



Heidelberger Texte zur Mathematikgeschichte

- Autor: **Cantor, Moritz** (1829–1920)
- Titel: **Über einen Codex des Klosters Salem**
- Quelle: Zeitschrift für Mathematik und Physik.
Band 10 (1865),
Seite 1 – 16.
Signatur UB Heidelberg: L 6::10.1865

Die Universitätsbibliothek Heidelberg bewahrt unter der Signatur Cod. Sal. IX, 23 eine Sammelhandschrift auf, die einen als „Algorismus“ bezeichneten Teil beinhaltet, der sich mit Arithmetik beschäftigt und etwa um das Jahr 1200 entstanden ist. Cantor druckt den lateinischen Text der Abhandlung mit einigen deutschen Anmerkungen versehen ab. Die zahlreichen Abkürzungen des Manuskripts, die das Verständnis erschweren, löste er für den Druck auf.

Zeitschrift
für
Mathematik und Physik

herausgegeben

unter der verantwortlichen Redaction

von

Dr. O. Schlömilch, Dr. E. Kahl

und

Dr. M. Cantor.



Zehnter Jahrgang.

Mit 5 lithographirten Tafeln und Holzschnitten.

LEIPZIG,

Verlag von B. G. Teubner.

1865.

Ueber einen Codex des Klosters Salem.

VON MORITZ CANTOR.

Unter den Handschriften, welche früher dem Kloster Salem am Bodensee angehörten, jetzt im Besitze der Heidelberger Universitätsbibliothek sich befinden, dürfte eine der Aufmerksamkeit derjenigen Mathematiker empfohlen werden, welche für die Geschichte ihrer Wissenschaft Interesse empfinden. Bei der Seltenheit mathematischer Handschriften in Deutschland glaubten wir sogar keine überflüssige Mühe zu übernehmen, wenn wir den Abdruck in dieser Zeitschrift veranlassend die vielen Abkürzungen, durch welche das Lesen solcher Handschriften häufig beträchtlich erschwert wird, auflösten und einzelne Stellen mit Anmerkungen begleiteten. In diese Anmerkungen haben wir auch verwiesen, was allenfalls für Folgerungen aus gewissen Sätzen gezogen werden dürften, und um uns nicht zu wiederholen, begnügen wir uns als Einleitung nur kurze Andeutungen über das Aeussere der Handschrift vorzuschicken.

Der Quartband Manuscripten der Heidelberger Bibliothek, welcher mit „Schrank IX, Nro. 23“ bezeichnet ist, enthält eine ziemliche Anzahl verschiedener Gegenstände, welche ohne inneren Zusammenhang unmittelbar auf einander folgen, in der Weise, dass keine Seite unnötig frei gelassen wird, ja dass sogar auf derselben Seite, auf welcher eine Schrift endigt, sogleich eine neue beginnt. So finden wir am Anfange den *Solinus Polyhistor*, dann eine Schrift des heiligen Methodius von Tyrus, darauf ein *liber de miraculis sanctae Mariae*, einen *tractatus de arte rhetorica* und nun folgt die Abhandlung, welche gegenwärtig veröffentlicht wird. Die sehr sauber geschriebene, nur auf einigen Seiten bedeutend abgeblasste Abhandlung füllt 15 grosse Quartseiten. Das Material der Handschrift ist Pergament. Die Buchstaben, sowie die vorkommenden Zahlzeichen, besonders die fast jedes Wort verunstaltenden Abkürzungen deuten etwa auf das Jahr 1200 als die Zeit, zu welcher der Codex geschrieben wurde, vielleicht noch etwas früher. Wir bemerken ausdrücklich, dass dieses die Meinung von Prof. Wattenbach ist, welcher uns auch zuerst auf die Existenz des Manuscriptes aufmerksam machte, und später bei der Collationirung auf's freundlichste unterstützte.

Incipit liber algorizmi.

Omnis sapientia sive scientia a domino Deo; sicut scriptum est: Hoc quod continet omnia scientiam habet, et iterum: Omnia in mensura et pondere et numero constituisti. Quoniam multi multa de scientia hujus artis, quae algorizmus¹⁾ inscribitur, scriptis suis nobis tradiderunt, quibus necesse non est quidquam addere, sed nec licet aliquid demere, sapientibus quidem satis fecerunt. Quapropter visum est nobis parvulis, nobis consimilibus, lac non escam potum propinare. Igitur de numeris in quibus sacramenta profundissima sunt, sicut testantur divina eloquia novi et veteris testamenti, exordium sumamus. Igitur numerus, sicut a sapientibus describitur, est collectio unitatum. Quid enim aliud sunt duo nisi unitas duplicata? Quid tria nisi unitas triplicata. Sic omnis numerus ab una generatur, ipsa a nullo²⁾. Praeterea sciendum est, quod numerus aut generatur per multiplicationem, aut per duplicationem, aut per additionem. Verbi gratia per multiplicationem, bis duo sunt quatuor, ter tria sunt IX. Per duplicationem autem sic, bis tria sunt VI, bis IIII sunt octo, bis V sunt decem. Per additionem ita, duo et tria erunt V, tria et quatuor fiunt VII, septem et tria faciunt X. Igitur aliud in numero est digitus, aliud articulus, aliud numerus compositus. Digniti dicuntur I. II. III. IIII. V. VI. VII. VIII. IX. Decem, C, M articuli sunt. Compositus est ex digito et articulo. Igitur sicut numerus infinitus, sic differentiae³⁾ infinitae. Est itaque differentia unitatum ab uno usque ad IX, differentia decenorum a decem usque ad XC, differentia centenorum a C usque ad nongenta, sic usque in infinitum. Hujus artis scientia plurimum est utilis et necessaria, his maxime qui volunt in quadrivio proficere⁴⁾. Novem itaque inventae sunt figurae, ut quodammodo per finitum comprehendatur infinitum⁵⁾. Nam omne, quod dici aut excogitari potest de numeris, scribi et legi potest his IX figuris, addita ista 0, quae cifra vocatur nichil habens significare, praeter locum absque numero demonstrare.

IX	VIII	VII		VI	V
9	8	7		6	5
Nongecies	octagies	septies mille millia		sexcenta	quingenta
	IIII		IIII	II	I
	4		3	2	1
		quatuor milia	trecenti	viginti	unus ⁶⁾

Significationem naturalem numerus superior, sed accidentalem denotat inferior. Verbi gratia haec figura 1 in primo loco posita unitatem significat, in secundo decuplat 10, in tercio centum denotat 100, in quarto mille significat 1000. Sic quotiens versus sinistram movetur, totiens usque in infinitum decuplatur. Similiter haec figura 9 in primo novem, in secundo XC, 90, in tercio nongenta 900, in quarto posita novem milia significat, sicut haec descriptio denotat: 9000, ita usque in infinitum semper decuplatur.

Quod de prima diximus et ultima de reliquis intelligantur similia. Hujus disciplinae non plures quam VII habentur species. Additio, Subtractio, Dupplatio, Dimidiatio, Multiplicatio, Divisio et radicum extractio⁷⁾. Quomodo legendus seu pronunciandus sit numerus quantumcunque fuerit magnus paucis innotescimus. Notandum quot ternarii tot fiunt puncti⁸⁾, et quot fuerint puncti tociens mille debet pronuntiari. Et notandum quot figurae sequantur punctum, aut una aut duae aut tres. Si una tantum secundum proprietatem differentiae unitatum denominari debet. Si duae secundum proprietatem differentiae decenorum. Si tres secundum proprietatem centenorum pronuncietur.

Exemplum. 495.827.361.052.951. Ecce V ternarii et quatuor puncti. Qua propter secundum numerum punctorum repetatur denominatio millenorum, in ultimo pluraliter, in penultimo singulariter, in reliquis adverbialiter, excepto ternario primo ad dextram posito. Nota: Quadringecies nonages quinquies milies milies mille milia. Octingecies vigies septies milies mille milia. Trecenties sexagies mille milia. Quinquagies bis mille, vel duo milia. Nongenti quinquaginta unus.

Igitur prima species algorizmi additio dicitur. Additio itaque nil aliud est, quam ex diversis numeris unum consummare. Scribantur ergo duo ordines, quorum alter alteri addiciatur. Sed notandum cum figurae figura addicitur⁹⁾, id est numerus per figuram significatus, aut exerescit¹⁰⁾ in digitum, aut in articulum vel articulos, aut in digitum et articulum vel articulos. Si in digitum superior est delendus, iste scribendus; si in articulum vel articulos nichilominus superior deleatur, inibi cifra scribatur, et articulus vel articuli primae differentiae versus sinistram imprimantur. Quod si iterum in articulum vel articulos surgat, lege qua supra fiat, id est cifra scribatur et articulus transferatur, sed si in digitum et articulum digitus ex directo figurae superponatur et articulus lege qua supra transferatur. Verbi gratia sexcentis LX. VI addamus CXLIII. Scribantur ergo duo ordines in hunc modum. $\begin{matrix} 666 \\ 144 \end{matrix}$ adice itaque quatuor sex et sunt decem. Dele 6 et scribe 0, unitatem, per quam decem intelliguntur, proximae figurae appone secundum hoc exemplum $\begin{matrix} 670 \\ 144 \end{matrix}$. Iterum adice 4, 7 et erunt XI. Dele 7, et ibi scribe digitum, et transfer articulum secundum regulam supradictam, et talem videbis inscriptionem $\begin{matrix} 710 \\ 144 \end{matrix}$ id est septingenti decem. Adice nunc 1 ad 7 et erit haec summa. 810

De subtractione. Si autem probare volueris, an bene vel male feceris, eidem summae subtrahe per easdem figuras numerum, quem addidisse scias. Si redeunt eadem figurae bene, sin autem male. Sic operare. $\begin{matrix} 810 \\ 144 \end{matrix}$ Quoniam a nichilo nichil potest subtrahi, accipe ergo a se-

cunda differentia unitatem, in qua X intelliguntur. Inde subtrahe IIII et remanent VI, quae inscribas primae differentiae. Sed ibi scribe 0, ne locus vacuus remaneat, eritque talis forma $\begin{matrix} 806 \\ 144 \end{matrix}$. Per secundam figuram lege qua supra subtrahe. Accipe ergo a proxima differentia unitatem et remanent 7, a qua IIII auferas et remanent VI. 0 deleatur et talis figura egreditur $\begin{matrix} 766 \\ 144 \end{matrix}$. Iterum a 7 unum accipe et reversae sunt figurae. Ecce $\begin{matrix} 666 \\ 144 \end{matrix}$.

Aliud exemplum. Ad nongenta nonaginta novem adicere vis unum. Ita facito 999. Addice 1 ad 9 et fiunt 10. Unitatem eandem, per quam intelliguntur X, transfer in differentiam secundam et similiter fiunt X, quae iterum oportet transferri. Et iterum erunt 10, quae nichilominus transferantur, et talis figura formabitur 1000. Si autem subtrahere vis 1 a praedicta summa, accipe 1 articulum a milibus et remanent 900. Item ab hoc articulo, qui continet C, iterum subtrahe articulum, et remanent 990, a quo unitatem deme, et reversae sunt figurae. Ecce 999.

Epilogus brevis. In additione et dupplatione et multiplicatione quando numerus surgit in articulum proximae figurae versus sinistram unitas pro X apponenda est. In subtractione et dedupplatione et divisione e converso unitas in proximam versus dextram transferatur differentiam non scribendo sed intelligendo, a qua demendum est quod subtrahendum est, sed inibi reliquum est exarandum. Verbi gratia si a 10 subtraxeris 5, unitatem tollis et loco cifrae reliquum scribis, id est 5. Similiter de reliquis est intelligendum articulis. Sequitur de dupplatione et dimidiatione.

Notandum quando in addicione vel dupplatione seu in multiplicatione numerus numero additur, si in digitum consummatur, figura superior debet deleri, digitus ibidem scribi. Si in articulum cifra scribatur, articulus ad proximam differentiam transferatur. Hoc memoriae imprimendum, quod articulus semper transferatur de differentia, in qua generatur, sed inibi aut 0 aut digitus inscribatur. E converso in subtractione et dimidiatione et divisione quando articulus ab aliqua sequestratur differentia, et inde demitur mente quod necessarium est, in secunda differentia ad dextram ejus reliquum scribendum est, quia in translatione versus dextram per 1, X intelliguntur. Sic e converso in translatione articuli versus sinistram per X, 1 scribitur, quod etiam supra dixisse me memini.

Igitur numerus dupplandus scribatur in ordinibus duobus, ut figura depingatur sub figura similis sub simili, et figura addatur figurae secundum hoc exemplum $\begin{matrix} 532 \\ 532 \end{matrix}$. Hoc sciendum est, quod in dupplatione et multiplicatione in ultimis¹¹⁾ differentiis est incipiendum, e converso in reliquis. Addamus itaque 5 ad 5 et erunt X. Deleatur superior figura, 0 scribatur, articulus secundum regulam transferatur secundum hoc exemplum $\begin{matrix} 1032 \\ 532 \end{matrix}$.

Addice nunc 3 ad 3 et fiunt 6. Aspice $\begin{smallmatrix} 1062 \\ 532 \end{smallmatrix}$. Copula 2 ad 2 et nascuntur 4.

$\begin{smallmatrix} 1064 \\ 532 \end{smallmatrix}$ ecce.

Si vis probare an bene feceris, deme quod apposuisse scis te. A 4 aufer duo, et talis erit praescriptio $\begin{smallmatrix} 1062 \\ 532 \end{smallmatrix}$. Item a 6, 3 deme, et erit exemplum tale $\begin{smallmatrix} 1032 \\ 532 \end{smallmatrix}$. Adhuc 5 debes demere. Articulus itaque tollatur, quinarius auferatur, et residuum articuli in loco cifrae scribatur. Ecce rediere figurae $\begin{smallmatrix} 532 \\ 532 \end{smallmatrix}$.

Sic sic species a specie examinantur, quemadmodum hic est demonstratum. Nota: sicut omnis numerus potest dupplari, sic et potest dimidiari, excepta unitate, quae quidem potest dupplari sed non dimidiari, in quo magnum latet sacramentum.

De multiplicatione. Multiplicatio quanto praecedentibus utilior tanto et difficilius. Quapropter quam summam constituat numerus per alium multiplicatus exercitatio computationis necessaria est, cujus rei gratia ut sciri possit compendiosius regulas has praescribimus. Digitus si digitum multiplicat a V et supra, differentiam¹²⁾ alterius ab altero subtrahas, in residuo articulos intelligas, deinde differentiam per differentiam multiplica, et summam totalis numeri habes. Differentiam dicimus quicquid est inter digitum et X. Verbi gratia novies 9 quid sunt? Respondeo 81. Unde hoc scis? Regula. Dic regulam. Subtrahe differentiam a digito et remanent VIII, due differentiam per differentiam et surgit 1, ecce.

Aliter: novies 9 exceptis 9 sunt 90. Sic novies 8 sunt absque 8, 80¹³⁾. Octies 8 quid sunt? Respondeo 64. Unde hoc scis? Regula. Dic. Subtrahe differentiam a digito et remanent 6, due differentiam per differentiam dicens bis duo quot sunt? 4 ecce. Cetera ex usu sciuntur. Quis enim non sciat, quod quinquies 5 sunt 25? Quater quatuor sunt 16, ter 3 sunt 9, bis duo sunt 4, semel 1 est 1. Ergo per prima et novissima intelligantur et media.

Igitur in multiplicatione disponantur lineae duae multiplicans et multiplicanda, ita tamen ut multiplicantis prima¹¹⁾ sub ultima multiplicandae figura. Deinde singulae multiplicandae per omnes ducantur multiplicantes. Ab ultimis incipiatur differentiis, ac terminetur in primis. Et notandum, cum figura figuram multiplicat, an digitum vel articulum aut digitum et articulum generat. Si digitum figurae ducenti¹⁴⁾ superponatur, si articulus transferatur et 0 scribatur, si digitum et articulum digitum figurae super-scribas, articulum transferas. Cum autem figura fuerit per omnes multiplicata, ipsa scilicet multiplicata debet deleri et digitus aut 0, si articulus fuerit, scribi. Hoc peracto transferantur omnes figurae multiplicantes, et prima ponatur sub penultima scilicet multiplicanda. Ducatur et ipsa et

ultima. Ita facias usque dum singulas per omnes ducas. Verbi gratia 128 ducamus per 10 et 9. Exemplum $\frac{128}{19}$. Dic semel 1 est 1, pone 1 super 1, sic $\frac{1}{1}$, eandem unitatem, id est 100, duc per 9 et ecce 1928. Dele superiorem, ibidem scribe inferiorem secundum hoc exemplum $\frac{1928}{19}$. Transfer lineam inferiorem, ut prima figura sit sub penultima secundum quod superius dictum est. Exemplum $\frac{1928}{19}$. Dic modo semel 2 sunt 2, appone ea 9 et ecce 11, scribe digitum, transfer articulum. Exemplum $\frac{2128}{19}$. Modo per novem duc eandem, erunt pro certo 18, scribe digitum, transfer articulum secundum hoc exemplum $\frac{2288}{19}$. Transfer iterum lineam inferiorem sic $\frac{2288}{19}$. Duc etiam nunc per ultimam primam superiorem. Dic semel 8 sunt 8, 8 ad 8 sunt 16, superiorem dele, digitum scribe, ibidem articulum transpone. Exemplum inspice, ecce $\frac{2368}{19}$. Duc modo 8 per 9 et surgunt 72. Superior debet deleri, digitus ibidem poni, articulus transferri, ibique erit 13. Scribe digitum, transfer articulum, eritque hoc exemplum 2432. Ecce quomodo 128 per 10 et 9, sive 10 et 9 per 128. Haec excrevit summa. Si vis probare, av bene feceris necne, per easdem figuras dividito, per quas facta sit multiplicatio. Plane si figurae revertuntur per quotiens bene, sinavtem male.

De divisione. Divisio plane difficilis et laboriosa, sed utilis, sed fructuosa, sed jocunda. Quaerit curiosos non fastidiosos, sed ingeniosos. Divisio nil aliud est, quam quaedam consideratio, quociens minor in majori numero reperiatur. Scribatur uterque numerus, dividens scilicet et dividendus, in ordinibus plane duobus ita sane, ut dividendi ultima sit penultima¹⁵⁾ dividendi differentia, si par aut minor fuerit, nam major a minori non potest subtrahi. Si major scribi ultima sub dividendi debet penultima. Ex his nempe duobus surgit ordo tercius. Inferior ipse est divisor, aut certe dividens denominetur. Secundus dividendus dicitur. Tertius egrediens, aut certe quociens intituletur. Divisionis exemplum $\frac{2432}{19}$. Computa, curiose, quociens 1 possis a 2 extrahere, ut 9 tociens possis a reliquo demere. Reliquum dicitur omne, quod est ab ipso divisore usque in finem. Quociens potes? Semel. Unde hocscis. Regula. Dic. Quota fuerit ab ultimo divisore subtractio, tota debet a singulis fieri de reliquo. Nam si bis unum de duobus subtrahis, remanent 4, a quibus 9 bis demere non poteris. Quapropter deme semel et remanent 14. Ipsam denominationem¹⁶⁾ super primum divisorem pone, et denominationem 9 subtrahe, supererunt 5 plane.

$\frac{1}{19}$ 12
1432 Modo transfer ordinem dividendem secundum hoc exemplum 532.
19 19

Iterum considera, quociens a 5 possis 1 subtrahere, ut 9 tociens a reliquo possis. Bis tantum. Scribe denominationem. Tociens extrahe 9 de reliquo.

Adhuc sunt 15. Detransferas dividentes figuras. Exemplum $\frac{128}{19}$. Iterum 1 a

15 quociens possis, deme, fac octies, scribe quociens, et remanent 72. Abstrahe 9 tociens, et nichil remanet. Ecce $\frac{128}{19}$. Rediere figurae, perfecta divisio, per quam examinata est multiplicatio. Duc iterum si placet ordinem egredientem per ordinem dividendum; et surget plane eadem summa, quae nunc a nobis est divisa. Sic sic una examinatur ab altera. Aliter. Dividamus 100 libras inter XI mercatores. Haec namque propositio quamvis brevior tamen longe difficilior.

Exemplum librarum C. $\frac{100}{11}$. Per ultimum divisorem subtrahere potes 9 et remanet 1 respectu divisoris ejusdem, secundum hoc exemplum $\frac{9}{10}$. Subtrahe nunc per primum quantum subtraxeras per divisorem $\frac{11}{11}$

secundum, eritque hoc exemplum $\frac{9}{11}$. Ecce unicuique erunt IX librae, et

una ad huc superest libra, quae dividi non potest inter tot mercatores. Cujus rei gratia redigatur in minutias, id est in XL solidos¹⁷⁾, eosque dividamus inter ipsos $\frac{40}{11}$. Ter 1 a 40, et remanent 10 respectu figurae prioris. Deme tociens per priorem, et remanent solidi 7, quos nichilominus due in denarios. 7 enim solidi sunt 84 nummi, quod adhuc dividere debes. $\frac{84}{11}$

1 septies ab 8 abstrahere potes, et remanent $\frac{14}{11}$. Per primum abstrahe 7, supererunt adhuc 7, quos si in obulos redigam, per hoc forsitan ipsos confundam. Quapropter, ut honestati eorum parcatur, placuit nobis, ut ova emanent. Mercatores enim sunt, delapidationem substantiae pati nesciunt. Emanant ex eis ova, sunt pro certo ad prandium sibi profutura. Dabuntur denique nobis 13 pro singulis denariis, et ecce 91. Modo per artem invenire libet, quod unusquisque in portionem accipere debeat. $\frac{91}{11}$ Subtrahe 8 a 9, et remanent 11 respectu figurae prioris. Per primum divisorem simili modo subtrahere debes 8, et adhuc tria supersunt ova. Quae, si placet, demus divisoni pro mercede aut certe pro sale. Ecce 9 librae et tres solidi, 7 quoque nummi unicuique veniunt institori, et ex aliis 7 denariis 8 ova, insuper pro sale tria.

Placuit nobis hoc in loco de aggregatione¹⁸⁾ pauca et breviter dicere, quae quidem magis redolent vanitatem quam utilitatem. Esto. Si non

multum necessarie, sed gloriose, sed subtilissime, sed exercitationi profuturae.

Si contingat, ut aliquis numerus crescat in infinitum usque ab uno incipiens nullum transsiliens, scire autem cupis, quis sit numerus totalis, tali ingenio utere. Numerus in quo terminatur reliquus aut est par aut impar. Si par per ejus mediam partem duc majorem se sequentem. Verbi gratia ab uno usque decem et octo totalis numerus quis sit scire vis. Dedupla ultimum, id est 18, habesque 9, duc per 9 majorem ipsum sequentem, id est 19, surgitque 171. Si fuerit impar, per majorem ejus partem duc ipsum eundem, habebisque numerum totalem. Verbi gratia ab 1 usque novem scire vis quot sint. Accipe majorem ejus partem, id est 5, duc eundem ipsum, id est 9, surguntque 45. Aliter. Si contingat, aliquem numerum per omnes pergredi impares sic I, III, V, VII, IX, interrogatusque fueris, quotus est numerus totalis, hac arte utere Majorem ultimi numeri partem accipe, ducasque ipsam per se, summam totalis numeri producetque. Verbi gratia de 9 accipe majorem partem, id est 5, duc ipsam per se surguntque 25. Alia. Si aliquis numerus protentatur per omnes pares sic II, IIII, VI, VIII, quaesitusque fueris, quotus sit numerus totalis, ita experire. Dedupla ultimum, addeque uni parti 1, deinde duc alteram partem per alteram, videbisque totalem summam. Verbi gratia 8 dedupla, duc modo 4 per 5, et surget numerus iste 20. Aliter. Si quis proponat numerum, qui exerescat per duplum sic I, II, IIII, VIII, et scire cupiat, in quam summam exerescat, dupla ultimum, reice 1, ipse est, tene eum. Nota, locus, in quo fuerit binarius, intelligatur esse primus, et ipse est radix loci secundi, secundus quarti, quartus octavi, per continens contentum intellige, sic usque in infinitum procede. Si per binarium sumpserit initium, ultimum debes duplare, duo abicere, summamque totalem tali ingenio tene. Verbi gratia I, II, IIII, VIII quot sunt? 15. Unde hoc scis? Regula. Dic. Ultimum dupla, 1 resea, ecce totalis summa. Si per binarium inchoaveris sic II, IIII, VIII, interrogatusque fueris, quot sunt, responde 14. Unde hoc scis? Regula. Dic. Ultimum dupla, 2 resea, ecce totalis summa.

De radicum subtractione. Igitur radicum subtractio necessaria magis quidem mathematicis quam algoristis¹⁹). His plane ad investigandum constellationis ortum, istis ad inveniendam radicem numerorum. Omnis sane numerus radix est alterius, sed non e converso. Est igitur numerorum alius linealis, alius superficialis, alius vero solidus²⁰). Primus numerorum est binarius, cujus partes cum sint duae unitates, secundum solam longitudinem disponi possunt. Quocunque modo ordinentur, linea pingitur, quapropter linealis dicitur, nam partes ejus secundum solam disponi possunt longitudinem. Superficialis duas habet dimmensiones, longitudinem scilicet et latitudinem, quorum primus est ternarius, cujus partes cum sint tres unitates, possunt disponi in modum trianguli, et ita est ibi longitudo et latitudo. Omnis superficialis potest esse linealis, sed non e

converso. Tantum solus excipitur binarius. Superficialis a superficie dicitur, quia superficiem id est lineam aliquid habet inscriptum. Solidus a soliditate dictus, quia omne solidum corpus est dictum et e converso, et tres recipit dimensiones, longitudinem scilicet et latitudinem et spissitudinem. Inde numerus, cujus partes disponi possunt secundum illas tres dimensiones, illorum primus est quaternarius. Cujus partes cum sint quatuor unitates, tres illarum possunt disponi in modum trianguli et quarta eis in modum pyramidis imponi, et sic longitudo, latitudo et spissitudo considerari. Nota quod omnis solidus potest esse superficialis aut linearis, sed non omnis superficialis aut linearis potest esse solidus, quod probat ternarius atque binarius. Superficialium ergo numerorum alius est superficialis et cubicus sive quadratus²¹⁾ alius superficialis et non cubicus. Superficialis et quadratus qui tres²²⁾ recipit dimensiones ita, ut equalia habeat latera quatuor, sicut in nullorum primo potest considerari scilicet quaternarius. Nam si in modum quadranguli disposueris, IIII equalia latera habebis, et unumquodque latus duas habet unitates. Quadratus namque a IIII equalibus lateribus est dictus. Omnis sane cubicus²³⁾ in IIII lateribus tot recipit ordines, quot habet radix denominationes. Verbi gratia novenarius III recipit ordines²⁴⁾, quia radix ipsius est ternarius. Quis sit cubicus²³⁾ sic scire poteris. Omnis numerus per se ductus consurgit ex se cubicus²³⁾. Sic bis bini sunt IIII, ter trini sunt IX. Item solidorum alius est solidus quadratus²⁵⁾, alius solidus et non quadratus²⁵⁾. Solidus quadratus²⁵⁾ est, cujus partes disponi possunt secundum tres praedictas dimensiones ita, quod IIII²⁶⁾ latera habeat aequalia. Horum primus est octonarius, cujus partes cum sint VIII unitates, IIII illarum intelligantur dispositae in modum quadranguli et aliae IIII illis eodem modo superpositae. Sic ergo dispositis in longitudinem, latitudinem, spissitudinem, notare poteris latera esse equalia. Erunt enim in longitudine unitates duae, in latitudine duae, in spissitudine duae. Omnis numerus solidus et quadratus²⁵⁾ tantum habet in spissitudine, quantum in latitudine aut longitudine et tribus exerescit denominatibus (sic!). Sic bis bini bis VIII, ter trini ter XXVII, quater quatuor quater LXIII. Ecce numerorum quadratorumque omnium lex. Omnis numerus aut simplex aut compositus. Simplex omnis dicitur digitus, insuper decenus, centenus, millenus. Omnes reliqui compositi sunt.

Fecimus excursus quidem magnum, sed necessarium. Redeamus ergo tempus est ad propositum. Igitur numerus, cujus radix queritur, in linea una scribatur, deinde numerus excogitetur, qui totum subtrahet superpositum, quod si non potest, demat quanto magis potest. Si impares fuerint figurae, sub ultima excogitatum debes scribere, si pares sub penultima ipsum ponere debes. Ipsum duppla. Pone sub proximam versus dextram. Iterum alium excogita, quem pones sub proximam ipso dupplato, scilicet figura, secundum cujus denominationem abstrahas dupplatum. Nichilominus noviter excogitatum eundem ipsum simili modo dupples, et omnes dupplatos semper ver-

sus dextram moveas. Sic semper alium excogites, donec sub primam figuram pervenias, secundum cujus denominationem dupplatos omnes subtrahas, nichilominus eundem ipsum. Verbi gratia 2222. Excogita ergo numerum secundum regulam superius positam: Numerus excogitetur etc. Sit iste 4, alius enim non potest esse. Dic quater 4 sunt 16, deme, et istae remanent figurae 622. Isto dupplato 4, alioque excogitato scilicet isto 7, modo dic septies 8 erunt 56²⁷). Eisdem sublatis a reliquo istae adhuc manent figurae 62, ab his subtrahere septies 7 et remanent istae figurae 13²⁸). Perpende, quod numerus iste est sine radice. Sed cujus radicem inveneris, ita experiri poteris: Dedupla duplatos et ecce radix. Sed cujus si scire vis, duc eam per se, dicetque ipsam tibi certissime. Si probare vis, an bene feceris, adde huic reliquum, et si rediere priores figurae bene, sinautem male.

Epilogus de examinatione omnium specierum.

De additione. Singulus numerus, qui alteri est adiciendus, per 9 prius divide²⁹). Si nichil supererit 0 scribe, si aliquid reliquum unius, adice reliquo alterius, et per 9 divide. Si quid supererit pingue, si nil cifram scribe et pro nota tene. Hoc itaque peracto numerus addatur numero, et haec totalis summa per 9 est dividenda. Si apparebit nota addicio est vera, sin autem sine dubio falsa. Eodem modo probari debet subtractio, dupplatio, dedupplatio, ipsa quoque multiplicatio excepto quod notae, scilicet multiplicantis³⁰) et multiplicandi, altera per alteram duci debet, sed simili modo per subtractionem novenarii debet examinari. De divisione seu radicum extractione nichil planius dici potest, quam quod superius explanatum est.

Nec praetereundum est, quod 0 per omnia omnibus algorizmi utitur legibus quemadmodum et alia figura, excepto quod nullum numerorum multiplicat, sed et ipsa a nullo multiplicatur. Quid enim si dixeris milies nichil quam nichil? aut nichil ad mille quam mille? Facit tamen quandam multiplicationem, sed tandum per decuplationem. Verbi gratia praepone 0 uni et fiunt X, praepone deceno et surgunt C, praepone centeno et erunt M. Et sciendum, quod in hoc magnum latet sacramentum. Per hoc, quod sine inicio est et fine, figuratur ipse, qui est vere alpha et ω , id est sine inicio et fine; et sicut 0 non auget nec minuit, sic ipse nec recipit augmentum nec detrimentum; et sicut omnes numeros decuplat, sic ipse non solum decuplat, sed millificat, immo ut verius dicam omnia ex nichilo creat, conservat atque gubernat.

Haec autem omnia superius commemorata quamvis non verborum lepore sed forsitan non inutili simplicitate sint explanata, perfectius discuntur in pulvere³¹) quam in deaurato codice, qua propter appellatur opus pulveris, non gloriosi codicis. Sicut scriptum est: Da sapienti occasionem et sapientior erit. Cujus rei gratia sapientibus haec sufficiant, simpliciores in eisdem per eosdem proficiant.

Incipit explanatio super algoriznum³²⁾.

Quoniam spiritus est, qui vivificat, caro non prodest quidquam, quemadmodum veritas testatur, quapropter ut nucleus gustetur testa abiciatur, igitur VII species sunt algorizmi, quia VII sunt dona spiritus sancti. Sicut I a numero nullo, sicut omnis numerus ab ipso, ita deus, qui vere semper idem est, sicut dicit psalmista, est et vere unus, unde Moyses: Deus tuus deus unus est in saecula saeculorum. Omne quod est ab ipso, qui vere est, habet esse et est, sed ipse a nullo. Sequitur binarius, quamvis sit infamis eo, quod discedat ab unitate primus. Similiter et in misterio, id est deus factus est homo, infamis habetur, sed inter gentes et ivdeos, non sic, impii, non sic inter fideles et christianos. Quapropter si placet istum recipiamus in misterio binarium, id est in principio creavit deus caelum et terram, vel angelicam et humanam naturam, vel aliter: Plasmavit deus hominem de limo terrae, masculum et feminam creavit ipsum. Aliter: Fecit deus hominem, et ipsum, quem creavit, eundem ipsum qui creavit assumpsit, ut ipse, qui est creator, sit creator et creatura, gigas geminae substantiae assumendo creaturam et creando assumpsit, non in confusione substantiae sed in unitate personae. Quid ternarius, nisi pater et filius et spiritus sanctus? Quapropter tria sunt tempora, tempus ante legem, tempus sub lege, tempus gratiae, ut intelligamus qui salvantur in his tribus temporibus per fidem sancte sanentur, et Ezechiel praecipit, ut thau litera trinitatis³³⁾ signet eos, qui salvandi sunt. Per thau CCC intelliguntur, per CCC hii, qui perfecte habent fidem trinitatis. Sequitur quaternarius, in cujus figura sunt IIII partes mundi, IIII tempora anni, et IIII fuerunt archae circuli et IIII evangelistae sancti, et nomen domini ineffabile detragramathon IIII quidem literis scribitur, joth he vav he, quamvis minime pronuntietur. Et notandum, quod in numeris primus hic invenitur par³⁴⁾ quadratus. Quod nam quadratum est, in quocumque latere fuerit, firmiter et equaliter stabit. Sic electi et dilecti IIII virtutibus, scilicet prudentia, justitia, fortitudine et temperantia, suffulti sicut in prosperis non extolluntur, sic nec in adversis praecipitantur. Sive venti impingant, sive flumina fluant, movere eos non possunt, quia quadrati sunt, et supra petram fundati sunt. Quinarius. Deus hominem, quem fecerat, V sensibus ditaverat, quos ipse peccando corruperat, sed ipse ipsum misericorditer quinquepartita passione restauraverat. Senarius numerus est sacratus, constat namque ex partibus suis³⁵⁾. Nam unus, duo, tres sunt sex. In eo, sicut sacra testatur scriptura, mundus est creatus; sed non ideo sacratus, quia mundus in ipso est creatus, sed mundus in eo ideo est creatus, quia numerus ipse est sacratus, sicut in libro de sancta trinitate sanctus testatur Augustinus. Sex alae referuntur cherubin uni, et VI alae cherubin alteri, et VI dies sunt operationis, VII us requietionis, VIII us gaudii et perfruitionis. Item septimus numerus sacratus propter septiformem gratiam spiritus sancti, et sapientia domum, quam sibi edificavit, VII columpnis ful-

civit. Octavus propter octo beatidines non immerito sacratus judicatur, et quia Christus octava die resurrexisse creditur, et omnis resurrectio octavo die a fidelibus futura expectatur, creditur et exoptatur, unde propheta: Da partes VII, nec non et octo, septem propter septimam diem et VII ebdomadam et VII mensem et VII annum, quibus sollempnizabant patres veteris testamenti. Nec non et VIII, id est fidem resurrectionis, quae octavo die ex parte est celebrata et octava die celebratura. Quapropter ecclesia octavo die in misterio sabbatizat. Et notandum, quod octonarius numerorum est primus solidus quadratus²⁵⁾, in quo figurantur omnes, qui plenam resurrectionis habent fidem. Suat enim quadrati et solidi, quia neque mors, neque vita separabit eos a karitate Christi. Nam quod quadratum et solidum est, in quocumque latere erit, firmiter semper consistit, quapropter occidi possunt et flecti nequeunt. Sequitur per novenarium, qui deceno est proximus. Figuratur sanctorum spirituum exercitus, qui specialius contemplantur cum, de quo scriptum est: Vacate et videte, quod ego sum deus. Et notandum, quod si novenario unum adiciatur, ad X pervenitur. Per hanc unitatem pulchre satis intelligitur sponsus et sponsa, caput et membra, quia sumptus est a filio dei in unitate personae, ut deus esset et homo unus Emmanuel, et nos cum ipso erimus in deo spiritus unus, sicut scriptum est: Qui adheret deo unus spiritus est cum ipso. Et hic est perfectus denarius, cum deus erit omnia in omnibus. De cifra quod sentimus in primo opusculo compendiose diximus.

De additione. In principio creavit deus coelum et terram et angelicam creaturam, cui addidit hominem, quem de limo terrae plasmavit.

De subtractione. Dominus dicit quando et ubi facta sit in evangelio: Vidi sathan quasi fulgur de coelo cadentem. Item alia: In quocumque die comederis morte morieris. Comedit miser homo, et secuta est secunda subtractio. Aliter. Additio celebrata est, quando deus parietem ex gentibus venientem conjunxit parieti ex ivdeis consistenti in uno angulari lapide Jesu Christo, secundum quod dicit scriptura: Populus quem non cognovi, servivit mihi: in auditu auris obedivit mihi. Subtractio facta est, sicut scriptum est: Filii alieni mentiti sunt mihi, filii alieni inveterati sunt, et claudicaverunt a semitis suis. **Moralisatio.** Cum virtuti virtutem copulamus adicimus, cum autem peccamus subtrahimus.

Dupplatio. Primo fecit deus hominem de limo terrae, deinde inspiravit in faciem ejus spiraculum vitae, et factus est homo ad ymaginem et similitudinem dei, quae nichilominus celebrat in singulis hominibus. Sequitur in uno quoque nostram, secundum quod propheta testatur dicens: **De dupplatio.** Quis est homo, qui vivit et non videbit mortem?

De multiplicatione. Omnia, quae facta sunt, ex nichilo facta sunt. Nonne tibi videtur esse magna, mirabilis et multiplicatio ineffabilis? Item fecit hominem unum, et multiplicatus est super numerum. Factus est itaque innumerabilis sicut stellae coeli, id est electi et dilecti, de quibus scrip-

tum est: Fulgebunt iusti, sicut sol in regno patris eorum. Et sicut arena maris, id est reprobi et steriles, qui non ferunt semen, aliud tricesimum, aliud sexagesimum, aliud centesimum, sed remanent steriles et infecundi. *Moralisatio.* Multiplicamus cum damus terraena pro coelestibus, temporalia pro aeternis secundum quod veritas testatur dicens: Omnis qui reliquerit patrem aut matrem etc. centuplum accipiet et vitae aeternae partem. Valuit Zachaeo pro dimidio bonorum suorum, valuit viduae pro duobus minutis. Quantum habet, tandem valet. Valet namque pro calice frigidae aquae. Sic, sic multiplicemus, carissimi, ut mereamur heredes dei fieri et choeredes Christi, qui est benedictus in saecula saeculorum, amen.

De divisione. Posuit deus terminos gentium iuxta numerum angelorum, ex quibus Ysrael elegit in hereditatem sibi. Relictis itaque in errore gentibus, notus tantum in Judea deus. Vocati sunt hii filii³⁹⁾, canes appellati sunt illi. Facta est autem mutatio dexteræ excelsi, ut hii, qui prius dicebantur canes, modo non solum vocitentur filii, sed et dilecti et amici dei, sicut per prophetam pronuntiatum fuerat: Populus, quem non cognovi servivit mihi; in auditu auris obedivit. Et alibi: Vocabo non plebem plebem meam, et non dilectam dilectam? Sed de illis quidem: Filii alieni mentiti sunt mihi, filii alieni inveterati, et claudicaverunt a semitis suis. Item: Circumdederunt me . c . m . c . m . o . m . ³²⁾. Item: Cum plenitudo gentium introierit, tunc omnis Ysrael salvus erit. Et propheta: Si fuerit Ysrael, sicut a . m . reliquiae s . f . ³²⁾. Plena divisio et perfecta adque terribilis erit in adventu iudicis, quando separabuntur oves ab edis, et tunc dicetur illis: Ite maledicti etc., istis: Venite benedicti et rel. Quo nos producat qui vivit et regnat.

De radicum extractione. De extractione radicum Apostolus ait: Quos praescivit deus et praedestinavit, hos et vocavit; et quos vocavit, hos et justificavit: quos autem justificavit, hos magnificavit mirabilis extractio. Adam genuit duos filios, unum deus vocavit, alium reprobavit. Abraham duos genuit, quorum unus eligitur, alter reprobat. Ysaac duos genuit, et cum adhuc essent in utero matris, dictum est: Jacob elegi, Esau autem odio habui. Latio per crucem pro sceleribus damnatur et salvatur. Infans in utero matris moritur et damnatur. Extractio terribilis, justa quidem sed occulta. Iste puer vocatur, moritur et salvatur, sed per gratiam; ille puer reprobat et damnatur, sed per justiciam. Alius in puericia bonus et senectute perversus, quapropter reprobat. Econverso alius ab infancia malus in senectute conversus et salvatur. Alius a puericia malus sed in fine deterior, alius a puericia bonus sed in fine melior. Sexquipartita est ista radicum extractio, quorum tres salvantur, sicut jam dictum est, sed per gratiam, tres damnantur, sed per justitiam terribilem valde et occultam. Haec non sunt discutienda sed timenda. Justus est dominus, justus damnandis et terribilis, misericors salvandis et amabilis, unde canit propheta: Misericordiam et iudicium cantabo tibi domine. Aliquis est parens et re-

probus, et gignit filium, qui est electus, et econverso alius est parens et electus, et gignit filium, et hic est reprobatus. Alius est parens et reprobatus, et gignit filium, et hic similiter reprobatus. Alius est parens electus, et nichilominus gignit filium, et hic est electus. Alius est parens et electus et gignit filium alium electum, alterum reprobatum. Alius est parens et reprobatus, et gignit filium alium electum, et alterum reprobatum. Alius habet parentes utrosque bonos, et ipse efficitur malus. Alius habet parentes utrosque malos, et ipse efficitur bonus. Alius ambos malos et ipse malus, alius ambos bonos et ipse bonus. Alius habet parentem unum bonum, alterum malum, et ipse malus. Alius unum habet similiter malum, alterum bonum, et ipse bonus. Hanc radicem extractionem nemo novit, nisi his, qui dat homini scientiam, deus et pater domini nostri iesu christi, pater misericordiarum, et deus tocius consolationis, qui nos extrahere et abstrahere dignetur ab hoc saeculo nequam et perducere in vitam aeternam, qui vivit et regnat.

1) Der Gebrauch des Nominativs *algorismus* beweist, dass das Bewusstsein, dass *Algorismus* der Name eines Mannes sei, bei dem Verfasser der Abhandlung schon verloren gegangen war. Er hielt offenbar dieses Wort für den Namen der Rechenkunst selbst.

2) Vergl. *Trattati d'Arithmetica publicati da Baldassare Boncompagni. Roma 1857. p. 2: Non enim possunt esse duo vel tria, si unum auferatur. Unum vero potest esse absque secundo vel tercio. Igitur nichil aliud sunt duo, nisi unius duplicitas vel geminatio: et similiter tria nichil aliud sunt, nisi ejusdem unitatis triplicatio: sic de reliquo numero intellige.*

3) *Differentia* bedeutet demnach an dieser Stelle Nichts anderes als: Rangordnung, eine Bedeutung, welche diesem Worte bei den Algorithmikern inne zu wohnen pflegt. Die Abacisten dagegen benutzten das Wort in dem Sinne von Ergänzung besonders bei der Division, worauf noch zurückgekommen werden wird.

4) Der in dem Worte *quadrivium* enthaltene Begriff ist griechisch-römischen Ursprunges, sowie denn auch in der That in dieser Abhandlung Algorithmisches, d. h. Arabisches und Abacistisches, d. h. Griechisch-Römisches, bunt gemengt erscheinen, ersteres Element freilich überwiegend, wie fast allgemein seit der Mitte des 12. Jahrhunderts. Vergl. *Haec in quadrivio, id est in Musica, Arithmetica, Geometrica, Astronomia, ita est necessaria et utilis, ut sine illa pene omnis labor studentium videatur inanis. (Regulae Domini Oddonis super abacum in den von Gerbert 1784 herausgegebenen Scriptores ecclesiastici de musica. Bd. I. S. 296.)*

5) *Trattati d'Arithmetica pag. 26: Ideo apertissimis indis sub quibusdam regulis et certis limitibus infinita numerositas coarctatur ut de infinitis definita disciplina traderetur.*

6) Der Gebrauch, die neun Ziffern, von 9 abwärts bis 1, hinzuschreiben ist sehr häufig, allein dass dieselben, wie im gegenwärtigen Falle, nach Positionswerth der neun Zahlen aufgefasst werden, scheint unserem Schriftsteller eigenthümlich zu sein.

7) Mitunter werden 9 *species* angenommen, indem zu den im Texte angeführten noch die *numeratio* und *progressio* hinzutritt, welche hier auch vorkommen, aber nicht unter besonderer Ueberschrift. Vergl. *Joannis de Sacro-Bosco tractatus de arte numerandi* bei Halliwell, *Rara Mathematica* pag. 2. Andere wieder, z. B. *Lucas Pacioli* lassen die *dupplatio* und *dimidiatio* weg und behalten die 7 anderen *species*.

8) Die durch Punkte getrennten Gruppen von je drei Ziffern, Triaden, finden sich auch schon bei *Sacro-Bosco: Item sciendum est, quod supra quamlibet figuram loco millenarii positam componenter possunt poni quidam punctus ad denotandum quod tot millenarios debet ultima figura representare, quot fuerunt puncta pertransiua* (*Rara Mathematica* pag. 5).

9) Das Wort *addicitur* ist am Rande ergänzt.

10) Vergl. *Sacro-Bosco*: *Additio est numeri vel numerorum aggregatio, ut videatur summa excrescens.*

11) *Ultima differentia* ist immer die äusserste Rangordnung nach links, also die höchste. Die niederste Rangordnung, d. h. die der Einer, heisst *prima differentia* oder *figura*.

12) *Differentia* hat hier den Sinn der Ergänzung zu 10, welchen es (vergl. Anmerkung 3) in der sogenannten complementären Divisionsmethode der Abacisten zu besitzen pflegt. Die hier auseinandergesetzte Multiplicationsmethode ist die bei Schriftstellern des 16. Jahrhunderts häufig wiederkehrende, deren erste Spuren bisher nur bis auf Regiomontanus in der Mitte des 15. Jahrhunderts zurückverfolgt werden konnten. Die Frage, welche ich (Mathem. Beiträge zum Kulturleben der Völker S. 216) stellte, ob ein Werk in irgend einer Sprache existire, welches die Anwendung der Differenzmethode bei Multiplication und Division gleichzeitig enthalte, ist damit allerdings noch nicht beantwortet, da in unserem Codex die complementäre Division fehlt. Indessen ist doch die dereinstige Bejahung der Frage dadurch wahrscheinlicher geworden, dass jetzt die Existenz der complementären Multiplication für eine Zeit nachgewiesen ist, welche der Zeit der Anwendung der complementären Division fast um 3 Jahrhunderte näher liegt.

13) Diese Art zu multipliciren, welche mit der complementären Multiplication ja nicht verwechselt werden darf, so nahe die Versuchung auch liegt, findet sich ausführlicher beschrieben bei *Sacro-Bosco*: *Si vis scire quot sunt quater in octo, vide quot sunt unitates intra octo et decem, denario simul computato, et patet quot sunt duo: subtrahatur ergo quaternarius a quadraginta bis et remanent 32, et haec est summa totius multiplicationis* (*Rara Mathematica* pag. 12). Ferner *Trattati d'Arithmetica* pag. 97: *Omnis namque numerus infra denarium multiplicatus in se ipsum reddit summam suae denominationis deculputae, subtracta inte multiplicatione differentie ipsius ad denarium facta in se ipsum. Verbi gratia sexies sex dicantur fieri. 60. que est denominatio a sex deculputa; differentia autem senarii ad denarium est quaternarius, qui multiplicatus in sex facit. 24. His ergo. 24. de sexaginta subtractis remanent. 36.*

14) Das Wort *ducenti* ist am Rande ergänzt.

15) Der erste bedeutendere Schreibfehler in dem Manuscripte. Der Sinn erfordert offenbar *ultima*. Da von hier an die Fehler etwas häufiger werden, so ist vielleicht die Ansicht gerechtfertigt, die Rechenkunst des Schreibers habe bei der Division ihre Schranken gehabt, und das Weitere habe er zum Theil ohne es zu verstehen abgeschrieben.

16) *Denominatio* ist also hier Nichts anderes als Quotient; das ist die Bedeutung, welche das Wort bei den Abacisten zu haben pflegt, während es bei den Algorithmikern den Nenner eines Bruches bedeutet (vergl. meine Mathem. Beiträge u. s. w. S. 298), oder die Zahl selbst, von der zuvor die Rede war. Vergl. Anmerkung 13.

17) Dass eine *libra = 40 solidi* ist ganz abweichend von den Angaben, welche man sonst zu finden pflegt. Am häufigsten ist *1 libra = 20 solidi*, dann kommen bei *Ducange*, *Glossarium mediae et infimae latinitatis* (neueste Ausgabe Paris 1845, Bd. IV S. 100) noch einige andere Gleichungen vor: *Libra = 22 solidi*, *libra = 48 solidi*, aber nirgends *1 libra = 40 solidi*! Vielleicht ist hier eine Doppel-Libra gemeint, was mitunter vorkommen soll.

18) Damit sind die Progressionen gemeint, also dieselben Sätze, welche bei *Sacro-Bosco* z. B. unter der Ueberschrift *progressio* vereinigt sind. Vergl. Anmerkung 7.

19) Die den Algorithmisten, Rechnern, gegenübergestellten Mathematiker sind selbstverständlich die *mathematici damnabiles*, von welchen auch das römische Recht spricht, nämlich die Sterndeuter.

20) Auch bei *Sacro-Bosco* (*Rara Mathematica* pag. 19) ist zwischen der Lehre von den Progressionen und der Wurzelausziehung ein Abschnitt IX. *Perambulum ad Radicum Extractionem* eingeschoben, welcher sich mit den Begriffen der linearen Zahl, der Oberflächenzahl und der Körperzahl beschäftigt. Allein zwischen *Sacro-Bosco* und dem Verfasser unseres Codex findet derselbe Gegensatz statt, welcher in diesem Theile der Arithmetik zwischen den beiden griechischen Zahlentheoretikern des 2. Jahrhunderts nach Chr. Geb., zwischen Theon von Smyrna und Nikomachus existirt. *Sacro-Bosco*, ebenso wie Theon von Smyrna, nennt das Product von zwei Factoren Oberflächenzahl, das von drei Factoren Körperzahl, und diese Defini-

tionen, wie sie die naturgemässen sind, sind auch wohl die alt-ursprünglichen, wenigstens stimmen sie mit den im platonischen Timäus vorgetragenen Sätzen überein. Nikomachus dagegen, nach ihm Boethius in seiner Arithmetik und auch unser Autor rechnen schon die Dreieckszahlen zu den Oberflächenzahlen, welche daher bei ihnen identisch mit Vieleckszahlen sind und ebenso rechnen sie die Pyramidalzahlen bereits zu den Körperzahlen. Von dem Unsinne, den unser Autor auf eigene Faust hinzufügt, vergl. weiter unten die Anmerkungen 21, 22, 23, 25, 26.

- 21) Die Verwechslung dessen, was Quadrat und Cubikzahl ist, beginnt hier.
- 22) *Tres dimensiones* giebt hier offenbar keinen Sinn; entweder müssen 2 oder 4 Dimensionen gemeint sein.
- 23) Soll heissen *quadratus*.
- 24) Das Wort *ordines* ist am Rande ergänzt.
- 25) Soll heissen *cubicus*.
- 26) Soll heissen VIII.
- 27) Die Worte: *Modo dic septies 8 erunt 56* sind am Rande ergänzt.
- 28) Die Worte: *ab his subtrahe septies 7 et remanent istae figurae 13* sind am Rande ergänzt.
- 29) Die Neunerprobe ist den Algorithmikern eigen, während sie bei den Abacisten zu fehlen pflegt.
- 30) Im Texte folgt hier zum zweiten Male *et multiplicantis*, welches aber durchstrichen ist.
- 31) Diese Stelle beweist, dass unser Autor auf einem Sandbrette zu rechnen pflegte, wie es vordem in häufigem Gebrauche war. Später benutzte man eine weisse Tafel, auf welcher die Schriftzüge leicht ausgewischt werden konnten. Vergl. *Leonardo Pisano*, Opera I, pag. 7 (Roma 1857): *Scribantur in tabula dealbata, in qua littere leviter delectantur.*
- 32) Der mittelalterlich-mystische Inhalt dieses zweiten Theiles der vorliegenden Schrift dürfte gerade für Mathematiker, welche an derartige barocke Aussprüche nicht gewöhnt sind, hinlängliches Interesse bieten, um den Abdruck desselben gleichfalls zu rechtfertigen. Ich bemerke, dass die vielen Bibelstellen, welche vorkommen, nur durch die Anfangsbuchstaben der betreffenden Worte angedeutet sind, deren Interpretation also mit Hilfe sogen. Concordantien versucht werden musste. Zweimal ist es mir nicht gelungen, die angezogene Stelle aufzufinden, weshalb auch im Abdrucke nur Anfangsbuchstaben stehen.
- 33) Dieses bezieht sich auf *Hesekiel IX*, 4. Der Buchstabe *tau*, mit welchem das Zeichen des Kreuzes auf die Stirne der Rechtschaffenen und Frommen gemacht werden soll, bedeutet übrigens in hebräischer Zahlbezeichnung nicht 300, sondern 400. Der folgende Satz des Textes: *Per tau CCC intelliguntur* ist also der Unwissenheit des Verfassers entschlüpft. Das Wort *trinitatis* ist übrigens am Rande erst ergänzt.
- 34) Das Wort *par* ist am Rande ergänzt.
- 35) Bekanntlich ist der hier angegebene Grund für die Heiligkeit der Zahl 6 sonst als Definition der vollkommenen Zahlen angeführt, und von der Vollkommenheit zur Heiligkeit ist der Uebergang leicht.
- 36) Das Wort *filii* ist am Rande ergänzt.