Heidelberger Texte zur
Mathematikgeschichte

Autor: **Cantor, Moritz** (1829 – 1920)

Titel: **Nicolaus Cusanus**

Quelle: Cantor, Moritz: Vorlesungen über Geschichte
der Mathematik. – Leipzig : Teubner
Band 2. Von 1200 – 1668. – 2. Aufl. – 1900,
S. 186 – 203
Signatur UB Heidelberg: L 84-6::2(2)

Orig.-Titel: XI. Die Zeit von 1400 – 1450
Kapitel 51. **Nicolaus Cusanus**

Digitale Ausgabe
erstellt von
Gabriele Dörflinger
2004

Anmerkung zur digitalen Ausgabe: Die Original-Seitenzählung ist am Rand in runden Klammern vermerkt. *Gabriele Dörflinger*

Der nächste deutsche Mathematiker, dem wir uns zuwenden, war kein Universitätslehrer. CARDINAL NICOLAUS VON CUSA[1] oder CUSANUS hat überhaupt unserer Wissenschaft nur als ganz beiläufiger Nebenbeschäftigung gehuldigt; um so bemerkenswerther sind seine Leistungen. Cusanus war als Sohn eines Fischers JOHANNES CHRYPPFS (Krebs) 1401 in dem Dorfe Cues am linken Moselufer geboren. Dem elterlichen Hause entlaufen wuchs Nicolaus im Dienste des Grafen von Manderscheid auf. Wissenschaftliche Vorbildung erhielt er auf der Schule zu Deventer. Schon 1416 vor Johanni wurde er als ***Nicolaus Cancer de Coesze clericus Trever. dyoc.*** in das Matrikelbuch der Universität Heidelberg eingetragen[2]. Später widmete er in Padua sich der Rechtsgelehrsamkeit. Dort war er Mitschüler des späteren geographischen Schriftstellers PAOLO TOSCANELLI, dessen Name in der Geschichte der Entdeckung von Amerika genannt wird, der auch der Astronomie Dienste erwies, indem er auf Fehler in den Alfonsinischen Tafeln aufmerksam machte. Vielleicht waren beide, Cusanus und Toscanelli, unter den Zuhörern des PRODOCIMO DE' BELDOMANDI, mit welchem das 52. Kapitel uns bekannt machen wird. Wenigstens war zeitlich die Möglichkeit solcher Beziehungen geboten, da Beldomandi 1422 als Professor der Astronomie in Padua angestellt wurde, und Cusanus diese Universität 1424 nach Erlangung der juristischen Doctorwürde verliess. Er verlor in Mainz seinen ersten Process und wandte sich dann vollständig der Theologie zu. An den Kirchenstreitigkeiten, welche fast während des ganzen Lebens des Cusanus dauerten, betheiligte er sich in hervorragendem Maasse, zuerst auf dem Basler Concile von 1432–1437 als berufenes Mitglied, später als päpstlicher Legat, seit December 1448 mit dem Titel Cardinal, zu welchem im März 1450 die Verleihung des Bisthums Brixen hinzukam. An diese letztere Verleihung knüpften sich persönliche Streitigkeiten für den Cardinal, welche nur mit seinem am 11. August 1464 in Todi in Umbrien erfolgenden Tode ein Ende nahmen und welche einen ziemlich langen Aufenthalt (187) in Italien veranlassten, bei welcher Gelegenheit er, wie (S. 180) erwähnt worden ist mit GEORG VON PEURBACH persönlich bekannt wurde und zu demselben in wissenschaftliche Beziehungen trat, welche durch Schriftenübersendung sich äusserten. Die Werke des CARDINALS ECUSA, wie er gleichfalls oft genannt wird, sind ziemlich vielseitig. Welche Quellen ihm zur Verfügung standen, kann noch heute aus seiner in Cues aufbewahrten Bibliothek ersehen werden. Theologisches, Staatsrechtliches, Philosophisches wechselt in ziemlich buntem Gemenge, und die überall durchblickende mystisch-scholastische Färbung gehört nicht minder ihm selbst als der Zeit an; in welcher er lebte und schrieb. Uns beschäftigen

(186)

[1] Biographisches vergl. in der Allg. deutschen Biographie IV, 655–662, einen alle vorhandenen Lebensbeschreibungen benutzenden Artikel von PRANTL. Nur den Aufenthalt in Heidelberg konnte er nicht kennen, da damals (1876) das Heidelberger Matrikelbuch noch nicht veröffentlicht war.

[2] TÖPKE, Die Matrikel der Universität Heidelberg von 1386 bis 1662 (1884–1886) I, 128 Z. 4 v. u.

diese philosophischen Gedanken nur so weit sie mathematische Folgerungen erzeugten. Die sonstigen Schriften übergehen wir vollständig mit Einschluss eines Gesprächs über Versuche mit der Wage, welches der Geschichte der Physik angehört. Die Gesammtwerke wurden im XV. Jahrhunderte in Paris dem Drucke übergeben. Eine zweite Ausgabe, welche auch mit Anmerkungen eines gewissen Omnisanctus (?) versehen ist, erschien in Basel 1565. Wir folgen der letzteren Ausgabe[3].

Die ersten mathematischen, oder richtiger gesagt chronologisch-astronomischen Arbeiten des Cusanus sind seine Vorschläge zur ***Kalenderverbesserung*** und zur ***Verbesserung der Alfonsinischen Tafeln***, welche zusammengehören, und mit welchen er 1436 den Versuch machte, das Basler Concil zu einer Beschlussfassung über den Gegenstand zu veranlassen, dessen Wichtigkeit fortwährend in der religiösen Unsicherheit gefunden wurde, welche bald einen Fasttag halten liess. wo kein solcher geboten war, bald auch, und darin lag die Gefahr, Fleischgenuss an Tagen gestattete, die von Rechtswegen durch Fasten begangen werden mussten[4]. Das von Cusanus vorgeschlagene Heilmittel bestand in der Weglassung von 7 Tagen in der Weise, dass im Jahre 1439 Pfingstsonntag noch am 24. Mai gefeiert werden solle, wie die vorhandenen Kalender es wünschten. Dann aber solle man den Pfingstmontag mit der Bezeichnung des 1. Juni versehen und künftig regelmässig alle 304 Jahre ein Schaltjahr wegfallen lassen, so werde die Fehlerquelle versiegen, die (188)
darin liege, dass im Julianischen Jahre mit in vierjähriger Regelmässigkeit eingeschobenem Schalttage die Jahreslänge genau zu 365 $^1/_4$ Tagen und damit um ein Geringes zu gross angenommen sei. Das Basler Concil spaltete sich am 7. Mai 1437. Cusanus gehörte zu der Minderheit, welche austrat und sofort mit Entschiedenheit auf die Seite des Papstes sich stellte. Von einer Beschlussfassung über Kalenderfragen war keine Rede mehr.

Ausführlicher müssen diejenigen Schriften uns beschäftigen, welche als philosophisch-mathematische zu bezeichnen sind, und welche den Jahren nach 1450 angehören, wenn auch der philosophische Grundgedanke schon in einem Werke enthalten ist, welches zwischen December 1439 und Februar 1440. theils in einem Kloster in der Eifel theils in Cues, dem Heimathsorte des Verfassers, niedergeschrieben ist, und welches den Titel ***De docta ignorantia***[5] führt. Die gelehrte Unwissenheit ist ein innerer Widerspruch, welchen der Verfasser folgendermassen rechtfertigt. Erkenntniss findet statt, wenn man das Verhältniss des Erforschten zu allem, was da ist, zum Bewusstsein gebracht hat. Es sind folglich, entsprechend den unendlich vielen Vergleichungsgegenständen, unendlich viele

[3]Einzeluntersungen über die mathematisch-astronomischen Leistungen des Cusanus hat Dr. Schanz in Programmbeilagen des Gymnasiums zu Rottweil für die Jahrgänge 1871–1872 und 1872–1873 veröffentlicht: I. Der Cardinal Nicolaus von Cusa als Mathematiker. II. Die astronomischen Anschauungen des Nicolaus von Cusa und seiner Zeit. Wir citiren sie als Schanz I und Schanz II. Die Basler Ausgabe (1565) der Werke des Cusanus citiren wir als Cusani Opera.

[4]Schanz II, 17–31. Cusani *Opera* pag. 1155–1167 : *Reparatio Calendarii* und pag, 1168–1173: *Correctio Tabularum Alphonsi.*

[5]Cusani *Opera* pag. 1–62.

Vergleichungen anzustellen, und solches ist dem menschlichen Geiste unmöglich. Darum habe schon Sokrates sich dahin ausgesprochen, er wisse nichts als die Thatsache seiner Unwissenheit, und ihm darin nachzufolgen reizt uns der bei alledem in uns gelegte Erkenntnisstrieb. Kommen wir über unser Nichtwissen ins Klare, so dürfen wir von einer gelehrten Unwissenheit reden.

Wir haben zu dieser Erörterung des Cusanus noch einen kleinen, aber nicht unwichtigen Zusatz zu machen. Bei jedem anderen Schriftsteller wäre man versucht, in dem so erklärten Titel eine Absicht in sofern zu erkennen, als solle der Leser durch eine anspruchsvolle Ueberschrift angeregt werden, sieh in die Schrift zu vertiefen. Bei Cusanus war es wohl mehr als das, was ihn beeinflusste. Allerdings wählte er absichtlich den sich selbst widersprechenden Titel, aber, wie wir vermuthen möchten, desshalb, weil ***Vereinigung der Gegensätze für ihn die Grundlage des Wissens*** ist. Später nennt er eine jede derartige Vereinigung die ***Kunst der Coincidenzen***[6] und behauptet, mittels ihrer sei das Eindringen in das Verborgene möglich. Die gelehrte Unwissenheit selbst baut auf der Grundlage solcher Coincidenzen sich auf. Jede Untersuchung, sagten wir (189)
schon, geht von Vergleichungen aus. Die Vergleichung führt zur Zahl, und das habe Pythagoras wohl im Auge gehabt, als er das Urtheil abgab Alles bestehe und Alles werde begriffen durch die Kraft der Zahlen.

Vom Grösseren und Kleineren, welches bei der Vergleichung auftritt steigt man auf zum Grössten und zum Kleinsten. Das Grösste ist dasjenige, über welches hinaus ein Grösseres nicht gedacht werden kann und ebensowenig kann es selbst als kleiner gedacht werden, weil es alles ist, was es sein kann. Aber auch das Kleinste ist ein Solches, über welches hinaus Kleineres nicht sein kann, und weil das Grösste von gleicher Art ist, findet zwischen dem Kleinsten und dem Grössten Coincidenz statt[7]. Die Zahl gestattet freilich ein Aufwärtssteigen zu einer thatsächlich grössten, aber weil sie eine begrenzte Zahl bleibt, ist sie nicht zu dem absolut Grössten, über welches hinaus ein Grösseres nicht sein kann, geworden, denn dieses ist unbegrenzt[8].

Das ist gleichfalls ein Gedanke, den Cusanus nie verleugnet hat. In einer seiner spätesten Schriften kommt er auf ihn mit den Worten zurück[9]: Wenn wir 10 vergangene Sonnenläufe und 100 und 1000 und alle zählen können, und es sagt Einer, alle seien durch eine Zahl nicht angebbar, sondern es seien unendlich viele Umläufe vorangegangen, so ist das, als wenn er sagte, im nächsten Jahre

---

[6]Ebenda pag. 1095 in der Abhandlung *De sinibus et chordis : .... ut videatur potentia artis coincidentiarum, per quam in omni facultate occulta penetrantur.*

[7]Cusani *Opera* pag. 3 in der *Docta ignorantia* Lib. I, cap. 4: *Maximum sicut non potest maius esse, eadem ratione nec minus, quum sit omne id quod esse potest. Minimum autem est, quo minus esse non potest. Et quoniam maximum est huius modi, manifestum est minimum maximo concidere.*

[8]Ebenda pag. 4 (*Docta ignor.* Lib. I, cap. 5): *Si ascendendo in numeris devenitur actu ad maximum, quoniam finitus est numerus, non devenitur tamen ad maximum , quo maior esse non possit, quoniam hie esset infinitus.*

[9]Ebenda pag. 1113 (*Complementum theologicum* cap. 8) : *Si enim numerare possumus decem revolutiones praeteritas, et centum, et mille, et omnes: si quis dixerit, non omnes esse numerabiles , sed praeteriisse infinitas, et dixerit unam futurum revolutionem in futuro anno, essent igitur tunc infinitae et una, quod est impossibile.*

werde wieder ein Umlauf vollendet, und dann seien es unendlich viele und eins, was unmöglich ist.

Wirklich unendlich ist nur Gott, aber man kann auch mit mathematischen Versinnlichungen dem Unendlichen beizukommen suchen. Die unendliche Grade ist zugleich auch Dreieck und Kreis[10]. Wie diese Coincidenzen gemeint seien, wird sodann näher erörtert. Der Kreis besitzt Krümmung und ist länger als sein Durchmesser. Je grösser der Durchmesser wird, um so kleiner wird die Krümmung. Die (190)
Kreislinie grössten Durchmessers ist selbst grösste Kreislinie, also von kleinster Krümmung, also von grösster Geradheit, wodurch Coincidenz des Grössten mit dem Kleinsten hergestellt ist. Mit dem Dreiecke verhält es sich folgendermassen. Zwei Dreiecksseiten zusammen sind immer grösser als die dritte. Ist also eine Seite unendlich gross, so müssen es die beiden anderen auch sein. Weil ferner zwei Unendlichkeiten nicht stattfinden können[11], so kann das unendliche Dreieck aus mehreren Linien nicht zusammengesetzt sein. Als Dreieck muss es aber drei Seiten besitzen, folglich ist die eine unendliche Gerade eine Dreiheit von Geraden, und die drei Geraden fallen in eine zusammen. Ebenso schliesse man für die Winkel. Jedes Dreieck habe drei Winkel, die zusammen zwei Rechte betragen. Wird ein Winkel zu zwei Rechten, so gehen in ihm alle drei Winkel auf, und die Gerade ist alsdann Dreieck. So ist das einfach Grösste die grösste Länge, welche wir Wesenheit nennen können, und Dreieck, wesshalb es Dreifaltigkeit genannt werden kann, und Kreis, wesshalb es Einheit heisst[12]. Hier beginnt der mathematische Faden in ein theologisch-philosophisches Gespinnst überzugehen und reisst schliesslich ab. Die Geschichte der Astronomie hat dem zweiten Buche der gleichen Schrift werthvolle Gedanken zu entnehmen, welche Cusanus einen Platz in der Entwickelung der Kenntnisse von der Erdbewegung, von den Sonnenflecken, von der Natur der Sonne sichern. Uns ist es gestattet, an diesem zweiten Buche und noch rascher an dem dritten vorüberzugehen.

Wir gelangen zu einer anderen philosophischen Schrift, welche den eigenthümlichen Titel `De Beryllo`[13] führt. Der Beryll, so sagt der Verfasser, ist ein heller, weisser, durchsichtiger Stein, dem sowohl eine concave als eine convexe Gestalt beigelegt wird, und wer durch ihn hindurchsieht, erkennt vorher Unsichtbares. Unterbrechen wir unseren Bericht mit der beiläufigen Bemerkung, dass die genannte Eigenschaft des Berylls seit geraumer Zeit bereits bekannt war und der daraus hergestellten Sehvorrichtung den Namen der **`Brille`** verschafft hat. Bei den Italienern hiessen übrigens die Brillen *occhiali*; ihre Erfindung geht vermuthlich auf den 1317 gestorbenen Florentiner Salvino degli Armati zurück[14]. Wir kehren zu Cusanus zurück. Wird dem geistigen Auge, fährt er fort, ein geistiger Beryll – sagen wir nur gradezu eine geistige Brille – vorgesetzt, die ebensowohl die Gestalt des Grössten als die des Kleinsten besitzt, so erkennt (191)

[10] Ebenda pag. 9 (*Docta ignor.* Liber I, cap. 13): *Si esset linea infinita, illa esset recta, illa esset triangulus, illa esset circulus.*

[11] Cusani *Opera* pag. 10 (*Docta ignor.* Liberi, cap. 14): *quoniam plura esse infinita non possunt.*

[12] Ebenda pag. 14 (*Docta ignor.* Liberi, cap. 19).

[13] Ebenda pag. 267–284.

[14] Heller, Geschichte der Physik I, 201.

man den unsichtbaren Ursprung aller Dinge. Man sieht hieraus, dass Cusanus in der genannten Abhandlung es wieder mit der Coincidenz der Gegensätze zu thun hat, und zwar derselben Gegensätze des Grössten und Kleinsten, von denen in dem ersten Buche der gelehrten Unwissenheit die Rede war. War aber dort vorzugsweise das Grösste betrachtet worden, so wendet Cusanus im Berylle sein Augenmerk ausschliesslich dem Kleinsten zu. Der Punkt, sagt er, ist untheilbar, aber von übertragbarer Untheilbarkeit[15]. Er ist untheilbar nach jeder Art des stetigen Seins und der Ausdehnung. Die Arten des Seins für das Stetige sind die Linie, die Oberfläche, der Körper. Es nimmt die Linie Theil an der Untheilbarkeit des Punktes, insofern sie nicht-linienhaft untheilbar ist, d. h. sie kann nicht in Stücke zerlegt werden, die nicht Linien sind, und sie ist nach Breite und Dicke untheilbar. Die Oberfläche nimmt Theil an der Untheilbarkeit des Punktes, weil sie unoberflächenhaft untheilbar ist-, der Dicke nach lässt sie keine Theilung zu, weil sie eben kein Körper ist. Der Körper endlich nimmt Theil an der Untheilbarkeit des Punktes, insofern er in Nichtkörper nicht zerlegt werden kann, der Dicke nach ist er theilbar. In der Untheilbarkeit des Punktes sind also alle jene anderen Untheilbarkeiten mit inbegriffen, und in ihnen wird nichts gefunden als die Entfaltung der Untheilbarkeit des Punktes. Alles was im Körper gefunden wird, ist folglich nichts anderes als der Punkt oder ihm einzig Aehnliches[16]. Und ein Punkt losgelöst vom Körper, oder der Oberfläche, oder der Linie wird nicht gefunden, weil er das innere Princip ist, welches die Untheilbarkeit verleiht.

Bei diesen Stellen erwacht von selbst die Erinnerung an Bradwardinus (S. 119), der dem Punkte die Eigenschaft beilegte, die Unteilbarkeit an einen bestimmten Ort zu binden, und der jede Wissenschaft wahr nannte, in welcher die Voraussetzung nicht gemacht werde, Stetiges setze sich aus Untheilbarem zusammen, der auch das Unendlichgrosse in das Bereich seiner Betrachtungen zog. Von selbst gedenken wir jenes Walther, jenes Heinrich, mit denen Bradwardinus sich auseinandersetzte. Der alte Streit über das Stetige, welcher wohl in dem Jahrhunderte, das zwischen Bradwardinus und Cusanus liegt, auch nicht vollständigem Frieden Platz gemacht hat, wenn er auch mehr ein chemisch-physikalischer zu werden den Anschein gewinnt, findet in Cusanus einen neuen Kämpfer. Wir wissen von ihm selbst, dass er es liebte, Klosterbibliotheken zu durchstöbern. An (192)
einem oder dem anderen Orte, wo er seine Bildung gewann, fand er vielleicht auch Zeit und Gelegenheit, eine Vorlesung über die Latitudines formarum zu hören. So mag ihm die Streitfrage, mögen ihm die älteren Kampfmittel bekannt geworden sein, mag er der Auffassung von der Zusammensetzung räumlicher Gebilde aus ihnen ähnlich gearteten Elementen, um nicht zu sagen aus Differentialen, sich mehr angeschlossen haben, als dass er sie erfand. Seine Verdienste werden durch diese Annahme keineswegs geschmälert. Es erklärt sich nur, wie Cusanus dazu kam, seinen Coincidenzen so grosses Gewicht beizulegen. Es bestätigt sich nur die Wahrheit dessen, was wir früher andeuteten, dass die Unendlichkeitsfragen nicht wieder zur Ruhe kamen. Noch an ein Anderes, begrifflich einigermassen verwandt,

[15] Cusani, *Opera* pag. 271 (*De Beryllo* cap. 17): *punctum autem communicabilis indivisibilitas.*

[16] *Omni igitur quod reperitur in corpore, non est nisi punctum seu similitudo ipsius unius.*

müssen wir bei dieser Rückschau nach den Quellen der Ansichten des Cusanus erinnern. Campanus hat einen geometrisch-philosophischen Satz an einer Stelle ausgesprochen, an einer zweiten Stelle bekämpft, den Satz, dass bei stetigen Grossen irgend einmal Zwischenzustände eintreten müssen, die ein vorgelegtes Verhältniss erfüllen (S. 104). Albert von Sachsen hat (S. 144) des gleichen Satzes sich bedient. Wir werden auch an ihn genug Anklänge finden, sobald wir die im eigentlichen Wortsinne mathematischen Schriften des Cusanus durchmustern, wozu wir uns jetzt anschicken.

Es war eine einzige Aufgabe, welche Cusanus sich gestellt hat, welcher er etwa seit 1450 bis 1460, also zehn Jahre hindurch, in verschiedenen Abhandlungen sein fast ausschliessliches Nachdenken widmete, aber freilich eine Aufgabe schwierigster Art: die der ***Arcufication einer Geraden***. Albert von Sachsen, sagten wir früher (S. 145), und mit ihm. fast (S. 127 und 154) das ganze Mittelalter, hielten $\pi = 31/7$ nicht etwa für einen Näherungswerth, sondern für genau richtig. Von dieser Meinung zurückzukommen war schon ein Fortschritt, und Cusanus machte denselben. Erleichtert war er ihm allerdings durch den Umstand, dass, wie wir im folgenden Kapitel sehen werden, wo wir der italienischen Mathematik der ersten Hälfte des XV. Jahrhunderts uns zuwenden wollen, grade damals eine ***Uebersetzung des Archimed in lateinischer Sprache verfasst und Cusanus in die Hände gegeben worden war***. So musste er die beiden Grenzen 31/7 und 310/11 kennen lernen, zwischen denen π sich befindet, so musste er zugleich die genaue Bestimmung von π als eine noch nicht gelöste Aufgabe erkennen. Er versuchte ihre Behandlung im Sinne der Arcufication, d. h. er ging aus von einem gegebenen gleichseitigen Dreiecke als einfachstem regelmässigen Vielecke er ging dann über zu ihm umfanggleichen regelmässigen (193)
Vielecken von grösserer Seitenzahl, bis er zur Kreislinie von gleicher Länge gelangte, deren Halbmesser gesucht wurde. Fand man diesen, so war in der That die Länge des Dreiecksumfangs in eine Kreislinie verwandelt. Zur Kreislinie konnte er aber auf solche Weise gelangen, weil er sie als ***Unendlichvieleck*** betrachtete, wie er an vielen Stellen es ausgesprochen hat[17]. Das war also eine neue Fragestellung verschieden von der archimedischen, verschieden von der im Abendlande überhaupt bisher eingebürgerten, und ob die indischen Versuche (Bd. I, S. 606) zu des Cusanus Kenntniss gelangt sein können, ist uns mehr als zweifelhaft, wenngleich Georg von Peurbach (S. 183) den indischen Werth $\pi = \sqrt{10}$ kannte. Ein Werth von π kann leicht weitere Verbreitung gefunden haben, ohne dass die Auffassung, mittels deren man zu ihm gelangte, sich mit verbreitet hätte. Eine neue Fragestellung ersinnen hat aber stets als fruchtbares Förderungsmittel der Mathematik sich erwiesen, und dieses Verdienst muss mithin Cusanus in erster Linie angerechnet werden.

[17] Am deutlichsten in der Stelle CUSANI *Opera*, pag. 1110 (*Complementum theologicum* cap. 5): *Quanto autem polygonia aegualium laterum plurium fuerit angulorum, tanto similior circulo; circulus enim si ad polygonias attendas est infinitorum angulorum. Et si ad ipsum circulum tantum respicis nullum angulum in eo reperies, et est interminatus, inangularis: et ita circulus inangularis et interminatus in se complicat omnes angulares terminationes, polygonias datas et dabiles.*

Dass bei neuer Fragestellung die Merkmale, welche die Richtigkeit des Verfahrens bekunden sollen, um so leichter versagen, je neuer das Verfahren selbst gleichfalls ist, darf nicht Wunder nehmen. Grade die Geschichte der Entwicklung der Stetigkeitsbetrachtungen, und um diese handelt es sich, zeigt auf's deutlichste, dass jeder Schritt vorwärts von Fehlschritten begleitet war, die kaum Einem erspart blieben. Auch Cusanus stellt keine Ausnahme von dieser Regel uns dar. Sein rasch aufwallender Geist liess ihn Schlüsse für vollwichtig halten, denen er bald selbst als allzu leicht gezogenen misstraute, und es ist geradezu kennzeichnend, dass er, nachdem er in einer Abhandlung die Aufgabe gelöst haben will, sofort einer neuen Lösung eine neue Abhandlung widmet, und dass in den späteren Schriften, trotz der dem Gelingen näheren Versuche, die Sprache eine immer vorsichtigere wird.

Die Ueberschrift der ersten Abhandlung lautet: *De transformationibus geometricis.* Sie trägt die Widmung: ad Paulum magistri dominici Physicum Florentinum, d. h. an den Florentiner Arzt Paulus den Sohn des Magister Dominicus , worunter der frühere Studiengenosse von Cusanus in Padua (194)
Paolo Toscanelli[18] verstanden ist. Es handle sich, sagt der Verfasser in der Zueignung, um die Verwandlung von Krummem in Gerades und von Geradem in Krummes. Ein rationales Verhältniss sei zwischen beiden nicht möglich. Das Geheimniss müsse in einer gewissen Coincidenz der Extreme verborgen liegen. Die Coincidenz beziehe sich auf das Grösste, das sei eben der unbekannte Kreis, müsse also an dem Kleinsten, welches das Dreieck ist, aufgesucht werden. Cusanus denkt bei diesen Worten offenbar an die Eckenzahl beider Figuren. Drei ist die kleinste, unendlich gross die grösste Zahl der Ecken, mit denen ein Vieleck überhaupt möglich ist. Ist (Figur 31) bcd das gegebene Dreieck, so ist af der Halbmesser des Innenkreises, ab der des Umkreises, die beide dem Dreiecke nicht umfanggleich sein können, da man weiss, dass der Umfang des Innenkreises stets kleiner, der des Umkreises stets grösser ist als der irgend eines regelmässigen Vielecks, zu welchem der betreffende Kreis gehört, und dass der jedesmalige Unterschied der Umfänge der Kreise einerseits, des Vielecks andrerseits beim Dreieck am grössten ist. Der gesuchte Kreis muss folglich einen Halbmesser haben, der grösser als af, kleiner als ab ist. Nun wird fb in vier gleiche Stücke zerlegt und die Theilpunkte i, e, l werden gradlinig mit a verbunden, diese Verbindungsgeraden ai, ae, al aber um ik, eh, lm verlängert, so dass die Verlängerte zur Verlängerung sich verhalte wie die bc zur Entfernung von f bis zu dem betreffenden Theilpunkte. Man macht daher $ih = 1/8ai$, $eh = 1/4ae$, $lm = 3/8al$. Nun ist aber i dem Punkte f, l dem Punkte

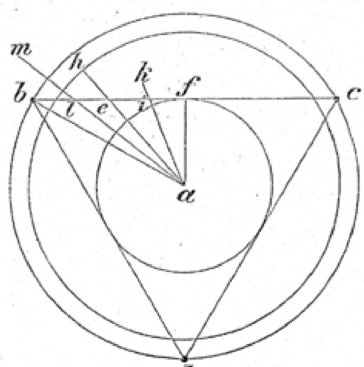

Fig. 31.

[18]Ueber Toscanelli's Familienverhältnisse vergl. Gust. Uzielli im *Bulletino Boncompagni* XVI, 611–618.

b allzunahe, als dass ak oder am der gesuchte Halbmesser sein könnte, folglich ist ah richtig. Die Mangelhaftigkeit der Schlüsse ist so augenscheinlich, dass es verwundern muss, wie wenig mangelhaft das Ergebniss ausfällt. Sei $bc = 8$, so ist der Dreiecksumfang 24 und dieser getheilt durch $2ah$ giebt π oder $\pi = \frac{12}{ah}$. Ferner ist $af = \frac{1}{2}ab$, $bf = 4$, $3af^2 = 16$, $af = \frac{4}{\sqrt{3}}$, $ae^2 = \frac{16}{3} + 4 = \frac{28}{3}$, $ae = \frac{1}{3}\sqrt{84}$, $ah = \frac{5}{4}ae = \frac{5}{12}\sqrt{84}$, und folglich (195)

$$\pi = \frac{144}{5\sqrt{84}} = \sqrt{9 \cdot 87428571428571 \cdots} = 3,142337 \cdots ,$$

während

$$3\frac{1}{7} = 3,142857 \cdots \text{und} 3\frac{10}{71} = 3,140845 \cdots$$

. Der Werth von π, dem die Construction von Cusanus entspricht, ist also dem richtigen Werthe um 0,00052 näher als das archimedische 3 1/7.

In diesem Arcuficationsversuche redet Cusanus von der Coincidenz, benutzt sie aber streng genommen nicht. Desto mehr hat er dieses in anderen Schriften gethan; welche die Titel führen: ***De mathernaticis complementis*** (Papst Nicolaus V. zugeeignet), ***De quadratura circuli*** (Georg von Peurbach gewidmet), ***De una recti curvique mensura*** und ***De mathematica perfectione***. Ihnen allen ist ein Gedanke gemeinsam, nämlich folgender. In jedem regelmässigen Vielecke gieht es eine ***Primlinie*** und eine ***Secundlinie***, *linea prima* und *linea secunda*. Die erstere ist der Halbmesser des Innenkreises, die zweite der des Umkreises, und bezeichnen wir diese Längen durch p und s, welchen als Stellenzeiger die Seitenzahl n des Vielecks beigegeben werden mag, so ist immer $s_n > p_n$, und der Unterschied $s_n p_n$ ist das, was die ***Sagitta*** genannt wird, d. h. die Mittelsenkrechte einer Vielecksseite in ihrer Ausdehnung von der Vielecksseite an bis zum Durchschnitte mit dem Umkreise. Diese Sagitta ist beim Dreieck ($n = 3$) am grössten, beim Kreise als Unendlichvieleck wird sie Null, und Prim- und Secundlinie fallen bei ihm zusammen. Werden umfanggleiche Vielecke mit einander verglichen, so ist $p_n - p_3$ um so grösser, je kleiner $s_n - p_n$ ist. Mithin ist der grösste Werth von $p_n - p_3$ bei $n = \text{inf}$, d. h. beim Kreise, dessen Sagitta verschwindet, erreicht. Die Primlinien sind aber den Flächeninhalten der Vielecke selbst proportional, und somit übertrifft der Inhalt des Kreises den des umfanggleichen Dreiecks am meisten. Da gleichzeitig, wie wir sahen, die Dreieckssagitta $s_3 - p_3$ die grösstmögliche ist, so wird angenommen, der Unterschied der Kreisfläche über die Dreiecksfläche sei dieser Sagitta proportional. Heisst der Proportionalitätsfactor λ, so schreibt sich diese Annahme:

$$\text{Kreisfläche} - \text{Dreiecksfläche} = \lambda(s_3 - p_3).$$

Es war aber daneben auch $s_{\text{inf}} - p_{\text{inf}} = 0$, also ebenfalls

$$\text{Kreisfläche} - \text{Kreisfläche} = 0 = \lambda(s_{\text{inf}} - p_{\text{inf}}).$$

Jetzt wird das Princip der Conincidenz zu Hilfe gezogen: was für das Vieleck von der geringsten Seitenzahl 3 und von der grössten Seitenzahl inf wahr ist, muss bei jeder Seitenzahl wahr sein. Also muss sein: (196)

$$\text{Kreisfläche} - \text{m-ecksfläche} = \lambda(s_m - p_m),$$

$$\text{Kreisfläche} - \text{n-ecksfläche} = \lambda(s_n - p_n).$$

Bei der Division dieser Gleichungen durch einander fällt dann der unbekannte Proportionalitätsfactor λ heraus, und es entsteht

$$\frac{\text{Kreisfläche} - \text{m-ecksfläche}}{\text{Kreisfläche} - \text{n-ecksfläche}} = \frac{s_m - p_m}{s_n - p_n}$$

. Aber auch diesem ersten Ergebnisse kann man eine wesentlich vortheilhaftere Gestalt geben. Der gemeinschaftliche Umfang aller untersuchten Figuren sei U, und r heisse der Halbmesser des umfanggleichen Kreises, so erkennt man sofort die Richtigkeit der drei Flächenformeln:

$$\text{Kreisfläche} = \frac{1}{2}U \cdot r,$$

$$\text{m-ecksfläche} = \frac{1}{2}U \cdot p_m,$$

$$\text{n-ecksfläche} = \frac{1}{2}U \cdot p_n.$$

Setzt man diese Werthe in obige Gleichung ein und kürzt den Bruch links durch $1/2U$, so entsteht

$$\frac{r - p_m}{r - p_n} = \frac{s_m - p_m}{s_n - p_n},$$

und folglich

$$r = \frac{p_n s_m - p_m s_n}{(s_m - p_m) - (s_n - p_n)} = \frac{p_n(s_m - s_n) + s_n(p_n - p_m)}{(s_m - p_m) - (s_n - p_n)}.$$

Wir machen dabei die unter allen Umständen gestattete Annahme, dass $m < n$, damit in dem Werthe von r der Zähler sowohl als der Nenner positiv ausfällt.

Natürlich ist bei Cusanus die Schlussfolge nicht so sehr, wie es hier geschah, unserem heutigen Gedankengange nach Form und Inhalt angepasst, aber der Hauptsache nach darf unser Bericht auf die Bezeichnung als treu Anspruch erheben, und insbesondere geht aus demselben hervor, worin die Mangelhaftigkeit des Verfahrens besteht, nämlich darin, dass der Proportionalitätsfactor λ als ein und derselbe in den beiden auf das m-eck und n-eck bezüglichen Gleichungen, in welchen er vorkommt, betrachtet wird, was nur sehr näherungsweise der Fall ist, wenn m und n wenig von einander verschiedene nicht allzukleine Zahlen sind.

Gesetzt es sei $m = 3$, $n = 4$ und der gemeinsame Umfang $U = 12$, so ist (197)
(Figur 32) die Länge der Dreiecksseite 4, die der Vierecksseite 3. Man erkennt leicht, dass alsdann

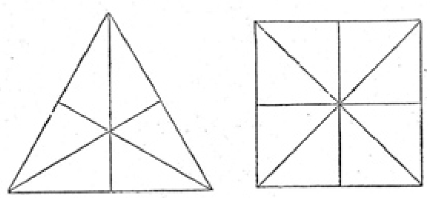

Fig. 32.

$$p_3 = \frac{2}{\sqrt{3}}, s_3 = \frac{4}{\sqrt{3}}, p_4 = \frac{3}{2}, s_4 = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

und

$$r = \frac{\frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{3}{2} - \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}}{(\frac{4}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}}) - (\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{3}{2})}.$$

Da aber auch der Umfang $12 = 2\pi r$, so wird

$$\pi = 6/r = 4 + \sqrt{8} - \sqrt{13,5} = 3,15419\cdots$$

gefunden. Dagegen soll $m = 24$, $n = 48$ der Genauigkeit auf 4 Decimalen genügen und $\pi = 3,1415\cdots$ liefern. Ueber die erstbesprochene Annahme $m = 3$, $n = 4$ hat Cusanus eine sehr einfache Construction des Halbmessers des gesuchten, dem gegebenen Dreiecke wie dem gegebenen Quadrate umfanggleichen Kreises gelehrt[19].

Ueber $af = p_3$ wird (Figur 33) das Quadrat $acef$, über ce das Quadrat $cbde$ gezeichnet, so dass $ab = 2p_3 = s_3$ ist. Von f aus wird gegen a hin $fl = s_4 - p_4$ abgeschnitten und in l eine Senkrechte $lm = p_4$ errichtet. Die Gerade cm schneidet alsdann df in h und $fh = r$ ist der gesuchte Halbmesser. Bezeichnet man (was in der Druckausgabe des Cusanus nicht der Fall) den Durchschnittspunkt der lm mit der ce durch t, so ist t

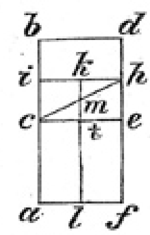

Fig. 33.

$$eh : mt = ec : tc$$

oder

$$eh = \frac{mt \times ec}{tc} = \frac{(ml - tl)ec}{ec - et} = \frac{(p_4 - p_3)p_3}{p_3 - (s_4 - p_4)}.$$

Addirt man dazu $ef = p_3$, so entsteht

$$fh = \frac{2p_3p_4 - p_3s_4}{p_3 - (s_4 - p_4)}.$$

Aber $s_3 = 2p_3$, $p_3 = s3 - p_3$ und diese Werthe liefern in den für fh gefundenen Ausdruck eingesetzt $\frac{s_3p_4 - p_3s_4}{(s_3-p_3)-(s_4-p_4)}$, d.h. den Werth von r. Es kann wohl nicht zweifelhaft sein, dass Cusanus, wiewohl er einen Beweis nicht liefert, diese Schlüsse etwa gezogen haben muss, die auf den euklidischen Elementen beruhend, welche er oft anführt, ihm nahe lagen, während nicht anzunehmen ist, dass er eine so einfache Construction erfunden haben sollte, ohne sich bewusst zu sein, dass sie mit seiner Formel in Uebereinstimmung war.

Auch eine eigentliche **Quadratur des Kreises** mit Hilfe von Mondchen wird zugesagt[20]. Das Wort lunula, sowie die Bemerkung, die Alten hätten diesen Weg vergebens einzuschlagen versucht, erinnern an die Mondchen des Hippokrates (Bd. I, S. 192–194), allein diese Erinnerung bleibt nicht bestehen, wenn man näher zusieht Ein Mondchen, d. h. ein durch zwei Kreisbögen begrenztes Flächenstück, benutzt Cusanus überhaupt nicht. Was er so nennt, ist ein Kreisabschnitt. Er zeichnet zu dem Kreise vom Halbmesser 7 die Seiten des Sehnen- (198)

[19] Cusani *Opera* pag. 1014.

[20] Cusani *Opera* pag. 1059 flg. (*Mathematica complementa): Volo nunc investigare quomodo per lunulas quadratura circuli investigetur, quam viam veteres frustra attentaverunt.*

und des Tangentenquadrates. Das erstere besitzt die Fläche 98, das zweite die Fläche 196. Nun wählt Cusanus – warum, ist auch nicht leise angedeutet – ein Quadrat von der Fläche 121, bildet 121 - 98 = 23, dessen Doppeltes 46 er von 196 abzieht und der Rest 150 soll die gesuchte Kreisfläche sein, von der Cusanus behauptet, sie sei desshalb etwas zu klein gerathen, weil 46 und damit ein zu Grosses abgezogen worden sei; es hätte eigentlich statt $121 = 11^2$ ein etwas kleineres Quadrat gewählt werden müssen, dann wäre ein genaueres Ergebniss erschienen. In der That liefert 150 den Werth $\pi = 3,061224$, der beträchtlich zu klein ist. Verfolgt man die Rechnung, indem man statt 7 den Buchstaben r setzt, $11 = \frac{22}{7} \cdot \frac{r}{2}$, $98 = 2r^2$, $196 = 4r^2$, so kommt man zu $150 = r^2[8 - \frac{1}{2}(\frac{22}{7})^2]$. Wie aber Cusanus zu der weiteren Annahme, es sei $\pi = 8 - \frac{1}{2}(\frac{22}{7})^2$ gelangte, das ist uns unklar geblieben. Jedenfalls halten wir es den geistvollen, wenn auch nicht immer strengen sonstigen Methoden des Cusanus gegenüber für gewagt, die Sache einfach als geometrischen Unsinn bei Seite schieben zu wollen.

Paolo Toscanelli, welchem die Mathematica complementa zugeschickt worden waren, strauchelte offenbar gleichfalls über deren unklare Vorschriften. In einem von Cusanus niedergeschriebenen Gespräche zwischen ihm und dem Jugendfreunde, welches schwerlich ganz freie Erfindung ist[21], sagt Paulus ausdrücklich, die Mathematica complementa seien ihm ganz und gar dunkel und entbehrten der Gewissheit[22]. Er erbittet sich leichtere Vorschriften, und Cusanus lehrt ihn darauf eine ***Rectification des Kreises*** vollziehen, die somit wieder nach neuen Regeln ausgeführt wird. Die Seite des dem zu rectificirenden Kreise eingeschriebenen
Quadrates wird zu dessen Halbmesser gefügt und um diese Linie als Durchmesser (199)
ein neuer Kreis beschrieben. Der Umfang des ihm eingezeichneten gleichseitigen Dreiecks soll dem ersten Kreise umfanggleich sein. Ist r der ursprüngliche Halbmesser, so ist die Seite des Sehnenquadrates $r\sqrt{2}$, also $r(1+\sqrt{2})$ der Durchmesser des zweiten Kreises, der für einen Augenblick 2ρ heissen mag. Die Seite des Sehnendreiecks in dem neuen Kreise ist $\rho\sqrt{3}$ und dessen Umfang

$$3\rho\sqrt{3} = 3\sqrt{3}r \cdot \frac{1+\sqrt{2}}{2} = r \cdot \frac{\sqrt{27}+\sqrt{54}}{2} = 2\pi r.$$

Diese Annahme liefert demnach $\pi = \frac{1}{4}(\sqrt{27} + \sqrt{54}) = 3,13615\cdots$ mit viel geringerer Genauigkeit, als sie in den Mathematicis complementis erreicht war.

Das Vollkommenste, was Cusanus geleistet hat, ist in seiner letzten Abhandlung enthalten, die er auch in stolzer Selbstzufriedenheit ***De mathematica perfectione***[23], von der mathematischen Vollkommenheit, betitelte. Sie ist einem Cardinal Antonius zugeeignet und nach der Aussage der Widmung binnen zwei Tagen niedergeschrieben, während ein böser Fuss den Verfasser an seine Wohnung fesselte. Wir begnügen uns damit, aus dieser inhaltreichen Schrift nur ein Ergebniss zu entnehmen, welches über die in den früheren Schriften enthaltenen Dinge weit hinausgeht.

[21] Ebenda pag. 1095 flgg.: *Dialogus inter Cardinalem sancti Petri Episcopum Brixinensem et Paulum physicum Florentimim de circoli quadratura.*

[22] *post mihi missos tuos de Mathematicis complementis utique mihi obscuros atque incertos libellos.*

[23] Cusani *Opera* pag. 1110–1154.

Der Gedankengang ist etwa folgender. Es sei (Figur 34) $bc = a_2n/2$ die halbe Seite eines regelmässigen Sehnen-n-ecks, dessen Primlinie $ab = p_n$, dessen Secundlinie $ac = s_n$. Heisse $\angle bac- = \phi$, so ist $\phi = \frac{360^o}{2n}$. Vom Quadrate an ist nun $bc \leq ab$, wie leicht einzugehen ist, wesshalb auch Cusanus einen Beweis zu führen unterlassen darf. Im rechtwinkligen Dreiecke abc ist nämlich $\angle abc = 90^o - \frac{360^o}{2n} \geq \frac{360^o}{2n}$, sofern $n \geq 4$. Je mehr das n-eck dem Kreise sich nähert, um so genauer ist $bc = \text{arc}.hc$ oder $a_n/2 = \text{arc}\phi = \phi \times s_n$. In dem gleichen Falle des Unendlichvielecks ist $s_n = p_n$ sowie $s_n + x = p_n + x$, was auch x bedeute. Im Unendlichvielecke ist folglich ebensowohl $\frac{s_n\phi}{a_n:2} = 1$ als $\frac{s_n+x}{p_n+x} = 1$, mithin in Proportionsform geschrieben: (200)

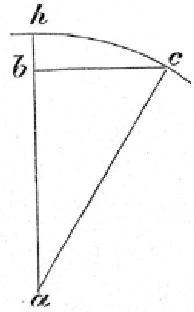

Fig. 34.

$$s_n\phi : a_n/2 = (s_n + x) : (p_n + x)\text{bei}n = \inf .$$

Beim Quadrate $(n = 4, \phi = 45^o, a_n/2 = p_n)$ wird nun gleichfalls ein x vorhanden sein, welches die ganz ähnlich lautende Proportion erfüllt:

$$s_4\phi : \frac{a_4}{2} = (s_4 + x) : (p_4 + x).$$

Man erräth schon, dass Cusanus sich wieder auf sein Princip der Coincidenz berufen wird. Die Proportion findet statt bei $n = 4$ sowohl als bei $n = \inf$, also auch bei allen Zwischenmöglichkeiten. Er unterzieht $n = 4$ und $n = 6$ der Rechnung.

Bei $n = 4$ ist

$$s_n \cdot 45^o : \frac{s_n}{\sqrt{2}} = (s_n + x) : (\frac{s_n}{\sqrt{2}} + x)$$

oder

$$45^o : \frac{1}{2}\sqrt{2} = (4 + \frac{x}{s_n}) : (\frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{x}{s_n}).$$

Bei $n = 6$ ist

$$s_n \cdot 30^o : \frac{s_n}{2} = (s_n + x) : (\frac{s_n}{2}\sqrt{3} + x)$$

oder

$$30^o : \frac{1}{2} = (1 + \frac{x}{s_n}) : (\frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{x}{s_n}).$$

Die beiden Proportionen werden unter allerdings unstatthafter, zum mindesten ungenauer Voraussetzung, es sei dasselbe x/s_n in beiden vorhanden, durch einander dividirt und liefern so die neue Proportion:

$$\frac{3}{2} : \sqrt{2} = 1 : \frac{\frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{x}{s_n}}{\frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{x}{s_n}}$$

und aus ihr ergiebt sich $\frac{x}{s_n} = \frac{2\sqrt{3}-3}{3\sqrt{2}-4} = 1,913\cdots$ Mit wenigstens annähernder Genauigkeit ist demnach $x = 2s_n$ und setzt man dieses x in die allgemeine oben ausgesprochene Proportion ein, so geht sie in folgende über:

$$s_n\phi : \frac{a_n}{2} = (s_n + 2s_n) : (p_n + 2s_n).$$

Aus dieser aber folgt endlich

$$\phi = \frac{3\frac{a_n}{2s_n}}{2 + \frac{p_n}{s_n}}. \tag{201}$$

Man versteht die ganze Tragweite dieses Ergebnisses besser, wenn man in der Anwendung neuerer Bezeichnungen noch um einen Schritt weitergeht. Heute schreiben wir $\frac{a_n}{2s_n} = \sin\phi$, $\frac{p_n}{s_n} = \cos\phi$. Die Cusanische Näherungsformel heisst alsdann $\phi = \frac{3\sin\phi}{2+cos\phi}$. Das Wort `Sinus` hätte übrigens auch Cusanus hier in Anwendung bringen können, wie er es sonst verschiedentlich benutzt hat, z. B. in den Mathematischen Complementen[24], wo er die Kenntniss der zu Bögen Von l, 2, 4 u.s.w. Winkelgraden gehörenden Sehnen als eine Vervollkommnung der Kunst von dem Sinus und Sehnen in Aussicht stellt.

In den Mathematischen Complementen hat eine andere Stelle[25] die Aufmerksamkeit späterer Leser besonders auf sich zu ziehen gewusst. Zuerst wird gelehrt aus Metall oder Holz, in aere aut ligno, ein Dreieck *phq* (Fig. 35) herzustellen, welches bei *h* rechtwinklig sei, und dessen eine Kathete *hq* die Länge der halben

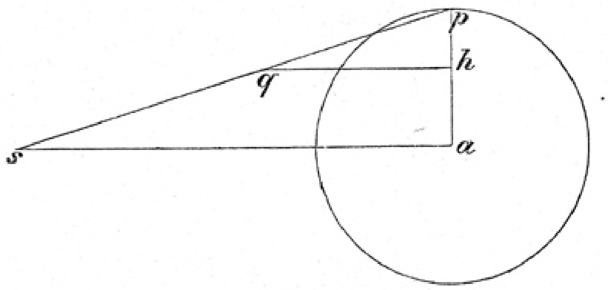

Fig. 35.

Kreislinie besitze, welche mit der anderen Kathete *kp* als Halbmesser beschrieben wurde. Ist nun ein beliebiger Kreis zu rectificiren, so zeichnet man zwei im Mittelpunkte *a* sich senkrecht durchschneidende Durchmesser und legt an den einen das feste Dreieck so an, dass *ph* auf den Durchmesser, der Punkt *p* auf die Kreislinie selbst zu liegen kommt. Die verlängerte *pq* schneidet alsdann den anderen Durchmesser in einem Punkte *s*, welcher von dem Mittelpunkte *a* um einen halben Umkreis entfernt ist. Unmittelbar an diese erste vollständig richtige Vorschrift knüpft sich eine zweite nicht minder richtige zur Aufindung der Quadratur des Kreises. Die mittlere geometrische Proportionale zwischen dem Halbmesser und der halben Peripherie des Kreises solle gesucht werden; diese (202)
sei alsdann die Seite des verlangten Quadrates. Dazu ist in der Druckausgabe eine Figur gezeichnet, bei welcher der zu quadrirende Kreis zweimal gezeichnet erscheint, beidemal berührend aufstehend auf einer und derselben graden Linie, während über dieser als Durchmesser noch einmal ein Halbkreis gezeichnet

[24]Cusani *Opera* pag. 1025: *Ex ante habitis quicquid hactenus in Geomitricis ignotum fuit, inquini poterit. Fuit autem incognita perfectio artis de sinibus et chordis: nemo unquam scire potuit chordam arcus gradus unius et duorum et quatuor et ita consequenter, quae nuns sic habetur.*

[25]Ebenda pag. 1024

ist. Die genannte grade Linie ist die Summe aus Halbmesser und halbem Umkreis des in Frage stehenden Kreises und der erwähnte grosse Halbkreis dient zur Ermittelung der geforderten mittleren Proportionale. Nun hat 1697 ein englischer Mathematiker, John Wallis[26], mit Berufung auf eine ihm zu Gebote stehende Handschrift die Behauptung ausgesprochen, die betreffende Figur sei von dem Herausgeber des Druckes ganz gegen den Sinn des Verfassers, *omnino contra mentem Cusani*, eingefügt. Jener habe eine **Cycloide** gezeichnet gehabt, deren Endpunkte durch die beiden Bogen des gerollten Kreises bezeichnet seien. Man hat mit vollem Rechte zwar ein abschliessendes Urtheil ausgesetzt, weil die Handschrift, auf welche jene Behauptung sich wesentlich gründete, keinem anderen Gelehrten zu Gesicht kam, trotzdem aber die Unwahrscheinlichkeit der Wallis'schen Behauptung hervortreten lassen. Im Texte ist nämlich mit keinem Worte von einem Wälzen des Kreises die Rede, und wo Cusanus in einer andern Abhandlung[27] wirklich einmal von dem Wälzen eines Kreises spricht, erwähnt er nur die Thatsache, dass der Kreis während seines Wälzens die Gerade, über die er fortbewegt wird, stets nur in einem Punkte berühre, während einer durch einen Kreispunkt dabei beschriebenen Radlinie nicht entfernt gedacht ist. Wenn gleich Cusanus, wie wir in unserer gedrängten Uebersicht seiner mathematischen Leistungen an mehr als einer Stelle hervortreten lassen mussten, nicht grade als Muster schriftstellerischer Klarheit gerühmt zu werden beanspruchen kann, das ist doch kaum zu denken, dass er ein mechanisch-geometrisches Verfahren wie das Wälzen eines Kreises auf gradliniger Unterlage benutzt, oder gar näher studirt haben sollte, ohne dasselbe zu erwähnen.

Wir haben von Rechenkunst, von Geometrie, von Trigonometrie in Deutschland zu reden gehabt. Noch eine andere Unterabtheilung der Mathematik begann im XV. Jahrhunderte dort bekannt zu werden: die Algebra. Wir erinnern uns, dass im XIII. Jahrhunderte zuerst von einer abendländischen Algebra gesprochen (203) werden konnte, dass sie bei Leonardo von Pisa einestheils, bei Jordanus Nemorarius anderntheils in einem sofort so ausgebildeten Zustande erschien, dass man eine schleunige Weiterentwickelung ihr zu erhoffen sich geneigt fühlen musste. Aber die Zeitgenossen der beiden grossen Männer waren nicht reif, deren Schriften vollständig zu verstehen, geschweige denn sie fortzubilden, und besonders für die eigentlichen Gelehrtenkreise gilt dieses harte Urtheil auch noch im XIV. Jahrhunderte, während damals (S. 159-162) italienische Kaufleute der Algebra so viel Verständniss entgegenbrachten, dass wenigstens versucht wurde, Aufgaben zu lösen, welchen die früheren Schriftsteller ohnmächtig gegenüberstanden. Jetzt im XV. Jahrhunderte, wiederholen wir, beginnt eine deutsche Algebra. Wir müssen gleich in der ersten Hälfte des Jahrhunderts Anfänge derselben als vorhanden annehmen, weil es sonst kaum, denkbar wäre, dass plötzlich mit dem Jahre 1450 etwa eine Lehre solche Verbreitung gewann, wie wir es sehen wer-

[26] *Philosophical Transactions* Bd. XIX für die Jahre 1695, 1696 und 1697 pag. 561–566. Vergl. S. Günther, War die Zykloide bereits im XVI. Jahrhunderte bekannt? in Eneström's *Bibliotheca mathem.* 1887 S. 8–14.

[27] Cusani *Opera*, pag. 1112 (*Complementum Theologicum* cap. 8): *Sed etiam non praetereundum quomodo si circulus circumvolvitur super lineam rectam non eam nisi in puncto.*

den, ohne vorher überhaupt geübt worden zu sein. Aber das ist auch Alles, was wir hierüber zu sagen vermögen. Quellen besitzen wir gegenwärtig erst aus der zweiten Hälfte des XV. Jahrhunderts, und werden daher mit deren Besprechung noch warten müssen.