Heidelberger Texte zur Mathematikgeschichte

Autor: **Günther, Siegmund** (1848–1923)

Titel: **Studien zur Geschichte der mathematischen und physikalischen Geographie**

Quelle: Repertorium der literarischen Arbeiten aus dem Gebiete der reinen und angewandten Mathematik : Originalberichte der Verfasser.
Band 2 (1879),
Seite 173–176 und 402–404.

Selbstrezension Siegmund Günthers zu seinem Buch:
Studien zur Geschichte der mathematischen und physikalischen Geographie. - Halle 1877-1879

1. Die Lehre von der Erdrundung und Erdbewegung im Mittelalter bei den Occidentalen
2. Die Lehre von der Erdrundung und Erdbewegung im Mittelalter bei den Arabern und Hebräern
3. Aeltere und neuere Hypothesen über die chronische Versetzung des Erdschwerpunktes durch Wassermassen
4. Analyse einiger kosmographischer Codices der Münchener Hof- und Staatsbibliothek
5. Johann Werner aus Nürnberg und seine Beziehungen zur Geschichte der mathematischen und physischen Erdkunde
6. Geschichte der loxodromischen Curve

so kann man das neue Uebertragungsprincip folgendermassen aussprechen:

Man denke sich aus den drei Gleichungen

$$D(\lambda_1) = 0 \quad D(\lambda_2) = 0 \quad f(x, y, z) = 0$$

die Coordinaten eines veränderlichen Punktes x, y, z auf der Fläche (1) als Functionen von λ_1 und λ_2 dargestellt. Alsdann ist es erlaubt, in der durch (2) und (2a) näher definirten orthogonalen Substitution, sowie in allen aus ihr folgenden Gleichungen an Stelle der Grössen:

$$\xi, \eta, \zeta; \quad X, Y, Z$$

beziehungsweise zu setzen:

$$dx, dy, dz; \quad 0, \quad d\lambda_1 \cdot (2\lambda_1 \mu' \nu)^{-1}, \quad d\lambda_2 \cdot (2\lambda_2 \mu'' \nu)^{-1}.$$

Wenn $\Sigma \pm (a_{00} a_{11} a_{22} a_{33})$, also auch eine Wurzel der quadratischen Gleichung $D(\lambda) = 0$ — etwa λ_2 — verschwindet, so ist in dieser Fassung des Uebertragungsprincips an Stelle von $(2\lambda_2 \mu'' \nu)^{-1} d\lambda_2$ zu substituiren: $\nu (2\lambda_1 \mu')^{-1} dB$,

$$4B = \varphi\left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}\right) - \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2\right](a_{00} + a_{11} + a_{22})$$

angenommen. Die Beweise, sowie mehrere Anwendungen sind in der Abhandlung ausführlich mitgetheilt.

Tübingen. S. Gundelfinger.

S. Günther: Studien zur Geschichte der mathematischen und physikalischen Geographie. Halle, Nebert.

1. Heft. Die Lehre von der Erdrundung und Erdbewegung im Mittelalter bei den Occidentalen 1877.
2. Heft. Die Lehre von der Erdrundung und Erdbewegung im Mittelalter bei den Arabern und Hebräern 1877.
3. Heft. Aeltere und neuere Hypothesen über die chronische Versetzung des Erdschwerpunktes durch Wassermassen 1878.

Die beiden ersten Hefte bilden ein geschlossenes Ganze, welches sich möglichst an die analogen Untersuchungen von Ukert und Schiaparelli anzuschliessen bestimmt ist. Es wird demzufolge zuerst des trüben Zustandes des geographischen Wissens in der patristischen Periode gedacht, alsdann die Reform des Virgilius von Salzburg und Adam von Bremen geschildert und der endliche Durchbruch richtiger Anschauungen in seinen verschiedenen literarischen Aeusserungen (Omons, Sacrobosco) wie auch in den Erzeugnissen damaliger Kartographie verfolgt. Einzelne Spuren der Kenntniss von der Bewegung der Erde finden sich allerdings bereits bei den Scholastikern, wogegen Dante, dessen Kosmographie hier eingehend besprochen wird, sich noch durchaus conservativ verhält, obwohl er die Lehre des Philolaus kennt. Eine wirkliche Axendrehung der Erde lehrte Nicolaus Cusanus, dessen freisinnig kosmologischer Standpunkt hier zum ersten Male seinem wahren Werthe nach gewürdigt wird. Regiomontan und Domenica Maria können blos indirect unter den Vorläufern des Copernicus genannt werden, ebenso Fracastor, dessen Theorie homocentrischer Sphären auf Eudoxus zurücklenkt. Hingegen ist Lionardo da Vinci selbstständig auf die Bewegung der Erde gekommen, die er in mathematisch interessanter Weise behandelt. Als unmittetbare Vorcopernicaner erscheinen Widmannstadt und Celio Calcagnini. — Der zweite Abschnitt beginnt mit einer ausführlichen Besprechung der ersten arabischen Gradmessungen, beschäftigt sich weiter mit den Schriften jener Mathematiker, welche die Kugelgestalt der Erde wissenschaftlich behandelten, erörtert die graphischen Erddarstellungen jener Periode und zieht auch die besonders aus dem Compendium des Kazwîni zu entnehmenden unwissenschaftlichen Hypothesen orientalischer Schriftsteller bei. Die Drehung der Erde lehrte Ibn el Wardi, und Katibi setzt die für und gegen eine solche sprechenden Gründe ausführlich auseinander, ohne sich jedoch zu ihren Gunsten zu entscheiden. Hierauf wird ein Ueberblick über die entsprechenden Neuerungen auf theoretisch-astronomischem Gebiete gegeben; die sogenannte Trepidationstheorie, die Sphärenlehre des Alpetragius und die weniger energischen Angriffe des Arzachel und Geber gegen Ptolemaeus finden hier ihre Stelle. Den Schluss des Abschnittes bilden der bisher fast gar nicht bekannt gewordene Ibn Badja, der Excenter und Epicyklen verwarf, und König Alfons XII, in dessen „Libros del saber" dem Planeten Mercur eine elliptische Umlaufsbahn zugewiesen wird. — Die Hebräer waren, wie aus den verschiedenen „Baraitha's" hervorgeht, im achten Jahrhundert unserer Zeitrechnung gewiss vollkommen mit der wahren Gestalt des Erdkörpers bekannt. Im elften Jahrhundert schrieb Abraham ben Chija eine verdienstliche mathematische Geographie, deren Beweismethoden zum Theile heute noch von Werth sind, der Umfang der Erde war bekannt, und Schriften wie diejenigen des Esthori und

Isaak ben Joseph verrathen eine respectable Bekanntschaft mit geographischer Ortsbestimmung und Parallaxenrechnung. Andererseits freilich herrschten im Talmud und anderen religionsphilosophischen Schriften auch gar viele abenteuerliche Hypothesen, welche im Anschluss an den „Augenspiegel" Asarja de Rossi's aus Mantua durchmustert werden. Anspielungen auf die Erdrotation finden sich bei Schemtob und im kabbalistischen Buch Sohar. Die Planetentheorie der älteren Juden endlich wird nach dem „Wegweiser der Irrenden" von Maimonides dargestellt. Zu den beiden letzten Abschnitten hat Moritz Steinschneider in der von ihm redigirten „hebräischen Bibliographie" einige Correctionen mitgetheilt, welche vielleicht bei späterer Gelegenheit passende Verwendung finden.

Das dritte Heft knüpft an eine im ersten gelegentlich besprochene mittelalterliche Hypothese an, welcher zufolge die Erde und die zu ihr gehörigen Wassermassen zwei excentrisch in einander geschobene Sphären darstellen sollten. Die ersten Keime dieser Irrlehre gehen bis ins Alterthum zurück, wo Strabo die Ansicht, als hätte das Meer nicht überall das gleiche Niveau, bekämpfen zu müssen glaubte. Seneca liess durch eine plötzliche Aenderung dieser Art seine Weltkatastrophen entstehen. Was die Scholastiker anlangt, so huldigten sie durchweg der richtigen Anschauung, dass das flüssige Element in Form einer concentrischen Kugelschale das feste umschliesse, erst Vincenz von Beauvais geht theilweise von ihr ab. Dazu kam, dass arabische Naturforscher eine Anziehung der Erdgewässer nach dem Südpol hin unter dem anziehenden Einfluss der in excentrischer Bahn die Erde umlaufenden Sonne postulirten.. Auch Reiseberichte sprachen für eine centrale Anschwellung der Erdfeste in Hochasien, und so bildete sich die Meinung aus, unter dem reichgestirnten Nordhimmel strebe die feste Erde, unter dem sternarmen Südhimmel ein Wasserberg empor. Hiefür erklärten sich besonders Brunetto Latini und Ristoro von Arezzo, wogegen Dante die Ausschreitungen der Lehre energisch bekämpft und bei diesem Bestreben ansehnliche Kenntnisse in Physik und Mechanik an den Tag legt. Einzelne Gelehrte, wie Paulus Burgensis und Capuanus de Manfredonia sprechen sich noch im Sinne dieser Excentricitätshypothese aus, und der Naturphilosoph Patritius hat sich ein selbstständiges von derselben wenigstens nicht weit abweichendes System gebildet, ja Columbus glaubte am Orinoko jene locale Wasseranschwellung wirklich gefunden zu haben.

Gesund und von mathematischer Schärfe sind hier wie allenthalben die Ansichten Copernic's und Lionardo da Vinci's. Weiter wird auseinandergesetzt, wie im vergangenen Jahrhundert durch Lacaille die Vermuthung aufkam, dass die nördliche und südliche Erdhalbkugel sich nicht symmetrisch zu einander verhielten, wie diese Vermuthung in den Hypothesen Wrede's und Lamarck's einen Widerhall fand, welch letztere auf einem Auseinanderliegen des geometrischen und physischen Mittelpunktes beruhte. Endlich werden noch die bekannten zur Erklärung der Eiszeiten ausgesonnenen Theorien Adhémar's und Schmick's einer gedrängten Darlegung und Kritik unterzogen und besonders hervorgehoben, dass eine mathematische Prüfung der letzteren wesentlich den Punkt im Auge zu behalten hat, ob die durch die Attraction der nächsten Himmelskörper beeinflusste flüssige Hülle der Erde eine den Bedingungen der Niveaufläche genügende Oberfläche besitze, oder nicht.

Ansbach. S. Günther.

Der Thibaut'sche Beweis für das elfte Axiom, historisch und kritisch erörtert. (Ansbacher Gymnasialprogramm für 1876/77.)

Thibaut hatte in seinem genetischen Lehrbuche der Elementarmathematik zuerst den Satz von der Winkelsumme des Dreiecks dadurch bewiesen, dass er einen Strahl successive die drei Aussenwinkel durchlaufen und schliesslich nach einer Drehung von 360^0 in seine Anfangslage zurückkommen liess. Hier wird gezeigt, dass auf dieses Verfahren sowohl in einer selbstständigen Abhandlung von Germar, als auch in den Unterrichtswerken von Kunze und Fischer-Schröder die Parallelentheorie zu begründen versucht worden ist, und dass ihrerseits auch die „Ausdehnungslehre" Grassmann's von einem ganz ähnlichen Verfahren Gebrauch macht. Zum theoretischen Theile seines Planes übergehend weist der Aufsatz nach, dass der fragliche Beweis von einer bekannten die Vertauschung von Rotation und Translation betreffenden Wahrheit der Kinematik abhängig ist, welche selbst nur wieder mit Hülfe gewisser Eigenschaften des Parallelogramms bewiesen werden kann. Es empfiehlt sich deshalb, jenen Satz in axiomatischer Form an die Spitze des planimetrischen Unterrichtes zu stellen, denn derselbe hat gewiss in hohem Grade die Eigenschaft der Leichtverständlichkeit, achten will, die Modulargleichung in der oben mitgetheilten Form ein specieller Fall dieses Problems: derjenige, in welchem f insbesondere den Werth Null hat. Die Frage ist also nur noch, wie man das allgemeine Problem der λ, μ, ν auf dieses specielle zurückführt? Dies geschieht mit Hülfe einer Gleichung vierten Grades, die sich, wie man aus den Eigenschaften der Curve $f=0$ zeigen kann, nicht vermeiden lässt. Es seien nämlich λ', μ', ν' die Unbekannten des „speciellen" Problems; f', ∇' etc. seien die Werthe, welche f, $\nabla, \cdots$ annehmen, wenn man λ', μ', ν' in sie einträgt. So schreibe man folgende Gleichungen:

$$f'=0,$$
$$\lambda'\lambda+\mu'\mu+\nu'\nu=0,$$
$$\frac{-C'^3}{1728\,\nabla'^7}=J.$$

Dann giebt die Elimination von $\lambda':\mu':\nu'$ für J eine Gleichung vierten Grades, deren Coefficienten ganze Functionen von f, ∇, C, K d. h. von bekannten Grössen sind, die man also a priori aufstellen kann. Eine Wurzel dieser Hülfsgleichung vierten Grades hat man zu bestimmen; sie heisse J_1. Dann hat man die Modulargleichung:

$$f'=0, \qquad \frac{-C'^3}{1728\,\nabla'^7}=J_1,$$

und berechnet, wenn man sie gelöst hat, die λ, μ, ν des ursprünglichen Problems und also die x_0, x_1, $\cdots x_6$ der vorgelegten Gleichung siebenten Grades auf rationalem Wege.

München. F. Klein.

Siegm. Günther: **Studien zur Geschichte der mathematischen und physikalischen Geographie.** (Halle, Verlag von Louis Nebert.) IV. Heft. **Analyse einiger kosmographischer Codices der Münchener Hof- und Staatsbibliothek. 1878.** V. Heft. **Johann Werner aus Nürnberg und seine Beziehungen zur Geschichte der mathematischen und physischen Erdkunde. 1878.** VI. (Schluss-) Heft. **Geschichte der loxodromischen Curve. 1879.**

Das 4. Heft der Sammlung beschäftigt sich mit drei mittelalterlichen Handschriften. Aus der ersten derselben werden mehrere meteorologische und astronomische Daten — insbesondere über die Eintheilung der Windrose, die Grössenverhältnisse der Planetensphären u. a. — mitgetheilt, welche für die Geschichte dieser Wissenschaften Interesse bieten. Der zweite Codex enthält eine detaillirte Anweisung zur Verzeichniss solcher Plattkarten, wie sie das Mittelalter fast ausschliesslich anwandte. Wir finden hier ein Verzeichniss geographischer Ortsbestimmungen, eine Eintheilung des Grades in Centesimaltheile und eine Regel zur Messung der Entfernung d zweier durch Breite β_1, β_2 und Länge λ_1, λ_2 fixirten Erdorte, welche mit der bekannten Formel der Coordinatengeometrie

$$d = \sqrt{(\beta_1 - \beta_2)^2 + (\lambda_1 - \lambda_2)^2}$$

identisch ist. An dritter Stelle wird ein Bruchstück aus einer theologischen Abhandlung Johann's von Gmünden mitgetheilt und besprochen, welches einen gedrängten Ueberblick über die kosmographischen Anschauungen des beginnenden fünfzehnten Jahrhunderts bietet.

Der Nürnberger Mathematiker Werner (1470—1530) hat in seiner Bearbeitung des ersten Buches von Ptolemaeus' Geographie mit vielen Fragen fördernd sich beschäftigt, deren Stellung in der Geschichte bislang nicht gehörig gewürdigt schien. Werner ist es, der die Bestimmung der Polhöhe durch Beobachtung der beiden Culminationen eines Circumpolarsternes lehrte, der für die Bestimmung der Breite ein neues handlicheres Instrument angab und dessen Fehler zu berichtigen versuchte, der endlich eine Reihe neuer, scharfsinniger Projektionsmethoden erfand, von denen eine mit dem Charakter der Aequivalenz ausgestattet ist. In seinen Anhängen zur mathematischen Geographie des Amiruccius hat Werner die Fundamentalprobleme der sphärischen Trigonometrie in durchaus origineller Weise behandelt. Schliesslich ward auf das richtiger Gedanken keineswegs baare astrometeorologische System des eifrigen Witterungsbeobachters näher eingegangen. Hingegen blieb die bekannte Monographie über die Eigenbewegung der achten Sphäre und das gegen diese gerichtete Sendschreiben Coppernic's an Wapowski absichtlich ausser Acht, da diese Gegenstände dem Gebiete der reinen Astronomie zu nahe liegen.

Die Loxodrome galt bis zur Mitte des sechszehnten Säkulums ganz allgemein und noch zwei Jahrhunderte länger beim grossen Haufen der Praktiker als gerade Linie, resp. als Stück eines grössten Kreises. Raymundus Lullus und der anonyme Verfasser des für die Geschichte der Mathematik hochwichtigen „Martologio" behandeln sonach die loxodromische Curve als Spezialfall der gewöhnlichen Trigonometrie. Pedro Nunez erkannte die Eigenart der Schifffahrtscurve, Stevin behandelte dieselbe zuerst mathematisch, in Snellius' „Tiphys Batavus" ward die Theorie der nunmehr als „Loxodrome" bezeichneten Linie systematisch dargestellt, und durch Mercator-Wright kam die hohe Bedeutung derselben für die cylindrische Projection zur Geltung. Indess krankten noch sämmtliche theoretische Betrachtungen an dem Uebelstand, das zwei charakteristische Curvendreiecke ohne Rücksicht auf deren Lage als congruent angenommen wurden, während sie doch thatsächlich nur einander ähnlich sind. Leibnitz und Jakob Bernoulli halfen diesem Mangel ab und wandten auf das ihnen sehr willkommene Objekt die neue Differentialrechnung an. Die Ausdehnung der loxodromischen Aufgabe auf beliebige Rotationsflächen bahnte Walz an, während Halley den Satz auffand, dass das stereographische Abbild der Kugel-Loxodrome eine logarithmische Spirale ist. Den Fall des Sphäroides, als den für die Praxis interessantesten, studirten eingehend Maclaurin, Simpson, Maupertuis und Schubert. Kästner stellte das bis zu seiner Zeit Geleistete für den Gebrauch des Mathematikers zusammen, Bouguer, Kaschub und Robertson thaten ein Gleiches zum Besten der Schifffahrt. Im neunzehnten Jahrhundert endlich war es besonders Grunert, dessen Arbeiten einen wichtigen Fortschritt charakterisiren; eine neue Perspektive eröffnet der loxodromischen Theorie deren neueste Verallgemeinerung durch Biehringer. — Referent bedauert lebhaft, die zweite Auflage der bekannten Breusing'schen Monographie über Mercator nicht mehr haben benützen zu können, welche mehrfach neues Material für seine Zwecke beibringt, und auf welche, als Ergänzung, demnach hier ausdrücklich hingewiesen werden möge.

Ansbach. S. Günther.

Siegm. Günther: Von der expliciten Darstellung regulärer Determinanten aus Binomialcoëfficienten. (Zeitschr. f. Math. u. Phys. 24. Jahrgang, 2. Heft.)

„Regulär" wird hier eine Determinante von folgender Struktur genannt: