Originalveröffentlichung in: Sudhoffs Archiv. Zeitschrift für Wissenschaftsgeschichte 87, 1, 2003, S. 1-31

Mathematik, Milieu, Text.
Die frühgriechische(n) Mathematik(en) und ihr Umfeld

von MARKUS ASPER

Was üblicherweise als ‚griechische Mathematik' firmiert, also die Probleme, Lösungsmethoden und Darstellungsweisen, die wir in den Texten der Theoretiker finden, etwa des Euklid, des Archimedes oder des Apollonios von Perge, ist im Gegensatz zu allen anderen bekannten mathematischen Traditionen dadurch ausgezeichnet, daß sie allgemeine Sätze aufstellt und diese mithilfe axiomatisch-deduktiver Verfahren beweist. Allgemeinheit, Argumentationsstrenge und Beweis gelten als generelles Kennzeichen noch der modernen Mathematik und (Natur-)Wissenschaft. So rücken unsere griechischen Mathematiker aus der Sicht vieler Wissenschaftsgeschichtler in die avantgardistische Position, bereits „modern" zu sein: Aus dieser Sicht kodifiziert etwa Euklid ein zeitloses, übergeschichtlich gültiges Wissen.

Hier soll stattdessen einmal der Blick auf diejenigen Aspekte der griechischen Mathematik gelenkt werden, die im Gegenteil zeitverhaftet sind, auf das historische Milieu oder besser die verschiedenen Milieus, in denen diese einmalige Kulturtechnik entstand und gepflegt wurde. Daraus ergibt sich unter anderem auch eine Erklärung für den Eindruck der vermeintlichen Ungeschichtlichkeit der griechischen Mathematik.

I. Mathematische Praktikertraditionen

Ein heutiger Leser der Texte griechischer Mathematiker stellt zunächst einmal fest, daß dort in der Regel weder gezählt, noch gemessen, noch gerechnet wird. Diese Operationen müssen aber einen Platz in der Gesellschaft des antiken Griechenland gehabt haben: Händler müssen kalkulieren, Architekten messen, Beamte Steuern festsetzen, Bürger Steuern bezahlen, Banker Zinsen ausrechnen, Landvermesser Grundstücksflächen abschätzen. Der Rekonstruktion des Entstehungsmilieus der griechischen theoretischen Mathematik und ihrer spezifischen Merkmale (das sind vor allem praxisferne Allgemeinheit und empiriefreie Begründungsverfahren: Wenn im folgenden von einer ‚theoretischen' Mathematik die Rede ist, so meint das ohne Wertung eine, die diese beiden Merkmale aufweist) sind also erst einmal einige Bemerkungen zu praktischem mathematischen Wissen im untersuchten Zeitraum voranzustellen.

Für die meisten der eben aufgezählten praktischen mathematischen Operationen haben wir keine direkten Belege: Daß es ein solches Wissen gegeben hat, ist zwar unzweifelhaft; doch wurde es vermutlich von sozialen Gruppen ausgeübt, über die nichts geschrieben wurde und die sich selbst auch keiner schriftlichen Wissensvermittlung bedient haben. Aus dem 6. Jh. v. Chr. ist uns z. B. zufällig ein Eupalinos bekannt, dessen Bau eines riesigen Tunnels auf Samos natürlich praktisch-mathematische Techniken benutzte.[1] So ist man auf zufällige Erwähnungen angewiesen: etwa findet sich eine Anspielung auf recht komplexes

1 Siehe *Lutz Käppel*: Die Paradegma-Inschrift im Tunnel des Eupalinos auf Samos, Ant. & Abendl. 45 (1999), 75–100.

Kopfrechnen bei dem Komiker Aristophanes (Wespen 656 ff.).[2] Gelegentliche arithmetische Operationen bei Autoren des 5. Jh. v. Chr. erwecken aber den Eindruck, daß sich in der Oberschicht, die allein zur Bildung las und schrieb, anspruchsvollere arithmetische Rechnungen nur geringer Beliebtheit erfreuten (nicht anders als heute).[3] Deutlicher lassen sich jedoch zwei Gebiete praktischen mathematischen Wissens fassen, nämlich die Praktiken der Psephoi-Arithmetiker und die Metrika-Tradition.

a. Psephoi sind Keramikkörper, Spielsteinen ähnlich, mit deren Hilfe sich auf Rechenbrettern Additionen durchführen lassen, ähnlich wie mit einem Abakus. Die Expertengruppe der Psephoi-Arithmetiker ist im östlichen Mittelmeerraum als Berufsstand oder spezialisierte Teilgruppe der Schreiber nachzuweisen schon seit altbabylonischer Zeit.[4] Daß es sie auch in der griechischen Antike noch gegeben hat, beweisen erhaltene Rechenbretter und gelegentliche Erwähnungen[5] (ihr Wissen begegnet uns später in theoretisierter Form bei Nikomachos, Theon und Iamblichos).[6] Viel später ist für den arabischen Sprachraum eine entsprechende Expertengruppe bezeugt, die ‚Rechen-' oder ‚Algebraleute' (ahl al-ǧabr) genannt wird.[7] Eine solche Gruppe aufgrund dieses Belegs auch schon für die griechischen Poleis des 6.–5. Jh. v. Chr. anzunehmen, erscheint weniger verwegen, wenn man berücksichtigt, daß noch die arabischen ‚Algebraleute' ein Wissen pflegten, dessen Tradition bis ins 2. vchr. Jt. zurückreicht, und daß sich Spuren dieser Tradition auch bei dem kaiserzeitlichen Mathematiker und Techniker Heron von Alexandria noch finden (1. Jh. n. Chr.).[8] Die Vermittlung von Wissen, Verfahren und Textformen ist vermutlich im Zusammenhang wandernder Spezialisten erfolgt,[9] wie die Archäologen sie seit dem 9./8. Jh. v. Chr. kennen: diese Handwerksmigranten vermittelten in allen Bereichen der Lebenskultur Formen, Techniken und Verfahren aus dem Nahen Osten nach Griechenland.[10] Sie waren wohl aus der Sicht der griechischen Polisbürger unterprivilegierte ‚Ausländer' wie viele andere technische Spezialisten auch.[11]

Das Wissen dieser Praktikergruppen ist zwar praktisch oder doch im Hinblick auf Praxis gewonnen, systematisiert und vermittelt, d. h. am besten mit Jens Høyrup als „sub-scientific" zu bestimmen;[12] es ist aber deshalb durchaus nicht volkstümlich – im Gegenteil, sein Status dürfte der eifersüchtig gehütete von Spezialqualifikationen gewesen sein.

2 Genaueres bei *Tracey E. Rihll*: Greek Science, Oxford 1999, 45.

3 Instruktiv Herodot 7.187.2 (falsche Division); Thukydides 1.10.4 f. (Abbruch einer Multiplikation).

4 Überblick z. B. bei *Hans-Joachim Waschkies*: Anfänge der Arithmetik im Alten Orient und bei den Griechen, Amsterdam 1989, 46–64, 71–85, 276–280.

5 Siehe z. B. Aischylos, Aga. 570; Aristophanes, Wespen 656 f.; Solon bei Diogenes Laërtios 1.59; Aristoteles, Phys. III 4.203a13–15; Metaph. N 5.1092b19 f.

6 Siehe *Wilbur R. Knorr*: The Evolution of the Euclidean Elements, Dordrecht/Boston 1975, Kap. 5 (131–169).

7 Bei Ṯābit ibn Qurra (9. Jh.), siehe *Paul Luckey*: Ṯābit b. Qurra über den geometrischen Richtigkeitsnachweis der Auflösung der quadratischen Gleichungen, Ber. d. sächs. Akad. d. Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Kl. 93, Leipzig 1941, 93–114, hier 95 f., 111.15 ar./107 dt.

8 Vgl. *Jens Høyrup*: Sub-Scientific Mathematics: Observation on a Pre-Modern Phenomenon, Hist. of Sci. 27 (1989), 63–87, hier 77–80.

9 Für die archaische Zeit siehe *Walter Burkert*: The Orientalizing Revolution. Near Eastern Influence on Greek Culture in the Early Archaic Age, Cambridge, Mass./London. 1992, 20–25.

10 Siehe *Høyrup* (Anm. 8), 1989, 73; umfassend *Burkert* (Anm. 9), 20–25.

11 Δοῦλον τὸ βάναυσον ἢ ξενικόν, wie Aristoteles über Handwerker sagt (*Pol.* III 5.1278a7).

12 Dazu *Høyrup* (Anm. 8), 64.

b. Die Metrika-Tradition besteht aus Berechnungsverfahren für Flächen- und Rauminhalte, Umfänge usw. Im Gegensatz zum Wissen der Psephoi-Mathematiker sind solche Verfahren schriftlich überliefert, teils auf Papyrus, teils im Corpus der heronischen Schriften. Diese Texte stammen zwar aus einer Zeit, die lange nach der Entstehungsphase der theoretischen griechischen Mathematik liegt, kodifizieren aber mit Sicherheit sehr viel älteres Wissen. Betrachten wir zunächst einen einfachen Text dieser Tradition, ein Verfahren zur Volumenberechnung eines Würfels:

> Das Räumliche der zum Hausbau gehörenden Steine wirst du gemäß den Regeln eines Geometers so messen: Der Stein hat überall 5 Fuß. Mach 5 auf 5! Ergibt 25. So groß ist die Fläche. (Mach) dies auf die 5 der Höhe! Ergibt 125. Soviel Fuß wird der Stein haben, und er wird Würfel genannt.[13]

Dieser Text findet sich in einem auf Papyrus überlieferten Rechenbuch des 1. Jh. n. Chr.,[14] einer Sammlung von 38 derartigen Aufgaben, die alle dieselben Charakteristika zeigen. Es existieren weitere derartige Texte.[15] Allen gemeinsam ist der imperativische oder sonstwie appellativ an eine zweite Person Singular gewandte Ton und die deutliche Markierung einzelner Verfahrensschritte; man könnte von einem ‚Rezeptstil' sprechen. Der Leser wird bei den komplexeren Verfahren gelegentlich dazu aufgefordert, Zwischenergebnisse auszurechnen und vorzumerken (sicher auf dem Abakus oder Rechenbrett),[16] außerdem weist der Autor ihn ausdrücklich auf das beigegebene Diagramm hin. Die Herkunft unseres Textes aus dem Bauwesen ist deutlich hervorgehoben. Hier werden keine allgemeinen und abstrakten Formeln gegeben, in die der Adept dann konkrete Werte einsetzt (wie z. B.: „Würfelvolumen = Seitenlänge³"), sondern an Beispielfällen das nötige Prozedere eingeübt. Dabei erlauben es die angebenen Zahlenwerte, wenn z. B. Quadratwurzeln gezogen werden sollen, stets ganzzahlige Lösungen zu erzielen. Sie sind also offensichtlich bereits mit Blick auf den Beispielcharakter der Aufgabe ausgesucht, ganz wie in modernen Elementarlehrbüchern der Schulmathematik. Die jeweils verwendete Berechnungsmethode wird nie abstrakt beschrieben oder erläutert, geschweige denn begründet, sondern muß aus den Berechnungen selbst herausgelesen werden. Der Verstehensprozeß ist selbst die Verallgemeinerung. Im Unterricht mußten die Lernenden diese Aufgaben wahrscheinlich auswendiglernen,[17]

13 Τῶ]ν δὲ λιθικῶν καὶ οἰκοδομι⟨κ⟩ῶν [τὰ στερεὰ μετ]ρήσεις ὅμοια τοῖς γεωμέτρου λόγοις ο[ὕτως˙] ὁ λίθος˙ πάντοθεν ποδ(ῶν) ε˙ ποίησον τὰ ε ἐπ[ὶ τὰ ε˙] γί(νεται) κε˙ τοσούτου ἡ ἐπιφάνεια˙ ταῦτ᾽ ἐπὶ τὰ ε [τοῦ ὕψου]ς˙ γίνεται ρκε˙ τούτων ποδῶν ἔσται ὁ λίθος καὶ [κύβος] καλεῖται. Alle Ergänzungen nach *Hans Gerstinger* und *Kurt Vogel*: I. Eine stereometrische Aufgabensammlung im Papyrus Graecus Vindobonensis 19996, Mitt. aus d. Papyrussamml. der Nat.bibl. in Wien 1 (1932), 11–76. Das zweite γίνεται ist Konjektur anstelle von χº [. .].

14 Zur Datierung *David Fowler*: The Mathematics of Plato's Academy. A New Reconstruction, Oxford ²1999 [1987], 253. Dies ist die 3. Aufgabe (*Gerstinger/Vogel* [Anm. 13], 17).

15 P. Lit. Goodspeed 3 (1.–2. nchr. Jh., Fayyum). P. Berol. 11529; vorläufig ediert und besprochen von *Wilhelm Schubart*: Mathematische Aufgaben auf Papyrus, in: Amtl. Ber. aus den königl. Kunstsamml. 37 (1915/16), Spp. 161–170. Die im heronischen Corpus überlieferten Geometrica und Stereometrica (IV bzw. V ed. Heiberg) zeigen über weite Strecken ähnliche Merkmale.

16 So *Vogel* (Anm. 13), 40 zum Imperativ ἔκθες (o. ä. in Nr. 13, Nr. 24; Nr. 26; Nr. 27).

17 *Hellmut Brunner*: Altägyptische Erziehung, Wiesbaden 1957, 70; vgl. *Hans-Joachim Waschkies*: Prinzipien der griechischen Mathematik: Platon, Aristoteles, Proklos und Euklids Elemente, Ant. Naturwiss. & ihre Rez. 5 (1995), 91–153, hier 93.

um später per analogiam zu operieren.[18] Das Milieu dieser Texte ist zweifellos das einer Schulung, und zwar einer Schulung von zukünftigen Praktikern.

Nun finden diese Textmerkmale (Rezeptstil, Zahlenbeispiele, Diagramme) deutliche Parallelen in der ägyptisch-babylonischen Mathematik, die wir aus viel älteren Beispielen kennen. Hier z. B. ein Verfahren zur Berechnung einer Diagonale aus altbabylonischer Zeit (ca. 1800–1600 v.Chr.):

> Ein Tor. 1/2 (GAR und) 2 Ellen Höhe, 2 Ellen Weite. Seine Diagonale (ist) was? Du: 0;10 Weite quadriere. 0;1,40 als Fläche siehst du. Das Reziproke von 0;40 Ellen Höhe bilde, mit 0;1,40 der Fläche multipliziere. [0;2,]30 siehst Du. 1/2 (von) 0;2,30 brich ab. 0;1,15 siehst du. 0;1,15 [zu 0;40 Höhe ad]diere. 0;41,15 siehst du. 0;41,15 [(ist) seine Diagonale]. Verfahren.[19]

Wenn man sich von den Schwierigkeiten der Maßeinheiten und des Hexagesimalsystems nicht irritieren läßt, so stellt man in Textstruktur und mathematischen Verfahren[20] enge Parallelen zu den oben beschriebenen griechischen Rechenbüchern fest. Beide Textgruppen weisen nach der der Typologie Jim Ritters drei Merkmale auf: Sie geben Algorithmen an, sind sprach- statt symbolgestützt und arbeiten mit Zahlen.[21] Es hat also im hellenistisch-kaiserzeitlichen Ägypten mathematische Texte gegeben, die sehr weitgehend den Problemsammlungen gleichen, die wir aus der babylonisch-ägyptischen Tradition kennen.

Wie läßt sich dieser Befund deuten? Doch wohl nur durch die Annahme einer Kontinuität dieses Wissens, d. h. einer kontinuierlichen Überlieferung. Daß Beispiele nur aus Ägypten erhalten sind, wird an den Überlieferungsbedingungen liegen: Papyri halten sich nur im Wüstensand. Die These erscheint demnach plausibel, daß schon im 5. Jh. v. Chr. bestimmte Spezialistengruppen so verfahren sind, wie diese subliterarischen Texte aus dem hellenistischen Ägypten es zeigen. Eine Gruppe solcher Praktiker erkennen wir in den von (Ps.-) Demokrit erwähnten ägyptischen Ἀρπεδονάπται (‚Seilspanner', also wohl Feldmesser), denen sich der Autor überlegen wähnt und für die man ein Äquivalent in Griechenland vermuten darf.[22]

Diese Texttradition bietet also spezielle Rezepte statt genereller Sätze und Beweise. Der Unterschied beider Systeme liegt in der Begründungstechnik und im Explikationsgrad. Die babylonische Rezeptmathematik begründet operativ, die empirieferne griechische Mathematik aufgrund einer Deduktion von allgemeinen Sätzen (wie wir gleich sehen werden), die die babylonische Mathematik zwar nicht formuliert, aber als Gemeinsames hinter all den Beispielen trotzdem erfaßt haben muß. Dieses Gemeinsame hat den Status eines Verfahrens, nicht eines Satzes. Und die Angemessenheit von Verfahren braucht man nicht zu

18 Dieses Prinzip konstatiert der mathematische Papyrus Rhind, Aufgabe 66, Ende: „Handle ebenso bei allem, was dir entsprechend diesem Beispiel gesagt wird."

19 Nach *Otto Neugebauer*: Mathematische Keilschrift-Texte, 3 Bde., Berlin 1935/37, I 282 (Datierung 277); vgl. *Eleanor Robson*: Mesopotamian Mathematics, 2100–1600 BC, Oxford 1999, 237 (Nr. 18).

20 *Vogel* (Anm. 13), 39, 47, 50 f.

21 Siehe *James Ritter*: Jedem seine Wahrheit: Die Mathematiken in Ägypten und Mesopotamien, in: *Michel Serres* (Hg.), Elemente einer Geschichte der Wissenschaften [frz. Paris 1989], Frankfurt am Main 1998, 73–107, 80 ff., der von ‚Numeralität' und ‚Rhetorizität' spricht.

22 *Solomon Gandz*: Die Harpedonapten oder Seilspanner und Seilknüpfer, Qu. & Stud. z. Gesch. d. Math. B 1 (1929/31), 255–277, hier 256. Diels/Kranz ad locum geben ἀρπ-, doch haben sich ihre etymologischen Erörterungen nicht durchgesetzt: bis auf weiteres bleibt es also bei ἁρπ.

beweisen: sie beziehen ihren Gültigkeitsnachweis aus der Bewährung an den praktischen Problemen, für deren Bewältigung sie entwickelt wurden.

Die Vermittlungswege dieses Praktikerwissens sind im einzelnen natürlich unklar; doch ist erstaunlich, wie zählebig und geographisch verbreitet es ist: Wir können seine Verfahren und Textmerkmale vom 2. Jt. v. Chr. bis zu den *maîtres de calcul* des Spätmittelalters, von Eshnunna bis nach Italien verfolgen.[23] Träger und Vermittler dieses Wissens sind offenbar Praktiker wie Landvermesser, Ingenieure oder ‚Algebraleute' gewesen. Die Vermittlungsprozesse, die gewöhnlich mit der ‚orientalisierenden' Periode der griechischen archaischen Kultur verbunden werden, müssen im 6./5. Jh. abgeschlossen gewesen sein. Es ist demnach anzunehmen, daß in den griechischen Poleis des 5. Jh. v. Chr. solches Praktikerwissen bestimmten Gruppen verfügbar war und tagtäglich angewandt und vermittelt wurde. Dieses praktische Wissen dürfte demnach den historischen Hintergrund und den Ausgangspunkt für die Differenzierungsgeschichte der theoretischen Mathematik und ihrer charakteristischen Textformen in Griechenland geboten haben, die sich erst ab Ende des 5. Jh. ausdifferenzieren. (Die Terminologie noch der euklidischen Tradition weist übrigens deutlich auf eine handwerkliche Tradition hin.[24])

Man hat als eine typische, sicher mündlich tradierte, Textsorte solcher Praktikergruppen das Rätsel identifiziert, ein charakteristisch aus anwendungsnahen und -fernen Problemen gemischter Komplex, mit dessen Lösung man sich selbst und dem staunenden Laien seine Kompetenz beweisen konnte, das sich also schon von rein praktischen Zwecken emanzipiert.[25] Die drei großen geometrischen Probleme der frühgriechischen Mathematik, Kreisquadratur, Winkeldreiteilung und Würfelverdopplung, könnten sich in diesem Sinne als Rätsel erklären: Während ihr Nutzen für Praktiker nicht sofort einleuchtet, können die zu ihrer Lösung herangezogenen Techniken durchaus ursprünglich praktische gewesen sein. Wenn man diese Probleme als ursprüngliche Rätsel im Wettbewerb einer zumindest nicht praxisfernen Gruppe akzeptiert, so wäre die Entstehung der spezifisch griechischen Geometrie als eine Verselbständigung und Differenzierung dieses Rätselwesens zu betrachten, das am Anfang eben im Rahmen von Praktikermilieus virulent war. Man stößt hier auf das Problem der Entstehung der theoretischen griechischen Mathematik: diese entstand, so viel ist jetzt plausibel, nicht in einem mathematikfreien Raum, sondern vor dem Hintergrund älterer, praktischer Wissenstraditionen.

II. Theoretische (praxisferne) Mathematik

Die ‚klassische' griechische Mathematik ist Geometrie, und zwar axiomatisch-deduktive, d. h. sie stellt allgemeine Sätze auf und begründet diese durch den Rekurs nicht auf Wahrnehmungen, sondern durch beweiskräftige Ableitung letztlich von evidenten Elemen-

23 Siehe *Jens Høyrup*: ‚The Four Sides and the Area'. Oblique Light on the Prehistory of Algebra, in: *Ronald Calinger* (Hg.), Vita mathematica, Washington 1996, 45–65; koptische Beispiele bei *Fowler* (Anm. 14), 259, die wirken, als seien sie geradezu direkte Übersetzungen babylonischer Texte, die zweieinhalb Jahrtausende älter sind.

24 Siehe *Gandz* (Anm. 22), 273 ff.; *Burkert* (Anm. 9), 135 f.

25 So *Jens Høyrup*: Hero, Ps.-Hero, and Near Eastern Practical Geometry, Ant. Naturwiss. & ihre Rez. 7 (1997), 67–93, hier 71 f.; schon *André Jolles*: Einfache Formen, Tübingen 1930, 135–142.

tarsätzen. Wenn die oben beschriebenen Texte der Praktiker Sammlungen von Problemen samt Lösungsverfahren waren, so sind die Texte der theoretischen griechischen Mathematiker Sammlungen von Sätzen samt Beweisen. Als einfaches Beispiel für ein solches Ensemble mag Euklids Formulierung und Beweis des Scheitelwinkelsatzes (Elem. I 15) dienen:

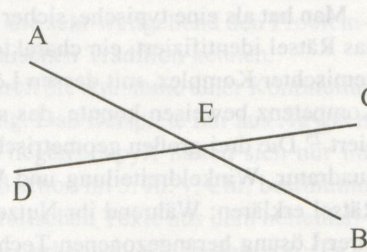
Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσιν.

Δύο γὰρ εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΓΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε σημεῖον· λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΑΕΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΒ, ἡ δὲ ὑπὸ ΓΕΒ τῇ ὑπὸ ΑΕΔ.

Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ ΑΕ ἐπ' εὐθεῖαν τὴν ΓΔ ἐφέστηκε γωνίας ποιοῦσα τὰς ὑπὸ ΓΕΑ, ΑΕΔ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΕΑ, ΑΕΔ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ ΔΕ ἐπ' εὐθεῖαν τὴν ΑΒ ἐφέστηκε γωνίας ποιοῦσα τὰς ὑπὸ ΑΕΔ, ΔΕΒ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΕΔ, ΔΕΒ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ἐδείχθησαν δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΓΕΑ, ΑΕΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΕΑ, ΑΕΔ ταῖς ὑπὸ ΑΕΔ, ΔΕΒ ἴσαι εἰσίν. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΑΕΔ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΕΑ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΒΕΔ ἴση ἐστίν· ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ ΓΕΒ, ΔΕΑ ἴσαι εἰσίν.

Ἐὰν ἄρα δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Wenn zwei gerade Linien einander schneiden, bilden sie gleiche Scheitelwinkel.



Die zwei geraden Linien AB und CD sollen einander nämlich im Punkt E schneiden. Ich behaupte, daß der Winkel AEC dem [Winkel] DEB gleich ist, der [Winkel] CEB aber dem [Winkel] AED.

Da nämlich die gerade Linie AE auf der geraden Linie CD steht, wobei sie die Winkel CEA, AED bildet, sind also die Winkel CEA, AED zwei rechten [Winkeln] gleich. Ferner, da die gerade Linie DE auf der geraden Linie AB steht, wobei sie die Winkel AED, DEB bildet, sind also die Winkel AED, DEB zwei rechten [Winkeln] gleich. Es war aber bewiesen worden, daß die [Winkel] CEA, AED zwei rechten [Winkeln] gleich sind. Also sind die [Winkel] CEA [und] AED den [Winkeln] AED [und] DEB gleich. Auf beiden Seiten sei der [Winkel] AED weggenommen: übrig bleibt, daß der [Winkel] CEA dem [Winkel] BED gleich ist. Genauso wird gezeigt werden, daß auch die [Winkel] CEB, DEA gleich sind.

Wenn also zwei gerade Linien einander schneiden, bilden sie gleiche Scheitelwinkel. Was bewiesen werden sollte.

Hier wird also ein allgemeiner Satz über die Implikationen eines Ereignisses des Raumes, genauer der Ebene formuliert: ‚Zwei gerade Linien schneiden sich. Was folgt daraus?' Dazu wird zunächst einmal ein konkreter Fall anhand eines Diagrammes konstruiert, dessen Bestandteile durch Buchstaben eindeutig gekennzeichnet werden. Nun läßt sich dieses Diagramm betrachten und fragen, welche bereits bewiesenen oder axiomatisch geltenden Eigenschaften seiner Bestandteile für den Beweis von ‚AEC = DEB, CEB = AED' benutzt werden können. Diese Grundlagen des vorliegenden Beweises sind dem Leser bekannt, weil sie in den Elementen bereits behandelt wurden. Euklid verwendet den Nebenwinkelsatz (Elem. I 13: ‚Wenn eine gerade Linie auf einer geraden Linie steht, wobei sie Winkel bildet, dann bildet sie zwei rechte [Winkel] oder zwei rechten gleiche [Winkel].'), das 4. Postulat (‚[Es sei gefordert:] Alle rechten Winkel seien einander gleich.'), das 1. und das 3. Axiom (‚Was demselben gleich ist, ist auch einander gleich.', ‚Wenn von Gleichen

Gleiches weggenommen wird, ist das Übriggebliebene [einander] gleich.'). Aus diesen vier bereits gesicherten Erkenntnissen kann nun unser Satz deduziert werden. Dieser Rekurs auf bereits bewiesene Sätze, auf Postulate und Axiome, die am Anfang der Elemente aufgelistet sind, bleibt dabei ebenso implizit wie die eigentliche Beweislogik: Der Beweis wird nicht erläutert. Am Ende macht unser Autor sich allerdings die Mühe, vom konkreten und evidenten Fall des Diagramms wieder auf den allgemeinen Satz zurückzuleiten und außerdem festzustellen, daß der Beweis nun beendet sei.

In dieser Art sind die Schriften der griechischen theoretischen Mathematik allgemein aufgebaut: Reihen von allgemeinen Sätzen mit Beweisen, die ein mit Buchstaben versehenes Diagramm benutzen und stets auf Axiome bzw. Definitionen oder bereits bewiesene Sätze rekurrieren. Es lassen sich nun einige markante Unterschiede zu den oben umrissenen Texttraditionen der Praktiker feststellen:

a. Es handelt sich um einen Satz, der bewiesen, statt um ein Berechnungsproblem, dessen Lösungsverfahren angegeben wird.

b. Es geht hier offenbar um die abstrakten Eigenschaften geometrischer Entitäten, nicht um die Berechnung quantitativer Eigenschaften konkreter Beispielobjekte oder Objektklassen (Würfelinhalte, Tordiagonalen usw.).

c. Der abstrakte geometrische Sachverhalt wird anhand eines Buchstabendiagramms konkretisiert, das dem Beweis die nötige Evidenz verleiht; in der Praktikertradition dagegen wird das in der Aufgabe beschriebene Beispielobjekt abgebildet mitsamt den Beispielwerten seiner Abmessungen.[26] Die Buchstaben am Diagramm ermöglichen einen eindeutigen Bezug des Textes auf das Diagramm.

d. Satz und Beweis sind unpersönlich formuliert. Die Praktikertradition dagegen arbeitet mit direkten, persönlichen Appellen, was zusammen mit der Markierung der einzelnen Verfahrensschritte zum ‚Rezeptstil' führt.

Auf das Merkmal der Unpersönlichkeit ist etwas näher einzugehen, weil es im Kontext griechischer Wissenschaftsprosa hervorsticht: Mit der einzigen Ausnahme des regelmäßigen ‚ich behaupte, daß' (λέγω ὅτι) begegnet uns in den Texten der mathematischen Theoretiker der Autor so gut wie nie, ebensowenig wird jemals der Rezipient angesprochen.[27] Und selbst dieses λέγω ὅτι oder φημὶ ὅτι[28] dient der Strukturaufklärung, d. h. dem Hinweis auf das Beweisziel, nicht dazu, den folgenden Beweis als eine persönliche Ansicht des Verfassers zu kennzeichnen, der ja ohnehin nicht weiter hervortritt. Der Verfasser verzichtet mithin auf alle Konventionen des second-order discourse, sich der Aufmerksamkeit seines Lesers zu versichern, wie sie für in ‚mündlichen' Kontexten entstandene Texte typisch sind.[29] Auffälligstes, geradezu terminologisches Symptom dieser Unpersönlichkeit

26 Siehe die Diagramme im Pap. Goodspeed, bei *Vogel/Gerstinger* (Anm. 13).

27 Natürlich gilt das nicht für die ‚persönlichen' Widmungsbriefe bei Apollonios und Archimedes. Zur Unpersönlichkeit Euklids siehe schon *Jochen Althoff*: Studien zu den Anfängen der wissenschaftlichen Literatur bei den Griechen, Habil.schrift Freiburg/Brsg. 1995, 276.

28 Dieses standardisierte beweiszielankündigende φημί ist allerdings sicher Erbe und Differenzierung eines thesenankündigenden φημί, das sich z. B. in den epideiktisch gefärbten *discours orales* des Corpus hippocraticum (dazu *Jacques Jouanna*: Rhétorique et médecine dans la collection Hippocratique, Rev. des ét. gr. 97 [1984], 26–44, hier 31) und noch als Definitionssignal im Corpus Aristotelicum findet.

29 Vgl. etwa *Gian F. Nieddu*: Il ginnasio e la scuola: scrittura e mimesi del parlato, in: *Giuseppe Cambiano* u. a. (Hgg.), Lo spazio letterario della Grecia antica. vol. I: La produzione e la circolazione del testo. tom. I: La polis, Roma 1992, 555–585, hier 563.

sind die typisch mathematischen Imperative der dritten Person wie im obigen Beispiel τεμνέτωσαν („sollen schneiden" statt persönlich etwa: „zeichne zwei Geraden so, daß sie … schneiden."). Nun sind unpersönliche Imperative in gewisser Weise eine Paradoxie,[30] jedenfalls gewiß keine in der Alltagssprache allgegenwärtige Sprachform.

Sehr deutlich kontrastieren diese unpersönlichen Imperative mit den persönlichen des Rezeptstils, die wir in den oben beschriebenen Praktikertexten fanden. Intention dieser unpersönlichen Imperative (oft des Perfekts) scheint zu sein, die Konstruktion der jeweiligen Betrachtungsgegenstände als bereits vorfindlich zu präsentieren und damit einen objektiv gegebenen Zustand herzustellen. Diese Imperative werden damit zum sprachlich auffälligsten Ausdruck einer bezeichnenden Haltung der ‚klassischen' griechischen Mathematik, die man als „kontemplativ und antioperational" bezeichnet hat.[31] An diesem Beispiel wird Zeitlosigkeit als Spezialfall und Funktion von Unpersönlichkeit besonders deutlich. Bei einem derart gattungstypischen Zurücktreten des Verfassers muß es sich um eine bewußte Stilisierung handeln: Denn die mündliche Rede Euklids wird sich formal nicht wesentlich etwa von der des Aristoteles oder der der jeweiligen platonischen Sprecher z. B. im Menon und im Theaitet unterschieden haben. (Ein solcher Kontrast von unpersönlicher Schrift und persönlicher Rede ist ja auch in den modernen mathematischen Wissenschaften noch festzustellen.[32])

Diesen Unterschieden stehen wenige Gemeinsamkeiten gegenüber, die überdies nur deutlich werden, wenn man die Gesamttexte der beiden Traditionen jeweils miteinander vergleicht, was wir hier nicht tun können. Deshalb in Kürze:

a. Die Literatur der griechischen theoretischen Mathematik besteht, läßt man Vorworte und Widmungsbriefe einmal außer Acht, im wesentlichen aus einzelnen, miteinander nicht explizit verbundenen Einheiten von Sätzen und zugehörigen Beweisen (oder Konstruktionsaufgaben und dem Nachweis, daß diese zu lösen sind). Der Zusammenhang mit den anderen derartigen Einheiten bleibt stets implizit; nicht einmal durch Partikel wird ein Zusammenhang hergestellt, geschweige denn durch überleitende Sätze. Beides findet sich in allen anderen Beispielen griechischer Wissenschaftsprosa. Dieser Befund verblüfft, kommt es in der Mathematik doch gerade besonders auf Begründung an, also eben die Verknüpfung von Sätzen.[33] Die ist hier offenbar ganz allein vom Leser oder Lernenden zu leisten, der Autor unterstützt ihn dabei in keiner Weise. Diese eigenartige Texteigenschaft nenne ich ‚diskret' im Gegensatz zu ‚kontinuierlicher' Prosa, die den gedanklichen Zusammenhang zwischen ihren Sätzen sprachlich bezeichnet. Solche Listen von ‚diskreten' Texteinheiten finden sich im Gegensatz zur griechischen Literatur gerade in den altorientalischen Literaturen, deren beherrschende Organisationsform für Sachtexte überhaupt die der Liste ist, meist von bloßen Begriffen, manchmal auch von kurzen Texten, etwa arithmetischen Problemen,[34] Rezepten oder Krankheitsbeschreibungen. Das im Kontext griechischer

30 Was Platon vielleicht bereits gesehen hat: Resp. VII, 527 A 6 – B 1 kontrastiert den Gegensatz von handlungsorientierter Sprache und rein noetischer Praxis.

31 *Jean Piaget*: Die Entwicklung des Erkennens I. Das mathematische Denken [frz. Paris 1950], m. e. Einf. v. *Hans Aebli*, Stuttgart 1972, 260 f.; Platon, Resp. VI, 510 D 5 ff.

32 Siehe z. B. *Ruth Gläser*: Fachtextsorten im Englischen, Tübingen 1990, 57.

33 So *Jens Høyrup*: Varieties of Mathematical Discourse in Pre-Modern Socio-cultural Contexts: Mesopotamia, Greece, and the Middle Ages, Sci. & Soc. 49 (1985), 4–41, hier 4.

34 Beispiele bei *Robson* (Anm. 19), 208–244.

Wissensliteratur so auffällige Merkmal des ‚Diskreten' wird die griechische Mathematik euklidischen Typs vermutlich letztlich aus den ägyptisch-babylonischen Rechenbüchern oder vielmehr ihren griechischen Adaptationen übernommen haben. Unsere Texte sind also letztlich Listen von Sätzen samt ihren beweisenden Appendices; allerdings besonders komplexe Listen, weil ihr Reihungsprinzip kein etwa lexikalisches, sondern ein systematisches ist. So gewinnt die in der Elementaliteratur vorliegende Satzliste durch ihre deduktive Anordnung den Charakter eines Systems.

b. Beide Texttraditionen arbeiten mit standardisierten Texten, d. h. sowohl die Theoretiker wie die Praktiker bemühen sich, gleiche gedankliche Strukturen sprachlich gleich zu realisieren. Vor allem die Texte der griechischen Theoretiker zeichnen sich durch extreme Standardisierung auf mehreren Ebenen aus. Nach antikem wie modernem literarischen Empfinden wirkt mathematischer Stil daher auf den nichtmathematischen Leser befremdlich, um nicht zu sagen: unattraktiv, jedenfalls deutlich ‚anders'.[35] Schon das aristotelische Publikum empfand offenbar bei nichtmathematischen Inhalten ein Unbehagen angesichts mathematischer oder mathematisierender ἀκριβολογία (sprachlicher Genauigkeit), die als ‚kleinlich' (ἀνελεύθερον) empfunden werden konnte.[36] (Wie bereits die wörtliche Übersetzung ‚unfrei" zeigt, ist bei dieser ästhetischen Wertvorstellung damit zu rechnen, daß sie sich aus einem sozialen Distinktionsbedürfnis speist [siehe dazu unten]). Im einzelnen: Der verwendete Wortschatz ist klein und standardisiert.[37] Man findet in ihm kaum Synonyme; jeder Begriff ist eindeutig. Nicht weniger standardisiert ist die Syntax dieser Literatur: Uns begegnen immer wieder ähnlich oder gleich gebaute Kola.[38] Dieselbe Tendenz gilt für die sprachliche Präsentation der Beweise insgesamt, die sich stets in verschiedene, in Form und Funktion standardisierte und daher deutlich unterscheidbare Bestandteile zerteilen lassen. Bereits in der antiken Tradition sind diese Einzelteile demgemäß auch schon beschrieben, funktionell definiert und benannt worden.[39]

Nunmehr übersehen wir die Texte der griechischen Theoretiker in ihrem Unterschied zu älteren Praktikertraditionen. Sofort schließt sich die Frage an, wie es denn zu dieser Differenz gekommen sei, d. h. wie sich denn überhaupt die spezifisch griechische, theoretische, Mathematik gebildet habe. Wir versuchen eine Antwort, indem wir verschiedene Milieus des 5. Jh. v. Chr. rekonstruieren und fragen, wie sie in Zusammenhang mit den skizzierten auffälligen Textmerkmalen zu bringen sind. Alle diese Milieus sind im Kontrast zu dem oben skizzierten der Praktikergruppen zu verstehen.

35 Siehe Aristoteles, Rhet. III 1.1404a12; vgl. *Giuseppe Cambiano*: La démonstration géometrique, in: *Marcel Detienne* (Hg.), Les savoirs de l'écriture. En Grèce ancienne, Lille 1988, 251–272, hier 260.

36 Aristoteles, Metaph. a 3.995a8–16.

37 Das hat *Reviel Netz*: The Shaping of Deduction in Greek Mathematics, Cambridge 1999, 104–126 deutlich gezeigt.

38 *Netz* (Anm. 37), 133–157 findet 105 solcher „formulae".

39 Besprochen von *Thomas Heath*: A History of Greek Mathematics, 2 Bde., Oxford 1921, I 370 ff.; siehe jetzt *Reviel Netz*: Proclus' Division of the Mathematical Proposition into Parts, Class. Quart. 49 (1999), 282–303.

1. Die Anfänge: von Milet nach Athen

Einen historisch-sozialen Ort der theoretischen mathematischen Literatur in Griechenland zu bestimmen, wird dadurch sehr erschwert, daß man über die Mathematiker bis Euklid als Personen so gut wie nichts weiß. Das liegt teils an der Unpersönlichkeit dieser Literatur, deren Verfasser außer in fakultativen Vorworten nichts von sich preisgeben, teils daran, daß die großen Mathematiker des 3. Jh. die Texte ihrer Vorgänger verdrängt haben.[40] Außer verstreuten Zitaten und zweifelhaften Anekdoten, meist aus der neuplatonischen Tradition, ist man auf die kümmerlichen Reste einer Geometriegeschichte angewiesen, die Eudemos von Rhodos, ein Aristotelesschüler, zusammengestellt hat und aus der einige Exzerpte in spätantiken Kommentaren, bei Proklos und Simplikios, überlebt haben.[41] So findet sich bei Proklos ein auf Eudemos zurückgehender Mathematikerkatalog, der die Namen und Grobchronologie der voreuklidischen Mathematiker aufzählt, über diese als Personen aber so gut wie gar keine Information gibt. Zweifellos wußte auch schon Eudemos wenig über sie. Statt diese dürre Liste von insgesamt 21 Namen hier zu wiederholen,[42] beschränken wir uns auf kurze Bemerkungen zu einigen Personen, die für die voreuklidische Entwicklung der theoretischen Mathematik wesentlich sind, weil sie wahrscheinlich einzelne ihrer Phasen markieren: v. a. Thales von Milet sowie Oinopides und Hippokrates von Chios.

Thales von Milet (ca. 625–547 v. Chr.) gilt als derjenige, der neben vielen anderen Leistungen theoretischer und praktischer Natur auch zuerst generelle Sätze mathematischen, genauer elementargeometrischen, Inhalts formulierte und begründete.[43] Die Nachrichten über Thales sind allerdings derart überwuchert vom Gestrüpp der anekdotischen Traditionen über die ‚Sieben Weisen', daß sich über ihn als historische Person fast nichts Sicheres sagen läßt. Es ist anzunehmen, daß er zur Oberschicht Milets gehörte, da ihm von Herodot Anregungen zur Ausweitung und Zentralisierung des panionischen Bundes zugetraut werden.[44] Ihm wird von antiken Doxographen die Entdeckung von vier geometrischen Sätzen zugeschrieben (auch der oben als Beispiel angeführte aus Euklid über die Scheitelwinkel),[45] doch ist umstritten, ob diese Zuschreibung Glauben verdient[46] und wenn ja, in welcher Form er diese Sätze aufgestellt und ob er sie überhaupt begründet hat. Radikale Skeptiker haben Thales mit dem Hinweis auf die Unsicherheit doxographischer Überlieferung alles Mathematische abgesprochen.[47] Doch war der Quelle des Proklos, vermutlich eben Eudemos, mindestens einer dieser Sätze (über die Basiswinkel im gleichschenkligen

40 Zur Quellenlage *Hans-Joachim Waschkies*: Mathematische Schriftsteller, in: *Hellmut Flashar* (Hg.), Grundriss der Geschichte der Philosophie. Die Philosophie der Antike. Bd. 2/1: Sophistik. Sokrates. Sokratik. Mathematik […], Basel 1998, 365–453, hier 367–371.

41 *Leonid Zhmud*: Eudemus' History of Mathematics, in: *William W. Fortenbaugh* und *István M. Bodnár* (Hgg.), Eudemos (Rutgers Univ. Ser. in the Class. Human. 11), New Brunswick (im Druck), 1–31.

42 Hippias (65.14 Friedlein) wird nur als Mathematikhistoriker erwähnt.

43 *Jürgen Mittelstraß*: Die Entdeckung der Möglichkeit von Wissenschaft, Arch. for the Hist. of Ex. Sci. 2 (1962/1966), 410–435, 413 ff.

44 Herodot 1.170.3 (= 11 A 4 DK); vgl. auch Diog. Laërt. 1.22.

45 Proklos, In Eucl. 157.10 ff.; 250.20 f.; 299.3 f.; 352.14 ff. (= 11 A 20 DK).

46 Auch die Glaubwürdigkeit des Eudemos ist bezweifelt worden: siehe *Ian Mueller*: Aristotle and the Quadrature of the Circle, in: *Norman Kretzmann* (Hg.), Infinity and Continuity in Ancient and Medieval Thought, Ithaca/London 1982, 146–164, 160.

47 *David R. Dicks*: Thales, Class. Quart. n.s. 9 (1959), 294–309, besonders 298 ff.

Dreieck) aus einem Text bekannt: er äußert sich nämlich über ein Terminologieproblem.[48] Vielleicht läßt sich Thales ein anderswo erwähnter astronomischer Prosatext Περὶ τροπῆς καὶ ἰσημερίας (Über Sonnenwende und Tagundnachtgleiche; Diog. Laërt. 1.23) zuschreiben, in dessen Rahmen diese Elementarsätze irgendwie formuliert waren. Jedenfalls scheinen die fraglichen Sätze nicht im Zusammenhang eines axiomatisch-deduktiven Systems formuliert, geschweige denn bewiesen worden zu sein, obwohl sie alle in Kreise eingeschriebene Dreiecke betrachten und sich für Winkel interessieren. Möglicherweise hat Thales diese Sätze durch Symmetriebetrachtungen begründet, d. h. eine logikfreie Elementargeometrie benutzt.[49] Diese Begründung könnte mündlich gegeben worden sein.

Der thaletische Anfang ist aus unserer Perspektive abrupt. Das schließt es aus, ihn als Ergebnis eines historischen Prozesses zu verstehen. Für das Bedürfnis allerdings, überhaupt theoretisch, d. h. empirieentzogen, zu argumentieren, hat Dmitri Panchenko kürzlich für die Milesier um Thales eine überzeugende Modellsituation entworfen, die als Bedingungen theoretischer Argumentation erstens ein Interesse für Fragestellungen voraussetzt, die nach Überzeugung aller Diskursteilnehmer nicht durch Empirierekurs zu beantworten sind.[50] Gerade die Erklärung (anders als die bloße Schilderung) z. B. astronomischer Phänomene verlangt nach geometrischen Modellen, im Gegensatz zu ihrer Berechnung zu kalendarischen Zwecken. Zweitens muß ein gruppenübergreifender Konsens bestehen, infiniten Regreß zu vermeiden, d. h. ein allgemeines, nicht mehr hintergehbares Begründungsprinzip anzunehmen, drittens eine Kleingruppenstruktur von Gleichrangigen, die sich nur durch Überzeugen einigen kann.[51]

Mit Thales wird im griechischen Osten eine Frühphase theoretischer Mathematik deutlich, gekennzeichnet durch die Ablösung arithmetischer Rechenanweisungen der babylonischen Tradition durch geometrische Konzepte oder durch das Interesse einer Gruppe für Fragen mathematisch-abstrakter Natur, die mit arithmetischen Verfahren nicht zu lösen waren. Vermutlich waren diese Fragen alltagsfern, jedenfalls wenn man sie durch ein geometrisches Modell abstrahierte. Diese Ablösung ließe sich genauer beschreiben als Übergang von einer operativen Begründung mittels eines erprobten und an vielen Beispielen als effizient nachweisbaren Verfahrens zu einer ‚anders' begründenden, d. h. im späteren aristotelischen Sinne beweisenden, aus der dann irgendwann eine axiomatisch-deduktive wurde. Für diese Frühphase bleiben Phokos von Samos, Mandrolytos von Priene, Matriketas von Methymna, Kleostratos von Tenedos und Mamerkos, der Sohn oder Bruder des Stesichoros, bloße Namen nachthaletischer Personen,[52] denen mathematische Kompe-

48 Proklos, In Eucl. 250.23–251.2 Friedlein = 11 A 20 DK; *Dmitri Panchenko*: Ὅμοιος and ὁμοιότης in Anaximander and Thales […], Hyperboreus 1 (1994), 28–55, hier 37 ff.

49 Siehe *Oskar Becker*: Das mathematische Denken der Antike, Göttingen ²1957, 37 ff. Einigen, etwa *Leonid Zhmud*: Wissenschaft, Philosophie und Religion im frühen Pythagoreismus, Berlin 1997, 167 f., gelten die bei Aristoteles, Anal. pr. I 24.41b14–22 und Metaph. Θ 9.1051a26–29, gegebenen Beweis*ideen* als thaletisch.

50 *Dimitri Panchenko*: Thales and the Origin of Theoretical Reasoning, Configurations 1 (1993), 387–414, hier 406 f. gibt als Beispiel die Abschätzung der Entfernung von Schiffen auf der See (Thales Fr. 11 A 20 DK). Ein anderes, allerdings nicht für Thales bezeugtes, ist die Feststellung der Inkommensurabilität der Quadratdiagonale mit der Seite des Quadrats: sie läßt sich nur durch mathematische Argumentation *beweisen*, niemals *beobachten*.

51 *Panchenko* (Anm. 50), 398 f., 403–413.

52 Siehe *Walter Burkert*: Lore and Science in Ancient Pythagoreanism, Cambridge, Mass. 1972, 416 Anm. 88, 417 Anm. 93. Zu Mamerkos Proklos, In Eucl. 65.12–15 (= Hippias 86 B 12 DK) und die Suda.

tenz, welcher Art auch immer, nachgesagt wurde. Immerhin deutet die geographische Verbreitung ihrer Herkunftsorte darauf, daß es sich bei diesem Wissenstyp um ein kleinasiatisch-ionisches Produkt handelte. Ein später Zeuge für die eventuell in der thaletischen Tradition zu vermutende Art theoretischer Mathematik, d. h. die Präsentation und vielleicht Diskussion von Propositionen ohne formalen Beweis und ohne den später obligatorischen formalen Apparat ist möglicherweise der Atomist Demokrit von Abdera (ca. 460–380), den Eudemos wohl nicht erwähnt hat.[53] Ihm wurden aber etliche mathematisch-astronomische Schriften und die Entdeckung einiger Sätze zugewiesen.[54] Das einzige wörtliche Fragment (aus Περὶ γεωμετρίης B 155) handelt von der komplexen Materie der Kegelschnitte, doch begegnen wir darin ganz offensichtlich einer persönlich-diskursiven, gewissermaßen rhetorischen Darstellungsform, die von derjenigen der Tradition der Elementa denkbar deutlich absticht. Demokrit hat einige Sätze formuliert, bewiesen aber haben sie erst Spätere. Hier handelt es sich um eine Stiltradition, nämlich die der vorsokratischen ionischen Sachdarstellungen, die mit derjenigen der Elementa offenbar nichts zu tun hat.[55]

Manchen (antiken wie modernen) mathematikhistorischen Konstruktionen gilt Pythagoras von Samos (ca. 560–480 v.Chr.) als Begründer axiomatisch-deduktiven Vorgehens und damit als „Erfinder" der griechischen theoretischen Mathematik. Walter Burkert hat aber alle derartigen Nachrichten überzeugend als Reflexe auf Konstruktionen der Pythagoreer seit dem 4. vorchr. Jh. enttarnt, die sich ihren Meister nachträglich aus ihrer Gegenwart konstruierten.[56] Mit der theoretischen Mathematik, die wir hier betrachten, hatte Pythagoras demnach vermutlich wenig zu tun; in seine religiös-mystagogische Geheimwissenschaft integrierte er allerdings eine ontologische Zahlenlehre und könnte in deren Zusammenhang immerhin die mathematisierte Harmonielehre begründet haben. Im Zusammenhang unserer Fragestellung ist er aber der älteste Beleg für die Rezeption und Vereinnahmung einer bereits ausgebildeten theoretisierten oder sich gerade theoretisierenden Mathematik (teilweise noch mit arithmetischem Schwerpunkt) durch Wissensdiskurse anderer Ausrichtung, in diesem Fall eben religiöse.[57] Trotzdem wurde theoretisches mathematisches Wissen später unter Pythagoreern gepflegt: Für Archytas, mehrfachen Strategen von Tarent, ungefähren Zeitgenossen Platons, ist die Beschäftigung mit mathematischer Theorie glaubhaft bezeugt, allerdings erst im 4. Jh. Aus mathematikgeschichtlicher Perspektive ist das Pythagoreertum des Archytas also wahrscheinlich akzidentiell.

Die Ausbreitung des theoretischen mathematischen Wissens in seiner Formierungsphase aus dem ionischen Osten nach Athen können wir an zwei Mathematikern aus Chios belegen: Oinopides und Hippokrates. Oinopides, tätig in der 2. Hälfte des 5. Jh., hat sich im Zusammenhang astronomischer Fragestellungen (Schiefe der Ekliptik, Länge des Sonnen-

53 So *Wilbur R. Knorr*: Infinity and Continuity: The Interaction of Mathematics and Philosophy in Antiquity, in: *Norman Kretzmann* (Hg.), Infinity and Continuity in Ancient and Medieval Thought, Ithaca/London 1982, 112–145, hier 139, doch siehe *Zhmud* (Anm. 41), 9 f.

54 68 A 33 DK (II 91 = Diog. Laërt. 9.47 f.). Die Sätze, die Archimedes dem Demokrit zuschreibt (Meth. praef. II 430.2–10 Heiberg), stammen vermutlich auch aus Περὶ γεωμετρίης.

55 Das gilt vermutlich für alle mathematischen Schriften Demokrits: *Fowler* (Anm. 14), 289 etwas zu skeptisch.

56 *Burkert* (Anm. 52), 401–427.

57 Dasselbe gilt für den Pythagoreer Philolaos von Kroton (Mitte 5. Jh.), vgl. v. a. 44 A 7a DK; *Netz* (Anm. 37), 274. Über Pythagoreer des 5. Jh. wie Hippasos und Eurytos weiß man zu wenig.

jahres) offenbar mit grundsätzlichen, d. h. für die Praxis irrelevanten, geometrischen Problemen beschäftigt.[58] Für seinen „Kreis" sind auch bereits metamathematische Überlegungen belegt, die Unterscheidung von Theorem und Problem betreffend;[59] ihm wird die Präzisierung mathematischer Konstruktionen als Einschränkung auf Zirkel und Lineal zugeschrieben.[60] Wie zu Thales, so macht Eudemos auch zur Terminologie des Oinopides eine Bemerkung, hat also wahrscheinlich einen Text auch von ihm gelesen;[61] wie von Thales, können wir auch von Oinopides nicht sagen, welche Form dieser Text hatte (abgesehen davon, daß er wohl in Prosa abgefaßt war). Von Oinopides vermittelt die Überlieferung den Eindruck, er habe sich mit Geometrie nur befaßt, um astronomische Probleme zu lösen; dieses Verhältnis kehrt sich mit seinem nur wenig jüngeren Landsmann Hippokrates um, dessen astronomische Beschäftigung offenbar eher Parergon seines Interesses für theoretische Geometrie war. Er stellte als erster Elemente (στοιχεῖα) zusammen; von ihm liegt uns, zwar als Exzerpt und mit einigen Textveränderungen überliefert, aber dennoch deutlich, ein kurzer, zusammenhängender Text über die Quadratur möndchenförmiger Kreissegmente vor.[62] Hier finden sich bereits eine axiomatisch-deduktive Argumentation sowie die Textmerkmale der Unpersönlichkeit, der Sprachnormierung und der textuellen Einbindung eines mit Buchstaben versehenen Diagramms. Damit zeigt Hippokrates schon die typischen Merkmale der theoretischen Mathematiker des 3. Jh. v. Chr. Vermutlich können wir uns seine Elemente nach Analogie und als literarischen Vorläufer der euklidischen vorstellen, weshalb Proklos sie ja auch als die ersten ihrer Art erwähnt. Mit ihm haben wir um ca. 430 v. Chr.[63] einen sicheren Anhaltspunkt für die Existenz theoretischer Mathematik in Athen, für spezifisch mathematische Texte als Kommunikationsmittel und also auch für eine Gruppe von Interessierten, d. h. ein an theoretischer Mathematik interessiertes Publikum. Es gibt keinen Hinweis darauf, daß diese Gruppe mit Pythagoreern oder mit ‚Philosophen" zu identifizieren ist: sie scheint autonom gewesen zu sein. Daß die beiden Chier überhaupt Affinitäten zu den Pythagoreern hatten, ist möglich, aber nicht besonders wahrscheinlich: in jedem Fall sind sie nicht von ihnen beeinflußt worden, sondern die Einflußnahme muß umgekehrt verlaufen sein.[64] Oinopides und Hippokrates haben ihr geometrisches Wissen vermutlich bereits auf Chios erworben. Sie kamen wohl nach Athen, das damals Hauptstadt des Seebunds war, zu dem seit dessen Gründung 478/77 v. Chr. auch Chios gehörte, aus politischen, vielleicht auch aus ökonomischen Gründen, insgesamt vielleicht ähnlich wie die Sophisten (siehe Platon, Prot. 337 D 5 f.). Die anekdotische Tradition berichtet, Hippokrates sei ein reicher Händler gewesen, habe aber sein Vermögen durch eigene Dummheit, Seeraub oder Betrug verloren, sei nach Athen gekommen, um dort seine Schädiger zu verklagen und habe sich die Wartezeit vor dem Prozeß mit

58 Von einem gegebenen Punkt aus ein Lot auf eine Gerade zu fällen: Proklos, In Eucl. 283.4 Friedlein.
59 Proklos, In Eucl. 80.15 ff. Friedlein (= 41 A 12 DK).
60 *Arthur D. Steele*: Über die Rolle von Zirkel und Lineal in der griechischen Mathematik, Qu. & Stud. z. Gesch. d. Math. B 3 (1936), 287–369, hier 360 ff. Diese Einschränkung fällt mit den ersten drei euklidischen Konstruktionspostulaten zusammen.
61 Proklos, In Eucl. 283.7 ff. Friedlein (= 41 A 13 DK).
62 Siehe *Oskar Becker*: Zur Textgestaltung des eudemischen Berichts über die Quadratur der Möndchen durch Hippokrates von Chios, Qu. & Stud. z. Gesch. d. Math. B 3 (1936), 411–419.
63 Zur Datierung *Burkert* (Anm. 52), 314 Anm. 77.
64 Immerhin trennt Aristoteles, Meteor. I 6.342b35 ff. deutlich zwischen Pythagoreern einerseits und Hippokrates und dessen „Schüler" Aischylos andererseits. Siehe insgesamt *Burkert* (Anm. 52), 449–554.

Mathematik verkürzt.[65] Wahr daran ist mit Sicherheit, daß Hippokrates so wohlhabend war, sich allein mit Mathematik beschäftigen zu können, und von Chios nach Athen kam. Wenn Oinopides und Hippokrates aus der alteingesessenen Oberschicht von Chios stammten, könnten sie eventuell als Repräsentanten ihrer Insel nach Athen gekommen sein. Doch bleibt das reine Spekulation. Nur noch namentlich sind uns die Mathematiker Theudios und Hermotimos, Zeitgenossen Platons, bekannt,[66] deren Elemente Platon und Aristoteles wahrscheinlich als Grundlage ihrer mathematiktheoretischen Diskussionen dienten. Wir haben keinerlei Grund anzunehmen, ihre Schriften seien der Gestalt nach von den Übereinstimmungen zwischen Hippokrates und Euklid abgewichen.

Wenn wir nun nach den möglichen Ursachen für diese Textgestalt fragen, bietet es sich an, zunächst das Augenmerk auf ihre charakteristische Unpersönlichkeit zu lenken. Wie bereits angedeutet, wird im Text das Zurücktreten unserer Autoren im Unterschied zur Selbstnennung oder Polemik etwa bei manchen Vorsokratikern oder frühen Medizinern sehr deutlich.[67] Auch das ‚integrative Wir', das den Geist einer Gruppe beschwört, so häufig in den Lehrvorträgen etwa des Aristoteles, findet sich praktisch nie.[68] Aus dieser Unpersönlichkeit konnte die Legende von Euklids Bescheidenheit erwachsen, von der Pappos berichtet.[69] Vergleiche mit anderen Mathematikern von Hippokrates bis Theodosios zeigen aber, daß diese spezielle Form der Unpersönlichkeit gattungstypisch ist. Nicht schlechthin alle Mathematiker aber können von übergroßer Bescheidenheit gewesen sein. Bedenkt man den Ursprung der starken Persönlichkeit in den Texten der Mediziner und Philosophen, so wird man dort den Ursprung der vielen Hinweise auf einen Verfasser in einer agonalen Situation vermuten,[70] in der mit anderen Anbietern um die Gunst des Publikums und damit die Existenzsicherung als Arzt zu konkurrieren war. Überhaupt neigen schriftliche Äußerungen in der Frühzeit der Schriftmedien des griechischsprachigen Raums dazu, als Wettbewerbsvorteil in agonalen Situationen zu dienen.[71] Nun existieren kaum Hinweise auf andere Gruppen, die mit den Mathematikern um etwas konkurriert haben könnten. Diskursfremde Kritteleien von sophistischer oder philosophischer Seite sind offenbar wirkungslos geblieben (siehe unten), wenn man die Deduktivität der mathematischen Präsentation nicht schon an sich als Abwehr uneingeweihter Kritik verstehen möchte.[72] Insofern ist die verbreitete Annahme problematisch, agonales Ruhmesstreben habe *direkt* zur Entwicklung formaler Beweistechniken geführt.[73]

65 So bei Philoponos, In Arist. Phys. ad I 2.185a16 (CAG 16, S. 31.3–7 Vitelli); Teile schon bei Aristoteles, Eth. Eudem. VII 14.1247a17–20.

66 Proklos, In Eucl. 67.12 ff. und 20 ff. Friedlein.

67 Z. B. Heraklit 22 B 81; Alkmaion von Kroton 24 B 1 DK; Empedokles 31 B 39 DK; Diogenes von Apollonia 64 B 1, 2 DK.

68 Vgl. Karl O. Brink, Stil und Form der pseudoaristotelischen Magna moralia, Ohlau 1933, 57. In Euklids Elementen findet sich integratives Wir nur in Verfahrensabkürzungen („ähnlich [scil. wie oben] werden wir zeigen"): etwa 1.14 (I 23 Stamatis); 1.40 (I 54); 3.1 (I 95); 3.20 (I 123).

69 Pappos, Coll. 7.34 (676.25–678.8 Hultsch); skeptisch auch *Serafina Cuomo*: Pappus of Alexandria and the Mathematics of Late Antiquity, Cambridge 2000, 197.

70 So etwa *Gordon L. Miller*: Literacy and the Hippocratic Art, Journ. of the Hist. of Med. 45 (1990), 11–40, hier 39.

71 Vgl. die frühen Schriftzeugnisse aus Athen bei *James Whitley*: Cretan Laws and Cretan Literacy, Am. Journ. of Archaeol. 101 (1997), 635–661, hier 641–644.

72 So andeutend *Knorr* (Anm. 53), 145.

73 Etwa bei *Aleksandr Zaicev*: Das griechische Wunder. Die Entstehung der griechischen Zivilisation, Konstanz 1993, 167; *Zhmud* (Anm. 49), 155.

Es ergibt sich mithin e contrario die These, daß die Unpersönlichkeit mathematischer Schriften durch die umgekehrte Situation, also die Freiheit von Konkurrenz, verursacht, wenigstens begünstigt wurde. Obwohl auch unter Mathematikern ein gewisser Wettbewerb geherrscht haben muß (man denke an die vielen Versuche der Kreisquadratur oder der Würfelverdoppelung![74]), scheint dieser nicht im Medium der Schriften der theoretischen Tradition ausgetragen worden zu sein. Es sei denn, man möchte bereits das wiederholte Abfassen und Verbessern von derartigen Elementa-Schriften, das der eudemische Mathematikerkatalog bei Proklos ja schildert, als Konkurrenzakt auffassen; wäre das jedoch ein leitendes Abfassungsmotiv, dann bliebe unerfindlich, warum Polemik und Selbstnennung unterbleiben. Agonales Ruhmesstreben ist jedenfalls schwerlich mit Texten zu befriedigen, deren Gattungsgesetze es geradezu verbieten, ihre Autoren zu nennen.[75] Auch die Existenz eines relativ geschlossenen und konsistenten Fachvokabulars – man verdeutliche sich den Kontrast zu Medizinern oder Philosophen[76] – spricht gegen eine langdauernde Konkurrenzsituation während der Formierungsphase der griechischen Mathematik. Als Autoren- und Rezeptionsgruppe würde man daher eher an eine wettbewerbsarme, geschlossene Gruppe, eine Art ‚Autoren-Kollektiv', denken, das Anonymität favorisiert (die vielbeschworenen ‚pythagoreischen Gemeinschaften' als Ur-Milieu von Elementaschriften sind also wenigstens aus dieser Perspektive ein verlockendes Milieu).[77] Die Homogenität der angenommenen Mathematikergruppe(n) wird z. B. daraus ersichtlich, daß die impliziten Grundlagen des geometrischen Beweises offenbar zunächst so allgemein akzeptiert wurden, daß darüber keine Kontroverse entbrannte, worauf das weitgehende Fehlen von second-order discourse zu diesem Thema hinweist. Der entwickelte sich aber erst richtig im 4. Jh., nachdem die Philosophen in Kontakt mit mathematischem Wissen gekommen waren, und wurde zu deren Domäne, nicht zu der der Mathematiker.

Unsere Argumentation läuft also zunächst auf die Annahme hinaus, die griechische theoretische Mathematik sei von Anfang oder doch einem sehr frühen Zeitpunkt an, ökonomisch und aus der Binnenperspektive gesehen, ein Spiel gewesen, ganz im Gegensatz zu den Textformen und Tätigkeiten der mathematischen Praktiker. Die theoretischen Mathematiker waren nicht in dem Sinne professionell, daß sie erwerbstätig gewesen wären, ganz sicher nicht als Mathematiker. Doch sind die Besonderheiten der Texte dieser Gruppe damit noch nicht hinreichend erklärt, wozu eine weitere These aufzustellen ist:

Die Funktion von Unpersönlichkeit und Standardisierung des mathematischen theoretischen Textes liegt darin, Nachteile zu kompensieren, die sich durch Institutionslosigkeit für Wissensvermittlung ergeben. Diese These ist zweiteilig: a. Die Merkmale unserer Texte dienen der Rezeptionssicherung. Die lexikalisch-syntaktisch-makrostrukturellen Besonderheiten dieser Art von Texten können nicht ursächlich aus einer möglichen Unterrichtsfunk-

74 Zur Kreisquadratur siehe Simplikios, In Arist. Phys. ad I 2.185a14 (CAG 9, S. 54.12–14 Diels). Zum Wettbewerbsbewußtsein unter Mathematikern siehe z. B. Thales 11 A 19 DK; Ps.-Demokrit Fr. 68 B 299 DK. Zur Würfelverdoppelung Eutokios, In Archim. Sph. et. cyl. III 54.26 ff. Heiberg (Eudoxos); 78.13 ff. (Menaichmos); 84.12 ff. (Archytas); 88.17 ff. (Hippokrates).

75 Pace *Zaicev* (Anm. 49), 167; siehe *Panchenko* (Anm. 50), 405.

76 Siehe *Netz* (Anm. 37), 122 f.; vgl. z. B. Galen, Über die medizinischen Namen, 16.20 ff. dt./6 f. ar. Meyerhof/Schacht.

77 *B. L. van der Waerden*: Die Postulate und Konstruktionen in der frühgriechischen Geometrie, Arch. for the Hist. of Ex. Sci. 18 (1977/78), 343–357, hier 343 ff.

tion in mündlicher Wissensvermittlung abgeleitet werden; ebensowenig übrigens aus einem Selbstgespräch des Mathematikers, der sich den Kopf über einem Diagramm zerbricht und vor sich hin murmelnd Notizen macht, die schließlich zu einem Text werden, der ‚mündliche' Reste bewahrt (was meines Erachtens den Sachverhalt gar nicht trifft: Eine Schriftkultur ist die Basis der griechischen Mathematik).[78] Gerade die Stringenz unserer Texte und ihre sprachliche Rigorosität zeigen, daß der mündlich sich vollziehende Prozeß mathematischer Entdeckung mit all seinen Sackgassen, Wiederholungen und begrifflichen wie syntaktischen Unebenheiten eben nicht dargestellt werden sollte.[79] Die von heutigen Mathematikdidaktikern angefertigten Transkripte von Schülerargumentationen zeigen, wie eine solche mündliche Rede über vorliegende Diagramme ausgesehen haben könnte: vor allem reich an deiktischen Elementen und persönlichen Formen,[80] wie sie auch die entsprechenden Partien im Menon und im Theaitet zeigen.

Im Gegensatz dazu verwischt der mathematische Text alle Spuren, die den induktiven Weg des Wissensgewinns beschreiben könnten. Ihm geht es ganz offensichtlich nicht um den Prozeß der Wissensermittlung, sondern um die Fixierung des Ergebnisses. Mit anderen Worten: unsere Texte sind keine spontanen Spuren eines Verschriftlichungsprozesses, wie etwa Notizen oder Mitschriften es sein könnten, sondern zwingen einen Gedanken oder ein System in ein konventionelles, mündlichkeitsfernes Ausdrucksschema. Dieser Zwang verfolgt offenbar das Ziel einer objektivierenden und damit konsensstiftenden Darstellung.[81] Daran ist hier die kommunikationssichernde Funktion solcher Objektivierung hervorzuheben. Diese einer Intention untergeordnete Formalisierung ist nämlich als eine der typischen Wirkungen einer schriftlichen Wissenstradition anzusehen,[82] deren zunächst dominantes Merkmal es ja ist, Wissen weiterzugeben, ohne daß der Lehrende diesen Prozeß bis zum Ende vollständig kontrollieren kann. Die Standardisierung des Textes entsteht, um die nötige Kontrolle auch unter diesen ungünstigen Bedingungen möglichst zu gewährleisten. Unsere Schriften wollen Ergebnisse als zeit-, ort- und autorenlos gültig präsentieren und mühen sich deshalb redlich, hinter diesen Ergebnissen stehende Personen, Diskussionen, Denkwege und historische Situationen, mithin alles Subjektive, zu tilgen. Es entsteht ein situationsunabhängiger, im eigentlichen Sinne ‚autonomer' Text. Für die Einschätzung dieser textuellen Autonomie ist der Vergleich mit den oben beschriebenen Verfahrenstexten instruktiv, die „nur das Gerüst für eine mündliche Überlieferung bilden, die die allgemeinen Gesetzmäßigkeiten an Hand der Einzelbeispiele verständlich machte".[83]

Diese Merkmalsgruppen deuten darauf hin, daß hier der Versuch vorliegt, mit allen (textuellen) Mitteln ein Mißverstehen unmöglich zu machen oder, positiv formuliert, Kom-

78 Ebenso *Waschkies* (Anm. 17), 94 mit Anm. 8 mit Verweis auf *Fowler*.

79 Dieselbe Diskrepanz zeigt sich, wenn man die im platonischen Menon gezeigte ‚mathematische Praxis' mit den Texten der Mathematiker vergleicht.

80 Vgl. *Eva Jablonka*: Zur Analyse von Argumentationen im Mathematikunterricht, in: *Michael Neubrand* (Hg.), Beiträge zum Mathematikunterricht, Hildesheim 2000, 310–313, hier 312.

81 Siehe die Bemerkungen von *Bettina Heintz*: Die Innenwelt der Mathematik. Zur Kultur und Praxis einer beweisenden Disziplin, Wien/New York 2000, 122 f. zur Gegenwartsmathematik.

82 Siehe *Gian F. Nieddu*: Neue Wissensformen, Kommunikationstechniken und schriftliche Ausdrucksformen in Griechenland im sechsten und fünften Jh. v. Chr. […], in: *Wolfgang Kullmann* und *Jochen Althoff* (Hgg.), Vermittlung und Tradierung von Wissen in der griechischen Kultur, Tübingen 1993, 151–165, hier 165.

83 *Neugebauer* (Anm. 19), 179; zur mündlichen Unterrichtskomponente siehe auch *Robson* (Anm. 19), 177.

munikation im vom Textproduzenten intendierten Sinne zu sichern. Die Standardisierung von Semantik, Syntax und Struktur unserer mathematischen Schriften zielt klar auf Eindeutigkeit.[84] Das stets beigegebene Diagramm liefert jedem Argumentationsschritt die nötige Evidenz und engt die wenigen sprachlich mehrdeutigen Bestimmungen zusätzlich ein.[85] Der mathematische Text ist autonom, weil das mit Buchstaben versehene Diagramm es dem Leser ermöglicht, textimmanent, d. h. ohne einen Rekurs auf den Autor oder einen Lehrer, alle Argumentationsschritte des Textes jederzeit zweifelsfrei zuzuordnen. Standardisierung und Eindeutigkeit führen dazu, daß ein Mißverstehen tendentiell ausgeschlossen wird, d. h. sie sind als Kommunikationsmittel zu interpretieren. Wir können also vermuten, daß der Gesamtsinn der Gattungskonventionen der mathematischen Elementaschriften darin liegt, einen Konsens über das fixierte Wissen zu sichern.[86]

b. Zur Notwendigkeit dieser Rezeptionssicherung. Doch warum haben unsere Texte eine solche Rezeptionssicherung überhaupt in einem höheren Ausmaß als andere nötig? Zunächst könnte man vermuten, daß es sich einfach um eine ökonomische Weise handelt, komplexes Wissen zu vermitteln. Das soll nicht bestritten werden. Doch denkt man etwa an die aristotelische Pragmatie oder das Corpus hippocraticum, so wird schnell klar, daß argumentative Komplexität nicht automatisch zu standardisierter, unpersönlicher Sprache mit klar abgegrenzten Beweiskonventionen führt. Man bedenke also zunächst, daß die für Wissenstexte vitale Funktion, ein Mißverstehen auszuschließen, gewöhnlich der soziale Kontext der Vermittlung, die entsprechende Institution, übernimmt: besonders deutlich ist das bei der altorientalischen Listenliteratur, der lexikalischen Listen ebenso wie der vielfältigen mathematischen.[87] Hier muß stets noch eine Person anwesend gedacht werden, die dem aus dem Text Lernenden diesen durch die Nachlieferung all des Implizierten erklärt: die Fixierung derartiger Texte auf die Institution der Schreiberschule besteht in eben dieser Angewiesenheit auf sekundäre mündliche Erklärung. Die mesopotamisch-ägyptischen Texte erklären sich demnach geradezu aus ihrer Fixierung auf eine institutionalisierte Unterrichtssituation,[88] d. h. als heteronomer Text. Hier werden also mögliche Mißverständnisse durch eine institutionell gesicherte Praxis ausgeschlossen, in diesem Fall mündliche Erläuterungen, die die Bedeutungsspielräume der Texte einengen. Umgekehrt sind die jeweiligen Texte damit von der Aufgabe entlastet, ihren Inhalt objektiviert zu präsentieren.

Das für Elementa charakteristische Bestreben, Funktionen des Vermittlungskontexts durch textuelle Maßnahmen zu ersetzen, läßt sich nun e contrario leicht damit erklären, daß für unseren Zeitraum kein eigentlicher institutioneller Hintergrund für ‚reine' Mathematik in Griechenland anzunehmen ist. Wir hören lediglich von Einzelpersonen und vagen Personengruppen, die als μαθηματικοί bezeichnet werden.[89] Daneben stößt man auf bedauernde Feststellungen bei Platon und Aristoteles, daß Staat und Öffentlichkeit sich zu wenig um Mathematik kümmerten, d. h. keine institutionellen Strukturen unterstützten.[90] Aus Platons

84 Zur mathematischen Eindeutigkeit siehe etwa Aristoteles, Anal. post. I 12.78a10–13; Metaph. M 3.1078a36–b2.
85 *Netz* (Anm. 37), 121, 180 ff. und passim.
86 Zu vergleichbaren Konsenstechnologien moderner Mathematik siehe *Heintz* (Anm. 81), 122.
87 Dazu allgemein *Høyrup* (Anm. 33), 16 f.
88 Zusammenfassend *Robson* (Anm. 19), 9.
89 Z. B. bei Platon, *Tht.* 143 D 1 ff., 147 D 4 ff. Philodem, Acad. col. Y, Z. 4 ff. (152 Gaiser).
90 Platon, Resp. 7.528 B 4 – C 8, Diagnose B 6 f.; ähnlich Aristoteles Fr. 53 Rose³ = 74.1 Gigon (Iamblichos, De comm. math. sci. 26 [S. 83.13–22 Festa]).

Programm für die Wächtererziehung geht geradezu hervor, daß abstrakte Arithmetik keinen institutionellen Ort in der typischen griechischen Polis hatte, angewandte dagegen nur von Händlern betrieben wurde.[91] Das wenige, was über mathematische Wissensvermittlung in dieser Zeit bekannt ist, deutet auf Einzelgespräche.[92]

Wenn man akzeptiert, daß die vorgriechische Mathematik institutionell fest eingebunden war, weil sie bestimmte notwendige Bedürfnisse befriedigte, d. h. weil sie praktisch war, die griechische dagegen nicht, weil sie theoretisch war, läßt sich auch verstehen, wieso die griechische Mathematik auf allgemeine Sätze und deduktive Argumentation angewiesen war: Die babylonische Mathematik begründete mittels allgemeiner operativer Verfahren, die als solche nicht im Text selbst formuliert wurden, sondern offenbar im Unterricht am Text vermittelt und so indirekt, aus der Sicht der schriftlichen Tradition implizit, tradiert wurden.[93] Garant für die Vermittlungsstabilität dieses Systems von Beispieltext und allgemeinem Verfahren war das institutionell gesicherte Lehrer-Schüler-Verhältnis. Im schwach institutionalisierten und deshalb stärker schriftgestützten griechischen Milieu dagegen benötigte man autonome, d. h. textimmanente, Begründungsverfahren und verzichtete daher mit der Zeit auf operative Begründungen zugunsten von abstrakten Beweisen. Wenn Oinopides (man kann, je nach mathematikhistorischer Risikobereitschaft, auch ‚Thales' oder ‚Hippokrates' einsetzen) wirklich der erste Autor der spezifisch griechischen, d. h. theoretischen, Geometrie gewesen sein sollte,[94] hätte er seine Schrift in Antizipation dieser Institutionslosigkeit gestaltet: Er konnte nicht von einem festen System der Wissensvermittlung in apprenticeship ausgehen, also legte er sein Wissen dekontextualisiert, d. h. in Schriftform nieder – wie es zu seiner Zeit einige Sophisten auch gerade taten.

Zugegebenermaßen ist diese Beschreibung ein reines Konstrukt, das noch dazu die initiale Verschriftlichungsintention dieses mathematischen Wissens ausspart. Während man sich schwer vorstellen kann, daß diese frühen Mathematiker professionell lehrten, also Lehrbücher aus Wettbewerbsgründen oder ökonomischen Rücksichten entwickelten, läßt sich vielleicht vermuten, daß ein ursprünglich professioneller Impuls zur Verschriftlichung von Wissen, der von den Sophisten und den Medizinern ausging, auf andere Wissensbereiche übergriff, so auch auf die Mathematik. Es wäre auch denkbar, daß die frühen Mathematiker einfach ein Thesaurierungsmedium benötigten, weil sie feststellten, daß ab einer bestimmten Komplexität mathematischen Wissens ihr Gedächtnis zur genauen Reproduktion eines bestimmten Beweisgangs nicht mehr imstande war. Wer um 430 AC an abstrakter Mathematik interessiert war, hatte also vermutlich keinen institutionellen Vermittlungskontext für dieses spezielle Wissen zu erwarten.[95] Falls später in der platonischen Akademie derartiges wenigstens zum Teil praktiziert wurde,[96] dann als Gegenentwurf zur athenischen Außen- und Normalwelt. Für die voralexandrinische Mathematik, also in der hier untersuchten Bildungsphase, ist jede Verbindung zu institutionellen Schulungssituationen

91 Platon, Resp. 7.525 B 3 – D 3; doch siehe Isokrates, Panath. (12) 26.

92 Z. B. Platon, Tht. 143 D 8 – 144 B 6 (Theodoros erzählt von der Begegnung mit Theaitetos).

93 Demonstriert von *Waschkies* (Anm. 4), 175–186.

94 Vgl. *Wilbur R. Knorr*: On the Early History of Axiomatics, in: *Jaakko Hintikka* u. a. (Hgg.), Theory Change, Ancient Axiomatics, and Galileo's Methodology, Dordrecht u. a. 1981, 145–186, hier 150.

95 *Netz* (Anm. 37), 284 Anm. 70 führt als ein weiteres Argument für diese These einen klugen Vergleich an zwischen der Zahl bekannter Mathematiker und ihrer Wirkungsstätten (144:51).

96 Optimistisch *Carl W. Müller*: Platons Akademiegründung, Hyperboreus 1 (1994), 56–73, hier 65.

bestenfalls akzidentiell. Auch noch für Euklid ist sie nur in Anekdoten von unsicherem historischen Wert bezeugt.[97]

Vielleicht, so eine jüngst von Reviel Netz verfochtene These, ist im Gegenteil der mathematische Diskurs überhaupt nur verschriftlicht worden, weil es so wenig Mathematiker gab, daß man sich mündlich im mathematischen Alltag, d. h. außer auf ausgedehnten Reisen, nicht verständigen konnte.[98] Zumindest für die Situation des Archimedes und des Apollonios im 3. Jh. v. Chr. ergibt sich das aus ihren Einleitungsbriefen (siehe unten), für Pythion von Thasos und Konon von Samos aus dem Bericht des Diokles;[99] was Platon Theaitetos sagen läßt über eine an diesen gerichtete Schrift seines mathematischen Lehrers Theodoros von Kyrene (Tht. 147 D 4), setzt dieselbe Kommunikationsform voraus.

Die skizzierte Situation ändert sich allerdings im Athen des 4. Jh., für das eine große Zahl von „akademischen" Mathematikern bezeugt ist (Proklos erwähnt „die [Mathematiker] um" Amphinomos und Menaichmos).[100] Auch zwischen Hippokrates und Theudios dürfte es eine Tradition gegeben haben (Proklos nennt mit einem Aischylos einen ‚Schüler' des Hippokrates namentlich). Theodoros (gest. nach 399), ein Mathematiker aus Kyrene, bekannt als ‚Lehrer' des Theaitetos (und Platons), hatte offenbar ein Motiv, nach Athen zu kommen: vielleicht eine bereits existierende mathematische Gemeinschaft; vielleicht lehrte er aber wie die Sophisten auch für Geld – selbst dann scheint es aber in Athen eher als anderswo einen Markt gegeben zu haben).[101] Gut bezeugt ist eine Gruppe von Astronomen und Mathematikern um Eudoxos in Kyzikos, von denen ihn mehrere nach Athen begleiteten, etwa Menaichmos und Deinostratos.[102] Aristoteles spricht von mathematischen Vorlesungen (ἀκροάσεις).[103] Vieles deutet darauf hin, daß es sich bei all diesen Personen um autonome, von der platonischen Akademie oder auch anderen philosophischen Strömungen unabhängige Gruppen handelte[104] (jedenfalls legt Platon seinem Theodoros eine strikte Trennung der Disziplinen von Mathematik und, so scheint es, Dialektik in den Mund.[105] Eudemos zitiert in seiner Physikgeschichte Mathematiker, die offenbar eine klare Aufgabentrennung für Mathematiker und Philosophen befürworten).[106] Schließlich klingt die platonische Kritik an mathematischen Verfahren nach gruppenexterner Polemik.[107] In

97 Proklos, In Eucl. 68.13–17 Friedlein; Stobaios, Anth. 2.31.114 (II 228.25–29 Wachsmuth/Hense).

98 Siehe *Hans Freudenthal*: What Is Algebra and What Has It Been in History, Arch. for Hist. of Ex. Sci. 16 (1977), 189–200, hier 191; *Netz* (Anm. 37), 291, 296.

99 Hg. v. *Gerald J. Toomer*: Diocles On Burning Mirrors, Berlin u. a. 1976, hier 34; vgl. auch 2.

100 Proklos, In Eucl. 77.17, 78.9 Friedlein.

101 Platon sagt nur (*Tht.* 143 D 7 ff.), daß die jungen Männer zu ihm strömten wie zu „den anderen" (d. h. den Sophisten).

102 Diogenes Laërtios 8.87 spricht von einer größeren Schülerzahl.

103 *Metaph.* a 3.995 a 6 f.

104 Zur Autonomie der Mathematiker *Knorr* (Anm. 53), 112–115; *Ian Mueller*: Euclid's Elements and the Axiomatic Method, Brit. Journ. for the Philos. of Sci. 20 (1969), 289–309, hier 296.

105 *Tht.* 165 A 1 f.: ἡμεῖς δέ πως θᾶττον ἐκ τῶν ψιλῶν λόγων πρὸς τὴν γεωμετρίαν ἀπενεύσαμεν.

106 Eudemos Fr. 34 Wehrli: Die Mathematiker sagen, es sei nicht ihre Sache, die Prinzipien zu untersuchen ([…] οὐδέ φασιν αὐτῶν εἶναι ταῦτα ἐπισκοπεῖν); siehe *Zhmud* (Anm. 41), 3.

107 Vgl. Platon, Resp. (VI, 510 C 2 f.; 511 D 3; 525 D 9; VII, 533 B 7); dazu *Waschkies* (Anm. 4), 324–326; *Myles F. Burnyeat*: Platonism and Mathematics, in: *Andreas Graeser* (Hg.), Mathematics and Metaphysics in Aristotle, Bern/Stuttgart 1987, 213–240, hier 218 ff. *Leonid Zhmud*: Plato as an Architect of Science, Phronesis 43 (1998), 211–244, hier 231 glaubt, daß die ‚akademischen' Mathematiker größtenteils eben diese Schüler des Eudoxos waren (mit der einzigen sicheren Ausnahme des Platonikers Amyklas). Selbst platonisierende Quellen wie der Doxograph im ‚Index Academicus' Philodems (siehe Anm. 89) halten offensichtlich die μαθηματικοί nicht für Schulmitglieder der Akademie.

Affinität zu den (neuplatonischen) Philosophenschulen dagegen gerät die Mathematik wohl erst in der Kaiserzeit, was sich etwa deutlich darin äußert, daß man den Aufbau der euklidischen Elemente auf die fünf platonischen Körper bezieht.[108] Diese Konzentration von Mathematikern im Athen des 4. Jh. wird kein schriftliches Medium benötigt haben, um sich auszutauschen. Daß sie Schriften produzierten, zeigt vielmehr, daß deren Funktion woanders gesucht werden muß, eben in einer Thesaurierungsintention. Wenn im folgenden von einem Milieu und einer Gruppe gesprochen wird, so ist im wesentlichen dieser Personenkreis gemeint.

2. Mathematiker in Athen: Abgrenzungsspiele

Wie steht es nun mit der sozialen Gruppe als Träger mathematischer Praktiken und Publikum mathematischer Texte? Man hat kürzlich zu zeigen versucht, daß die speziellen Eigenschaften unserer Texte auf der Intention einer kleinen, aristokratischen Gruppe beruhen, sich gerade von der öffentlichen Debattenkultur der attischen Demokratie abzusetzen, also einen elitären Quietismus zu pflegen, sich in demonstrativer politischer Nichtbeteiligung zu üben.[109] Die Annahme, ein spezieller Umgang mit Wissen, wie die griechischen Mathematiker ihn so deutlich zeigen, könne Ausfluß eines bestimmten sozialen Ortes dieses Wissens und der in ihm dominanten Intentionen sein, ist sehr plausibel. Im konkreten Fall scheitert dieser Erklärungsansatz aber an folgenden Einwänden: Wenn natürlich die Mathematiker auch der Oberschicht angehört haben werden, wie allein schon das Erfordernis der Literalität zeigt und gelegentliche Hinweise außerdem belegen,[110] so ist doch festzuhalten, daß das soziopolitische Selbstverständnis, im Gegensatz zu den Trägerschichten der attischen Demokratie, dem „Demos", zu stehen, in weiteren Kreisen verbreitet war: Man denke an Xenophons oder Platons spartanerfreundliche Neigungen. Mathematik dürfte da keinen politischen Abgrenzungsmehrwert erbracht haben. Aus der Sicht der Öffentlichkeit wären die Mathematiker vermutlich mit den Philosophen identifiziert worden. Man wird also nicht fehlgehen, wenn man sich die Mathematiker als sozial den Akademikern ähnlich vorstellt, d. h. als Angehörige einer wie auch immer näher zu bestimmenden Oberschicht. Die Mathematiker scheinen außerdem wenigstens zum Teil durchaus mit ihren spezifischen Instrumentarien am Diskurs der Polis teilgenommen zu haben. Darauf deuten die verschiedenen Versuche, Gerechtigkeit oder Gleichberechtigung (ἰσότης) als mathematische Proportion zu bestimmen.[111] Der Astronom Meton scheint in Athen für seine Kalenderreform öffentlich geehrt worden zu sein.[112] Um 414 war in Athen das Problem der Quadratur des

108 Proklos, In Eucl. 68.20 f. Friedlein. *Zhmud* (Anm. 41), 16 f. führt diese Haltung auf Porphyrios zurück.

109 *Netz* (Anm. 37), 292–306; *Fowler* (Anm. 14), 372; vgl. *L. B. Carter*: The Quiet Athenian, Oxford 1986, 65–74, 179–182. – *Netz* hat den, auch von mir hier verwendeten, soziologischen Abgrenzungsbegriff in die Betrachtung der antiken Mathematiker eingeführt.

110 So heißt es etwa vom Vater des athenischen Mathematikers Theaitet: οὐσίαν μάλα πολλὴν κατέλιπεν (Platon, Tht. 144 C 7 f.); weitere Hinweise auf die soziale Herkunft von Mathematikern bei *Netz* (Anm. 37), 279 f.

111 Archytas bei Stobaios, Anth. 4.1.139 (= 47 B 3 DK); Platon, Gorg. 508 A 6 ff.; Aristoteles, Eth. Nic. V 6.1131b12–17; Pol. V 1.1301b29–35.

112 Diodor 12.36.2 f.; siehe *Rihll* (Anm. 2), 63 f. Anm. 7; doch vgl. *Alan C. Bowen* und *Bernard R. Goldstein*: Meton of Athens and Astronomy in the Late Fifth Century B.C., in: *Erle Leichty* u. a. (Hgg.), A Scientific Humanist. Studies in Memory of Abraham Sachs, Philadelphia 1988, 39–81, hier 52 Anm. 62, 73.

Kreises so bekannt, daß das Publikum der Komödie Witze darüber goutierte.[113] Schließlich bedeutet das selbstverständliche Verweisen auf mathematische Methoden und Begriffe durch Sokrates in den platonischen Dialogen, daß der damalige Leser dieser Begrifflichkeit gewachsen war.[114] Also kann die These politischer Selbstabgrenzung weder Existenz noch Gestalt unserer Texte hinreichend erklären.

Ich möchte nun im folgenden die praxisferne griechische Mathematik als Abgrenzungsspiel anderer Zielrichtung erklären. Eine Abgrenzungsintention unserer Schriften ist natürlich bereits in der Tendenz offensichtlich, von Empirischem zu abstrahieren: nämlich die Absetzung von den Kalkulationstraditionen praktischer Mathematik, d. h. von den oben skizzierten Praktikerüberlieferungen, ihren Problemen, Verfahren und Rätseln. Die nächstliegende Annahme zur hypothetischen Erklärung dieser Emanzipation ist wohl, daß aus dem Konkurrenzrätsel der Praktiker in einem anderen Milieu ein Spiel wurde.[115] Die theoretische griechische Mathematik à la Hippokrates sei also als Abgrenzungsdiskurs von einem älteren und weiter verbreiteten Anwendungswissen bestimmt,[116] aus dem sie sich gleichwohl ursprünglich differenziert hat (in der mathematischen Terminologie ist jedenfalls eine ältere, praktische Geometrie noch zu erahnen;[117] auch das Diagramm der theoretischen Mathematik dürfte sich aus Praktikerzeichnungen entwickelt haben.)[118] So kann sich der Wille zur Abstraktheit gebildet und ausgeprägt haben: schon für die fehlende Praxisorientierung der ionischen Naturphilosophen ließe sich eine solche These erwägen. Diese Abgrenzung aber ist im Falle der Mathematiker durch das Milieu unserer Texte und dessen sozialen Rahmen wahrscheinlich bereits mitgegeben, d. h. unsere Mathematiker standen zu diesen Praktikern gerade nicht in Konkurrenz. Wenn Reiche schlechthin einen Vorteil beim Wissenserwerb haben, wie Platon seinen Protagoras sagen läßt (Prot. 326 C 3 ff.), dann erst recht bei der Beschäftigung mit praxisferner Mathematik. Erst Platon, kein Mathematiker, fixiert begrifflich in polemischer, d. h. abgrenzender, Absicht den Unterschied zwischen praktischer Kalkulation und theoretischer Mathematik.[119] Ihm wird ja später, vor allem von Plutarch, auch der Bann von „mechanischen" Konstruktionen in der Geometrie zugeschrieben, geradezu ein Gründungsmythos der Abgrenzung „reiner" Mathematik, die nur Zirkel und Lineal benutzt,[120] von der Sphäre der Praktiker. Dieses Distinktionsbedürfnis beeinflußt bereits in der Antike die Überlegungen über den Ursprung der theoretischen Mathematik, die stets als Emanzipation von praktisch zu befriedigenden anthropologischen Grundbe-

113 Aristophanes, Vögel 1005 mit den Bemerkungen Nan Dunbars (Oxford 1995) zur Stelle.

114 Vgl. etwa Menon 86 E 4 ff.

115 *Walter Burkert*: Konstruktion und Seinsstruktur: Praxis und Platonismus in der griechischen Mathematik, Abh. d. Braunschw. Wissensch. Ges. 34 (1982), 125–141, hier 139 leitet in Anlehnung an Paul Lorenzen Geometrie und Dialektik aus der „Atmosphäre der Diskussions-Spiele" her.

116 Zwei klare Beispiele für korrigierenden Bezug von Theoretikerwissen auf unbefriedigende Praktikerlösungen bei *Høyrup* (Anm. 23), 59 f. (Euklid, Elem. 2.1–10); ebd. 61 Anm. 4 (Euklid, Elem. 1, Def. 2).

117 Das zeigt *Burkert* (Anm. 115), 134 ff. an Begriffen wie στοιχεῖον oder ἐφαρμόζειν.

118 Zu frühen Bauzeichnungen usw. *Käppel* (Anm. 1), 85 f. Anm. 29. Das typische *lettering* griechischer Mathematikerdiagramme scheint eine Weiterentwicklung vorgriechischer Techniken zu sein: vgl. meine Rezension von *Netz* (Anm. 37) in: Gnomon (im Druck).

119 Platon, Phlb. 56 D 3 – 57 A 3.

120 Bezeugt bei Eratosthenes, Plutarch, Theon von Smyrna: *Steele* (Anm. 60), 294–301; *Cuomo* (Anm. 69), 91 f.; 134 f.

dürfnissen dargestellt wird.[121] In dieselbe Richtung weist ein Vergleich mit den sophistischen Handbüchern, den ersten τέχναι, deren protreptische Darstellung geradezu topisch den Gesichtspunkt der σωτηρία heranzieht, die Rettung des körperlich schwachen Menschengeschlechts vor den Gefahren seiner Umwelt durch Kunstgriffe, verallgemeinert also den Anwendungsnutzen der jeweiligen ‚Technik'.[122] Dieser sophistische Topos läßt sich etwa noch im Vorwort der mathematisierenden Problemata mechanika studieren; in den mathematischen Schriften euklidischen Typs allerdings wird er, wo es Widmungsbriefe gibt, mit keinem Wort erwähnt, ja das Nutzungsargument geradezu totgeschwiegen: Im Gegensatz zu allen Technai ist die Mathematik offenbar ostentativ um edle Nutzlosigkeit bemüht. Den Spielcharakter theoretischer Mathematik bestätigt uns noch das eigentümliche Korrespondenzverhalten des Archimedes und seiner alexandrinischen Brieffreunde: Diese nämlich schicken einander offenbar zunächst häufig keine ausgearbeiteten Traktate mit Beweisen, Diagrammen usw., sondern nur die Propositionen, zu denen der Adressat dann die Beweise selbst beizutragen versucht: eine Art spielerischer Rätseldialog also; die ‚Lösungen' werden erst später nachgetragen (z. T. auf Bitten Dritter).[123]

Abgrenzung – darin liegt also möglicherweise der Mehrwert der Merkmale unserer Schriften über ihre kognitiven Leistungen hinaus. Diese Abgrenzung bestärkt aber vermutlich nicht, wie heute, eine disziplinäre Gruppenidentität,[124] da von einer Ausdifferenzierung der Wissenschaften kaum, erst recht nicht von der einzelner Disziplinen die Rede sein kann, sondern eine soziale. Wie die Arbeit der Soziologin Bettina Heintz zeigt, erfüllen diesen Nebeneffekt vermutlich auch heutige Publikationsformen noch.[125] In diesem Sinn ist die frühgriechische Mathematik als Abgrenzungsspiel zu verstehen.[126] Diese These erklärt zugegebenermaßen nicht ihr Entstehen, sondern ihre Pflege durch eine bestimmte Gruppe in einem bestimmten Milieu, d. h. durch wohlhabende Athener, deren Selbstverständnis es war, sich geistiger Muße wie dem Genuß eines Luxusartikels widmen zu können.

3. Sophisten und Philosophen

Oben wurden schon öfter Sophisten und Philosophen erwähnt. Diese Gruppen sind im Athen des 5. bzw. 4. Jh. deutlicher zu erkennen als die Mathematiker; auch tangieren ihre Praktiken in je unterschiedlicher Weise mathematisches Wissen: Beide sind daher aus verschiedenen Gründen Abgrenzungskandidaten unserer agoraphoben Mathematiker und seien als solche kurz betrachtet.

121 Etwa bei Aristoteles, Metaph. A 1.981b20 ff.; Proklos, In Eucl. 25.12–26.9. Siehe zu spätantiken Mathematikern *Cuomo* (Anm. 69), 54.

122 Dazu *F. Heinimann*: Eine vorplatonische Theorie der τέχνη, Mus. Helv. 18 (1961), 105–130, hier 117–120.

123 Archimedes, Sph. cyl. praef. I 168.3 ff. Heiberg; Lin. spir. praef. II 2.2 ff.; Meth. praef. II 426.4–7.

124 Zu „boundary work" in der modernen Naturwissenschaft siehe *Thomas F. Gieryn*: Boundaries of Science, in: *Sheila Jasanoff* u. a. (Hgg.), Handbook of Science and Technology Studies, Thousand Oaks u. a. 1995, 393–443, hier 394 ff.

125 Siehe *Heintz* (Anm. 81), 188 f.

126 Der Begriff des ‚jeu distinctif' stammt von *P. Bourdieu* (La distinction. Critique sociale du jugement, Paris 1979, 431), der damit allerdings moderne ‚Kunst' beschreibt.

Die ‚Sophisten' hat man als erste „berufsmäßige Intelligenz" bezeichnet:[127] professionelle Wanderlehrer von theoretischem Wissen, vor allem Rhetorik, die, aus verschiedenen Gegenden Griechenlands stammend, ab Mitte des 5. Jh. vor allem in Athen und Sizilien auftauchen.[128] Die bekanntesten Sophisten waren Gorgias von Leontinoi, Hippias von Elis, Prodikos von Keos und Protagoras von Abdera, alle mehr oder minder polemisierend in Dialogen Platons verewigt. Sie lehrten zwar theoretisches Wissen, d. h. Wissen gelöst von seinem jeweiligen Gebrauchskontext, aber ihr Werbeversprechen verfolgte eine höchst praktische Intention, nämlich, in der debattierenden Gemeinschaft einer Polis seine eigenen Ziele durchsetzen zu können. Teilweise scheinen sie auch als Wissensfachleute schlechthin aufgetreten zu sein, mit dem Anspruch, alles zu wissen und alles zu können. Sie nahmen hohe Honorare, manche galten als reich. Ihr Anspruch, der vor allem zur Kollision mit anderen, bereits etablierten Wissensdiskursen führte, impliziert ein starkes Konkurrenzbewußtsein: sie hatten sich ja in einem bereits bestehenden Feld als Allround-Experten zu profilieren. Einige dieser Sophisten befaßten sich nun auch mit theoretischer Mathematik, und zwar bezeichnenderweise so, daß sie als Konkurrenz zu den, offenbar bereits als Gruppe wahrzunehmenden, Mathematikern auftraten. So berichtet Aristoteles, Protagoras habe zur Widerlegung der Geometer (ἐλέγχων τοὺς γεωμέτρας) behauptet, die Tangente berühre den Kreis nicht in einem Punkt.[129] Dieser Einwand basiert auf der Mißachtung der Konvention der Mathematiker, idealisierte Objekte zu betrachten; er verwechselt das gezeichnete, sinnlich wahrnehmbare Diagramm, dessen Tangente den Kreis tatsächlich nie in nur einem Punkt berührt, mit den idealen Objekten, die es lediglich für die Anschauung vertritt. Wir erkennen also die Merkmale einer externen Polemik: Protagoras hält sich nicht an die impliziten Spielregeln mathematischer Praxis, sondern kritisiert sie von einer Position des vermeintlich gesunden Menschenverstandes aus; womit er sich vor einem nichtmathematischen Publikum vermutlich als ‚Alleswisser' bewähren konnte. Für die Sophisten Hippias und Antiphon sind Versuche bezeugt, das alte Problem der Quadratur des Kreises zu lösen.[130] Hippias benutzte dafür wahrscheinlich eine Kurve, die sogenannte Quadratrix (τετραγωνίζουσα), die aber mit Zirkel und Lineal allein nicht zu konstruieren ist. Antiphon schrieb einem Kreis regelmäßige Polygone ein und nahm an, irgendwann werde ein Polygon mit beliebig vielen Ecken den Kreis vollständig ausfüllen. Da man ein diesem Polygon flächengleiches Quadrat konstruieren könne, habe man damit das Problem gelöst. Dieses Verfahren erinnert an die Kritik des Protagoras, da es offenbar mit dem Sinneneindruck eines Diagramms argumentiert, in dem Kreislinie und Vieleck irgendwann zusammenfallen: ein ideales Vieleck wird dagegen niemals die Fläche eines idealen Kreises ausschöpfen (allerdings wird die Differenz beider unendlich klein). Aristoteles klassifiziert Antiphons Vorschlag entsprechend als einen falschen, dessen Widerlegung aber „nicht Sache eines Geometers" sei,[131] d. h. wohl, nicht den Konventionen der Mathematiker entspreche. Man

127 *F. H. Tenbruck*: Zur Soziologie der Sophistik, in: *R. Bubner* u. a. (Hgg.), Moderne Sophistik, Göttingen 1976, 51–77, hier 66. Mit „Intelligenz" meint Tenbruck offenbar „Theoretiker".

128 Konziser Überblick bei *J. Martin*: Zur Entstehung der Sophistik, Saeculum 27 (1976), 143–164, hier 145 ff.

129 Aristoteles, Metaph. B 2.998a2 f. (= Protagoras 80 B 7 DK); vgl. Anal. post. I 10.76b39–77a4.

130 Hippias bei Proklos, In Eucl. 272.7 ff. Friedlein (= 86 B 21 DK); Antiphon bei Simplikios, In Arist. Phys. CAG 9, S 54.12 ff. (= Antiphon 87 B 13 DK). Interpretation der Zeugnisse bei *Heath* (Anm. 39), I 222–230; doch vgl. stets *Mueller* (Anm. 46).

131 Aristoteles, *Phys*. I 2.185a17.

gewinnt den Eindruck, die Sophisten argumentierten geradezu in „bewußtem Gegensatz zu theoretischen Geometern“,[132] offenbar, um sich vor einem weiteren Publikum als den Experten auch dieses Spezialdiskurses überlegen zu präsentieren. Hippias, dem auch erste Versuche einer Mathematikgeschichte zugetraut werden, berichtet von einem Mamerkos, dem Bruder des Stesichoros (um 600 v. Chr.), als erstem nachthaletischen Geometer, er habe sich aus Ruhmesstreben mit Geometrie beschäftigt.[133] Einen solchen Satz könnte man sich allerdings viel besser als in einer Geometriegeschichte in einem proömialen Text des Hippias vorstellen, in dem er selbst aus demselben Motiv etwa den Kreis zu quadrieren versucht. Gerade Hippias beanspruchte, alles zu können,[134] und mußte daher auch alle etablierten Wissensdiskurse demonstrativ dominieren. In denselben Kontext gehört vermutlich auch seine Lehre mathematischer Inhalte, die Platon erwähnt.[135] Die mathematischen Unternehmungen der Sophisten werden aus dieser Perspektive zu einem Beleg für die Existenz und Geschlossenheit einer Gruppe von Mathematikern in Athen, deren Sonderwissen die Sophisten bereits vorfanden und mit dem sie sich als Experten für ein allgemeines Wissen auseinanderzusetzen hatten.[136] Umgekehrt gibt es keinerlei Hinweise darauf, daß die Gruppe der Mathematiker sich für die Projekte der Sophisten interessiert hätte.

Ähnliches gilt für die Philosophen. Im Gegensatz zu den Sophisten bildeten schon die sogenannten ‚Vorsokratiker‘ eine schwer abzugrenzende Personenkonstellation, die stets nur aus wenigen Individuen bestand, die sich an einem Ort trafen und dann seit den antiken Doxographen meist als ‚Schulen‘ gesehen werden: die milesische Schule, die eleatische Schule, die Atomisten usw. Seit langem kontrovers diskutiert wird das Verhältnis der Eleaten, d. h. besonders des Parmenides und Zenons (um 510 bzw. 490 geboren), zur beginnenden theoretischen Mathematik: Die Eleaten nämlich kultivieren bei der Untersuchung ihrer typischen ontologischen und physikalischen Fragen eine axiomatisch-deduktive, indirekte Beweislogik, die später bei unseren Mathematikern sehr beliebt ist. Man hat daraus einen Einfluß der Eleaten auf die Mathematiker ableiten wollen,[137] auch die umgekehrte These wurde vertreten.[138] Das wahrscheinlichste ist wohl, beide Argumentationsformen als voneinander unabhängige Differenzierungen nicht-mathematischer, vor allem politischer und juristischer, Argumentationsstrukturen aufzufassen.[139] Weiter hat sich, wie oben erwähnt, Demokrit etwa zeitgleich mit Hippokrates mathematisch betätigt, allerdings, wie wir oben gesehen haben, nicht in der hippokratisch-euklidischen Tradition. Vor Oinopides soll sich nach dem Zeugnis des Proklos auch Anaxagoras mit Geometrie befaßt haben; eine späte Tradition behauptet, er habe sich im Gefängnis (er wurde als Perikles-Günstling

132 So *G. B. Kerferd* und *Hellmut Flashar*: Die Sophistik, in: *Hellmut Flashar* (Hg.), Grundriss der Geschichte der Philosophie. Die Philosophie der Antike, Bd. 2/1: Sophistik […], Basel, 1–137, hier 75.

133 Proklos, In Eucl. 65.11 ff. (= Hippias 86 B 12 DK); siehe auch *Andreas Patzer*: Der Sophist Hippias als Philosophiehistoriker, Freiburg/München 1986, 108 ff.

134 Platon, Hipp. mai. 285 B 7 – E 2 (= Hippias 86 A 11 DK); Hipp. min. 368 D 2 – E 1 (= A 12).

135 Platon, *Prot.* 318 E 1 ff., Hipp. mai. 285 C 2 ff.

136 Siehe *Tenbruck* (Anm. 127), 72 zur „Universalisierung des Wissenskonzeptes“ durch die Sophisten.

137 Einflußreich *Árpád Szabó*: Anfänge der griechischen Mathematik, München/Wien 1969, 287–452. Entgegnungen z. B. bei *Waschkies* (Anm. 4), 14–28; *Zhmud* (Anm. 49), 152 f.

138 *Jean-Pierre Vernant*: La formation de la pensée positive dans la Grèce archaïque, in: ders., Mythe et pensée chez les Grecs, Paris ^{2}1985 [1965], 373–402, hier 400.

139 Dazu *Markus Asper*: Stoicheia und Gesetze. Spekulationen zur Entstehung mathematischer Textformen in Griechenland, Ant. Naturwiss. & ihre Rez. 11 (2001), 73–106, hier 100 ff.

ca. 450 v. Chr. wegen Asebie verfolgt) mit der Quadratur des Kreises befaßt.[140] Aber diese Nachrichten bleiben so vage, daß man sie vielleicht ähnlich beurteilen sollte wie die, er habe den Einschlag eines Meteoriten vorhergesagt.[141] Mit Ausnahme Demokrits (und des Problems ‚Thales') läßt sich ein genuines Interesse der vorsokratischen Philosophen an Mathematik also nicht sicher feststellen.

In ‚sokratischer' Zeit ähnelt der Befund dem, was wir oben für die Sophisten festgestellt haben: Es besteht ein externes, quasi parasitäres Interesse am Wissen der Mathematiker nicht qua Mathematik, sondern qua epistemischem Status dieses Sonderwissens durch die sich formierenden Philosophengruppen. Zunächst einmal begegnet uns der Sokratiker Bryson (um 365 v. Chr.) mit einem Quadraturversuch, der das mathematische Problem gerade nicht mit mathematischen Mitteln, sondern offenbar durch eine Kontinuitätsbetrachtung lösen will, die aber von zu allgemeinen Prämissen ausgeht und deshalb weder zu einer Konstruktion des gesuchten Quadrats noch gar zu dem Beweis seiner Flächengleichheit mit dem Ausgangskreis führt.[142] Aus der Sicht der mathematischen Tradition ist dieser Versuch ebensowenig regelgerecht wie diejenigen der Sophisten (Aristoteles nennt ihn wohl deshalb ‚sophistisch').[143] D. h. Bryson ist offenbar nicht zur Gruppe der Mathematiker zu rechnen, sein Interesse ist verglichen mit dem der Mathematiker ein externes und vielleicht durch Reputationsstreben zu erklären.

Platon und sein Kreis, die Akademiker, entdecken offenbar die spezifische Qualität mathematischen Wissens und seiner idealen Objekte. Platons Kritik an mathematischen Methoden[144] setzt eine Gruppe von Mathematikern voraus, die nicht gleichzeitig oder selbstverständlich zu Platons Gruppe gehören: Wenn einmal ein Mathematiker Akademiker ist, sieht Eudemos (bei Proklos) einen Grund, darauf hinzuweisen.[145] In der Akademie wurden offensichtlich erstmals metamathematische Fragen diskutiert. Wenn das athenische Gipfeltreffen zwischen dem Mathematiker und Astronomen Eudoxos von Knidos und Platon tatsächlich stattgefunden hat, so hat dieser Kontakt jedenfalls große Wirkungen auf die Philosophen und ihre Wissenskonzeptionen, geringe oder keine jedoch auf die Praktiken der theoretischen Mathematik ausgeübt. So wird die platonistische Kolportage, Platon habe den Mathematikern Forschungsimpulse gegeben,[146] heute meist als ein späteres Konstrukt bewertet. Dasselbe Ergebnis zeigt Aristoteles, dessen Theorie beweisender Wissenschaft zweifelsfrei eine Verallgemeinerung des Vorgehens der theoretischen Mathematik darstellt, eine Verallgemeinerung jedoch, die die Mathematiker selbst nicht interessierte (jedenfalls finden wir keine Spuren aristotelischer Reflexionen oder syllogistischer Schematisierung in

140 Proklos, In Eucl. 65.21 ff. Friedlein; Ps.-Platon, Amat. 132 A 5 ff.; Plutarch, De exil. 17, 607 F.

141 Diogenes Laërtios 2.10 (= Anaxagoras 59 A 1 DK).

142 Dazu *Klaus Döring*: Sokrates, die Sokratiker […], in: *Hellmut Flashar* (Hg.), Grundriss der Geschichte der Philosophie. Philosophie der Antike. Bd. 2/1, Sophistik. Sokrates. Sokratik […], Basel 1998, 139–364, 212 ff. *Abraham Wasserstein*: Some Early Greek Attempts to Square the Circle, Phronesis 4 (1959), 92–100, hier 99 f., erkennt allerdings bei Bryson eine Rückführung des Quadraturproblems auf ein Proportionsproblem, was Bryson vor jedem Dilettantismusvorwurf retten würde.

143 Aristoteles, Anal post. I 9.75b40–76a3; Soph. el. 11.171b16–18. *Mueller* (Anm. 46), 148, 164 u. ö. bezeichnet Antiphon und Bryson als „mathematical amateurs".

144 Resp. VI, 510 C 2 ff.; VII, 533 B 6 ff.; Krat. 436 D 2 ff.; siehe *Waschkies* (Anm. 4), 68.

145 Im Falle des Amyklas und des Philipp von Mende: Proklos, In Eucl. 67.8, 67.23 ff. Friedlein.

146 Philodem, Acad. col. Y, Z. 4 ff. (152 Gaiser). *Leonid Zhmud*: Die Beziehungen zwischen Philosophie und Wissenschaft in der Antike, Sudh. Arch. 78 (1994), 1–13, hier 2 mit Anm. 9, 4 und *passim*.

ihren Werken). Überhaupt scheint die Beweislogik selbst ursprünglich kein Gegenstand der innermathematischen Kontroverse gewesen zu sein,[147] was sich wiederum aus dem oben vermuteten Konkurrenzmangel dieses Kreises erklärt, und wurde deshalb zunächst auch nicht fixiert. Das hat erst die gruppenexterne Kritik der Philosophengruppe für angebracht gehalten.

So ist denn generell von der Autonomie des mathematischen und demgegenüber von einer Heteronomie des mathematikphilosophischen Diskurses auszugehen.[148] Eine sehr markante Wirkung für die nachfolgenden Wissensdiskurse allerdings hatte diese Usurpation mathematischen Wissens durch die Philosophen zu wissenstheoretischen Zwecken: Mathematik wurde zu einem paradigmatischen Wissen und verlor in der Folge langsam ihren ursprünglichen Charakter, den des Abgrenzungsspiels. Sie tauschte diesen gegen den einer Grundlagenwissenschaft und wurde als solche später institutionalisiert: und zwar sowohl durch Techniker wie durch Philosophen.

4. Von Athen nach Alexandria und Syrakus: Frühhellenistische Mathematiker

Wie oben gezeigt, war die Situation der attischen Mathematiker und ihrer Wissenstradition im 5. und 4. Jh. von Kleingruppen und vorherrschender Institutionslosigkeit geprägt, was einige Besonderheiten dieses Diskurses erklärt. Im Übergang vom 4. zum 3. Jh. ändert sich das Bild: Nach dem Tod Alexanders (323 v. Chr.) entstehen an den Höfen der Diadochen, besonders im ptolemäischen Alexandria und dem Pergamon der Attaliden, neue Wissenszentren, die miteinander und mit der älteren Tradition Athens wetteiferten. Alexandria und sein Mouseion bieten das augenfälligste Beispiel für ein solches neues Wissenszentrum. An diesen höfischen oder hofnahen Institutionen finden sich auch Mathematiker, die dort also über ein irgendwie institutionalisiertes Umfeld verfügten (a). Allerdings hat es daneben auch Mathematiker gegeben, die miteinander korrespondierten und herumreisten, also offenbar weder ortsfest noch institutionsgestützt arbeiteten (b), d. h. genauso, wie wir es für das 5. Jh. vermuteten (die Rekonstruktion für das 5. Jh. stützt sich sogar wesentlich auf Reprojektionen aus der Situation dieser Personengruppe des 3. Jh.). Natürlich gibt es Übergänge, z. B. reiste Apollonios von Perga, wird aber doch meist mit Alexandria assoziiert.

a. Mathematiker an Fürstenhöfen: Von dem bekanntesten aller Mathematiker, von Euklid, weiß man paradoxerweise am wenigsten.[149] Eine bekannte, bei Proklos erzählte Anekdote zeigt ihn uns als Lehrer Ptolemaios I.,[150] doch wird die berichtete Geschichte auch von anderen Potentaten und ihren Mathematiklehrern erzählt. Anekdoten sind als historische Quellen ohnehin notorisch unzuverlässig, weil sie wandern. Pappos, ein Mathematiker des 4. Jh. n. Chr., berichtet von einer mathematischen Lehrtradition in Alexandria, begründet durch Euklid, fortgeführt über mehrere Generationen durch seine Schüler.[151] Dort müßte es demnach eine Lehrinstitution gegeben haben. Gewöhnlich wird angenommen, Euklid habe

147 Proklos, *In Eucl.* 202.9–12 zitiert Amphinomos, einen Zeitgenossen des Speusipp, mit der Ansicht, Grundlagendiskussion (τὴν αἰτίαν καὶ τὸ διὰ τί θεωρεῖν) sei nicht Sache der Mathematik (γεωμετρία).

148 Siehe auch etwa *Knorr* (Anm. 94), 157 f., 162 f., 179.

149 Der bisherige Datierungskonsens ging von einer Geburt um 330/320 aus; jetzt halten einige Forscher ihn aber für jünger als Archimedes (geb. ca. 285): siehe *Waschkies* (Anm. 40), 372.

150 Proklos, In Eucl. 68.13 ff. Friedlein.

151 Pappos, Coll. 7.35 (678 Hultsch).

sein Wissen als Platoniker in Athen erworben;[152] doch können das stets neuplatonische Genealogiekonstruktionen sein. Im Verhältnis zu anderen Mathematikern des 3. und 2. Jh. fällt die fast vollkommene Isolation Euklids auf.[153] Der in vielen Bereichen glänzende Eratosthenes von Kyrene, dem Archimedes seine Methodenschrift widmete, ist auch als (platonisierender?) Mathematiker mit Untersuchungen zu Proportionen, zur Würfelverdopplung und Arithmetik hervorgetreten,[154] außerdem gehörte er als Prinzenerzieher und Leiter des Mouseions zum inner circle des Königshofs.[155] Eine Figur, die wie schon Aristarch von Samos und Autolykos von Pitane (beide um 300 aktiv, Aristarch sicher in Alexandria), Mathematik und Astronomie verbunden hat, ist Konon von Samos. Er ist uns als alexandrinischer Hofastronom im Dienste Ptolemaios' III. (reg. 246–221) bekannt;[156] außerdem erwähnt Archimedes, daß er mit ihm häufig über mathematische Fragen korrespondiert habe.[157] Apollonios berichtet, Konon habe sich mit Kegelschnitten befaßt.[158] Auf Dositheos von Pelusion, einen weiteren Brieffreund des Archimedes, trifft dieselbe Kombination von Mathematik und Astronomie in Alexandria zu wie auf Konon.[159] Jünger als alle genannten Mathematiker des 3. Jh. ist Apollonios von Perga, der bis weit ins 2. Jh. hinein lebte[160] und den wir in seinen Vorworten zu den einzelnen Büchern der Konika als Person kennenlernen: Er sagt selbst, er habe in Alexandria gelehrt,[161] nun korrespondiert er mit dem Mathematiker Eudemos in Pergamon, den er aus Ephesos kenne, später mit einem Attalos, vielleicht dem dortigen Monarchen (den er dann aber äußerst kollegial anredet). Die Belege ließen sich vermehren: Aus ihnen ergibt sich das Bild eines größeren Kreises von Mathematikern, wie schon in Athen oft auch als Astronomen tätig, der sich an einem zentralen Ort unter Protektion eines Fürsten trifft[162] oder über weite Entfernungen miteinander korrespondiert.

Ob diese theoretische Mathematik allerdings im Mouseion selbst angesiedelt war wie etwa Grammatik, d. h. als eine „Prä-Disziplin" institutionalisiert war, ist unklar. Tatsache ist, daß mit Konon, Eratosthenes, Euklid sowie den Briefpartnern des Apollonios und des Archimedes[163] eine Personenkonzentration für Alexandria festzustellen ist, die sich in

152 Proklos, In Eucl. 68.20 ff. Friedlein.
153 *Peter M. Fraser*: Ptolemaic Alexandria, 3 Bde., Oxford 1972, I 396.
154 Zu Περὶ μεσοτήτων Pappos, Coll. 7.3 (636 Hultsch). Zur Würfelverdopplung Eutokios, In Archim. Sph. et Cyl. III 88–96 Heiberg. Zum ‚eratosthenischen Sieb' als Methode, Primzahlen zu ermitteln: Nikomachos, Introd. arithm. 1.13.2 ff. (29 ff. Hoche). *Klaus Geus*: Eratosthenes von Kyrene. Studien zur hellenistischen Kultur- und Wissenschaftsgeschichte, München 2002, 186–191 hat jetzt alle diese Mathematika überzeugend allein dem Dialog Platonikos zugewiesen.
155 Zum Phänomen Eratosthenes *Rudolf Pfeiffer*: Geschichte der Klassischen Philologie. Von den Anfängen bis zum Ende des Hellenismus, München 1978, 191–212; *Geus* (Anm. 154), 7–47.
156 Kallimachos, Ait. IV, Fr. 110.1 ff. Pfeiffer.
157 Archimedes, Lin. spir. praef., II 2.2 ff. Heiberg u. ö.
158 Apollonios, Con. IV (II 2.3 ff. Heiberg).
159 Material bei *Fraser* (Anm. 153), II 581 f. Anm. 197.
160 Zur Lebenszeit (zwischen 246 und 170) *George Huxley*: Friends and Contemporaries of Apollonius of Perge, Greek, Rom. & Byz. Stud. 4 (1963), 100–105, hier 101.
161 Con. I praef., I 2.12 f. Heiberg.
162 Dort trafen sie babylonische Astronomen: siehe zu Sudines und Apollonios *Huxley* (Anm. 160), 104 f.
163 Apollonios erwähnt Eudemos und Attalos in Pergamon, Naukrates und Konon in Alexandria, Philonides in Ephesos (ferner werden Thrasydaios und Nikoteles erwähnt, doch nicht als Kommunikationspartner des Apollonios, sondern des Konon); Archimedes schrieb an Konon, Dositheos, Zeuxippos und Eratosthenes, alles Alexandriner.

kommunikativen Strukturen niedergeschlagen haben muß. Mindestens konnte man sich auf eine Bibliothek stützen und das theoriefreundliche Umfeld des Fürstenhofes. Über die Professionalität dieser Mathematiker läßt sich darüberhinaus ebensowenig sagen wie über die konkreten Formen ihres Wissensaustauschs. Doch gewinnt man den Eindruck einer gewissermaßen kosmopolitischen, aber ziemlich geschlossenen Gelehrtengemeinschaft, vor allem in den Weisungen des Apollonios und des Archimedes an ihre Korrespondenzpartner, ihre Schriften allen weiterzugeben, die ihrer würdig seien.[164] Über den engeren Kreis hinaus rechnen unsere Autoren aber ganz offensichtlich mit einem Lesepublikum.[165]

Diesem für Alexandria gesicherten Befund entspricht der Eindruck, den man von anderen Fürstenhöfen der Zeit gewinnt. So stand der in der Korrespondenz des Apollonios erwähnte Philonides in engem Kontakt zum Seleukidenhof. Vor allem aber ordnet sich hier auch Archimedes von Syrakus (ca. 285–212 v. Chr.) ein: Dieser gehörte wahrscheinlich schon von seinem Vater, dem Astronom Pheidias, her zum Hof Hierons II. von Syrakus, verwaltete wohl auch ein Amt als γραμματεύς oder „royal tutor“.[166] Obwohl es keine direkten Indizien für seinen Aufenthalt in Alexandrien gibt, muß er die Alexandriner Konon und Eratosthenes doch gut gekannt haben, wie sich aus seinen Einleitungsbriefen ergibt. Archimedes, dessen Ruhm ja in nichtmathematischen Kreisen vor allem auf seinen spektakulären Leistungen auf dem Gebiet der Mechanik beruhte,[167] arbeitete offenbar auch praktisch, d. h. als Ingenieur, zweifellos im Interesse seines Königs Hieron, der zu diesem Zweck Werkstätten, Werften usw. unterhalten haben muß. Dies stimmt nun genau zu der Pflege angewandter Mathematik in Alexandria durch die Mechaniker Ktesibios und Philon (3.–2. Jh. v. Chr.), die zwar in Kontakt zu den theoretischen Mathematikern am Ort standen, aber sich hauptsächlich mit ballistischen und bautechnischen Problemen beschäftigten, zu deren Bewältigung sie auf theoretische Mathematik zurückgriffen. Hier hat es schon früh eine regelrechte ‚Schule‘ (in Zusammenhang mit einem ‚Arsenal‘, also Werften und Werkstätten) und ein kanonisiertes Wissen gegeben; für diese Gruppe ist die energische Förderung durch die Ptolemäer sicher[168] (wenn auch vermutlich nicht im Kontext des Mouseions).[169] Was also Archimedes in Syrakus in seiner Person vereinigte, scheint in Alexandria in zwei separate Institutionen oder Lehrtraditionen gefaßt worden zu sein. Das läßt sich daraus erklären, daß die mathematischen Theoretiker wenigstens von den Ptolemäern im Rahmen einer dynastischen, auf monarchische Repräsentation erpichten Hofhaltung gefördert wurden, nicht anders als die hellenistischen Dichter; die mathematischen Praktiker dagegen, die Mechaniker, aus praktischen, vor allem militärischen sowie technischen, Gründen. So gelangte die Mathematik von der griechischen Polis an die Höfe der Monarchen, wo sie noch bis in die Kaiserzeit und darüberhinaus fest situiert bleibt: Dafür gibt es ein schönes Zeugnis aus den Krankenberichten des Arztes Rufus von Ephesos (2. Jh. n.

164 Apollonios, Con. II praef., I 192.5–11 Heiberg; ähnliches bei Archimedes, Sph. cyl. I praef., I 4.13 f., 20 f. Heiberg.

165 Pace *Netz* 1999, 285 f.; siehe etwa Archimedes, Lin. spir. II 2.9 f. Heiberg; Meth. praef. II 430.12 ff.

166 Siehe *Ivo Schneider*: Archimedes, Darmstadt 1979, 5, 23 Anm. 38 (1–23 zur Vita); *Wilbur R. Knorr*: Archimedes and the Elements. Proposal for a Revised Chronological Ordering of the Archimedean Corpus, Arch. for Hist. of Ex. Sci. 19 (1978), 211–290, hier 237 f.

167 Plutarch, Vita Marcelli 17 (307 C ff.).

168 Siehe Philon, Mech. synt. 4.3 (Belop. S. 9 Diels/Schramm).

169 Pace *Astrid Schürmann*: Griechische Mechanik und antike Gesellschaft, Stuttgart 1991, 13–32 muß die Frage wohl offen bleiben.

Chr.), der von einem unheilbaren Melancholiker berichtet: „Die Ursache [sc. seiner Erkrankung] aber war sein ständiges Brüten über den Wissenschaften der Geometrie; auch nahm er an den gesellschaftlichen Veranstaltungen der Fürsten teil.“[170]

b. ‚freie‘ Mathematiker: Wie oben schon bemerkt, dürften Archimedes und seine Briefpartner weit gereist sein, um Kollegen zu treffen; für Apollonios ist das sicher. Nichts spricht dafür, daß sie von ihren jeweiligen Monarchen eigens dazu ausgesandt wurden. Sie reisten vermutlich als Privatgelehrte, als ‚freie‘ Mathematiker (‚frei‘ soll lediglich ‚nicht ortsgebunden‘ bedeuten, nicht aber andeuten, daß sie an ihren Höfen irgendeiner, etwa pädagogischen oder gar panegyrischen, Fron unterlagen); dasselbe gilt für ihre Korrespondenz. Es muß neben den Mathematikern an den höfischen Zentren und auch außerhalb Athens aber noch weitere Theoretiker gegeben haben: Zufällig ist die Notiz überliefert, daß Zenodoros, ein Mathematiker und Astronom aus einem attischen Adelsgeschlecht, nach Arkadien reist, um mit Diokles dort Fragen der mathematischen Optik zu lösen, die etwas früher Pythion aus Thasos und Konon aus Alexandria in ihrer Korrespondenz aufgeworfen hatten (auch hier wieder der bereits erwähnte Aspekt des spielerischen Rätseldialogs).[171]

So ergibt sich für das 3.–2. Jh. ein Milieu für theoretische Mathematik, das sich im wesentlichen als Differenzierung des athenischen Mathematikermilieus des 4. Jh. verstehen läßt, ausgelöst durch die neuentstehenden Diadochenreiche und die Repräsentationsbedürfnisse ihrer Fürsten: Die Gruppe der Mathematiker umfaßt immer noch wenige Mitglieder; diese stammen immer noch aus der Oberschicht. D. h. wie früher ist diese Gruppe klein, sozial homogen, durch enge persönliche Kontakte verbunden und relativ konkurrenzarm.[172] Wissensvermittlung findet unter Freunden statt, vermutlich auch immer noch vom Vater auf den Sohn.[173] Doch die räumliche Explosion der griechischen Welt erfordert in erhöhtem Maße umfangreiche Korrespondenz und Reisetätigkeit. Die Korrespondenz (und eventuell die institutionalisierte Diskussion) zwingt aber aufgrund ihrer Schriftlichkeit zu einer Systematisierung und Ordnung nicht nur der Grundlagen, sondern auch weiterführender Gebiete der Mathematik wie etwa der Kegelschnitte.

Die Erfolgsgeschichte der euklidischen Elemente allerdings, die die europäische Mathematik bis in die Moderne prägten, ist bedingt durch die spätere Institutionalisierung gerade dieses Texts in der kaiserzeitlichen Unterrichtspraxis und der spätantiken Philosophenschule, eine Entwicklung, die erst viel später beginnt. Das läßt sich hier nicht mehr ausführen. Es sei nur darauf hingewiesen, daß erst aus dieser Zeit vollständiger Kanonisierung die meisten Nachrichten über die Frühphase der theoretischen Mathematik stammen, erklärlich als Reprojektionen kaiserzeitlicher Neuplatoniker, z. B. des Iamblichos, die sich die mathematische Frühzeit eben nur nach ihrem Bilde vorstellen konnten, d. h. entweder pythagoreisch oder platonisch, aber immer in festen Schulbahnen verlaufend.

170 Rufus, Krankenjournale 3.3; 72 dt./73.11 f. ar. Ullmann.

171 Diokles, Über Brennspiegel § 3 f., 34 Toomer; ähnlich beschäftigte sich Apollonios mit Kegelschnitten auf Anregung des gerade durchreisenden Naukrates (I 2 Heiberg).

172 Allerdings gibt es jetzt doch gelegentlich schärfere Kontroversen: vgl. Apollonios, Con. IV praef., II 2.15 ff. Heiberg; 4.7 ff. zur διαφορά des Konon mit einem Nikoteles über Kegelschnitte; Archimedes, Lin. spir. praef., II 2.24 ff. Heiberg.

173 Der Vater des Hypsikles, eines alexandrinischen Mathematikers und Astronomen des 2. Jh. v. Chr., war ebenfalls Mathematiker: siehe *Huxley* (Anm. 160), 102. *Netz* (Anm. 37), 291 hält diese „physical continuity“ (dort noch mehr Beispiele) allerdings für eine Ausnahme.

III. Schluß

Was assoziieren wir heute mit dem Begriff ‚Mathematiker'? Etwa folgende Merkmale: 1. Professionalität, d. h. Mathematik als Lebensunterhalt. 2. Standardisierte Ausbildung, d. h. ein ‚Diplom' oder ähnliches. 3. Institutionelle Einbindung, sei es in einer Wissenschafts-oder Lehrinstitution, sei es in einem Unternehmen. 4. Mitgliedschaft der scientific community, die durch Fachzeitschriften, Tagungen usw. nach bestimmten Konventionen kommuniziert.

Wenn man unsere Skizze der Frühgeschichte theoretischer Mathematik betrachtet, so stellt man fest, daß es das alles im 5. und 4. Jh. in Athen, also zu der Zeit, in der sich theoretische Mathematik im eigentlichen Sinne entwickelte, nicht gegeben hat, mit Ausnahme des vierten Kriteriums (in Ansätzen): die Gruppe der dortigen Theoretiker verstand sich offenbar als „scientific community" und entwickelte besondere, schriftliche Kommunikationsformen. An deren Merkmalen haben wir theoretische Mathematik bestimmt als Abgrenzungsspiel einer leisure class gegenüber Formen praktischer Mathematik, die die ersten drei der obigen Punkte in mancherlei Hinsicht erfüllt (professionelle Spezialisten, ausgebildet in apprenticeship, tätig in gildenartigen Handwerkergruppen). Nur würden wir sie aus unserer Sicht eines weitdifferenzierten Wissensgefüges eher als Ingenieure, Verwaltungsspezialisten, Architekten, Banker usw., nicht mehr als Mathematiker, bezeichnen. Disziplinäre Strukturen einer theoretischen Mathematik können sich aber erst im 3. Jh. mit einer beginnenden Institutionalisierung der Wissenschaften überhaupt gebildet haben: doch Professionalität finden wir auch dort noch nicht.

Unsere Bestimmung der theoretischen Form griechischer Mathematik als Abgrenzung von einer praktischen impliziert aber gleichzeitig die Vermutung, daß die griechischen Theoretiker sich in der Frühphase auf das Wissen solcher Praktikertraditionen als Abstraktionsbasis gestützt haben.[174] (Ähnliches läßt sich in der griechischen Medizin des 5. und 4. Jahrhunderts beobachten.[175]) Gemessen am Alter, der Zählebigkeit, der geo- und demographischen Verbreitung und der Alltagspräsenz des praktischen mathematischen Wissens läßt sich die theoretische Tradition wohl nur als Epiphänomen oder vielleicht besser als, sozial gesehen, marginales Differenzierungsprodukt verstehen.

Es erscheint also sinnvoll, nicht mehr von ‚der' griechischen Mathematik zu sprechen, sondern von zwei griechischen Mathematiken, einer praktischen und einer theoretischen (beide ihrerseits natürlich wieder verschieden differenzierbar),[176] die in ihrer langen Koexistenz immer wieder Berührungspunkte aufweisen (so sicher in der Zeit zwischen Thales und Hippokrates, so auch bei Heron und Diophant). Beide Mathematiken lassen sich nun abschließend anhand ihrer Textmerkmale und ihrer Milieus geradezu komplementär beschreiben. Die Tradition der älteren ‚Verfahrensmathematik' ist:

a. ein Wissen und eine Literatur für Praktiker.
b. eine Sekundärkommunikation, d. h. verschriftlicht Texte, die durch eine (mündliche) Primärkommunikation, d. h. eine Form von Unterricht, ergänzt werden müssen, um die nötige Wissensvermittlung zu erbringen.[177] Sie produziert deshalb heteronome Texte.

174 Am Beispiel Metons *Bowen/Goldstein* (Anm. 112), 57, 80.

175 Vgl. vor allem Platon, Leg. IV, 720 D 1 ff.; Aristoteles, Pol. III 1.1282a3–5.

176 *Geoffrey E. R. Lloyd*: Methods and Problems in the History of Ancient Science. The Greek Case, Isis 83 (1992), 564–577, 569 grenzt vier griechische ‚Mathematiken' voneinander ab.

177 So auch schon *Neugebauer* (Anm. 19), II 50, III 10 zu altbabylonischen Serientexten.

c. eine Wissensform, die Verfahren einübt.
d. eine Wissensform, deren „technologies of trust", d. h. die Instrumente und Strategien ihrer Überzeugungskraft, entweder in einer Institution beheimatet sind, eben der ‚Schule' und der Autorität der ‚Lehrer', oder aus der Bewährung in der Praxis resultieren, d. h. jeweils auf einem außertextuellen, nicht-mathematischen Kontext beruhen.
e. eine Literatur, deren Standardisierung der Rezeptionserleichterung dient.

Im Gegensatz dazu läßt sich die jüngere, spezifisch griechische, hier von uns als „theoretisch" bezeichnete, Mathematik bestimmen als:

a. eine Wissenstradition für Theoretiker mit einem spielerischen Aspekt.
b. eine schriftliche Primärkommunikation, die sich also autonomer Texte bedienen muß.
c. eine Literatur, die allgemeine Sätze und Beweise formuliert.
d. ein Wissen, dessen „technologies of trust" nicht sozial, sondern epistemisch fundiert sind, d. h. wissensgebunden: Sie beruhen auf einer allgemeinen Logik und produzieren dementsprechend eine allgemeine Evidenz.
e. eine Literatur, deren Standardisierung der Kommunikationssicherung in Vermittlungsverhältnissen dient, die durch Institutionsmangel und infolgedessen dekontextualisierte Wissensvermittlung gekennzeichnet ist.

Summary

Greek theoretical mathematics emerges among sixth-century Ionians from a background of professional practitioners, concerned chiefly with arithmetical operations. Its characteristical features (impersonalization, standardization, diagrams) develop as part of an elitist play of distinction at fifth- and fourth-century Athens, mainly to ascertain the tradition of that knowledge without adequate institutions. Sophists challenge the mathematicians' practices, philosophers adopt the mathematicians' knowledge as a model of truth, but the mathematicians themselves remain autonomous. Even hellenistic mathematics, semi-institutionalized at royal courts, is little more than a private affair of a narrow circle of intellectuals. All this time the practitioners' traditions persist basically unaltered and constantly present the theoreticians with a social and epistemic background to differentiate „their" mathematics from. Finally, these two branches of Greek mathematics, a practical and a theoretical one, are describable as reciprocally systematized forms of knowledge.

Anschrift des Verfassers:

Dr. Markus Asper
Untere Laube 43
D-78462 Konstanz
markus.asper@altavista.de