Heidelberger Texte zur Mathematikgeschichte

Autor: **Cantor, Moritz** (1829–1920)

Titel: **Petrus Ramus, Michael Stifel, Hieronymus Cardanus,**
drei mathematische Charakterbilder aus dem 16. Jahrhundert
Vortrag, gehalten zu Bonn in der mathem.-astronom. Section der 33. Naturforscher-Versammlung

Quelle: Zeitschrift für Mathematik und Physik / Literaturzeitung
Band 2 (1857),
Seite 353 – 376.

Biographien des französchischen Mathematikers Petrus Ramus (1517–1572), des deutschen Theologen und Mathematikers Michael Stifel (1497–1567) und des italienischen Arztes und Mathematikers Hieronymus Cardanus (1501–1576).

Literaturzeitung

der

Zeitschrift für Mathematik und Physik

herausgegeben

unter der verantwortlichen Redaction

von

Dr. O. Schlömilch und **Dr. B. Witzschel.**

Zweiter Jahrgang.

LEIPZIG,
Verlag von B. G. Teubner.
1857.

XVI.

Petrus Ramus, Michael Stifel, Hieronymus Cardanus,

drei mathematische Charakterbilder aus dem 16. Jahrhundert.

Vortrag, gehalten zu Bonn in der mathem.-astronom. Section der 33. Naturforscher-Versammlung.

Von Dr. M. Cantor,

Docent an der Universität Heidelberg.

In der Geschichte jedes Volkes giebt es Zeiten, in welchen die Entwickelung desselben stille steht, ja einen scheinbaren oder wirklichen Rückgang macht. Dann aber, wenn nicht die ganze Kraft desselben erschöpft und sein Untergang nothwendig geworden, bringt ein einziger Schritt es wieder weiter, als die allmälige regelmässige Entwickelung es hätte fördern können. Solch mächtiges Aufraffen knüpft sich in der Regel an das Erscheinen einzelner hervorragender Männer, welche die gesammte geistige Macht der Zeiten des Stillstandes in sich vereinigt zu tragen scheinen, und dieselbe in eine Kraftentwickelung übertragen, welche allerdings nur dadurch möglich ist, dass jene Helden auf den Schultern ihrer Vorgänger stehen, wenn auch deren geringere Verdienste nicht mehr namentlich aufgezählt werden können, sondern nur in ihren Folgen sich erhalten haben.

So verhält es sich im politischen Leben der Völker, so auch in den einzelnen Wissenschaften. Auch hier finden sich einzelne besonders Bevorzugte, welchen die Mit- und Nachwelt Entdeckungen zu verdanken hat von bedeutungsvollster Tragweite. Aber solche Männer treten dann nie am Anfange einer neuen geistigen Entwickelungsphase auf. Sie bilden deren Mittelpunkt oder gar deren Culminationspunkt. Es findet deshalb die weitere Uebereinstimmung statt, dass es auch in der Geschichte der Wissenschaften meistens genügen wird, die Bilder jener verhältnissmässig wenigen von selbst hervortretenden Heroen schärfer in's Auge zu fassen, um an ihnen die ganze damalige Zeit zu studiren. So überliefert uns Archimed die Kenntnisse, bis zu denen die Griechen in der Mathematik gedrungen; so giebt uns Leonardo von Pisa einen tiefen Blick in das 12. und 13. Jahrhundert; so zeigen uns Leibnitz und Newton das bestimmte Hervortreten der vorher nur in Spuren erscheinenden höheren Mathematik.

In ganz ähnlicher Weise hat auch die Mathematik der Mitte des 16. Jahrhunderts sich im Wesentlichen in drei Männern concentrirt, den drei

Nationen angehörig, welche damals die mathematischen Studien pflegten. Und so werden wir über den Zustand unserer Wissenschaft überhaupt und namentlich über das Verhältniss dieses Zustandes bei den Franzosen, den Deutschen, den Italienern ziemlich ins Klare kommen, wenn wir uns nur die drei Charakterbilder vorhalten: Petrus Ramus, Michael Stifel, Hieronymus Cardanus. Lassen wir deren Leben in raschen Zügen unserer Erinnerung sich darstellen.

Pierre de la Ramée oder mit seinem wissenschaftlichen Namen Petrus Ramus Vermanduus wurde 1515 in dem Dörfchen Cuth bei Soissons in der Grafschaft Vermandois geboren. Seine Familie war arm, wenn auch adeligen Ursprunges. Sein Grossvater hatte bei der Eroberung von Lüttich, seiner Heimath, durch Karl den Kühnen 1468 sein ganzes Vermögen eingebüsst und musste als Kohlenbrenner sein späteres Leben fristen. Auch dessen Sohn Jacques erhob sich nicht weiter über den Stand eines Ackermannes und verband sich mit einer Frau gleichen Standes Jeanne Charpentier. Dieses waren die Eltern des Mannes, welcher berufen war, den ersten Feilstrich an die Ketten aristotelischer Philosophie zu legen, welche Frankreich fesselten. Seines Vaters früh beraubt, eines selbst armen mütterlichen Oheims Hülfe kaum empfindend, war der junge Ramus mit 12 Jahren auf seine eigene Kraft gewiesen. Nur seine physische Entwickelung, welche bei ihm der geistigen noch vorauseilte, machte es ihm, dem Kinde, möglich als Diener eines reichen Schülers des *Collège de Navarre* einen Lebensunterhalt zu finden, der es ihm erlaubte, in nächtlicher Arbeit sich den Inhalt der Vorlesungen anzueignen, welche er bei Tage im Gefolge seines jungen Gebieters anhören durfte. So erlernte er die lateinische, später die griechische Sprache in seltener Vollkommenheit, so vertiefte er sich weit genug in das Studium der Philosophie, d. h. nach dem damaligen Gebrauche in das Studium des Aristoteles, um 1536 die merkwürdige These anschlagen zu können: *Quaecunque ab Aristotele dicta essent commentitia esse.* Mit dieser These warf er der ganzen herrschenden Schule den Fehdehandschuh hin, und die ruhmvoll durchgeführte Disputation war nur der erste von den Kämpfen, deren wechselnder Ausgang ihn bald zu den höchsten Ehrenstellen erhob, bald in die Verbannung in die Fremde trieb, endlich seinen Tod zur Folge hatte.

In den letzten Jahren hat ein gelehrter Franzose dieses Ringen des Geistes und des eigenen Urtheils gegen den Unverstand und den Autoritätsglauben mit zu scharfer Feder beschrieben, als dass wir mehr thun könnten, als auf sein Werk verweisen. Charles Waddington (*Ramus, sa vie, ses écrits et ses opinions. Paris*, 1855) zeigt uns, wie Ramus sehr bald nach Erwerbung der Doctorwürde einen Lehrstuhl erhielt, den er zur mündlichen wie zur schriftlichen Verbreitung seiner Ansichten benutzte. In einem Processe, dessen wahrhaft scandalöse Führung uns mit Verachtung gegen die Richter, mit Unwillen gegen die Sieger Antoine von Govéa und

Pierre Galland erfüllt, wird Ramus als Verführer der Jugend verurtheilt, seine Schriften werden verbrannt, er selbst zum Stillschweigen genöthigt, während er den Galeren nur durch die Gnade Franz I. entgeht. Aber schon in demselben Jahre, 1545 wird Ramus wieder zu einem Lehrstuhle am *Collège de Presles* berufen, dem er von nun an mit dem grössten Beifalle vorsteht. In dieser Stellung erwirbt er sich den gefährlichsten Feind an Charpentier, nur dem Namen nach mit seiner mütterlichen Familie verwandt, dem Rektor der Pariser Universität, dem Schüler von Pierre Galland, von dem früheren Gegner des jungen Kämpfers. Aber noch fruchteten diese Anfeindungen Nichts gegenüber der Gunst, in welcher Ramus bei dem mächtigen Cardinale von Lothringen stand, und so waren die Jahre von 1551—1561 nur Zeugen von immer neuen Triumphen des glänzenden Redners, des tiefen Philosophen, des scharfsinnigen Mathematikers. Denn in dieser Zeit neigte er sich zuerst dem Studium der mathematischen Disciplinen hin, und begann jene Erklärungen des Euclid, welche ebenso zu einer scharfen Kritik wurden, wie seine Erklärung des Aristoteles fast in einer Widerlegung desselben bestand. Da zum Unglücke für seine übrigen Forschungen begann er seit der bekannten Disputation von Poissy (September 1561), in welcher Theodor von Bèze gegen den Cardinal von Lothringen die Lehren der Reformation vertheidigte, sich auch in theologische Streitigkeiten zu mischen. Die Hausandacht im *Collège de Presles* wurde immer weniger nach dem alten Ritus abgehalten; endlich bekannte sich Ramus öffentlich zu der neuen Lehre und verlor dadurch seinen früheren Gönner, der es von der Zeit an zuliess, dass ein Charpentier und Consorten ihn ihren Mäcen nennen durften. Beim Ausbruch der Bürgerkriege, welche Frankreich nicht weniger als Deutschland zerrissen, musste Ramus bald von Paris sich entfernen, wohin er nur auf kurze Zeit zurückkehrte, um 1568 es auf's Neue zu verlassen und unter dem Vorwande einer mit königlicher Erlaubniss im Interesse der Wissenschaften unternommenen Reise*) nach Deutschland zu flüchten. Vorher schrieb er noch sein Testament, welches namentlich einen Lehrstuhl der Mathematik mit dem für damals bedeutenden Jahresgehalte von 500 Livres stiftete, auf den wir gleich noch zurückzukommen haben.

Während seines Aufenthaltes in Deutschland verfasste er *Scholarum mathematicarum libri unus et triginta. Basileae* 1569, die bedeutenste seiner mathematischen Schriften, welche aber leider der Verfasser dieser Abhandlung sich nicht in der Originalausgabe verschaffen konnte, sondern nur in der von Lazarus Schoner besorgten Ausgabe, *Francofurti ad Moenum* 1627. Ausserdem wurden noch die gleichfalls in Basel geschriebenen und veröffentlichten *Arithmeticae libri duo, geometriae septem et viginti. Basileae,* 1569 benutzt. Es soll weiter unten auf Einzelheiten noch eingegangen wer-

*) *Impetravi ab humanissimo rege annuae ad Europae nobiles academias peregrinationis tanquam legationem liberam.* (*Ramus, Arithmetica.* Vorrede pag. 2.)

den; hier mag nur eine Charakteristik des ersteren Werkes im Ganzen vorausgehen. Die *schol. math.* bestehen im Wesentlichen aus drei Theilen: aus einer kurzen Geschichte der Mathematik, welche als Einleitung an die Königin Katharina von Medicis gerichtet ist und sie anregen soll, das Studium der Mathematik unter ihren besonderen Schutz zu nehmen; aus Anmerkungen zu seiner eigenen Arithmetik; und aus Anmerkungen zu den Elementen des Euclid. Letztere sind grösstentheils kritischer und enthalten manchen scharfen Tadel, der in der allzupraktischen Geistesrichtung des Verfassers seine einzige Begründung findet. Manches hingegen ist so wahr und treffend, dass man die Verehrung sowohl begreift, welche ihm seine Freunde zollten, als auch den bittern Hass, den seine Gegner ihm geschworen hatten.

So scheint Ramus zuerst auf das Unmethodische aufmerksam gemacht zu haben, wenn die Geometrie der Arithmetik vorausgehe*). So klagt er über den Fehler, Definitionen zusammenzustellen, bevor man sie braucht**). So spricht er sich über das Ungenügende des damaligen philosophischen Unterrichtes überhaupt aus, wo die jungen Leute nur *nugas quasdam sophisticas* treiben und dann als *Magistri liberalium artium* sich brüsten. Um auch seine weniger begründeten Einwendungen gegen Euclid anzuführen, sei bemerkt, dass Ramus die arithmetischen Bücher desselben als unpraktisch und unnöthig bezeichnet. Von dem schönen Satze der Unendlichkeit der Primzahlen heisst es, man könne nicht begreifen, warum er überhaupt bewiesen werde, da er vielmehr als Grundsatz und zwar als ein specieller Fall anzunehmen sei***). Das 10. Buch wird als confus, unklar, unbrauchbar bezeichnet†).

Am interessantesten für den Historiker sind aber jedenfalls die drei Bücher der Einleitung, welche viel vortreffliches Material enthalten, und namentlich das Verhältniss zu den deutschen und italienischen Mathematikern derselben Zeit etwas aufklärt. Eine Stelle, welche nur auf die persönlichen Verhältnisse von Ramus Bezug hat, dürfte noch besonders zu erwähnen sein. Unter den Betrachtungen (*Schol. math. p.* 47), welche ihm der

---

*) *Euclides geometriam natura posteriorem parte quadam proponit, arithmeticam naturâ priorem postponit.* (*Schol. math. p.* 97.)

**) *Neque enim natura initio sylvae omnium arborum radices praeposuit, nec architectus initio civitatis omnium aedificiorum fundamenta collocavit, sed suis arboribus suas radices natura, suis aedificiis sua fundamenta architectura subjecit. Itaque debuerat Euclides definitionem trianguli triangulorum, multanguli multangulorum doctrinae praeponere; eamque viam in coeteris principiis servare.* (*Schol. math. p.* 98.)

***) *Specialis est, quum de omni specie numeri imo numerationis sit id verum. Additionis per* 1, 2, 3 *species infinitae sunt, sic subductionis, multiplicationis, divisionis. Sic numeri compositi, impares, pares, imperfecti, perfecti plures sunt omni proposita multitudine. Quare postulandum id fuit generaliter numerum infinite crescere, non autem specialiter demonstrandum* (*Schol. math. p.* 250).

†) *Nulla pars geometriae (si tamen in vero geometriae usu locum ullum acumina ista habitura sunt) inutilior, nulla tamen praeceptis et theorematis cumulatior . . . . . . Equidem toto decimo libro studiose et accurate considerato nihil aliud judicare potui, quam crucem in eo fixam esse, quae generosae mentes cruciarentur* (*Schol. math. p.* 252).

Zustand der Astronomie einflösst, und in welchen, namentlich Copernicus als *astrologus non antiquis solum comparandus, sed in astrologia prorsus admirandus* aufgeführt ist, spricht Ramus den Wunsch aus, es möchte doch irgend ein Gelehrter, vor Allem ein Gelehrter Deutschlands (*e tot nobilius Germaniae scholis*) auftreten, der fern von Hypothesen die Astronomie rein auf Thatsachen und Berechnungen zu gründen den Versuch machte. Wer Solches leiste, dem könne er, falls der unsterbliche Ruhm ihn nicht allein reitze, eine königliche Professur zu Paris als Lohn versprechen und, setzt er hinzu, *sponsionem hanc equidem libentissime vel nostrae professionis cessione praestabo*. Es klingt fast komisch, wenn in dieser Weise der Flüchtling über seine eigene Professur zu verfügen scheint, und so dürfte vielleicht die Vermuthung Raum greifen, Ramus verstehe darunter die in seinem früher erwähnten Testamente errichtete Professur. Möglich ist allerdings auch die wörtliche Auffassung, da diese Einleitung als *Prooemium mathematicum ad Catharinam Medicaeam reginam* schon zwei Jahre früher in Paris erschien, also in einer Periode, wo die Bürgerkriege und mit ihnen die Zeit persönlicher Gefahr für Ramus erst anbrachen.

Die gleichfalls obengenannte Arithmetik enthält nur die einfachste Anleitung zur Ausführung von Rechnungsoperationen ohne weiteres Verdienst, als dass sie zum Anknüpfungspunkt für die in den *Scholis* enthaltenen Bemerkungen dient.

Was die Ergebnisse des Ramus in Deutschland betrifft, so verfolgte ihn auch hier der Hass der aristotelischen Schule und verkümmerte ihm manchen schönen Erfolg, den er bei Unparteiischen sich erwarb. So wurde er in Strassburg zurückgewiesen, wo er um eine Lehrstelle am Gymnasium sich bemühte, so konnte er trotz seiner Anstellung von Seiten Friedrich III. von der Pfalz der widerstrebenden Facultät gegenüber sich auch in Heidelberg nicht halten. Die nähere Geschichte der Kämpfe, die er an diesem Orte zu bestehen hatte, würde für den Zweck der gegenwärtigen Abhandlung zu weit abführen, dürfte indessen selbst Stoff genug zu einem späteren besonderen Aufsatze liefern. Im März 1570 verliess Ramus das ihm verleidete Heidelberg und begann eine weitere Rundreise durch die Kulturstädte von Süddeutschland. Frankfurt am Main, Nürnberg, Augsburg sahen ihn zu kürzerem oder längerem Aufenthalte. Dann durchreiste er Tyrol und die Schweiz und wartete in Genf, später durch eine Seuche vertrieben in Lausanne auf den Frieden, der ihm die Heimkehr gestatten würde. Umsonst hatten ihm die Akademien von Bologna, von Krakau, von Weissenburg in Siebenbürgen die glänzendsten Anerbietungen gemacht. Er trat am 1. September 1570 die Heimreise an, oder wie der Geschichtsschreiber Franz I., wie Gaillard sich ausdrückt: *Il revint se faire encore persécuter.*

In der That warteten sein Enttäuschungen der bittersten Art. Seine Stelle als Principal des *Collège de Presles*, sowie seine Professur am *Collège de France* fand er beide an so unbekannte Menschen vergeben, dass nicht einmal deren Name der Nachwelt verblieben ist. Man hatte dem Könige zu diesem Zwecke ein Decret abgedrungen, wonach von jedem Angestellten ein Glaubenseid des reinen Katholicismus verlangt wurde, und an der Spitze der Rathgeber des schwachen Monarchen stand der Cardinal von Lothringen, der frühere Gönner von Ramus. Umsonst wandte sich der aus seinem Besitze Vertriebene zweimal an den Cardinal; die Antwort war nur eine Veröffentlichung jenes Decretes vom 20. November, in welcher es hiess: „*Que défenses soient faites à toutes personnes de tenir escholes, principautés et collèges, ny lire en quelque art et science que ce soit en public, ny en privé en chambre s'ils ne sont connus et approuvez catholiques, tenans la religion catholique et romaine.*" Da wandte sich Ramus brieflich nach Genf, wo man ihn noch vor Kurzem zu behalten wünschte. Auch von hier aus erhielt er von Theodor von Bèze, seinem Glaubensgenossen, welcher aber doch in einzelnen theologischen Punkten, sowie in den gesammten philosophischen Ansichten von ihm abwich, eines jener überhöflichen Schreiben, deren Schlussphrase „Uebrigens habe ich die Ehre, mit vorzüglicher Hochachtung u. s. w." genugsam beweist, dass man nicht blos ablehnt, sondern auch nicht weiter gebeten oder widerlegt sein will. Endlich schien wieder ein neuer Tag für Ramus zu beginnen, noch einmal leuchtete ihm die Sonne des Glückes. Der Kanzler der Universität von Paris starb, und an seine Stelle trat der politische Cardinal von Bourbon. Dieser im Verein mit der Königin Katharina von Medicis, welche sich endlich ihres ehemaligen Schützlinges erinnerte, bewirkten zu Anfang 1571 bei dem Könige, dass Ramus nicht abgesetzt, sondern nur als in den Ruhestand versetzt erklärt wurde, wobei ihm sein Gehalt blieb, ja sogar erhöht wurde, und er das Recht bewahrte, seine Lehren, wenn auch nicht mehr mündlich, doch schriftlich zu verbreiten*). In dieser geschäftigen Ruhe lebte nun Ramus 1½ Jahre bis zu jener Nacht, welche die Geschichtsschreiber Frankreichs nur zu gern aus ihren Blättern ausmerzen möchten, welche aber als die Nacht des St. Bartholemäus eine blutige Berühmtheit gewonnen hat. In dieser oder wahrscheinlicher noch in der darauf folgenden Nacht fiel Ramus, ein Opfer des von seinen Feinden gegen ihn aufgestachelten Pöbels, und mit lauter Stimme klagte die Mit- und Nachwelt Charpentier als geistigen Urheber des Mordes an. Ramus starb als Märtyrer der Freiheit des Denkens und die aristotelische Schule hat seine Würger gedungen. Die Beweise davon hat Waddington (p. 258—283) in überzeugendster Weise zusammengestellt.

Nachdem wir so versucht haben, die Hauptmomente aus dem Leben des Petrus Ramus hervorzuheben, für deren nähere Motivirung allerdings auf die schon häufiger citirte ausführliche Biographie verwiesen werden muss, wollen wir über seine Persönlichkeit und seinen Charakter nur noch

*) *Décharge à Pierre de la Ramée, professeur du roi en éloquence, de sa lecture ordinaire qu'il est tenu faire, sans préjudice de ses gages et droits* (*Mémorial de la chambre des comptes;* Waddington, *p.* 233).

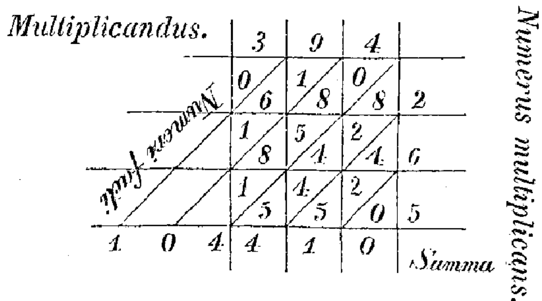
Weniges aus derselben Quelle mittheilen. Ramus soll ein stattlicher Mann gewesen sein, mit starkem Kopfe, schwarzem Haare; die breite Stirne wölbte sich hoch auf, und ein scharfer Blick sprühte aus den dunkeln Augen; die Nase war gebogen, der Mund fein geschnitten, mit einem leisen Zuge von Ironie. So beschreibt ihn wenigstens Waddington, und ebenso stellt ihn ein Bild dar, welches auf der Rückseite des Titelblattes des Heidelberger Exemplares der *Arithmetica* aufgeklebt ist. Ein Bild, welches übrigens mit dem von Theodor de Bry verfertigten (Waddington p. 320) bis auf die Unterschrift völlig übereinstimmt. Letztere lautet nämlich bei dem uns vorliegenden Holzschnitte:

Labor omnia vincit. *Petrus Ramus anno acta:* LV.
MDLXX.

Der Grundzug seines Charakters war eine ausnehmende Strenge gegen sich wie gegen Andere, welche einestheils in seinem mässigen Lebenswandel und seiner unermüdlichen Arbeitsthätigkeit sich aussprach, von der schon sein Wahlspruch Zeugniss ablegt, andererseits ihn in den Ruf eines streitsüchtigen, eigensinnigen Menschen brachte, und bei seinen Schülern ihm den Namen eines *magister plagosus* verschaffte. Trotzdem konnte er von hinreissender Liebenswürdigkeit sein, und seine Beredsamkeit fesselte selbst diejenigen, welche vom Anfange ihm abgeneigt waren. Den meisten Umgang hatte er, wenigstens in Paris, mit einigen Gelehrten, die zum Theile ältere Schüler von ihm waren, dann aber liebte er es auch, bei seinen täglichen Spaziergängen durch die *rue St. Denis* bei den Kaufleuten einzutreten und mit ihnen über Geschäftsführung und Rechenvortheile sich zu besprechen. Waddington (p. 311) hat einzelne Stellen angeführt, die dieses bezeugen. Noch deutlicher spricht dafür des Ramus eigene Beschreibung eines solchen Spazierganges (*Schol. math. p.* 52) und den bestimmtesten Aufschluss geben uns darüber die Kenntnisse aus der Arithmetik, welche er in demselben Werke mittheilt, und die Ansichten, welche er über andere Kapitel dieser Wissenschaft ausspricht.

Es dürfte hier der geeignete Ort sein, die versprochenen Einzelheiten einzuschieben, und so bemerken wir vor Allem wiederholt, dass es Ramus nur um die Praxis zu thun war; Sätze, welche keine unmittelbare Anwendung auf das Leben haben, schienen ihm eine unnöthige Geistesplage; zahlentheoretische Untersuchungen in's Besondere hatten für ihn gar keinen Werth. Hingegen giebt er in den *Scholis* verschiedene Methoden der Multiplication an, wovon eine mit jener netzförmigen indischen Methode übereinstimmt, welche Colebroocke, *Algebra of the Hindus, p.* 7, und nach ihm Bohlen, das alte Indien, Bd. II, S. 232 citirt, und welche die Araber unter dem Namen *Shabacah* kennen. Die betreffende Stelle (*Schol. math. p.* 119) lautet: *Mercatorum quidam libri speciem multiplicationis praeterea continent, abaco tot quadrangulis in triangula sectis longo, quot notae fuerint mul-*

tiplicandi, lato autem quot fuerint multiplicantis, ubi colliguntur summae sequendo diagonios, ut hic vides:



Welche kaufmännischen Bücher übrigens als Quelle gemeint sind, ist schwer zu ergründen, da wohl viele Werke der Art verloren gegangen sein dürften. Von denen, die uns in die Hände kamen, enthält kein einziges die angegebene Methode. Anders verhält es sich mit einer zweiten Multiplicationsmethode, oder vielmehr einem Kunstgriffe, dessen Wiederauftreten bei Autoren der verschiedensten Zeiten und Nationen zu Folgerungen berechtigen dürfte. Dieser Kunstgriff (*Schol. math. p.* 118) besteht in den Zeichen der neueren Buchstabenrechnung geschrieben*) in Folgendem. Es seien zwei Zahlen a, b mit einander zu multipliciren, welche beide zwischen 5 und 10 liegen. Bildet man alsdann das Product der beiden Differenzen $(10-a)\times(10-b)$, so hat man die Einer des wirklichen Productes, dessen Zehner man dann noch erhält, indem man $10-a$ von b abzieht. In der That ist:

$$a\times b=(10-a)\times(10-b)+10.[b-(10-a)],\quad 8.6=2.4+10.(6-2)=48.$$

Sind a und b Zahlen anderer Beschaffenheit, als in dem eben angegebenen Falle, so lassen sich leicht Modificationen der Regel anbringen, welche immer darauf hinauslaufen, dass die Multiplication nur mit Zahlen zwischen 1 und 5 auszuführen ist. Ramus hat zu viel praktischen Sinn, um nicht einzusehen, dass diese Mittel weit entfernt davon sind, wirkliche Erleichterung zu gewähren, dass es vielmehr noch weniger Mühe kostet, das Einmaleins in seiner Vollständigkeit dem Gedächtnisse einzuprägen, als alle diese einzelnen Regeln. Er führt sie indessen doch an mit dem Zusatze: *In tali multiplicatione digitorum author algorithmi demonstrati septem theoremata prolixa consumpsit.*

So wäre die nächste Frage nach diesem *author*, welcher überdies noch an anderen Stellen (z. B. *Schol. math. p.* 112) in solcher Art citirt wird, dass man sieht, wie Ramus ihm Vieles entlehnt. Wir haben uns weder das Werk selbst, noch näheren Aufschluss darüber verschaffen können. Dass natürlicherweise das erst 1599 erschienene Werk Schoner's dieses Titels nicht gemeint sein kann, braucht kaum erwähnt zu werden; ebensowenig scheint aber die Hypothese des Ramus selbst gerechtfertigt: *Algorithmum ipsum*

*) Wir wollen ein für alle Mal bemerken, dass im ganzen Verlauf dieser Abhandlung die neueren Schreibweisen nur zur bequemeren Verständniss benutzt werden; nicht als ob die betreffenden Autoren sie schon gekannt hätten.

demonstratum probandum, eximium, exaratum maximi et doctissimi viri Regiomontani divina manu confirmant mathematici doctissimi (*Schol. math. p.* 117), indem der sonst sehr zuverlässige Doppelmayr (Nachricht von den Nürnbergischen Mathematicis und Künstlern. Nürnberg, 1730) dieses Buch weder unter den gedruckten Werken des Regiomontan, noch unter dessen Manuscripten erwähnt. Da indessen *mathematici doctissimi* die Behauptung aufgestellt haben, so ist wenigstens anzunehmen, dass diese anonym erschienene Schrift aus den ersten Zeiten der Buchdruckerkunst datirt, indem Regiomontan 1475 starb.

Wir haben den auseinandergesetzten Kunstgriff erst etwas später gefunden, nämlich in der *Margaritha philosophica* von 1512, einem höchst merkwürdigen Sammelwerke, dessen wir schon in einem früheren Aufsatze in dieser Zeitschrift (Bd. I. S. 68) Erwähnung zu thun Gelegenheit hatten. Von da ab scheint der Kunstgriff in Deutschland bekannt geblieben zu sein; wenigstens findet er sich noch in der *Arithmetica integra* von Michael Stifel, welche noch einer genaueren Besprechung unterworfen werden wird und in der von Pelletarius in Paris 1550 herausgegebenen *Arithmeticae practicae methodus facilis per Gemmam Frisium medicum ac mathematicum in quatuor partes divisa.* So unwichtig der Kunstgriff an sich ist, so suchen wir vielleicht mit Recht gerade deshalb in seiner Verbreitung den Beweis eines schulmässigen Zusammenhanges zwischen den Schriftstellern, bei denen er sich findet, indem es nicht wahrscheinlich ist, dass ein so unpraktischer Gedanke in vielen Köpfen gleichzeitig entstanden sein sollte. Bei grossen Entdeckungen pflegt dieses mitunter der Fall zu sein; bei Unbedeutendem wird wohl sicherer eine Uebertragung anzunehmen sein; und wie die neuere Archäologie sich mehr und mehr an einzelne Ornamente hält, welche stylmässig geworden die Fortpflanzung der Kunst und deren Entwickelung von Volk zu Volk nachweisen, so dürfte es in der Geschichte der Mathematik gerathen sein, das Augenmerk auf einzelne Rechenvortheile zu richten, welche schulmässig auftretend, sich von Autor zu Autor verfolgen lassen müssen. Es scheint uns deshalb ganz besonders bemerkenswerth, dass dieselbe Multiplicationsmethode, die den Gegenstand der bisherigen Betrachtungen bildete, sich auch in einem persischen Sammelwerke der Arithmetik wiederfindet, welches Strachey, *On the early history of algebra* (*Asiatic researches Vol.* 12, *London* 1818) näher beschrieben hat. Wir meinen den Khilâsat-al-Hisâb (Essenz der Rechenkunst) des Bahâ-ul-Dîn (1575 bis 1653), bei welchem die Uebereinstimmung mit dem *Algorithmus demonstratus* so weit geht, dass der Kunstgriff gleichfalls in sieben Regeln gelehrt wird. Eine weitere Uebereinstimmung zwischen beiden besteht noch darin, dass unter den Rechnungsarten die *duplicatio* und *dimidiatio* besonders aufgezählt werden, welches sonst bei europäischen Werken nicht durchgehends der Fall ist. Auch die Definition des Multiplicirens ist bei Bahâ-ul-Dîn wörtlich dieselbe wie in den *Scholis*, wo sie dem *Algorithmus demon-*

stratus entnommen sein dürfte. Jene lautet in Strachey's Uebersetzung: *Multiplication is finding a number such, that the ratio, which one of the factors bears to it, shall be the same as that, which unity bears to the other factor.* Bei Ramus heisst es: *ut unitas ad multiplicantem, sic multiplicandus ad factum* (*Schol. math. p.* 118), während bei Stifel der Uebergang zu der späteren, weniger allgemeinen Definition sich zeigt, wonach bei der Multiplication eine Zahl so oft genommen werden soll, als eine andere angiebt: *Multiplicatio est inventio numeri continentis multiplicandum quoties multiplicans continet unitatem.*

Es wird durch die Vereinigung dieser Punkte wahrscheinlich, erstens dass Ramus einen Theil seiner arithmetischen Kenntnisse dem Umgange mit Kaufleuten und der Lectüre kaufmännischer Bücher verdankte; zweitens, dass er sich namentlich an deutschen Mustern, insbesondere an einem wenig bekannten Werke, *Algorithmus demonstratus*, bildete; drittens, dass letzteres Werk selbst auf arabische, oder allgemeiner gesagt, auf orientalische Quellen zurückweist, welche in ihrer Entwickelung auf vaterländischem Boden eine fast wörtliche Uebereinstimmung mit den europäischen Uebertragungen zeigen.

Für den zweiten Punkt spricht auch noch die grosse Verehrung, welche Ramus bei jeder Gelegenheit gegen die deutschen Mathematiker an den Tag legt, wovon wir schon oben Gelegenheit hatten, eine Probe anzuführen*). Den Ursprung deutscher Mathematik aber verlegt Ramus nach Wien, wohin sie Henricus Hassianus um 1390 eingebürgert habe. Wenn nun auch Untersungen über diesen Theologen und Mathematiker von grossem Interesse wären, so müssen wir doch diese Abschweifung uns für jetzt versagen, und fügen nur die Bemerkung hinzu, dass gütige Mittheilungen des Herrn Directors der Sternwarte C. von Littrow in Wien und des Herrn Professor Schell in Marburg uns in den Stand setzen, diese Forschungen mit wahrscheinlichem Erfolge weiter zu führen. Wenn nun Ramus die deutschen Mathematiker so hoch stellt, und namentlich das Auftreten mathematischer Schulen als einen Gegensatz gegen andere Völker hervorhebt, bei denen diese Beschäftigung nur Nebensache sei**), so drängt sich mehr und mehr die Frage nach dem Zustande der deutschen Wissenschaft in der Mitte des 16. Jahrhunderts auf, eine Frage, deren Beantwortung wir erhalten werden, wenn wir als zweites Bild uns Michael Stifel von Esslingen vorführen.

Ueber dessen Lebensumstände sind bei Weitem nicht so reichliche

*) Noch lobender klingt der Satz: *Quum itaque de mundi nobilibus scholis studiose mortales omnes, qui alicunde peregre ad nos rediissent, percunctarer nulla in gente tam multas mathematici studii scholas comperiebam publicis stipendiis ornatas quam in Germania* (*Schol. math. p.* 60).

**) *Arithmetica non numerorum potius quam nummorum non in Italia modo, sed in Gallia, Britannia et reliqua Europa, credo etiam in Asia et Africa Italorum trapezitarum manibus exercetur* (*Schol. math. p.* 101).

Nachrichten vorhanden, wie sie uns bei der Biographie des Ramus zu Gebote standen. Das Wenige, was wir von ihm wissen, ist indessen authentisch, da es grossentheils auf Auszügen aus seinen eigenen Werken beruht; dann auch auf Seckendorf, *Historia Lutheranismi* und auf dem Artikel „*Stiefelius*" in Gottsched's Uebertragung von Bayle's historischem Wörterbuche. Stifel*) scheint 1486 oder 1487 in Esslingen geboren zu sein und sich dem geistlichen Stande als Augustinermönch gewidmet zu haben. Später trat er zum Protestantismus über und wurde um 1525 Prediger in seiner Vaterstadt. Von dort verjagt, rettete er sich nach Oesterreich, wo er Luther persönlich kennen lernte, und als er auch hier 1527 seinen Abschied erhielt, scheint er Prediger in Holzdorf bei Wittenberg geworden zu sein. Dort kam er in Berührung mit dem gelehrten Arzte Milichius, der auf seine mathematische Richtung den wesentlichsten Einfluss ausübte, wenn auch die erste Bekanntschaft in anderer Weise entstand. Milichius hatte nämlich Stifel's Frau während einer Krankheit behandelt und seitdem kam Stifel mitunter nach Wittenberg, um ihn in Gesundheitsrücksichten, oft auch wegen theologischer Streitfragen zu Rathe zu ziehen**). Milichius eiferte nun Stifel unaufhörlich an, ein Werk zu verfassen, in welchem er die Entdeckungen niederlegen solle, die er theils selbst in der Mathematik gemacht hatte, theils den früheren und gleichzeitigen Arbeiten eines Christoph Rudolf, eines Adam Riese, eines Franciscus Campanus, eines Hieronymus Cardanus entlehnte. Und als Stifel endlich das Werk vollendet hatte, welches auch 1544 in Nürnberg erschien, so war es Milichius***) wieder, der ihm den Titel: *Arithmetica integra* angab. Ungefähr gleichzeitig veröffentlichte Stifel einen deutschen Auszug aus dem grösseren Werke, der weniger bekannt zu sein scheint, aber auch kaum das Durchlesen lohnt. Stifel sagt übrigens selbst in dieser „deutschen Arithmetica. inhaltend die Haussrechnung, deutsche Coss, Kirchrechnung. Alles durch Herr Michael Stifel auff ein besondere newe und leichte weis gestellet. Zu Nürnberg truckts Johan Petreius 1545," dass sein Büchlein nur für Laien verfasst sei („aber sollichen geübten Leuthen schreibe ich hie in diesem büchlin gar nichts /wie ich mich des bedingt hab bey dem anfang. S. 5). Bald nach Verfertigung der genannten Schriften scheint Stifel auch aus Holzdorf durch Kriegsschicksale vertrieben worden zu sein. Denn 1550 finden wir ihn zu Habestrom bei Königsberg in Preussen, wo er

*) Wir ziehen diese Orthographie vor; man findet jedoch auch Stiefel und Stieffel.

**) Interessant sind in dieser Beziehung die Worte aus der *Arith. integ.: Necesse est interdum explorari aliarum Ecclesiarum statum meae ecclesiae commonefaciendae causa. Nam de tyrannis (?) nihil sciscitor.*

***) Vergl. *Arith. integ. fol.* 102. Milichius theilte auch Stifel die abgeschmackte Ableitung des Wortes *algebra* von dem Mathematiker Jáber (*ars Gebri*) mit, wie Stifel selbst erzählt (*Arith. integ. fol.* 227). Damit dürften die Zweifel Nesselmann's über diesen Punkt (Gesch. d. Algebra bei d. Griechen, S. 45 Note 16) beseitigt sein.

die Ausgabe von Christoph Rudolf's Coss besorgt, welche Kaestner (Gesch. d. Mathem. Bd. I. S. 163) ausführlich beschrieben hat, und in deren Vorrede es heisst: „Dieweil nun die Hispanier vor 6 Jahren *anno Domini* 1547 mich und alle meine Pfarrleut aus unsern Nestern verscheuchten .... ward ich verursacht hieher in Preussen zu ziehen" und weiter unten: „weil meine Pfarrkinder herzlich und ernstlich mein wiederum begehren zu ihrem Pfarrer, so weiss ich nicht, wie lang ich hie in Preussen bleiben werde." Auch wir können die Zeit seiner Rückkehr nach Sachsen nicht näher angeben. Sicher ist nur, dass er 1567 in Jena im 80. Jahre seines Lebens starb. Wir müssen dabei erwähnen, dass Vossius ihn nur 58 Jahre alt werden lässt, wonach seine Geburt erst 1509 fallen würde. Wahrscheinlicher ist aber jedenfalls die andere Meinung, indem doch nicht anzunehmen ist, dass er 1525 schon in seinem 16. Lebensjahre Prediger gewesen sein sollte.

Was Stifel's Charakter betrifft, so scheint er, nach der Anhänglichkeit seiner Gemeinde zu urtheilen, ein liebenswürdiger gewesen zu sein. Namentlich aber lag in ihm ein Anflug zur Schwärmerei, wie er in der damaligen Zeit so vielen Predigern der reformirten Lehre in Deutschland inne wohnte, und diese Ueberschwänglichkeit des Geistes, verbunden mit dem blindesten Glauben an die Untrüglichkeit seiner Wissenschaft liess Stifel an arithmetischen Spielereien Vergnügen finden, welche ihn mitunter lächerlich machten, einmal ihn fast das Leben gekostet hätten.

Aus dem Ausspruche *VIDebVnt In qVeM transfIXerVnt* hatte er nämlich den Weltuntergang auf das Jahr 1533 prophezeit, und die Bauern, welche darauf hin ihr Vermögen thöricht verzecht hatten, schleppten ihn, als die Welt leider bestehen blieb, gebunden und unter Schlägen nach Wittenberg, wo ihn nur Luthers persönliche Dazwischenkunft rettete.

Ein anderes Mal sass er im Bade und liess von einem Knaben, der ihn bediente, die Summe bilden, welche in den Worten *Vae tibi, Papa, vae tibi* enthalten ist, wenn man den 23 Buchstaben des Alphabets, aus welchen *j*, *u*, *w* ausgelassen wurden, die auf einander folgenden Dreieckszahlen als Werth beilegt ($a = 1$, $b = 3$, $\ldots z = 276$). So ergab sich die Zahl 1260, welche zweimal in der Apocalypse vorkommt (XI, 3 und XII, 6). Stifel soll darüber, ein neuer Archimed, mit einem Satze das Bad verlassen haben, um die grosse Entdeckung hinauszurufen.

Fragen wir nun, wie diese eigenthümliche Neigung, das Wissenschaftliche mit dem Wunderbaren, das mathematisch Sichere mit dem abergläubisch als eben so sicher Gewähnten zu verbinden, auf Stifel's Arbeiten eingewirkt, so finden wir bei ihm, im schroffsten Gegensatze zu Ramus, gerade solche Gegenstände mit besonderer Vorliebe behandelt, welche keinen praktischen Zweck haben, wenigstens damals noch nicht haben konnten. Namentlich das erste Buch der *Arithmetica integra*, welches am Selbständigsten gehalten ist, ist reich an solchen, grösstentheils geistvollen Untersuchungen, wenn auch mitunter voreilige Schlüsse vorkommen, welche falsche Resultate liefern. Das zweite und dritte Buch hingegen sind im Wesentlichen auf fremde Vorarbeiten gestützt (vergl. *Arith. integ. fol.* 227) und zwar das zweite auf die Schriften des Campanus, das dritte auf die des Christoph Rudolf und Adam Riese.

Zu jenen Stifel eigenthümlichen Untersuchungen sind zunächst solche über die sogenannten vollständigen Zahlen zu rechnen, von denen noch weiter die Rede sein wird. Ferner Sätze über Diametralzahlen (fol. 15), worunter er das Product $a.b$ versteht für den Fall, dass $a^2 + b^2$ eine Quadratzahl ist. Stifel behauptet nämlich, damit eine Diametralzahl entstehe, müssten die Zahlen a, b in dem Verhältnisse stehen, dass entweder $\frac{a}{b} = n + \frac{n}{2n+1}$ oder aber $\frac{a}{b} = n + \frac{7+(n-1)4}{8+(n-1)4}$. Hierin liegt freilich eine Ungenauigkeit. Denn wenn auch einestheils aus den angegebenen Verhältnissen die Eigenschaft von $a.b$ als Diametralzahl folgt, so lassen sich doch leicht Diametralzahlen angeben, welche nicht in den von Stifel angezeigten Formen enthalten sind. So entsteht eine Diametralzahl $a.b$, wenn $a = m^2 - n^2$, $b = 2mn$ wo $m > n$ angenommen ist, sonst aber diese Zahlen voneinander unabhängig sind. Dann ist $\frac{a}{b} = \frac{m}{2n} - \frac{n}{2m}$ und wenn noch $\frac{m}{2n} = q$ gesetzt wird $\frac{a}{b} = q - \frac{1}{4q}$, welches nicht in jene Formen passt.

Höchst sinnreich sind die Methoden zur Verfertigung magischer Quadrate, welche im dritten Capitel des ersten Buches auseinandergesetzt sind, und deren Beweis manche Schwierigkeiten darbieten dürfte; weshalb sie auch wohl geeignet scheinen, den Zahlentheoretikern der jetzigen Zeit Stoff zum Nachdenken zu geben.

Um endlich noch eine geistreiche Spielerei anzuführen, welche bei Stifel sich findet, so wird das Errathen einer geheimen Zahl x, welche aus n Ziffern bestehen mag, in folgender Weise gelehrt. Man suche zwei aufeinander folgende Zahlen a, $a+1$, sodass deren Product $a.(a+1)$ eine $n+1$zifferige Zahl, somit jedenfalls grösser als x werde. Wird alsdann x durch a dividirt und der Rest mit $a+1$ multiplicirt, ferner x durch $a+1$ dividirt und der Rest mit a^2 multiplicirt, dann endlich die Summe dieser beiden Restproducte durch $a.(a+1)$ dividirt, so bleibt x zum Reste. Bezeichnet man die Ganzen, die in einem Bruche stecken, durch das von Abel eingeführte Functionalzeichen E, so sind in der That die beiden Reste

$$\left[\frac{x}{a} - E\left(\frac{x}{a}\right)\right].a \text{ und } \left[\frac{x}{a+1} - E\left(\frac{x}{a+1}\right)\right].(a+1),$$

folglich die Summe, deren Producte in $a+1$ und a^2

$$\left[\frac{x}{a}-E\left(\frac{x}{a}\right)\right]a.(a+1)+\left[\frac{x}{a+1}-E\left(\frac{x}{a+1}\right)\right]a^2.(a+1)$$
$$=x+\left[x-E\left(\frac{x}{a}\right)-a.E\left(\frac{x}{a+1}\right)\right]a.(a+1),$$

welche durch $a.(a+1)$ dividirt den Rest x übrig lässt.

So interessant gerade diese Partien der *Arithmetica integra* sind, so sind doch wie natürlich andere Theile derselben weiter bekanntgeworden, welche Keime künftiger Entwickelung in sich trugen, die freilich nur sehr angedeutet waren, oder neue Schreibweisen zeigten, die indessen mitunter auch bei anderen Autoren sich finden, so dass es schwer ist zu entscheiden, wem die Priorität der Einführung angehört.

Was z. B. die Zeichen + — betrifft, deren Erfindung man auch jetzt noch fast allgemein Stifel zuschreibt, so hat Drobisch in einer 1840 veröffentlichten Abhandlung *De Joan. Widmanni Egerani compendio arithmeticae mercatorum* dieselben schon in einem Werke aus dem Jahre 1489 nachgewiesen*). Indirect gesteht Stifel selbst, dass die Zeichen + — älteren Ursprunges sind, worauf noch nicht aufmerksam gemacht worden ist. In der deutschen Arithmetica heisst es nämlich ausdrücklich: „wie man addiret durch das Zeichen +, also multipliciret ich durch das Zeichen 𝔐 und dividiret durch das Zeichen 𝔇." Indessen kommen diese letzteren Zeichen in der ganzen Schrift nicht weiter vor.

Eine Bezeichnung, deren Einführung mit grösserer Bestimmtheit Stifel zugesprochen werden kann, ist die Darstellung der unbekannten Grösse durch r als Anfangsbuchstabe von *radix* (nicht von *res*, wie man in Analogie zu dem italienischen *cosa* vermuthen möchte, vergl. *Arithm. integ. fol.* 228). Kommen noch weitere Unbekannte vor, so werden sie A, B, C.... genannt. Die Schreibweise des r als unbekannte Grösse ist der etwas verzogene Schriftzug $\mathfrak{x}$, so dass die Hypothese vielleicht nicht zu gewagt wäre, dass daraus das spätere x geworden. Dass dieses erst 80 Jahre später durch Thomas Harriot eingeführt wurde, spricht eher dafür als dagegen, indem grade nach längerer Zeit eine solche Verwechselung eher möglich ist. Was die vor ihm seit Vieta verbreiteten Vokale für die unbekannte Grösse betrifft, so ist diese Bezeichnung sicher aus der alten Gewohnheit entstanden, die Endpunkte geometrischer Figuren so zu nennen, welchen der Reihe nach die Buchstaben a, e, i, o, u, y zugetheilt wurden, und erst wenn diese nicht mehr ausreichten, die Buchstaben s, r, t u. s. f. Beispiele davon finden sich häufig bei Ramus (*Schol. math. p.* 174, 176, 179, 180 u. s. w.) und Anderen.

*) So referirt wenigstens Dr. Gerhardt in einem Aufsatze „die Algebra in Italien seit Fibonacci" (Grunert's Archiv Bd. 3. S. 291). Wenn ebendaselbst die Behauptung ausgesprochen ist, die *Arith. integ.* sei nur eine Bearbeitung einer (?) im Jahre 1524 erschienenen Schrift des Christoph Rudolf von Jauer, so muss dieses auf einer Verwechselung beruhen.

Von den Entdeckungen, deren Ausarbeitung der Wissenschaft wesentliche Dienste leistete, nennen wir vor Allem die *Utilis quaedam tractatio ut progressioni arithmeticae respondeat geometrica progressio* (*Arithm. integ. fol.* 35), welche geeignet war, die Erfindung der Logarithmen anzubahnen.

Wir dürfen eben so wenig das Capitel: *De inventione numerorum, qui peculiariter pertinent ad suas species extractionum* übergehen, welches die zu den ersten Potenzen gehörenden Binomialcoefficienten angiebt, und zwar deren Bildungsweise aus dem Satze $m_r + m_{r+1} = (m+1)_{r+1}$ lehrt. Die Tragweite dieser Sätze wurde am Frühesten erkannt. Schon Hieronymus Cardanus führt sie als Stifel's Eigenthum in seinem *Opus novum de proportionibus* an, welches zuerst *Norimbergae* 1545 gleichzeitig mit der *Arithmetica integra* erschien.

Aus dieser Gleichzeitigkeit erklärt es sich auch, wenn umgekehrt bei Stifel ein Satz als von Cardanus erfunden angegeben wird, der in jenem *Opus novum* (*propos.* 170) enthalten ist. Es ist dieses der merkwürdige Satz aus der Combinationslehre, dass die Combinationen aus n Elementen zu allen Klassen zusammen 2^n betragen, ein Satz, dessen Erfindung sonst wohl Franciscus van Schooten zugeschrieben wird, der ihn in seinen *Exercitationes Mathematicae, Liber V, Sectio I.* (*Lugd. Batav.* 1657 bei Joh. Elsevir p. 375) ausspricht, und von welchem ein specieller Fall in einem Briefe Pascal's an Fermat vom 29. July 1654 (*oeuvres de Pascal, Paris* 1819, *chez Lefèvre T. IV, p.* 365) vorkommt. Die Fassung, in welcher der Satz bei Stifel (*Arithm. integ. fol.* 101) angegeben ist, besteht darin, dass das Product aus n von einander verschiedenen Primzahlen so viele Factoren habe, als die Summe der Reihe $2^0 + 2^1 + \ldots + 2^{n-1} = 2^n - 1$ angiebt.

Mit dieser letzten Bemerkung haben wir nun auch den Uebergang zu dem dritten Mathematiker gemacht, dessen Verdienste wir näher besprechen wollten, zu Hieronymus Cardanus. Für diese Biographie besitzen wir wieder ausführlichere Nachrichten, die zum Theil aus der merkwürdigen Schrift des Cardanus, *De vita propria*, zum Theil aus Naudé, *vita Cardani* geschöpft sind; grosse Dienste leistete uns auch die vortreffliche Zusammenstellung von Victorien Sardou in der *Nouvelle Biographie universelle* (*T. VIII, p.* 686 — 696, *Paris* 1854). Für das Studium von Cardanus' Werken stand uns die grosse Lyoner Ausgabe (*Hieronymi Cardani Mediolanensis Opera omnia in decem tomos digesta. Lugduni* 1663) zu Gebote.

Schon der Beginn der Existenz Cardan's war von den ausserordentlichsten. Als Frucht eines unehelichen Verhältnisses hatte ihn seine Mutter Clara Micheria schon tödten wollen, noch ehe er reif war, das Licht der Welt zu sehen. Die Versuche, welche sie dazu anstellte, waren indessen vergebens, und so erfolgte die Geburt des Hieronymus Cardanus am 24. September 1501 zu Patavia unter jener nach dem astrologischen Aberglauben der Zeit ungünstigen Constellation. Diese musste daher die Schuld daran tragen, wenn das unglückliche Kind von Vater und Mutter um die

Wette misshandelt und verwahrlost von Krankheit in Krankheit verfiel. In seinem siebenten Jahre erhielt es den ersten Unterricht von dem Vater, welcher er ein eben so tüchtiger Arzt als Rechtsgelehrter war und auch der Mathematik mit Erfolg manche Zeit widmete. Diese Vielseitigkeit der Bildung war aber auch fast das einzige Erbtheil, welches dem jungen Hieronymus hinterblieb, wozu noch der Glaube an einen Schutzgeist, eine Art von sokratischem Dämon kam, welchen Cardanus der Vater zu besitzen behauptete. Hieronymus machte sich die Zeit seines Unterrichtes sehr zu Nutzen, welche freilich zugleich eine Zeit härtester Dienstbarkeit für ihn war, da der ihn zwar liebende aber überaus strenge Vater ihn zu jeglicher Knechtesarbeit anhielt, während er auch geistig die grössten Anstrengungen von ihm verlangte. Der Erfolg war, dass Hieronymus schon in seinem 22. Jahre selbst als Lehrer in Pavia auftrat und öffentlich den Euclid erklärte. Im darauf folgenden Jahre 1524, demselben Jahre, in welchem er seinen Vater verlor, sehen wir ihn als *Magister liberalium artium* in Venedig, 1526 als *Doctor medicinae* und Rector der Universität in Padua, wo er sich freilich auch anderen wenig wissenschaftlichen Beschäftigungen hingab; wie z. B. in der Abhandlung Cardan's *De ludo aleae* (Cap. XX.) ein Abenteuer aus jener Zeit erzählt ist, wo er im Kartenspiele bedeutende Summen verloren hatte, und dieselben *aliqua arte*, d. h. eigentlich durch Betrug*) wieder gewann. Vergebens wandte er sich darauf 1529 nach Mailand, der Heimath seines Vaters, um dort die Heilkunde auszuüben. Das Collegium der Aerzte wies ihn wegen des Makels seiner Geburt zurück. Mühsam ernährte er sich und seine 1531 ihm angetraute Gattin Lucia Bandarina durch mathematischen Unterricht, ohne dass auch nur das Erlangen eines Kindes ihnen zum Troste gereicht hätte, da er schon seit einer Reihe von Jahren des weiblichen Umganges unfähig war. Die Noth nahm immer mehr zu, und mit einer bitteren Ironie erzählt Cardanus in Bezug auf das Jahr 1533: *sanitati restitutus desii pauper esse; nam nil mihi relictum est (De vita propria Cap. IV)*. Aber einer seiner Wünsche wurde wenigstens 1534 durch die Geburt eines Sohnes erfüllt, der freilich später die Hoffnungen, die auf ihn gebaut waren, bitter täuschend das ausschweifendste Leben führte, seine junge Gattin vergiftete und deshalb 1560 hingerichtet wurde. Im Jahre 1539 wurde Cardanus endlich in das Collegium der Mailänder Aerzte aufgenommen, nachdem er inzwischen nochmals zurückgewiesen worden war, und nun begann die einzige wirklich glückliche Zeit seines Lebens.

Er veröffentlichte die *Practica arithmeticae generalis, Mediolani* 1539; kurz darauf die *Ars magna arithmeticae*; ferner *Artis magnae sive de regulis algebraicis liber unus*, *Norimbergae* 1545**); und ebendaselbst in demselben Jahre

*) Cardanus erzählt er ausführlich, wie er die Reihenfolge der Karten bis zu 24 Abzügen auswendig lernte u. s. w.

) Die beiden letzteren Schriften, von denen die erste dem Bischof von Burgo die schon genannte Schrift: *Opus novum de proportionibus numerorum, motuum, ponderum, sonorum, aliarumque rerum mensurandarum non solum geometrico more stabilitum sed etiam variis experimentis et observationibus rerum in natura solerti demonstratione illustratum*, welche in der Lyoner Ausgabe Bd. IV, fol. 463—601 abgedruckt, in dem Register dieses Bandes jedoch eigenthümlicher Weise vergessen ist*). Durch diese rasch aufeinander folgenden Schriften von klassischem Werthe erwarb sich Cardanus bald den Ruhm des ersten Mathematikers seiner Zeit, und da auch andere Bücher medicinischen und philosophischen Inhaltes von ihm erschienen), so verbreitete sich sein Ruf mehr und mehr und auf die Vermittelung des grossen Anatomen Vesalius bemühte sich der König von Dänemark, Cardanus an seinen Hof zu ziehen. So glänzend indessen diese Anerbietungen waren, so wies doch Cardanus die Versuchung zurück, welche ihn an einen protestantischen Hof berief, in ähnlicher Weise wie Ramus es verweigert hatte, nach dem katholischen Polen überzusiedeln. Hingegen machte Cardanus 1552 eine Reise nach Schottland, um dem kranken Erzbischofe von St. Andrews ärztliche Hülfe zu bringen.

Nach zehn Monaten, während welcher er Frankreich, Schottland, die Niederlande und Deutschland kennen gelernt hatte, kehrte er zurück und überliess sich noch eine Reihe von Jahren seinen Lieblingsstudien, die er leider oft genug durch ausschweifende Spielgelage unterbrach. Auf diese Weise büsste er nicht blos das seither Erworbene wieder ein, sondern war auch durch sein entsittlichendes Vorbild die Ursache des Verderbens seiner beiden Söhne. Wir haben schon gesehen, welches das Loos des Aeltesten von beiden war. Auch der Jüngere war so ausschweifend, dass Cardanus ihn verstiess und enterbte; das letztere freilich war kaum eine Strafe bei den durchaus zerrütteten Vermögensverhältnissen des Vaters. Denn dieser konnte selbst in Bologna, wohin er durch Vermittelung seiner Freunde als Professor berufen worden war, und wo er von 1562—1570 lehrte, eine Schuld von 1800 Thalern nicht tilgen und musste deshalb in's Gefängniss wandern. Diese Haft nannte er das vierte grosse Unglück seines Lebens. Die drei früheren bestanden in seiner 10jährigen Impotenz, in der schlechten Aufführung seiner Söhne und in der Hinrichtung des Aeltesten derselben. So war ihm auch Bologna zuwider geworden, und er flüchtete nach Rom, wo der Papst Gregor XIII. ihn unterstützte. Endlich am 21. September 1576 verschied er 75 Jahre alt, wie er selbst vorhergesagt hatte. Jos. Scaliger versichert, Cardanus habe sich Hungers sterben lassen, damit nur eine

---

Sancti Sepulchri, die zweite dem gelehrten Protestanten Andreas Osiander gewidmet ist, werden wegen des gemeinsamen Namens *ars magna* leicht verwechselt. Wir werden daher nur die erstere als *ars magna*, die zweite als *algebra* citiren.

*) In dem Gesammtverzeichniss des ersten Bandes hingegen ist sie angegeben.

**) z. B. *De sapientia libri V, Norimbergae* 1544. *De subtilitate libri XXI, Norimbergae* 1550, welches von Nicht-Mathematikern als sein vortrefflichstes Werk gerühmt wird.

seiner Weissagungen in Erfüllung ginge; eine Thatsache, welche indessen sonst durch Nichts verbürgt ist.

Den Charakter des Cardanus brauchen wir nach diesem Abrisse seiner Lebensgeschichte wohl nicht besonders zu schildern, und noch weniger kann es uns einfallen, diesen Widerstreit von Leidenschaften der niedrigsten Art und tiefer Religiösität, von wahrhaft kolossalem Wissen und wirklichem oder erheucheltem Aberglauben erklären zu wollen. Nur in Bezug auf den Dämon, den auch Hieronymus Cardanus um sich gehabt haben will, mag bemerkt werden, dass derselbe zum Theil ein Erbstück seines Vaters war, dass aber anderntheils Cardanus ihn namentlich dann gebrauchte, wenn er irgend eine gemeine That von sich abwälzen wollte, wie bei jener beim Spiel verbrachten Nacht in Padua, welche oben angeführt wurde. Mag sein, dass Cardanus also selbst nicht an das glaubte, was er Anderen vorspiegelte. Das Unerklärlichse ist und bleibt aber die Selbstbiographie, welche Cardanus verfasste, und in welcher er seine Fehler, ja seine Laster auf das Schonungsloseste aufdeckt, zugleich aber auch seiner Eitelkeit in ungemessener Weise fröhnt, indem er sich Lobsprüche ertheilt, welche seine Verdienste, so bedeutend sie auch sind, noch weit übersteigen.

Gehen wir nun zu seiner Stellung in der Geschichte der Mathematik über. Man ist gewöhnt, in Cardan den grossen Algebristen zu bewundern, und in der That gehören seine Arbeiten in diesem Felde zu den fruchtbarsten, wenn wir gleich noch andere Leistungen nicht geringerer Art von ihm kennen lernen werden. Es ist freilich bekannt genug, dass die sogenannte cardanische Formel die Erfindung des Scipione Ferro ist, welcher 1496—1525 zu Bologna lehrte. Dieser theilte sie für den bestimmten Fall, dass die Gleichung $x^3 + ax = b$ zu lösen wäre, seinem Schüler Antonio Fiore mit, welcher darauf 1535 Nicolo Tartaglia von Brescia herausforderte, cubische Gleichungen zu lösen; und dieser letztere beantwortete nicht blos die gestellten Fragen, sondern dehnte die Auflösung auch auf die anderen Fälle aus, ohne jedoch seine Methoden zu veröffentlichen. Cardanus bat lange vergebens um Mittheilung der Entdeckung, gab auch sein Wort, sie eben so geheim zu halten, wie Tartaglia selbst und erzielte endlich 1539 von diesem einige Verse, in welchen sich Andeutungen des Gewünschten fanden. Nun gelang es Cardan selbst, dem genauen Verfahren auf die Spur zu kommen, und sich nicht mehr an sein Versprechen gebunden glaubend, da es zum Theile Resultate seiner eigenen Bemühungen waren, die er veröffentlichte, übergab er dem wissenschaftlichen Publicum zum ersten Male in seiner *Algebra*, und dann auf's Neue in der etwas dunkel und undeutlich gehaltenen Schrift *De rugula Aliza**) die vollständige Behandlung der cubischen Gleichungen. Dieses Alles, wiederholen

*) ein Name, dessen Entzifferung allen bisherigen Bemühungen widerstand.

wir, ist bekannt genug*) und würde gewiss nicht hinreichen, Cardan zu dem bedeutendsten Mathematiker seiner Zeit zu machen, wenn auch die Kunst, den Beweis einer nur angedeuteten Methode zu finden, nicht unterschätzt werden darf.

Namentlich hat sich aber Cardanus um allgemeine Sätze aus der Theorie der Gleichungen verdient gemacht, welche noch von nachhaltigerer Wirkuug waren, als die Lösung der Gleichungen des dritten Grades. Wenn wir nicht einmal ein grosses Gewicht auf die Behandlung von quadratischen Gleichungen mit mehreren Unbekannten legen wollen, bei der er, zum Theil auf Vorarbeiten von Magister Gabriel de Aratoribus sich stützend, fast alle Kunstgriffe und Substitutionen angiebt (vergl. *Practica Arithmeticae, cap. LI.*), deren auch die Neuzeit sich bedient, so ist ein Gedanke von ausserordentlicher Tragweite, den er in derselben Schrift Cap. XXII, §. 17, Cap. XLII, §. 118 und häufiger ausspricht.

Wir meinen den Gedanken, man könne Gleichungen oft dadurch lösen, dass man auf beiden Seiten dasselbe addirt, so dass ein gemeinschaftlicher Factor erscheint, der weggelassen werden kann. So löst sich z. B. die Gleichung $2x^3 + 4x^2 + 25 = 16x + 55$ durch beiderseitige Addition von $2x^2 + 10x + 5$, indem sie dadurch in

$$(2x + 6).(x^2 + 5) = (2x + 6).(x + 10) \text{ und weiter in } x^2 + 5 = x + 10$$

übergeht, woraus sich $x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}.\sqrt{21}$ ergiebt. Es ist kaum nothwendig, hinzuzusetzen, dass dieser Gedanke der Bombelli'schen Auflösung der biquadratischen Gleichungen zu Grunde liegt.

Es ist ferner als von allgemeiner Wichtigkeit hervorzuheben, dass Cardanus den Sinn negativer Wurzeln vollständig erkannt hat. Immer noch in der *Pract. Arithm. Cap.* LXVI, §. 70 ist die Aufgabe gestellt: Wenn $1\frac{3}{4}$ Wagen Kalk, $4\frac{2}{3}$ Wagen Steine und $13\frac{7}{12}$ Wagen Sand zu $42\frac{34}{46}$ *lire* verkauft werden, den Preis der drei Gattungen Baumaterialien anzugeben. Da hieraus für den Wagen Kalk $5\frac{1}{2}$, für den Wagen Steine 14, für den Wagen Sand $-1\frac{1}{2}$ *lire* folgen, so setzt Cardanus hinzu: *sabulum nihil venditur, imo dominus sabuli solvit* $1\frac{1}{2}$ *libras emptori aliarum rerum pro unoquoque curru, ut amoveat ipsum e domo: in talibus autem aportet esse valde cautum, ubi non omnia venduntur.*

Nicht minder hat Cardan das Auftreten imaginärer Wurzeln bemerkt und macht darauf aufmerksam, wie solche das Zeichen einer falschen Aufgabe seien. (Vergl. *Algebra, Cap. V, Regula III.*)

Noch wichtiger hat sich in seiner weiteren Verfolgung ein Satz entwickelt, den er in der *Ars magna Cap. XVIII* ausspricht und welcher wohl in

*) Cardanus erzählt selbst die Geschichte der Auflösung der cubischen Gleichungen in der angegebenen Weise, mit Ausnahme des Versprechens an Tartaglia, welches er verschweigt. Vergl. Algebra Cap. I. und Cap. XI.

vollständigem Wortlaute angeführt werden muss. Dort heisst es nämlich: *Septimum notandum est quod, quum fuerint denominationes extremae aequales extremis, semper aequatio erit una tantum et casus possibilis quotquot fuerint denominationes: quum vero denominationes intermediae fuerint aequales extremis tunc semper erunt plures aequationes in quaesito et casus poterit cum hoc etiam esse impossibilis.* Da es nicht ganz leicht ist, die dabei gebrauchten Ausdrücke zu verstehen, wenn man sich nicht in die Sprachweise unseres Autors eingelesen hat, so mag zunächst bemerkt werden, dass *denominationes* die Potenzen der unbekannten Grösse sind und dass *plures aequationes* soviel als mehrere Wurzeln der Gleichung bedeutet. Nimmt man hinzu, dass Cardanus, wie die Araber, die Gleichungen nie auf Null bringt, sondern sie so schreibt, dass auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens nur Positives sich findet, so wird der Sinn der citirten Worte deutlicher. Cardan meint, wenn aus dem Polynomium $a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_n$ eine Gleichung dadurch gebildet wird, dass irgendwo das Gleichheitszeichen eingeschoben wird, und die beiden Extreme auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens in der anfänglichen Rangordnung bleiben, sodass also die Gleichung auf Null gebracht nur einen Zeichenwechsel hätte, dann giebt es immer eine positive Wurzel; werden hingegen beim Einschieben des Gleichheitszeichens ein oder mehrere Glieder von dem Ende auf die andere Seite (aber natürlich positiv) gebracht, sodass die geordnete auf Null gebrachte Gleichung mehr als einen Zeichenwechsel hätte, dann giebt es mehr als eine positive Wurzel, oder die Gleichung kann auch unmöglich sein. Für die Richtigkeit dieser Interpretation sprechen die Beispiele, welche für den ersten Fall $x^2 = 3x + 10$, $x^3 + 3x^2 = 6$, $x^4 + 3x^3 + 7x^2 = 20x + 10$ u. s. w. heissen, für den zweiten Fall $x^3 + 10 = 10x^2 + 3x$, $x^4 + 3x^3 + 10 = 2x^2 + 5x$ u. s. w. Nach unserer Erklärung kann aber kein Zweifel stattfinden, dass hierin schon die wesentlichsten Bedingungen des Descartesschen Satzes über den Zeichenwechsel liegen.

Wenn Cardanus schon so allgemeine theoretische Gedanken besass, so sind auch in der praktischen Auflösung der Gleichungen, sowie in den sonstigen praktischen Rechenoperationen seine Arbeiten der Art, dass auch jetzt noch der Mathematiker sie mit Vergnügen liest. Die *regula aurea* (*Algebra, cap. XXX*) ist eine Näherungsmethode, welche in Folgendem besteht. Man suche zwei aufeinander folgende Zahlen a, $a+1$, zwischen denen eine Wurzel der Gleichung liegt. Also $f(a) = -b$, $f(x) = 0$, $f(a+1) = b'$, so heisst $b + b'$ die grössere Differenz, b die erste Differenz, b' die zweite Differenz. Dann ist $a + \frac{b}{b+b'}$ ein Näherungswerth, welcher etwa $f\left(a + \frac{b}{b+b'}\right) = b''$ macht, und $a + 1 - \frac{b'}{b+b'} \cdot \frac{b'}{b'-b''}$ ist ein zweiter schon sehr genauer Werth.

Auch näherungsweise Wurzelausziehungen werden (*Pract.*

Arithm. cap. XXIII) in verschiedenen Auffassungen gelehrt. Die eine Methode giebt eine sehr rasche, wenn auch etwas unbequeme Annäherung. Ist nämlich $\sqrt{a} = b$ in ganzen Zahlen und $a - b^2 = r_1$, so ist $\frac{r_1}{2b}$ dem Werthe b hinzuzufügen und $b_1 = b + \frac{r_1}{2b}$; $b_1^2 = a + \frac{r_1^2}{4b^2} = a + r_2$. Dann bildet man $\frac{r_2}{2b_1}$ und setzt $b_2 = b_1 - \frac{r_2}{2b_1}$ u. s. f. indem man von dem zweiten Näherungswerthe an die Correction immer abzieht; z. B. $\sqrt{20} = 4 = b$; $20 - 16 = 4 = r_1$, $4 + \frac{4}{8} = 4\frac{1}{2} = b_1$; $20\frac{1}{4} - 20 = \frac{1}{4} = r_2$, $4\frac{1}{2} - \frac{1}{36} = 4\frac{17}{36} = b_2$; $20\frac{1}{1296} - 20 = \frac{1}{1296} = r_3$, $4\frac{17}{36} - \frac{1}{11592} = 4\frac{5473}{11592} = b_3$ u. s. w.

Die andere Methode hingegen, welche Cardanus ausdrücklich als seine Erfindung in Anspruch nimmt, ist vollständig die noch jetzt gebräuchliche mit Anwendung der Decimalbrüche*), obgleich man überall gesagt findet, erst Stevin habe dieselben 1585, also 45 Jahre später, in Anwendung gebracht. Es dürfte sogar gerade die *Practica arithmeticae* die Quelle sein, aus welcher Stevin schöpfte, indem in ihr (*cap. LX*) auch die doppelte Buchhaltung auf's Ausführlichste auseinandergesetzt ist, über welche bekanntlich Stevin gleichfalls schrieb.

Wir sind weit entfernt, die angeführten Entdeckungen für die einzigen zu halten, welche Cardanus in diesem Gebiete gemacht hat. Jeder, der nur einmal mit historischen Studien sich beschäftigt hat, weiss wie unendlich schwierig es ist, in einem nicht immer im elegantesten Latein geschriebenen Werke Nichts zu übersehen, und so möchten wir nur als Resultate unserer bisherigen Auffindungen hinstellen, was im Vorhergehenden enthalten ist, und welches schon in mancherlei Beziehung sich von dem unterscheidet, was Libri in seiner auch sonst nicht immer zuverlässigen *Histoire des sciences mathématiques en Italie T. III. p.* 167 fflgg. über denselben Schriftsteller mittheilt. Auffallend genug ist übrigens, dass weder Libri, noch irgend ein anderer Historiker Cardan unter die Mathematiker rechnet, welche sich mit zahlentheoretischen Untersuchungen beschäftigten, da gerade dieser Theil seiner Schriften, wenn auch nicht die folgewichtigsten Entdeckungen enthält, doch der neueren Darstellungsweise sich am meisten nähert. Die dahin einschlagenden Arbeiten finden sich zum Theil in einer kleinen, wahrscheinlich fragmentarischen Abhandlung: *De numerorum proprietatibus liber unicus* (*Opera T. IV, fol.* 1—12), zum Theil in dem *cap. XLII* der *Practica arithmeticae* und in verschiedenen Aufgaben des *cap. LXVI* derselben Schrift.

Die zuletzt angegebenen Stellen enthalten namentlich viele unbe-

---

*) *Est et alius quaerendi quadratam et cubicam modus cum approximatione in una operatione tantum valde bonus ac praecisus, quo ego utor, et est ut in quadrata addas numero totiens* 00 *quotiens volueris invenire praecisionem propinquiorem, veluti si addideris* 00 *habebis praecisionem ad* $\frac{1}{10}$, *si addideris* 0000 *habebis praecisionem in* $\frac{1}{100}$ *et ita semper in dimidio nullitatum additarum.*

stimmte Aufgaben des ersten und zweiten Grades, wobei mitunter Leonardo von Pisa als Erfinder genannt ist; deren Besprechung dürfte daher passender für eine andere Gelegenheit bewahrt werden, wo wir uns speciell mit diesem Mathematiker zu beschäftigen gedenken.

Der Inhalt jenes Fragmentes hingegen, sowie des cap. XLII. besteht aus Sätzen, welche, der Hauptsache nach auf den arithmetischen Büchern des Euclid und denen des Boëtius fussend, doch manches Neue hinzufügen. So kommt viel Interessantes über ähnlich zusammengesetzte Zahlen vor, d. h. über solche, deren Factoren in demselben Verhältnisse zu einander stehen; so ist die Rede von congruenten Zahlen, d. h. von einer Zahl x, welche $a^2 + x$ und $a^2 - x$ zu Quadraten macht, und deren Auffindung gelehrt wird; so ist der allgemeine Satz dort ausgesprochen: *nota quod non dixi integris aut fractis, quoniam omnis quaestio solubilis per numeros fractos potest etiam solvi per integros et ideo unum non separavi ab altero*. während es an einer anderen Stelle heisst: *ostendimus quod numerus fractus integri radix esse non potest*, wovon wir indessen den Beweis bei Cardanus nicht aufzufinden vermochten. Endlich wollen wir näher auf die Arbeiten über vollkommene Zahlen eingehen, da diese uns Gelegenheit bieten, auch der beiden anderen Schriftsteller wieder zu gedenken, deren Verdienste in diesem Aufsatze besprochen wurden.

Eine Zahl A wird bekanntlich eine vollkommene Zahl, *numerus perfectus*, genannt, wenn die Summe ihrer Factoren ihr selbst gleich ist. Ist diese Summe grösser, so heisst die Zahl *numerus abundans* (bei Ramus *numerus redundans, Schol. math. p.* 127), im entgegengesetzten Falle *numerus diminutus.* Schon Euclid stellt (IX, 36) die Regel auf: „Ist die Summe der Reihe $1 + 2 + 4 + \ldots + 2^n = 2^{n+1} - 1$ eine Primzahl $= p$, so ist $(2^{n+1} - 1) . 2^n$ eine vollkommene Zahl.“ In der That hat A alsdann nur die Factoren: $1, 2, 4, \ldots 2^n, p, 2p, \ldots 2^{n-1}p$, deren Summe $= (1 + 2 + \ldots + 2^{n-1}) (p + 1) + 2^n = A$ ist.

Michael Stifel stellt nun weiter die falsche Regel auf, man solle die Progression

$$4, 8 \mid 16, 32 \mid \ldots\ldots \mid 2^{2n}, 2^{2n+1} \mid \ldots$$

bilden, wo dann immer aus zwei zwischen Strichen befindlichen Zahlen (er nennt sie *numeri socii*) eine vollkommene Zahl entstehe, wenn man die um 1 verminderte grössere mit der kleineren multiplicire, also $(2^{2n+1} - 1) . 2^{2n}$. Offenbar glaubte Stifel (er sagt es beinahe ausdrücklich) alle Zahlen von der Form $2^{2n+1} - 1$ seien Primzahlen. Diese unrichtige Voraussetzung erinnert übrigens an die einzige irrige Hypothese Fermat's, als ob jede Zahl $2^m + 1$ eine Primzahl wäre, wenn m selbst eine Potenz von 2 ist, eine Hypothese, die er in einem Briefe an Pascal vom 29. August 1654 mit dem Zusatze ausspricht: *C'est une propriété, de la vérité de la quelle je vous réponds. La démonstration en est très malaisée, et je vous avoue, que je n'ai pu encore la trouver pleinement; je ne vous la proposerais pas pour la chercher, si* *j'en étais venu à bout.* Wenn nun Stifel sich so in der Hauptsache von einer zu sanguinisch angestellten Induction täuschen lässt, so macht er doch den richtigen Zusatz, eine vollständige Zahl könne nie ein Vielfaches einer anderen volltständigen Zahl sein.

Noch genauer drückt sich indessen Cardanus aus, welcher den Beweis liefert, dass das Vielfache einer vollständigen Zahl immer abundire. Sind nämlich $a_1, a_2, \ldots . a_n$ die Factoren von A und $A = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ so ist schon $f.A = f.a_1 + f.a_2 + \ldots + f.a_n$, während $f.A$ doch noch andere Factoren enthält. Eine eigenthümliche Bemerkung macht noch Cardanus. Unter der stillschweigenden Voraussetzung nämlich, dass nur nach der Euclidischen Regel vollkommene Zahlen entstehen, kann man deren Endziffer angeben. Denn die Potenzen von 2 schliessen mit 2, 4, 8, 6, die um 1 verminderten mit 1, 3, 7, 5, wovon die auf 5 ausgehenden keine Primzahlen sein können. Daraus folgt weiter, dass die vollkommenen Zahlen mit 6 oder 8 schliessen und zwar abwechselnd, wie Cardanus behauptet; insgemein (*ferme*) treten je eine zwischen zwei aufeinander folgenden Potenzen von 10 auf. *Sed quia regula haec non est omnino generalis ideo est parvi momenti.*

Wollen wir auch noch Ramus über denselben Gegenstand hören, so erfahren wir Nichts, als dass sein Landsmann Carolus Bovillus über diesen Gegenstand geschrieben habe, den er als nutzlos übergehe: *Haec libenter in arithmeticam recipiam, quum talis subtilitatis usum aliquem extra artem ipsam cognovero. Caeterum subtilitas in arte non satis est, nisi sit utilitati conjuncta. Si quis uspiam in rebus vel mathematicis vel politicis et popularibus ullum usum extra scholam et artem animadvertat, adnotato.*

So wären wir zum Schlusse dieser Zusammenstellung gelangt, und hätten noch über das Verhältniss uns auszusprechen, welches zwischen den drei Männern, welche wir unserer Betrachtung zu Grunde legten, existirte, woraus dann Folgerungen auch für die Nationen, welche sie repräsentiren, gezogen werden konnten. Wir fühlen indessen zu sehr das Schwierige eines solchen Unternehmens, um den zu entwickelnden Ansichten mehr als blos subjectiven Werth zuzuschreiben.

Uns scheinen hier drei Entwickelungsphasen des menschlichen Geistes vorzuliegen, wie sie in jedem einzelnen Individuum auftreten, wie sie aber auch in jeder Wissenschaft, namentlich in den Erfahrungswissenschaften sich auszusprechen pflegen. So lange dieselben noch auf der niedersten Stufe stehen, begnügen sie sich damit, Thatsachen zu sammeln, ohne auf Theorien sich einzulassen. Die zweite Stufe ist, wir möchten beinahe sagen, die naturphilosophische; nur Theorie lautet ihr Wahlspruch, und um die Richtigkeit des *a priori* Angenommenen kümmert sie sich nicht. Endlich auf der dritten, höchsten Stufe erscheint die eigentliche Wissenschaft. Die Theorie wird gefördert, aber das Experiment entscheidet über dieselbe, die Praxis bildet die Controle.

Solche Phasen bietet auch die Mathematik uns dar. Zuerst werden nur Sätze bewiesen, die unmittelbar im Verkehre des täglichen Lebens verwerthet werden können. Dann folgt die Zeit, in der gerade die weniger praktischen Gegenstände am meisten Interesse einflössen, und der Mangel an Kritik führt nicht selten zu falschen Resultaten. Endlich wird auch dieses, in der Regel nur kurze, Zwischenstadium überwunden. Noch erfreut sich der Mathematiker an allgemeinen Sätzen, noch bedarf es nicht gerade praktischer Anwendung, um ihm einen Zweig seiner Wissenschaft zu empfehlen, aber er prüft die Wahrheiten genauer, die ihm vorzuliegen scheinen; statt ungenügender Induction sucht er nach trifftigen Beweisen; und so ist namentlich sein Streben dahin gerichtet, strenge und allgemeine Methoden zu finden.

Nach der früher begründeten Charakteristik der drei grossen Mathematiker aus der Mitte des 16ten Jahrhunderts bleibt uns daher kein Zweifel, dass wir in ihnen neben einander das erblicken, was wir zuletzt als ein regelmässiges Nacheinanderauftreten bezeichneten. Und so glauben wir mit Recht die benutzte Reihenfolge einhalten zu können:

PETRUS RAMUS, MICHAEL STIFEL, HIERONYMUS CARDANUS.

XVII.

Ueber die Theorie der Luftschwingungen in Röhren.

Von EMIL KAHL,

Lieutenant der Artillerie und Lehrer der Physik und Chemie an der königl. Kriegsschule in Dresden.

(Fortsetzung und Schluss.)

B. Die Untersuchungen DUHAMEL's über die Luftschwingungen in cylindrischen, conischen Röhren etc., bei welchen sich derselbe der Gleichungen I) und II) bedient hat.

Duhamel hat bei seinen Untersuchungen über die Luftschwingungen*) die Annahme ausgeschlossen, dass die Bewegung der Lufttheilchen in gleichem Sinne erfolge; er musste sich daher der allgemeinen Bewegungsgleichungen bedienen:

$$\text{I)}\qquad u'=\frac{d\varphi}{dx},\quad v'=\frac{d\varphi}{dy},\quad w'=\frac{d\varphi}{dz},\quad s=-\frac{1}{a^2}\frac{d\varphi}{dt},$$

*) *Journ. d. math. pur. et appliq. p. Liouville t. XIV. p.* 49.