Inaugural-Dissertation

zur Erlangung der Doktorwürde der
Naturwissenschaftlich-Mathemathischen Gesamtfakultät
der Ruprecht-Karl-Universität Heidelberg

vorgelegt von
Dipl.-Phys. Stefan Deiters
aus Langenhagen

Tag der mündlichen Prüfung
7. November 2001

Dynamik von Kugelsternhaufen und Sternentwicklung

Gutachter: Priv. Doz. Dr. Rainer Spurzem
Prof. Dr. Immo Appenzeller

ZUSAMMENFASSUNG

Mit dieser Arbeit wird ein wichtiger Schritt hin zu einem realistischen stellardynamsichen Modell von Kugelsternhaufen getan: Erstmals kann ein Kugelsternhaufen mit einer realistischen Teilchenzahl unter Berücksichtigung des Massenverlustes durch Sternentwicklung beschrieben und seine interne Dynamik verfolgt werden. Das vorgestellte Verfahren ermöglicht die Verwendung eines realistischen Massenspektrums für die Sternentwicklung ohne auf den Geschwindigkeitsvorteil des verwendeten Gasmodell verzichten zu müssen. Aus den Dichteinformationen des Modells werden mit Hilfe eines Projektionsverfahrens Farben-Helligkeits-Diagramme erzeugt, die die Situation in verschiedenen Regionen des Kugelsternhaufens wiedergeben. Dabei werden schon nach kurzer Zeit Massensegregations-Effekte deutlich, die dafür sorgen, dass sich die schweren stellaren Remnants im Zentrum des Haufens sammeln, während sich in den äußeren Region vermehrt massearme Hauptreihensternen finden.

ABSTRACT

This work is an important step towards a more realistic model of globular star clusters: For the first time it is possible to model a star cluster with a realistic particle number and a realistic description of the mass loss due to stellar evolution and follow its dynamical evolution. With the method described in this work one can use a realistic mass spectrum for the modelling of the stellar evolution without losing the biggest advantange of the used gaseous model: the speed. From the density information of the model colour-magnitude diagrams for different cluster regions are generated using a special projection scheme. After relatively short time one can observe the effects of mass segregation leading to a high number of stellar remnants in the cluster core and many low mass main sequence stars in the outer parts.

INHALTSVERZEICHNIS

1. EINFÜHRUNG

1.1 Allgemeines

Wer sich mit der dynamischen Entwicklung von Kugelsternhaufen beschäftigt und dann auch noch am Anteil der Sternentwicklung daran interessiert ist, der dürfte sich mit einem recht spannenden Gebiet der modernen Astrophysik beschäftigen, das abseits von den derzeitigen „In“-Themen wie supermassereichen Schwarzen Löchern oder extrasolaren Planeten in der Astronomie mehr und mehr Beachtung findet. Denn Kugelsternhaufen sind Objekte, für die sich sowohl reine Beobachter als auch reine Theoretiker interessieren. Erstere finden in den Kugelsternhaufen einheitliche Populationen von Sternen vor und können so in detaillierten Farben-Helligkeits-Diagrammen die Auswirkungen von unterschiedlicher Metallizität der Sterne auf deren Entwicklung studieren.

Die reinen Stellardynamiker sehen die Kugelsternhaufen aus einer ganz anderen Perspektive. Für sie sind es ideale Laboratorien, die mehr einem Schwarm von Massenpunkten gleichen, die sich nur unter Einfluss ihrer eigenen Gravitationskraft bewegen. Fundamentale dynamische Prozesse sind hier in einer Zeit abgelaufen, die deutlich unter dem Alter des Universums liegt. Daher bieten Kugelsternhaufen Einblicke in Prozesse wie Zwei-Körper-Relaxation, Massensegregation, stellare Kollisionen und Verschmelzungen sowie dem *Core*-Kollaps.

Lange Zeit gab es kaum Berührpunkte zwischen den Dynamikern und den Beobachtern, waren doch die ersten numerischen Modelle von Kugelsternhaufen kaum geeignet, um realistische Sternhaufen zu modellieren. Doch dank immer leistungsfähigerer Computer kommen die theoretischen Modelle immer dichter an die Parameter echter Kugelsternhaufen heran und moderne Teleskope — und hier nicht zuletzt das *Hubble*-Weltraumteleskop — bieten Beobachtungsmöglichkeiten, die den Theoretikern vor Augen führen, dass die Sterne in Kugelsternhaufen weitaus mehr sind als reine Massenpunkte. Und die Beobachter mussten erkennen, dass die Dynamik eines Haufens die Farben-Helligkeits-Diagramme empfindlich stören und zu ganz neuen Sternentypen führen kann.

So bewegt sich das Thema dieser Arbeit in einem interessanten Grenzbereich, der in der Wissenschaftsgemeinde immer mehr Beachtung findet. Mit dem hier zum Modellieren von Sternhaufen gewählten Modell ist die Simulation der dynamischen Entwicklung eines Sternhaufens bis zu einer realistischen Anzahl von Sternen möglich. Nun soll im Rahmen dieser Arbeit den Sternen quasi „Leben“ eingehaucht werden, um herauszufinden, wie dies die Entwicklung des Haufens beeinflusst. Das Projekt stellt somit einen ersten aber wichtigen Schritt zu einer sowohl detaillierten als auch realitätsnahen Untersuchung der Dynamik von Kugelsternhaufen dar.

1.2 Kugelsternhaufen

Als Kugelsternhaufen bezeichnet man im allgemeinen Sternhaufen, die ein Alter von über zehn Milliarden Jahren haben und sich im Bulge oder Halo einer Galaxie befinden. Mit dieser Definition aus Meylan & Heggie (1997) ist im wesentlichen das Kugelsternhaufensystem der Milchstraße beschrieben. Da in anderen Galaxien aber inzwischen auch jüngere Sternhaufen entdeckt wurden, die Vorläufer von Sternhaufen sein könnten, die später den Kugelsternhaufen in unserer Galaxis gleichen, ist die anfängliche Definition inzwischen nicht unumstritten. Oft wird daher die Leuchtkraftfunktion angeführt, anhand der man am besten zwischen offenen Sternhaufen und Kugelsternhaufen unterscheiden kann: Die von Kugelsternhaufen folgt einer Gauss-Verteilung, während die von offenen Sternhaufen zu schwächeren Leuchtkräften monoton ansteigt.

Doch auch die Bestimmung des Alters dieser vermutlich ältesten Bestandteile unserer Milchstraße ist schwierig, da dazu sowohl die Entfernung der Kugelsternhaufen exakt bestimmt werden muss als auch detaillierte Sternentwicklungsrechnungen vorliegen müssen, aus denen sich mit Hilfe der beobachteten Farben-Helligkeits-Diagramme das Alter ableiten lässt. Aktuelle Werte für das Alter der Kugelsternhaufenen liegen zwischen etwa zehn und 13 Milliarden Jahren, wobei eine Streuung von einer Milliarde Jahre bei den Altersbestimmungen nichts Ungewöhnliches ist. So fand Namara (2001) bei der Untersuchung von 16 Kugelsternhaufen ein Durchschnittsalter von 11.3 ± 1 Milliarden Jahre und keinen Altersunterschied zwischen metallarmen und metallreicheren Haufen.

Die Massen der Kugelsternhaufen der Milchstraße bewegen sich größtenteils zwischen 10^5 und 10^6 Sonnenmassen. In Harris (1996) Katalog sind insgesamt 147 Kugelsternhaufen verzeichnet. Sie lassen sich im wesentlichen in zwei Gruppen einteilen, in die Halo- und die Scheiben-Kugelsternhaufen. Die Verteilung aller Haufen lässt sich recht gut mit der empirischen Formel

$$\rho(r) = \rho_0 (1 + \frac{r}{r_c})^{-\alpha} \tag{1.1}$$

beschreiben (Djorgovski & Meylan 1994), wobei r der Abstand vom galaktischen Zentrum ist, der *Core*-Radius r_c zwischen 0.5 und 2 kpc liegt und für α ein Wert von um die 3.5 gemessen wird. Offensichtlich ist die Konzentration der Kugelsternhaufen zum Zentrum der Galaxis hin.

Inzwischen hat man auch in anderen Galaxien — selbst außerhalb der lokalen Gruppe — Kugelsternhaufen gefunden. Zur Beschreibung dieser Kugelsternhaufensysteme wird oft die so genannte spezifische Frequenz verwendet, die die Anzahl der Haufen pro Leuchtkrafteinheit der entsprechenden Galaxie angibt (Harris & van den Bergh 1981, Harris 1991). Sie ist definiert als

$$S_N = N_{\text{cl}} \times 10^{0.4(M_V^T+15)} \tag{1.2}$$

wobei M_V^T die integrierte absolute Helligkeit der jeweiligen Galaxie ist und N_{cl} die Gesamtanzahl der Kugelsternhaufen darin. In solaren Einheiten wird obige Formel zu

$$S_N = 8.55 \times 10^7 \frac{N_{\text{cl}}}{L_V/L_\odot} \tag{1.3}$$

Obwohl bei der Berechnung der spezifischen Frequenz sowohl Korrekturen für die Gesamtzahl N_{cl} der Kugelsternhaufenen eingehen als auch der Verlauf der Leuchtkraftfunktion extrapoliert werden muss (die als Gauss-Verteilung angenommen wird), hat sich herausgestellt, das S_N eine sehr brauchbare Zahl zum Vergleich von Kugelsternhaufen-Systemen unterschiedlicher Galaxien ist. Das liegt vor allem an der gefundenen Universalität der Leuchtkraftfunktion der Kugelsternhaufen. Der Wert von S_N kann erheblich (oft bis zu einem Faktor 20) schwanken. Ein mittlerer Wert für elliptische Galaxien liegt beispielsweise bei etwa 3.5.

1.3 Ein Experimentierlabor für Astronomen

Wie eingangs erwähnt gelten Kugelsternhaufen vielen Theoretikern als ideales Labor für ihre Untersuchungen. Das liegt zum einen daran, dass Kugelsternhaufen gerne als relativ isolierte Systeme gesehen werden, bei deren Entwicklung die innere Zwei-Körper-Relaxation über die äußeren Einflüsse dominiert. Natürlich wird bei dieser Betrachtung die Muttergalaxie des Haufens unterschlagen, die durch ihr Tidenfeld einen beträchtlichen Einfluss auf die Entwicklung des Haufens nehmen und ihn sogar zerstören kann.

Ein entscheidender Aspekt bei der Beschreibung von Kugelsternhaufen ist die Tatsache, dass sich die Haufen als selbstgravitierende Teilchensysteme beschreiben lassen, da sie tatsächlich weitgehend gasfrei sind und der Radius der Sterne sehr viel kleiner als der mittlere Abstand der Sterne ist. Das Fehlen von Gas (siehe Spergel (1991), aber auch Freire *et al.* (2001) für die Entdeckung von ionisiertem Gas im Kugelsternhaufen 47 Tucanae) ist gegenüber anderen astrophysikalischen Objekten eine erhebliche Vereinfachung bei der Modellierung. Hinzu kommt, dass nahezu alle Sterne eines Haufens zum einen das gleiche Alter haben und desweiteren auch die gleiche Metallizität aufweisen. Die Population ist also homogen. Eine Ausnahme scheint hier nur der Kugelsternhaufen ω Centauri darzustellen, über dessen Status als Kugelsternhaufen aber immer noch diskutiert wird (siehe zum Beispiel Majewski *et al.* (2000)).

Die Homogenität von Metallizität und Alter macht Kugelsternhaufen zudem zu einem wichtigen Testobjekt für Theorien über Sternentwicklung. So liefern die Farben-Helligkeits-Diagramme von Kugelsternhaufen bis heute wichtige Informationen, um die Entwicklung von Sternen in unterschiedlichen Umgebungen zu verstehen.

Zeitskalen

Eine weitere Besonderheit von Kugelsternhaufen sind die Zeitskalen, die für die Entwicklung der Haufen entscheidend sind. An erster Stelle ist hier die Zwei-Körper-Relaxationszeit zu nennen. Sie geht ursprünglich zurück auf Jeans (1929), wurde aber von Chandrasekhar (1942) weiterentwickelt. Man betrachtet dabei die Begegnungen von individuellen Paaren von Sternen, die dabei Energie austauschen und somit — durch das Aufaddieren vieler solcher Begegnungen (regelrechte Stöße werden nicht betrachtet) — die Struktur des Haufens verändern, ohne das dynamische Gleichgewicht groß zu stören. Die Zeitskala auf der dieser Prozess wichtig wird, ist die Relaxationszeit.

Nach Spitzer (1987) ist

$$t_r = \frac{0.065\langle v^2\rangle^{3/2}}{\rho\langle m\rangle G^2 \ln\Lambda} \tag{1.4}$$

wobei $\langle v^2\rangle$ die massengewichtete mittlere quadratische Geschwindigkeit der Sterne ist, ρ die Dichte, $\langle m\rangle$ die mittlere stellare Masse und $\Lambda = 0.4N$, wobei N die Anzahl der Sterne im Haufen ist.

Diese Definition beruht auf der Überlegung, abzuschätzen, wie lang es dauert, bis durch mehrere aufeinanderfolgende gravitative Wechselwirkungen von Sternen die Summe der mittleren quadratischen Geschwindigkeitsänderungen einer Geschwindigkeitskomponente dem mittleren quadratischen Wert dieser Geschwindigkeitskomponente entspricht. Mit Ausnahme von N finden sich in der Definition nur lokale Größen, so dass t_r von niedrigen Werten im dichten Zentrum der Haufens zu recht großen Werten in den äußeren Bereichen des Kugelsternhaufen reichen kann.

Als nützlicher Vergleichswert wird gern die Halbmassen-Relaxationszeit τ_{rh} verwendet, die der Zwei-Körper-Relaxationszeit für die mittlere Dichte innerhalb des Halb-Massen-Radius r_h entspricht. r_h kennzeichnet den Radius des Systems, der die Hälfte der Gesamtmasse des Haufens beinhaltet. Für die Halbmassen-Relaxationszeit gilt

$$t_{rh} = 0.138\frac{N^{1/2} r_h^{3/2}}{(mG)^{1/2}\ln\Lambda} \tag{1.5}$$

wobei N wieder die Teilchenzahl, m die Teilchenmasse, G die Gravitationskonstante und wie oben $\Lambda = 0.4N$ ist. Für die Kugelsternhaufen der Milchstraße ergeben sich hier Werte zwischen 3×10^7 und 2×10^{10} Jahren (Djorgovski 1993).

Die Besonderheit in Bezug auf die Zeitskalen in Kugelsternhaufen wird deutlich, wenn man die Relaxationszeit in Beziehung zu einer zweiten wichtige Zeitskala setzt, der *Crossing*-Zeit t_{cr}, die angibt, wie lange eine Stern benötigt, um mit der mittleren Geschwindigkeit den Haufen zu durchqueren. Üblicherweise ist sie definiert als:

$$t_{cr} = \frac{2r}{v} \tag{1.6}$$

wobei r die Größe des Systems bestimmt und v die mittlere Geschwindigkeit der Sterne. Gerne benutzt man für r den so genannten Virial-Radius $r_{vir} = -GM^2/(2W)$, mit der gesamten Masse des Haufens M und seiner potentiellen Energie W. Es stellt sich heraus, dass r_{vir} ähnlich groß ist, wie der Halbmassen-Radius r_h. So ist beispielsweise beim Plummer-Modell (siehe nächsten Abschnitt) $r_h \sim 0.77\, r_{vir}$. Nutzt man nun für v die massengewichtete mittlere quadratische Geschwindigkeit der Sterne folgt:

$$\frac{t_{rh}}{t_{cr}} = 0.138 \left(\frac{R_h}{2R_v}\right)^{3/2} \frac{N}{\ln \Lambda} \tag{1.7}$$

Ein mittlerer Wert für t_{cr} liegt in der Größenordnung von 10^5 Jahren. Für Kugelsternhaufen mit einem Alter von t_{gc} gilt also:

$$t_{gc} > t_{rh} \gg t_{cr} \tag{1.8}$$

Dies bedeutet praktisch, dass sich in einem Kugelsternhaufen schon sehr schnell (nach einer Zeit t_{cr}) ein dynamischer Gleichgewichtszustand einstellen wird und die weitere Entwicklung dann in einer Folge von quasistationären Zuständen abläuft. Man spricht hier auch von stoßdominierten Systemen. Im Gegensatz dazu ist die dynamische Zeitskala bei offenen Sternhaufen vergleichbar mit der Halbmassen-Relaxationszeit, bei Galaxien hingegen ist die Halbmassen-Relaxationszeit deutlich größer als das Alter der Galaxie.

Noch ein weitere Zeitskala soll an dieser Stelle kurz angesprochen werden, da der ihr zu Grunde liegende Prozess im weiteren Verlauf dieser Arbeit wichtig sein wird: Im allgemeinen wird angenommen, dass zu Beginn der dynamischen Entwicklung die Sterne innerhalb eines Haufens in Bezug auf ihre Massen gleich verteilt sind. Durch Relaxationsprozesse kann sich dies aber ändern: Massereichere Sterne verlieren bei einer gravitativen Wechselwirkung mit einem masseärmeren Stern kinetische Energie und sinken so tiefer ins Zentrum des Haufens. Umgekehrt wandern die massearmen Sterne mehr nach außen, so dass es zu *Massensegregation* kommt. Spitzer (1987) hat die Zeitskala dieses Prozesses für ein System mit zwei unterschiedlichen Massen mit

$$t_{ms} = \frac{0.028(\langle v_1^2 \rangle + \langle v_2^2 \rangle)^{3/2}}{m_1 m_2 n G^2 \ln \Lambda} \tag{1.9}$$

abgeschätzt, wobei sich die Indizes auf die beiden Komponenten beziehen und n die Anzahldichte ist.

Es gibt noch weitere für die dynamische Entwicklung des Haufens wichtige Zeitskalen, wie etwa die Entwicklungszeit der Sterne, die durch den Massenverlust die Masse des Haufens reduzieren. Diese Zeit schwankt — je nach Masse der Sterne — von wenigen Millionen Jahren bis zu mehr als zehn Milliarden Jahren. Eine andere Zeitskala betrifft die Bildung von Doppelsternen im Zentrum des Haufen. Und betrachtet man schließlich den Kugelsternhaufen nicht als isoliertes System, sondern berücksichtigt seinen Umlauf um das galaktische Zentrum, wird auch die Zeit wichtig, die das System für einen Umlauf benötigt und dabei zweimal die galaktische Scheibe durchläuft.

Aus dieser Vielzahl von unterschiedlichen Zeitskalen wird auch eines deutlich: Modelle, die darauf angewiesen sind, Kugelsternhaufen mit nur einer geringen Teilchenzahl zu simulieren und die Ergebnisse dann geeignet für die wirkliche Anzahl von Sternen zu skalieren, müssen dabei eine Vielzahl von Zeitskalen berücksichtigen, die nicht alle mit der Teilchenzahl N des Systems skalieren.

1.4 Entstehung von Kugelsternhaufen und Anfangskonfiguration

Für die Entstehung von Kugelsternhaufen gibt es bis heute keine gesicherte Theorie. Jedes Szenario muss nämlich im Kontext der Entstehung der jeweiligen Muttergalaxie gesehen werden und erfordert daher einen beträchtlichen Input aus kosmologischen Modellen. Vielleicht mag es gerade noch möglich sein, die Entstehung einzelner Kugelsternhaufen zu erklären, es gibt aber immer noch erhebliche Schwierigkeiten, die beobachteten Systeme von Kugelsternhaufen mit allen ihren Eigenschaften zu reproduzieren.

Die Modelle zur Entstehung von Kugelsternhaufen, die seit vielen Jahren diskutiert und weiterentwickelt werden, lassen sich grob in zwei Gruppen unterteilen: die Entstehung unter den besonderern Bedingungen einer Protogalaxie (hier sei exemplarisch das Szenario von Fall & Rees (1985) genannt, nach dem sich Kugelsternhaufen aus Wolken in dem gerade kollabierenden Gas der Protogalaxie bilden) und die so genannten Merger-Szenarien, die Wechselwirkungen zwischen Galaxien für die Entstehung von Kugelsternhaufen benötigen.

In den in dieser Arbeit behandelten Modellen wird die Frage der Entstehung von Kugelsternhaufen ausgeklammert. Man beginnt die Simulation der Haufen mit einer Plummer-Verteilung (Plummer 1911). Plummer hatte diese benutzt, um die beobachtete Helligkeitsverteilung von Haufen zu reproduzieren. Für die Dichteverteilung gilt hier:

$$\rho(r) = \frac{3M}{4\pi R^3} \times \frac{1}{[1 + r^2/R^2]^{5/2}} \tag{1.10}$$

Die Sterne des in den folgenden Kapiteln vorgestellten Modells befinden sich zu Beginn der Simulation alle auf der Hauptreihe.

1.5 Modellierung

Zum Studium fundamentaler dynamischer Prozesse innerhalb von Kugelsternhaufen wie etwa von Zwei-Körper-Relaxation, Massensegregation, Kollisionen und Verschmelzungen von Sternen und dem so genannten *Core*-Kollaps, also der gravothermischen Kontraktion, stehen unterschiedliche Methoden zur Verfügung, die im folgenden kurz vorgestellt werden sollen.

N-body-Modelle

N-body-Modelle machen die wenigsten Annahmen über das zu simulierende System und gelten vielen Stellardynamikern daher als die beste Methode, um die dynamische Entwicklung von Kugelsternhaufen zu studieren. Bei ihnen wird die Bewegung der einzelnen Teilchen direkt aus den summierten Kräften aller anderen Teilchen aufintegriert. Insofern kommt man mit vergleichsweise wenig Annahmen aus, wenn man nur das N, also die simulierte Anzahl von Teilchen bzw. Sternen im Haufen, annähernd so groß machen könnte, wie es in realen Kugelsternhaufen der Fall ist. Bisher lassen sich nur Modelle mit etwa 64.000 Teilchen in annehmbarer Zeit und bei Verwendung von modernen Parallel- oder Spezialrechnern rechnen. Größere N werden zwar in kosmologischen N-body-Simulationen verwendet, doch nutzt man hier bestimmte Näherungen bei der Kraftberechnung aus, die bei Betrachtungen der Dynamik von Sternhaufen nicht in Frage kommen. Grund hierfür ist, dass Simulationen von Sternhaufen über viele dynamische Zeitskalen laufen. Um jedoch trotz geringer Teilchenzahl Simulationen durchführen zu können, versucht man, die Ergebnisse geeignet zu skalieren. Da man es aber (wie zuvor erwähnt) in einem Sternhaufen mit sehr unterschiedlichen Zeitskalen zu tun hat, ist die Frage der Gültigkeit dieser Skalierung nach wie vor offen (siehe dazu zum Beispiel Aarseth & Heggie 1998).

Als derzeit effizienteste Codes für N-body-Simulationen gelten die Programme NBODY4 und NBODY6. Letzteres ist auch als Version für Parallelrechner verfügbar (NBODY6++, siehe Spurzem & Baumgardt 2001). NBODY4 eignet sich auch für die Verwendung auf Spezialrechnern, die für die Berechnung der Kraft optimiert sind (GRAPE-Boards). Einen Überblick über die NBODY-Familie ist in Aarseth (1999) zu finden. N-body-Rechnungen sind insbesondere auch deswegen bedeutend, weil sie als Referenz für die unten aufgeführten — weitaus theoretischeren — Methoden dienen.

Fokker-Planck-Modelle

Trotz der Entwicklung von Spezialrechnern und immer ausgefeilteren numerischen Methoden ist die direkte Simulation von Kugelsternhaufen mit einer realistischen Teilchenzahlen bis heute nicht möglich. Daher wurde schon früh versucht, sich der Analogie eines Kugelhaufens zu einem Gas zu bedienen. Bei den Fokker-Planck-Modellen löst man man die so genannte Fokker-Planck-Gleichung, die auf Chandrasekhar (1943a,b) zurückgeht und später durch Rosenbluth *et al.* (1957) weiterentwickelt wurde. Dabei handelt es sich um eine mit einem Stoßterm versehene Boltzmann-Gleichung. Nach einigen Verbesserungen führte dies schließlich zur noch im Prinzip heute verwendeten Orbit-gemittelten Fokker-Planck-Gleichung, die erstmals von Hénon (1961, 1965) zur Simulation von Kugelsternhaufen verwendet wurde. Das von Cohn (1979, 1980) entwickelte Verfahren zur direkten numerischen Lösung der Fokker-Planck-Gleichung war der Ausgangspunkt für eine ganze Reihe von ähnlichen Codes. Sie alle gingen zunächst von einem sphärisch symmetrischen System und einer isotropen Geschwindigkeitsverteilung aus. Inzwischen wurden die auf Cohns Verfahren zurückgehenden Modellen kontinuierlich weiterentwickelt und die verschiedensten Aspekten der Haufendynamik wie beispielsweise Multimassen-Modelle (Lee *et al.* 1991), Modelle mit Sternentwicklung (Chernoff & Weinberg 1990), rotierende Modelle (Einsel & Spurzem 1999), Tideneffekte und Anisotropie (Takahashi, Lee & Inagaki 1997; Gnedin & Ostriker 1999; Takahashi & Lee 2000) untersucht.

Grundannahme für alle Fokker-Planck-Modelle ist, dass der entscheidende Wechselwirkungsprozess in dem Sternsystem Kleinwinkelstöße sind und es keine Korrelationen von Teilchenstößen höherer Ordnung gibt. Für die Gültigkeit der Orbit-Mittelung ist weiterhin entscheidend, dass die dynamische Zeit oder *Crossing*-Zeit sehr viel kleiner als die Relaxationszeit ist.

Monte-Carlo-Modelle

Das Monte-Carlo-Verfahren basiert auch auf der Fokker-Planck-Gleichung und macht damit die gleichen Annahmen über das zu simulierende System. Es stellt im Grunde ein statistisches Verfahren zur Lösung der Fokker-Planck-Gleichung dar und geht zum einen auf Spitzer (siehe zum Beispiel Spitzer & Hart 1971a,b) und zum anderen auf Hénon (1971) zurück. Die Grundidee der Methode ist, dass der Einfluss der Hintergrundsterne auf die Bahn eines Sterns durch zufällig ausgewählte Teststerne bestimmt wird und zwar nur an einem zufällig ausgewählten Punkt der Bahn. Bis heute Anwendung finden die Modelle, die auf dem von Hénon und später von Stodółkiewicz (1982, 1986) weiterentwickelten Verfahren basieren (siehe beispielsweise Giersz 1998).

Gasmodelle

Bei den Gasmodellen wird die Fokker-Planck-Gleichung nicht direkt gelöst, sondern es werden deren Momente betrachtet. Daraus entsteht ein Gleichungssystem, das den hydrodynamischen Gleichungen ähnelt. Bis heute haben die Gasmodelle keine große Rolle bei der Modellierung von Beobachtungsergebnissen gespielt. Allerdings gelangten sie zu erheblicher Bedeutung bei theoretischen Untersuchungen der Post-Kollaps-Phase von Kugelsternhaufen. Meylan & Heggie (1997) schrieben in einem umfassenden Review-Artikel, dass der „erste beachtenswerte Punkt in Bezug auf Gasmodell sei, dass sie funktionieren.“ Dies wurde, in Vergleichen mit Fokker-Planck-Modellen und N-body-Rechnungen in den letzten Jahren mehrfach bewiesen. Ein großer Vorteil des Gasmodells ist, dass die mit einem Verfahren nach Henyey *et al.* (1959) verwirklichte numerische Lösung der Gleichungen einfacher ist als bei den Fokker-Planck-Modellen. Mehr über das im Rahmen dieser Arbeit verwendete Gasmodell findet sich in Kapitel 3, mehr über die Bedeutung des Modells in der Theorie in Kapitel 4.

1.6 Ziele der Arbeit

Mit dieser Arbeit soll ein wichtiger erster Schritt zu einer Verwendung der Gasmodelle zur detaillierten Untersuchung der Dynamik von Kugelsternhaufen geleistet werden. Darüber hinaus werden die Grundlagen geschaffen für einen direkten Vergleich der Gasmodelle mit anderen Methoden — hier insbesondere mit fortschrittlichen N-body-Modellen — und mit Beobachtungen von Kugelsternhaufen.

Nach einer Übersicht über aktuelle Beobachtungsergebnisse, soll im dritten Kapitel in die Grundlagen des Gasmodells eingeführt werden. Danach wird auf die wohl entscheidendste durch das Gasmodell erreichte Errungenschaft eingegangen: die Entdeckung der *Gravothermischen Oszillationen*. Die Untersuchung dieses Phänomens bildet einen wichtigen Schwerpunkt der folgenden Kapitel, die sich detaillierter mit der dynamischen Entwicklung von Kugelsternhaufen beschäftigen. Dazu wird im vierten Kapitel in einer Art Bestandsaufnahme zunächst das Gasmodell mit ausführlichen Untersuchungen mit Fokker-Planck-Modellen verglichen. Davon ausgehend wird dann ein einfaches Modell zur Beschreibung des Massenverlustes durch Sternentwicklung eingeführt und dessen Auswirkungen auf die Post-Kollaps-Phase diskutiert.

Abschließend soll das bis heute realistischste Gasmodell beschrieben werden, das sich Sternentwicklungsroutinen bedient, die auch von N-body-Modellen verwendet werden. Trotz mancher immer noch bestehender Einschränkungen des Gasmodells kann hier ein Kugelsternhaufen mit einer realistischen Teilchenzahl beschrieben, der Massenverlust der Sterne konsistent berücksichtigt und dessen Auswirkungen auf die Dynamik des Haufens studiert werden. Außerdem werden mit Hilfe eines „Projektionsverfahrens“ den Komponenten des Gasmodells stellare Populationen zugeordnet und so erstmals Farben-Helligkeits-Diagramme gezeigt, die auf Dichteinformationen des Gasmodells beruhen.

Am Ende der Arbeit steht ein Ausblick auf weitere Schritte, die zu einem realistischen Gasmodell wichtig und nötig sind. Für entscheidende Punkte dieser noch anstehenden Erweiterungen des Modells wird mit dieser Arbeit eine wichtige Grundlage geschaffen.

2. BEOBACHTUNGEN

2.1 Einführung

Durch das *Hubble*-Weltraumteleskop gelangen in den letzten Jahren „Einblicke“ in das Innere von Kugelsternhaufen, von denen man zuvor kaum zu träumen gewagt hatte. Das hat natürlich zu einer dramatischen Verbesserung bei der Erstellung von Farben-Helligkeits-Diagrammen geführt. Die von Richer *et al.* (1995) entdeckte erste deutliche Weiße Zwerg-Abkühlsequenz im Kugelsternhaufen M4, die immerhin 4 mag in M_U umfasste, macht diese Entwicklung deutlich (siehe dazu auch Abbildung 2.1). Heute sind detaillierte Abkühlsequenzen kaum noch etwas Besonderes. Schon ein Jahr nach den Beobachtungen von Richer *et al.* erschienen weitere Arbeiten, die deutlich das Abkühlen von Weißen Zwergsternen im Farben-Helligkeits-Diagramm zeigten (beispielsweise Cool, Piotto & King 1996).

Überhaupt hat das Erstellen von Farben-Helligkeits-Diagrammen von Kugelsternhaufen durch das *Hubble*-Weltraumteleskop einen deutlichen Aufschwung erlebt. Systematisch werden die Haufen unserer Milchstraße beobachtet und nach Besonderheiten im Farben-Helligkeits-Diagramm in Abhängigkeit von Alter, Metallizität, Entfernung vom galaktischen Zentrum oder vom dynamischen Zustand des Haufens gesucht. Doch auch die erdgebundenen Teleskope liefern nach wie vor brauchbare Ergebnisse: So haben Rosenberg, Piotto, Saviane & Aparicio (2000) den ersten Teil eines umfangreichen Katalogs von Kugelsternhaufen Farben-Helligkeits-Diagrammen vorgelegt, der 39 von insgesamt 52 nahen galaktischen Kugelsternhaufen beinhaltet. Das Besonderes an diesem Katalog ist seine Homogenität: Die Daten wurden nur mit zwei verschiedenen Teleskopen (eines für die Kugelsternhaufen am Südhimmel, eines für den Nordhimmel) gewonnen und es fand keine Mischung von CCD- und fotografischen Daten statt. Letztere wurde von manchen Autoren für die gefundene Streuung beim Alter der galaktischen Kugelsternhaufen verantwortlich gemacht.

Ein typisches Beispiel für ein Farben-Helligkeits-Diagramm, das mit dem *Hubble*-Weltraumteleskop gewonnen wurde ist in Abbildung 2.2 zu sehen. Es stammt aus der Arbeit von Cohen *et al.* (1997) und zeigt die Populationsverteilung im Kugelsternhaufen M13. Für die aktuellste Entwicklung steht das Farben-Helligkeits-Diagramm der Hauptreihe (Abbildung 2.3 aus King *et al.* 1998). Hier wurden Eigengeschwindigkeitsmessungen der schwächsten Sterne dazu verwendet, um Haufensterne von Feldsternen zu trennen. So gelang es insgesamt 1385 Hauptreihensterne zu isolieren, deren masseärmste Vertreter eine Masse von gerade einmal 0.1 $M_\odot$ haben. Das ist nicht viel mehr, als die

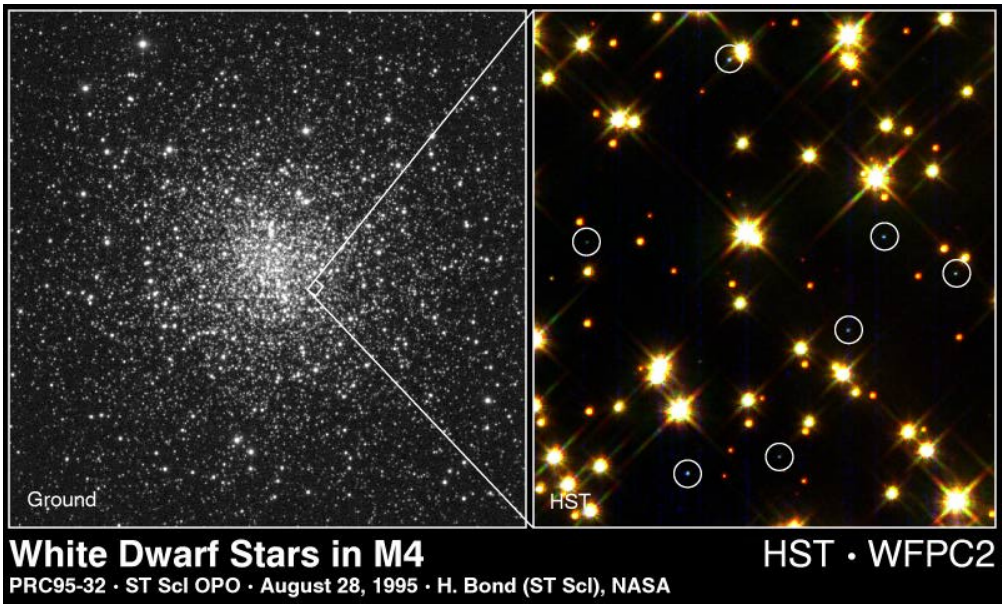

Abbildung 2.1. Weiße Zwergsterne im Kugelsternhaufen M4. Foto: Space Telescope Science Institute (1995)

Masse, die zum Zünden des Wasserstoffbrennens nötig ist.

Dass zum Entdecken von einzelnen Sternen in Kugelsternhaufen kein modernes Teleskop nötig ist, mag die Geschichte des Planetarischen Nebels Pease 1 belegen: Er wurde bereits 1928 in M15 entdeckt (Pease 1928). Bis heute sind nur drei weitere Objekte dieser Art in Kugelsternhaufen bekannt.

2.2 Kurzer Überblick über Sternentwicklung

Bevor in den nächsten Abschnitten auf Beobachtungen eingegangen wird, die das Wechselspiel zwischen Sternenpopulationen und Dynamik belegen, soll im folgenden zunächst ein kurzer Abriss über die Phasen im Leben eines Sterns gegeben werden, die in einem Farben-Helligkeits-Diagramm eines Kugelsternhaufens (wie etwa in Abbildung 2.2) zu finden sind.

Die meiste Zeit verbringen Sterne auf der so genannten Hauptreihe: Hier verbrennen sie in ihrem Zentrum Wasserstoff zu Helium. Dabei ist der wesentliche Unterschied zwischen massearmen und massereicheren ($M > 1.1\ M_\odot$) Hauptreihensternen der, dass erstere einen radiativen und letztere einen konvektiven Kern haben. Auf der Hauptreihe entwickeln sich die massearmen Sterne in Richtung höherer Leuchtkräfte und zu höherer Temperatur, während sich die massereicheren Sterne in Richtung höherer Leuchtkraft, aber niedrigeren Temperaturen entwickeln. Die Hauptreihenentwicklung ist beendet, wenn der Vorrat an Wasserstoff im Zentrum erschöpft ist.

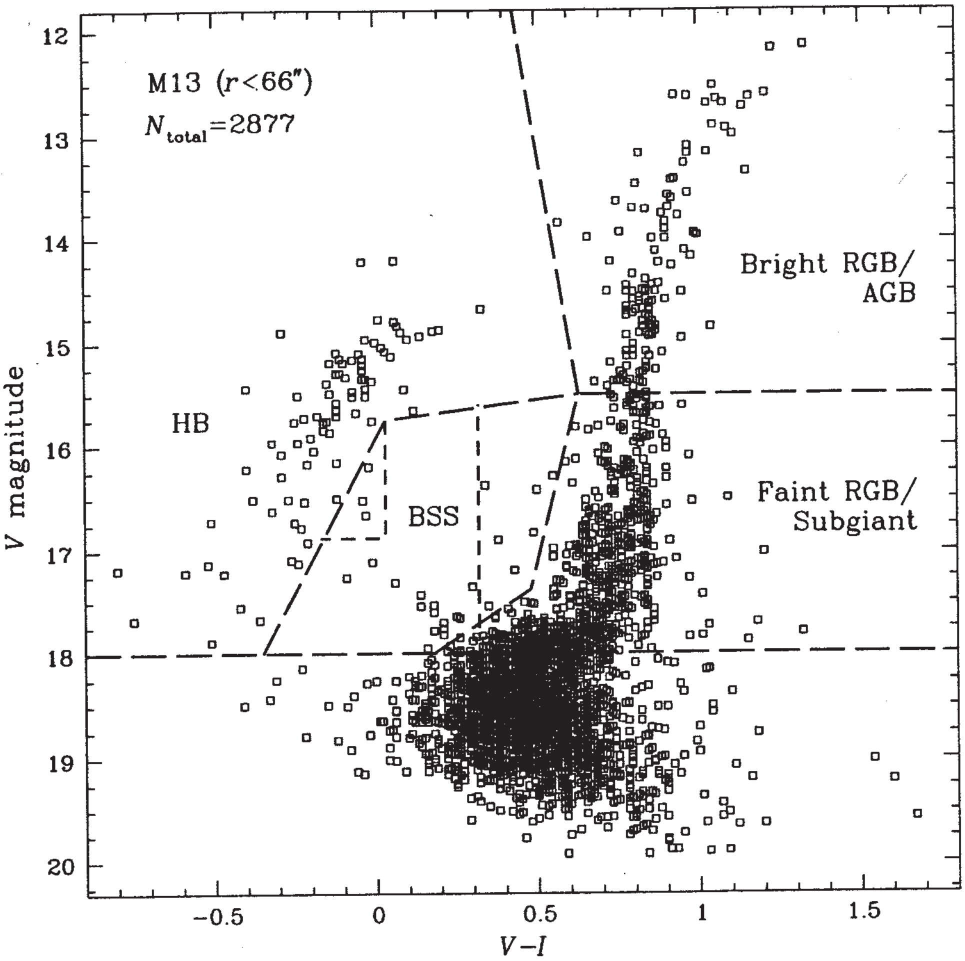

Abbildung 2.2. Farben-Helligkeits-Diagramm für 2877 Sterne in M13 (aus Cohen *et al.* (1997).

Während der anschließenden Phase entwickeln sich die Sterne bei relativ konstanter Leuchtkraft im Farben-Helligkeits-Diagramm. Diese Entwicklung geschieht sehr schnell, weshalb man oft nur wenige Sterne in dieser Region des Farben-Helligkeits-Diagramm sieht. Man nennt diesen Bereich die Hertzsprung-Lücke oder den *Subgiant-Branch.* Während dieser Phase nimmt der Radius des Stern zu, was zu einer Abnahme der Effektivtemperatur führt. Während die Sterne die Region des ersten Riesenastes erreichen, zieht sich ihr Kern langsam zusammen, während in den äußeren Hüllen weiter Wasserstoff in Helium verbrannt wird.

Irgendwann ist der Punkt erreicht, zu dem die Temperatur im Zentrum hoch genug ist, um die Heliumfusion zu zünden. Bei massearmen Sternen passiert dies im so genannten Helium-Flash. Sie ordnen sich dann gemäß ihrer Masse auf dem Horizontalast an. Die Entwicklung nach Verbrauch des Helium-

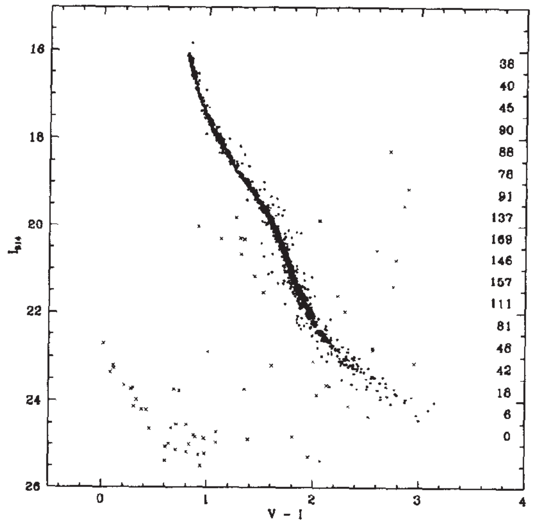

Abbildung 2.3. Diese Farben-Helligkeits-Diagramm des Kugelsternhaufens NGC 6397 aus King *et al.* (1998) macht den beeindruckenden Fortschritt bei der Erstellung von Farben-Helligkeits-Diagrammen mit Hilfe des *Hubble*-Weltraumteleskops deutlich. Durch Eigengeschwindigkeitsmessungen konnten selbst schwächste Hauptreihensterne eindeutig dem Haufen zugeordnet werden. Die leuchtschwächsten Sterne in diesem Diagramm haben eine Masse von nur etwa 0.1 $M_{\odot}$.

vorrats im Kern ähnelt dem Szenario zum Ende der Hauptreihenphase - die Phase des asymptotischen Riesenastes (AGB) beginnt. Hier bestehen die Kerne der Sterne aus Kohlenstoff und Sauerstoff und sind von einer brennenden Heliumschale umgeben. In der frühen AGB-Phase ist die Helligkeit der Sterne von dieser brennenden Heliumschale bestimmt. Im folgenden kann es — während der Stern den Riesenast hinaufwandert — zum wiederholten Zünden eines Wasserstoffschalenbrennens kommen und zu wiederholten Heliumschalen-Flashs. Diese Phase bezeichnet man als Thermisches Pulsen. Der Radius des Sterns kann hier enorm anwachsen. Er verliert große Teile seiner äußeren Hülle.

Ist dies geschehen, verlässt er den AGB und entwickelt sich bei konstanter Leuchtkraft zu immer höheren Temperaturen. Intensive Strahlung kann das zuvor abgestoßene Material zum Leuchten anregen: Es entsteht ein planetarischer Nebel. Mit dem Erlöschen der letzten nuklearen Fusionsprozesse kühlt der Stern langsam als Weißer Zwerg ab. Für massereichere Sterne sieht die Entwicklung etwas anders aus: Sie können in ihrem Inneren weitere Fusionsprozesse starten, was letztenendes zu einem Eisenkern im Zentrum und schließlich zu einer Supernova-Explosion führen kann. Je nach Masse des übrigbleibenden Kerns endet der Stern als Neutronenstern oder als ein Schwarzes Loch.

2.3 Sternenpopulationen und Dynamik

Der im Kontext dieser Arbeit interessanteste Aspekt der aktuellen Beobachtungen von Kugelsternhaufen und deren Farben-Helligkeits-Diagrammen ist der Einfluss der Haufendynamik auf die stellaren Populationen in dem Haufen. Interessanterweise ist es dabei nicht nur möglich, dass die globale Dynamik des Haufens Einfluss auf einzelne Sterne nimmt, sondern auch umgekehrt. So wird beispielsweise im Kapitel über *Gravothermische Oszillationen* deutlich werden, dass vielleicht nur ganz wenige Doppelsterne ausreichen, um die Dynamik eines Kugelsternhaufen dramatisch zu verändern.

Eine der ersten direkten Hinweise auf einen möglichen Einfluss der Dynamik auf die Population eines Sternhaufen fanden Buonanno, Corsi & Fusi Pecci (1985). Als Ursache für die beobachteten Unterschiede im Horizontalast der Farben-Helligkeits-Diagramm der Kugelsternhaufen M15/NGC 7078 und NGC 5466 brachten sie die höhere stellare Dichte im Zentrum des Haufens ins Spiel. M15 und NGC 5466 waren nämlich was Alter und Metallizität anbetrifft identisch, nur war M15 ein Standardbeispiel für einen Kugelsternhaufen mit einem sehr dichten *Core*, während NGC 5466 wesentlich geringere Dichten aufwies. Fusi Pecci *et al.* (1993) fanden schließlich durch Untersuchung einer Gruppe von 53 Kugelsternhaufen, dass die Länge des blauen Bereichs des Horizontalastes mit der Dichte des Haufens korreliert ist.

Populationsgradienten

Populationsgradienten in Kugelsternhaufen — also ein verschieden häufiges Auftreten von Sternenpopulationen in Abhängigkeit von der Entfernung vom Zentrum des Haufens — waren früher ein Thema, mit dem man sich eher einen schlechten Ruf einhandeln konnte, weil sie ein „Phänomen beschrieben, das nicht auftreten sollte“ (Ivan King, zitiert in Djorgovski & Piotto 1993). Diese Ansicht hat sich mittlerweile dramatisch geändert. Populationsgradienten zählen heute wohl mit zu den spannendsten Gebieten bei der Beobachtung von Kugelsternhaufen. Nur wenige Veröffentlichungen über Farben-Helligkeits-Diagramm von Kugelsternhaufen kommen ohne eine Untersuchung von Populationsgradienten aus — und in den konzentrierten Haufen sucht man meist erfolgreich.

Den ersten Hinweisen auf Populations- oder Farbgradienten, die man noch ohne moderne CCD-Technik Ende der 70er Jahre des 20. Jahrhunderts entdeckte, wurde wegen der recht schwierigen Beobachtungsbedingungen nur wenig Vertrauen geschenkt. Erst durch neue Beobachtungsverfahren konnten Piotto, King & Djorgovski (1988) einen Farbgradienten in dem Post-Kollaps-Sternhaufen M30 finden: M30 wurde zum Zentrum hin blauer, was sie im wesentlichen auf die Unterschiede in der radialen Verteilung von Roten Riesensternen und Horizontalast-Sternen zurückführten. Die Roten Riesensterne schienen weniger häufig im Zentrum zu sein, während die Horizontalaststerne keine Häufigkeitsänderung zeigten.

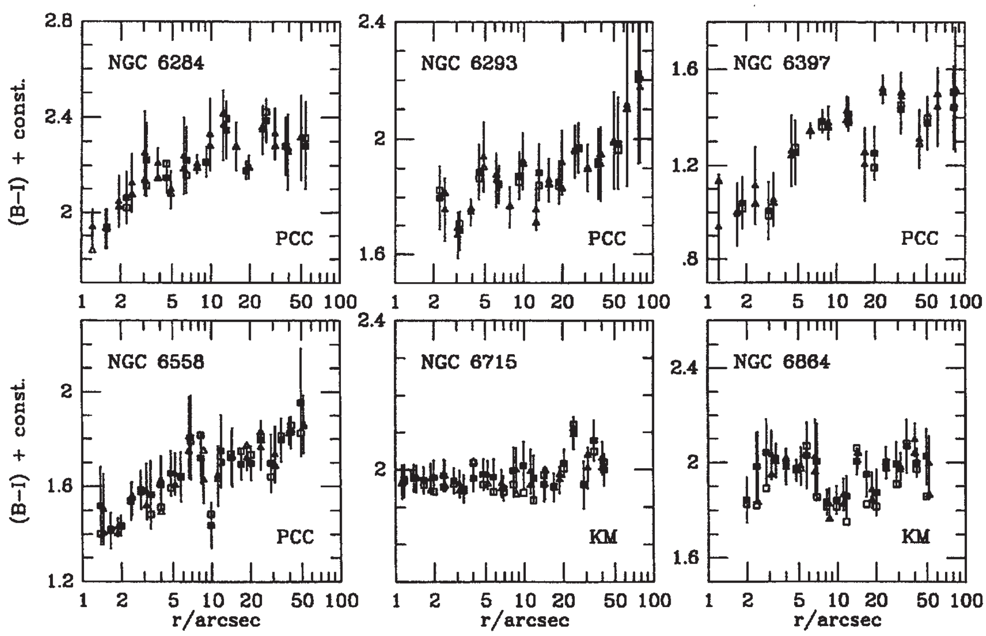

ABBILDUNG 2.4. Farbprofile von sechs Kugelsternhaufen. Die Post-Kollaps-Haufen (PCC) zeigen einen deutlichen Farbgradienten. Aus: Djorgovski *et al.* (1991)

Cederbloom *et al.* (1992) fanden in M15 einen $B-V$ und $H\alpha-V$ Gradienten und bestätigten damit entsprechende frühere Ergebnisse in $U-B$. Für die zunehmend blaue Farbe zum Zentrum hin kommen für die Autoren zwei mögliche Ursachen in Betracht: Entweder eine Population von leuchtschwachen, blauen Sternen mit starkem $H\alpha$-Absoptionslinien im Zentrum des Haufens oder aber das „Hinauswerfen" von leuchtschwachen roten Zwergen (also massearmer Hauptreihensterne) mit schwachen $H\alpha$-Absorptionslinien aus dieser Region. Für letzteres könnten Massensegregations-Prozesse verantwortlich sein. Djorgovski *et al.* (1991) untersuchten zwölf Kugelsternhaufen, von denen alle Post-*Core*-Kollaps-Haufen einen Farbgradienten zeigten. In NGC 6397 fanden sie durch Sternenzählungen einen deutlichen Hinweis auf eine Unterhäufigkeit von Roten Riesen in Richtung des Haufenzentrums.

Überraschenderweise glauben Cohen *et al.* (1997) hingegen in M13 eine leichte Unterhäufigkeit von Horizontalast-Sternen im Vergleich zu den Roten Riesenast- und AGB-Sternen ausmachen zu können. Ein Multi-Haufen-Sample, in dem die Daten von vier weiteren dichten Haufen für eine bessere Statistik hinzugefügt wurden, zeigten die selbe leichte Unterhäufigkeit der Horizontalast-Sterne zum Zentrum hin. Ein Erklärung dieser Gradienten mit „einfachen" stellardynamischen Modellen fällt hingegen schwer, da Massensegregation offensichtlich als Ursache für dieses Phänomen ausscheidet: Zum einen ist die Zeitskala für die Massensegregation um rund einen Faktor zehn größer als die

Entwicklungszeit auf dem Horizontalast und zum anderen unterscheiden sich die Massen von Sternen auf dem Horizontalast nicht bedeutend von denen auf dem Roten Riesenast, da der Massenverlust auf dem Roten Riesenast relativ gering ist.

Howell, Guhathakurta & Tan (2000) untersuchten M30/NGC 7099 erneut, um den Hinweisen nachzugehen, dass der Farbgradient ins Blaue zum Zentrum des Haufens hin nicht allein durch ein Defizit von Roten Riesensternen erklärt werden kann. Sie analysierten die Beobachtungen von Neuem und nutzten unter anderem auch einfache Fokker-Planck-Modelle, um den Einfluss von Massensegregation unter Hauptreihensternen auf den Farbgradienten zu studieren. Die Autoren konnten die Ergebnisse von Piotto, King & Djorgovski (1988) bestätigen und fanden außerdem, dass Massensegregation von Hauptreihen-Sternen nicht wesentlich zum Farbgradienten von M30 beitragen kann. Eine Erklärung für den Farbgradienten gaben sie allerdings auch nicht. Guhathakurta *et al.* (1998) hatten noch bis zur Hälfte des Farbgradienten auf Massensegregation von massearmen Hauptreihensternen zurückgeführt.

Blue Straggler

Oberhalb des Hauptreihen-Abknickpunktes finden sich in Farben-Helligkeits-Diagrammen von Kugelsternhaufen vereinzelt Sterne. Diese *Blue Straggler* genannten Objekte liegen etwa in der Verlängerung der Hauptreihe und gelten gemeinhin als der beste Beweis dafür, dass Dynamik und Sternentwicklung in Kugelsternhaufen nicht zu trennen sind. Eine der „überraschenden" (King 1999) Entdeckungen des *Hubble*-Weltraumteleskop war, dass diese *Blue Straggler* in jedem beobachteten Kugelsternhaufen zu finden waren und je weiter man in die Nähe des Haufenzentrums schaute, desto mehr Objekte fand man.

Dies wird beispielsweise an der Untersuchung von Testa *et al.* (2001) deutlich. Die Gruppe nutzte das *Hubble*-Weltraumteleskop um den *Core* von vier galaktischen Kugelsternhaufen zu untersuchen. Alle vier Haufen zeigten eine „mehr oder weniger" deutliche *Blue Straggler*-Sequenz. Im Falle von NGC 6626 fanden sie eine klare Konzentration der *Blue Straggler* zum Zentrum des Haufens hin, ebenso im zweitdichtesten Haufen der Untersuchung NGC 2298. In den anderen Haufen fanden die Autoren zumindest einen Trend für das vermehrte Auftreten im Zentrum. Sie unterstrichen jedoch, dass in allen vier Haufen etwa 80 Prozent der *Blue Straggler* innerhalb eines Radius von drei *Core*-Radien vom Zentrum zu finden sind.

So sehr sich auch der Gradient der *Blue Straggler* zum Haufenzentrum immer weiter bestätigt, so sehr ist die Natur dieser Objekte bis heute unklar. Sicher ist nur, dass sie massereicher sein müssen, als die Sterne, die gerade den Hauptreihen-Abknickpunkt bevölkern. Da aber Sterne mit dieser Masse, die zur selben Zeit wie alle anderen Sterne im Haufen geboren wurden, schon längst die Hauptreihe verlassen haben, müssen die *Blue Straggler* später entstanden sein. So wäre es beispielsweise möglich, dass zwei massearme Hauptreihensterne verschmelzen. Jüngste Studien, die moderne N-body-Programme und Doppelstern-Entwicklung kombinierten, konnte die *Blue Straggler*-Population im offenen Sternhaugen M67 wiedergeben (Hurley *et al.* 2001). Allein mit Doppelstern-Entwicklung wäre das nicht möglich gewesen.

Exotische Objekte

In vielen Kugelsternhaufen wurden in den vergangenen Jahren zahlreiche Röntgenquellen gefunden (siehe beispielsweise Verbunt 2001 für eine Übersicht über ROSAT-Beobachtungen von leuchtschwachen Röntgenquellen). Im Kugelsternhaufen 47 Tucanae fanden sich eine ganze Reihe von Millisekunden-Radiopulsaren, die Rasio, Pfahl & Rappaport (2000) in Simulationen als Doppelsternsysteme reproduzieren konnten, die aus einem Neutronenstern und einem Hauptreihenstern bestehen.

Moderne Weltraumteleskope haben in den letzten Monaten auch hier die Kenntnisse über Röntgenquellen in Kugelsternhaufen dramatisch erweitert. So beobachteten Grindlay *et al.* (2001) in 47 Tucanae mit dem Röntgenteleskop *Chandra* die Population von kompakten Doppelsternen im Zentrum des Haufens. Dabei konnten sie nachweisen, dass die über 100 gefundenen Röntgenquellen zum Zentrum des Haufens hin konzentriert waren. Bei über 50 Prozent der Quellen scheint es sich um Millisekunden-Pulsare zu handeln, bei etwa 30 Prozent um Materie akkretierende Weiße Zwerge und bei weiteren 15 Prozent um Hauptreihen-Doppelsterne.

Das im Rahmen dieser Arbeit vorgestellte Modell kann, da es Sterne nur als Einzelsterne behandelt, solche Ergebnisse nicht reproduzieren. Es wird aber zumindest Hinweise darauf liefern können, warum es gerade in Zentrum zu so einer großen Zahl von exotischen Objekten kommen kann. Eine Einbeziehung von Doppelsternen und die Verfolgung ihrer Entwicklung mit Hilfe des Gasmodells ist aber für die Zukunft geplant (siehe Ausblick am Ende der Arbeit).

3. DAS STELLARDYNAMISCHE GASMODELL

3.1 Einleitende Bemerkungen

Das stellardynamische Gasmodell basiert auf einer zunächst einfachen Beobachtung: Sternhaufen verhalten sich in gewisser Hinsicht wie eine selbstgravitierende, ein-atomige ideale Gaskugel und sie haben insbesondere die selben thermodynamischen Eigenschaften. So befinden sich beispielsweise beide Systeme in einem lokalen thermodynamischen Gleichgewicht. Temperaturunterschiede werden durch einen Wärmefluss von den wärmeren zu den kälteren Bereichen des Systems ausgeglichen. Auf dieses Parallelen hatten schon Hénon (1961) und Lynden-Bell & Wood (1968) hingewiesen. Bei Gasmodellen von Sternhaufen geht man davon aus, dass dieser Wärmefluss proportional zum lokalen Temperaturgradienten ist. Die Rolle der Temperatur im Gasmodell übernimmt die mittlere quadratische Geschwindigkeitsdispersion. Der „Wärmefluss" wird durch gravitative Wechselwirkungen zwischen individuellen Sternen erzeugt.

3.2 Die Momentengleichungen

Für das Gasmodell, das für die hier vorliegende Arbeit verwendet wurde, gelten folgende grundsätzliche Annahmen:

- das betrachtete System ist sphärisch symmetrisch im Ortsraum und
- die zeitliche Entwicklung seiner Verteilungsfunktion $f(r, v, t)$ kann durch die Boltzmann-Gleichung beschrieben werden

Die Verteilungsfunktion gibt die Wahrscheinlichkeit an, einen Stern zum Zeitpunkt t mit dem Geschwindigkeitsvektor v am Radius r zu finden. Der Geschwindigkeitsvektor v hat die kartesischen Komponenten v_r, v_θ und v_ϕ und f ist wegen der sphärischen Symmetrie nur eine Funktion von $v_t^2 = v_\theta^2 + v_\phi^2$.

Ein weitere Annahme des Modells ist, dass der entscheidende Wechselwirkungsprozess in dem Sternsystem entfernte gravitative Zweierstöße sind. Als Folge davon, kann ein Fokker-Planck-Stoßterm verwendet werden.

Unter Verwendung der Lagrangefunktion

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\dot{r^2} + r^2\dot{\theta^2} + r^2 \sin^2\theta\dot{\phi^2}) - \Phi(r, t) \tag{3.1}$$

ergeben sich die folgenden Euler-Lagrange-Gleichungen für die Bewegung eines Sterns im Potential Φ des Sternhaufens

$$\begin{aligned}\dot{v_r} &= -\frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{v_\phi^2 + v_\theta^2}{r} \\ \dot{v_\theta} &= -\frac{v_r v_\theta}{r} + \frac{v_\phi^2}{r \tan\theta} \\ \dot{v_\phi} &= -\frac{v_r v_\phi}{r} + \frac{v_\theta v_\phi}{r \tan\theta}\end{aligned} \tag{3.2}$$

Die Basisgleichung des Gasmodells hat damit die folgende Form:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_r \frac{\partial f}{\partial r} + \dot{v}_r \frac{\partial f}{\partial v_r} + \dot{v}_\theta \frac{\partial f}{\partial v_\theta} + \dot{v}_\phi \frac{\partial f}{\partial v_\phi} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{enc}} \tag{3.3}$$

wobei der Stoßterm auf der rechten Seite wie folgt aussieht:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{enc}} = -\sum_i \frac{\partial}{\partial v_i} \left(f \langle \Delta \dot{v}_i \rangle\right) + -\sum_{i,j} \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial v_i \partial v_j} \left(f \langle \Delta v_i \dot{\Delta} v_i \rangle\right) \tag{3.4}$$

für $i, j = r, \theta, \phi$. Den ersten Term dieses Ausdrucks bezeichnet man als Driftterm, den zweiten als Diffusionsterm.

Beim Gasmodell löst man die obige Fokker-Planck-Gleichung (3.3) nicht direkt, sondern verwendet ein so genanntes Momentenverfahren. Erstmals wurde ein auf diesen Prinzipien beruhendes Modell von Larson (1970) zur Untersuchung der zeitlichen Entwicklung eines Sternhaufens eingesetzt. Die Momente der Geschwindigkeits-Verteilungsfunktion f sind allgemein wie folgt definiert:

$$< i, j, k > := \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v_r^i v_\theta^j v_\phi^k f(r, v_r, v_\theta, v_\phi, t) dv_r dv_\theta dv_\phi \tag{3.5}$$

Für das Gasmodell betrachtet man Momentengleichungen zweiter Ordnung, die allerdings auch Momente dritter Ordnung beinhalten. Im einzelnen werden die folgenden Momente benötigt:

$$\begin{aligned}\langle 0,0,0 \rangle &:= \rho = \int_{-\infty}^{\infty} f dv_r dv_\theta dv_\phi \\ \langle 1,0,0 \rangle &:= u\rho = \int_{-\infty}^{\infty} v_r f dv_r dv_\theta dv_\phi \\ \langle 2,0,0 \rangle &:= p_r + \rho u^2 = \int_{-\infty}^{\infty} v_r^2 f dv_r dv_\theta dv_\phi\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle 0,2,0\rangle &:= p_\theta = \int_{-\infty}^{\infty} v_\theta^2 f dv_r dv_\theta dv_\phi && (3.6)\\
\langle 0,0,2\rangle &:= p_\phi = \int_{-\infty}^{\infty} v_\phi^2 f dv_r dv_\theta dv_\phi := p_t = \rho\sigma_t^2\\
\langle 3,0,0\rangle &:= F_r + 3up_r + \rho u^3 = \int_{-\infty}^{\infty} v_r^3 f dv_r dv_\theta dv_\phi\\
\langle 1,2,0\rangle &:= F_\theta + up_\theta = \int_{-\infty}^{\infty} v_r v_\theta^2 f dv_r dv_\theta dv_\phi\\
\langle 1,0,2\rangle &:= F_\phi + up_\phi = \int_{-\infty}^{\infty} v_r v_\phi^2 f dv_r dv_\theta dv_\phi
\end{aligned}$$

Bei der obigen Definition wurden noch folgende Hilfsgrößen eingeführt: Die mittlere Transportgeschwindigkeit u, der radiale und tangentiale Druck p_r und p_t (wegen sphärischer Symmetrie ist $p_\theta = p_\phi =: p_t$), die radiale und tangentiale Geschwindigkeitsdispersion σ_r und σ_t, wobei $p_r = \rho\sigma_r^2$ und $p_t = \rho\sigma_t^2$ ist. Aus Symmetriegründen gilt außerdem für den tangentialen Energiefluss F_t, dass $F_\theta = F_\phi =: F_t/2$ ist. F_r ist der radiale Energiefluss.

Unter Verwendung der Definitionen der Momente und der Fokker-Planck-Gleichung findet man schließlich den folgenden Satz von Momentengleichung zweiter Ordnung:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(\rho u r^2) - \left(\frac{\partial\rho}{\partial t}\right)_{\mathrm{se}} = 0 \tag{3.7}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{GM_r}{r^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p_r}{\partial r} + 2\frac{p_r - p_t}{\rho r} = 0 \tag{3.8}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p_r}{\partial t} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(p_r u r^2) + 2p_r\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{3}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(p_r(v_r - u)r^2) - 4\frac{p_t(v_t-u)}{r}&\\
= -\frac{2}{3}\frac{p_r - p_t}{\lambda_A T_A} + \left(\frac{\delta p_r}{\delta t}\right)_{\mathrm{bin3}} + \sum_j \left(\frac{\partial p_{r,j}}{\partial t}\right)_{\mathrm{eq}} + \frac{p_r}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial t}\right)_{\mathrm{se}}&
\end{aligned} \tag{3.9}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p_t}{\partial t} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(p_t u r^2) + 2\frac{p_t u}{r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(p_t(v_t - u)r^2) + 2\frac{p_t(v_t-u)}{r}&\\
= \frac{1}{3}\frac{p_r - p_t}{\lambda_A T_A} + \left(\frac{\delta p_t}{\delta t}\right)_{\mathrm{bin3}} + \sum_j \left(\frac{\partial p_{t,j}}{\partial t}\right)_{\mathrm{eq}} + \frac{p_t}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial t}\right)_{\mathrm{se}}&
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Dabei ist σ^2 die mittlere Geschwindigkeitsdispersion ($\sigma^2 = (\sigma_r^2 + 2\sigma_t^2)/3$), λ_A eine numerische Konstante und T_A die Anisotropie-Abkling-Zeitskala für eine anisotrope, lokale Geschwindigkeitsverteilung gemäß

$$T_A = \frac{10}{9} T \tag{3.11}$$

mit der Relaxationszeit

$$T = \frac{9}{16\sqrt{\pi}} \frac{\sigma^3}{G^2 m \rho \log(\gamma N)} \tag{3.12}$$

in der Definition von Larson (1970), wobei N die Teilchenzahl des Kugelsternhaufens, m die individuelle Sternmasse und γ eine numerische Konstante ist.

Die mit „bin3" gekennzeichneten Terme auf der rechten Seite von Gleichung 3.9 und 3.10 beziehen sich auf den Ausdruck, der für die Einbeziehung der Energieerzeugung durch Entstehung und Härtung von Doppelsternen verantwortlich ist (siehe übernächsten Abschnitt), die beiden mit „eq" gekennzeichneten Summen (jeweils über alle Komponenten j außer der aktuellen Komponente) auf die Equipartitionsterme gemäß Spurzem & Takahashi (1995).

Der Stoßterm der Fokker-Planck-Gleichung wird beim Gasmodell mit Hilfe einer lokalen Approximation bestimmt, bei der angenommen wird, dass während eines Stoßes nur die Geschwindigkeit, nicht aber die Position eines Teilchens verändert wird und zudem der gesamte Effekt aller Stöße auf ein Testteilchen dadurch abgeschätzt werden kann, dass man ein Teilchen in einem homogenen, unendlichen System betrachtet, in dem überall die Bedingungen der lokalen Verteilungsfunktion herrschen.

Die in den Gleichungen 3.7, 3.9 und 3.10 zusätzlich eingefügten und mit „se" gekennzeichneten Terme symbolisieren den Effekt des Massenverlusts durch Sternentwicklung in dem Modell. Dieser wird wegen der im Vergleich zu stellaren Winden niedrigen Entweichgeschwindigkeit in Kugelsternhaufen als instantan angenommen. Er wirkt als indirekte Heizung, da er sowohl Masse als auch Gesamtpotential des Haufens verringert.

Definiert man nun noch zusätzlich die Masse M_r innerhalb einer Kugel mit Radius r durch

$$\frac{\partial M_r}{\partial r} = 4\pi r^2 \rho \tag{3.13}$$

hat man einen Satz von Gleichungen vor sich, der den durch die Poisson-Gleichung gekoppelten hydrodynamischen Gleichungen entspricht.

3.3 Abschlussbedingung

Wie schon oben erwähnt, werden für die Momentengleichungen zweiter Ordnung auch Momente dritter Ordnung verwendet, so dass zum Schließen des Gleichungssystems noch zwei zusätzliche Gleichungen notwendig sind. Der hier verwendete, so genannte Wärmeleitungs-Abschluss, wurde erstmals von Lynden-Bell und Eggleton (1980) benutzt. Er basiert auf der Grundannahme, dass der Energiefluss (also die Momente dritter Ordnung) proportional zu den Momenten zweiter Ordnung (den „Temperaturen“) sind. Für den Wärmetransport nimmt man somit an, dass

$$F = -\kappa \frac{\partial T}{\partial r} = -\Lambda \frac{\partial \sigma^2}{\partial r} \tag{3.14}$$

Mit dem Argument, dass man in die klassische Beziehung $\Lambda \propto \bar{\lambda}^2/\tau$ (mit der mittleren freien Weglänge $\bar{\lambda}$ und der Kollsionszeit τ) in diesem Fall die lokale Jeans-Länge $\lambda_J^2 = \sigma^2/(4\pi G\rho)$ und die Chandrasekhar'sche Relaxationszeit $t_{rx} \propto \sigma^3/\rho$ einzusetzen hat, folgt $\Lambda \propto \rho/\sigma$. Mit der mittleren Geschwindigkeitsdispersion $\sigma^2 = (\sigma_r^2 + 2\sigma_t^2)/3$ als Temperaturgradienten und der Annahme $v_r = v_t$ lauten die letzten beiden Gleichungen damit:

$$v_r - u + \frac{\lambda}{4\pi G\rho t_{rx}} \frac{\partial \sigma^2}{\partial r} = 0 \tag{3.15}$$

$$v_r = v_t \tag{3.16}$$

λ ist dabei eine numerische Konstante, die gemäß

$$\lambda = \frac{27\sqrt{\pi}}{10} C \tag{3.17}$$

mit der Konstante C im isotropen Gasmodell verknüpft ist (siehe etwa Heggie & Stevenson 1988).

Zusammen mit den vier Momentengleichungen und der Massengleichung ergeben sich somit sieben Gleichungen für die sieben abhängigen Variablen $M_r, \rho, u, p_r, p_t, v_r, v_t$ des Gasmodells.

3.4 Heizung durch Doppelsterne

Wie im nächsten Kapitel deutlich wird, kommt der Bildung von Doppelsternen im Zentrum eines Kugelsternhaufens eine besondere Bedeutung zu. Der daraus resultierende Energieinput kann den Verlauf des *Core*-Kollaps empfindlich verändern. Im Grunde widerspricht diese Idee, die schon vom Anfang der 1970er Jahre stammt (Hénon 1971, Aarseth, Hénon & Wielen 1974), dem Grundgedanken der zu Grunde liegenden Fokker-Planck-Gleichung, dass nur unkorrelierte Kleinwinkel-Stöße für die Entwicklung des Systems wichtig sind. Bettwieser & Sugimoto (1983) führten trotzdem eine phänomenologische Beschreibung des

Energieinputs durch die Entstehung und das Aushärten so genannter Drei-Körper-Doppelsterne ein. Der Begriff erklärt sich aus dem Sachverhalt, dass angenommen wird, dass diese Doppelsterne durch enge Begegnungen von drei Sternen im dichten Zentrum des Haufens entstehen.

Die Form dieses Heiztermes, der in den Gasmodell-Formeln mit „bin3“ gekennzeichnet wird, wurde später von Goodman (1987) und Heggie & Ramamani (1989) ausführlich diskutiert. Für das hier verwendete Gasmodell erhält man

$$\left(\frac{\delta p_r}{\delta t}\right)_{\rm bin3} = \frac{2}{3} C_b m n^3 \sigma^3 \left(\frac{Gm}{\sigma^2}\right)^5 \tag{3.18}$$

und unter der Annahme isotropischer Doppelstern-Heizung

$$\left(\frac{\delta p_t}{\delta t}\right)_{\rm bin3} = \left(\frac{\delta p_r}{\delta t}\right)_{\rm bin3} \tag{3.19}$$

Dabei ist m die individuelle Sternmasse, σ die mittlere Geschwindigkeitsdispersion und $n = \rho/m$ die stellare Teilchendichte. C_b ist ein numerischer Parameter, mit dem die Energieerzeugung durch Doppelsterne skaliert. Als Standardwert wird $C_b = 90$ angenommen (vergleiche Hut 1985).

3.5 Numerisches Verfahren

Die Größe des Gleichungssystems, das beim Gasmodell zu lösen ist, hängt von der Anzahl der dynamischen Komponenten N_{comp} ab. Jede dieser Komponenten repräsentiert Sterne einer bestimmten Masse. Die Gesamtzahl der Gleichungen N_{eq} beträgt $6 \times N_{comp} + 1$. Dieses nicht-lineare, gekoppelte Gleichungssystem wird auf einem radialen Gitter mit 200 logarithmisch äquidistanten Stützstellen diskretisiert und mit einem Newton-Raphson-Henyey-Verfahren gelöst (siehe Henyey *et al.* 1959).

Die im Rahmen dieser Arbeit meist verwendeten 7-Komponenten-Modelle lassen sich noch in hinreichend kleiner Rechenzeit durchrechnen. Erhöht man allerdings die Zahl der dynamischen Massenkomponenten, ist der Geschwindigkeitsvorteil des Gasmodells schnell dahin: Die beim Lösen des Gleichungssystems erforderliche Matrixinversion skaliert in der Rechenzeit mit der dritten Potenz der Komponentenzahl. Und da die Modelle einen sehr hohen dynamischen Bereich der Variablen erfordern, die Matrizen also sehr schlecht konditioniert sind, versagen herkömmliche und oft speziell optimierte Matrix-Inversions-Routinen. Aus diesem Grunde wird im folgenden des öfteren betont, wie wichtig es ist, die Anzahl der dynamischen Komponenten N_{comp} nicht unnötig zu vergrößern.

Ein Ausweg wäre, das gesamte, dem Gasmodell zu Grunde liegende numerischen Lösungsverfahrens der diskretisierten Gleichungen zu parallelisieren und das Verfahren so zu modifizieren, dass unter Festhalten der Größen der anderen

Massenkomponenten nur jeweils ein Satz von Gleichungen einer Massenkomponente zur Konvergenz iteriert wird und diese dann verwendet werden, um die nächste Massenkomponente zu iterieren. Dies müsste so lange wiederholt werden, bis eine Gesamtkonvergenz für diesen Zeitschritt erreicht ist. Das Verfahren dürfte instabiler sein und kleinere Zeitschritte erfordern, würde aber insgesamt zu einer Skalierung des Rechenaufwands nur mit der Anzahl der Komponenten führen und das Gasmodell parallelisierbar machen. So wäre es beispielsweise möglich, jedem Prozessor eines Parallelrechners die Lösung des Gleichungssystems einer Massenkomponente zuzuweisen. Wird dazu eine Wert einer anderen Massenkomponente benötigt, greift man auf die Werte beim letzten Zeitschritt zurück. Erste Versuche in diese Richtung wurden bereits gemacht, ohne dass bislang konkrete Ergebnisse vorliegen.

4. GRAVOTHERMISCHE OSZILLATIONEN

4.1 Leben nach dem Core-Kollaps?

Die Frage, nach einem Leben nach dem so genannten *Core*-Kollaps, der im nächsten Abschnitt noch genauer erläutert wird, hat sich für viele Jahre gar nicht gestellt. Ob ein Kugelsternhaufen den gesamten *Core*-Kollaps überstehen konnte, war alles andere als sicher. Deshalb glaubten viele, dass ein Beschäftigung mit der Post-*Core*-Kollaps-Phase keinerlei Bezug zu Beobachtungsdaten haben konnte. Kugelsternhaufen, so vermuteten gar einige Autoren, „verschwanden" nach dem *Core*-Kollaps einfach (Lightman, Press & Odenwald 1978). Doch mit der Zeit sprachen immer mehr Beobachtungsdaten gegen die Vorstellung, dass sich alle Kugelsternhaufen noch in der *Core*-Kollaps-Phase befinden (Lightman 1982) und es wurde auch zunehmend schwerer, die Vielzahl von *Core*-Parametern mit diesem Bild in Einklang zu bringen. Es musste also tatsächlich ein „Leben nach dem *Core*-Kollaps" geben. Theoretische Überlegungen bestätigten später diese Vermutung (Cohn & Hut 1984).

4.2 Gravothermische Oszillationen

Die Frage der dynamischen Entwicklung eines Kugelsternhaufen nach dem *Core*-Kollaps versuchten Sugimoto & Bettwieser (1983) und Bettwieser & Sugimoto (1994) mit einer bis dahin neuen Idee nachzugehen: Sie untersuchten das Verhalten eines stellardynamischen Gasmodells, das über einen zusätzlichen künstlichen Energieerzeugungsterm verfügte, der die Energieerzeugung durch die Härtung von Doppelsternen simulieren sollte. Dabei setzten sie für die Energieerzeugungsrate pro Masse den Ausdruck

$$\epsilon = C(\rho/10^{10} M_{\odot}\mathrm{pc}^{-3})^{\mathrm{k}}(\mathrm{v}/10\mathrm{kms}^{-1}) \tag{4.1}$$

an, der für k=3 nicht wesentlich von der Behandlung der Energieerzeugung im aktuellen Gasmodell abweicht (siehe letztes Kapitel). Der Parameter C skaliert dabei die Energie-Erzeugung relativ zum Flussterm (siehe vorheriges Kapitel), welcher die lokale Wärmebilanz durch Zweier-Relaxation beschreibt. Da der „bin3"-Term proportional zu N^{-3} (N ist wieder die Teilchenzahl) und die Relaxationszeit proportional zu $N/\log N$ ist, entspricht eine Veränderung von ϵ einer Veränderung von N. ρ ist hier die Dichte, k ein weiterer Parameter (bei Sugimoto & Bettwieser 1 oder 2) und v ist die drei-dimensionale Geschwindigkeitsdispersion.

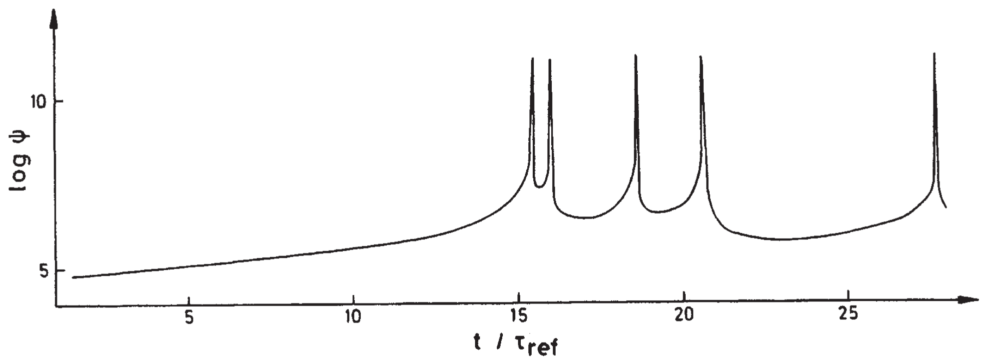

ABBILDUNG 4.1. Erste Darstellung von *Gravothermischen Oszillationen* in der Original-Arbeit von Sugimoto & Bettwieser (1983). Aufgetragen ist der zeitliche Verlauf der zentralen Dichte. Die Parameter für die Energieerzeugung waren $C = 10^4 \mathrm{ergs}^{-1}$ und $k = 2$.

Sugimoto und Bettwieser fanden den in Abbildung 4.1 wiedergegebenen Verlauf der zentralen Dichte in ihrem Modell: Zuerst kollabiert der Kugelsternhaufen, wie vom *Core*-Kollaps-Szenario zu erwarten, zu sehr hohen Dichten im Zentrum. Doch zu diesem Zeitpunkt wird die proportional zur Dichte wirkende Energieerzeugung durch Doppelsterne wirksam und initiiert eine Re-Expansion des *Cores* bis zu Werten, die nicht weit vom Anfangszustand entfernt liegen. Darauf beginnt die Kollaps von neuem.

Um die Vorgänge rund um dieses — von den Autoren *Gravothermische Oszillationen* getaufte — Phänomen etwas gründlicher zu verstehen, mag es zunächst sinnvoll sein, sich kurz mit den Ursachen für den ersten Kollaps, den *Core*-Kollaps, zu beschäftigen. Die ersten Untersuchungen hierzu gehen auf Antonov (1962) sowie auf Lynden-Bell & Wood (1968) zurück. Grundlage der Überlegungen ist, dass selbstgravitierende Systeme eine negative Wärmekapazität besitzen (was bedeutet, dass ein solches System wärmer wird, wenn man ihm Energie entzieht). Dies gilt insbesondere für den *Core* eines Sternsystems. Der Halo hingegen, hat eine positive Wärmekapazität und ist nicht selbstgravitativ. Herrscht im *Core* nun eine leicht höhere Temperatur als im Halo, wird ein Wärmefluss vom *Core* in den Halo einsetzen und *beide* Systeme werden wärmer. Ist die Wärmekapazität des Halos betragsmäßig kleiner als die des *Cores*, wird die Temperatur im Halo stärker ansteigen als im *Core* und der Wärmefluss irgendwann aufhören. Im umgekehrter Fall kann die Temperatur im Halo nicht mit dem Anstieg der *Core*-Temperatur mithalten und der Temperaturunterschied wird größer. Der Dichtekontrast zwischen dem *Core* und dem Rand des Haufens, durch den diese „gravothermische Katastrophe“ möglich wird, muss nach Antonov (1962) 708.61 betragen. Dieses Gedankenexperiment wird unter der Annahme eines am Rand des Halo abgeschlossenen Systems gemacht.

Doch zurück zu den *Gravothermischen Oszillationen*: Sieht man sich den

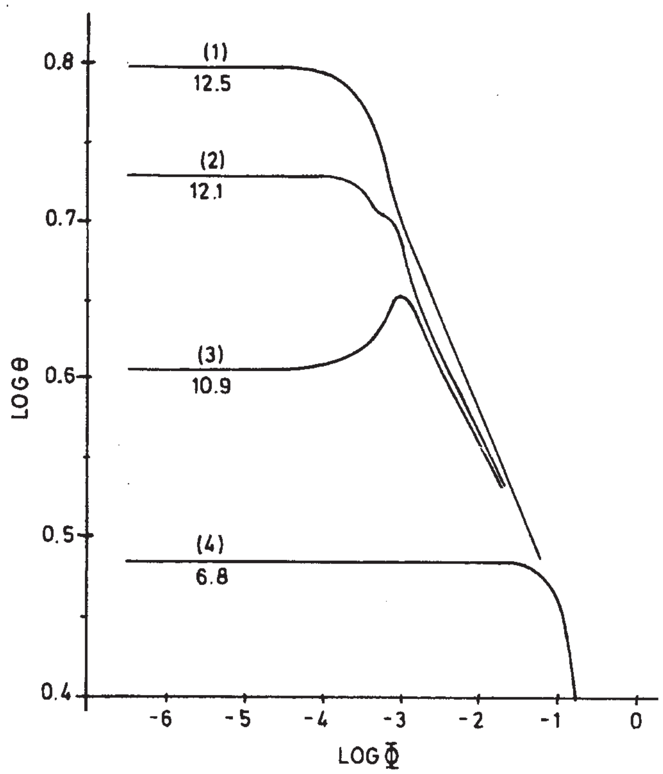

ABBILDUNG 4.2. Die Änderungen im Temperaturprofil des Kugelsternhaufens für vier verschiedene Phasen der dynamischen Entwicklung aufgetragen gegen die Lagrangeradien. (1) zeigt die Situation während des Kollapses, (2) den Temperaturverlauf unmittelbar nach Einsetzen der Expansion, (3) die Expansionsphase und (4) den Zustand während der geringsten zentralen Dichte. Letztere ist in der Abbildung jeweils unter den Kurven angegeben. Aus Sugimoto & Bettwieser (1983).

Dichteverlauf in Abbildung 4.1 an, kann man das Anwachsen der Dichte leicht mit der oben beschriebenen gravothermischen Katastrophe identifizieren. Bettwieser & Sugimoto (1984) beschreiben den Verlauf als „Flip-Flop", bei dem auf jeder Seite Schalter angebracht sind, die die Kontraktion in eine Expansion verwandeln und umkehrt. Eine entscheidende Rolle spielt also auch bei den *Gravothermischen Oszillationen* der jeweilige Temperaturverlauf innerhalb des Haufens, der ja auch für den anfänglichen Kollaps verantwortlich ist.

In Abbildung 4.2, die auch der Originalarbeit von Sugimoto & Bettwieser (1983) entnommen wurde, ist der Verlauf der Temperatur in Abhängigkeit der Lagrangeradien für vier wichtige Phasen der Entwicklung wiedergegeben. In Phase 1 (Kurve ganz oben) nimmt die Temperatur nach außen hin ab und der normale *Core*-Kollaps nimmt seinen Lauf. Durch die größer werdende Dichte im Zentrum des Haufens wird zu einem bestimmten Zeitpunkt die Energieerzeugung durch Doppelsterne bedeutend. Da dieser Energieimpuls auf das Zentrum konzentriert ist, werden die inneren Bereiche sich schneller ausdehnen als die äußeren Bereiche. Es entsteht ein kleiner Kern, in dem die Temperatur nach außen hin leicht zunimmt (Phase 2). Durch die Umkehr des Temperaturgradienten im Zentrum des Haufens kann aber nun Wärme nach innen fließen, wodurch der gravothermische Kollaps umgekehrt wird: Der *Core* expandiert. In Phase 3 ist diese Expansion in vollem Gang. Die Energieerzeugung durch Doppelsterne ist wieder unbedeutend geworden. Im Temperaturprofil findet sich außerhalb des *Cores* ein Maximum. Dieses Maximum sorgt aber auch für einen Wärmefluss in die Gegenrichtung, die das Maximum der Temperatur kleiner werden lässt, bis es in Phase 4 schließlich ganz verschwunden ist. Nun setzt wieder ein Wärmefluss nach außen ein und der gravothermische Kollaps kann erneut beginnen.

Bei diesem Vorgang ist noch eine Sache wichtig: Der Energiebedarf, um den Kollaps in eine Expansion zu verwandeln, ist äußerst gering. Und wenn die gravothermische Katastrophe erst einmal in umgekehrter Richtung läuft, ist keine weitere Energiezufuhr von außen nötig. Bettwieser & Sugimoto (1984) sagten es so: „Die Energieerzeugung durch Doppelsterne wird nur benötigt, um den Schalter umzulegen.“ Die Autoren weisen auch darauf hin, dass ihre Modelle in der Post-Kollaps-Phase gut die gemessenen Daten für Kugelsternhaufen wiedergegeben. Zudem sei die Wahrscheinlichkeit, einen Haufen zum Zeitpunkt höchster Dichte zu beobachten relativ gering. So sei dies eine mögliche Erklärung für die Eingangs geschilderte Diskrepanz zwischen Beobachtung und Theorie.

Die Pionierarbeit von Sugimoto & Bettwieser wurde von anderen Theoretikern mit relativ viel Skepsis aufgenommen. Das verwendete Gasmodell stellte eine sehr idealisierte Beschreibung eines Sternhaufens dar und viele hielten die gefundenen Oszillationen nur für einen numerischen Effekt bei der Lösung der dem Modell zu Grunde liegenden Gleichungen. Erschwerend kam hinzu, dass Heggie (1984) mit einem ähnlichen Gasmodell nur eine allmähliche Re-Expansion des *Cores* nachweisen konnte. Erst später (Heggie & Ramamani 1989) wurde deutlich, dass Heggie (1984) einen zu großen Zeitschritt und eine ungeeignete Flussvariable benutzt hatte, um die *Gravothermischen Oszillationen* in seinen Modellen zu beobachten. Seitdem zeigen alle Gasmodelle das gleiche Verhalten.

Goodman (1987) hatte schon zuvor — auch mit einem Gasmodell — in einer umfangreichen linearen Störungsanalyse das Auftreten der *Gravothermischen Oszillationen* mit der Teilchenzahl N im Sternhaufen in Verbindung gebracht. *Gravothermische Oszillationen* traten ab einer Teilchenzahl von N=7000 als Instabilität der bekannten singulären Post-Kollaps-Lösung auf. Bei kleineren Teilchenzahlen kommt es während der Post-Kollaps-Phase zu einer gleichmäßigen Expansion und man findet keinerlei Oszillationen in der zentralen Dichte (entsprechend den Befunden von Inagaki & Lynden-Bell (1983) sowie Hénon (1975)). Goodman (1987) und auch Heggie & Ramamani (1989) haben aber darauf hingewiesen, dass das Aussehen der *Gravothermischen Oszillationen* für höhere N wiederum von der Teilchenzahl abhängt, da die instabilen Moden Frequenzverdoppelungen erfahren und möglicherweise sogar deterministisches Chaos auftritt (Breeden, Cohn & Hut 1994, Breeden & Cohn 1995). Für $N > 50000$ finden sich die von Sugimoto & Bettwieser gefundenen irregulären und quasiperiodischen Oszillationen, die im wesentlichen von der gravothermischen Instabilität bestimmt werden. Für den Bereich dazwischen finden die Autoren reguläre Oszillationen und führen dies auf die Tatsache zurück, dass die Effekte der Energieerzeugung durch Doppelsterne und der gravothermischen Instabilität während des größten Teils einer Oszillation in etwa vergleichbar sind.

4.3 Bestätigung durch weitere Modelle

Allein die Tatsache, dass alle Gasmodelle Ende der 80er Jahre das Auftreten von *Gravothermischen Oszillationen* bestätigten, ließ die Kritiker nicht verstummen. Das änderte sich auch nur wenig, als Cohn, Hut & Wise (1989) erstmals die Dichte-Oszillationen mit Hilfe eines orbitgemittelten Fokker-Planck-Modells fanden. So war nun zwar ausgeschlossen, dass es sich bei den *Gravothermischen Oszillationen* um ein Artefakt der Gasmodelle handelte, doch beruhten beide Modelle auf einer ganzen Reihe Annahmen — und vor allem auf der selben Grundgleichung, nämlich der Fokker-Planck-Gleichung.

Ein Gutes hatte allerdings der Nachweis der *Gravothermischen Oszillationen* durch Fokker-Planck-Modelle. Mit ihrer Hilfe wurde in den folgenden Jahren eine ganze Reihe von systematischen Untersuchungen über das Auftreten dieser Dichteschwankungen durchgeführt. So studierten Breeden, Cohn & Hut (1994) in umfangreichen Modellreihen die *Gravothermischen Oszillationen* bis zum 600-fachen der ursprünglichen Kollapszeit τ_{cc} des Haufens. Breeden & Cohn (1995) untersuchten die Frage, ob *Gravothermische Oszillationen* für sehr große N ein chaotisches Verhalten zeigen. Und Murphy, Cohn & Hut (1990) untersuchten schließlich die Abhängigkeit des Auftretens der Oszillationen von der Teilchenzahl N und der Anfangsmassenfunktion in einem 7-Komponenten-Fokker-Planck-Modell. Auf diese Arbeit soll im folgenden Kapitel noch etwas eingegangen werden. Gao *et al.* (1991) schließlich untersuchten die Bedeutung von primordialen Doppelsternen auf das Post-Kollaps-Verhalten eines Kugelsternhaufens. Selbst mit einem Anteil von 20 Prozent primordialen Doppelsternen entwickelten sich in der späten Post-Kollaps-Phase noch *Gravothermische Oszillationen*, doch erst nachdem ein großer Teil der Doppelsterne durch Streuungen zerstört waren oder entwichen sind.

Was zur Bestätigung der Existenz von *Gravothermischen Oszillationen* nun noch fehlte, war ihr Auftreten in direkten N-Körper-Simulationen. Aus den oben erwähnten Arbeiten war schon deutlich geworden, dass erst ab einer Teilchenzahl von $N = 7000$ mit ihrem Auftreten zu rechnen war und das auch erst weit nach dem *Core*-Kollaps. Diese Teilchenzahlen lagen damals weit über dem, was mit den aktuellen Computern möglich war. Ein Ausweg hieraus war der Bau eines, vom „Entdecker“ der *Gravothermischen Oszillationen* mitinitiierten Spezialrechners, der für das N-body-Problem optimiert war (Sugimoto *et al.* 1990) — des so genannten GRAPE-Boards. Mit dessen Hilfe konnte Makino (1996) erstmals mit einem N-body-Programm *Gravothermische Oszillationen* in einem Modell mit $N = 32000$ Teilchen nachweisen. Frühere Bemühungen von Spurzem & Aarseth (1996) schon in einem N-body-Modell mit 10000 Teilchen

Gravothermische Oszillationen nachzuweisen waren nicht erfolgreich verlaufen. Sie fanden zwar Oszillationen, diese waren allerdings nicht gravothermischen Ursprungs: Die typische Temperatur-Inversion im Zentrum des Haufens wurde durch die stochastischen Dichteschwankungen des immer noch recht kleinen Systems überdeckt.

4.4 Sind Gravothermische Ozsillationen real?

Unabhängig davon, dass *Gravothermische Oszillationen* inzwischen mit Hilfe aller numerischen Methoden gefunden wurden, bleibt die Frage, ob sie tatsächlich in realen Kugelsternhaufen auftreten. Vor ihrem Nachweis in N-body-Simulationen haben viele Autoren an ihrem Auftreten gezweifelt, da die für die Oszillationen nötigen Temperaturunterschiede in realen Haufen sehr schnell von Fluktuationen überdeckt werden würden. Hinzu kommt die Frage, wie sich eine große Anzahl von Doppelsternen auf die Entwicklung auswirkt. Zwar hatten Untersuchungen mit Fokker-Planck-Modellen — wie oben erwähnt — keine Hinweise darauf ergeben, dass ein hoher Anteil primordialer Doppelsterne die *Gravothermischen Oszillationen* verhindern kann, doch könnte ihre Anwesenheit in realen Haufen verhindern, dass es überhaupt zu einer ausreichend Kontraktion des *Cores* kommt. So fanden beispielsweise Heggie & Aarseth (1992), dass der *Core*-Kollaps bei der Annahme von primordialen Doppelsternen bei deutlich geringeren Dichten zum Stillstand kommt, als bei Modellen ohne primordiale Doppelsterne. Später aber kommt es unweigerlich zu *Gravothermischen Oszillationen*, aber vielleicht erst nach einem Zeitraum, der größer ist als das Alter des Universums (Giersz & Spurzem 2000).

Andere Gesichtspunkte sind zweifelsohne ein Massenspektrum, das je nach Steilheit, das Auftreten der *Gravothermischen Oszillationen* verhindern kann (siehe dazu die Ausführungen im nächsten Kapitel). Das Massenspektrum wiederum — und das ist mit Gegenstand dieser Arbeit — kann sich durch Sternentwicklung in recht kurzer Zeit verändern. Unklar ist auch die Auswirkung des Massenverlusts durch das Tidenfeld der Muttergalaxie: Auch dies könnte dafür sorgen, dass es gar nicht zu den hohen Zentraldichten kommt und die Energieerzeugung durch Doppelsterne gar nicht wirksam wird.

So scheint es bis heute eine offene Frage zu sein, wie die Post-Kollaps-Entwicklung in realen Kugelsternhaufen aussieht, was für eine intensivere Beschäftigung mit dieser Thematik spricht. *Gravothermische Oszillationen* spielen dabei eine Schlüsselrolle. Und auch ganz unabhängig davon stellen sie ein interessantes Gebiet der nichtlinearen Dynamik dar.

4.5 Zusammenfassung

In diesem Abschnitt wurde die theoretischen Konzepte für die Post-Kollaps-Phase eines Kugelsternhaufen vorgestellt und insbesondere das Auftreten von *Gravothermischen Oszillationen* diskutiert. Es wurde zudem verdeutlicht, wie das im Rahmen dieser Arbeit verwendete Gasmodell schon zu einem frühen Zeitpunkt wichtige Hinweise für das dynamische Verhalten von Haufen nach dem *Core*-Kollaps geben konnte. Gleichzeitig wurde aufgezeigt, wie unklar es bis heute ist, ob *Gravothermische Oszillationen* überhaupt in realen Kugelsternhaufen auftreten oder nicht. Um in bester Tradition des Gasmodells in dieser Frage Fortschritte zu machen, werden in den nächsten Kapiteln nun Erweiterungen des Modells vorgestellt, die das Verfahren realistischer und mit aktuellen Beobachtungen vergleichbarer machen soll.

5. VORUNTERSUCHUNG ÜBER DIE POST-KOLLAPS-ENTWICKLUNG IM GASMODELL

5.1 Vorbemerkungen

Obwohl das Gasmodell in den letzten Jahrzehnten wichtige Beiträge zum Studium der Post-Kollaps-Entwicklung von Kugelsternhaufen geliefert hat, wurde es erstaunlicherweise so gut wie gar nicht für systematische Studien über das dynamische Verhalten dieser Sternsysteme genutzt. Das ist insbesondere deshalb verwunderlich, weil etwa mit den verwandten Fokker-Planck-Modellen schon detaillierte Parameterstudien gemacht wurden. Ein Grund dürfte aber ein gewisses Misstrauen gegen die lokale Approximation des Fokker-Planck-Stoßterms sein, die dem Gasmodell zu Grunde liegt.

Die Arbeit von Murphy, Cohn & Hut (1990) untersucht ausführlich die Abhängigkeit des Auftretens der *Gravothermischen Oszillationen* von der Teilchenzahl N und der Anfangsmassenfunktion in einem 7-Komponenten-Fokker-Planck-Modell. Es lag also nahe, in einer Art Voruntersuchung erst einmal den „Ist"-Zustand festzuhalten, indem man auch mit dem Gasmodell entsprechende Versuchsreihen durchführt. Da es aber Ziel der Arbeit ist, ein realistischeres Gasmodell zu entwickeln, soll nach einer kurzer Übersicht über die Ergebnisse des Vergleichs, auch schon der Einfluss eines Massenspektrums mit Massenverlust, wie er etwa durch die Entwicklung der Haufensterne zu Stande kommt, mit einer einfachen Methode untersucht werden.

5.2 Modelle ohne Sternentwicklung

In der erwähnten Arbeit von Murphy, Cohn & Hut (1990) wurde die Post-Kollaps-Entwicklung eines Sternhaufens mit Hilfe eines Multi-Massen-Fokker-Planck-Modells untersucht. Das Massenspektrum im Haufen modellierten die Autoren durch insgesamt sieben Massengruppen im Bereich von 0.13 bis 1.2 $M_\odot$. Dabei gingen die Autoren von einem schon entwickelten Sternsystem aus, das heißt, dass massereiche Sterne sich schon zu massereichen Weißen Zwerge entwickelt hatten. In einem späteren Abschnitt wird deutlich werden, dass gerade diese Annahme das dynamische Verhalten eines Haufens entscheidend beeinflussen kann. Die Tabelle 5.1 gibt einen Überblick über die verwendeten Massengruppen und die Sterne, die die Autoren dadurch jeweils repräsentieren wollten.

Im folgenden sollen nun die Ergebnisse dieser Fokker-Planck-Modelle mit

Nummer	**Beschreibung**	**Masse** ($M_\odot$)
1	Massereiche Weiße Zwerge	1.2
2	Rote Riesen, Horizontalast-Sterne, Hauptreihen-Sterne, Weiße Zwerge	0.71
3	Hauptreihen-Sterne, Weiße Zwerge	0.53
4	Hauptreihen-Sterne, Weiße Zwerge	0.38
5	Hauptreihen-Sterne	0.27
6	Hauptreihen-Sterne	0.19
7	Hauptreihen-Sterne	0.13

TABELLE 5.1. Die Massengruppen der Modelle von Murphy, Cohn & Hut (1990)

den Resultaten des Gasmodells verglichen werden. Wie Murphy, Cohn & Hut wurden insgesamt drei verschiedene Teilchenzahlen ($N = 5.0 \times 10^5, 1.6 \times 10^6$ und 5.0×10^6) kombiniert mit drei unterschiedlichen Salpeter-ähnlichen Anfangsmassenfunktionen (x=2.5, 3.5, 4.5, Original-Salpeter wäre 2.35) untersucht. Das Anfangsmodell war in allen Fällen ein Plummer-Modell.

Tabelle 5.2 fasst die Ergebnisse der Arbeit von Murphy, Cohn & Hut zusammen. Obwohl sich die Ergebnisse von Murphy, Cohn & Hut (1990) in Teilen von denen der Gasmodell-Rechnungen unterscheiden, zeigt sich doch auch ein gemeinsamer Trend: Eine Massenfunktion mit höherem Salpeter-Index unterdrückt bei diesem Parameter-Satz die *Gravothermische Oszillationen.* Dem entgegen wirkt die Teilchenzahl, was im Gasmodell schon in den Fällen der Modelle 2A und 3B für Oszillationen sorgt. Bei den Fokker-Planck-Modellen waren hier noch keine *Gravothermischen Oszillationen* aufgetreten.

Schaut man sich allerdings den Dichterverlauf in den Fällen 2A (Abbildung 5.2) und 3B (Abbildung 5.3) genauer an, ist auch erkennbar, dass die Oszillationen — zumindest im Fall von Modell 2A — nicht sofort einsetzten, sondern es eine gewisse Zeit braucht, bis sie ihre volle Amplitude erreicht haben. Auch in einem anderen Punkt besteht Übereinstimmung mit Murphy, Cohn & Hut: Es ist deutlich, dass auch im Gasmodell der Haupteffekt des Indexes der Massenfunktion die Variation von Periode und Frequenz der Oszillationen ist. Je größer der Index der Massenfunktion, desto geringer die Amplitude. Im Fall des Modells 3A gibt es sogar überhaupt keine Oszillationen. Ungefähre Amplituden sind auch in Tabelle 5.2 aufgeführt. Außerdem wird die Frequenz der Oszillationen mit zunehmendem Index höher. Dies ist deutlich in den Abbildungen 5.1 bis 5.5 zu sehen.

Für das Auftreten bzw. das Ausbleiben der *Gravothermischen Oszillationen* gibt es eine plausible physikalische Erklärung: Durch Massensegregations-Effekte (siehe einleitendes Kapitel) dominieren bald die schwereren Sterne im

Modell	N	**IMF**	**Oszillationen**		**Amplitude**
			MCH	**Gasmodell**	
1A	5.0×10^5	2.5	ja	ja	10^4
2A	5.0×10^5	3.5	nein	ja	10^2
3A	5.0×10^5	4.5	nein	nein	-
1B	1.6×10^6	2.5	ja	ja	10^5
2B	1.6×10^6	3.5	ja	ja	10^3
3B	1.6×10^6	4.5	nein	ja	10^2
1C	5.0×10^6	2.5	ja	ja	10^6
2C	5.0×10^6	3.5	ja	ja	10^4
3C	5.0×10^6	4.5	ja	ja	10^3

TABELLE 5.2. Die Ergebnisse der Gasmodell-Rechnungen im Vergleich zu denen von Murphy, Cohn & Hut (1990). Außerdem aufgeführt ist die ungefähre Amplitude der Oszillationen im Gasmodell.

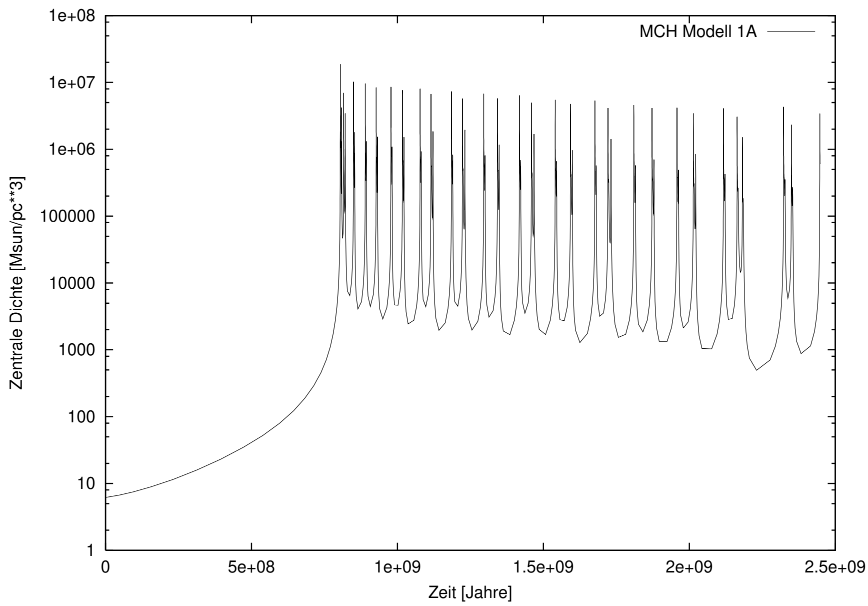

ABBILDUNG 5.1. Der zeitliche Verlauf der zentralen Dichte für Modell 1A. Die Zeit ist in Jahren, die Dichte in $M_{\odot}$ pro pc^3 angegeben.

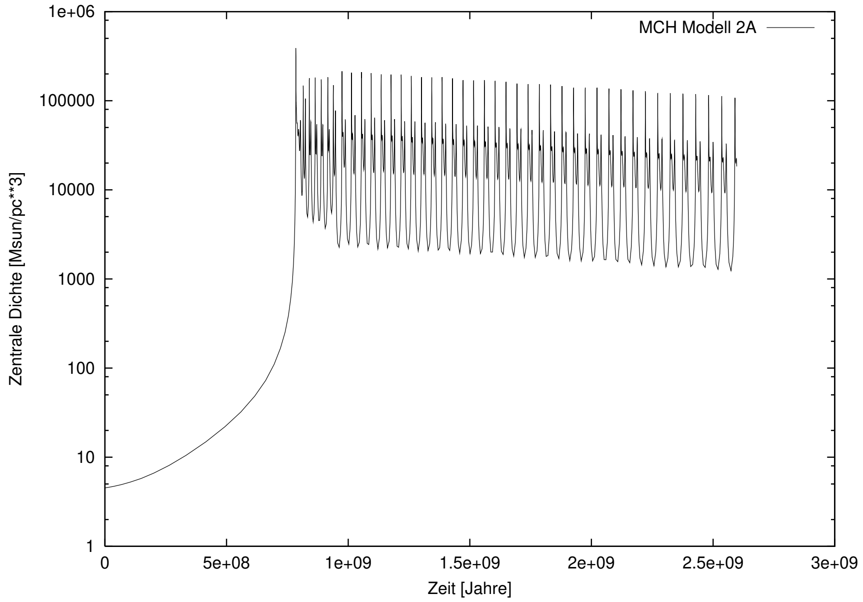

ABBILDUNG 5.2. wie Abbildung 5.1, nur für die Modell 2A. Dieses Modell zeigte bei Murphy, Cohn & Hut keine *Gravothermischen Oszillationen*. Auch beim Gasmodell ist zu sehen, dass die Oszillationen nach dem *Core*-Kollaps erst allmählich beginnen.

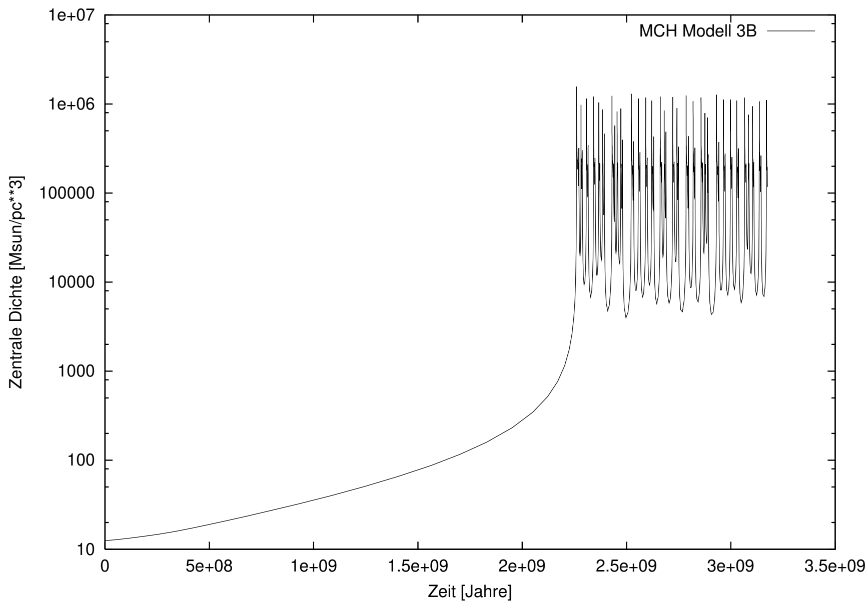

ABBILDUNG 5.3. wie Abbildung 5.1, nur für die Modell 3B. Auch dieses Modell zeigte bei Murphy, Cohn & Hut keine *Gravothermischen Oszillationen*. Auch die Oszillationen im Gasmodell sind unregelmäßiger.

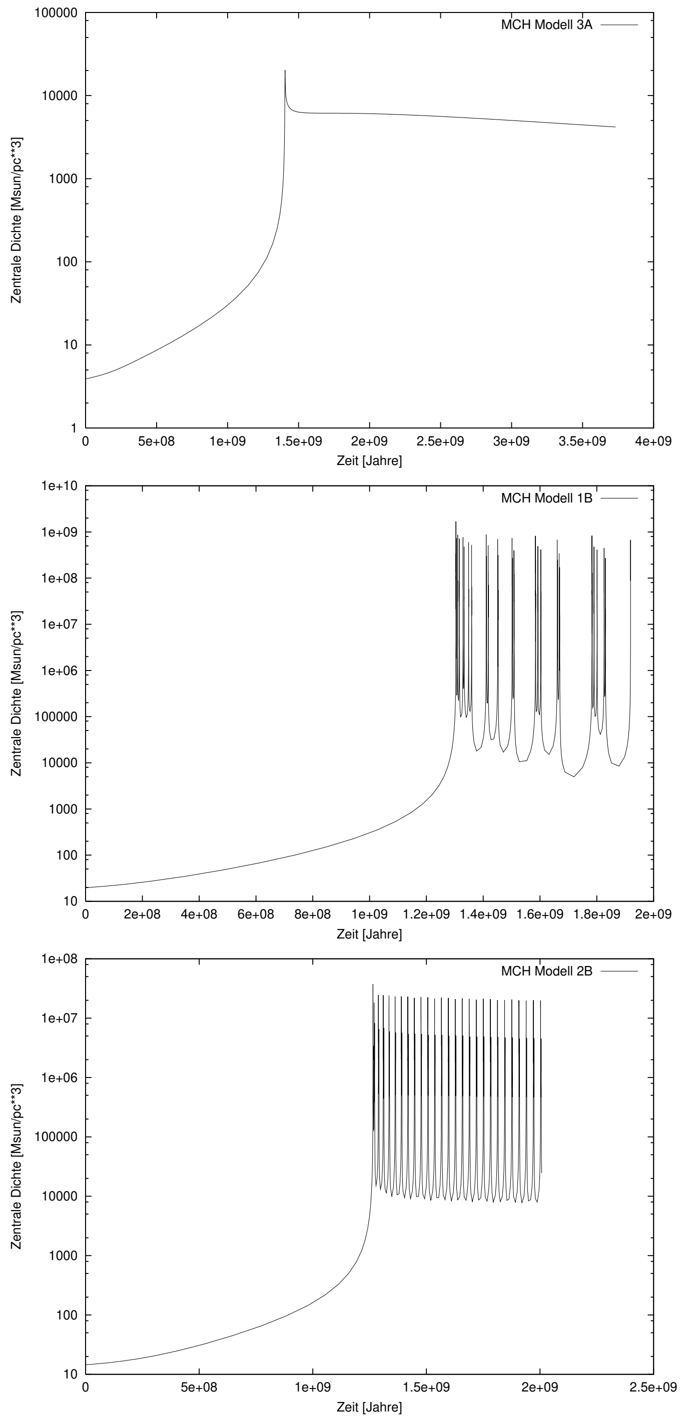

ABBILDUNG 5.4. wie Abbildung 5.1, nur für die Modelle 3A (oben), 1B (Mitte) und 2B (unten).

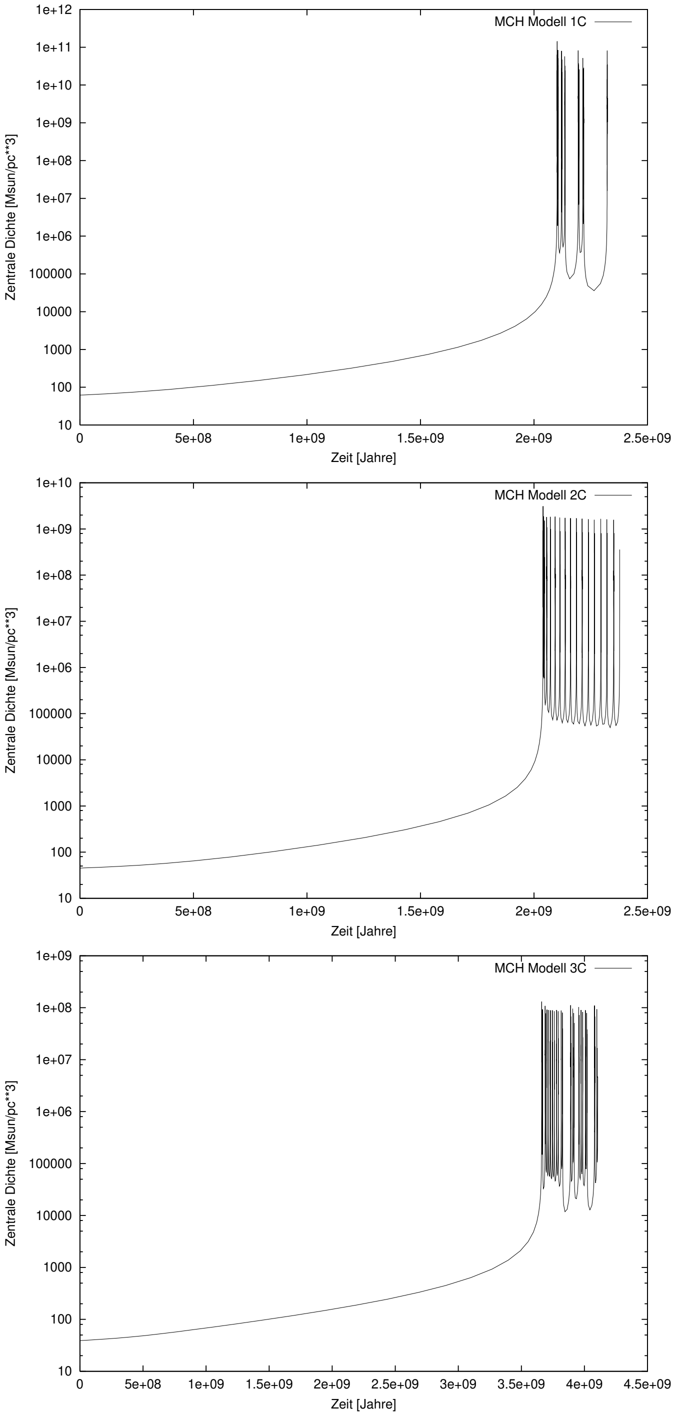

ABBILDUNG 5.5. wie Abbildung 5.1, nur für die Modelle 1C (oben), 2C (Mitte) und 3C (unten)

Zentrum des Haufens. Dies reduziert die effektive Anzahl von Sternen im *Core*. Zusätzlich bedeutet dies, dass auch die obere Massengrenze des betrachteten Massenspektrums entscheidend ist, wie im folgenden Abschnitt noch deutlich werden wird.

In allen betrachteten Fällen wird — gemittelt über die Oszillationen — in einer sehr langen Simulation $\rho \propto t^{-2}$ erreicht (vergleiche etwa Post-Kollaps-Lösung von Goodman 1987). Dies würde deutlicher in einem $\log \rho$- $\log t$-Plot. Wegen des späteren Vergleichs mit der Sternentwicklung wurden hier aber eine realistische Zeitskala gewählt.

5.3 Massenverlust durch Sternentwicklung

Die Annahme, dass ein Kugelsternhaufen schon von Beginn seiner Entwicklung an, über eine große Zahl von stellaren Remnants wie Weißen Zwergsternen verfügt, ist gerade nach den im zweiten Kapitel zusammengestellten Beobachtungen von Kugelsternhaufen als stark idealisiert anzusehen. Daher ist es wichtig, die Einflüsse der Sternentwicklung auf die Dynamik des Haufens möglichst korrekt zu simulieren. Die Bedeutung der massereicheren Komponenten des Haufens, die ja auch im vorherigen Abschnitt durch den Einfluss des IMF-Indexes auf das Auftreten und Aussehen der *Gravothermischen Oszillationen* deutlich wurden, verlangt geradezu danach, ihre Entwicklung realistischer zu simulieren: Massereichere Sterne haben schließlich deutlich geringere Entwicklungszeiten und verlieren im Laufe ihres Lebens ein beträchtlichen Teil ihrer Masse. Im folgenden soll nun zunächst mit einem einfachen Modell der Einfluss des Massenverlustes auf die Dynamik eines Sternhaufens untersucht werden.

Eine einfaches Massenverlust-Modell

Um den Massenverlust im Gasmodell zu berücksichtigen, muss man wissen, wie viel Masse jeder einzelne Stern zu welchem Zeitpunkt verliert und wann er schließlich als Weißer Zwerg, Neutronenstern oder Schwarzes Loch sein Endstadium erreicht. Da man im Gasmodell aber nicht mit einzelnen Sternen rechnet, sondern diese vielmehr durch Massengruppen repräsentiert, muss man hier ermitteln, wie sich die Masse einer solchen Massengruppe mit der Zeit verändert. Der einfachste Weg dazu ist die Annahme einer Entwicklungszeit $\tau_{\rm pre}(M_i)$ des Sterns, die die Periode beschreibt, in der der Stern keinerlei Massenverlust erfährt. Hat sich das Modell bis zum Zeitpunkt $\tau_{\rm pre}(M_i)$ entwickelt, reduziert man die Masse des Sterns bis zu seiner Endmasse auf Grundlage einer angenommenen Anfangs-Endmassen-Relation.

Um schon früh einen Effekt aus der Sternentwicklung zu sehen, wurde das Massenspektrum von Murphy, Cohn & Hut in Richtung größerer Massen erweitert. Statt einer maximalen Masse von 1.2 $M_\odot$ haben einige der im folgenden verwendeten Modelle einen Massenbereich von 0.13 $M_\odot$ bis 4 $M_\odot$, unter Annahme einer Salpeter-ähnlichen Massenfunktion mit einem Index von 2.5. Diese

MCH	I	II	M_i ($M_\odot$)	M_f ($M_\odot$)	τ_{pre} (Jahre)
1	1	1	0.13		9.15×10^{12}
2			0.19		2.42×10^{12}
3			0.27		7.09×10^{11}
4	2	2	0.38		2.14×10^{11}
5			0.53	0.42	6.68×10^{10}
6	3	3	0.71	0.44	2.40×10^{10}
	4	4	1.0	0.45	7.25×10^{9}
7		5	1.2	0.46	3.83×10^{9}
	5		1.5	0.48	2.13×10^{9}
		6	1.5	0.48	2.52×10^{9}
		7	1.7	0.49	1.73×10^{9}
		8	2.0	0.51	1.06×10^{9}
		9	2.3	0.53	6.99×10^{8}
	6		2.5	0.55	5.55×10^{8}
		10	2.6	0.55	4.84×10^{8}
		11	2.9	0.57	3.49×10^{8}
		12	3.2	0.60	2.59×10^{8}
		13	3.6	0.63	1.82×10^{8}
	7		4.0	0.66	1.65×10^{8}
		14	4.0	0.66	1.33×10^{8}

TABELLE 5.3. Massenspektren und Lebenszeiten für die Modelle mit Sternentwicklung.

IMF wurde auch verwendet, wenn die Original-Massengruppen von Murphy, Cohn & Hut genutzt wurden. Die in dieser Untersuchung verwendeten Lebensdauern stammen aus Modellrechnungen verschiedener Autoren, die Entwicklungszeiten für Sterne sehr niedriger Metallizität (Z=0.001) berechnet haben. Die Werte für 1 $M_\odot$ und 1.5 $M_\odot$ stammen aus der Arbeit von Vassiliadis & Wood (1993), die für 2.5 $M_\odot$ sowie 4 $M_\odot$ von Schaller *et al.* (1992). Lebensdauern für Anfangsmassen von 1.2 $M_\odot$ bis 0.13 $M_\odot$ wurden analog zu Drukier (1995) mit Hilfe einer $m^{-3.5}$-Funktion extrapoliert. Die $M_i(M_f)$-Relation stammt von Wood (1992) für 0.5 $M_\odot < M_i$. Noch massearmere Sterne haben so lange Entwicklungszeiten, dass ihre Endmasse für diese Untersuchung nicht von Belang ist. Es soll an dieser Stelle noch einmal darauf hingewiesen werden, dass für diese erste Untersuchungen zu den Effekten des Massenverlusts exakte Werte für die $\tau_{\mathrm{pre}}(M_i)$ relativ unwichtig sind, solange die Größenordnungen stimmen. Ein Verfahren, das dem Gasmodell genauere und aktuelle Sternentwicklungs-Informationen zur Verfügung stellt, wird im nächsten Kapitel vorgestellt werden. Die hier verwendeten Daten sind in Tabelle 5.3 für den 7- und einen 14-Komponenten-Fall zusammengestellt. Im 7-Komponenten-Fall wurde einmal das Modell von Murphy, Cohn & Hut sowie das neue Massenspektrum mit größeren Massen betrachtet.

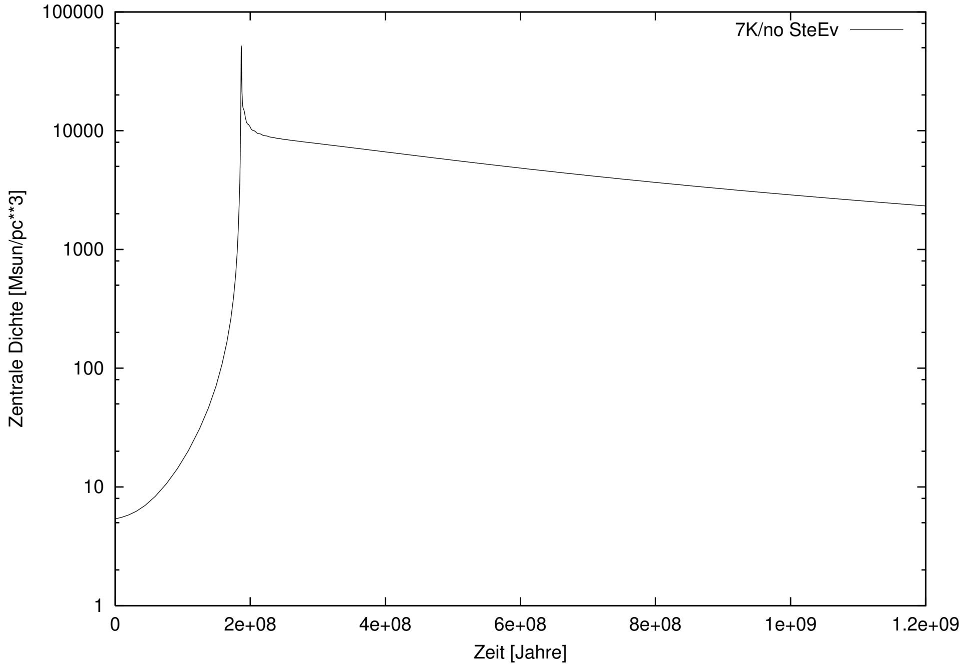

ABBILDUNG 5.6. Der zeitliche Verlauf der zentralen Dichte für ein Modell mit dem erweiterten Massenspektrum (7 Massengruppen, 0.13 $M_\odot$ - 4 $M_\odot$) ohne Sternentwicklung. Einheiten wie zuvor.

Um die Auswirkungen des oben beschriebenen Massenverlustes auf die Dynamik des Haufens zu studieren, seien zunächst noch einmal die Fälle ohne Massenverlust in Erinnerung gerufen. Das Modell mit dem Massenspektrum von Murphy, Cohn & Hut ohne Sternentwicklung entspricht dem schon im vorherigen Abschnitt vorgestellten Modell 1A. Der Verlauf der zentralen Dichte ist in Abbildung 5.1 wiedergegeben. Ändert man aber das Massenspektrum hin zu größeren Massen, werden die sonst beobachteten *Gravothermischen Oszillationen* komplett unterdrückt: Nach dem anfänglichen *Core*-Kollaps kommt es zu einer allmählichen Expansion des Haufenzentrums, was als langsames Absinken der zentralen Dichte zu erkennen ist (Abbildung 5.6). Dies unterstreicht die schon im vorherigen Abschnitt gemachte Feststellung, dass auch die Masse der massenreichsten Komponente für das Auftreten von *Gravothermischen Oszillationen* wichtig ist.

Die beiden Modelle, in denen durch die Sternentwicklung Masse aus dem Kugelsternhaufen entfernt wird, zeigen dagegen ein deutlich anderen Verlauf der zentralen Dichte. Im Falle des Massenspektrum von Murphy, Cohn & Hut (siehe Abbildung 5.7) ist dieser Unterschied zunächst nicht so dramatisch, da die Auswirkungen der Sternentwicklung wegen der niedrigen Masse der massereichsten Massengruppe (1.2 $M_\odot$) erst sehr spät zum Tragen kommen. Im Falle des erweiterten Massenspektrums (Abbildung 5.8) wird durch die Veränderung der Massenfunktion durch die Sternentwicklung das Auftreten der *Gravotherm-*

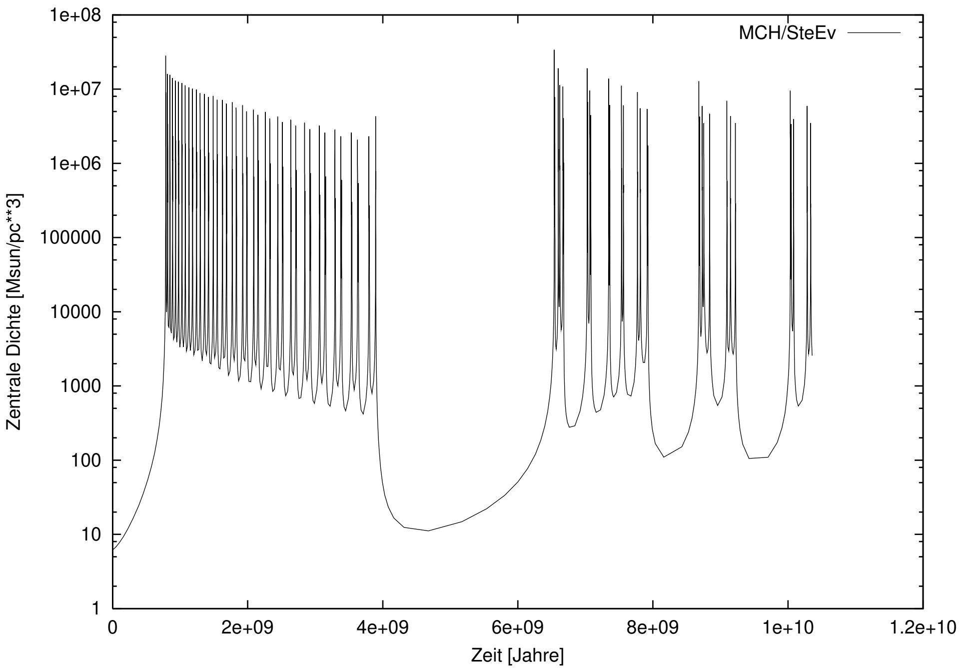

Abbildung 5.7. Der zeitliche Verlauf der zentralen Dichte für ein Modell mit dem Massenspektrum von Murphy, Cohn & Hut mit Sternentwicklung. Einheiten wie zuvor.

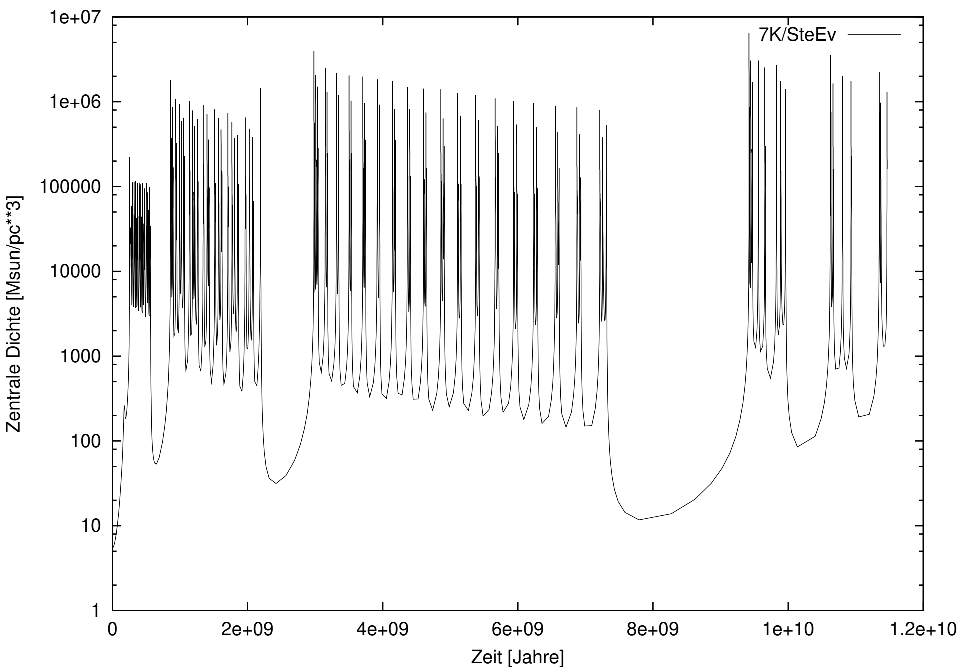

Abbildung 5.8. Der zeitliche Verlauf der zentralen Dichte für ein Modell mit dem neuen Massenspektrum (7 Massengruppen, 0.13 $M_\odot$ - 4 $M_\odot$) mit Sternentwicklung. Einheiten wie zuvor.

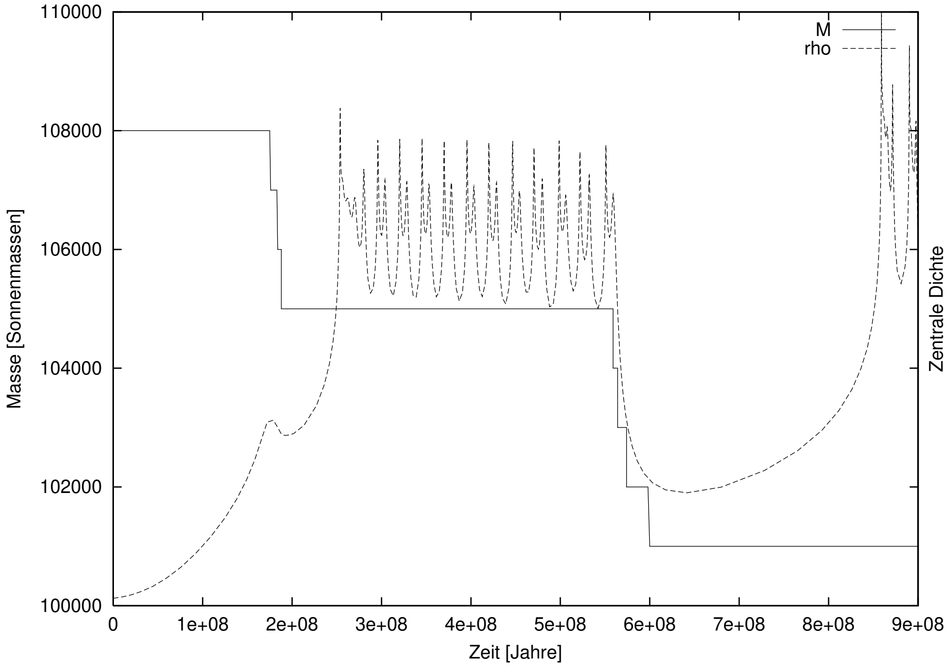

ABBILDUNG 5.9. Der zeitliche Verlauf der Gesamtmasse des Haufens und der zentralen Dichte für das Modell mit 7 Massengruppen (0.13 $M_\odot$ - 4 $M_\odot$) mit Sternentwicklung. Erkennbar ist der Massenverlust der beiden massereichsten Komponenten.

ischen Oszillationen erst wieder ermöglicht. Bedingt durch die begrenzte Zahl von Massengruppen treten diese Oszillationen allerdings nicht regelmäßig auf, sondern sind — gekoppelt mit der Entwicklungszeit der durch die Massengruppen repräsentierten Sterne — unterbrochen. Dieser Zusammenhang wird in Abbildung 5.9 deutlich, wo der Verlauf der Gesamtmasse und die zeitliche Entwicklung der zentralen Dichte für den Anfang der Simulation in einer Grafik zusammengefasst ist.

Abbildung 5.10 macht diesen Sachverhalt noch einmal auf andere Weise deutlich: Dargestellt ist hier wieder die zeitliche Entwicklung der zentralen Dichte. Diesmal wurde allerdings nicht die Dichte aller Komponenten zusammengezählt, sondern der Dichteverlauf für jede einzelne Komponente verfolgt. Man erkennt so sehr deutlich, wie sich die Sternentwicklung auf die Dichte auswirkt. So steigt die Dichte der massereichsten Komponente (4 $M_\odot$) zunächst steil an, um dann plötzlich, bedingt durch den Massenverlust, abzusinken und auf deutlich niedrigerem Niveau zu oszillieren — entsprechend der Remnant-Masse dieser Massenkomponente. Die Dichte der Massenkomponente, die die kleinste Sternenmasse repräsentiert (0.13 $M_\odot$) nimmt sogar zu Beginn der Entwicklung ab. Ein Anzeichen für Massensegregation im Haufen, die auch bei später diskutierten Modellen eine entscheidende Rolle spielen wird.

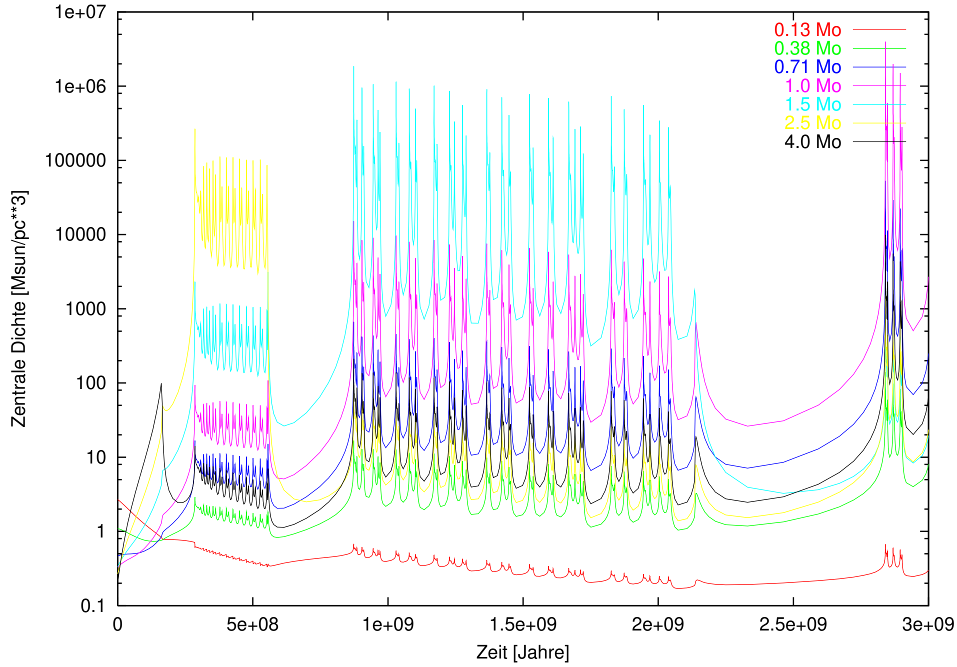

Abbildung 5.10. Der zeitliche Verlauf der zentralen Dichte aufgeschlüsselt nach Komponenten für das Modell mit 7 Massengruppen (0.13 $M_\odot$ - 4 $M_\odot$) mit Sternentwicklung.

5.4 Ein Modell mit 14 Massenkomponenten

Würde es nun einfach genügen, die Anzahl der dynamischen Komponenten zu erhöhen, um diese Störung der Oszillationen auszuschließen? Eine Antwort gibt ein Modell mit 14 Massenkomponenten, bei dem der Massenverlust genauso wie in den vorherigen Modellen verwirklicht wurde. Abbildung 5.11 zeigt den zentralen Dichteverlauf mit der Zeit für das Modell mit 14 Massengruppen gemäß den Angaben in Tabelle 5.3. Auch hier ist noch deutlich eine Unterbrechung der Oszillationen zu erkennen.

Trotz der Schnelligkeit des Gasmodell stellt dieses Modell aber leider eine Art Obergrenze für die Anzahl der möglichen dynamischen Komponenten dar: Wie schon in im dritten Kapitel beschrieben entwickelt sich der Rechenzeitbedarf für die Modelle mit der dritten Potenz der Komponentenzahl, so dass Modelle mit mehr dynamischen Massengruppen sehr lange Rechenzeiten oder aber gänzlich neue Lösungsverfahren der Gleichungen des Gasmodells verlangen würden. Das 14-Komponenten-Modell macht aber deutlich, dass man sich — wenn man die Vorteile des Gasmodells erhalten und trotzdem eine „störungsfreien“ Massenverlust ermöglichen will — über einen von den dynamischen Komponenten unabhängigen Weg der Beschreibung des Massenverlustes Gedanken machen muss. Da der Massenverlust entscheidend für die Dynamik des Haufens ist (und hier insbesondere die Massenverlustrate) könnte eine realistischere

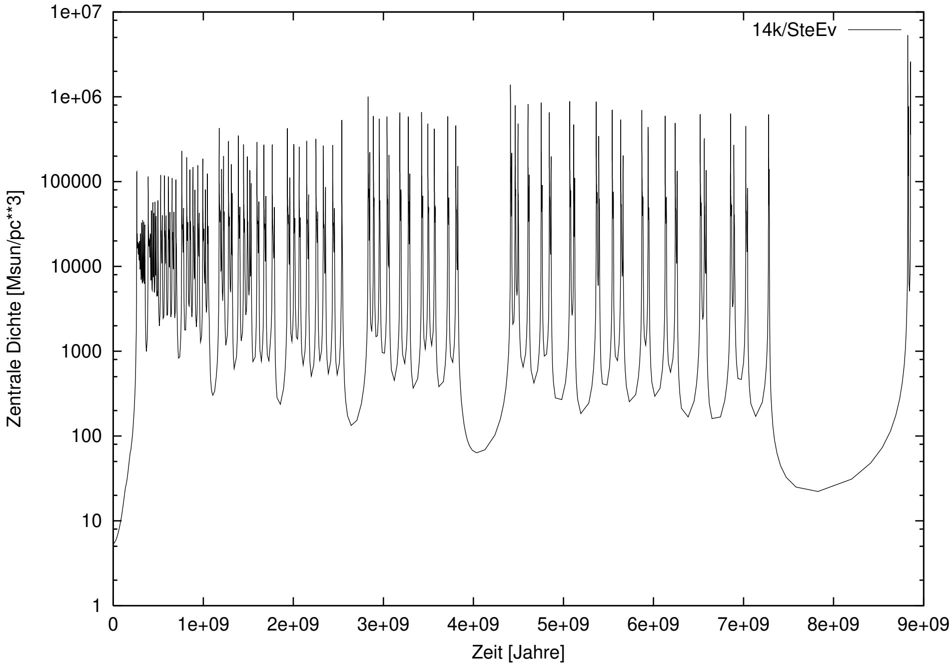

ABBILDUNG 5.11. Der zeitliche Verlauf der zentralen Dichte für das Modell mit 14 Massengruppen (0.13 $M_\odot$ - 4 $M_\odot$) mit Sternentwicklung.

Beschreibung des Massenverlusts die Zerlegung in allzuviele dynamische Komponenten ersetzen. Ein solches Verfahren wird im nächsten Kapitel beschrieben.

5.5 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde zunächst gezeigt, dass das aktuelle Gasmodell die Ergebnisse von Multimassen-Fokker-Planck-Modellen wiedergeben kann. Die von anderen Autoren beobachtete Abhängigkeit von Oszillations-Parametern und Salpeter-Index konnte nachvollzogen werden. Auch die Abhängigkeit des Auftretens von *Gravothermischen Oszillationen* von Salpeter-Index und Teilchenzahl wurde diskutiert. Ein einfaches Massenverlust-Modell sollte einen ersten Einblick in den Einfluss von Sternentwicklung auf die interne Dynamik eines Sternhaufens geben. Es zeigte sich, dass der Massenverlust einen entscheidenden Einfluss auf das Auftreten der *Gravothermischen Oszillationen* hat und insbesondere *Gravothermischen Oszillationen* erst wieder möglich macht, da massereichere Sterne dadurch relativ schnell zu masseärmeren Remnants werden. Identifiziert man jede dynamische Komponente des Modells mit Sternen einer bestimmten Masse und verfolgt deren Massen entsprechend der Lebenszeit der Sterne, kommt es — bedingt durch den Massenverlust am Ende der Hauptreihen-Lebenszeit der Sterne — zu Störungen der Haufendynamik, die auch bei einer Erhöhung der Zahl der dynamischen Komponenten erhalten bleibt.

6. REALISTISCHE STERNENTWICKLUNG

6.1 Einführung

Im letzten Kapitel wurde deutlich wie wichtig der Einfluss von Massenverlust durch Sternentwicklung auf die dynamische Entwicklung eines Kugelsternhaufens sein kann und dass es entscheidend ist, eine möglichst realistische Beschreibung dafür zu finden, die aber den Rechenzeitbedarf nicht unnötig vergrößert. Dabei wäre es natürlich besonders wünschenswert, den Massenverlust eines Sterns aus seiner Entwicklung herzuleiten, um so zu jedem Zeitpunkt ermitteln zu können, wie viel Masse seit dem letzten Zeitschritt auf Grund der Sternentwicklung verloren gegangen ist.

Das Gasmodell war in der Geschichte seiner Entwicklung (man denke nur an die Entdeckung der *Gravothermischen Oszillationen*) immer stark auf den Vergleich mit anderen Methoden angewiesen. So ist es nur sinnvoll, bei der Einführung einer realistischen Beschreibung von Sternentwicklung und Massenverlust, sich an den Methoden anderer Gruppen zu orientieren, um auf diese Weise Modelle zur Hand zu haben, deren Ergebnisse miteinander verglichen werden können. Am weitesten fortgeschritten auf diesem Gebiet sind derzeit die Modelle, die auf Aarseths N-body-Programm beruhen. Für diese wurde in den vergangenen Jahren (Hurley, Pols & Tout 2000) ein Verfahren entwickelt, das dem Programm mittels analytischer Formeln zu jedem Zeitpunkt alle relevanten Daten zur Sternentwicklung bereitstellt. Dazu zählen etwa Radius, Masse, Leuchtkraft, Massenverlust sowie die momentane Entwicklungsphase des Sterns. Das Verfahren wird im folgenden Abschnitt kurz beschrieben.

6.2 Analytische Formeln für Sternentwicklung

Die Idee, die Ergebnisse komplexer Sternentwicklungsmodelle mit Hilfe relativ einfacher analytischer Formeln zugänglich zu machen, ist so neu nicht: Beispielsweise ist die oben erwähnte und hier verwendete Arbeit eine Weiterentwicklung der Bemühungen von Eggleton, Fitchett & Tout (1989) sowie von Tout *et al.* (1996). Die aktuellen Formeln basieren auf den Sternentwicklungsrechnungen von Pols *et al.* (1998), in denen Entwicklungswege für Sterne mit einer Anfangsmasse von 0.5 bis 50 $M_{\odot}$ für Metallizitäten von $Z=$ 0.0001, 0.0003, 0.001, 0.004, 0.01, 0.02 und 0.03 berechnet wurden. Die aus dieser Arbeit abgeleiteten Formeln beschreiben nun den Masse eines Sterns M zu jedem Zeitpunkt t seiner Entwicklung für eine gegebene Metallizität Z. Zudem liefern die Formel den Radius, die Temperatur und die Leuchtkraft des jeweiligen Sterns, so dass eine einfache Erstellung synthetischer Farben-Helligkeits-Diagramme möglich

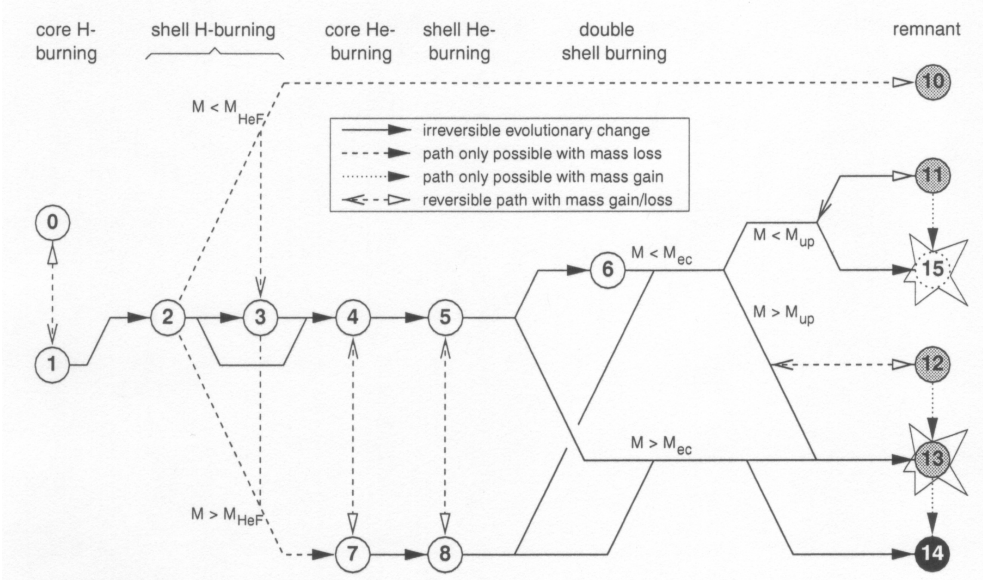

ABBILDUNG 6.1. Die möglichen Entwicklungswege in den Cambridger Sternentwicklungs-Routinen. Darstellung aus Hurley, Pols & Tout (2000). Zur Erläuterung der einzelnen Phasen siehe Tabelle 6.1

ist. Für eine detaillierte Beschreibung der verwendeten Formeln sei auf die Originalarbeit von Hurley, Pols & Tout (2000) verwiesen. Zur besseren Einordnung der Lebensphase eines Sterns unterscheiden die Autoren 14 verschiedene Entwicklungsphasen, die durch eine Zahl deutlich machen, was für einen Stern man gerade vor sich hat. Die 14 Phasen sind in Tabelle 6.1 zusammengefasst und finden sich auch in Abbildung 6.1 wieder, die die möglichen Entwicklungswege der Sterne schematisch zusammenfasst.

Behandlung des Massenverlusts

Da die verschiedenen Beschreibungen über den Massenverlust durch stellare Winde immer noch um mindestens einen Faktor drei voneinander abweichen, haben Pols *et al.* (1998) in ihrer Arbeit auf die Berücksichtigung dieser Effekte verzichtet. In die analytischen Modelle von Hurley, Pols & Tout fließt dieser Massenverlust jedoch auf elegante Weise ein, was den Autoren ein zusätzliches experimentieren mit unterschiedlichen Massenverlustraten erlaubte. Da der Massenverlust für die dynamische Entwicklung des Kugelsternhaufens von entscheidender Bedeutung ist, sollen die in den Cambridger-Sternentwicklungsroutinen verwendete Methodik hier noch einmal zusammengefasst werden.

Für den Massenverlust auf dem Riesenast und in den folgenden Phasen wird die Formel von Kudritzki & Reimers (1978)

0	Hauptreihenstern mit einer Masse unter 0.7 $M_\odot$
1	Hauptreihenstern mit einer Masse über 0.7 $M_\odot$
2	Hertzsprung Lücke, Unterriese
3	Erster Riesenast (FGB)
4	Zentrales Heliumbrennen
5	Früher Asymptotischer Riesenast (EAGB)
6	Asymptotischer Riesenast - Thermisches Pulsen (TP-AGB)
7	Nackter Heliumstern (Hauptreihe)
8	Nackter Heliumstern (Hertzsprung Lücke)
10	Helium-Weißer Zweig
11	Kohlenstoff/Sauerstoff-Weißer Zwerg
12	Sauerstoff/Neon-Weißer Zwerg
13	Neutronenstern
14	Schwarzes Loch
15	Kein stellarer Remnant, masseloser Remnant

TABELLE 6.1. Die Phasen im Leben eines Sterns, nach denen in den Cambridger Sternentwicklungs-Routinen unterschieden wird. Vergleiche Abbildung 6.1

$$\dot{M} = \eta^4 \times 10^{-13}\,\frac{\eta L R}{M}\,\mathrm{M_\odot yr^{-1}}$$

mit $\eta = 0.5$ verwendet, was allerdings leicht geändert werden kann. Für den Massenverlust auf dem asymptotischen Riesenast wird auf die Formulierung von Vassiliadis & Wood (1993) zurückgegriffen:

$$\log \dot{M} = -11.4 + 0.0125[\mathrm{P_0} - 100\ \max(M - 2.5, 0.0)],$$

wobei $\mathrm{P_0}$ die Mira-Pulsationsperiode ist, die durch $\log \mathrm{P_0} = \min(3.3, -2.07 - 0.9\ \log \mathrm{M} + 1.94\ \log \mathrm{R})$ gegeben ist. Die Phase des Abblasens eines beständigen Superwindes wird durch Annahme eines konstanten Massenverlustes von $\dot{M} = 1.36 \times 10^{-9} L \mathrm{M_\odot yr^{-1}}$ beschrieben.

Bei massereichen Sternen wird für den Massenverlust während der gesamten Sternentwicklungszeit eine leicht modifizierte Variante der Beschreibung von Nieuwenhuijzen & de Jager (1990) benutzt:

$$\dot{M} = 9.6 \times 10^{-15}\,(\frac{Z}{Z_\odot})^{1/2}\,R^{0.81} L^{1.24} M^{0.16}\,\mathrm{M_\odot yr^{-1}}$$

Zusätzlich wird noch für Sterne mit einer geringen Masse der Wasserstoffhülle eine Wolf-Rayet-ähnlicher Massenverlust angenommen.

6.3 Sternentwicklungs-Massengruppen

Wie schon zuvor erwähnt, ist einer der größten Vorteile des Gasmodells seine Schnelligkeit. Allerdings relativiert sich der Geschwindigkeitsvorteil, wenn man mehr und mehr dynamische Massengruppen einführt. Man befindet sich also in einer Zwickmühle: Eine realitätsnahe Beschreibung des Massenverlustes durch Sternentwicklung setzt ein möglichst große Zahl von Massengruppen voraus — ansonsten wären die gleichen „unterbrochenen“ Oszillationen zu erwarten wie in der einfachen Beschreibung des Massenverlusts und es wäre in Bezug auf die Dynamik wenig gewonnen. Erhöht man die Anzahl der Massengruppen aber entsprechend, wäre der Vorteil dahin, mit einem handelsüblichen PC verschiedene Modelle in kurzer Zeit betrachten zu können. Entweder müsste man Wochen bis Monate auf ein Ergebnis warten oder müsste auf Supercomputer ausweichen, was auch nicht ohne weiteres möglich ist.

Als Ausweg bot sich hier die Einführung von Sternentwicklungs-Komponenten an, deren einziger Zweck es ist, ein möglichst feines Massenspektrum bei einer relativ niedrigen Anzahl von dynamischen Komponenten des Modells zu ermöglichen (siehe Abbildung 6.2). Jede dynamische Komponenten wird dabei aus einer bestimmten Anzahl von Sternentwicklungs-Komponenten gebildet. Bei der Initialisierung des Modells wird dazu aus der Zahl der dynamischen Komponenten d und der gewünschten Zahl s von Sternentwicklungs-Komponenten pro dynamischer Komponente die Gesamtzahl von Sternentwicklungs-Komponenten errechnet. Gemäß der gewählten Anfangsmassenfunktion und der unteren und oberen Massengrenze werden dann die zur Verfügung stehenden Sternentwicklungs-Komponenten in logarithmisch gleichen Schritten in dem Massenbereich verteilt. Aus jeweils s Sternentwicklungs-Komponenten wird darauf eine dynamische Komponente bestimmt, die die mittlere Masse der s Sternentwicklungs-Komponenten hat. Das führt am Ende dazu, dass sich zwar die Zahl der Sterne in den dynamischen und der Sternentwicklungs-Komponenten leicht unterscheidet, die Gesamtmasse des Haufens — und das allein ist im Gasmodell wichtig — aber in beiden Beschreibungen gleich ist.

Zu jedem Zeitschritt wird mir Hilfe der Cambridger Sternentwicklungsroutinen für jede Sternentwicklungs-Komponente die aktuelle Masse berechnet und die Masse der dynamischen Komponenten neu bestimmt. Auf diese Weise ist die Masse zu jedem Zeitpunkt mit der Genauigkeit von $s \times d$ Komponenten bekannt, die Dynamik wird aber weithin mit nur d Komponenten beschrieben. Darüber hinaus erhält man zu jedem Zeitpunkt der Simulation detaillierte Informationen über den Entwicklungszustand der Sterne im Haufen, über ihre Temperatur und ihre Leuchtkraft.

6.4 Ergebnisse

Im folgenden sollen nun die Ergebnisse von zwei Rechnungen vorgestellt werden, bei denen der Massenverlust auf die oben erläuterte Weise beschrieben wird. Grundlage beider Modelle ist wieder ein Plummer-Modell. Beide verfügen

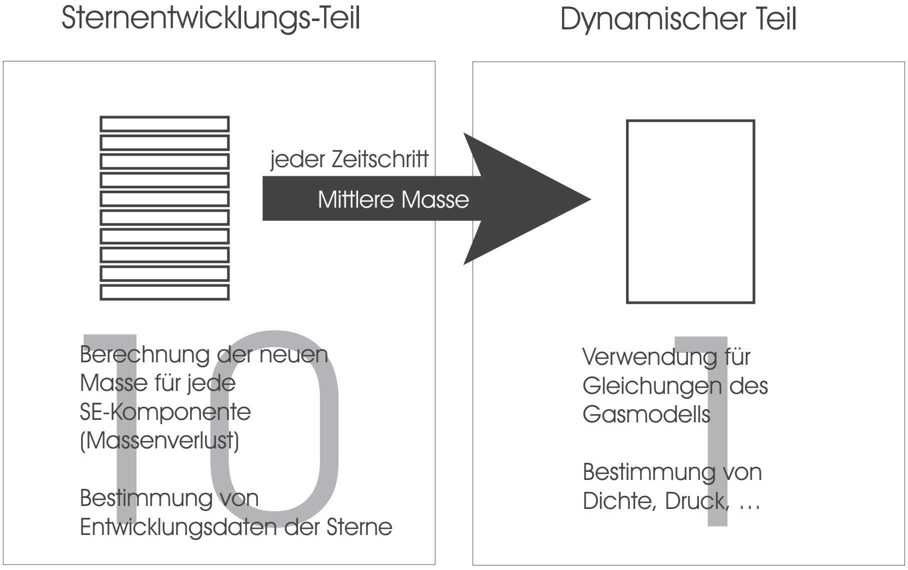

Abbildung 6.2. Das Prinzip der Sternentwicklungs-Komponenten dargestellt am Beispiel von zehn Sternentwicklungs-Komponenten die zu einer dynamischen Komponente zusammengefasst werden. Entsprechend wird für alle Sternentwicklungs-Komponenten und dynamischen Komponenten verfahren. Die Gesamtmasse aller Sternentwicklungs-Komponenten ist gleich der Gesamtmasse aller dynamischen Komponenten.

außerdem über eine Teilchenzahl von $N = 5 \times 10^5$ (in den Sternentwicklungs-Komponenten) und sieben dynamische Komponenten mit jeweils zehn Sternentwicklungs-Komponenten. Angenommen wird eine Salpeter-Massenfunktion mit einem Index von x=2.35 nach der die Massen in logarithmisch gleichen Abständen auf die Sternentwicklungs-Komponenten verteilt werden. Das Modell A ist im wesentlichen das bekannte Modell aus dem vorherigen Kapitel: Die Grenzen des Massenspektrums liegen hier zwischen 0.13 $M_\odot$ und 4 $M_\odot$. Die massenärmste Sternentwicklungs-Komponente hat in dem Modell eine Masse von 0.133 $M_\odot$, die massereichste Sternentwicklungs-Komponente eine Masse von 3.903 $M_\odot$. Die daraus resultierenden dynamischen Komponenten haben Massen von 0.168, 0.234, 0.446, 0.738, 1.188, 1.938 und 3.163 $M_\odot$. Die Gesamtmasse des Modells ist 176909 $M_\odot$. Das Modell B hat ein realistischeres Massenspektrum mit den Grenzen 0.13 und 20 $M_\odot$. Daraus ergibt sich für die masseärmste Sternentwicklungs-Komponente eine Masse von 0.135 $M_\odot$, für die massereichste eine Masse von 19.293 $M_\odot$. Daraus ergeben sich dynamische Komponenten mit den Anfangsmassen von 0.19, 0.391, 0,802, 1.647, 3.382, 6.944 und 14.257 $M_\odot$. Die Gesamtmasse dieses Modell beträgt zu Beginn der Simulation 208000 $M_\odot$. Für die Sternentwicklungsroutinen von Hurley, Pols & Tout wurde bei beiden Modellen eine Metallizität von Z=0.001 angenommen.

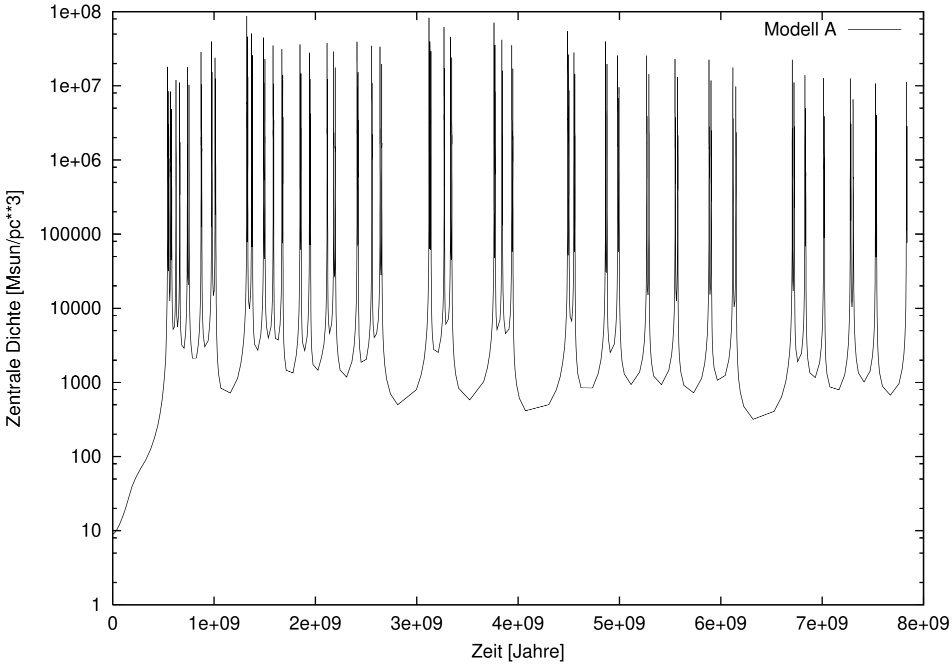

Abbildung 6.3. Die Entwicklung der zentralen Dichte für das Modell A.

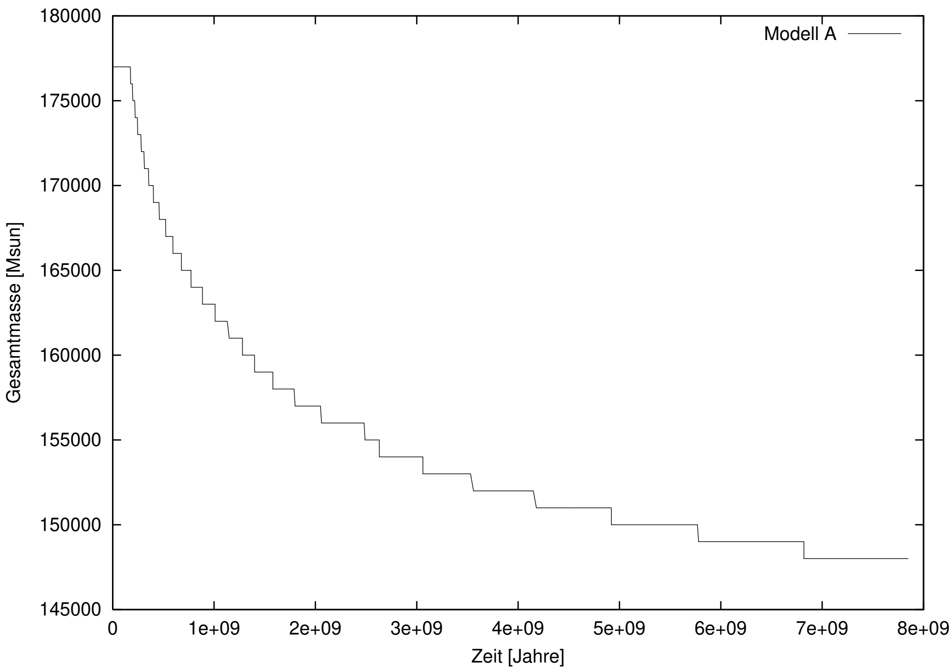

Abbildung 6.4. Die Entwicklung der Gesamtmasse des Sternhaufens für das Modell A.

Das Modell A

Wie schon im letzten Kapitel soll das Interesse zunächst der Entwicklung der zentralen Dichte gelten. In Abbildung 6.3 ist zu sehen, dass das Modell sofort nach dem *Core*-Kollaps *Gravothermische Oszillationen* zeigt. Betrachtet man dem gegenüber die zeitliche Entwicklung der Gesamtmasse des Sternhaufens (dargestellt in Abbildung 6.4) wird deutlich, dass der Massenverlust nun gleichmässiger abläuft und hier keine Unterbrechung der Oszillationen mehr erkennbar ist. Abbildung 6.4 macht auch den Effekt der Sternentwicklungs-Komponente deutlich, die den Massenverlust von nur sieben dynamischen Komponenten aus insgesamt 70 Sternentwicklungs-Komponente berechnen. Wichtig ist auch, dass der Haufen schon gleich nach dem Beginn der Simulation den größten Teil seiner Masse verloren hat und somit die *Gravothermischen Oszillationen* wieder möglich werden.

Modell B

Das Modell B hat im Gegensatz zum Modell A und den bislang diskutierten Modellen ein realistischeres Massenspektrum und enthält auch deutlich massereichere Sterne: Die obere Massengrenze beträgt 20 $M_\odot$. Dieser größere Anteil an massereichen Sternen entwickelt sich relativ schnell, was zur Folge hat, dass schon gleich zu Beginn der Entwicklung ein großer Anteil der Gesamtmasse des Haufens frei wird. Schon innerhalb der ersten 500 Millionen Jahre (siehe Abbildung 6.6) verliert der Haufen rund 40.000 $M_\odot$— so viel Masse hatte das Modell A während seiner gesamten Entwicklungszeit nicht eingebüßt.

Interessanterweise hat dieser erhebliche Massenverlust keinerlei Auswirkungen auf die Oszillationen der zentralen Dichte (siehe Abbildung 6.5): Die Oszillationen erscheinen sogar regelmäßiger als beim Modell A. Auch ein erweitertes Massenspektrum vermag also bei einer realistischen Beschreibung des Massenverlusts die *Core*-Oszillationen nicht zu unterdrücken. Ursache dürften die recht bald nach Beginn der Simulation entstandenen Neutronenstern-Remnants sein, die schon bald ins Zentrum wandern. Dies wird im folgenden Kapitel noch deutlich werden, in dem das Modell B genauer untersucht werden soll.

6.5 Zusammenfassung

Durch die Erweiterungen des stellardynamischen Gasmodell, die in diesem Abschnitt beschrieben wurden, konnte erstmals das dynamische Verhalten eines Kugelsternhaufens unter realistischer Berücksichtigung des Massenverlusts durch die Sternentwicklung beschrieben werden. Durch die Einführung so genannter Sternentwicklungs-Komponenten gelang es, den Geschwindigkeitsvorteil dieses Modells weitgehend zu erhalten, da weiterhin mit einer vergleichsweise niedrigen Anzahl von dynamischen Komponenten gerechnet werden kann, ohne auf die realistische Beschreibung des Massenverlustes zu verzichten.

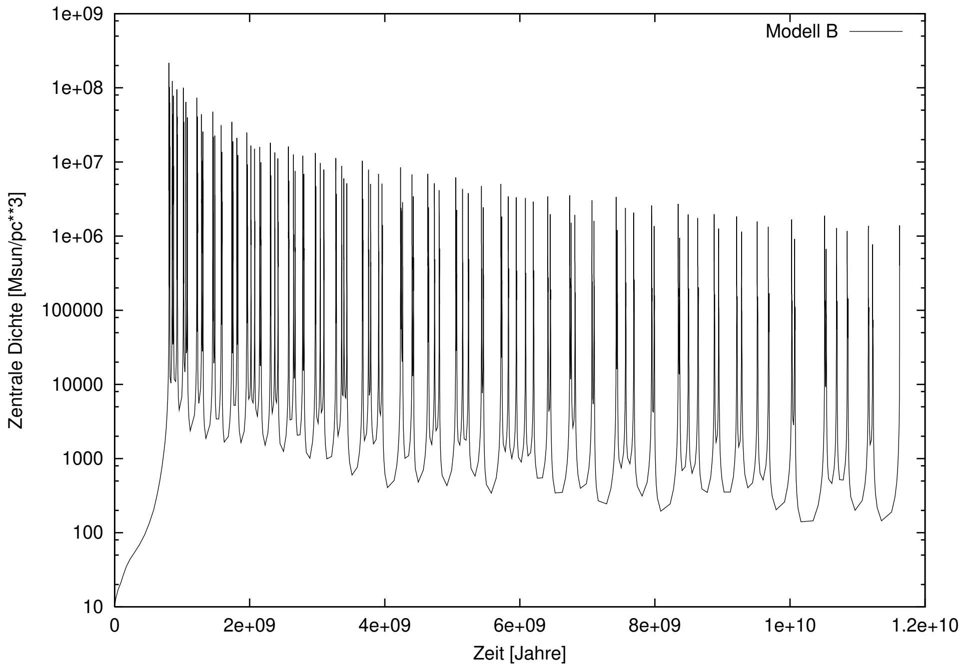

ABBILDUNG 6.5. Die Entwicklung der zentralen Dichte für das Modell B.

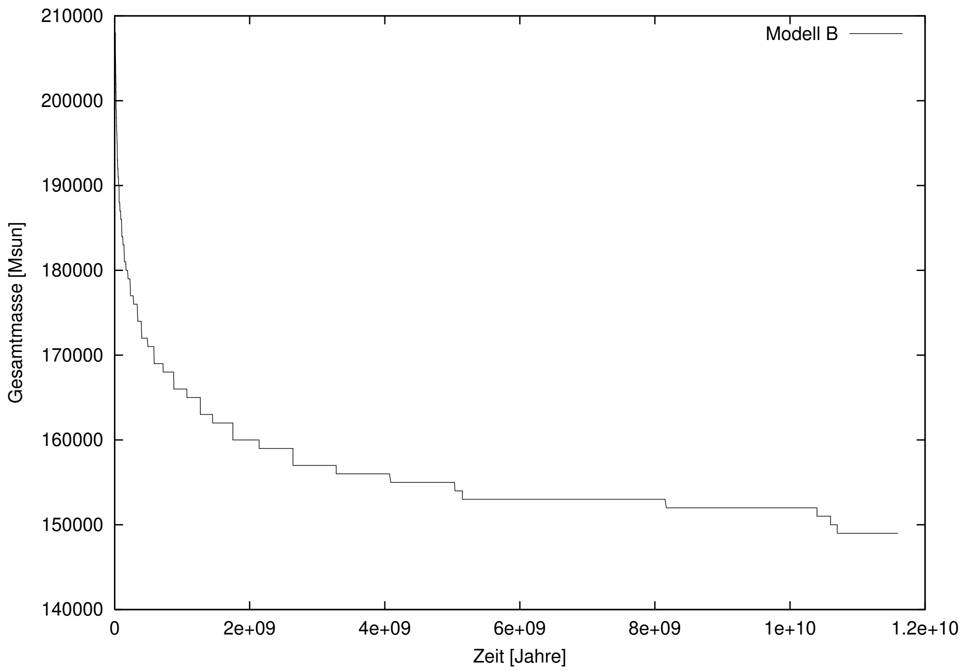

ABBILDUNG 6.6. Die Entwicklung der Gesamtmasse des Sternhaufens für das Modell B.

7. FARBEN-HELLIGKEITS-DIAGRAMME

7.1 Einführung

In den vorigen Kapiteln wurde der Schwerpunkt auf die dynamische Entwicklung des Kugelsternhaufens am Beispiel der Entwicklung der zentralen Dichte gelegt. Die Sternentwicklung war hier vor allem durch den durch sie verursachten Massenverlust von Bedeutung. Durch die Verwendung analytischer Formeln und der so genannten Sternentwicklungs-Komponenten war es möglich geworden, diesen Massenverlust relativ realistisch zu beschreiben.

Wenn man sich aber schon die Mühe macht, die Entwicklung der Sterne im Haufen so detailliert zu verfolgen, ist es wünschenswert auch die Einflüsse der Dynamik auf das Erscheinungsbild des Kugelsternhaufens, insbesondere auf seine Farben-Helligkeits-Diagramme zu untersuchen. Welche Auswirkungen hat die durch das Gasmodell ausgezeichnet beschriebene dynamische Entwicklung auf die Verteilung von Sternen in verschiedenen Entwicklungsstadien im Haufen? Bilden sich eventuell Populationsgradienten, die die beobachteten Farbunterschiede in Kugelsternhaufen erklären können? Um diese Frage zu klären, soll im folgenden ein Verfahren beschrieben werden, wie man mit Hilfe der Daten des erweiterten Gasmodells erste Antworten finden kann.

7.2 Erstellung von Farben-Helligkeits-Diagrammen

Eine wesentliche Information, die man aus dem Gasmodell erhält, ist die Dichte der unterschiedlichen dynamischen Komponenten an bestimmten Stellen im Kugelsternhaufen. Es gilt also diese Dichten in geeigneter Weise in eine Anzahl von Sterne umzuwandeln, die natürlich mit der jeweiligen Dichte an der betrachteten Stelle des Kugelsternhaufen korreliert ist.

Hierbei stößt man schnell auf Schwierigkeiten: Da man nur mit Massengruppen rechnet, kann man nur die Entwicklung der Sterne, die durch diese repräsentiert werden, in einem entsprechenden Diagramm darstellen. Im Falle der Sternentwicklungs-Komponenten wird die Situation nur unwesentlich besser: In den hier vorgestellten Modellen werden pro dynamischer Komponente zehn Sternentwicklungs-Komponenten benutzt, so dass sich bei einem Sieben-Komponenten-Modell insgesamt 70 Sterne für ein Farben-Helligkeits-Diagramm ergeben würden. Für Vergleiche mit aktuellen Farben-Helligkeits-Diagramme die etwa mit dem *Hubble*-Weltraumteleskop gewonnen werden, scheint dies denkbar ungeeignet — in diesen Diagrammen sind meist mehrere tausend Sterne eingetragen.

Die Sternentwicklungs-Komponenten bringen noch ein weiteres Problem mit sich: Zwar liegen nunmehr für jeden der durch diese repräsentierten Sterne Informationen über Entwicklungszustand, Farbe und Helligkeit vor, jedoch werden die jeweiligen Dichten aus den dynamischen Komponenten bestimmt. Wie man aus den vorhandenen Informationen trotzdem ein aussagefähiges Farben-Helligkeits-Diagramm gewinnen kann, soll im folgenden beschrieben werden.

Von Dichten zur Anzahl von Sternen

Grundlage für die Überlegungen war, dass das Hauptinteresse darin besteht, Farben-Helligkeits-Diagramme in verschiedenen Entfernungen von Zentrum des Kugelsternhaufens zum selben Zeitpunkt zu vergleichen. Ziel der Untersuchung ist ja unter anderem, einen Eindruck davon zu gewinnen, wie die Dynamik die Populationen und andere beobachtbare Eigenschaften von Kugelsternhaufen beeinflusst. Interessant ist also vor allem, welchen Einfluss die Dynamik des Haufens auf das Aussehen des Farben-Helligkeits-Diagramms hat. Dies sollte beispielsweise durch den Vergleich der Diagramme in verschiedenen Regionen des Kugelsternhaufens erkennbar sein.

Für die „Projektion“ eines Farben-Helligkeits-Diagramms geht man zu einem bestimmten Zeitpunkt von der Dichte einer dynamischen Komponente an einem bestimmten Ort im Kugelsternhaufen (also an einer bestimmten Stützstelle) aus. Diese Dichte — in geeignete Dimensionen umgewandelt — wird durch die momentane Masse der dynamischen Massengruppe geteilt. Man erhält so die Anzahl der in dieser dynamischen Massengruppe repräsentierten „Sterne“ pro Volumeneinheit. Die momentane Masse der dynamischen Massengruppen ist für alle Orte im Kugelsternhaufen gleich, so dass die Information über die Dichte sinnvoll und vergleichbar in eine Anzahl von Sternen umgewandelt wird.

Nun gilt es noch, diese Informationen auf die zehn Sternentwicklungs-Komponenten zu übertragen. Das geschieht anhand der Anzahlverteilung der Sterne zu Beginn der Rechnung. Es wird angenommen, dass der prozentuale Anteil der Sterne unterschiedlicher Anfangsmassen innerhalb einer dynamischen Massengruppe gleich geblieben ist. Stammten beispielsweise 10 Prozent der Sterne in der ersten dynamischen Massenkomponente zu Beginn des Modells aus der ersten Sternentwicklungs-Komponente, so wird dieser Wert auch jetzt für die Zuteilung der Sterne auf die jeweiligen Sternentwicklungs-Komponenten innerhalb der dynamischen Massengruppe verwendet. Effekte von Massensegregation sind somit nur in den dynamischen Massengruppen sichtbar, denn nur dort treten sie auch auf: Die gesamte Dynamik des Haufens wird von den dynamischen Massenkomponenten bestimmt.

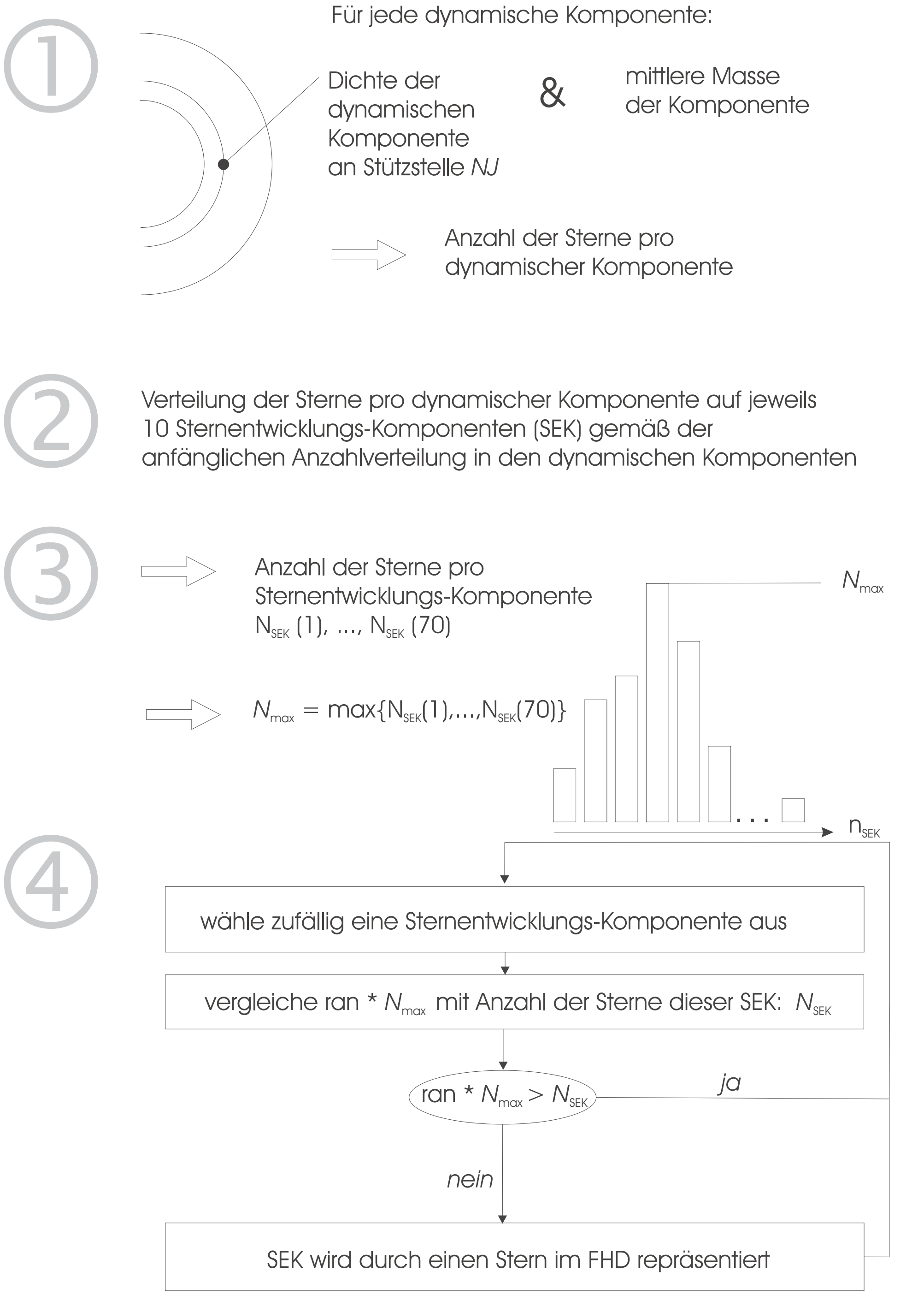

Abbildung 7.1. Prinzip der Erzeugung von Farben-Helligkeits-Diagrammen aus Dichteinformationen des Gasmodells

Von der Sternenzahl zum Farben-Helligkeits-Diagramm

Somit hat man nun aus den verschiedenen Dichten der einzelnen dynamischen Massenkomponenten eine Anzahl von Sternen für jede Sternentwicklungs-Komponente. Diese Zahlen können sich — wegen der teilweise extremen Dichteunterschiede — um mehrere 10er-Potenzen unterscheiden. Um daraus ein realitätsnahes Farben-Helligkeits-Diagramm zu erstellen, wird nach folgendem Verfahren vorgegangen: Für jedes zu erstellende Farben-Helligkeits-Diagramm wird zunächst die Komponente gesucht, die die maximale Sternenzahl N_{max} aufweist. Nun wird zufällig eine der 70 Sternentwicklungs-Komponenten ausgewählt. Ist die Anzahl der Sterne in dieser Komponente größer als $\alpha \times N_{max}$, wobei α eine Zufallszahl zwischen 0 und 1 ist, wird diese Komponente durch eine Stern im Farben-Helligkeits-Diagramm repräsentiert. Ist dies nicht der Fall, wird zufällig eine neue Komponente ausgewählt. Dieses Verfahren wird so lange wiederholt, bis 5000 Sterne zusammengekommen sind. In Abbildung 7.1 ist das gesamte Verfahren noch einmal zusammengefasst.

Für jede Sternentwicklungs-Komponente liegt nun eine Anzahl von Sternen vor, die sie im Farben-Helligkeits-Diagramm repräsentieren soll und die an die Dichte der jeweiligen Komponente gekoppelt ist. Allerdings gibt es pro Sternentwicklungs-Komponente nur eine Temperatur und eine Leuchtkraft. Um trotzdem ein Farben-Helligkeits-Diagramm zu erhalten, das dem ähnlich ist, was man aus Beobachtungen gewohnt ist, wird abschließend noch jeder Stern mit einem kleinen, zufälligen „Messfehler“ ausgestattet. In den hier vorgestellten Diagrammen beträgt dieser „Messfehler“ in $\log L \pm 0.1$ und in $\log T \pm 0.01$. Somit wird sichergestellt, dass sich Häufungen von Sternen nicht nur als einzelner Punkt, sondern deutlich sichtbar in den Farben-Helligkeits-Diagrammen erkennen lassen.

7.3 Die Farben-Helligkeits-Diagramme

Im folgenden sollen nun einige Farben-Helligkeits-Diagramme, die auf dem oben beschriebenen Wege gewonnen wurden vorgestellt und diskutiert werden. Das Modell entspricht dem Modell B aus dem vorherigen Kapitel. Dabei wurden Zeitpunkte ausgewählt, die besonders von der dynamischen Seite der Entwicklung eines Kugelsternhaufens interessant sind, wie beispielsweise zentrale Dichtemaxima oder -minima. In Abbildung 7.2 sind die Punkte eingetragen, zu denen Farben-Helligkeits-Diagramme gewonnen wurden — quasi eine Momentaufnahme der Sternenpopulation im Haufen zu diesem Zeitpunkt.

Beginn der Modellrechnung

In Abbildung 7.3 sind vier Farben-Helligkeits-Diagramme am Anfang der Modellrechnung wiedergegeben. Jedes Farben-Helligkeits-Diagramm gibt die Sternenpopulation im Kugelsternhaufen gemäß des oben beschriebenen Projekti-

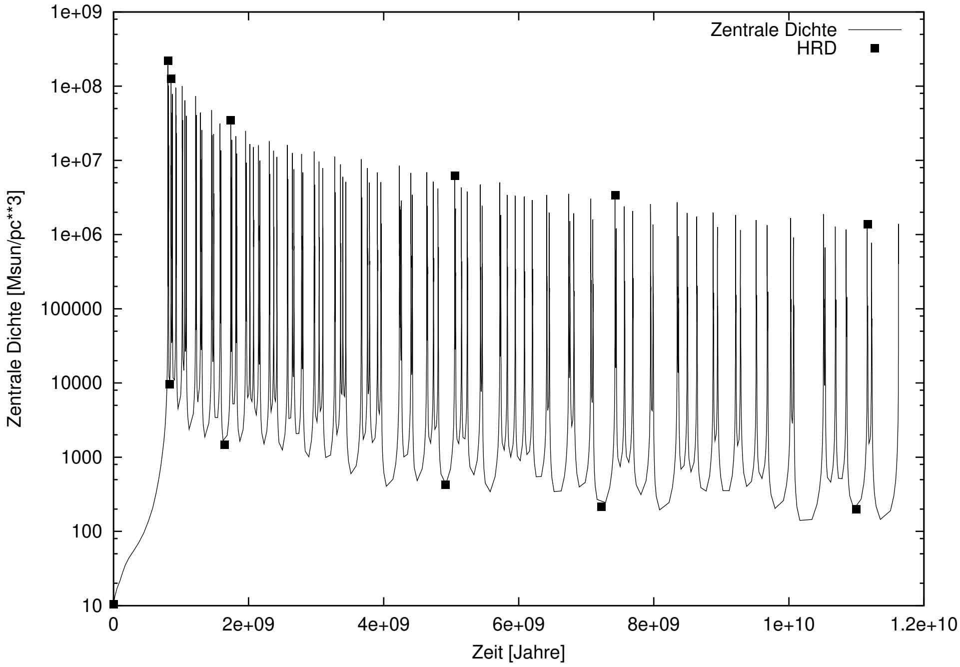

ABBILDUNG 7.2. Verlauf der zentralen Dichte für das hier vorgestellte Modell. Es entspricht dem Modell B aus dem vorherigen Kapitel. Es sind die Zeitpunkte eingetragen (schwarze Quadrate), zu dem Farben-Helligkeits-Diagramme erstellt wurden und im folgenden diskutiert werden.

onsverfahrens für einen bestimmten Ort im Haufen (hier beschrieben durch die Stützstellen des Modells) wieder. Im folgenden werden immer die Farben-Helligkeits-Diagramme an den Stützstellen $NJ = 82$, 122, 142 und 162 betrachtet. Die 82. Stützstelle entspricht einer Entfernung vom Haufenzentrum von etwa 10^{-3} pc und steht exemplarisch für den zentralen Bereich des Haufens. Die 122. Stützstelle beschreibt die Situation 0.06 pc vom Haufenzentrum, die 142. Stützstelle liegt 0.4 pc vom Haufenzentrum entfernt und die 162. Stützstelle hat eine Entfernung von 2.6 pc vom Haufenzentrum. Mit diesen vier Farben-Helligkeits-Diagrammen sollten die interessanten Bereiche des Haufens während des gesamten Simulationsverlaufs abgedeckt sein. Der *Core*-Radius r_c des Haufens beträgt zu Beginn der Simulation 0.79 pc.

Am Anfang der Simulation erkennt man keinerlei Unterschied zwischen den einzelnen Farben-Helligkeits-Diagrammen. Nur in der tabellarischen Übersicht (Tabelle 7.1) gibt es leichte Schwankungen, die auf das oben beschriebene Zufallsverfahren zurückzuführen sind. Gemäß der Anfangsmassenfunktion handelt es sich beim größten Teil der dargestellten Sterne um massearme Hauptreihensterne.

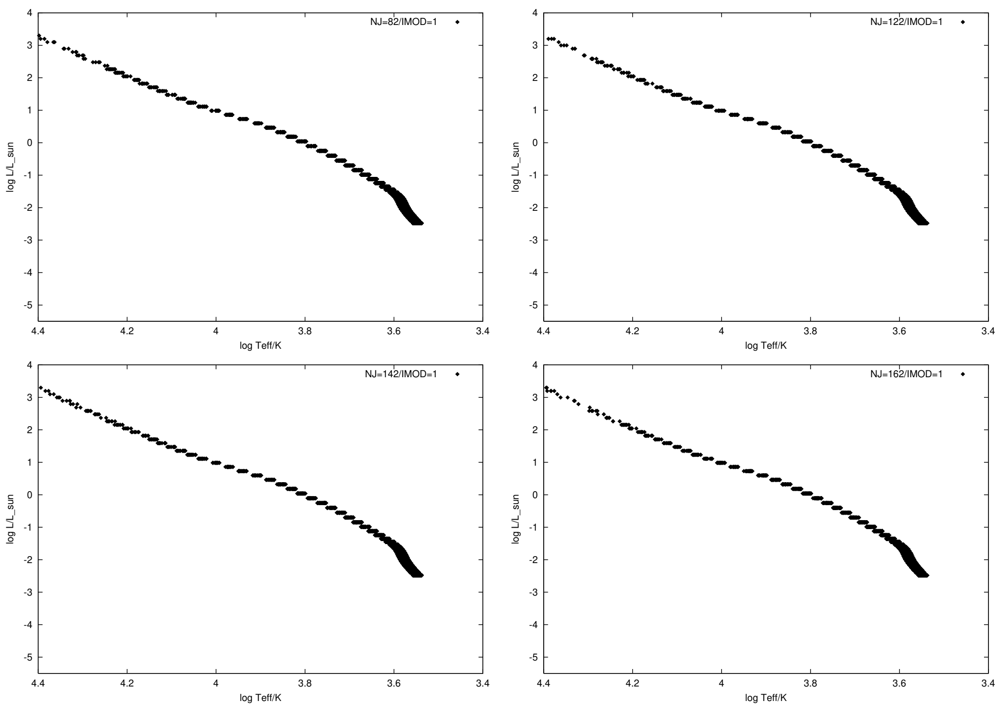

Abbildung 7.3. Farben-Helligkeits-Diagramme für die 82. (entsprechend 10^{-3} pc vom Haufenzentrum, oben links), die 122. Stützstelle (0.06 pc, oben rechts), die 142. Stützstelle (0.4 pc, unten links) sowie die 162. Stützstelle (2.6 pc, unten rechts)zu Beginn der Simulation. Bisher gibt es keine auffälligen Unterschiede in den verschiedenen Haufenregionen. Alle Sterne befinden sich auf der Hauptreihe. Vergleiche auch Tabelle 7.1.

	Anzahl der Sterne im FHD bei Stützstelle			
	82 (10^{-3} pc)	122 (0.06 pc)	142 (0.4 pc)	162 (2.6 pc)
Hauptreihe ($M < 0.7\ M_\odot$)	4474	4468	4441	4469
Hauptreihe ($M > 0.7\ M_\odot$)	526	532	559	531

Tabelle 7.1. Übersicht über die Verteilung der insgesamt jeweils 5000 Sterne im den Farben-Helligkeits-Diagrammen auf einzelne Entwicklungsstadien zu Beginn der Simulation (vergleiche Abbildung 7.3).

Das erste zentrale Dichtemaximum (t = 806 Millionen Jahre)

806 Millionen Jahre nach Beginn der Simulation erreicht die zentrale Dichte des Kugelsternhaufens ihr erstes Maximum. Die Sterne des Haufens haben sich deutlich entwickelt. So sind die massereichsten Vertreter zu Neutronensternen geworden, die etwas weniger massereichen zu Sauerstoff/Neon-Weißen Zwergen. Als letztes haben sich die Kohlenstoff-Sauerstoff Weißen Zwerge gebildet. Die massereichsten drei dynamischen Komponenten (also entsprechend die 30 massereichsten Sternentwicklungs-Komponenten) befinden sich bereits in ihrem Endstadium. In der nächstniedrigeren dynamischen Komponente ist die Entwicklung gerade im Gange: So befindet sich die Sternentwicklungs-Komponente 39 gerade in der Phase des zentralen Heliumbrennens, die Sternentwicklungs-Komponente 38 noch auf der Hauptreihe, während Komponente 40 schon das Weiße Zwergstadium erreicht hat.

Dies spiegelt sich auch in den entsprechenden Farben-Helligkeits-Diagrammen (siehe Abbildung 7.4 sowie Tabelle 7.2) wieder: In den inneren Regionen des Kugelsternhaufens, sind die massereicheren Sterne im Verhältnis häufiger als in den äußeren Bereichen. Das sind hier insbesondere die massereichen Hauptreihensterne, die sich noch nicht entwickelt haben, die Sterne, die gerade die Phase des Heliumbrennens durchlaufen sowie die stellaren Remnants - hier vor allem die Neutronensterne. Im äußeren Bereich des Haufens (siehe zum Beispiel die 162. Stützstelle) hat sich kaum etwas verändert: Wenn man dort die massereichen Hauptreihensterne mit den entwickelten Phasen zusammenzählt, kommt man fast genau auf die Zahlen vom Beginn der Simulation. In allen Farben-Helligkeits-Diagrammen findet man außerdem eine schöne Weiße-Zwerg-Abkühlsequenz.

Das folgende zentrale Dichteminimum (t = 829 Millionen Jahre)

Die Frage, die sich nun stellt ist, in wie weit die spezielle Situation des Haufens im *Core*-Kollaps einen besonderen Einfluss auf die Populationen im Farben-Helligkeits-Diagramm des Haufens hat. Um dies zu beantworten, sollen nun die Farben-Helligkeits-Diagramme zum Zeitpunkt des Endes des ersten Oszillationszyklus — also zum nächsten Dichteminimum — betrachtet werden. (siehe Abbildung 7.5 und Tabelle 7.3). Bei der Sternentwicklung hat sich seit der letzten Momentaufnahme wenig getan und trotzdem gibt es einen kleinen Unterschied im innersten Farben-Helligkeits-Diagramm. Man sieht deutlich mehr massearme Hauptreihensterne als im Dichtemaximum. Dies wird auch aus der begleitenden Tabelle deutlich.

Dieser Effekt muss nicht zwangsläufig bedeuten, dass es tatsächlich mehr Hauptreihensterne in diesen Phasen der Oszillation gibt: Nur das Verhältnis von massearmen Hauptreihensternen zu massereicheren Sternen und Remnants hat sich verändert: Da die *Gravothermischen Oszillationen* von den massereichen Komponenten dominiert werden, ist bei diesen auch der Unterschied von

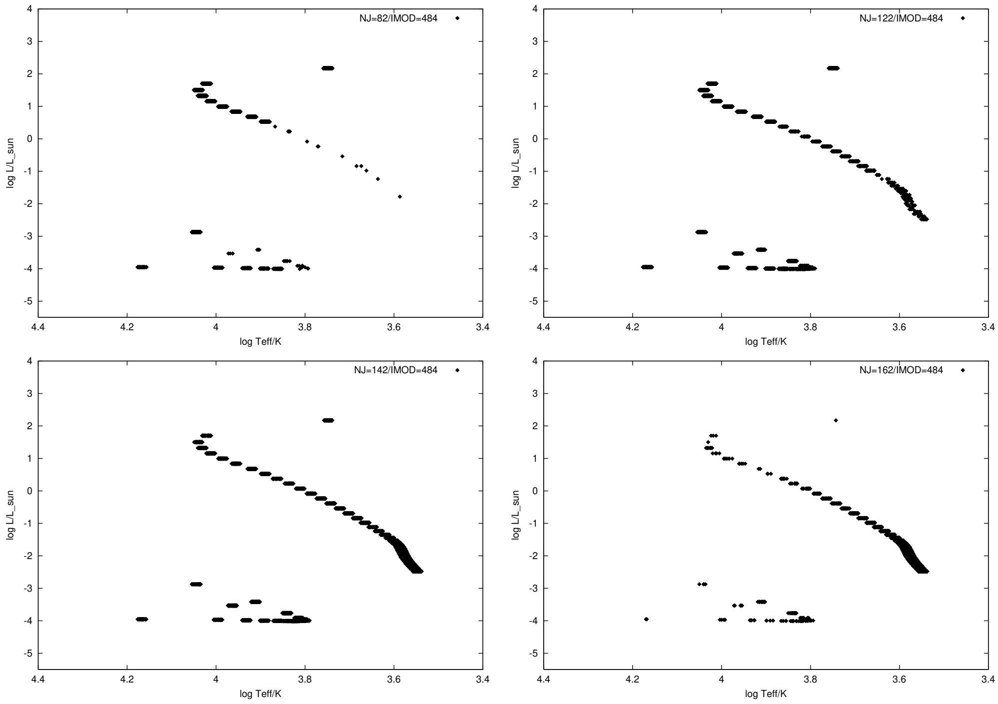

ABBILDUNG 7.4. Farben-Helligkeits-Diagramme zum Zeitpunkt des ersten zentralen Dichtemaximum nach 806 Millionen Jahren. Wieder sind die Farben-Helligkeits-Diagramme für die 82. (entsprechend 10^{-3} pc vom Haufenzentrum, oben links), die 122. Stützstelle (0.06 pc, oben rechts), die 142. Stützstelle (0.4 pc, unten links) sowie die 162. Stützstelle (2.6 pc, unten rechts) angegeben. Es zeigen sich schon deutliche Unterschiede zwischen Haufenzentrum (oben links) und den äußeren Bereichen des Kugelsternhaufens. Für vorhandene Remnants vergleiche auch Tabelle 7.2.

	Anzahl der Sterne im FHD bei Stützstelle			
	82	122	142	162
	(10^{-3} pc)	(0.06 pc)	(0.4 pc)	(2.6 pc)
Hauptreihe ($M < 0.7\ M_\odot$)	5	227	2133	4680
Hauptreihe ($M > 0.7\ M_\odot$)	2841	2142	1110	188
Heliumbrennen	229	156	53	1
C/O-Weißer Zwerg	266	654	837	70
O/Ne-Weißer Zwerg	185	384	240	15
Neutronenstern	1471	1384	543	38
Massenloser Remnant	3	53	84	8

TABELLE 7.2. Übersicht über die Verteilung der insgesamt jeweils 5000 Sterne im den Farben-Helligkeits-Diagrammen auf einzelne Entwicklungsstadien zum Zeitpunkt des ersten zentralen Dichtemaximums nach 806 Millionen Jahren. Vergleiche Abbildung 7.4.

Dichteminimum und Dichtemaximum am ausgeprägtesten. Die Dichten aber werden durch das hier verwendete Projektionsverfahren in Sterne umgewandelt und somit spiegelt ein Mehr an Hauptreihensternen hier den geringeren Unterschied der Dichten der einzelnen Komponenten wieder.

Das nächste zentrale Dichtemaximum (t = 852 Millionen Jahre)

In den Farben-Helligkeits-Diagrammen, die zum Zeitpunkt des ersten zentralen Dichtemaximums der nächsten Oszillationsphase entstanden sind, wird der eben beschriebenen Effekt der *Gravothermischen Oszillationen* auf die Verteilung der Populationen im Kugelsternhaufen noch einmal unterstrichen. Wieder erscheint die untere Hauptreihe im Zentrum vergleichsweise ausgedünnt (siehe Farben-Helligkeits-Diagramm der Stützstelle $NJ = 82$). In den anderen Farben-Helligkeits-Diagrammen sind kaum Unterschiede auszumachen. Das unterstützt die oben erläuterte Beobachtung, dass die *Gravothermischen Oszillationen* das Verhältnis von massearmen, roten Hauptreihensternen zu den Remnants und schweren Sternen im Zentrum zu Ungunsten der massearmen Sterne verändern.

Nach 1.64 und 1.74 Milliarden Jahren

In den Farben-Helligkeits-Diagrammen der Abbildungen 7.7 und 7.8 sowie in den Tabellen 7.5 und 7.6 ist die Situation nach etwa der doppelten Simulationszeit wiedergegeben. Die Verhältnisse sind zum Zeitpunkt eines zentralen Dichteminimums ($t = 1.64$ Milliarden Jahre) und des folgenden Maximums der zentralen Dichte ($t = 1.74$ Milliarden Jahre) gezeigt. Im Vergleich zu den Farben-Helligkeits-Diagrammen bei 852 Millionen Jahren ist der Abknickpunkt der Hauptreihe deutlich sichtbar nach rechts zu kühleren Temperaturen, also kleineren Anfangsmassen gewandert. Auch die Weißen Zwerge sind kühler und leuchtschwächer geworden.

In dieser Phase der Simulation haben sich die Hälfte aller Sternentwicklungs-Komponenten entwickelt, die Sternentwicklungs-Komponente 35 befindet sich gerade in der Phase des Heliumbrennens. Der schon zuvor beobachtete Effekt, dass es im Dichtemaximum verhältnismäßig weniger Hauptreihensterne im Zentrum des Haufens gibt, lässt sich auch hier wieder feststellen. Er ist sogar noch ausgeprägter, da er sich nun auch mit auf die massereicheren Hauptreihensterne auszuwirken scheint. Dies liegt auch daran, dass sich immer mehr massereiche Hauptreihensterne weiterentwickeln und nur noch die masseärmsten dieser Vertreter auf der Hauptreihe zurückbleiben.

Nach 4.9 und 5.06 Milliarden Jahre

Über drei Milliarden Jahre später hat sich das Bild im Kugelsternhaufen auf den ersten Blick nur wenig geändert: Die Weißen Zwergsterne sind im Farben--Helligkeits-Diagramm weiter nach rechts unten, also zu niedrigerer Effektiv-Temperatur und niedrigerer Leuchtkraft gewandert. Auch der Abknickpunkt

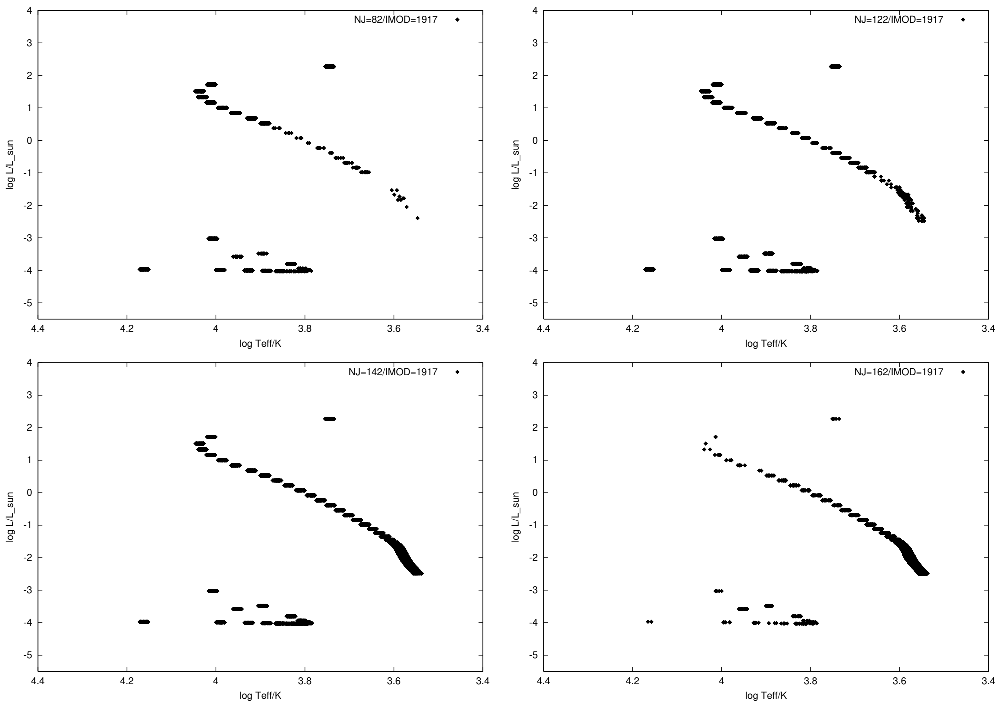

ABBILDUNG 7.5. Farben-Helligkeits-Diagramme zum Zeitpunkt des ersten Dichteminimums nach der ersten Oszillationsphase. Es entspricht einer Entwicklungszeit des Haufens von 829 Millionen Jahren. Wieder sind die Farben-Helligkeits-Diagramme für die 82. (entsprechend 10^{-3} pc vom Haufenzentrum, oben links), die 122. Stützstelle (0.06 pc, oben rechts), die 142. Stützstelle (0.4 pc, unten links) sowie die 162. Stützstelle (2.6 pc, unten rechts) angegeben. Die auch hier vorhandenen massereichen Remnants sind wieder extra in Tabelle 7.3 aufgeführt.

	Anzahl der Sterne im FHD bei Stützstelle			
	82 (10^{-3} pc)	122 (0.06 pc)	142 (0.4 pc)	162 (2.6 pc)
Hauptreihe ($M < 0.7\ M_\odot$)	38	199	2005	4609
Hauptreihe ($M > 0.7\ M_\odot$)	2530	2171	1154	233
Heliumbrennen	204	158	57	5
C/O-Weißer Zwerg	367	612	859	89
O/Ne-Weißer Zwerg	298	413	243	18
Neutronenstern	1550	1402	594	43
Masseloser Remnant	13	45	88	13

TABELLE 7.3. Übersicht über die Verteilung der insgesamt jeweils 5000 Sterne im den Farben-Helligkeits-Diagrammen auf einzelne Entwicklungsstadien zum Zeitpunkt des ersten Dichteminimums nach dem ersten Oszillationszyklus, entsprechend einer Entwicklungszeit von 829 Millionen Jahren. Vergleiche Abbildung 7.5.

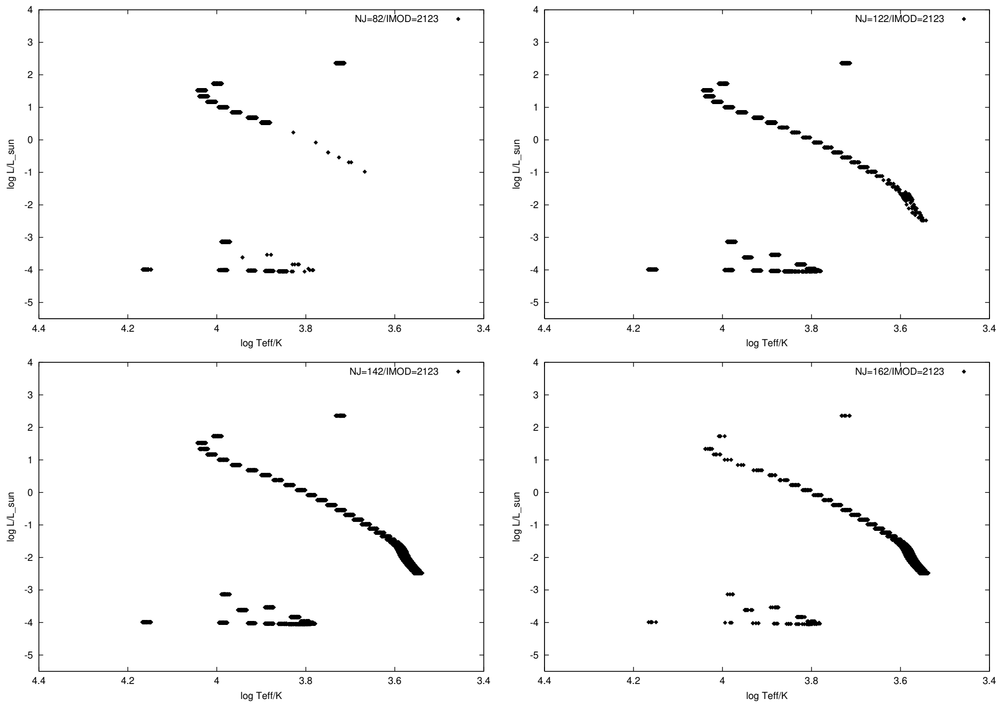

Abbildung 7.6. Farben-Helligkeits-Diagramme zum Zeitpunkt des ersten Dichtemaximums der nächsten Oszillationsphase. Es entspricht einer Entwicklungszeit des Haufens von 852 Millionen Jahren. Wieder sind die Farben-Helligkeits-Diagramme für die 82. (entsprechend 10^{-3} pc vom Haufenzentrum, oben links), die 122. Stützstelle (0.06 pc, oben rechts), die 142. Stützstelle (0.4 pc, unten links) sowie die 162. Stützstelle (2.6 pc, unten rechts) angegeben. Vergleiche auch Tabelle 7.4.

	Anzahl der Sterne im FHD bei Stützstelle			
	82 (10^{-3} pc)	122 (0.06 pc)	142 (0.4 pc)	162 (2.6 pc)
Hauptreihe ($M < 0.7\ M_\odot$)	3	211	2070	4624
Hauptreihe ($M > 0.7\ M_\odot$)	2732	2191	1112	215
Heliumbrennen	230	123	43	6
C/O-Weißer Zwerg	281	631	822	85
O/Ne-Weißer Zwerg	219	402	261	18
Neutronenstern	1523	1400	602	45
Masseloser Remnant	3	42	90	7

Tabelle 7.4. Übersicht über die Verteilung der insgesamt jeweils 5000 Sterne im den Farben-Helligkeits-Diagrammen auf einzelne Entwicklungsstadien zum Zeitpunkt des ersten Dichtemaximums des zweiten Oszillationszyklus, entsprechend einer Entwicklungszeit von 852 Millionen Jahren. Vergleiche Abbildung 7.6.

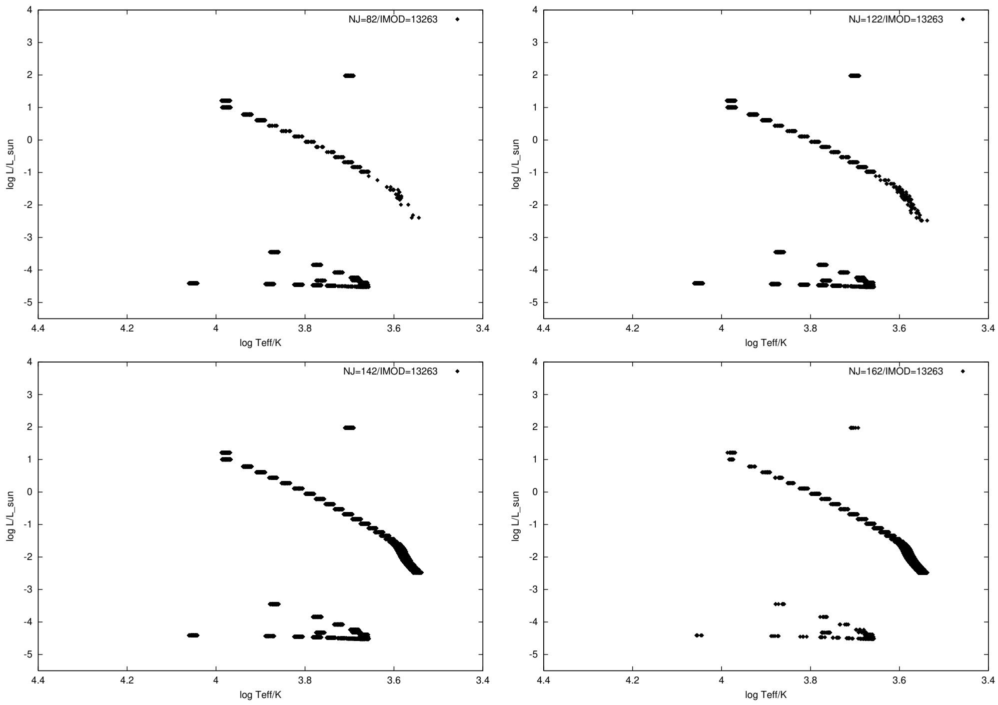

ABBILDUNG 7.7. Farben-Helligkeits-Diagramme zum Zeitpunkt $t = 1.64$ Milliarden Jahre (zentrales Dichteminimum). Wie zuvor sind die Farben-Helligkeits-Diagramme für die 82. (entsprechend 10^{-3} pc vom Haufenzentrum, oben links), die 122. Stützstelle (0.06 pc, oben rechts), die 142. Stützstelle (0.4 pc, unten links) sowie die 162. Stützstelle (2.6 pc, unten rechts) angegeben. Vergleiche auch Tabelle 7.5.

	Anzahl der Sterne im FHD bei Stützstelle			
	82 (10^{-3} pc)	122 (0.06 pc)	142 (0.4 pc)	162 (2.6 pc)
Hauptreihe ($M < 0.7\ M_\odot$)	110	211	1584	4501
Hauptreihe ($M > 0.7\ M_\odot$)	547	723	1051	257
Heliumbrennen	90	103	132	8
C/O-Weißer Zwerg	673	869	1179	171
O/Ne-Weißer Zwerg	670	626	308	20
Neutronenstern	2889	2436	670	31
Masseloser Remnant	21	32	76	12

TABELLE 7.5. Übersicht über die Verteilung der insgesamt jeweils 5000 Sterne im den Farben-Helligkeits-Diagrammen auf einzelne Entwicklungsstadien zum Zeitpunkt zum Zeitpunkt $t = 1.64$ Milliarden Jahre. Vergleiche Abbildung 7.7.

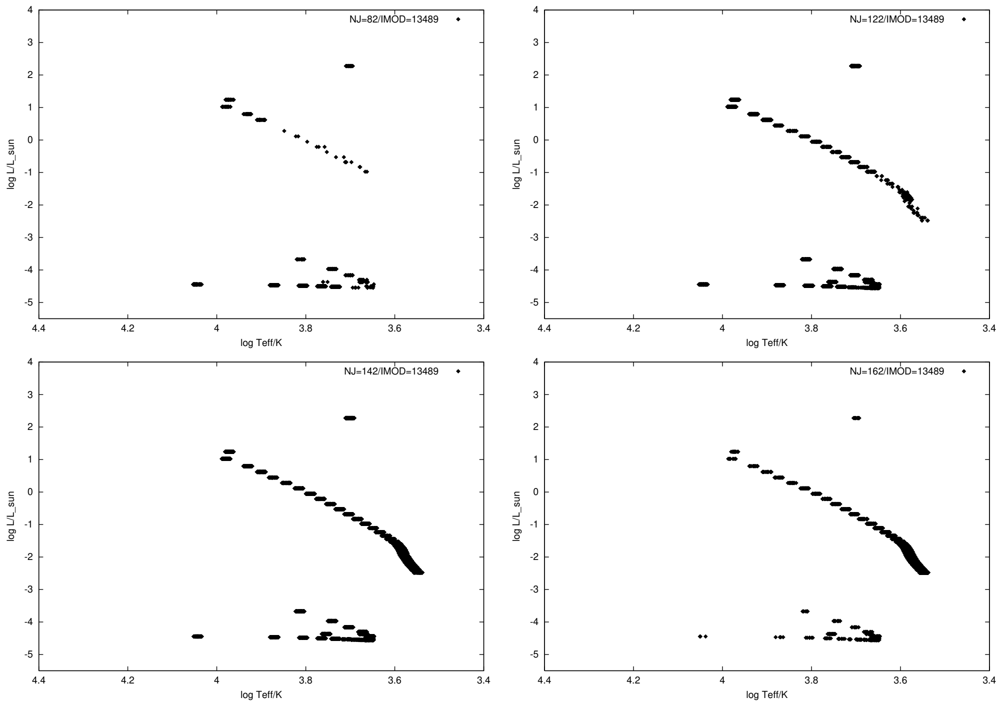

ABBILDUNG 7.8. Farben-Helligkeits-Diagramme zum Zeitpunkt $t = 1.74$ Milliarden Jahre (zentrales Dichtemaximum). Wie zuvor sind die Farben-Helligkeits-Diagramme für die 82. (entsprechend 10^{-3} pc vom Haufenzentrum, oben links), die 122. Stützstelle (0.06 pc, oben rechts), die 142. Stützstelle (0.4 pc, unten links) sowie die 162. Stützstelle (2.6 pc, unten rechts) angegeben. Vergleiche auch Tabelle 7.6.

	Anzahl der Sterne im FHD bei Stützstelle			
	82 (10^{-3} pc)	122 (0.06 pc)	142 (0.4 pc)	162 (2.6 pc)
Hauptreihe ($M < 0.7\ M_{\odot}$)	8	209	1601	4466
Hauptreihe ($M > 0.7\ M_{\odot}$)	90	792	1090	265
Heliumbrennen	22	124	119	13
C/O-Weißer Zwerg	239	983	1151	187
O/Ne-Weißer Zwerg	468	659	277	20
Neutronenstern	4168	2183	679	34
Masseloser Remnant	5	50	83	15

TABELLE 7.6. Übersicht über die Verteilung der insgesamt jeweils 5000 Sterne im den Farben-Helligkeits-Diagrammen auf einzelne Entwicklungsstadien zum Zeitpunkt zum Zeitpunkt $t = 1.74$ Milliarden Jahre. Vergleiche Abbildung 7.8.

der Hauptreihe hat sich deutlich in Richtung niedrigerer Massen verschoben. 40 Sternentwicklungs-Komponenten, entsprechend vier dynamischer Massengruppen, sind inzwischen komplett entwickelt: Sternentwicklungs-Komponente 30 befindet sich in Abbildung 7.9 gerade auf dem ersten Riesenast. Diese Sternentwicklungs-Komponente steht für Sterne mit einer Anfangsmasse von 1.09 $M_{\odot}$. Im zeitlich folgenden Farben-Helligkeits-Diagramm (Abbildung 7.10) hat diese Sternentwicklungs-Komponente schon die Phase des Heliumbrennens erreicht.

Durch Vergleich der Abbildungen und Tabellen (7.9 und 7.10 bzw. 7.7 und 7.8) wird die bereits zuvor beschriebene Beobachtung deutlich, dass sich die Unterschiede zwischen Dichtemaximum und -minimum nur im innersten der hier betrachteten Farben-Helligkeits-Diagramme auswirken. Sie verstärken wieder den Effekt, dass sich die massereichen Remnants im Zentrum des Haufens sammeln. Im Falle des Dichtemaximums (Abbildung 7.10) ist der Unterschied zwischen den Dichten der Komponenten, die die massereichen Remnants repräsentieren und denjenigen, die für die masseärmeren Vertreter stehen so groß, dass kaum noch Sterne in den „massenarmen“ Regionen des Farben-Helligkeits-Diagramms zu finden sind, also insbesondere auf der Hauptreihe, auf der sich ja nunmehr nur noch Sterne bis zu einer Anfangsmasse von etwa einer Sonnenmasse befinden.

Nach 7.22 und 7.43 Milliarden Jahre

Die Entwicklungszeiten für die Hauptreihensternen werden mit abnehmender Masse immer größer. Daher hat sich bei den Sternentwicklungs-Komponenten seit der letzten Momentaufnahme wenig getan: Sternentwicklungs-Komponente 30 ist inzwischen ein Weißer Zergstern geworden, die 29. Sternentwicklungs-Komponente befindet sich nach wie vor auf der Hauptreihe. Sie steht mit einer Anfangsmasse von 1.01 $M_{\odot}$ für einen Stern wie unsere Sonne.

Die Weißen Zwergsterne, die schon gleich zu Beginn der Simulation entstanden waren, sind mittlerweile so leuchtschwach geworden, dass sie teilweise schon aus den hier gezeigten Farben-Helligkeits-Diagrammen hinausgewandert sind und auch mit Teleskopen nicht mehr zu beobachten sein sollten. Der Dichteunterschied in Bezug auf massereiche Remnants und weniger massereiche Objekte im Zentrum ist im Dichtemaximum noch deutlicher geworden: Die Hauptreihe des Farben-Helligkeits-Diagramms ist für den zentralen Bereich zum Dichtemaximum (Abbildung 7.12 und Tabelle 7.10) nahezu leer. Doch auch bei den Weißen Zwergsternen gibt es Unterschiede: Die massereichsten Remnants (massereiche Weiße Zwerge und Neutronensterne) sind in den Diagrammen nicht oder nicht mehr zu erkennen, machen aber den größten Anteil der Sterne im zentralen Farben-Helligkeits-Diagramm aus. Das sorgt für die verhältnismäßig niedrige Sternenzahl bei den im Farben-Helligkeits-Diagramm sichtbaren Sternen. Davon betroffen sind auch die masseärmeren Weißen Zwergsterne.

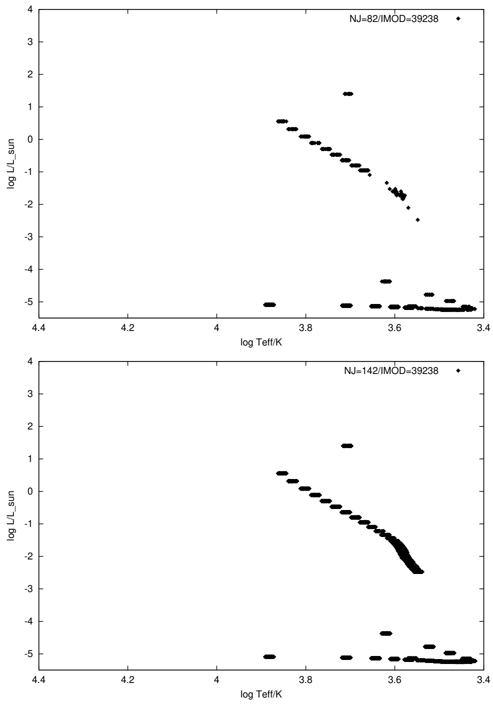

ABBILDUNG 7.9. Farben-Helligkeits-Diagramme zum Zeitpunkt $t = 4.9$ Milliarden Jahre (zentrales Dichteminimum). Wie zuvor sind die Farben-Helligkeits-Diagramme für die 82. (entsprechend 10^{-3} pc vom Haufenzentrum, oben links), die 122. Stützstelle (0.06 pc, oben rechts), die 142. Stützstelle (0.4 pc, unten links) sowie die 162. Stützstelle (2.6 pc, unten rechts) angegeben. Die vorhandenen massereichen Remnants sind extra in Tabelle 7.7 aufgeführt.

	Anzahl der Sterne im FHD bei Stützstelle			
	82	122	142	162
	(10^{-3} pc)	(0.06 pc)	(0.4 pc)	(2.6 pc)
Hauptreihe ($M < 0.7\ M_{\odot}$)	102	168	1109	3896
Hauptreihe ($M > 0.7\ M_{\odot}$)	113	155	489	233
Erster Riesenast (FGB)	11	12	70	27
C/O-Weißer Zwerg	562	657	1511	704
O/Ne-Weißer Zwerg	772	764	525	42
Neutronenstern	3416	3206	1221	67
Masseloser Remnant	24	38	75	31

TABELLE 7.7. Übersicht über die Verteilung der insgesamt jeweils 5000 Sterne im den Farben-Helligkeits-Diagrammen auf einzelne Entwicklungsstadien zum Zeitpunkt zum Zeitpunkt $t = 4.9$ Milliarden Jahre. Vergleiche Abbildung 7.9.

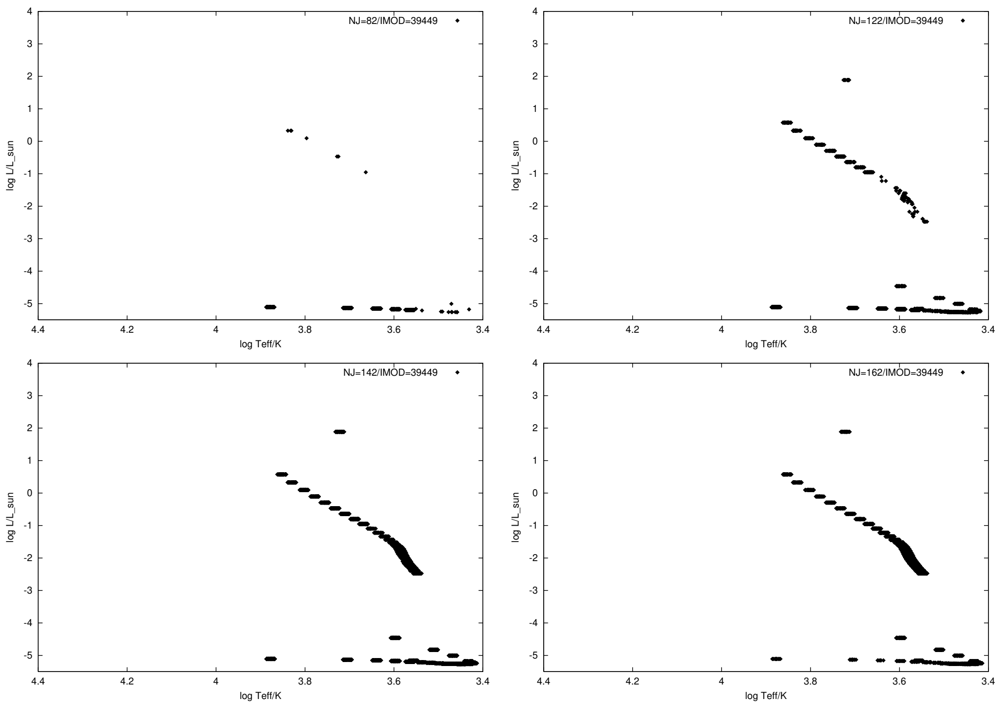

ABBILDUNG 7.10. Farben-Helligkeits-Diagramme zum Zeitpunkt $t = 5.06$ Milliarden Jahre (zentrales Dichtemaximum). Wie zuvor sind die Farben-Helligkeits-Diagramme für die 82. (entsprechend 10^{-3} pc vom Haufenzentrum, oben links), die 122. Stützstelle (0.06 pc, oben rechts), die 142. Stützstelle (0.4 pc, unten links) sowie die 162. Stützstelle (2.6 pc, unten rechts) angegeben. Die vorhandenen massereichen Remnants sind extra in Tabelle 7.8 aufgeführt.

	Anzahl der Sterne im FHD bei Stützstelle			
	82 (10^{-3} pc)	122 (0.06 pc)	142 (0.4 pc)	162 (2.6 pc)
Hauptreihe ($M < 0.7\ M_{\odot}$)	1	160	1046	3878
Hauptreihe ($M > 0.7\ M_{\odot}$)	6	178	465	252
Heliumbrennen	0	14	65	25
C/O-Weißer Zwerg	165	724	1557	731
O/Ne-Weißer Zwerg	431	823	503	44
Neutronenstern	4397	3069	1288	51
Masseloser Remnant	0	32	76	19

TABELLE 7.8. Übersicht über die Verteilung der insgesamt jeweils 5000 Sterne im den Farben-Helligkeits-Diagrammen auf einzelne Entwicklungsstadien zum Zeitpunkt zum Zeitpunkt $t = 5.06$ Milliarden Jahre. Vergleiche Abbildung 7.10.

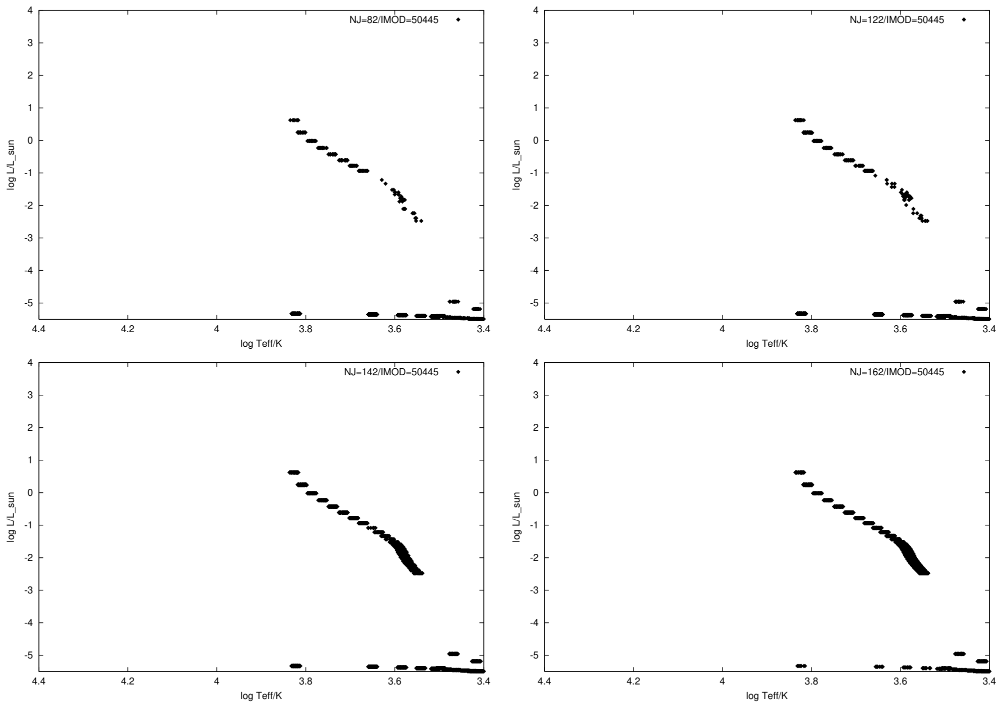

ABBILDUNG 7.11. Farben-Helligkeits-Diagramme zum Zeitpunkt $t = 7.22$ Milliarden Jahre (zentrales Dichteminimum). Wie zuvor sind die Farben-Helligkeits-Diagramme für die 82. (entsprechend 10^{-3} pc vom Haufenzentrum, oben links), die 122. Stützstelle (0.06 pc, oben rechts), die 142. Stützstelle (0.4 pc, unten links) sowie die 162. Stützstelle (2.6 pc, unten rechts) angegeben. Die vorhandenen massereichen Remnants sind extra in Tabelle 7.7 aufgeführt.

	Anzahl der Sterne im FHD bei Stützstelle			
	82 (10^{-3} pc)	122 (0.06 pc)	142 (0.4 pc)	162 (2.6 pc)
Hauptreihe ($M < 0.7\ M_\odot$)	97	122	874	3599
Hauptreihe ($M > 0.7\ M_\odot$)	80	115	433	324
C/O-Weißer Zwerg	564	627	1496	892
O/Ne-Weißer Zwerg	758	801	602	45
Neutronenstern	3469	3314	1511	101
Masseloser Remnant	32	21	84	39

TABELLE 7.9. Übersicht über die Verteilung der insgesamt jeweils 5000 Sterne im den Farben-Helligkeits-Diagrammen auf einzelne Entwicklungsstadien zum Zeitpunkt zum Zeitpunkt $t = 7.22$ Milliarden Jahre. Vergleiche Abbildung 7.11.

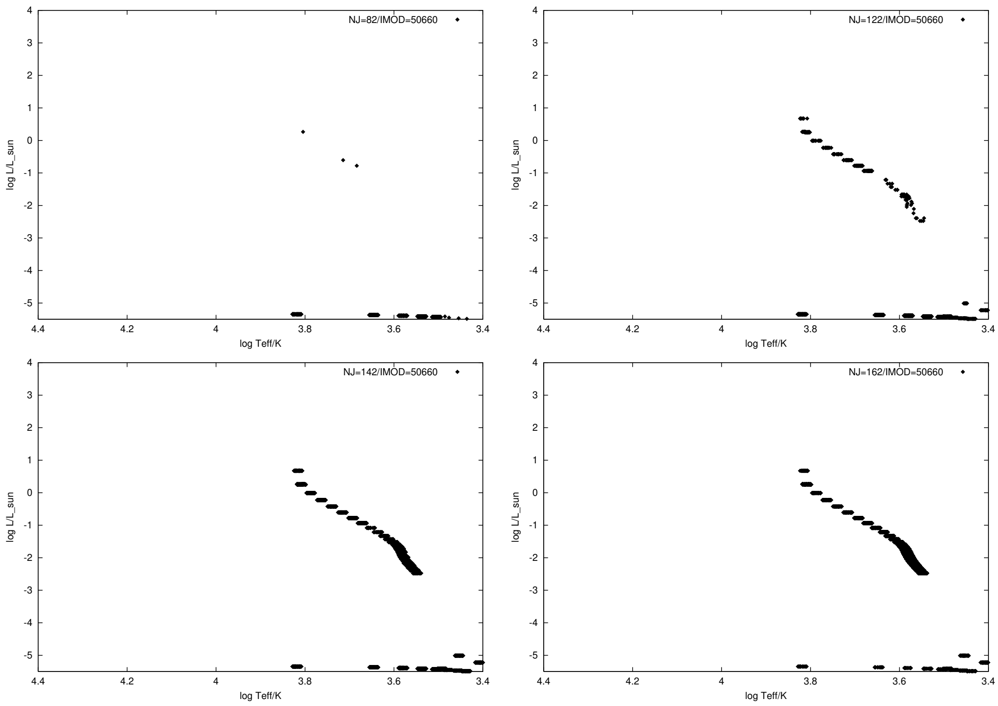

ABBILDUNG 7.12. Farben-Helligkeits-Diagramme zum Zeitpunkt $t = 7.43$ Milliarden Jahre (zentrales Dichtemaximum). Wie zuvor sind die Farben-Helligkeits-Diagramme für die 82. (entsprechend 10^{-3} pc vom Haufenzentrum, oben links), die 122. Stützstelle (0.06 pc, oben rechts), die 142. Stützstelle (0.4 pc, unten links) sowie die 162. Stützstelle (2.6 pc, unten rechts) angegeben. Die vorhandenen massereichen Remnants sind extra in Tabelle 7.10 aufgeführt.

	Anzahl der Sterne im FHD bei Stützstelle			
	82 (10^{-3} pc)	122 (0.06 pc)	142 (0.4 pc)	162 (2.6 pc)
Hauptreihe ($M < 0.7\ M_{\odot}$)	2	131	932	3553
Hauptreihe ($M > 0.7\ M_{\odot}$)	1	89	425	296
C/O-Weißer Zwerg	153	683	1489	939
O/Ne-Weißer Zwerg	447	799	565	67
Neutronenstern	4395	3270	1507	117
Masseloser Remnant	2	28	82	28

TABELLE 7.10. Übersicht über die Verteilung der insgesamt jeweils 5000 Sterne im den Farben-Helligkeits-Diagrammen auf einzelne Entwicklungsstadien zum Zeitpunkt zum Zeitpunkt $t = 7.43$ Milliarden Jahre. Vergleiche Abbildung 7.12.

Nach 11 und 11.12 Milliarden Jahre

Am Ende der Simulation sind elf Milliarden Jahre vergangen. Der modellierte Haufen hat somit ein Alter, welches mit dem Alter der in unserer Galaxis beobachteten Kugelsternhaufen vergleichbar ist. Wie in der Einleitung erwähnt, fand ja Namara (2001) bei der Untersuchung von 16 Kugelsternhaufen ein Durchschnittsalter von 11.3 ± 1 Milliarde Jahre. Die gesamte stellare Masse des Haufens beträgt zum Zeitpunkt der in Abbildung 7.13 und 7.14 dargestellten Farben-Helligkeits-Diagramme 149.000 $M_\odot$. Die Anfangsmasse des Haufens betrug 208.000 $M_\odot$, der simulierte Kugelsternhaufen hat also allein durch den durch die Sternentwicklung bedingten Massenverlust 59.000 $M_\odot$verloren, also 28 Prozent.

Inzwischen haben sich alle Sterne bis einschließlich der 27. Sternentwicklungs-Komponente im Haufen zu Remnants entwickelt. Somit sind alle Sterne, die eine Anfangsmasse von über 0.81 $M_\odot$ hatten, nicht mehr auf der Hauptreihe vertreten. Die massenreichen Weißen Zwerge, die in den früheren Farben-Helligkeits-Diagrammen eine schöne Abkühlsequenz gezeigt haben, sind komplett aus den Diagrammen verschwunden. Stattdessen sind vereinzelte Weiße Zwergsterne zu erkennen und zwar an den Stellen im Farben-Helligkeits-Diagramm an denen sie auch in tatsächlich beobachteten Farben-Helligkeits-Diagrammen zu finden sind. Bedingt durch die nur 70 Sternentwicklungs-Komponenten und die großen Unterschiede in der Entwicklungszeit bei den massearmen Sterne, sieht man hier keine richtige Sequenz, sondern nur zwei Regionen mit Weißen Zwergen. Diese massearmen Weißen Zwerge finden sich im Zentrum des Haufens deutlich seltener als in den äußeren Regionen, während die massereicheren Weißen Zwerge nach außen hin immer weniger werden. Die Konzentration der Neutronensterne im Zentrum hat sich weiter erhöht.

Im Dichtemaximum (vergleiche Abbildung 7.14 und Tabelle 7.12) haben sich die schon oben beschriebenen Dichteunterschiede im zentralen Bereich des Haufens weiter verstärkt. Von den noch sichtbaren Hauptreihensternen und den noch sichtbaren (also masseärmeren) Remnants ist in der Projektion nur noch ein einziger Stern übrig geblieben. Dieser Effekt ist auch gut in den vergleichenden Grafiken im nächsten Abschnitt zu sehen (Abbildungen 7.15 bis 7.17).

7.4 Verhältnisse von Sternenpopulationen

Nach dieser Sammlung von Momentaufnahmen aus der Entwicklung des Kugelsternhaufens soll im folgenden noch ein zusammenfassender Überblick über die Entwicklung der Populationen in dem modellierten Sternhaufen gegeben werden. Da die nach dem oben beschriebenen Verfahren erstellen Farben-Helligkeits-Diagramme jeweils 5000 Sterne enthalten, bietet es sich, statt absoluter Zahlen die Verhältnisse einzelner Sternentypen zu betrachten, um so die Unterschiede im Verlauf der Simulation und in verschiedenen Bereichen des Kugelsternhaufens zu erkennen.

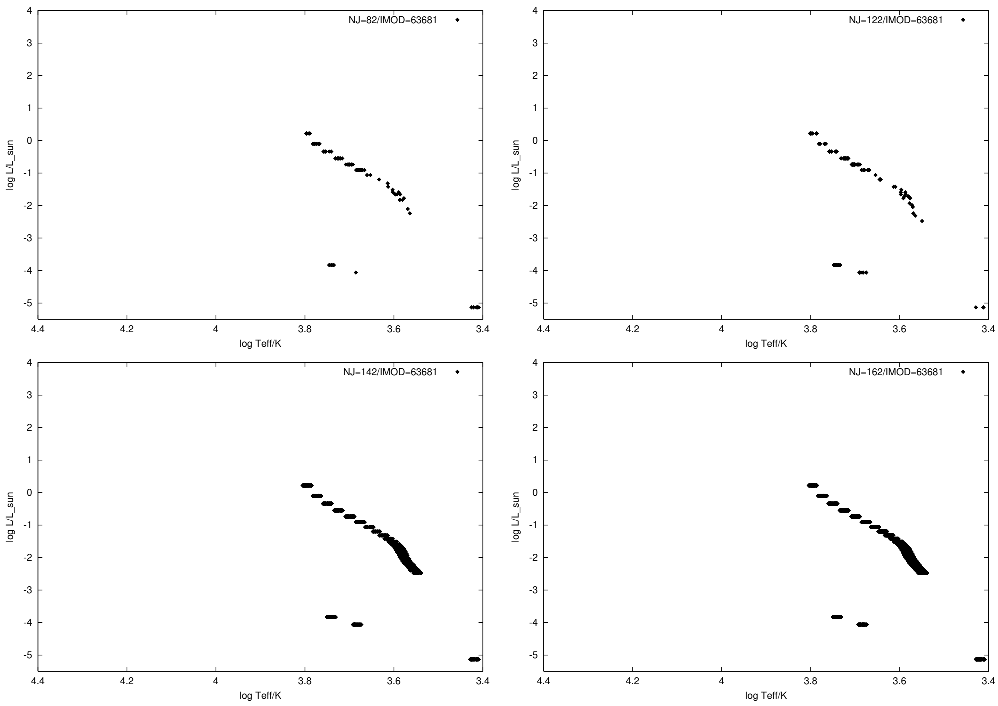

Abbildung 7.13. Farben-Helligkeits-Diagramme zum Zeitpunkt t = 11 Milliarden Jahre (zentrales Dichteminimum). Wie zuvor sind die Farben-Helligkeits-Diagramme für die 82. (entsprechend 10^{-3} pc vom Haufenzentrum, oben links), die 122. Stützstelle (0.06 pc, oben rechts), die 142. Stützstelle (0.4 pc, unten links) sowie die 162. Stützstelle (2.6 pc, unten rechts) angegeben. Die vorhandenen massereichen Remnants sind wieder extra in Tabelle 7.11 aufgeführt.

	Anzahl der Sterne im FHD bei Stützstelle			
	82 (10^{-3} pc)	122 (0.06 pc)	142 (0.4 pc)	162 (2.6 pc)
Hauptreihe ($M < 0.7\ M_\odot$)	56	71	741	3194
Hauptreihe ($M > 0.7\ M_\odot$)	24	25	203	260
C/O-Weißer Zwerg	500	550	1500	1238
O/Ne-Weißer Zwerg	764	856	638	90
Neutronenstern	3635	3480	1840	159
Masseloser Remnant	21	18	78	59

Tabelle 7.11. Übersicht über die Verteilung der insgesamt jeweils 5000 Sterne im den Farben-Helligkeits-Diagrammen auf einzelne Entwicklungsstadien zum Zeitpunkt zum Zeitpunkt t = 11 Milliarden Jahre. Vergleiche Abbildung 7.13.

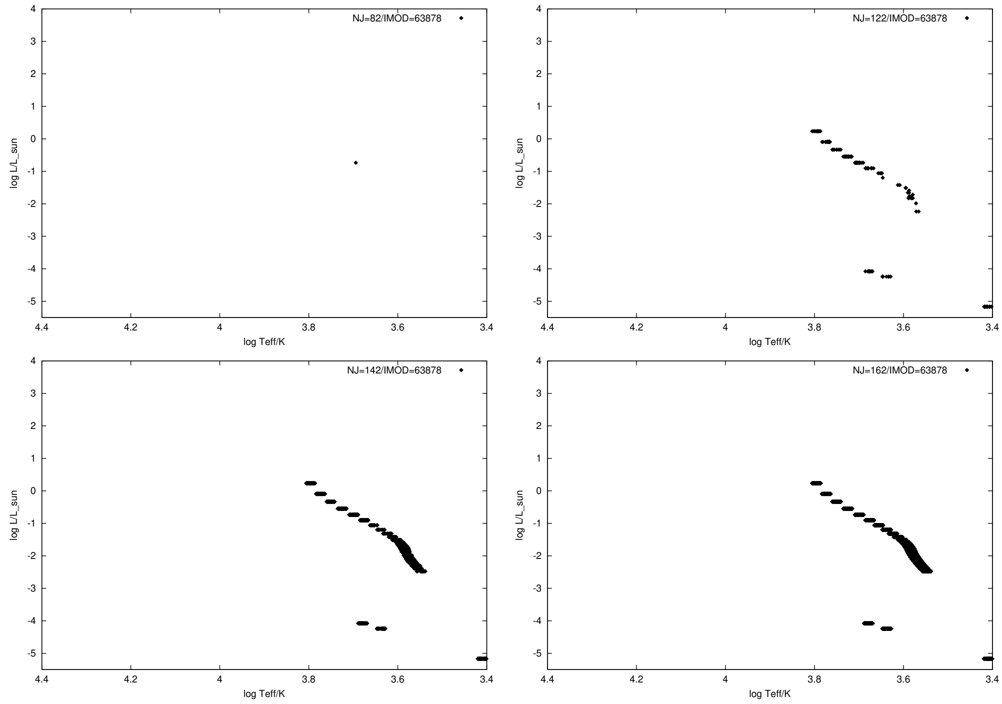

ABBILDUNG 7.14. Farben-Helligkeits-Diagramme zum Zeitpunkt $t = 11.12$ Milliarden Jahre (zentrales Dichtemaximum). Wie zuvor sind die Farben-Helligkeits-Diagramme für die 82. (entsprechend 10^{-3} pc vom Haufenzentrum, oben links), die 122. Stützstelle (0.06 pc, oben rechts), die 142. Stützstelle (0.4 pc, unten links) sowie die 162. Stützstelle (2.6 pc, unten rechts) angegeben. Die vorhandenen massereichen Remnants sind wieder extra in Tabelle 7.12 aufgeführt.

	Anzahl der Sterne im FHD bei Stützstelle			
	82 (10^{-3} pc)	122 (0.06 pc)	142 (0.4 pc)	162 (2.6 pc)
Hauptreihe ($M < 0.7\ M_\odot$)	1	69	688	3162
Hauptreihe ($M > 0.7\ M_\odot$)	0	36	182	248
C/O-Weißer Zwerg	145	603	1510	1300
O/Ne-Weißer Zwerg	422	836	678	93
Neutronenstern	4431	3431	1854	150
Masseloser Remnant	1	25	88	47

TABELLE 7.12. Übersicht über die Verteilung der insgesamt jeweils 5000 Sterne im den Farben-Helligkeits-Diagrammen auf einzelne Entwicklungsstadien zum Zeitpunkt zum Zeitpunkt $t = 11.12$ Milliarden Jahre. Vergleiche Abbildung 7.14.

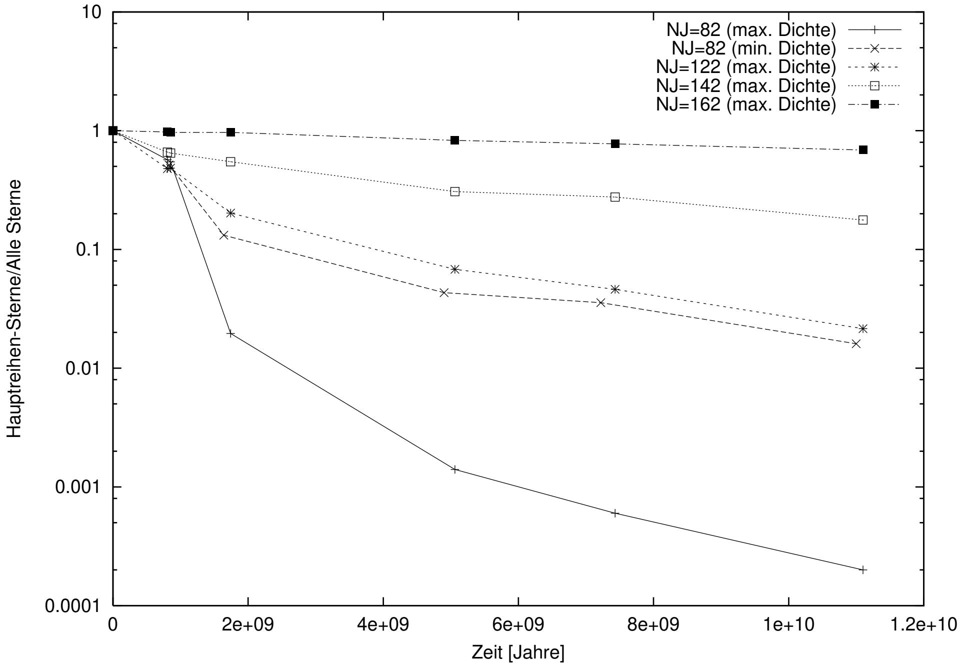

ABBILDUNG 7.15. Vergleich des Verhältnisses der Anzahl von Hauptreihensternen zur Gesamtzahl der Sterne im Verlauf der Simulation für die vier im vorigen Abschnitt betrachteten Stützstellen des Modells jeweils zum Zeitpunkt der maximalen Dichte. Die 82. Stützstelle entspricht wieder 10^{-3} pc vom Haufenzentrum, die 122. Stützstelle 0.06 pc, die 142. Stützstelle 0.4 pc und die 162. Stützstelle 2.6 pc. Für die innerste der betrachteten Stützstellen ist zusätzlich der Verlauf dieses Verhältnisses zum Zeitpunkt der Dichteminima angegeben.

Das Verhältnis von Hauptreihen-Sternen zur Gesamtzahl der Sternen

In Abbildung 7.15 ist das Verhältnis der Anzahl von Hauptreihen-Sternen zur Gesamtzahl der Sterne gemäß den Zahlen in den Tabellen 7.2 bis 7.12 angegeben, wobei jeweils die Zahlen zum Zeitpunkt des Dichtemaximums verwendet wurden. Nur im Fall der innersten Stützstelle wurde zusätzlich der Verlauf der Anzahlverhältnisse zum Zeitpunkt der Dichteminima angegeben, da sich nur im Zentrum des Haufens Änderungen in den Farben-Helligkeits-Diagrammen während der Oszillationen ergeben haben.

Gut zu erkennen sind zunächst die Folgen der Massensegregation im Kugelsternhaufen: Zunächst sind alle Sterne im Haufen Hauptreihensterne (also ist das Verhältnis 1). Doch schon bald zeigen sich deutliche Unterschiede an den verschiedenen betrachteten Stützstellen, die nicht allein mit Sternentwicklungseffekten erklärt werden können. Je niedriger das Verhältnis ist, desto weniger Hauptreihensterne sind im Vergleich zu den entwickelten Sternen zu finden. Am konstantesten bleibt dieser Faktor in den äußeren Regionen (oberste Linie). Am deutlichsten zu Gunsten der entwickelten Sterne fällt es für den innersten Bereich des Haufens aus (unterste Linie). Die zweitunterste Linie zeigt

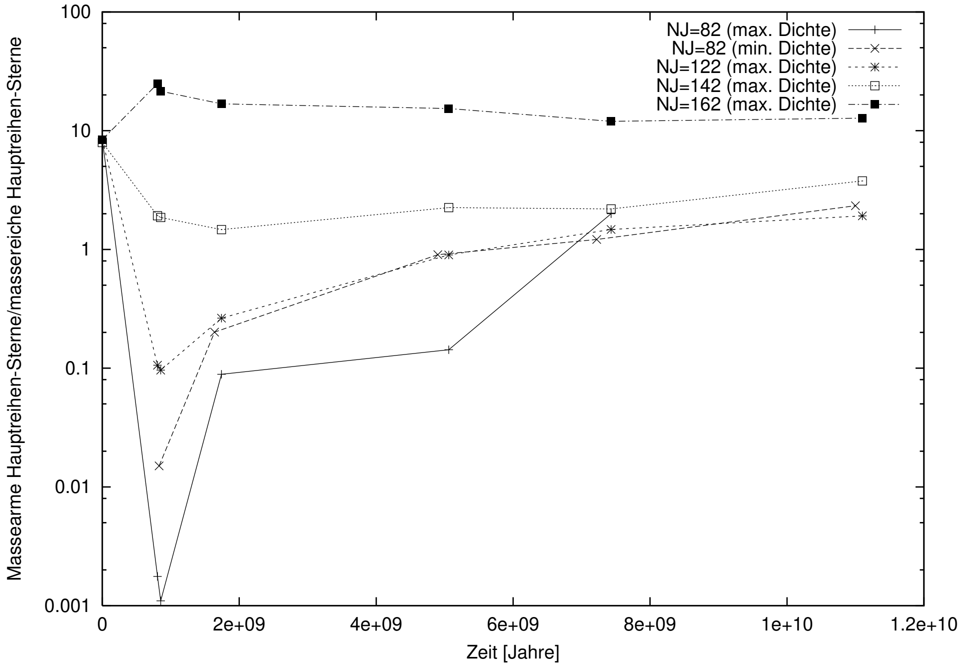

ABBILDUNG 7.16. Vergleich des Verhältnisses der Anzahl von massearmen Hauptreihensternen zur Anzahl vom massereichen Hauptreihensternen im Verlauf der Simulation für die vier im vorigen Abschnitt betrachteten Stützstellen des Modells jeweils zum Zeitpunkt der maximalen Dichte. Die 82. Stützstelle entspricht wieder 10^{-3} pc vom Haufenzentrum, die 122. Stützstelle 0.06 pc, die 142. Stützstelle 0.4 pc und die 162. Stützstelle 2.6 pc. Für die innerste der betrachteten Stützstellen ist zusätzlich der Verlauf dieses Verhältnisses zum Zeitpunkt der Dichteminima angegeben.

die Verhältnisse während der Dichteminima im Zentrum: Sie unterscheiden sich nur unwesentlich von denen bei der zweitinnersten der betrachteten Stützstelle.

Das gleiche gilt für den langsamen Abfall des Verhältnisses — bedingt durch die natürliche Entwicklung von immer mehr Hauptreihensternen zu Remnants: Hier gibt es kaum Unterschiede zwischen den drei äußeren betrachteten Stützstellen. Das gilt auch für die innerste Stützstelle zu den Dichteminima. Nur bei den Dichtemaxima ist hier noch ein deutlicherer Abfall auszumachen.

Das Verhältnis von massearmen zu massereichen Hauptreihen-Sternen

Die Folgen der Massensegregation werden auch in Abbildung 7.16 deutlich. Hier ist die zeitliche Entwicklung des Verhältnisses der Anzahl von massearmen Hauptreihensternen ($M < 0.7\ M_{\odot}$) zur Anzahl der massereichen Hauptreihensternen ($M > 0.7\ M_{\odot}$) dargestellt. Da sich im Laufe der Entwicklung immer weniger massereiche Hauptreihensterne im Haufen befinden, sollte das Verhältnis mit der Zeit größer werden. Interessant ist, dass es im äußeren Bereich des Haufens (obere Kurve) offenbar gelingt, diesem Trend entgegenzuwirken, ihn anfangs sogar umzukehren: Die Mitglieder der Gruppe der massereicheren Hauptreihensterne enthält im Laufe der Simulation immer weniger massereiche Sterne, so dass es auch hier zu den Massensegregationsprozessen kommt, die schon bei den massearmen Hauptreihensternen zu beobachten war. Am Anfang allerdings bewirkt die Massensegregation das Gegenteil: Der Anteil der massearmen Sterne steigt an.

Auch bei den nächsten beiden Stützstellen ($NJ = 142$ und $NJ = 122$) sieht man diesen Effekt: Die massearmen Hauptreihensterne wandern in die Außenregionen, die massereicheren Hauptreihensterne konzentrieren sich im Zentrum. Im Gegensatz zum äußeren Bereich kommt es daher hier zunächst zu einem starken Absinken des hier betrachteten Verhältnisses: die massereicheren Hauptreihensterne sind ab der zweitinnersten Stützstelle ($NJ = 122$) sogar in der Überzahl.

Auch hier bestätigt sich zudem der schon im vorigen Abschnitt festgestellte Trend, dass die Entwicklung im innersten Bereich bei minimaler Dichte den im den weiter außen gelegenen Regionen gleicht ($NJ = 82$ (min. Dichte)), während die Situation für $NJ = 82$ bei maximaler Dichte deutlich verschieden ist. Diese Kurve ist sowieso mit Vorsicht zu lesen: Wegen der extrem geringen Zahl von Hauptreihensternen im Zentrum bei Dichtemaxima unterliegen die gebildeten Verhältnisse großen Schwankungen, die überwiegend aus dem Projektionsverfahren resultieren.

Das Verhältnis von Weißen Zwergsternen zu entwickelten Sternen

Als Drittes soll noch das Verhältnis der Anzahl von Weißen Zwergsternen zur Gesamtzahl der entwickelten Sterne bzw. Remnants verglichen werden, um so deutlich zu machen, dass es auch innerhalb der stellaren Remnants deutliche Unterschiede im verschiedenen Abstand vom Haufenzentrum gibt. In Abbildung 7.17 ist dazu wiederum dieses Verhältnis für die vier verschiedenen Stützstellen zu den Zeitpunkten maximaler Dichte, sowie für die innerste Stützstelle zusätzlich zu den Zeitpunkten minimaler Dichte aufgetragen.

Deutlich wird auf den ersten Blick, dass auch bei den Remnants die massereicheren Vertreter zum Zentrum hin dominieren. Im äußeren Bereich des Haufens ($NJ = 162$, oberste Linie) steigt das Verhältnis von Weißen Zwergen zur Gesamtzahl der Remnants zu Beginn der Simulation an. Hier sind masseärmere Weiße Zwerge nach außen gewandert, so dass hier der überwiegende Teil der entwickelten Sterne Weiße Zwergsterne sind.

Dies ändert sich graduell je dichter man dem Haufenzentrum kommt, was sehr schön an den weiteren Linien zu erkennen ist. Besonders dramatisch ist der Effekt wiederum für die innerste Stützstelle, wo im Dichtemaximum der Anteil der Weißen Zwerge sehr schnell auf ein sehr niedriges Niveau fällt. Im Dichteminimum ist dieser Effekt nicht so dramatisch und ähnelt — wie schon

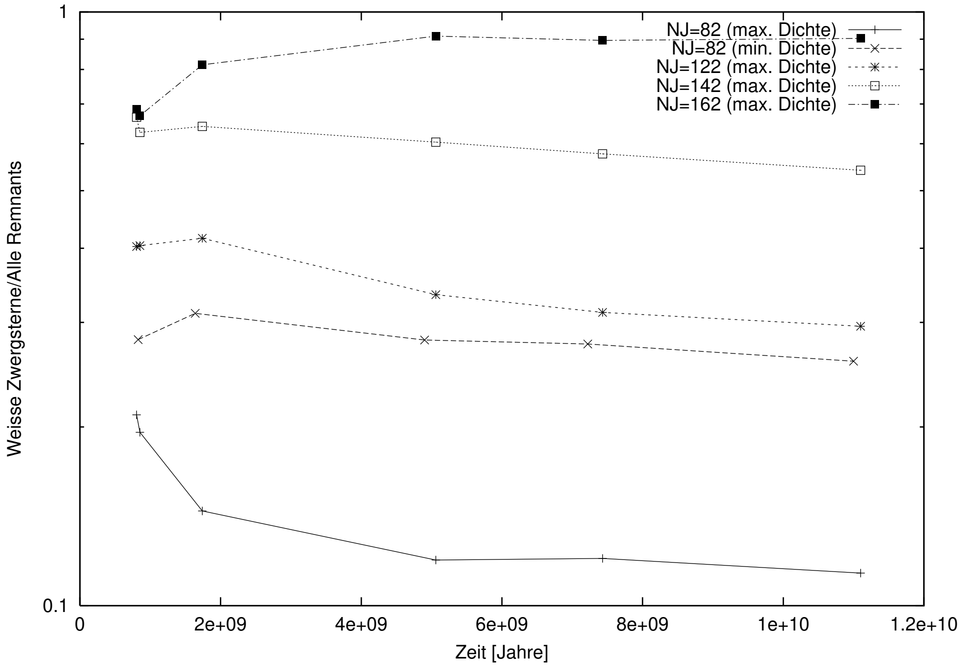

ABBILDUNG 7.17. Vergleich des Verhältnisses der Anzahl von Weißen Zwergsternen zur Anzahl aller Remnants im Verlauf der Simulation für die vier im vorigen Abschnitt betrachteten Stützstellen des Modells jeweils zum Zeitpunkt der maximalen Dichte. Die 82. Stützstelle entspricht wieder 10^{-3} pc vom Haufenzentrum, die 122. Stützstelle 0.06 pc, die 142. Stützstelle 0.4 pc und die 162. Stützstelle 2.6 pc. Für die innerste der betrachteten Stützstellen ist zusätzlich der Verlauf dieses Verhältnisses zum Zeitpunkt der Dichteminima angegeben.

oben bemerkt — den Verhältnissen an den anderen Stützstellen.

7.5 *Vergleich mit Beobachtungen*

Nach Vorstellung dieser detailliertesten Simulation eines Kugelsternhaufens sollen nun abschließend die Ergebnisse mit den im zweiten Kapitel vorgestellten Beobachtungsdaten von Kugelsternhaufen in Beziehung gesetzt werden. Da das Verfahren zur Erzeugung von Farben-Helligkeits-Diagrammen noch relativ grob ist, kann es dabei in erster Linie um das Erkennen von Trends gehen. Vor allem zur Reproduktion von Farbgradienten wären genauere Informationen über Rote-Riesen-Sterne und Horizontalast-Sterne notwendig. Dies ist aber durch die hier gewählte Beschreibung nicht möglich, da die Entwicklungszeiten während dieser Phasen so kurz sind, dass sie nur in jeweils einer Sternentwicklungs-Komponente zu finden sind. Zusammen mit dem hier vorgestellten Projektionsverfahren, dass ja aus den Dichten der dynamischen Komponente Sternenanzahlen für alle Sternentwicklungs-Komponenten bestimmt, ist somit keine realistische Berechnung von Sternenzahlen während dieser nur sehr kurzen Entwicklungsabschnitte möglich. Deswegen wurde in vorherigen Abschnitt auch das Schwergewicht auf Entwicklungsphasen gelegt, die sehr lange andauern und daher eher Trends aufzeigen können. Zudem sind Einflüsse wie das Tidenfeld der Galaxis und der Umlauf des Kugelsternhaufens und die damit verbundenden Effekte (beispielsweise das so genannte *tidal shocking*) nicht berücksichtigt, die auch einen Einfluss auf die Populationen im Kugelsternhaufen haben sollten.

Am Ende der Simulation befinden sich in äußeren Regionen massearme Hauptreihensterne und Weiße Zwerge, während sich im zentralen Bereich des Haufen bevorzugt die stellaren Remnants aufhalten, wobei es hier eine deutliche Überhäufigkeit von Neutronensternen gibt. Die Remnants sind natürlich im Fall der Neutronensterne — aber auch oft schon bei den „ersten“ Weißen Zwergsternen — nicht beobachtbar und daher nur in der Statistik der Farben-Helligkeits-Diagramme erkennbar. Der festgestellte Gradient der Remnants im Modellhaufen korrespondiert jedoch mit einem anderen Beobachtungssachverhalt: So finden sich im Zentrum von Kugelsternhaufen vermehrt kompakte Doppelsterne, deren einer Partner oft ein Neutronenstern oder aber ein Weißer Zwerg ist (siehe zum Beispiel Grindlay *et al.* 2001).

Der relativ hohe Anteil von Remnants im Zentrum lässt somit eine verstärkte Bildung von Doppelsterne wahrscheinlich erscheinen, die man dann als Röntgen-Doppelsterne oder Pulsare beobachten könnte. Mit welchen Raten diese dann durch Interaktion mit anderem Sternen aus dem Haufen „gekickt“ werden, kann mit dem vorliegenden Modell nicht beantwortet werden. Es ist aber zu erwarten, dass Neutronensterne, die sich in hoher Konzentration im Zentrum sammeln, mit hoher Geschwindigkeit aus dem Haufen geschleudert werden, während Weiße Zwergsterne, die durch Tideneffekte aus dem Haufen entfernt werden eher aus den äußeren Regionen stammen und so nur geringere Geschwindigkeiten haben dürften. Ein möglicher Ansatz für Haufenmodelle mit expliziter Behandlung der Doppelstern-Population ist im abschließenden Kapitel über die Fortentwicklung dieser Arbeit skizziert.

Im Rahmen dieses Projektes interessanter sind allerdings die beobachteten Farbgradienten, für die weniger „exotische“ Sterne verantwortlich gemacht werden. So zeigt sich schon nach relativ kurzer Entwicklungszeit, dass es in den äußeren Bereichen des Kugelsternhaufens deutlich mehr massearme Hauptreihensterne gibt. Cederbloom *et al.* (1992) hatten dieses Defizit von massenarmen Hauptreihensternen im Zentrum als mögliche Ursache für die von ihnen beobachteten Farbgradienten angeführt und auch Guhathakurta *et al.* (1998) haben in eine ähnliche Richtung argumentiert. In einer weiteren Arbeit (Howell, Guhathakurta & Tan 2000) wurde dem allerdings widersprochen. Aus der hier vorliegenden Rechnung wird zumindest deutlich, dass es einen sehr auffälligen und deutlichen Gradienten bei der Verteilung von massearmen Sternen im Kugelsternhaufen geben muss.

Für die beschriebene Unterhäufigkeit von Roten Riesensternen in Richtung des Haufenzentrums (Djorgovski *et al.* (1991)) findet sich in den hier vorgestellten Farben-Helligkeits-Diagramm kein Hinweis. Die Diskretisierung der Massengruppen ist in diesem Modell einfach noch zu grob, um zwischen zwei sehr eng aufeinanderfolgenden und sehr kurzen Entwicklungsstadien zu unterscheiden: Die jeweiligen Entwicklungsstufen spielen sich innerhalb einer dynamischen Massengruppe ab und Segregationseffekte sind somit nicht nachweisbar.

7.6 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde ein Verfahren vorgestellt, durch das die aus dem Gasmodell gelieferten Dichten der dynamischen Komponenten in eine Anzahl von Sternen entsprechend der Sternentwicklungs-Komponenten umgerechnet und daraus Farben-Helligkeits-Diagramme erstellt werden können. Auf diese Weise gelang es, die Sterne einer Massengruppe mit fester mittlerer Masse so zu generieren, dass sie einer echten diskreten Sternenpopulation entsprechen. Dadurch war es möglich, einen Eindruck davon zu gewinnen, wie dynamische Effekte zu Unterschieden bei den Sternenpopulationen in verschiedenen Regionen des Haufens führen.

Trotz des dazu nötigen „Projektionsverfahren“ gelang es, die vermuteten Massensegregations-Effekte von massearmen, roten Hauptreihensternen nachzuvollziehen, die von einigen Autoren für Farbgradienten in Kugelsternhaufen mit verantwortlich gemacht werden.

8. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

8.1 Zusammenfassung der Ergebnisse

Mit der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Erweiterung des stellardynamischen Gasmodells besteht erstmals die Möglichkeit die dynamische Entwicklung eines Kugelsternhaufens mit seiner tatsächlichen sehr großen Teilchenzahl und unter realistischer Berücksichtigung der Sternentwicklung zu verfolgen. Das Gasmodell hat dadurch im Vergleich zu anderen Methoden wichtigen Boden gut gemacht und dürfte daher in Zukunft wieder eine bedeutendere Rolle spielen — vor allem da eine direkte Simulation von Sternensystemen mit bis zu einer Millionen Teilchen noch immer in weiter Ferne liegt.

In einer Art Voruntersuchung wurde zunächst das Verhalten des Gasmodell für verschiedende Parameter für Anfangsmassenfunktion und Teilchenzahl mit den Fokker-Planck-Modellen von Murphy, Cohn & Hut (1990) verglichen und eine vernünftige Übereinstimmung gefunden. Als zusätzlicher Effekt wurde dann der Massenverlust durch Sternentwicklung eingeführt. Dadurch wurde gezeigt, dass die massereichsten Sterne (bzw. ihre Entwicklung zu masseärmeren Remnants) für das Auftreten von *Gravothermischen Oszillationen* entscheidend ist. Ferner wurde deutlich, dass der Massenverlust nicht zu plötzlich passieren darf, weil es sonst zu Unterbrechungen der Oszillationen kommen kann.

Im nächsten Schritt musste es somit darum gehen, den Massenverlust durch Sternentwicklung möglichst realistisch zu beschreiben. Die Sternentwicklungsroutinen von Hurley, Pols & Tout (2000), die von der Cambridger N-body-Schule bereits erfolgreich eingesetzt wurden, sind aktuell und detailliert und besonders auch hinsichtlich der Massenverlustrate und wegen ihrer Parametrisierung gut für die Verwendung mit dem Gasmodell geeignet. Ihre Nutzung erlaubt außerdem einen späteren Vergleich von verschiedenen Verfahren zur Simulation von Sternhaufen. Um den Massenverlust in den hier vorgestellten Modellen jedoch möglichst realistisch zu beschreiben ohne die Anzahl der dynamischen Komponenten unnötig zu erhöhen, wurden Sternentwicklungs-Komponenten eingeführt, deren Aufgabe es ist, den Massenverlust des Haufens zu beschreiben sowie Daten über die durch sie repräsentierten Sterne zu liefern.

Erstmals konnte durch dieses modifizierte Gasmodell die Entwicklung von Farben-Helligkeits-Diagrammen in unterschiedlichen Bereichen des Kugelsternhaufens verfolgt und so Rückschlüsse auf den Einfluss der Dynamik auf die Sternenpopulationen gezogen werden. Obwohl es sich hierbei nur um ein Einzelstern-Gasmodell handelte, bei dem Entstehung und Entwicklung einer Population von

Doppelsternen nicht verfolgt werden kann, sind wichtige Trends deutlich geworden, die auch mit Beobachtungen von Kugelsternhaufen in Einklang zu bringen sind.

Im einzelnen wurde gefunden:

- Allein durch die Dynamik bilden sich Populationsgradienten zwischen massereichen und massearmen Hauptreihensternen
- Durch Massensegregation dominieren entwickelte Sterne stark im Zentrum des Haufens, wobei die Neutronensterne deutlich in der Überzahl sind.
- Weiße Zwerge — und hier insbesondere die masseärmeren — wandern im Verlauf der Simulation in die Außenbereiche des Haufens
- Aktuell beobachtete Farben-Helligkeits-Diagramme von Kugelsternhaufenwerden durch das Projektionsverfahren qualitativ gut reproduziert. Dies gilt insbesondere auch für die beobachteten Weißen Zwerg-Abkühlsequenzen.

Zusätzlich ist zu erwarten, dass Neutronensterne, die sich in hoher Konzentration im Zentrum sammeln, durch Wechselwirkungen mit hoher Geschwindigkeit aus dem Haufen geschleudert werden, während Weiße Zwergsterne, die durch Tideneffekte aus dem Haufen entfernt werden eher aus den äußeren Regionen stammen und so nur geringere Geschwindigkeiten haben dürften. Dies lässt sich mit dem aktuell vorliegenden Modell jedoch nicht reproduzieren und erfordert die Berücksichtigung des Tidenfelds der Muttergalaxie und detaillierte Doppelstern-Entwicklung, auf die im folgenden Abschnitt noch kurz eingegangen werden soll.

8.2 Ausblick

Doppelsterne

Wie schon im vorangegangenen Kapitel angedeutet, ist für eine realistische Beschreibung von Kugelsternhaufen auch die Berücksichtigung der Entstehung und Entwicklung von Doppelsternen von entscheidender Bedeutung. Glücklicherweise ist es schon in den letzten Jahren gelungen, im Rahmen eines stochastischen Monte-Carlo Modells die detaillierte Entwicklung von Doppelsternen und deren Entwicklung in Dreier-, Vierer- und Mehrfachstreuungen zu verfolgen (Spurzem & Giersz 1996, Giersz & Spurzem 2000).

Die Möglichkeit der detaillierten Beschreibung der Entwicklung enger Doppelsterne, liegt bisher nur für das stellardynamische Gasmodell vor. Für Fokker-Planck-Modelle beispielsweise, die ja im Energie-Drehimpulsraum arbeiten, ist dies fast unmöglich. Durch eine Kombination dieses Verfahrens mit dem in dieser Arbeit vorgestellten Programm sowie der Erweiterung der Sternentwicklung auf Doppelsterne, werden eine Vielzahl von Fragen zu beantworten sein, über die sich bislang nur spekulieren lassen: Wieviele ins Zentrum des Haufens gewanderte massereiche Objekte bilden dort Doppelsterne oder aber werden durch Rückstoß bei superelastischen Dreierstreuungen aus dem Haufen geworfen?

Zudem dürften die Farben-Helligkeits-Diagramme bei Modellen mit Doppelsternen deutlich interessanter werden: Dann ist es auch möglich Röntgen-Doppelsterne, Pulsare oder *Blue Straggler* auszumachen und ihr Vorhandensein in den einzelnen Bereichen und zu unterschiedlichen Entwicklungsstadien des Haufens zu studieren.

Tidenfeld der Muttergalaxie

Ein weiterer wichtiger Punkt, der in der vorliegenden Arbeit nicht berücksichtigt wurde, ist das Tidenfeld der Muttergalaxie des betrachteten Kugelhaufens. Dieses kann — abhängig vom Orbit — dafür sorgen, dass sich Haufen schon nach wenigen Milliarden Jahren komplett auflöst. Für das Gasmodell existiert bislang ein einfaches Verfahren, durch das Massenverlust durch Tideneffekte berücksichtigt werden kann (Spurzem & Takahashi 2001). Eine Kombination mit den Sternentwicklungsroutinen ist allerdings bislang noch nicht möglich.

Ähnliches gilt für die besonders dramatischen Störungen von Sternhaufen beim Durchgang durch die galaktische Scheibe. Die hier auftretenden gravitativen Schocks können die Dynamik des Haufens empfindlich stören und dürften auch deutliche Konsequenzen für die Populationen im Kugelsternhaufen nach sich ziehen (siehe dazu beispielsweise Gnedin & Ostriker 1999).

8.3 Schlussbemerkung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine detaillierte Sternentwicklung in ein stellardynamisches Gasmodell integriert, so dass erstmals aus einem Gasmodell heraus Farben-Helligkeits-Diagramme erzeugt werden können, die sich sogar schon mit aktuellen Beobachtungsdaten vergleichen lassen. An anderer Stelle wurde an der Entwicklung eines Hybridcodes gearbeitet, der die detaillierte Verfolgung der Entwicklung von Doppelsternen zulässt. Diese Entwicklungen alle in ein Modell zusammenzuführen, wird der nächste wichtige Schritt sein.

Wenn man bedenkt, wie still es um das Modell noch vor wenigen Jahren war, hat das Gasmodell — nicht zuletzt durch die hier vorgestellte Arbeit — einen entscheidenden Schritt nach vorne gemacht. Noch 1998 schrieben Heggie *et al.*, dass Gasmodelle bisher kaum zum Modellieren von Beobachtungen verwendet wurden (und damals auch nicht verwendet werden konnten). Dass sich daran inzwischen etwas geändert hat, sollte durch diese Arbeit deutlich geworden sein.

LITERATURVERZEICHNIS

Aarseth, S. J. (1999), *Pub. Astron. Soc. Pacific*, **111**, 1333

Aarseth, S. J. & Heggie, D. C. (1998), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **297**, 794

Aarseth, S. J., Hénon, M. & Wielen, R. (1974), *Astron. Astrophys.*, **37**, 183

Antonov, V. A. (1962), *Vest. leningr. gos. Univ.*, **7**, 135

Bettwieser, E. & Sugimoto, D. (1984), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **208**, 493

Breeden, J. L. & Cohn, H. N. (1995), *Astrophys. J.*, **448**, 672

Breeden, J. L., Cohn, H. N. & Hut, P. (1994), *Astrophys. J.*, **421**, 195

Buonanno, R., Corsi, C. E. & Fusi Pecci, F. (1985), *Astron. Astrophys.*, **145**, 97

Cederbloom, S. E., Moss, M. J., Cohn, H. N., Lugger, P. M., Bailyn, C. D., Grindlay, J. E., McClure, R. D. (1992), *Astron. J.*, **103**, 480

Chandrasekhar, S. (1942), *Principles of Stellar Dynamics*, University of Chicago Press, Chicago, USA

Chandrasekhar, S. (1943a), *Astrophys. J.*, **97**, 255

Chandrasekhar, S. (1943b), *Astrophys. J.*, **97**, 263

Chernoff, D. F. & Weinberg, M. D. (1990), *Astrophys. J.*, **351**, 121

Cohen, R. I., Guhathakurta, P., Yanny, B., Schneider, D. P., Bahcall, J. N. (1997), *Astron. J.*, **113**, 669

Cohn, H. (1979), *Astrophys. J.*, **234**, 1036

Cohn, H. (1980), *Astrophys. J.*, **242**, 765

Cohn, H. & Hut, P. (1984), *Astrophys. J.*, **277**, L45

Cohn, H., Hut, P. & Wise, M. (1989), *Astrophys. J.*, **342**, 814

Cool, A. M., Piotto, G. & King, I. R. (1996), *Astrophys. J.*, **468**, 655

Djorgovski, S. (1993), in: *Structure and Dynamics of Globular Clusters*, ASP Conference Series, Vol. 50, Herausgeber: Djorgovski, S. G. & Meylan, G., Seite 373

Djorgovski, S. G. & Meylan, G. (1994), *Astron. J.*, **108**, 1292

Djorgovski, S. & Piotto, G. (1993), in: *Structure and Dynamics of Globular Clusters*, ASP Conference Series, Vol. 50, Herausgeber: Djorgovski, S. G. & Meylan, G., Seite 203

Djorgovski, S., Piotto, G., Phinney, E. S. & Chernoff, D. F. (1991), *Astrophys. J.*, **372**, L41

Einsel, C. R. W. & Spurzem R. (1999), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*,

Eggleton P. P., Fitchett M., Tout C. A. (1989), *Astrophys. J.*, **347**, 998

Fall, S. M. & Rees, M. J. (1985), *Astrophys. J.*, **298**, 18

Freire, P. C., Kramer, M., Lyne, A. G., Camilo, F. *et al.*(2001), *Astrophys. J.*, **557**, L105

Fusi Pecci, F., Ferraro, F. R., Bellazzini, M. *et al.* (1993), *Astron. J.*, **105**, 1145

Gao, B., Goodman, J., Cohn, H. & Murphy, B. (1991), *Astrophys. J.*, **370**, 567

Giersz, M. (1998), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **298**, 1239

Giersz, M. & Spurzem, R. (2000), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **317**, 581

Gnedin, O. Y. & Ostriker, J. P. (1999), *Astrophys. J.*, **512**, 626

Goodman, J. (1987), *Astrophys. J.*, **313**, 576

Guhathakurta, P, Webster, Z. T., Yanny, B. *et al.*(1998), *Astron. J.*, **116**, 1757

Harris, W. E. (1991), *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **29**, 543

Harris, W. E. (1996), *Astron. J.*, **112**, 1487

Harris, W. E. & van den Bergh, S. (1981), *Astron. J.*, **86**, 1627

Heggie, D. C. (1984), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **206**, 179

Heggie, D. C., Giersz, M., Spurzem, R. & Takahashi, K. (1998), in: *Highlights of Astronomy*, Volume 11A, as presented at Joint Diskussion 14 of the XXIIIrd General Assembly of the IAU, 1997. Herausgeber: Andersen, J., Seite 591

Heggie, D. C. Ramamani, N. (1989), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **237**, 757

Heggie, D. C. Stevenson, S. (1988), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **230**, 223

Henyey, L. G., Wilets, L., Böhm, K. H., LeLevier, R. & Levee, R. D. (1959), *Astrophys. J.*, **129**, 628

Hénon, M. (1961), *Ann. d' Astrophys.*, **24**, 369

Hénon, M. (1965), *Ann. d' Astrophys.*, **28**, 62

Hénon, M. (1971), *Astrophys. Space Science*, **14**, 151

Hénon, M. (1975), in: *Dynamics of Stellar Systems*, Proceedings des IAU Symposiums 69, herausgegeben von Hayli, A., Reidel, Dordrecht, Seite 133

Howell, J. H., Guhathakurta, P. & Tan, A. (2000), *Astron. J.*, **119**, 1259

Hurley J. R., Pols O. R. & Tout, C. A. (2000), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **315**, 543

Hurley J. R., Tout, C. A., Aarseth, S. J. & Pols, O. R. (2000), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **323**, 630

Hut, P. (1985), in: *Dynamics of Star Clusters*, Proceedings des IAU Symposiums 113, herausgegeben von Goodman, J. & Hut, P., Reidel, Dordrecht, Seite 231

Inagaki, S. & Lynden-Bell, D. (1983), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **205**, 913

Jeans, J. H. (1929), *Astronomy and Cosmogony*, Cambridge University Press, Cambridge, UK

Jeffries R. D. (1997), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **288**, 585

King, I. (1999), in: *Globular Clusters*, X Canary Islands Winter School of Astrophysics, Herausgeber: Martínez Roger, C., Perez Fournón, I., Sánchez, F., Cambridge University Press, Cambridge, UK, Seite 1

King, I. R., Anderson, J., Cool, A. M. & Piotto, G. (1998), *Astrophys. J.*, **492**, L37

Kudritzki R. P., Reimers D. (1978), *Astron. Astrophys.*, **70**, 227

Larson, R. B. (1970), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **147**, 323

Lee, H. M., Fahlman, G. G. & Richer, H. B. (1991), *Astrophys. J.*, **366**, 455

Lightman, A. P. (1982), *Astrophys. J.*, **263**, L19

Lightman, A. P., Press, W. H. & Odenwald S. F. (1978) *Astrophys. J.*, **219**, 629

Lynden-Bell, D. & Eggelton, P.P. (1980), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **191**, 483

Lynden-Bell, D. & Wood, R. (1968), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **138**, 495

Majewski, S. R., Patterson, R. J., Dinescu D. I., Johnson, W. Y. *et al.*(2000), in: *The Galactic Halo — From Globular Clusters to Field Stars*, Proceedings des 35. Internationalen Astrophysik-Kolloquiums in Liège, Belgien vom 5. bis 8. Juli 1999, Herausgeber: Noels, A., Magain, P., Caro, D., Jehin, E., Parmentier, G. & Thoul, A. A., Liège, Belgien, Institut d'Astrophysique et de Geophysique, 2000, Seite 619

Makino, J. (1996), *Astrophys. J.*, **471**, 796

McNamara, D. H. (2001), *Pub. Astron. Soc. Pacific*, **113**, 335

Meylan, G. & Heggie, D. C. (1997), *Astron. Astrophys. Rev.*, **8**, 1

Murphy, B. W., Cohn, H. N. & Hut, P. (1990), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **245**, 335

Nieuwenhuizen H., de Jager C. (1990), *Astron. Astrophys.*, **231**, 134

Pease, F. G. (1928), *Pub. Astron. Soc. Pacific*, **40**, 342

Piotto, G., King, I. R. & Djorgovski, S. (1988), *Astron. J.*, **96**, 1918

Plummer, H. C. (1911), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **71**, 460

Pols O. R., Schröder K. P., Hurley J. R., Tout C. A., Eggleton P. P. (1998), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **298**, 525

Rosenberg, A., Piotto, G., Saviane, I. & Aparicio, A. (2000), *Astr. Astrophys. Suppl. Ser.*, **144**, 5

Rosenbluth, M. N., MacDonald W. M., Judd, D. L. (1957), *Phys. Rev.*, **107**, 1

Sandage, A. (1954), *Astron. J.*, **59**, 162

Schaller, G., Schaerer D., Meynet, G. & Maeder, A. (1992), *Astr. Astrophys. Suppl. Ser.*, **96**, 269

Spergel, D. N. (1991), *Nature*, **352**, 221

Spitzer, L. (1987), Dynamical Evolution of Globular Clusters, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, USA

Spitzer, L. & Hart M. H. (1971a), *Astrophys. J.*, **164**, 399

Spitzer, L. & Hart M. H. (1971b), *Astrophys. J.*, **166**, 483

Spurzem, R. & Baumgardt, H. (2001), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, submitted

Spurzem, R. & Takahashi, K. (1995), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **272**, 772

Spurzem, R. & Takahashi, K. (2001), in Vorbereitung

Spurzem, R. & Giersz, M. (1996), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **283**, 805

Stodółkiewicz, J.S. (1982), *Acta Astron.*, **32**, 63

Stodółkiewicz, J.S. (1986), *Acta Astron.*, **36**, 19

Sugimoto, D. & Bettwieser, E. (1983), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **204**, 19P

Sugimoto, D., Chikada, Y., Makino, J., Ito, T., Ebisuzaki, T. & Umemura, M. (1990), *Nature*, **345**, 33

Takahashi, K., Lee, H. M. & Inagaki, S. (1997), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **292**, 331

Takahashi, K. & Lee, H. M. (2000), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **316**, 671

Testa, V., Corsi, C. E., Andreuzzi, G., Iannicola, G. *et al.* (2001), *Astron. J.*, **121**, 916

Tout C. A., Pols O. R., Eggleton P. P., Zan Z. (1996), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **281**, 257

Vassiliadis, E. & Wood, P. R. (1993), *Astrophys. J.*, **413**, 641

Verbunt, F. (2001), *Astron. Astrophys.*, **368**, 137

Wood, M. A. (1992), *Astrophys. J.*, **386**, 539

DANKSAGUNG

Natürlich dankt man an dieser Stelle zu allererst seinem Doktorvater für die Möglichkeit, unter seinem wachsamen Auge die ersten eigenen Schritte in der Wissenschaft zu machen. Das möchte selbstverständlich auch ich bei Rainer Spurzem tun. Vor allem aber möchte ich ihm danken für eine sehr lehrreiche und interessante Zeit in Heidelberg, für die Möglichkeit durch den Besuch von zahlreichen internationalen Konferenzen neue Kontakte zu knüpfen und während zum Teil längerer Auslandsaufenthalte die Arbeit an anderen Instituten kennenzulernen. Dies hat nicht nur für die Arbeit wertvolle Anregungen gebracht, sondern hat — zusammen mit dem guten und „offenen" Klima in der Arbeitsgruppe in Heidelberg — dazu geführt, dass meine Doktorarbeitszeit für mich eine sehr wertvolle Erfahrung war, die ich nicht missen möchte — wie auch immer mein weiterer Lebensweg aussehen mag.

Ich danke selbstverständlich auch meinen ausländischen Gastgebern, Prof. Douglas Heggie in Edinburgh und dem Edinburgh Parallel Computing Center (dem TRACS-Team) sowie Sverre Aarseth und Jarrod Hurley in Cambridge für die Gastfreundschaft. Jarrod sei besonders für die Einweisung in die von ihm entwickelten Sternentwicklungsroutinen gedankt.

Dank auch an alle Kollegen in Heidelberg, an die Kieler, die mit mir nach Heidelberg gekommen sind, Marc Hemsendorf und Christian Einsel, sowie an die alten und neuen Heidelberger und Nicht-mehr-Heidelberger wie Holger Baumgardt, Michael Fellhauer, Christian Boily, Pavel Kroupa, Emil Khalisi, Pau Amaro Seoane, Jorge Penarrubia Garrido, Naohito Nakasato, Toshio Tsuchiya und Eliani Ardi für die gute Atmosphäre in der Arbeitsgruppe, die auch oft außerhalb des Instituts bei anderen Aktivitäten deutlich wurde. Prof. Roland Wielen danke ich für die freundliche Aufnahme am ARI.

Ich danke auch meiner Mutter Ingrid Deiters, die den von mir eingeschlagenen Weg immer unterstützt hat sowie alle Freunden.

Die Arbeit wurde durch das DFG-Projekt Sp 345/10-1,2, zwei Aufenthalte in Edinburgh durch das TRACS-Programm der Europäischen Union gefördert. Die Astronomische Gesellschaft hat durch Reisekostenzuschüsse manchen Konferenzbesuch ermöglicht.