UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
HEIDELBERG

Heidelberger Texte zur
Mathematikgeschichte

Hermann von Helmholtz

Beiträge zu den

Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg

3. Band, 1862 Dezember bis 1865 März

Heidelberg : Mohr, 1865

zusammengestellt von Gabriele Dörflinger,
Universitätsbibliothek Heidelberg, 2012

Verhandlungen

des

naturhistorisch-medicinischen Vereins

zu

Heidelberg.

Dritter Band.

1862 Dezember bis 1865 März.

Heidelberg.
Buchdruckerei von Georg Mohr.
1865.

oder:

$$\overbrace{\begin{matrix}O_3\\Cl_2\end{matrix}\left\{\begin{matrix}C_6\,H_6\\H_2\end{matrix}\right. ,\quad O_5\left\{\begin{matrix}C_6\,H_6\\H_4\end{matrix}\right.}^{Ox,\;Cn\,H_2\,n-2}$$

oder:

$$\overbrace{\begin{matrix}O_4\\Cl_3\end{matrix}\left\{\begin{matrix}C_6\,H_6\\H_3\end{matrix}\right. ,\quad O_7\left\{\begin{matrix}C_6\,H_6\\H_6\end{matrix}\right.}^{Ox,\;Cn\,H_2\,n}$$

oder:

$$\overbrace{\begin{matrix}O_5\\Cl_4\end{matrix}\left\{\begin{matrix}C_6\,H_6\\H_4\end{matrix}\right.}^{Ox,\,Cn\,H_2\,n+2}$$

Und in ähnlicher Weise werden andere Körper, die Elemente von Wasserstoffsuperoxyd oder Unterchlorigsäurehydrat assimiliren können, so lange bis sie der Grenzformel Ox, $Cn\,H_2\,n + 2$ entsprechende Körper bilden.

Die ausgedehnte Anwendung dieser neuen Reactionen wird noch deutlicher, wenn man sie mit andern schon bekannten combinirt; so z. B. erhält man durch Addition von Unterchlorigsäurehydrat chlorhaltige Körper, welche bei Behandlung mit Metalloxyden ihr Chlor gegen die Elemente des Wasserstoffsuperoxydes, bei Behandlung mit Wasserstoff im Entstehungsmomente aber gegen Wasserstoff austauschen. So kann man z. B. aus Maleinsäure folgende Körper darstellen:

$$\underbrace{O_2\left\{\begin{matrix}C_4\,H_2\,O_2\\H_2\end{matrix}\right.}_{\text{Maleinsäure}} ,\quad \begin{matrix}O_2\\O\\Cl\end{matrix}\left\{\begin{matrix}C_4\,H_2\,O_2\\H_2\\H\end{matrix}\right. ,\quad \underbrace{O_3\left\{\begin{matrix}C_4\,H_3\,O_2\\H_3\end{matrix}\right.}_{\text{Aepfelsäure}} ,\quad \underbrace{O_4\left\{\begin{matrix}C_4\,H_2\,O_2\\H_4\end{matrix}\right.}_{\text{Weinsäure}} .$$

Auf dieselbe Weise habe ich schon aus der mit Maleinsäure homologen Citrakonsäure die mit diesen Säuren homologen erhalten:

$$\underbrace{O_2\left\{\begin{matrix}C_5\,H_4\,O_2\\H_2\end{matrix}\right.}_{\text{Citrakonsäure}} ,\quad \begin{matrix}O_2\\O\\Cl\end{matrix}\left\{\begin{matrix}C_5\,H_4\,O_2\\H_2\\H\end{matrix}\right. ,\quad \underbrace{O_3\left\{\begin{matrix}C_5\,H_5\,O\\H_8\end{matrix}\right.}_{\text{Citramalsäure}} ,\quad \underbrace{O_4\left\{\begin{matrix}C_5\,H_4\,O_2\\H_4\end{matrix}\right.}_{\text{Citraweinsäure}} .$$

10. Vortrag von Herrn Professor Helmholtz „über den Einfluss der Reibung in der Luft auf die Schallbewegung“, am 27. Februar 1863.

(Das Manuscript wurde am 18. März 1863 abgeliefert.)

Der Vortragende hat in einer früheren Arbeit die mathematische Theorie der Schallschwingungen in cylindrischen Röhren gegeben. Er hat damals gezeigt, warum ein Unterschied zwischen der wirklichen Länge der Orgelpfeifen und ihrer nach der älteren Theorie berechneten Länge existiren muss. Der Grund war darin zu suchen, dass an einem offenen Ende einer solchen Röhre die ebenen Schallwellen des Innern nicht plötzlich in die kugeligen Wellen des freien Raumes übergehen können, und sich daher noch etwas über die Mündung der Röhre hinaus ausbreiten. Die Theorie erlaubte für einzelne Gestalten der Röhrenmündungen diesen Unterschied der wahren und reducirten Länge zu berechnen. Bei cylindrischen Röhren vom Radius R, deren kreisförmige Oeffnung in einer weit ausgedehnten ebenen Platte liegt, fand er sich gleich $\frac{1}{4} \pi$ R.

Es wurden durch diese Untersuchung die auffallendsten Unterschiede zwischen der Theorie und der Erfahrung zwar beseitigt, indessen konnte man nicht sagen, dass die Uebereinstimmung dadurch eine vollständig genaue geworden wäre. Namentlich zeigten die Versuche von Zamminer, dass der Unterschied zwischen der wahren and reducirten Länge bei engen Röhren merklich grösser war, als die Theorie erwarten liess, und gerade bei solchen, hätte man die beste Uebereinstimmung erwarten dürfen.

Der Vortragende hat nun gefunden, dass die Uebereinstimmung viel vollständiger wird, wenn man die Reibung in der Luft mit in Rechnung zieht, sich dabei stützend auf die theoretischen Untersuchungen und die Bestimmung der Reibungsconstante von Stokes.

Der erste Theil der Untersuchung bezog sich auf die Fortpflanzung kugeliger oder ebener Wellen in unendlich ausgedehnten, mit Luft gefüllten Räumen. Es zeigt sich, dass die Reibung dabei die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls der Theorie nach zwar etwas vermindern müsse, aber in einer praktisch ganz unerheblichen Weise. Ausserdem hat die Reibung zur Folge, dass die Schallwellen, indem sie fortlaufen, etwas an Intensität abnehmen. Der Ausdruck für ihre Intensität findet sich nämlich mit dem Factor

$$e^{-\frac{4\pi^2 n^2 k^2 z}{a.a.a}}$$

multiplicirt, worin n die Schwingungszahl, a die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, z die Länge des Weges und k die Reibungsconstante bezeichnet, welche nach Stokes gleich 2,946 Millimeter ist, wenn man die Secunde als Zeiteinheit benutzt.

Jener Ausdruck lässt erkennen, dass die Abnahme desto bedeutender ist, je grösser n, also je höher der Ton ist. Bei den Tönen der gewöhnlichen musikalischen Scala ist jene Abnahme äusserst unbedeutend, bei sehr hohen Tönen kann sie aber sehr merklich werden. Wenn man berechnet, wie weit sich ein Zug ebener Schallwellen fortpflanzen muss, ehe seine Intensität durch Reibung auf die Hälfte vermindert wird, so findet man:

2

Ton	Schwingungszahl	Weglänge in Metern
a_1	440	383545
a_5	7040	1498
d_8	38016	52,7
a_{11}	450560	0,365

Darin ist a_1 das gewöhnlich bei der Stimmung der Instrumente gebrauchte eigestrichene a, a_5 der höchste Ton der Pianofortes, d_8 der höchste Ton, der bisher erreicht worden ist bei Despretz's Versuchen mit kleinen Stimmgabeln. Man sieht, dass eine merkliche Abnahme des letzteren schon eintreten könnte bei einer nicht übermässig grossen Weglänge. Dagegen würden noch höhere Töne, wenn sie sich auch hervorbringen liessen, unfähig sein, sich durch längere Luftstrecken fortzupflanzen. Das a_{11} der Tabelle würde nach einem Wege von 1 Fuss schon fast auch die Hälfte reducirt sein.

Es ist dieser Umstand wichtig, weil er eine obere Grenze für die Höhe physikalisch möglicher Töne anzeigt.

Der zweite Theil meiner Untersuchung betrifft die Fortpflanzung ebener Wellen in cylindrischen Röhren. Hierbei zeigt sich, dass sowohl die Abnahme der Intensität als auch namentlich die Verzögerung der Fortpflanzung in solchen Röhren wegen der Reibung an den Wänden viel bedeutender werden, als bei der Fortpflanzung im freien Raume. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in einer cylindrischen Röhre vom Radius R ist mit Beibehaltung der oben gebrauchten Bezeichnungen:

$$a\left[1-\frac{k}{2R\sqrt{\pi n}}\right]$$

Der Coefficient, welcher die Abnahme der Intensität anzeigt, ist

$$e^{-\frac{2kz\sqrt{\pi n}}{aR}}$$

Wegen der verminderten Fortpflanzungsgeschwindigkeit müssen Orgelpfeifen ebenfalls kürzer gemacht werden, als die ältere Theorie verlangt, und zwar ist der Unterschied bei engeren Röhren gar nicht unbedeutend. Die Rechnung ergab für einige der von Zamminer gebrauchten Röhren folgende Correctionen; wobei die Längen in Millimetern gegeben sind:

Röhren-		Verkürzung wegen Reibung, wenn	
Länge	Durchmesser	offen	gedeckt
522	25	4	5,4
207,6	10	2,4	3,4
229	59	0,5	

Man sieht, dass bei den engeren Röhren die Verkürzung zum Theil über ein Procent der ganzen Länge beträgt, während sie bei den weiteren Röhren fast unmerklich ist.

Was die Stärke der Resonanz in solchen Röhren betrifft, wenn ein schwingender fester Körper ihrer Mündung genähert wird, so habe ich in meiner früheren Untersuchung bei Vernachlässigung der Reibung mit der Erfahrung übereinstimmend gefunden, dass die Resonanz einer an beiden Seiten offenen Röhre am stärksten ist, wenn ihre reducirte Länge gleich einer geraden Anzahl von Viertelwellenlängen des betreffenden Tones ist, bei einer gedeckten Röhre, wenn ihre reducirte Länge einer ungeraden Anzahl von Viertelwellenlängen gleich ist. Aber in Bezug auf den Einfluss der Weite der Röhre widersprach die Theorie der Erfahrung. Der Theorie nach hätte die Resonanz desto stärker sein sollen, je enger die Röhre, weil die Reflexion der Wellen an den offenen Enden desto vollständiger ist, je enger diese sind. Dagegen zeigte die Erfahrung, dass enge Röhren namentlich für tiefe Töne schlecht resoniren. Wenn man die Reibung der Luft berücksichtigt, erklärt sich dieser Unterschied, In engen Röhren erlöschen die Schallwellen bald, wenn sie oft hin und her reflectirt werden, wegen der starken Reibung an den nahen Wänden. Es gibt daher eine gewisse mittlere Weite, bei welcher die Resonanz am stärksten ist. Die Theorie ergiebt für die vortheilhafte Weite, wenn m bezeichnet, wie viel Schwingungen des angegebenen Tons auf eine Schwingung des Grundtons der Röhre kommen, und λ die Wellenlänge:

$$R^3 = \frac{m\,k\,\lambda^2\sqrt{\lambda}}{16\,\pi\sqrt{\pi a}}$$

Diese Gleichung zeigt, dass wir den Radius R der Röhre kleiner machen müssen für höhere Töne, sowohl wenn wir m unverändert lassen, also die Röhre im Verhältniss der abnehmenden Wellenlänge verkürzen, als auch, wenn wir die Röhrenlänge, welche gleich $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{2}\,m\,\lambda$ ist, unverändert lassen, und einen höheren Oberton derselben hervorrufen. Im letzteren Falle müsste R^2 in demselben Verhältnisse abnehmen wie λ.

Obgleich wir den mechanischen Vorgang beim Anblasen der Röhren noch nicht genau zergliedern können, so zeigt sich doch allgemein, dass das Anblasen diejenigen Töne hervorbringt, welche in der Röhre die stärkste Resonanz finden. Das bestätigt sich auch für den Einfluss der Weite. Die obige Gleichung gibt nämlich ziemlich genau die Höhe der Töne an, welche in Röhren von gegebenem Radius und Länge am leichtesten ansprechen.

Am überraschendsten ist aber die Uebereinstimmung mit der von dem berühmtesten Orgelbauer des vorigen Jahrhunderts, Silbermann, gegebenen Regel, dass man, um Register von gleichmässiger Klangfarbe zu erhalten, die Weite der Pfeiffen bei abnehmender Länge so abnehmen lassen müssen, dass die None den halben Durchmesser bekomme. Gleichbleibende Klangfarbe bedeutet gleichbleibende relative Stärke der Obertöne. Soll $R = \frac{1}{2}$ werden, bei gleichbleibend guter Resonanz, so zeigt unsere Formel, dass werden müsse:

$$\lambda = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{6}{5}} = 0{,}435$$

während für die None $\lambda = 0{,}444$.

Wir erhalten also durch die Berücksichtigung der Reibung auch die Erklärung für den Umstand, dass eine gewisse Weite für die Pfeifen nöthig ist, und dass engere Pfeifen leichter höhere Töne ansprechen lassen, weitere tiefe, eine Thatsache, für welche bisher noch jede Erklärung fehlte.

11. Vortrag des Herrn J. L. Soret aus Genf „über die elektrolytische Darstellung des Ozons und über die Natur dieses Körpers", am 27. Februar 1863.

(Das Manuscript wurde eingereicht am 9. März 1863.)

Vor einigen Jahren habe ich schon in einer kleinen Abhandlung*) darauf aufmerksam gemacht, dass man weit grössere Mengen von Ozon erhält, wenn man das Wasser bei niedrigeren als bei gewöhnlichen Temperaturen elektrolytisch zersetzt. Das haben auch andere Beobachter bemerkt, doch wie ich glaube, ohne quantitative Bestimmungen zu machen. Ich habe auch damals die Mengen des Ozons bezeichnet, welche ich durch eine Methode gefunden hatte, die, wie ich selbst angegeben habe, nicht sehr genau war.

Ich habe neulich wieder Versuche über diesen Gegenstand mit Anwendung der weit genaueren Bunsen'schen Methode unternommen, bei welcher man schweflige Säure und eine titrirte Jodlösung zur Bestimmung der oxidirenden Körper gebraucht. Der durch einen elektrischen Strom entwickelte, Ozon enthaltende Sauerstoff wirkte auf eine neutrale Jodkaliumlösung, welche das Ozon vollkommen absorbirt, indem eine äquivalente Menge von Jod frei wird, die man nachher durch die erwähnte Methode analysirte.

Es ist mir gelungen bei der Elektrolyse der verdünnten Schwefelsäure (1 Volumen reiner concentrirten Schwefelsäure auf 5 Vol. destillirtes Wasser) viel bedeutendere Mengen von Ozon zu erhalten als bei meinen früheren Versuchen.

Die Bedingungen, welche die Zersetzungsapparate darboten und

*) Archives des Sc. Phys. et Nat. de Genève 1854. Bd. XXV. S. 268 — Poggendorff's Annalen. Bd. XCII. S. 304.

Verhandlungen
des
naturhistorisch-medizinischen Vereins
zu Heidelberg.

Band III.
II.

Naturhistorische Vorträge.

Vorträge aus gemischten Sitzungen im Winter 1862—63.

1. Vortrag des Herrn Prof. H. Helmholtz „über die Form des Horopters, mathematisch bestimmt", am 24. October 1862.

(Das Manuscript wurde eingereicht am 8. Nov. 1862.)

Der Horopter ist der Inbegriff derjenigen Punkte des äussern Raumes, deren Bilder bei einer gegebenen Stellung der Augen in beiden Augen auf identische Netzhautpunkte fallen.

Identische Netzhautpunkte sind solche Punkte beider Netzhäute, auf welche die Bilder desselben unendlich weit entfernten Punktes fallen, wenn die Augen ihre normale Stellung für das Fernsehen haben.

Man nennt die durch die Knotenpuncte beider Augen und den fixirten Punct gelegte Ebene die Visirebene; die geraden Linien, welche den fixirten Punct mit dem Centrum der Netzhautgrube verbinden, und welche durch den Knotenpunkt des betreffenden Auges gehen, heissen die Gesichtslinien. Eine durch die Gesichtslinie eines Auges gelegte Ebene heisse Meridianebene des betreffenden Auges. Die Visirebene ist die einzige Ebene, welche gleichzeitig Meridianebene beider Augen ist.

Wir unterscheiden einen Meridian in jedem Auge als ersten; es möge derjenige sein, welcher nach rechts hin in der Visirebene liegt, wenn die Augen ihre normale Stellung für das Fernsehen haben, d. h. einen in der Mittelebene des Kopfes gelegenen unendlich entfernten Punkt fixiren. Dieser erste Meridian liegt aber nicht immer in der Visirebene, sondern wenn die Augen nicht gerade aus blicken, bildet seine Ebene der Regel nach, einen Winkel mit der Visirebene, welchen man den Drehungswinkel des Auges um die Gesichtslinie nennt.

Der Winkel, welcher zwischen der Meridianebene, die durch irgend einen Punct des Raumes geht, und der Ebene des ersten Meridians des betreffenden Auges eingeschlossen ist, heisse die Länge des betreffenden Puncts im Gesichtsfelde.

Der Winkel, welcher zwischen der Richtungslinie, die zu dem genannten Puncte geht (Verbindungslinie mit dem Knotenpuncte)

5

und der Gesichtslinie des betreffenden Auges liegt, heisse die **Polardistanz** des betreffenden Punctes im **Gesichtsfelde**.

Identische Puncte beider Netzhäute müssen nach den gegebenen Definitionen gleiche Länge und gleiche Polardistanz haben.

Puncte des äusseren Raumes, die in beiden Augen auf identischen Stellen abgebildet werden sollen, müssen also zwei Bedingungen erfüllen. Sie müssen nämlich

1) für beide Augen gleiche Länge

2) für beide Augen gleiche Polardistanz haben. Solche Puncte müssen also zweien Gleichungen genügen, und können im Allgemeinen nur den Puncten einer **Linie** entsprechen.

Um diese Linie zu finden, zertheilt man die Aufgabe, wie schon **Wundt** gethan hat, am besten in zwei Aufgaben.

Erstens sucht man den Inbegriff derjenigen Puncte, welche für beide Augen gleiche Länge haben. Der Inbegriff dieser Puncte, welche nur eine Gleichung zu erfüllen haben, bildet eine Fläche, welche wir den **Horopter gleicher Länge** oder den **Radialhoropter** nennen, weil radienförmig durch den Fixationspunct gezogene gerade Linien, die in dieser Fläche liegen, einfach erscheinen.

Zweitens suchen wir die Fläche, welche diejenigen Puncte enthält, deren Polardistanz in beiden Augen die gleiche ist, den **Horopter gleicher Polardistanz** oder **Circularhoropter**, weil in ihm gewisse Linien einfach erscheinen, die sich als Kreisbögen in das Gesichtsfeld jedes Auges projiciren.

Wo der **Radialhoropter** und der **Circularhoropter** sich schneiden, liegen die Puncte, welche zugleich gleiche Länge und gleiche Polardistanz in den Gesichtsfeldern beider Augen haben. Diese bilden den **Totalhoropter**, der also im Allgemeinen nur eine Linie sein kann.

Die mathematische Untersuchung ergibt nun, dass der **Radialhoropter** eine Kegelfläche zweiten Grades ist. Um ihre Gleichung in rechtwinkeligen Coordinaten zu geben, verlegen wir den Anfangspunct dieser Coordinaten in den fixirten Punct, nehmen die Visirebene als die x y Ebene, und die Halbirungslinie des Gesichtswinkels als die x Axe. Die positiven z sind nach oben gekehrt, die positiven y nach rechts, die positiven x nach dem Gesichte des Sehenden hin.

Es sei γ die algebraische Differenz der Drehungswinkel beider Augen, und 2α der Convergenzwinkel der Gesichtslinien, so ist die Gleichung des Radialhoropters:

$$y^2 \cos^2 \alpha - x^2 \sin^2 \alpha + 2 z x . \sin \alpha . \operatorname{cotang} \gamma + z^2 = o \quad \ldots . \Big\} \quad 1$$

Es ist dies die Gleichung eines Kegels, dessen Spitze im Anfangspuncte der Coordinaten liegt, und welcher durch die beiden Gesichtslinien geht; denn wenn man setzt $z = o$ und $\frac{y}{x} = \pm \operatorname{tang} \alpha$, so ist die Gleichung 1 erfüllt. Die beiden Gesichtslinien theilen die Kegelfläche in zwei vollständig von einander getrennte Theile. Nur die Puncte des einen Theils haben in beiden Gesichtsfeldern gleiche Länge. Für die Puncte des andern Theils ergänzen sich die Längenwinkel zu zwei Rechten, sie geben nicht identische, sondern symmetrische Bilder. Die Durchschnittslinie mit der zx Ebene ergiebt sich, wenn man $y = o$ setzt. Es ist dann entweder:

$$z = - x \sin \alpha \operatorname{cotang.} \frac{\gamma}{2}$$

oder:

$$z = + x \sin \alpha \operatorname{tang.} \frac{\gamma}{2}$$

Die erstere Linie ist die von Meissner bei symmetrisch convergirenden Augen gefundene Horopterlinie. Der Drehungswinkel $\frac{\gamma}{2}$ des rechten Auges ist dabei positiv zu setzen, der des linken negativ. Die zweite Linie gibt symmetrische Bilder.

Die Durchschnittslinie des Kegels mit einer Ebene, für welche $x = \text{Const}$, ist eine Ellipse, deren Axen vertical und horizontal liegen. Die beiden Endpuncte der verticalen Axe sind durch die letzten beiden Gleichungen gegeben. Die Länge der verticalen Halbaxe ist: $\frac{x \sin \alpha}{\sin \gamma}$. Die Länge der horizontalen Halbaxe ist: $\frac{x \operatorname{tang} \alpha}{\sin \gamma}$; die letztere ist also die grössere.

Der beschriebene Kegel hat die Eigenthümlichkeit, dass seine Kreisschnitte senkrecht stehen auf einer der beiden Kanten, die in der xz Ebene liegen.

Ist γ, die Differenz der Drehungswinkel, gleich Null, so verwandelt sich die Gleichung 1 in $zx = o$. Es muss also entweder $z = o$ sein, welches die Gleichung der Visirebene ist, oder $x = o$, welches die Gleichung der auf der Halbirungslinie des Gesichtswinkels senkrechten Ebene ist. Der Kegel reducirt sich in diesem Falle auf die beiden Ebenen.

Die Gleichung des Circularhoropters ist im Allgemeinen vom vierten Grade, nämlich in den vorher gebrauchten Coordinaten ausgedrückt folgende:

$$z^2 \left\{ x - \frac{r_1 + r_{11}}{2 \cos \alpha} \right\} \left\{ y - \frac{r_1 - r_{11}}{2 \sin \alpha} \right\} = \left\{ x^2 + y^2 - \frac{r_1 + r_{11}}{2 \cos \alpha} x - \frac{r_1 - r_{11}}{2 \sin \alpha} y \right\} \left\{ - xy + \left(\frac{r_1 - r_{11}}{2} \right) x \sin \alpha + \left(\frac{r_1 + r_{11}}{2} \right) y \cos \alpha \right\} \ldots . \} 2$$

Darin bedeuten r_1 und r_{11} die Entfernungen beider Augen vom Fixationspuncte.

Die Form dieser Fläche kann man in folgender Weise über-sehen: Man bestimme zuerst ihre Durchschnittslinien mit der Visirebene, d. h. man setze $z = o$. Dann ergibt sich aus 2 unmittelbar, dass entweder

$$x^2 + y^2 - \frac{r_I + r_{II}}{2 \cos \alpha} x - \frac{r_I - r_{II}}{2 \sin \alpha} y = o \; \ldots\ldots \Big\} 2\,a$$

sein muss, welches die Gleichung eines Kreises ist, des von J. Müller gefundenen Horopterkreises, der durch den Fixationspunct und die Knotenpuncte beider Augen geht. Denn die Gleichung 2a wird erfüllt durch folgende drei Systeme von Werthen:

$$\begin{array}{ll} x = o & y = o \\ x = r_I \cos \alpha & y = r_I \sin \alpha \\ x = r_{II} \cos \alpha & y = - \sin \alpha. \end{array}$$

Oder aber es muss sein:

$$xy - \left(\frac{r_I - r_{II}}{2}\right) x \sin \alpha - \left(\frac{r_I + r_{II}}{2}\right) y \cos \alpha = o \; \ldots\ldots \Big\} 2b$$

welches die Gleichung einer gleichseitigen Hyperbel ist, deren Mittelpunct im Halbirungspunct der Verbindungslinie der Knotenpuncte beider Augen liegt, deren Asymptoten den Axen der x und y parallel sind.

Diese Hyperbel geht ebenfalls durch den Fixationspunkt und die Knotenpuncte beider Augen, woselbst sie also den Kreis schneidet. Ein vierter Schnittpunkt ist gegeben durch die Werthe:

$$x = \frac{r_I + r_{II}}{2 \cos \alpha} \qquad y = \frac{r_I - r_{II}}{2 \sin \alpha} \; \ldots\ldots \Big\} 2c$$

die sowohl der Gleichung 2a wie 2b genügen. Dieser letztgenannte Punct und der Fixationspunct bilden die Enden eines und desselben Durchmessers des Müller'schen Horopterkreises.

Denkt man nun in dem letztgenannten Puncte ein Loth auf der Visirebene errichtet, und durch dieses Loth Ebenen gelegt, so schneiden alle diese Ebenen die Fläche des Circularhoropter in verticalen Kreisen, deren Mittelpuncte in der Visirebene liegen, und deren horizontale Durchmesser abgegrenzt sind durch den Kreis und die Hyperbel in der Visirebene. Jede durch den Punct, der in Gleichung 2c bestimmt ist, in der Visirebene gezogene Linie schneidet nämlich sowohl den Kreis wie die Hyperbel erstens im Puncte 2c, zweitens in noch einem anderen Puncte. Die beiden letzteren Puncte begrenzen den horizontalen Durchmesser eines solchen Kreisschnitts des Circularhoropters.

Wenn $r_I = r_{II}$ ist, so reducirt sich die Gleichung 2 auf $y = o$ welches die Gleichung der xz Ebene ist, oder

$$z^2 \left(x - \frac{r}{\cos \alpha}\right) = \left(x^2 + y^2 - \frac{r\,x}{\cos \alpha}\right) \left(r \cos \alpha - x\right)$$

welches die Gleichung einer Fläche dritten Grades ist, die die Visirebene in einer geraden Linie, der Verbindungslinie der Knotenpuncte beider Augen, und im Müller'schen Horopterkreise schneidet, und dieselben Kreisschnitte hat, wie die allgemeinere Fläche. Wenn man dem x einen constanten Werth gibt, so erhält man eine Gleichung zweiten Grades zwischen z und y, daher die Durchschnitte eines solchen symmetrischen Circularhoropters mit Ebenen, die auf der Visirebene und der Mittelebene des Kopfes senkrecht stehen, Ellipsen oder Hyperbeln sind.

Endlich ist noch zu bemerken, dass dieser symmetrische Circularhoropter von Ebenen, welche durch die Verbindungslinie der Knotenpunkte beider Augen gelegt sind, deren Gleichung also ist:

$$z = \beta (r \cos \alpha - x)$$

ebenfalls in Kreisen geschnitten wird. Von diesen Kreisschnitten des Circularhoropters fallen zwei gleichzeitig noch zusammen mit zwei Kreisschnitten des Kegels, der den Radialhoropter bildet.

Der Totalhoropter ist diejenige Curve, in welcher sich der Radicalhoropter und der Circularhoropter schneiden. Seine Gestalt ist leicht zu beschreiben, wenn entweder der Fixationspunkt gleich weit von beiden Augen entfernt ist, oder keine Drehung der Augen um die Gesichtslinie stattgefunden hat. In beiden Fällen besteht der Horopter aus einer Kreislinie, welche durch die Knotenpuncte beider Augen geht, und einer geraden Linie, welche in demjenigen Puncte des Kreisumfangs, der gleich weit von beiden Augen entfernt ist, senkrecht auf der Ebene des Kreises steht. Der Fixationspunct liegt im Kreisumfange, wenn die Augen keine Drehung erlitten haben, und er liegt in der geraden Linie, wenn sie symmetrisch gestellt sind, er liegt im Schnittpuncte des Kreises und der geraden Linie, wenn sie gleichzeitig symmetrisch gestellt und nicht gedreht sind.

Sind sie aber assymmetrisch gestellt und gleichzeitig gedreht, so ist die Form des Totalhoropters nicht so einfach. Die Curve besteht dann aus zwei Zweigen, die in der Nähe des Fixationspunctes sich einander nähern, wie die beiden Zweige einer Hyperbel in der Nähe ihres Scheitels.

2. Vortrag des Herrn Dr. Erlenmeyer „über die Constitution des Melampyrins", am 7. Nov. 1862.

Wie Seite 531 der Zeitschrift für Chemie und Pharm. 1862 mitgetheilt wurde, hat Gilmer gefunden, dass der von Laurent aus einer von Madagascar eingeführten Zuckerart dargestellte Dulcit identisch ist mit dem von Hünefeld in Melampyrum nemorosum aufgefundenen und in noch verschiedenen anderen Scrophularineen enthaltenen Melampyrin.

Die Zusammensetzung des Dulcits wurde bisher schon durch die Formel $C_6 H_{14} O_6$ ausgedrückt, die Elementaranalysen, welche Gilmer von dem Melampyrin gemacht hat, lieferten Resultate, welche und deren Summirung führte zu Dreieckszahlen, zu Quadratzahlen und heteromeken Zahlen, die Summirung der Quadratzahlen zum pythagoräischen Lehrsatz. Von diesem selbst aus gelangte man zur Kenntniss der Jurationalzahlen, und namentlich zwei Dreiecke, bei welchen je 2 Seiten rational sind, die dritte irrational ist, spielen bei Plato, bei Aristoteles und bei Euklides eine wichtige Rolle.

Ausser den Quadratzahlen und den heteromeken Zahlen beschäftigte die griechische Arithmetik sich noch mit Flächenzahlen im Allgemeinen, sowie mit Körperzahlen. Flächenzahlen (resp. Körperzahlen) im engeren Sinne nannte man die Producte von 2 (resp. 3) einfachen Faktoren. Die Untersuchung wandte sich nun auf solche einfache Faktoren oder Primzahlen, welche Eratosthenes bereits durch die Methode des Aussiebens zu entdecken lehrte. Zur Zerlegung in Faktoren selbst diente die Einmaleinstabelle, welche dadurch ein integrirender Bestandtheil arithmetischer Schriften wurde. Die Summirung der Faktoren vermittelte die Untersuchungen über vollkommene Zahlen und über befreundete Zahlen. Dieses der Inhalt der eigentlich zahlentheoretischen Kenntnisse der Griechen. Thymaridas und Diophantus schlugen eine mehr algebraische Richtung ein.

13. Vortrag des Herrn Hofrath H. Helmholtz „über die Bewegungen des menschlichen Auges", am 8. Mai 1863.

(Das Manuscript wurde sogleich eingereicht.)

Bei den Bewegungen unseres Auges beabsichtigen wir zunächst nur einen bestimmten Punkt des Gesichtsfeldes zu fixiren, zu welchem Ende das Auge so gestellt werden muss, dass das Bild des zu fixirenden Punktes auf die Netzhautgrube, die Stelle des deutlichsten Sehens, fällt. Dazu ist es genügend, dass wir das Auge um einen gewissen Winkel nach aufwärts oder abwärts, nach rechts oder nach links drehen. Wenn nun aber das Auge die verlangte Stellung erhalten hat, so würde es immer noch möglich sein, dasselbe um die Gesichtslinie zu drehen, ohne dass dadurch das Bild des zu fixirenden Punctes sich von dem Centrum der Netzhautgrube entfernte. Alle Stellungen vielmehr, in welche das Auge durch eine solche Drehung der Gesichtslinie übergeht, würden der obengestellten Forderung gleich gut entsprechen.

Das Problem der Augenbewegungen bezieht sich nun darauf zu bestimmen, welche von diesen durch Drehung um die Gesichtslinie zu erreichenden Stellungen das Auge wirklich einnimmt, und warum es gerade diese einnimmt.

Das erste Gesetz, welches in dieser Beziehung durch Donders und Meissner früheren entgegenstehenden Ansichten gegenüber ermittelt wurde, ist, dass der Grad der Drehung um die Gesichtslinie nur abhängt von der Richtung dieser Linie, relativ zur Lage des Kopfes genommen, und nicht von dem Wege, auf welchem die Gesichtslinie in die betreffende Lage gebracht ist.

Es ist dieses Gesetz von grosser Wichtigkeit für die Orientirung über die Lage der Gegenstände im Gesichtsfelde. Denn wenn wir bei gegebener und constant bleibender Haltung des Kopfes irgend einen Punct des Feldes fixiren, so werden die vertical über oder unter dem fixirten Puncte liegenden anderen Puncte des Gesichtsfeldes stets auf demselben Netzhautmeridiane abgebildet, wie auch das Auge in die betreffende Stellung gekommen sein mag. Wenn das betreffende Gesetz nicht existirte, und das Auge verschiedene Grade der Raddrehung (Drehung um die Gesichtslinie) annehmen könnte, so würden zu verschiedenen Zeiten bei gleicher Stellung der Gesichtslinie verschiedene Netzhautmeridiane in die Lage kommen können, das Bild der vertical über und unter dem fixirten Puncte gelegenen anderen Puncte aufnehmen zu können, und es würde das Bild einer Verticallinie bei gegebener Stellung des Kopfes und des Auges nicht immer demselben Netzhautmeridiane entsprechen. Es würde dadurch zwar nicht unmöglich gemacht werden, die Richtung der Verticallinien im Gesichtsfelde zu bestimmen, aber es müssten viel mehr durch Empfindung gegebene Elemente dabei berücksichtigt werden, nicht blos diejenigen Muskelempfindungen, welche über die Erhebung oder Senkung des Auges, und über seine Rechts- und Linkswendung Aufschluss geben, sondern auch solche, welche den Grad seiner Raddrehung zu erkennen geben. Die Aufgabe der Orientirung im Gesichtsfelde würde also beträchtlich complicirter sein, als sie bei dem wirklich vorhandenen Gesetze der Bewegungen ist.

Wenn das Gesetz dieser Bewegungen den Interessen des binocularen Sehens angepasst sein sollte, so würden wir erwarten müssen, dass diejenigen Netzhautmeridiane, welche einmal in der Visirebene (d. h. in der durch die Gesichtslinien beider Augen gelegten Ebene) enthalten sind, immer darin bleiben müssten. Dann würde es nämlich möglich sein, dass eine Reihe von Puncten dieser Ebene (die des Müller'schen Horopterkreises) auf identischen Stellen beider Netzhäute abgebildet wären, und in den symmetrischen Augenstellungen würde der Fixationspunct zusammenfallen mit dem Kreuzungspunct der geraden Linie und der Kreislinie, welche nach einem früheren Vortrage von mir den Horopter bilden, was vortheilhafter für das Einfachsehen wäre, als wenn diese Puncte nicht coincidiren.

Aber schon die Versuche von Donders zeigten, dass die Interessen des binocularen Einfachsehens bei den Augenbewegungen gar nicht berücksichtigt sind. Dasselbe wurde durch alle späteren Versuche von Meissner, Fick, Recklinghausen, Wundt bestätigt. Man hat desshalb in neuerer Zeit die Ansicht aufgegeben, dass das Gesetz der Augenbewegungen von den Interessen des

Sehens abhänge, und es haben Fick und Wundt nachzuweisen gesucht, dass es nur von der Bequemlichkeit der Augenmuskeln abhänge, indem das Auge stets denjenigen Grad der Raddrehung annehme, der bei der vorhandenen Richtung der Gesichtslinie den Muskeln den geringsten Grad der Anstregung zumuthe.

Es wäre nun auffallend bei einem übrigens seinem Gebrauche so zweckmässig angepassten Organe, wie das Auge, wenn bestimmte Interessen des binocularen Sehens vernachlässigt sein sollten in dem Gesetz der Bewegungen, ohne dass ein anderer optischer Zweck durch die vorhandene Einrichtung erfüllt würde. Da das Wachsthum der Muskeln eines gesunden Körpers überall von den Forderungen, die an ihre Anstrengungen gemacht werden abhängt, und die Muskelgruppen sich also schliesslich immer dem Principe zu accommodiren pflegen, dass die zweckmässigste Art der Bewegung auch die am leichtesten ausführbare ist, so wäre die Uebereinstimmung der Thatsachen mit der von Fick und Wundt vertheidigten Ansicht kein Grund, nicht noch nach einem optischen Principe für die Augenbewegungen zu suchen, und ich glaube in der That ein solches nachweisen zu können.

Das erste an die Spitze gestellte Princip der Bewegungen sichert die Wiederkehr derselben Orientirung des Bildes gegen die Netzhautmeridiane, wenn dieselbe Stellung der Gesichtslinie wiederkehrt. Wir können ein zweites Princip derselben Art aufstellen für die Bewahrung der Orientirung bei Bewegungen des Auges. Indem wir die Gesichtslinie über das Gesichtsfeld gleiten lassen, werden sich die Lichteindrücke auf allen Puncten der Netzhaut verändern. Wir müssen nur Mittel haben zu beurtheilen, dass alle diese Veränderungen des Bildes auf sämmtlichen Theilen der Netzhaut nur von der geänderten Stellung des Auges, nicht von einer Veränderung der Objecte im Gesichtsfelde herrühren.

Bezeichnen wir verschiedene Puncte des Bildes mit A, B, C, D. Es falle A auf die Netzhautgrube die wir mit a bezeichnen wollen, B auf einen Netzhautpunct b, C auf c u. s. w. Wir verschieben jetzt den Fixationspunct ein wenig, so dass das Bild A auf einen anderen unendlich wenig entfernten Netzhautpunct α fällt, B von b nach β rückt, C von c nach γ. Nun wird es am leichtesten constatirt werden können, dass wir es nur mit Verschiebungen des Auges zu thun haben, wenn jedes Mal, so oft das Bild, welches eben den Netzhautpunct a empfand, nach α rückt, auch gleichzeitig der Lichteindruck aus b nach β, der von c nach γ u. s. w. übergeht.

Die mathematische Bedingung für diese Forderung ist, dass der Uebergang des Bildes vom Puncte a nach dem unendlich wenig entfernten α, stets nur durch Drehung um eine bestimmte, relativ zum Auge unveränderlich gelegene Axe erfolgt.

Nimmt man die Forderung des ersten Princips hinzu, dass die Stellung des Auges für jede Richtung der Gesichtslinie unabhängig von dem Wege sein soll, auf dem sie dahin gelangt, so folgt weiter, dass die Bewegung des Fixationspunctes nach irgend einem zweiten unendlich wenig entfernten Puncte des Gesichtsfeldes geschehen muss durch Drehung um eine Axe, welche in einer bestimmten, zum Auge unveränderlich gelegenen Ebene gelegen ist.

Der Beweis für die letztere Behauptung ergibt sich aus dem Satze, dass man die Axenrichtungen unendlich kleiner Drehungen nach der Regel des Parallelogramms der Kräfte zusammensetzen kann; wenn also für zwei Verschiebungsrichtungen die Drehungsaxen gegeben sind, so sind sie darnach für alle anderen Richtungen zu finden, und müssen alle in der durch die ersten beiden Axen gelegten Ebene liegen.

Wenn die Drehungsaxen für alle vorkommenden Bewegungen in einer Ebene liegen sollen, so kann keine Drehung eintreten, die als Componente eine Drehung um eine zur Ebene der Axen senkrecht gestellte Linie lieferte, welche Linie wir nennen wollen die a t r o p e L i n i e des Auges.

Die Forderung des zweiten Princips würde also sein, dass bei aller unendlich kleinen Drehung des Auges keine Drehung desselben um die atrope Linie vorkäme.

Diese Forderung kann, wie wir gesehen haben, für unendlich kleine Verschiebungen des Auges allerdings erfüllt werden, aber nicht immer und nicht vollständig für Verschiebungen von endlicher Grösse, da sich Drehungen um endliche Winkel nicht mehr nach der Regel des Parallelogramms der Kräfte zusammensetzen lassen.

Die ideale Forderung, welche wir für die Bewahrung der Orientirung im Gesichtsfelde bei den Bewegungen des Auges aufgestellt haben, lässt sich also nicht vollständig erfüllen, ohne gegen das erste und oberste Princip der Orientirung in ruhenden Stellungen des Auges zu verstossen. Es kann unsere zweite Forderung nur in so fern berücksichtigt werden, dass ein Gesetz der Augenbewegungen gesucht werden kann, bei dem die Summe aller Abweichungen von diesem Principe ein Minimum ist.

Es ist dies eine Aufgabe, die sich mittels der Variationsrechnung lösen lässt. Bei Ausführung der Rechnung ist aus ähnlichen Gründen, wie sie in der Wahrscheinlichkeitsrechnung bei dem Principe der kleinsten Quadrate entscheiden, nicht die Summe der Drehungen um die atrope Linie, sondern die Summe ihrer Quadrate zu einem Minimum gemacht worden. Das Resultat der Rechnung ergibt folgendes Gesetz:

Es muss eine Stellung des Auges geben, von welcher aus alle unendlich kleinen Bewegungen desselben ohne Drehung um die Gesichtslinie geschehen. Wir nennen diese die P r i m ä r s t e l l u n g, alle anderen Secundärstellungen.

M a n f ü h r e d i e G e s i c h t s l i n i e a u s i h r e r P r i m ä r s t e l l u n g ü b e r i n e i n e S e c u n d ä r s t e l l u n g d a d u r c h, d a s s m a n d a s A u g e u m e i n e f e s t e z u r G e s i c h t s l i n i e s e n k-rechte Axe dreht, so wird dadurch erhalten diejenige Stellung, welche das Auge in der betreffenden Secundärstellung stets anzunehmen hat.

Diese Regel für die Bewegungen des Auges stimmt genau überein mit derjenigen, welche nach einer Mittheilung von Ruete schon von Listing aufgestellt worden ist, ohne dass derselbe jedoch einen Beweis dafür gegeben hat. Ueber die Lage der Primärstellung des Auges ist nichts zu bestimmen, auch fällt die Gesichtslinie nicht nothwendig mit derjenigen Linie zusammen, die wir oben die atrope genannt haben, doch lässt sich als wahrscheinlich vermuthen, wenn man den im Ganzen symmetrischen Bau der Auges berücksichtigt, dass die atrope Linie sich nicht weit von der Gesichtslinie entfernen wird. Auch habe ich mich überzeugt, dass in meinem eigenen Auge diese beiden Linien nicht merklich auseinanderfallen; in diesem Falle liegt die Primärstellung in der Mitte des Gesichtsfeldes

Listing's Gesetz wurde ursprünglich von Meissner acceptirt, später von ihm und andern Beobachtern wieder fallen gelassen, weil es mit den Beobachtungen nicht überein zu stimmen schien. Ich selbst fand das ursprünglich Listing'sche Gesetz für meine eigenen beiden Augen, wie bemerkt vollständig bestätigt, und glaube, dass theils nur die in einigen Augen bestehende Abweichung der Primärstellung von der Mitte des Gesichtsfeldes, theils ungeeignete Beobachtungsmethode, theils auch vielleicht die mit der Kurzsichtigkeit verbundene Verschiebung des Drehpuncts des Auges, es verhindert haben, dass die übrigen Beobachter dasselbe Resultat gewannen.

Man hat hauptsächlich drei Methoden zur Bestimmung der Augenstellungen angewendet: 1) Nachbilder, 2) Doppelbilder, 3) den blinden Fleck.

Die Beobachtung der Nachbilder ist allein geeignet die nöthige Genauigkeit der Messungen zu gewähren, und ich glaube, dass sie bei geeignetem Verfahren, worüber Wundt schon gute Regeln gegeben hat, auch den meisten Augen gelingen wird. Der von Meissner angewendeten Methode der Doppelbilder liegt die Voraussetzung zum Grunde, dass beim Fernsehen und paralleler Richtung der Augen die beiden verticalen Netzhautmeridiane identische Netzhautstellen enthalten müssen. So natürlich diese Voraussetzung erscheinen mag, so ist sie doch nicht richtig, indem auch unendlich entfernte senkrechte Linien bei jeder Haltung des Kopfes in nicht parallelen Doppelbildern erscheinen. Die Beobachtung der Stellungen des blinden Flecks scheint zu geringe Genauigkeit zuzulassen.

Ein sehr wesentliches Erforderniss bei diesen Beobachtungen, dessen Erfüllung, wie mir scheint, bei den bisherigen Versuchen nicht immer genügend gesichert war, ist es, dass der Kopf stets genau in dieselbe Stellung zu dem beobachteten Objecte gebracht werde. Um das zu erreichen habe ich ein Brettchen, welches mit einem Ausschnitt für die Zähne versehen war, und diesen umschliessend Abdrücke der Zahnreihen in Siegellack enthielt, ausserdem noch passende Visirzeichen trug, zwischen die Zähne genommen. Die Stellung dieses Brettchens und der Visirzeichen die es trägt, gegen den Kopf ist unverrückbar, und indem man die Visirzeichen auf das betrachtete Object einstellt, sichert man die Beibehaltung und das Wiederauffinden einer identischen Kopfhaltung.

Auf einer grauen Tafel wird ein System horizontaler und verticaler Linien gezogen, in deren Mitte ein farbiger Streif befestigt, parallel den Verticallinien. Dieser wird fixirt, dann der Blick nach einer anderen Stelle der Tafel gewendet, wo nun das Nachbild erscheint, und seine Lage mit der Richtung der Coordinatenlinien verglichen werden kann.

Man sucht zuerst die Primärstellung des Auges, welche man daran erkennt, dass von ihr aus das Nachbild der verticalen Linie genau vertical oder horizontal verschoben sich selbst parallel bleibt.

Nachdem ich die Primärstellung des Auges gefunden hatte, und meine Visirzeichen so fixirt hatte, dass ich sie stets wiederfinden konnte, stellte ich die Tafel mit den Linien schief, aber so, dass sie senkrecht gegen die Primärstellung der Gesichtslinie blieb. Wenn ich nun das Bild der farbigen Linie wieder entweder parallel ihrer jetzigen Richtung, oder senkrecht gegen diese Richtung verschob, blieb es wiederum der ursprünglichen Richtung jener Linie parallel. Dadurch war für mein Auge die Richtigkeit des Listing'schen Gesetzes erwiesen.

Eine Reihe Messungen über Stellung der Nachbilder hat Wundt gegeben, welche beim ersten Anblick stark vom Listing'schen Gesetze abweichen. Indessen passen sie mit Ausnahme einiger extremen Stellungen ziemlich gut unter dieses Gesetz, wenn man die Primärstellung richtig wählt, welche etwa 13° tiefer und 8° nach aussen, von dem Puncte des Gesichtsfeldes liegt, den Wundt als Nullpunct der Drehungen angenommen hat.

Dass übrigens die Abweichungen von den Forderungen des von mir aufgestellten zweiten Princips, welche nicht ganz vermieden werden können, wirklich die Sicherheit der Orientirung im Gesichtsfelde beeinträchtigen zeigt sich, wenn man mit dem Blicke an einer geraden Linie entlang geht, die entweder weit nach rechts oder weit nach links, oder weit nach oben, oder weit nach unten von der Primärstellung sich befindet. Solche Linien erscheinen dann immer concav gegen die Mitte des Gesichtsfeldes zu sein, was sich daraus erklärt, dass das Auge bei einer solchen Bewegung Raddrehungen ausführt, welche als Drehungen der verschiedenen Theile des Objects gegen einander in das im Gesichtsfelde projicirt werden.

fallenen Wunder aufzuzählen, berichtet von einem Steinregen, der dort zwei Tage lang während des zweiten punischen Krieges gefallen sei. Dass übrigens Spuren vulkanischer Thätigkeit wirklich in die historische Zeit reichen, dürfen wir aus Plinius schliessen, der, vielleicht übertreibend, erzählt, dass der Rand des Sees von Albano so heiss gewesen sei, dass man Holzkohlen dort habe entzünden können.

7. Vortrag des Herrn Hofrath Helmholtz „über den Horopter", am 4. Dezember 1863.

(Das Manuscript wurde sogleich eingereicht.)

Der Vortragende hat bei einer früheren Gelegenheit die mathematische Theorie des Horopter auseinandergesetzt, bei welcher er aber, wie das bisher allgemein geschehen war, angenommen hatte, dass identische Netzhautstellen in der Primärstellung beider Augen solche wären, auf denen das Bild desselben unendlich weit entfernten Punktes entworfen würde. In diesem Falle wäre der Horopter bei parallelen Sehaxen eine unendlich entfernte Fläche gewesen. Nun ist aber zuerst von Recklinghausen eine merkwürdige Assymmetrie in der Vertheilung der identischen Netzhautsstellen in beiden Augen nachgewiesen worden. Wenn wir nämlich eine horizontale Linie ziehen, und bei Betrachtung derselben mit dem rechten Auge dazu eine zweite, welche die erstere in einem rechten Winkel zu schneiden scheint, so genau als wir dies nach dem Augenmass ausführen können, so ist in Wirklichkeit die Verticallinie nicht normal zur andern, sondern der nach oben und rechts gekehrte Winkel beträgt nur etwa 89 Grad. Wenn wir dagegen mit dem linken Auge die Zeichnung betrachten, während wir die Verticallinie ziehen, so machen wir den nach links und oben sehenden Winkel zu klein. Weiter finden wir, dass zwei solche Meridiane im Gesichtsfelde, welche unter etwa 1^0 gegen die wirkliche Verticale nach aussen geneigt sind, identische Puncte enthalten. Es lässt sich das theils nach der Methode von Meissner ermitteln, indem man die Lage eines Stabes sucht, in der wenig von einander entfernte Doppelbilder desselben einfach erscheinen; besser noch, wenn man Zeichnungen, in denen man in gleichen Abständen von einander theils horizontale Linien, theils nahehin verticale Linien gezogen hat, und von denen die eine schwarz auf weissem Grunde, die andere weiss auf schwarzem Grunde ausgeführt ist, stereoskopisch zum Decken bringt. Ob die weissen mit den schwarzen Linien genau coincidiren, lässt sich dabei leicht erkennen. Die horizontalen Linien, von denen die eine in der Verlängerung der andern liegt, coincidiren bei parallel gerichteten Gesichtslinien und unermüdeten Augen genau, wie der Vortragende gegen Volkmann behaupten muss; aber allerdings finden sie sich auch divergent, wenn die Augen vorher eine Zeit lang nach unten convergirt haben.

Aus dem beschriebenen Versuche lässt sich nun folgende neue Definition identischer Stellen in beiden Gesichtsfeldern ableiten. Man lege durch beide Gesichtslinien eine Ebene, während dieselben parallel der Medianebene in die Ferne gerichtet sind. Den Durchschnitt dieser Ebene mit jedem Auge, den wir im Auge fest denken, nennen wir den Netzhauthorizont. Durch die Gesichtslinie jedes Auges lege man ferner eine Ebene in der Richtung, dass sie dem betreffenden Auge normal zum Netzhauthorizonte erscheint, die Ebene des scheinbar verticalen Meridians. In dieser letztgenannten Ebene und im Netzhauthorizonte errichte man je ein Loth zur Gesichtslinie im Drehpunkte des Auges, die Aequatorialaxe des Netzhauthorizonts und des scheinbar verticalen Meridians. Man denke durch jeden Punct des Gesichtsfeldes und die genannten beiden Axen Ebenen gelegt. Die Winkel, welche die durch die Axe des Netzhauthorizonts gelegten Ebenen mit diesem einschliessen, nennen wir Höhenwinkel, die welche die durch die Axe des scheinbar verticalen Meridians gelegten mit diesem einschliessen, nennen wir Breitenwinkel. Dann sind als identisch zu erklären Puncte, welche in beiden Augen gleiche Höhenwinkel und gleiche Breitenwinkel haben.

Unter diesen Umständen werden nun auch die Formen des Horopters ganz andere, als früher gefunden war. Im Allgemeinen ergibt sich der Horopter als eine Linie doppelter Krümmung, die als die Schnittlinie zweier Flächen zweiten Grades dargestellt werden kann. Nur in dem Falle, wo beide Augen parallel der Medianebene des Kopfes in unendliche Ferne sehen, ist der Horopter eine Ebene, welche unterhalb der Visirebene und dieser parallel läuft. Wenn der Beobachter steht, und horizontal nach dem Horizont hinaus blickt, ist diese Horopterebene eine durch die Füsse des Beobachters gelegte Horizontalebene.

Wenn die Augen in der Primärstellung der Visirebene seitwärts convergiren, ist der Horopter der von J. Müller angegebene Kreis, der durch den Fixationspunct und die Drehpunkte beider Augen geht, und eine gerade Linie, die nicht durch den Fixationspunct geht, ausser wenn dieser in der Medianebene liegt.

Wenn der Fixationspunct in der Medianebene liegt, ist der Horopter die von Meissner gefundene geneigte Linie, und ein Kegelschnitt, der durch die Drehpunkte beider Augen aber nicht durch den Fixationspunct geht.

Die Bedeutung der Thatsache, dass die Horopterfläche unter den oben genannten Bedingungen mit der Fussbodenfläche zusammenfällt, liegt darin, dass wir bei weitem am genauesten das Relief solcher Flächen erkennen, die sich nicht weit vom Horopter entfernen, und dass wir daher, auf ebenem Boden stehend, die körperlichen Dimensionen der Bodenfläche von allen Gegenständen der

Landschaft verhältnissmässig am genauesten erkennen. Wenn wir entweder mit umgewendetem Kopfe oder durch umkehrend spiegelnde rechtwinkelige Prismen die Landschaft betrachten, so erkennen wir das Relief und die Entfernungen namentlich auf den entfernteren Stellen der Bodenfläche lange nicht so gut, wie bei natürlichem Anblicke derselben. Und dass dies abhängt von der Lage der Netzhautbilder auf unserer Netzhaut, lässt sich dadurch erweisen, dass wie ich gefunden habe, das natürliche richtige Ansehen der Bodenfläche wieder eintritt, wenn man gleichzeitig den Kopf und das Bild umkehrt, also durch Reversionsprismen und zwischen den Beinen hindurch die Gegend betrachtet Die scheinbare Farbenveränderung der Landschaft bei der Betrachtung durch Reversionsprismen oder bei umgekehrter Lage des Kopfes schwindet ebenfalls wenn man beides verbindet. Sie erklärt sich daraus, dass, wenn die richtige Beurtheilung der Ferne schwindet, zu der die Farbenveränderung gehört, der Einfluss der Luft auf die Farben uns in ungewöhnlicher Weise auffällt.

Andrerseits kann man sich auch durch die Betrachtung schwach winklig gebogener Drähte überzeugen, dass man deren Biegungen sehr gut erkennt, wenn sie nahehin in der Horopterlinie liegen, viel schlechter dagegen, wenn sie diese unter einem grossen Winkel schneiden.

8. Vortrag des Herrn Prof. H. A. Pagenstecher: „über das Gesetz der Erzeugung der Geschlechter nach M. Thury", am 18. Dezember 1863.

In Betreff der in diesem Vortrage gegebenen Mittheilungen über die höchst interessanten Erfahrungen Thury's in Erzeugung des weiblichen Geschlechtes bei zeitiger, des männlichen bei später Befruchtung des Eis und die auf diese begründete Theorie Thury's von einem anfänglich weiblichen, dann männlichen Entwicklungszustande des Keimes, welcher in der jedesmaligen Form durch die Befruchtung befestigt wird, kann auf die besonders erschienene Schrift des Vortragenden verwiesen werden. (Ueber das Gesetz der Erzeugung der Geschlechter bei den Pflanzen, den Thieren and den Menschen von M. Thury, übersetzt und mit einer kritischen Bearbeitung herausgegeben von Dr. H. A. Pagenstecher, Leipzig, Engelmann 1864).

Spätere Anmerkung.

Die Verzögerung des Druckes dieses Heftes der Verhandlungen setzt uns in den Stand mit einigen Worten auf das einzugehen, was Herr Thury so eben zur Vertheidigung seiner Theorie gegen die von uns erhobenen Einwendungen veröffentlicht hat. (Bibliothèque universelle et revue Suisse, Archives des sciences physiques et naturelles XIX. Nr. 75. Mars 1864. p. 223). Wir thun das schwillt an der Spitze etwas an und trägt über dieser die lange feine Kralle, über welcher eine starke Borste steht; zwei weitere Borsten findet man an den zwei vorausgehenden Gliedern. Eine Fiederborste besitzt nur das Krallenglied des ersten Fusspaares.

Der Mundkegel ist unter dem Vorderrande des Rückens angesetzt. An der Unterseite ist das Kinn (innerer Maxillarlappen von beiden Seiten verschmolzen) spitz vorgezogen. Zu seinen Seiten liegen die wenigstens drei deutliche Glieder zeigenden Maxillartaster, gestreckt und in eine starke Borste endend, zwischen ihnen das Mundrohr, in welchem weitere Organe nicht deutlich wurden.

Am 13. Mai waren die Gallen schon viel zahlreicher und zum Theil deutlich nagelförmig.

Es erscheint hiernach gewiss, dass einzelne Exemplare von Phytoptus tiliarum, wahrscheinlich nur befruchtete Weibchen, an geschützten Stellen, unter Rinde, im Moose an den Stämmen, vielleicht selbst unter den abgefallenen Blättern am Boden überwintern; Ende April und Anfang Mai, wenn die jungen Lindenblätter ausbrechen, in verhältnissmässig grosser Lebendigkeit umherlaufen, bis sie eine neue geeignete Wohnstätte finden, und dort durch den Reiz der Verletzung des Blattes die Gallenbildung erregen. Die fernere Entwicklung dieser Gallen wird dann befördert durch den neuen Reiz, welchen die aus in diesen Nester abgelegten Eiern ausschlüpfende Brut veranlasst. Die Phytoptus sind wahrhaft pflanzenparasitische Milben.

3. Vortrag des Herrn Hofrath H. Helmholtz „Ueber Muskelgeräusch", am 27. Mai 1864.

(Das Manuscript wurde sofort eingereicht.)

In jedem dauernd und gleichmässig contrahirten Muskel wird ein eigenthümliches Geräusch gehört, welches man Muskelgeräusch genannt hat. Seine Existenz bei anhaltend gleichmässiger Spannung des Muskels ist oft bezweifelt worden, man hat es von der Reibung des Muskels an den benachbarten Theilen und dieser an einander herleiten wollen, wie sie bei wechselndem Grade der Verkürzung des Muskels wohl eintreten könnten, theils auch von ungeschickter Beobachtung, von der Reibung des Ohrs des Beobachters an der Haut des Beobachteten oder am Stethoskop.

Der Vortragende fand, dass, wenn man die Ohren verstopft mit Pfröpfen von Siegellack oder von nassem Papier, man sehr deutlich die Muskelgeräusche aus den eigenen Kopfmuskeln hören kann. Namentlich die Kaumuskeln geben ein sehr kräftiges Geräusch, aber auch die oberflächlichen Halsmuskeln, die Schliessmuskeln der Augen und des Mundes, und andere Gesichtsmuskeln, ebenso die der Zunge und des Gaumens sind deutlich hörbar. Der Schall, den die schwächeren Muskeln hervorbringen ist ein ziemlich musikalischer, sehr tiefer dröhnender Ton, dessen Tonhöhe, nach den von mir bestätigten Versuchen von S. Haughton, soweit dies durch das Ohr beurtheilt werden kann, ungefähr dem C_{-1} von 33 Schwingungen entspricht. Die kräftigeren Kaumuskeln bringen neben diesem Tone noch ein starkes höheres Zischen hervor, dessen Stärke mit zunehmender Stärke der Zusammenziehung steigt.

Bei diesen Versuchen fallen alle die Fehlerquellen weg, auf welche man sich berufen hat, um die Existenz des Muskelgeräusches zweifelhaft zu machen. Sie beweisen also zunächst, dass der dauernd contrahirte Muskel einen dauernden Schall hervorbringt.

Aehnliche Versuche habe ich gemacht, indem ich den Musculus Masseter nicht durch den Willen, sondern mittels inducirter electrischer Ströme in Contraction setzte, welche durch einen Inductionsapparat mit schwingender Feder hervorgerufen waren. Dabei hörte ich, sobald mein Masseter in starke Spannung kam, laut und deutlich den Ton der stromunterbrechenden Feder aus meinem Muskel. Die Zahl der Schwingungen der Feder konnte bis auf 130 in der Secunde gesteigert werden.

Dieselben Beobachtungen können nun auch gemacht werden an den Armmuskeln eines anderen Individuum, wenn man mit dem Stethoskop deren Muskelton zu vernehmen sucht, und die Muskeln durch Inductionsströme in Zusammenziehung bringt. Nur hört man den Ton nicht so stark und deutlich, wie bei der Tetanisirung des eigenen Masseter.

Dabei könnte man glauben, dass die Muskeln etwa durch die electrischen Ströme direct zum Tönen gebracht würden, wie dies bei gespannten Saiten der Fall ist. Dem widerspricht endlich eine dritte Form des Versuchs, wobei ich die Inductionsströme durch den Nervus medianus am Oberarm gehen liess, und dadurch die Beugemuskeln am Vorderarm in Contraction setzte. Auch hier gaben die gespannten Muskeln den Ton der stromunterbrechenden Feder wieder, trotzdem die electrischen Ströme gar nicht durch die tönenden Muskeln gingen, und auch zu schwach waren um direct ohne Vermittelung des Nerven die Muskeln zu erregen. Wenn die über dem Nerven aufgesetzten Electroden nur ganz wenig seitwärts verrückt wurden, dass die electrische Wirkung auf den Nerven zu gering wurde, um Tetanus der Vorderarmmuskeln zu geben so hörte der Strom auf.

Daraus folgt, dass der Nerv im Stande war, so viel einzelne und getrennte Impulse, als der electrische Strom auf ihn ausübte, einzeln zum Muskel zu leiten, und in diesem entsprechende Veränderungen hervorzurufen.

Dagegen ist eine gelegentliche Beobachtung von E. du Bois-Reymond gemacht, wonach Kaninchen, tetanisirt durch electrische Ströme vom Rückenmark aus, einen viel tieferen dröhnenden Ton gaben, als die Feder des Magnetelectromotors, wonach also bei der Leitung am Rückenmark die Periode der Erregung nicht bewahrt zu werden scheint, sondern dieses Organ, gereizt, die ihm eigenthümliche Periode der Erregung hervorbringt.

Dass dauernd contrahirte Muskeln nicht in einem Zustande eines ruhenden Gleichgewichts sich befinden, konnte schon aus der Erscheinung des secundären Tetanus geschlossen werden, in den ein Froschmuskel verfällt, dessen Nerv Querschnitt und Längsschnitt des contrahirten Muskels berührt. Aber über die Zahl der Schwankungen des Muskelstroms konnte dabei nichts ermittelt werden. Denn wenn es auch wahrscheinlich erscheinen mochte, dass jeder Schwankung des erregenden Stroms eine solche des Muskelstroms entspreche, so hätten doch zur Erregung eines anhaltenden secundären Tetanus etwa 10 Schwankungen des Muskelstroms in der Secunde zugereicht. Für die Theorie der electrischen Wirkung der Muskeln und Nerven aber ist ihre grosse Veränderlichkeit eine wichtige Thatsache, denn auf ihr beruht wesentlich der Beweis, dass diese Wirkungen von sehr beweglichen kleinsten electromotorischen Molekulen herrühren.

4. Vortrag des Herrn Professor Nuhn „Ueber seltene Missbildung des Herzen", am 10. Juni 1864.

5. Mittheilungen des Herrn Prof. H. A. Pagenstecher „Ueber ungeschlechtliche Vermehrung bei Fliegenmaden", am 10. Juni 1864.

Vor kurzem sind von Herrn Professor Wagner in Kasan Mittheilungen über die Erzeugung von junger Brut in Fliegenlarven gemacht worden. Die betreffenden Larven waren unter der Rinde von Ulmen gefunden worden. Ein weiterer Fall von diesem höchst beachtenswerthen Vorgang ist mir bei Fliegenlarven vorgekommen, welche ich in Pressrückständen einer Rübenzuckerfabrik bei Kalbe entdeckte. Von den Larven Wagners sind diese durch alleiniges Vorkommen eines Stachelbesatzes am Vorderrande und der Bauchseite des fünften bis dreizehnten Segmentes, sowie dadurch verschieden, dass sie nur die Hälfte der Länge jener besitzen. Sie erzeugen nur bis fünf Junge in sich, vermittelst einer Ablösung kleiner Keime, an einer nicht sicher nachzuweisenden Stelle, welche dann zu grossen Eiern auswachsen. Die Embryonalentwicklung geht wie unter gewöhnlichen Verhältnissen vor sich. Leider genügte das Material nicht, um die einschlagenden Fragen vollständig zu lösen. Genauere Beschreibung und Zeichnungen werden demnächst in der Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie erscheinen*).

*) Band XIV. Heft 4.

gische Anatomie und Physiologie und für klinische Medizin. 33. Band. 1865.

4. Vortrag des Herrn Hofrath H. Helmholtz: »Ueber den Einfluss der Raddrehung der Augen auf die Projection der Retinalbilder nach Aussen«, am 25. November 1864.

(Das Manuscript wurde am 10. März 1865 eingereicht.)

Die Regel, dass die gesehenen Objecte in Richtung der Visirlinien des Auges nach Aussen projicirt werden, erleidet gewisse Ausnahmen. Wenn man bei parallel gestellten Gesichtslinien ein nicht unendlich weit entferntes Object betrachtet, so sieht man dieses in Doppelbildern, und doch, wie namentlich Hr. E. Hering neuerlich mit Recht hervorgehoben hat, in natürlicher Grösse und Entfernung vom Auge, woraus nothwendig folgt, dass diese Doppelbilder in falscher Richtung projicirt werden. Wenn man ein entferntes Object mit einem Auge fixirt, während das andere geschlossen ist, und man dann ohne die Fixationsrichtung des offenen Auges zu verändern, die Convergenz beider Augen vermehrt, so tritt eine Scheinbewegung der fixirten Objecte nach der Seite des offenen Auges hin ein. Herr E. Hering hat den hierher gehörigen Erscheinungen den empirischen Ausdruck gegeben, dass wir die Objecte so projiciren, als wenn die Netzhautbilder sich in einem in der Mitte zwischen beiden wirklichen Augen gelegenen ideellen Auge befänden, dessen Gesichtslinie nach dem Convergenzpunkt der beiden wirklichen Gesichtslinien gerichtet wäre.

Der Vortragende glaubt, dass diese Erscheinungen zu erklären sind daraus, dass wir beim gewöhnlichen Sehen keine bewusste Trennung der Eindrücke beider Augen vollziehen, und die Richtung der Gegenstände daher auch nicht auf je ein oder das andere Auge, sondern auf den Kopf und dessen Mittelebene beziehen lernen.

In Beziehung dagegen auf die Raddrehungen der Augen geht Herr E. Hering von der Annahme aus, dass die Projection der Objecte immer so vollführt wird, als ob gar keine Raddrehung da wäre. In dieser Beziehung verhält es sich indessen ganz ähnlich, wie bei den Seitenbewegungen der Augen. Der Vortragende hat gefunden, dass wenn er mit parallelen Gesichtslinien durch schwarze Röhren sieht, und einen bezeichneten Durchmesser derselben vertical zu stellen sucht, er ihn auch bei secundären und tertiären Stellungen der Gesichtslinien so stellt, dass er einen verticalen Faden deckt; nicht aber, wenn er dasselbe mit convergenten Gesichtslinien thut. Auch hier tritt eine auffallende scheinbare Lagenänderung eines solchen Durchmessers ein, wenn man mit einem Auge durch die Röhre bei parallelen Gesichtslinien blickt, und den Durchmesser horizontal oder vertical stellt, dann die Augen bei ungeänderter Richtung des fixirenden Auges zur Convergenz bringt.

Es lassen sich auch hier die Erscheinungen im Ganzen so beschreiben, dass man die Objecte so sieht, wie das Hering'sche ideelle Cyclopenauge sie sehen würde, wenn es die normalen Drehungen eines Auges mitmachte, welches auf den Convergenzpunkt der beiden Gesichtslinien gerichtet ist, und dessen Drehung also immer nahehin dem Mittel aus den Raddrehungen beider Augen zusammen genommen entsprechen würde.

Der Vortragende hatte früher diesen Einfluss der Convergenz nicht bemerkt. Der Versuch über die scheinbare Concavität von geraden Linien die mit stark seitlich gewendeten oder stark gehobenem oder gesenktem Blicke durchlaufen werden, gelingt desto besser, je näher sie dem Beobachter sind, je grössere Convergenz sie also fordern, während bei sehr weit entfernten geraden Linien die Täuschung schwindet.

5. Vortrag des Herrn Dr. C. W. C. Fuchs: »Ueber die Entstehung der Westküste von Neapel«, am 9. Dez. 1864.

(Das Manuscript wurde am 27. Januar 1865 eingereicht.)

Längs der Westseite der ganzen Halbinsel von Italien, etwa vom Gebiete des Arno im Norden bis zum südlichen Ende des Golfes von Neapel, zieht sich eine Vulkanreihe hin. Weiter im Süden schliessen sich dann ungefähr in derselben Richtung die Vulkane der liparischen Inseln an und schliesslich der Aetna. Die Richtung dieser Vulkanreihe, sowohl der ganzen, als auch derjenigen des Festlandes, stimmt nicht ganz mit dem Verlaufe und der Richtung der Apenninenkette überein, sondern erweist sich vielmehr davon unabhängig. Die Vulkanreihe der Halbinsel bezeichnet die Lage und die Form der alten Westküste und besitzt aus diesem Grunde die Gestalt einer Reihe auf der ganzen, oben näher bezeichneten Ausdehnung. Nur an einer Stelle ist dieselbe unterbrochen, allerdings nur durch eine Strecke von geringer Breite, nämlich durch die pontinischen Sümpfe. Durch die niedrige Fläche der pontinischen Sümpfe wird darum die Vulkanmasse des Festlandes in zwei Gruppen oder in zwei Einzel-Reihen, die von Mittelitalien und die von Süditalien getrennt. Beide sind durchaus ähnlich und bieten selbst in Einzelheiten auffallende Analogien dar.

Die Vulkane Mittelitaliens waren ursprünglich submarine. Die ganze Landstrecke, welche sich vom Westabfall der Apenninen bis zum Meere ausdehnt, war ursprünglich nicht vorhanden, sondern an dem Fusse der Apenninen brach sich die Brandung des Meeres. Da entstanden auf dem Boden des Meeres, in der Nähe der Küste zahlreiche Vulkane, welche mit ihren Eruptionsprodukten durch häufige Eruptionen den Meeresgrund bedeckten und allmählig soweit erhöhten, dass er nicht mehr von Wasser bedeckt wurde. Es entstand dadurch ein schmaler, von Nord nach Süd sich erstrecken-

1) Die Spiegelung gibt uns Aufschluss über die Glätte und Formveränderung der Trennungsflächen.

2) Die Irisfläche erscheint wellig bei umschriebenen Krümmungsänderungen, z. B. beim Keratoconus.

3) Mit Fokalbeleuchtung sieht man: a) die Flecken, Erhabenheiten und Vertiefungen direkt. b) Vertiefungen werfen einen dunklen punkt- oder fleckförmigen Schatten auf die Iris. c) Erhabenheiten dagegen erzeugen darauf einen lichten Punkt umgeben von einem dunkeln Ring.

4) Mit dem Cornealmikroskop, namentlich dem stereoskopischen, erhielt ich von Hornhautunebenheiten und Linsenschrumpfung sehr anschauliche Reliefbilder.

5) Das Ophthalmometer lässt uns in manchen Fällen, z. B. dem Keratoconus, die Form der abnormen Krümmung bestimmen.

6) Der Augenspiegel ist das wichtigste diagnostische Hilfsmittel. Dem Untersucher erscheinen dabei die Gegenstände im Auge des Beobachteten unter ganz ähnlichen Formveränderungen, wie dem beobachteten Auge die Dinge der Aussenwelt; z. B. Netzhautgefässe erscheinen uns doppelt bei Patienten mit Diplopie u. dgl.

Von den Augenspiegelergebnissen nenne ich folgende: a) das Hornhautreflexbild erscheint verkleinert bei Erhabenheiten, vergrössert bei Abflachung, als heller Lichtpunkt mit dem Beobachter entgegengesetzten Bewegungen bei Vertiefungen. b) Ring- oder sichelförmlige Schatten im gewöhnlich beleuchteten Pupillarfelde bei Keratectasie, was theils von Lichtzerstreuung, theils von totaler Reflexion an der Uebergangsstelle des normal gekrümmten Hornhaut in den Kegel herrühren mag. c) Ophthalmoskopische Metamorphopsie. Die Papille erscheint unregelmässig. Gerade Linien im Auge erscheinen krumm. d) Ophthalmoskopische Parallaxe. Hin- und Herspringen der Gefässe bei Bewegungen des Kopfes oder der Convexlinse, herrührend von der verschiedenen Vergrösserung, unter welcher die einzelnen Theile des Augengrundes erscheinen. e) Ophthalmoskopische Diplopie und Polyopie; sie zeigt sich in paralleler oder gabelförmiger Verdoppelung der Netzhautgefässe.

9. Vortrag von Herrn Hofrath Helmholtz: »Ueber die Augenbewegungen«, am 13. Januar 1865.

(Das Manuscript wurde sofort eingereicht.)

Unter gewöhnlichen Verhältnissen können normale Augen sich nur so bewegen, wie sie sich bewegen müssen, um beide einen und denselben Punkt zu fixiren und deutlich zu sehen. Sie können also nur gleichzeitig gehoben und gesenkt werden, je nachdem der

Fixationspunct hoch oder tief liegt, aber es kann nicht ein Auge nach oben, das andere nach unten blicken. Beide Augen können gleichzeitig nach rechts, oder gleichzeitig nach links bewegt werden, je nachdem der Fixationspunkt rechts oder links liegt, auch können sie convergent gestellt werden, um einen nahen Punct zu fixiren, so dass das rechte Auge nach links, das linke nach rechts gewendet ist, aber sie können im Allgemeinen nicht divergent gestellt werden. Endlich ist der Grad der Accommodation auch immer von dem Grade der Convergenz abhängig; normale Augen sind fortdauernd accommodirt für den Convergenzpunkt ihrer Gesichtslinien.

Da nun die Bewegungen jedes Auges und ebenso die Accommodationsänderungen jedes Auges durch Muskelgruppen ausgeführt werden, welche von einander ganz unabhängig sind, so glaubte man den Zwang, welcher sich bei der Combination der genannten Bewegungsweisen geltend macht, auf das Princip der Mitbewegungen zurückführen zu dürfen, das heisst, man nahm an, dass die Wege der Nervenleitung zu den Muskeln in der Weise verbunden seien, dass nur die genannten bestimmten Bewegungsgruppen entstehen könnten.

Eine Reihe neuerer Erfahrungen widerspricht dieser Annahme. Erstens wenn man eine Brille vor die Augen setzt, ist man gezwungen, um deutlich und einfach zu sehen, die frühere Convergenz für ein Object in gewisser Entfernung beizubehalten, aber einen anderen Accommodationsgrad damit zu verbinden. Aehnliches geschieht oft bei der Betrachtung stereoskopischer Bilder. Anfangs ist eine solche neue Combination von Convergenz und Accommodation sehr unbequem, aber bald gewöhnt man sich an dieselbe, und fühlt im Gegentheil Unbequemlichkeiten, wenn man den natürlichen Zustand wiederherstellt.

Ebenso ist es verhältnissmässig leicht mittels stereoskopischer Bilder, die man allmälig von einander entfernt, während man sie fixirt, Divergenz zu erreichen. Dasselbe erreicht man auch leicht, wenn man ein schwach brechendes Prisma, die brechende Kante nach der Schläfenseite gewendet, vor das Auge bringt, und erst nahe, dann immer fernere und fernere Gegenstände betrachtet. Sehr entfernte Gegenstände können unter diesen Umständen nur einfach erscheinen, wenn die Gesichtslinien divergiren.

Endlich hat Donders gefunden, und habe ich selbst diese Versuche bestätigt, dass man auch lernen kann, das eine Auge nach oben, das andere nach unten zu richten, wenn man ein schwach brechendes Prisma vor ein Auge nimmt, zuerst mit der brechenden Kante nach innen, und dann sehr langsam diese allmälig nach unten oder oben dreht. Man muss mit der Drehung aufhören, so bald man anfängt Doppelbilder zu sehen, und nicht eher fortfahren, als bis diese wieder vollständig verschwunden sind. Nimmt man das Prisma dann vom Auge fort, so sieht man nun mit freien Augen über einander stehende Doppelbilder, die sich aber nach wenigen Sekunden wieder vereinigen, zum Zeichen, dass die Augen in ihre alte normale Stellung zurückgekehrt sind.

Diese Versuche lassen schliessen, dass der Zwang in der Combination der verschiedenen Augenbewegungen nur davon herrührt, dass wir die Intention unseres Willens auf keinen anderen Zweck richten können als den, ein bestimmtes Object einfach und deutlich zu sehen, und dass wir desshalb abnorme Augenbewegungen ausführen lernen, sobald wir die Augen unter abnormen Bedingungen sehen lassen.

Nun besteht noch ein anderes zwingendes Gesetz bei den Augenbewegungen. Nämlich bei parallelen Gesichtslinien ist auch die Raddrehung jedes Auges (Drehung um die Gesichtslinie) in bestimmter Weise abhängig von der Richtung der Gesichtslinien. Das sich hierauf beziehende Gesetz von Listing habe ich selbst durch eine einfache Form der Beobachtung zu bestätigen gesucht, und darüber früher in unserm Verein gesprochen. Sobald unsere Augen eine bestimmte Richtung ihres Blickes angenommen haben, ist dadurch eine bestimmte Stellung derselben gegeben, und wir können dann nicht willkührlich eine Raddrehung derselben um die Gesichtslinie ausführen.

Man konnte nun schon früher als sehr wahrscheinlich annehmen, dass der Zwang in diesem Falle, wie in den früheren nur herrührt von der mangelnden Fähigkeit, die entsprechende Willensintention zu bilden, und in diesem Sinne habe ich selbst eine Theorie für den Ursprung des Listing'schen Gesetzes aufgestellt, in der es als Resultat der Einübung betrachtet und hergeleitet wird aus dem Bedürfniss einer möglichst sicheren Orientirung über die Lage der gesehenen Objecte. Ich habe jetzt einen Versuch gefunden, durch welchen man dies direct erweisen kann.

Wenn man durch ein rechtwinkeliges Glasprisma parallel seiner Hypotenusenfläche blickt, welche wir als horizontal gerichtet annehmen wollen, so sieht man die jenseits gelegenen Objecte in natürlicher Grösse und ohne farbige Ränder, aber Oben in Unten verkehrt. In der That wirkt das Prisma hiebei wie ein Spiegel, indem die Lichtstrahlen an seiner Hypotenusenfläche totale Reflexion erleiden. Stellt man hinter das erste Prisma ein zweites ebenfalls mit horizontaler Hypotenusenfläche, und blickt durch beide hintereinander, so wird die Umkehrung von Oben und Unten, die das erste Prisma gibt, durch das zweite wieder aufgehoben, und man sieht die Objecte in natürlicher Stellung. Richtet man aber die beiden Hypotenusenflächen nicht ganz genau parallel, sondern dreht das eine Prisma ein wenig um die Richtung der Gesichtslinie als Axe, so sieht man das ganze Gesichtsfeld durch das Prisma ein wenig gedreht, um einen Winkel der doppelt so gross ist, als der Winkel, um den die Hypotenusenflächen vom Parallelismus abweichen. Um diese Stellung der Prismen zu erhalten, kann man ganz

15

einfach zwei Kathetenflächen der Prismen auf einander kitten, so dass die Hypotenusenflächen nahehin parallel sind.

Nimmt man nun ein solches Doppelprisma vor ein Auge und blickt mit beiden Augen nach entfernten Gegenständen, so erblickt man zuerst gekreuzte Doppelbilder des Gesichtsfeldes. Wenn man aber den Blick eine Weile über die verschiedenen Objecte, welche man übersieht, wandern lässt, wobei man jeden einzelnen Punkt einfach sehen kann, so schwindet die Kreuzung und die Doppelbilder vereinigen sich wieder zu einem einfachen Bilde, was ganz ebenso deutlich und klar ist, wie beim Sehen mit unbewaffneten Augen. Jetzt treten aber gekreuzte Doppelbilder für einige Augenblicke hervor, so bald man das Doppelprisma entfernt, doch vereinigen sie sich nach einigen Sekunden zu dem gewöhnlichen einfachen Bilde des normalen Sehens.

Ich habe ausserdem, während ich durch die Prismen sah, willkührlich Doppelbilder passender Objecte erzeugt, und diese in ihrer gewöhnlichen normalen Stellung zu einander gefunden, wie sie ohne Prismen beim normalen Sehen erscheinen müssten. Ich habe während des Sehens durch die Prismen einen weissen Streifen auf dunklem Grunde fixirt, bis Nachbilder desselben in beiden Augen entwickelt waren, und diese Nachbilder nach Entfernung der Prismen einzeln betrachtet. Es zeigte sich, dass sie dann verglichen mit entfernten objectiven Linien des Gesichtsfeldes in den ersten Augenblicken verschieden gerichtet erschienen, so lange die normale Stellung der Augen noch nicht hergestellt war, dass sie aber nachher, wenn das geschehen war, gleich gerichtet erschienen, wie sie es hätten sein müssen (und in der That auch waren), wenn sie ohne alle Anwendung der Prismen entwickelt worden wären.

Daraus folgt, dass das durch die rotirenden Prismen blickende Auge sich allmälig so gedreht hat, dass gleiche Bilder wieder auf identische Puncte beider Netzhäute fielen, und dass diese abnorme Rotation des Auges nach Entfernung der Prismen bald wieder verschwand. Die Grösse der abnormen Raddrehung betrug in meinen Versuchen 5 Grad.

Daraus folgt weiter, dass auch die Raddrehung der Augen dem Willen unterworfen ist, und vollzogen werden kann, sobald sie nöthig ist, um der einzig möglichen Willensintention, welche für die Augenbewegungen gebildet werden kann, nämlich die: einfach und deutlich zu sehen, zu dienen.

10. Vortrag des Herrn Prof. Carius: »Ueber die Synthese zuckerähnlicher Körper«, am 27. Januar 1865.

(Das Manuscript wurde am 30. Januar 1865 eingereicht.)

Die folgende Mittheilung enthält die Resultate des ersten Theiles einer Untersuchung, welche ich besonders unternahm, um einen

15. Vortrag des Herrn Hofrath H. Helmholtz: »Ueber Eigenschaften des Eises«, am 24. Februar 1865.

(Das Manuscript wurde am 10. März eingereicht.)

Das Phänomen der Regelation des Eises von Null Grad, wonach zwei Eisstücke beim Aneinanderpressen zusammenfrieren und sich fest vereinigen, ist von Faraday entdeckt worden, und von James Thomson erklärt worden, aus der Erniedrigung des Gefrierpunkts, die bei gesteigertem Drucke eintritt. Dagegen waren von Faraday Versuche angeführt worden bei denen der Druck sehr klein ist, und doch die Eisstücke im Laufe einiger Stunden zusammenfroren.

Der Vortragende hat einige Versuche angestellt, welche dazu dienen können, die gegen J. Thomson's Theorie gemachten Einwände zu heben. Man muss hierbei wesentlich die Zeit berücksichtigen. Unter starkem Drucke haften zwei Eisstücke augenblicklich zusammen, unter Umständen so stark, dass man sie nicht wieder von einander lösen kann. Je schwächer der Druck ist, desto länger muss man warten, und desto leichter sind die Stücke nachher wieder von einander zu lösen.

Presst man zwei Eisstücke an einander, so nehmen sie eine Temperatur niedriger als der Gefrierpunkt an, für je eine Atmosphäre Druck 0,0075 eines Centesimalgrades. Die zwischen ihnen zurückbleibende Wasserschicht aber kann entweichen und wird nicht gepresst, deren Gefrierpunkt wird also auch nicht vermindert, und sie wird gefrieren müssen, da sie mit Eis von weniger als 0^0 in Berührung ist. Je kleiner der Druck, desto kleiner die Temperaturdifferenz, desto langsamer die Ableitung der Wärme vom Wasser zum Eise, desto langsamer das Gefrieren.

Der Vortragende erhielt einen durch Auskochen luftleer gemachten und zugeschmolzenen Glaskolben, der Wasser und Eis enthielt, in einem Gemisch von Eis und Wasser. Im Innern des Kolbens musste der Gefrierpunkt höher sein als ausserhalb. Deshalb gefror langsam das innere Wasser. Im Lauf einiger Stunden haftete das innen schwimmende Eis immer wieder an der Glaswand des Kolbens, und im Laufe einiger Tage entstanden gut ausgebildete Eiskrystalle über den ganzen Boden des Kolbens. Durch die Glaswand des Kolbens musste natürlich der Process sehr viel langsamer vor sich gehen, als in einer mikroskopisch dünnen Wasserschicht zwischen zwei Eisflächen.

Durch Berücksichtigung dieser Umstände scheinen die gegen die Theorie von Thomson aufgestellten Bedenken beseitigt zu werden. Faraday nimmt an, dass Wassertheilchen in enger Nachbarschaft von Eis durch eine Art von Contactwirkung leichter gefrieren. Dabei wird aber dem Wasser latente Wärme entzogen, und es ist nicht abzusehen, wo die hin kommen soll, oder welche Arbeit sie leisten soll. J. Thomson hat dagegen wohl mit Recht eingewendet, dass Contractwirkungen in solchen Fällen wohl Hindernisse wegräumen können, welche der Wirksamkeit derjenigen Kräfte entgegenstehen, die Veränderung hervorzubringen streben, aber sie nicht selbst hervorbringen können. Es würde dies ein Wiederspruch gegen das Gesetz von der Erhaltung der Kraft sein.

Die Plasticität des Eises zeigt sich nach den Versuchen des Vortragenden am ausgezeichnetsten in Eis, welches durch hohen Druck (50 Atmosphären) aus Schnee zusammengepresst ist. Cylinder aus solchem Eise konnten zwischen zwei Platten in Richtung ihrer Axe zusammengedrückt werden, so dass sie platte Scheiben wurden, und erst gegen das Ende der Pressung bildeten sich offene Spalten an einzelnen Stellen der cylindrischen Oberfläche.

Regelmässig krystallinisches Eis dagegen von der Oberfläche eines gefrorenen Flusses, spaltet beim Druck zwischen zwei Platten in grosse Bruchstücke aus einander, die zwar durch Regelation wieder vereinigt werden, aber dann doch deutlich ein Haufwerk unregelmässiger Stücke bilden.

Körniges Eis dagegen, sei es nun feinkörnig, wie das aus Schnee gepresste Eis, oder grobkörnig, wie krystallinisches Eis, welches in einer geschlossenen eisernen Form zerbrochen und in eine neue Gestalt gepresst worden ist, bildet beim Druck nur kleine Risse, welche den Zusammenhang der Eismasse nicht vollständig trennen.

Ein Cylinder solchen körnigen Eises konnte selbst durch eine Oeffnung, deren Durchmesser nur halb so gross war als der des Cylinders, hindurchgepresst werden, ohne seinen Zusammenhang zu verlieren. Doch spaltet der engere ausgepresste Cylinder gewöhnlich der Länge nach auf, ähnlich einem Gletscher, der durch eine enge Felsschlucht in ein weites Thal hinein bricht. Es erklärt sich dieses Aufspalten dadurch, dass das Eis durch die Mitte der Oeffnung schneller vordringt, als an deren Rändern.

Bei diesen Versuchen, wobei das Eis einem bis zu 50 Atmosphären gesteigerten Drucke ausgesetzt wird, und seine Temperatur deshalb auf etwa — 0°, 5 fällt, gefriert oft das Wasser, welches sich in den Spalten der aus mehreren Stücken zusammengesetzten eisernen Form ansammelt.

Das Eis, welches man künstlieh aus Schnee zusammenpresst, ist von weisslichem Aussehen und undurchsichtig wegen der Menge kleiner Luftblasen, die es einschliesst. Wenn man es mit der Presse umknetet, wird es immer klarer, indem die Luftblasen durch die sich bildenden kleinen Sprünge ausgetrieben werden. Presst man einen Cylinder solchen Eises zwischen ebenen Platten, so sieht man fortwährend eine Menge kleiner Luftbläschen durch seine nasse Oberfläche entweichen. Dass das Gletschereis schliesslich ganz klar wird, erklärt sich also wohl durch das fortdauernde Umkneten desselben, welches in den Gletschern stattfindet.

Aber auch klares krystallinisches Eis wird trübe, wenn es unter der Presse in eine andere Form gebracht wird. Ich habe eine geschlossene cylindrische Form aus Gusseisen, in die ein Stempel eingetrieben werden konnte, mit klaren Eisstücken und Wasser gefüllt, so dass alle Luft ausgeschlossen war, und dann das Eis zusammengepresst, während das Wasser durch die Spalten der Form entwich. Der dadurch erzeugte Eisblock war weisslich durchscheinend. Mit der Lupe erkannte man eine grosse Menge sehr feiner und dicht aneinander stehender, das Licht schwach reflectirender Flächen in seinem Innern; wahrscheinlich Spalten von einer Weite, die kleiner als Viertellichtwellenlängen war, die ein Vacuum enthielten. Dass solche spaltförmige unvollständig mit Wasser gefüllte Vacua im Gletschereise vorkommen, hat Tyndall gezeigt. Solche können beim Pressen entstehen, wenn sich die Wände der gebildeten Sprünge mit einer kleiner Verschiebung wieder aneinander legen, wo sie dann nicht genau aufeinander passen.

Wenn ein solcher weisslicher Block gepressten Eises einige Stunden im Eiswasser lag, so wurde er ganz durchsichtig, wie Gletschereis. Mit der Lupe aber erkannte man in seinem Innern eine grosse Zahl von Linien, welche sich durch andere Lichtbrechung auszeichneten, und wie die aneinanderstossenden Kanten einer grossen Zahl kleiner Zellen erschienen. Brach man mit dem Daumennagel einige Theile von der Kante des Blockes los, so erschienen diese als ein Haufwerk kleiner polyedrischer Körner von Stecknadelkopf- bis Erbsengrösse. Jenes zellige Ansehn des Blocks rührte offenbar davon her, dass er durch und durch aus solchen polyedrischen Körnern bestand, zwischen denen sich Wasserschichten befanden. Mittels polarisirten Lichtes liess sich an gepressten Eisplatten von etwa 4 Millimeter Dicke dieselbe Zusammensetzung aus einem Haufwerk von Körnern ebenfalls leicht erkennen, auch sogar unmittelbar nach der Pressung, ehe noch das Schmelzen angefangen hatte. Genau dieselbe Zusammensetzung zeigt bekanntlich schmelzendes Gletschereis, nur dass dieses meist grössere, und mehr in einander verschränkte Körner zeigt.

Die Entstehung dieser Körner scheint sich dadurch zu erklären, dass die unregelmässigen Bruchstücke, aus denen der zusammengepresste Block besteht und welche durch Regelation vereinigt sind, bei der allmäligen Erwärmung des Blocks auf Null Grad gerade an den Stellen abschmelzen, die noch gepresst sind, dass die luftleeren Spalten sich mit diesem Wasser füllen, und so schliesslich eine Masse von aneinder liegenden Körnern entstehen, die durch ihre gegenseitige Verschränkung noch aneinander haften.