

INAUGURAL - DISSERTATION
zur
Erlangung der Doktorwürde
der
Naturwissenschaftlichen-Mathematischen
Gesamtfakultät
der
Ruprecht-Karls-Universität
Heidelberg

vorgelegt von
Dipl.-Phys. Stephan Schneider
aus Trier
Tag der mündl. Prüfung 9.Juli 2003

Bose-Einstein Kondensation
in einer
magnetischen Z-Falle

Gutachter: Prof.Dr. Jörg Schmiedmayer
Prof.Dr. Dirk Schwalm

Bose-Einstein Kondensation in einer magnetischen Z-Falle

Ein Bose-Einstein Kondensat mit ^{87}Rb -Atomen im Zustand $|F = 2, m_F = 2\rangle$ wird in einer "Z"-förmigen magnetischen Drahtfalle erzeugt. Die Falle ist eine einfachere und robustere Variante einer Ioffe-Pritchard Falle. Die Drahtfalle ermöglicht die magnetische Speicherung und Kompression von Atomwolken in direkter Nähe einer Oberfläche. Bei einer kritischen Temperatur von etwa 900 nK tritt die Kondensation der Rubidiumatome in den Grundzustand der Falle ein. Es können Kondensate mit bis zu 300000 Atomen erzeugt werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine Doppel-MOT Vakuumapparatur aufgebaut, welche eine hohe Anzahl von Atomen mit langen Speicherzeiten in der Magnetfalle ermöglicht. Die Drahtfalle ist in kompakter Weise mit weiteren von planen Leiterstrukturen erzeugten Mikrofallen kombiniert. Dieses erlaubt eine extreme Flexibilität im Design von Drahtmagnetfallen. Das Kondensat wird als kohärente Atomquelle in nun folgenden Experimenten in oberflächenbasierten magnetischen Mikrofallen neue Möglichkeiten in der komplexen Manipulation von Atomen erschließen.

Bose-Einstein condensation in a magnetic Z-trap

A Bose-Einstein condensate of ^{87}Rb atoms in the state $|F = 2, m_F = 2\rangle$ is produced in a "Z"-shaped magnetic wire trap. The trap is a simple and robust version of the Ioffe-Pritchard trap. It allows an efficient trapping and compression of atom clouds close to surfaces. At a critical temperature of 900 nK the rubidium atoms start to occupy the ground state of the trap. A sizable condensate of up to 300000 atoms can be produced. In the framework of this thesis, a double-MOT vacuum apparatus was built, which allows, together with long storage times, a high number of atoms in the magnetic trap. The wire trap is combined in a very compact way with another set of plane micro traps, which give an extreme flexibility in the design of wire traps. In future experiments, the condensate as a coherent source of atoms offers new possibilities for the manipulation of atoms in surface mounted microtraps.

The condensate as a coherent source of atoms offers new possibilities for future experiments in surface mounted magnetic micro traps in the manipulation of atoms.

Inhaltsverzeichnis

1. Einführung	9
2. Theorie der Bose-Einstein-Kondensation	11
2.1. Die Bose-Einstein-Kondensation in einem idealen Gas	11
2.1.1. Das klassische ideale Gas	11
2.1.2. Das klassische ideale Gas in einer harmonischen Falle	14
2.1.3. Quantenstatistik eines idealen Gases	14
2.1.4. Die Bose-Einstein Kondensation in einem externen Potential	20
2.2. Die Bose-Einstein-Kondensation wechselwirkender Bosonen	23
2.2.1. Die Gross-Pitaevskii Gleichung	24
2.2.2. Die Thomas-Fermi Näherung	26
2.2.3. Freie Expansion und Oszillationen	29
2.2.4. Bose-Einstein Kondensation in einer Dimension	33
3. Das Kühlen und Fangen von Atomen	37
3.1. Die Laserkühlung von neutralen Atomen	37
3.1.1. Dopplerkühlung und magnetooptische Falle	37
3.1.2. Die Polarisationsgradientenkühlung	39
3.2. Das Verdampfungskühlen	42
3.2.1. Stöße der Atome	45
3.2.2. Kontinuierliches Verdampfungskühlen	48
4. Magnetfallen für neutrale Atome	51
4.1. Das magnetische Potential	51
4.1.1. Die Quadrupolfalle	52
4.1.2. Die Ioffe-Pritchard-Falle	52
4.1.3. Die Majorana Verluste	53
4.2. Magnetische Mikrofallen für neutrale Atome	54
4.2.1. Drahtfallen für neutrale Atome	55
4.2.2. Die magnetische U-Falle	56
4.2.3. Die einfache magnetische Z-Falle	59
4.2.4. Einfluss der Gravitation	64
5. Experimenteller Aufbau	67

5.1.	Die Doppel-MOT-Apparatur	68
5.1.1.	Die Dampfzellen-MOT	69
5.1.2.	Die mittlere Vakuumkammer	70
5.1.3.	Die obere Experimentkammer	71
5.2.	Die Halterung des Atomchips und der magnetischen Z-Falle	72
5.3.	Die Reflektions-MOT und der Transfer der Rubidiumatome	75
5.3.1.	Simulation der Bewegung der Atome beim Transfer	79
5.4.	Die Erzeugung der Magnetfelder	80
5.4.1.	Die U-MOT	83
5.4.2.	Die Z-Falle	85
5.4.3.	Die lange Z-Falle	89
5.4.4.	“Finite size“-Effekte	91
5.5.	Radiofrequenz induzierte Verdampfungskühlung	93
5.6.	Das Lasersystem	95
5.7.	Die Detektion durch Licht	97
5.7.1.	Die Fluoreszenzmethode	98
5.7.2.	Die Absorptionsmethode	100
5.7.3.	Das Abbildungssystem	104
5.7.4.	Die quantitative Bildanalyse	106
5.8.	Die Experimentsteuerung und Datenaufnahme	107
6.	Bose-Einstein Kondensation in der Z-Magnetfalle	109
6.1.	Die U-MOT, die optische Melasse und die Präparation des magnetischen Unterzustands	109
6.2.	Die magnetische Z-Falle	113
6.3.	Das Verdampfungskühlen im Experiment	115
6.4.	Die Beobachtung der Kondensation	116
6.5.	Das Heizen von ultra-kalten Atomwolken	123
6.6.	Die freie Expansion eines Bose-Einstein Kondensats	124
7.	Zusammenfassung und Ausblick	127
A.	Schnelle Hochstromschalter zum Schalten der Magnetfelder	129
B.	Monolithische Kupferstruktur	133
C.	Die obere Vakuumkammer	137
D.	Die Testkammer	141
E.	Auswertung der Absorptionsbilder mit MATLAB Routine CHE	143
F.	Aufbau der LABVIEW Programme zur Experimentsteuerung	147
G.	GPIB Programmierung des SRS FG345 als RF-Quelle	151

H. Implementierung des magnetischen Felds eines Leiterrings in C	153
I. Abenteuer Quarzglasküvette	157
J. Eigenschaften von Rubidium 87	159

1. Einführung

Im Juni des Jahres 1924 bekam Albert Einstein einen Brief von einem unbekanntem indischen Physiker mit einem neuen Vorschlag Lichtteilchen abzuzählen. Der Inder war Satyendra Nath Bose, und die nach ihm benannte Bose-Statistik ermöglichte die solide Herleitung des Planckschen Strahlungsgesetzes. Einstein erkannte, dass diese Statistik auch auf massive Teilchen übertragbar war [1, 2]. Dabei ging Bose nicht mehr davon aus das Teilchen unterscheidbar sind, was bis dahin allgemein angenommen wurde. Damit war eine der Grundsäulen der späteren Quantenmechanik formuliert worden [3].

Bei der Anwendung der Bose-Statistik auf allgemeine Teilchen entdeckte Einstein, dass für sehr kleine aber endliche Temperaturen und hohe Teilchendichten die Besetzung des untersten Quantenzustands des Systems nicht mehr zu vernachlässigen ist, sondern beliebig hohe Werte annehmen kann. Damit war das quantenmechanische Phänomen der Bose-Einstein Kondensation (BEC) in einem idealen Gas entdeckt.

Lange wurde die prinzipielle Realisierbarkeit angezweifelt, und die Bose-Kondensation nur als theoretischer Artefakt verstanden. Viele zusätzliche Voraussetzungen mussten erst geschaffen werden, damit die deBroglie-Wellenlänge eines Atoms größer wird als der mittlere Abstand der Atome. Mit $n\lambda_{dB}^3 \approx 1$, als die essenzielle Bedingung für die Kondensation. Wesentliche Entwicklungen, wie die Technik des Lasers, die damit möglich gewordene Laserkühlung und die darauf folgende Speicherung von Atomen in Magnetfallen, mussten erst realisiert werden, um dies zu ermöglichen. Wichtige physikalische Grundlage war die Kenntnis der Streueigenschaften der verschiedenen Atome. Die Streueigenschaften, insbesondere die Streuwellenlänge, sind das entscheidende Kriterium für den finalen Schritt in der Kondensation, das Verdampfungskühlen.

So war die erste Beobachtung der steil ansteigenden Atomdichteverteilung einer Bose-Einstein Kondensation in einem Ensemble von ^{87}Rb -Atomen einer der großen Meilensteine in der Physik der letzten zehn Jahre [4]. Im gleichen Jahr folgten die ersten Kondensate für ^{23}Na mit wesentlich mehr Atomen, und für ^7Li mit einer negativen Streuwellenlänge [5, 6]. Nach einem langen Anlauf gelang es 1998 endlich auch Wasserstoff mit kryogenischer Vorkühlung zu kondensieren [7]. Im Jahre 2001 folgten dann das Alkalimetall Kalium (^{41}K) und das erste Kondensat mit metastabilen He^* -Atomen [8, 9]. Vor kurzem gelang es auch das letzte stabile Alkalimetall, das Cäsiumatom, in einer optischen Falle in den Grundzustand zu kühlen [10].

Die Erzeugung und Manipulation der Bose-Kondensate ist sehr gut untersucht worden. Man

hat inzwischen begonnen die einzigartigen Eigenschaften dieser kohärenten Materiewelle auszunutzen [11, 12]. Dazu muss aber die beliebige Manipulation der externen und internen Freiheitsgrade der Atome in einem Kondensat möglich sein.

Im Jahre 1995 konnte erstmals gezeigt werden, dass neutrale Atome im Magnetfeld eines stromführenden Drahtes geführt werden können [13]. Im selben Jahr schlugen Weinstein und Libbrecht die Erzeugung von Mikromagnetfallen mittels komplexer ebener Leiterstrukturen auf einem Substrat vor. Mit einem zusätzlichen homogenen Magnetfeld lassen sich auf diese Weise kleine Magnetfallen für neutrale Atome in der Nähe einer Substratoberfläche erzeugen [14]. Die magnetfelderzeugenden Strukturen haben eine Ausdehnung in der Größenordnung der Magnetfallen, welches nicht nur größere Feldstärken erzeugt, sondern die Fallenpotentiale auch frei gestaltbar macht. Dazu gehört u.a. der gleichzeitige Betrieb mehrerer Magnetfallen in direkter räumlicher Nähe zueinander.

Sehr bald konnten mehrere Gruppen ein effektives Fangen und Speichern von Atomen in Drahtfallen demonstrieren [15, 16]. Die ersten auf einer Oberfläche montierten magnetischen Mikrofallen [17, 18] eröffneten ein ganz neues Forschungsfeld. Aufgrund der Analogie atomarer Wellenleiter auf einer Oberfläche zu Elektronen in Leiterbahnen, werden die Oberflächenfallen verschiedenster Art kurz unter dem neuen Begriff "Atomchip" zusammengefasst [19]. Das Forschungsgebiet hat in den letzten Jahren eine schnelle Entwicklung genommen. Grund dafür ist unter anderem, dass man in der Herstellung der Atomchips auf existierende Techniken der Nanotechnologie zurückgreifen kann.

Das ideale Medium zur Manipulation in den Mikrofallen ist ein kohärentes Bose-Einstein Kondensat. Die hohen Feldgradienten dieser Magnetfallen prädestinieren diese für den finalen Kühlschritt, das evaporative Kühlen, auf dem Weg zur Bose-Einstein Kondensation.

Zwei Gruppen in Tübingen und München gelang es fast gleichzeitig Rubidiumatome in einer Mikrofalle zu kondensieren [20, 21], einer anderen ein existierendes Kondensat in eine Mikrofalle zu transferieren [22]. In unserer Gruppe wurde zeitgleich eine einfache Drahtmagnetfalle, die so genannte Z-Falle, entwickelt. Diese kann aufgrund ihrer Eigenschaften die konventionellen Magnetfallen ersetzen, welche sich oft durch ihre großen Dimensionen und Leistungsverbrauch auszeichnen. Die magnetische Z-Falle erlaubt das Speichern einer beträchtlichen Anzahl von Atomen in direkter Nachbarschaft zu den substratbasierten Mikrofallen. Ein Bose-Kondensat in einer Z-Falle könnte daher eine kohärente Atomquelle für Experimente in den Mikrofallen darstellen.

In der vorliegenden Arbeit wurde eine Doppel-MOT Apparatur aufgebaut und eine einfache Z-Magnetfalle in einer Ultra-Hochvakuum Umgebung in Betrieb genommen. Diese wurde soweit optimiert, dass ein effektives Verdampfungskühlen möglich und schließlich die Kondensation herbeigeführt wurde. Essentieller Teil der Apparatur ist die Halterung der Leiterstruktur für die Z-Falle und der Atomchip. Ziel war es Bose-Einstein Kondensate von signifikanter Größe direkt an der Position der Mikrofallen zu erzeugen, um so einen späteren Transfer zu ermöglichen.

2. Theorie der Bose-Einstein-Kondensation

In der klassischen Thermodynamik wird ein ideales Gas, d.h. nicht wechselwirkend, mit Hilfe der Maxwell-Boltzmann-Statistik beschrieben. Diese geht davon aus, dass Atome oder Teilchen von der gleichen Art unterschieden werden können. Als Folge der Unschärferelation $\Delta x \Delta p \approx \hbar/2$ von Heisenberg geht diese Eigenschaft in der Quantentheorie verloren. Ein Teilchen kann im Phasenraum maximal auf ein Volumen h^3 lokalisiert werden. Die Trajektorien scheinen “verwischt” zu werden und die Unterscheidbarkeit geht verloren. Eine weitere Eigenschaft von Teilchen in der Quantentheorie ist die Symmetrie, bzw. Antisymmetrie der zugehörigen Wellenfunktionen. Dies resultiert in der Aufspaltung der Teilchen in zwei Gruppen, die Bosonen und die Fermionen. Die Symmetrieeigenschaften führen zu stark unterschiedlichem Verhalten in der Quantenstatistik.

Die klassische Boltzmann-Statistik ergibt sich dabei als Grenzfall der umfassenderen Quantenstatistik für hohe kinetische Energien.

2.1. Die Bose-Einstein-Kondensation in einem idealen Gas

Die prinzipiellen Eigenschaften von Bose-Einstein Kondensaten eines idealen Gases in harmonischen Fällen können sehr einfach hergeleitet werden.

2.1.1. Das klassische ideale Gas

Mit Hilfe der kanonischen Zustandssumme lassen sich für ein ideales klassisches Gas die thermodynamischen Eigenschaften ermitteln, wobei die Temperatur T , das Volumen V und die Anzahl der Teilchen N vorgegeben sind. Die kanonische Zustandssumme eines thermischen klassischen Gases ist gegeben in der Boltzmann Statistik durch [23]:

$$Z(T, V, N) = \frac{1}{N! h^{3N}} \int d^{3N}q d^{3N}p e^{-\beta H(q_\nu, p_\nu)} \quad (2.1)$$

mit der Hamilton Funktion $H(q_\nu, p_\nu) = \sum \frac{p_\nu^2}{2m}$. Ebenfalls wurde hier der Gibbs-Faktor $1/N!$

eingefügt, um die Nichtunterscheidbarkeit der Teilchen zu berücksichtigen. Diese in der klassischen Statistik nicht begründbare Korrektur ist unverzichtbar um Widersprüche mit dem Experiment zu vermeiden¹. Dieser Faktor muss hier eingefügt werden, weil die Hamiltonfunktion des idealen Gases invariant ist gegenüber einer Permutation der Indizes. Die Summe \sum_i über alle Mikrozustände (Phasenraumpunkte) wird als Integral $1/h^{3N} \int d^{3N}q d^{3N}p$ über den gesamten Phasenraum realisiert. Dabei wird das Elementarvolumen h^{3N} des klassischen Phasenraums als quantenmechanisches Einheitsvolumen berücksichtigt.

Die Integration über die Ortskoordinate liefert den Faktor V^N und die Exponentialfunktion erlaubt eine Faktorisierung.

$$Z(T, V, N) = \frac{V^N}{N! h^{3N}} \prod_{\nu=0}^{3N} \int d^{3N}q e^{-\beta \frac{p_\nu^2}{2m}} \quad (2.2)$$

Mit Hilfe der Substitution $x = \sqrt{\beta/2mp_\nu}$ gelingt die Rückführung auf ein bekanntes Standardintegral:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx e^{-x^2} = \sqrt{\pi} \quad (2.3)$$

und man erhält die Zustandssumme des idealen Gases von nichtunterscheidbaren Teilchen. Der Faktor β wird in der Thermodynamik als $\beta = 1/k_B T$ definiert.

$$Z(T, V, N) = \frac{V^N}{N!} \left(\frac{2\pi m kT}{h^2} \right)^{3N/2} = \frac{1}{N!} \left(\frac{V}{\lambda_{dB}^3} \right)^N \quad (2.4)$$

Die kanonische Zustandsdichte für ein Ensemble von nicht unterscheidbaren Teilchen kann auf diese sehr einfache Form gebracht werden. Hier erscheint eine wichtige Größe für das quantenmechanische Verhalten der Atome, die thermische de Broglie- Wellenlänge λ_{dB} von Atomen:

$$\lambda_{dB} = \sqrt{\frac{h^2}{2\pi m kT}} \quad (2.5)$$

Obwohl die Quanteneigenschaften von Atomen in obiger Ableitung der kanonischen Zustandssumme eines idealen Gases berücksichtigt wurden, handelt es sich noch nicht um eine Quantenstatistik (siehe Kapitel 2.1.3).

Mit Hilfe von Gleichung (2.4) ist es möglich die Geschwindigkeitsverteilung in einem thermischen Gas zu berechnen. Die Wahrscheinlichkeit, ein Teilchen in dem Einteilchenphasenraum mit den Koordinaten \vec{q} und \vec{p} zu finden, ist $d^3w = \rho d^3p d^3q / h^3$ und damit erhält man:

¹Typisches Beispiel ist das Gibbssche Paradoxon.

$$\rho(\vec{q}, \vec{p}) = \frac{e^{-\frac{h(\vec{q}, \vec{p})}{k_B T}}}{Z(T, V, 1)} = \frac{\lambda_{dB}^3}{V} e^{-\frac{\vec{p}^2}{2m k_B T}} \quad (2.6)$$

$$\text{mit } Z(T, V, 1) = \frac{V}{\lambda_{dB}^3} \text{ und } h(\vec{q}, \vec{p}) = \frac{\vec{p}^2}{2m} \quad (2.7)$$

Durch Integration über den gesamten Ortsraum ergibt sich die Wahrscheinlichkeit, dass ein Teilchen eine Geschwindigkeit mit dem Wert zwischen \vec{v} und $\vec{v} + d\vec{v}$ besitzt,

$$d^3w = f(\vec{v}) d^3v = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m\vec{v}^2}{2kT}} d^3v \quad (2.8)$$

Dies ist die bekannte gaußsche Geschwindigkeitsverteilung in einem Ensemble von thermischen Atomen mit einer Breite oder mittleren quadratischen Geschwindigkeit entlang der Koordinatenachse i von $v_{\sigma,i}^2 = \langle v_i^2 \rangle$.

$$v_{\sigma,i} = \sqrt{\frac{m}{kT}} \quad (2.9)$$

Es ist hier aber zu beachten, dass die mittlere gesamte kinetische Energie sich aus der Summe aller drei Raumrichtungen ergibt:

$$\langle E_{kin} \rangle = \frac{3}{2} m \langle v_i^2 \rangle = \frac{3}{2} kT \quad (2.10)$$

Diese Beziehung erlaubt es einer bestimmten Geschwindigkeitsverteilung in einer Atomwolke eine Temperatur zuzuordnen. Auf dieser Beziehung beruht, dass bei der Manipulation der kinetischen Energie eines Ensembles von Atomen, von einem Kühl- bzw. Heizprozess gesprochen werden darf.

Die Wahrscheinlichkeit ein Atom mit einer Geschwindigkeit zwischen v und $v+dv$ an einem beliebigen Ort zu finden, ergibt sich durch Integration von Gleichung (2.8) über alle Raumrichtungen.

Jetzt lässt sich die im Folgenden wichtige charakteristische mittlere Geschwindigkeit $\langle v \rangle = \int_0^\infty F(v) v dv$ der Atome ermitteln.

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{m\pi}} \quad (2.11)$$

Im obigen Fall wird immer von einem thermischen Ensemble ausgegangen. Dies bedeutet, dass die Atome sich in einem thermischen Gleichgewicht befinden, womit es sich um eine isotrope Geschwindigkeits-, bzw. Temperaturverteilung handelt.

2.1.2. Das klassische ideale Gas in einer harmonischen Falle

Die Verteilung eines klassischen idealen Gases in einer harmonischen Falle, wird durch die Temperatur und die Fallengeometrie definiert [24].

Für eine harmonische Falle gilt:

$$n_{kl} = n_{kl0} \exp\left(-\frac{x^2}{x_0^2} - \frac{y^2}{y_0^2} - \frac{z^2}{z_0^2}\right) \quad (2.12)$$

Die zentrale und maximale Dichte ist damit:

$$n_{kl0} = N \omega_x \omega_y \omega_z \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} \quad (2.13)$$

Dabei gibt N die Anzahl der Atome in der Falle an und ω_i sind die Fallenfrequenzen in den verschiedenen Raumrichtungen. Die Ausdehnung der Atomwolke in der Falle ist dann:

$$x_0 = \frac{1}{\omega_x} \sqrt{\frac{2 k_B T}{m}} \quad (2.14)$$

2.1.3. Quantenstatistik eines idealen Gases

Bei Behandlung der klassischen Boltzmann-Statistik wurde offensichtlich, dass diese durch den Gibbsschen Korrekturfaktor erweitert werden musste, um die Realität richtig zu beschreiben.

Die ‘‘Durchnummerierung’’ von Teilchen in einem Ensemble, selbst in einem Gedankenexperiment, ist mit der Quantentheorie nicht mehr verträglich. Eine prinzipielle Unterscheidbarkeit von identischen Teilchen könnte nur durch deren Trajektorien (\vec{q}, \vec{p}) gegeben sein. Diese sind wiederum aufgrund der Unschärferelation von Heisenberg $\Delta x \Delta p \geq h$ nicht mehr voneinander zu unterscheiden. Dieses hat weitreichende Konsequenzen für die zugehörige Quantenstatistik.

Die Eigenschaft der Ununterscheidbarkeit ist eine Konsequenz der Hamilton-Funktion bezüglich der Invarianz gegenüber der Vertauschung von Teilchen, bzw. ihrer Koordinaten. Formal wird diese Permutation durch den Operator $\hat{P}_{i,k}$ beschrieben, welcher die Koordinaten \vec{r}_i und \vec{r}_k vertauscht. Die Invarianz von $\hat{P}_{i,k}$ gegenüber dem Hamilton-Operator lässt sich durch das kommutieren der beiden Operatoren darstellen:

$$\hat{H} \Psi_n(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) = E_n \Psi_n(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) \quad (2.15)$$

$$\left[\hat{H}, \hat{P}_{i,k} \right] = 0 \quad \text{für alle } i, k = 0, \dots, N \text{ mit } i \neq k \quad (2.16)$$

Der zugehörige Eigenwert λ des Permutationsoperators kann nur den Wert $\lambda = \pm 1$ annehmen, weil bei einer zweifachen Anwendung des Permutationsoperators $\hat{P}_{i,k}$ die ursprüngliche Wellenfunktion wieder entstehen muss.

$$\hat{P}_{i,k} \Psi_n(\dots, \vec{r}_i, \dots, \vec{r}_k, \dots) = \lambda^2 \Psi_n(\dots, \vec{r}_i, \dots, \vec{r}_k, \dots) = \Psi_n(\dots, \vec{r}_i, \dots, \vec{r}_k, \dots) \quad (2.17)$$

Hier manifestiert sich eine fundamentale Eigenschaft von Teilchen. Je nachdem ob eine Wellenfunktion durch eine Vertauschung der Koordinaten \vec{r}_i und \vec{r}_k entweder gleich bleibt ($\lambda = +1$) oder das Vorzeichen wechselt ($\lambda = -1$), ist sie symmetrisch bzw. antisymmetrisch. Da sich jede Wellenfunktion aus einer Linearkombination von symmetrischen und antisymmetrischen Wellenfunktionen zusammensetzen lässt, zerfällt der Hilbert-Raum in zwei orthogonale Teilräume mit den beiden verschiedenen Symmetrieeigenschaften. Den verschiedenen Funktionsräumen entsprechen in der Natur zwei Teilchensorten mit eindeutig definierten Symmetrieeigenschaften. Die Teilchen mit symmetrischen Wellenfunktionen werden nach Bose, als Bosonen und die antisymmetrischen Wellenfunktionen werden nach Fermi, als Fermionen bezeichnet. Aus der relativistischen Quantenfeldtheorie ist der Zusammenhang zwischen Symmetriecharakter und Spin der betreffenden Teilchen bekannt. Demnach besitzen Fermionen einen halbzahligen Drehimpuls und Bosonen einen ganzzahligen Drehimpuls.

Im Falle der Fermionen führt deren Antisymmetrie zu der Bedingung, dass jeder Einteilchenzustand nur maximal mit einem Teilchen besetzt werden darf $n_k = 0, 1$, das Pauli-Prinzip.

Um den Prozess der Bose-Einstein Kondensation thermodynamisch zu analysieren wird die Beschreibung durch ein großkanonisches Ensemble benutzt. Diese offenen Systeme haben sich als äußerst zweckmäßig für Phasenübergänge erwiesen, indem die Teilchenzahl in einer Phase permanenten Fluktuation unterliegen kann. Im großkanonischen Formalismus werden die thermodynamischen Systeme mit den drei unabhängigen Variablen T , V und μ beschrieben.

Bei μ handelt es sich um das chemische Potential, welches jene Energie angibt, die einem Teilchen bei Hinzufügen zu einem Ensemble mitgegeben werden muss, damit das vorhandene thermodynamische Gleichgewicht nicht verändert wird².

Bei gegebener Symmetrie ist ein Quantenzustand vollständig beschrieben durch den Satz der Besetzungszahlen $\{n_k\}$ der Einteilchenzustände Φ_k mit den Eigenwerten ϵ_k . Für die Gesamtteilchenzahl und Gesamtenergie gelten dann die Randbedingungen:

$$E = \sum_k n_k \epsilon_k \quad \text{und} \quad N = \sum_k n_k \quad (2.18)$$

Die Wahrscheinlichkeit $p_{\{n_k\}}$ ein Ensemble von Atomen in der Konfiguration $\{n_k\}$ zu finden, wird bestimmt durch die Anzahl der Mikrozustände k . Dabei müssen die Randbedingungen für die Energie und Teilchenanzahl erfüllt werden.

$$p_{\{n_k\}} = \frac{1}{\mathcal{Z}(\mathcal{T}, \mathcal{V}, \mu)} e^{-\beta \sum_{k=1}^{\infty} n_k (\epsilon_k - \mu)} \quad \beta = \frac{1}{kT} \quad (2.19)$$

²Dies ist nicht zu verwechseln mit einer Wechselwirkungsenergie, welche hier nicht beachtet wird (Ideales Gas)

Die großkanonische Zustandssumme \mathcal{Z} ist Summe über alle möglichen Konfigurationen $\{n_k\}$ des Systems, inkl. aller möglichen Energien und Teilchenzahlen, und damit der Normierungsfaktor.

$$\mathcal{Z}(T, V, \mu) = \sum_{\{n_k\}} e^{-\beta \sum_{k=0}^{\infty} n_k (\epsilon_k - \mu)} = \sum_{N=0}^{\infty} z^N Z(T, V, N) \quad (2.20)$$

Die Zustandssumme kann auch als Summe über alle gewichten kanonischen Unterzustände interpretiert werden. Der Gewichtungsfaktor ist dabei die N-te Potenz der so genannten Fugazität $z = e^{\beta\mu}$.

Um die wahrscheinlichste Besetzungsverteilung $\langle n_k \rangle$ bestimmen zu können, muss \mathcal{Z} berechnet werden und wird dazu in anderer Form dargestellt.

$$\mathcal{Z}(T, V, \mu) = \sum_{\{n_k\}} \prod_{k=0}^{\infty} e^{-\beta n_k (\epsilon_k - \mu)} = \prod_{k=0}^{\infty} \sum_{n_k} e^{-\beta n_k (\epsilon_k - \mu)} \quad (2.21)$$

Jetzt ist es möglich die verschiedenen Symmetrien der N-Teilchenwellenfunktion in die Zustandssumme einfließen zu lassen. Für die Fermionen können die Besetzungszahlen $n_k = 0, 1$ sein und für die Bosonen $n_k = 0, 1, 2, \dots, \infty$.

$$\mathcal{Z}_{Fermi} = \prod_{k=0}^{\infty} (1 + e^{-\beta n_k (\epsilon_k - \mu)}) \quad (2.22)$$

$$\mathcal{Z}_{Bose} = \prod_{k=0}^{\infty} \frac{1}{1 - e^{-\beta n_k (\epsilon_k - \mu)}} \quad (2.23)$$

$$(2.24)$$

Um die Zustandssumme für die Bosonen aus Gl. (2.21) zu erhalten, muss die geometrische Reihe zum Konvergieren angewendet werden.

Die entsprechende Zustandssumme für die Maxwell-Boltzmann Statistik ergibt sich aus Gl. (2.21), unter Berücksichtigung des Gibbsschen Korrekturfaktors $1/n_k!$.

$$\mathcal{Z}_{Klass} = \prod_{k=0}^{\infty} \sum_{n_k=0}^{\infty} \frac{1}{n_k!} (e^{-\beta(\epsilon_k - \mu)})^{n_k} = \prod_{k=0}^{\infty} \exp(\exp(-\beta(\epsilon_k - \mu))) \quad (2.25)$$

Weil die vorliegenden Zustandssummen, je nach verwendeter Symmetrie den Gleichgewichtszustand des Systems vollständig beschreiben, ist damit die Wahrscheinlichkeit $\langle n_k \rangle = \sum_{\{n_k\}} p(\{n_k\}) n_k$ das ein Einteilchenzustand besetzt ist, gegeben durch die mittlere Besetzung, d.h. durch die Observable $\langle n_k \rangle$:

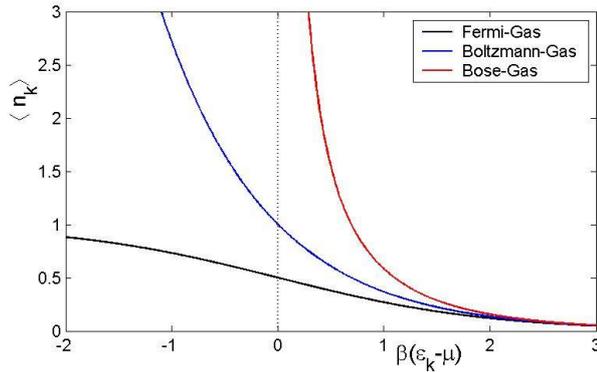


Abbildung 2.1.: Unterschiedliches Verhalten der mittleren Besetzungszahlen von Einteilchenzuständen für klassische und Quantenstatistiken

$$\langle n_k \rangle_{Fermi} = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_k - \mu)} + 1} \quad (2.26)$$

$$\langle n_k \rangle_{Bose} = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_k - \mu)} - 1} \quad (2.27)$$

$$\langle n_k \rangle_{Klass} = e^{\beta(\epsilon_k - \mu)} \quad (2.28)$$

In Abbildung 2.1 sind die mittleren Besetzungszahlen für die verschiedenen Statistiken aufgetragen. Für hohe thermische Energien konvergieren die beiden Quantenstatistiken gegen die klassische Maxwell-Boltzmann-Statistik. Bei der Betrachtung des Limes $T \rightarrow 0$ ist zu beachten, dass das chemische Potential von der Temperatur, der Teilchenzahl und dem Volumen abhängt.

Da es sich in realen Systemen immer um eine endliche Anzahl von Teilchen handelt, ist auch die Besetzungswahrscheinlichkeit eines Zustands endlich, $N_k \leq N$. Damit ist auch $e^{-\beta(\epsilon_k - \mu)} > 1$, was wiederum bedeutet, dass das chemische Potential immer kleiner als die Energie des niedrigsten Einteilchenzustands ϵ_1 ist. Für den Fall das $\epsilon_1 = 0$ folgt das $\mu < 0$ und $0 \leq z \leq 1$ ist. Ein negatives chemisches Potential bedeutet, dass die Bosonen beim Hinzufügen zu einem Ensemble ein attraktives Potential erfahren.

$$N(T, V, z) = \sum_{k=0}^{\infty} \langle n_k \rangle = \frac{z}{1-z} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{z^{-1} e^{\beta \epsilon_k} - 1} \quad (2.30)$$

$$= \frac{z}{1-z} + \frac{1}{h^3} \int_0^{\infty} \frac{1}{z^{-1} e^{\beta \epsilon_k} - 1} d^3 q d^3 p \quad (2.31)$$

$$= \frac{z}{1-z} + \frac{1}{h^3} \int_0^{\infty} \frac{1}{z^{-1} e^{\beta \epsilon} - 1} d^3 q d^3 p \quad (2.32)$$

$$= \frac{z}{1-z} + \frac{2\pi V}{h^3} (2m)^{3/2} \int_0^{\infty} \frac{\epsilon^{1/2}}{z^{-1} e^{\beta \epsilon} - 1} d\epsilon \quad (2.33)$$

$$= \frac{z}{1-z} + \frac{2\pi V}{h^3} (2m)^{3/2} \int_0^{\infty} \frac{\epsilon^{1/2}}{z^{-1} e^{\beta \epsilon} - 1} d\epsilon \quad (2.34)$$

Hier wurde für große Volumina der Übergang von der Summe der Einteilchenzustände ins Kontinuum vollzogen. Die Summe wird durch ein Integral über den gesamten Phasenraum ersetzt.

$$\sum_{k=0}^{\infty} = \frac{1}{h^3} \int_0^{\infty} d^3q d^3p = \frac{V}{h^3} \int_0^{\infty} d^3p = \frac{4\pi V}{h^3} \int_0^{\infty} p^2 dp = \frac{4\pi V (2m)^{3/2}}{h^3} \int_0^{\infty} \epsilon^{1/2} d\epsilon \quad (2.35)$$

Beim letzten Schritt wurde die Beziehung $\epsilon = \hbar^2 \vec{p}^2 / 2m$ ausgenutzt.

Zwei Punkte zu den Gleichungen in (2.35) sollten hier besondere Erwähnung finden:

- Der Term $\rho(\epsilon) = \frac{4\pi V (2m)^{3/2}}{h^3} \epsilon^{1/2}$ wird auch als die Dichte der Zustände im Energie-raum interpretiert. In der statistischen Mechanik wird immer implizit angenommen, dass die Teilchen sich in einem abgeschlossenen Kasten bewegen, welcher durch ein Kastenpotential mit unendlich steilen Wänden beschrieben wird. Daher wird diese Zustandsdichte $\rho(\epsilon) \propto \epsilon^{1/2}$ auch als die eines Kastenpotentials bezeichnet.
- Der energetisch niedrigste Zustand, auch Grundzustand genannt, wurde aus der Integration in Gleichung (2.34) herausgenommen und extra betrachtet. Dies erklärt sich aus der Tatsache das die Approximation durch das Integral für den Zustand $k = 0$ ($\epsilon_0 = 0$) fehlerhaft ist. Die energetische Zustandsdichte $g(\epsilon) \propto \epsilon^{1/2}$ würde diesen Zustand komplett vernachlässigen ($\rho(0) = 0$), d.h. die Anzahl der Teilchen im Zustand ϵ_0 würden nicht mitgezählt. Doch gerade die Besetzung des Grundzustand in der Bose-Statistik ist von besonderer Bedeutung.

Der erste Summand in Gleichung (2.34) gibt die Anzahl der Teilchen im Grundzustand ($k = 0$) an. Die besondere Betrachtung von $N_0 = z/(1 - z)$ rechtfertigt sich dadurch, da die Anzahl der möglichen Teilchen im Grundzustand für $z \rightarrow 1$ nicht begrenzt ist und damit nicht vernachlässigbar.

Um den zweiten Term in Gleichung (2.34) genauer zu betrachten, wird dieser auf ein Standardintegral zurückgeführt, die Funktion $g_{3/2}(z)$:

$$g_n(z) = \frac{1}{\Gamma(n)} \int_0^{\infty} \frac{x^{n-1}}{z^{-1}e^x - 1} dx, \quad \text{mit } x = \beta\epsilon, \quad 0 \leq z \leq 1, \quad n \in \mathbb{R} \quad (2.36)$$

mit $\Gamma(n)$ als Gammafunktion. Damit vereinfacht sich Gleichung (2.34) zu:

$$N(T, V, z) = N_0(z) + \frac{V}{\lambda_{dB}^3} g_{3/2}(z) \quad (2.37)$$

Die Funktion $g_{3/2}(z)$ steigt monoton an, von 0 nach 2.612 für Werte von $z = e^{\mu/kT}$ zwischen 0 und 1. Alle Funktionen $g_n(z)$ beginnen im Ursprung mit der Steigung eins und gehen für

$n > 1$ und $z \rightarrow 1$ ($\mu \rightarrow 0$) gegen einen endlichen Wert. Für eine endliche Anzahl von Atome N kann aus der Gleichung (2.37) das chemische Potential $\mu < 0$ bestimmt werden.

Aus Gleichung (2.37) ist ersichtlich, dass die Anzahl der Atome in angeregten Zuständen N_ϵ fast immer dominiert und die Anzahl der Atome im Grundzustand vernachlässigt werden kann. Ausgenommen ist der Fall das z sehr nahe an den Wert 1 kommt. Maximal kann N_ϵ aber nur einen endlichen Wert annehmen:

$$N_\epsilon^{max} = g_{3/2}(1) \frac{V}{\lambda_{dB}} \propto V T^{3/2} \quad (2.38)$$

Für das Gesamtsystem ist es energetisch günstiger den Überschuss an Teilchen im Grundzustand zu sammeln.

$$N_0 = N - N_\epsilon^{max} = N - g_{3/2}(1) V/\lambda_{dB} \quad (2.39)$$

Dieser Prozess, bei der die Besetzung des Grundzustands einen nicht mehr zu vernachlässigenden Wert annimmt, wird als Bose-Einstein Kondensation (BEC) bezeichnet. Die Kondensation beginnt genau dann, wenn:

$$\frac{N}{V} \lambda_{dB}^3 = n \lambda_{dB}^3 = g_{3/2}(1) = 2.612... \quad (2.40)$$

n gibt die räumliche Teilchendichte und $n \lambda_{dB}^3$ die Phasenraumdichte an.

Bei hohen Temperaturen und kleinen Dichten besitzt das System genügend Energie um (fast) alle Teilchen in die Zustände $\epsilon_k > 0$ anzuregen. Wird dagegen die Temperatur sehr klein oder die Dichte genügend groß, bevorzugen bosonische Teilchen den energetischen Grundzustand des Systems.

Aus Gleichung (2.40) lässt sich die kritische Temperatur T_C finden, bei welcher der Prozess der Kondensation einsetzt.

$$k_B T_C = \frac{h^2 n^{2/3}}{2\pi m (g_{3/2}(1))^{2/3}} \quad (2.41)$$

Ist die Temperatur kleiner als die kritische Temperatur T_C , ist das Ensemble erst teilweise kondensiert und die relativen Besetzungen verhalten sich wie:

$$\frac{N_\epsilon}{N} = \left(\frac{T}{T_C} \right)^{3/2} \quad (2.42)$$

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_C} \right)^{3/2} \quad (2.43)$$

2.1.4. Die Bose-Einstein Kondensation in einem externen Potential

In dem vorhergehenden Kapitel wurde bei der prinzipiellen Beschreibung der Bose-Kondensation als einschließendes Behältnis ein Kastenpotential mit unendlichen hohen und steilen Potentialwänden angenommen. Wenn ein reales Potential verwendet wird, werden einige Eigenschaften des Kondensats modifiziert. Deshalb sollen im Folgenden das Verhalten der wesentlichen Parameter eines Kondensats in einer allgemeinen Fallengeometrie dargestellt werden.

Allgemein lassen sich Potentiale als “power law traps” darstellen, welche erlauben das auch Fallen mit einem anisotropen Verhalten sich mit einem Parameter ξ beschreiben lassen [25].

$$U(x, y, z) = \varepsilon_1 \left| \frac{x}{r_1} \right|^{s_1} + \varepsilon_2 \left| \frac{y}{r_2} \right|^{s_2} + \varepsilon_3 \left| \frac{z}{r_3} \right|^{s_3} \quad (2.44)$$

$$\xi = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_3} \quad (2.45)$$

Für die beiden wichtigsten Fallengeometrien, die lineare Quadrupolfalle und die so genannte Ioffe-Pritchard-Falle, beträgt $\xi = 3$, bzw. $\xi = \frac{3}{2}$.

Alle wichtigen Parameter eines idealen Gases von Bosonen lassen sich mit Hilfe der Zustandsdichte bestimmen, welche gegeben ist durch:

$$\rho(\epsilon) = \frac{2\pi(2m)^{3/2}}{h^3} \int_{V(\epsilon)} \sqrt{\epsilon - V(\vec{r})} d\vec{r} \propto \frac{r_1 r_2 r_3}{\epsilon_1^{1/s_1} \epsilon_2^{1/s_2} \epsilon_3^{1/s_3}} \cdot \epsilon^{\frac{1}{2} + \xi} \quad (2.46)$$

Die Gesamtanzahl der Atome setzt sich aus kondensierten und thermischen Atomen zusammen mit der entsprechenden Energie:

$$N = N_0 + \int_0^\infty n_\epsilon \rho(\epsilon) d\epsilon \quad \text{mit} \quad n_\epsilon = \frac{1}{e^{-\beta(\epsilon_k - \mu)} + 1} \quad (2.47)$$

$$E(T) = \int_0^\infty \epsilon n_\epsilon \rho(\epsilon) d\epsilon \quad (2.48)$$

Durch Verwendung von Gl. (2.46) in Gl. (2.47) mit der Randbedingung die Anzahl der Atome ist im Grundzustand $N_0 = 0$ und das chemische Potential $\mu_0 = 0$, lässt sich die kritische Temperatur oder Sprungtemperatur bestimmen:

$$k_B T_C = \left(\frac{h^3}{2\pi(2m)^{\frac{3}{2}}} \frac{N}{r_1 r_2 r_3} \frac{\epsilon_1^{1/s_1} \epsilon_2^{1/s_2} \epsilon_3^{1/s_3}}{C(s_1, s_2, s_3)} \right)^{\frac{1}{\xi + \frac{3}{2}}} \quad (2.49)$$

Die Konstante $C(s_1, s_2, s_3)$ ergibt sich aus dem Fallenverhalten³ gegeben durch die Werte s_1 , s_2 und s_3 . Für ein Kastenpotential ist $C(\infty, \infty, \infty) = g_{\frac{3}{2}}(1) = 2.612$ und für einen rein

3

$$C(s_1, s_2, s_3) = \int_{-1}^{+1} (1 - X^{s_1})^{\frac{1}{2} + \frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_3}} dX \cdot \int_{-1}^{+1} (1 - X^{s_2})^{\frac{1}{2} + \frac{1}{s_3}} dX \cdot \int_{-1}^{+1} (1 - X^{s_3})^{\frac{1}{2}} dX \cdot \int_0^\infty \frac{\theta^{\xi + \frac{1}{2}}}{\exp(\theta) - 1} d\theta$$

harmonischen Einschluss der Atome ist $C(2, 2, 2) = 1.202$. Bei Temperaturen unterhalb der Sprungtemperatur T_C kann mit Gl. (2.49) und Gl. (2.47) der kondensierte Anteil der Atome bestimmt werden:

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_C} \right)^{\xi + \frac{3}{2}} \quad (2.50)$$

Ideale Bose Gase in anisotropen harmonischen Fallen

Die wichtigsten und flexibelsten Fallen zum Fangen und Speichern von ultra-kalten Atomwolken, stellen Magnetfallen dar (siehe 4). Verschwindet das minimale Magnetfeld in einer Magnetfalle, entstehen Fallenvverluste aufgrund von Majorana-Spin-Flips. Dies gilt insbesondere bei sehr hohen Atomdichten. Daher werden zur Bose-Einstein Kondensation immer Magnetfallen eingesetzt, welche ein Magnetfeld $B_{min} > 0$ besitzen. Das führt wiederum dazu, dass sich die Falle auf der wesentlichen Energieskala des Kondensats (\approx chemisches Potential μ) harmonisch verhält. Wird eine endliche Fallentiefe benötigt, ist dies automatisch mit einer Anisotropie im räumlichen Verhalten der Falle verbunden [26].

Anhand der allgemeinen Darstellung von Atomfallen ("power law traps"), kann auch eine rein harmonische Falle beschrieben werden mit:

$$V_{ext} = \frac{m}{2} (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \quad (2.51)$$

Eine harmonische Falle hat den zusätzlichen Vorteil, dass die Freiheitsgrade der Bewegung entkoppelt sind, d.h. das Verhalten von Atomen in einer harmonischen Falle wird durch die drei Fallenfrequenzen ω_i vollkommen beschrieben.

Damit ergeben sich aus Kapitel 2.1.4 die Sprungtemperatur und der Anteil der kondensierten Atome in dem Ensemble von Atomen.

$$k_B T_C = \hbar \omega_1^{\frac{1}{3}} \omega_2^{\frac{1}{3}} \omega_3^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{N^{\frac{1}{3}}}{g_3(1)} \approx 0.94 \hbar \omega_{ho} N^{1/3} \quad (2.52)$$

Die Sprungtemperatur für den Übergang von der thermischen Atomwolke zum Bose-Kondensat erhöht sich mit den Fallenfrequenzen und der Anzahl der Atome. Der Term N/abc in dem allgemeinen Ausdruck für T_C (Gl.(2.49)) ist proportional zu der Atomdichte n und damit in harmonischen Fallen $T_C \propto n^{1/3}$.

$$\frac{N}{N_0} = 1 - \left(\frac{T}{T_C} \right)^3 \quad (2.53)$$

Die Eigenfunktionen und Eigenwerte der entsprechenden Hamiltonfunktion sind bekannt und bei mehreren Teilchen ist es die Summe der Einzelteilchen-Hamiltonfunktion. Die theoretische Temperatur T_C kann mit Hilfe von Gleichung (2.52) abgeschätzt werden.

$$E_{n_x, n_y, n_z} = \left(n_x + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_x + \left(n_y + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_y + \left(n_z + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_z \quad (2.54)$$

Die kondensierten Atome befinden sich in dem Grundzustand mit $n_x = n_y = n_z = 0$. Dieser ist durch das Produkt von Einzelteilchen-Eigenfunktionen gegeben mit $\phi(\vec{r}) = \prod_i \varphi_0(\vec{r}_i)$.

$$\phi(\vec{r}) = \sqrt{N} \left(\frac{m\omega_{ho}}{\pi\hbar} \right)^{\frac{3}{4}} \exp \left[-\frac{1}{2} (a_x^2 x^2 + a_y^2 y^2 + a_z^2 z^2) \right] \quad (2.55)$$

Hier werden zwei für die Charakterisierung eines Bose-Einstein Kondensats wichtige Parameter eingeführt, die Größe des Grundzustands eines harmonischen Oszillators und das geometrische Mittel der Fallenfrequenzen:

$$a_i = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_i}} \quad \omega_{ho} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{\frac{1}{3}} \quad (2.56)$$

In konventionellen Kondensat-Experimenten, inklusive dem vorliegenden, ist ω_{ho} in der Größenordnung von $2\pi 200$ Hz. Damit beträgt die Ausdehnung des Grundzustands $a_{ho} \approx 1\mu m$. Bei endlich kleinen Temperaturen ist nur ein Teil der Atome in den Grundzustand kondensiert. Daher ist es sinnvoll auch die Ausdehnung der thermischen Atome zu betrachten. Unter der Annahme das $k_B T \gg \hbar\omega_{ho}$ darf das Ensemble von Atomen durch eine klassische Boltzmann-Verteilung beschrieben werden. Mit dem externen harmonischen Potential $V_{ext} = \frac{1}{2} m\omega_{ho}^2 r^2$ ergibt sich dann eine Gaußverteilung mit entsprechender Breite.

$$n_T(r) \propto \exp \left(-\frac{r^2}{2R_T^2} \right) \quad R_T = a_{ho} \left(\frac{k_B T}{\hbar\omega_{ho}} \right) \quad (2.57)$$

Hier zeigt sich ein typisches Charakteristikum der Bose-Einstein Kondensation. Mit kleiner werdenden Temperaturen kondensiert ein immer größerer Teil der Atome in ein räumliches Volumen, welches wesentlich kleiner ist, als das der entsprechenden klassischen Verteilung. Dieser scharfe Anstieg in der zentralen Dichteverteilung der Atome ist die wesentliche Signatur der Bose-Einstein Kondensation, welche sich sowohl im Orts- als auch im Impulsraum beobachten lässt. Die Impulsverteilung des Kondensats ist als Fouriertransformation wieder eine Gaußverteilung mit einer Breite proportional zu a_{ho}^{-1} . Im Gegensatz dazu ist die Breite des thermischen Ensembles $\sqrt{k_B T}$.

Die Art des Einschlusses der Atome durch eine Falle äußert sich in der Verteilung der Atomdichte im Kondensat. Erfolgt die Kondensation in einem gleichverteilten Gas in einem Kastenpotential kann die Kondensation nicht beobachtet werden. Die Atome im Grundzustand und jene in den angeregten Zuständen teilen sich das identische Raumvolumen. Die erfolgte Kondensation könnte erst nach Ausschalten des Kastenpotentials beobachtet werden, weil die kondensierten Atome keinen Impuls besitzen.

Die magnetischen Fallen in den Experimenten sind harmonisch und besitzen meist eine starke Anisotropie. Zwei Fallenfrequenzen sind sich in der Größe sehr ähnlich mit ($\omega_{\perp} = \omega_x = \omega_y$), die Dritte unterscheidet sich davon meist um eine oder zwei Größenordnungen.

Die zugehörige Funktion des Grundzustands lässt sich dann vereinfachen in die Form:

$$\varphi_0(\vec{r}) = \left(\frac{\lambda}{\pi^3 a_{\perp}^6} \right)^{\frac{1}{4}} \exp \left[-\frac{r_{\perp} + \lambda z^2}{2 a_{\perp}^2} \right] \quad \text{mit } r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (2.58)$$

Der Parameter $\lambda = \omega_z/\omega_{\perp}$ erlaubt die Quantifizierung der Anisotropie der (magnetischen) Falle.

Die zugehörige Impulsverteilung ergibt sich wiederum durch die Fouriertransformation der Ortsverteilung (Dichteverteilung)

$$\tilde{\varphi}_0(\vec{r}) \propto \left[\frac{a_{\perp}^2 (p_{\perp}^2 + p_z^2/\lambda)}{2\hbar^2} \right] \quad \text{mit } \sqrt{\frac{\langle p_z^2 \rangle}{\langle p_{\perp}^2 \rangle}} = \sqrt{\lambda} \quad (2.59)$$

Interessant ist, dass die asymptotische räumliche Ausdehnung nach einer freien Expansion durch das Verhältnis der Fallenfrequenzen bestimmt wird. Ist $\sqrt{\lambda} > 1$ entwickelt sich das Kondensat in der freien Expansion zu einer "Zigarre" und im Falle $\sqrt{\lambda} < 1$, zu einer Dichteverteilung in Form von einer Scheibe. Dies ist sicherlich einer der anschaulichsten Darstellungen der Wirkungsweise der Heisenbergschen Unschärferelation. Je stärker der Einschluss in einer Dimension, desto stärker ist die Ausdehnung nach Abschalten der Falle.

Im Gegensatz dazu würde ein thermisches Ensemble von Atomen aufgrund des Äquipartitions-Theorems isotrop expandieren und zu einem Achsenverhältnis von 1 gelangen.

Die ersten Experimente zeigten aber, dass das asymptotische Verhältnis der Achse (aspect ratio) wesentlich größer ist, als durch $\sqrt{\lambda}$ nach idealen Gas Modell vorhergesagt wurde. Grund dafür ist die vernachlässigte Atom-Atom Wechselwirkung im Kondensat.

2.2. Die Bose-Einstein-Kondensation wechselwirkender Bosonen

Die prinzipiellen Eigenschaften von Bose-Einstein Kondensaten eines idealen Gases in einer Falle können aus der Art des Einschlusses hergeleitet werden. Es wird sich aber zeigen, dass die dort vernachlässigte atomare Wechselwirkung das statische und dynamische Verhalten teilweise dramatisch beeinflusst. Das Verhalten von einem Vielteilchensystem von N Bosonen in einem externen Potential V_{ext} unter Berücksichtigung einer binären Wechselwirkung mit Hilfe der Hamiltonfunktion zu studieren, ist nur bis zu einer begrenzten Anzahl von Teilchen möglich ($\sim 10^4$). Ein üblicher Ansatz für ein System von wechselwirkenden Teilchen ist eine mean-field Theorie (Molekularfeldnäherung). Diese erlaubt es nicht nur Systeme mit sehr vielen Teilchen zu beschreiben, sondern auch einzelnen Termen eine physikalische Bedeutung zuzuordnen und statische, dynamische und thermodynamische Eigenschaften des Systems herzuleiten.

2.2.1. Die Gross-Pitaevskii Gleichung

Diese Gleichung wurde von Gross und Pitaevskii unabhängig voneinander in den 60er Jahren hergeleitet. Voraussetzung für ihre Gültigkeit ist, dass es sich um ein verdünntes Gas handelt, d.h. der mittlere Abstand der Atome ist wesentlich größer als der s-Wellenstreuquerschnitt. Zusätzlich muss die Anzahl der Atome im Ensemble viel größer als 1 sein, oder auch $\bar{n}|a|^3 \ll 1$ mit \bar{n} als der mittleren Dichte des Gases und $|a|^3$ als Streuvolumen. Nicht berücksichtigt wird in der Gross-Pitaevskii Gleichung der Effekt der 'quantum depletion', der Anteil von Atomen (etwa 1% in den heutigen Experimenten) welcher sich, aufgrund von Korrelationseffekten, nicht im Grundzustand befindet [27].

Die zugehörige Wellenfunktion des Systems $\hat{\Psi}$ kann durch jene des kondensierten Anteils Φ und einer kleinen Störung durch nicht kondensierte Atome $\hat{\Psi}'$ approximiert werden.

$$\hat{\Psi}(\vec{r}, t) = \Phi(\vec{r}, t) + \hat{\Psi}'(\vec{r}, t) \quad (2.60)$$

Die Funktion $\Phi(\vec{r}, t)$ wird oft als die Wellenfunktion des Kondensats bezeichnet und beschreibt die Verteilung der Dichte der Atome im Kondensat, mit $n_0(\vec{r}, t) = |\Phi(\vec{r}, t)|^2$.

Um die Wellenfunktion des Kondensats Φ zu erhalten, wird die zeitliche Entwicklung von $\hat{\Psi}$ mit Hilfe der Heisenberg Gleichung und der Vielteilchen Hamilton-Funktion bestimmt.

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \hat{\Psi}(\vec{r}, t) = [\hat{\Psi}, \hat{H}] \quad (2.61)$$

$$= \left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_{ext}(\vec{r}) + \int d\vec{r}' \hat{\Psi}^\dagger(\vec{r}', t) V(\vec{r}' - \vec{r}) \hat{\Psi}(\vec{r}', t) \right] \hat{\Psi}(\vec{r}, t) \quad (2.62)$$

Das Potential $V(\vec{r}' - \vec{r})$ zwischen zwei Atomen wird stark vereinfacht durch die Annahme, dass aufgrund der niedrigen Energien nur eine s-Wellenstreuung stattfindet, und nur Zwei-Körper-Stöße mit $V(\vec{r}' - \vec{r}) = g \delta(\vec{r}' - \vec{r})$ in einem stark verdünnten Gas beachtet werden. Interessant ist hier, dass die genaue Form der Wechselwirkung zwischen zwei Atomen vernachlässigt werden kann und trotzdem die Wechselwirkung der Atome in dem Ensemble gut beschrieben wird.

Die zeitabhängige Gross-Pitaevskii Gleichung ergibt sich dann durch das Ersetzen des Operators $\hat{\Psi}$ durch die komplexe Funktion Φ in der Heisenberg Gleichung. Dies bedeutet nichts anderes, als dass der Anteil der nicht kondensierten Atome gleich null ist, welches wiederum nur am absoluten Nullpunkt gültig ist.

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Phi(\vec{r}, t) = \left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_{ext}(\vec{r}) + g |\Phi(\vec{r}, t)|^2 \right] \Phi(\vec{r}, t) \quad (2.63)$$

$$\text{mit : } g = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} \quad V(\vec{r}' - \vec{r}) = g \delta(\vec{r}' - \vec{r}) \quad (2.64)$$

Durch den Term $g |\Phi(\vec{r}, t)|^2 = g n(\vec{r}, t)$ wird die Wechselwirkung der Atome miteinander quantifiziert, wobei g die Kopplungskonstante ist.

Im Rahmen der Mean-Field Theorie kann die Kondensatfunktion durch $\Phi(\vec{r}, t) = \phi \exp(-i\mu t/\hbar)$ angegeben werden, mit dem chemischen Potential μ und der reellen, auf die Atomanzahl normierten Funktion ϕ .

Weil die meisten Kondensate nach einer freien Expansion beobachtet werden, entfällt der entsprechende Potentialterm in Gleichung (2.63). Nur das Verhältnis der übrigen Terme ist damit von Bedeutung. Die Energie des Ensembles von Atomen durch die Atom-Atom Wechselwirkung lässt sich approximieren durch $g N \bar{n} \approx g N N/a_{ho}^3$, kurz $E_{int} = N^2|a|/a^3$. Die kinetische Energie ist gegeben mit $E_{kin} = N \hbar\omega$.

$$\frac{E_{int}}{E_{kin}} \propto \frac{N|a|}{a_{ho}} \quad (2.65)$$

Es zeigt sich, dass auch schon bei kleinen Kondensaten der Wechselwirkungsterm absolut dominiert und die kinetische Energie nur eine kleine Korrektur darstellt. Meistens ist dieses Verhältnis in der Größe $10^3 - 10^4$. Dies veranschaulicht die Bedeutung der Wechselwirkung, sprich die Größe des Streuquerschnitts a . In fast allen bisher verwirklichten Bose-Kondensaten ist $N|a|/a_{ho} \gg 1$. Daher ist die Verwendung des Ausdrucks 'schwach wechselwirkende Gase' für 'stark verdünnte Gase' missverständlich.

Wird der kinetische Term vernachlässigt, führt dies zu der Thomas-Fermi Näherung.

Durch Einsetzen in die Gleichung (2.63) folgt die stationäre Gross-Pitaevskii Gleichung:

$$\left(\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V(\vec{r})_{ext} + g\phi^2(\vec{r}) \right) \phi(\vec{r}) = \mu \phi(\vec{r}) \quad (2.66)$$

Hier handelt es sich aufgrund der Wechselwirkung $g\phi^2$ um eine nichtlineare Schrödingergleichung. Fehlt diese Wechselwirkung ($g = 0$) bleibt die einfache Schrödingergleichung eines einzelnen Teilchens. Die Grundzustandslösung ist die eines nichtwechselwirkenden Teilchens in einer harmonischen Falle (Gaußfunktion) mit dem Normierungsfaktor \sqrt{N} :

Sehr aussagekräftig ist die Gesamtenergie (mean energy) des Bose-Einstein Kondensats für eine bestimmte Dichteverteilung:

$$E(n) = \int d\vec{r} \left[\frac{\hbar^2 |\nabla \sqrt{b}|^2}{2m} + nV_{ext} + \frac{g}{2} n^2 \right] \quad (2.67)$$

$$= E_{kin} + E_{ho} + E_{int} \quad (2.68)$$

Der erste Term E_{kin} wird als Quanten-Druck (quantum pressure) bezeichnet, weil dieser durch das Heisenbergsche Unschärfe-Prinzip verursacht wird. In einem Kastenpotential würde dieser Term verschwinden. Der zweite und letzte Term geben jeweils die potentielle Energie und die Energie aufgrund der Wechselwirkung an.

Durch Abschalten der (magnetischen) Falle, werden der Quanten-Druck E_{kin} und die Wechselwirkungsenergie E_{int} komplett in Bewegungsenergie umgewandelt und das Kondensat dehnt sich aus. Aufgrund des Wechselwirkungsterms E_{int} hängt diese freiwerdende Bewegungsenergie sehr stark von der Teilchenzahl ab. Bei fehlender Wechselwirkung würde diese Energie $(1 + \lambda/2)/2\hbar\omega_{ho}$ pro Teilchen betragen.

In Abwesenheit des einschließenden Potentials wird ein Bose-Kondensat durch die konkurrierenden Terme, kinetische Energie und Wechselwirkungsenergie der Gross-Pitaevskii Gleichung bestimmt. Dadurch ist es möglich eine typische Längeneinheit zu definieren, die so genannte "healing length" ξ :

$$\xi = \sqrt{\frac{1}{8\pi na}} \quad (2.69)$$

In einem Kastenpotential würde die Wellenfunktion über eine Distanz, von der Größe der "healing length", von Null an der Wand zu einem konstanten Wert innerhalb des Potentials ansteigen.

Allgemein betrachtet gibt die "healing length" jene Distanz an welche die Kondensatwellenfunktion benötigt, um nach einer Störung wieder den vollen Wert zu erreichen.

Im Falle eines idealen Gases im einem unendlich hohen Kastenpotential der Länge L, würde die Dichteverteilung des Kondensats mit $\sin(\pi z/L)$ sich ändern, und damit sehr sensibel auf Änderungen von L reagieren.

Die Gross-Pitaevskii Gleichung hat sich im Rahmen der Mean-field Theorie als äußerst erfolgreich erwiesen. Alle Vorhersagen für Bose-Einstein Kondensate konnten in den Experimenten bestätigt werden [28, 27].

2.2.2. Die Thomas-Fermi Näherung

Sofort nach der ersten Realisierung eines Bose-Einstein Kondensats wurde offensichtlich, dass die klassische Beschreibung eines Bose-Gases durch das Modell von einem idealen Gas für reale Bose-Kondensate nicht möglich war. Eine der offensichtlichen Diskrepanzen war die Darstellung des Kondensats im Ortsraum. Anders als erwartet wurde nicht eine Gaußverteilung (Gl.(2.55)), sondern eine parabelförmige Verteilung der Atomdichte beobachtet.

Obwohl es sich bei einem Bose-Kondensat um ein stark verdünntes Gas mit $\bar{n}a^3 \ll 1$ handelt, hat die Wechselwirkung zwischen Atomen dramatische Folgen für die statischen und dynamischen Eigenschaften eines Kondensats.

Insbesondere wenn die Anzahl N der Atome einen gewissen Wert übersteigt, dominiert in dem Bose-Einstein Kondensat der Term für die Wechselwirkungsenergie in der Gross-Pitaevskii Gleichung (2.63), d.h. $N|a|/a_{ho} \gg 1$. In diesem Fall vereinfacht sich die Gross-Pitaevskii Gleichung sehr und es können die wichtigsten Eigenschaften des Kondensats hergeleitet werden (siehe auch [29, 27]). Aus Gleichung (2.63) wird dann:

$$V(\vec{r})_{ext} + g\phi^2(\vec{r}) = \mu \quad (2.70)$$

$$\Rightarrow \quad n(r) = \frac{\mu - V(\vec{r})_{ext}}{g} \quad (2.71)$$

Diese Vereinfachung wird, in Anlehnung an die Atomphysik⁴ als Thomas-Fermi-Approximation bezeichnet.

Damit ergeben sich elementare Eigenschaften des Kondensats, insbesondere die Beschreibung der direkten Beobachtungen im Experiment. Die Ausdehnung des Kondensats in der magnetischen Falle ergibt sich aus der Bedingung $V(\vec{r}) = \mu$ und hat die Form einer invertierten Parabel ($\propto -V(\vec{r})$):

$$R_i^2 = \frac{2\mu}{m\omega_i^2} \quad (2.72)$$

Unter Voraussetzung der Normierung von $\phi^2(\vec{r})$ ergibt sich das chemische Potential in Abhängigkeit von den Fallenparametern und der Anzahl der Atome N.

$$\mu = \frac{\hbar\omega_{ho}}{2} \left(\frac{15Na}{a_{ho}} \right)^{\frac{2}{5}} \quad \text{mit} \quad \mu = \frac{n(0)}{g} \quad (2.73)$$

$$\text{und} \quad R = a_{ho} \left(\frac{15Na}{a_{ho}} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (2.74)$$

Hier ist deutlich der Effekt der Wechselwirkung, vertreten durch den Streuquerschnitt a , auf die Dichteverteilung des Kondensats zu sehen. Die Wechselwirkung “presst” das Kondensat in das einschließende Potential, welches damit in die Dichteverteilung der Atome abgebildet wird. Die Dimension des Kondensats wird dann nicht mehr alleine von der Größe des Grundzustands beschrieben, sondern auch von dem Term Na/a_{ho} , welcher ein Maß für die Wechselwirkung ist (2.72). Die realistischen Abmessungen R sind in den meisten Experimenten ein Vielfaches der Länge des Grundzustands a_{ho} . Der Abstand R aus Gleichung (2.72) entspricht dem klassischen Umkehrpunkt eines harmonischen Oszillators.

Aus Gleichung (2.73) ist eine andere Definition des Thomas-Fermi-Regimes möglich. Dies bedeutet, dass das chemische Potential μ , d.h. die maximale Energie eines Teilchens in der einschließenden Falle, ist größer als die Energie des Grundzustands $\hbar\omega$:

Das Vorhandensein der Wechselwirkung zwischen den Atomen verringert die maximale Dichte im Zentrum des Kondensats.

$$\frac{n_{TF}(0)}{n_{ho}} = \frac{15^{2/5}\pi^{1/2}}{8} \left(\frac{Na}{a_{ho}} \right)^{-\frac{3}{5}} \quad (2.75)$$

⁴Thomas-Fermi Näherung (Atomphysik): Bewegen sich sehr viele Elektronen um einen Kern, kann für jedes Elektron ein effektives statisches Potential angegeben werden und der Zustand des Elektron kann durch eine ebene Welle (hohe Hauptquantenzahl) angenähert werden.

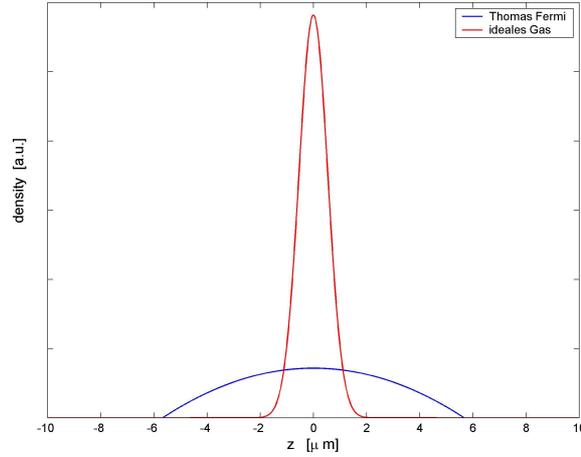


Abbildung 2.2.: Dichteverteilung eines Bose-Einstein Kondensats von 200000 Rubidiumatomen in einer harmonischen Falle mit $\omega_{ho} = 2\pi 200$ Hz. Wechselwirkende (Thomas Fermi Näherung) und nicht wechselwirkende Atome (ideales Gas)

Im vorliegenden Experiment wurde dadurch die zentrale Dichte um mehr als zwei Größenordnungen erniedrigt. Im Falle einer negativen Streuwellenlänge a erhöht sich die zentrale Dichte entsprechend.

Die Thomas-Fermi-Approximation bricht an der Oberfläche des Kondensats zusammen, weil der Anteil des Quantendrucks $\nabla^2 \sqrt{n(\vec{r})}$ in der Nähe von R nicht mehr zu vernachlässigen ist. Die nötigen Korrekturen können durch eine lineare Näherung der Potentialwand an der Oberfläche bestimmt werden und sind durch das Verhältnis a_{ho}/Na bestimmt. Die Dichteverteilung des Kondensats endet nicht abrupt am klassischen Umkehrpunkt R , wie in der Thomas-Fermi-Näherung angenommen. Stattdessen läuft sie langsam über diesen hinweg aus. Der korrigierte Wert für das chemische Potential μ_{TF} und der Gesamtenergie E im Vergleich zu dem genäherten Wert aus der Thomas-Fermi- Approximation ist:

$$\frac{\mu}{\mu_{TF}} = 1 + 3 \frac{a_{ho}^4}{R^4} \ln \left(\frac{R}{Ca_{ho}} \right) \quad (2.76)$$

und

$$\frac{E}{5/7 N \mu_{TF}} = 1 + 7 \frac{a_{ho}^4}{R^4} \ln \left(\frac{R}{Ca_{ho}} \right) \quad (2.77)$$

In den Kondensaten, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit erzeugt wurden, sind diese Korrekturen in der Größenordnung einiger Promille und damit unterhalb der experimentellen Genauigkeit.

Im Experiment wird selten die gesamte Dichteverteilung bestimmt, sondern meist nur die integrierte Verteilung, die so genannte Säulendichte. Die Thomas-Fermi Näherung beschreibt

Säulendichten wesentlich besser, da durch die Integration die Verteilung an der Oberfläche wesentlich sanfter ausläuft, und daher die Differenz zur Thomas-Fermi-Näherung geringer ausfällt. Die Säulendichte lässt sich dann wie folgt beschreiben:

$$n(z) = \frac{4}{3g} \sqrt{\frac{2}{m\omega_{ho}^2}} \left[\mu - \frac{m\omega_{ho}^2 z^2}{2} \right] \quad (2.78)$$

2.2.3. Freie Expansion und Oszillationen

Eine der elementaren Methoden in Experimenten mit Bose-Kondensaten ist die Beobachtung der freien Expansion nach Abschalten der einschließenden Falle.

Allgemein gesehen, können die Fallenparameter ω_i des externen Potentials $V_{ext} = (m/2)\sum_i \omega_i^2 r^2$ von der Zeit abhängen, wobei $\omega_{i0} = \omega_i(0)$ den Gleichgewichtszustand zum Zeitpunkt $t = 0$ beschreibt..

Die Anwendung der Thomas-Fermi Approximation auf die zeitabhängige Gross-Pitaevskii-Gleichung ist nicht direkt möglich, weil sich z.B während der freien Expansion die Wechselwirkungsenergie in kinetische Energie umwandelt, und damit dieser Term nicht vernachlässigt werden kann.

Dieses Problem wird durch den so genannten hydrodynamischen Ansatz gelöst [27, 30]. Dabei wird die komplexe Wellenfunktion des Kondensats in Gleichung (2.63) als eine Kombination einer Amplitude $n^{1/2}$ (Dichteverteilung) mit einer Phase S dargestellt.

$$\Phi(\vec{r}, t) = \sqrt{n(\vec{r}, t)} e^{iS(\vec{r}, t)} \quad (2.79)$$

Während n die Dichteverteilung angibt, ist das Geschwindigkeitsfeld durch den Gradienten der Phase S definiert:

$$\vec{v}(\vec{r}, t) = \frac{\hbar}{m} \vec{\nabla} S(\vec{r}, t) \quad (2.80)$$

Betrachtet man die kinetische Energie genauer zeigt sich, dass diese in zwei Teile zerfällt, wobei der Quanten-Druck Term im Thomas-Fermi Fall wieder relativ klein ist.

$$E_{kin} = \int d^3r \frac{\hbar^2}{2m} |\vec{\nabla} \phi|^2 \quad (2.81)$$

$$= \int d^3r \left[\frac{\hbar^2}{2m} (\vec{\nabla} \sqrt{n})^2 + \frac{n}{2m} (\vec{\nabla} S)^2 \right] \quad (2.82)$$

Die zeitunabhängige Gross-Pitaevskii Gleichung kann dann durch zwei gekoppelte Gleichungen für die Dichte und die Geschwindigkeitsverteilung ersetzt werden.

$$\frac{\partial}{\partial t}n + \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}n) = 0 \quad (2.83)$$

$$m \frac{\partial}{\partial t}\vec{v} + \vec{\nabla}(V_{ext} + gn - \frac{\hbar^2}{2m\sqrt{n}}\nabla^2\sqrt{n} + \frac{1}{2}mv^2) = 0 \quad (2.84)$$

Der Term $\vec{\nabla}(1/2mv^2)$ lässt sich überführen in den Konvektionsterm $m(\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v}$. Der Beitrag des einzigen quantenmechanisch begründeten Terms mit \hbar^2 ist relativ gering unter der Voraussetzung, dass die Dichteverteilung sich nur sehr langsam ändert. Die Dichteverteilung darf sich nur ändern auf einer Längenskala, die bezüglich der “healing length” ξ (siehe Gl.(2.69)) groß ist. Da die wesentliche Längenskala eines Kondensats im Thomas-Fermi-Regime die Ausdehnung R ist, gilt:

$$\frac{R}{\xi} = \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega^2}} \sqrt{\frac{2m\mu}{\hbar^2}} = \frac{2\mu}{\hbar\omega} \gg 1 \quad (2.85)$$

Unter Nichtbeachtung des Quanten-Druck-Terms ergibt sich eine rein klassische Gleichung für die Definition des Geschwindigkeitsfelds.

$$m \frac{\partial}{\partial t}\vec{v} + \vec{\nabla}(V_{ext} + gn + \frac{1}{2}mv^2) = 0 \quad (2.86)$$

Die Gleichungen (2.83) und (2.86) sind aus der Hydrodynamik bekannt, und beschreiben die Dynamik einer Flüssigkeit in Abwesenheit von Reibung, d.h. ein Superfluid. Es ist beachtenswert, dass dieselben Gleichungen die Dynamik eines Bose-Kondensats beschreiben. Das klassische skalare Feld des Drucks wäre dann $P = 1/2gn^2$.

Die hydrodynamischen Gleichungen (2.83 und 2.86) lassen sich durch einen Ansatz der folgenden Form lösen:

$$n(\vec{r}, t) = a_0(t) - a_x(t)x^2 - a_y(t)y^2 - a_z(t)z^2 \quad (2.87)$$

$$\vec{v}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \vec{\nabla} \underbrace{[\alpha_x(t)x^2 + \alpha_y(t)y^2 + \alpha_z(t)z^2]}_{2\hbar^2 S(\vec{r}, t)/m} \quad (2.88)$$

wobei $n(\vec{r}, t)$ entweder positiv oder null ist. Mit $\alpha_i = 0$ und $a_i = m\omega_{i0}^2/2g$ ergibt sich wieder die stationäre Lösung der Gross-Pitaevskii-Gleichung. Dieser Ansatz geht davon aus, dass auch während der Änderung des Potential V_{ext} durch $\omega_i t$ die quadratische Abhängigkeit der Dichteverteilung des Kondensats erhalten bleibt, aber eine Skalentransformation der Koordinaten stattfindet [30, 31, 32, 33].

$$R_i(t) = R_{i0} b_i(t) = \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega_{i0}^2}} b_i(t) \quad (2.89)$$

Der Grund für die Tatsache, dass die Koordinaten nur eine Reskalierung erfahren liegt darin, dass sowohl die Dichteverteilung n als auch das Potential V_{ext} quadratisch von den Ortsraumkoordinaten abhängen. Daher verhalten sich die wesentlichen Terme in Gleichung (2.86) $\vec{\nabla}ng$ und $\vec{\nabla}V_{ext}$ linear bezüglich der Koordinaten. Dies bedeutet das die zeitliche Entwicklung im Thomas-Fermi-Regime davon bestimmt wird, dass die einschließende Falle harmonisch ist.

Die Koeffizienten aus Gleichung (2.87) sind durch die reskalierenden Parametern $b_i(t)$ definiert mit:

$$a_i = \frac{m\omega_{0i}^2}{2gb_x b_y b_z b_i^2} \quad \text{und} \quad \alpha_i = \frac{\dot{b}_i}{b_i} \quad (2.90)$$

Aus dem Ansatz (2.87) folgen die drei gekoppelten einfachen Differentialgleichungen für die Skalenfaktoren $b_i(t)$:

$$\dot{b}_i + \omega_i^2 b_i - \frac{\omega_{i0}^2}{b_i b_x b_y b_z} = 0 \quad (2.91)$$

Der zweite lineare Term ist durch das einschließende Potential, der dritte Term in der Atom-Atom Wechselwirkung begründet.

Die freie Expansion eines Bose-Kondensats nach Abschalten der Falle ergibt sich aus Gleichung (2.91) durch Setzen von $\omega_i(t) = 0$ für $t > 0$.

In allen existierenden Experimenten mit Kondensaten besitzen die Fallenparameter eine axiale Symmetrie mit $\omega_{\perp} = \omega_{x0} = \omega_{y0}$ und $\lambda = \omega_{z0}/\omega_{\perp} = \omega_{||}/\omega_{\perp}$. Diese Symmetrie findet sich auch in dem Skalenfaktor b_i wieder, mit $b_{\perp} = b_x = b_z$

$$\frac{d^2}{d\tau^2} b_{\perp} = \frac{1}{b_{\perp}^3 b_{||}} \quad \text{und} \quad \frac{d^2}{d\tau^2} b_{||} = \frac{\lambda^2}{b_{\perp}^2 b_{||}^2} \quad (2.92)$$

Hier wurde eine Variablentransformation zur Vereinfachung mit $\tau = \omega_{\perp} t$ durchgeführt.

Die Lösung dieser Gleichung liefert z.B. die experimentell einfach zu bestimmende Entwicklung des Achsenverhältnisses $R_{\perp}/R_{||}$, d.h. die relative Ausdehnung des Kondensats während der freien Expansion [34].

Für ein sehr kleines Verhältnis der Fallenfrequenzen $\lambda \ll 1$ lässt sich eine analytische Lösung von Gleichung (2.92) finden [30].

$$b_{\perp} = \sqrt{1 + \tau^2} \quad (2.93)$$

$$b_{||} = 1 + \lambda^2 [\tau \arctan(\tau) - \ln(\sqrt{1 + \tau^2})] \quad (2.94)$$

Abbildung 2.3 zeigt die Entwicklung des Achsenverhältniss über die Zeit nach Abschalten des einschließenden Potentials. Ausgehend von einem Verhältnis der Fallenfrequenzen von λ , kehrt es sich um und erreicht $\lim_{t \rightarrow \infty} = 2/\pi/\lambda$. Aus dem Kondensat in der Form eines Ellipsoids ('Zigarre') formt sich eine Scheibe.

Den Einfluss der Wechselwirkung auf diese Entwicklung zeigt der Vergleich mit einer Expansion eines idealen Gases in dergleichen Falle (siehe Abb. 2.3). Dort beruht die wesentlich

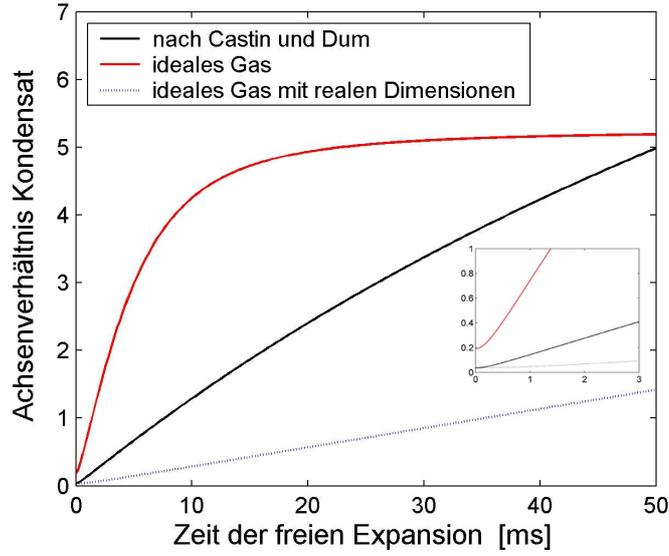


Abbildung 2.3.: Entwicklung des Achsenverhältnisses des Bose-Kondensats während der freien Expansion in verschiedenen Beschreibungen. Die exakte Lösung der zeitabhängigen Gross-Pitaevskii Gleichung ist deckungsgleich mit Skalentransformation nach Castin und Dum [30]. Die gepunktete Kurve soll in einem Gedankenexperiment den Einfluss der Wechselwirkung auf den Ablauf der Expansion veranschaulichen. Ein Kondensat mit der Ausdehnung von einem wechselwirkenden Gas, expandiert mit einer Streulänge $a = 0$. Fallenfrequenzen: $\omega_{||} = 2\pi 22\text{Hz}$ und $\omega_{\perp} = 2\pi 600\text{Hz}$

schnellere Änderung des Achsenverhältnisses auf der Unschärfe der Impulsverteilung nach Heisenberg $\Delta p \simeq \hbar/\Delta x$. Die zeitliche Entwicklung ergibt sich dann unter der Annahme, dass die Ortsunschärfe durch die Größe des Grundzustands $a_i(t = 0)$ gegeben ist (siehe Gl.(2.56)).

$$a_i(t) = \sqrt{a_i(0)^2 + \left(\frac{\hbar t}{m a_i}\right)^2} \quad (2.95)$$

In Abwesenheit der Wechselwirkung g , würde die Expansion des Bose-Einstein Kondensats innerhalb kürzester Zeit den asymptotischen Wert von $\sqrt{1/\lambda}$ erreichen. In der Falle würde dann ein Achsenverhältnis von $\sqrt{\lambda}$ vorliegen.

Verwendet man die reale Ausdehnung des Kondensats R_i (siehe Gl.(2.57)) als Ortsunschärfe, findet auf einer experimentell erreichbaren Zeitskala nur eine geringfügige Ausdehnung statt.

Mit Hilfe der gekoppelten Differentialgleichungen (2.91) lässt sich auch die zeitliche Entwicklung eines Kondensats nach harmonischer Modulation oder sprunghafter (nicht adiabatischer) Änderung der Fallenfrequenzen beschreiben.

2.2.4. Bose-Einstein Kondensation in einer Dimension

Mit der Verfügbarkeit der magnetischen Drahtfallen (Kapitel 4.2.1) stellte sich auch die Frage nach der Realisierung der Kondensation in einer Dimension. Drahtfallen ermöglichen ein extremes Verhältnis der Fallenfrequenzen $\omega_y \gg \omega_r$, d.h. die Fallen sind stark in die Länge gezogen. Dabei erlauben die Drahtfallen sowohl eine starke Kompression in der radialen Richtung, als auch eine große Ausdehnung in axialer Richtung. Die Herstellung zweidimensionaler Fallen, das bedeutet die Atome besitzen zwei Freiheitsgrade in der Bewegung, sind mit Magnetfeldern bis jetzt nicht demonstriert werden.

Im thermodynamischen Limes $N \rightarrow \infty$ für ein ideales Gas ist die Kondensation, selbst in einem harmonischen Potential, nicht möglich. Mit der entsprechenden Zustandsdichte für ein 1D harmonisches Potential $\rho \propto E^{d-1} = \text{konst.}$ divergiert das Integral über alle Atome in den angeregten Zuständen. Damit bleibt die Anzahl der Atome im Kondensat für $T > 0$ vernachlässigbar.

$$N - N_0 = \int_0^\infty \frac{\rho(E)dE}{\exp(E/K_B T) - 1} \rightarrow \infty \text{ für } N \rightarrow \infty \quad (2.96)$$

Für eine begrenzte Anzahl N von Atomen lässt sich aber zeigen, dass eine endliche kritische Temperatur $T_{1D} \propto N/\ln(2N)$ zur Kondensation existiert [35], und damit ein Bose-Kondensat in einer Dimension.

Prinzipiell können im 1D Bereich drei verschiedene Regime unterschieden werden: Kondensate im Thomas-Fermi-Regime, Kondensate im gaußschen Regime und das Tonks-Gas.

Eine Unterscheidung der verschiedenen Regime gelingt mit Hilfe eines dimensionslosen Parameters α , welcher die eindimensionale Wechselwirkungskonstante g_{1D} und die Fallenfrequenzen verbindet. Bei dem Übergang von einer 3D- zu einer 1D-Falle muss die dreidimensionale Konstante $g_{3D} = 4\pi\hbar^2 a/m$ durch die eindimensionale $g_{1D} = 2\hbar^2 a/m l_\perp^2$ ersetzt werden [36], mit $l_\perp \gg a$.

$$\alpha = \frac{m g_{1D} l_\parallel}{\hbar^2} \quad \text{und} \quad \xi_{1D} = \frac{l_\perp}{\sqrt{2 a n}} \quad (2.97)$$

Mit n als der maximalen Atomdichte und ξ als der "healing length" in 1D. Das chemische Potential aus Gl.(2.73) lässt sich dann in Abhängigkeit von α darstellen :

$$\mu_{1D} = \hbar\omega_\parallel \left(\frac{3 N \alpha}{4\sqrt{2}} \right)^{2/3} \quad (2.98)$$

Unter folgenden Randbedingungen lässt sich das Kondensat immer durch die Thomas-Fermi-Näherung beschreiben, :

$$\text{Thomas - Fermi :} \quad \mu \gg \hbar\omega_{\parallel,\perp} \quad \left\{ \begin{array}{ll} \alpha \gg 1 & N \gg \alpha^2 \\ \alpha \ll 1 & N \gg \frac{1}{\alpha} \end{array} \right. \quad (2.99)$$

Hier kann die Dichteverteilung des Kondensats durch die umgekehrte Parabel beschrieben werden. Die Wechselwirkungsenergie ist immer größer als der energetische Abstand der

Zustände. Nach Petrov [37] wird für $T \ll N \hbar \omega$ und $N \gg \alpha^2$ von einem Quasikondensat gesprochen werden. Dieses besitzt zwar die Eigenschaft Dichtefluktuationen zu unterdrücken, es können aber Phasenfluktuationen auftreten. Die charakteristischen Streifen in einem Interferenzexperiment zweier Kondensate würden durch diese Phasenfluktuationen unterdrückt.

Für sehr kleine $\alpha \ll 1$, d.h. für sehr schwache Atom-Atom Wechselwirkungen, oder auch wenn die Ausdehnung der harmonischen Falle isotrop wird, entwickelt sich eine makroskopische Besetzung des absoluten Grundzustands mit:

$$\text{Gauß :} \quad \mu < \hbar \omega \quad \alpha \ll 1 \quad N \ll \frac{1}{\alpha} \quad (2.100)$$

Die Dichteverteilung wird auf der Achse mit dem starken Einschluss durch eine Gaußverteilung beschrieben, man spricht daher auch von dem gaußschen Regime. Der Übergang zu einem 1D Kondensat ist dann definiert durch die Bedingung, dass die Wechselwirkungsenergie der Grundzustandsenergie in der transversalen Richtung entspricht [38].

$$\mu = \hbar \omega_{\perp} \quad \text{oder äquivalent :} \quad \xi = l_{\perp} \quad (2.101)$$

Hierbei ist l_{\perp} die Größe des Grundzustands des Kondensats in radialer Richtung. In Abhängigkeit von den Eigenschaften der Falle begrenzt dies die Anzahl der Atome auf einen Maximalen Wert, gegeben durch die axialen und radialen Fallenfrequenzen ω_{\perp} und ω_{\parallel} . Aufgrund der Bedingung $\mu < \hbar \omega_{\perp}$ spricht man auch von einem "Ausfrieren" der Oszillationsbewegung in radialer Richtung, bei entsprechend kleinen Temperaturen und starkem radialen Einschluss durch ω_{\perp} .

Mit Gleichung (2.73) für μ darf die Atomzahl folgenden Wert nicht überschreiten:

$$N_{1D} = \sqrt{\frac{32 \hbar}{225 m a^2}} \sqrt{\frac{\omega_{\perp}}{\omega_{\parallel}}} \cong \sqrt{\frac{\omega_{\perp}}{\omega_{\parallel}}} \cdot 1770 \sqrt{\frac{1}{s}} \quad (2.102)$$

Der numerische Faktor ergibt sich aus der Streulänge und der Masse für ^{87}Rb . Für realistische Fallenfrequenzen, wie jene der in dieser Arbeit realisierten Magnetfalle, beträgt die maximale Atomzahl 1000. Dies ist jenseits des Detektionslimits des experimentellen Aufbaus und damit nicht beobachtbar.

Für Natrium ist diese maximale Atomzahl in der Größenordnung von 10^4 . In einer Ioffe-Pritchard Falle mit den Fallenfrequenzen von $\omega_{\parallel} = 3.5$ Hz und $\omega_{\perp} = 360$ Hz konnte der Übergang zum 1D Regime gezeigt werden [38]. Signifikantes Erkennungsmerkmal ist die Änderung von einer parabolischen Dichteverteilung zu einer gaußschen Verteilung. Das Achsenverhältnis der Ausdehnung des Kondensats in der Falle vergrößert sich im 1D Regime, im Gegensatz zum dreidimensionalen Fall mit $\omega_{\parallel}/\omega_{\perp}$.

Wird der radiale Einschluss noch größer und $l_{\parallel}/l_{\perp} \gg 1$, steigt die Wechselwirkung g_{1D} so stark an, dass die Atome in der eindimensionalen Falle sich nicht mehr "durchdringen" können, d.h. Stöße können nur noch durch totale Reflektion geschehen. Man spricht von einem so genannten Tonks-Gas.

$$\text{Tonks :} \quad \mu = N \hbar \omega \quad \alpha \gg 1 \quad N \ll \alpha^2 \quad (2.103)$$

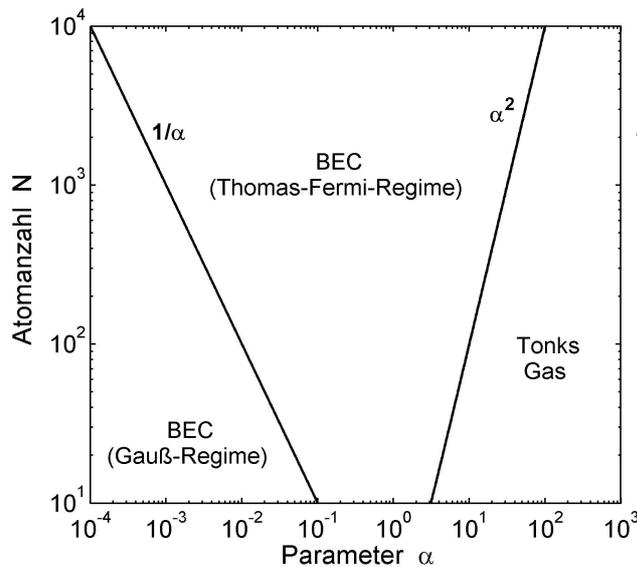


Abbildung 2.4.: Die Anzahl der Atome gibt an, in Abhängigkeit von dem dimensionslosen Parameter $\alpha = mgl_{||}/\hbar^2 = 2al_{||}/l_{\perp}^2$, in welchem Regime sich die Wolke der ultrakalten Atome in der 1D-Falle befindet. Der Parameter α kann einerseits durch die Variation der charakteristischen Grundzustandsgrößen $l_{||}$ und l_{\perp} oder durch die Streuwellenlänge a skaliert werden. Die Experimente der vorliegenden Arbeit operieren bei einem $\alpha = 0.2$.

Entsprechend ändert sich die Dichteverteilung, insbesondere sind die Atome nahezu gleichverteilt in der länglichen Falle. In axialer Richtung ist die Verteilung der Atome gegeben durch $n(z) = (\sqrt{2N}/\pi l_{||}) \sqrt{1 - (z/R)^2}$, mit $R = \sqrt{2N}l$.

Eine bemerkenswerte Eigenschaft des Tonks-Gases (bestehend aus Bosonen!) ist es, dass es genauso beschrieben werden kann, wie ein System von Fermionen, d.h. durch eine antisymmetrische Wellenfunktion.

In Abbildung 2.4 sind alle drei Regime für ein eindimensionales Bosonengas zusammengefasst. Deutlich ist zu erkennen, dass die Skalierung des Parameters α den Zugang zu diesen Regimen eröffnet. Dabei besteht die Möglichkeit einerseits die Stärke des radialen Einschlusses l_{\perp} zu variieren oder die atomspezifische Streulänge a , z.B. mit Hilfe einer Feshbach Resonanz zu verändern [39].

3. Das Kühlen und Fangen von Atomen

Die Idee der Manipulation von neutralen Atomen mit Hilfe von Licht basiert auf der Entdeckung des Impulses eines Photons [40] und konnte auch in ersten Versuchen [41] nachgewiesen werden. Die Entwicklung des Kühlens von Atomen mit Licht geht auf eine Idee von Schawlow und Hänsch [42], und unabhängig zu ihnen auf Wineland und Dehmelt [43], zurück. Auslöser für die daraufhin folgende schnelle Entwicklung der Laserkühlung war die Möglichkeit der Erzeugung intensiver monochromatischer Lichtquellen, d.h. das Prinzip des Lasers.

Ausgehend von dem vereinfachten Modell der Dopplerkühlung für ein Zwei-Niveau Atom wurde ein ganzes Spektrum von optischen Kühlmechanismen (u.a. Sub-Doppler Kühlung) entdeckt [44, 45]. Inzwischen ist es auch möglich Atome mit einer Geschwindigkeit zu preparieren, welche kleiner ist als der Rückstoß eines Photons [46].

Um den quantenmechanischen Phasenübergang der Bose-Einstein Kondensation zu erreichen, müssen aber die optischen Methoden durch den Prozess des Verdampfungskühlens ergänzt werden. Durch das Entfernen der heißesten Atome wird die Gesamtenergie des Ensembles erniedrigt, wobei ein sehr effektives Kühlen von Atomen in magnetischen oder optischen Fallen ermöglicht wird.

3.1. Die Laserkühlung von neutralen Atomen

3.1.1. Dopplerkühlung und magnetooptische Falle

Durch die spontane Absorption von Licht ändert ein neutrales Atom nicht nur seinen inneren Quantenzustand, sondern auch seinen Impuls um den Wert $\Delta p = \hbar k$. Die folgende spontane Emission erfolgt statistisch verteilt in den ganzen 4π Raum. Im Folgenden wird die innere Struktur eines Atoms als ein Zwei-Niveau-System betrachtet.

Kann das Atom nur Licht mit einem k -Vektor in einer Raumrichtung aufnehmen, wird die Geschwindigkeitskomponente in genau dieser Richtung beeinflusst. Durch eine entsprechende Verstimmung der Frequenz des Lichts $\delta = \omega_L - \omega_0$ wird definiert, ob die Geschwindigkeit sich erhöht oder erniedrigt. Die resultierende Kraft ist proportional zu der Impulsänderung pro Zeiteinheit:

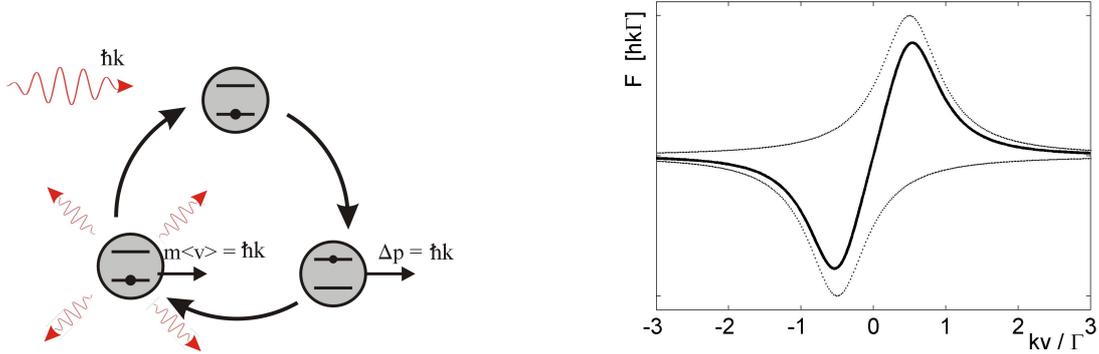


Abbildung 3.1.: LINKS: Durch den Kreislauf von spontaner Absorption und isotroper Emission entsteht die Dopplerkühlung. RECHTS: Geschwindigkeitsabhängige Kraft auf ein Atom durch zwei gegenläufige Laserstrahlen mit einer Verstimmung von $\delta = -\Gamma/2$ und $s = 1$

$$\langle \vec{F} \rangle = \hbar k \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1 + s + \frac{4(\delta - \vec{k}\vec{v})^2}{\Gamma^2}} \quad \text{mit } s = \frac{I}{I_S} \quad (3.1)$$

Für hohe Intensitäten $s \gg 1$ wirkt eine maximale Kraft von $F = \hbar k \Gamma / 2$ für $\delta = \vec{k}\vec{v}$. Ist die eingestrahlte Frequenz gegenüber dem atomaren Übergang mit der Lebensdauer $\tau = 1/\Gamma$ zu kleineren Frequenzen verschoben, wird die Geschwindigkeit der Atome erniedrigt.

Bewegt sich das Atom in zwei gegenläufigen Laserstrahlen erfährt es einen Reibungswiderstand wie in einem viskosen Medium. Daher wird diese Konfiguration auch als optische Melasse bezeichnet. Die Kraft die ein Atom erfährt (siehe Abbildung 3.1) ist dann proportional zu der Geschwindigkeitskomponente auf der Achse \vec{k} des Atoms.

$$\langle \vec{F} \rangle_{\text{Gesamt}} = -\alpha \cdot v \quad \text{mit } \alpha = \frac{8\hbar k^2 \delta s}{\Gamma(1 + s + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2})} \quad (3.2)$$

In einem Ensemble von Atomen mit einer gaußschen Geschwindigkeitsverteilung (Gl.(2.8)) verkleinert sich die mittlere Geschwindigkeit, welches auch als Kühlen bezeichnet wird.

Die kinetische Energie in einer Koordinate ist proportional zu der Temperatur:

$$\frac{1}{2} k T = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle \quad (3.3)$$

Um die Dopplerkühlung aufrecht zu erhalten, muss das Atom im Kühlzyklus (Abb. 3.1) bleiben. Das Atom darf nicht in einen dritten Zustand übergehen oder durch eine auftretende Doppler- oder Zeemanverschiebung aus der Übergangresonanz heraus treten.

Aufgrund der statistischen Absorptions- und Emissionsprozesse kann die Geschwindigkeit der Atome nicht ganz verschwinden. Die auftretende Diffusion im Impulsraum stellt einen

Konkurrenzprozess zu der Laserkühlung dar. Die minimale erreichbare Temperatur findet sich bei der Verstimmung $\delta = -\Gamma/2$:

$$T_D = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B} \quad (3.4)$$

Durch das optische Earnshaw-Theorem lässt sich zeigen, dass nur durch Absorptions- und Emissionsprozesse sich keine Falle für Atome realisieren lässt [47]. Durch Hinzufügen eines ortsabhängigen magnetischen Felds zu einer optischen Melasse mit zirkularpolarisiertem Licht entsteht eine Falle für neutrale Atome [48]. Das dreidimensionale Feld eines magnetischen Quadrupols erfüllt diese Bedingung. Die Kombination von zwei gegenläufigen Laserstrahlen mit den Polarisationen σ_+ , bzw. σ_- (siehe Abbildung 3.2) und dem Quadrupolfeld resultiert in einer radialen Kraft auf die Atome. Die resultierende Kraft hängt von dem lokalen Magnetfeld und der Laserverstimmung ab. Der Einschluss der Atome auf diese Weise wird als magnetooptische Falle (MOT)¹ bezeichnet.

$$\langle \vec{F} \rangle_{\pm} = \pm \hbar k \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1 + s + \frac{4(\delta_{\pm})^2}{\Gamma^2}} \quad \text{mit } \delta_{\pm} = \delta \mp \vec{k} \vec{v}_{\pm} \frac{\mu' B(r)}{\hbar} \quad \text{und} \quad \mu' = \mu_B (g_e m_e - g_g m_g) \quad (3.5)$$

Mit m_e und m_g sind hier jeweils die magnetischen Quantenzahlen des Grundzustandes und angeregten Zustandes bezeichnet. Das Magnetfeld \vec{B} des Quadrupolfelds ist auf den Symmetrieachsen der MOT proportional zum Abstand vom Zentrum, mit $B(x) = \partial B / \partial x \cdot x$. Durch den Gradient des Magnetfelds und die Frequenzverstimmung kann die maximale Dichte der Atome in der MOT wesentlich erhöht werden [49]:

$$n \propto \frac{1}{\delta} \frac{\partial B}{\partial x} \quad (3.6)$$

Aufgrund von Mehrfachstreuung von Photonen entsteht ein Gleichgewicht von inwärts gerichteten Fallenkräften und einem nach Außen gerichteten Strahlungsdrucks. Im Zentrum der MOT entsteht eine homogene Dichteverteilung n der Atome.

3.1.2. Die Polarisationsgradientenkühlung

Für bestimmte Kombinationen von Polarisationen in stehenden Lichtwellen und in Abwesenheit von Magnetfeldern greift das einfache Modell der Dopplerkühlung nicht mehr. Insbesondere lassen sich die Temperaturen unterhalb des Dopplerlimits (Gl.(3.4)) damit nicht erklären.

Wesentliche Ursache hierfür sind Gradienten in der Polarisation entlang der Achse der eindimensionalen stehenden Welle [50, 51]. Es gibt prinzipiell zwei verschiedene Konfigurationen zur Erzeugung von Polarisationsgradienten. Dabei handelt es sich um die Kombination von

¹MOT : "magneto-optical trap"

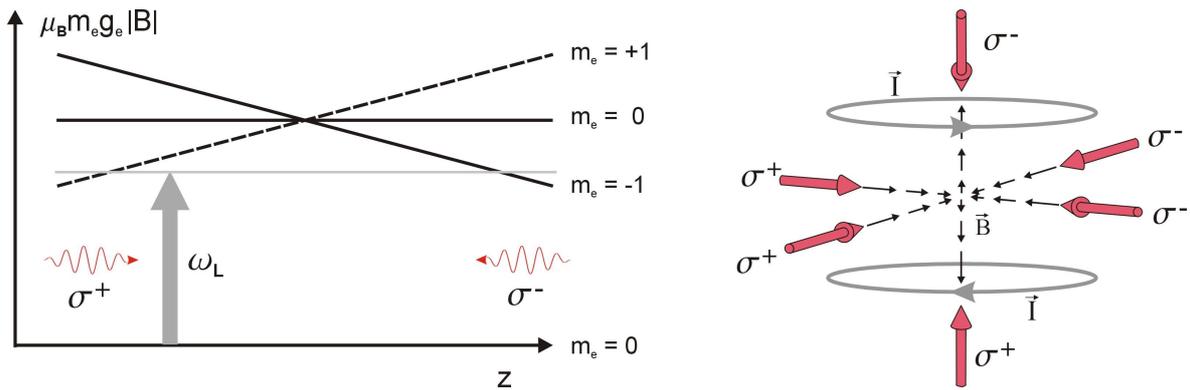


Abbildung 3.2.: LINKS: Energieniveauschema einer magneto-optischen Falle (MOT) für ein Atom in Ruhe. Die Absorption eines Photons mit einem Impuls in Richtung Fallenzentrum ist am wahrscheinlichsten. RECHTS: Aufbau einer Laser- und Magnetfeldkonfiguration einer MOT: Ein Spulenpaar in Anti-Helmholtz Anordnung und 6 zirkularpolarisierte Laserstrahlen.

zwei zirkular polarisierten Strahlen ($\sigma^+\sigma^-$) oder von zwei linear zirkular polarisierten Strahlen $lin \perp lin$.

Die Kombination $\sigma^+\sigma^-$ findet am meisten Verwendung, weil dieser Kühlprozess auch im Zentrum einer MOT oder nach Abschalten der Magnetfelder der dominante Prozess ist.

Überlagern zwei gegenläufige Laserstrahlen mit den Polarisierungen σ^+ und σ^- , entsteht eine durchgehende lineare Polarisation deren Richtung sich entlang der Strahlenachse mit einer Periode von $\lambda/2$ dreht.

Grund für eine dissipative Bewegung der Atome in der stehenden Welle sind die verschiedenen AC-Stark-Verschiebungen (“light shifts”, “AC-Stark shifts”) der Zeemanunterniveaus. Diese Verschiebungen sind proportional zu der Kopplung eines Übergangs an das Lichtfeld. Und für den Fall einer großen Laserfrequenzverschiebung δ und kleiner Intensitäten $s \ll 1$ gilt:

$$\Delta \propto \frac{\Omega^2}{\delta} = \frac{\Omega^2}{\delta} \quad \text{mit der Rabi-Frequenz:} \quad \Omega^2 = \frac{\Gamma^2 I}{2 I_S} \quad (3.7)$$

Für einen Übergang $J = 1 \rightarrow J = 2$ wird die Besetzung der Unterzustände für ein Atom in Ruhe durch die Clebsch-Gordan Koeffizienten bestimmt. Dabei sind die π -Übergänge ausgehend von $m_J = 0$ um den Faktor $4/3$ stärker als jene von $m_J = \pm 1$. Daher ist die zugehörige AC-Stark-Verschiebung des Unterzustandes $m_J = 0$ ebenfalls um den Faktor $4/3$ größer (siehe Abb. 3.3, (Rechts)).

Besitzt das Atom eine Geschwindigkeit $v > 0$ in Richtung von z (siehe Abb. 3.3, (Links)) induziert die Bewegung eine größere Besetzung in $m_J = -1$ als in $m_J = +1$. Dies bedeutet, dass mehr σ^- -Photonen als σ^+ -Photonen absorbiert wurden, welches zur Folge hat, dass das Atom eine Reibungskraft erfährt. Da sich die Quantisierungsachse, gegeben durch die lineare Polarisation, permanent dreht und die optischen Pumpprozesse nicht unendlich schnell stattfinden, wirkt die dissipative Kraft solange $v > 0$ ist. Im Gegensatz zu dem Fall $v = 0$

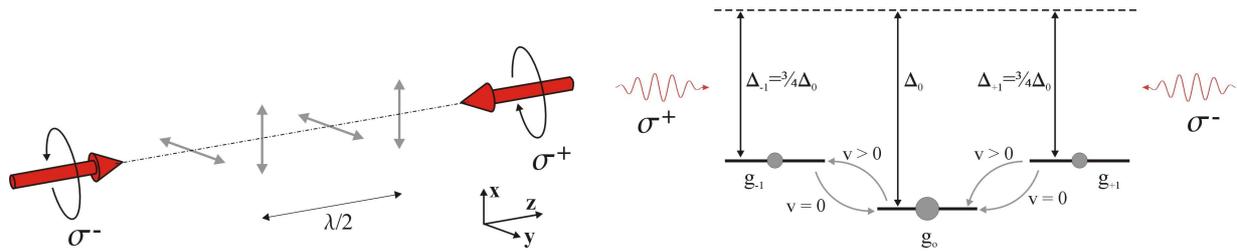


Abbildung 3.3.: LINKS: Polarisation in der stehenden Welle der $\sigma^+ \sigma^-$ Konfiguration mit drehender linearer Polarisation. RECHTS: Die optischen Pumpprozesse zwischen Zeeman-Unterniveaus für Atome mit $v > 0$, welche in einer ungleichen Absorption von Photonen resultieren. Dargestellt in Basis der Quantisierungsachse, welche durch die lineare Polarisation gegeben ist.

besitzt das sich bewegende Atom ein Erwartungswert des magnetischen Moments auf der Strahlenachse z , welcher ungleich Null ist. Daher wird dieser optische Pumpprozess auch als bewegungsinduzierte Orientierung bezeichnet.

Für Geschwindigkeiten $v < 0$ findet der entsprechend umgekehrte Prozess statt, wobei mehr σ^+ -Photonen als σ^- -Photonen aufgenommen werden.

Die Reibungskraft ist proportional zu der Laserleistung und antiproportional zu der Laserverstimmung:

$$\langle F_z \rangle \propto \hbar k^2 \frac{-\delta \Gamma}{5\Gamma^2 + 4\delta^2} \cdot v \quad (3.8)$$

mit $\tau = 1/\Gamma$ als die Lebenszeit des angeregten Zustands, der Frequenzverstimmung δ und der Rabi-Frequenz $\Omega = \Gamma \sqrt{I/2I_S}$.

Für den eindimensionalen Fall lässt sich zeigen, dass sich ein Gleichgewichtszustand ergibt mit:

$$k_B T = \frac{\hbar \Omega^2}{|\delta|} \left[\frac{29}{300} + \frac{254}{75} \frac{\Gamma^2/4}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \right] \quad (3.9)$$

Mit steigenden Frequenzverstimmungen und sinkenden Laserintensitäten verringert sich die zu erreichende Temperatur. Hier unterscheidet sich die Sub-Doppler Kühlung prinzipiell von der Dopplerkühlung (siehe Gl.(3.4)).

Für Geschwindigkeitsklassen welche von der Sub-Dopplerkühlung erfasst werden können, muss die Dopplerverschiebung kv kleiner sein als die durchschnittliche Streurrate Γ' der optischen Pumpprozesse, welche mit $\Gamma' \ll \Gamma$ auch als Breite des Grundzustands betrachtet werden kann. Die entsprechende Bedingung gilt auch bei der Dopplerkühlung mit $kv < \Gamma$.

3.2. Das Verdampfungskühlen

Die Bedingungen für die Bose-Kondensation in einer Atomwolke können nicht durch resonantes Laserlicht mittels Laserkühlung erreicht werden. Wird die Dichte der Atome zu hoch werden vorhandene Photonen reabsorbiert und heizen wieder die Atomwolke auf. Bei einer Phasenraumdichte von $n\lambda_{dB} \approx 1$ ist das Ensemble von Atomen absolut optisch dicht, d.h. kein Photon kann in die Atomwolke eindringen oder sie verlassen.

Ein alternatives Verfahren zur weiteren Erniedrigung der Temperatur ist das sogenannte Verdampfungskühlen [52, 53, 54]. Dabei werden selektiv die Atome mit der höchsten kinetischen Energie aus dem atomaren Ensemble im thermodynamischen Gleichgewicht entfernt. Die folgende Rethermalisierung, aufgrund von elastischen Stößen, resultiert in einer kleineren Temperatur.

Unabhängig von der Art der Speicherung der Atome, erfolgt die Entfernung der energiereichsten Atome durch Reduktion der effektiven Falltiefe. In einer magnetischen Falle geschieht dies durch eine energetisch selektiv induzierte Spinresonanz in einen nicht gespeicherten Zeeman-Unterszustand mittels einer Radiofrequenz.

Der Abschneideparameter $\eta = E_{cut}/K_B T$ gibt das Verhältnis von Abschneideenergie und Temperatur der Atomwolke an. Wird der Parameter η kontinuierlich reduziert spricht man von “erzwungenem” Verdampfungskühlen. In den meisten Betrachtungen des Verdampfungskühlens wird davon ausgegangen, dass die Besetzungsverteilung nach einem diskreten Abschneidevorgang der einer abgeschnittenen thermischen Gleichgewichtsverteilung entspricht:

$$p(\varepsilon) = \rho(\varepsilon) e^{-\varepsilon} \theta(\eta - \varepsilon) \quad (3.10)$$

mit der Heavyside Funktion $\theta(\eta - \varepsilon)$, und der Energie ε der Atome in Einheiten von $k_B T$. Zudem wird von einer ausreichenden Ergodizität der Bewegung der Atome in der Falle ausgegangen, welche besonders für reale Potentiale mit nicht perfekter axialer Symmetrie zutrifft.

Allgemein lassen sich Potentiale als “power-law-traps” darstellen, was erlaubt das auch Fallen mit anisotropen Verhalten sich mit einem Parameter ξ beschreiben lassen (siehe Kapitel 2.44).

Es lässt sich zeigen, dass für einen diskreten Evaporationsschritt, unabhängig von der Definition, das besetzte Volumen einer Atomwolke mit der Temperatur T mit

$$V \propto T^\xi \quad (3.11)$$

skaliert [25]. In der folgenden Betrachtung des Verdampfungskühlens geht man von einer Atomwolke mit der Temperatur T bei einer Falltiefe $U_{max} \gg k_B T$ aus.

In einem diskreten Abschneideprozess ist der Verlustfaktor an Atomen $\nu := N/N'$ von Bedeutung (siehe auch Abb. 3.5). Mit Gleichung (3.11) folgt damit das Verhältnis der Dichte der Atome:

$$\frac{n}{n'} = \nu^{1-\xi\alpha} \quad (3.12)$$

Die verbleibende Anzahl von Atomen liefert die Integration über die Besetzungsdichte der Falle bis $\eta k_B T$.

$$\nu(\eta) = \frac{1}{N} \int_0^{\eta k_B T} \rho(E) e^{-\frac{E-\mu}{k_B T}} dE \quad (3.13)$$

Durch die Normierung $\nu \rightarrow 1$ für $\eta \rightarrow \infty$ kann das chemische Potential für N Atome bestimmt und damit das Verhältnis ν direkt angegeben werden:

$$\nu(\eta) = \frac{\int_0^\eta \epsilon^{\xi+\frac{1}{2}} e^{-\epsilon} d\epsilon}{\alpha(\xi+3/2)} = P(\xi+3/2, \eta) \quad (3.14)$$

Die Ausdrücke $\Gamma(\xi+3/2)$, bzw. $P(\xi+3/2, \eta)$ sind die vollständigen, bzw. unvollständigen Gammafunktionen². $\epsilon = E/k_B T$ wird als die reduzierte Energie bezeichnet. Wichtig ist außerdem im Weiteren das Verhältnis α , die Änderung der Temperatur bezüglich der Änderung der Anzahl der Atome:

$$\alpha(\eta) := \frac{\ln(T'/T)}{\ln(N'/N)} = \frac{\ln(T'/T)}{\ln(\nu)} \quad (3.15)$$

Die Funktion α kann aus der Gesamtenergie des Ensembles vor und nach dem Entfernen der Atome mit $E > \eta k_B T$ bestimmt werden. Die mittlere reduzierte Energie der Atome vorher ist:

$$\bar{\epsilon} = \frac{\int_0^\infty \epsilon \epsilon^{\xi+\frac{1}{2}} e^{-\epsilon} d\epsilon}{\int_0^\infty \epsilon^{\xi+\frac{1}{2}} e^{-\epsilon} d\epsilon} = \frac{\Gamma(\xi+5/2)}{\Gamma(\xi+3/2)} = \xi+3/2 \quad (3.16)$$

Entsprechend ist die mittlere reduzierte Energie der Atome nachher:

$$\bar{\epsilon}' = \frac{\int_0^\eta \epsilon \epsilon^{\xi+\frac{1}{2}} e^{-\epsilon} d\epsilon}{\int_0^\eta \epsilon^{\xi+\frac{1}{2}} e^{-\epsilon} d\epsilon} = \frac{P(\xi+5/2, \eta) \Gamma(\xi+3/2)}{\Gamma(\xi+3/2) P(\xi+3/2, \eta)} \quad (3.17)$$

Daraus ergibt sich sofort die Skalierung der Temperatur, das “power law” aus Gleichung (3.26):

$$\frac{\bar{\epsilon}'}{\bar{\epsilon}} = \frac{T'}{T} = \frac{P(\xi+5/2)}{\nu(\eta)\Gamma(\xi+3/2)} = \nu(\eta)^{\alpha(\eta)} \quad (3.18)$$

Damit folgt eine analytische Form für den Parameter α und für große Werte für η geht $\nu \rightarrow 1$. Letztere vereinfacht sich zu der Beziehung [55]:

$$\alpha = \frac{\eta+1}{\xi+\frac{3}{2}} - 1 \quad (3.19)$$

Mit Hilfe der dimensionslosen Parameter ν und α lässt sich das Verhalten aller thermodynamischen Größen in einem Verdampfungsschritt beschreiben (siehe Tab. 3.1).

² $\Gamma(a) = \int_0^\infty t^{a-1} e^{-t} dt$ und $P(a, x) = \int_0^x t^{a-1} e^{-t} dt$

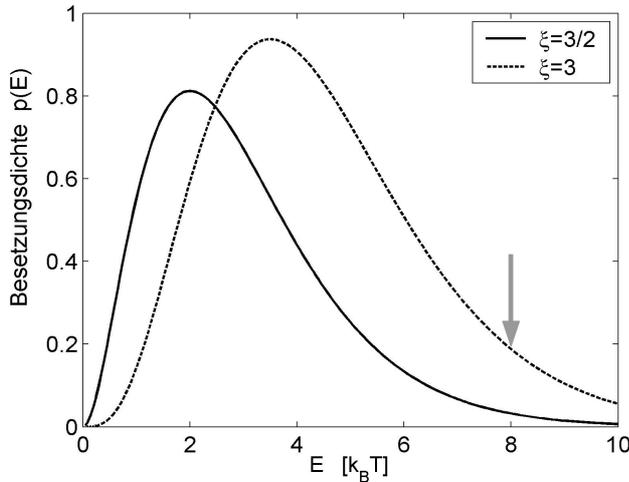


Abbildung 3.4.: Normierte Verteilung der Besetzungsdichte $p(E)$ für eine lineare ($\xi = 3$) und rein harmonische ($\xi = 3/2$) Magnetfalle. Ebenfalls eingezeichnet ist die Lage des optimalen Abschneideparameters $\eta = E/k_B T \approx 8$ für $R=1000$, welcher aus der Abbildung 3.8 bestimmt wurde. Die Verteilung ist gegeben durch $p(\varepsilon) = \frac{(\xi+3/2)\varepsilon^{\xi+3/2} \exp(-\varepsilon)}{\Gamma(\xi+3/2)}$

Ziel der kontinuierlichen Verdampfungskühlung ist das so genannte “runaway” Regime, in welchem die Rate der Thermalisierung (Anzahl der Kollisionen) beschleunigt wird und damit der gesamte Prozess der Kühlung. Aus Abbildungen 3.5 ist die starke Abhängigkeit der Änderung der prozessbestimmenden Größen, Atomdichte und Kollisionsrate ersichtlich. Die ideale reale Fallengeometrie ist eine 3-dimensionale Quadrupolfalle ($\xi = 3$), während eine rein harmonische Falle dieser, bezüglich der Erhöhung der Kollisionsrate und der Phasenraumdichte, weit unterlegen ist. Nachteil der Quadrupolfalle ist das Fallenminimum $B_0 = 0$, welches zu Majorana-Verlusten (siehe Kapitel 4.1.3) führt.

Als guter Kompromiss erweist sich die so genannte Ioffe-Pritchard Falle ($\xi = 5/2$) (Kapitel 4.1.2) mit einem linearen Verhalten in zwei Raumrichtungen und einem harmonischen in der Dritten. Fallengeometrien mit $\xi \leq 1$ erlauben es nicht im Verdampfungskühlen das “runaway” Regime zu erreichen.

thermodynamische Variable	Symbol	Abhängigkeiten	Exponent
Anzahl der Atome	N	-	1
Temperatur	T	-	α
Volumen	V	T^ξ	$\alpha\xi$
Dichte	n	-	$1-\alpha\xi$
Phasenraumdichte	D	$\frac{N}{T^{\frac{3}{2}+\xi}}$	$1-\alpha(\xi + 3/2)$
Kollisionen pro Atom	Γ_{el}	$\frac{N}{T^{\xi-\frac{1}{2}}}$	$1-\alpha(\xi - 1/2)$

Tabelle 3.1.: Die Skalierung der wichtigen thermodynamischen Variablen (T, V und N) und abgeleiteter Größen (n, D und Γ_{el}) lassen sich mit Hilfe eines sogenannten “power law” angeben, dabei variiert jede Größe in einem diskreten Verdampfungsschritt um den Faktor $\nu^{Exponent}$

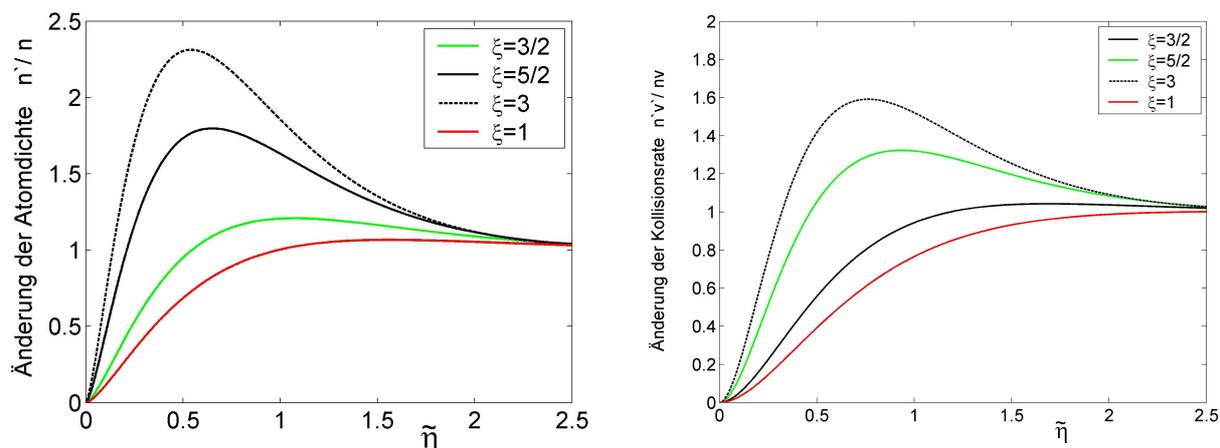


Abbildung 3.5.: Änderung der Atomdichte und der Kollisionsrate in Abhängigkeit von dem reduzierten Abschneideparameter $\tilde{\eta} = E_{cut}/k_B T(\xi + 3/2)$ für verschiedene Fallengeometrien ξ [54] in einen diskreten Evaporationschritt mit anschließender Thermalisierung des Ensembles.

3.2.1. Stöße der Atome

Obige Betrachtungen vernachlässigen jede Störung der Verdampfungskühlung durch einen unerwünschten Atomverlust aufgrund von Stößen mit dem Hintergrundgas oder internen inelastischen Stößen. Wichtig ist dabei das Verhältnis R von “guten” (elastischen Stößen) zu “schlechten” Stößen (Hintergrundgas, inelastischen Stößen, etc.). Als “schlecht” wird ein Stoß bezeichnet, wenn er zum Verlust eines oder mehrerer beteiligter Atome in der Falle führt.

$$R = \frac{\tau_{loss}}{\tau_{el}} = \frac{\Gamma_{el}}{\Gamma_{HG} + G_{dip} n + L_{3b} n^2} \quad \text{mit : } \tau_{el} = \frac{1}{\Gamma_{el}} \quad (3.20)$$

Dieses Verhältnis gibt an wie viele elastische Stöße ein Atom vollzieht, bevor es durch einen schlechten Stoß aus der Falle entfernt wird.

Elastische Stöße Die Zeitskala auf der die Rethermalisierung stattfindet, wird von der Rate der elastischen Stöße bestimmt. Ein Atom ist nach etwa 5 elastischen Stößen [56, 57] wieder im Gleichgewicht mit dem Atomensemble. Die Anzahl der elastischen Stöße pro Zeiteinheit wird durch den atomspezifischen Wirkungsquerschnitt σ , die Atomdichte n und die mittlere Relativgeschwindigkeit \bar{v} zwischen zwei Atomen bestimmt.

$$\Gamma_{el} = \bar{n} \sigma \bar{v} \sqrt{2} \quad \text{mit : } \bar{n} = \frac{\int n^2(r) d^3r}{\int n(r) d^3r} = \frac{\int n^2(r) d^3r}{N} \quad (3.21)$$

Mit $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{m\pi}}$. Bei kleinen Temperaturen (^{87}Rb : $T < 100\mu\text{K}$) findet nur noch eine s-Wellenstreuung mit dem energieunabhängigen Streuquerschnitt³ $\sigma = 8\pi a^2$ statt [58]. Die s-Wellenstreuulänge des Triplett-Zustands von ^{87}Rb beträgt etwa $a = 106 a_0 = 5.6 \text{ nm}$ (siehe auch J.2). Die durchschnittliche Dichte ergibt sich unter Berücksichtigung des einschließenden Potentials aus der Maximaldichte n_0 (“peak density”) im Zentrum der Falle. Für einen linearen Potentialverlauf lässt sich zeigen, dass $\bar{n} = n_0/8$ und für einen harmonischen Einschluss $\bar{n} = n_0/\sqrt{8}$ ist [59].

Stöße mit dem Hintergrundgas Die Falltiefe der in dieser Arbeit verwendeten Magnetfallen beträgt etwa maximal 8 mK. Daher führt jeder Stoß und der damit verbundene Impulsübertrag mit einem Atom aus dem Hintergrundgas zu einem Atomverlust der Falle. Dieser Verlustprozess lässt sich mit $e^{t/\tau_{HG}}$ beschreiben, wobei $\tau_{HG} = 1/\Gamma_{HG}$ die charakteristische Zeitskala, die Lebenszeit der Atome in der Falle darstellt. Bei einem Druck p ist die Verlustrate in einer Falle nach Bali [60] gegeben durch:

$$\Gamma_{HG} \cong n_{HG} \sigma_{HG} v_{HG} \quad (3.22)$$

mit einer Atomdichte im Hintergrundgas von n_{HG} und einem Wechselwirkungsquerschnitt σ_{HG} für die dominierende Atomsorte im Hintergrundgas⁴. Ebenfalls geht die Breite der Geschwindigkeitsverteilung $v_{HG} = \sqrt{2k_B T/m_{HG}}$ ein. Bei einem Hintergrundgasdruck von $1 \cdot 10^{-11} \text{ mbar}$ befinden sich noch 250 Restgasteilchen in einem Quadratmillimeter. Sowohl in der vorliegenden Arbeit, als auch in anderen Experimenten werden für $p \approx 10^{-11} \text{ mbar}$ Lebenszeiten in der Größenordnung von 50 bis 100 s beobachtet. Dies deutet daraufhin, dass auch ohne Anwesenheit einer direkten Rubidiumquelle das Hintergrundgas sich zum größten Teil aus Rubidiumatomen zusammensetzt und das zusätzliche Störungsquellen existieren, z.B. resonantes Streulicht. Aber mit einer Experimentzeit von 25 s in der magnetischen Falle stellen die Lebenszeiten keine Begrenzung dar.

Inelastische Zwei-Körper Stöße Durch eine Spin-Spin Kopplung (Dipol-Dipol Wechselwirkung) der Valenzelektronen oder eine Kopplung des Elektronenspins zu dem Bahndrehimpuls der Relativbewegung der Atome kann sich die magnetische Quantenzahl ändern. Dabei wird eine Energie von der Größenordnung $\mu_B B$ freigesetzt. Die Streurrate ist proportional zu der Dichte der Atome. In magnetischen Fallen ist es möglich maximal spin-polarisierte Atome zu speichern, z.B. für ^{87}Rb der Zustand $|2, 2\rangle$. In diesem Zustand kann sich die magnetische Quantenzahl m_F nicht ändern und die Stöße werden unterdrückt. Die Verlustrate für dipolare Stöße ist gegeben mit [61]:

$$\Gamma_{dip} = G_{dip} n \quad \text{mit} \quad G_{dip} = 10^{-14} \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \quad (3.23)$$

³ $\sigma = 2 \cdot$ Kreisfläche mit dem Radius der Streulänge. Der Faktor 2 resultiert aus der Ununterscheidbarkeit von Bosonen

⁴Für Wasserstoffmoleküle ist $\sigma_{HG} = 2 \cdot 10^{-18} \text{ m}^2$ und für ^{87}Rb -Atome ist $\sigma_{HG} = 2.5 \cdot 10^{-17} \text{ m}^2$ [60]

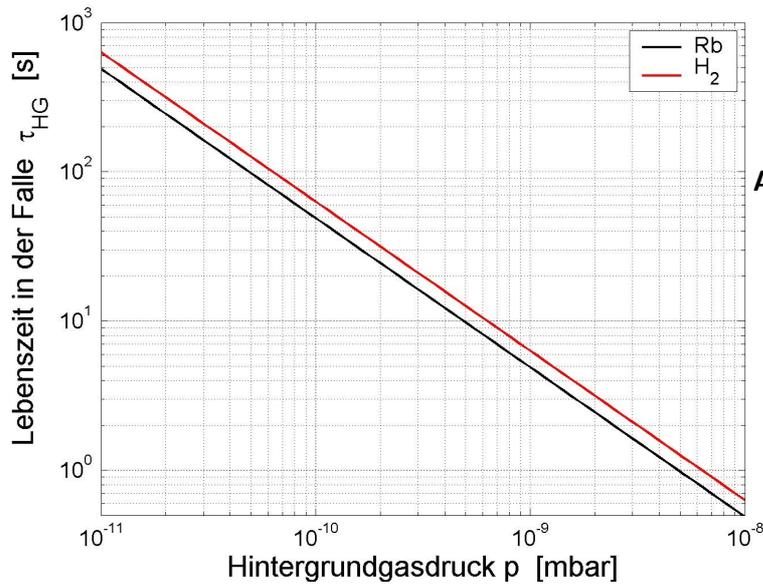


Abbildung 3.6.: Lebenszeit der Atome in der Falle in Abhängigkeit vom Druck des Hintergrundgases. Die Kurven ergeben sich anhand von Gleichung (3.22), für von Wasserstoff (H_2 , rot) oder von Rubidium (^{87}Rb , schwarz) dominiertes Restgas.

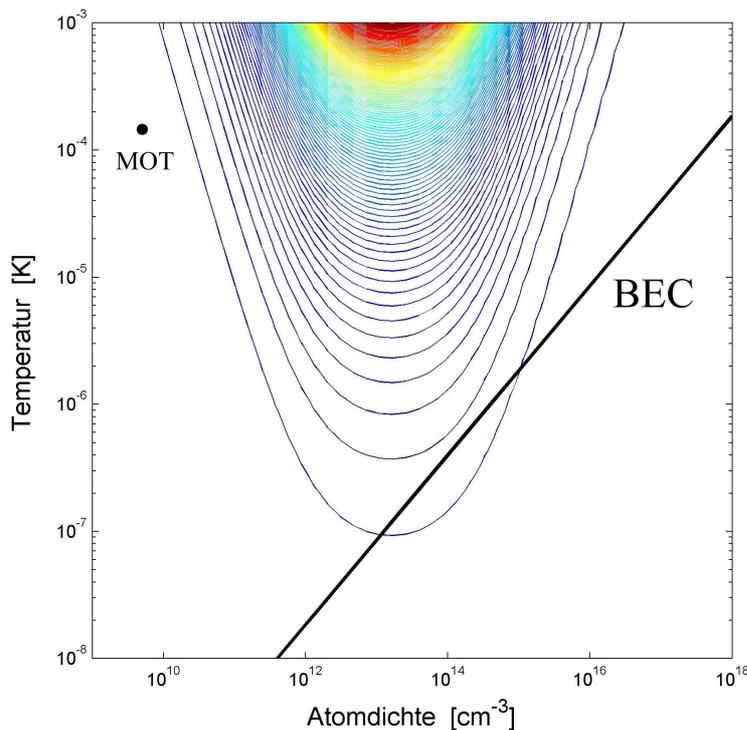


Abbildung 3.7.: Das Verhältnis $R(T, n)$, “gute” zu “schlechte” Stöße, in Abhängigkeit von der Temperatur T und der Dichte n , unter Berücksichtigung der Stöße mit dem Hintergrundgas, inelastischen Zwei-Körper- und Drei-Körper-Stößen. Eingezeichnet ist die Linie an der die Kondensation der Atome beginnt $n \lambda_{dB} = 2.612$ und Bedingungen in der MOT. Die Konturlinien geben jeweils eine Differenz in den Werten für $R(T, n)$ von 500 an. Hier wurde durchgehend die s-Wellenstreuung angenommen und Effekte der Bose-Statistik vernachlässigt.

Inelastische Drei-Körper Stöße (Rekombination) Durch die Spinpolarisation der Atome in einer Magnetfalle wird verhindert, dass zwei Atome ein Molekül bilden. Dies bedeutet, dass ein Bose-Einstein Kondensat ein metastabiler Zustand ist. Im spinpolarisierten Zustand ist dies unter Teilnahme eines dritten Teilchens aber möglich. Das entstandene Molekül befindet sich in einem angeregten Zustand und die Bindungsenergie erhält das dritte Teilchen als

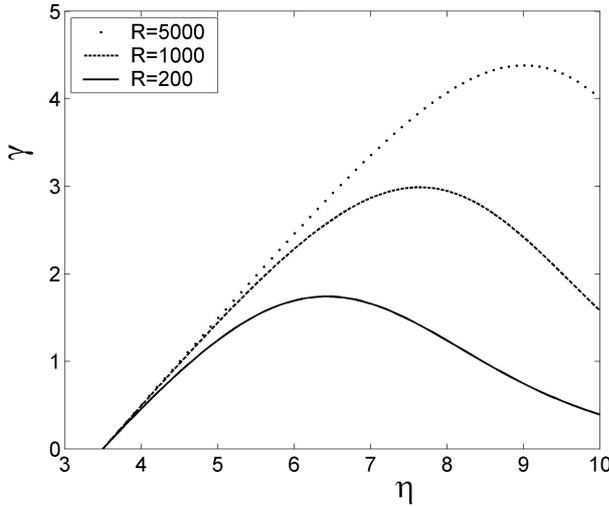


Abbildung 3.8.: Anhand der relativen Änderung der Phasenraumdichte (bzgl. des gleichzeitigen Verlustes an Atomen durch Evaporation, Hintergrundgas und inelastischen Stößen) kann der optimale Evaporationsparameter η gefunden werden für bestimmte Werte von R (“good to bad collisions”) und $\xi = 3/2$. Um den Parameter γ zu berechnen, wurden hier die Näherungen aus Gl.(3.26) und (3.19) verwendet, welche mit genaueren Rechnungen [53] gut übereinstimmen.

kinetische Energie.

$$A + A + A = A(\nu, J) + A + E_b \quad (3.24)$$

Die Verlustrate ist aufgrund der drei beteiligten Atome proportional zu dem Quadrat der Atomdichte in dem Ensemble :

$$\Gamma = L_{3b} n^2 \quad \text{mit} \quad L_{3b} = 4 \cdot 10^{-29} \frac{\text{cm}^6}{\text{s}} \quad (3.25)$$

In einer kondensierten Wolke ist diese Art der Verluste aufgrund der Bose-Statistik um den Faktor $3!$ kleiner [62]. Trotzdem stellen die Rekombinationen die dominanten Verluste dar, und begrenzen die Lebenszeit eines BEC's.

3.2.2. Kontinuierliches Verdampfungskühlen

Ziel eines erzwungenen Verdampfungsprozesses durch das kontinuierliche Erniedrigen der Abschneideenergie mit $\eta(t)$, ist eine maximale Erhöhung der Phasenraumdichte bei minimalem Verlust von Atomen. Unter Berücksichtigung von R (Gl.(3.20)) ergibt sich der Parameter γ in Abhängigkeit von α und der Fallengeometrie ξ [55]:

$$\gamma = \frac{\ln(\frac{D'}{D})}{\ln(\frac{N'}{N})} = \frac{\alpha(\xi + \frac{3}{2})}{1 + \frac{\lambda}{R}} \quad \text{mit} \quad \lambda = \frac{\Gamma_{el}}{\Gamma_{ev}} = \sqrt{2} \frac{e^\eta}{\eta} \quad (3.26)$$

Der Parameter γ gibt an, wie effektiv das Verdampfungskühlen im Bezug auf den gleichzeitigen Verlust an Atomen ist. Während dem kontinuierlichen Verdampfungskühlen mit $\eta(t)$ muss γ zu jedem Zeitpunkt optimiert werden, um eine maximale Anzahl von Atomen beim Beginn der Kondensation der Atome im Ensemble zu erhalten.

Aus Abbildung 3.8 ist ersichtlich das η optimal ist für Werte zwischen 6 und 10. Dies bedeutet das Atome mit einer kinetischen Energie von mehr als 6 bis 10 $k_B T$ aus dem Ensemble

entfernt werden. Wesentlich ist dabei immer auch die aktuelle Anzahl der elastischen Kollisionen und damit das Verhältnis R (“good to bad collisions”).

Die optimalen Werte für η beim kontinuierlichen Evaporieren sind gegenüber denen in einem diskreten Schritt (siehe Abb. 3.5) signifikant größer. Dies ist darin begründet das große Einschnitte von η in langen Thermalisationszeiten resultieren, welche wiederum große Atomverluste aufgrund von “schlechten” Stößen nach sich ziehen. Daher sind größere Werte für η vorzuziehen, um ein effektiveres Verdampfungskühlen im Sinne von einem größeren γ zu gewährleisten.

Theoretisch sollten etwa 500 Kollisionen pro Atom genügen um eine Phasenraumdicke von $n\lambda \approx 1$ zu erreichen, wobei reale Experimente meist mehr Kollisionen benötigen [55].

4. Magnetfallen für neutrale Atome

Die Manipulation von neutralen Atomen durch ein magnetisches Feld beruht auf der Wechselwirkung des magnetischen Moments der Atome mit dem Feld. Dies wurde zum ersten Mal in dem bekannten Versuch von Stern und Gerlach gezeigt. Aufgrund des sehr kleinen magnetischen Moments $\mu \approx \mu_B$ von neutralen Atomen, war es erst spät möglich Atome magnetisch zu speichern. Die thermische Energie von einem Kelvin entspricht etwa der magnetischen Wechselwirkung mit einem Magnetfeld von einem Tesla. Erst nachdem durch Laserkühlung vorgekühlte Atome verfügbar waren, konnte das Fangen von neutralen Atomen in einer magnetischen Falle gezeigt werden [63].

In diesem Kapitel wird die magnetische Wechselwirkung von Atomen mit Magnetfeldern besprochen werden. Des Weiteren werden die beiden wichtigsten Typen von Magnetfallen dargestellt und die Eigenschaften von Mikrofallen diskutiert werden.

4.1. Das magnetische Potential

Die in einem Magnetfeld auf ein Atom wirkende Kraft, ist proportional zu dem Gradienten der magnetischen Feldkomponente auf der Achse des magnetischen Moments des betroffenen Atoms.

$$\vec{F} = \vec{\nabla}(\vec{\mu} \cdot \vec{B}) \quad (4.1)$$

Ein Atom in einem homogenen Magnetfeld erfährt keine Kraft. Das Potential U für Atome mit dem magnetischen Moment $\vec{\mu} = -g_F \mu_B \vec{F}$, eines totalen Spins \vec{F} in einem Magnetfeld \vec{B} ist dann:

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = g_F \mu_b m_F B \quad (4.2)$$

hier ist g_F der Landé Faktor des entsprechenden Hyperfeinzustandes, μ_B das Bohrsche Magneton und m_F die magnetische Quantenzahl des Zeemanunterzustandes. Dazu muss das Atom während der Bewegung in einem Magnetfeld demselben adiabatisch folgen können, d.h. dass sich der Spin an die Feldrichtung des Magnetfeldes \vec{B} anpassen kann.

$$\frac{d}{dt} \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|} < \omega_{Larmor} = \frac{\vec{\mu} \cdot \vec{B}}{\hbar} \quad (4.3)$$

Obige Gleichung wird als Adiabazitäts-Bedingung bezeichnet. Ein Ensemble von Atomen, welches in einem Magnetfeld statistisch auf die Unterzustände m_F verteilt ist, kann in zwei

Gruppen aufgeteilt werden. In Abhängigkeit von der prinzipiellen Orientierung des magnetischen Moments gegenüber dem Magnetfeld, d.h. je nachdem ob $g_F m_F < 1$ oder $g_F m_F > 1$, ist die wirkende Kraft auf das Maximum bzw. Minimum des Magnetfeldes gerichtet. Man unterscheidet die Atome damit in so genannte “high-field seeker” und “low-field seeker”.

Aus den Maxwell'schen Gleichungen kann aber gezeigt werden, dass im ladungsfreien Raum kein Magnetfeldmaximum erzeugt werden kann [64], das so genannte Earnshaw Theorem. Daher werden in den meisten Magnetfallen Atome als “low-field seeker” gefangen, d.h. im Minimum des Magnetfeldes.

Magnetfallen für “high-field seeker” wurden mit einem radialen Magnetfeld eines freistehenden Drahtes realisiert. Dabei bewegen sich Atome auf stabilen Bahnen um den Draht. Diese Magnetfalle wird daher auch als “Kepler-guide” bezeichnet [65, 15].

4.1.1. Die Quadrupolfalle

Das Verhalten des absoluten Magnetfeldes am Zentrum einer Magnetfalle kann in niedrigster Ordnung entweder durch eine lineare oder eine quadratische (harmonische) Näherung beschrieben werden. Die bekannteste Magnetfalle mit $B_0 = 0$ ist das Quadrupolfeld mit einem linearen Verhalten in alle Raumrichtungen. Die einfachste Realisierung eines dreidimensionalen Quadrupolfeldes ist das Feld von zwei koaxialen Spulen mit antiparallelen elektrischen Strömen.

$$B(x, y, z) = B' \begin{pmatrix} x \\ 2y \\ z \end{pmatrix} \quad \text{mit :} \quad B' = \frac{3\mu_0 I d R^2}{2(d^2 + R^2)^{\frac{5}{2}}} \quad (4.4)$$

Hierbei ist $2d$ der Abstand der beiden Spulen und R deren Radius. Die allererste magnetische Speicherung neutraler Atome erfolgte in einer Quadrupolfalle [63]. Die Quadrupolfalle bietet in erster Ordnung den optimal möglichen, d.h. steilsten Einschluss von Atomen durch Magnetfallen. Der Nachteil der Quadrupolfalle sind die sehr hohen Verluste durch Majorana Spin-Flips (siehe 4.1.3) am Fallenminimum $B_0 = 0$. Trotzdem wird diese Falle zur Bose-Kondensation verwendet, wobei Atomverluste durch eine schnelle Kreisbewegung des Fallenminimums (TOP-Falle¹ [4]) oder durch einen optischen “Stopfen” mittels eines Laserstrahls, verhindert werden [5].

4.1.2. Die Ioffe-Pritchard-Falle

Eine der bekanntesten Fallengeometrien, ohne Majorana-Verluste mit $B_0 > 0$, ist die so genannte Ioffe-Pritchard- oder kurz Ioffe-Falle. Am Fallenminimum verhält sich die Ioffe-Falle in alle Richtungen harmonisch. Es kann aber gezeigt werden, dass ein isotropes harmonisches Verhalten kein Fallenminimum mit $B_0 = 0$ gestattet [26]. Daher ist der Einschluss der

¹TOP = “time orbiting potential”

Atome in der Ioffe-Falle meist stark anisotrop. Diese Falle wurde zuerst von Pritchard für die Speicherung neutraler Atome vorgeschlagen und demonstriert [66, 67].

$$B(x, y, z) = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ B_0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\text{Dipol}} + \underbrace{B' \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ -z \end{pmatrix}}_{\text{Quadrupol}} + \underbrace{\frac{B''}{2} \begin{pmatrix} -xy \\ y^2 - \frac{1}{2}(x^2 + z^2) \\ -zy \end{pmatrix}}_{\text{Hexapol}} \quad (4.5)$$

Prinzipiell verbindet die Ioffe-Falle für Atome mit $k_B T > \mu B_0$ einen steilen linearen Einschluss der Atome in die zwei radialen Raumrichtungen ($B \cong B' \sqrt{x^2 + z^2}$), mit einem nicht verschwindenden Fallenminimum B_0 . Ist die kinetische Energie der Atome $k_B T < \mu B_0$, ist der Einschluss in alle Raumrichtungen harmonisch². Am Fallenminimum kann das absolute Magnetfeld wie folgt harmonisch genähert werden:

$$|\vec{B}(\vec{r})| \cong \frac{1}{2} (B_r''(x^2 + z^2) + B'' z^2) \quad \text{mit} \quad B_r'' = \frac{B'^2}{B_0} - \frac{B''}{2} \quad (4.6)$$

Die Spezifikation einer Ioffe-Falle erfolgt durch die drei Frequenzen der Teilchenoszillationen am Fallenminimum. Diese berechnen sich aus der Krümmung des absoluten Feldes entlang den Achsen der Falle:

$$\omega_r = \sqrt{\frac{\mu}{m} B_r''} \quad \text{und} \quad \omega = \sqrt{\frac{\mu}{m} B''} \quad (4.7)$$

4.1.3. Die Majorana Verluste

Ist das magnetische Feld am Fallenminimum $|\vec{B}_0| \approx 0$ ändert sich die Orientierung des magnetischen Feldes so schnell, dass das magnetische Moment des Atoms $\vec{\mu}$ diesem nicht mehr folgen kann. Der Spin des Atoms kann dann in einen nicht gefangenen Zustand umklappen, womit das Atom der Falle verloren geht. Diese Übergänge des Atomspins werden als Majorana Spin-Flips bezeichnet. Inzwischen gibt es vollständig quantenmechanische Beschreibungen [68, 69] dieser Spin-Flips, insbesondere für Ioffe-Pritchard Magnetfallen (siehe Kapitel 4.1.2).

$$\Gamma_M = 4\pi \omega_r \exp\left(-\frac{2\vec{\mu}\vec{B}}{\hbar\omega_r}\right) \quad (4.8)$$

Die Verlustrate wird von der größeren Fallenfrequenz $\omega_r > \omega_z$ einer Ioffe-Falle bestimmt. Der Atomverlust durch Majorana Spin-Flips kann für übliche Fallenfrequenzen $\omega_r \approx 2\pi 10^3$ Hz durch minimale magnetische Führungsfelder $B_0 \approx 10\text{mG}$ stark unterdrückt werden.

²Als Folge des Absolutquadrates des Magnetfeldes und mit $\sqrt{1+x^2} \approx 1 + \frac{x^2}{2}$.

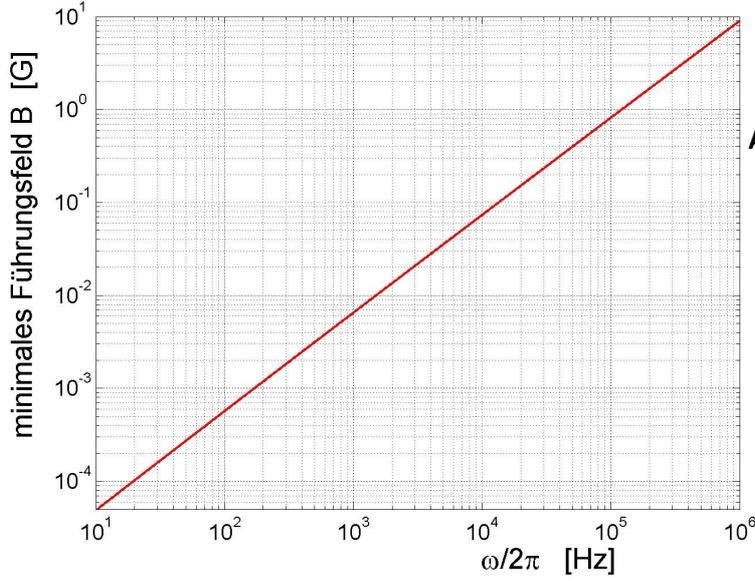


Abbildung 4.1.: Notwendiges magnetisches Führungsfeld um Majorana Spin-Flips, in Abhängigkeit von der zugehörigen Fallenfrequenz, zu verhindern. Hier wurde eine Lebenszeit der Atome von $\tau_M = \frac{1}{\Gamma_M} = 10^3$ s in der Falle angestrebt. Die Berechnung erfolgte mit Gl.(4.8) für ^{87}Rb -Atome im Zustand $|2, 2\rangle$.

4.2. Magnetische Mikrofallen für neutrale Atome

Üblicherweise werden Magnetfallen mit Hilfe von Elektromagneten erzeugt, was die notwendige Flexibilität in der Variation der Stärke des Einschlusses der Atome gestattet. Das grundlegende Verhalten von Elektromagneten wird durch jenes eines geraden stromführenden Leiters bestimmt. Anhand dieses Systems können prinzipielle Eigenschaften von Magnetfallen durch stromführende Strukturen veranschaulicht und optimiert werden.

Das absolute magnetische Feld eines geraden Leiters und dessen Verhalten ist gegeben mit:

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (4.9)$$

$$\frac{dB(r)}{dr} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi r^2} \quad (4.10)$$

$$\frac{d^2B(r)}{dr^2} = \frac{\mu_0 I}{\pi r^3} \quad (4.11)$$

Die endliche Ausdehnung $2R$ jedes Leiters ist damit die begrenzende Größe in der Stärke des Einschlusses, d.h. dem Gradienten des Magnetfeldes (Gl.(4.10)). Aus dem Übergang $r \rightarrow R$ resultieren die maximal möglichen Magnetfeldgradienten von stromführenden Leitern. Weinstein und Libbrecht haben zuerst auf diese Eigenschaften von Drahtmagnetfallen hingewiesen [14]. Bemerkenswert ist auch die Tatsache, dass mit Gleichung (4.10) sich die Skalierung des Feldgradienten auf die Proportionalität zu der Stromdichte j reduziert.

$$\frac{dB(r)}{dr} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} \propto j \quad (4.12)$$

Konventionelle Magnetfallen sind durch ihre großen Dimensionen in der Reduzierung von R limitiert und können dies auch nur teilweise durch die Verwendung extrem großer elektrischer

Ströme I ausgleichen. Um die Gradienten in einer Magnetfalle signifikant zu steigern, liegt es daher nahe, die gespeicherten Atome sehr nahe an die stromführenden Strukturen zu bringen. Für Drahtmagnetfallen, welche entstehen wenn das radiale Magnetfeld eines Drahtes lokal durch ein zusätzliches Feld kompensiert wird, sind diese Begrenzungen praktisch nicht vorhanden (siehe Abb. 4.2).

Auf einer Oberfläche aufgebracht, verbinden die Drahtmagnetfallen die vorteilhaften Skalierungseigenschaften mit der Abfuhr der entstehenden thermischen Wärme aufgrund des ohmschen Widerstandes.

Besonders von einer Oberfläche gehaltene planare Drahtstrukturen erlauben eine extreme Verringerung der Größendimensionen, und gestatten damit einen wesentlich stärkeren Einschluss der Atome. Ultradünne Drähte von der Größe einiger Mikrometer, montiert auf einem Substrat, erlauben gepulste Stromdichten bis 0.1 und mit Substratkühlung bis zu $1 \text{ A}/\mu\text{m}^2$ [70].

Ein Draht mit einer Breite von $2 \mu\text{m}$ und einem elektrischen Strom von 0.5 A produziert einen Magnetfeldgradienten von $400 \text{ kG}/\text{cm}$ in einem Abstand von $5 \mu\text{m}$. Die in dieser Arbeit verwendeten Leiterstrukturen sind in der Größenordnung von einem Millimeter und einige Millimeter lang. Diese Fallen gestatten die notwendigen Gradienten von einigen hundert G/cm zur Kompression einer Atomwolke als Vorbedingung zur Bose-Kondensation.

4.2.1. Drahtfallen für neutrale Atome

Die einfachste magnetische Falle für neutrale Atome wird aus der Superposition des radialen Feldes eines geraden stromführenden Leiters und eines dazu senkrechten homogenen magnetisches Feldes gebildet. Im Weiteren werden die homogenen Magnetfelder kurz auch als Biasfelder bezeichnet. Ein Feldminimum entsteht durch die gegenseitige Kompensation der beiden Felder entlang einer Linie. Hierbei entsteht eine Quadrupolfalle in zwei Dimensionen, welche sich parallel zu dem Leiter erstreckt (Abb. 4.2). Diese Art der Magnetfalle wird als “side guide” bezeichnet. Der Wert des magnetischen Feldes am Fallenminimum ist $B_0 = 0$. Ursprünglich wurde diese Idee von Frisch und Segrè vorgeschlagen [71] und erstmals in Tübingen und Innsbruck realisiert [16, 15, 72]. Im Folgenden wird, soweit nicht anders angegeben, von einem geraden Leiter mit einem infinitesimal kleinen Durchmesser und einer unendlichen Länge ausgegangen. Die magnetische Induktion oder Flussdichte \vec{B} eines geraden Leiters ist gegeben durch:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\varphi = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{r} \vec{e}_\varphi \quad (4.13)$$

wobei μ_0 die magnetische Feldkonstante³, I den elektrischen Strom, r den radialen Abstand zum Leiter und \vec{e}_φ den tangentialen Einheitsvektor angibt⁴. Damit ergibt sich sofort die

³ $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$

⁴Faustformel: $B [\text{Gauß}] = 2000 \frac{I [\text{A}]}{r [\mu\text{m}]}$

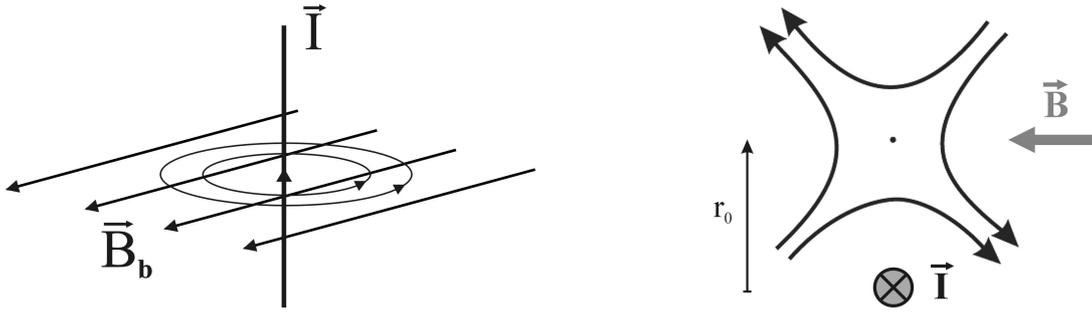


Abbildung 4.2.: Potentialverlauf in der magnetischen Falle eines geraden Leitern und eines homogenen Feldes, sowie das zweidimensionale Quadrupolfeld dieses “side guide”.

Position des Fallenminimums und der Magnetfeldgradient bezüglich des Leiterdrahtes:

$$r_0 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{B_b} \quad \left. \frac{dB}{dr} \right|_{r_0} = \frac{B_b}{r_0^2} = \frac{2\pi}{\mu_0} \frac{B_b^2}{I} \quad (4.14)$$

Hier zeigt sich das erstaunliche Verhalten dieser Falle: Wird der Strom im Leiter verringert, erhöht sich damit die Steilheit der Falle. Dies erklärt sich aus der Tatsache, dass die Position der Falle sich näher zum Leiter und damit zu steileren Gradienten hin verschiebt.

Wird nun das homogene Magnetfeld so gedreht, dass es nicht mehr senkrecht zu dem Leiter steht, wird durch die parallele Feldkomponente das Fallenminimum auf einen Wert $B_0 \neq 0$ angehoben. Diese Art von Potential wird ebenfalls als *Ioffe-Pritchard-Falle* bezeichnet. Eine Drahtfalle wird dann durch die Krümmung am Fallenminimum charakterisiert.

$$\left. \frac{d^2 B}{dr^2} \right|_{r_0} = \left(\frac{2\pi}{\mu_0} \right)^2 \frac{B_b^4}{B_0 I^2} = \frac{B_b^2}{r_0^2 B_0} \quad (4.15)$$

Diese magnetische Drahtfalle für neutrale Atome stellt einen Wellenleiter dar, und wurde erstmals von Johannes Denschlag verwirklicht [65].

Um die Atome in drei Dimensionen einzuschließen, können die beiden offenen Enden des Wellenleiters durch zwei weitere, senkrecht dazu stehende Leiter geschlossen werden. Je nachdem, ob der Strom in diesen zusätzlichen Leitern parallel oder antiparallel ist, ergeben sich zwei unterschiedliche Fallentypen, welche als U- und Z-Falle bezeichnet werden.

4.2.2. Die magnetische U-Falle

Ist der Strom in den beiden parallelen Leitern in der Drei-Draht-Struktur antiparallel, kompensieren sich die Felder der beiden Leiter in der Mittelebene soweit, dass nur noch eine Komponente senkrecht zu der Leiterstruktur bestehen bleibt. In Superposition mit dem radialen Feld des zentralen Leiters entsteht eine gebogene Linie, auf der nur eine Magnetfeldkomponente parallel zu den beiden äußeren Leitern existiert. Die Addition eines homogenen

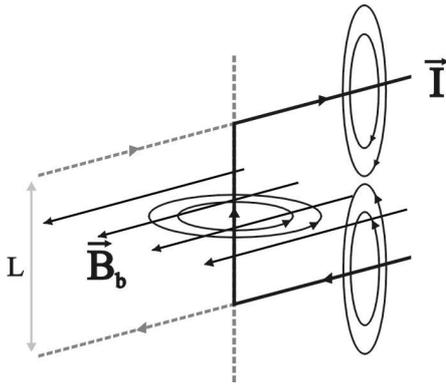


Abbildung 4.3.: Das Magnetfeld einer Drei-Draht-Struktur kann durch das eines Leiters in der Form eines “U” ersetzt werden. In Überlagerung mit einem homogenes Biasfeld $\vec{B}_b = (B_{bx}, 0, 0)$ entsteht die danach benannte U-Magnetfalle mit $B_0 = 0$.

Biasfeldes \vec{B}_b in entgegengesetzter Orientierung resultiert in einem Punkt mit $B_0 = 0$ (siehe Abbildung 4.4).

Der zentrale Draht, oder auch Steg, verläuft in y-Richtung und die beiden äußeren Drähte in x-Richtung. Der Abstand der beiden äußeren Leiter wird mit L bezeichnet.

Weil sich die Felder der drei geraden Leiterstücke vektoriell addieren, verschiebt sich der Punkt der totalen Kompensation von dem zentralen Leitersegment weg. Durch eine Biasfeldkomponente in der z-Richtung lässt sich diese asymmetrische Lage des Fallenminimums korrigieren, und erlaubt das Minimum über dem zentralen Steg zu positionieren.

Eine Möglichkeit der Realisierung dieser Drei-Leiterstruktur, ist einen Leiter in die Form eines “U” zu biegen [17, 72]. Das Vektorfeld $\vec{B} = \vec{B}_W + \vec{B}_b$ stellt in der Umgebung von $B_0 = 0$ ein minimiertes Quadrupolfeld dar. Diese Feldkonfiguration wird auch als U-Falle bezeichnet. Zur Vereinfachung können im Folgenden die beiden Leiterenden als ins Unendliche fortgesetzt gedacht werden.

Besitzt das homogene Biasfeld auch eine Komponente in z-Richtung mit $\vec{B}_b = (B_x, 0, B_z)$, kann sich das Minimum nur auf der senkrechten Mittenebene befinden. Diese Ebene ist senkrecht zur Leiterstruktur und parallel zentriert zu den beiden äußeren Leitern. Das absolute Magnetfeld $|\vec{B}|$ nimmt dann auf der Mittenebene die folgende Form an:

$$|\vec{B}(x_0, 0, z_0)| =$$

$$\sqrt{\left[B_x - \frac{ILz_0\mu_0}{2\pi r_0^2 \sqrt{L^2 + 4r_0^2}} \right]^2 + \left[B_z - \frac{IL\mu_0}{2\pi(L^2 + 4r_0^2)} \left(\frac{-x_0(L^2 + 4r_0^2 + 4z_0^2)}{r_0^2 \sqrt{L^2 + 4r_0^2}} + 2 \right) \right]^2}$$

Die Position des Fallenminimums wird durch die beiden Feldkomponenten B_x und B_z bestimmt. Mit $\vec{r}_0 = (x_0, 0, z_0)$ als dem Abstand des Fallenminimums zum Zentrum der Struktur (Abb.4.5, (Rechts)). Die Lösung der Gleichung $|\vec{B}| = 0$ liefert die möglichen Positionen des Fallenminimums in Abhängigkeit von dem Biasfeld $\vec{B}_b = (B_x, 0, B_z)$. Die beiden möglichen Koordinaten $\vec{r}_0 = (x_0, 0, z_0)$ für $B_z = 0$ ergeben sich aus der Bedingung, dass die z-Komponente erzeugt durch die Leiterstruktur, verschwindet. Diese sind verknüpft über die

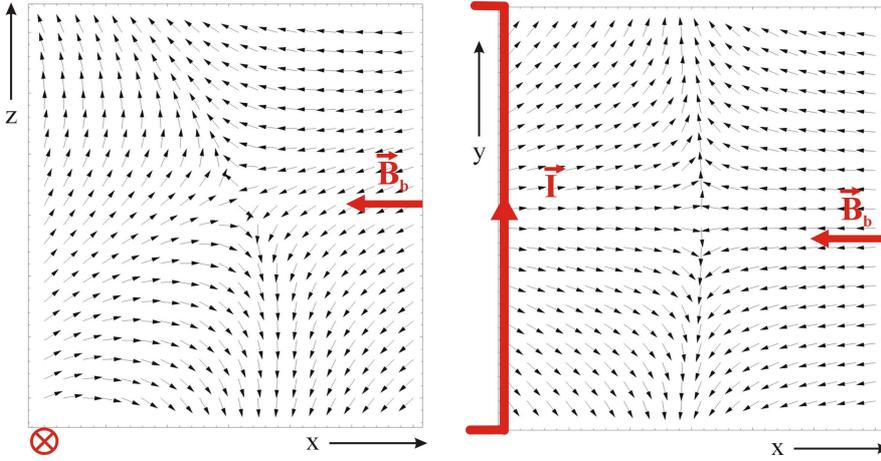


Abbildung 4.4.: Vektorfeld einer U-Falle. Eine Überlagerung des magnetischen Feldes eines Leiters in der Form eines “U” und ein homogenes Biasfeld $\vec{B}_b = (B_{bx}, 0, 0)$ parallel zur Leiterstruktur. (Die Vektorpfeile sind zur Demonstration von gleicher Länge gehalten.)

Beziehung (Abb. 4.5, (Links)):

$$z_0 = \sqrt{\frac{x_0^2}{2} + \frac{x_0}{2} \sqrt{L^2 + 5x_0^2}} \quad (4.16)$$

Damit sich die Fallenposition in der Höhe z_0 über dem zentralen Steg befindet ($x_0 = 0$), muß das Verhältnis der beiden homogenen Felder wie folgt sein (siehe Abbildung 4.5, (Mitte)):

$$\frac{B_z}{B_x} = \frac{2z_0}{\sqrt{L^2 + 4z_0^2}} \quad (4.17)$$

In diesem Fall wird der senkrechte Abstand der Falle von der Leiterstruktur $r_0 = z_0$ durch das Biasfeld B_x , dem Drahtstrom I und der Länge des zentralen Steges L festgelegt:

$$z_0^2 = \frac{L \sqrt{(\pi L B_x)^2 + (2\mu_0 I)^2}}{8\pi B_x} - \frac{L^2}{8} \quad (4.18)$$

Die charakteristische Eigenschaft dieser Version eines Quadrupolfeldes ist die Größe des linearen Einschlusses. Die Magnetfeldgradienten in radialer Richtung verhalten sich ähnlich denen des “side guide”. Der Gradient in longitudinaler Richtung wird von der Distanz L der beiden äußeren Leiter mitbestimmt:

$$\left. \frac{dB}{dy} \right|_{z_0} = \frac{2\mu_0}{\pi} \frac{I L z_0}{(4z_0^2 + L^2)^2} \quad \text{und} \quad \left. \frac{dB}{dz} \right|_{z_0} = \left. \frac{dB}{dx} \right|_{z_0} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi z_0^2} \quad (4.19)$$

Exakt gilt dies nur für $r_0 = (0, 0, z_0)$, aber für $r_0 = (x_0, 0, z_0)$ gelten die gleichen Skalierungsgesetze. Mit der Länge des zentralen Steges erhöht sich auch die Anisotropie des linearen Einschlusses. Darin unterscheidet sich dieses Quadrupolfeld von dem der Antihelmholtz-Konfiguration zweier Spulen. In der Antihelmholtz-Konfiguration ist das Verhältnis der Gradienten genau zwei.

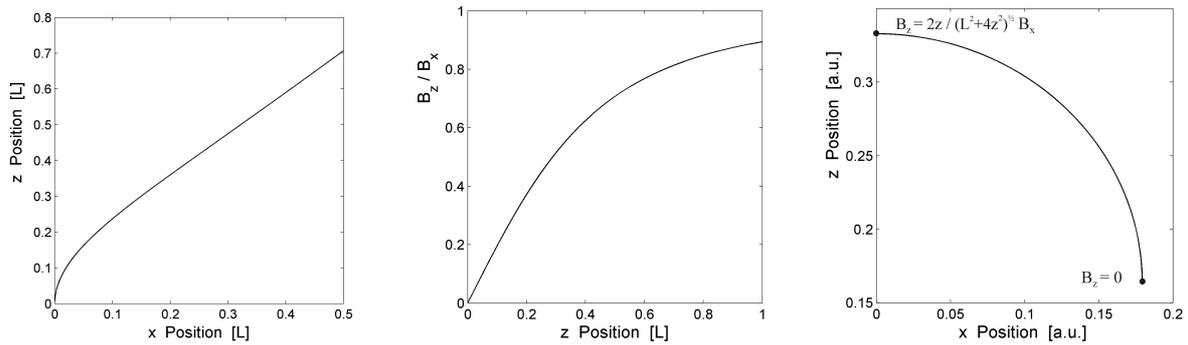


Abbildung 4.5.: LINKS: Linie der möglichen Position der U-Falle bei nur einem homogenen Biasfeld B_x in Einheiten der Steglänge L . MITTE: Verhältnis der beiden Biasfeldkomponenten um die U-Falle über dem zentralen Steg zu positionieren mit $\vec{r}_0 = (0, 0, z_0)$ in Einheiten von L . RECHTS: Exemplarische Bewegung der U-Falle, wenn das Biasfeld B_z von 0 auf $2z_0 B_x / \sqrt{L^2 + 4z_0^2}$ erhöht wird. Der zentrale Steg befindet sich bei $(0, 0)$.

Mit der Feldkonfiguration der U-Falle kann das Quadrupolfeld für eine magnetooptische Falle (MOT) erzeugt werden. Um die Leiterstruktur in die direkte Nähe der MOT zu bringen, wird diese üblicherweise als so genannte Reflektions-MOT realisiert (siehe Kapitel 5.3). Die räumliche Ausdehnung des Quadrupolfeldes ist sehr begrenzt und kann aber durch Verdrehen des homogenen Feldes gegenüber der Drahtebene vergrößert werden. Es konnte gezeigt werden, dass bei einem Biasfeld \vec{B}_b mit einem Winkel von 26° gegenüber der Ebene der Leiterstruktur, die U-MOT ein maximales Einfangvolumen besitzt [73]. Des Weiteren kann durch die Verwendung eines in der Breite ausgedehnten Leiters für den zentralen Steg L ein über weite Bereiche nahezu perfektes Quadrupolfeld erzeugt werden [74, 75].

4.2.3. Die einfache magnetische Z-Falle

Ist der elektrische Strom in den beiden äußeren Leitern der Drei-Leiterstruktur parallel zueinander, entsteht in Superposition mit einem Biasfeld \vec{B}_b eine Magnetfalle mit einem nicht verschwindenden Offsetfeld $B_0 \neq 0$. Die resultierende Fallengeometrie hat die Eigenschaften einer Ioffe-Pritchard-Falle. Der lineare radiale Einschluss der Atome in dieser Art von Ioffe-Falle, stammt von dem Wellenleiter des zentralen Drahtes. Der longitudinale harmonische Einschluss wird von den beiden zusätzlichen äußeren Leitern gebildet.

Diese Drei-Leiterstruktur ist, wie in Abbildung 4.6 (Links) dargestellt, hochsymmetrisch. Da die Hauptachse der resultierenden Falle gegenüber der Leiterstruktur verdreht ist, besitzt sie nur eine 180° -Punktsymmetrie. Zur Erzeugung der Magnetfalle genügt ein homogenes Biasfeld $\vec{B}_b = (B_{bx}, 0, 0)$ in x-Richtung. Das Fallenminimum befindet sich aus Symmetriegründen genau oberhalb des Zentrums des zentralen Steges⁵, mit $x_0 = y_0 = 0$.

Im Weiteren verlaufen die beiden parallelen Ströme entlang der x-Achse. Der zentrale Draht

⁵Ein zusätzliches drittes homogenes Biasfeld B_{bz} würde die Falle in x- und y-Richtung verschieben.

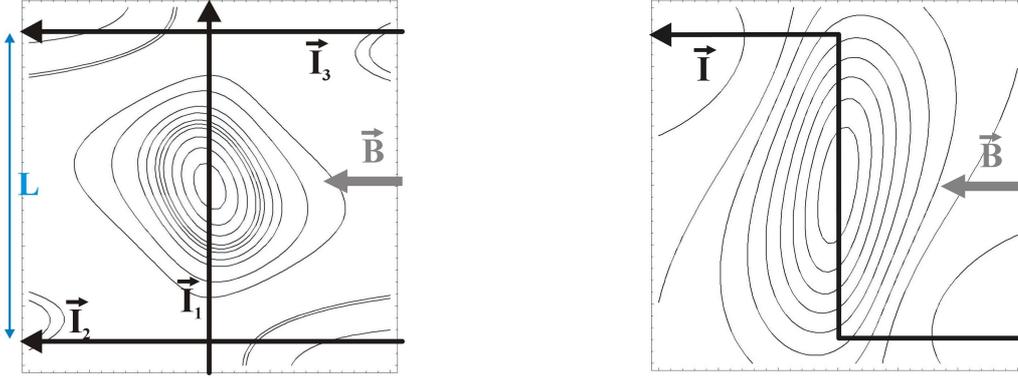


Abbildung 4.6.: LINKS: Einfache Drahtfalle welche mit den Magnetfeldern von zwei weiteren Drähten in der dritten Dimension geschlossen wird. Obwohl die Struktur spiegelsymmetrisch ist, ist Magnetfalle nur spiegelsymmetrisch. Dies ist in der Vektoreigenschaft der Magnetfelder begründet. ($I_1 = I_2 = I_3$). RECHTS: Gleicher Fallentyp, aber die Leiterstruktur besteht nur aus einem "Z"-förmigen Leiterdraht.

ist identisch mit der y-Achse. Die z-Koordinate ist senkrecht zu der Ebene der Leiterstruktur. Soweit nicht anders erwähnt geht die Länge aller Drähte gegen $-\infty$, bzw. $+\infty$.

Das Offsetfeld $B_0 \neq 0$ am Fallenminimum besteht im wesentlichen aus der Komponente B_y , welche von den äußeren Leitern produziert wird, und zusätzlich aus einer Komponente B_z in z-Richtung:

$$B_y = \frac{2\mu_0 I z_0}{\pi (L^2 + 4z^2)} \quad \text{mit einem Maximum bei:} \quad z_{0,max} = \frac{L}{2} \quad (4.20)$$

Der Wert von B_y wird bei einem Abstand z_0 , der genau der halben Länge des zentralen Stegelementes L entspricht, maximal (siehe Abb. 4.8). Befindet sich die Falle nicht auf dieser Höhe $z_{0,max}$ hat das Offsetfeld B_0 immer auch einen Anteil B_z . Dieser resultiert aus dem lokalen Gradienten der Gesamtfeldkomponente in y-Richtung, welcher die Falle entweder zur Leiterstruktur hin oder weg schiebt (siehe Abbildung 4.8 (Rechts)). Die Größe dieses Versatzes lässt sich aus den Gradienten der Feldkomponenten B_x und B_y abschätzen:

$$\Delta z \cong \frac{B_y \frac{dB_y}{dz}}{\left(\frac{dB_y}{dz}\right)^2 \left(\frac{dB_x}{dz}\right)^2} \quad (4.21)$$

Die Höhe auf der sich das Biasfeld B_{hy} und die y-Komponente der Leitern kompensieren ergibt aus:

$$B_x = \frac{I L \mu_0}{4\pi z_0 \sqrt{L^2 + 4z_0^2}} \Rightarrow z_0^2 = \frac{L \sqrt{(\pi L B_x)^2 + (2\mu_0 I)^2}}{8\pi B_x} - \frac{L^2}{8} \quad (4.22)$$

Δz gibt die Distanz zwischen dem Punkt der Kompensation der y-Felder und der eigentlichen Fallenposition an.

Bestimmung der Fallenfrequenzen einer Magnetfalle Das dynamische Verhalten ultrakalter Atome, insbesondere der Atome im Grundzustand, wird von den drei Fallenfrequenzen des magnetischen Potentials bestimmt.

Die Fallenfrequenzen werden allgemein durch die Ableitungen zweiter Ordnung des Potentials entlang der Eigenvektoren bestimmt (siehe Gl. (4.7)). Hierbei sollen die Koordinaten \tilde{x} , \tilde{y} und \tilde{z} parallel zu den Eigenvektoren des Systems sein. Sind diese nicht identisch mit den geometrischen Achsen der Leiterstruktur können die Eigenvektoren durch die Diagonalisierung der entsprechenden Hesse-Matrix am Fallenminimum $r = (x_0, y_0, z_0)$ bestimmt werden.

$$\mathcal{H}(x, y) = \left(\begin{array}{ccc} \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 B}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 B}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 B}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 B}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 B}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 B}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} \end{array} \right) \Bigg|_{r=(x_0, y_0, z_0)} \quad (4.23)$$

Für die diskutierte Drei-Leiterstruktur besitzt das Biasfeld nur Komponenten in x- und y-Richtung, die Magnetfalle ist dann auch in dieser Ebene gedreht und es ergibt sich eine Hesse-Matrix der allgemeinen Form:

$$\mathcal{H}(x, y) = \left(\begin{array}{ccc} \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 B}{\partial x \partial y} & 0 \\ \frac{\partial^2 B}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} \end{array} \right) \quad (4.24)$$

Die Drei-Draht-Konfiguration aus Abbildung 4.6 (LINKS) besitzt die beiden nichtdiagonalen Elemente,

$$\frac{d^2 B}{dx dy} \Big|_{r_0} = \frac{d^2 B}{dy dx} \Big|_{r_0} \propto (L^2 - 4z^2) \quad (4.25)$$

welches dazu führt, dass die Eigenvektoren nur an genau einem Punkt $z_0 = L/2$ mit den Symmetrieachsen der Leiterstruktur identisch sind. Für die Magnetfalle selbst bleibt die Symmetrie auf die 180°-Symmetrie beschränkt.

In der vorliegenden Arbeit wurde die Fallengeometrie der Drei-Drahtstruktur mit nur einem Draht wie in Abb. 4.6 (RECHTS) abgebildet realisiert [76, 17]. Aus einem Leiter wird eine Z-förmige Struktur gefertigt, welche ähnliche Eigenschaften besitzt wie die oben besprochene "H"-Struktur. Die resultierende längliche Magnetfalle ist immer leicht verdreht zum zentralen Steg L.

Die Krümmungen des magnetischen Potentials entlang der Eigenvektoren der Z-Falle sind

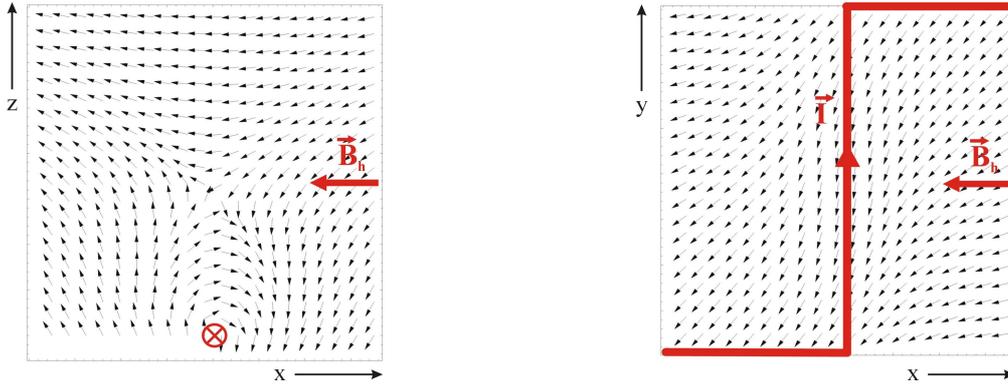


Abbildung 4.7.: Magnetisches Vektorfeld einer Z-Falle. Entsteht aus der Superposition des Magnetfeldes der Z-Struktur und eines homogenen Biasfeldes \vec{B}_b . Das Fallenminimum verschwindet in diesem Fall nicht.

dann:

$$\frac{\partial^2 B}{\partial \tilde{x}^2} = \frac{\mu_0 I}{16\pi z^5 (L^2 + 4z^2)^3} \quad (4.26)$$

$$(L^8 + 20L^6 z^2 + 144L^4 z^4 + 2^9 L^2 z^6 - 2^8 z^8 + \sqrt{R(L, z)}) \quad (4.27)$$

$$\frac{\partial^2 B}{\partial \tilde{y}^2} = \frac{\mu_0 I}{16\pi z^5 (L^2 + 4z^2)^3} \quad (4.28)$$

$$(L^8 + 20L^6 z^2 + 144L^4 z^4 + 2^9 L^2 z^6 - 2^8 z^8 - \sqrt{R(L, z)}) \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial^2 B}{\partial \tilde{z}^2} = \frac{\mu_0 I}{8\pi z^5 (L^2 + 4z^2)^3} (L^8 + 20L^6 z^2 + 2^7 L^4 z^4 - 2^7 L^2 z^6 - 2^9 z^8) \quad (4.30)$$

Mit dem Radikanten:

$$R(L, z) = L^{16} + 40L^{14}z^2 + 688L^{12}z^4 + 5248L^{10}z^6 + 18176L^8z^8 + 30720L^6z^{10} + 13 \cdot 2^{13}L^4z^{12} + 2^{16}L^2z^{14} + 2^{16}z^{16}$$

Die Magnetfeldkrümmungen und damit die Fallenfrequenzen unterscheiden sich entlang der \tilde{x} und \tilde{z} -Koordinate nur minimal und zeigen auch die gleichen Abhängigkeiten. In der longitudinalen \tilde{y} -Richtung ist die Fallenfrequenz wesentlich kleiner als in die beiden anderen Richtungen.

Aussagekräftiger sind die Abhängigkeiten der Diagonalelemente der Hesse-Matrix für den radialen Einschluss. Diese bilden die führenden Terme und bestimmen damit die Skalierungsgesetze (im Folgenden wird $z \ll L$ vorausgesetzt):

$$\frac{d^2 B}{dx^2} = \frac{d^2 B}{dz^2} \propto \frac{I L^2}{z^5} \quad (4.31)$$

In axialer Richtung ist das Verhalten der Krümmung des Potentials entlang des Eigenvektors etwas komplizierter. Wird die Höhe des Fallenzentrums über der Leiterstruktur reduziert,

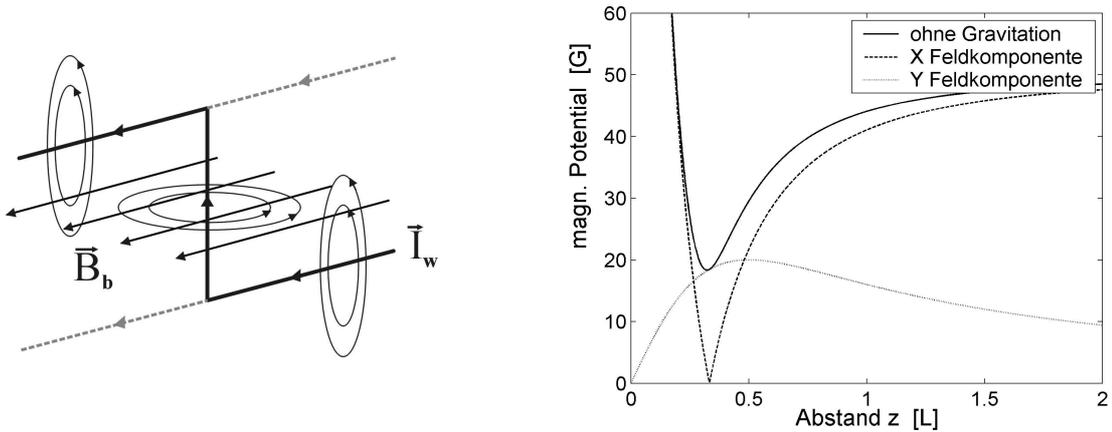


Abbildung 4.8.: LINKS: Die Z-Konfiguration mit einem zusätzlichen homogenen Magnetfeld B_x . Die entsprechende Drei-Draht-Struktur ist angedeutet. RECHTS: Beitrag der x- und y-Komponenten des Magnetfeldes zur magnetischen Falle. Die y-Komponenten ist nahezu identisch mit dem Fallenboden.

erhöht sich die axiale Krümmung des Feldes zuerst und verschwindet dann für $z_0 \rightarrow 0$. Das axiale Fallenpotential resultiert von den beiden äußeren Drähten und deren Magnetfeldbeiträge heben sich im Mittelpunkt der Ebene der Struktur komplett auf. Daher besitzt die axiale Feldkrümmung ein Maximum auf einer Höhe $z_{y,max}$ von:

$$z_{y,max} \cong 0.185 \cdot L \quad (4.32)$$

Die radialen Fallenfrequenzen besitzen die gleichen Skalierungsgesetze am Fallenminimum z_0 . Dabei ist die Krümmung des Potentials senkrecht zu der Ebene der Z-Struktur (\tilde{z} -Richtung) immer etwas kleiner, als die zweite radiale Krümmung in \tilde{x} -Richtung. Dies ist in dem radialen $1/r$ -Abfall des Magnetfeldes begründet.

Wird ein weiteres homogenes Magnetfeld B_{by} addiert, d.h. das homogene Feld hat einen Winkel kleiner 90° gegenüber dem zentralen Leiterelement L , wird der Nenner in Gleichung (4.31) um einen Term erweitert. Die Krümmung des Potentials wird genau dann singulär, wenn das gegebene Offsetfeld $B_0 = B_y$ durch ein zusätzliches Biasfeld B_{by} total kompensiert wird.

Die Krümmung des Potentials der Z-Falle mit einem homogenen Biasfeld $\vec{B}_b = (B_{bx}, B_{by}, 0)$ im Fallenzentrum verhält sich jetzt:

$$\left. \frac{d^2 B}{dz^2} \right|_{r_0} = \left. \frac{d^2 B}{d\tilde{x}^2} \right|_{r_0} \propto \frac{1}{z_0^4 (L^2 + 4z_0^2)^3 (B_{by}(L^2 + 4z_0^2)\pi - 2z_0 I \mu_0)} \quad (4.33)$$

Die geometrischen Eigenschaften, insbesondere in welchem Abstand und wie stark die Atome durch Z-Fallen eingeschlossen werden, wird wesentlich von der Länge L des zentralen Stegelements bestimmt. Der longitudinale Einschluss der Atome ist in erster Ordnung durch die Länge L und den elektrischen Strom in der Z-Struktur definiert. Der lineare radiale

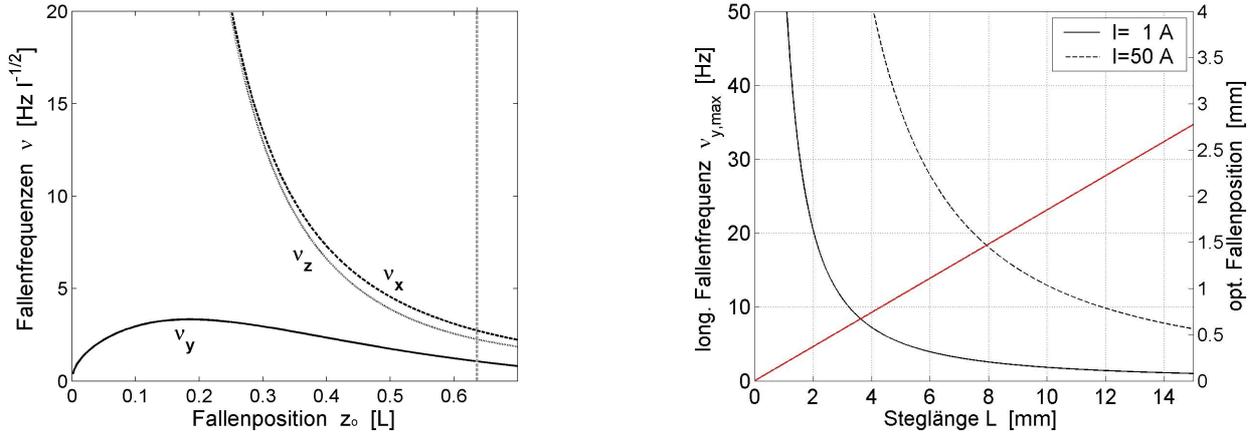


Abbildung 4.9.: LINKS: Die Entwicklung der drei Fallenfrequenzen der Z-Falle mit dem Abstand zur Leiterstruktur. Während die beiden radialen Fallenfrequenzen extrem ansteigen mit $\partial^2 B / \partial x^2 \simeq \partial^2 B / \partial z^2 \propto 1 / \sqrt{B_0}$, besitzt die longitudinale Fallenfrequenz ein Maximum. Jenseits der grauen Linie ist es nicht mehr möglich eine magnetische Falle, mangels einem Einschluss in z-Richtung, nur mit einem Biasfeld B_x zu erzeugen. RECHTS: Verhalten der maximalen longitudinalen Fallenfrequenz $\omega_{y,max}$ bei Variation der zentralen Steglänge für zwei typische elektrische Ströme und die Position $z_0 = 0,185 \cdot L$ für $\omega_{y,max}$.

Einschluss wird durch das Biasfeld B_{bx} festgelegt. Unabhängig davon können die radialen Fallenfrequenzen durch das Biasfeld B_{by} sehr stark variiert werden.

In der experimentellen Realisation sind die seitlichen Drahtelemente von endlicher Länge. Zusätzlich müssen daher weitere gerade Drahtelemente, zwecks Zuführung der elektrischen Ströme, in verschiedener Orientierung angefügt werden. Meist bestehen diese Segmente wieder aus verschiedenen orientierten, endlichen, geraden Segmenten. Das magnetische Feld dieser Segmente verändert insbesondere das Offsetfeld B_0 , welches wiederum die radialen Fallenfrequenzen stark beeinflusst. Wie stark dieser Effekt durch die äußeren Drahtelemente ist hängt von ihrem genauen Abstand vom Fallenzentrum ab. Die im Experiment verwendete Z-Struktur wird in Kapitel 5.4.2 charakterisiert.

4.2.4. Einfluss der Gravitation

In allen realen Magnetfallen unterliegen die gespeicherten Atome auch der Gravitation. Die Gravitation stört die Eigenschaften der Magnetfalle aber nur in einer Dimension, insbesondere modifiziert sie die Fallengradienten in vertikaler Richtung:

$$\frac{d\tilde{B}}{dz} = \frac{dB}{dz} \pm m \cdot g \quad (4.34)$$

Mit der Normalbeschleunigung g und der Atommasse m . Ein wesentliche Folge ist die Verschiebung des Fallenminimums in vertikaler Richtung. Je nach Größe des magnetischen Ein-

schluss entlang der Vertikalen ist dieses “Absacken” der Fallen mehr oder weniger von Bedeutung. Aus der Superposition eines harmonischen Fallenpotentials und des linearen Gravitationspotentials ergibt sich die Differenz in der Position der Falle:

$$\Delta z = \frac{g}{\omega_z^2} \quad (4.35)$$

Die Achse mit dem schwachen Einschluss der Atome darf deshalb nicht in vertikaler Ausrichtung sein. Das “Absacken” um die Strecke Δz wäre aufgrund der kleinen Fallenfrequenz so stark das Äquipotentialflächen und die Flächen gleichen absoluten Magnetfeldes $|\vec{B}| = \text{konst.}$ nicht mehr identisch wären. Da das Magnetfeld die räumliche Position des RF-Messers bestimmt, würde diese Ausrichtung ein effektives Verdampfungskühlen verhindern. Für eine Ioffe-Pritchard Falle zur Bose-Kondensation verbietet daher die Gravitation die Orientierung der Hauptachse in vertikaler Richtung. Aufgrund der wesentlich größeren Fallenfrequenzen in radialer Richtung stellt die Gravitation hier kein Problem dar.

Mit den entsprechenden Fallenfrequenzen im gegebenen Experiment, sinkt die Atomwolke in der realisierten Orientierung um etwa $0.4\mu\text{m}$ ab. Wäre die Z-Magnetfalle mit der kleinen Fallenfrequenz in vertikaler Richtung würde die Wolke um $500\mu\text{m}$ “absacken”.

5. Experimenteller Aufbau

Das Ziel dieser Arbeit war der Aufbau eines Experiments mit Bose-Einstein Kondensaten bestehend aus einer Vakuumapparatur, der Experimentsteuerung und des Lasersystems. Zusätzlich müssen die notwendigen Magnetfelder für die Magnetfallen erzeugt werden. Eine der wichtigen Komponenten dieses Experiments ist eine magnetooptische Falle (MOT) mit hoher Atomzahl in einem sehr guten Vakuum. Ein stark reduziertes Hintergrundgas ermöglicht lange Speicherzeiten in den magnetischen Fallen, welches wiederum die Voraussetzung für das Verdampfungskühlen darstellt. Ein wesentliches Element der Apparatur ist der so genannte Atomchip und seine Halterung, eine Kombination von makro- und mikroskopischen Magnetfallen. Die Herausforderung war die Integration einer komplexen Halterung in die Apparatur unter den Bedingungen eines extremen Ultrahochvakuums (UHV) von $\sim 10^{-11}$ mbar in Kombination mit einer magnetooptischen Falle mit vielen Atomen.

Um einerseits eine MOT im tiefen UHV effektiv mit Hilfe von einem Atomstrahl aus einer zweiten MOT laden zu können und andererseits den Atomchip mit seinen Leiterstrukturen heranzuführen, wurde eine Vakuumkammer mit doppeltem Zugang realisiert. Die magnetooptische Falle wird dazu als Reflektions-MOT betrieben, welches die Atomwolke der MOT in die direkte Nähe der Oberfläche bringt.

Die Atomchiphalterung soll zusätzliche makroskopische Leiterstrukturen aus massiven Kupfer (siehe Z-Falle und U-Falle, Kapitel 4.2.1) zur Erzeugung der primären großen Magnetfallen beinhalten. Gleichzeitig müssen die Leiterstrukturen jeder Größe mit den entsprechenden elektrischen Strömen versorgt werden. Diese differenzierten Anforderungen führen zu einem komplexen Aufbau für die Halterung. (siehe auch [77, 78, 79]).

Wichtig in der Entwicklung des vorliegenden Experiments waren eine vorhergehendes Doppel-MOT-System, mit einer anderen oberen Kammer und eine erste Version der Atomchiphalterung. Die Erfahrungen werden hier zusammengefasst dargestellt.

Ein weiteres wichtiges Element ist ein hochauflösendes Abbildungssystem, welches erlaubt Strukturen von wenigen Mikrometern in der Nähe der Oberfläche des Atomchips zu beobachten.

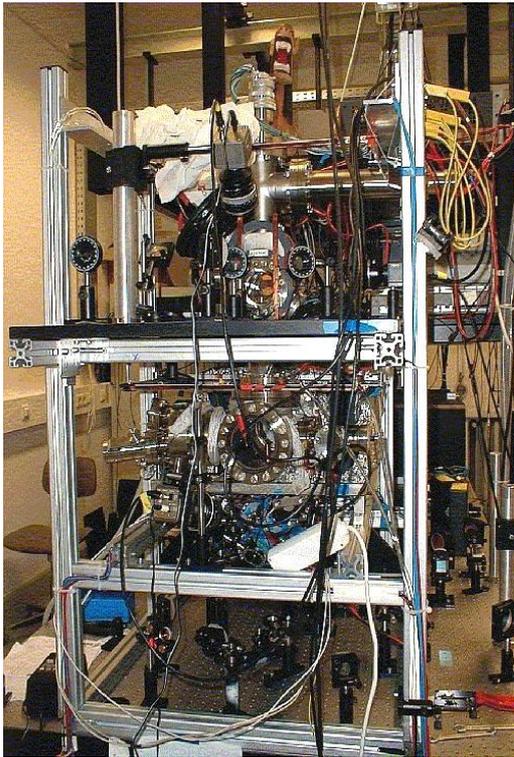


Abbildung 5.1.: Bild des experimentellen Aufbaus: Vakuumkammer Optik und Magnetfeldspulen. Unten: Dampfzellen-MOT. Oben: Reflektions-MOT

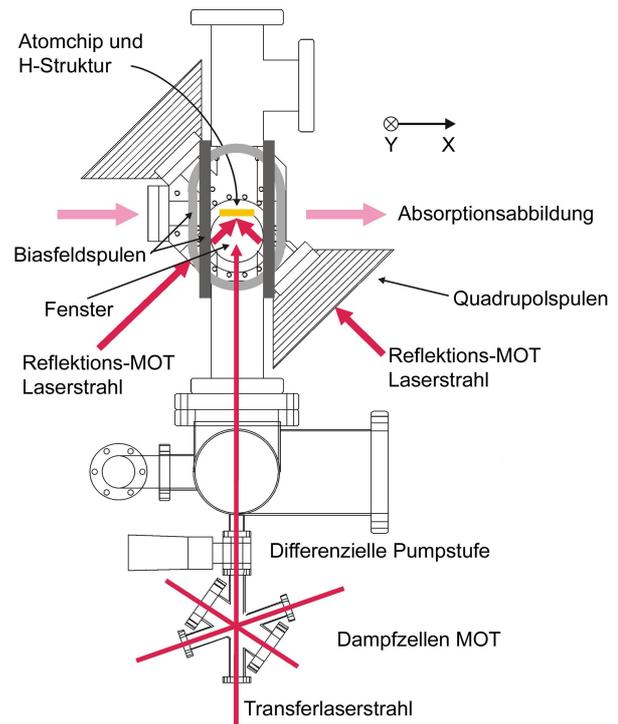


Abbildung 5.2.: Darstellung des Vakuumsystems der Doppel-MOT mit Anordnung der Biasfeldspulen für die homogenen Magnetfelder und des Laserstrahls zur Absorptionsabbildung.

5.1. Die Doppel-MOT-Apparatur

Die Vakuumapparatur wurde entwickelt, um die sich widersprechenden Anforderungen einer hohen Laderate einer magnetooptischen Falle (MOT) in einer konventionellen Dampfzelle und einer langen Speicherzeit in den magnetischen Fallen zu vereinen. Dies wurde durch den Betrieb von zwei magnetooptischen Fallen verwirklicht, wobei sich eine MOT in einer UHV Umgebung befindet und durch die Atome aus der anderen Dampfzellen-MOT geladen wird. Der Transfer geschieht durch Impulsübertrag eines resonanten Laserstrahls.

Die Vakuumapparatur besteht prinzipiell aus drei vertikal angeordneten Edelstahlkammern, wobei sich eine differentielle Pumpstufe zwischen der ersten (untersten) und zweiten (mittleren) Kammer befindet (siehe Abb. 5.2). Die dritte und oberste Kammer ist die eigentliche Experimentkammer. Da die unterste und oberste Kammer jeweils eine magnetooptische Falle beinhalten, wird dieses System auch als Doppel-MOT-System bezeichnet [80, 81, 82].

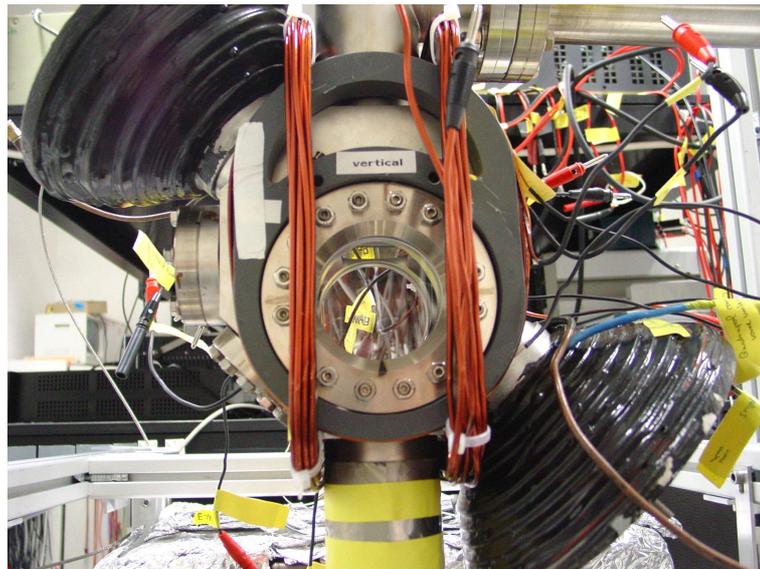


Abbildung 5.3.: Bild der oberen Kammer mit den externen 45° -Quadrupolspulen (schwarz) und den Spulen für die homogenen Magnetfelder in horizontaler Richtung. Ansicht der breite Seite der flachen Geometrie der Kammer. Im Zentrum ist das große $\text{\O}65\text{mm}$ Fenster zu sehen. Die Atomchiphalterung hängt von oben in die Kammer. Die reflektierende Oberfläche des Atomchips ist am oberen Rand des Fensters zu erkennen.

5.1.1. Die Dampfzellen-MOT

Bei der unteren Kammer handelt es sich um eine Dampfzellen-MOT mit drei unabhängigen Laserstrahlen, welche in sich selbst reflektiert werden [48, 83, 84]. Mittels dreier Alkalimetall Dispensoren (AMD¹) wird Rubidium in die Kammer eingebracht, welches aber nur geringfügig den Druck von etwa 10^{-7}mbar erhöht [85, 86]. Die AMD's speichern auf einer aktiven Länge von 25 mm 9,4 g Rubidium in der Form Rb_2CrO_4 . Durch Anlegen eines elektrischen Stroms zwischen 6 und 8 A werden die AMD's auf über 550°C erhitzt. Damit wird eine Redoxreaktion gestartet, welche das atomare Alkalimetall freisetzt. Diese Kammer wird durch eine Ionengetterpumpe² mit 20 l/s durch einen CF16 Stutzen mit einer effektiven Pumprate³ von etwa 3 l/s gepumpt. Hier wurden Diodenpumpen gewählt, weil diese besonders geeignet sind Alkalimetalle zu pumpen. Mit Hilfe des elektrischen Ionisationsstroms in der Ionengetterpumpe kann die ungefähre Größe des Vakuumdrucks in der unteren Kammer ermittelt werden. Dieser ist etwa eine Größenordnung höher als der Druck im Innenraum der Pumpe.

Diese Kammer hat 6 CF40- und 8 CF16-Flansch Vakuumzugänge, wobei die CF40 Flansche für die Durchführung der Laserstrahlen für die MOT verwendet werden. Die CF16

¹von der Firma SAES Typ RB/NF/7/25 FT10+10

²Firma: Thermionics Modell: IP-020.

³Alle Angaben der Pumpraten beziehen sich auf N_2

Flansche stehen für die Detektion und den Atomtransfer zur Verfügung. Bei den hier verwendeten Fenstern handelt es sich um Standardbauteile mit zusätzlicher Breitband-Antirefleksionsbeschichtung.

Die Antihelmholzspulen⁴ für die MOT wurden direkt an zwei CF40-Flansche der Kammer gewickelt und liefern 5 G/cm pro Ampere als axialen Magnetfeldgradienten. Typischerweise wurde die untere Dampfzellen-MOT bei einem Gradienten von 10 bis 15 G/cm auf der steilen Achse betrieben. Die Position des Fallenzentrums mit $B=0$ kann zusätzlich durch drei Spulenpaare in Helmholtz-Konfiguration verschoben werden.

Die Anzahl der Atome wurde durch Messen der Fluoreszenz bei Anregung durch resonantes Laserlicht gemessen (siehe 5.7.1 und [87]). Bei einer Frequenzverschiebung des Kühllasers von $\delta = 19(2)$ MHz und $dB/dz = 15$ G/cm konnte eine maximale Atomanzahl von $2.17(50) \cdot 10^8$ Atomen gemessen werden. Weil die untere Dampfzellen-MOT als Quelle für vorgekühlte Rubidiumatome verwendet wird, ist die Ladeeffizienz auch von Bedeutung. Für einen Magnetfeldgradienten von $dB/dz = 15$ G/cm und $\delta = 15(2)$ MHz konnte eine gute Kombination von $2.92(67) \cdot 10^9$ Atomen/s Laderate und einer Atomzahl von $1.87(43) \cdot 10^8$ gefunden werden. In diesem Fall beträgt die Temperatur der Atome zwischen 200 und 300 μK . Im Weiteren muss beachtet werden, dass die Frequenzverschiebung der unteren MOT aus technischen Gründen mit der oberen MOT identisch ist.

Alle diese Angaben beziehen sich auf einen totalen Strom von 7.5 A durch die Dispenser. Bei 8 A Dispenserstrom ist die Absorption der Dampfzelle so stark, dass die maximale Anzahl der Atome in der MOT sich wesentlich verringert.

5.1.2. Die mittlere Vakuumkammer

Die Dampfzellen-MOT ist über ein manuelles CF16 Ventil⁵ mit der mittleren Kammer verbunden. Um hier eine möglichst kleine differentielle Pumpleistung zu erzeugen, wurde jeweils ein Rohr aus sauerstoffarmen Kupfer unterhalb und oberhalb des Ventils angebracht. Dieses Kupferrohr und die benötigte Kupferdichtung sind jeweils aus einem Stück gearbeitet. Aus den Abmessungen der Rohre und des Ventils ergibt sich ein Pumpleitwert von etwa 0.5 l/s, welches einer Leckrate von $5 \cdot 10^{-8} \frac{mbarl}{s}$ entspricht. Die mittlere Kammer bietet vor allem der großen kombinierten Ionengetterpumpe⁶ StarCell 300 (240 l/s) und Titan-Sublimationspumpe (TSP mit 515 l/s) einen vakuumtechnischen Zugang mit einem hohen Leitwert. Die Ionengetterpumpe wird hier zusätzlich verwendet, um die von der TSP nicht erfassten Edelgase zu pumpen. Des Weiteren dient diese Kammer zur Messung des Drucks, zum kontrollierten Belüften und der Vorevakuierung durch eine Turbomolekularpumpe (über ein Ganzmetallventil) der gesamten Anlage.

⁴90 Windungen, $\varnothing 1$ mm, Abstand: ≈ 60 mm, Durchmesser: ≈ 40 mm

⁵Firma CABURN, DN16 UHV Gate Valve, mit einem O-Ring aus Hochtemperatur-Kalrez[®] Dichtung für den eigentlichen Ventilverschluß, $T = 250^\circ C$

⁶Zum Ausheizen wurden an der oberen und unteren Seitenfläche flexible Heizmatten⁷ aus Silikon-Gummi angeklebt.

Vorversuch mit einer oberen Quadrupol-MOT mit normaler Konfiguration der Laserstrahlen Um den MOT-MOT Atomtransfer zu testen, wurde vor Fertigstellung der eigentlichen oberen Kammer mit der Reflektions-MOT eine konventionelle magnetooptische Falle mit einem Hintergrunddruck von $2 \cdot 10^{-11}$ mbar aufgebaut. In dieser MOT konnten mit Hilfe der Fluoreszenz bis zu $4.9(8) \cdot 10^8$ Atome gemessen werden, bei einer Frequenzverschiebung von $\delta = 16$ MHz. Eine maximale Laderate von $3.1(7) \cdot 10^9$ Atome/s wurde bei einer Verstimmung von $\delta = 18(2)$ MHz beobachtet. Durch den Vergleich der Laderate von der unteren Dampfzellen-MOT und der oberen MOT ($\text{dB}/\text{dz} = 9 \text{ G}/\text{cm}$) konnte eine Transfereffizienz von 12(4)% bestimmt werden. Wiederum muss hier beachtet werden, dass nach ([87]) aufgrund der Reabsorption von Photonen während der Fluoreszenzmessung die wirkliche Anzahl der Atome in der oberen MOT um etwa eine halbe Größenordnung höher liegt. Dies bedeutet, dass die Anzahl der Atome in der oberen MOT etwa $2 \cdot 10^9$ Atome beträgt. Abbildung 5.7 zeigt die gemessene Geschwindigkeitsverteilung für verschiedene Polarisierungen des Transferlaserstrahls. Mit zirkular polarisiertem Licht, d.h. mit einer kleineren durchschnittlichen Geschwindigkeit, wurden wesentlich mehr Atome in der oberen MOT gefangen. Deshalb wurden alle Messungen im Vorversuch mit zirkularem Transferlaserlicht durchgeführt.

5.1.3. Die obere Experimentkammer

Die eigentliche Experimentkammer befindet sich 50 cm über der Dampfzellen-MOT. Diese Kammer beinhaltet die obere magnetooptische Falle und die Atomchip-Halterung in einem tiefen Ultrahochvakuum.

Mit einem minimalen Abstand der großen Außenfenster von weniger als 80 mm ist die Experimentkammer sehr flach gehalten. Hier wurde darauf geachtet, dass ein optimaler optischer Zugang, besonders für die Optik der CCD-Kamera mit den Anforderungen durch das UHV vereinbart wurde. Die Kammer wurde daher aus einem Stück Edelstahl gearbeitet und enthält eingelassene Fensteröffnungen. Diese Fensterkonstruktionen bestehen aus BK7-Platten⁸ und jeweils zwei Helicoflex-Dichtungen⁹. Hierbei handelt es sich um elastische Metall-O-Ring Dichtungen. Die Position der Reflektions-MOT und das Zentrum der Experimentkammer ist aufgrund der Konstruktion identisch (Details siehe Anhang C).

Die beiden großen seitlichen Helicoflex-Fenster haben eine lichte Weite von $\varnothing 65$ mm, wobei sich die später montierte Atomchipoberfläche von oben kommend am oberen Rand befindet¹⁰. Durch jeweils ein kleines vertikales Standardfenster und ein Helicoflex-Fenster wird der Laserstrahl zur Detektion der Atome mittels Absorptionsabbildung geführt. Des Weiteren existiert jeweils ein kleines Standard- und Helicoflex-Fenster, welche unter 45° orientiert sind. Sie lassen jene von der Atomchip-Oberfläche reflektierten Laserstrahlen in die Kammer (siehe Abb. 5.3 und 5.2). Der Druck in der Experimentkammer ist typischerweise kleiner als

⁸Planität: λ und Parallelität: $3'$

⁹Firma GARLOCK SEALING TECHNOLOGIES

¹⁰Zum Betrieb der Reflektions-MOT können alternativ die 45° Laserstrahlen auch durch die vertikalen $\varnothing 65$ mm Fenster geführt werden. Der dritte Laserstrahl wird dann durch die kleinen vertikalen Fenster geleitet, wo sich jetzt der Strahl zur Absorptionsabbildung befindet.

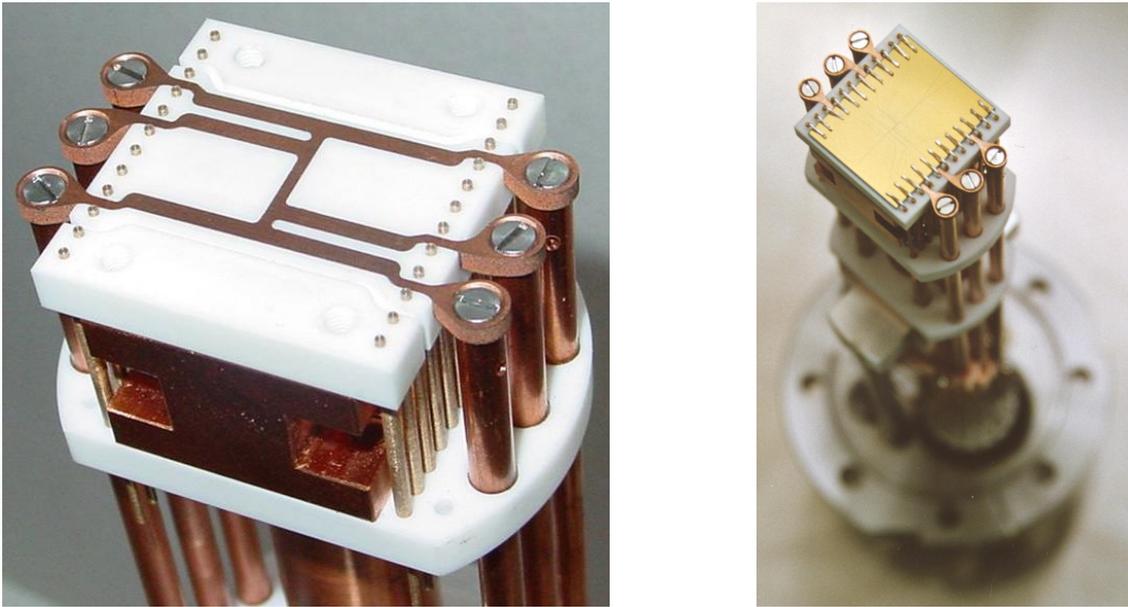


Abbildung 5.4.: LINKS: Die Halterung ohne Atomchip. Die monolithische Kupferstruktur ist in die Macorkeramik eingelegt. Seitlich befinden sich für die Bondingverbindung die beiden Reihen von Kupferberylliumnägeln (Details siehe Anhang B). Als Zentrum der “H”-Struktur ist parallel zu den Nägeln das zentrale Leiterelement zu erkennen. Oberhalb von diesem Leiterelement befinden sich die magnetischen U- und Z-Fallen. RECHTS: Die komplette Atomchiphalterung. Anstatt der Bondingverbindungen zum Chip werden hier Crimpverbindungen (siehe [88]) mit versilberten Kupferdrähten verwendet.

das Röntgen-Limit der Heiskathodenröhre, d.h $p < 1 \cdot 10^{-11}$ mbar.

In vertikaler Richtung ist die Kammer zu beiden Seiten durch CF63 Stützen verlängert, wobei der obere die Halterung des Atomchips aufnimmt. Die Kammer, inklusive Stützen, wird durch die Halterung im oberen Bereich auf einen Durchmesser von 63 mm begrenzt und sollte im unteren Teil einen Durchmesser von 50 mm nicht überschreiten (Details siehe Anhang C). Seitlich ist am oberen Stützen eine zusätzliche Titansublimationspumpe angebracht, deren Pumpleistung aber im Weiteren nicht benötigt wird.

5.2. Die Halterung des Atomchips und der magnetischen Z-Falle

Wesentlicher Bestandteil der Experimentkammer ist der Atomchip mit der dazugehörigen Halterung (siehe Abb. 5.4). Die prinzipiellen Anforderungen an die Halterung sind, die elektrischen Ströme in ausreichender Anzahl und Größe für den Atomchip und darunterliegende Kupferstruktur¹¹ zu führen und gleichzeitig mit einem tiefen UHV kompatibel zu sein. Des

¹¹alle Kupferteile im Vakuum wurden aus sauerstoffarmen Elektrolytkupfer (E-Cu) gefertigt

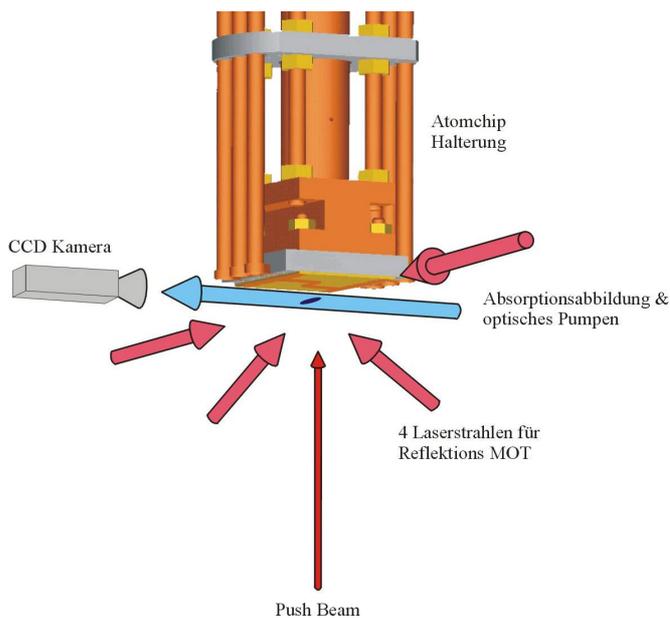


Abbildung 5.5.: Experimenteller Aufbau in der oberen Experimentenkammer. Orientierung der Laserstrahlen für die Reflektions-MOT, Absorptionsabbildung und den Atomtransfer, relativ zu der Atomchiphalterung. Die vertikale Ausrichtung entspricht jener im Experiment.

Weiteren fungiert die Goldbeschichtung des Atomchips ebenfalls als reflektierende Oberfläche für die Reflektions-MOT (siehe Kapitel 5.3).

Alle elektrischen Zuführungen für die Magnetfallen gehen durch einen CF63 Flansch. Dabei stehen 35 kleine Durchführungen á max. 10 A und 4 Hochstromdurchführungen mit bis zu 60 A Dauerstrom zur Verfügung. Des Weiteren gestatten zwei Flüssigkeitsdurchführungen eine aktive Flüssigkeitskühlung einer Edelstahlplattform in einer Entfernung¹² von 150mm von der CF63-Flanschinnenseite. Die hohen elektrischen Ströme werden über massive Ø5 mm Kupferstangen und die niederen Ströme über Ø0.86 mm mit Kapton isoliertem Kupferdraht geführt. Die kühlbare Edelstahlplattform ist über eine massive Kupfersäule mit dem eigentlichen Kopf der Halterung verbunden. Der Kopf besteht aus einem Kupferblock auf dem das Macorteil mit der Kupferstruktur und dem Atomchip befestigt sind (Details siehe Anhang B). Die minimale Stärke der Kupferstruktur beträgt $1 \times 1.2 \text{ mm}^2$. Jedoch stellt diese Plattform aus Macor mit $1.5 \text{ W}(\text{K m})^{-1}$ auch den “Flaschenhals” in der thermischen Leitfähigkeit der gesamten Halterung dar. Alle in dieser Arbeit beschriebenen Experimente wurde nur mit elektrischen Strömen bis 50 A durchgeführt und eine aktive Kühlung wurde nicht angewendet. Wir beobachteten, dass z.B. bei einem Dauerstrom von 20 Sekunden durch die Kupferstruktur sich der Strom aufgrund einer ohmschen Erwärmung um etwa 200 mA reduziert.

Eine zur Aufnahme der Kupferstruktur besser geeignetere Keramik, ist die Ofenkeramik Shapal mit einer thermischen Leitfähigkeit von $100 \text{ W}(\text{K m})^{-1}$. Diese Keramik ist vakuumkompatibel bis zu einem Druck von $< 10^{-11}$ mbar. Zum Vergleich, die Wärmeleitfähigkeit von Kupfer beträgt $401 \text{ W}(\text{K m})^{-1}$ [89].

Die Kontaktierung der Leiterstrukturen auf der Oberfläche des Atomchips erfolgte durch Ul-

¹²Alle Höhenangaben zur Atomchiphalterung sind bezüglich der Flanschinnenseite definiert

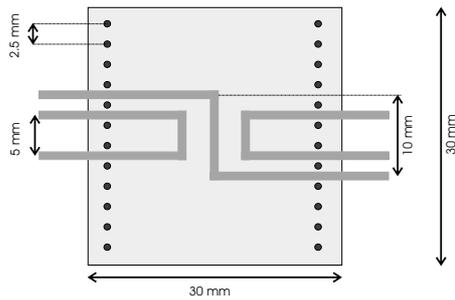


Abbildung 5.6.: Position der Silberdrähte ($\text{\O}1\text{mm}$) in der Macorkeramik in der ersten Version der Atomchiphalterung. Die beiden Lochreihen links und rechts wurden verwendet, um versilberte Kupferdrähte zur goldenen Atomchip-Oberfläche zu führen. Diese wurden dann mit leitendem Kleber auf die Goldoberfläche geklebt (siehe Text).

traschallbonding mit $25\mu\text{m}$ Aluminium Drähten von der Kopfseite der Kupferberylliumnägel zu den Kontaktflächen auf den Chip. Die Anzahl der Drähte pro Kontakt variiert zwischen 10 bis 15. Der Atomchip besitzt die Abmessungen von $25\text{ mm} \times 30\text{ mm}$. Im Wesentlichen besteht der Chip aus einem $700\mu\text{m}$ Siliziumsubstrat auf dem eine $3\mu\text{m}$ dicke Goldschicht aufgebracht ist.

Bei der Konstruktion der Atomchiphalterung ist die Länge der gesamten Halterung bis zur Atomchip-Oberfläche besonders zu beachten, damit diese sich in direkter Nähe der Reflektions-MOT befindet. Die aktuelle Halterung hat eine Länge von $247,5 \pm 0,5\text{mm}$, wobei ein Wert von $249,0 \pm 0,5\text{mm}$ die Chipoberfläche besser, d.h. näher an das Zentrum der Kammer, positionieren würde.

Die inneren Ausmaße der oberen Kammer begrenzen die Konstruktion der Chiphalterung auf $\text{\O}63 \times 160\text{mm}$ für den oberen Teil mit der Kühlplattform und $\text{\O}50 \times 249\text{mm}$ für den unteren Teil mit Atomchip.

Erfahrungen mit dem Vorgänger der aktuellen Chiphalterung In der ersten im Experiment verwendeten Version der Atomchiphalterung bildeten Silberdrähte ($\text{\O}1\text{ mm}$) die Drahtfallen für die U-, bzw. Z-Fallen [73]. Diese waren wiederum in eine Macorkeramik eingelegt (siehe Abbildung 5.6). Zwei identische U-Strukturen waren spiegelsymmetrisch in die Keramik eingepasst und zwischen diesen beiden befand sich die Z-Struktur. Mit dem Draht in der Form eines U und einem homogenen Biasfeld wurde das miniaturisierte Quadrupolfeld erzeugt (siehe Kapitel 5.4.1), um damit eine MOT (U-MOT) [17] zu betreiben. Typische Werte waren hier 22 A U-Strom mit einem homogenen Biasfeld von etwa 6 Gauß. Die Z-Magnetfalle wurde mit 30 A Drahtstrom und einem Biasfeld von 32 G für mehr als 10 s betrieben. Es zeigte sich, dass eine stärkere magnetische Kompression der Atomwolken und damit verbundene Gradienten notwendig wurden, um ein effektives Verdampfungskühlen zu erreichen. Die dazu erforderlichen höheren elektrischen Ströme in der Drahtstruktur führten zu einer neuen Chiphalterung (siehe Abbildung 5.4).

Auch die eigentliche Kontaktierung des Atomchips, mittels leitender Klebeverbindungen erwies sich als unzuverlässig. Sowohl der Übergangswiderstand der Klebekontakte variierte, als auch die Haltbarkeit der Kontakte war nicht zufriedenstellend¹³.

¹³Auf dem Transport von Innsbruck nach Heidelberg blieb diese Halterung in der Kammer unter Vakuum, aber fast alle Klebekontakte zerbrachen.

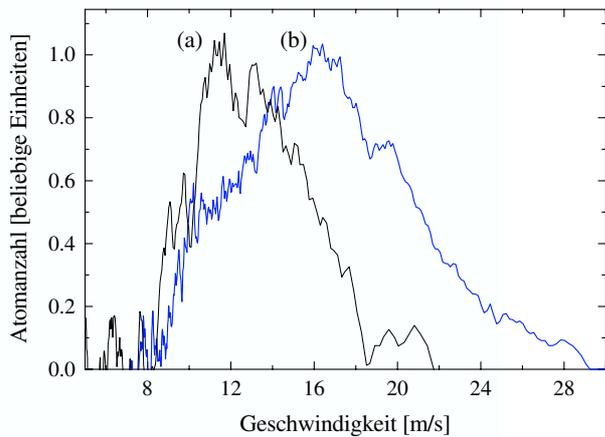


Abbildung 5.7.: Geschwindigkeitsverteilung im Vorversuch für die obere Quadrupol-MOT. (a) zirkular polarisierter Transferlaserstrahl. (b) linear polarisierter Transferlaserstrahl. Die Kurven wurden durch Differentiation der gemessenen Fluoreszenz erzeugt.

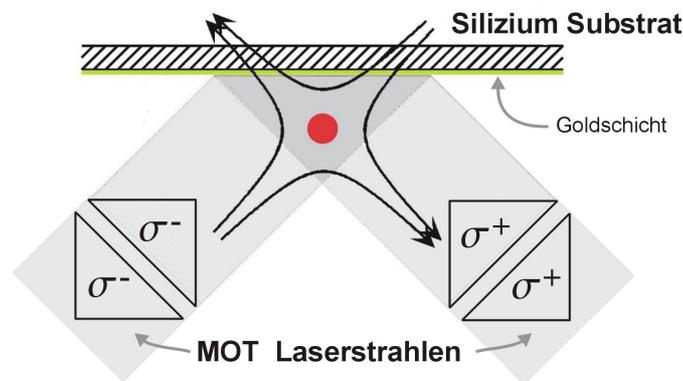


Abbildung 5.8.: Funktionsweise der Reflektions-MOT. Senkrecht zu den eingezeichneten zwei MOT Laserstrahlen verläuft der dritte Laserstrahl. Die Symmetrieachse des Quadrupolfelds ist um 45° gegenüber der Goldoberfläche des Atomchips gedreht.

5.3. Die Reflektions-MOT und der Transfer der Rubidiumatome

Bei der magnetooptischen Falle in der oberen Vakuumkammer handelt es sich um eine Reflektions- oder Spiegel-MOT [17, 90]. Dabei fallen zwei Laserstrahlen mit jeweils σ^+ und σ^- Polarisation unter 45° auf eine reflektierende Metalloberfläche und werden ineinander reflektiert. Durch die Reflexion entsteht ein zusätzlicher Phasenunterschied zwischen den Komponenten der Polarisation parallel und senkrecht zur Reflektionsebene von π . Dies hat zur Folge, dass die zirkulare Polarisation der unter 45° einfallenden Laserstrahlen sich von σ^+ in σ^- ändert und umgekehrt für den zweiten Laserstrahl. Durch Hinzufügen zweier entgegengesetzter Laserstrahlen mit identischer zirkularer Polarisation resultiert dies in einer MOT-Konfiguration.

Das Quadrupolfeld für die Reflektions-MOT muss um 45° gedreht werden, damit die Sym-

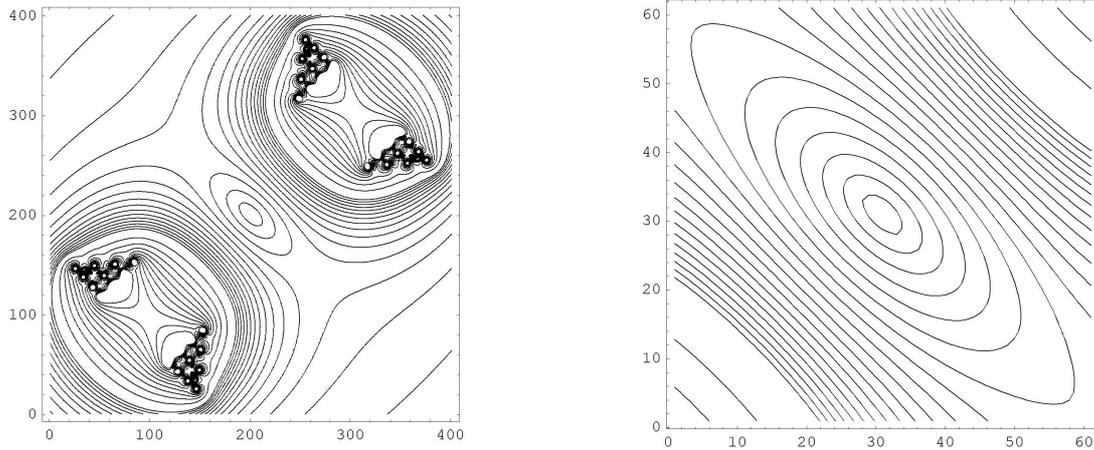


Abbildung 5.9.: Schnitt durch das magnetische Feld der oberen konischen Quadrupolspulen. Das Feld wurde berechnet, indem die ca. 200 Windungen der realen Spulen durch 10 Windungen approximiert wurden. Der integrale Spulenstrom betrug 6400 A. Die Längeneinheiten sind in Zentimetern angegeben. ((Links: 40×40 cm, Abstand der Konturlinien: 10 G, Rechts: 6×6 cm, Abstand der Konturlinien: 5 G)

metrieachsen mit denen von dem Lichtfeld der reflektierten 45° -Laserstrahlen übereinstimmen. Zur Magnetfelderzeugung wurde ein Paar konischer Quadrupolspulen konstruiert. Die besondere Form der Spulen erlaubt eine minimale Distanz zu der Fallenmitte unter Berücksichtigung der Geometrie der Kammer. Durch die Konstruktion der Kammer befindet sich die Fallenmitte einige Millimeter unterhalb der Atomchip-Oberfläche (siehe Abb. 5.3). Die magnetooptische Falle mit Verwendung des externen Quadrupolfelds wird im Weiteren als Q-MOT bezeichnet.

Die Spulen wurden mit Hilfe von den CF40 Vakuumfenstern, welche unter 45° befestigt sind, montiert und ausgerichtet. Der Innendurchmesser der Spulenhalterung (Aluminium) beträgt daher 80mm. Direkt auf dem inneren Teil der Spulenhalterung ist eine Lage eines Kühlrohrs $\varnothing_a = 3\text{mm}$ mit etwa 20 Windungen aufgewickelt. Die Windungen der Spule haben eine Ausdehnung von etwa $\varnothing_i = 86$ mm und $\varnothing_a = 190$ mm, die axiale Länge beträgt 60 mm. Der Abstand der Windungen der beiden Spulen beträgt 220 mm.

Die beiden Spulen bestehen jeweils aus 204 und 206 Windungen eines $\varnothing 3\text{mm}$ isolierten Kupferdrahts. Alle Windungen sind in thermisch leitenden Expoxidharz¹⁴ eingelegt. Die gesamte Spule kann ohne eine aktive Kühlung mit bis zu 15 A in einer Antihelmholtz-Konfiguration betrieben werden. Zum optimalen Betrieb der oberen MOT werden mit einer Kühlung durch Leitungswasser 32 A durch die Spulen geleitet.

Bei einem Strom von 32 A erzeugen die Spulen im Fallenzentrum der Vakuumkammer ein Quadrupolfeld mit den Gradienten von 14 Gauß/cm (0.44 G/A/cm) auf axialen (45° gegenüber der horizontalen) und von 7 Gauß/cm (0.22 G/A/cm) auf den radialen Achsen¹⁵.

¹⁴Stycast 2850 GT mit den Härter Catalyst 17, von der Firma Emerson & Cuming

¹⁵Vor der Montage wurde das magnetische Feld der Spulen mit einem Abstand von 20 cm (Luft) vermessen.

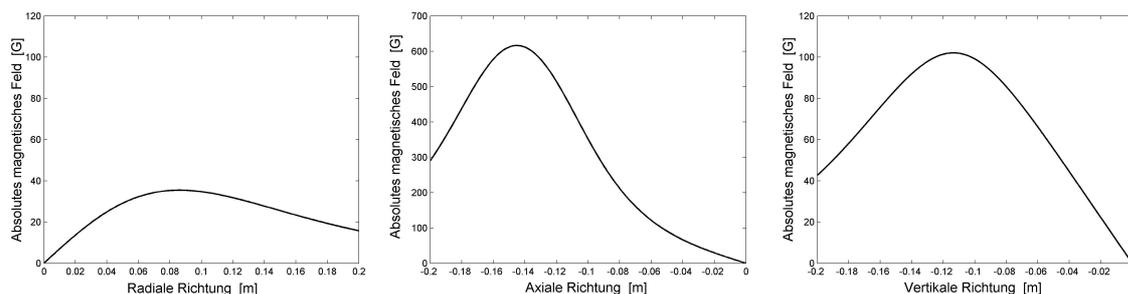


Abbildung 5.10.: Der Verlauf des absoluten Werts des Magnetfelds auf der axialen, der radialen und der vertikalen Achse der konischen Quadrupolspulen. Die Atome, welche von der unteren MOT in die obere MOT transferiert werden, müssen das magnetische Potential in vertikaler Richtung überwinden. Der integrale Spulenstrom beträgt 6400 A.

Aus der Darstellung des absoluten Felds der Spulen in Abbildung 5.9 (Links) ist deutlich zu erkennen, dass der Abstand der beiden Spulen nicht optimal ist. Der maximale Gradient auf axialer Richtung befindet sich nicht im Zentrum, sondern in der Nähe der Spulen. Der Abstand der konischen Spulen ist größer als in der Antihelmholtz-Konfiguration.

Durch einen schwachen Laserstrahl ($\lesssim 1$ mW) werden die Atome durch Impulsübertrag von der unteren MOT in Richtung der oberen MOT beschleunigt. Indem die Zeit zwischen dem Anschalten des Transferlaserstrahls und der Ankunft, bzw. Einfang der Atome in der oberen MOT bestimmt wird, kann die durchschnittliche Geschwindigkeit der transferierten Atome bestimmt werden. Daraus ergeben sich Geschwindigkeiten zwischen 5 und 14 m/s. Daher kann die mittlere Geschwindigkeit der eingefangenen Atome mit etwa 10 m/s angenommen werden. Daraus ergibt sich sofort, dass die Atome im Mittel nur etwa 1700 Photonen aus dem Laserstrahl aufgenommen haben können. Der Transferlaserstrahl besitzt die identische Frequenzverschiebung wie die Laserstrahlen zum Betrieb der magnetooptischen Fallen, d.h. einer Rotverschiebung von $\delta \approx 2\Gamma$. Dieser Laserstrahl wird mit einer Linse ($f=15$ cm) auf die untere MOT fokussiert, um eine weitere Wechselwirkung mit der oberen MOT zu vermeiden.

Es stellt sich die Frage, wodurch die Geschwindigkeit der transferierten Atome begrenzt wird. Einerseits werden nur die gefangenen Atome gemessen, d.h. die maximale Einfanggeschwindigkeit der oberen MOT könnte 14 m/s betragen. Andererseits ist es möglich, dass nicht mehr als 1700 Photonen aus dem Übergang $F=2 \rightarrow F'=3$ aufgenommen werden können. Die Wahrscheinlichkeit der Absorption sinkt zwar aufgrund der Dopplerverschiebung auf wenige Prozent, welches aber von der hohen natürlichen Streurrate $\Gamma/2$ des Übergangs kompensiert wird. Daher bricht die Absorption von Photonen nicht ab.

Die überraschend kleine Anzahl von 1700 aufgenommenen Photonen lässt sich alternativ dadurch erklären, dass die Atome über den angeregten Zustand $F'=2$ in den unteren Grundzustand $F=1$ gelangen (siehe Anhang J). Die mittlere Anzahl von Übergängen $F=2 \rightarrow F'=3$ die benötigt werden, um die Atome einmal in den Zustand $F=1$ zu überführen, ist gegeben

Es ergaben sich Feldgradienten von 4 G/cm in radialer und 8 G/cm in longitudinaler Richtung bei einem Strom von 10 A.

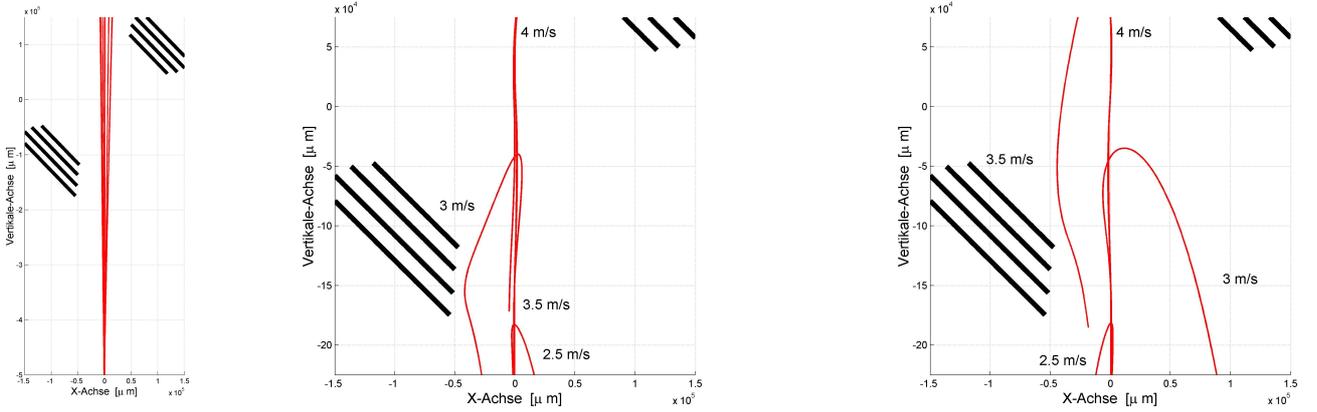


Abbildung 5.11.: LINKS: Ein Strahl von $20 \text{ }^{87}\text{Rb}$ Atomen im Zustand $F=1, m_F = 1$ mit einer Startgeschwindigkeit von 10 m/s von der unteren zur oberen MOT (angesetzte Temperatur der Atome $T=200\mu\text{K}$). Verhalten der Atome für verschiedene Startgeschwindigkeiten. MITTE: $|F = 1, m_F = +1\rangle$, RECHTS: $|F = 1, m_F = -1\rangle$. Für den integralen Strom wurde hier der typische Wert von 6400 A verwendet.

mit:

$$\bar{n} = \frac{\Gamma_{2 \rightarrow 2}}{\Gamma_{2 \rightarrow 1}} = 2 \cdot \frac{11}{4} \cdot \frac{1 + s + \frac{4(267 \text{ MHz} - \delta_{23})^2}{\Gamma^2}}{1 + s + \frac{4\delta_{23}^2}{\Gamma^2}} \leq 2283 \quad \text{für } s = \frac{I}{I_s} \geq 0 \quad (5.1)$$

Hierbei gibt $\Gamma_{2 \rightarrow 1}$ die Rate an, mit der die Atome vom Grundzustand $F=2$ über $F'=2$ in den $F=1$ überführt werden. $\Gamma_{2 \rightarrow 2}$ bezeichnet die Rate, mit welchem der Übergang $F=2 \rightarrow F'=3$ betrieben wird¹⁶. Für einen Sättigungsparameter von $s=6$, welcher in der Nähe des Fokus in dem Laserstrahl möglich ist, ergibt sich eine maximale Anzahl an Streuprozessen von $\bar{n} \approx 1700$.

Da die beiden obigen konkurrierenden Prozesse nicht unabhängig voneinander studiert werden können, kann nicht festgestellt werden, welcher die mittlere finale Geschwindigkeit der Atome bei der Ankunft in der oberen Falle bestimmt.

Prinzipiell entspricht die Laderate der oberen MOT derjenigen der Dampfzellen MOT. Dies bedeutet das die Transfereffizienz nahezu 100% beträgt, wobei die Atomanzahl in der oberen MOT durch deren Sättigung begrenzt ist.

¹⁶Die Stärke der Absorption von dem Kühlübergang $F=2 \rightarrow F'=3$ und dem Übergang $F=2 \rightarrow F'=2$ verhalten sich wie 11 zu 4 . Für die Population der Atome im $F'=2$ Zustand ist die Wahrscheinlichkeit jeweils 50% dass sie in den Grundzustand $F=2$ oder $F=1$ fallen (siehe Clebsch-Gordon Koeffizienten Abbildung Anhang J.2).

5.3.1. Simulation der Bewegung der Atome beim Transfer

Der effektive Betrieb des Doppel-MOT-Systems hat sich in der Praxis als sehr sensitiv gegenüber der Ausrichtung des Transferlaserstrahls erwiesen. Um eventuelle Störungen der Bewegung der Atome beim Transfer von der unteren in die obere MOT zu untersuchen, wurde eine Monte-Carlo-Simulation durchgeführt. Diese sollte untersuchen, ob die Bewegung der Atome durch die relativ starken Magnetfelder gestört wird. Die Simulation wurde mit Hilfe einer erweiterten Version des Monte-Carlo C-Programmpaketes von Gimpel und Lesanovsky durchgeführt [91, 92]. Das magnetische Quadrupolfeld der konischen Spulen wurde in der Simulation durch 10 Windungen mit der gleichen Geometrie pro Spule ersetzt.

Während der Bewegung der Atome von der unteren zur oberen MOT müssen die Atome nicht nur eine Höhendifferenz von 50 cm überwinden, sondern auch die beiden Quadrupolfelder der Fallen.

Aus Abbildung 5.10 (Links) ist ersichtlich, dass die von der unteren MOT kommenden Atome eine Potentialbarriere von 100 G überwinden müssen um den oberen Quadrupolpotentialtopf zu erreichen. Dies entspricht einer kinetischen Energie von 1.1 m/s. Aus den Simulationen (Abbildung 5.11) geht hervor, dass keine Atome mit einer kinetischen Geschwindigkeit die kleiner ist als die Gravitation erlaubt die oberen Falle erreichen. Diese minimale Geschwindigkeit beträgt für eine Höhendifferenz von 50 cm 3.1 m/s und stellt die Selektionsregel für die Atome dar. Die Monte-Carlo-Simulationen zeigen, dass die Atome während des Transfers nur marginal durch das anwesende Quadrupolfeld in ihrer Bewegung gestört werden. Sind die Atome schnell genug, dass sie die Gravitation überwinden, sind sie zu schnell für eine signifikante Wechselwirkung mit dem Magnetfeld. Alle transferierten Atome müssen auf der ganzen Höhendistanz folgende Energiebilanz erfüllen:

$$E_{kin,initial} \geq m g z + \mu_B g_F m_F |B(z)| \quad (5.2)$$

Mit z ist die Höhe über der unteren Dampfzellen-MOT angegeben.

Während der Optimierung der Laderate der oberen magnetooptischen Falle zeigte sich, dass eine intuitive Justierung des Transferlaserstrahls vom Zentrum der unteren MOT auf das Zentrum oberen MOT nicht zum Ziel führt. In reproduzierbarer Weise trifft ein optimal justierter Transferlaserstrahl die Atomchip-Oberfläche in 10 bis 20 mm Entfernung vom Fallenzentrum. Deshalb erfolgte die Optimierung des Transferlasers direkt an der Startladerate (in den ersten Millisekunden) der oberen MOT.

Es konnte eine maximale Anzahl von Atomen von $1.1(4) \cdot 10^8$ in der oberen Reflektions-MOT mittels Fluoreszenz gemessen werden. Unter Berücksichtigung der Reabsorption von Photonen kann davon ausgegangen werden, dass die erreichbare Atomzahl in der oberen MOT etwa 10^9 beträgt.

Die höheren Atomzahlen der Standard-MOT (siehe Vorversuche in 5.1.2) im Vergleich zu der Reflektions-MOT lassen sich durch die unmittelbare Nähe der reflektierenden Goldoberfläche erklären. Berühren die Atome die Oberfläche, gehen sie für die magnetooptische Falle verloren. Zusätzlich wird der räumliche Fangbereich der oberen MOT durch die Atomchip-Oberfläche halbiert.

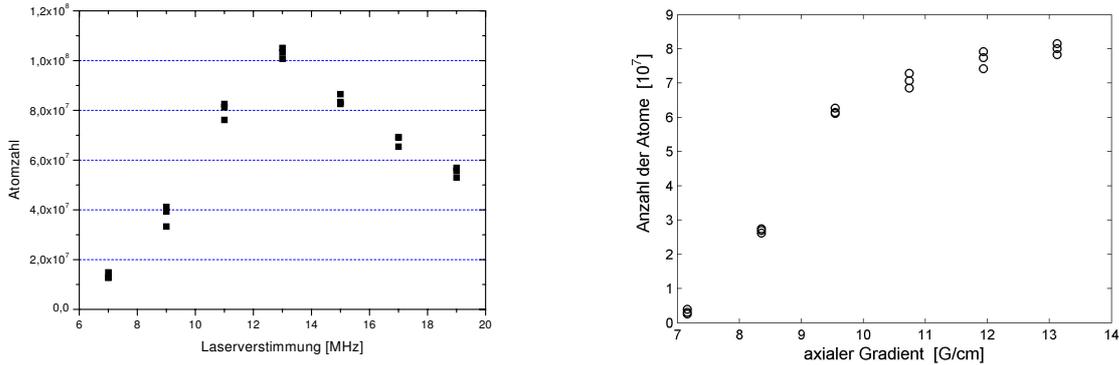


Abbildung 5.12.: Anzahl der Atome in der Reflektions-MOT in Abhängigkeit von der Frequenzverstimmung und dem Magnetfeldgradient. Der Fehler dieser Messungen beträgt 35% der absoluten Atomzahl.

5.4. Die Erzeugung der Magnetfelder

Ein wichtiger Teil des experimentellen Aufbaus sind die Spulen und Drahtstrukturen zur Erzeugung der benötigten magnetischen Felder. Dazu gehören die Spulenpaare in Helmholtz- und Antihelmholtz-Konfiguration und die magnetischen Felder stromführenden Drähte für die Drahtfallen. In dem vorliegenden Aufbau werden alle homogenen Magnetfelder und das große Quadrupolfeld für die Reflektions-MOT außerhalb der Vakuumkammer erzeugt. Innerhalb der Kammer entstehen durch die elektrischen Ströme in den Drahtstrukturen (siehe Abb. 5.15) nur inhomogene Magnetfelder.

Die Erzeugung des externen Quadrupolfelds für die Reflektions-MOT wurde schon ausführlich in Kapitel 5.3 diskutiert.

Die notwendigen magnetischen Felder für die Magnetfallen, entstehen durch Überlagerung des radialen Magnetfelds der Kupferdrahtstrukturen (H-Struktur) und der homogenen Felder (Biasfelder) in den zwei horizontalen Raumrichtungen (siehe Abb. 5.15). Im Weiteren werden die homogenen magnetischen Felder, welche senkrecht und parallel zum zentralen Drahtsegment der Kupferstruktur sind, als in x-Richtung orientiert bezeichnet. Die zweite horizontale Feldkomponente in y-Richtung ist parallel zu diesem Drahtsegment. Die Kupferdrahtstruktur befindet sich horizontal orientiert leicht versetzt über dem Zentrum der oberen Vakuumkammer, welches der Position der Reflektions-MOT entspricht.

Zur Kompensation von magnetischen Störfeldern gibt es drei rechteckige Spulenpaare, welche in Helmholtz-Konfiguration betrieben werden. Um die notwendigen Felder zur Kompensation zu produzieren, werden statische elektrische Ströme zwischen 100 und 300 mA benötigt. Die Kompensationsspulen für die beiden horizontalen Richtungen x und y sind auf die entsprechenden Hochstromspulen aufgewickelt. Die Hochstromspulenpaare sind nur für die x und y-Achse vorhanden. Der Strom in diesen Spulen kann von der Experimentsteuerung dynamisch bestimmt werden. Eine Auflistung der genauen Spulenparameter findet sich in Tabelle 5.1.

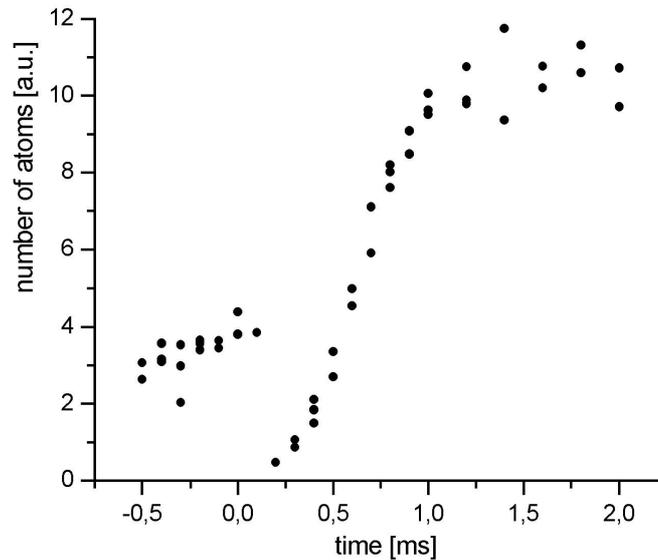


Abbildung 5.13.: Auswirkung von Induktionsströmen in der Edelstahlkammer auf die Bestimmung der Atomanzahl durch die Absorptionsmessung, bei Ausschalten der Fallenmagnetfelder. Für $t < 0$ befinden sich die Atome noch in der magnetische Falle ($B_0=6.5$ G). Für $0 < t < 1ms$ sind die betreffenden atomaren Übergänge aufgrund der induzierten Wirbelströme zeemanverschoben und für $t > 1ms$ ist dieses induzierte Magnetfeld komplett abgeklungen.

In den Experimenten hat sich gezeigt, dass eine vorherige Kalibrierung der homogenen Magnetfelder der Hochstromspulen wiederholt werden musste¹⁷. Beide horizontalen homogenen Biasfeldspulen wurden nachträglich am Experiment kalibriert. Dazu wurde eine Spule einzeln betrieben und in einem bekannten Abstand d wurde auf der Spulenachse das magnetische Feld in Abhängigkeit vom Strom gemessen. Mit Hilfe der bekannten räumlichen Skalierung $B \propto 1/d$ kann dann auf die Feldstärke beider Spulen in der Vakuumkammer geschlossen werden. Mittels der Variation der Position der Atome in der Z-Magnetfalle wurde diese Kalibrierung gut bestätigt.

Mit Hilfe von sehr schnellen Hochstromschaltern (siehe Anhang A) lassen sich auch Ströme in Induktivitäten von $\sim 100 \mu\text{H}$ mit einer Geschwindigkeit von $1.5 \text{ A}/\mu\text{s}$ schalten. Bei dieser schnellen Änderung des Magnetfelds werden Wirbelströme ('eddy currents') in der Edelstahlkammer induziert. Die Wirbelströme stören die Detektion der Atome durch Licht aufgrund der Zeemanverschiebung der atomaren Zustände. In Abbildung 5.13 ist in Abhängigkeit vom Zeitpunkt der Detektion die Atomanzahl aufgetragen. Etwa $200 \mu\text{s}$ nach Abschalten der Spulenmagnetfelder ist der atomare Übergang der Rubidiumatome so weit von der Resonanz verschoben, dass die Atome nicht mehr detektiert werden können.

¹⁷Eine Kalibrierung der Magnetfelder außerhalb des Experiment (ohne Vakuumapparatur) ergab für die x-Richtung $6.8 \text{ G}/\text{Acm}$, Abstand: 65 mm

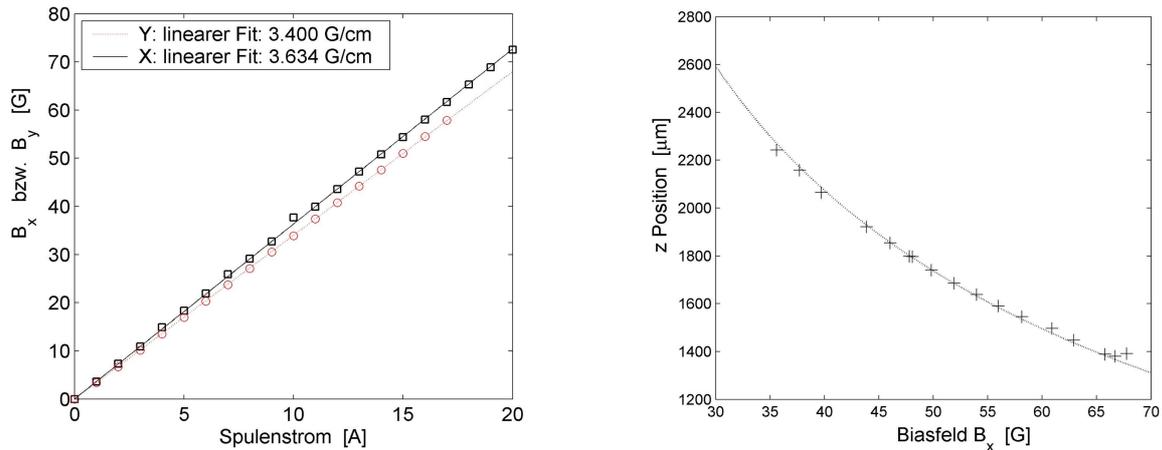


Abbildung 5.14.: RECHTS: Nachträgliche Kalibrierung der Biasfeldspulen am Experiment. LINKS: Testen der Kalibrierung des homogenen Biasfelds in x-Richtung durch den Abstand von der Atomwolke und der Chip-Oberfläche. Die Genauigkeit, mit der die relative Position der Atomwolke bestimmt werden kann, ist gleich der nominellen Auflösung des Abbildungssystems von ca. $3\mu\text{m}$. Die Position der Chip-Oberfläche ist bekannt.

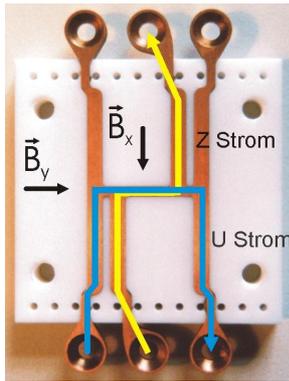


Abbildung 5.15.: Die monolithische Kupferstruktur eingebettet in die Macorkeramik. Die Strom-Konfigurationen in der Kupferstruktur für die U-MOT und die Z-Falle und Orientierung beider Biasfelder sind eingezeichnet. Gelb: Z-Konfiguration. Blau: U-Konfiguration

Art der Spule	Wdg	\varnothing	H \times B [mm]	R [Ω]	L [μH]
externe Quadrupolspule	~ 200	3 mm	$\varnothing 86 \times 60\text{mm}$	0,45	2600
X-Biasfeldspule (longitudinal)	32	2,1	120×200	0,3	400
Y-Biasfeldspule (senkrecht)	32	2,1	120×170	0,45	200
X-Kompensationsspule (longitudinal)	20	0,75	140×220	2,4	-
Y-Kompensationsspule (senkrecht)	20	0,75	120×170	2,4	-
Z-Kompensationsspule (vertikal)	150	1,0	500×330	8,0	30000

Tabelle 5.1.: Parameter der Magnetfeldspulen. Windungszahlen beziehen sich jeweils auf einzelne Spulen. Abmessungen beziehen sich auf die innere Begrenzung ('longitudinal' und 'senkrecht' bezieht sich auf die Symmetrieebene der Edelstahlkammer)

Die Drahtstruktur in Form von einem “H” führt die elektrischen Drahtströme. Es ist möglich einen Dauerstrom von bis zu 50 A für 60 s durch die H-Struktur zu leiten, ohne dass eine Verschlechterung des Vakuums durch signifikantes Aufheizen des Kupfers zu beobachten ist. Die fehlende Induktivität der Leitung durch die H-Struktur ermöglicht es, die hohen Ströme in wenigen Mikrosekunden auszuschalten. Die Zeitskala für das Anschalten der Ströme liegt eine Größenordnung höher und wird im wesentlichen durch die Trägheit der Stromquellen bestimmt¹⁸.

Eine genauere Charakterisierung der magnetischen Felder der U-MOT und der Z-Magnetfalle erfolgt in Kapitel 5.4.1 und 5.4.2, bzw. 5.4.3.

5.4.1. Die U-MOT

Nach der Reflektions-MOT werden die Atome in einem zweiten Schritt des experimentellen Zyklus in einer MOT mit miniaturisierten Quadrupolfeld gefangen gehalten. Dazu wird die Feldkonfiguration der U-Falle verwendet (siehe Kapitel 4.2.2). Abbildung 5.16 zeigt das Verhalten dieser Falle mit der verwendeten H-Kupferstruktur. Im Weiteren wird diese Version der Reflektions-MOT, als U-MOT bezeichnet.

Im Experiment waren die typischen Parameter für I_U zwischen 25 und 30 A und für das homogene Biasfeld B_x G zwischen 6 und 10 G, bei einer Länge des zentralen Drahtsegments von 12.75 mm. Deutlich ist die starke Anisotropie in den Gradienten zu erkennen, aus denen auch die starke anisotrope Ausdehnung der U-MOT resultiert. Im Unterschied zu der Erzeugung von Quadrupolfeldern mit Antihelmholtz-Spulen hat das Verhältnis der Gradienten nicht einen festen Wert von zwei, sondern ist variabel und meistens größer als 3. Charakteristisch für die hier realisierte U-MOT ist, dass sich das Fallenzentrum nicht direkt über der Mitte der Kupferstruktur befindet, sondern leicht von der U-Struktur weg versetzt ist.

Durch Anlegen eines zweiten homogenen Magnetfelds in vertikaler Richtung (z) kann die U-MOT auf das Zentrum der Kupferstruktur verschoben werden (siehe Abb. 5.16 (Unten)). Dabei wird der Abstand zur H-Struktur größer, das Verhältnis der Gradienten verbessert sich zu Gunsten der longitudinalen Gradienten, die U-MOT wird runder. Dieser Winkel wird dann mit ansteigendem Feld B_x wesentlich kleiner, ist aber unabhängig von Strom im Draht. Bei einem Biasfeld $B_x=15$ G besitzt das magnetische Feld noch eine Neigung von etwa 20° . Interessant ist, dass der longitudinale Gradient $\frac{dB}{dy}$ für einen festen Drahtstrom ein Maximum besitzt (siehe Kapitel 4.2.1).

Aus den Rechnungen geht auch hervor, dass der Einfluss des Stroms in der Kupferstruktur begrenzt ist. Mit Hilfe des Biasfelds B_x lässt sich das Verhältnis der Gradienten mit höheren Drahtströmen sehr stark verkleinern, d.h. die U-MOT wird in die Länge gezogen. Daraus ergibt sich ein effektiver Umladeprozess, da die folgende Z-Magnetfalle ebenfalls eine längliche Form hat.

¹⁸Für die Hochstromquellen von Agilent wurden Anschaltzeiten $< 200 \mu\text{s}$ an rein ohmschen Lasten beobachtet

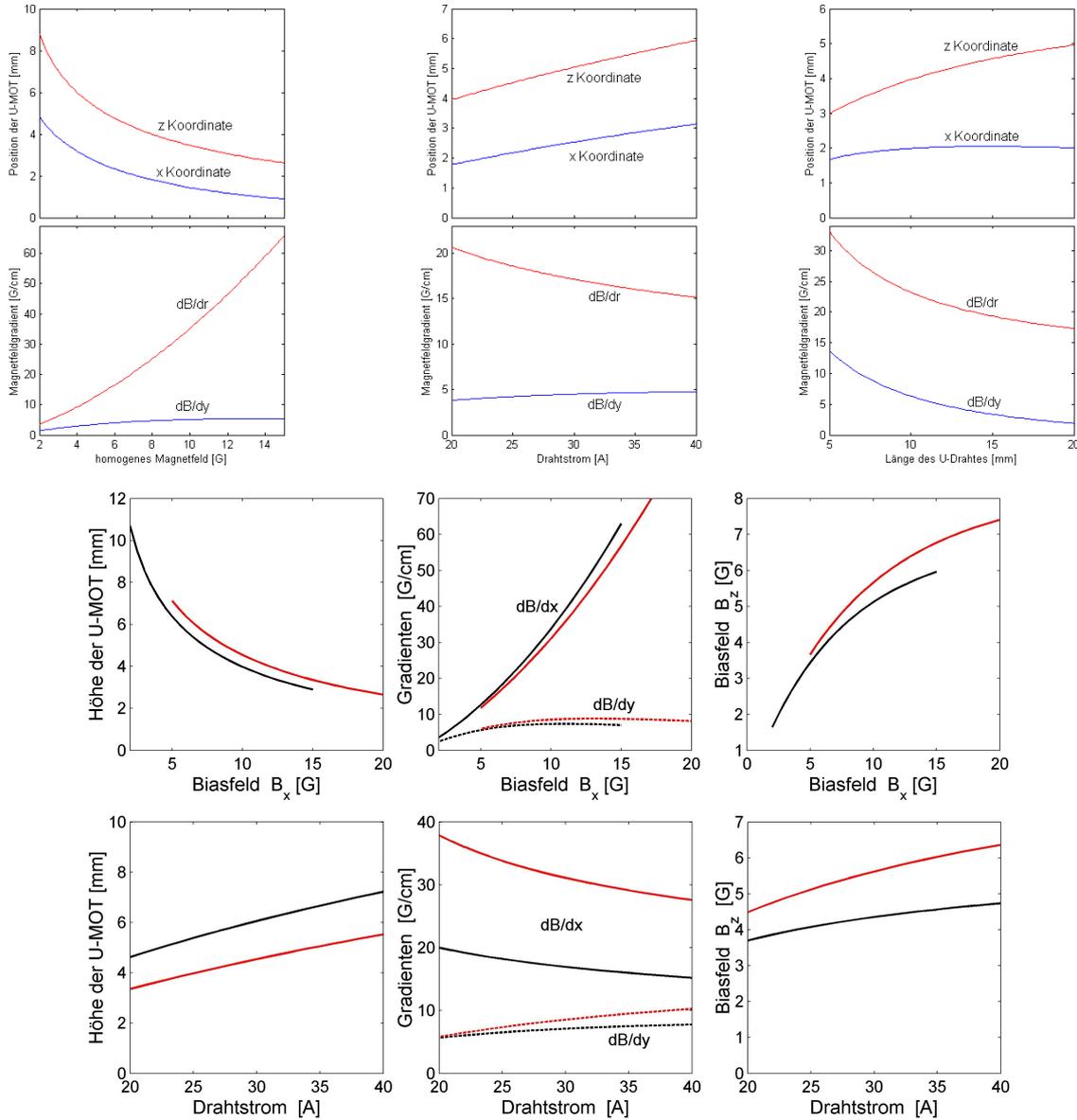


Abbildung 5.16.: Numerische Bestimmung der Eigenschaften des U-Feldes. OBEEN: Abhängigkeit des Quadrupolmagnetfeldes der U-MOT von dem homogenen Magnetfeld, dem Drahtstrom und der Länge des zentralen Drahtsegments der U-Konfiguration. Ausgegangen wurde von den typischen Betriebsparametern im Experiment ($I_U = 25.5$ A, $B_x = 6.5$ G und einer Steglänge von 12.75 mm). Unter der radialen Richtung wird die x-y Ebene verstanden. UNTEN: Abhängigkeiten der Fallenparameter für $x=y=0$ durch Anlegen eines Feld in z-Richtung für das Biasfeld B_x und den Drahtstrom. Die konstanten Werte für den Strom, bzw. das Biasfeld B_x , sind 25 (schwarz) und 30 A (rot), bzw. 6.5 G (schwarz) und 10 G (rot).

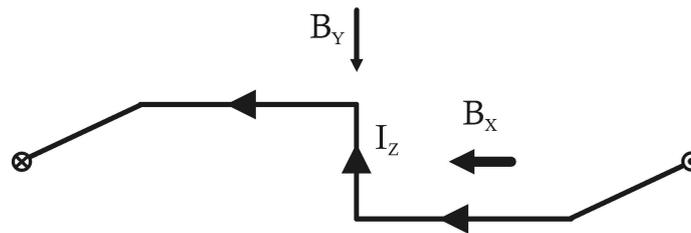


Abbildung 5.17.: Verwendete Leiterstruktur für die reale Kupferstruktur zur Berechnung in einem Modell, beruhend auf infinitesimal dünnen Leitern. Die genauen Abmessungen sind im Anhang B zu finden. Zu Beachten sind die zusätzlichen äußersten Drahtelemente (hier senkrecht zur Papierebene), welche als Stromzuführungen benötigt werden. (die z-Richtung ist senkrecht zur Ebene der Z-Struktur)

In einer MOT bedeuten höhere Gradienten in einer Raumrichtung auch einen stärkeren Einschluss der Atome in dieser Richtung. Durch das vorübergehende Speichern der Atome in der U-MOT ist es aufgrund der wesentlich steileren Gradienten möglich, die Atomwolke zu komprimieren [93]. Andererseits kann die Wolke durch die Variation des Biasfelds B_x an die Position der folgenden Z-Magnetfalle bewegt werden.

5.4.2. Die Z-Falle

Die verwendete magnetische Z-Falle ist eine spezielle Version der magnetischen Ioffe-Pritchard Falle. Die Z-Falle zeichnet sich insbesondere dadurch aus, dass sie extrem einfach und kompakt aufgebaut ist 4.2.3.

In den meisten Eigenschaften ist die magnetische Z-Falle mit anderen Ioffe-Pritchard Fallen vergleichbar. Dazu gehört der starke lineare Einschluss der Atome in zwei Dimensionen und der harmonische in der dritten Raumrichtung. Ebenfalls erzeugen die seitlichen Drahtsegmente ein magnetisches Offsetfeld B_0 am Fallenminimum. Aufgrund der sehr hohen verwendeten Ströme müssen auch relativ weit entfernte Drahtsegmente (z.B. Zuführungen) in der Berechnung mit berücksichtigt werden, um z.B. das richtige Offsetfeld B_0 zu bestimmen. Die fehlende Punktsymmetrie der magnetischen Felder der Z-Falle äußert sich in einer leichten horizontalen Verdrehung der langen Fallenachse. Dieser Winkel beträgt 4 bis 10 Grad bei den typischen Betriebsparametern ($I_W=50$ A, $B_x=25$ bis 60 Gauß) der vorliegenden Z-Falle.

Die vorliegende H-Kupferstruktur erlaubt die Realisation von zwei verschiedenen Z-Fallen, wobei die Länge des zentralen Drahtsegments sich um den Faktor zwei unterscheidet. Die längere zweite Z-Falle wird im nächsten Kapitel besprochen.

Wesentlicher Unterschied der konkreten realisierten Struktur und einem vereinfachten Modell der Z-Falle (Kapitel 4.2.3) ist der Beitrag von zusätzlichen Drahtelementen (Abb. 5.17) zum magnetischen Feld. Insbesondere verändern diese zusätzlichen Feldkomponenten die absolute Feldamplitude B_0 am Minimum.

Die beiden wichtigen Betriebsparameter sind der Drahtstrom I_Z und das Biasfeld B_x . Die

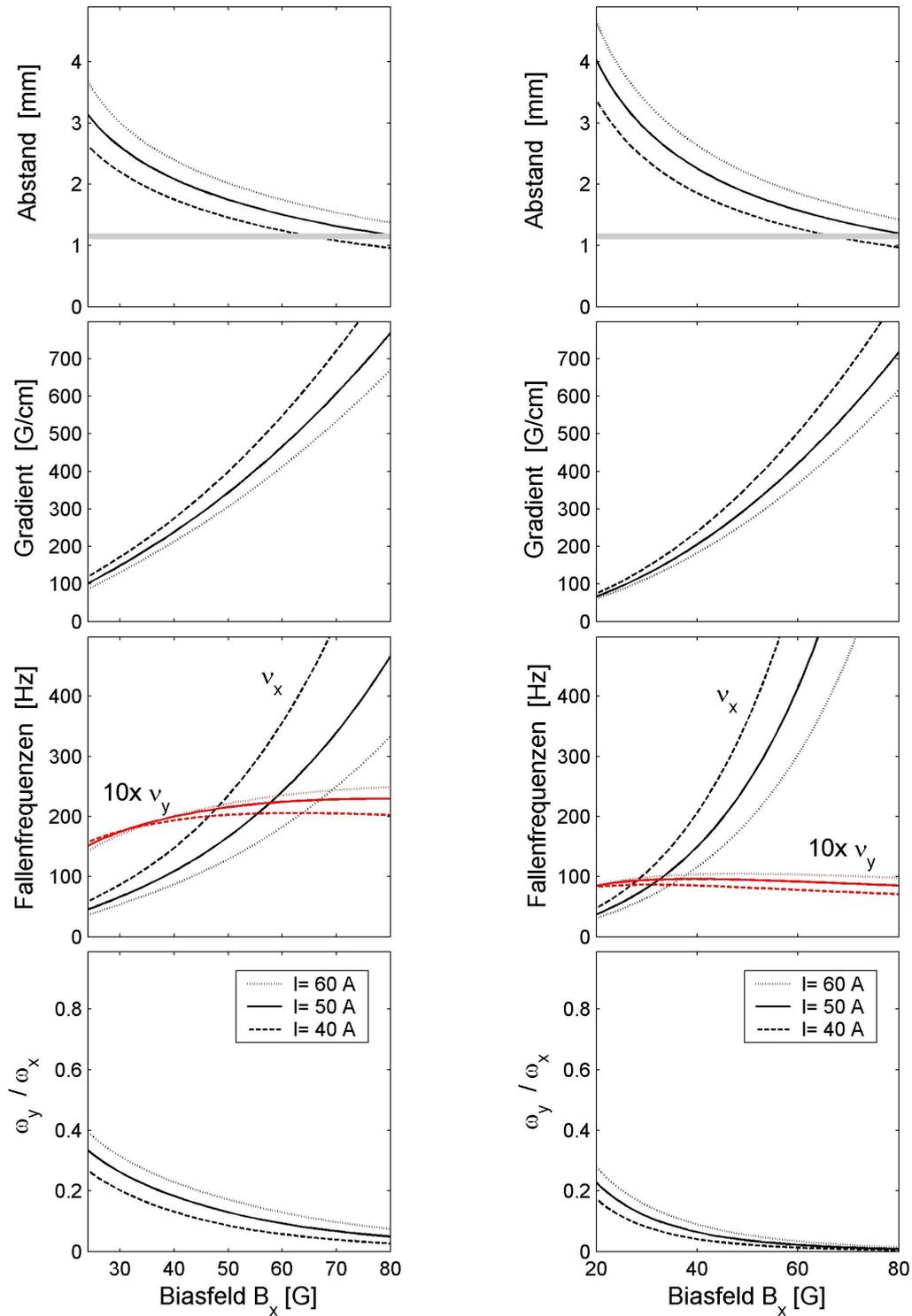


Abbildung 5.18.: Abhängigkeit der wichtigen Fallenparameter der beiden möglichen Z-Fallen der Kupferstruktur von dem Biasfeld B_x für verschiedene Drahtströme. LINKS: Kleine Z-Konfiguration mit $L_{eff} = 6700 \mu m$. RECHTS: Große Z-Konfiguration mit $L_{eff} = 12200 \mu m$. Aufgrund eines verschwindenden Offsetfelds B_0 wurde hier ein zusätzliches Stützfeld $B_y = 2 \text{ G}$ hinzugefügt. Drahtströme: 40 A (gestrichelt), 50 A (durchgezogen) und 60 A (gepunktet). Die maximalen longitudinalen Fallenfrequenzen sind 8.7 Hz (40 A), 9.6 Hz (50 A) und 10.5 Hz (60 A).

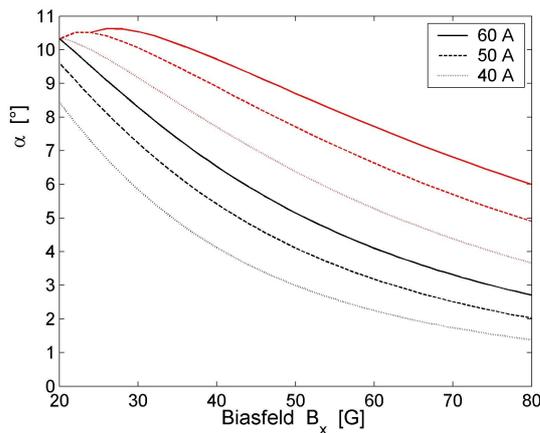


Abbildung 5.19.: Die Verdrehung der Achse der Z-Magnetfallen in Abhängigkeit vom Biasfeld B_x und dem Drahtstrom. α gibt dabei den Winkel zwischen der Hauptachse der Falle und der Hauptachse der Leiterstruktur an. Kleine Z-Konfiguration (rot) und große Z-Konfiguration (schwarz)

Superposition des radialen magnetischen Drahtfelds und des Biasfelds erzeugt ein Minimum im Magnetfeld mit einem Offsetfeld $B_0 > 0$. Dieses Offsetfeld wird im Wesentlichen durch die Überlagerung der beiden radialen Felder der äußeren Leitersegmente erzeugt und steigt linear mit dem Strom im Draht an. Durch einen höheren Drahtstrom wird auch der radiale Einschluss, sprich der Magnetfeldgradient, stark verringert. Diese beiden Effekte ergeben bei kleineren Strömen wesentlich höhere radialen Fallenfrequenzen. Dies kann dazu verwendet werden, bereits in der Magnetfalle gespeicherte Atome zu verdichten.

Mit dem Biasfeld B_x wird der Abstand¹⁹ von der Kupferstruktur und gleichzeitig, in erster Näherung, die Falltiefe bestimmt. Mit etwa 50 Ampere Drahtstrom können die Atome in einem Abstand von etwa 3 mm gefangen werden und dann bis in direkte Nähe der Oberfläche ($1200\mu\text{m}$) des Atomchips bewegt werden. Dabei erhöhen sich die radialen Magnetfeldgradienten von etwa 100 G/cm auf etwa 400 G/cm.

Durch Anlegen eines longitudinalen homogenen magnetischen Gegenfelds B_y ist es möglich das Offsetfeld B_0 kontinuierlich zu kompensieren und damit speziell die transversalen Fallenfrequenzen mit $\omega_r \propto 1/\sqrt{B_0}$ stark zu erhöhen. Wird das ursprüngliche Offsetfeld überkompensiert, bilden sich zwei kleinere Magnetfallen mit $B_0=0$, welche sich mit steigendem Gegenfeld B_y in Richtung Seitenarme verschieben. Aufgrund der auftretenden Atomverluste durch Majorana-Spin-Flips (siehe Gl.(4.8)) muss diese Konfiguration vermieden werden. In Abbildung 5.20 wurden die Parameter der Z-Konfiguration jeweils derart variiert, um Unter- oder Überkompensation des Offsetfelds B_0 zu veranschaulichen.

Bei typischen Betriebsparametern wie $I_Z = 50$ A und einem Biasfeld B_x von 60 Gauß ergibt sich eine Magnetfalle mit den Fallenfrequenzen $\omega_y = 2\pi \cdot 22$ Hz und $\omega_r = 2\pi \cdot 245$ Hz, mit einem radialen Gradienten von 390 G/cm und einem Fallenboden von $B_0 = 6.2$ G. Die Fallenfrequenzen entsprechen einer Krümmung des magnetischen Felds von 300 G/cm² in y-Richtung und 37000 G/cm² in x-Richtung. Durch die zusätzliche Verwendung eines Gegenfelds B_x kann die radiale Fallenfrequenz auf $\omega_r = 2\pi \cdot 850$ Hz (411000 G/cm²) bei einem Fallenboden von $B_0 = 0.5$ G erhöht werden. Es zeigt sich auch, dass der longitudinale

¹⁹Abstand=Mitte Kupferstruktur bis Magnetfallenzentrum

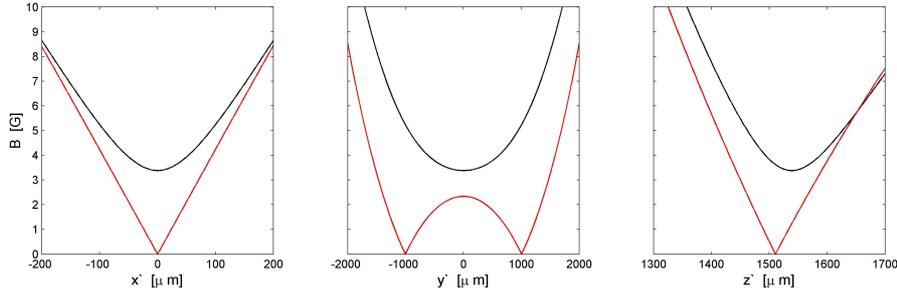


Abbildung 5.20.: Magnetische Potentiale entlang den Symmetrieachsen der Z-Falle für Unter- und Überkompensation des magnetischen Offsetfeldes. Betriebsparameter: $I_Z=50$ A, $B_x=60$ G. Zwischen der schwarzen und der roten Kurve wurde das longitudinale Biasfeld B_y um 6 Gauß erhöht.

Einschluss, gegeben durch die Fallenfrequenz ω_y , in Abhängigkeit vom Drahtstrom, einen maximalen Wert annimmt. Für die kleine Z-Konfiguration befände sich die Falle dann aber bei etwa $1180 \mu\text{m}$ und damit in der Chip-Oberfläche, d.h dieser Wert ist nicht erreichbar. Für die Drahtströme 50 und 60 A betragen die maximalen longitudinalen Fallenfrequenzen $\omega_y/2\pi$ 23 Hz, bzw. 25.1 Hz.

In der Praxis ist es aber meist sehr schwer, die beiden Komponenten der homogenen Magnetfelder B_x und B_y zu entkoppeln. Besonders im Fall des radialen Felds B_x kann eine kleine Verdrehung²⁰ der zugehörigen Spulen durch eine Veränderung des Fallenbodens die radialen Fallenfrequenzen stark beeinflussen. Deshalb kann der Fallenboden, und damit auch die radialen Fallenfrequenzen, nicht exakt berechnet werden. Der Fallenboden B_0 muss im Experiment bestimmt werden. Mittels der Radiofrequenz kann das magnetische Fallenpotential abgetastet werden und auch der Fallenboden relativ genau (≈ 10 kHz) vermessen werden. Mit der Kenntnis des Fallenbodens können dann die Rechnungen, welche auf infinitesimal dünnen Leitern beruhen, entsprechend korrigiert werden, um die richtigen Fallengradienten und Krümmungen zu ermitteln.

Ein kritischer Schritt im Experiment ist das erstmalige Einladen der optisch vorgekühlten Atome in die Magnetfalle. Dabei muss verhindert werden, dass die bis dahin gewonnene Phasenraumdicke nicht verloren geht. Dies kann verhindert werden durch das “Mode-Matching”.

“Mode-Matching” Darunter versteht man den Transfer einer Atomwolke in eine Magnetfalle, ohne eine Verringerung der Phasenraumdicke $n\lambda_{dB}^3$ zu verursachen. Dies gelingt dann, wenn die so genannte Steifheit κ des harmonischen Potentials $U(r) = \frac{1}{2}\kappa r^2$ der Temperatur und Ausdehnung der Atomwolke in einer Dimension entspricht [11].

$$\frac{1}{2} m \omega^2 r_0^2 = \frac{1}{2} k_B T \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{k_B T}{m r_0^2}} \quad (5.3)$$

²⁰Wird das Magnetfeld $B_x=60$ Gauß um 1° verdreht entspricht das einem zusätzlichen Magnetfeld von einem Gauß in die Richtung von B_y

Ist die Magnetfalle zu steil, werden die Atome erhitzt und ist sie zu flach ansteigend können die Atome nicht adiabatisch expandieren. In beiden Fällen verkleinert sich die Phasenraum-dichte. Daraus ergibt sich, dass die anfängliche Fallengeometrie kugelförmig sein sollte, mit $\omega_x = \omega_y = \omega_z$. Dies ist im Experiment mit einer Ioffe-Pritchard Falle nicht exakt erfüllbar und kann nur annähernd erreicht werden. Für die verwendete Z-Falle ist bei einem Drahtstrom von 50 A und einer minimalen Fallentiefe von $\Delta E \approx 500 \mu K$ ein Verhältnis von $\omega_x/\omega_y \approx 0.35$ mit der kleinen Z-Struktur möglich. Für einen Drahtstrom von 60 A erhöht sich dieser Wert auf $\omega_x/\omega_y \approx 0.45$.

Die hier diskutierte Z-Falle ist im Allgemeinen zu steif mit den anfänglichen Fallenfrequenzen von $\omega_y = 2\pi \cdot 15$ Hz und $\omega_r = 2\pi \cdot 45$ Hz. Damit werden die Atome nach dem Einfangen eine höhere Temperatur in der Falle besitzen.

Zum "Mode-Matching" gehört natürlich auch, dass das Zentrum der kalten Atomwolke und der Magnetfalle sich überlagern müssen. Unter der Voraussetzung, dass die minimale Fallentiefe $500 \mu K$ sein sollte, erlaubt die kleine Z-Konfiguration nur für bestimmte Parameter eine Atomwolke in einem Abstand von etwa 3 mm einzuladen (siehe Abb. 5.21). Typischerweise ist deshalb die einladende Magnetfalle im experimentellen Zyklus mit einem Drahtstrom von 50 A und einen senkrechten Biasfeld von 25 G erzeugt worden. Größere Abstände der Atomwolke sollten auch mit einem Drahtstrom von 60 A möglich sein.

Weil sich die Z-Magnetfalle in Richtung der Gravitation öffnet, muss die Gravitation durch einen entsprechend stärkeren Einschluss durch das Magnetfeld kompensiert werden. Insbesondere wird dadurch die Fallentiefe erniedrigt. Die Korrektur durch die Gravitation ist gegeben mit:

$$B = \frac{m g h}{\mu_B} \quad \Rightarrow \quad \frac{dB}{dz} = 15.3 \frac{G}{cm} \quad (5.4)$$

5.4.3. Die lange Z-Falle

Die Kupferstruktur erlaubt es, eine zweite Z-Konfiguration mit einem wesentlich längeren zentralen Stegelement von 12.75 mm^{21} zu betreiben. Diese Z-Falle wurde nicht zur Kondensation verwendet und hat sich bezüglich des Ladens der magnetischen Falle der kleineren Z-Falle als unterlegen erwiesen. Im Folgenden soll diese Falle anhand von Rechnungen charakterisiert werden.

Die Länge des zentralen Stegelements wurde aufgrund der inhomogenen Stromverteilung wiederum um etwa $550 \mu m$ auf 12.2 mm verkürzt, um letztere in die Rechnungen miteinzubeziehen (siehe dazu Kapitel 5.4.4).

Aufgrund der veränderten Geometrie, insbesondere des vergrößerten Abstands der ersten äußeren Seitenelemente, hat sich das Offsetfeld B_0 stark verringert. Schon bei mittleren Strömen und Feldern von $I_w = 50$ A und einem homogenen Biasfeld von $B_x = 52$ G ist der Fallenboden $B_0 = 0$.

²¹Abstand: Seitenleitemitte-Seitenleitemitte

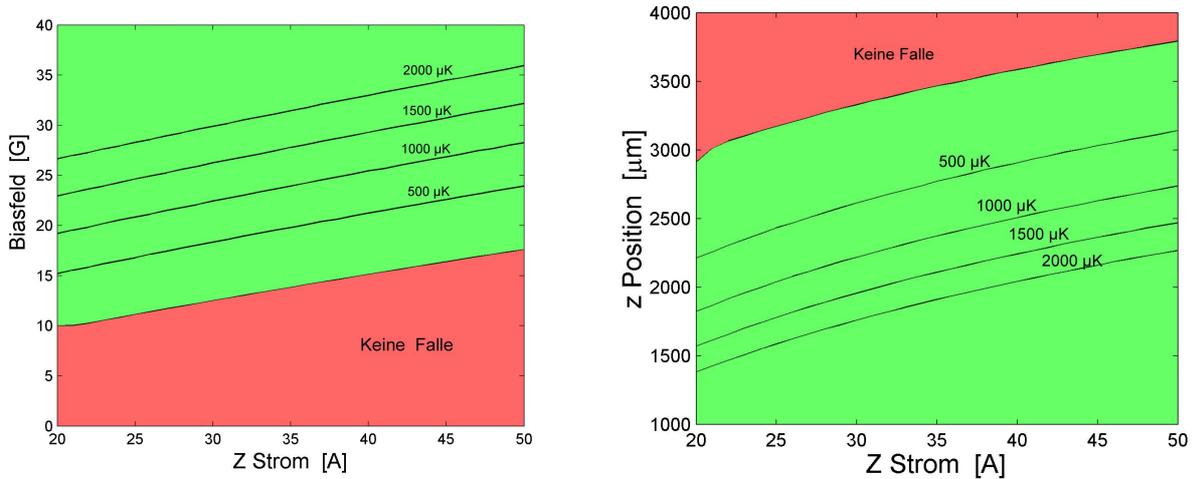


Abbildung 5.21.: LINKS: Berechnung der Falltiefe in Abhängigkeit vom Z-Strom und dem homogenen Biasfeld B_x unter Berücksichtigung der Gravitation. Das minimale Biasfeld (Falltiefe $\Delta E \approx 500 \mu K$) welches benötigt wird, um eine thermisch kalte Atomwolke ($T \leq 100 \mu K$) zu fangen, steigt mit dem Drahtstrom an. RECHTS: Berechnung der Falltiefe in Abhängigkeit vom Z-Strom und Abstand vom Drahtzentrum (vertikale z-Richtung) unter Berücksichtigung der Gravitation. Je kleiner die Drahtströme werden umso näher ist die Falle, bei gleicher Falltiefe an der Chip-Oberfläche. Die Chip-Oberfläche befindet sich bei $1200 \mu m$).

Wie zu erwarten, ist die maximale longitudinale Fallenfrequenz für einen Drahtstrom von 50 A mit $\omega_y = 2\pi \cdot 9.6$ Hz wesentlich kleiner, als bei der vorhergehenden Z-Konfiguration. Die Krümmung des absoluten magnetischen Potentials in axialer Richtung beträgt 56 G/cm^2 . Die Fallenfrequenz ω_y hängt nur von dem Biasfeld B_x ab und ändert sich auch mit der Länge des mittleren Stegs. Abbildung 5.22 stellt das Verhalten der longitudinalen Fallenfrequenzen für die beiden Z-Konfigurationen bei unterschiedlichen Drahtströmen dar. Aus den numerischen Rechnungen ist ersichtlich, dass das Maximum für die Fallenfrequenz sich etwa in einer Entfernung von etwa $1/6$ der Länge des zentralen Stegs befindet (siehe auch 4.2.3).

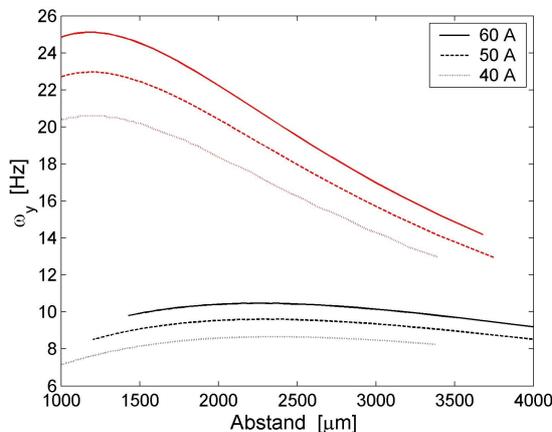


Abbildung 5.22.: Die longitudinale Fallenfrequenz der beiden Z-Fallen besitzt für je einen Drahtstrom und eine bestimmte zentrale Steglänge einen maximal möglichen Wert. Die zentrale Steglänge ist jeweils $6700 \mu m$ (rot), bzw. $12000 \mu m$ (schwarz). Für die kleine Z-Konfiguration befindet sich die Position der Falle bei der maximalen Fallenfrequenz ω_y jenseits der Chip-Oberfläche und ist damit nicht realisierbar.

Bei einem homogenen Biasfeld B_x von mehr als 52 G kommt es zur Überkompensation des Offsetfelds, ohne das ein zusätzliches Magnetfeld B_y angelegt wurde. Die Falle befindet sich dann so nah an der Kupferstruktur, dass die horizontalen Feldkomponenten, erzeugt durch die Seitenelemente, immer kleiner werden. In diesem Fall dominieren die horizontalen Komponenten der äußeren Drahtelemente (Zuführungen). Damit sind auch die maximal erreichbaren transversalen Magnetfeldgradienten begrenzt auf $dB/dr = 320\text{G/cm}$. Diese können weiter erhöht werden, indem das inhärente Offsetfeld von den Seitenelementen durch ein zusätzliches Magnetfeld $B_y \approx 2\text{G}$ gestützt wird. Dieses erlaubt wiederum wesentlich höhere Magnetfelder B_x . Auf diese Weise sind mit $B_x = 65 - 70\text{ G}$ Kompressionen von der gleichen Größenordnung ($dB/dr \approx 500\text{ G/cm}$), wie bei der kleinen Z-Konfiguration zu erreichen.

Unter Verwendung eines zusätzlichen Stützfelds B_y werden mit der großen Z-Konfiguration bei halber longitudinaler Fallenfrequenz ähnliche Fallenparameter wie bei der Kleinen erreicht.

5.4.4. “Finite size”-Effekte

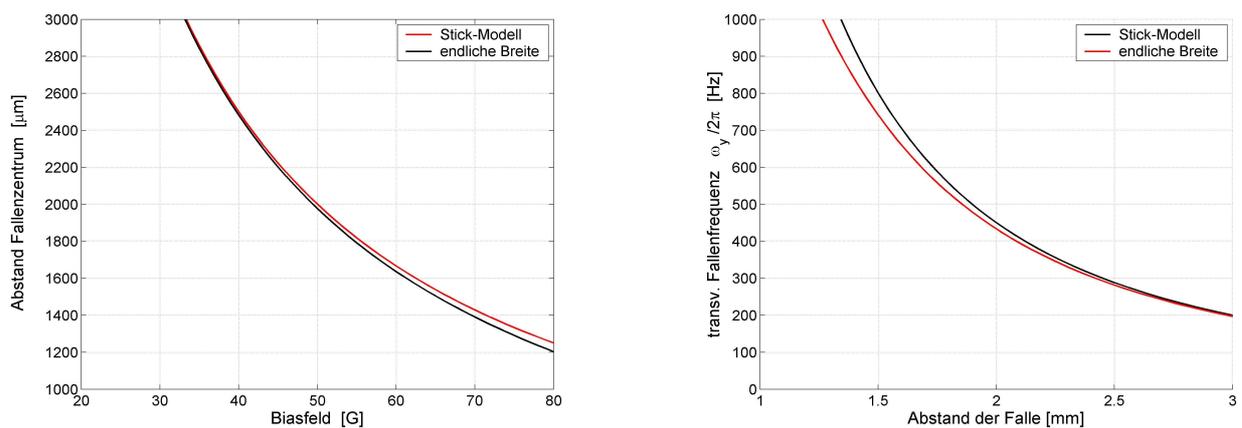


Abbildung 5.23.: Unterschiede der Magnetfallen, resultierend durch einen Leiter mit einem unendlichen dünnen, und durch einen mit einem zweidimensionalen Querschnitt. Die zweidimensionale Stromverteilung wurde durch 400 unendlich dünne, stromführende Leiter, verteilt auf den realen Querschnitt $1 \times 1.2\text{mm}$, simuliert. Das magnetische Offsetfeld B_0 für den Fallenboden wurde jeweils auf 0.5 G gesetzt (Die Länge der Drahtfallen geht jeweils gegen unendlich).

Alle realistischen Drahtfallen zur Erzeugung von Magnetfallen besitzen eine endliche Ausdehnung, welche unter bestimmten Bedingungen von Bedeutung sein kann.

Alle Simulationen der Drahtmagnetfelder werden mit MATHEMATICA [94] durchgeführt. Zur Vereinfachung werden Leiterstrukturen durch unendlich dünne gerade Leiterelemente endlicher Länge approximiert wurden (siehe z.B. 5.17). Dieses Verfahren wird auch als “stick”-Modell bezeichnet. Die reale Struktur weicht durch ihre endliche Ausdehnung von

diesem Modell ab. Wesentlich ist die Art der Stromdichteverteilung im Leiter. Diese kann homogen mit einer endlichen Breite, wie in einem geraden Leiter sein. Insbesondere an Innenkanten der Leiterstruktur entstehen inhomogene Stromverteilungen.

In Abbildung 5.23 wurden die Fallenparameter für einen unendlich langen rechteckigen Leiter mit einem Querschnitt ($1 \times 1.2 \text{ mm}$), wie der des zentralen Stegs in der Kupferstruktur mit homogener Stromverteilung, gerechnet. Mit Hilfe von 400 unendlich dünnen Leitern wurde die ausgedehnte Stromverteilung nachgebildet. Da die transversalen Fallenfrequenzen der realen magnetischen Z-Falle von dem transversalen Gradienten und der Höhe des Fallenbodens bestimmt wird, soll damit der Einfluss der endlichen Ausdehnung auf die Gradienten untersucht werden. Um einen Potentialverlauf wie in einer Ioffe-Pritchard Falle zu erhalten, wurde nicht nur ein zum Leiter senkrechtes Magnetfeld, sondern auch ein Magnetfeld parallel dazu angelegt, welches das Offsetfeld B_0 darstellt.

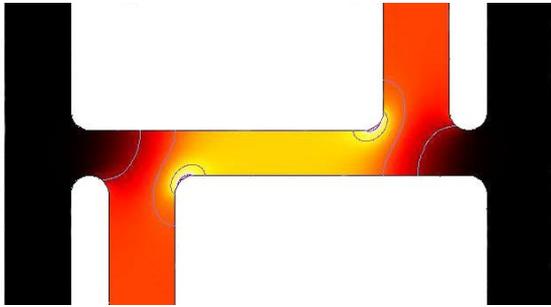


Abbildung 5.24.: Inhomogene Verteilung der Stromdichte in den Leitern der H-Kupferstruktur. Deutlich sind die Maxima der Stromdichten an den inneren Kanten der Struktur zu erkennen. Hell: Hohe Stromdichte, Dunkel: niedrige Stromdichte. Simuliert wurde ein Strom von 50 A in der kleinen Z-Konfiguration mit dem Programmpaket FEMLAB [95].

Es zeigt sich, dass in großem Abstand die Ausdehnung des Leiters sich nicht bemerkbar macht. Mit kleiner werdendem Abstand zu dem Zentrum des Leiters werden die Differenzen größer. Der minimale Abstand der Wolke vom Zentrum des Leiters ist genauso groß, wie die Oberfläche des Atomchip und liegt bei $1200 \mu\text{m}$. Dort sind die Fallenfrequenzen des “stick”-Modells etwa 12% größer als die der ausgedehnten Struktur, aber bei unterschiedlichen Biasfeldern. Die endliche Breite des Leiters verringert damit die maximal möglichen Fallenfrequenzen. Werden die Fallenparameter bei gleichem Biasfeld in der Nähe der Atomchip-Oberfläche verglichen, betragen die Differenzen bei Position und Fallenfrequenzen etwa 5%. Ist die Querschnittsfläche nicht quadratisch, wie in diesem Fall, können je nach Seitenverhältnis die Abweichungen wesentlich größer sein [19].

Zu wesentlich signifikanteren Abweichungen kommt es aufgrund einer inhomogenen Stromverteilung an den Kanten in der Kupferstruktur (siehe Abb. 5.24). Die elektrischen Ströme in den Leitern senkrecht zum zentralen Leitersegment, bestimmen die Höhe des magnetischen Offsetfelds B_0 am Fallenzentrum. Aufgrund dessen ist die reale Stromverteilung in der Berechnung der Fallenfrequenzen $\omega \propto \sqrt{1/B_0}$ (siehe Gl.(4.33)) entscheidend.

Der Effekt der inhomogenen Stromverteilung kann daher durch eine virtuelle Verkürzung der Länge des zentralen Drahtsegments und damit dem Abstand der Seitenarme in das Modell integriert werden. In unserem Fall ließen sich die Experimente quantitativ gut beschreiben,

indem die geometrische Segmentlänge²² von $L_{\text{Geo}} = 7.25\text{mm}$ auf $L_{\text{eff}} = 6.7\text{mm}$ reduziert wurde. In dieser Arbeit wurden alle Berechnungen der magnetischen Felder der vorliegenden Z-Konfiguration mit L_{eff} durchgeführt.

Die Tatsache, dass der Querschnitt der Drähte in der H-Struktur fast durchgehend quadratisch ist, macht sich nur marginal in den Feldern bemerkbar. Im Experiment wurden keine Abweichungen bemerkt, welche auf diese Vereinfachung zurückzuführen sind. Ist der Querschnitt rechteckig werden die Abweichungen signifikant, wenn die Distanz zum Leiterzentrum sich der Größe der Abmessung der Leiterstruktur nähert (siehe Abb. 5.23 und ([19, 96])).

5.5. Radiofrequenz induzierte Verdampfungskühlung

Der finale Schritt zum Erreichen der Bose-Einstein Kondensation ist das Verdampfungskühlen (siehe Kapitel 3.5). Durch das Einstrahlen einer langwelligen RF-Strahlung werden atomare Übergänge in nicht gefangene magnetische Unterzustände angeregt [52]. Unter Ausnutzung der Ortsabhängigkeit der Spinresonanz in der Magnetfalle ist es möglich, selektiv Atome auf einer magnetischen Äquipotentialfläche, und damit auch derselben Energie, zu entfernen. Absolut gilt dies nur unter Vernachlässigung der Gravitation und ist sehr unterschiedlich für die verschiedenen Fallenachsen (siehe Kapitel 4.2.4).

Die benötigten Frequenzen ν_{RF} ergeben sich aus der Form des magnetischen Potentials $U(\vec{r}) = -\vec{\mu}\vec{B}$, wobei $\nu_{RF} > \mu B_0/2h$, für das Offsetfeld B_0 .

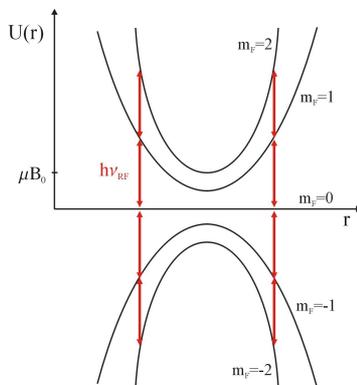


Abbildung 5.25.: Prozess des Verdampfungskühlens mittels einer eingestrahnten Radiofrequenz. Die Atome werden über eine Kette von Spinresonanzen aus dem gespeicherten in nicht gespeicherte Zustände transferiert. Die räumliche Position des “RF-Messers” ist durch die Beziehung $2h\nu_{RF} = \mu B(r)$ gegeben.

Die Effizienz mit der die Übergänge zu nichtgespeicherten Unterzuständen betrieben werden kann, hängt von der Amplitude der RF-Strahlung ab. Im Folgenden soll abgeschätzt werden, welche minimale RF-Amplitude benötigt wird, um die Spinresonanz effektiv zu betreiben.

Das Landau-Zener Modell erlaubt es, die Wahrscheinlichkeit für einen adiabatischen Übergang zwischen zwei Niveaus zu quantifizieren [97]:

$$p = 1 - \exp(-2\pi\Gamma_{LZ}) \quad (5.5)$$

²²Abstand der Mitten der seitlichen Drahtsegmente.

Γ_{LZ} wird als der Landau-Zener-Parameter bezeichnet. Dieser hängt von der entsprechenden Rabi-Frequenz Ω_R und der lokalen zeitlichen Änderung der Aufspaltung der Zeemanunter-niveaus $d\epsilon/dt$ ab.

$$\Gamma_{LZ} = \frac{\hbar\Omega_R^2}{\left.\frac{d\epsilon(r)}{dt}\right|_{r_{RF}}} \cong \frac{\hbar\Omega_R^2}{\mu_B g_F \langle v \rangle \left.\frac{dB}{dr}\right|_{r_{RF}}} \quad \text{mit} \quad \Omega_R = \frac{\mu_B g_F B_{RF\perp}}{2\hbar} \quad (5.6)$$

Wesentlich für den induzierten Umklappprozess ist die Komponente des Magnetfelds $B_{RF\perp}$ des RF-Felds senkrecht zu dem lokalen Magnetfeld $B(\vec{r})$ der Falle. Die zeitliche Änderung der Aufspaltung wird durch die mittlere Geschwindigkeit und den Gradienten des Magnetfelds bestimmt.

Mit Hilfe der Wahrscheinlichkeit p für ein Zwei-Niveau System lässt sich die Besetzungswahrscheinlichkeit der Unterniveaus in einem Mehr-Niveau-System analytisch beschreiben. Wird der energetisch höchste und gespeicherte Zustand mit $n=1$ (Rb^{87} : $|2, 2\rangle$) indiziert und der unterste als $n=N$ (Rb^{87} : $|2, -2\rangle$), ist die Übergangswahrscheinlichkeit in einen beliebigen Zustand n gegeben durch:

$$P_n = \frac{(N-1)!}{(n-1)!(N-n)!} (1-p)^{N-n} p^{n-1} \quad (5.7)$$

Aus der Forderung, dass 99% der Atome sich in nicht gespeicherten Zuständen befinden sollen ergibt sich aus der Summe der Besetzungswahrscheinlichkeiten aller nicht gefangenen Zustände $n > (N-1)/2$ der notwendige Landau-Zener-Parameter. Die relevanten Unterzustände im konkreten Fall sind $|2, 0\rangle, |2, -1\rangle$ und $|2, -2\rangle$.

$$\sum_i P_i = 0.99, \quad i \text{ indiziert die nicht gefangenen Unterzustände} \quad (5.8)$$

Hierbei bezeichnet r_{RF} den Ort an dem die RF-Frequenz den Übergang induziert (siehe Abb. 5.25). Für den gespeicherten Unterzustand $|2, 2\rangle$ von Rb^{87} ist $\Gamma_{LZ} = 0.312$. Um die erforderliche Magnetfeldamplitude $B_{RF\perp}$ zu erhalten, wird die Geschwindigkeit mit der doppelten mittleren Geschwindigkeit abgeschätzt. In einer Ioffe-Pritchard Falle kann der variierende Gradient durch den steileren radialen Gradienten approximiert werden. Abbildung 5.26 zeigt die Abhängigkeit der erforderlichen RF-Amplitude senkrecht zu dem lokalen Magnetfeld. Damit ist die Temperatur mit dem magnetischen Potential nach $U(r_{RF}) \cong \eta K_B T$ verknüpft. Typischerweise wird beim induzierten Verdampfungskühlen Abschneideparameter von $\eta = 8$ verwendet 3.2.

Ist die Amplitude zu klein, entstehen signifikante Populationen von Atomen am Ort der Spinresonanz, die dort in einem effektiven Potential gefangen sind. Überlappen diese Populationen mit der eigentlich zu kühlenden Atomwolke, kommt es zu ungewünschten Heizeffekten. Dies gilt insbesondere für sehr kalte Atome am Ende des Kühlprozesses.

Wird die eine RF-Strahlung mit einer zu hohen Amplitude auf die gespeicherten Atome angewendet, kommt es zu Wechselwirkungen mit dem Fallenpotential. Die Amplitude $B_{RF\perp}$

verändert dann das magnetische Fallenpotential und damit die Fallenfrequenzen:

$$\frac{\omega_0}{\omega_{eff}} = \left(1 + \frac{\Omega_R^2}{\Delta_0^2}\right)^{\frac{1}{4}} \quad \text{mit :} \quad \Delta_0 = \nu_{RF} - \frac{\mu_B B_0}{2h} \quad (5.9)$$

Δ_0 ist die Differenz zwischen der eingestrahlichten RF-Frequenz ν_{RF} und des Offsetfelds B_0 in Einheiten der Radiofrequenz. Das Resultat einer zu großen RF-Amplitude ist eine verringerte Krümmung der magnetischen Falle, d.h die Falle wird ‐aufgebogen‐. Für den gespeicherten Zustand $|2, 2\rangle$ von Rb^{87} folgt daraus das $B_{RF\perp} \ll B_0$.

Damit wird die RF-Frequenz zum induzierten Verdampfungskühlen nur durch das magnetische Fallenpotential bestimmt. Die Frequenz ergibt sich durch den absoluten Wert des Magnetfelds $|\vec{B}|$ am Ort der Spinresonanz ν_{RF} und die Amplitude $B_{RF\perp}$ durch den lokalen Gradienten.

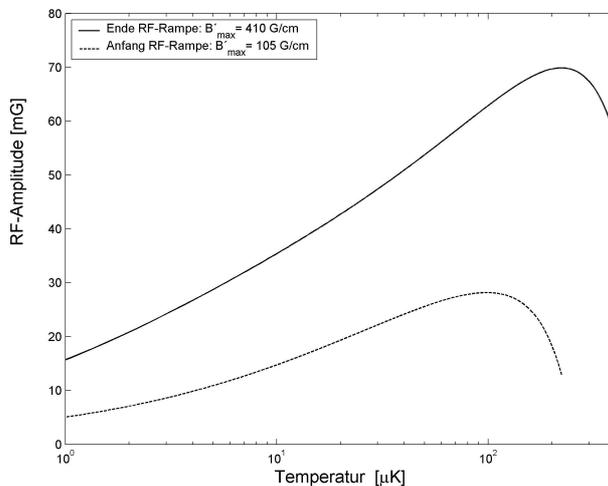


Abbildung 5.26.: Benötigte orthogonale Amplitude der RF-Strahlung am Ort der magnetischen Falle mit dem Ziel, bei 99% der Atome einen Übergang in einen nichtgespeicherten magnetischen Zustand zu induzieren. Dabei wird davon ausgegangen, dass die Atome in dem $|2, 2\rangle$ Zustand von Rb^{87} gefangen sind. Weil während dem Verdampfungskühlen die magnetische Z-Falle komprimiert wird, sind die entsprechenden Amplitudenkurven für die Falle am Anfang und Ende eingezeichnet.

Die notwendige Radiofrequenz zwischen einigen hundert Kilohertz und 20 MHz wird von dem Funktionsgenerator FG345 erzeugt²³ und dann von einem Verstärker (max. 2 W) über eine Antenne abgestrahlt. Die Antenne kann auch ohne Verstärker mit etwa 250 mW betrieben werden. Werden die Verluste durch die starke Abschirmung der Edelstahlkammer mit eingerechnet, ergeben sich die benötigten Werte für RF-Leistung aus Abbildung 5.26. Die Antenne befindet sich an der Außenseite des großen Vakuumfensters (Abstand vom Fallenzentrum: $\lesssim 45$ mm). Diese besteht aus 10 Windungen mit einem Durchmesser von etwa 40 mm.

5.6. Das Lasersystem

Monochromatisches Laserlicht wird im Experiment zur optischen Vorkühlung und zur Detektion benötigt. Das für die magnetooptischen, optischen Fallen, Pumpen und Detektion

²³Firma: Stanford Research Systems

notwendige Laserlicht wird von gitterstabilisierten Diodenlasern in Littrow-Anordnung erzeugt [98, 99]. Dabei wird mit einem holographischen Gitter ein zweiter externer Resonator um die Laserdiode aufgebaut, welches erlaubt die Frequenz mit der größten Verstärkung durch Variation der Länge des Resonators zu bestimmen.

Für die Experimente werden vier verschiedene Laserfrequenzen benötigt, welche alle der D_2 -Linie von Rb^{87} Hyperfeinstruktur entstammen (siehe Anhang J.1). Für die beiden magnetooptischen Fallen wird die Frequenz leicht rotverschoben ($\delta \approx 2\Gamma$) gegenüber dem Kühlübergang $F=2 \rightarrow F'=3$ von jeweils einem injektionsgelockten Diodenlaser (Master-Slave) erzeugt²⁴. Die Rotverschiebung erfolgt durch eine Stabilisierung mittels einer zeemanverschobenen Sättigungsspektroskopie und kann bis zu 45 MHz betragen. Für die obere Reflektions-MOT stehen etwa 35 mW für alle vier unabhängigen Strahlen und für die untere MOT insgesamt etwa 20 mW zur Verfügung.

Es besteht die eine geringe Wahrscheinlichkeit, das die Atome in den Zustand $F'=2$ angeregt und dann in den Grundzustand $F=1$ zerfallen. Damit sind die Atome für den Kühlzyklus verloren. Dieser Prozess geschieht je nach Laserleistung (siehe Gl.(5.1)) mit einer Wahrscheinlichkeit von größer als 1:2300. Damit der Dopplerkühlzyklus nicht abbricht, müssen die Atome durch eine zweite Laserfrequenz zurückgepumpt werden. Diese Frequenz wird daher im Folgenden als Rückpumperfrequenz bezeichnet.

Das entsprechende Laserlicht für Übergang²⁵ $F=1 \rightarrow F'=2$ wird für beide Fallen von einem Master-Slave System mit einer Gesamtleistung von etwa 20 mW bereitgestellt. Bei der unteren MOT wird das Rückpumperlicht dem Kühlaserlicht hinzugemischt. An der oberen MOT wird die Rückpumperfrequenz im einfachen Durchgang auf die Atome der MOT eingestrahlt.

Ein dritter, gitterstabilisierter Diodenlaser läuft auf dem Cross-Over Übergang $F=2 \rightarrow F'=2$ nach $F=2 \rightarrow F'=3$ und wird für das optische Pumpen und die Detektion verwendet. Diese Frequenz wird nachträglich aufgeteilt von je einem akustooptischen Modulator (AOM) auf die Übergänge $F=2 \rightarrow F'=2$ und $F=2 \rightarrow F'=3$ um jeweils -133.5 MHz und +133.5 MHz verschoben. Das Intensitätsprofil des Laserlichts zur Detektion wird mit dem Durchgang durch eine Glasfaser modengefiltert und über einen nichtpolarisierenden Strahlteiler auf die Achse der Absorptionsabbildung eingekoppelt (siehe auch Abbildung 5.29). Damit stehen am Experiment noch etwa $120 \mu W cm^{-2}$ zur Detektion (Absorptionsabbildung) und etwa $100 \mu W cm^{-2}$ für das optischen Pumpen zur Verfügung.

Außer dem Laserlicht mit der Rückpumperfrequenz können alle anderen Laserstrahlen durch eine Kombination von AOMs und schnellen mechanischen Shuttern genügend schnell geschaltet werden. Dabei ermöglichen die AOMs eine hohe Schaltgeschwindigkeit ($\sim ns$) und die mechanischen Shutter erlauben eine 100% Unterdrückung des Laserlichts. Wichtig ist dies

²⁴Im Detail: Der Diodenlaser für den Kühlübergang wird auf den Cross-Over-Übergang $F=2 \rightarrow F'=2$ und $F=2 \rightarrow F'=3$ stabilisiert und mit Hilfe von zwei AOMs (pro MOT ein AOM) um 80 MHz auf nahezu Resonanz mit dem Kühlübergang $F=2 \rightarrow F'=3$ verstimmt.

²⁵Der Grund warum diesem Übergang gegenüber dem $F=1 \rightarrow F'=1$ der Vorzug geben wird liegt in der stärkeren Kopplung zum Lichtfeld, da die entsprechenden Clebsch-Gordon-Koeffizienten im Verhältnis 9 zu 4 stehen.

insbesondere für schnelle Prozesse, wie z.B. die Detektion oder das optische Pumpen²⁶.

Eine detaillierte Beschreibung des verwendeten Lasersystems und der Strahlführung ist in [77] zu finden.

5.7. Die Detektion durch Licht

Um die externe Manipulation der Atome in den Fallen allgemein, aber insbesondere in den Magnetfallen zu beobachten, müssen diese in ihrer Anzahl und räumlichen Ausdehnung gemessen werden können. Eine spezielle Herausforderung stellt die Detektion sehr kleiner Wolken mit der erforderlichen hohen Auflösung in direkter Nähe der Atomchip-Oberfläche dar.

Aufgrund der Tatsache, dass die zu detektierenden Atome sich in einem ultra-kalten Zustand befinden, würde jede Detektion durch einen Kontakt mit einer Probenspitze denselben sofort zerstören. Daher bietet sich die kontaktfreie Wechselwirkung von Atomen mit Licht an. Atome können auf drei verschiedene Arten mit Licht interagieren: Absorption und Emission von Photonen und die Erzeugung eines Phasenschubs. Letzteres wird zur Abbildung der Atome in der Phasenkontrast- und Dunkelfeldmikroskopie verwendet [100], welche hier nicht weiter diskutiert wird.

Die Wechselwirkung von Atomen mit Licht lässt sich mit einem komplexen Brechungsindex beschreiben. Für den vereinfachten Fall eines Zwei-Niveau Atoms in der 'rotating wave approximation' mit $\tilde{n}_r - 1 \ll 1$ ist der Brechungsindex \tilde{n}_r in Abhängigkeit von der lokalen Atomdichte $n(\vec{r})$ und der Frequenzverschiebung $\delta = \omega_0 - \omega_L$ gegeben durch [11]:

$$\tilde{n}_r = n_r - ik = 1 + \frac{\sigma_0 n \lambda}{4\pi} \left[\frac{i}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2} + \frac{2\delta/\Gamma}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2} \right]$$

Die Anzahl der Atome pro Einheitsvolumen (atomare Dichte) ist gegeben durch n , $\sigma_0 = 3/2\pi \lambda^2$ ist der resonante Absorptionsquerschnitt für ein zwei-Niveau Atom. Eine elektromagnetische Welle erfährt beim Durchgang eine Abschwächung und einen Phasenschub in Abhängigkeit vom komplexen Brechungsindex:

$$E = E_0 \exp(-i \tilde{n}_r \frac{\omega}{c} r) = E_0 \exp(-k \frac{\omega}{c} r) \exp(-i n_r \frac{\omega}{c} r) \quad (5.10)$$

Da die atomare Dichte beim Durchgang eines Lichtstrahls in einer Atomwolke ortsabhängig ist, geht der Term $n r$ in die Säulendichte $\tilde{n} = \int n dz$ über. Gleichung (5.10) lässt sich einfacher und anschaulicher darstellen:

$$E = E_0 t \exp(i\Phi) \quad (5.11)$$

²⁶Die verwendeten ultraschnellen Shutter der Firma UNI-BLITZ schließen und öffnen mit einer zeitlichen Schwankung von ≈ 1 ms. Für die schnellen Shutter der Firma PRONTOR beträgt der entsprechende Wert mehrere ms.

Hier gehen die beiden möglichen Wechselwirkungen des Lichts mit den Atomen ein. Einerseits kann die Feldamplitude des Lichts durch spontane Absorption geschwächt werden und andererseits erfährt das elektromagnetische Feld einen Phasenschub durch elastische Vorwärtssstreuung der Photonen.

$$t = \exp(-\mathcal{D}) = \exp\left(-\frac{\tilde{n}\sigma_0}{2} \frac{1}{1 + 2\delta^2/\Gamma^2}\right) \quad \text{und} \quad \Phi = -\delta \mathcal{D} = -\frac{\tilde{n}\sigma_0}{2} \frac{2\delta/\Gamma}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2} \quad (5.12)$$

Der Parameter \mathcal{D} wird als die optische Dichte bezeichnet. Werden die Atome mit Hilfe von resonantem Laserlicht abgebildet, ist $\mathcal{D} = \sigma_0 \tilde{n}$. Obige Darstellung beschreibt den vereinfachten Fall eines Zwei-Niveau Atoms. Für den realistischeren Fall der Existenz von Zeeman-Unterniveaus, tragen alle Übergänge entsprechend bei. Ebenfalls wurde vorausgesetzt, dass der Übergang nicht gesättigt ist, d.h. dass die abbildende Lichtleistung relativ schwach bezüglich der Sättigungsleistung ist $I \ll I_S$.

Die Möglichkeit der Manipulation des Brechungsindex (siehe Gl.(5.12)) führt direkt zu den beiden verschiedenen Methoden der Abbildung: Die Abbildung mittels Phasenkontrast (realer Teil in $\tilde{n}_r = n_r - ik$) und Absorption (rein imaginär $\tilde{n}_r = -ik$). Die Phasenkontrastabbildung wird beschrieben in [11]. Im Folgenden soll die verwendete Absorptionsabbildung diskutiert werden. Doch zuerst wird die Fluoreszenzmethode, welche ebenfalls auf spontaner Absorption beruht dargestellt.

5.7.1. Die Fluoreszenzmethode

Der Prozess der Reemission von Photonen durch Atome ist auch als Fluoreszenz bekannt. Die Teilchenzahl und die räumliche Ausdehnung der Atomwolken zu bestimmten Zeitpunkten in der magnetooptischen Falle und in der U-MOT wurden mit Hilfe der Fluoreszenzmethode bestimmt. Dabei werden die Atome durch Absorption von resonantem Laserlicht angeregt. Die darauf folgende spontane Emission ist als Fluoreszenz zu beobachten.

Um die räumliche Ausdehnung zu bestimmen, wird die Atomwolke für einige zehn bis hundert Mikrosekunden mit resonantem Laserlicht beleuchtet. Die Verteilung der Fluoreszenz und damit der Atome, wird mit Hilfe einer CCD-Kamera festgehalten.

Die Anzahl der Atome lässt sich auf ähnlich Weise bestimmen, falls die Streurrate und Effizienz des Detektors bekannt sind. Bei der Verwendung von resonantem Laserlicht und einer kalibrierten Photodiode ist dies möglich. Die Anzahl der Atome kann dann aus der gemessenen Fluoreszenzleistung bestimmt werden:

$$N = \frac{2\tau}{h\nu} \times \frac{I}{\alpha} \times \frac{4\pi}{\Omega} \quad (5.13)$$

$\tau = 1/\Gamma$ ist die Lebenszeit des angeregten Zustandes, $E=h\nu$ die Energie eines Photons, α die Konvertierungseffizienz des Photodetektors und Ω ist der abgedeckte Raumwinkel. Hier muss vorausgesetzt werden, dass das eingestrahlte Laserlicht mit dem betreffenden atomaren Übergang resonant ist mit $\delta = 0$. Des Weiteren soll der Übergang um die maximale Streurrate

von $\Gamma/2$ zu erreichen, mit dem Laserlicht gesättigt ($I > I_s$) werden. Für die Streurrate gilt dann:

$$\Gamma_{SC} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s}, \quad s = \frac{I}{I_s}, \quad \text{mit } I_s = 1.66 \frac{mW}{cm^2} \quad (5.14)$$

Mit den konventionellen Laserdiodensystemen, wie in dieser Arbeit verwendet ($I < 7mWcm^{-2}$), ist es daher meist nicht möglich, den Übergang vollkommen zu sättigen. Die Atomanzahl wird daher unterschätzt.

Die Fluoreszenzmethode wird in der vorliegenden Arbeit in erster Linie zur Atomzahlmessung in den magnetooptischen Fallen angewendet. Dazu wird zuerst eine magnetooptische Falle geladen und zum quantitativen Nachweis der Atome wird das rotverschobene Laserlicht auf die Resonanzfrequenz gebracht. Mit Hilfe einer Linse wird ein begrenzter Raumwinkel auf ein Photodiode²⁷ abgebildet und aus der maximalen Intensität der emittierten Photonen lässt sich die Atomanzahl nach Gleichung (5.13) angeben. In dem gegebenen experimentellen Aufbau entsprach die Konvertierungseffizienz $\alpha = 0.51$ A/W für $\lambda = 780$ nm und der Anteil des verwendeten Raumwinkels betrug $4\pi/\Omega = 2.4(5) \times 10^{-4}$ (Innsbruck : $9.0(15) \times 10^{-4}$).

Für quantitative Messungen der Ausdehnung von Atomwolken mit der Fluoreszenzmethode stellt die geringe Lichtempfindlichkeit der CCD-Kamera²⁸ eine Begrenzung dar. Um ein gutes Signal/Rausch Verhältnis zu erhalten, sind die Belichtungszeiten mit $\tau_B \approx 500 \mu s$ relativ hoch. In dieser Zeit werden etwa 9000 Photonen gestreut und der effektive Impulsübertrag führt zu einem Aufheizen der Atomwolke, welches zu einer Ausdehnung derselben führt. Hierbei gilt [101]:

$$\sigma = \sqrt{\frac{2N}{3}} \times \frac{\hbar k}{m} \cong 50 \frac{cm}{s} \quad (5.15)$$

Damit ergibt sich eine räumliche Verbreiterung von $\tau_B \sigma / 2 \approx 100 \mu m$. Bei Atomwolken mit der Ausdehnung von $\gtrsim 1mm$ kann diese Störung der Messung vernachlässigt werden. Bei Atomwolken kurz vor dem Phasenübergang, ist diese Diffusion ein wesentlicher Beitrag in der Messung der Ausdehnung der atomaren Wolke.

Bei der Bestimmung der Atomanzahl von Wolken mit relativ hohen räumlichen Atomdichten oder mit sehr vielen Atomen stellt der Effekt der Reabsorption ein Problem dar. Ist die Dichte der Atome zu hoch, wird die Atomwolke auch optisch dicht. Dies hat zur Folge, dass die Atome im Zentrum weniger zur absoluten Fluoreszenz beitragen, weil einerseits die Leistungsdichte des anregenden Lichts dort kleiner ist und andererseits die Wahrscheinlichkeit dass ein von dort emittiertes Photon die Atomwolke wieder verlässt, ebenfalls geringer ist. Im Falle einer MOT mit einer maximalen Dichte von $\gtrsim 10^{10}$ Atomen pro cm^3 wird der größere Anteil des emittierten Fluoreszenzlichts wieder absorbiert und damit nicht detektiert. Bei einer gemessenen Atomanzahl von 2×10^8 Atomen in der magnetooptischen Falle, beträgt die reale Anzahl der Atome $\gtrsim 10^9$ [87].

²⁷Thorlabs DET110, (Innsbruck: DET210)

²⁸Firma Pulnix

Die Bestimmung der Atomanzahl durch die Fluoreszenz ist eine relative einfache Methode, welche aber viele Ungenauigkeiten beinhaltet. Insbesondere die Festlegung des genauen Raumwinkels ist in der Praxis schwer zu gewährleisten.

5.7.2. Die Absorptionsmethode

Die Detektion von kleinen Atomwolken erfolgt am geeignetsten mit Hilfe der Absorption von Licht. Im Unterschied zu der Fluoreszenzmethode, wo ein Bruchteil des emittierten Lichts detektiert wird, kann hier die gesamte absorbierte relative Lichtleistung gemessen werden. Dazu wird paralleles resonantes Laserlicht auf die abzubildende Wolke eingestrahlt und das Strahlprofil mit Hilfe einer CCD-Kamera gemessen. Die Laserintensität sollte entlang der Atomwolke nicht zu stark variieren und dies sollte ein gaußscher Strahlquerschnitt wesentlich größer als die Atomwolke sein. Dieses Verfahren ist destruktiv, weil einerseits die Atome durch die Absorption der Photonen aufgeheizt und andererseits die meisten Absorptionbilder während der freien Expansion der Wolke aufgenommen werden. Im vorliegenden Experiment wird der Kühlübergang $F = 2 \rightarrow F' = 3$ zur Absorptionsabbildung verwendet (siehe Abb. J.1).

Aus zweidimensionaler Transmission der Atomwolke können deren Eigenschaften erschlossen werden. Propagiert resonantes Laserlicht durch eine Wolke von Atomen, wird es nach dem Lambert-Beer-Gesetz abgeschwächt, bzw. absorbiert:

$$dI = -I \sigma_{abs}(\delta, I) n(\vec{r}) dz \quad \text{mit} \quad \sigma_{abs}(\delta, I) = \frac{\alpha \sigma_{abs}^0}{1 + \alpha I/I_s + 4\delta^2/\Gamma^2} \quad (5.16)$$

wobei sich das Licht entlang von z bewegt und $\sigma_{abs}(\delta, I)$ der Absorptionsquerschnitt für polarisiertes Licht ist. Mit $\sigma_{abs}^0 = 3\lambda^2/2\pi = 2.9 \cdot 10^{-13} \text{m}^2$ ist der resonante Absorptionsquerschnitt für ein Zwei-Niveau Atom gegeben.

Dieser Absorptionsquerschnitt ist auch für einen Übergang mit mehreren Unterniveaus gültig. Dazu müssen die Atome mit zirkularpolarisiertem Licht abgebildet werden und die Atome bezüglich der Strahlachse polarisiert sein. Dazu sollte ein kleines magnetisches Führungsfeld während der Absorptionsabbildung anwesend sein²⁹. Für diesen Fall ist der Korrekturfaktor $\alpha = 1$. Sind die Atome aber gleichmäßig über die Zeeman-Niveaus des unteren Zustands verteilt, ergibt sich der entsprechende Korrekturfaktor α durch die Mittelung über die CGK-Quadrate³⁰ (siehe Anhang J.2) der adressierten Übergänge zu $\alpha = 7/15$. Die Absorptionsabbildungen in der vorliegenden Arbeit wurden ohne ein magnetisches Führungsfeld, d.h. mit unpolarisierten Atom aufgenommen.

Aus dem Gesetz von Lambert und Beer (5.16) ergibt durch Integration, dass die Absorption einem Exponentialgesetz folgt und der Anteil des transmittierten Lichts durch eine Atomwolke

²⁹Durch ein magnetisches Führungsfeld würde sich die Absorption durch die Zeemanverschiebung verringern:

Der Absorptionsquerschnitt verringert sich um 10 % für ein B-Feld von 0.7 Gauß

³⁰CGK ist die Abkürzung für "Clebsch-Gordon-Koeffizienten".

gegeben ist mit:

$$T(x, y) = \frac{I_f(x, y)}{I_0(x, y)} = \exp\left(-\sigma_{abs} \int_{-\infty}^{+\infty} n(\vec{r}) dz\right) \quad (5.17)$$

mit $n(\vec{r})$ als der Dichte der Atome am Ort \vec{r} . Eine sehr wichtige Größe welche aus den Absorptionsabbildungen gewonnen werden kann ist die Säulendichte $\tilde{n}(x, y)$:

$$\tilde{n}(x, y) = \sigma_{abs} \int_{-\infty}^{+\infty} n(\vec{r}) dz \quad \text{mit } \vec{r} = (x, y, z) \quad (5.18)$$

Aus $\tilde{n}(x, y)$ kann die Atomanzahl und die räumliche Ausdehnung von ultra-kalten Atomwolken bestimmt werden. Hier zeigt sich ein Charakteristikum dieser Art von Detektion: es geht die Ortsinformation entlang der z-Achse verloren. Aufgrund der Zylindersymmetrie der meisten Atomwolken sind die Ausdehnungen in den beiden radialen Richtungen identisch. Durch Integration von Gl.(5.16) in Richtung der Propagation des Lichts erhält man einen allgemeinen Ausdruck für die optische Dichte \mathcal{D} , welche proportional zur Säulendichte ist:

$$\mathcal{D} = \sigma_{abs}(\delta, I) \tilde{n}(x, y) = \left(1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2}\right) \ln\left(\frac{I_f(x, y)}{I_0(x, y)}\right) + \frac{I_f(x, y) - I_0(x, y)}{I_S} \quad (5.19)$$

Mit einer Laserleistungsdichte in der Größenordnung von I_S muss auch der zweite Term berücksichtigt werden, weil ansonsten die Atomanzahl unterschätzt würde. Ist die Lichtintensität relativ klein mit $I/I_S \ll 1$, ergibt sich eine vereinfachte Säulendichte von:

$$\tilde{n}(x, y) = \frac{1}{\sigma_{abs}^0} \left(1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2}\right) \ln\left(\frac{I_f(x, y)}{I_0(x, y)}\right) \quad (5.20)$$

Die Anzahl der Atome in der Wolke ergibt sich dann aus der Integration über die zweidimensionale Säulendichte:

$$N_0 = \frac{1}{\sigma_{abs}^0} \left(1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2}\right) \int \int \ln\left(\frac{I_f(x, y)}{I_0(x, y)}\right) dx dy \quad (5.21)$$

Störungen der Absorptionsabbildungen In der Absorptionsabbildung kann die quantitative Längenmessung und die Bestimmung der Atomanzahl durch verschiedene Faktoren gestört werden und dadurch fehlerhafte Resultate liefern. Diese sind einerseits in dem Abbildungssystem, andererseits in den Eigenschaften der Atomwolke begründet.

Beugungsbegrenzung: Die Größe der abzubildenden Atomwolken variiert zwischen wenigen bis einigen hundert Mikrometern. Dies bedeutet das im Falle sehr kleiner Wolken die Beugung des Lichts an der Wolke nicht mehr zu vernachlässigen ist. Der Beugungswinkel ist λ/d , wobei λ die Wellenlänge des verwendeten Lichts ist und d die endliche Größe des

Objekts. Ein Abbildungssystem ist genau dann beugungsbegrenzt, wenn der Beugungswinkel eines Objekts genau den Einfangwinkel der ersten Linse ausfüllt [102, 11]. Das maximale Auflösungsvermögen eines Abbildungssystems lässt sich durch das entsprechende Beugungsscheibchen (Airy-Scheibe, Rayleigh Kriterium) der verwendeten Apertur bestimmen.

$$r = 1,22 \lambda f_1/\phi \quad (5.22)$$

wobei f_1 die objektseitige Brennweite ist und mit ϕ die Größe der Apertur der entsprechenden Linse gegeben ist. f_1/ϕ ist die f-Zahl, welche auch mit $f_1/\#$ notiert wird. Die f-Zahl der verwendeten Optik ist in diesem Experiment 4.

Diffusion durch Aufheizen: Wenn ein Atom in der Wolke N_P Photonen³¹ durch spontane Emission streut, werden während der Zeit der Absorptionsabbildung die Umrisse der Wolke durch Aufheizen verwischt. Die Atome erhalten eine zufällig gerichtete zusätzliche Geschwindigkeit von $\sqrt{N_P}v_{rec}$. Dies wiederum führt zu einer Änderung der Position der Atome (“Verschmierung”) um den Betrag $r_{rms} = \sqrt{N_P}v_{rec}\Delta t/3$ [103]. Bei typischen Parametern des vorliegenden Experiments werden etwa 400 Photonen in $80\mu s$ gestreut, welches einer Diffusion von $3.2 \mu m$ erzeugt.

Brechung: Werden die Atome mit nichtresonantem Licht detektiert, besitzt der zugehörige Brechungsindex einen realen Anteil. Damit wirkt die Atomwolke wie eine schwache optische Linse. Das Licht wird unter einem Winkel von $2\lambda\phi/\pi d$ gebrochen und geht damit eventuell für die Detektionsoptik verloren, d.h. der Anteil des anscheinend absorbierten Lichts wird vergrößert und damit die Bestimmung der Atomanzahl fehlerhaft. Deshalb sollte bei einer beugungsbegrenzten Abbildung der Brechungswinkel nicht größer sein als der Beugungswinkel, d.h. der Phasenschub $\phi = \frac{\delta/2\Gamma}{1+(\delta/2\Gamma)^2} \cdot \mathcal{D}_{res}$ sollte $\pi/2$ nicht übersteigen. Im vorliegenden Experiment wurden mit resonanter Abbildung optische Dichten bis 4 beobachtet.

Tiefenschärfe: Weil die atomaren Wolken entlang der Achse der Abbildung auch eine räumliche Ausdehnung besitzen werden an die Tiefenschärfe des optischen Abbildungssystems Mindestanforderungen gestellt. Das Auflösungsvermögen in Abhängigkeit von der Tiefenausdehnung des Objekts im Randbereich des Objektraums ist gegeben durch:

$$\Delta G = \frac{1}{2 f_1/\phi} \Delta g \quad (5.23)$$

Dies bedeutet, dass ein Objekt mit einer Tiefenausdehnung $\pm\Delta g$ von $100\mu m$, an den Objekträndern eine Ungenauigkeit von $12.5\mu m$ aufweist (für $f_1/\phi=4$). Eine beugungsbegrenzte Auslösung (siehe Gl.(5.22)) und eine hohe Tiefenschärfe sind schwer miteinander zu vereinbaren. Bei der Wahl des optischen Abbildungssystems in meisten Experimenten führt deshalb

³¹Die resonante Photonenstreureate und damit die Anzahl der gestreuten Photonen ist: $N_P = \Delta t 2\Gamma \times \frac{I/I_S}{1+I/I_S}$

ein Kompromiss zu einer f-Zahl von $f_1/\phi = 4$ [11]. Wird die beugungsbegrenzte Auflösung als Limit für die Unschärfe betrachtet, ergibt sich eine maximale Tiefenausdehnung für die Atomwolken von:

$$\Delta g_B = 2.44 \lambda (f_1/\phi)^2 = 30 \mu m \quad (5.24)$$

Besonders bei Expansionsaufnahmen von Atomwolken kann diese Grenze der Tiefenausdehnung überschritten werden.

Freie Expansion (time of flight (TOF)) Während einer freien Expansion unterliegen die Atome auch dem freien Fall. Darum besitzen sie zum Zeitpunkt der Detektion eine meist nicht zu vernachlässigende Geschwindigkeit. Dies führt zu einem definierten Fehler in der vertikalen Längenbestimmung der Wolke von:

$$\Delta s = \Delta t g t \simeq 0,8 \frac{\mu m}{ms} \cdot t \quad (5.25)$$

Mit Zeit der Belichtung Δt , der Normalbeschleunigung g und der Zeit der freien Expansion t , bzw. des freien Falls. In dieser, wie in anderen Arbeiten, wird der Fehler durch die Subtraktion der entsprechenden Strecke Δs korrigiert [34].

Interferenzen durch Nahfeldbeugung: Da sich alle abzubildenden Atomwolken in direkter Nähe der Oberfläche des Atomchips befinden wird der Laserstrahl parallel dazu justiert. Etwa die Hälfte des Strahlprofils wird durch die Atomchiphalterung abgeschnitten. Aufgrund dieser Anordnung tritt durch Nahfeldbeugung eine Modulation der Lichtintensität im abbildenden Laserstrahl auf. Weil in die Berechnung von Absorptionsabbildungen nur die relative Lichtintensität zwischen Laserstrahl mit und ohne Atome eingeht, sind die Beugungsmuster dort nicht zu beobachten. Verschwindet aber die lokale Lichtintensität durch ein Beugungsminimum nahezu vollständig, lässt sich die Absorption durch anwesende Atome nicht mehr bestimmen. Die Intensitätsverteilung der Fresnel-Beugung wird durch die entsprechenden Fresnel-Integrale beschrieben:

$$E^2 \propto \mathcal{C}^2 \left(-\sqrt{\frac{2}{\lambda d}} x \right) + \mathcal{S}^2 \left(-\sqrt{\frac{2}{\lambda d}} x \right) \quad (5.26)$$

x ist der Abstand von der Goldoberfläche, λ die Wellenlänge des abbildenden Lichts und d ist der Abstand der abgebildeten Ebene von der beugenden Kante. Bei \mathcal{C} und \mathcal{S} handelt es sich um den realen und imaginären Anteil des komplexen Fresnel-Integrals \mathcal{I} :

$$\mathcal{I}(\eta) = \mathcal{C}(\eta) + i \mathcal{S}(\eta) \quad \text{mit} \quad (5.27)$$

$$\mathcal{C}(\eta) = \int_0^\eta \cos\left(\frac{\pi}{2} u^2\right) du \quad \text{und} \quad \mathcal{S}(\eta) = - \int_0^\eta \sin\left(\frac{\pi}{2} u^2\right) du \quad (5.28)$$

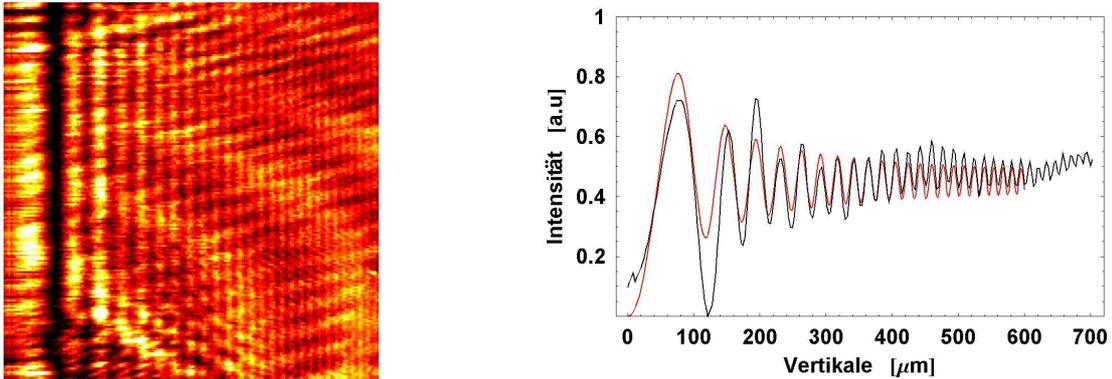


Abbildung 5.27.: Fresnelbeugung durch den Atomchip. Rechts: Beschreibung der gemessenen Beugungsstruktur (Rechts) durch die Fresnel-Integrale. Links: Abbildung des gebeugten parallelen Laserstrahls durch die Kante des Atomchips (am rechten Bildrand befindet sich die beugende Kante)

Mit Gleichung (5.26) können die gemessenen Beugungsstrukturen beschrieben werden, welches auch ermöglicht, die Position der Goldoberfläche zu bestimmen.

Eine Simulation (siehe Abbildung 5.28) erlaubt es, den Einfluss einer Verkipfung des abbildenden Laserstrahls (modelliert durch eine ebene Welle mit Gaußprofil) gegenüber der Atomchip-Oberfläche zu untersuchen. Verläuft die abbildende ebene Welle parallel zur Oberfläche, sind die beschriebenen Fresnelschen Strukturen zu beobachten (Abb. 5.28 Mitte). Wird die ebene Welle aufgrund eines entsprechenden Winkels auch an der Goldoberfläche reflektiert, interferieren diese mit dem nichtreflektierten Anteil der ebene Welle und es entstehen stärker ausgeprägte Kontraste der Fresnel-Interferenzen mit einer kleineren Periode (Abb. 5.28 Links). Im anderen Fall, "streift" die ebene Welle nur die Kante der Chip-Oberfläche (Oberfläche befindet sich im Schattenraum). Es verringert sich der Kontrast der Strukturen die Perioden werden größer und das erste Maximum entfernt sich von der Chip-Oberfläche (Abb. 5.28 Rechts). Dieser Fall ist für die Absorptionsabbildung vorzuziehen, da die Interferenzen weniger ausgeprägt sind und auch in dem Schattenraum nahe an der Oberfläche aufgrund der Beugung noch genügend Lichtintensität vorhanden ist.

5.7.3. Das Abbildungssystem

Im Rahmen einer Diplomarbeit [102] wurde ein auf das Experiment optimiertes, optisches Abbildungssystem entwickelt, welches den speziellen Erfordernissen gerecht wurde. Ziel war es, ein Auflösungsvermögen von einigen wenigen Mikrometern zu erreichen. Die geschieht unter Berücksichtigung des begrenzten optischen Zugangs durch den experimentellen Aufbau, u.a. die Vakuumkammer. In Abbildung 5.29 ist das Abbildungssystem schematisch dargestellt. Prinzipiell stehen ein hochauflösendes System mit einem kleinen Objektbereich von etwa 4mm^2 und ein niedrigauflösendes System mit einem Objektbereich von etwa 20mm^2 zur Verfügung. Mit einem mechanischen Flip-Spiegel kann zwischen den beiden Abbildungs-

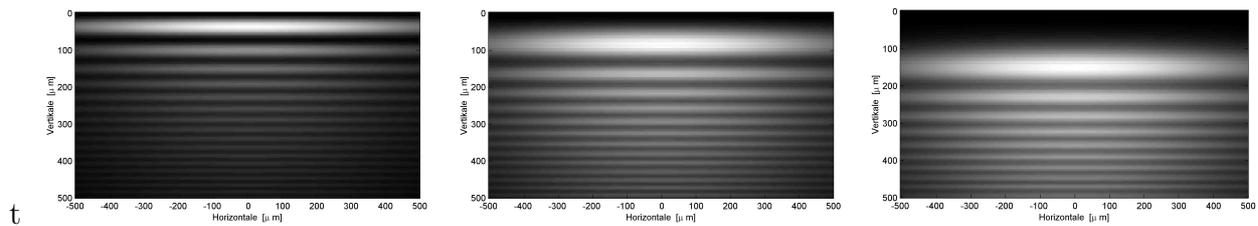


Abbildung 5.28.: Simulation der Beugung einer ebenen Welle mit gaußischem Profil [104], bei Propagation unter verschiedenen Winkeln α zu der Atomchip-Oberfläche. Die verwendete Geometrie ähnelt einer Abbildung entlang eines realen Atomchips (Abstand: Beugende Kante und abgebildete Ebene 12.5 mm, $\lambda = 780$ nm). LINKS: $\alpha = -0.3^\circ$ (Reflexion), MITTE: $\alpha = 0^\circ$, RECHTS: $\alpha = 0.3^\circ$ (Schattenraum)

system hin und her geschaltet werden.

Als Kamera wird eine 1/2 Zoll 8 Bit CCD-Kamera³² verwendet. Im Asynchronmodus erlaubt diese Kamera, die Bildaufnahme durch ein externes TTL-Signal zu starten. Die Kamera besitzt eine Quanteneffizienz von etwa 10% [105].

Zur Berechnung der Transmission durch die Atomwolke, wird die CCD-Kamera zweimal von einem parallelen Laserstrahl beleuchtet. Das erste Bild beinhaltet den Schatten der Wolke aufgrund der Absorption $I_f(x, y)$ und das zweite Bild das ungestörte Profil des Laserstrahls $I_0(x, y)$. Aufgrund der Beschränkung der Dynamik von der CCD-Kamera, kann die optische Dichte von Kondensaten nicht ohne freie Expansion bestimmt werden. Die hier verwendete 8-Bit CCD-Kamera erlaubt es eine maximale optische Dichte von $\mathcal{D}(x, y) = 8 \ln 2 = 5.5$ direkt zu messen³³.

In der Praxis können aber keine optischen Dichte von mehr als etwa 4 gemessen werden, obwohl der Wert der Absorption über weite räumliche Bereiche offensichtlich gesättigt ist. Dies liegt einerseits an dem Streulicht in der Vakuumkammer und andererseits an einem nichtmonochromen spektralen Untergrund im Spektrum von Laserdioden. Deshalb ist es empfehlenswert unterhalb dieser fehlerhaften maximalen Werte für die Absorption, bzw. die optischen Dichte mit $\mathcal{D} \approx 2$ zu arbeiten. Die Wechselwirkung des Lichtes mit den Atomen kann durch eine Verstimmung des Detektionslichts verringert werden.

Zur optische Abbildung der Atomwolke auf den CCD-Chip, werden als Linsen üblicherweise Achromate verwendet. Welche nicht nur um die chromatischen Aberrationen korrigiert sind, sondern auch keine sphärische Aberrationen und Koma aufweisen. Ziel ist es hierbei eine beugungsbegrenzte Auflösung zu erreichen, welche mit normalen Singlett-Linsen nicht erreicht werden kann. Als erste Linsen (Objektseite) werden achromatisch Präzissionsdubletts³⁴ verwendet, welche keine der oben genannten Aberrationen und praktisch keinen Astigmatismus

³²Firma Pulnix TM6AS mit einer Pixelgröße von $8,6\mu\text{m} \times 8,3\mu\text{m}$.

³³Eine 16 Bit CCD-Kamera würde theoretisch eine optische Dichte von $\mathcal{D}(x, y) = 16 \ln 2 = 11.1$ erlauben zu messen.

³⁴Hersteller Melles Griot: Standardlinse: 06LAI011 ($f=100\text{mm}, \varnothing=30\text{mm}$), vorhanden: 06LAI013 ($f=145\text{mm}, \varnothing=40\text{mm}$), 06LAI015 ($f=190\text{mm}, \varnothing=50\text{mm}$) Anti-Reflektions (AR) Beschichtung

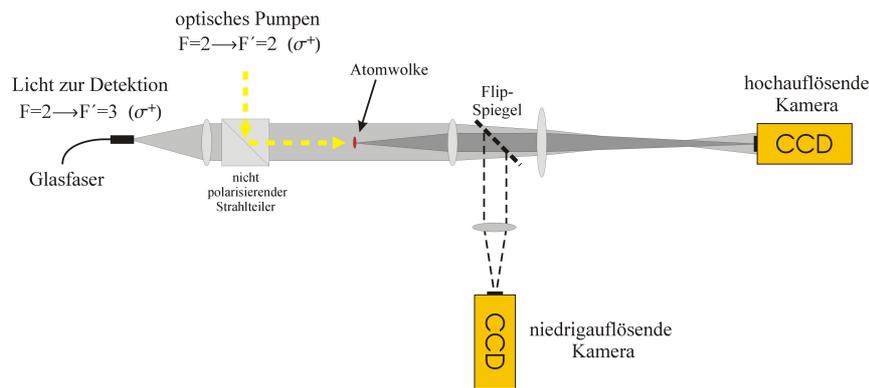


Abbildung 5.29.: Schematische Darstellung des Abbildungssystems. Mit Hilfe eines parallelen Laserstrahls wird die Atomwolke detektiert. Wahlweise kann eine CCD-Kamera mit einer hochauflösenden oder niedrigauflösenden Optik verwendet werden. Der Laserstrahl zum optischen Pumpen wird über einen nicht polarisierenden Strahlteiler auf die Achse der Detektion eingekoppelt.

aufweisen. Alle diese Linsen haben eine f-Zahl f_1/ϕ von 4.

Um die notwendigen Vergrößerungen zu erreichen können als zweite Linse einfachere achromatische Dubletts benutzt werden³⁵. Die Beugungsbegrenzung der Abbildung bleibt dadurch erhalten. Aufgrund der Vergrößerung durch die Abbildung ist das Beugungsscheibchen auf der Bildseite entsprechend größer und erlaubt daher auch eine größere f-Zahl auf der Bildseite. Da die Größe der Aberrationen antiproportional zu der f-Zahl ist, sind diese für die zweite Linse (Bildseite) wesentlich kleiner und damit zu vernachlässigen. Für die 8 Bit CCD-Kamera wurde die Linsenkonfiguration $f=100\text{mm}/f=300\text{mm}$ verwendet, womit das theoretisch mögliche Beugungslimit der f-Zahl 4 von $3.8\mu\text{m}$ erreicht wurde. Dies ist in einem separaten Testaufbau bestätigt worden.

Weil der Abstand zwischen Linsensystem und CCD-Kamera nicht genau festgelegt werden kann, muss das Auflösungsvermögen des gesamten Abbildungssystems anhand bekannter Distanzen bestimmt werden. Dazu dienen Abmessungen auf den Atomchip oder die zurückgelegte Strecke während der freien Expansion.

5.7.4. Die quantitative Bildanalyse

Das Ziel der Absorptionsabbildung ist die Messung von quantitativen Größen der Atomwolken, insbesondere der Bose-Kondensate. Die in Kapitel (5.7.2) beschriebenen Säulendichten \tilde{n} erlauben es, sowohl die Anzahl der Atome, als auch die räumlichen Ausdehnung in zwei Dimensionen zu bestimmen.

Um ein Absorptionsbild zu berechnen, werden in jedem experimentellen Zyklus drei Bil-

³⁵Hersteller Melles Griot: Standardlinse: 01LAO256($f=300\text{mm}, \phi=50\text{mm}$), vorhanden: 01LAO339 ($f=450\text{mm}, \phi=40\text{mm}$), 06LAI015 ($f=700, \phi=50\text{mm}$). Alle mit AR Beschichtung

der mit der CCD-Kamera aufgenommen, ein Bild mit der Atomwolke I_A , ein Bild ohne die Atomwolke I_B und ein Bild ohne den abbildenden Laserstrahl und ohne Atomwolke I_D . Das dritte Bild erlaubt es, vorhandenes Streulicht, inkl. dessen Fluktuation von einem Experimentzyklus zu zum Nächsten zu korrigieren.

Jedes Bild besteht aus 724×285 Kamerapixeln. Daraus ergibt sich ein zweidimensionales Transmissionsprofil der Atomwolke, das Absorptionsbild:

$$T(x, y) = \frac{I_A - I_D}{k(I_B - I_D)} \quad (5.29)$$

Des Weiteren gestattet die Einführung eines Korrekturparameters k , Fluktuation innerhalb eines Experimentzyklus durch Rekalibrierung der Referenzverteilung $I_B - I_D$ zu kompensieren. Als Anhaltspunkt für diese Rekalibrierung wird ein Bildbereich verwendet, welcher fern ab der Atomwolke ist und eine durchschnittliche Absorption von aufweist.

Aus diesem Transmissionsbild wird die Säulendichte \tilde{n} bestimmt:

$$\tilde{n}(x, y) = \frac{A}{\sigma_{abs}} \ln(T(x, y)) \quad (5.30)$$

Mit der Flächenkonstante A (= Kamerapixelfläche \times Vergrößerung) geht die einem Kamerapixel entsprechende Fläche im Objektraum ein und damit die Kalibrierung des optischen Abbildungssystems.

Die Anzahl der Atome ergibt sich dann mit:

$$\tilde{n}(x, y) = \frac{1}{\sigma_{abs}^0} \ln(T(x, y)) \quad (5.31)$$

$$N = -\frac{A}{\sigma(I, \delta)} \sum \ln(T) \quad (5.32)$$

wobei $\sigma(I, \delta)$ (Gl.(5.16)) der Wirkungsquerschnitt für die Absorption bei der Intensität I und der Laserfrequenzverstimmung $\delta = \omega_{Laser} - \omega_{Atom}$ ist.

5.8. Die Experimentsteuerung und Datenaufnahme

Die Herstellung eines Bose-Einstein Kondensats erfordert die kontrollierte Abfolge von vielen zueinander synchronen Schritten, von denen die meisten zeitkritisch sind.

Das gesamte Experiment wird daher von einem Rechner mit selbstentwickelten Routinen unter der kommerziellen Oberfläche LABVIEW von National Instruments (NI) gesteuert. Insbesondere während des Ablaufs eines Experimentzyklus müssen das Schalten von Strom- und Lichtfeldern zeitgenau synchronisiert und festgelegt werden. Dies geschieht durch TTL-Signale. Gleichzeitig müssen wichtige experimentelle Parameter durch analoge Signale kontinuierlich verändert werden, z.B. Frequenzverstimmung und elektrische Ströme.

Die entsprechende Hardware besteht aus PC-Einsteckkarten von der Firma NI, welche insgesamt erlauben, 10 TTL Pulse und 10 analoge Spannungssignale mit einer Amplitudenauflösung von 12Bit zu erzeugen. Des Weiteren ist es möglich 8 analoge Signale mit einer Amplitudenauflösung von 16Bit einzulesen (Details siehe F). Zusätzlich können durch eine Schnittstelle zu einer GPIB-Leitung³⁶ diverse externe Geräte kontrolliert werden, u.a. Funktionsgeneratoren und Oszilloskope (Programmierung siehe Kapitel G).

Ein Experimentzyklus besteht prinzipiell aus zwei sukzessiven Prozessen, der Ladezeit (10 bis 20 s) und der Zeitspanne in der die Experimente stattfinden (10 bis 30s). Die Ladezeit wird durch die Software bestimmt und ist nicht zeitkritisch. Der Experimentierzyklus wird entweder von einem TTL Kanal der TIO-Karte oder durch ein Signal vom SRS RF Funktionsgenerator (siehe Kapitel G) getriggert und damit synchronisiert.

Die Datenaufnahme besteht prinzipiell in der Erfassung der Verteilung der Atome mit Hilfe einer CCD-Kamera oder durch Detektion der fluoreszierten Lichtleistung der Atomwolken mit einer kalibrierten Photodiode (siehe 5.7.1).

Der Photodiodenstrom wird durch ein Oszilloskop oder durch einen 16-Bit analog-digital Wandler der Hardware des LABVIEW Systems gemessen. Zum Einlesen der Bilder werden zwei verschiedene Framegrabber in jeweils einem separaten Computer betrieben. Die Bilder mit der Verteilung der Fluoreszenz werden durch den Framegrabber PCeye 1/1 der Firma ELTEC in Monochrombilder digitalisiert. Die Speicherung geschieht als zweidimensionale binäre Matrix mit einer Größe entsprechend der 448 (H) \times 276 (V) Pixel. Der Framegrabber wird mit einer selbstentwickelten Software "PCEye" in C ausgelesen.

Für die Absorptionsabbildung werden die Bilder mit einem PCI "Multi Channel" Framegrabber der Firma MIKROTRON vom Typ Inspecta-3MZ aufgenommen. Die Steuerung der Karte geschieht durch das selbstentwickelte Programm "Phototrap". Die Speicherung erfolgt in einem RGB Format vom Typ Bitmap, welche aber beim Wiedereinlesen in eine zweidimensional Zahlenmatrix mit 724 (H) \times 285 (V) umgewandelt wird.

Die Aquisition der Bilder wird jeweils durch ein TTL Signal am Framegrabber gestartet. Dabei öffnet der kameraeigene elektrische Shutter für einige Millisekunden und der eigentliche Zeitpunkt der Belichtung wird durch das Schalten der entsprechenden Laserstrahlen festgelegt. Beide Framegrabber betreiben den CCD-Chip im "Frame"-Modus, d.h. in einer Raumrichtung wird nur jede zweite Zeile ausgelesen.

³⁶General Purpose Interface Bus

6. Bose-Einstein Kondensation in der Z-Magnetfalle

Im folgenden sollen die verschiedenen Schritte zur Bose-Einstein Kondensation in einer magnetischen Falle beschrieben werden. Die magnetooptische Falle verringert in erster Linie die Temperatur um den Faktor 10^6 ($T \approx 250 \mu K$) und sie erhöht damit die deBroglie Wellenlänge um drei Größenordnungen. Um diese vorgekühlten Atome in der vorhandenen magnetischen Falle (Z-Falle) 5.4.2 einzufangen muss die kinetische Energie, d.h. die Temperatur nochmals um eine halbe Größenordnung abgekühlt werden ($T \approx 50 \mu K$) durch Polarisationsgradientenkühlung. Durch evaporatives Kühlen, welches parallel zu der Kompression der magnetischen Falle geschieht, werden die Bedingungen zum Einsetzen der Kondensation erreicht $n\lambda_{dB}^3 \approx 1$.

6.1. Die U-MOT, die optische Melasse und die Präparation des magnetischen Unterzustands

Nach der Akkumulation von 10^9 Atomen in der oberen Reflektions-MOT, mit externen Feldern (Q-MOT genannt) wird diese MOT in einem fließendem Übergang in eine U-MOT (siehe Kapitel 5.4.1) umgewandelt. Dabei wird das externe Quadrupolfeld innerhalb von 150 ms heruntergefahren und die Felder (U Strom und Biasfeld B_x) für die U-MOT innerhalb von 290 ms hoch gefahren. Dann werden innerhalb von $10 \mu s$ der U-Strom und das Biasfeld ausgeschaltet. Typischerweise wird die U-MOT mit Drahtströmen von 22 bis 30 A und einem Biasfeld B_x zwischen 7 und 11 Gauß betrieben. Die genauen Werte hängen jeweils davon ab wo sich die Q-MOT bezüglich des U-Drahts befindet. Ein anderer wichtiger Parameter sind die Leistungsunterschiede in den Laserstrahlen der Reflektions-MOT. Die können das Zentrum einer magnetooptischen Falle vom Zentrum des Quadrupolfelds verschieben [49]. Einerseits sind diese Leistungsunterschiede im vorliegenden Experiment bei der Reflektion der 45° -Laserstrahlen an der Goldoberfläche nicht zu vermeiden. Andererseits können diese in den unabhängige Laserstrahlen frei bestimmt werden (siehe Polarisationsgradientenkühlung). Es konnte beobachtet werden, dass das Fallenzentrum um einige $100 \mu m$ in Richtung der Chipoberfläche verschoben wurde. Das Zentrum der MOT findet sich dann an einem Punkt mit dem Magnetfeld $B \propto w$ mit dem Parameter $w = (I_1 - I_2)/(I_1 + I_2)$, welcher das Ungleichgewicht der Leistung charakterisiert.

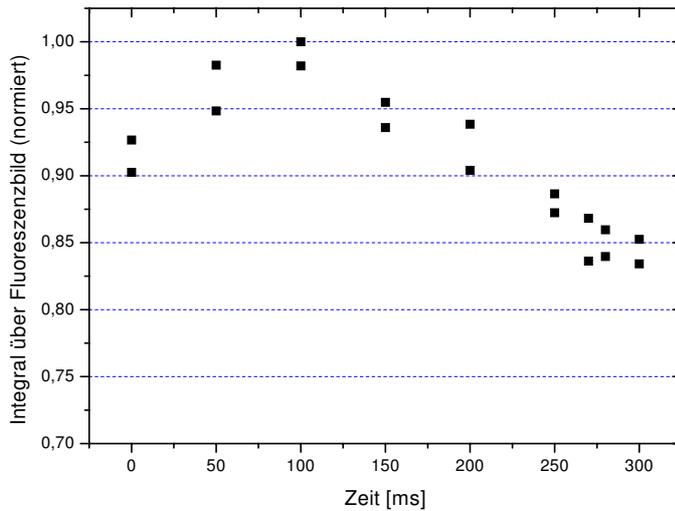


Abbildung 6.1.: Das Umladen der Atome von der externen Quadrupol-MOT in die U-MOT. Durchgeführt mit der Silberdraht-Halterung. Hier wurde die Zeit für die Magnetfeldrampen zum Transferieren der Atome von einem Quadrupolfeld in das andere variiert. Drahtstrom 22 A mit einem Biasfeld von 6 G

Sowohl die Atome in der Q-MOT als auch in U-MOT befinden sich etwa 3-5 mm von der Chip-Oberfläche entfernt. Durch Variation des Biasfelds können die Atome in der U-MOT näher zur Chip-Oberfläche gebracht werden, welches das Umladen der Atome in die spätere Magnetfalle vereinfacht. Unter optimalen Bedingungen können fast alle Atome aus der externen Quadrupol-MOT in die U-MOT transferiert werden (siehe Abb. 6.1).

Ein wichtiger Unterschied der U-MOT im Vergleich sind die steileren Gradienten in zwei Raumrichtungen. Diese betragen für einen typischen U-Strom von 30 A und ein Biasfeld von 8.5 Gauß etwa 6 G/cm in axialer und 25 G/cm radialer Richtung. Diese relative hohen Gradienten führen zu einer Kompression der Atomwolke, obwohl die Anzahl der Atome erhalten bleibt [49]. Die maximale Dichte ist dabei proportional zu dem Gradienten der MOT.

Das Anlegen eines weiteren Biasfelds B_z auf der vertikalen Achse verschiebt die U-MOT in horizontaler Richtung auf die Position der Z-Falle. Ersatzweise kann hier wieder die Intensitätsverteilung in den Laserstrahlen der optischen Melasse variiert werden, um die Atomwolke auf die richtige Position zum Einladen in die Z-Falle zu verschieben.

Die Intensitätsverteilung geschieht an einem polarisierenden Strahlteiler in Kombination mit einem $\lambda/2$ -Plättchen, wobei das Verhältnis der Leistungen gegeben ist mit:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\cos^2(\theta)}{\sin^2(\theta)} \quad (6.1)$$

Wobei der Winkel θ zwischen Ebene der linearen Polarisation des einfallenden Lichts und der Achse des $\lambda/2$ -Plättchens definiert ist. Eine Änderung von einem Grad resultiert in 15 % Unterschied in den Leistungen zweier gegenläufiger Strahlen der MOT.

Extrem sensitiv auf Intensitätsunterschiede in den Laserstrahlen ist die zeitliche Phase der Polarisationsgradientenkühlung, kurz optische Melasse. Ist das Ungleichgewicht der Leistungen zu groß, findet keine Polarisationsgradientenkühlung statt und die Atome werden “we-

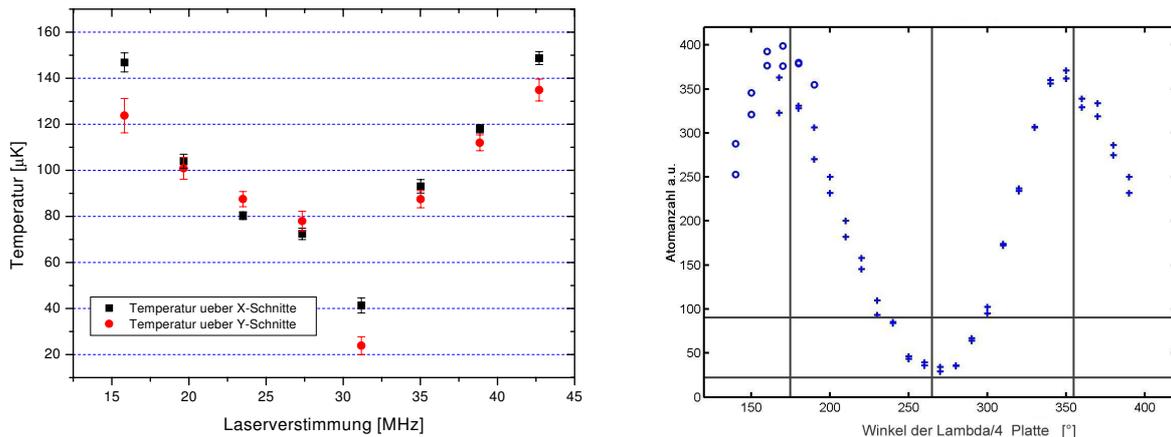


Abbildung 6.2.: LINKS: Abhängigkeit der Temperatur nach dem Polarisationsgradientenkühlen von dem maximalen Wert der Verstimmung der Laserfrequenz (gemessen mit dem Silberdraht-Halterung). RECHTS: Wirkungsweise des optischen Pumpens in Abhängigkeit von der Polarisation des einfallenden Laserlichts. Der aufgetragene Winkel ist derjenige zwischen der Kristallachse eines $\lambda/4$ -Plättchens und der ursprünglichen linearen Polarisation des Laserlichts zum optischen Pumpen.

geblasen". Die Einstellung der Verteilung der Laserleistung muss daher immer anhand dem Verhalten der Atomwolke manuell erfolgen. Aufgrund der unvermeidlichen Leistungsdifferenzen zwischen einfallenden und reflektierten Laserstrahlen wird die Wolke immer in Richtung der Chipoberfläche bewegt. Aus diesem, und weil die Melasse auch eine wesentlich größere Ausdehnung erlangt aus z.B. die U-MOT, ist ein Mindestabstand von etwa 3 mm immer einzuhalten.

Wesentlicher Parameter der Laserkühlung mittels Polarisationsgradienten ist die Frequenzverschiebung des Laserlichts. Anhand der Frequenzverschiebung kann die Temperatur optimiert werden (siehe Abb. 6.2). Das offensichtliche Minimum der Temperatur in Abhängigkeit von der Frequenzverstimmung ist nicht mit der einfachen Theorie der Sub-Dopplerkühlung (siehe Kapitel 3.1.2) zu erklären. Der Kühlprozess könnte aber aufgrund der relativ hohen Atomdichten zusammenbrechen. In den weiteren Experimenten wurde eine Frequenzverstimmung von etwa $\delta = -30$ MHz verwendet.

Eine zusätzliche Reduktion der Laserleistung in der Sub-Dopplermelasse hat im vorliegenden Experiment nicht zu einer signifikanten Veränderung der Temperatur geführt. Dies ist sicherlich in der relativ kleinen verfügbaren Laserleistung begründet. Die eigentliche Sub-Dopplerkühlung geschieht während die Laserfrequenz verstimmt wird, d.h. weiter rotverschoben wird. Die Zeit für diese Rampen wurde zwischen 5 und 15 ms variiert ohne einen signifikanten Unterschied in der Effizienz zu bemerken. Eine Rampenzeit von 5 ms ist eine untere Grenze, weil die elektronische Stabilisierung der Laser nicht schneller folgen kann. Je länger die Zeit für die Frequenzrampe wird, desto größer wird die Diffusion der Atom. Diese Ausdehnung der Atomwolke erschwert aber das folgende Speichern der Atome in der magnetischen Z-Falle.

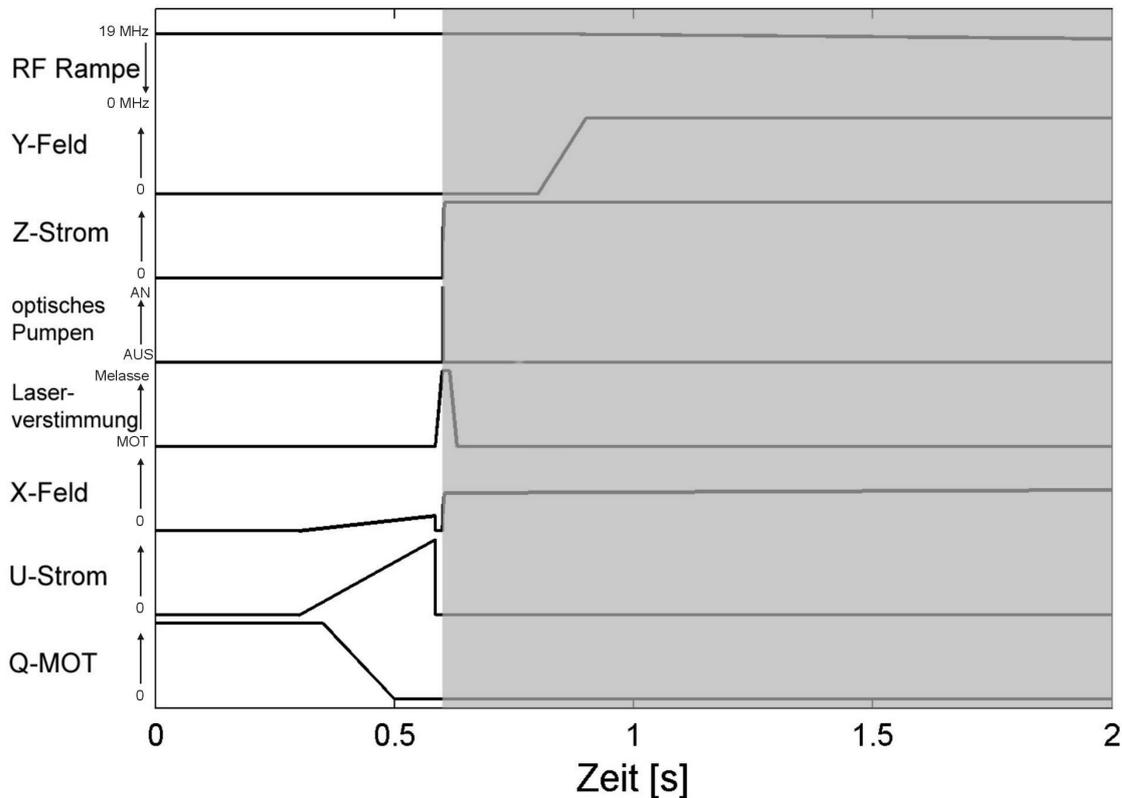


Abbildung 6.3.: Zeitlicher Ablauf der Vorbereitung der Rubidiumatome zum Fangen in der magnetischen Z-Falle. Besonders wichtig ist die zeitlich Phase der Polarisationsgradientenkühlung mit anschließendem optischem Pumpen. Der graue Bereich kennzeichnet den Zeitraum in dem alle Lichtfelder ausgeschaltet sein müssen.

Die Präparation des richtigen magnetischen Unterzustands $|F = 2, m_F = 2\rangle$ durch optisches Pumpen geschieht einige hundert Mikrosekunden nach dem Abschalten der optischen Melasse. Während das homogene Biasfeld B_x für die magnetische Z-Falle hochgeföhrt, wird mittels eines optischen Pulses (σ^+ pol.) resonant zu dem Übergang $F = 2 \rightarrow F' = 2$ der Unterzustand $|2, 2\rangle$ präpariert. Dabei wird das schon vorhanden kleine Feld in x-Richtung als Führungsfeld für das optische Pumpen verwendet. Je nach eingesetzter Laserleistung ($50\text{-}100 \mu\text{Wcm}^{-2}$), hat der Puls eine Länge zwischen 30 und 100 μs . Je nachdem wie die Atome vorher auf die Unterzustände verteilt waren, erhöht effizientes optisches Pumpen die Anzahl der Atome in der magnetischen Falle um den Faktor 2 bis 4 (siehe Abb. 6.2). Das Ausschalten des Repumperlichts muss so optimiert werden, dass es zum optischen Pumpen noch anwesend ist, aber nicht zu Atomverlust in der magnetischen Falle führt.

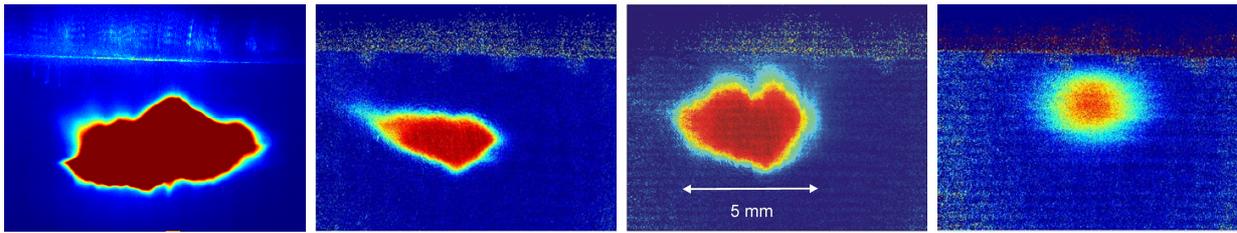


Abbildung 6.4.: Die verschiedenen Schritte eines experimentellen Zyklus: Quadrupol-MOT, U-MOT, optische Melasse und Z-Magnetfalle. Die Position der U-MOT wird durch ein zusätzliches vertikales Feld auf die Position der Z-Falle geschoben. (Das Bild von der Q-MOT wurde via Fluoreszenz aufgenommen und alle anderen durch Absorption)

6.2. Die magnetische Z-Falle

Wichtig für einen effizienten Transfer der kalten Atome aus der optischen Melasse in die Magnetfalle der Z-Konfiguration ist deren Fallenform und Position zum Zeitpunkt des Anschaltens. Die Abbildungen 5.21 zeigen in Abhängigkeit vom Drahtstrom, homogenen Biasfeld B_x , der Position des Fallenzentrum die Tiefe der magnetischen Falle in μK . Es zeigt sich sofort das die Parameter der vorhandenen Z-Konfiguration (kleines Kupfer Z, 50 A Z-Strom) es erlauben eine thermische Wolke mit $T \leq 100\mu\text{K}$ in eine hinreichend tiefe Z-Falle ($\approx 500\mu\text{K}$) zu laden.

Die Atome werden zuerst in eine sehr flache Z-Magnetfalle geladen, mit 50 A Drahtstrom und und einen Biasfeld 25 G. Die Magnetfalle besitzt dann Fallenfrequenzen von $\omega_y = 2\pi \cdot 15.2$ Hz und $\omega_x = 2\pi \cdot 55$ Hz bei einem Fallenminimum bei von $B_0 = 8$ G. Der radiale Gradient beträgt dann 75 Gcm^{-1} und die Falle befindet sich etwa in 1.4 mm Abstand zur Oberfläche des Atomchips. Die elastische Stoßrate beträgt zu diesem Zeitpunkt etwa bei einem Stoß pro Sekunde.

Betr.: “Mode-Matching” Die Eigenschaften der Z-Falle erlauben kein optimales “Mode-Matching” der optisch vorgekühlten Atomwolke bezüglich der Magnetfalle. Die Atomwolke besitzt nach der optischen Melasse eine Radius von etwa 1 mm in radialer und 1.5 mm axialer Richtung bei einer typischen Temperatur von $50\mu\text{K}$.

Die Änderung der Phasenraumdicke ändert sich mit [11]:

$$\frac{D}{D_0} = \frac{8 \left(\frac{\kappa}{\kappa_0} \right)^{\frac{3}{2}}}{\left(1 + \frac{\kappa}{\kappa_0} \right)^3} \quad (6.2)$$

Mit κ geht hier die Steifheit der Falle ein mit $\kappa == \omega^2 r^2 = k_B T$ (siehe Gl.(5.3)). In vorliegenden Fall, ergibt die Abschätzung das die Phasenraumdicke etwa um den Faktor 5 bis 10 reduziert wird, aufgrund nicht optimalem “Mode-Matching”. Daher erhöht sich die Tem-

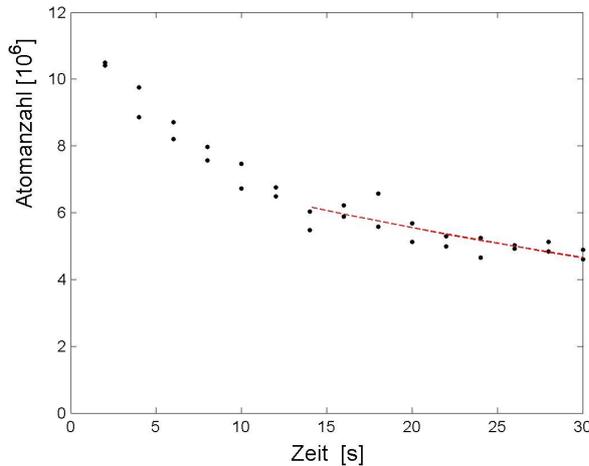


Abbildung 6.5.: Bestimmung der Lebenszeit der Atome in der Magnetfalle. Fallenparameter: Kleine Z-Konfiguration mit $I = 43.7$ A und $B_x = 43$ Gauß. $\omega_y = 2\pi 20$ Hz und $\omega_z = 2\pi 162$ Hz. Die ersten Sekunden wurden für den Fit nicht verwendet, weil nach dem Einladen der Atome, ein Atomverlust aufgrund eines Kontaktes mit der Oberfläche auftritt. Die rote Kurve die zur Bestimmung der Lebenszeit und ist eine Näherung durch die Kurve $\exp(-t/\tau)$.

peratur der Atome, bei maximal möglichen “Mode-Matching” in der Z-Falle auf etwa $150 \mu K$.

Die Lebenszeit der Falle Da der finale Schritt in der Bose-Kondensation, das Verdampfungskühlen, eine endliche Zeit benötigt, ist eine ausreichende Lebenszeit der Atome in der magnetischen Falle eine wesentliche Voraussetzung für deren Erfolg. Die größten Verlustarten für thermische Atomwolke mit Dichten von kleiner 10^{13} cm^{-3} sind die Stöße mit dem Hintergrundgas (siehe auch Kapitel 3.2.1). Dabei kann prinzipiell durch eine hohe Kompression der Atomwolke in der Magnetfalle, eine hohe elastische Stoßrate erzeugt werden, welches wiederum die Zeit für das Verdampfungskühlen reduziert und es trotzdem erlaubt die Kondensation zu erreichen.

Abbildung 6.5 zeigt exemplarische eine Lebenszeitmessung. Die eigentliche Lebenszeit der Falle kann nur dem zweiten Teil der Kurve entnommen werden, weil am Anfang heiße Atome durch den Kontakt mit der Oberfläche verloren gehen. Die Falle befand sich in einem Abstand von $600 \mu m$ zu der Chipoberfläche. Die heißen Atome verlassen innerhalb einiger Sekunden die Falle. Dies zeigt sich auch darin, dass die Temperatur sich von etwa $250 \mu K$ nach einer Sekunde Speicherzeit kontinuierlich auf etwa $140 \mu K$ nach 30 Sekunden reduziert.

In konventionellen Bose-Einstein Experimenten wird die magnetische Wolke nach dem Einladen in die Magnetfalle adiabatisch komprimiert um die elastische Stoßrate zu erhöhen.

Dies ist im vorliegenden Experiment nicht möglich, weil die anfängliche Atomwolke eine Ausdehnung von etwa einem Millimeter besitzt. Ein zur Kompression notwendiges Erhöhen des Biasfelds B_x , würde die Atomwolke näher an die Oberfläche des Chips bewegen. Für Wolken mit einer relativ hohen Temperatur ($\approx 200 \mu K$) wäre ein Atomverlust durch die Oberfläche nicht zu vermeiden.

Deshalb wird die magnetische Z-Falle gleichzeitig zur Radiofrequenz-Rampe komprimiert. Zur transversalen Kompression wird ein longitudinales Feld $B_x = 5.5 G$ addiert, welches den Fallenboden entsprechend erniedrigt, aber die Position von der Z-Falle nicht wesentlich

ändert (siehe Abbildung 6.6). Dadurch wird die radiale Fallenfrequenz auf $\omega_x = 2\pi \cdot 90$ Hz, mit einem Gradienten von 100 Gcm^{-2} , erhöht. Die longitudinale Fallenfrequenz bleibt nahezu erhalten. Diese erste Kompression geschieht in 100ms.

Für eine adiabatische Kompression muss für alle Fallenfrequenzen immer gelten [11]:

$$\frac{d\omega}{dt} \ll \omega^2 \quad (6.3)$$

Ziel der adiabatischen Kompression ist es die Phasenraumdicke zu erhalten und die elastische Kollisionsrate zu erhöhen. In der ersten Phase der Kompression ist diese Bedingung erfüllt.

In der folgenden Sequenz wird das Biasfeld B_x langsam innerhalb von 18 Sekunden auf den finalen Wert von etwa 60 G erhöht. Gleichzeitig wird eine Radiofrequenz eingestrahlt deren Frequenz von 19 MHz auf etwa 500 kHz in 19 Sekunden reduziert wird. Der Verlauf der Radiofrequenzrampe kann aus verschiedenen einzelnen linearen Rampen bestehen (siehe Kapitel G).

Die finale magnetische Z-Falle besitzt die Fallenfrequenzen $\omega_y = 2\pi \cdot 21.8$ Hz und $\omega_x = 2\pi \cdot 750$ Hz. Die linearen radialen Gradienten betragen etwa 430 Gcm^{-1} . Das Offsetfeld entspricht einigen hundert Milligauß. Die Atomwolke befindet sich nun in einem Abstand von etwa $300 \mu\text{m}$ von der Goldoberfläche des Atomchips (siehe Abbildung 6.6).

Eine Optimierung der RF-Rampe zeigte, zwecks Maximierung der Anzahl der Atome im Kondensat, das auch die Gesamtrampe nahezu linear sein muss.

Die finale Z-Magnetfalle, in der die Kondensation stattfindet, ist insbesondere in radialer Richtung äußerst sensitiv bezüglich des longitudinalen Biasfelds B_y . Dies ist darin begründet das mit diesem Feld auch die Höhe des Magnetfelds am Fallenminimum B_0 bestimmt wird. Die Kontrolle des Fallenminimums, u.a. durch B_y ist daher Voraussetzung für die Stabilität der Experimente.

6.3. Das Verdampfungskühlen im Experiment

Abbildung 6.7 zeigt die Entwicklung der wesentlichen Parameter der kalten Atomwolke während diese mittels der RF-Strahlung verdampfungsgekühlt wird. Die Atomdichte ändert sich am Anfang nur geringfügig, welches zur Folge hat das die elastische Stoßrate sich nur sehr langsam erhöht. In den ersten fünf Sekunden ändert sich diese nur von etwa einem Stoß pro Sekunde auf 2 Stöße pro Sekunde.

Am Ende der Frequenzrampe, kurz vor der Kondensation hat die Atomwolke eine Temperatur von $2 \mu\text{K}$ bei einer Dichte von $3.5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$. Die Stoßrate hat dann einen Wert von etwa 3000 Stößen pro Sekunde erreicht. Dieser Wert ist relativ hoch und wurde nicht immer erreicht, gilt aber für die hier verwendete Frequenzrampe. Im Falle der dargestellten Frequenzrampe erhält man etwa 50.000 Atome im Kondensat bei einer finalen RF-Frequenz von 560 kHz. Dies entspricht einem Abschneideparameter $\eta \approx 10$ (siehe Kapitel 3.2).

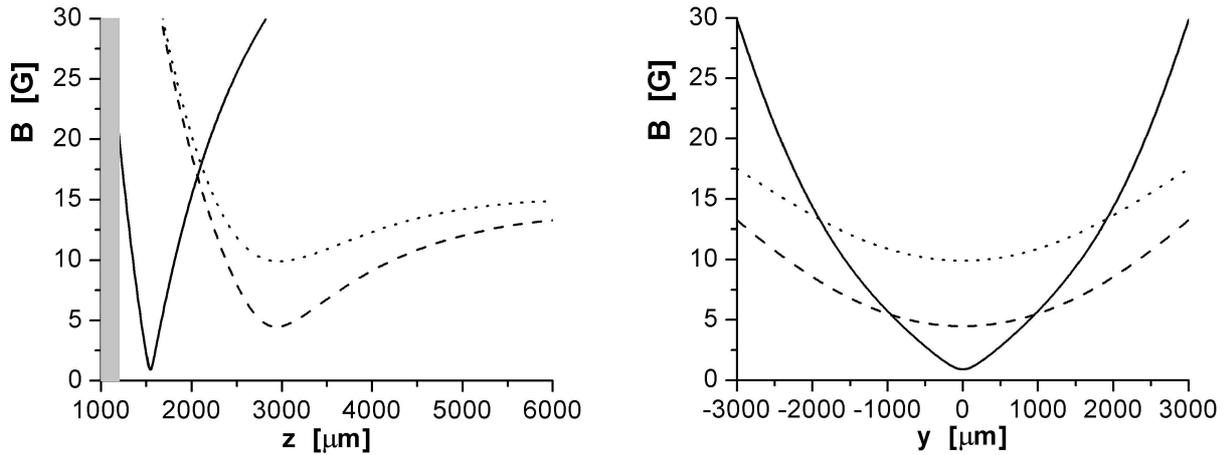


Abbildung 6.6.: Variation des Potentials der magnetischen Z-Falle während der Speicherung der Atome in der Falle in vertikaler (LINKS) und axialer (RECHTS) Richtung. In der zweiten radialen Richtung verhält sich die Falle wie in der Vertikalen. Die erste Magnetfalle ($I = 50A$, $B_x = 25G$) (gepunktet) wird durch schnelles Absenken des Offsetfelds B_0 leicht komprimiert (gestrichelt). Die finale Z-Falle (durchgezogen) wird erzeugt durch das Erhöhen des Biasfelds auf 58 G. Die graue Fläche deutet die Position des Atomchips an. Die Gravitation wurde hier berücksichtigt.

Die Effizienz des Verdampfungskühlens erkennt man daran, dass die thermische Wolke mit etwa $20\mu K/s$ gekühlt wird.

6.4. Die Beobachtung der Kondensation

Viele Ursachen erschweren das direkte Beobachten der Kondensation in der magnetischen Falle. Einerseits erlauben die extrem hohen optischen Dichten von $\mathcal{D} \approx 100$ keine zuverlässige direkte Abbildung eines Bose-Kondensats. Hinzu kommt, dass die Ausdehnung in radialer Richtung in der Falle, entspricht nur wenigen Vielfachen des Auflösungsvermögens des Abbildungssystems und ist aus diesem Grunde stark fehlerbehaftet. Weiterhin sind die Absorptionen von den Atomwolken in der Nähe der Oberfläche des Atomchips oft durch die fresnelsche Interferenzmuster 5.7.2 gestört. Außerdem verändert das ortsabhängige Magnetfeld durch die Zeemanverschiebung die Dichteverteilung der Atome.

Deshalb werden die Verteilung der Atome in ultra-kalten und dichten Atomwolken für die quantitative Bildanalyse nach einer bestimmten Zeit der freien Expansion beobachtet.

Um die Atome ungestört durch das Abschalten der magnetischen Falle beobachten zu können, muss die Umkehrung von Gleichung (6.3) gelten. Die magnetische Falle muss schneller abgeschaltet werden können, als die schnellste Oszillationszeit $1/\omega_x$ der Atome in der Falle. Für die Z-Falle ist damit eine minimale Schaltzeit gefordert von etwa $100 \mu s$. Die Magnetfalle durch das Abschalten des Drahtstroms aufgehoben. Die Drahtströme werden in weniger

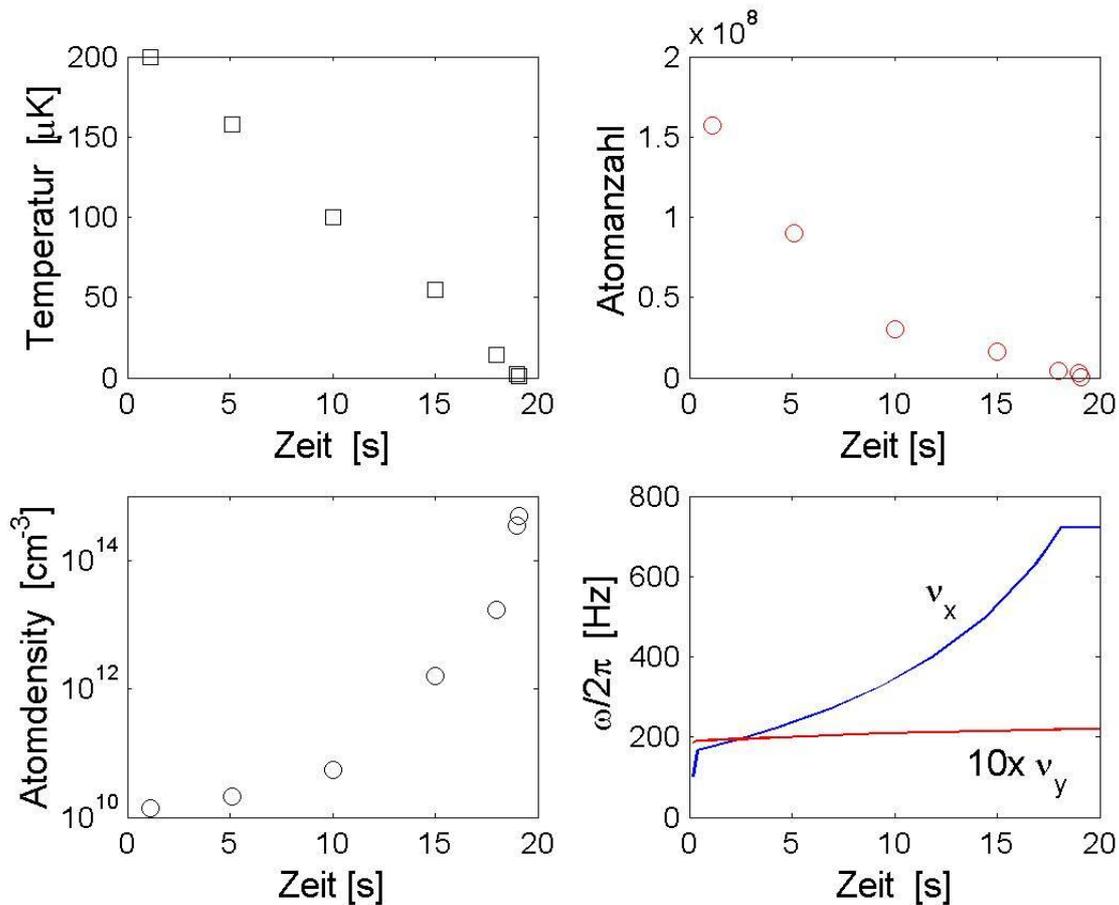


Abbildung 6.7.: Verhalten der wichtigsten Parameter der kalten Wolke von Rubidiumatome, während die Radiofrequenz-Rampe gefahren wird.

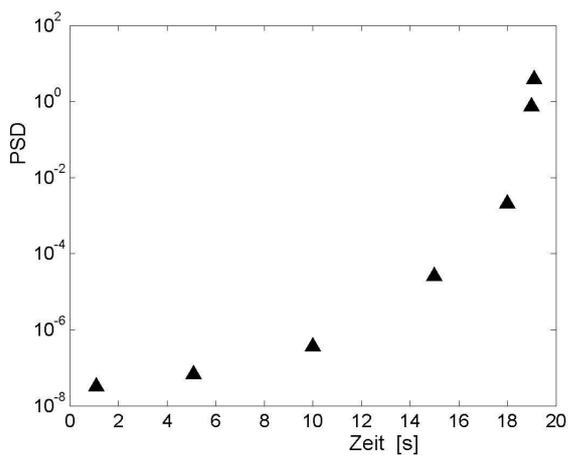


Abbildung 6.8.: Zeitliche Entwicklung der Phasenraumdicke von der ersten Magnetfalle bis zum Bose-Einstein Kondensat in der finalen Falle. Auch bei der Phasenraumdicke ist am Anfang der Frequenzrampe zu beobachten, dass diese sich nur langsam ändert und erst später das Verdampfungskühlen wesentlich effektiver wird. Finale Fallenparameter: $I = 49.3$, $B_x = 59G$, $B_z = 5.4G$.

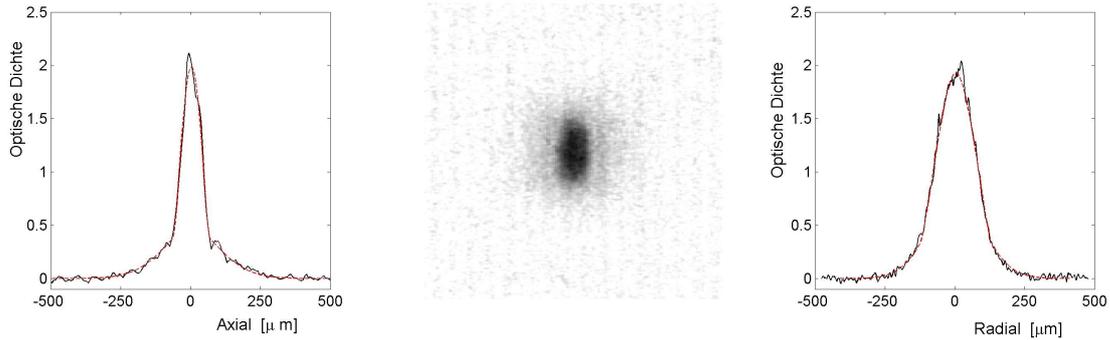


Abbildung 6.9.: Bose-Einstein Kondensat mit bimodaler Verteilung. Die rote Kurve ist ein Fit mit der Funktion 6.11. Der Bildausschnitt zeigt $1 \times 1 \text{ mm}^2$. Etwa $N_0 = 220000$ Atome befinden sich in diesem Kondensat. Die lange Achse des Kondensats zeigt in vertikaler Richtung.

als $10 \mu\text{s}$ unterbrochen. Die zugehörigen Biasfelder benötigen aufgrund ihrer Induktivität wesentlich länger. Die horizontalen Felder B_x und B_y werden beide innerhalb von $100 \mu\text{s}$ gelöscht. Ein nicht adiabatisches Abschalten der Magnetfalle würde zu anisotropen Atomdichteverteilung während der freien Expansion führen [5]. Aber insbesondere bei Drahtfallen können die möglichen höheren radialen Fallenfrequenzen, in eine Detektionsfalle führen [59]. Fallenfrequenzen von einigen Kilohertz erfordern für die Drahtströme Schaltzeiten in der Größenordnung von einer Mikrosekunde, welches wiederum eine Herausforderung darstellt.

Aus der mittels Absorptionsabbildung gewonnenen Verteilung der optischen Dichte, kann mit dem gegebenen Absorptionsquerschnitt die zweidimensionale Säulendichte bestimmt werden:

$$\tilde{n}(y, z) = \frac{\mathcal{D}}{\sigma_{abs}(\delta, I)} \quad (6.4)$$

Falls nicht anders erwähnt, erfolgte im Weiteren die Absorptionsabbildung in Resonanz mit $\delta = 0$ und mit einem kleinen Sättigungsparameter $I/I_S \approx 0.1$. Die Vertikale entspricht hier der radialen Achse und die Horizontale der longitudinalen Achse der Z-Magnetfalle.

Die Drehung der longitudinalen Fallenachse (siehe Kapitel 4.2.3) beträgt für die finale Magnetfalle in welcher die Kondensation stattfindet etwa 4° . Die hieraus resultierende ‘‘Stauchung’’ des Kondensats in axialer Richtung (y) beträgt für alle beobachtet Kondensate weniger als ein Mikrometer und wird daher vernachlässigt.

Eine weitere Störung der Längenmessung an den Kondensaten ist die Streckung derselben, durch den freien Fall während der Expansion. Die betroffene radiale Länge wurde deshalb um die während der Abbildung zurückgelegten Strecke reduziert [34].

Aus den zentralen Dichteverteilung lassen sich quantitative Aussagen über die Atomwolke, mit und ohne kondensierten Anteil gewinnen. Dabei werden die bekannten Verteilungen atomaren Dichte (Gl.6.5 und 6.8) and die zentralen Profile in den Säulendichte angefitet (siehe Abb.6.9).

Ein klassisches Gas kann mit Hilfe von Gleichung (2.12) in einer harmonischen Falle beschrieben werden.

Durch Integration entlang der Achse der Abbildung ergibt sich aus der Dichteverteilung eines Bose Gases in einer harmonischen Falle folgende Säulendichte:

$$n_{th}(y, z) = \frac{n_{th}(0, 0)}{\tilde{g}_{3/2}(\tilde{z})} \tilde{g}_{3/2} \left(\tilde{z} \exp\left(-\frac{y^2}{y_0^2} - \frac{z^2}{z_0^2}\right) \right) \quad (6.5)$$

Hierbei bezeichnet \tilde{z} die Fugazität $\exp(\mu/k_B T)$ des Bose-Gases. In relativ großer Entfernung vom Zentrum der Atomwolke mit $y \gg y_0$ und die Funktion der Quantenstatistik geht über in eine Gaußverteilung. Aufgrund der Ununterscheidbarkeit der Bosonen ist im Zentrum der Wolke die Atomdichte um den Faktor $g_{3/2}(y)/y$ erhöht. Für Temperaturen unterhalb von T_C kann die Fugazität in der Gleichung (6.5) gleich 1 gesetzt werden.

Weil für die bekannten Funktion $g_{3/2}$ der Quantenstatistik, keine endliche analytische Beschreibung existiert, wird eine polynomische Approximation Gl.E.1 verwendet. Aus den Breiten y der thermischen Wolke kann die Temperatur der Atomwolke bestimmt werden [11]:

$$T = \frac{m}{2k_B} \left(\frac{\omega_{\perp}^2}{1 + \omega_{\perp}^2 \tau^2} \right) y_0(\tau)^2 \quad (6.6)$$

Besitzen die Atome eine Temperatur oberhalb von T_C , ist es möglich mit Hilfe der Fugazität $\tilde{z} < 1$ und der Temperatur das chemische Potential der kalten Wolke zu bestimmen:

$$\mu = k_B T \ln(\tilde{z}) \quad (6.7)$$

Die maximale Dichte der thermischen Wolke ist dann $n_{th}(0, 0) = g_{3/2}(\tilde{z})/\lambda_{dB}^3$.

Darf für das Bose-Einstein Kondensat die Thomas-Fermi-Approximation angewendet werden, gibt die Dichteverteilung der Atome die harmonische Geometrie der Falle wieder. Deshalb kann die Verteilung der Atome im Kondensat durch eine invertierte Parabel beschrieben werden, bzw. die Säulendichte ist dann:

$$n_c(y, z) = n_{c0} \left[\max \left(1 - \frac{y^2}{R_y^2(\tau)} - \frac{z^2}{R_z^2(\tau)}, 0 \right) \right]^{\frac{3}{2}} \quad (6.8)$$

Der Exponent $\frac{3}{2}$ ist wiederum eine Folge der Integration entlang der Achse der Abbildung aufgrund der Propagation des Lichts durch das gesamte Kondensat.

Mit der Ausdehnung des Kondensats nach der freien Expansion, kann nach Castin und Dum (siehe Kapitel 2.2.3) auf die Ausdehnung in der Falle geschlossen werden. Da die Falle energetisch nur bis zum chemischen Potential gefüllt ist, kann unter Kenntnis der Fallenfrequenzen das chemische Potential berechnet werden.

$$\mu = \frac{1}{2} m \omega_z^2 R_z^2(0) = \frac{m}{2} \left(\frac{\omega_z^2}{1 + \omega_z^2 \tau^2} \right) R_z^2(\tau) \quad (6.9)$$

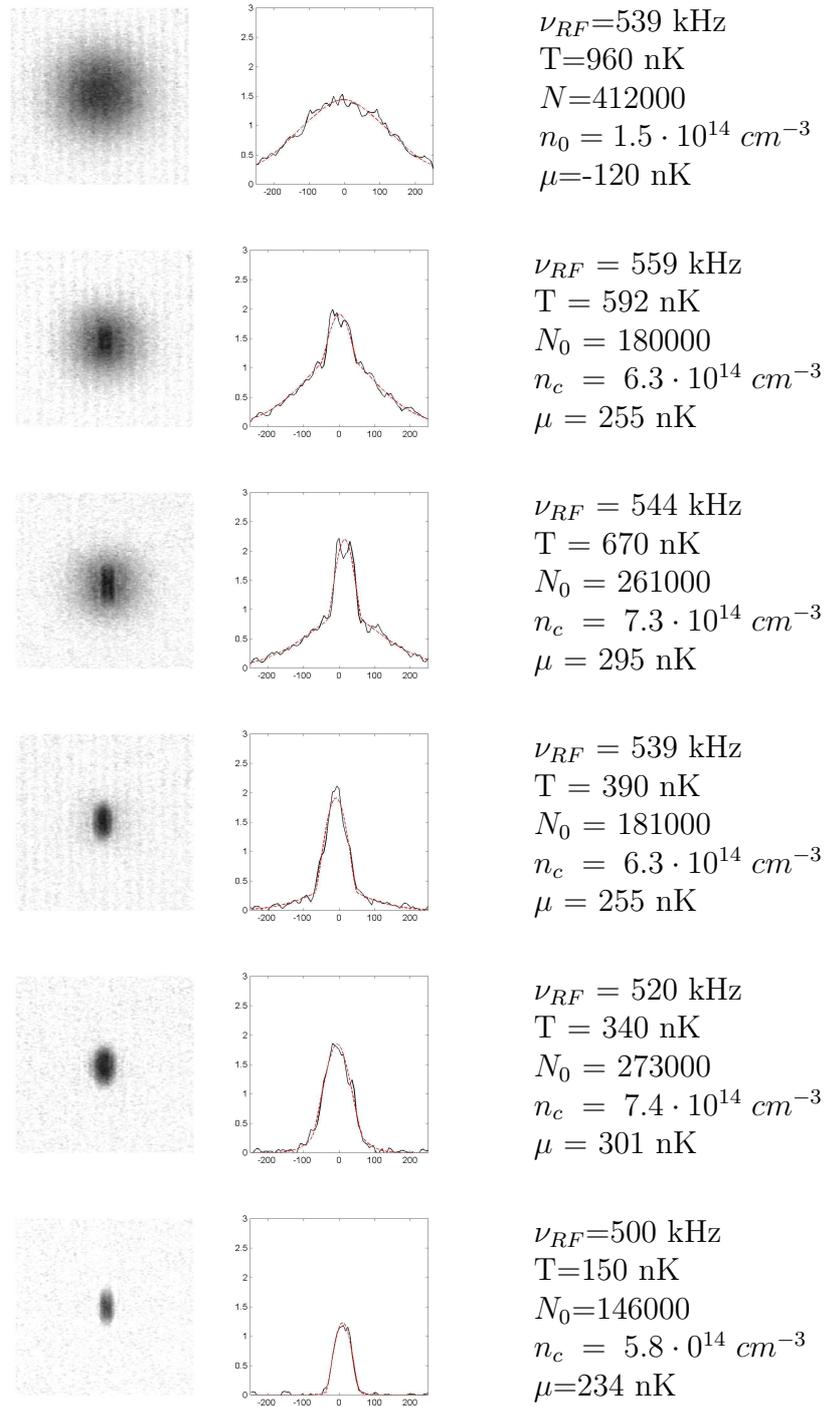


Abbildung 6.10.: Übergang von einem thermischen Ensemble von ^{87}Rb Atomen in den kondensierten Zustand bei etwa $T_C \approx 900$ nK. Die Absorptionen zeigen einen Ausschnitt von $500 \times 500 \mu\text{m}$. Die Fallenfrequenzen sind $\omega_y = 2\pi \cdot 21.82$ Hz und $\omega_x = 2\pi \cdot 760$ Hz. Die Schwankungen der Atomzahl sind darin begründet, dass jedes Bild in einem eigenen experimentellen Zyklus aufgenommen wurde. Die Profile der optischen Dichten sind entlang der longitudinalen Achse der Falle aufgetragen.

Mit dem chemischen Potential ergibt sich auch wiederum die Anzahl der kondensierten Atome und die maximale Atomdichte in der Wolke:

$$N_0 = \left(\frac{2\mu}{\hbar\omega_{ho}} \right)^{\frac{5}{2}} \frac{a_{ho}}{15a} \quad \text{und} \quad n_c(0) = \frac{\mu}{g} \quad (6.10)$$

a_{ho} und ω_{ho} sind durch die Gleichungen 2.56 . Teilweise kondensierte Atomwolke, d.h. mit thermischen und kondensierten Atomen, lassen sich durch die so genannte bimodale Verteilung beschreiben.

$$n_G(y, z) = n_c(y, z) + n_{th}(y, z) \quad (6.11)$$

Abbildung 6.9 zeigt beispielhaft eine bimodale Approximation der zentralen Profile der Säulendichte von einer teilweise kondensierten Wolke von Rubidiumatomen. Bemerkenswert ist, dass die wesentlichen Parameter wie N_0 , μ , und $n_c(0,0)$ des Bose-Kondensats sich aus Längenmessungen aus den Absorptionbildern schließen lassen. Daher kommt dem Auflösungsvermögen des Abbildungssystems eine besondere Bedeutung zu.

Aus den absoluten Werten der optischen Dichte $\mathcal{D}(y, z)$ wird auch die Gesamtanzahl der Atome bestimmt. Diese ist aber sehr sensitiv bezüglich der Spinpolarisation der Atome, bzw. der Polarisation des abbildenden Lichts. Im vorliegenden Experiment waren die Atome aus technischen Gründen nicht spinpolarisiert. Da zirkular polarisiertes Licht verwendet wurde, sollte Atomanzahl um den Faktor $16/7$ unterschätzt werden.

Eine weitere Fehlerquelle stellt die Stabilität und Reinheit des zur Abbildung verwendeten Laserlichts dar. Obwohl offensichtlich gesättigte Säulendichten¹ beobachtet wurden, konnte das Licht von der Atomwolke nicht komplett absorbiert werden. Dies lässt auf einen nicht-monochromatischen Untergrund im Spektrum des Laserlichts schließen. Leider ist die Höhe dieser Sättigungsplateaus nicht konstant, sondern ändert sich von Bild zu Bild. Es wurden Plateaus der Sättigung für optische Dichten zwischen 3 und 4 beobachtet. Insbesondere können die Säulendichteverteilung durch eine Sättigung so modifiziert sein, ohne dass ein Plateau zu erkennen ist. Anhand der Annäherung der gemessenen Verteilung mit Gl.(6.11) wird in diesem Fall aber die Ausdehnung des Kondensats meist überschätzt. Dies ist in einer Stauchung der Amplitude der Verteilung (6.8) begründet. Der entstehende Fehler in der Längenmessung an den Kondensaten ist aber meist nicht größer als 10%. Daraus folgt aber mit Gleichung (6.9) und (6.10) ein Fehler für das chemische Potential μ von etwa 20% und für die Anzahl der kondensierten Atome N_0 von etwa 60%. Trotzdem ist diese Art der Messung der Atomanzahl, jener aus dem Absorptionbild überlegen. Unvermeidliche Fluktuationen in der Frequenz des abbildenden Laserlichts führen hier nicht zu Fluktuationen in den Atomanzahlen.

Die kritische Temperatur T_C kann aus der Temperatur von den Atomwolken vor und nach der Kondensation bestimmt werden. Anhand von Phasenübergängen, wie z.B. zu sehen in Abbildung 6.10 kann die kritische Temperatur auf den Bereich $900 \pm 100 \text{ nK}$ abgeschätzt werden. Es sind thermischen Wolken mit bis zu 960 nK zu beobachten und dann hat die Wolke bei etwa 850 nK einen deutlichen Kondensatanteil.

¹Die zentralen Dichteprofile besitzen im Zentrum eine ebenes Plateau.

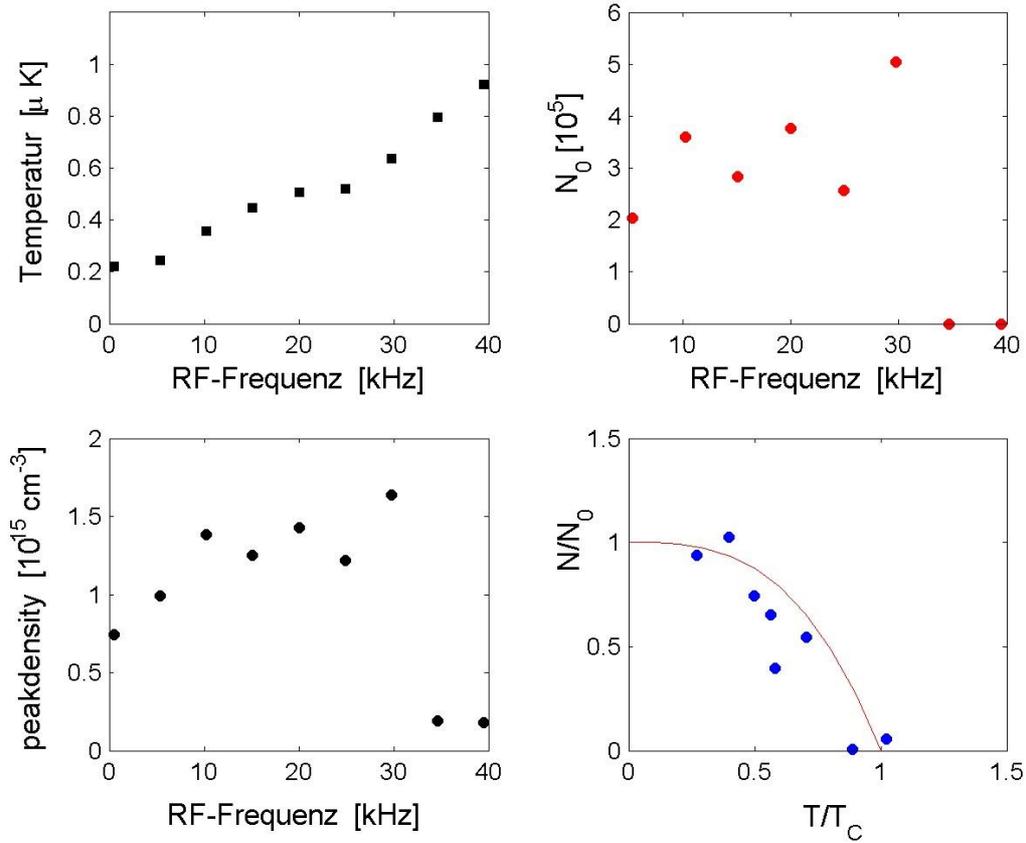


Abbildung 6.11.: Die wesentlichen Parameter des Ensembles von Rubidium Atome kurz vor und nach dem Phasenübergang zum Kondensat, aufgetragen gegen die zuletzt eingestrahlte RF-Frequenz. Die absolute Anzahl der Atome aus den Absorptionsbildern wurde mit dem Faktor $15/7$ korrigiert, weil keine magnetisches Führungsfeld angelegt war (siehe Kapitel 5.7.2). Die Radiofrequenz wird hier relativ zum Fallenboden angegeben.

Die theoretische kritische Temperatur kann nach Gleichung (2.52) berechnet werden, für die gegebenen Fallenfrequenzen und die Gesamtanzahl der Atome beim Einsetzen der Kondensation:

$$T_{C,theo} = 980 \text{ nK} \quad (6.12)$$

Die theoretische und die gemessene kritische Temperatur stimmen gut überein und dies ist bemerkenswert, in Anbetracht der experimentellen Ungenauigkeiten in der Bestimmung der Atomanzahl (kein magnetisches Führungsfeld).

6.5. Das Heizen von ultra-kalten Atomwolken

Die Lebensdauer von Bose-Kondensaten in magnetischen Fallen ist beschränkt. Wird das evaporative Kühlen durch RF-induziertes Verdampfen eingestellt beginnt ein Heizprozess. Abbildung 6.5 (Links) zeigt wie dieser Prozess ein Bose-Einstein Kondensat so weit wieder aufheizt, dass wieder eine thermische Wolke entsteht und auch diese weiterhin aufgeheizt wird. Als grobe Heizrate kann hier der Wert $2.9 \mu K/s$ angegeben werden. Die Gesamtlebenszeit des Kondensats ist auf etwa 300 ms beschränkt. Die Fallenfrequenzen der Magnetfalle betragen hier $\omega_y = 2\pi \cdot 21.8 \text{ Hz}$ und $\omega_z = 2\pi \cdot 760 \text{ Hz}$. Aufgrund der hohen Atomdichte mit $n > 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ kann hier davon ausgegangen werden das Drei-Körper-Verluste vorliegen.

Deshalb wurde in Abbildung 6.5 (Mitte) die magnetische Z-Falle relaxiert, indem das zusätzliche Biasfeld B_y innerhalb von 20 ms gegen Null gefahren wurde. Obwohl die Temperatur der beobachteten Atomwolke weit unterhalb der kritischen Temperatur liegt kann nur eine thermische Wolke beobachtet werden. Die maximale Dichte der Wolke wurde auf $2.1 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$, womit die Phasenraumdichte sich unterhalb von 2.612 befindet und die Kondensation nicht möglich ist. Die Fallenfrequenzen betragen $\omega_y = 21.7 \text{ Hz}$ und $\omega_z = 230 \text{ Hz}$. Die thermische Wolke erfährt aber auch in der relaxierten Falle eine Erwärmung von etwa $1 \mu K/s$.

Die Lebensdauer eines Kondensats kann verlängert werden durch das Fortsetzen der RF-Kühlung mit einer konstanten RF-Frequenz. In Abbildung 6.5 (Rechts) ist dieser Vorgang dargestellt. Hier wird mit einer RF-Frequenz, welche bei etwa $13 \mu K$ einschneidet, die Atomwolke weiterhin gekühlt. Die Fallenfrequenzen der Z-Magnetfalle betragen $\omega_y = 2\pi \cdot 21.5 \text{ Hz}$ und $\omega_z = 2\pi \cdot 1270 \text{ Hz}$.

Mit Hilfe des Stromrauschens der verwendeten Stromversorgungen² können die theoretischen Heizraten abgeschätzt werden. Einerseits gibt es die Fluktuation in der Position der Falle und andererseits wird mit dem Stromrauschen auch die Fallenform variiert. Ein Heizen tritt genau dann auf, wenn im Frequenzspektrum des Stromrauschens ein signifikanter Beitrag für ω oder 2ω gegeben ist. Nach Gehm und Henkel können die Heizeffekte für magnetische Drahtfallen angegeben werden [106, 107]. Das Heizen der Atome durch eine Bewegung der Fallenposition ist gegeben durch:

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{\hbar\omega}{k_B} 3s^{-1} M \left(\frac{\omega}{2\pi \cdot 100 \text{ kHz}} \right)^3 \frac{I}{B^2} \frac{S_I(\omega)}{SN_I} \quad (6.13)$$

Werden die Atome durch eine Verformung der Magnetfalle aufgeheizt gilt:

$$\frac{dT_2}{dt} = \frac{\hbar\omega}{k_B} 2 \cdot 3 \cdot 10^{-8} s^{-1} \left(\frac{\omega}{2\pi \cdot 100 \text{ kHz}} \right)^2 \frac{1}{I} \frac{S_I(2\omega)}{SN_I} \quad (6.14)$$

Hierbei gibt M die Masse der Atome in atomaren Masseneinheiten an und ω ist die Fallenfrequenz. Das magnetische Biasfeld wird hier in Gauß angegeben. Das Verhältnis $S_I(\omega)/SN_I$ ist das relative Stromrauschen in $I A^2/Hz$ bezüglich dem "Shot-Noise"-Limit³. Der Hauptanteil

²Agilent 6540, 50 A, 8V

³ $SN_I \approx 0.16 n A^2 / Hz \cdot I$

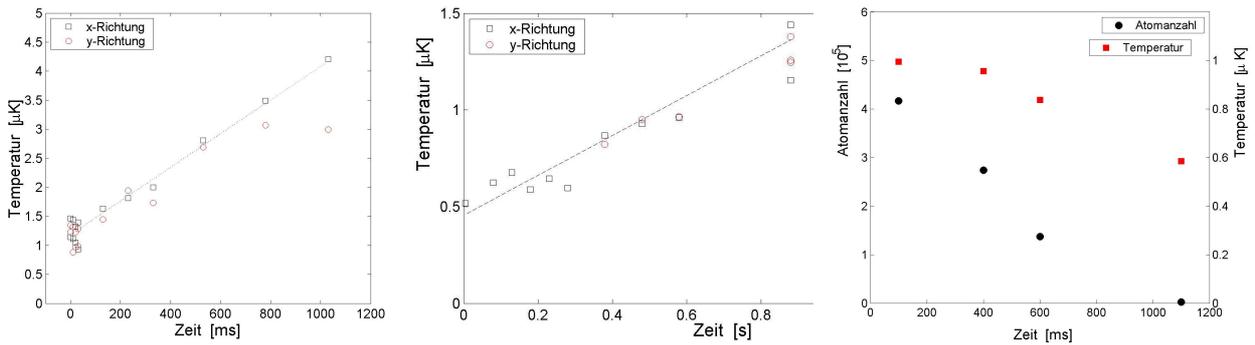


Abbildung 6.12.: Heizen Ultra-kalte Wolken von Atomen in der magnetischen Falle. LINKS: Starkes Heizen einer thermischen Wolke in einer komprimierten Z-Falle ($\omega_x = 2\pi 1270$ Hz) mit $\approx 2.9\mu\text{K}/\text{s}$. MITTE: Heizen in einer relaxierten Z-Falle ($\omega_x = 2\pi 1270$ Hz) mit $\approx 1\mu\text{K}/\text{s}$. RECHTS: Mit Hilfe einer konstanten RF-Frequenz wird ein Bose-Kondensat weiterhin gekühlt und so die Lebenszeit des Kondensats auf mehr als eine Sekunde verlängert.

des Stromrauschens stammt aus der Netzversorgung (50 Hz). Daher werden die maximalen Werte bei den Vielfachen von $2\pi 50$ Hz hier als obere Abschätzung für das Stromrauschen verwendet. Dies bedeutet die Magnetische Falle wird besonders geheizt, wenn die Fallenfrequenzen einem Vielfachen von $2\pi 50$ Hz entsprechen. Bei einer radialen Fallenfrequenz von $\omega_x = 2\pi 230$ Hz entspricht das Verhältnis zum “Shot-Noise”, für die verwendeten Stromversorgungen, $S_I(\omega)/SN_I \approx 10^6$. Damit ergibt sich eine Heizrate von $< 1n\text{K}/\text{s}$, für \dot{T}_1 als auch für \dot{T}_2 . Für die komprimierte Falle mit $\omega_x = 2\pi 1270$ Hz ist \dot{T}_2 wieder zu vernachlässigen, aber \dot{T}_1 ergibt jetzt eine Heizrate von $500n\text{K}/\text{s}$. Die relative hohe Heizrate für \dot{T}_1 ist nicht überraschend eine Variation der Fallenposition wesentlich sensitiver bei höhere Frequenzen ist. Außerdem erklärt die Heizrate \dot{T}_1 teilweise die sehr hohe Heizrate von $2.9\mu\text{K}/\text{s}$ in der komprimierten Z-Falle.

6.6. Die freie Expansion eines Bose-Einstein Kondensats

Nach dem Abschalten der Magnetfalle expandiert eine Bose-Einstein Kondensat frei und entwickelt dabei seine typische anisotrope Verteilung im Raum. Dabei ist die Lage der Hauptachse senkrecht zu jener in der magnetischen Falle.

Abbildung 6.14 (Links) zeigt die gemessene Evolution des Achsenverhältnisses eines Kondensats aus der Z-Falle. Die Beschreibung durch die Theorie nach Castin und Dum ist gut. Innerhalb der Falle spiegelt das Verhältnis der Ausdehnungen des Kondensats das Verhältnis der Fallenfrequenzen $\lambda = \omega_y/\omega_x$ wieder. Aufgrund der inhomogenen Zeemanverschiebung des Atomübergangs für die Detektion kann das reale Achsenverhältnis dort nur ungenau bestimmt werden.

Interessant ist auch die Entwicklung relativen Abmessungen der thermischen Wolke. Kurz nach dem Abschalten der Magnetfalle sind thermische und kondensierte Wolke noch nicht getrennt, welches dann aber geschieht. Für Expansionszeiten welche größer sind als die lon-

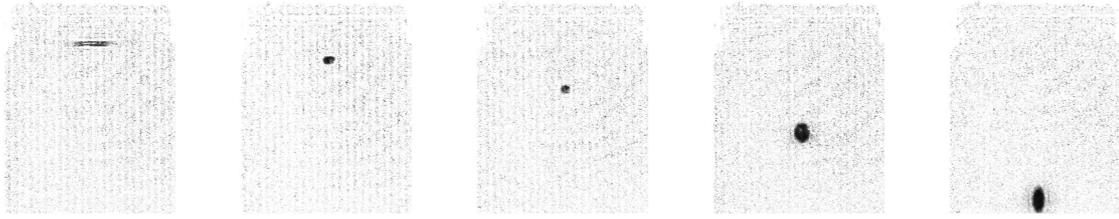


Abbildung 6.13.: Bildserie mit der freien Expansion eines Bose-Einstein Kondensats. Deutlich zu erkennen ist die Änderung des Achsenverhältniss des Kondensats.

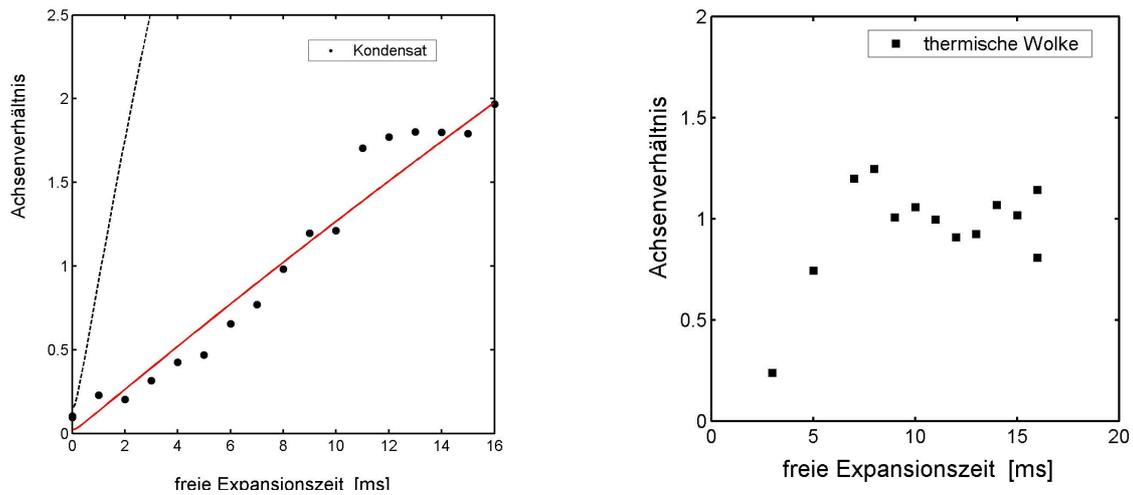


Abbildung 6.14.: LINKS: Entwicklung des Achsenverhältnisses eines Bose-Einstein Kondensats während der freien Expansion. Die eingetragene rote Kurve zeigt den theoretischen nach Castin und Dum [30]. Die gestrichelte Kurve zeigt die Entwicklung einer Bose-Einstein Kondensats von nichtwechselwirkenden Atomen. (siehe auch Kapitel 2.2.3) für die Fallenfrequenzen von $\omega_y = 2\pi \cdot 21.8 \text{ Hz}$ und $\omega_y = 2\pi \cdot 990 \text{ Hz}$. RECHTS: Zeitlich parallele Entwicklung der Achsenverhältnisse der begleitenden thermischen Wolke.

gitudinale Fallenfrequenz $\tau > 1/\omega_y \approx 8 \text{ ms}$ breiten sich die thermischen Atome isotrop aus (Siehe Abbildung 6.14(Rechts)).

7. Zusammenfassung und Ausblick

Magnetische Mikrofallen sind mit ihrer hohen Flexibilität und Fähigkeit zur kontrollierten Manipulation von Atomen Thema aktueller Forschung. Ziel dieser Arbeit war die Erzeugung eines großen Bose-Einstein Kondensats in direkter Nähe zu mikroskopischen Magnetfallen, welche auf einer Oberfläche montiert sind.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Bose-Einstein Kondensat von ^{87}Rb -Atomen im Zustand $|F = 2, m_F = 2\rangle$ in einer magnetischen Drahtfalle erzeugt. Es können Kondensate bis zu $3 \cdot 10^5$ Atomen in den Grundzustand kondensiert werden.

Voraussetzung für die relativ hohe Anzahl von Atomen im Grundzustand einer Drahtfalle, ist die Kombination von Magnetfallen im Ultra-Hochvakuum und einer magnetooptischen Falle mit einer hohen Laderate. Eine weitere Herausforderung ist die Bereitstellung von magnetischen Oberflächenfallen, mit ihrer komplexen Infrastruktur, im Ultra-Hochvakuum. Insbesondere muss eine magnetooptische Falle mit hoher Atomzahl nahe der Oberfläche kombiniert werden. Durch eine Reflexions-MOT können im Abstand von einigen Millimetern zu der Goldoberfläche, den Mikrofallen, 10^9 Atome akkumuliert werden. Die Reflexions-MOT wurde durch den Transfer von Atomen aus einer Dampfzellen-MOT mit einer hohen Laderate ($> 10^9$ Atome/s) versorgt. Durch einen kurzzeitigen Transfer der MOT-Atome in eine MOT mit einem miniaturisierten Quadrupolfeld (U-MOT), wird die räumliche Ausdehnung der Atomwolke den Gegebenheiten der folgenden Magnetfalle angepasst. Die Eigenschaften der U-Falle wurden allgemein dargestellt und die verwendete Falle spezifiziert. Mittels der U-MOT ist es möglich, die Atome mit den höheren Feldgradienten zu komprimieren und durch Variation der Biasfelder an die Position der Magnetfalle zu bewegen.

Die Atome werden durch Polarisationsgradientenkühlung und optisches Pumpen in den doppelpolarisierten Zustand $|F = 2, m_F = 2\rangle$ für das magnetische Speichern vorbereitet. Nach der optischen Vorkühlung besitzen die Atome eine Temperatur von $50\mu\text{K}$. Eine Optimierung (Mode-Matching) des Umladeprozesses erlaubt, 10^8 Atome in einer magnetischen Drahtfalle (Z-Falle) zu fangen. Die Z-Falle zeichnet sich durch ihre Einfachheit aus. Wesentliche Eigenschaften der Z-Falle wurden in dieser Arbeit genauer untersucht und spezifiziert. Die große Anzahl von Atomen erlaubt zur Erhöhung der elastischen Streurate keine volle adiabatische Kompression der Atomwolke. Die heiße ausgedehnte Wolke in der komprimierten Magnetfalle würde in Kontakt mit der Oberfläche kommen. Daher erfolgt die Kompression parallel zum radiofrequenz-induzierten Verdampfungskühlen. Die Atomwolke wird gleichzeitig komprimiert und gekühlt. Typische Fallenfrequenzen der finalen Z-Magnetfalle sind $\omega_y = 2\pi \cdot 22$ Hz und $\omega_y = 2\pi \cdot 800$ Hz. Die Frequenz- und Magnetfeldrampen wurden so optimiert, dass

nach etwa 19 Sekunden die Atome beginnen den Grundzustand der Falle zu besetzen.

Eine kritische Temperatur von 900 nK wird beobachtet. Die maximale Atomdichte im Kondensat beträgt $7 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$. Die Bose-Einstein Kondensate können in einer Entfernung von 150 bis 300 μm von der Goldoberfläche des Atomchips erzeugt werden. Mit Hilfe eines fortbestehenden Verdampfungskühlens konnten Lebenszeiten des Kondensats von bis zu 1 Sekunde beobachtet werden. Ohne weiteres Kühlen der Atomwolke treten Heizraten von $1 \mu\text{K}/\text{s}$ auf.

Die Atomchipoberfläche besteht aus verschiedenen Mikromagnetfallen. Inzwischen ist es gelungen das Bose-Einstein Kondensat in eine Mikrofalle zu transferieren [77]. Die prinzipielle Trennung von (Makro-) Magnetfallen zur Kondensation und den Mikrofallen, eröffnet eine weitreichende Freiheit bei der Gestaltung der Mikrofallen. Konkret kann in diesem Experiment der Atomchip ausgetauscht werden, ohne dass die Z-Magnetfalle und der Prozess zur Erzeugung des Kondensats angepasst werden müssen. Damit kann die Kohärenz des Bose-Einstein Kondensats mit der Flexibilität und den Eigenschaften der Mikrofallen kombiniert werden.

Der Atomchip hat im Bereich der thermischen Atome, aber auch mit Bose-Kondensaten, seine weitreichenden Möglichkeiten gezeigt [19]. Die Breite der Leiterstrukturen der Mikrofallen auf dem Atomchip können bis auf einige hundert Nanometer reduziert werden. Damit sind radiale Fallenfrequenzen von einigen hundert kHz möglich. Insbesondere eignet sich der Atomchip damit zur Erzeugung eindimensionaler Fallenpotentiale, in denen die radiale Bewegung komplett eingefroren wird [36].

Eine interessante Anwendung der Mikrofallen ist die Herstellung von Interferometern. Dies würde einerseits die Untersuchung von Dekohärenz in den Fallen selbst ermöglichen. Andererseits könnten damit hochempfindliche Sensoren bereitgestellt werden. Diese sind in ihrer Leistungsfähigkeit mit den konventionellen Atominterferometern vergleichbar und besitzen zudem den Vorteil der Kompaktheit des Atomchips [108, 109, 110].

Eine enorme Erweiterung der Kapazitäten des Atomchips würde es bedeuten, wenn die Technologie der Detektion der Atome auf dem Chip integriert werden könnte. In diese Richtung gehen verschiedene Experimente, welche mit Hilfe von Mikroresonatoren versuchen, einzelne Atome zu detektieren [111].

Es zeigt sich, dass die Experimente mit Bose-Einstein Kondensaten schon nach wenigen Jahren ihrer Verfügbarkeit, nicht mehr die Kondensate an sich im Blickfeld haben, sondern die Ausnutzung ihrer außerordentlichen Eigenschaften. Die Bereitstellung von großen Bose-Kondensaten in der Reichweite des Atomchips war Ziel dieser Arbeit.

Im Zusammenhang mit dieser Arbeit sind zwei Veröffentlichungen erschienen [78, 79].

A. Schnelle Hochstromschalter zum Schalten der Magnetfelder

Eine wesentliche Voraussetzung für die Beobachtung von kalten Atomwolken ist die freie Expansion nach dem Abschalten der magnetischen Falle. Um eine störende Wechselwirkung der Atome mit dem Abschaltvorgang zu vermeiden, muss die Änderung der Fallenfrequenzen adiabatisch, d.h. auf einer Zeitskala $\tau \ll \min(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ erfolgen.

Um die hohen elektrischen Ströme durch die Z-, die U-Strukturen und die induktiven Biasfeldspulen sehr schnell zu schalten, wurde in Zusammenarbeit mit der elektronischen Werkstatt des Physikalischen Instituts der schnelle Hochstromschalter A366 entwickelt.

Dieser Schalter erlaubt es Ströme von bis zu 60 A mit einem TTL Steuersignal schnell ein- und auszuschalten, wobei die Last induktiv sein darf. Weil der Schalter mit einer temperaturgeregelten Luftkühlung ausgestattet ist, dürfen auch 60 A Dauerstrom fließen.

Dieser Schalter wurde insbesondere für die Kombination mit den rauscharmen DC Netzgeräten der A66xx und A65xx Serien von Agilent konzipiert. Bei Verwendung der externen Spannungsmodulation¹ bei den Geräten von Agilent muss der TTL-Eingang des Schalters durch einen Optokoppler galvanisch getrennt sein, um Feedback Ströme an den Ausgängen des Netzgeräten zu vermeiden. Diese Ströme gehen über die Signalmasse und führen unweigerlich zu einem Selbstreset des Netzgeräts.

Beim Ausschalten muss dazu die gespeicherte Energie in einer Spule möglichst schnell abgebaut werden. Dies geschieht beim A366 Schalter durch einen spannungsabhängigen Widerstand, bestehend aus einem Transistor und einer Zenerdiode², welche die beiden Enden der Spule beim Ausschalten verbindet und die gespeicherte Energie aufnimmt. Die aktuelle Schutzschaltung erlaubt es Spulenströme mit $1.5 \text{ A}/\mu\text{s}$ bei einer Induktivität von $120 \mu\text{H}$ abklingen zu lassen.

Des Weiteren erlaubt ein Messausgang beim A366 über einen Stromwandler³ mit der Eichung $10 \text{ mV}/\text{A}$ den aktuell fließenden Strom galvanisch getrennt zu messen.

¹Hierbei wird die Ausgabespannung oder -strom mit einer externen Spannung (0 bis -6V) kontinuierlich gesteuert, wobei die Masse dieser Steuerleitung auf gleichen Potential liegt wie der positive Hochstromausgang.

²siehe Abbildung A.2 Bauteil Q3 und Z1

³Grenzfrequenz: 200 kHz

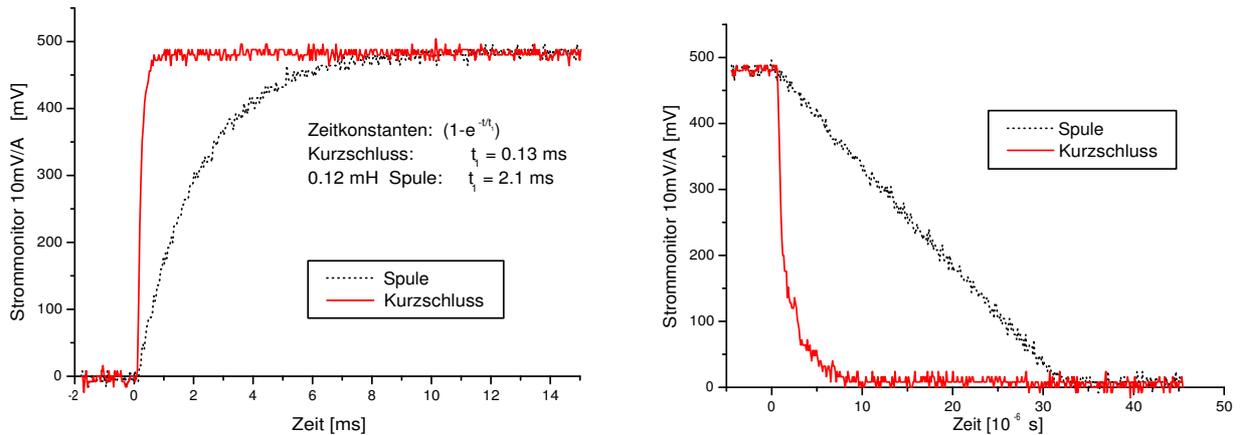


Abbildung A.1.: Schaltverhalten des Hochstromschalters A366: Einschaltverhalten: Kurzschluss: $\tau = 130\mu s$. Spule: $\tau = 2.1ms$. Ausschalten: Kurzschluss: Zeitliche Auflösung ist begrenzt durch den Stromwandler. Spule: Die eingebaute Schutzschaltung lässt den Spulenstrom linear abklingen. Spuleninduktivität: $120\mu H$

Um das Gerät vor zu hohen Strömen zu schützen ist es in der Standardausführung mit einer 63 A Sicherung ausgestattet.

Das zeitliche Ein- und Ausschaltverhalten wird primär von den verwendeten Netzgeräten und der Art der Last (z.B. induktive Lasten) bestimmt. Beim Einschalten, d.h. Öffnen des Stromkreises, ist das zeitliche Ansteigen des elektrischen Stroms durch eine evtl. vorhandene Induktivität und deren Widerstand oder ansonsten durch die Reaktionszeit⁴ des verwendeten Netzgeräts bestimmt (siehe Abb. A.1).

$$I_{Spule}(t) = I_{max} \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \quad (A.1)$$

$$\tau = \frac{L}{R} \quad (A.2)$$

mit L als die Spuleninduktivität und R als den Ohmschen Widerstand der Spule.

Die Rate mit der ein Strom durch eine induktive Last am A366 abfällt ist vorbestimmt durch den Schwellenwert für die schaltende Induktionsspannung. Im Standardaufbau des A366 ist dem Transistor BUT34, welche die induktive Last kurzschließt, ein 200V Zenerdiode⁵ vorgeschaltet, welche wiederum den Transistor steuert.

Bei Messungen des Stromrauschens im Bereich 0-100 kHz ist kein zusätzliches Rauschen durch den Einbau des Hochstromschalters A366 beobachtet worden.

⁴Transient Response Time. $< 100\mu s$ für die A66xx und A65xx Serie von Agilent

⁵Noch schnellere Abschaltzeiten lassen sich mit dem A366 erreichen wenn eine 400 V Zenerdiode verwendet wird. Damit ist aber ein Spannungslimit der verbundendenen Bauelemente erreicht.

Der Schalter A366 sollte nur mit Netzgeräten, welche im konstant Spannungsmodus betrieben werden, weil sonst z.B. beim Einschalten Einschwingprozesse auftreten.

Anmerkung zu der Stabilität von hohen Strömen in Spulen:

Meistens verändert sich die Temperatur der Spulen aufgrund des Leistungsabfalls am Widerstand der Spulen. Da die Spulen wegen der besseren Stromstabilität immer im konstant Spannungsmodus betrieben werden, verändert sich damit auch der fließende Strom. Der spezifische elektrische Widerstand von dem gebräuchlichsten Spulenmaterial Leiterkupfer ist $\rho_{Cu} = 17,71 \text{ m}\Omega\text{mm}^2/\text{m}$ [112]. Dieser Widerstand ist in erster Ordnung proportional zu der Temperatur mit $R(T) = R_{20^\circ} (1 + \Delta T \alpha_{Cu})$ mit dem Temperaturkoeffizienten $\alpha_{Cu} = 0.00382 \frac{1}{\text{K}}$ [112] (ΔT ist die Temperaturdifferenz zu 20°C).

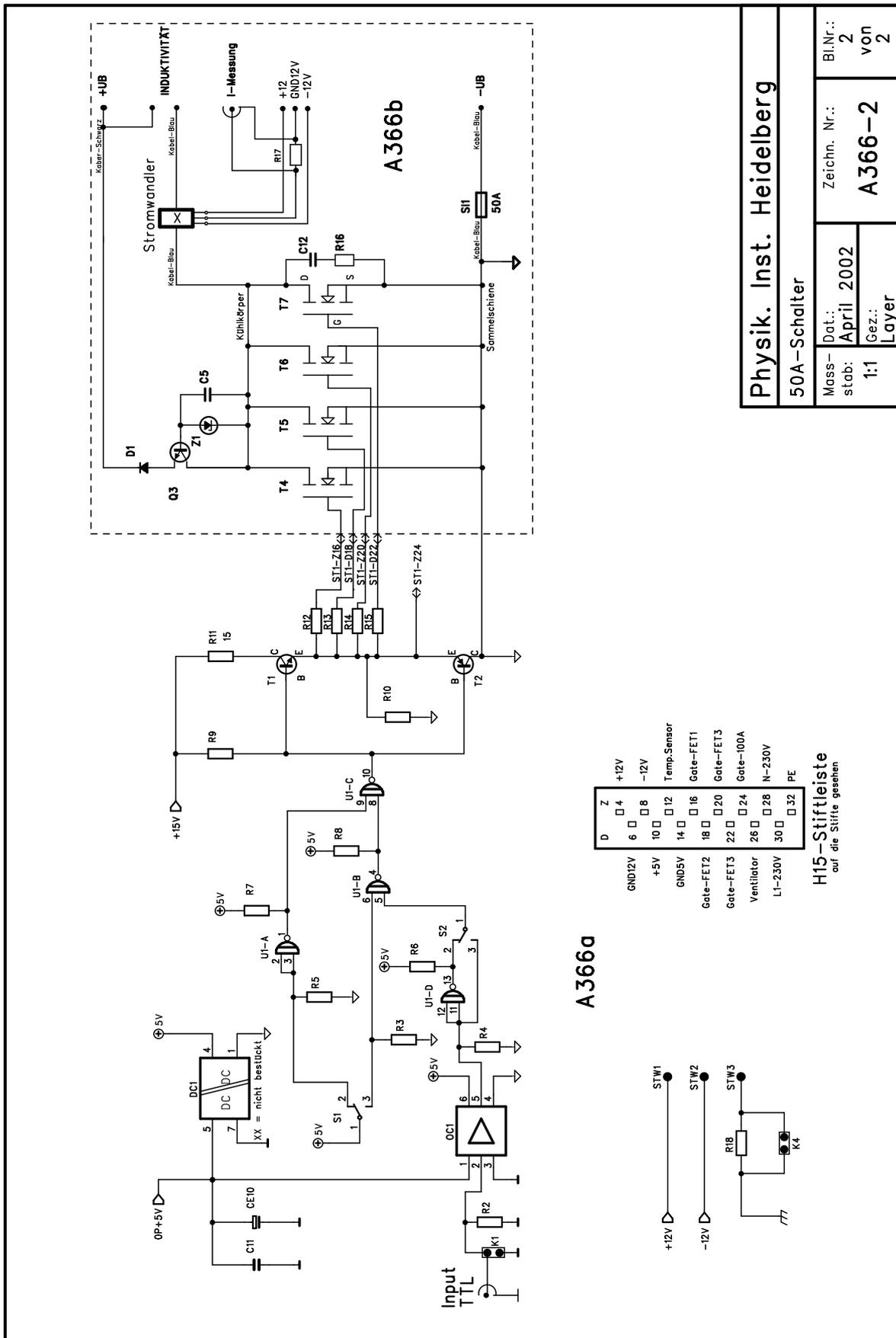


Abbildung A.2.: Schaltplan vom schnellen Hochstromschalter A366

B. Monolithische Kupferstruktur

Diese Struktur wird durch Erodieren aus sauerstoffarmen Elektrolytkupfer gefertigt. Das fertige Werkstück wird in eine rechteckige Macorplatte eingesetzt, in welche eine komplementäre Struktur eingefräst ist. Weil jeweils das Macorwerkstück auf Passung zu einer bestimmten Kupferstruktur gearbeitet wird, kann von einer Genauigkeit von ca. $10\ \mu\text{m}$ ausgegangen werden[113]. Nach dem Zusammenfügen wurde die Oberfläche noch einmal geringfügig durch Fräsen eingeebnet und dann manuell abgeschliffen. Alle Ecken und Kanten an der Kupferstruktur wurde abgerundet, damit die Ausfräsungen im Macor entsprechend gefertigt und Hohlräume vermieden werden können (siehe Abb. B.1 und B.2).

Durch die Schraubösen wird die Kupferstruktur mit 5 mm Kupferstangen mit Hilfe von M3 Senkkopfschrauben (A4) befestigt.

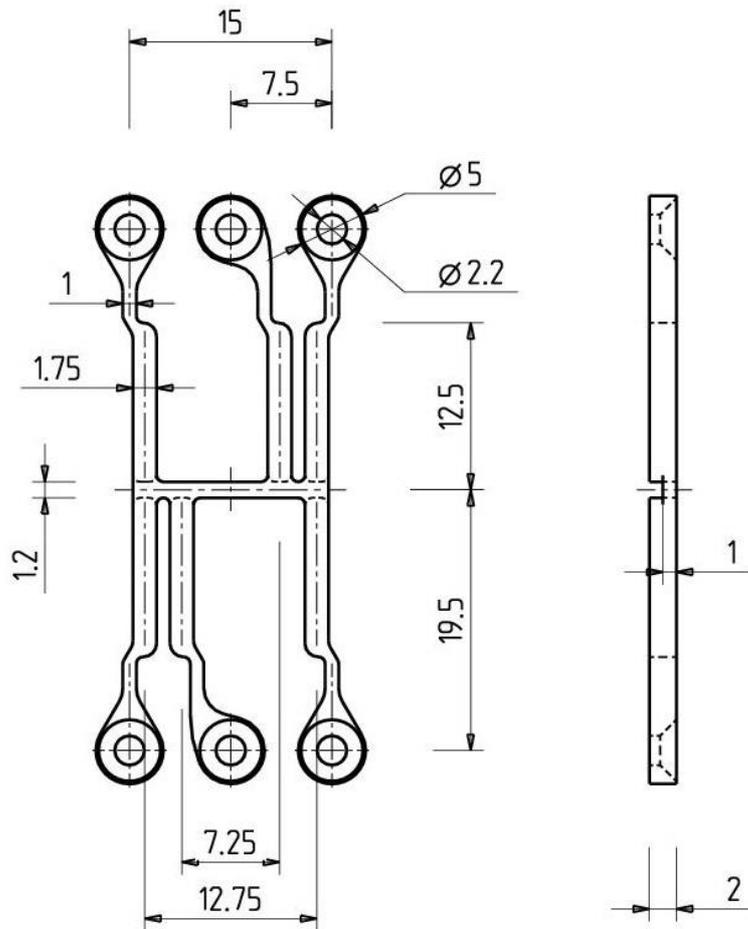


Abbildung B.1.: Kupferstruktur mit der Möglichkeit der U- und Z-Konfiguration der elektrischen Ströme.

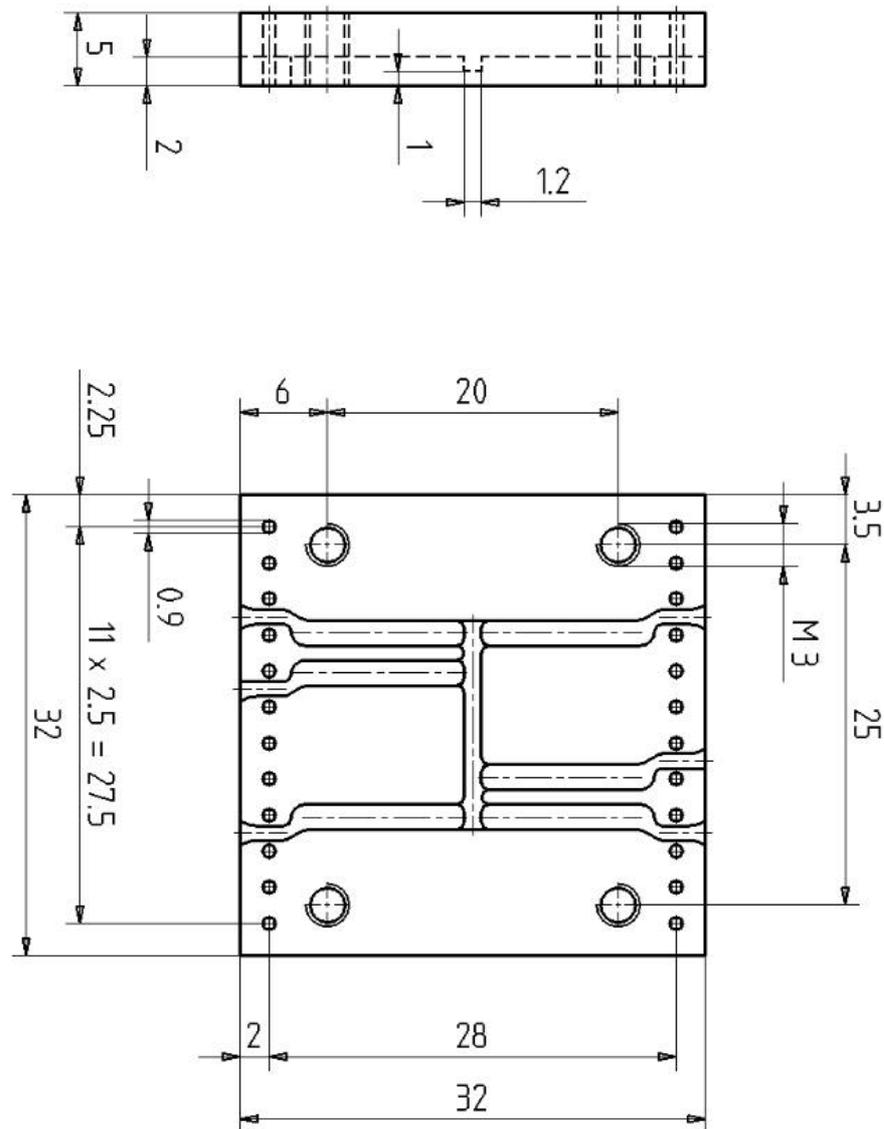


Abbildung B.2.: Werkstück der Glaskeramik Macor welches die Kupferstruktur (Abb. B.1) aufnimmt. Die 22 Bohrungen $\text{Ø}0.9$ mm führen die Kupferberylliumnägel für die Bondingkontakte des Atomchip. Des Weiteren erlauben die $4 \times \text{M}3$ Gewindelöcher die Befestigung am darunterliegenden Kupferblock. (Hersteller von Macor: Corning, thermische Leitfähigkeit: 1.46 W/mK , thermische Ausdehnung: $9.3 \times 10^{-6} / \text{K}$, Grundstoffe: Silizium (46%), Magnesium, Aluminium, Kalium, Bor, Fluor).

C. Die obere Vakuumkammer

Das Kernstück der oberen Kammer wurde aus einem Stück gearbeitet um einen optimalen optischen Zugang, d.h. möglichst große Fenster in minimale Distanz vom Atomfallenzentrum, zu erhalten.

Die Verwendung von Metaldichtungen (Helicoflex) erlaubt Fenster von optischer sehr guter Qualität, welche auch ein Ausheizen der ganzen Kammer ¹ gestatten.

Neben den vier Helicoflexfenstern wurden drei standard CF-Fensterflansche mit CF-Dichtungen angebracht. Um den Anpressdruck gleichmässig zu verteilen sind Helicoflexflansche mit möglichst vielen Schrauben (M6,DIN916) befestigt.

Die lichte Weite der großen Bohrung (große Helicoflexfenster) beträgt durchgehend Ø65 mm, während die Bohrung auf der zentralen Achse (vertikale Achse) durchgehend Ø50 mm befindet. An letztere zentrale Bohrung wurden auf beiden Seiten jeweils ein CF 63 Rohrstützen angeschweißt.

Die Abstände der Außenseite der optischen Fenster (mit Helicoflexdichtungen) vom Fallenzentrum sind:

Großes horizontales Fenster: 39 mm

Kleines horizontales Fenster: 63 mm

Kleines Fenster unter 45°: 82.5 mm

¹Helicoflexdichtungen mit Aluminium Ummantelung: $T_{max} = 250^{\circ}\text{C}$

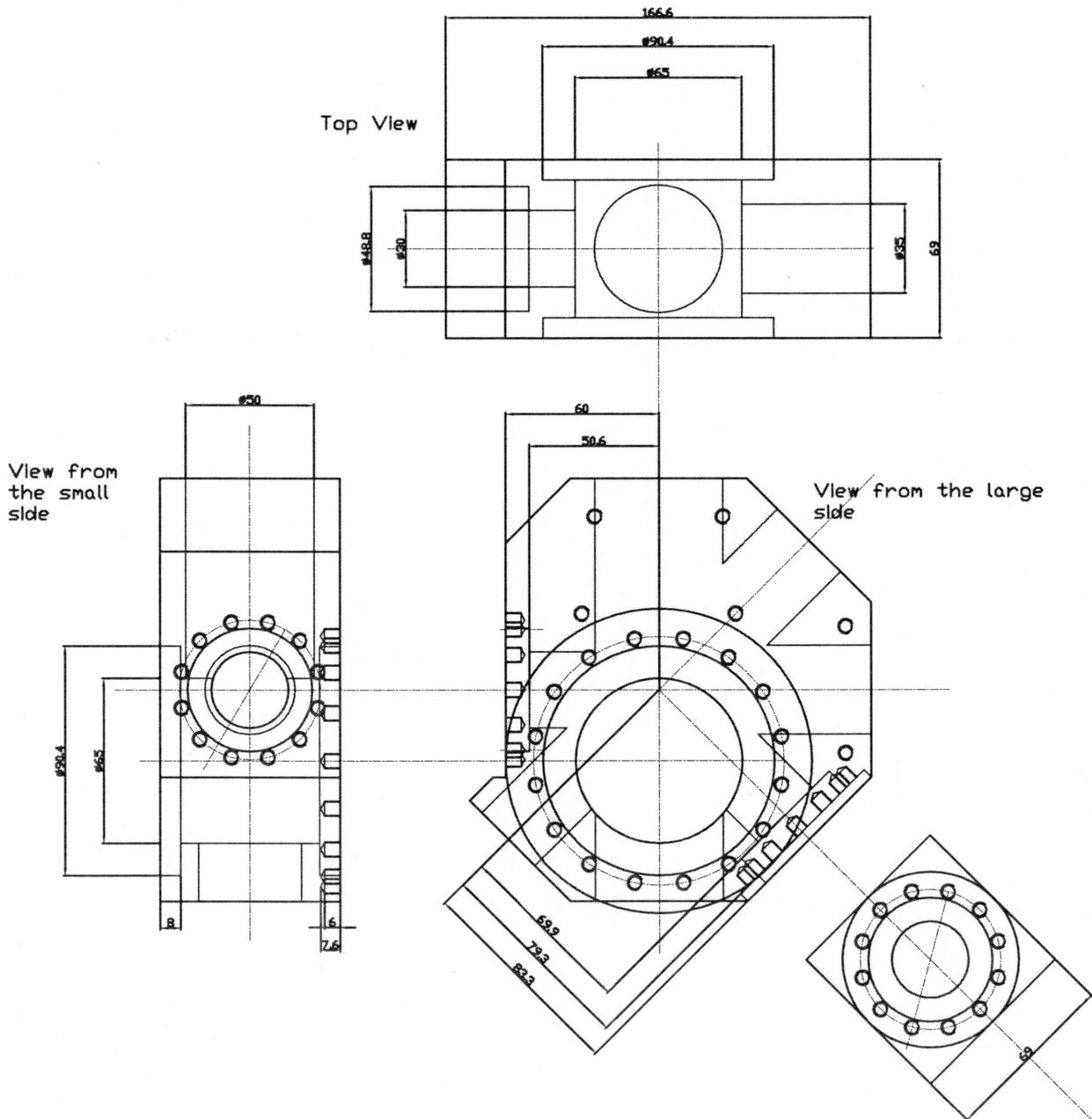


Abbildung C.1.: Rumpf der oberen Vakuumkammer der aus einem Stück Edelstahl gearbeitet wurde. Links unten und Rechts oben wurden jeweils ein CF40 Flansch angeschweißt. Die Begrenzungen der inneren Bohrungen wurden mit einer durchgehenden Linie eingezeichnet. Material: unmagnetischer Edelstahl

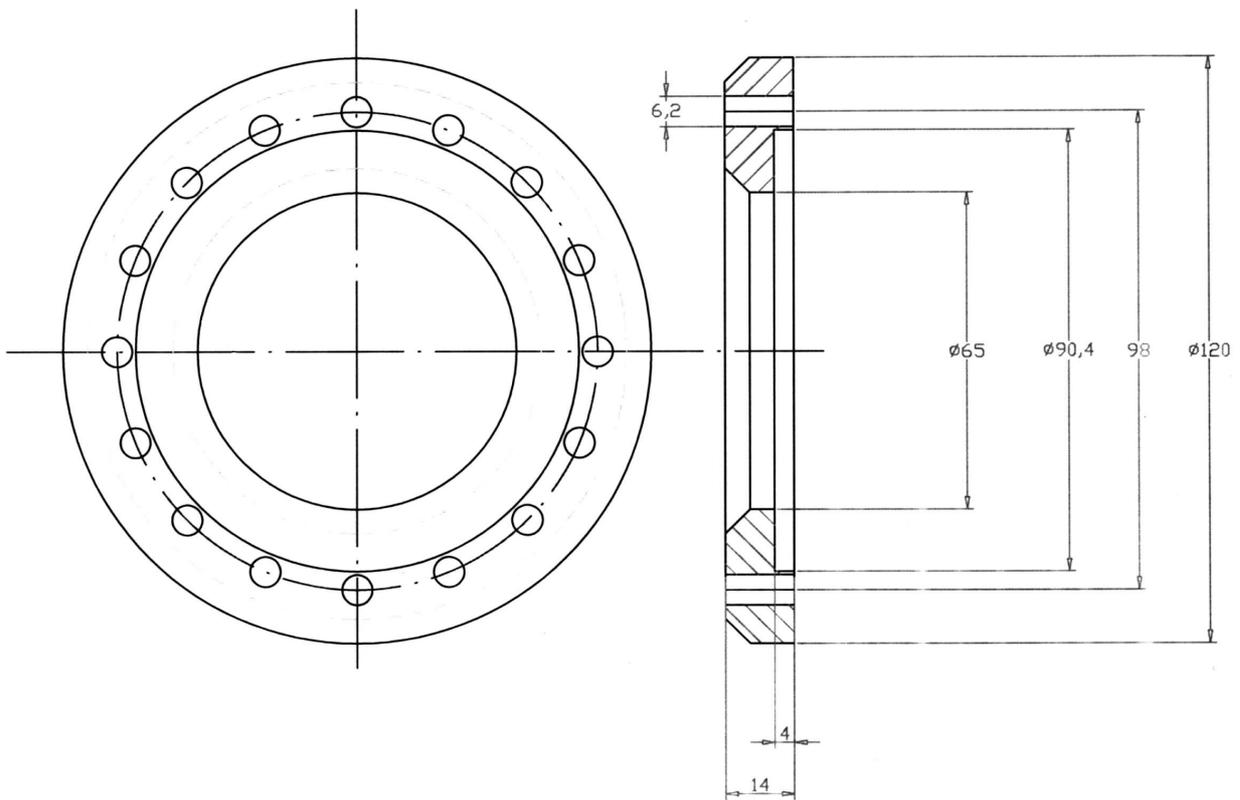


Abbildung C.2.: Edelstahlflansch für die großen Seitenfenster mit Helicoflexdichtungen. Zugehörigen Helicoflexdichtungen: HLV290B, $66.6 \times 90.2 \times 3.4/3.3$ [114], Fenster (BK7): $\text{Ø}80 \times 10$ mm.

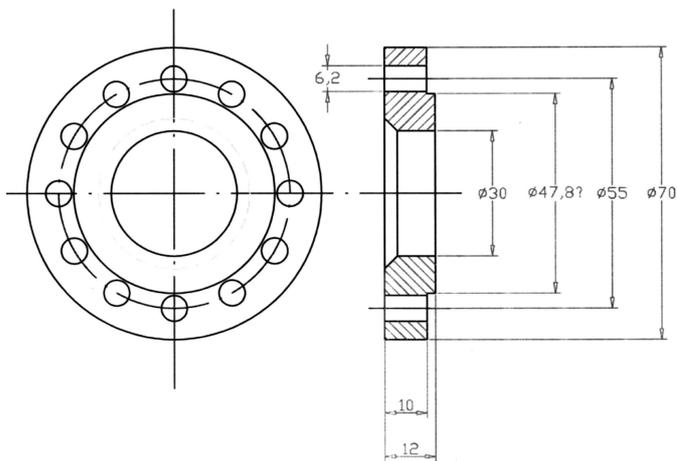


Abbildung C.3.: Edelstahlflansch für die beiden kleinen Fenster mit Helicoflexdichtungen. Zugehörigen Helicoflexdichtungen: HLV290B, $31.6 \times 47.6 \times 3.4/3.3$ [114], Fenster (BK7): $\text{Ø}40 \times 10$ mm.

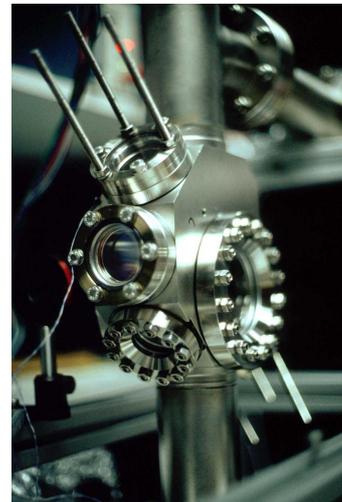


Abbildung C.4.: Bild der oberen Vakuumkammer mit Anbauten, aber ohne Spulen

D. Die Testkammer

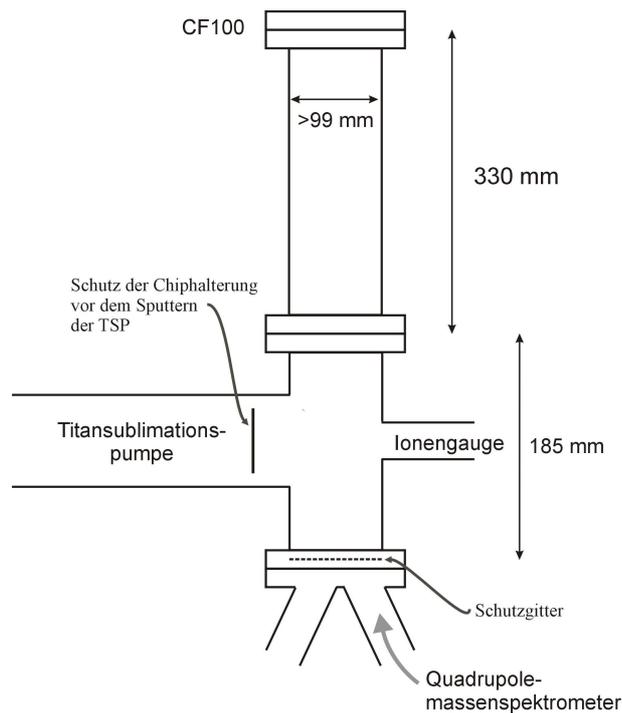


Abbildung D.1.: Schematischer Aufbau der Testkammer mit den wichtigen Abmessungen. Die Atomchipheraltung wird von Oben eingeführt. (Nicht eingezeichnet: 20 l/s Ionengetterpumpe und Ganzmetallventil zum Vorevakuieren)

Die zentrale Komponenten des experimentellen Aufbaus zur Erzeugung magnetischer Oberflächenfallen ist die Halterung der Kupferstruktur (B.1) und des Atomchips. Um diese komplizierten Aufbauten auf Vakuumverträglichkeit und Funktionstüchtigkeit (elektr. Kontaktierungen) nach dem Ausheizen zu testen wurde eine Vakuumkammer gebaut, in welcher die Atomchipheraltung unter den gleichen Bedingungen wie im eigentlichen Experiment getestet werden kann.

Die Kammer wird über ein CF40 Ganzmetallventil von einer Turbomolekularpumpe¹ (60 l/s) vorevakuert und nach dem abtrennen dieser von einer kleinen Ionengetterpumpe (Va-

¹Vorpumpe: ölfreie Membranpumpe

rian Starcell 20 l/s) und einer Titansublimationspumpe gepumpt. Mit einem Heizkathoden-
vakuummessgerät (Ionengauge) kann der Druck bis zu dem Röntgenlimit $p > 5 \cdot 10^{-12}$ mbar
gemessen werden.

Zum Ausheizen wird die gesamte Kammer mit Atomchiphalterung² durch Heizbänder lang-
sam (ca. 2 Tage) und kontrolliert auf typischerweise 150 bis 200°C erhitzt. Temperatur-
kritisch sind die Magneten der Ionengetterpumpe (max. 350°C), das geschlossene Ganz-
metallventil (max. 300°C) und die Stromdurchführungen des Massenspektrometers (max.
300°C). Vorsicht bei der Temperaturmessung mit den festmontierten Thermoelementen
(max. 350°C): die Temperaturanzeigen müssen geeicht sein. Für das Abkühlen der Kam-
mer werden wieder etwa zwei Tage benötigt. Das Ganzmetallventil sollte bei einem Druck
von mehr als $1 \cdot 10^{-9}$ mbar geöffnet sein.

Es können Atomchiphalterungen mit den Maßen bis $\text{Ø}95 \times 420\text{mm}$ in die Kammer eingeführt
werden.

Das integrierte Quadrupolmassenspektrometer ermöglicht es, Massenspektren bis zu einer
Massenzahl von 100 aufzunehmen.

²Ohne die Atomchiphalterung kann die Kammer innerhalb weniger Stunden aufgeheizt werden.

E. Auswertung der Absorptionsbilder mit MATLAB Routine CHE

Die Berechnung und Analyse der am Experiment gewonnen Absorptionsbilder erfolgt unter der Hochsprache MATLAB [115] mit dem im Rahmen dieser Arbeit selbstentwickelten Programm CHE. Aufgrund der Tatsache, dass MATLAB auf Matrizenrechnung optimiert ist, können die aufgenommenen CCD-Bilder als Matrizen interpretiert werden, welches die Manipulation und Analyse der Bilder vereinfacht.

Während der Entwicklung des Experiments wurden folgende Anforderungen an die Analysesoftware gestellt und erfüllt:

- Einlesen der durch den Framegrabber gewonnen drei CCD-Bilder (Im Falle des Online Betriebes soll eventuell auf die Bilder gewartet werden)
- Berechnung der Absorptionsbilder aus dem Atombild, dem Hintergrund und dem Dunkel hintergrund (siehe Kapitel 5.7.3)
- automatische Bestimmung der Lage des Maximums im einem Absorptionsbild
- automatischer Gauß-, Parabel- oder bimodaler Fit an die beiden Intensitätsprofile des Absorptionsbilds mit Bestimmung der entsprechenden Breiten. Zur Optimierung der Fitfunktionen wurde ein "Leastsquare"-Algorithmus verwendet. (Hier wurde teilweise eine ältere Version von MATLAB verwendet 'lsquare.m', welche nicht mehr in der nächsten Version von MATLAB zur Verfügung stehen wird. Die nachfolge Funktion lautet "lqscurvefit.m".)
- Berechnung von charakteristischen Parametern der Atomwolke wie Atomanzahl in Kondensat und thermischer Wolke, optischer Dichte, etc,....
- Bestimmung der durchschnittlichen Untergrundes um eventuell auftretende Intensitätsfluktuation zwischen Atombild und Hintergrundbild erkennen und nachträglich zu korrigieren
- speichern der aus der Analyse gewonnenen Daten in einem Datenfile

Um diese Aufgaben zu erfüllen wurden mehrere Subroutinen entwickelt, welche dann wiederum in den verschiedenen Versionen der Hauptroutine CHE zur Anwendung kamen. Während eines experimentellen Zyklus hat das Programm CHE gewartet bis drei zu einem Absorptionsbild gehörenden Bitmapbilder auf der Festplatte abgespeichert wurden und hat sie dann eingelesen und verarbeitet und wiederum auf die folgenden Bilder gewartet.

- `bmp2gray.m` : Diese Funktion liest ein RGB Bitmap Bild ein, welches vom Framegrabber¹ unter dem Program PHOTOTRAP abgespeichert wird. Es wird ein Bild von der Größe 724x285 Pixel erwartet.
Input: Pfad des zu ladenden Bildes, inkl Name (String)
Output: Array 724x285
- `fit_peter4.m` : Diese Funktion nimmt aus einem gegebenen Absorptionsbild die Intensitätsprofile entlang der beiden Raumrichtungen durch einen gegebenen Punkt und fittet entweder eine Gauß-Funktion, Parabel-Funktion oder eine bimodale Verteilung an diese Profile.
Input: Absorptionsbild, Bildlänge, x-Koordinate, y-Koordinate, Pixelanzahl, Pixelgröße, Dimension, Fitfunktion
Output: Breite, Offset, Transmission, Korrelationskoeffizient, Fehler Breite, Fehler Offset, Fitkurve, Fehler Transmission
- `fenster12.m`: Diese Funktion stellt ein gegebenes Absorptionsbild in Falschfarben mit den entsprechenden Intensitätsprofilen und deren Fitkurven dar. Zusätzlich können noch Daten, z.B. Name der Hauptroutine, Atomanzahl und Bildnummer, ausgegeben werden.
Die Darstellung auf dem Monitor erfolgt in dem realen Achsenverhältnis. Input: Absorptionsbild, Verstärkung, x-Koordinate, Y-Koordinate, x-Pixelanzahl, y-Pixelanzahl, x-Fitkurve, y-Fitkurve, Atomanzahl, Bildnummer, Version, xbegin, xwsz, ybegin, x-Pixelgröße, y-Pixelgröße, Chipposition, roix1, roix2, roiy1, roiy2
Output: -
- `fitrouti_gauss1.m`: Diese Prozedur fittet eine Gaußfunktion an ein gegebenes Intensitätsprofil.
Fitparameter: Breite, Amplitude und Position der Gaußverteilung
- `fitrouti_parabel1.m`: Diese Prozedur fittet eine Parabelfunktion an ein gegebenes Intensitätsprofil. Variablenübergabe durch globale Variablen.
Fitparameter: Ausdehnung, Amplitude und Position der Parabelverteilung.
- `fitrouti_bimodal.m`: Diese Prozedur fittet eine bimodale Verteilung (Gauß+Parabel) an ein gegebenes Intensitätsprofil. Variablenübergabe durch globale Variablen.
Fitparameter: Breite und Amplitude der Gaußverteilung, Ausdehnung der Parabelverteilung und deren Amplitude.

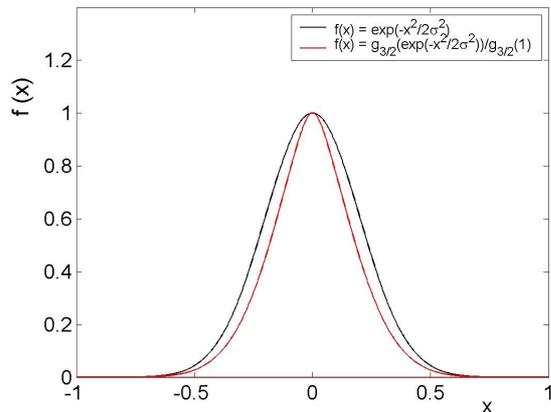


Abbildung E.1.: Unterschied zwischen einer Gaußfunktion und der Funktion $g_{3/2}$ aus der Quantenstatistik. Bei relativ hohen Temperaturen $\mu \gg k_B T$, geht die Fugazität gegen 1 und damit gilt: $g_{3/2}(x) \rightarrow x$. Die $g_{3/2}$ -Funktion kann dann durch die Gaußfunktion ersetzt werden.

Um die Dichteverteilung von ultra-kalten bosonischer Atomen in harmonischen Fallen zu beschreiben, kann bei Temperaturen in der Größenordnung von der kritischen Temperatur keine Gaußfunktion mehr verwendet werden, sondern die Funktion $g_{3/2}$. Weil für die $g_{3/2}$ -Funktion keine endlicher analytischer Ausdruck existiert, kann auch eine Näherung verwendet werden. [101].

$$g_{3/2} \simeq \tilde{g}_{3/2} = (\alpha) = 1.01\alpha + 1.07\alpha^3 - 3.148\alpha^5 + 7.077\alpha^7 - 7.391\alpha^9 + 3.016\alpha^{11} \quad (\text{E.1})$$

Für den wichtigen Parameterbereich von 0 bis 1 für α ist die Differenz von $\tilde{g}_{3/2}$ zu $g_{3/2}$ immer kleiner als 1%.

¹Type: Inspectra-3MZ der Firma MIKROTRON

F. Aufbau der LABVIEW Programme zur Experimentsteuerung

Der gesamte experimentelle Ablauf wird von einem Rechner¹ gesteuert unter der kommerziellen Oberfläche Labview 5.1 mit selbstentwickelter Routinen zur Programmierung der eingebauten Steuerkarten in einem PC.

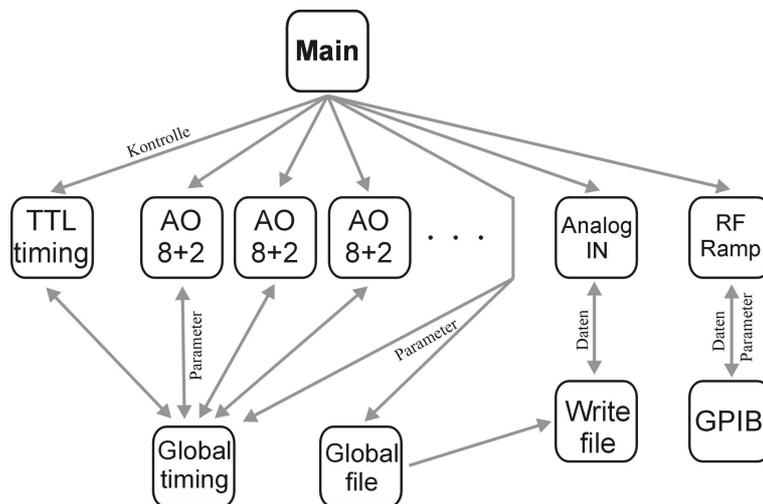


Abbildung F.1.: Prinzipieller Aufbau der Steuerungssoftware unter LabView mit den wichtigsten Routinen und deren Wechselwirkungen.

Prinzipiell erlaubt das Steuersystem gleichzeitig analoge und digitale Signale auszugeben und einzulesen. Besonders wichtig ist die Genauigkeit auf der Zeitskala von diesen Prozessen. Die digitalen Signale wurde durch eine Timer/Counter-Karte erzeugt, wobei die Ausgabe der TTL-Pulse durch ein TTL-Signal einer der Kanäle getriggert wurde. Auf der experimentell gegebenen absoluten Zeitskala von mehr als 5 s war die Schrittweite der TTL Pulse aufgrund des 16Bit Zählers auf 1ms limitiert². Die Ausgabe der analogen Signale wird punktweise

¹Windows NT, 400MHz, 256 MB RAM

²Damit ist auch der maximale Fehler in der Zeit mit $\leq 1ms$ gegeben, meistens aber in der Größenordnung einiger Mikrosekunden und konstant ist.

durch eine TTL-Clock getriggert. In einem typischen experimentellen Ablauf werden 120000 Spannungswerte in 24s ausgegeben (5 kHz).

Folgende PC-Einsteckkarten von National Instruments wurden verwendet:

- Timer/Counter: PC-TIO-10
 - 10 Timer/Counter Kanäle, 16 Bit³
 - Funktion: allgemeines Schalten und Triggern von Ereignissen
- Analog Output Karte: NI-6713
 - 8 Analoge Auslese Kanäle, 12 Bit, 10 V⁴
 - 2 Timer/Counter, 24 Bit (nicht verwendet)
 - Funktion: direkte Spannungssteuerung von Netzgeräten, etc...
- Multifunktionskarte: PCI-MIO-16XE-10
 - 8 Analoge Einlese Kanäle, differentiell, 16 Bit, 10 V, max 100 kHz
 - 2 Analoge Auslese Kanäle, 16 Bit, 10 V
 - 2 Timer/Counter Kanäle, 24 Bit
 - Funktion: Einlesen mit hoher Auflösung von Spannungssignalen
- Instrumenten Bus: PCI-GPIB: Schnittstelle zu mehreren Geräten
 - Funktion: Programmierung und Auslese von “stand-alone” Geräten, z.B. Funktionsgeneratoren (siehe Anhang G), Oszilloskope, etc...

Den digitalen Ausgängen der PC-TIO-10 Karte sind eine digitale Elektronik zur Signalverknüpfung und Erzeugung weiterer digitaler Signale auf NIM Basis nachgeschaltet. Darunter so genannte Gate-Generatoren, welche erlauben auf variabler Zeitskala vordefinierte einfache digitale Pulse zu triggern. Insgesamt wurden 16 TTL und 6 analoge Signale benötigt um das Experiment zu steuern.

Ein Verbesserung der zeitlichen Steuerung wäre, wenn die wesentlichen Zeitpunkte sich selbst nacheinander triggern würden und dies nicht nur an einem Zeitpunkt geschehe. Dadurch könnte die Schrittgröße und der absolute Fehler während wichtiger kurzer Prozesse, wie z.B. freie Expansion der Atomwolke und Dauer der Subdopplerkühlung, auf eine Mikrosekunde reduziert werden.

³Achtung: Entgegen den Herstellerangaben können die TTL Signale nicht ohne störende Nebeneffekte von der Software negiert werden.

⁴Achtung: Beim schnellen gleichzeitigen Einlesen (10kHz) von mehreren Kanälen kommt es ohne Widerstandswandler (OPV) zum Übersprechen

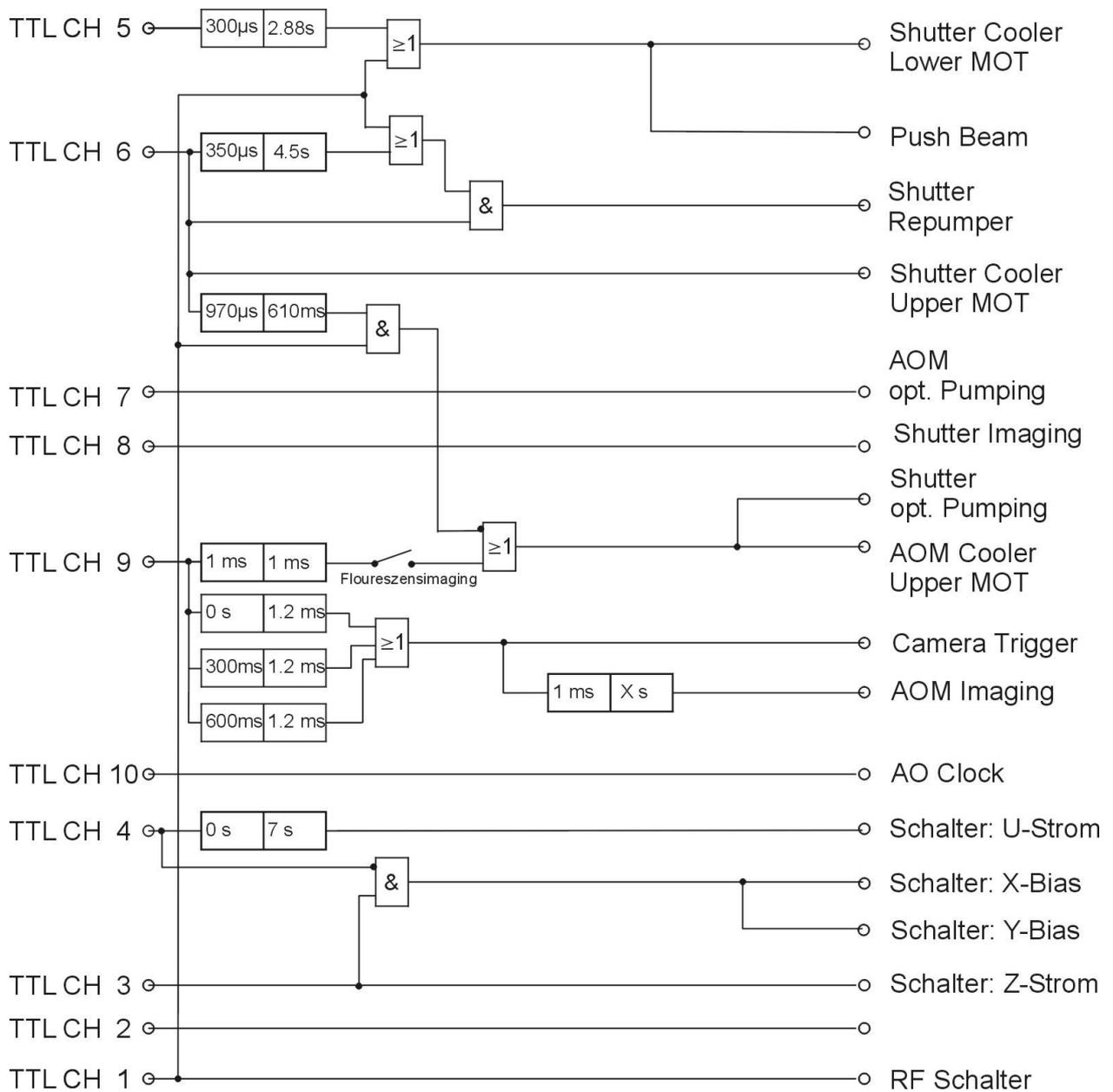


Abbildung F.2.: Dem Steuerungssystem nachgeschaltete NIM-Elektronik bestehend aus digitaler Logik und Gate-Generatoren

G. GPIB Programmierung des SRS FG345 als RF-Quelle

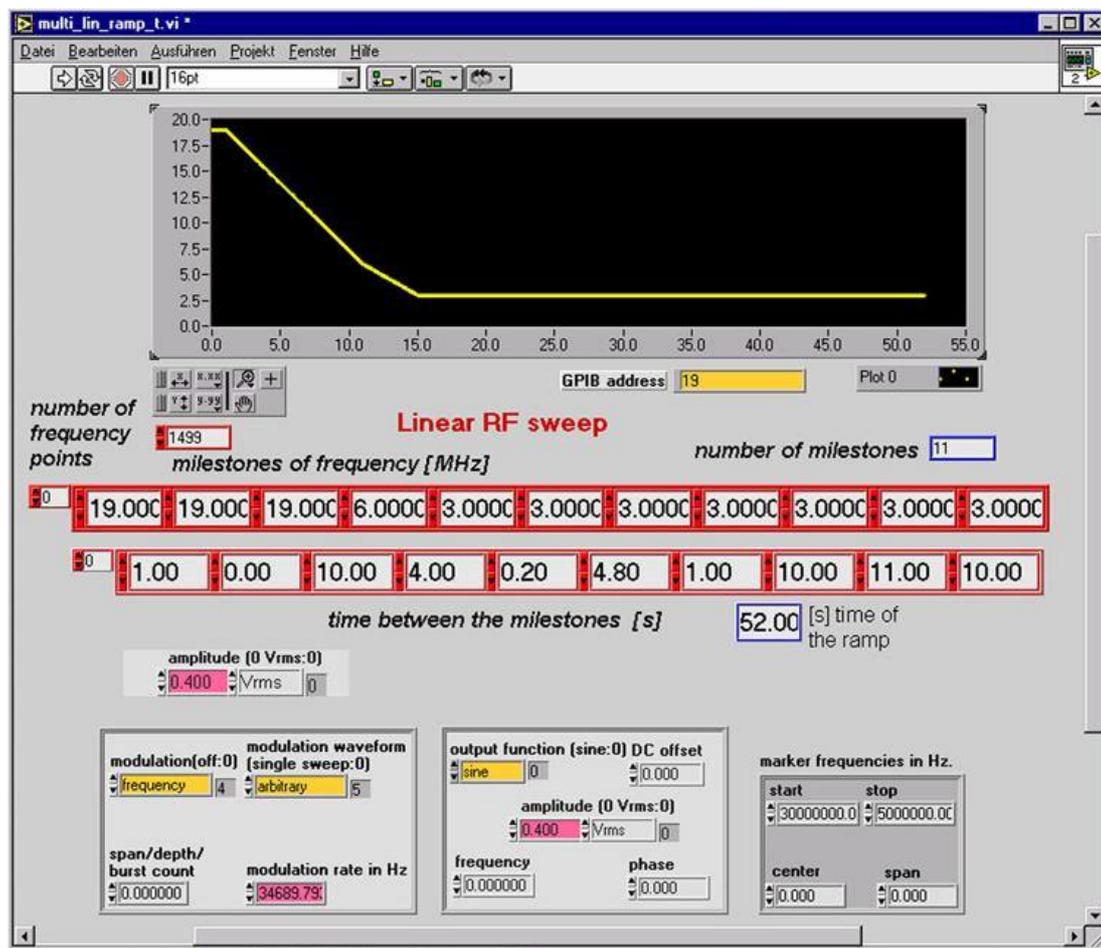


Abbildung G.1.: Front Panel des LABVIEW Virtuell Instruments (VI) zur Programmierung des Funktionsgenerators SRS345. Neben der eigentlichen Frequenzrampe werden Konfigurationsparameter übergeben welche den DS345 zur Ausgabe einer beliebigen Frequenzrampe vorbereiten. (Die Frequenzen werden mit einer Genauigkeit von "single precision" eingeben)

Die benötigte Radio-Frequenz Strahlung zum Verdampfungskühlen in der Magnetfalle wird mit einem DS345 Synthesized Function Generator erzeugt. Damit beliebige zeitliche Frequenzrampen bequem erzeugt werden können wird das Gerät via GPIB Interface direkt vom Steuerrechner unter LABVIEW 5.1 programmiert. Das DS345 von Stanford Research Systems kann Sinusschwingungen mit Frequenzen von maximal 30 MHz und einer Amplitude von maximal 10 V (+24 dBm, 250 mW)¹ erzeugen.

Dem Funktionsgenerator können maximal 1500 Werte á $4 \times 8\text{bit} = 32\text{bit}$ übergeben werden, wobei diese Werte sich wie folgt berechnen ².

$$\text{Übergabewerte} = \text{Frequenzwert} \cdot \frac{2^{32}}{40\text{MHz}} \quad (\text{G.1})$$

Diese Wertetabelle wird mit einer festen Frequenz (modulation rate) vom DS345 ausgegeben, wobei diese 500 kHz nicht überstreiten darf. Alle Übergabewerte welche einer Frequenz über 30 MHz entsprechen werden vom DS345 ignoriert.

Für den Ablauf der Experimente wäre es von Vorteil, die gesetzte Frequenzmodulation (FM) durch eine TTL-Signal zu starten. Nach Aussage der Herstellerfirma [116] kann eine frei programmierbare Frequenzmodulation des DS345 nicht mit Hilfe eines TTL Signals getriggert werden. Um trotzdem den allgemeinen Experimentablauf und die RF-Rampe zu synchronisieren wird das Experiment durch ein Ausgabesignal (\propto RF-Frequenz) vom DS345 (Output Modulation) gestartet.

Eine evtl. notwendige zusätzliche Amplituden Modulation (AM) kann über den Modulationsingang (AMext) durch ein Analogsignal erfolgen.

Der vorliegende Routine “multi_lin_ramp_t.vi” erlaubt die Programmierung von mehreren aufeinanderfolgenden linearen Rampen durch setzen von Frequenzpunkten in bestimmten Zeitabständen. Des Weiteren konfiguriert die Routine den DS345 für die Erzeugung einer beliebigen Frequenzmodulation, d.h Art der Modulation (FM/AM), Typ der Modulation (linear,logarithmisch,frei,...), Amplitude, Art der Ausgabe (Rechteck,Sinus,...) und Modulationsrate (<500 kHz).

Bei der Wahl der Amplitude muss darauf geachtet werden, dass die maximale Eingangsamplitude eines eventuell folgenden RF-Vertärkers nicht erreicht wird.

¹an 50 Ω Last

²Achtung: In einer vom Hersteller mitgelieferten Sub-Routinen “DS345Modulation.vi” muss die Wertetabelle von signed long integer (I32) in unsigned long integer (U32) umgewandelt werden, damit die Tabelle vom DS345 akzeptiert werden.

H. Implementierung des magnetischen Felds eines Leiterrings in C

Um zu dem Transfer der Atome von der unteren Dampfzellen MOT zu der oberen UHV MOT eine Monte-Carlo Simulation durchzuführen, musste das magnetische Feld eines Kreisrings in der Programmiersprache C durch die Routine `onering(x,y,z,r,d)` implementiert werden. Unter Verwendung von `onering(x,y,z,r,d)` wurde das magnetische Potential der großen oberen Quadrupolspulen im Experiment simuliert und mit Hilfe eines Programmpakets für Monte-Carlo Simulationen von Atomen in Potentialfeldern von ([92, 91]). Dazu wurde das analytisch gegebene zylindersymmetrische Feld eines kreisförmigen Leiterrings in zwei Dimensionen auf den 3 dimensionalen Raum abgebildet. In Zylinderkoordinaten ist das magnetische Feld in zwei Dimensionen:

$$B(\rho, z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \begin{pmatrix} \frac{2(d-z)(-R^2+\rho^2+(d-z)^2)E\left[-\frac{4R\rho}{(R-\rho)^2+(d-z)^2}\right] + ((R+\rho)^2+(d-z)^2)K\left[-\frac{4R\rho}{(R-\rho)^2+(d-z)^2}\right]}{\rho \sqrt{(R-\rho)^2+(d-z)^2} ((R+\rho)^2+(d-z)^2)} \\ - \frac{2(-R^2+\rho^2+(d-z)^2)E\left[-\frac{4R\rho}{(R-\rho)^2+(d-z)^2}\right] + ((R+\rho)^2+(d-z)^2)K\left[-\frac{4R\rho}{(R-\rho)^2+(d-z)^2}\right]}{\sqrt{(R-\rho)^2+(d-z)^2} ((R+\rho)^2+(d-z)^2)} \end{pmatrix}$$

wobei mit I der elektrische Strom durch den Kreisring und mit μ_0 die magnetische Feldkonstante eingeht. Die Funktion K und E sind die kompletten elliptischen Integrale der ersten, bzw. zweiten Art.

C Routine `onering`

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include "set_parameter_file.h"
#include parameter_filename
#include "potential.h"
#include wire_defs_file

static float maxarg1,maxarg2;
#define FMAX(a,b)
(maxarg1=(a),maxarg2=(b),(maxarg1) > (maxarg2) ? \
(maxarg1) : (maxarg2))

// all physical quantities are in units of
// Gauss, Microns, AtomicMassUnits, Amps, MicroKelvin (E=kB*T)

typedef struct vector {
    double x;
```

```

double y;
double z;
} vector;

vector onering(double x, double y, double z, double r, double d)
{
    /* This function calculates the magnetic field of one circular ring of current with
    radius r and the distance d from the origin.

    The function returns a vector structure (Bx,By,Bz).
    This B-field still has to be multiplied by mu0*I/4Pi in order to get in
    in units of Gauss
    */

    vector B,Bcart,Bcyl;
    double lx,ly,x0,x1,y0,y1,z2,r0,r1,n0,n1,hx,hy,hz,common;
    double phi2,rho,rhoi,komp1,komp1i,komp2,komp3,komp3i,ellik,ellie,argu,nenner;
    float ellf (float phi, float ak);
    float elle (float phi, float ak);
    double zaehler1,zaehler2,u;

    // transfer from cartesian to cylindrical coordinate system
    phi2=atan2(y,x);
    rhoi=sqrt(x*x+y*y);
    z=z;

    // minimum value for coordinate rho, to avoid calculation errors cause of the singularity
    rho=FMAX(rhoi,pow(10,-13));

    // calculation of the elliptical integrals
    argu=-4.0*r*rho/(pow(r-rho,2)+pow(d-z,2));
    ellik=ellf(Pi/2.0,(argu));
    ellie=elle(Pi/2.0,(argu));

    // calculation of the vector field in a 2D cylindrical coordinate system
    nenner=sqrt(pow((r-rho),2)+pow((d-z),2))*(pow((r+rho),2)+pow((d-z),2));
    komp1=2*(d-z)*(-(pow(r,2)+pow(rho,2)+pow((d-z),2))*ellie+(pow((r+rho),2)+pow((d-z),2))*ellik)/(nenner*rho);
    zaehler1=2*(d-z)*(-(pow(r,2)+pow(rho,2)+pow((d-z),2))*ellie+(pow((r+rho),2)+pow((d-z),2))*ellik);
    komp3i=-2*(-(pow(r,2)+pow(rho,2)+pow(d-z,2))*ellie+(pow((r+rho),2)+pow(d-z,2))*ellik)/nenner;
    zaehler2=2*(-(pow(r,2)+pow(rho,2)+pow(d-z,2))*ellie+(pow((r+rho),2)+pow(d-z,2))*ellik);

    // transfer in a 3D cartesian coordinate system
    Bcyl.x=cos(phi2)*komp1i;
    Bcyl.y=sin(phi2)*komp1i;
    Bcyl.z=komp3i;

    // rotation of the vector field
    Bcart.x=Bcyl.x*cos(phi2)-Bcyl.y*sin(phi2);
    Bcart.y=Bcyl.x*sin(phi2)+Bcyl.y*cos(phi2);
    Bcart.z=Bcyl.z;

    B.x=Bcart.x;
    B.y=Bcart.y;
    B.z=Bcart.z;
    return(B);
};

```

Implementierung der kompletten elliptischen Integrale in C Die Routine `onering` verwendet als Unterfunktionen `ellf(phi, ak)` und `elle(phi, ak)`, welche nach der kanonischen Form (Gl.(H.1) und (H.2)) die elliptischen Integrale in C darstellen:

$$K(k) = F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k \sin^2\theta}} \quad (\text{H.1})$$

$$E(k) = E\left(\frac{\pi}{2}, k\right) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - k \sin^2\theta} d\theta \quad (\text{H.2})$$

Weil zur Berechnung des magnetischen Felds eines Kreisrings das Argument der eingehenden elliptischen Integrale $K(k)$ und $E(k)$ per Definition negativ ist, mussten die Routinen aus [117] leicht verändert werden (siehe Programmcode).

```

#include <math.h>
#include <stdio.h>
#define NRANSI
#include "nrutil.h"
#define ERRTOL1 0.08
#define TINY1 1.5e-38
#define BIG 13.0e37
#define THIRD1 (1.0/3.0)
#define C11 (1.0/24.0)
#define C21 0.1
#define C31 (3.0/44.0)
#define C41 (1.0/14.0)

// slightly changed code from the numerical recipes:
// the argument k is now also allowed to be negative
// and has the common exponent (2 and not 1 like in the recipes) in the integral

float rf(float x, float y, float z) {
    float alamb,ave,delx,dely,delz,e2,e3,sqrtx,sqrty,sqrtz,xt,yt,zt;

    if (FMIN(FMIN(x,y),z) < 0.0 || FMIN(FMIN(x+y,x+z),y+z) < TINY1 ||
        FMAX(FMAX(x,y),z) > BIG1)
        printf("invalid arguments in rf");
    xt=x;
    yt=y;
    zt=z;
    do {
        sqrtx=sqrt(xt);
        sqrty=sqrt(yt);
        sqrtz=sqrt(zt);
        alamb=sqrtx*(sqrty+sqrtz)+sqrty*sqrtz;
        xt=0.25*(xt+alamb);
        yt=0.25*(yt+alamb);
        zt=0.25*(zt+alamb);
        ave=THIRD1*(xt+yt+zt);
        delx=(ave-xt)/ave;
        dely=(ave-yt)/ave;
        delz=(ave-zt)/ave;
    } while (FMAX(FMAX(fabs(delx),fabs(dely)),fabs(delz)) > ERRTOL1);
    e2=delx*dely-delz*delz;
    e3=delx*dely*delz;
    return (1.0+(C11*e2-C21-C31*e3)*e2+C41*e3)/sqrt(ave);
}

#define ERRTOL2 0.05
#define TINY2 1.0e-25
#define BIG2 4.5e21
#define C12 (3.0/14.0)
#define C22 (1.0/6.0)
#define C32 (9.0/22.0)
#define C42 (3.0/26.0)
#define C52 (0.25*C32)
#define C62 (1.5*C42)

float rd(float x, float y, float z) {
    float alamb,ave,delx,dely,delz,ea,eb,ec,ed,ee,fac,sqrtx,sqrty,
        sqrtz,sum,xt,yt,zt;

    if (FMIN(x,y) < 0.0 || FMIN(x+y,z) < TINY2 || FMAX(FMAX(x,y),z) > BIG2)
        printf("invalid arguments in rd");
    xt=x;
    yt=y;
    zt=z;
    sum=0.0;
    fac=1.0;
    do {
        sqrtx=sqrt(xt);
        sqrty=sqrt(yt);
        sqrtz=sqrt(zt);
        alamb=sqrtx*(sqrty+sqrtz)+sqrty*sqrtz;
        sum += fac/(sqrtz*(zt+alamb));
        fac=0.25*fac;
        xt=0.25*(xt+alamb);
        yt=0.25*(yt+alamb);
        zt=0.25*(zt+alamb);
        ave=0.2*(xt+yt+3.0*zt);
        delx=(ave-xt)/ave;
        dely=(ave-yt)/ave;
        delz=(ave-zt)/ave;
    } while (FMAX(FMAX(fabs(delx),fabs(dely)),fabs(delz)) > ERRTOL2);
    ea=delx*dely;
    eb=delz*delz;
    ec=ea-eb;
    ed=ea-6.0*eb;
    ee=ed+ec+ec;
    return 3.0*sum+fac*(1.0+ed*(-C12+C52*ed-C62*delz*ee)
        +delz*(C22*ee+delz*(-C32*ec+delz*C42*ea)))/(ave*sqrt(ave));
}

```

```
}

float ellf(float phi, float ak) {
    float rf(float x, float y, float z);
    float s;

    s=sin(phi);
    return s*rf(SQR(cos(phi)),1.0-s*s*ak,1.0);
}

float elle(float phi, float ak) {
    float rd(float x, float y, float z);
    float rf(float x, float y, float z);
    float cc,q,s;

    s=sin(phi);
    cc=SQR(cos(phi));
    q=1.0-s*s*ak;
    return s*(rf(cc,q,1.0)-(s*s*ak)*rd(cc,q,1.0)/3.0);
}

#undef ERR2
#undef TINY2
#undef BIG2
#undef C12
#undef C22
#undef C32
#undef C42
#undef C52
#undef C62
#undef NRANSI
#undef ERR1
#undef TINY1
#undef BIG1
#undef THIRD1
#undef C11
#undef C21
#undef C31
#undef C41
```

I. Abenteuer Quarzglasküvette

Der erste Plan zur Realisierung eines BEC Experiment mit zwei unterschiedlichen Zugangsöffnungen (Atomchipmounting und Atomstrahl) zur magnetischen Falle in der Vakuumapparatur, war eine Quarzglasküvette mit zwei Öffnungen. Dabei bestand die Küvette (I.1) aus einem quaderförmigen Grundkörper mit gestuften Glasflanschen aus 10mm Platten.

Die vakuumtechnische Abdichtung sollte vakuumseitig und atmosphärenseitig durch Helicoflexdichtungen (Unterkapitel 5.1) erfolgen. Diese pressten die Dichtungen von zwei Seiten (I.1) auf die Glasflansche. Das technische Problem, dass die äußeren Metallflansche zweigeteilt sein mussten sollte sich als fatal erweisen. Obwohl die Edelstahlflansche kontrolliert mit einer maximal möglichen Parallelität angepresst wurden (Ebenheit der Flanschunterseite: $\pm 25 \mu\text{m}$ bei einer Dichtungsverformung von $2 \times 0,8 \text{ mm}$) brachen die Glasflanschen wiederholt in tangentialer Richtung. Eine Belastbarkeit der Glasflansche, zumindest des äußeren, würde sich durch eine wesentlich größere Dicke (Faktor 2-3) verbessern lassen.

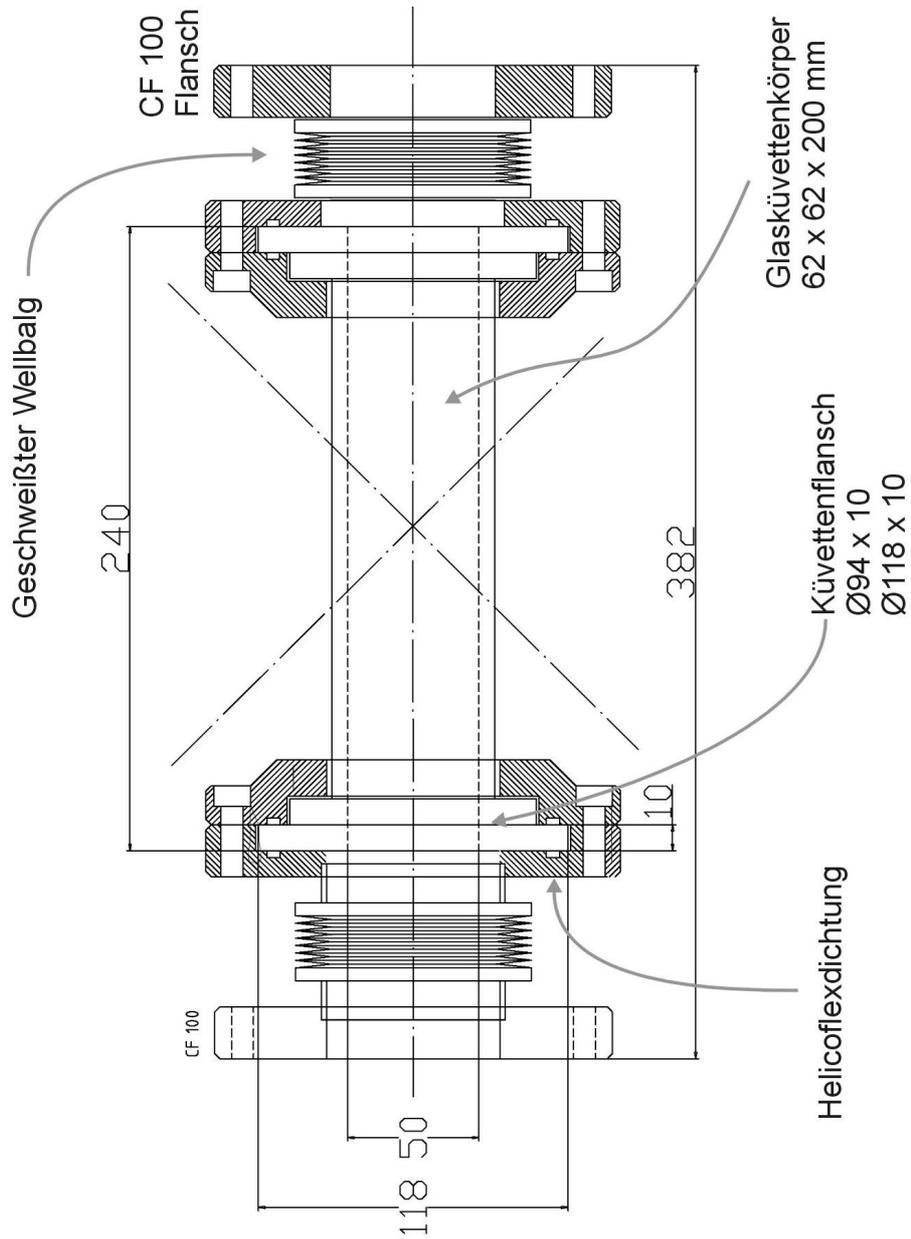


Abbildung I.1.: Zeichnung des geplanten Vakuumaufbaus von der Quarzglas­küvette mit Edelstahlflanschen, Vibrationsisolation durch Wellbälge und CF-Flansche.

J. Eigenschaften von Rubidium 87

Das Element Rubidium wurde in Heidelberg 1861 von Robert Wilhelm Bunsen und Gustav Kirchhoff bei der Spektralanalyse von Bad Dürkheimer Mineralwasser entdeckt. Der Name kommt von dem lateinischen Wort "rubidus" (dunkelrot) weil das Salz einer Flammen eine dunkelrote Farbe gibt.

Atomzahl	Z	37
Natürliche Häufigkeit	η	27.83%
Massenzahl	A	87
Masse	m	$1.443 \cdot 10^{-24}$ kg 86.909 u
Dichte bei 25°	ρ_m	1.53 g/cm ³
Schmelzpunkt	T _M	39.31°C
Siedepunkt	T _B	688°C
Dampfdruck bei 25°C	P _V	$4.0 \cdot 10^{-7}$ mbar
Kernspin	I	3/2

Tabelle J.1.: Physikalische Eigenschaften von Rubidium 87 nach [118]

Wellenlänge (Vakuum)	λ	780.246291 nm
Frequenz	ω_0	$2\pi \cdot 384.227981877$ THz
Lebensdauer	τ	26.24 ns
Natürliche Linienbreite	$\Gamma = \frac{1}{\tau}$	$2\pi \cdot 6.065$ MHz
Sättigungsintensität	$I_S = \frac{\pi \hbar c}{3\lambda^3 \tau}$	1.656 mW/cm ²
Rückstoßgeschwindigkeit	$v_R = \frac{\hbar}{\lambda \eta^2}$	5.8845 mm/s
Rückstoßtemperatur	$T_r = \frac{\hbar^2}{3\lambda^2 m k_B}$	361.95 nK
Dopplertemperatur	$T_D = \frac{\hbar \Gamma}{2k_B}$	145.5 μ K
s-Wellenstreulänge von ⁸⁷ Rb ₂ Triplett Zustand [119]	a	+106±4 a ₀ +5.6074±0.2116 nm

Tabelle J.2.: Atomoptische Eigenschaften und wichtige abgeleitete Größen von Rubidium 87 für die D₂-Linie ($5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$) nach [118] falls nicht anders vermerkt.

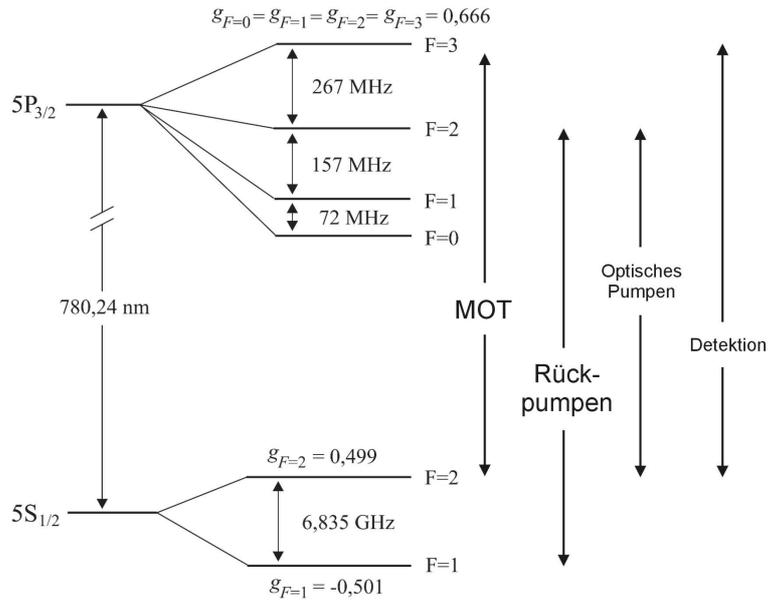


Abbildung J.1.: Termschema der Hyperfeinstruktur der D₂-Linie von Rubidium 87 und die wichtigen Übergängen im Experiment [101, 118]

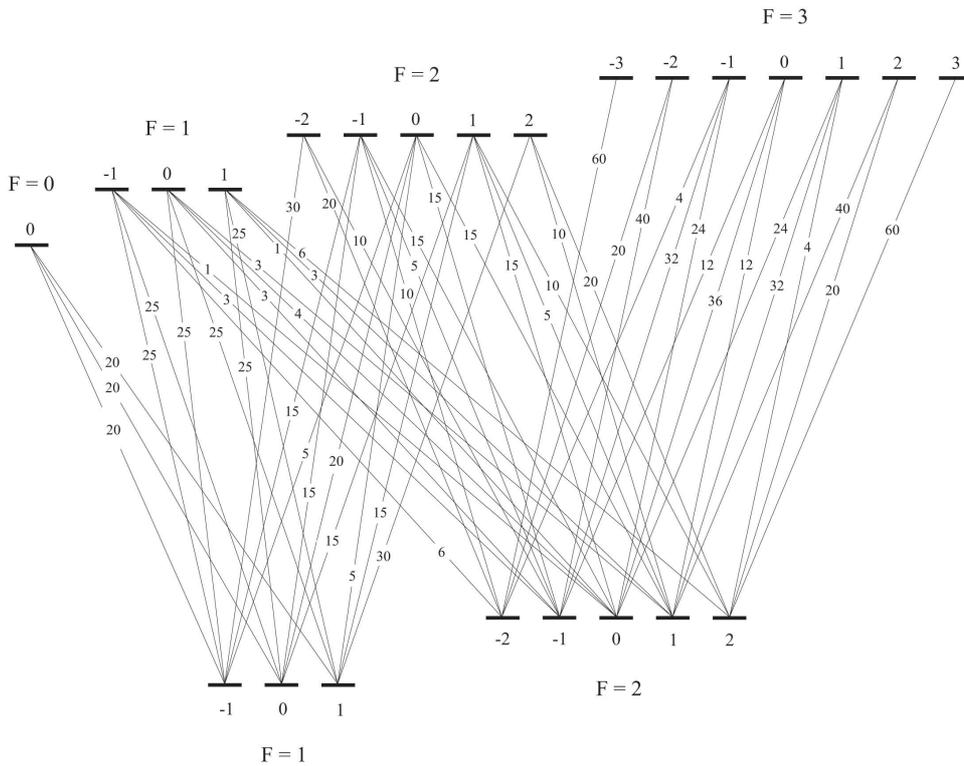


Abbildung J.2.: Quadrate der Clebsch-Gordon Koeffizienten der D₂-Linie von Rubidium 87 [101]

Literaturverzeichnis

- [1] S.N. Bose. Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese. *Z. Phys.*, 26:178, 1924.
- [2] A. Einstein. Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. *Sitzber. Preus. Akad. Wiss.*, 13:261, 1924. und (1925),3.
- [3] A. Pais. *Raffiniert ist der Herrgott ...: Albert Einstein, eine wissenschaftliche Biographie*. Spektrum Akademischer Verlag, 1986.
- [4] M.H. Anderson, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman, and E.A. Cornell. Observation of Bose-Einstein condensation in dilute vapor. *Nature*, 269:198, 1995.
- [5] K.B. Davis, M.-O. Mewes, M.R. Andrews, N.J. van Druten, D.S. Durfee, D.M. Kurn, and W. Ketterle. Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 75:3969, 1995.
- [6] C.C. Bradley, C.A Sackett, J.J. Tollett, and R.G Hulet. Evidence of Bose-Einstein condensation in an atomic gas with attractive interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 75:1687, 1995.
- [7] D.G. Fried, T.C. Killian, L. Willmann, D. Landhuis, S.C. Moss, D. Kleppner, and T.J. Greytak. Bose-Einstein condensation of atomic hydrogen. *Phys. Rev. Lett.*, 81:3811, 1998.
- [8] G. Modugno, G. Ferrari, G. Roati, R.J. Brecha, A. Simoni, and M. Inguscio. Bose-Einstein condensation of Potassium atoms by sympathetic cooling. *Science*, 294:1320, 2001.
- [9] A. Robert, O. Sirjean, A. Browaeys, J. Poupard, S. Nowak, D. Boiron, C.I. Westbrook, and A. Aspect. A Bose-Einstein condensate of metastable atoms. *Science*, 292:461, 2001.
- [10] T. Weber, J. Herbig, M. Mark, H.C. Nägerl, and R. Grimm. Bose-Einstein condensation of Cesium. *Science*, 299:232, 2003.
- [11] W. Ketterle, D.Durfee, and D.Stamper-Kurn. Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates. In Inguscio et al. [120].

-
- [12] W. Ketterle. Nobel Lecture: When atoms behave as waves: Bose-Einstein condensation and atom laser. *Rev. Mod. Phys.*, 74:1131, 1999.
- [13] J. Schmiedmayer. Guiding and trapping a neutral atom on a wire. *Phys. Rev. A*, 52:13, 1995.
- [14] J.D Weinstein and K.G Libbrecht. Microscopic magnetic traps for neutral atoms. *Phys. Rev. A*, 52:4004, 1995.
- [15] J. Denschlag, D. Cassettari, and J. Schmiedmayer. Guiding neutral atoms with a wire. *Phys. Rev. Lett.*, 82:2014, 1999.
- [16] J. Fortágh, A. Grossmann, C. Zimmermann, and T.W. Hänsch. Miniaturized wire trap for neutral atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 81:5310, 1998.
- [17] J. Reichel, W. Hänsel, and T. W. Hänsch. Atomic micromanipulation with magnetic surface traps. *Phys. Rev. Lett.*, 83:3398, 1999.
- [18] N.H. Dekker, C.S. Lee, V. Lorent, J.H. Thywissen, S.P. Smith, M.Drndić, R.M. Westervelt, and M. Prentiss. Guiding neutral atoms on a chip. *Phys. Rev. Lett.*, 6:1124, 2000.
- [19] R. Folman, P. Krüger, J. Denschlag, C. Henkel, and Jörg Schmiedmayer. Microscopic atom optics: from wires to an atom chip. *Adv. At. Mol. Opt. Phys.*, 48:263, 2002.
- [20] W. Hänsel, P. Hommelhof, T. W. Hänsch, and J. Reichel. Bose-Einstein condensation on a microelectronic chip. *Nature*, 413:498, 2001.
- [21] J. Fortágh, H. Ott, S. Kraft, A. Günther, and C. Zimmermann. Bose-Einstein condensation in a simple microtrap. *Phys. Rev. A*, 67:023612, 2003.
- [22] A.E. Leanhardt, A.P. Chikkatur, D. Kielpinski, Y. Shin, T.L Gustavson, W. Ketterle, and D.E. Pritchard. Propagation of Bose-Einstein condensates in a magnetic waveguide. *Phys. Rev. Lett.*, 89:040401, 2002.
- [23] Walter Greiner, Ludwig Neise, and Horst Stöcker. *Thermodynamik und Statistische Mechanik*. Verlag Harry Deutsch, 1993.
- [24] K. Dieckmann. Bose-Einstein condensation with high atom number in a deep trap. Doktorarbeit, Universität Amsterdam, 2001.
- [25] V. Bagnato, D. Pritchard, and D. Kleppner. Bose-Einstein condensation in an external potential. *Phys. Rev. A*, 35:4354, 1987.
- [26] T. Bergeman, G. Erez, and H.J. Metcalf. Magnetostatic trapping fields for neutral atoms. *Phys. Rev. A*, 35:1535, 1987.

- [27] Franco Dalfovo, Stefano Giorgini, Lev P. Pitaevskii, and Sandro Stringari. Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases. *Rev. Mod. Phys.*, 71:463, 1999.
- [28] C. J. Pethick and H. Smith. *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases*. Cambridge University Press, 2002.
- [29] Y. Castin. Bose-condensation in atomic gases: simple theoretical results. Springer Verlag, Heidelberg, 2001.
- [30] Y. Castin and R. Dum. Bose-Einstein condensates in time dependent traps. *Phys. Rev. Lett.*, 77:5315, 1996.
- [31] Yu. Kagan, E.L. Surkov, and G.V. Shlyapnikov. Evolution of a Bose-condensed gas under variations of the confining potential. *Phys. Rev. A*, 54:R1753, 1996.
- [32] Yu. Kagan, E.L. Surkov, and G.V. Shlyapnikov. Evolution of a Bose-gas in anisotropic time-dependent traps. *Phys. Rev. A*, 55:R18, 1997.
- [33] Yu. Kagan, E.L. Surkov, and G.V. Shlyapnikov. Evolution and global collapse of trapped Bose condensates under variation of the scattering length. *Phys. Rev. Lett.*, 79:2604, 1997.
- [34] U. Ernst, A. Marte, F. Schreck, J. Schuster, and G. Rempe. Free expansion of a Bose-Einstein condensate from a Ioffe-Pritchard magnetic trap. *Europhys. Lett.*, 41:1, 1998.
- [35] W. Ketterle and N.J. van Druten. Bose-Einstein condensation of a finite number particles trapped in one or three dimensions. *Phys. Rev. A*, 54:656, 1996.
- [36] M. Olshanii. Atomic scattering in the presence of an external confinement and a gas of impenetrable bosons. *Phys. Rev. Lett.*, 81:938, 1998.
- [37] D.S. Petrov, G.V. Shlyapnikov, and J.T.M. Walraven. Regimes of quantum degeneracy in trapped 1D gases. *Phys. Rev. Lett.*, 85:3745, 200.
- [38] A. Görlitz, J.M. Vogels, A.E. Leanhardt, C. Raman, T.L. Gustavson, J.R. Abo-Shaeer, A.P. Chikkatur, S. Gupta, S. Inouye, T. Rosenband, and W. Ketterle. Realization of Bose-Einstein condensates in lower dimensions. *Phys. Rev. Lett.*, 87:130401, 2001.
- [39] J. Stenger, S. Inouye, M.R. Andrews, H.-J. Miesner, D.M. Stamper-Kurn, and W. Ketterle. Strongly enhanced inelastic collisions in a Bose-Einstein condensate near Feshbach resonance. *Phys. Rev. Lett.*, 82:2422, 1999.
- [40] A. Einstein. Quantentheorie der Strahlung. *Phys. Zeits.*, 13:121, 1917.
- [41] O.R. Frisch. Experimenteller Nachweis des Einsteinschen Strahlungsrückstoßes. *Z. f. Phys.*, 86:42, 1933.

- [42] T. Hänsch and A. Schawlow. Cooling of gases by laser radiation. *Opt. Comm.*, 13:68, 1975.
- [43] D.J. Wineland and H.G. Dehmelt. Proposed $10^{14}\delta\nu/\nu$ laser fluorescence spectroscopy on TI^+ mono-ion oscillator. *Bull. Am. Phys. Soc.*, 20:637, 1975.
- [44] C.S. Adams and E. Riis. Laser cooling and trapping of neutral atoms. *Progress in Quantum Electronics*, 21:1, 1997.
- [45] Harold Metcalf and Peter van der Straten. Cooling and trapping of neutral atoms. *Physics Reports*, 244:203, 1994. Inzwischen auch als Buch: Metcalf, van der Straten: Laser Cooling and Trapping, (Springer-Verlag, New York).
- [46] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, and C. Cohen-Tannoudji. Laser cooling below the one-photon recoil energy limit by velocity-selective coherent population trapping. *Phys. Rev. Lett.*, 61:826, 1988.
- [47] A. Askin and J.P. Gordon. Stability of radiation-pressure traps: an optical Earnshaw theorem. *Opt. Lett.*, 8:511, 1983.
- [48] E.L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D.E. Pritchard. Trapping of neutral Sodium atoms with radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 59:2631, 1987.
- [49] A.M. Steane, M. Chowdhury, and C.J. Foot. Radiation force in the magneto-optical trap. *J. Opt. Soc. Am. B*, 9(12):2142, 1992.
- [50] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji. Laser cooling below the Doppler limit by polarisation gradients: simple theoretical models. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6(11):2023, 1989.
- [51] P.J. Ungar, D.S. Weiss, E. Riis, and Steven Chu. Optical molasses and multilevel atoms: experiment. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6(11):2058, 1989.
- [52] H.F. Hess. Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen. *Phys. Rev. B*, 34:3476, 1986.
- [53] O.J. Luiten, M.W. Reynolds, and J.T. Walraven. Kinetic theory of the evaporative cooling of a trapped gas. *Phys. Rev. A*, 53:381, 1996.
- [54] K.B. Davis, M.-O. Mewes, and W. Ketterle. An analytical model for evaporative cooling of atoms. *Appl. Phys. B*, 60:155, 1995. Bem: In Abbildung 2 sind die Angaben in der Legende vertauscht.
- [55] W. Ketterle and N.J. van Druten. Evaporative cooling of trapped atoms. *Adv. At. Mol. Opt. Phys.*, 36:181, 1996.
- [56] D.W. Snoke and J.P. Wolfe. Population dynamics of a Bose gas near saturation. *Phys. Rev. B*, 39:4030, 1989.

- [57] D.W. Snoke, W.W. Rühle, Y.-G. Lu, and E. Bauer. Evolution of a nonthermal electron energy distribution in GaAs. *Phys. Rev. B*, 45:10979, 1992.
- [58] D.J. Heinzen. Ultra cold atomic interactions. In Inguscio et al. [120].
- [59] P. Hommelhoff. Bose-Einstein Kondensate in Mikrochip Fallen. Doktorarbeit, LMU München, 2002.
- [60] S. Bali, K.M O'Hara, M.E. Gehm, S.R. Granade, and J.E. Thomas. Quantum-diffractive background gas collisions in atom-trap heating and loss. *Phys. Rev. A*, 60:R29, 1999.
- [61] H.M.J.M. Boesten, A.J. Moerdijk, and B.J. Verhaar. Dipolar decay in two recent Bose-Einstein experiments. *Phys. Rev. A*, 54:R29, 1996.
- [62] E.A. Burt, R.W. Ghrist, C.J. Myatt, M.J. Holland, E.A. Cornell, and C.E. Wieman. Coherence, correlations and collisions: what one learns about Bose-Einstein condensates from their decay. *Phys. Rev. Lett.*, 79:337, 1997.
- [63] A.L. Migdall, J.V. Prodan, and W. Phillips. First observation of magnetically trapped neutral atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 54:2596, 1985.
- [64] W. Wing. On neutral particle trapping in quasistatic electromagnetic fields. *Prog. Quant. Elect.*, 8:181, 1984.
- [65] J. Denschlag. Kalte Atome in singulären Potentialen. Doktorarbeit, Universität Innsbruck, 1998.
- [66] D.E. Pritchard. Cooling neutral atoms in a magnetic trap for precision spectroscopy. *Phys. Rev. Lett.*, 51:1336, 1983.
- [67] V.S. Bagnato, G.P. Lafyatis, A.G. Martin, E.L. Raab, R.N. Ahmad-Bitar, and D.E. Pritchard. Continuous stopping and trapping of neutral atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 58:2194, 1987.
- [68] C.V. Sukumar and D.M Brink. Spin-flip transitions in a magnetic trap. *Phys. Rev. A*, 56:2451, 1997.
- [69] S. Gov, S. Shtrikman, and H. Thomas. Magnetic trapping of neutral particles: Classical and quantum-mechanical study of a Ioffe-Pritchard type trap. *J. Appl. Phys.*, 87:3989, 2000.
- [70] M. Drndić, K.S. Johnson, J.H. Thywissen, M. Prentiss, and R.M. Westervelt. Micro-electromagnets for atom manipulation. *Appl. Phys. Lett.*, 72:2906, 1998.
- [71] R. Frisch and E. Segre. *Z. f. Physik*, 75:610, 1933.

- [72] J. Denschlag, D. Cassettari, A. Chenet, S. Schneider, and J. Schmiedmayer. A neutral atom and a wire: towards mesoscopic atom optics. *Appl. Phys. B*, 69:291, 1999.
- [73] T. Schumm. Auf dem Weg zu einem Rubidium 87 Bose-Einstein-Kondensat in magnetischen Drahtfallen. Diplomarbeit, Universität Heidelberg / Freie Universität Berlin, 2001.
- [74] C. Becker. Eine neuartige magneto-optische Falle für Atomchip-Experimente. Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 2002.
- [75] S. Wildermuth. in Vorbereitung, 2003.
- [76] A. Haase, D. Cassettari, B. Hessmo, and J. Schmiedmayer. Trapping neutral atoms with a wire. *Phys. Rev. A*, 64:043405, 2001.
- [77] A. Kasper. *Experimente auf dem Atomchip*. Doktorarbeit, Universität Heidelberg, 2003.
- [78] S. Schneider, A. Kasper, Ch. vom Hagen, M. Bartenstein, B. Engeser, T. Schumm, I. Bar-Joseph, R. Folman, L. Feenstra, and J. Schmiedmayer. Bose-Einstein condensation in a simple microtrap. *Phys. Rev. A*, 67:023612, 2003.
- [79] A. Kasper, S. Schneider, Ch. vom Hagen, M. Bartenstein, B. Engeser, T. Schumm, I. Bar-Joseph, R. Folman, L. Feenstra, and J. Schmiedmayer. A Bose-Einstein condensate in a microtrap. *J. Opt. B*, 5:S143, 2003.
- [80] K. Gibble, S. Chang, and R. Legere. Direct observation of s-wave collisions. *Phys. Rev. Lett.*, 75:2666, 1995.
- [81] C. J. Myatt, N.R. Newbury, R.W. Ghrist, S.Loutzenhiser, and C.E. Wieman. Multiply loaded magneto-optical trap. *Opt. Lett.*, 21:290, 1996.
- [82] C. Myatt. *Bose-Einstein Condensation experiments in a dilute vapor of rubidium*. Doktorarbeit, University of Colorado, 1997.
- [83] K. Linquist, M. Stephens, and C. Wieman. Experimental and theoretical study of the vapor-cell Zeeman optical trap. *Phys. Rev. A*, 46:4082, 1992.
- [84] C.G. Townsend, N.H. Edwards, C.J. Cooper, K.P. Zetie, and C.J. Foot. Phase-space density in the magneto-optical trap. *Phys. Rev. A*, 52:1423, 1995.
- [85] J. Fortágh, H. Ott, A. Grossmann, and C. Zimmermann. Miniaturized magnetic guide for neutral atoms. *Appl. Phys. B*, 70:701, 2000.
- [86] J. Fortágh, A. Grossmann, T.W. Hänsch, and C. Zimmermann. Fast loading of a magneto-optical trap from a pulsed thermal source. *J. Appl. Phys.*, 84:6499, 1998.

- [87] M. Bartenstein. Aufbau und Charakterisierung einer kontinuierlichen Doppel-MOT für Rubidium 87. Diplomarbeit, Universität Innsbruck / Freie Universität Berlin, 2001.
- [88] Betrifft Crimpkontaktierung: In der Vorläuferversion der verwendeten Chiphalterung wurden umgebogene versilberte Kupferdrähte zur Chipkontaktierung benutzt. Diese funktionieren aufgrund fehlender Elastizität nicht in kopfüber hängender Orientierung.
- [89] Firma GOODFELLOW, <http://www.goodfellow.com>, 2003.
- [90] K.I. Lee, J.A. Kim, H.R. Noh, and W. Jhe. Single-beam atom trap in a pyramidal and conical hollow mirror. *Opt. Lett.*, 21:1177, 1996.
- [91] I. Lesanovsky. Rydberg-Atome in magnetischen Quadrupolfallen. Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 2003.
- [92] H. Gimpel. Magnetische Oberflächenfallen für Atom-Interferometer. Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 2002.
- [93] W.Petrich, M.H.Anderson, J.R.Ensher, and E.A.Cornell. Behavior of atoms in a compressed magneto-optical trap. *J.Opt.Soc.Am. B*, 11(8):1332, 1994.
- [94] Firma WOLFRAM RESEARCH, IL, USA. <http://www.wolfram.com>. MATHEMATICA ist eine mathematische Makrosprache., 2003.
- [95] Firma COMSOL, Stockholm, Schweden. <http://www.femlab.com>. FEMLAB ist ein auf MATLAB basierendes Programmpaket zur Lösung von partiellen Differentialgleichungen, mit einer graphischen Benutzerschnittstelle., 2003.
- [96] J. Reichel. Microchip traps and Bose-Einstein condensation. *Appl. Phys. B*, 74:469, 2002.
- [97] P. Valkering. Optimization of evaporative cooling of Rubidium atoms in a magnetic trap. Diplomarbeit, AMOLF Amsterdam, 1999.
- [98] C.E. Wieman and L. Hollberg. Using diode laser for atomic physics. *Rev. Sci. Instr.*, 62:1, 1991.
- [99] L.Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König, and T.W. Hänsch. A compact grating stabilized diode laser system for atomic physics. *Opt. Comm.*, 117:541, 1995.
- [100] M.R. Andrews, M.-O. Mewes, N.J. van Druten, D.S Durfee, D.M. Kurn, and W. Ketterle. Direct, nondestructive observation of a Bose condensate. *Science*, 273:84, 1996.
- [101] J. Schuster. *Stosslawinen in einem Bose-Einstein-Kondensat*. Doktorarbeit, LMU München, 2002.

- [102] B. Engeser. Optische Abbildung einer atomaren Dichteverteilung. Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 2002.
- [103] M. Joffe, W. Ketterle, A. Martin, and D. Pritchard. Transverse cooling and deflection of an atomic beam inside a Zeeman slower. *J. Opt. Soc. Am.*, 10:2257, 1993.
- [104] M. Anderson. MATLAB Programmcode zur Simulation der Wellenpropagation nach einer beugenden scharfen Kante.
- [105] Webpage der Firma Pulnix: <http://www.pulnix.de>. Aus den technischen Daten von ähnlichen CCD-Chip wurde die Quanteneffizienz angenommen. mit den Spezifikationen der Kamera kann geschlossen werden das es sich bei diesem Chip um den ICX419ALL der Firma SONY handelt., 2003.
- [106] C. Henkel, P. Krüger, R. Folman, and J. Schmiedmayer. Fundamental limits for coherent manipulation on atom chips. *Appl. Phys. B*, 76:173, 2003.
- [107] M.E. Gehm, K.M O'Hara, T.A Savard, , and J.E. Thomas. Dynamics of noise-induced heating in atom traps. *Phys. Rev. A*, 58:3914, 1998.
- [108] E.A Hinds, C.J. Vale, and M.G. Boshier. Two-wire waveguide and interferometer for cold atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 86:1462, 2001.
- [109] Andersson E., T. Calarco, R. Folman, M. Andersson, B. Hessmo, and J. Schmiedmayer. Multimode interferometer for guide matter waves. *Phys. Rev. Lett.*, 88:100401, 2002.
- [110] W. Hänsel, J. Reichel, P. Hommelhoff, and T.W. Hänsch. Trapped-atom interferometer in a magnetic microtrap. *Phys. Rev. A*, 64:063607, 2001.
- [111] P. Horak, B.G. Klappauf, A. Haase, R. Folman, J. Schmiedmayer, P. Domokos, and E.A Hinds. Possibility of single-atom detection on a chip. *Phys. Rev. A*, 67:043806, 2003.
- [112] Chemical Rubber Company (CRC), editor. *Handbook of chemistry and physics*. CRC, 69 edition, 1988.
- [113] G. Stahl. Mitteilung, Mechanische Werkstatt, Universität Heidelberg.
- [114] GARLOCK SEALING TECHNOLOGIES, Neuss. Konvention bei den Abmessungen: Innendurchmesser \times Außendurchmesser \times Kleine Dichtungsstärke/Große Dichtungsstärke.
- [115] Firma THE MATHWORKS, Natick, USA. <http://www.mathworks.com>. MATLAB ist ein auf technisch Berechnungen spezialisiertes Programmpaket, mit einer ausgebauten graphischen Benutzerschnittstelle., 2003.
- [116] B. Kochhar. Mitteilung der Firma Stanford Research Systems, Sunnyvale (CA), USA, 2001.

-
- [117] W. Press, S. Teukolsky, W. Vetterling, and B. Flannery. *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, 1994.
- [118] Daniel A. Steck. Rubidium 78 D Line Data, 2002. <http://george.ph.utexas.edu/~dsteck/alkalidata/rubidium87numbers.pdf>.
- [119] J.L. Roberts, N.R. Clausen, J.P. Burke, C.H. Greene, E.A. Cornell, and C.E. Wieman. Resonant magnetic field control of elastic scattering in cold ^{85}Rb . *Phys. Rev. Lett.*, 81:5109, 1998.
- [120] M. Inguscio, S. Stringari, and C. Wieman, editors. *Proceedings of the International School of Physics 'Enrico Fermi'*. IOS Press, 1999.