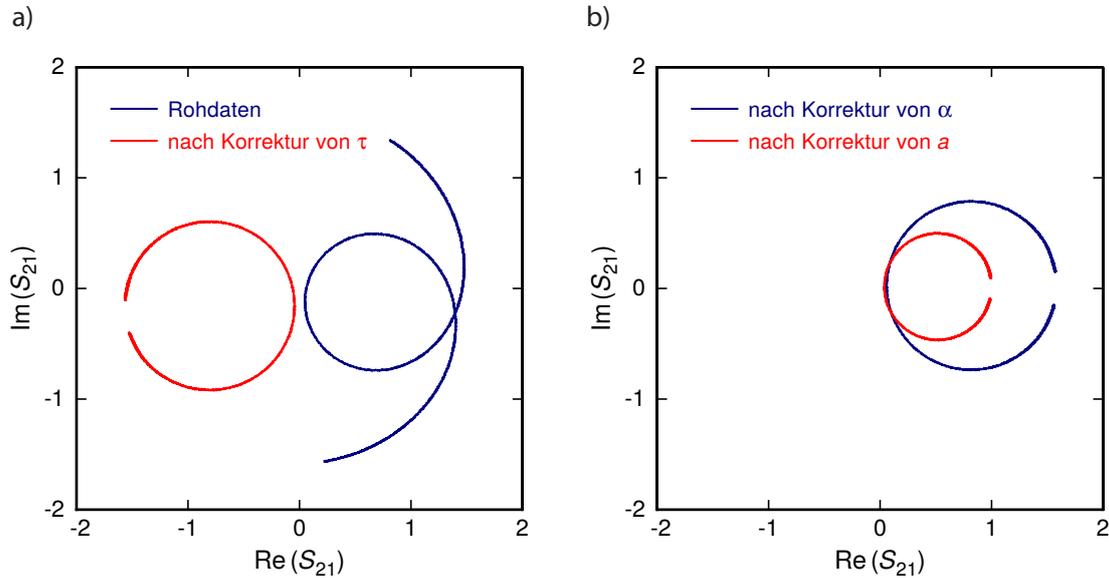
### 5.3 Bestimmung der charakteristischen Resonatorparameter anhand experimentell ermittelter $S_{21}$ -Streuparameter

Der in einem Experiment gemessene Frequenzverlauf des komplexen Streuparameters  $S_{21}(f)$  eines supraleitenden, koplanaren  $\lambda/4$ -Leitungsresonators weicht in der Realität von den in den Abbildungen 3.3 a) - c) gezeigten, idealen Kurvenverläufen ab, da die im Messaufbau verwendeten Hochfrequenzkomponenten den Frequenzverlauf des Streuparameters  $S_{21}(f)$  beeinflussen. Um die charakteristischen Parameter des Resonators, wie beispielsweise dessen belastete Güte  $Q_1$  oder dessen Resonanzfrequenz  $f_r$ , anhand des gemessenen Frequenzverlaufs  $S_{21}(f)$  zu ermitteln, ist es daher erforderlich, die Einflüsse des Messaufbaus zu korrigieren. Bei diesen Einflüssen handelt es sich um die Kabellaufzeit  $\tau$ , die sich aufgrund der endlichen Länge der Zuleitungskabel zum eigentlichen Experiment ergibt, eine intrinsische Phasenverschiebung  $\alpha$ , die beispielsweise durch einen Phasenschieber verursacht werden kann, sowie eine Dämpfungskonstante  $a$ , die von den dämpfenden Elementen und den eingesetzten Hochfrequenzverstärkern bestimmt wird. Basierend auf diesen Einflüssen lässt sich ein experimentell ermittelter Streuparameter mithilfe des Zusammenhangs

$$S_{21}(f) = \underbrace{ae^{i\alpha}e^{-2\pi if\tau}}_{\text{Messaufbau}} \underbrace{\left[1 - \frac{(Q_1/|Q_c|)e^{i\theta_c}}{1 + 2iQ_1(f/f_r - 1)}\right]}_{\text{idealer Resonator}} \quad (5.5)$$

beschreiben, wobei die Dämpfungskonstante  $a$  in dem hier vorgestellten Modell als frequenzunabhängig betrachtet wird. In dem zugrunde liegenden Modell wird zudem davon ausgegangen, dass die in Abbildung 3.3 b) gezeigte Resonanzkurve eine leichte Asymmetrie aufweisen kann, die beispielsweise aufgrund einer Fehlanpassung der Impedanz zwischen der Durchgangsleitung und dem Resonator hervorgerufen wird. Diese Fehlanpassung wird durch die Einführung einer komplexen Kopplungsgüte  $Q_c = |Q_c|e^{-i\theta_c}$  berücksichtigt. Für eine ideale Impedanzanpassung, also für  $\theta_c \rightarrow 0$ , entspricht der in den eckigen Klammern stehende Ausdruck der durch Gleichung 3.20 gegebenen Beziehung für einen idealen, kapazitiv an eine Durchgangsleitung gekoppelten koplanaren  $\lambda/4$ -Leitungsresonator.

In der Vergangenheit wurden mehrere Algorithmen für die Korrektur des gemessenen Streuparameters  $S_{21}(f)$  hinsichtlich der eingeführten Einflüsse des Messaufbaus entwickelt, die sich bezüglich ihrer Genauigkeit und ihrer Stabilität unterscheiden [Pet98]. Der in dieser Arbeit verwendete Algorithmus zeichnet sich durch eine hohe Stabilität gegenüber Rauschen aus, das dem Frequenzverlauf  $S_{21}(f)$  überlagert ist,



**Abbildung 5.5:** a) Verschiedene Zwischenstufen im Rahmen der Korrektur des gemessenen Frequenzverlaufs des Streuparameters  $S_{21}(f)$  von den Einflüssen des experimentellen Aufbaus. Diese Korrektur umfasst a) die Elimination der Kabellaufzeit  $\tau$  sowie b) die Beseitigung einer intrinsischen Phasenverschiebung  $\alpha$  und einer frequenzunabhängigen Dämpfungskonstante  $a$ . Nach der Korrektur der Rohdaten befindet sich der Resonanzkreis in seiner kanonischen Position.

und erlaubt zusätzlich die Ermittlung aller oben erwähnter, charakteristischer Größen des Messaufbaus. Eine detaillierte Beschreibung des Algorithmus, dessen Grundprinzip im Folgenden erläutert wird, kann beispielsweise in [Pro15, Her15] gefunden werden. Aus diesem Grund wird an dieser Stelle auf eine Diskussion der numerischen Methoden verzichtet, mit denen die Werte der Kabellaufzeit  $\tau$ , die Phasenverschiebung  $\alpha$  sowie der Dämpfungskonstante  $a$  bestimmt werden.

Bei dem verwendeten Algorithmus erfolgt die Elimination der Einflüsse des Messaufbaus durch die im Folgenden beschriebenen Schritte:

1. **Kabellaufzeit  $\tau$ :** Wie in Abbildung 5.5 a) zu sehen ist, beschreiben die gemessenen Rohdaten aufgrund der endlichen Kabellaufzeit  $\tau$  eine schleifenartige Kurve anstelle eines Resonanzkreises. Die Kabellaufzeit  $\tau$  wird durch eine Multiplikation jedes Datenpunkts mit dem Term  $e^{2\pi i f \tau}$  aus den Rohdaten eliminiert. Nach dieser Korrektur beschreiben die bereinigten Daten einen Resonanzkreis in der komplexen Ebene.
2. **Phasenverschiebung  $\alpha$ :** Die intrinsische Phasenverschiebung  $\alpha$  führt dazu, dass der in Abbildung 5.5 a) gezeigte Resonanzkreis eine beliebige Rotation um den Ursprung der komplexen Ebene aufweisen kann. Bei der Datenkorrektur

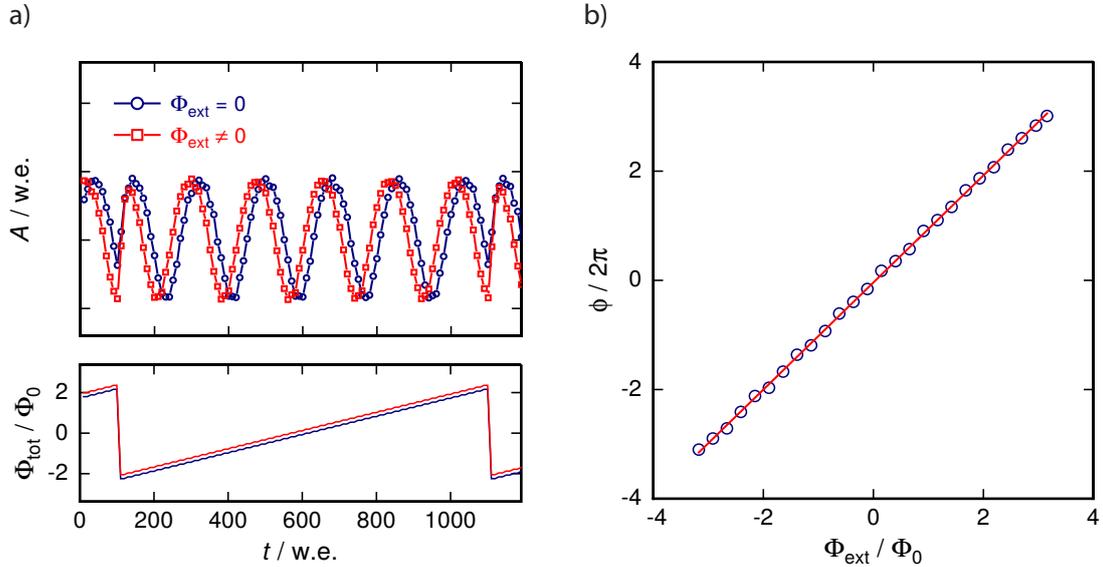
wird jeder einzelne Datenpunkt mit dem Ausdruck  $e^{-i\alpha}$  multipliziert. Wie in Abbildung 5.5 b) zu sehen ist, liegt der Resonanzkreis nach der Korrektur annähernd symmetrisch auf der positiven x-Achse. Die offene Stelle des Kreises erfüllt hierbei die Bedingung  $\text{Im}(S_{21}(f \rightarrow \pm\infty)) = 0$ .

3. **Dämpfungs-konstante  $a$ :** Die in diesem Modell als frequenzunabhängig angenommene Dämpfungs-konstante  $a$  wird korrigiert, indem jeder Datenpunkt durch diese geteilt wird. Anschließend liegt der in Abbildung 5.5 b) gezeigte Resonanzkreis in seiner kanonischen Position. Die offene Stelle des Resonanz-kreis besitzt hierbei die Koordinaten  $(1, 0)$ .
4. **Phasendrehung  $\theta_c$ :** Nach der Korrektur des gemessenen Streuparameters  $S_{21}(f)$  von den Einflüssen des experimentellen Aufbaus besitzt der Resonanz-kreis häufig eine leichte zusätzliche Phasendrehung  $\theta_c$ . In diesem Fall weichen die Koordinaten des Resonanzpunkts geringfügig von den Koordinaten  $(S_{21}^{\text{min}}, 0)$  ab. Diese Phasendrehung kann schließlich korrigiert werden, indem der Kreis um den Winkel  $-\theta_c$  um den Punkt  $(1, 0)$  rotiert wird.

Nach der Elimination der oben beschriebenen Einflüsse des experimentellen Hochfrequenzaufbaus können die Resonanzfrequenz  $f_r$  sowie die Güten  $Q_l$ ,  $Q_i$  und  $Q_c$  des Resonators anhand der geometrischen Parameter des Resonanzkreises bestimmt werden.

## 5.4 Flussrampenmodulation

Wie in Abbildung 3.6 b) zu sehen ist, zeigt das Ausgangssignal eines Kanals eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers eine periodische Abhängigkeit vom extern eingeprägten magnetischen Fluss  $\Phi_{\text{dc}}$  durch das rf-SQUID. Eine derartige Nichtlinearität erweist sich jedoch grundsätzlich als Nachteil bei der Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern, da es sich um Detektoren handelt, die ein nahezu ideales Antwortverhalten auf einen Energieeintrag zeigen. Dies bedeutet, dass das vom Detektor erzeugte magnetische Flusssignal fast linear mit dem Energieeintrag verknüpft ist und sich die Abweichung von diesem linearen Verhalten durch eine einfache und insbesondere a-priori berechenbare, quadratische Funktion beschreiben lässt. Es sind daher Maßnahmen zur Beseitigung der Nichtlinearität des Ausgangssignals des Multiplexers erforderlich, sofern man das nahezu ideale Antwortverhalten des Detektors im Gesamtsystem beibehalten möchte. Allerdings ist die Verwendung einer Rückkopplungstechnik, wie sie beispielsweise nach Abschnitt 2.3.2 im Falle eines zweistufigen dc-SQUID-Aufbaus angewandt wird, nicht angebracht, da hierbei für jeden Kanal des Multiplexers ein Paar elektrischer Leitungen vorgesehen werden müsste. Ein alternativer Ansatz für die Linearisierung des Ausgangssignals eines



**Abbildung 5.6:** Veranschaulichung des Prinzips der als Flussrampenmodulation bekannten Auslesungstechnik anhand realer Daten. In **a)** ist hierfür für zwei verschiedene Werte des magnetischen Fluss  $\Phi_{\text{ext}}$  sowohl der Verlauf der Amplitude  $A(t)$  des Ausgangssignals eines SQUIDs als auch der Verlauf des magnetischen Flusses  $\Phi_{\text{tot}}(t)$  als Funktion der Zeit  $t$  dargestellt. Hierbei wurde angenommen, dass das extern eingeprägte Flusssignal  $\Phi_{\text{ext}}$  langsam gegenüber dem sägezahnartigen Flussrampensignal ist und dieses daher zu einer konstanten Verschiebung der SQUID-Kennlinie in horizontaler Richtung beziehungsweise des Flusssignals  $\Phi_{\text{tot}}(t)$  in vertikaler Richtung führt. In **b)** ist darüber hinaus der Zusammenhang zwischen der Phasenverschiebung  $\phi(\Phi_{\text{ext}})$  der SQUID-Kennlinie und dem extern eingepprägten magnetischen Flusses  $\Phi_{\text{ext}}$  gezeigt.

Mikrowellen-SQUID-Multiplexers ist eine in der Literatur unter dem Namen Flussrampenmodulation bekannte Auslesungstechnik [Mat12].

Bei diesem Ansatz werden alle rf-SQUIDs eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers simultan mithilfe eines sehr schnellen und periodischen Sägezahnsignals moduliert. Dies kann durch Trieb eines Stroms  $I_{\text{mod}}(t)$  in Form eines Sägezahns durch die gemeinsame Modulationsspule der rf-SQUIDs realisiert werden. Hierbei werden die Amplitude und die Wiederholfrequenz dieses Signals derart gewählt, dass jeweils eine ganzzahlige Zahl von magnetischen Flussquanten  $\Phi_0$  im rf-SQUID erzeugt werden und die durch ein Detektorereignis erzeugte Flussänderung im rf-SQUID während einer Flussrampe quasi-statisch ist. Wie in Abbildung 5.6 a) zu erkennen ist, wird somit während jeder Flussrampe eine quasi-statische SQUID-Charakteristik gemessen. Wird nun zusätzlich zu der Flussrampe der magnetische Fluss im SQUID durch ein weiteres Signal geändert, beispielsweise durch ein Detektorereignis oder, wie in Abbildung 5.6 a) dargestellt ist, durch ein externes, konstantes Flusssignal  $\Phi_{\text{ext}}$ , so überlagern sich dieses Signal und die Flussrampe zu einem Gesamtsignal  $\Phi_{\text{tot}}(t)$ . Da

das zusätzliche Signal als langsam gegenüber der Wiederholfrequenz der Flussrampe angenommen wird, führt dieses zu einer konstanten Änderung der Phase  $\phi$  des SQUIDs und folglich zu einer horizontalen Verschiebung der quasi-statischen SQUID-Charakteristik. Aus der Änderung der Phase  $\phi$  des SQUIDs kann dann mithilfe der Beziehung

$$\phi = 2\pi \frac{\Phi_{\text{ext}}}{\Phi_0} \quad (5.6)$$

die ursprüngliche magnetische Flussänderung  $\Phi_{\text{ext}}$  im SQUID bestimmt werden. Wie anhand dieser Gleichung und anhand von Abbildung 5.6 b) zu sehen ist, ist die Änderung der Phase  $\phi$  direkt proportional zu dem in das SQUID eingepprägten Fluss  $\Phi_{\text{ext}}$ . Durch eine Phasenbestimmung der SQUID-Charakteristik kann somit auf den in das SQUID extern eingepprägten Fluss  $\Phi_{\text{ext}}$  rückgeschlossen werden. Durch eine kontinuierliche Aneinanderreihung derartiger Flussrampen kann dann die Rekonstruktion eines Detektorsignals über die jeweils ermittelte Phase des SQUIDs erfolgen.

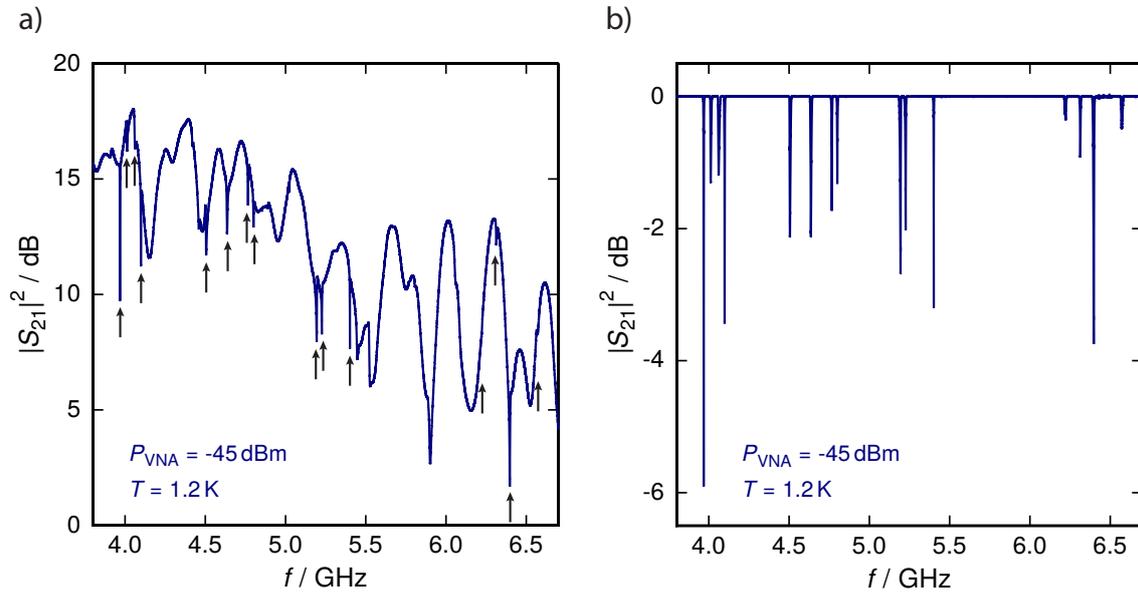
Neben der hier beschriebenen Linearisierung des Ausgangssignals eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers führt dieses Auslesungsverfahren zusätzlich zu einer Unterdrückung von niederfrequentem Rauschen, das in der Signalkette nach dem rf-SQUID auf das Ausgangssignal addiert wird. Hierzu zählt beispielsweise das für supraleitende Resonatoren beobachtete Frequenzrauschen, das durch atomare Tunnelsysteme erzeugt wird [Mat12]. Allerdings führt diese Auslesungstechnik im Vergleich zu einer normalen Auslesung des Multiplexers, bei der die steilste Stelle der SQUID-Kennlinie als Arbeitspunkt gewählt wird, zu einer Erhöhung des weißen Rauschbeitrags. Dies resultiert aus der Tatsache, dass einige der zu Beginn einer jeden Flussrampe gemessene Datenpunkte aufgrund von Transienten nicht für die Bestimmung der Phase  $\phi$  verwendet werden können. Zusätzlich wird bei dem Verfahren der Flussrampenmodulation auch über Maxima und Minima der SQUID-Charakteristik gemittelt, bei denen das rf-SQUID insensitive gegenüber einer äußeren magnetischen Flussänderung  $\Phi_{\text{ext}}$  ist. Für eine ideale, sinusförmige SQUID-Charakteristik ist der weiße Rauschbeitrag um beispielsweise einen Faktor  $\sqrt{2/\alpha}$  erhöht, wobei  $\alpha$  denjenigen Anteil der Datenpunkte einer Flussrampe bezeichnet, der für die Bestimmung der Phase verwendet wird. [Mat12, Leh07].

## 6. Experimentelle Ergebnisse

Die Diskussion der experimentellen Ergebnisse erfolgt in drei getrennten Abschnitten. Im Hauptteil dieses Kapitels wird zunächst die umfangreiche Charakterisierung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten, hergestellten und charakterisierten Detektorarrays mit integriertem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer diskutiert. In diesem Zusammenhang wird gezeigt, dass das im Rahmen dieser Arbeit erweiterte Modell eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers die experimentellen Daten sehr gut beschreibt und insbesondere die gemessene Abhängigkeit der intrinsischen Güte der Resonatoren vom magnetischen Fluss sowie die Abhängigkeit der maximalen Resonanzfrequenzverschiebung von der Leistung des zur Auslesung des Multiplexers verwendeten Hochfrequenzsignals erklärt. Im zweiten Abschnitt erfolgt dann eine Diskussion der Messungen, bei denen eine einkanalige Auslesung einzelner Detektoren des entwickelten Detektorarrays mithilfe des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers erfolgte. Hierbei wird insbesondere auf die Signalgröße und den Signalverlauf einzelner Detektorereignisse sowie auf die Energieauflösung aufgenommener Röntgenspektren einer  $^{55}\text{Fe}$ -Kalibrationsquelle eingegangen. Zuletzt werden Messungen beschrieben, bei denen das entwickelte Detektorarray in dem speziell für das ECHO-Experiment aufgebauten Kryostaten betrieben und bei denen der im Kryostat befindliche Hochfrequenzaufbau anhand der zuvor gewonnenen Erkenntnisse hinsichtlich des parasitären Wärmeeintrags sowie der Existenz von Störsignalen optimiert wurde.

### 6.1 Charakterisierung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers

Die Charakterisierung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers erfolgte bei Temperaturen von  $T = 1.2\text{ K}$  sowie  $T = 300\text{ mK}$ . Bei diesen Temperaturen sind die Detektoren, die durch den Mikrowellen-SQUID-Multiplexer ausgelesen werden, insensitiv gegenüber äußeren Energieeinträgen. Aus diesem Grund wird der magnetische Fluss in den rf-SQUIDs nur durch von außen eingeprägte Signale und nicht durch zeitlich unkorrelierte und damit zufällige Detektorereignisse bestimmt. Dies erleichtert die Charakterisierung signifikant. Gleichzeitig liegen diese Temperaturen jedoch weit genug unterhalb der kritischen Temperatur von Niob, sodass die kinetische Induktivität der Resonatoren gegenüber der kinetischen Induktivität bei der eigentlichen Betriebstemperatur eines metallischen magnetischen Kalorimeters nur unwesentlich verschieden ist und sich damit die gemessenen Resonanzkurven nur kaum von den Kurven bei der Betriebstemperatur der Detektoren unterscheiden.



**Abbildung 6.1:** a) Mithilfe eines Netzwerkanalysators gemessener Transmissionsverlauf  $|S_{21}(f)|^2$  des charakterisierten Mikrowellen-SQUID-Multiplexers. Die Pfeile geben die Lage der einzelnen Resonanzkurven an. b) Verlauf der Transmission  $|S_{21}(f)|^2$ , nachdem die durch den Hochfrequenzaufbau hervorgerufene Grundwelligkeit durch ein Interpolationsverfahren beseitigt wurde.

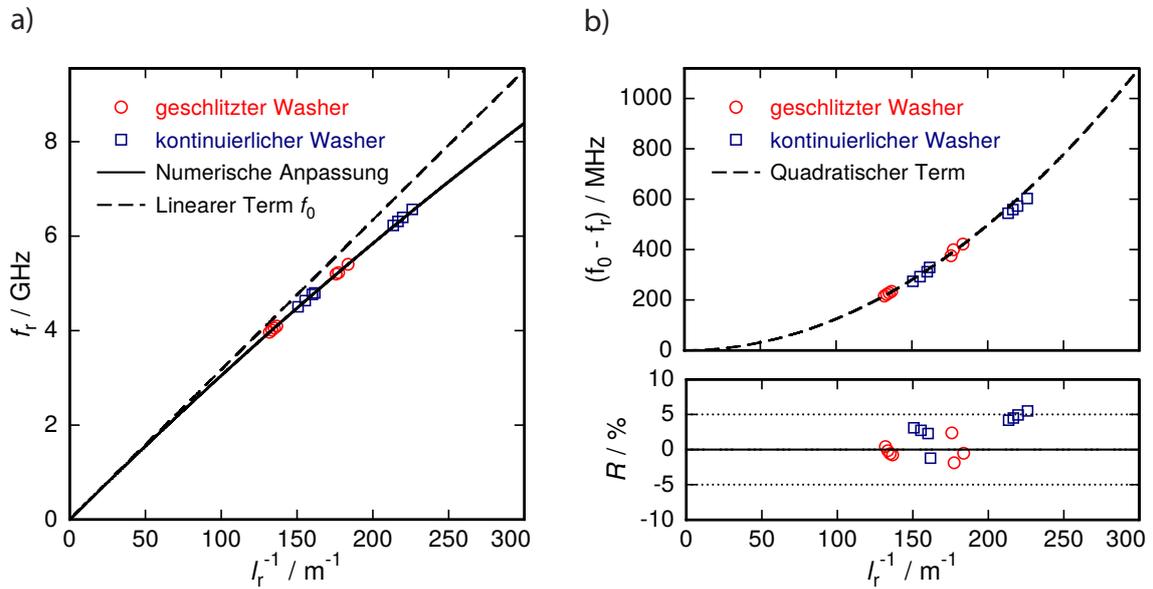
### 6.1.1 Vorhersagbarkeit und Verteilung der Resonanzfrequenzen

Um die einzelnen Kanäle beziehungsweise die Resonatoren des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers zu identifizieren, wurde der komplexe Streuparameter  $S_{21}(f)$  bei einer Temperatur von  $T = 1.2$  K im Frequenzbereich zwischen 3.8 GHz und 6.7 GHz gemessen. Während dieser Messung wurden sowohl die Ausgangsleistung  $P_{\text{VNA}} = -45$  dBm des Netzwerkanalysators als auch der in die rf-SQUIDs extern eingeprägte magnetische Fluss  $\Phi_{\text{ext}}$  konstant gehalten. Die auf diese Weise ermittelte Transmission  $|S_{21}(f)|^2$  ist in Abbildung 6.1 a) im Frequenzbereich zwischen 3.8 GHz und 6.7 GHz gezeigt. Neben den einzelnen Resonanzkurven, die als scharfe Spitzen nach unten zu erkennen und in der Abbildung durch Pfeile gekennzeichnet sind, erkennt man eine stark ausgebildete Grundwelligkeit der Transmission, die die Transmissionseigenschaft des Hochfrequenzaufbaus widerspiegelt. Hierbei ist zu bemerken, dass das empfangene Signal aufgrund der verwendeten Hochfrequenzverstärker stärker als das ursprünglich gesendete Signal ist, sodass die Transmission einen von null verschiedenen, positiven Wert annimmt. Unter Berücksichtigung der Dämpfung und der Verstärkung der im Hochfrequenzaufbau verbauten Komponenten konnte die sendeseitige Gesamtdämpfung des Hochfrequenzsignals je nach Frequenz  $f$  auf 45 dB bis 55 dB abgeschätzt werden. Bei der Ausgangsleistung  $P_{\text{VNA}} = -45$  dBm des Netz-

werkanalysators ergibt sich somit je nach Frequenz  $f$  eine Auslesungsleistung  $P_{\text{rf}}$  des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers zwischen  $-90$  dBm und  $-100$  dBm.

Da die durch den Hochfrequenzaufbau hervorgerufene Grundwelligkeit der Transmission  $|S_{21}(f)|^2$  die Identifizierung der einzelnen Resonanzen sowie die Bestimmung der charakteristischen Parameter der Resonatoren erschwert, wurden die gemessenen Rohdaten von der durch den Hochfrequenzaufbau hervorgerufenen frequenzabhängigen Dämpfung bereinigt. Dies war auch insofern notwendig, da das in Abschnitt 5.3 vorgestellte Korrekturverfahren keine frequenzabhängige Dämpfung berücksichtigt. Aus diesem Grund wurde der in Abbildung 6.1 a) gezeigte Kurvenverlauf durch eine an die Transmission  $|S_{21}(f)|^2$  angepasste Interpolationskurve geteilt, wobei die einzelnen, zuvor identifizierten Resonanzkurven von der Interpolation ausgeschlossen wurden. In den auf diese Weise korrigierten Daten, die in Abbildung 6.1 b) dargestellt sind, sind 15 Resonanzen zu erkennen. Dementsprechend ist einer der insgesamt 16 Kanäle ausgefallen beziehungsweise zeigt eine zu geringe Resonanztiefe, sodass der Kanal nicht eindeutig identifizierbar ist. Allerdings konnte weder anhand der durchgeführten Charakterisierung noch mithilfe von einer späteren, optischen Untersuchung des Chips durch ein Lichtmikroskop ein Grund für den Ausfall des Kanals gefunden werden. Anhand des charakteristischen Verteilungsmusters der Resonanzkurven konnte allerdings die fehlende Resonanzkurve dem elften Multiplexerkanal zugeordnet werden.

Die gemessene Tiefe der Resonanzkurven beträgt bei allen Kanälen des Multiplexers  $|S_{21}^{\text{min}}|^2 > -6$  dB und ist somit unter Berücksichtigung der ermittelten Kopplungsgüten  $Q_c$ , die Werte zwischen 3 500 und 10 000 annehmen, deutlich geringer als man es aufgrund vorangegangener Messungen der intrinsischen Güte  $Q_i$  von Niob-Resonatoren, die nicht durch ein rf-SQUID belastet waren, erwartet hat [Kö15]. Die Ursache für diese geringen Resonanztiefen beziehungsweise die damit verbundenen niedrigen intrinsischen Güten  $Q_i$  sind zunächst ungewöhnlich hoch erscheinende dissipative Verluste, durch die die experimentell bestimmte Güte  $Q_i \ll 10\,000$  bei allen Multiplexerkanälen sehr gering ist. Die Ursachen dieser Verluste werden im Detail in Abschnitt 6.1.3 diskutiert. Die ermittelten Werte der Kopplungsgüte schwanken stark um den angestrebten Wert von  $Q_c = 5\,000$ . Als Grund hierfür konnte die in Abbildung 4.2 c) gezeigte Geometrie der Kopplungskapazität  $C_c$  ausgemacht werden, bei der eine  $d_c = 2\ \mu\text{m}$  schmale Massefläche zwischen der Durchgangsleitung und dem Ellbogenkoppler des Resonators verläuft. Diese Geometrie kann in zweierlei Hinsicht zu der beobachteten Schwankung der Kopplungsgüte  $Q_c$  führen. Einerseits ist der Verlauf der beiden Masseflächen, die den Innenleiter der Durchgangsleitung umgeben, im Bereich des Ellbogenkopplers stark asymmetrisch, weshalb hier die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen in Form der gekoppelten Schlitzleitungsmoden begünstigt ist [Pon05]. Diese für eine Kopplanarleitung parasitäre Ausbreitungsmoden



**Abbildung 6.2:** a) Verlauf der gemessenen Resonanzfrequenzen  $f_r(l_r^{-1})$  aller 15 Kanäle in Abhängigkeit von der inversen, im Entwurf vorgesehenen Resonatorlänge  $l_r^{-1}$ . Zusätzlich eingezeichnet ist ein nach Gleichung 6.1 an die Daten angepasstes Polynom zweiten Grades. b) Die Differenz zwischen der unbelasteten Resonanzfrequenz  $f_0(l_r^{-1})$  und der belasteten Resonanzfrequenz  $f_r(l_r^{-1})$  für die Berechnung der Werte der Abschlussinduktivität  $L_T$  sowie die Residuen  $R$  der numerischen Anpassung.

kann die Kopplungsgüte der Resonatoren erheblich beeinflussen [Wil16]. Andererseits können bereits geringe, fabrikationsbedingte Abweichungen der Kopplergeometrie zu einer Veränderung der Kopplungsgüte führen. Da der bei diesem Chip angewandte Strukturierungsschritt mit dem Photolack AZ5214E während der Herstellung der Resonatoren nur bedingt für derart schmale Strukturen ausgelegt ist, kann ebenso die Strukturtreue des Prozesses zu einer Veränderung der Kopplungsgüte geführt haben. Aufgrund dieser Erkenntnisse wurde bereits eine alternative Kopplergeometrie entwickelt, mit der die gekoppelte Schlitzleitungsmode effektiv unterdrückt werden kann [Her17], sowie bei der Herstellung der Resonatoren ein neu entwickelter Strukturierungsprozess mithilfe des Photolacks AZ-MIR701 eingeführt, der eine deutlich erhöhte Strukturtreue aufweist.

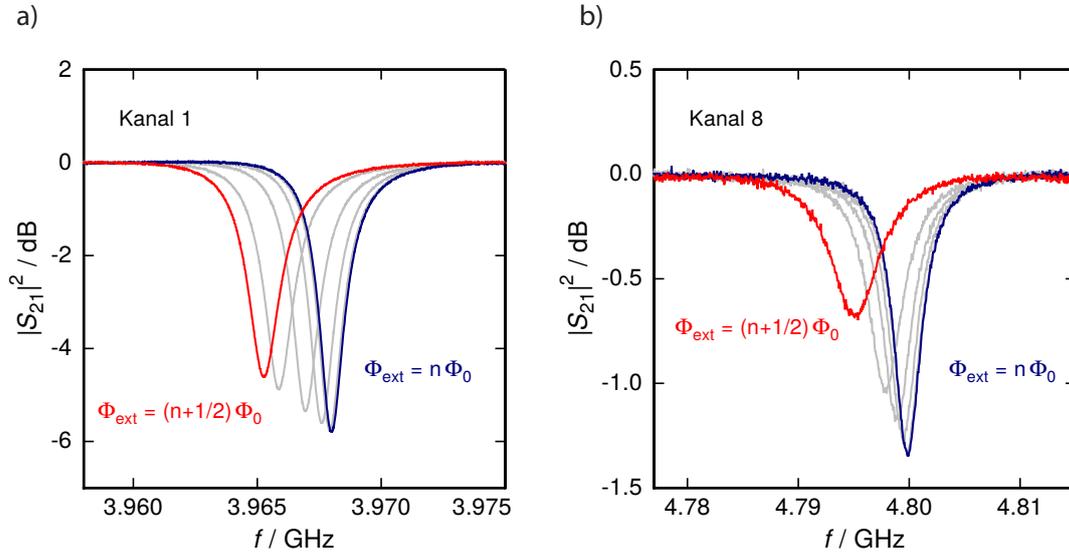
In Abbildung 6.2 a) sind die gemessenen Resonanzfrequenzen  $f_r(l_r^{-1})$  aller 15 Kanäle in Abhängigkeit von der inversen, im Entwurf vorgesehenen Resonatorlänge  $l_r^{-1}$  gezeigt. Ebenso dargestellt ist ein an die experimentellen Daten numerisch angepasstes, nach den Gleichungen 3.17 und 3.46 motiviertes Polynom zweiten Grades

$$f_r(l_r^{-1}) = f_r^{(1)}l_r^{-1} - f_r^{(2)}l_r^{-2} = \frac{l_r^{-1}}{4\sqrt{(L'_m + L'_{\text{kin}})C'}} - \frac{(C_c Z_0 + L_{T,\text{eff}}/Z_0)l_r^{-2}}{4(L'_m + L'_{\text{kin}})C'} \quad (6.1)$$

sowie der lineare Term dieses Polynoms. Da der in Gleichung 3.46 enthaltene, vom magnetischen Fluss abhängige Term nur einen Beitrag in der Größenordnung  $\approx 0.1\%$  liefert, wie sich im späteren Verlauf dieser Auswertung noch zeigen wird, kann der flussabhängige Anteil vernachlässigt werden. Bei der numerischen Anpassung wurden nur Kanäle mit rf-SQUID mit geschlitztem Washer berücksichtigt. Im späteren Verlauf dieser Arbeit wird deutlich, weshalb die Kanäle mit rf-SQUID mit kontinuierlichem Washer bei dieser Anpassung ausgeschlossen wurden.

Anhand des linearen Beitrags  $f_r^{(1)}l_r^{-1}$  der numerischen Anpassung lässt sich das Produkt aus den Leitungsbelägen  $(L'_m + L'_{kin})C'$  der Resonatoren experimentell bestimmen. Der hiermit ermittelte Wert beträgt  $6.21 \cdot 10^{-17} \text{ s}^2/\text{m}^2$  und fällt etwas kleiner als der während der Entwurfsphase errechnete Wert von  $7.09 \cdot 10^{-17} \text{ s}^2/\text{m}^2$  aus. Diese Abweichung lässt sich dadurch erklären, dass bei der Herstellung des Chips produktionsbedingt kein reines Si-Substrat verwendet werden konnte, wie ursprünglich während der Entwurfsphase angenommen wurde. Stattdessen wurde auf einen Si-Wafer mit einer 240 nm dünnen, thermisch oxidierten  $\text{SiO}_2$ -Oberfläche zurückgegriffen. Die Permittivität  $\epsilon_{r,\text{SiO}_2} = 3.9$  der oxidierten Oberfläche ist hierbei gegenüber der Permittivität  $\epsilon_{r,\text{Si}} = 11.9$  eines reinen Siliziumsubstrats kleiner. Da die effektive Permittivität des Substrats somit einen kleineren Wert zeigt, ist der Kapazitätsbelag  $C'$  der Resonatoren nach Gleichung 3.11 leicht verringert. Dies führt zu der hier beobachteten Erhöhung der Resonanzfrequenzen um etwa 8%. Nach Gleichung 3.15 ist ebenso die charakteristische Impedanz der Durchgangsleitung und der Resonatoren leicht fehlangepasst und beträgt  $Z_0 = 54 \Omega$ . Während diese Fehlanpassung bei der Durchgangsleitung nur zu leichten Reflexionen an deren Beginn beziehungsweise deren Ende führen kann, werden verschiedene Parameter der Resonatoren durch die fehlangepasste Impedanz beeinflusst. Im weiteren Verlauf der Auswertung wird daher diese Fehlanpassung berücksichtigt. Anhand einer Finite-Elemente-Simulation konnte der für diese Situation erwartete Wert  $Z_0 = 54 \Omega$  numerisch berechnet werden [Kem12], der sich sehr gut mit dem experimentell ermittelten Wert deckt.

In Abbildung 6.2 b) ist die anhand von Abbildung 6.2 a) berechnete Differenz zwischen der unbelasteten Resonanzfrequenz  $f_0(l_r^{-1})$  und der belasteten Resonanzfrequenz  $f_r(l_r^{-1})$  zu sehen. Ebenfalls gezeigt ist der in Gleichung 6.1 enthaltene quadratische Term  $f_r^{(2)}l_r^{-2}$ , der diese Differenz beschreibt und anhand dessen der Zusammenhang  $C_c Z_0 + L_{T,\text{eff}}/Z_0 = 3.09 \cdot 10^{-12} \text{ s}$  gefunden werden konnte. Um aus diesem Wert die Abschlussinduktivität  $L_{T,\text{eff}}$  für Kanäle mit rf-SQUID mit geschlitztem Washer zu bestimmen, wurde bei mehreren Kanälen über Gleichung 3.23 die Kopplungskapazität  $C_c$  anhand der jeweils zuvor ermittelten Kopplungsgüte  $Q_c$  berechnet. Unter der Berücksichtigung der bereits weiter oben ermittelten charakteristischen Impedanz  $Z_0 = 54 \Omega$  ergibt sich für den hiermit gemittelten Wert  $L_{T,\text{eff}} = 138 \text{ pH}$ , der in guter Übereinstimmung mit dem Wert  $L_{T,\text{eff}} = 129 \text{ pH}$  ist, der anhand der numerischen

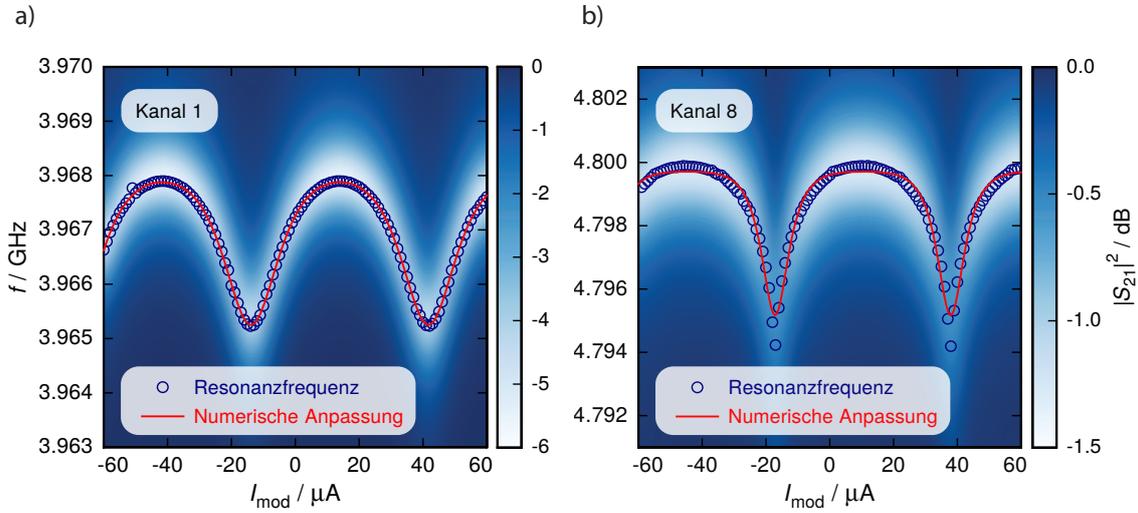


**Abbildung 6.3:** Verlauf der gemessenen Transmissionsamplitude  $|S_{21}(f)|^2$  für verschiedene Werte des externen magnetischen Flusses  $\Phi_{\text{ext}}$  **a)** im rf-SQUID des ersten Kanals, das auf einem geschlitzten Washer basiert sowie **b)** im rf-SQUID des achten Kanals, das einen kontinuierlichen Washer besitzt. Neben den beiden Grenzfälle  $\Phi_{\text{ext}} = n\Phi_0$  und  $\Phi_{\text{ext}} = (n + 1/2)\Phi_0$  ergeben sich die in Grau dargestellten Kurven durch eine lineare Änderung des magnetischen Flusses  $\Phi_{\text{ext}}$  um jeweils  $0.1\Phi_0$ . Die Auslesungsleistung betrug bei beiden Kanälen  $P_{\text{rf}} \approx -90$  dBm. Der Kryostat war während der Messung auf eine Temperatur von  $T = 1.2$  K stabilisiert. Man beachte die unterschiedliche Skala für die Transmission  $|S_{21}(f)|^2$ .

Simulation mit InductEx berechnet wurde.

### 6.1.2 Flussabhängigkeit der Verschiebung der Resonanzfrequenz bei kleinen Auslesungsleistungen

In den Abbildungen 6.3 a) und b) ist exemplarisch die gemessene Transmission  $|S_{21}(f)|^2$  für den ersten Kanal mit rf-SQUID mit geschlitztem Washer und für den achten Kanal mit rf-SQUID mit kontinuierlichem Washer für verschiedene externe magnetische Flüsse  $\Phi_{\text{ext}}$  durch das jeweilige rf-SQUID gezeigt. Die Auslesungsleistung wurde nach der anhand von Abbildung 6.1 a) geführten Diskussion in beiden Fällen auf  $P_{\text{rf}} \approx -90$  dBm abgeschätzt. Wie zu erwarten ist, zeigt die Resonanzfrequenz  $f_r(\Phi_{\text{ext}})$  bei beiden Kanälen eine Abhängigkeit vom extern eingprägten magnetischen Fluss  $\Phi_{\text{ext}}$ . Die beiden Spezialfälle  $\Phi_{\text{ext}} = n\Phi_0$  und  $\Phi_{\text{ext}} = (n + 1/2)\Phi_0$ , die zu einer maximalen beziehungsweise minimalen Resonanzfrequenz führen, sind hierbei farblich hervorgehoben. Anhand dieser beiden Schaubilder lässt sich ebenfalls



**Abbildung 6.4:** Verlauf der gemessenen Transmission  $|S_{21}(I_{\text{mod}}, f)|^2$  **a)** für den ersten Kanal sowie **b)** für den achten Kanal in Abhängigkeit des Stroms  $I_{\text{mod}}$  durch die Modulationsspule bei einer Auslesungsleistung von  $P_{\text{rf}} \approx -90$  dBm. Zusätzlich ist die jeweilige gemessene Resonanzfrequenz  $f_r(I_{\text{mod}})$  durch einen Kreis für jeden Wert des Modulationsstroms markiert sowie der Verlauf einer numerischen Anpassung von Funktion 6.2 an die Daten gezeigt.

erkennen, dass die Tiefe der Resonanzkurve  $|S_{21}^{\text{min}}(\Phi_{\text{ext}})|^2$  und somit die intrinsische Güte  $Q_i(\Phi_{\text{ext}})$  eine Abhängigkeit vom magnetischen Fluss  $\Phi_{\text{ext}}$  aufweist. Im weiteren Verlauf dieses Abschnitts wird zunächst die flussabhängige Verschiebung der Resonanzfrequenz  $f_r(\Phi_{\text{ext}})$  für eine Vielzahl an Multiplexerkanälen bei geringen Auslesungsleistungen  $P_{\text{rf}}$  untersucht. Auf die Flussabhängigkeit der Güte  $Q_i(\Phi_{\text{ext}})$  wird dann in Abschnitt 6.1.3 detailliert eingegangen.

In den Abbildungen 6.4 a) und b) ist die gemessene Transmission  $|S_{21}(I_{\text{mod}}, f)|^2$  für die Kanäle 1 und 8 in Abhängigkeit des Stroms  $I_{\text{mod}}$  durch die Modulationsspule bei einer Auslesungsleistung  $P_{\text{rf}} \approx -90$  dBm gezeigt. Der Modulationsstrom  $I_{\text{mod}}$  wurde hierbei zwischen  $-60 \mu\text{A}$  und  $+60 \mu\text{A}$  in  $1 \mu\text{A}$ -Schritten variiert. In beiden Schaubildern ist zusätzlich die ermittelte Resonanzfrequenz  $f_r(I_{\text{mod}})$  in Abhängigkeit des Modulationsstroms  $I_{\text{mod}}$  und eine sich nach Gleichung 3.46 ergebende, daran numerisch angepasste Kurve der Form

$$f_r(I_{\text{mod}}) = f_r^{\text{off}} + \Delta f_r^{\text{mod}} \frac{\beta_{\text{L,eff}} \cos(\varphi_{\text{dc}})}{1 + \beta_{\text{L,eff}} \cos(\varphi_{\text{dc}})} \quad (6.2)$$

zu sehen, wobei für die Parameter die Ausdrücke  $f_r^{\text{off}} = f_0 - 4f_0^2(C_c Z_0 + L_{\text{T,eff}}/Z_0)$ ,  $\Delta f_r^{\text{mod}} = 4f_0^2/Z_0 \cdot M_{\text{T,eff}}^2/L_{\text{S,eff}}$  sowie  $\varphi_{\text{dc}} \approx \varphi_{\text{ext}} - \beta_{\text{L,eff}} \sin(\varphi_{\text{ext}})$  gelten. Der extern eingepreßte magnetische Fluss  $\varphi_{\text{ext}} = 2\pi M_{\text{mod,eff}} I_{\text{mod}}/\Phi_0 + \varphi_{\text{off}}$  hängt hierbei von

Kanal	Washer	$f_r^{\text{off}} / \text{GHz}$	$\Delta f_r^{\text{max}} / \text{MHz}$	$\beta_{L,\text{eff}}$	$\frac{M_{T,\text{eff}}^2}{L_{S,\text{eff}}} / \text{pH}$	$M_{\text{mod,eff}} / \text{pH}$
1	g	3.967	2.73	0.29	3.27	37.2
2	g	4.010	3.02	0.31	3.22	37.0
4	g	4.097	3.42	0.32	3.35	37.2
5	k	4.505	3.12	(0.40)	(1.81)	37.3
6	k	4.636	2.72	(0.32)	(2.03)	37.1
7	k	4.766	5.15	(0.51)	(1.79)	37.1
8	k	4.799	5.79	(0.62)	(1.15)	37.6
10	g	5.227	4.54	0.31	2.80	36.9
12	g	5.403	6.63	0.34	3.32	37.3
14	k	6.312	6.77	(0.65)	(0.71)	37.0
15	k	6.397	7.54	(0.72)	(0.52)	37.4
16	k	6.566	6.70	(0.71)	(0.38)	38.2

**Tabelle 6.1:** Tabellarische Zusammenstellung von verschiedenen, im Text näher erläuterten, charakteristischen Parametern für insgesamt 12 Kanäle mit rf-SQUID mit (**g**) geschlitztem und (**k**) kontinuierlichem Washer bei der Auslesungsleistung  $P_{\text{rf}} \approx -90 \text{ dBm}$ . Wie des Weiteren im Text erläutert wird, werden die eingeklammerten Werte, die sich für Kanäle mit rf-SQUID mit kontinuierlichem Washer ergeben, in der folgenden Auswertung nicht weiter berücksichtigt.

der effektiven Kopplung  $M_{\text{mod,eff}}$  zwischen der Modulationsspule und dem jeweiligen rf-SQUID ab und beinhaltet ebenso einen konstanten, vom Modulationsstrom unabhängigen Beitrag  $\varphi_{\text{off}}$ . Die mithilfe dieser numerischen Anpassung ermittelten charakteristischen Parameter sind in Tabelle 6.1 für insgesamt 12 Kanäle zusammengestellt. Bei den fehlenden Kanälen war der in Abbildung 6.1 a) gezeigte Einfluss des Hochfrequenzaufbaus auf den Streuparameter  $|S_{21}(f)|^2$  so groß, dass eine zuverlässige Korrektur der Grundwelligkeit und damit verbunden eine zuverlässige Auswertung der Resonanzkurven nicht möglich war.

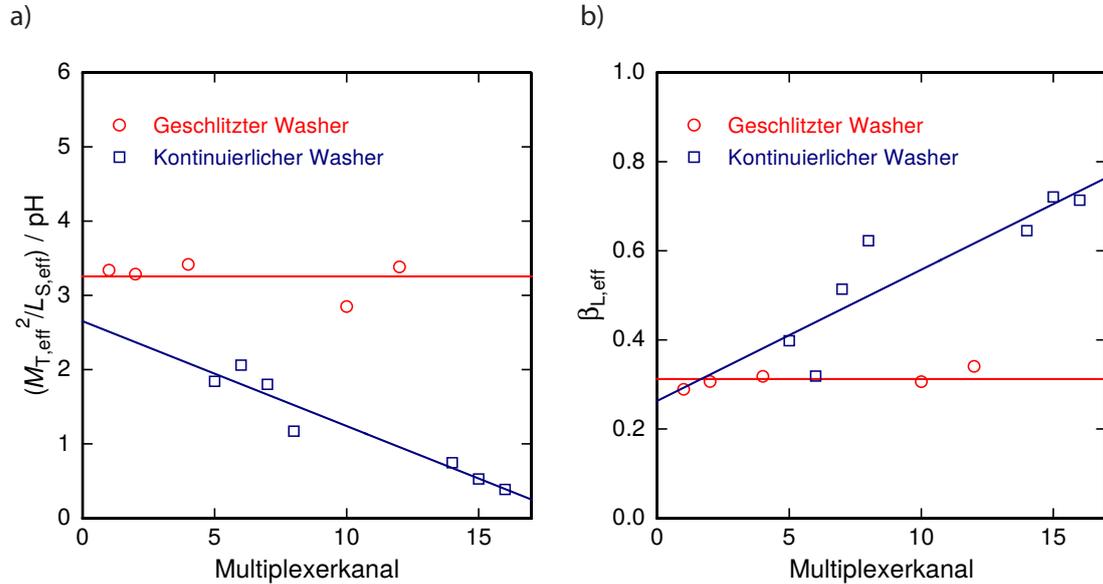
Wie anhand der Tabelle 6.1 zu sehen ist, sind die ermittelten effektiven Kopplungen  $M_{\text{mod,eff}}$  bei allen in die Auswertung einbezogenen Kanälen sehr ähnlich. Die Werte stimmen hierbei mit einer Abweichung von unter 6% sehr gut mit den mithilfe der Software InductEx ermittelten Werten  $M_{\text{mod,eff}} = 38.2 \text{ pH}$  für Kanäle mit rf-SQUID mit geschlitztem Washer und  $M_{\text{mod,eff}} = 39.3 \text{ pH}$  für Kanäle mit rf-SQUID mit kontinuierlichem Washer überein. Ebenso lässt sich beobachten, dass der Spitze-Spitze-Wert der Resonanzfrequenzverschiebung  $\Delta f_r^{\text{max}}$  mit dem Wert der Resonanzfrequenz  $f_r^{\text{off}}$  zunimmt. Dieses Verhalten ist abzusehen, da alle rf-SQUIDs mit dem

gleichen Kopplungsfaktor  $M_{T,\text{eff}}$  an die Abschlussinduktivität  $L_{T,\text{eff}}$  des zugehörigen Resonators gekoppelt wurden und man gemäß Gleichung 3.47 daher einen annähernd quadratischen Zusammenhang zwischen den Parametern  $\Delta f_r^{\text{max}}$  und  $f_r^{\text{off}}$  erwartet.

Bei allen Kanälen mit rf-SQUID mit geschlitztem Washer besteht eine sehr gute Übereinstimmung zwischen der gemessenen Abhängigkeit der Resonanzfrequenz  $f_r(I_{\text{mod}})$  vom Strom  $I_{\text{mod}}$  durch die Modulationsspule und der numerischen Anpassung von Gleichung 6.2 an die Messdaten. Dies ist beispielhaft in Abbildung 6.4 a) für den ersten Kanal zu erkennen. Der aus der numerischen Anpassung extrahierte Quotient  $M_{T,\text{eff}}^2/L_{S,\text{eff}}$  besitzt, mit Ausnahme des zehnten Kanals, einen einheitlichen Wert, der nur geringfügig von dem mittels InductEx simulierten Wert von  $M_{T,\text{eff}}^2/L_{S,\text{eff}} = 2.89 \text{ pH}$  abweicht. Ebenso ist der aus der numerischen Anpassung ermittelte Wert für den Abschirmparameter  $\beta_{L,\text{eff}}$  für alle Kanäle einheitlich, aber jedoch deutlich geringer als der im Entwurf festgesetzte Parameter  $\beta_{L,\text{eff}} = 0.5$ . Bevor jedoch detailliert auf diese Abweichung eingegangen wird, soll zunächst das Verhalten von Kanälen mit rf-SQUID mit kontinuierlichem Washer diskutiert werden.

Bei allen betrachteten Kanälen mit rf-SQUID mit kontinuierlichem Washer beschreibt die numerische Anpassung von Gleichung 6.2 an die Messdaten den gemessenen Verlauf der Resonanzfrequenz  $f_r(I_{\text{mod}})$  nicht mit der gleichen Genauigkeit, die für Kanäle mit rf-SQUID mit geschlitztem Washer erreicht wurde. Die Abweichungen zwischen den experimentell ermittelten Daten und der numerischen Anpassung sind in Abbildung 6.4 exemplarisch für den achten Kanal zu erkennen. Für Kanäle mit höherer Resonanzfrequenz  $f_r^{\text{off}}$  sind diese Abweichungen sogar noch stärker ausgeprägt. Wie anhand der Tabelle 6.1 zu erkennen ist, unterscheiden sich daher die extrahierten Parameter  $M_{T,\text{eff}}^2/L_{S,\text{eff}}$  und  $\beta_{L,\text{eff}}$  vor allem bei hohen Resonanzfrequenzen  $f_r^{\text{off}}$  stark von den erwarteten Werten. In den Abbildungen 6.5 a) und b) sind die beiden Parameter  $M_{T,\text{eff}}^2/L_{S,\text{eff}}$  und  $\beta_{L,\text{eff}}$  für die einzelnen Kanäle nochmals grafisch veranschaulicht. Es wird deutlich, dass die mithilfe der numerischen Anpassung extrahierten Parameter  $M_{T,\text{eff}}^2/L_{S,\text{eff}}$  und  $\beta_{L,\text{eff}}$  bei Kanälen mit rf-SQUID mit geschlitztem Washer als einheitlich und konstant betrachtet werden können, wohingegen sich bei Kanälen mit rf-SQUID mit kontinuierlichem Washer deutliche Abweichungen vom erwarteten Verhalten ergeben.

Ein wesentlicher Unterschied zwischen den beiden verwendeten SQUID-Geometrien besteht in der Kopplungsstärke zwischen der SQUID-Schleife und der Einkoppelspule beziehungsweise der SQUID-Schleife und der Modulationsspule. Während das SQUID-Design mit kontinuierlichem Washer nur leicht erhöhte Gegeninduktivitäten  $M_{\text{in}}$  und  $M_{\text{mod,eff}}$  gegenüber dem rf-SQUID mit geschlitztem Washer aufweist, wie Tabelle 4.1 entnommen werden kann, werden die parasitären Kapazitäten zwischen der SQUID-Schleife und der Einkoppelspule beziehungsweise der SQUID-Schleife und der Modulationsspule anhand rein geometrischer Überlegungen um drei bis vier Grö-



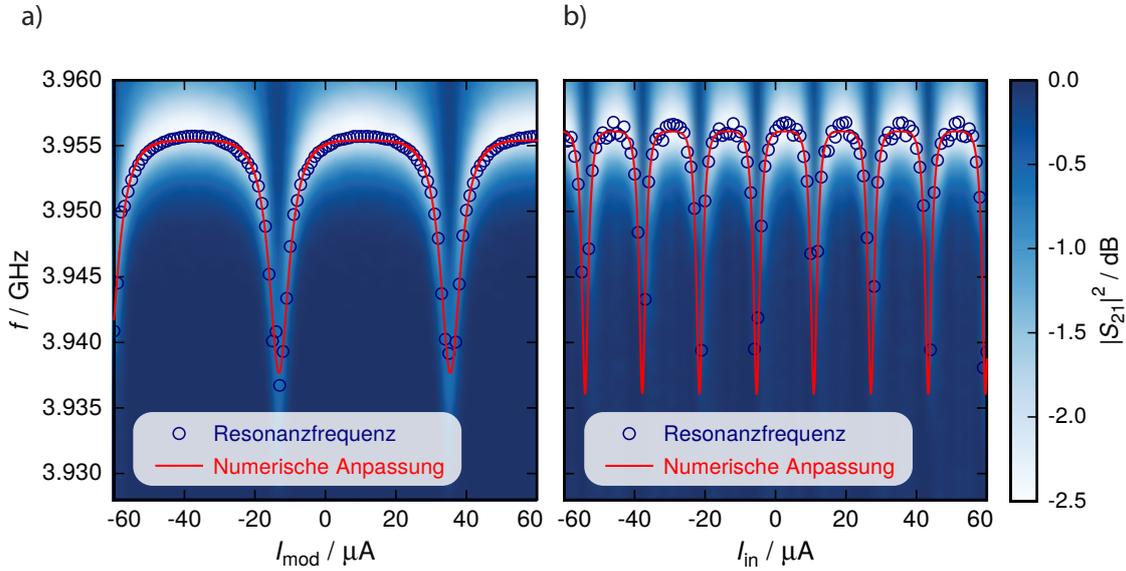
**Abbildung 6.5:** Die mithilfe der numerischen Anpassung von Gleichung 6.2 an die Messdaten ermittelten Parameter **a)**  $M_{T,\text{eff}}^2/L_{S,\text{eff}}$  sowie **b)**  $\beta_{L,\text{eff}}$  für die verschiedenen Multiplexerkanäle. Die eingezeichneten Linien heben den Verlauf der Parameter hervor und besitzen keine physikalische Bedeutung.

Benordnungen höher abgeschätzt. Im Falle von dc-SQUIDs können große parasitäre Kapazitäten zu einer negativen Beeinflussung des SQUID-Verhaltens führen, da diese gemeinsam mit den im dc-SQUID vorhandenen Induktivitäten schwingfähige Systeme bilden [Knu87, Enp91, Enp92]. Diese Resonanzen können über hochfrequente Ströme angeregt werden, die sich bei einem endlichen Spannungsabfall  $V_{JJ}$  über den Josephson-Kontakten und den daraus resultierenden Josephson-Oszillationen mit der Frequenz  $f_{JJ} = V_{JJ}/\Phi_0$  ergeben. Ein derartiges Verhalten ist bei rf-SQUIDs jedoch extrem unwahrscheinlich, da die Frequenz des im rf-SQUID fließenden, hochfrequenten Stroms über die Resonanzfrequenz des Resonators festgelegt und somit konstant ist. Bei den hier gezeigten Ergebnissen müssten somit alle rf-SQUIDs mit kontinuierlichem Washer trotz identischer Entwurfszeichnung eine parasitäre Resonanz aufweisen, die der jeweiligen Resonanzfrequenz des zugehörigen Resonators entspricht. Trotzdem wird aktuell davon ausgegangen, dass parasitäre Kapazitäten das Verhalten der rf-SQUIDs mit kontinuierlichem Washer beeinflussen. Um diese Vermutung zu bestätigen oder zu widerlegen, sind weitere Messungen an entwurfstechnisch ähnlichen rf-SQUIDs geplant, bei denen systematisch dämpfende Elemente verbaut sind und bei denen vereinzelte SQUID-Parameter gezielt variiert werden. Da das abweichende Verhalten von rf-SQUIDs mit kontinuierlichem Washer anhand der vorhandenen Daten nicht endgültig geklärt werden konnte und dieses für einen Vergleich der extrahierten Parameter mit dem weiterentwickelten Modell eines Mikrowellen-

SQUID-Multiplexers nicht repräsentativ ist, werden die entsprechenden Kanäle bei der weiteren Auswertung der Daten nicht weiter miteinbezogen.

Weiter oben wurde bereits erwähnt, dass der Abschirmparameter  $\beta_{L,\text{eff}}$  deutlich kleinere Werte als erwartet annimmt. Der Abschirmparameter  $\beta_{L,\text{eff}}$  wird hierbei durch den kritischen Strom  $I_c$  und die effektive Induktivität  $L_{S,\text{eff}}$  des rf-SQUIDs bestimmt. Da sich die mithilfe von InductEx ermittelten Werte für die Induktivitäten und die Gegeninduktivitäten des rf-SQUIDs in der bisherigen Auswertung als sehr zuverlässig erwiesen haben, wird davon ausgegangen, dass die verringerten Werte des Parameters  $\beta_{L,\text{eff}}$  hauptsächlich auf einen geringeren kritischen Strom  $I_c$  zurückzuführen sind. Anhand der extrahierten Werte des Abschirmparameters  $\beta_{L,\text{eff}}$  und unter der Annahme, dass der Wert der effektiven SQUID-Induktivität  $L_{S,\text{eff}}$  dem mit InductEx ermittelten Wert entspricht, kann für den kritischen Strom der Wert von ungefähr  $I_c \approx 3 \mu\text{A}$  abgeschätzt werden. Der kritische Strom  $I_c$  hängt sowohl von der Fläche  $A_{JJ}$  der Josephson-Kontakte als auch von der kritischen Stromdichte  $j_c$  der großflächig aufgetragenen Nb/Al-AIO<sub>x</sub>/Nb-Dreischichtstruktur ab. Während einer optischen Untersuchung des charakterisierten Chips wurde die Fläche  $A_{JJ}$  von mehreren Josephson-Kontakten bestimmt, indem deren Länge und Breite mit anderen Strukturen bekannter Größe verglichen wurden. Die hierdurch ermittelte Fläche der Josephson-Kontakte fällt gegenüber der im Entwurf vorgesehenen Fläche um etwa 40% größer aus. Als Hauptursache der vergrößerten Fläche der Josephson-Kontakte konnte deren Strukturierungsprozess während der Herstellung des Chips gefunden werden. Bei diesem Fabrikationsschritt wurde anstelle der langjährig verwendeten Kontaktbelichtung des Photolacks ein neuartiges, kontaktloses Belichtungsverfahren angewandt. Es stellte sich hierbei allerdings erst im Nachhinein heraus, dass dieses neuartige Verfahren aufgrund nicht-optimal verwendeter Belichtungsparameter zu einem leichten Fehler in der Strukturtreue führte. Die quadratischen Josephson-Kontakte besitzen daher um eine etwa  $0.8 \mu\text{m}$  größere Kantenlänge.

Unter Berücksichtigung der ermittelten Fläche der Josephson-Kontakte wird die kritische Stromdichte der Nb/Al-AIO<sub>x</sub>/Nb-Dreischichtstruktur auf etwa  $j_c = 10 \text{ A/cm}^2$  abgeschätzt, welche damit deutlich unter dem erwarteten Wert  $j_c = 23.2 \text{ A/cm}^2$  liegt. Die Eigenschaften der Dreischichtstruktur, wie beispielsweise deren kritische Stromdichte  $j_c$ , hängen jedoch sehr stark von den Prozessparametern während der Herstellung ab [Ima92]. Wie sich später in Abschnitt 6.1.3 noch herausstellen wird, besitzen die Josephson-Kontakte des hier diskutierten Chips ungewöhnlich kleine Subgap-Widerstände  $R_{\text{sg}}$  und somit eine nur geringe Qualität. Die Qualitätsminderung konnte auf ungünstige Prozessparameter während der Herstellung der Nb/Al-AIO<sub>x</sub>/Nb-Dreischichtstruktur zurückgeführt werden. Es wird daher aktuell davon ausgegangen, dass die gewählten Prozessparameter während der Herstellung der Dreischichtstruktur zu einer starken Reduzierung der kritischen Stromdichte  $j_c$  und



**Abbildung 6.6:** a) Verlauf der gemessenen Transmission  $|S_{21}(I_{\text{mod}}, f)|^2$  in Abhängigkeit des Modulationsstroms  $I_{\text{mod}}$  sowie b) der gemessenen Transmission  $|S_{21}(I_{\text{in}}, f)|^2$  als Funktion des Stroms  $I_{\text{in}}$  durch die Einkoppelpule des ersten Multiplexerkanals eines Chips, bei dem die rf-SQUIDs nicht mit Detektoren verbunden sind. Die Datenaufnahme erfolgte bei einer Ausleistungsleistung von  $P_{\text{rf}} \approx -90$  dBm und einer Temperatur von  $T = 4.2$  K. Zusätzlich ist die jeweilige Resonanzfrequenz durch einen Kreis für jeden Wert des verwendeten Stroms markiert sowie der Verlauf einer numerischen Anpassung von Funktion 6.2 an die Daten gezeigt.

somit zu deutlich geringeren kritischen Strömen  $I_c$  der Josephson-Kontakte geführt haben. Weiterhin konnte in der Vergangenheit bereits beobachtet werden, dass mit einer Nb/Al-AIO<sub>x</sub>/Nb-Dreischichtstruktur hergestellte Josephson-Kontakte, die für mehrere Minuten einer Temperatur von über 125° C ausgesetzt sind, reduzierte kritische Ströme aufweisen können [Mig03]. Der im Rahmen dieser Arbeit charakterisierte Chip wurde während der Herstellung der Detektoren für einige Minuten einer Temperatur von 150° C ausgesetzt. Eine daraus folgende Verringerung des kritischen Stroms  $I_c$  der Josephson-Kontakte ist somit denkbar.

Bei dem hier diskutierten Chip sind die rf-SQUIDs direkt mit den Detektoren verbunden. Am Eingang der rf-SQUIDs befindet sich somit ein supraleitender Flusstransformator, durch den, wie in Abschnitt 3.4.4 beschrieben wird, Abschirmeffekte auftreten. Die Kopplung zwischen der SQUID-Schleife und der Modulationsspule muss daher mithilfe der effektiven Kopplung  $M_{\text{mod,eff}}$  beschrieben werden, die nach dem im Rahmen dieser Arbeit erweiterten Multiplexer-Modell gegenüber dem Parameter  $M_{\text{mod}}$  leicht verringert ist. Um die Kopplung  $M_{\text{mod}}$  ebenfalls experimentell zu bestimmen, wurde ein Mikrowellen-SQUID-Multiplexer mit dem identischen Entwurf,

allerdings ohne direkt verbundene Detektoren, hergestellt. Anhand dieses Chips war es möglich, über die elektrische Kontaktierung der Einkoppelspule die Gegeninduktivität  $M_{\text{in}}$  zwischen der SQUID-Schleife und der Einkoppelspule zu ermitteln. Die Messungen wurden in einem Transportbehälter für flüssiges Helium bei einer Temperatur von  $T = 4.2 \text{ K}$  durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Messungen sind für den ersten Multiplexerkanal in den Abbildungen 6.6 a) und b) für die Auslesungsleistung  $P_{\text{rf}} \approx -90 \text{ dBm}$  gezeigt. Die Gegeninduktivitäten  $M_{\text{mod}}$  und  $M_{\text{in}}$  wurden mithilfe der bereits oben beschriebenen numerischen Anpassung von Gleichung 6.2 an die gemessenen Daten ermittelt. Diese betragen  $M_{\text{mod}} = 42.5 \text{ pH}$  und  $M_{\text{in}} = 127 \text{ pH}$  und stimmen sehr gut mit den mittels InductEx bestimmten Werten von  $M_{\text{mod}} = 43.4 \text{ pH}$  und  $M_{\text{in}} = 125 \text{ pH}$  überein. Die Gegeninduktivität  $M_{\text{mod}}$  ist hierbei um knapp 20 % stärker als die effektive Gegeninduktivität  $M_{\text{mod,eff}}$ .

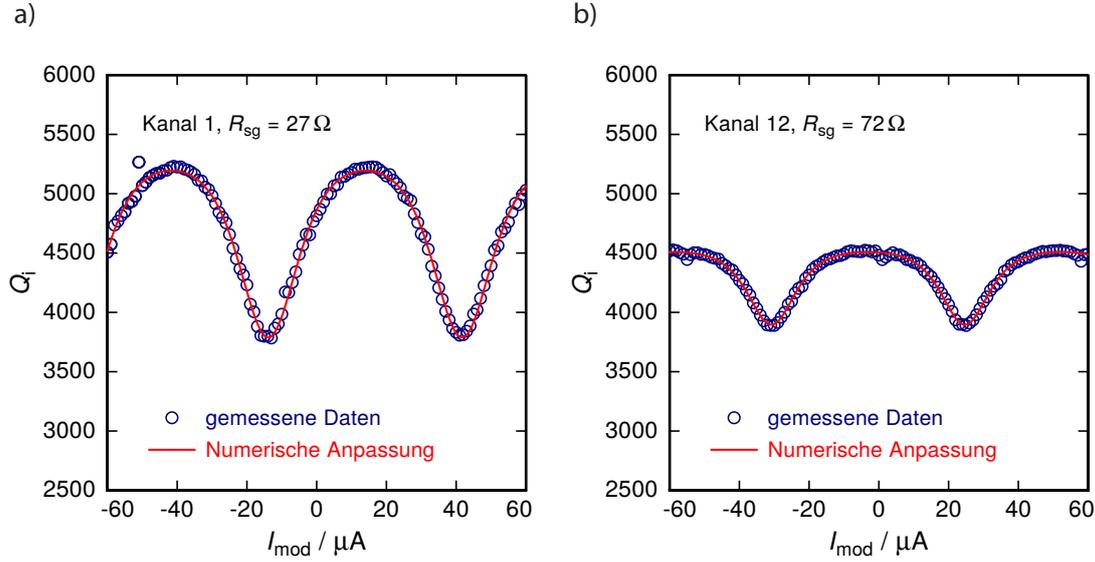
### 6.1.3 Flussabhängigkeit und Höhe der intrinsischen Güte $Q_i$

In den vorigen Abschnitten wurde bereits mehrfach angedeutet, dass die intrinsische Güte  $Q_i(\Phi_{\text{ext}})$  bei allen Multiplexerkanälen ungewöhnlich klein ist und zusätzlich periodisch vom magnetischen Fluss  $\Phi_{\text{ext}}$  durch das rf-SQUID abhängt. In Abbildung 6.7 ist der Verlauf der intrinsischen Güte  $Q_i(I_{\text{mod}})$  in Abhängigkeit vom Strom  $I_{\text{mod}}$  durch die Modulationsspule beispielhaft für die Multiplexerkanäle 1 und 12 gezeigt.

Nach der Erläuterung in Abschnitt 3.4.2 kann eine derartige periodische Abhängigkeit der intrinsischen Güte vom magnetischen Fluss durch das rf-SQUID auftreten, wenn der Subgap-Widerstand  $R_{\text{sg}}$  des Josephson-Kontakts im rf-SQUID einen vergleichsweise kleinen Wert annimmt. Aus diesem Grund ist in beiden Abbildungen zusätzlich eine numerische Anpassung der nach Zusammenhang 3.54 motivierten Funktion

$$\frac{1}{Q_i} = \frac{1}{Q_{\text{off}}} + \frac{16\pi \left( f_{\text{r}}^{\text{off}} M_{\text{T,eff}} \right)^2}{Z_0 R_{\text{sg}} \left[ 1 + \beta_{\text{L,eff}} \cos(\varphi_{\text{ext}} - \beta_{\text{L,eff}} \sin(\varphi_{\text{ext}})) \right]^2} \quad (6.3)$$

an die Messdaten eingezeichnet, wobei analog zu Gleichung 6.2 der externe magnetische Fluss durch den Zusammenhang  $\varphi_{\text{ext}} = 2\pi M_{\text{mod,eff}} I_{\text{mod}} / \Phi_0 + \varphi_{\text{off}}$  gegeben ist. Hierbei sind der flussunabhängige Beitrag  $Q_{\text{off}}$  sowie der Subgap-Widerstand  $R_{\text{sg}}$  des Josephson-Kontakts die einzigen variablen Parameter. Die Werte aller anderen Größen, also die Gegeninduktivität  $M_{\text{T,eff}}$ , die Resonanzfrequenz  $f_{\text{r}}^{\text{off}}$  und die Impedanz  $Z_0$  des Resonators sowie der effektive Abschirmparameter  $\beta_{\text{L,eff}}$  des rf-SQUIDs wurden von den zuvor vorgestellten Messungen beziehungsweise den Simulationen mittels InductEx übernommen. Wie anhand der beiden Schaubilder zu erkennen ist, besteht eine sehr gute Übereinstimmung zwischen der gemessenen Güte  $Q_i(I_{\text{mod}})$  und der numerischen Anpassung von Gleichung 6.3 an die Messdaten. Für die anderen



**Abbildung 6.7:** Verlauf der intrinsischen Güte  $Q_i(I_{\text{mod}})$  als Funktion des Stroms  $I_{\text{mod}}$  durch die Modulationsspule für **a)** den ersten Kanal und **b)** den zwölften Kanal des in dieser Arbeit entwickelten und charakterisierten Mikrowellen-SQUID-Multiplexers. Die in Rot dargestellten Kurven entsprechen einer numerischen Anpassung von Gleichung 6.3, die auf dem im Rahmen dieser Arbeit erweiterten Modell eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers basiert.

Multiplexerkanäle, bei denen das zugehörige rf-SQUID einen geschlitzten Washer besitzt und die in die Auswertung miteinbezogen wurden, ergeben sich ähnlich gute Übereinstimmungen. Die mithilfe der numerischen Anpassung für die verschiedenen Multiplexerkanäle extrahierten Werte für den Subgap-Widerstand  $R_{\text{sg}}$  liegen zwischen  $10 \Omega$  und  $100 \Omega$  und sind somit wesentlich kleiner als die typischen Werte des Subgap-Widerstands  $R_{\text{sg}} > 1 \text{ k}\Omega$  eines in der Arbeitsgruppe hergestellten hochqualitativen Josephson-Kontakts mit gleichem kritischem Strom  $I_c$  [Kem13].

Anhand von Messungen der Strom-Spannungscharakteristik einer Vielzahl von einzelnen Josephson-Kontakten, die nach dem identischen Herstellungsverfahren im selben Zeitraum wie der hier diskutierte Chip hergestellt worden sind, konnte bestätigt werden, dass in diesem Zeitraum das charakteristische Widerstandsverhältnis  $R_{\text{sg}}/R_N$ , wobei  $R_N$  den Normalwiderstand des Josephson-Kontakts bezeichnet, und damit verknüpft der Subgap-Widerstand  $R_{\text{sg}}$  tatsächlich im Vergleich zu früheren Messungen deutlich kleinere Werte angenommen hat [Dee16]. Als Ursache hierfür wurden die verwendeten Prozessparameter bei der Deposition der Nb/Al-AlO<sub>x</sub>/Nb-Dreischichtstruktur ausgemacht. Es zeigte sich, dass sich der Parametersatz für die Herstellung von qualitativ hochwertigen Josephson-Kontakten aufgrund der Erosion des verwendeten Nb-Sputtertargets verändert hat und nicht mehr mit den tatsächlich gewählten Prozessparametern übereingestimmt hat. Konkret hat sich gezeigt,

dass sich durch die Erosion des Nb-Sputtertargets der Wert der Kathodenspannung während des Sputtervorgangs derart verringert hat, dass in Verbindung mit dem gewählten Prozessgasdruck die aufgebracht Nb-Schichten stark mechanisch verspannt waren. Diese Verspannung haben die Qualität der Josephson-Kontakte herabgesetzt. Ähnliche Beobachtungen wurden auch in anderen Arbeitsgruppen gemacht [Du07, Wu79]. Nach einer Korrektur des Prozessgasdrucks sowie einem Wechsel des Nb-Sputtertargets konnten dann Josephson-Kontakte mit dem gewohnt hohen charakteristischen Widerstandsverhältnis  $R_{\text{sg}}/R_{\text{N}}$  hergestellt werden [Bau18, Zim18].

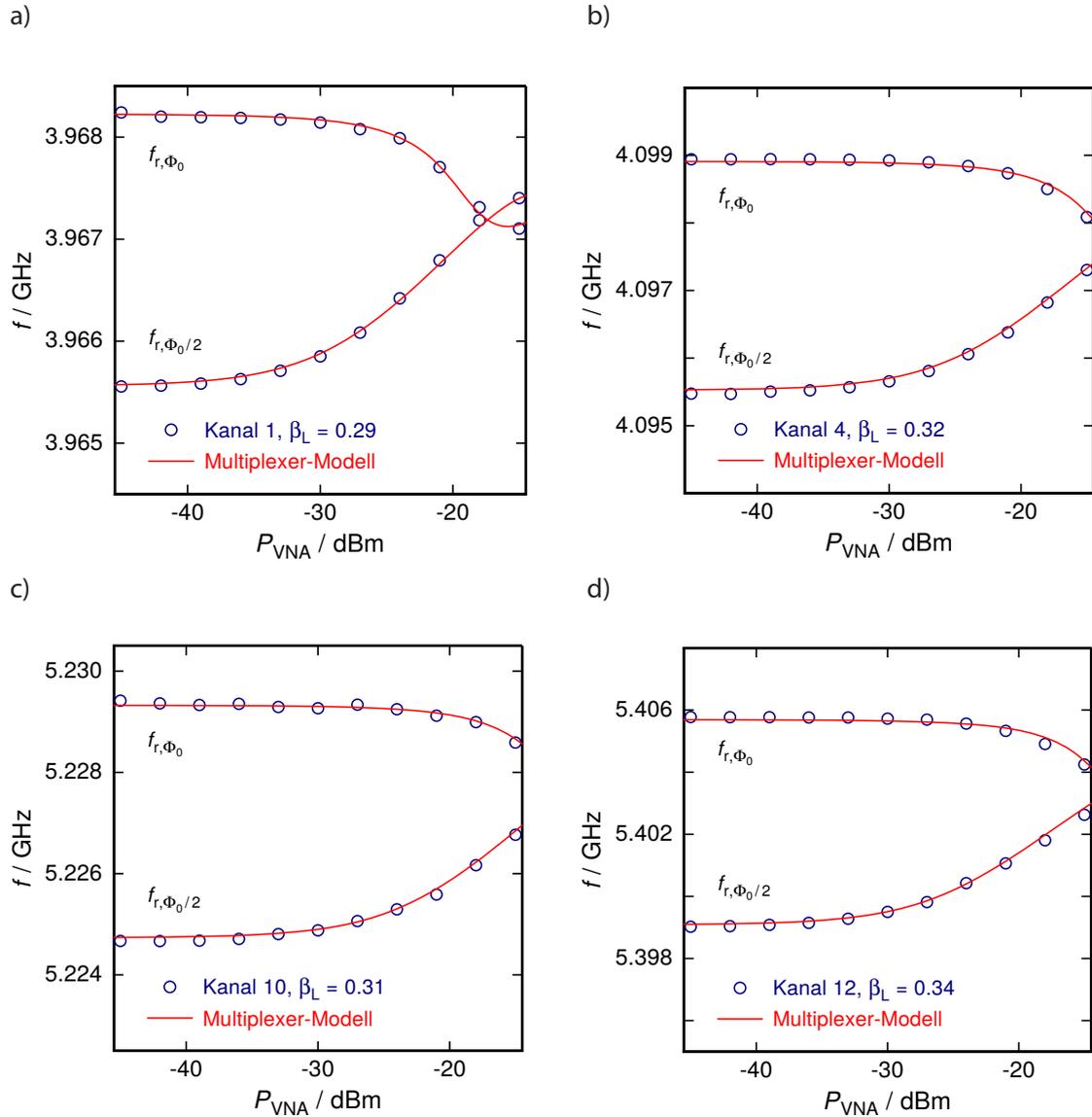
Die in der numerischen Anpassung von Gleichung 6.3 an die Messdaten verwendete Größe  $Q_{\text{off}}$  berücksichtigt alle Verlustmechanismen, die keine Abhängigkeit vom magnetischen Fluss  $\Phi_{\text{ext}}$  aufweisen. Diese liegt bei den betrachteten Multiplexerkanälen im Bereich von 1000 bis 10 000 und ist somit ebenfalls deutlich geringer, als aufgrund von vorangegangenen Messungen mit Niob-Resonatoren erwartet wurde [Kö15]. Der geringe Wert der Güte lässt sich weder durch Strahlungsverluste, noch durch Quasiteilchenverluste oder dielektrische Verluste erklären. Auch der Filterwiderstand  $R_{\text{F}}$  scheidet unter Berücksichtigung der experimentell ermittelten Parameter als mögliche Ursache für die ungewöhnlich niedrigen Güten aus. Ebenso konnte kein systematischer Zusammenhang zwischen der Güte und der Anzahl der Sensoren gefunden werden, mit denen ein Detektor bestückt war. Alterungseffekte der Resonatoren können ebenfalls ausgeschlossen werden, da für andere Zwecke hergestellte Resonatoren selbst nach einer mehrmonatigen Lagerung noch sehr hohe intrinsische Güten  $Q_{\text{i}} \gg 10^5$  gezeigt haben. Bei weiteren Experimenten mit dem gleichen Messaufbau konnten für Resonatoren mit ähnlicher Geometrie hohe Güten in der Größenordnung  $10^4$  bis  $10^5$  gemessen werden [Wil16, Her17]. Aus diesem Grund erscheinen Verlustmechanismen, die durch den experimentellen Aufbau verursacht werden, wie beispielsweise streulichtinduzierte Quasiteilchenverluste [Bar11] oder Vortices in den Innenleitern und Masseflächen der Koplanarleitungen [Bot12], als tendenziell unwahrscheinlich, können aber nicht vollends ausgeschlossen werden. Eine weitere Möglichkeit ist die Existenz der parasitären Kopplung  $M_{\text{mT}}$  zwischen der Abschlussinduktivität und der Modulationsspule. Über diese Kopplung können hochfrequente Ströme in der Modulationsspule erzeugt werden, die in andere Multiplexerkanäle abfließen beziehungsweise in normalleitenden Komponenten dissipiert werden können. Um diese Möglichkeit zu überprüfen, sind weitere Experimente geplant, bei denen die parasitäre Kopplung  $M_{\text{mT}}$  über einen großen Bereich variiert wird beziehungsweise die Modulationsspule weggelassen wird.

#### 6.1.4 Leistungsabhängigkeit der Verschiebung der Resonanzfrequenz

Die bisher diskutierten Charakterisierungsmessungen des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Mikrowellen-SQUID-Multiplexers wurden mit einer Ausgangsleistung

des Netzwerkanalysators von  $P_{\text{VNA}} = -45$  dBm durchgeführt. Wie in Abschnitt 6.1.1 bereits erläutert wurde, liegt die Auslesungsleistung  $P_{\text{rf}}$  am Eingang des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers aufgrund der sendeseitigen Dämpfung durch den Hochfrequenzaufbau damit bei Werten zwischen  $-90$  dBm und  $-100$  dBm. Die in diesem Fall erzeugte Flussamplitude  $\Phi_{\text{rf}}$ , die zur Auslesung des entsprechenden rf-SQUIDs verwendet wurde, beträgt somit für alle betrachteten Multiplexerkanäle  $\Phi_{\text{rf}} \ll 0.1\Phi_0$ . Wie in Abschnitt 3.4.1 gezeigt wurde, sind im Fall sehr geringer Auslesungsleistungen  $P_{\text{rf}}$  der Einfluss des Auslesungssignals auf die charakteristischen Kennlinien des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers vernachlässigbar klein. Die Situation stellt sich jedoch anders dar, wenn die Auslesungsleistung des Multiplexers erhöht wird, um beispielsweise den Einfluss des Rauschens des zur Verstärkung des transmittierten Signals verwendeten HEMT-Verstärkers zu reduzieren. Aus diesem Grund wurde eine Reihe von Messungen durchgeführt, bei der die Ausgangsleistung  $P_{\text{VNA}}$  des Netzwerkanalysators zwischen  $-45$  dBm und  $-15$  dBm um insgesamt drei Größenordnungen variiert wurde. Diese Messungen erfolgten bei einer Temperatur von  $T = 300$  mK.

In den Abbildungen 6.8 a) - d) sind die Verläufe der Resonanzfrequenzen  $f_{\text{r},\Phi_0}(P_{\text{VNA}})$  und  $f_{\text{r},\Phi_0/2}(P_{\text{VNA}})$ , die sich für die Grenzfälle  $\Phi_{\text{ext}} = n\Phi_0$  und  $\Phi_{\text{ext}} = (n+1/2)\Phi_0$  ergeben, in Abhängigkeit der Ausgangsleistung  $P_{\text{VNA}}$  für die Multiplexerkanäle 1, 4, 10 und 12 gezeigt. Es ist zu erkennen, dass sich die Resonanzfrequenzen  $f_{\text{r},\Phi_0}(P_{\text{VNA}})$  und  $f_{\text{r},\Phi_0/2}(P_{\text{VNA}})$  für größer werdende Leistungen  $P_{\text{VNA}}$  zunächst aneinander annähern und somit der Spitze-Spitze-Wert der Resonanzfrequenzverschiebung  $\Delta f_{\text{r}}^{\text{max}}(P_{\text{VNA}})$  immer kleiner wird. Für den ersten Multiplexerkanal kann bei sehr hohen Leistungen  $P_{\text{VNA}} > -18$  dBm sogar beobachtet werden, dass die Resonanzfrequenzen  $f_{\text{r},\Phi_0}(P_{\text{VNA}})$  und  $f_{\text{r},\Phi_0/2}(P_{\text{VNA}})$  ihre Position vertauschen, das heißt, dass die Resonanzfrequenz für halbzahlige magnetische Flüsse  $\Phi_{\text{ext}}$  im rf-SQUID größer als für einen ganzzahligen magnetischen Fluss  $\Phi_{\text{ext}}$  im rf-SQUID ist. In allen Schaubildern sind zusätzlich die anhand des im Rahmen dieser Arbeit erweiterten Multiplexer-Modells erwarteten Verläufe der Resonanzfrequenzen  $f_{\text{r},\Phi_0}(P_{\text{VNA}})$  und  $f_{\text{r},\Phi_0/2}(P_{\text{VNA}})$  eingezeichnet. Die gezeigten Kurven beruhen dabei auf Gleichung 8.13 in Anhang 8.1.3, die die effektive Abschlussinduktivität  $L_{\text{T,eff}}(\varphi_{\text{dc}}, \varphi_{\text{rf}})$  für beliebige Flussamplituden  $\varphi_{\text{rf}}$  und einen in zweiter Taylor-Ordnung genäherten Abschirmparameter  $\beta_{\text{L,eff}}$  beschreibt. Der bei der numerischen Anpassung einzige freie Parameter war hierbei die Dämpfung der im Kryostaten eingangsseitig verbauten Hochfrequenzkomponenten. Alle übrigen Parameter wurden mithilfe der zuvor diskutierten Messungen bei der Ausgangsleistung  $P_{\text{VNA}} = -45$  dBm bestimmt. Insbesondere wurde hierbei auch die in Abschnitt 6.1.3 diskutierte Flussabhängigkeit der intrinsischen Güte  $Q_{\text{i}}(\Phi_{\text{ext}})$  berücksichtigt. Wie in den Abbildungen zu erkennen ist, besteht zwischen den gemessenen Daten und den Vorhersagen des im Rahmen dieser Arbeit erweiterten Multiplexer-Modells eine sehr gute Übereinstimmung. Zudem hat die numerische Anpassung des Modells erstmalig eine Bestimmung der sendeseitigen Dämpfung des



**Abbildung 6.8:** a) - d) Verläufe der Resonanzfrequenzen  $f_{r, \Phi_0}(P_{\text{VNA}})$  und  $f_{r, \Phi_0/2}(P_{\text{VNA}})$ , die sich für die beiden Grenzfälle  $\Phi_{\text{ext}} = n \Phi_0$  und  $\Phi_{\text{ext}} = (n + 1/2) \Phi_0$  ergeben, in Abhängigkeit der Ausgangsleistung  $P_{\text{VNA}}$  des Netzwerkanalysators für die Multiplexerkanäle 1, 4, 10 und 12. Die in Rot dargestellten Kurven entsprechen einer numerischen Anpassung des erweiterten Multiplexer-Modells an die gemessenen Daten, bei der lediglich die eingangsseitige Dämpfung der im Kryostaten verbauten Hochfrequenzkomponenten variiert wurde.

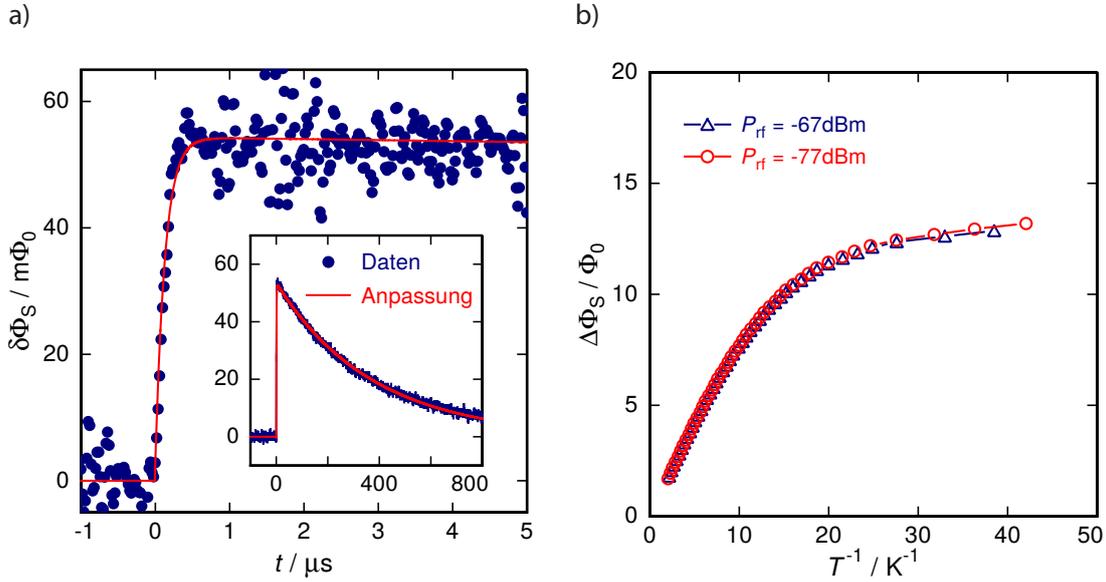
Hochfrequenzaufbaus im Kryostaten erlaubt. Die ermittelten Dämpfungswerte liegen je nach Kanal im Bereich zwischen 47 dB und 53 dB und decken sich sehr gut mit den anhand von Abbildung 6.1 a) abgeschätzten Werten zwischen 45 dB und 55 dB.

## 6.2 Einkanalige Auslesung metallischer magnetischer Kalorimeter durch einen Mikrowellen-SQUID-Multiplexer

Um die verschiedenen Detektoren des Detektorarrays zu charakterisieren und in diesem Zusammenhang insbesondere erstmals die Auslesung eines metallischen magnetischen Kalorimeters mithilfe eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers zu demonstrieren, wurde für verschiedene Kanäle des Multiplexers der zeitliche Verlauf von einzelnen Detektorereignissen sowie das scheinbare magnetische Flussrauschen der einzelnen rf-SQUIDs gemessen. Darüber hinaus wurde für drei Kanäle das Röntgenspektrum einer  $^{55}\text{Fe}$ -Kalibrationsquelle gemessen, um die erreichbare Energieauflösung ableiten zu können.

Für die Durchführung der im Folgenden beschriebenen Messungen wurde in den Detektionsspulen von drei Detektoren ein Dauerstrom nach der in Abschnitt 5.1 beschriebenen Vorgehensweise präpariert. Die hierfür ausgewählten Kanäle 4 und 12 weisen ein rf-SQUID mit geschlitztem Washer auf, während der Washer des in Kanal 7 verwendeten rf-SQUIDs kontinuierlich ist. Um den Dauerstrom in den Detektionsspulen der Detektoren zu erzeugen, wurde für den von außen eingepprägten Strom bei Kanal 4 der Wert  $I_F = 100\text{ mA}$  und bei den Kanälen 7 und 12 der Wert  $I_F = 80\text{ mA}$  gewählt. Die hierdurch erzeugten Dauerströme in den zwei Detektionsspulen eines Detektors haben jedoch aufgrund der in Abschnitt 5.1 diskutierten asymmetrischen Stromeinprägung unterschiedlich hohe Werte besessen. Während durch eine der beiden Detektionsspulen eines jeden Kanals jeweils der volle Dauerstrom  $I_0 = I_F$  geflossen ist, ergab sich für die jeweils andere Detektionsspule nach Gleichung 5.2 der Wert  $I_{0,\text{red}} = 54\text{ mA}$  (Kanal 4),  $I_{0,\text{red}} = 40\text{ mA}$  (Kanal 7) sowie  $I_{0,\text{red}} = 43\text{ mA}$  (Kanal 12). Die reduzierten Dauerströme in den Kanälen 7 und 12 sind hierbei leicht verschieden, da die Induktivität der Einkoppelspule des rf-SQUIDs aufgrund der verschiedenen Washer-Geometrie geringfügig voneinander abweicht (siehe hierzu Tabelle 4.1).

Die Detektorereignisse wurden, wie bereits in Abschnitt 5.2 erläutert wurde, mithilfe einer über dem Experimenthalter platzierten  $^{55}\text{Fe}$ -Kalibrationsquelle erzeugt, die die einzelnen Pixel des Detektorarrays mit einer Zählrate von jeweils ungefähr 1 Bq bestrahlte. Vor jeder erfolgten Messung wurde der Arbeitspunkt des rf-SQUIDs des jeweiligen Kanals optimiert, indem die Stärke eines durch die Modulationsspule fließenden konstanten Stroms  $I_{\text{mod}}$  auf einen solchen Wert eingestellt wurde, dass das Ausgangssignal des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers maximal wurde. Für die Digitalisierung und Speicherung der Messdaten stand ein Messrechner mit insgesamt zwei Signaleingängen zur Verfügung. Da jedoch einer der beiden Signaleingänge für das Triggersignal der Detektorereignisse verwendet werden musste, konnte nur einer der beiden Signalausgänge des  $IQ$ -Mischers für die Aufzeichnung von Detektorereignissen genutzt werden. Aus diesem Grund wurde die Phasendifferenz zwischen



**Abbildung 6.9:** **a)** Gemessener zeitlicher Verlauf von zwei Detektorereignissen, die jeweils mithilfe des Detektors des vierten Kanals aufgezeichnet wurden. Zusätzlich eingezeichnet ist eine numerische Anpassung von Gleichung 6.4 an die Messdaten, mit deren Hilfe die Signalamplitude  $\Phi_{\text{Amp}} = 52.1 \text{ m}\Phi_0$ , die Signalanstiegszeit  $\tau_0 = 130 \text{ ns}$  sowie die Signalabfallszeit  $\tau_1 = 351 \mu\text{s}$  ermittelt werden konnten. **b)** Für Kanal 4 des Multiplexers gemessene Änderung des magnetischen Flusses  $\Delta\Phi_S(T^{-1})$  als Funktion der inversen Kryostattemperatur  $T^{-1}$  für zwei unterschiedliche Leistungen des Hochfrequenzsignals  $P_{\text{rf}}$ , das zur Auslesung des Multiplexers verwendet wurde.

dem Lokaloszillatorsignal des  $IQ$ -Mischers und dem durch den Kryostaten transmittierten Hochfrequenzsignal vor jeder Messung derart justiert, dass das volle Signal in einem der beiden Mischerausgänge lag. Außerdem wurde die Leistung des Hochfrequenzsignals  $P_{\text{rf}}$ , mit dem der Multiplexer jeweils ausgelesen wurde, derart angepasst, dass das Signal-Rausch-Verhältnis der aufgenommenen Detektorereignisse maximiert wurde. Alle beschriebenen Messungen erfolgten hierbei bei der Basistemperatur  $T_0 = 20 \text{ mK}$  des Kryostaten.

In Abbildung 6.9 a) ist der zeitliche Verlauf von zwei Detektorereignissen zu sehen, die jeweils mithilfe des Detektors des vierten Kanals aufgezeichnet wurden. Da die Zahl der aufgezeichneten Datenpunkte konstant gehalten wurde, wurde die Geschwindigkeit des zur Digitalisierung verwendeten Analog-Digital-Wandlers an das jeweilige Zeitfenster angepasst. Ebenfalls eingezeichnet ist für Zeiten  $t > 0$  eine numerische Anpassung der Funktion

$$\delta\Phi_S(t) = \Phi_{\text{amp}} \left( e^{-t/\tau_1} - e^{-t/\tau_0} \right) \quad (6.4)$$

Parameter	Einheit		4	7	12
$f_r$	GHz	gemessen	4.097	4.766	5.403
$\Delta f$	MHz	gemessen	2.38	3.20	1.72
$\tau_{\text{res}}$	ns	berechnet	134	99.5	185
$\tau_0$	ns	gemessen	130	88.8	177
$\tau_1$	$\mu\text{s}$	gemessen	351	347	283
$\Phi_{\text{amp}}$	$\text{m}\Phi_0$	gemessen	52.1	67.2	55.1
$\Phi_{\text{amp}}(50 \text{ mK})$	$\text{m}\Phi_0$	berechnet	52.9	67.5	54.3
$\sqrt{S_{\Phi_{\text{S,w}}}}$	$\mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$	berechnet	0.96	-	-
$\sqrt{S_{\Phi_{\text{S,w}}}}$	$\mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$	gemessen	0.89	1.00	1.20
$\sqrt{S_{\Phi_{\text{S,1/f}}}(1 \text{ Hz})}$	$\mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$	gemessen	35.8	42.5	42.8
$\alpha$	-	gemessen	0.79	0.80	0.81
$\Delta E_{\text{FWHM}}(50 \text{ mK})$	eV	berechnet	38	29	37
$\Delta E_{\text{FWHM}}(0 \text{ keV})$	eV	gemessen	46	42	53
$\Delta E_{\text{FWHM}}(5.9 \text{ keV})$	eV	gemessen	58	53	61

**Tabelle 6.2:** Tabellarische Zusammenstellung wichtiger Parameter des Detektorarrays mit integriertem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer für die Kanäle 4, 7 und 12.

an die Messdaten, welche auf dem nach der thermodynamischen Beschreibung eines metallischen magnetischen Kalorimeters erwarteten Signalverlauf (vergleiche Gleichung 2.11) beruht und mit der sich die Signalamplitude  $\Phi_{\text{amp}}$ , die Signalanstiegszeit  $\tau_0$  sowie die Signalabfallszeit  $\tau_1$  eines gemessenen Detektorereignisses bestimmen lassen. Die auf diese Weise ermittelten Parameter sind in Tabelle 6.2 für die Kanäle 4, 7 und 12 zusammengestellt.

Die gemessenen Werte der Signalanstiegszeit  $\tau_0$  liegen zwischen 90 ns und 180 ns. Die Anstiegszeit ist damit verglichen mit den im Entwurf festgesetzten Werten deutlich kürzer. Die Ursache hierfür besteht in der erhöhten Bandbreite  $\Delta f$  der einzelnen Kanäle des Multiplexers, die sich aufgrund der in Abschnitt 6.1.3 diskutierten Reduzierung der intrinsischen Güte  $Q_i$  der Resonatoren ergibt. Berücksichtigt man die niedrigen Werte der intrinsischen Güte der Resonatoren, so stimmen die experimentellen Werte der Signalanstiegszeit  $\tau_0$  sehr gut mit der Einschwingzeit  $\tau_{\text{res}}$  des Resonators überein, die mithilfe von Gleichung 3.25 ermittelt werden kann. Diese gute Übereinstimmung konnte für weitere Kanäle bestätigt werden. Einige Kanäle des Multiplexers besitzen eine derart niedrige intrinsische Güte und damit verbunden eine derart hohe Bandbreite, dass die Einschwingzeit  $\tau_{\text{res}}$  des Resonators keine Limitierung der Signalanstiegszeit  $\tau_0$  darstellt. In diesem Fall stimmt die gemessene

Signalanstiegszeit mit der intrinsischen Signalanstiegszeit des Detektors überein, die sich aus der Kopplung der magnetischen Momente und der Leitungselektronen ergibt. Mithilfe dieser Messung konnte somit eindeutig gezeigt werden, dass die intrinsische Signalanstiegszeit  $\tau_0$  eines metallischen magnetischen Kalorimeters aufgelöst werden kann, sofern den einzelnen Kanälen des zur Auslesung verwendeten Mikrowellen-SQUID-Multiplexers eine ausreichend hohe Bandbreite zur Verfügung gestellt wird.

Sowohl die gemessenen Werte der Signalamplitude  $\Phi_{\text{amp}}$  als auch der Signalabfallszeit  $\tau_1$  sind unter der Berücksichtigung der thermodynamischen Eigenschaften der Detektoren und des erzeugten Dauerstroms wesentlich geringer, als man bei der gewählten Betriebstemperatur der Detektoren von  $T = 20 \text{ mK}$  erwarten würde. Um die Ursache für diese Abweichung zu finden, wurde für verschiedene Kanäle jeweils der Verlauf der Änderung des magnetischen Flusses im rf-SQUID als Funktion der Temperatur gemessen. Da die Dauerströme in den beiden Detektionsspulen eines jeden Detektors nicht identisch sind (vergleiche Abschnitt 5.1 und den Beginn dieses Abschnitts), sind die Detektoren nicht-gradiometrisch. Aus diesem Grund führt eine Änderung der Temperatur des Wärmebads effektiv zu einer Änderung des Abschirmstroms, der durch die Einkoppelspule des zugehörigen rf-SQUIDs fließt, und erzeugt auf diese Weise im rf-SQUID eine zur Magnetisierung der Sensoren proportionale Änderung des magnetischen Flusses. Abbildung 6.9 b) zeigt beispielhaft für Kanal 4 des Multiplexers das Ergebnis einer solchen, im weiteren Verlauf dieser Arbeit als Magnetisierungsmessung bezeichneten Messung. Konkret ist der Verlauf der im rf-SQUID gemessenen magnetischen Flussänderung  $\Delta\Phi_{\text{S}}(T^{-1})$  als Funktion der inversen Temperatur  $T^{-1}$  für zwei verschiedene Leistungen  $P_{\text{rf}}$  des zur Auslesung des Multiplexers verwendeten Hochfrequenzsignals zu sehen. Wie zu erkennen ist, ergibt sich eine bei hohen Temperaturen nach dem Curie-Gesetz erwartete  $1/T$ -Abhängigkeit des Kurvenverlaufs. Bei tiefen Temperaturen jedoch zeigen die in Abbildung 6.9 b) dargestellten Kurven ein Sättigungsverhalten, welches nicht alleine durch die Stärke des vom Feldstrom erzeugten Magnetfelds sowie die Dipol-Dipol-Wechselwirkung und die RKKY-Wechselwirkung erklärt werden kann.

Das im Rahmen der Magnetisierungsmessungen beobachtete Sättigungsverhalten, der reduzierte Wert der Signalamplitude  $\Phi_{\text{amp}}$  sowie die deutlich zu geringe Signalabfallszeit  $\tau_1$  lassen sich erklären, wenn man annimmt, dass die Detektoren thermisch vom Wärmebad entkoppeln, das heißt, dass die Temperatur der Detektoren nicht mit der Temperatur des Kryostaten übereinstimmt. Um eine Abschätzung der wahren Temperatur der Detektoren zu erhalten, wurden für alle drei Kanäle die für verschiedene Temperaturen erwarteten Werte der Signalamplitude unter Berücksichtigung der Detektorgeometrie, der thermodynamischen Eigenschaften des Sensormaterials Ag:Er und der Werte der präparierten Dauerströme berechnet. Hierbei wurden die thermodynamischen Eigenschaften von Ag:Er nach der in [Hen17] beschriebenen Me-

thode aus den zur Verfügung stehenden Simulationsdaten für Au:Er abgeleitet. Es zeigt sich, dass die vorhergesagten Werte für die Signalamplitude der drei Kanäle, die ebenfalls in Tabelle 6.2 eingetragen sind, mit der Messung übereinstimmen, wenn man annimmt, dass die Temperatur der Detektoren in etwa  $T \approx 50$  mK beträgt.

Eine Erhöhung der Temperatur der Detektoren gegenüber der Temperatur des Kryostaten kann auf verschiedene Art und Weise verursacht werden. So kann beispielsweise Wärme von höheren Temperaturstufen des Kryostaten über unzureichend thermalisierte Koaxialkabel auf den Experimenthalter und damit auf das Substrat fließen. Andererseits kann das Hochfrequenzsignal, das zur Auslesung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers verwendet wird, auf dem Substrat, auf dem der Multiplexer und die Detektoren aufgebracht sind, dissipieren und das Substrat lokal aufheizen. Dies ist insbesondere im Bereich der Filterwiderstände, die die Detektoren vor dem Einfluss des Auslesungssignals schützen sollen, möglich. Ein negativer Einfluss des Hochfrequenzsignals konnte hierbei aber durch einen Vergleich von Magnetisierungsmessungen ausgeschlossen werden, bei denen systematisch die Leistung des Hochfrequenzsignals variiert wurde. So ist beispielhaft in Abbildung 6.9 b) für Kanal 4 zu sehen, dass die Magnetisierungskurven nur sehr schwach von der Leistung  $P_{\text{rf}}$  des Hochfrequenzsignals abhängen. Aus diesem Grund kann davon ausgegangen werden, dass die parasitäre Erwärmung der Detektoren hauptsächlich durch nicht ausreichend thermalisierte Koaxialkabel des Hochfrequenzaufbaus verursacht wird. Diese Annahme wird sich später im Rahmen der Diskussion der Messungen bestätigen, die mit dem Detektorarray in dem speziell für das ECHO-Experiment vorhergesehenen Kryostaten durchgeführt wurden.

Wie bereits weiter oben erwähnt wurde, wurde vor jeder Messung der Arbeitspunkt des jeweils verwendeten rf-SQUIDs durch eine Anpassung eines konstanten Stroms  $I_{\text{mod}}$  durch die Modulationsspule so eingestellt, dass das Ausgangssignal des Multiplexers maximal war. Im Rahmen der durchgeführten Messungen stellte sich hierbei allerdings heraus, dass der so eingestellte Arbeitspunkt nicht langzeitstabil war. Hauptursache für die beobachtete Instabilität ist die bereits in Abschnitt 6.1.3 beschriebene Flussabhängigkeit der intrinsischen Güte  $Q_i(\Phi_{\text{ext}})$ , die zusammen mit dem Einfluss der Detektortemperatur auf den magnetischen Fluss im rf-SQUID und der dadurch hervorgerufenen Änderung des Arbeitspunktes des rf-SQUIDs ein instabiles System erzeugt. So führen bereits kleinste externe Störungen zu einer Verschiebung des Arbeitspunktes des rf-SQUIDs, die jeweils mit einer Änderung des Transferkoeffizienten verbunden sind. Da aus diesem Grund die Aufnahme eines Langzeitspektrums unter gleichbleibenden Bedingungen nicht möglich war, wurde ein einfaches, softwarebasiertes Rückkopplungssystem implementiert, mit dem der Arbeitspunkt des rf-SQUIDs stabilisiert wurde. Hierfür wurde der Arbeitspunkt des rf-SQUIDs sekundlich ermittelt. Durch eine Anpassung des konstanten Stroms  $I_{\text{mod}}$ , der durch die

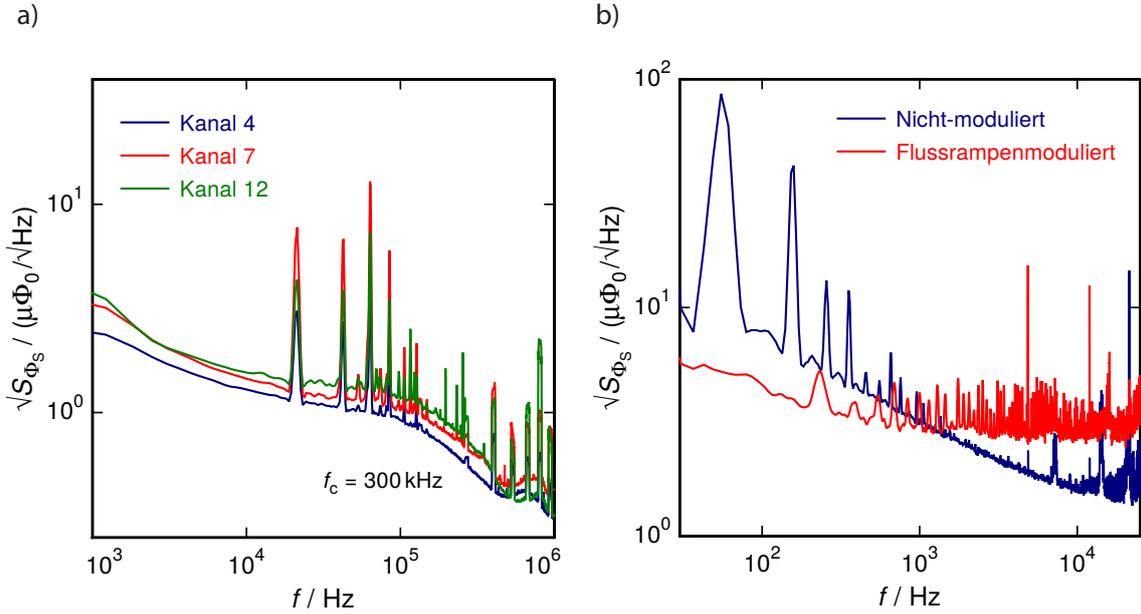
Modulationsspule getrieben wurde, wurde dann jeweils einer Änderung des Arbeitspunkts entgegengewirkt.

Um das scheinbare magnetische Flussrauschen  $\sqrt{S_{\Phi_S}(f)}$  im rf-SQUID sowie die Energieauflösung  $\Delta E_{\text{FWHM}}$  der einzelnen Detektoren zu ermitteln, wurden bei den hier diskutierten Kanälen 4, 7 und 12 eine Vielzahl von Ruhesignalen, das heißt Signale ohne äußeren Energieeintrag, und Detektorereignissen aufgezeichnet. Die aus den Nullsignalen ermittelten Rauschspektren sind in Abbildung 6.10 a) dargestellt. Alle Spektren sind hierbei zu niedrigen Frequenzen hin auf eine Frequenz von 1 kHz limitiert, da das Zeitfenster während der Datenaufzeichnung aufgrund der schnellen Signalabfallszeit  $\tau_1$  der Detektorsignale sehr kurz gewählt wurde. Zu hohen Frequenzen hin fallen die Spektren aufgrund eines verwendeten Tiefpassfilters mit einer Abschneidefrequenz bei  $f_c = 300$  kHz ab. Alle Spektren enthalten eine Reihe von diskreten Linien, die ab einer Frequenz von 20 kHz einsetzen und im Vorfeld nicht erwartet wurden. Der Grund für das Auftreten dieser Linien konnte im Rahmen der diskutierten Messungen nicht eindeutig identifiziert werden. Allerdings gab es deutliche Hinweise darauf, dass diese von der Spannungsversorgung des HEMT-Verstärkers verursacht wurden, da sehr ähnliche Störsignale in anderen Experimenten aufgetreten sind, sofern der HEMT-Verstärker in Betrieb war. Da zu diesem Zeitpunkt allerdings kein alternatives Netzteil zur Verfügung stand und die Auslesung des Multiplexers nicht ohne betriebenen HEMT-Verstärker möglich war, konnte diese Hypothese nicht eindeutig verifiziert werden. Im Rahmen der weiteren Messungen, die in dem speziell für das ECHO-Experiment vorgesehenen Kryostaten durchgeführt wurden (siehe Abschnitt 6.3), konnte diese Vermutung jedoch bestätigt werden. So sind durch den Austausch des Spannungsreglers des HEMT-Verstärkers die diskreten Linien verschwunden. Um die Rauschspektren trotz der beobachteten diskreten Linien analysieren zu können, wurden diese mithilfe eines einfachen Algorithmus zur Detektion dieser Linien aus den Spektren entfernt. Anschließend wurde an jedes Spektrum eine durch Gleichung 2.16 motivierte Funktion

$$S_{\Phi_S} = S_{\Phi_S,w} + S_{\Phi_S,1/f}(1 \text{ Hz}) \cdot f^{-\alpha} \quad (6.5)$$

numerisch an die Messdaten angepasst. Hierbei bezeichnen  $S_{\Phi_S,w}$  den weißen Rauschanteil sowie  $S_{\Phi_S,1/f}(1 \text{ Hz})$  und  $\alpha$  die Höhe und den Exponenten des niederfrequenten Beitrags zum magnetischen Flussrauschen. Die mithilfe dieser numerischen Anpassung ermittelten Parameter sind in Tabelle 6.2 eingetragen.

Die gemessenen Werte für das weiße Flussrauschen  $\sqrt{S_{\Phi_S,w}}$  liegen im Bereich zwischen  $0.9 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$  und  $1.2 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ . Bei der Berechnung des erwarteten Werts für das weiße Flussrauschen stellte sich heraus, dass die im rf-SQUID erzeugte magnetische Flussamplitude  $\Phi_{\text{rf}}$  bei Kanal 12 einen Wert annahm, der zu einem stark nichtlinea-



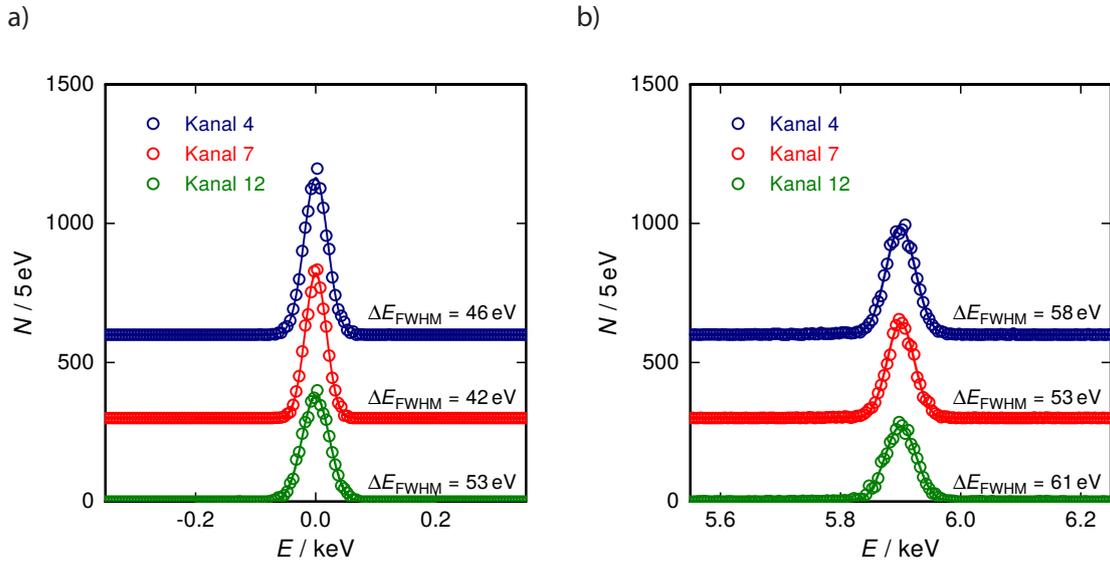
**Abbildung 6.10:** a) Spektren des für die Kanäle 4, 7 und 12 gemessenen magnetischen Flussrauschens, das aus Ruhesignalen der Detektoren ermittelt wurde, die bei einer von  $T = 20$  mK des Kryostaten aufgezeichnet wurden. b) Für Kanal 4 des Multiplexers bei einer Temperatur von  $T = 300$  mK gemessene Rauschspektren, bei denen die Auslesung des Multiplexers entweder mit oder ohne Flussrampenmodulation erfolgte.

ren Verhalten des Ausgangssignals führte. Da die in Abschnitt 3.4.1 beschriebenen Nichtlinearitäten bislang nicht im Multiplexer-Modell integriert sind, konnte somit für die hier vorliegende Situation kein erwarteter Wert für das weiße Flussrauschen berechnet werden. Ebenso konnte bereits in Abschnitt 6.1.2 gezeigt werden, dass das Verhalten eines rf-SQUIDs mit kontinuierlichem Washer nicht mit ausreichender Genauigkeit durch das Multiplexer-Modell beschrieben werden kann. Aus diesem Grund wurde auch für Kanal 7 kein erwarteter Wert für das weiße Flussrauschen berechnet. Bei Kanal 4 hingegen, bei dem ein rf-SQUID mit geschlitztem Washer zum Einsatz kam und bei dem keine Nichtlinearitäten beobachtet wurden, deckt sich der nach Gleichung 3.67 errechnete Wert des weißen Flussrauschens  $\sqrt{S_{\Phi_s, w}} = 0.96 \mu\Phi_0 / \sqrt{\text{Hz}}$  gut mit dem experimentell ermittelten Wert. Für die Berechnung des weißen Flussrauschens wurde für das Eingangsrauschen des HEMT-Verstärkers nach Abschnitt 5.2 der Wert  $T_{N, \text{HEMT}} = 4$  K angenommen. Ferner konnte der Wert für die Flussamplitude  $\Phi_{\text{rf}} = 0.17 \Phi_0$  über die in Abschnitt 6.1.4 durchgeführten Charakterisierungen ermittelt werden. Die übrigen für die Bestimmung des weißen Rauschens benötigten Parameter wurden bereits in vorigen Messungen ermittelt beziehungsweise konnten der numerischen Simulation mit der Software InductEx entnommen werden.

Die in Abbildung 6.10 a) gezeigten Rauschspektren zeigen einen starken Anstieg zu

niedrigen Frequenzen hin. Mithilfe der numerischen Anpassung von Gleichung 6.5 an die gemessenen Spektren konnten hierbei für die Amplitude  $\sqrt{S_{\Phi_S,1/f}}(1 \text{ Hz})$  Werte zwischen  $35 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$  und  $43 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$  sowie für den Rauschexponenten ein Wert von  $\alpha = 0.8$  bestimmt werden. Um den Ursprung dieses unerwartet hohen niederfrequenten Rauschbeitrags zu ermitteln, wurde für den vierten Kanal ein Vergleich von Rauschspektren angestellt, bei denen der Multiplexer mit beziehungsweise ohne Verwendung der in Abschnitt 5.4 vorgestellten Flussrampenmodulationstechnik ausgelesen wurde. Um hierbei störende Detektorereignisse im aufgezeichneten Datenstrom zu vermeiden, wurde der Kryostat auf eine Temperatur von  $T = 300 \text{ mK}$  stabilisiert, bei der die Detektoren insensitiv gegenüber äußeren Energieeinträgen sind. Abbildung 6.10 b) zeigt das Ergebnis der hier beschriebenen Messungen. Es ist zu erkennen, dass der Wert des weißen Rauschbeitrags bei der Auslesung mit Flussrampenmodulation um etwa einen Faktor zwei gegenüber dem Wert bei der Auslesung ohne Flussrampenmodulation erhöht ist. Wie in Abschnitt 5.4 gezeigt wurde, entspricht eine derartige Erhöhung des weißen Rauschbeitrags bei der Verwendung von Flussrampenmodulation jedoch den Erwartungen. Wie in der Abbildung allerdings weiterhin zu erkennen ist, ist der niederfrequente Rauschanteil für Frequenzen  $f < 1 \text{ kHz}$  bei der flussrampenmodulierten Auslesung deutlich geringer als bei der Auslesung ohne Flussrampenmodulation. Aufgrund der hier beobachteten starken Unterdrückung niederfrequenten Rauschens können die Detektoren und die rf-SQUIDs als Ursache für den stark erhöhten niederfrequenten Rauschbeitrag ausgeschlossen werden. Vielmehr deutet diese Beobachtung darauf hin, dass die Resonatoren oder andere in der Signalkette nach dem rf-SQUID befindliche Komponenten diesen Rauschbeitrag verursachen. Da der Ursprung dieses Rauschbeitrags letztlich nicht aufgeklärt werden konnte, sind aktuell weitergehende Messungen im Gange beziehungsweise geplant.

In den Abbildungen 6.11 a) und b) sind Histogramme der mithilfe des in Abschnitt 2.6 beschriebenen Algorithmus bestimmten Energien für die Nullsignale sowie die aufgezeichneten Detektorereignisse mit einer Energie von  $E = 5.9 \text{ keV}$  für die Kanäle 4, 7 und 12 gezeigt. Die Energieauflösung  $\Delta E_{\text{FWHM}}$  der Detektoren wurde mithilfe einer numerischen Anpassung einer Gauß-Verteilung an die Histogramme ermittelt. Diese liegt bei der Energie  $E = 5.9 \text{ keV}$  im Bereich zwischen  $50 \text{ eV}$  und  $60 \text{ eV}$ . Bei den Spektren der Ruhesignale, also bei der Energie  $E = 0 \text{ keV}$ , ist die Auflösung um etwa  $10 \text{ eV}$  verringert. Wie in Tabelle 6.2 zu erkennen ist, liegen die erwarteten Energieauflösungen zwischen  $30 \text{ eV}$  und  $40 \text{ eV}$  und sind somit deutlich unter den experimentell ermittelten Werten. Die hier auftretende Diskrepanz lässt sich dadurch begründen, dass bei den Werten der rechnerisch ermittelten Energieauflösung die in Abbildung 6.10 a) gezeigten höherfrequenten Störsignale nicht berücksichtigt werden konnten. Ebenso sind hierbei mögliche Auswirkungen des softwarebasierten Rückkopplungssystems, das für die Stabilisierung des SQUID-Arbeitspunkts verwendet wurde, nicht



**Abbildung 6.11:** Histogramme der mithilfe des in Abschnitt 2.6 beschriebenen Algorithmus bestimmten Energien **a)** für die Nullsignale sowie **b)** die aufgezeichneten Detektorereignisse mit einer Energie von  $E = 5.9 \text{ keV}$  für die Kanäle 4, 7 und 12. Darüber hinaus ist jeweils eine numerische Anpassung einer Gauß-Verteilung an die Histogramme gezeigt, mit deren Hilfe die Energieauflösung der Detektoren abgeschätzt wurde.

miteinbezogen. Dennoch kann zusammenfassend gesagt werden, dass die hier diskutierten Messergebnisse sehr gut mit den theoretischen Vorhersagen übereinstimmen, die sich aus dem Multiplexer-Modell und den Eigenschaften der Detektoren ergeben, sofern für die Detektortemperatur ein plausibler Wert von  $T = 50 \text{ mK}$  angenommen wird.

### 6.3 Betrieb des Detektorarrays im ECHO-Kryostat

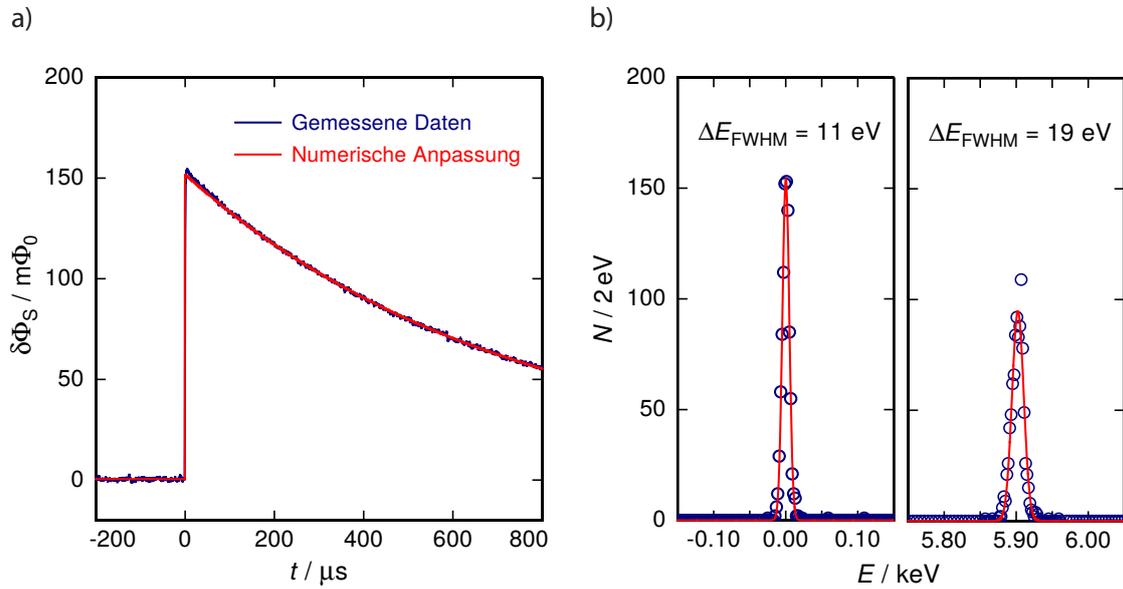
Im vorangegangenen Abschnitt wurde gezeigt, dass die im Rahmen der diskutierten Messungen experimentell bestimmte Energieauflösung  $\Delta E_{\text{FWHM}}$  der Detektoren oberhalb des erwarteten Werts liegt. Als Ursache für diese Diskrepanz wurde einerseits eine im Vergleich zum Kryostaten erhöhte Temperatur der Detektoren sowie andererseits durch die Spannungsversorgung des HEMT-Verstärkers auftretende Störungen in der Signalkette ausfindig gemacht. Die Erhöhung der Detektortemperatur gegenüber der Temperatur des Wärmebads konnte hierbei auf einen parasitären Wärmeeintrag zurückgeführt werden, der das Resultat einer unzureichenden Thermalisierung der im Kryostat verbauten Koaxialkabel war. Nahezu zeitgleich mit dieser Erkenntnis begann die Planung und Installation des kryogenen Hochfrequen-

zaufbaus für den für das ECHO-Experiment vorgesehenen Kryostaten, in dem der entwickelte Multiplexer in seiner finalen Ausbaustufe betrieben werden soll. Bei der Planung und der Installation der verschiedenen Komponenten wurde daher explizit auf eine verbesserte thermische Ankopplung der Hochfrequenzkomponenten und Koaxialkabel sowie eine Minimierung von Störsignalen geachtet, die von externen Elektronikkomponenten verursacht werden können.

Die generelle Realisierung des kryogenen Hochfrequenzaufbaus im ECHO-Kryostaten entspricht hierbei weitgehend der in Abbildung 5.3 gezeigten Anordnung. Für eine verbesserte Thermalisierung der im Kryostat verbauten Hochfrequenzkomponenten wurden anstelle von dünnen Blechen massive Befestigungen aus Kupfer entworfen, die mit dem Kryostat verschraubt wurden und in die der Richtkoppler, der Zirkulator sowie der HEMT-Verstärker fest eingeklemmt werden konnten. Zusätzlich wurden 0 dB-Dämpfungsglieder in die Leitungsführung integriert, die einen galvanischen Kontakt zwischen dem Innen- und Außenleiter der Koaxialkabel herstellen, über den Wärme vom Innenleiter an den Kryostaten abgeführt werden kann. Das im Rahmen der ersten Messungen für den Betrieb des HEMT-Verstärkers verwendete Schaltnetzteil, das als Ursache für die Einkopplung einer Reihe von Störsignalen vermutet wurde, wurde durch einen in der Elektronikabteilung des Instituts hergestellten analogen Linearspannungsregler mit Ringkerntransformator ersetzt.

Um den neu installierten Hochfrequenzaufbau zu charakterisieren und um die erzielten Ergebnisse mit vorherigen Messungen vergleichen zu können, wurde das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte, hergestellte und charakterisierte Detektorarray mit integriertem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer im identischen Experimenthalter im ECHO-Kryostaten abgekühlt und mit einer externen  $^{55}\text{Fe}$ -Kalibrationsquelle bestrahlt. Für die im Folgenden beschriebenen Messungen wurde anhand eines externen Stroms mit dem Wert  $I_F = 40 \text{ mA}$  ein Dauerstrom in den Detektionsspulen des Detektors des fünften Kanals präpariert und der Kryostat bei seiner Basistemperatur betrieben, die geringfügig unterhalb des Werts  $T = 10 \text{ mK}$  liegt. Anschließend wurde, wie bereits in Abschnitt 6.2 beschrieben wurde, sowohl die Phase des Messsignals über den Phasenschieber als auch der Arbeitspunkt des rf-SQUIDs über einen angepassten Strom  $I_{\text{mod}}$  durch die Modulationsspule optimiert.

In Abbildung 6.12 a) ist der gemessene zeitliche Verlauf eines Detektorereignisses zu sehen, das mithilfe des Detektors des fünften Kanals aufgezeichnet wurde. Ebenfalls dargestellt ist eine numerische Anpassung von Funktion 6.4 an die Messdaten. Mithilfe dieser Anpassung konnte eine Signalamplitude von  $\Phi_{\text{amp}} = 152 \text{ m}\Phi_0$  sowie eine Signalabfallszeit von  $\tau_1 = 721 \mu\text{s}$  gemessen werden. Im Gegensatz zu den in Abschnitt 6.2 gezeigten Messungen weist das hier dargestellte Detektorereignis eine deutlich erhöhte Signalamplitude  $\Phi_{\text{amp}}$  sowie eine merklich längere Signalabfallszeit  $\tau_1$  auf. Dies lässt unmittelbar auf eine im Vergleich zu den vorherigen Messungen



**Abbildung 6.12:** a) Gemessener zeitlicher Verlauf eines Detektorereignisses, das sich bei der Absorption eines Röntgenphotons mit einer Energie von 5.9 keV im Absorber des Detektors des fünften Kanals ergibt. Zusätzlich eingezeichnet ist eine numerische Anpassung von Gleichung 6.4 an die Messdaten, mit deren Hilfe die Signalamplitude  $\Phi_{\text{amp}} = 152 \text{ m}\Phi_0$  und die Signalabfallszeit  $\tau_1 = 721 \mu\text{s}$  ermittelt wurden. b) Für Kanal 5 des Multiplexers gemessene Spektren der Nullsignale sowie der aufgezeichneten Detektorereignisse für eine Energie von  $E = 5.9 \text{ keV}$ .

niedrigere Temperatur des Detektors schließen. Unter Berücksichtigung der Detektorgeometrie, der thermodynamischen Eigenschaften des Ag:Er-Sensors sowie des eingepprägten Dauerstroms konnte mithilfe von numerischen Rechnungen gezeigt werden, dass eine derartige Signalamplitude bei einer Detektortemperatur von  $T = 15 \text{ mK}$  erzielt wird. Im Rahmen der durchgeführten Rauschmessungen wurde der Einfluss des ursprünglich verwendeten Schaltnetzteils und der neu hergestellten Spannungsversorgung mit Ringkerntransformator direkt miteinander verglichen. Hierbei konnte das Schaltnetzteil eindeutig als Quelle der in Abbildung 6.10 a) beobachteten Störsignale identifiziert werden und die Störsignale letztendlich durch die Verwendung der neuen Spannungsversorgung beseitigt werden.

Für die Bestimmung der Energieauflösung  $\Delta E_{\text{FWHM}}$  des Detektors wurde während der Aufnahme von Detektorereignissen das in Abschnitt 6.2 vorgestellte, softwarebasierte Rückkopplungssystem zur Stabilisierung des SQUID-Arbeitspunkts nicht verwendet, da, wie ebenfalls in Abschnitt 6.2 angemerkt wurde, der Einfluss dieses Verfahrens auf die Energieauflösung eines Detektors nicht abgeschätzt werden konnte. Da der SQUID-Arbeitspunkt jedoch erneut Instabilitäten zeigte, wurden Daten nur über einen relativ kurzen Zeitraum aufgenommen. Die Energieauflösung  $\Delta E_{\text{FWHM}}$

---

des Detektors wurde anschließend bestimmt, indem eine Gauß-Verteilung an die in Abbildung 6.12 b) gezeigten Spektren numerisch angepasst wurde. Auf diese Weise hat sich eine Energieauflösung von  $\Delta E_{\text{FWHM}} = 11 \text{ eV}$  bei einer Energie von  $E = 0 \text{ keV}$  und  $\Delta E_{\text{FWHM}} = 19 \text{ eV}$  bei einer Energie von  $E = 5.9 \text{ keV}$  ergeben.

Die gemessene Energieauflösung des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Detektorarrays mit integriertem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer konnte somit aufgrund des neu installierten kryogenen Hochfrequenzaufbaus signifikant verbessert werden. Dazu beigetragen hat hierbei die verbesserte Thermalisierung der im Kryostat verbauten Hochfrequenzkomponenten sowie die Beseitigung externer Störsignale, die durch das Schaltnetzteil des HEMT-Verstärkers hervorgerufen wurden. Auf Basis der hier vorgestellten Messergebnisse wird bereits intensiv an der Optimierung des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Detektorarrays mit integriertem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer gearbeitet. Hier zeigten die Vorhersagen des in dieser Arbeit erweiterten Multiplexer-Modells unter Berücksichtigung der Detektoreigenschaften bereits, dass eine Energieauflösung von  $\Delta E_{\text{FWHM}} < 5 \text{ eV}$  erreichbar ist, sofern die gewählten Parameter des rf-SQUIDs optimiert werden und der Herstellungsprozess des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers zu qualitativ hochwertigen Josephson-Kontakten führt.



## 7. Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen des Standardmodells der Teilchenphysik werden Neutrinos als masselose Teilchen betrachtet. Der experimentelle Nachweis von Neutrino-Oszillationen hat allerdings eindeutig gezeigt, dass Neutrinos eine endliche Ruhemasse besitzen. Dementsprechend stellen Neutrinos einen Zugang zu Physik jenseits des Standardmodells dar und befinden sich daher im Fokus vieler Experimente. Insbesondere die Bestimmung der absoluten Neutrino-Massenskala ist für viele physikalische Bereiche, wie etwa die Kosmologie, von großem Interesse, sodass eine große Zahl von Experimenten das erklärte Ziel besitzt, entweder einen Wert für die Massen der Neutrinos anzugeben oder eine obere Massengrenze zu bestimmen.

Das ECHO-Experiment ist ein derartiges Neutrino-Experiment, das mithilfe einer kalorimetrischen Messung des Elektron-Einfangspektrums des Isotops  $^{163}\text{Ho}$  die Masse des Elektron-Neutrinos mit sub-eV/ $c^2$ -Sensitivität untersuchen möchte. Für diese Messung sollen metallische magnetische Kalorimeter eingesetzt werden, die sich durch eine sehr gute Energieauflösung, eine sehr kurze Signalanstiegszeit sowie ein nahezu ideal lineares Antwortverhalten auszeichnen. Abhängig von den experimentellen Randbedingungen müssen zum Erreichen der geplanten Sensitivität bis zu  $10^{14}$  Zerfallsereignisse aufgezeichnet werden. Um diese Statistik zu erreichen, sollen im Rahmen des ECHO-Experiments bis zu  $10^5$  metallische magnetische Kalorimeter eingesetzt werden. Bei einer solch großen Anzahl an Detektoren kann jedoch aufgrund von experimentellen Randbedingungen das heutzutage typischerweise eingesetzte Auslesungsverfahren, bei dem jeder Detektor individuell mithilfe eines zweistufigen dc-SQUID-Aufbaus ausgelesen wird, nicht mehr eingesetzt werden. Aus diesem Grund ist die Entwicklung eines Multiplexverfahrens für metallische magnetische Kalorimeter seit einigen Jahren in den Fokus gerückt. Hierbei stellt eine in der Literatur als Mikrowellen-SQUID-Multiplexer bekannte Technik einen vielversprechenden Ansatz dar. Obwohl die Entwicklung dieses Frequenz-Multiplexverfahrens in den letzten Jahren enorme Fortschritte gemacht hat, stand bis zu Beginn dieser Arbeit der Beweis noch aus, dass metallische magnetische Kalorimeter ohne Einbußen hinsichtlich der Energieauflösung, der Signalanstiegszeit oder des linearen Antwortverhaltens mithilfe eines solches Multiplexers ausgelesen werden können. Darüber hinaus hat sich gezeigt, dass das in der Vergangenheit entwickelte Modell eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers nicht alle Messergebnisse beschreiben konnte.

In der vorliegenden Arbeit wurde daher ein auf metallischen magnetischen Kalorimetern basierendes 64-Pixel-Detektorarray mit integriertem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer entwickelt, hergestellt und charakterisiert. Im Rahmen der Charakte-

risierung dieses Detektorarrays konnte erstmalig die Auslesung eines metallischen magnetischen Kalorimeters mithilfe eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers demonstriert werden. Darüber hinaus wurde anhand dieses Detektorarrays eine im Rahmen dieser Arbeit vorgenommene Erweiterung des Multiplexer-Modells experimentell überprüft. Bei dieser Erweiterung wurden nicht nur solche Effekte in das Modell aufgenommen, die speziell bei der Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern auftreten und die damit für eine Optimierung des Gesamtsystems berücksichtigt werden müssen, sondern erstmals auch die elektrischen Eigenschaften eines realen Josephson-Kontakts, das heißt die Existenz eines parasitären Widerstands und einer intrinsischen Kapazität. Es zeigte sich, dass auf dem im Rahmen dieser Arbeit erweiterten Modell basierende Vorhersagen und numerische Anpassungen sehr gut mit den gemessenen charakteristischen Kennlinien des Multiplexers sowie der Detektoren übereinstimmen. Dies betrifft insbesondere die gemessene Abhängigkeit der Kennlinien von der Leistung des zur Auslesung des Multiplexers verwendeten Hochfrequenzsignals sowie die Abhängigkeit vom extern eingeprägten magnetischen Fluss.

Im Zusammenhang mit der Auslesung der Detektoren zeigte sich, dass die sehr kurze Signalanstiegszeit eines metallischen magnetischen Kalorimeters auch mit einem Multiplexer beibehalten werden kann. So wurde bei einigen Detektoren, für die eine hinreichend große Bandbreite vorgesehen wurde, eine Signalanstiegszeit  $\tau_0 < 100$  ns gemessen, die sehr gut mit der erwarteten intrinsischen Anstiegszeit der Detektoren übereinstimmt. Ferner konnte durch das erweiterte Multiplexer-Modell gezeigt werden, dass die erreichte Energieauflösung von  $\Delta E_{\text{FWHM}} = 11$  eV bei einer Energie von  $E = 0$  keV sowie von  $\Delta E_{\text{FWHM}} = 19$  eV bei einer Energie von  $E = 5.9$  keV durch eine Optimierung der Eigenschaften der Josephson-Kontakte sowie durch eine Anpassung der charakteristischen Parameter des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers um mehr als einen Faktor zwei gesenkt werden kann und damit beispielsweise die experimentellen Randbedingungen für das ECHO-Experiment erfüllt werden können.

Ungeachtet einer Reihe von technischen Herausforderungen, die insbesondere die Entwicklung der Elektronik zur Auslesung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers betreffen, stellt diese Arbeit zusammenfassend einen sehr wichtigen Beitrag auf dem Weg zur Realisierung des ECHO-Experiments dar, bei dem das im Rahmen dieser Arbeit weiterentwickelte Multiplexverfahren eingesetzt werden soll. Darüber hinaus ist zu erwarten, dass mithilfe des entwickelten Mikrowellen-SQUID-Multiplexers eine Vielzahl anderer Experimente durchgeführt werden kann, die auf große Detektorarrays aus metallischen magnetischen Kalorimetern angewiesen sind. Anhand dieser Arbeit konnte damit ein wichtiger Beitrag geliefert werden, um zukünftig im Umfeld verschiedener Bereiche eine Reihe von Experimenten durchführen zu können, die auf den Gewinn neuer Erkenntnisse über die Struktur und den Aufbau unserer physikalischen Welt abzielen.

## 8. Anhang

### 8.1 Berechnung der effektiven Abschlussinduktivität

#### 8.1.1 Vernachlässigbarer Anregungsstrom im Resonator

Die zeitliche Ableitung von Gleichung 3.39 kann mittels impliziter Differentiation und der Hilfsfunktion

$$F(I_S, t) = I_S + I_c \sin \left( \varphi_{\text{ext}} + \varphi_{\text{rf}} \sin(\omega t) + \beta_L \frac{I_S}{I_c} \right) = 0 \quad (8.1)$$

gefunden werden. Man erhält damit:

$$\frac{dI_S(t)}{dt} = - \frac{\partial F(I_S, t) / \partial t}{\partial F(I_S, t) / \partial I_S} = - \frac{I_c \varphi_{\text{rf}} \omega \cos \left( \varphi_{\text{ext}} + \varphi_{\text{rf}} \sin(\omega t) + \beta_L \frac{I_S}{I_c} \right)}{1 + \beta_L \cos \left( \varphi_{\text{ext}} + \varphi_{\text{rf}} \sin(\omega t) + \beta_L \frac{I_S}{I_c} \right)} \cos(\omega t). \quad (8.2)$$

Für einen sehr kleinen Anregungsstrom im Resonator ist die magnetische Flussamplitude  $\varphi_{\text{rf}} \rightarrow 0$  vernachlässigbar gering, weshalb der magnetische Gesamtfluss durch das rf-SQUID durch den Gleichstromanteil  $\varphi_{\text{dc}} \approx \varphi_{\text{ext}} + \beta_L I_S(\varphi_{\text{dc}}) / I_c$  gegeben ist. Daher gilt für den im Vergleich zur induzierten Spannung  $\pi/2$ -phasenverschobene Strom in der Abschlussinduktivität sowie für die effektive Induktivität

$$i_{\text{ind}}(t) = - \frac{I_c \varphi_{\text{rf}} M_{\text{T}}}{L_{\text{T}}} \frac{\cos(\varphi_{\text{dc}})}{1 + \beta_L \cos(\varphi_{\text{dc}})} \sin(\omega t) \quad (8.3)$$

$$L_{\text{T,eff}}(\varphi_{\text{dc}}) = L_{\text{T}} - \frac{M_{\text{T}}^2}{L_{\text{S}}} \frac{\beta_L \cos(\varphi_{\text{dc}})}{1 + \beta_L \cos(\varphi_{\text{dc}})}. \quad (8.4)$$

Die effektive Abschlussinduktivität kann für sehr kleine magnetische Flussamplituden  $\varphi_{\text{rf}} \rightarrow 0$  ebenfalls analog zu Gleichung 8.27 berechnet werden, sofern die Induktivität  $L = L_{\text{S}} + L(\phi)$  durch die Summe der Induktivitäten des rf-SQUIDS  $L_{\text{S}}$  und des Josephson-Kontakts  $L(\phi)$  ersetzt wird und der Zusammenhang  $L_{\text{S}} / L(\phi) = \beta_L \cos(\phi)$  mit  $\phi = \varphi_{\text{dc}}$  berücksichtigt wird:

$$L_{\text{T,eff}}(\varphi_{\text{dc}}) = L_{\text{T}} - \frac{M_{\text{T}}^2}{L_{\text{S}} + L(\phi)} = L_{\text{T}} - \frac{M_{\text{T}}^2}{L_{\text{S}}} \frac{L_{\text{S}} / L(\phi)}{1 + L_{\text{S}} / L(\phi)} = L_{\text{T}} - \frac{M_{\text{T}}^2}{L_{\text{S}}} \frac{\beta_L \cos(\varphi_{\text{dc}})}{1 + \beta_L \cos(\varphi_{\text{dc}})}.$$

### 8.1.2 Vernachlässigbare Abschirmströme im rf-SQUID

Sofern mit  $\beta_L \rightarrow 0$  die Abschirmströme im rf-SQUID einen nur sehr kleinen Beitrag zum magnetischen Gesamtfluss  $\Phi_{\text{tot}}$  liefern, lässt sich der Stromfluss im rf-SQUID durch die Gleichung

$$\begin{aligned} I_S(t) &= -I_c \sin(\varphi_{\text{ext}} + \varphi_{\text{rf}} \sin(\omega t)) \\ &= -I_c \sin(\varphi_{\text{ext}}) \cos(\varphi_{\text{rf}} \sin(\omega t)) - I_c \cos(\varphi_{\text{ext}}) \sin(\varphi_{\text{rf}} \sin(\omega t)) \end{aligned} \quad (8.5)$$

beschreiben. Dieser Strom lässt sich exakt durch die Besselfunktionen erster Gattung darstellen [Han73]:

$$\begin{aligned} I_S(t) = & - I_c \sin(\varphi_{\text{ext}}) \left[ J_0(\varphi_{\text{rf}}) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(\varphi_{\text{rf}}) \cos(2n\omega t) \right] \\ & - I_c \cos(\varphi_{\text{ext}}) \left[ 2 \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(\varphi_{\text{rf}}) \sin([2n+1]\omega t) \right]. \end{aligned} \quad (8.6)$$

Unter der Annahme, dass aufgrund des bandpassartigen Verhaltens des Resonators diejenigen Stromkomponenten in der Abschlussinduktivität stark unterdrückt werden, deren Frequenz von der Resonanzfrequenz abweichen, und ebenso höhere Moden des Resonators vernachlässigbar sind, ist für den induzierten Strom  $i_{\text{ind}}(t)$  nur die Grundmode mit  $n = 0$  von Bedeutung. Für den induzierten Strom durch die Abschlussinduktivität gilt mit  $\varphi_{\text{dc}} \approx \varphi_{\text{ext}}$  daher

$$i_{\text{ind}}(t) = -\frac{2I_c M_T}{L_T} \cos(\varphi_{\text{dc}}) J_1(\varphi_{\text{rf}}) \sin(\omega t), \quad (8.7)$$

womit sich für die effektive Induktivität

$$L_{T,\text{eff}}(\varphi_{\text{dc}}, \varphi_{\text{rf}}) = L_T - \frac{M_T^2 \beta_L}{L_S} \frac{2J_1(\varphi_{\text{rf}})}{\varphi_{\text{rf}}} \cos(\varphi_{\text{dc}}) \quad (8.8)$$

ergibt.

### 8.1.3 Allgemeine Näherungslösung des Modells

Für den allgemeinen Fall kann der vom rf-SQUID induzierte Strom in der Abschlussinduktivität näherungsweise berechnet werden. Der Stromfluss durch das rf-SQUID

$$\begin{aligned}
I_S(t) &= - I_c \sin \left( \varphi_{\text{ext}} + \varphi_{\text{rf}} \sin(\omega t) + \beta_L \frac{I_S(t)}{I_c} \right) \\
&= - I_c \sin(\varphi_{\text{ext}} + \varphi_{\text{rf}} \sin(\omega t)) \cos \left( \beta_L \frac{I_S(t)}{I_c} \right) \\
&\quad - I_c \cos(\varphi_{\text{ext}} + \varphi_{\text{rf}} \sin(\omega t)) \sin \left( \beta_L \frac{I_S(t)}{I_c} \right) \quad (8.9)
\end{aligned}$$

lässt sich mit einer Taylor-Näherung erster Ordnung mit  $\cos(\beta_L I_S(t)/I_c) \approx 1$  und  $\sin(\beta_L I_S(t)/I_c) \approx \beta_L I_S(t)/I_c$  durch

$$\begin{aligned}
I_S(t) &\approx - I_c \frac{\sin(\varphi_{\text{ext}} + \varphi_{\text{rf}} \sin(\omega t))}{1 + \beta_L \cos(\varphi_{\text{ext}} + \varphi_{\text{rf}} \sin(\omega t))} \\
&\approx - I_c \sin(\varphi_{\text{ext}} + \varphi_{\text{rf}} \sin(\omega t)) \\
&\quad + \beta_L I_c \sin(\varphi_{\text{ext}} + \varphi_{\text{rf}} \sin(\omega t)) \cos(\varphi_{\text{ext}} + \varphi_{\text{rf}} \sin(\omega t)) \\
&= - I_c \sin(\varphi_{\text{ext}} + \varphi_{\text{rf}} \sin(\omega t)) + \frac{\beta_L I_c}{2} \sin(2\varphi_{\text{ext}} + 2\varphi_{\text{rf}} \sin(\omega t)) \quad (8.10)
\end{aligned}$$

darstellen [Rif76]. Unter erneuter Benutzung der Besselfunktionen erster Gattung und unter alleiniger Berücksichtigung der Grundmode mit  $n = 0$  erhält man mit  $\varphi_{\text{dc}} \approx \varphi_{\text{ext}}$  schließlich für den induzierten Strom

$$i_{\text{ind}}(t) = - \frac{I_c M_T}{L_T} [2J_1(\varphi_{\text{rf}}) \cos(\varphi_{\text{dc}}) - \beta_L J_1(2\varphi_{\text{rf}}) \cos(2\varphi_{\text{dc}})] \sin(\omega t) \quad (8.11)$$

und für die effektive Induktivität

$$L_{T,\text{eff}}(\varphi_{\text{dc}}, \varphi_{\text{rf}}) = L_T - \frac{M_T^2 \beta_L}{L_S} \frac{2J_1(\varphi_{\text{rf}}) \cos(\varphi_{\text{dc}}) - \beta_L J_1(2\varphi_{\text{rf}}) \cos(2\varphi_{\text{dc}})}{\varphi_{\text{rf}}}. \quad (8.12)$$

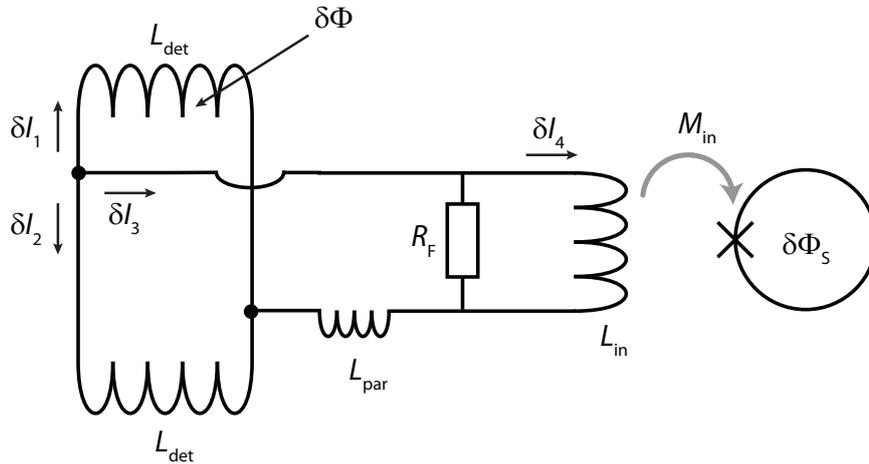
Wird die Näherung in zweiter Ordnung durchgeführt, so gilt in diesem Fall näherungsweise  $\cos(\beta_L I_S(t)/I_c) \approx 1 - (\beta_L I_S(t)/I_c)^2/2$  und für die Abschlussinduktivität:

$$L_{T,\text{eff}}(\varphi_{\text{dc}}, \varphi_{\text{rf}}) = L_T - \frac{M_T^2 \beta_L \sum_i p_i}{L_S 32\varphi_{\text{rf}}} \quad (8.13)$$

$$\begin{aligned} p_1 &= -64 \cos(\varphi_{\text{dc}}) J_1(\varphi_{\text{rf}}) \\ p_2 &= 8\beta_L^2 \cos(\varphi_{\text{dc}}) J_1(\varphi_{\text{rf}}) \\ p_3 &= -4\beta_L^4 \cos(\varphi_{\text{dc}}) J_1(\varphi_{\text{rf}}) \\ p_4 &= 32\beta_L \cos(2\varphi_{\text{dc}}) J_1(2\varphi_{\text{rf}}) \\ p_5 &= -8\beta_L^3 \cos(2\varphi_{\text{dc}}) J_1(2\varphi_{\text{rf}}) \\ p_6 &= -24\beta_L^2 \cos(3\varphi_{\text{dc}}) J_1(3\varphi_{\text{rf}}) \\ p_7 &= 10\beta_L^4 \cos(3\varphi_{\text{dc}}) J_1(3\varphi_{\text{rf}}) \\ p_8 &= 20\beta_L^3 \cos(4\varphi_{\text{dc}}) J_1(4\varphi_{\text{rf}}) \\ p_9 &= -18\beta_L^4 \cos(5\varphi_{\text{dc}}) J_1(5\varphi_{\text{rf}}). \end{aligned}$$

## 8.2 Einfluss des supraleitenden Flusstransformators

### 8.2.1 Übertragungsfunktion



**Abbildung 8.1:** Hilfsschaubild für die Berechnung der Übertragungsfunktion  $\Phi_S/\Phi$

In Abbildung 8.1 ist eine schematische Darstellung des supraleitenden Flusstransformators gezeigt. Für die darin eingezeichneten Ströme gelten die Zusammenhänge

$$\delta I_1 + \delta I_2 + \delta I_3 = 0 \quad (8.14)$$

$$\delta I_4 = \delta I_3 \frac{R_F}{R_F + i\omega L_{\text{in}}}. \quad (8.15)$$

Die beiden parallel verschalteten Detektionsspulen bilden mit der Einkoppelspule drei supraleitende, geschlossene Schleifen, in denen jeweils Flusserrhaltung gilt. Erfolgt durch ein Detektorsignal eine magnetische Flussänderung  $\delta\Phi$  in der oberen Detektionsspule, so gelten die Bedingungen

$$\delta\Phi + \delta I_1 L_{\text{det}} - \delta I_3 L_{\text{par}} - \delta I_4 L_{\text{in}} = 0 \quad (8.16)$$

$$\delta\Phi + \delta I_1 L_{\text{det}} - \delta I_2 L_{\text{det}} = 0 \quad (8.17)$$

$$\delta I_2 L_{\text{det}} - \delta I_3 L_{\text{par}} - \delta I_4 L_{\text{in}} = 0 \quad (8.18)$$

Aus Gleichung 8.18 folgt

$$\delta I_2 = \frac{\delta I_3 L_{\text{par}} + \delta I_4 L_{\text{in}}}{L_{\text{det}}}, \quad (8.19)$$

womit in Verbindung mit den Gleichungen 8.14 und 8.15

$$\delta I_1 = -\delta I_2 - \delta I_3 = -\delta I_4 \frac{\frac{R_F + i\omega L_{\text{in}}}{R_F} (L_{\text{par}} + L_{\text{det}}) + L_{\text{in}}}{L_{\text{det}}} \quad (8.20)$$

gilt. Mittels Gleichung 8.16 gilt somit für den Fluss

$$\delta\Phi = \delta I_4 \left( 2L_{\text{in}} + \frac{R_F + i\omega L_{\text{in}}}{R_F} (L_{\text{det}} + 2L_{\text{par}}) \right) \quad (8.21)$$

woraus schließlich mit  $\delta\Phi_S = M_{\text{in}}\delta I_4$

$$\frac{\delta\Phi_S}{\delta\Phi} = \frac{M_{\text{in}}}{L_{\text{det}} + 2(L_{\text{in}} + L_{\text{par}}) + i\omega L_{\text{in}}(L_{\text{det}} + 2L_{\text{par}})/R_F} \quad (8.22)$$

folgt. Die Abschneidefrequenz  $\omega_c$ , für die der Betrag der Übertragungsfunktion im Vergleich zum Fall  $\omega = 0$  gerade halb so groß ist, beträgt

$$\omega_c = R_F \frac{L_{\text{det}} + 2(L_{\text{in}} + L_{\text{par}})}{L_{\text{in}}(L_{\text{det}} + 2L_{\text{par}})}. \quad (8.23)$$

### 8.2.2 Effektive Induktivität des rf-SQUIDs

Wird bei einem rf-SQUID der Beitrag der magnetischen Flussamplitude  $\varphi_{\text{rf}}$  vernachlässigt, so ergibt sich der magnetische Gesamtfluss

$$\Phi_{\text{tot}} = \Phi_{\text{ext}} + I_S L_S \quad (8.24)$$

aus dem externen Fluss  $\Phi_{\text{ext}}$  und dem durch die Abschirmströme im rf-SQUID verursachten Flussbeitrag. Ist eine geschlossene, supraleitende Schleife mit der Induktivität  $L$  an ein rf-SQUID mit der Stärke  $M_{\text{in}}$  gekoppelt, wie in Abbildung 8.2 a) gezeigt ist, so führt ein Strom  $I_S$  im rf-SQUID in dieser Schleife zu einem magnetischen Fluss  $\Phi_{\text{scr}} = M_{\text{in}} I_S$  und folglich zu einem Abschirmstrom

$$I_{\text{scr}} = -\frac{\Phi_{\text{scr}}}{L} = -\frac{M_{\text{in}} I_S}{L}. \quad (8.25)$$

Dieser Abschirmstrom erzeugt im rf-SQUID wiederum eine weitere magnetische Flusskomponente  $M_{\text{in}} I_{\text{scr}}$ , die zum magnetischen Gesamtfluss

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{tot}} &= \Phi_{\text{ext}} + I_S L_S + M_{\text{in}} I_{\text{scr}} \\ &= \Phi_{\text{ext}} + I_S L_S - \frac{M_{\text{in}}^2 I_S}{L} \\ &= \Phi_{\text{ext}} + I_S L_{S,\text{eff}} \end{aligned} \quad (8.26)$$

in der SQUID-Spule beiträgt. Dies kann durch die Einführung einer effektiven SQUID-Induktivität

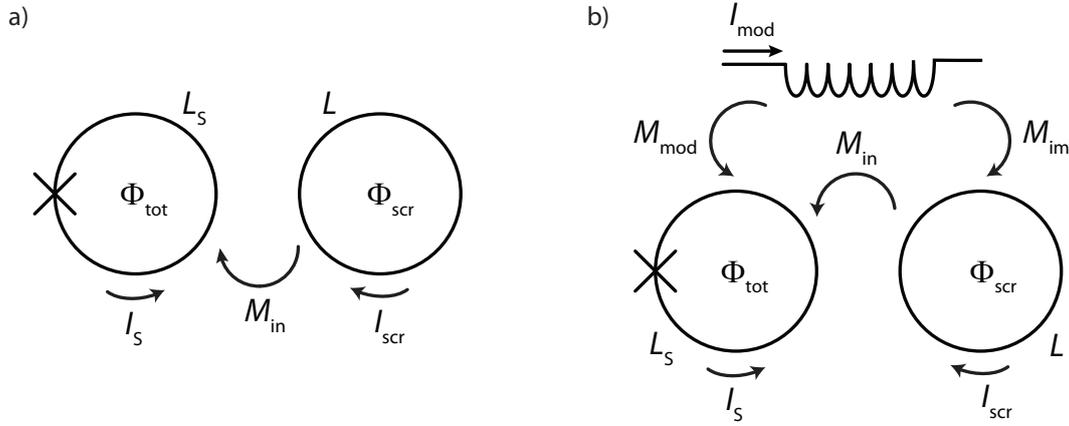
$$L_{S,\text{eff}} = L_S - \frac{M_{\text{in}}^2}{L} \quad (8.27)$$

berücksichtigt werden.

### 8.2.3 Effektive Kopplung der Modulationsspule

Ist eine Modulationsspule mit der Stärke  $M_{\text{mod}}$  an ein rf-SQUID gekoppelt, so verursacht ein externer Strom  $I_{\text{mod}}$  in dieser Spule eine magnetische Flussänderung

$$\Delta\Phi_{\text{tot}} = I_{\text{mod}} M_{\text{mod}} \quad (8.28)$$



**Abbildung 8.2:** Hilfsschaubilder für die Berechnung a) der effektiven Induktivität  $L_{S,\text{eff}}$  eines abgeschirmten rf-SQUIDs sowie b) der effektiven Gegeninduktivität  $M_{\text{mod,eff}}$  zwischen der Modulationsspule und dem rf-SQUID.

im rf-SQUID. Ist zusätzlich eine supraleitende geschlossene Schleife mit der Induktivität  $L$  an die Modulationsspule mit der Stärke  $M_{\text{im}}$  und an das rf-SQUID mit der Stärke  $M_{\text{in}}$  gekoppelt, wie es in Abbildung 8.2 b) dargestellt ist, so entsteht aufgrund des Stroms  $I_{\text{mod}}$  in der Modulationsspule in der geschlossenen Schleife ein magnetischer Fluss  $\Phi_{\text{scr}} = M_{\text{im}}I_{\text{mod}}$  und folglich ein Abschirmstrom

$$I_{\text{scr}} = -\frac{\Phi_{\text{scr}}}{L} = -\frac{M_{\text{im}}I_{\text{mod}}}{L}, \quad (8.29)$$

welcher einen zusätzlichen Beitrag  $M_{\text{in}}I_{\text{scr}}$  zum magnetischen Gesamtfluss

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_{\text{tot}} &= I_{\text{mod}}M_{\text{mod}} + M_{\text{in}}I_{\text{scr}} \\ &= I_{\text{mod}}\left(M_{\text{mod}} - \frac{M_{\text{im}}M_{\text{in}}}{L}\right) \\ &= I_{\text{mod}}M_{\text{mod,eff}} \end{aligned} \quad (8.30)$$

im rf-SQUID liefert. Die Abschwächung der Kopplungsstärke  $M_{\text{mod}}$  kann durch die effektive Kopplung

$$M_{\text{mod,eff}} = M_{\text{mod}} - \frac{M_{\text{im}}M_{\text{in}}}{L} \quad (8.31)$$

berücksichtigt werden.



## Literaturverzeichnis

- [Abr12] A. Abragam und B. Bleaney, *Electron paramagnetic resonance of transition metals*, Oxford University Press, 2012.
- [Alp15] B. Alpert, M. Balata, D. Bennett, M. Biasotti, C. Boragno, C. Brofferio, V. Ceriale, D. Corsini, P. K. Day, M. De Gerone, R. Dressler, M. Faverzani, E. Ferri, J. Fowler, F. Gatti, A. Giachero, J. Hays-Wehle, S. Heinitz, G. Hilton, U. Köster, M. Lusignoli, M. Maino, J. Mates, S. Nisi, R. Nizzolo, A. Nucciotti, G. Pessina, G. Pizzigoni, A. Puiu, S. Ragazzi, C. Reintsema, M. Ribeiro Gomes, D. Schmidt, D. Schumann, M. Sisti, D. Swetz, F. Terranova, und J. Ullom, HOLMES, *The European Physical Journal C*, **75**(3), 2015.
- [And72] P. W. Anderson, B. I. Halperin, und C. M. Varma, Anomalous low-temperature thermal properties of glasses and spin glasses, *Philosophical Magazine*, **25**(1), 1–9, 1972.
- [Ase11] V. N. Aseev, A. I. Belesev, A. I. Berlev, E. V. Geraskin, A. A. Golubev, N. A. Likhovid, V. M. Lobashev, A. A. Nozik, V. S. Pantuev, V. I. Parfenov, A. K. Skasyrskaya, F. V. Tkachov, und S. V. Zadorozhny, Upper limit on the electron antineutrino mass from the Troitsk experiment, *Physical Review D*, **84**(11), 2011.
- [Ban93] S. R. Bandler, C. Enss, R. E. Lanou, H. J. Maris, T. More, F. S. Porter, und G. M. Seidel, Metallic magnetic bolometers for particle detection, *Journal of Low Temperature Physics*, **93**(3-4), 709–714, 1993.
- [Ban12] S. R. Bandler, K. D. Irwin, D. Kelly, P. N. Nagler, J.-P. Porst, H. Rotzinger, J. E. Sadleir, G. M. Seidel, S. J. Smith, und T. R. Stevenson, Magnetically Coupled Microcalorimeters, *Journal of Low Temperature Physics*, **167**(3-4), 254–268, 2012.
- [Bar09] R. Barends, *Photon-detecting superconducting resonators*, Dissertation, Technische Universität Delft, 2009.
- [Bar11] R. Barends, J. Wenner, M. Lenander, Y. Chen, R. C. Bialczak, J. Kelly, E. Lucero, P. O’Malley, M. Mariantoni, D. Sank, H. Wang, T. C. White, Y. Yin, J. Zhao, A. N. Cleland, J. M. Martinis, und J. J. A. Baselmans,

- Minimizing quasiparticle generation from stray infrared light in superconducting quantum circuits, *Applied Physics Letters*, **99**(11), 113507, 2011.
- [Bas12] J. Baselmans, Kinetic Inductance Detectors, *Journal of Low Temperature Physics*, **167**, 292–304, 2012.
- [Bau18] F. Bauer, *Entwicklung und Herstellung von Cross-type Josephson-Tunnelkontakten zur Optimierung von dc-SQUIDs*, Masterarbeit, Universität Heidelberg, 2018.
- [Bey08] J. Beyer und D. Drung, A SQUID multiplexer with superconducting-to-normalconducting switches, *Superconductor Science and Technology*, **21**(10), 105022, 2008.
- [Bey09] J. Beyer, D. Drung, M. Peters, T. Schurig, und S. R. Bandler, A Single-Stage SQUID Multiplexer for TES Array Readout, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **19**(3), 505–508, 2009.
- [Bot12] D. Bothner, C. Clauss, E. Koroknay, M. Kemmler, T. Gaber, M. Jetter, M. Scheffler, P. Michler, M. Dressel, D. Koelle, und R. Kleiner, Reducing vortex losses in superconducting microwave resonators with microsphere patterned antidot arrays, *Applied Physics Letters*, **100**(1), 012601, 2012.
- [Boy09] S. T. P. Boyd und R. H. Cantor, Microcalorimeter Magnetic Sensor Geometries Using Superconducting Elements, *AIP Conference Proceedings*, **1185**, 595–598, 2009.
- [Bur04] A. Burck, *Entwicklung großflächiger magnetischer Kalorimeter zur energieaufgelösten Detektion von Röntgenquanten und hochenergetischen Teilchen*, Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 2004.
- [Bur08] A. Burck, *Entwicklung großflächiger mikrostrukturierter magnetischer Kalorimeter mit Au:Er- und Ag:Er-Sensoren für den energieaufgelösten Nachweis von Röntgenquanten und hochenergetischen Teilchen*, Dissertation, Universität Heidelberg, 2008.
- [Cap18] F. Capozzi, E. Lisi, A. Marrone, und A. Palazzo, Current unknowns in the three-neutrino framework, *Progress in Particle and Nuclear Physics*, **102**, 48–72, 2018.
- [Cla04] J. Clarke und A. Braginski, *The SQUID Handbook: Fundamentals and Technology of SQUIDs and SQUID Systems*, Wiley-Weinheim, 2004.
- [Col92] R. E. Collin, *Foundations for Microwave Engineering*, McGraw-Hill, New York, 1992.

- 
- [Dan05] T. Daniyarov, *Metallische magnetische Kalorimeter zum hochauflösenden Nachweis von Röntgenquanten und hochenergetischen Molekülen*, Dissertation, Universität Heidelberg, 2005.
- [Day03] P. K. Day, H. G. LeDuc, B. A. Mazin, A. Vayonakis, und J. Zmuidzinas, A broadband superconducting detector suitable for use in large arrays, *Nature*, **425**, 817–821, 2003.
- [Dee16] L. Deeg, *Bestimmung der instrinsischen Kapazität von Nb/Al-AlO<sub>x</sub>/Nb-Tunnelkontakten*, Bachelorarbeit, Universität Heidelberg, 2016.
- [Dob17] B. Dober, D. T. Becker, D. A. Bennett, S. A. Bryan, S. M. Duff, J. D. Gard, J. P. Hays-Wehle, G. C. Hilton, J. Hubmayr, J. A. B. Mates, C. D. Reintsema, L. R. Vale, und J. N. Ullom, Microwave SQUID multiplexer demonstration for cosmic microwave background imagers, *Applied Physics Letters*, **111**(24), 243510, 2017.
- [Dre13] G. Drexlin, V. Hannen, S. Mertens, und C. Weinheimer, Current Direct Neutrino Mass Experiments, *Advances in High Energy Physics*, **2013**, 1–39, 2013.
- [Dru07] D. Drung, C. Assmann, J. Beyer, A. Kirste, M. Peters, F. Ruede, und T. Schurig, Highly Sensitive and Easy-to-Use SQUID Sensors, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **17**(2), 699–704, 2007.
- [Dru11] D. Drung, J. Beyer, J.-H. Storm, M. Peters, und T. Schurig, Investigation of Low-Frequency Excess Flux Noise in DC SQUIDS at mK Temperatures, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **21**, 340–344, 2011.
- [Du07] J. Du, A. D. M. Charles, und K. D. Petersson, Study of the Surface Morphology of Nb Films and the Microstructure of Nb/Al-AlO<sub>x</sub>/Nb Trilayers, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **17**(2), 3520–3524, 2007.
- [Eli15] S. Eliseev, K. Blaum, M. Block, S. Chenmarev, H. Dorrer, C. E. Düllmann, C. Enss, P. E. Filianin, L. Gastaldo, M. Goncharov, U. Köster, F. Lautschläger, Y. N. Novikov, A. Rischka, R. X. Schüssler, L. Schweikhard, und A. Türler, Direct Measurement of the Mass Difference of 163-Ho and 163-Dy Solves the Q-Value Puzzle for the Neutrino Mass Determination, *Physical Review Letters*, **115**(6), 2015.
- [Enp91] K. Enpuku und K. Yoshida, Modeling the dc superconducting quantum interference device coupled to the multiturn input coil, *Journal of Applied Physics*, **69**(10), 7295–7300, 1991.

- [Enp92] K. Enpuku, R. Cantor, und H. Koch, Modeling the direct current superconducting quantum interference device coupled to the multiturn input coil. II, *Journal of Applied Physics*, **71**(5), 2338–2346, 1992.
- [Ens00] C. Enss, A. Fleischmann, K. Horst, J. Schönefeld, J. Sollner, J. S. Adams, Y. H. Huang, Y. H. Kim, und G. M. Seidel, Metallic Magnetic Calorimeters for Particle Detection, *Journal of Low Temperature Physics*, **121**(3/4), 137–176, 2000.
- [Ens05a] C. Enss, *Cryogenic Particle Detection*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2005.
- [Ens05b] C. Enss und S. Hunklinger, *Low-Temperature Physics*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2005.
- [Fau93] T. Fausch, M. Bühler, und E. Umlauf, Signal rise time of the magnetic bolometer, *Journal of Low Temperature Physics*, **93**, 703–708, 1993.
- [Fer12] A. Ferring, *Charakterisierung und Beurteilung der Qualität von Nb/Al- $AlO_x$ /Nb-Josephson-Tunnelkontakten*, Bachelorarbeit, Universität Heidelberg, 2012.
- [Fer15] A. Ferring, *Entwicklung von dc-SQUIDs zur Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern*, Masterarbeit, Universität Heidelberg, 2015.
- [Fle03] A. Fleischmann, *Magnetische Mikrokalorimeter: Hochauflösende Röntgenspektroskopie mit energiedispersiven Detektoren*, Dissertation, Universität Heidelberg, 2003.
- [Fle05] A. Fleischmann, C. Enss, und G. M. Seidel, *Metallic magnetic calorimeters*, *Cryogenic Particle Detection* (Herausgeber C. Enss), Springer, Berlin, Heidelberg, 2005.
- [Fle09] A. Fleischmann, L. Gastaldo, S. Kempf, A. Kirsch, A. Pabinger, C. Pies, J.-P. Porst, P. C.-O. Ranitzsch, S. Schäfer, F. v. Seggern, T. Wolf, C. Enss, und G. M. Seidel, Metallic magnetic calorimeters, *AIP Conference Proceedings*, **1185**, 571–578, 2009.
- [Fou11] C. J. Fourie, O. Wetzstein, T. Ortlev, und J. Kunert, Three-dimensional multi-terminal superconductive integrated circuit inductance extraction, *Superconductor Science and Technology*, **24**(12), 125015, 2011.
- [Fri44] H.T. Friis, Noise Figures of Radio Receivers, *Proceedings of the IRE*, **32**(7), 419–422, 1944.

- 
- [Gam16] L. Gamer, D. Schulz, C. Enss, A. Fleischmann, L. Gastaldo, S. Kempf, C. Krantz, O. Novotny, D. Schwalm, und A. Wolf, MOCCA: A 4k-Pixel Molecule Camera for the Position and Energy-Resolving Detection of Neutral Molecule Fragments at CSR, *Journal of Low Temperature Physics*, **184**, 839, 2016.
- [Gao07] J. Gao, J. Zmuidzinas, B. A. Mazin, H. G. LeDuc, und P. K. Day, Noise properties of superconducting coplanar waveguide microwave resonators, *Applied Physics Letters*, **90**(10), 102507, 2007.
- [Gao08a] J. Gao, *The Physics of Superconducting Microwave Resonators*, Dissertation, California Institute of Technology, 2008.
- [Gao08b] J. Gao, M. Daal, A. Vayonakis, S. Kumar, J. Zmuidzinas, B. Sadoulet, B. A. Mazin, P. K. Day, und H. G. Leduc, Experimental evidence for a surface distribution of two-level systems in superconducting lithographed microwave resonators, *Applied Physics Letters*, **92**(15), 2505, 2008.
- [Gas13] L. Gastaldo, P. C.-O. Ranitzsch, F. von Seggern, J.-P. Porst, S. Schäfer, C. Pies, S. Kempf, T. Wolf, A. Fleischmann, C. Enss, A. Herlert, und K. Johnston, Characterization of low temperature metallic magnetic calorimeters having gold absorbers with implanted  $^{163}\text{Ho}$  ions, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, **711**, 150–159, 2013.
- [Gas17] L. Gastaldo, K. Blaum, K. Chrysalidis, T. D. Goodacre, A. Domula, M. Door, H. Dorrer, C. E. Düllmann, K. Eberhardt, S. Eliseev, C. Enss, A. Faessler, P. Filianin, A. Fleischmann, D. Fonnesu, L. Gamer, R. Haas, C. Hassel, D. Hengstler, J. Jochum, K. Johnston, U. Keschull, S. Kempf, T. Kieck, U. Köster, S. Lahiri, M. Maiti, F. Mantegazzini, B. Marsh, P. Neroutsos, Y. N. Novikov, P. C.-O. Ranitzsch, S. Rothe, A. Rischka, A. Saenz, O. Sander, F. Schneider, S. Scholl, R. X. Schüssler, C. Schweiger, F. Simkovic, T. Stora, Z. Szücs, A. Türlér, M. Veinhard, M. Weber, M. Wegner, K. Wendt, und K. Zuber, The electron capture in  $^{163}\text{Ho}$  experiment – ECHO, *The European Physical Journal Special Topics*, **226**(8), 1623–1694, 2017.
- [Gat97] F. Gatti, P. Meunier, C. Salvo, und S. Vitale, Calorimetric measurement of the  $^{163}\text{Ho}$  spectrum by means of a cryogenic detector, *Physics Letters B*, **398**(3-4), 415–419, 1997.
- [Glo57] R. E. Glover und M. Tinkham, Conductivity of Superconducting Films for Photon Energies between 0.3 and  $40kT_c$ , *Physical Review*, **108**(2), 243–256, 1957.

- [Hah92] W. Hahn, M. Loewenhaupt, und B. Frick, Crystal field excitations in dilute rare earth noble metal alloys, *Physica B: Physics of Condensed Matter*, **180**, 176–178, 1992.
- [Han73] P. Hansma, Superconducting single-junction interferometers with small critical currents, *Journal of Applied Physics*, **44**(9), 4191–4194, 1973.
- [Hen12] D. Hengstler, *Untersuchung der Eigenschaften von supraleitenden Re-, Zn- und Zn:Mn-Absorbern für magnetische Mikrokalorimeter*, Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 2012.
- [Hen17] D. Hengstler, *Development and characterization of two-dimensional metallic magnetic calorimeter arrays for the high-resolution X-ray spectroscopy*, Dissertation, Universität Heidelberg, 2017.
- [Her15] A. Hertel, *Implementierung und Verifizierung eines Algorithmus zur Charakterisierung kapazitiv gekoppelter supraleitender  $\lambda/4$ -Resonatoren*, Bachelorarbeit, Universität Heidelberg, 2015.
- [Her17] A. Hertel, *Optimierung kapazitiv gekoppelter supraleitender  $\lambda/4$ -Resonatoren für den Einsatz in einem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer*, Masterarbeit, Universität Heidelberg, 2017.
- [Heu11] S. Heuser, *Entwicklung mikrostrukturierter magnetischer Kalorimeter mit verbesserter magnetischer Flusskopplung für die hochauflösende Röntgenspektroskopie*, Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 2011.
- [Hum17] R. Hummatov, L. N. Le, J. A. Hall, S. Friedrich, R. A. Cantor, und S. T. P. Boyd, Tantalum Passive Persistence Shunts for On-Chip Current Trapping in Metallic Magnetic Calorimetry, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **27**(4), 1–5, 2017.
- [Ima92] T. Imamura, T. Shiota, und S. Hasuo, Fabrication of high quality Nb/Al-AlO<sub>x</sub>/Nb Josephson junctions. I. Sputtered Nb films for junction electrodes, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **2**(1), 1–14, 1992.
- [Irw02] K. D. Irwin, SQUID multiplexers for transition-edge sensors, *Physica C: Superconductivity*, **368**(1-4), 203–210, 2002.
- [Irw04] K. D. Irwin und K. W. Lehnert, Microwave SQUID multiplexer, *Applied Physics Letters*, **85**(11), 2107–2109, 2004.
- [Irw05] K. D. Irwin und G. C. Hilton, *Transition-Edge Sensors, Cryogenic Particle Detection* (Herausgeber C. Enss), Springer, Berlin, Heidelberg, 2005.

- 
- [Irw10] K. D. Irwin, M. D. Niemack, J. Beyer, H. M. Cho, W. B. Doriese, G. C. Hilton, C. D. Reintsema, D. R. Schmidt, J. N. Ullom, und L. R. Vale, Code-division multiplexing of superconducting transition-edge sensor arrays, *Superconductor Science and Technology*, **23**(3), 034004, 2010.
- [Jos62] B. D. Josephson, Possible new effects in superconductive tunnelling, *Physics Letters*, **1**(7), 251–253, 1962.
- [Jos64] B. D. Josephson, Coupled Superconductors, *Reviews of Modern Physics*, **36**(1), 216–220, 1964.
- [Kö15] W. Köntges, *Simulation und Charakterisierung von supraleitenden Mikrowellenresonatoren aus planaren, konzentrierten Elementen*, Magisterarbeit, Universität Heidelberg, 2015.
- [Kam94] M. Kamon, M. J. Tsuk, und J. K. White, FASTHENRY: a multipole-accelerated 3-D inductance extraction program, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **42**(9), 1750–1758, 1994.
- [Kau78] R. L. Kautz, Picosecond pulses on superconducting striplines, *Journal of Applied Physics*, **49**(1), 308–314, 1978.
- [Kem12] S. Kempf, *Entwicklung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers auf der Grundlage nicht-hysteretischer rf-SQUIDs zur Auslesung metallischer magnetischer Kalorimeter*, Dissertation, Universität Heidelberg, 2012.
- [Kem13] S. Kempf, A. Ferring, A. Fleischmann, L. Gastaldo, und C. Enss, Characterization of the reliability and uniformity of an anodization-free fabrication process for high-quality Nb-Al-AlO<sub>x</sub>-Nb Josephson junctions, *Superconductor Science and Technology*, **26**(6), 065012, 2013.
- [Kem15] S. Kempf, A. Ferring, A. Fleischmann, und C. Enss, Direct-current superconducting quantum interference devices for the readout of metallic magnetic calorimeters, *Superconductor Science and Technology*, **28**(1-2), 045008, 2015.
- [Kem16a] S. Kempf, A. Ferring, und C. Enss, Towards noise engineering: Recent insights in low-frequency excess flux noise of superconducting quantum devices, *Applied Physics Letters*, **109**(16), 162601, 2016.
- [Kem16b] S. Kempf, A. Ferring, A. Fleischmann, M. Wegner, und C. Enss, Metallic Magnetic Calorimeters with On-Chip dc-SQUID Readout, *Journal of Low Temperature Physics*, **184**(1-2), 344–350, 2016.

- [Kem18] S. Kempf, A. Fleischmann, L. Gastaldo, und C. Enss, Physics and Applications of Metallic Magnetic Calorimeters, *Journal of Low Temperature Physics*, **193**(3-4), 365–379, 2018.
- [Kim16] S. R. Kim, J. Choi, H. S. Jo, C. S. Kang, G. B. Kim, H. L. Kim, I. W. Kim, H. J. Lee, J. H. Lee, M. K. Lee, S. Y. Oh, E. Sala, J. H. So, W. S. Yoon, und Y. H. Kim, Development of Metallic Magnetic Calorimeters with a Critical Temperature Switch, *Journal of Low Temperature Physics*, **184**(1-2), 356–362, 2016.
- [Knu87] J. Knuutila, A. Ahonen, und C. Tesche, Effects on DC SQUID characteristics of damping of input coil resonances, *Journal of Low Temperature Physics*, **68**(3-4), 269–284, 1987.
- [Koc07] R. H. Koch, D. P. DiVincenzo, und J. Clarke, Model for 1/f-Flux Noise in SQUIDS and Qubits, *Physical Review Letters*, **98**(26), 2007.
- [Kra05] C. Kraus, B. Bornschein, L. Bornschein, J. Bonn, B. Flatt, A. Kovalik, B. Ostrick, E. W. Otten, J. P. Schall, T. Thümmel, und C. Weinheimer, Final Results from phase II of the Mainz Neutrino Mass Search in Tritium Beta Decay, *The European Physical Journal C*, **40**(4), 447–468, 2005.
- [Kum08] S. Kumar, J. Gao, J. Zmuidzinas, B. A. Mazin, H. G. LeDuc, und P. K. Day, Temperature dependence of the frequency and noise of superconducting coplanar waveguide resonators, *Applied Physics Letters*, **92**(12), 123503, 2008.
- [Leh07] K. W. Lehnert, K. D. Irwin, M. A. Castellanos-Beltran, J. A. B. Mates, und L. R. Vale, Evaluation of a Microwave SQUID Multiplexer Prototype, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **17**(2), 705–709, 2007.
- [Mat58] D. C. Mattis und J. Bardeen, Theory of the Anomalous Skin Effect in Normal and Superconducting Metals, *Physical Review*, **111**(2), 412–417, 1958.
- [Mat08] J. A. B. Mates, G. C. Hilton, K. D. Irwin, L. R. Vale, und K. W. Lehnert, Demonstration of a multiplexer of dissipationless superconducting quantum interference devices, *Applied Physics Letters*, **92**(2), 023514, 2008.
- [Mat11] J. A. B. Mates, *The Microwave SQUID Multiplexer*, Dissertation, University of Colorado, 2011.
- [Mat12] J. A. B. Mates, K. D. Irwin, L. R. Vale, G. C. Hilton, J. Gao, und K. W. Lehnert, Flux-Ramp Modulation for SQUID Multiplexing, *Journal of Low Temperature Physics*, **167**(5-6), 707–712, 2012.

- 
- [Maz05] B. A. Mazin, *Microwave kinetic inductance detectors*, Dissertation, California Institute of Technology, 2005.
- [McC05] D. McCammon, *Thermal Equilibrium Calorimeters - An Introduction, Cryogenic Particle Detection* (Herausgeber C. Enss), Springer, Berlin, Heidelberg, 2005.
- [Mig03] J. V. Migacz und M. E. Huber, Thermal annealing of Nb/Al-AlO<sub>x</sub>/Nb Josephson junctions, *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, 2003.
- [Mos84] S. H. Moseley, J. C. Mather, und D. McCammon, Thermal detectors as x-ray spectrometers, *Journal of Applied Physics*, **56**(5), 1257–1262, 1984.
- [Nie10] M. D. Niemack, J. Beyer, H. M. Cho, W. B. Doriese, G. C. Hilton, K. D. Irwin, C. D. Reintsema, D. R. Schmidt, J. N. Ullom, und L. R. Vale, Code-division SQUID multiplexing, *Applied Physics Letters*, **96**(16), 163509, 2010.
- [Pab08] A. Pabinger, *Entwicklung eines vollständig mikrostrukturierten magnetischen Kalorimeters für die hochauflösende Röntgenspektroskopie*, Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 2008.
- [Pet98] P. J. Petersan und S. M. Anlage, Measurement of resonant frequency and quality factor of microwave resonators: Comparison of methods, *Journal of Applied Physics*, **84**(6), 3392–3402, 1998.
- [Pie08] C. Pies, *Entwicklung eines Detektor-Arrays basierend auf magnetischen Kalorimetern für die hochaufgelöste Röntgenspektroskopie an hochgeladenen Ionen*, Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 2008.
- [Pon05] G. E. Ponchak, J. Papapolymerou, und M. M. Tentzeris, Excitation of coupled slotline mode in finite-ground CPW with unequal ground-plane widths, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **53**(2), 713–717, 2005.
- [Por11] J.-P. Porst, *High-Resolution Metallic Magnetic Calorimeters for beta-Spectroscopy on 187-Rhenium and Position Resolved X-Ray Spectroscopy*, Dissertation, Universität Heidelberg, 2011.
- [Poz98] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*, John Wiley and Sons, 1998.
- [Pro15] S. Probst, F. B. Song, P. A. Bushev, A. V. Ustinov, und M. Weides, Efficient and robust analysis of complex scattering data under noise in microwave resonators, *Review of Scientific Instruments*, **86**(2), 024706, 2015.

- [Ran12] P. C.-O. Ranitzsch, J.-P. Porst, S. Kempf, C. Pies, S. Schäfer, D. Hengstler, A. Fleischmann, C. Enss, und L. Gastaldo, Development of Metallic Magnetic Calorimeters for High Precision Measurements of Calorimetric 187-Re and 163-Ho Spectra, *Journal of Low Temperature Physics*, **167**(5-6), 1004–1014, 2012.
- [Rif76] R. Rifkin, D. A. Vincent, B. S. Deaver, und P. K. Hansma, rf SQUID's in the nonhysteretic mode: Detailed comparison of theory and experiment, *Journal of Applied Physics*, **47**(6), 2645–2650, 1976.
- [Rot07] H. Rotzinger, *Entwicklung magnetischer Mikrokalorimeter für die hochauflösende Spektroskopie des Emitters 36-Cl*, Dissertation, Universität Heidelberg, 2007.
- [Rúj82] A. De Rújula und M. Lusignoli, Calorimetric measurements of 163-Holmium decay as tools to determine the electron neutrino mass, *Physics Letters B*, **118**(4-6), 429–434, 1982.
- [Ryh89] T. Ryhänen, H. Seppä, R. Ilmoniemi, und J. Knuutila, SQUID magnetometers for low-frequency applications, *Journal of Low Temperature Physics*, **76**(5-6), 287–386, 1989.
- [Sha49] C. E. Shannon, Communication in the Presence of Noise, *Proceedings of the IRE*, **37**(1), 10–21, 1949.
- [Sta04] G. Stan, S. B. Field, und J. M. Martinis, Critical Field for Complete Vortex Expulsion from Narrow Superconducting Strips, *Physical Review Letters*, **92**(9), 2004.
- [Tao71] L. J. Tao, D. Davidov, R. Orbach, und E. P. Chock, Hyperfine Splitting of Er and Yb Resonances in Au: A Separation between the Atomic and Covalent Contributions to the Exchange Integral, *Physical Review B*, **4**(1), 5–9, 1971.
- [vS76] M. von Schickfus und S. Hunklinger, The dielectric coupling of low-energy excitations in vitreous silica to electromagnetic waves, *Journal of Physics C: Solid State Physics*, **9**(16), L439–L442, 1976.
- [Wü05] S. Wunsch, *Supraleitende koplanare Mikrowellenfilter für radioastronomische Empfänger bei 15 K*, Dissertation, Universität Karlsruhe, 2005.
- [Weg13] M. Wegner, *Entwicklung eines 64-Pixel-Detektor-Arrays basierend auf mikrostrukturierten metallischen magnetischen Kalorimetern mit integriertem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer*, Masterarbeit, Universität Heidelberg, 2013.

- [Wei96] H. Weinstock, *SQUID Sensors: Fundamentals, Fabrication and Applications*, Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [Wel04] F. C. Wellstood, C. Urbina, und J. Clarke, Flicker  $1/f$  noise in the critical current of Josephson junctions at 0.09–4.2K, *Applied Physics Letters*, **85**(22), 5296–5298, 2004.
- [Whi02] G. K. White und P. J. Meeson, *Experimental Techniques In Low-Temperature Physics*, Oxford University Press, 2002.
- [Wil69] G. Williams und L. L. Hirst, Crystal-Field Effects in Solid Solutions of Rare Earths in Noble Metals, *Physical Review*, **185**(2), 407–415, 1969.
- [Wil16] H. Wilckens, *Untersuchung des Einflusses von Diskontinuitäten in den Masseflächen auf die Güte supraleitender, koplanarer Resonatoren*, Bachelorarbeit, Universität Heidelberg, 2016.
- [Wu79] C. T. Wu, Intrinsic stress of magnetron-sputtered niobium films, *Thin Solid Films*, **64**(1), 103–110, 1979.
- [Zim18] F. Zimmerer, *Beurteilung der Qualität von Nb/Al-AlO<sub>x</sub>/Nb-Josephson-Kontakten und Charakterisierung des Herstellungsprozesses von Nb/Al-AlO<sub>x</sub>/Nb-Dreischichtstrukturen*, Bachelorarbeit, Universität Heidelberg, 2018.
- [Zin06] B. L. Zink, K. D. Irwin, G. C. Hilton, J. N. Ullom, und D. P. Pappas, Erbium-doped gold sensor films for magnetic microcalorimeter x-ray detectors, *Journal of Applied Physics*, **99**(8), 08B303, 2006.