# INAUGURAL - DISSERTATION

zur

Erlangung der Doktorwürde

 $\operatorname{der}$ 

Naturwissenschaftlich - Mathematischen

 $Gesamt fakult \ddot{a}t$ 

 $\operatorname{der}$ 

Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

vorgelegt von

# M.Sc. Daniel Philipp Richter

aus Lörrach

Tag der mündlichen Prüfung: 20. Juli 2021

Multikanal-Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern mittels eines vollständigen Mikrowellen-SQUID-Multiplexer-Systems

> Gutachter: Prof. Dr. Christian Enss Prof. Dr. Peter Fischer

Zur Untersuchung der Elektron-Neutrinomasse mit sub-eV/c<sup>2</sup>-Präzision wird derzeit das ECHo-Experiment aufgebaut, welches auf die Auslesung einer sehr großen Anzahl von metallischen magnetischen Kalorimetern (MMCs) angewiesen ist. Vor diesem Hintergrund wird in der vorliegenden Arbeit erstmals die mehrkanalige, simultane Auslesung eines auf MMCs basierenden Detektorarrays mit Hilfe eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers sowie eines Software-Defined-Radio-Systems (SDR-Systems) beschrieben. Hierfür wurde ein Mikrowellen-SQUID-Multiplexer entworfen, im institutseigenen Reinraum hergestellt und charakterisiert. Zudem wurde ein am Karlsruher Institut für Technologie entwickeltes SDR-System in Betrieb genommen und ebenfalls charakterisiert. Durch Zusammenführung des Detektorarrays, des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers sowie des SDR-Systems wurde anschließend eine simultane Auslesung von bis zu 15 Detektorpixeln realisiert. Die hierbei erreichten Energieauflösungen von bis zu  $\Delta E_{\rm FWHM} = 8,8\,{\rm eV}$  bei einer Energie von  $E = 5,9\,{\rm keV}$ sowie  $\Delta E_{\rm FWHM} = 8.0 \, {\rm eV}$  bei einer Energie von  $E = 0 \, {\rm eV}$  stellen zugleich neue Bestwerte bei der Auslesung von MMCs mit einem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer dar und liegen nur geringfügig oberhalb der auf Basis einer Simulation erwarteten Energieauflösung. Die gemessenen Detektor- und Auslesungsparameter lassen erwarten, dass durch eine Optimierung der intrinsischen Güten der Resonatoren sowie eine Feinoptimierung der SQUID-Parameter eine Energieauflösung von  $\Delta E_{\rm FWHM} < 5 \, {\rm eV}$ in unmittelbarer Reichweite liegt.

# Multi-channel readout of metallic magnetic calorimeters by means of a full microwave SQUID multiplexer system

To investigate the electron neutrino mass with sub- $eV/c^2$  sensitivity, the ECHo experiment is currently being set up, which relies on the readout of a very large number of metallic magnetic calorimeters (MMCs). In this context, this thesis describes the first multi-channel, simultaneous readout of a detector array based on MMCs by means of a microwave SQUID multiplexer and a software-defined radio system (SDR system). For this purpose, a microwave SQUID multiplexer was designed. fabricated in the on-site cleanroom and characterised. In addition, an SDR system developed at the Karlsruhe Institute of Technology was put into operation and characterised. By combining the detector array, the microwave SQUID multiplexer and the SDR system, a simultaneous readout of up to 15 detector pixels was then realised. The achieved energy resolutions of up to  $\Delta E_{\rm FWHM} = 8.8 \, {\rm eV}$  at  $E = 5.9 \, {\rm keV}$ and  $\Delta E_{\rm FWHM} = 8.0 \,\text{eV}$  at  $E = 0 \,\text{eV}$  also represent new best values for the readout of MMCs with a microwave SQUID multiplexer and are only slightly higher than the resolution expected on the basis of a simulation. The measured detector- and readout-parameters provide evidence to expect that by optimising the intrinsic quality factors of the resonators and other SQUID parameters an energy resolution of  $\Delta E_{\rm FWHM} < 5 \, {\rm eV}$  is within immediate reach.

# Inhaltsverzeichnis

1	$\mathbf{E}^{\mathbf{i}}$	inle	itung	1
2	Μ	[eta	llische magnetische Kalorimeter	5
2	.1	Fu	nktionsweise metallischer magnetischer Kalorimeter	5
2	.2	Eir	hkanalige dc-SQUID-basierte Auslesung	7
	2.2	2.1	Funktionsweise von dc-SQUIDs	7
	2.2	2.2	Zweistufiger SQUID-Aufbau	8
2	.3	De	tektorgeometrie	10
2	.4	Ab	sorber- und Sensormaterial	12
2	.5	De	tektorsignal und Rauschbeiträge	16
	2.5	5.1	Signalgröße in der Detektionsspule	16
	2.5	5.2	Beschreibung der Signalform	17
	2.5	5.3	Rauschbeiträge	18
2	.6	Op	timales Filtern und Energieauflösung	21
3	Μ	likr	owellen-SQUID-Multiplexer	25
3	.1	Au	slesung von Detektorarrays	25
3	.2	Su	praleitende Mikrowellenresonatoren	29
	3.2	2.1	Hochfrequenzeigenschaften von Supraleitern $\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots$	29
	3.2	2.2	Supraleitende, koplanare Wellenleiter	31
	3.2	2.3	Supraleitende Leitungsresonatoren mit induktivem Abschluss $\ .\ .\ .$	32
3	.3	Fu	nktionsweise von nicht-hysteretischen rf-SQUIDs	36

ii	Inhaltsverzeichnis	
3.4	Funktionsweise eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers	40
3.5	Quantitative Beschreibung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers	42
3.6	Rauschbeiträge	45
3.7	Linearisierung des Ausgangssignals mittels Flussrampen modulation . $\ .$	46
3.8	Auslese-induziertes Übersprechen zwischen den Kanälen und Multiplex- faktor	49
3.9	Auslesung eines Multiplexers mittels Software-Defined-Radio	51
4 E m	ntwurf und Herstellung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers nit 16 Kanälen	55
4.1	Geometrie der Mikrowellenresonatoren	55
4.2	Beschreibung des entwickelten SQUID-Designs	57
4.3	Mikrofabrikation	61
5 E	xperimentelle Methoden	65
5.1	Beschreibung des Detektorarrays ECHo-100k	65
5.1	1.1 Geometrischer Aufbau	65
5.1	1.2 Präparation des Dauerstroms	67
5.1	1.3 Erwartete Signalamplitude und Energieauflösung	68
5.2	Experimenteller Aufbau	69
5.2	2.1 Kryogener Multiplexer-Aufbau	70
5.2	2.2 Kryogener Hochfrequenz-Aufbau	72
5.2	2.3 Hochfrequenz-Aufbauten bei Raumtemperatur	75
5.2	2.4 Algorithmus zur Bestimmung der charakteristischen Resonatorpara- meter	76
5.2	2.5 Verwendete <sup>55</sup> Fe-Kalibrationsquelle	77

	Inhaltsverzeichnis	iii				
6 C	harakterisierung des Software-Defined-Radio-					
$\mathbf{S}$	ystems	79				
6.1	Beschreibung des verwendeten SDR-Systems	79				
6.2	Optimierung des sendeseitigen Frequenzkamms	84				
6.3	Optimierung der Empfangsseite	87				
7 M	Iehrkanalige Auslesung des Multiplexer-					
Α	ufbaus	89				
7.1	Charakterisierung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers	89				
7.1	1.1 Identifikation der Resonatoren	89				
7.1	1.2 Flussabhängigkeit der Multiplexerkanäle	90				
7.1	1.3 Bestimmung der sendeseitigen Dämpfung	95				
7.2	Magnetisierungsmessung des Sensormaterials	96				
7.3	Mehrkanalige Auslesung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers	98				
7.3	3.1 Sendeseitige und empfangsseitige Frequenzkämme	98				
7.3	3.2 Messung von Detektorereignissen	101				
7.3	3.3 Exemplarische Auswertung von Kanal 15	102				
7.3	3.4 Gemeinsame Auswertung aller Kanäle einer Messung	110				
7.3	3.5 Abschätzung des Übersprechens zwischen Kanälen	116				
8 Z	usammenfassung und Ausblick	119				
Liter	Literaturverzeichnis 123					

Inhaltsverzeichnis

\_\_\_\_\_

# 1. Einleitung

Nach dem Standardmodell der Teilchenphysik stellen Neutrinos masselose und elektrisch neutrale Elementarteilchen dar. Obwohl Neutrinos aufgrund ihrer ausschließlich schwachen Wechselwirkung mit Materie experimentell schwer nachweisbar sind, konnte erstmals mit dem Super-Kamiokande-Experiment ein Nachweis von Neutrinooszillationen erbracht werden [Fuk98]. Diese Neutrinooszillationen erfordern massebehaftete Neutrinos und stellen daher eine Möglichkeit zur Erforschung neuer Physik jenseits des Standardmodells dar. In mehreren folgenden Experimenten konnten dabei die quadrierten Massendifferenzen  $\Delta m_{ij}^2$  sowie die Mischungswinkel  $\Theta_{ij}$  zwischen den verschiedenen Neutrinoarten bestimmt werden [Cap18].

Die absolute Bestimmung der Neutrinomassen ist unter anderem über kosmologische Untersuchungen sowie die Suche nach dem neutrinolosen Doppelbeta-Zerfall  $0\nu\beta\beta$  möglich, deren Analysen jedoch in beiden Fällen deutlich von den verwendeten Modellen abhängen. Eine direkte Bestimmung der absoluten Neutrinomassen ist darüber hinaus durch kinematische Untersuchungen von radioaktiven Zerfällen mittels Präzisionsexperimenten möglich. Die vielversprechendsten Nuklide hierfür stellen derzeit <sup>3</sup>H sowie <sup>163</sup>Ho dar, welche verhältnismäßig geringe Zerfallsenergien sowie Halbwertszeiten aufweisen. Im Rahmen des Experiments KATRIN konnte so über die Untersuchung des Beta-Spektrums von <sup>3</sup>H im Bereich des Endpunkts die Masse des Anti-Elektron-Neutrinos bislang auf  $m_{\bar{\nu}_e} < 1,1 \text{ eV/c}^2$  (90 % C.L.) eingeschränkt werden [Ake19]. Eine Möglichkeit zur Bestimmung der Masse des Elektron-Neutrinos stellt eine kinematische Messung des Zerfallsspektrums von <sup>163</sup>Ho dar [Rúj82]. Das Isotop <sup>163</sup>Ho zerfällt über einen Elektron-Einfangprozess unter Aussendung eines Elektron-Neutrinos in das angeregte Isotop <sup>163</sup>Dy<sup>\*</sup>, welches anschließend unter Freisetzung einer Energie  $E_c$  in den Grundzustand relaxiert:

Die bei diesem Zerfall insgesamt freigesetzte Energie beträgt  $Q_{\rm EC} = 2,833 \,\rm keV$ [Eli15]. Aufgrund der schwachen Wechselwirkung des emittierten Neutrinos mit Materie ist eine direkte Messung von dessen Energie  $E_{\nu}$  nicht möglich, jedoch eine kalorimetrische Messung der Energie  $E_c$ . Um basierend auf einem solchen Experiment die Masse des Elektron-Neutrinos im sub-eV/c<sup>2</sup>-Bereich zu bestimmen, werden sehr hohe Anforderungen an die verwendeten Detektoren gestellt. Aufgrund der geringen Abweichungen des gemessenen Spektrums gegenüber einem masselosen Neutrino ist eine gute Energieauflösung notwendig. Zudem wird eine schnelle Signalanstiegszeit zur Erreichung eines geringen Anteils von Detektorereignissen mit ununterscheidbaren Signalanstiegen sowie eine hohe Quanteneffizienz von nahezu 100% benötigt. Beides beugt Verfälschungen des gemessenen Spektrums vor. Diese Anforderungen können durch Tieftemperatur-Detektoren, wie beispielsweise durch supraleitende Phasenübergangsdetektoren oder metallische magnetische Kalorimeter erfüllt werden [Ran12, Gas13], welche von den Experimenten HOLMES und ECHo zur Bestimmung der Masse des Elektron-Neutrinos eingesetzt werden [Alp15, Gas17]. Diese Tieftemperatur-Detektoren basieren auf dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik, der besagt, dass die freiwerdende Energie des Zerfalls von <sup>163</sup>Ho dabei zu einer Temperaturerhöhung des Detektors führt. Über eine Messung dieser Temperaturerhöhung kann die thermische Energie  $E_c$  mit hoher Präzision ermittelt werden. Eine Analyse des Spektrums am Endpunkt ermöglicht anschließend Rückschlüsse auf die Masse des Elektron-Neutrinos [Gas17].

Im Rahmen des ECHo-Experiments, innerhalb welchem diese Arbeit durchgeführt wurde, werden metallische magnetische Kalorimeter als Detektoren eingesetzt. Dieser Detektortyp basiert auf einem paramagnetischen Temperatursensor, welcher sich in einem äußeren, schwachen Magnetfeld befindet und eine gute thermische Verbindung zu einem Teilchenabsorber aufweist. Wird aufgrund eines radioaktiven Zerfalls eine Energie im Teilchenabsorber deponiert, so führt dies zu einem Temperaturanstieg des gesamten Detektors. Dies wiederrum führt zu einer Änderung der Magnetisierung des paramagnetischen Sensormaterials, welche sehr genau mit einem SQUID gemessen werden kann.

Die Bestimmung der Masse des Elektron-Neutrinos mit einer Sensitivität im sub $eV/c^2$  -Bereich erfordert die präzise Messung von etwa 10<sup>14</sup> Detektorereignissen, für welche rund  $10^5$  Detektoren simultan ausgelesen werden müssen [Gas17]. Die Auslesung dieser großen Anzahl von Detektoren stellt eine große experimentelle Herausforderung dar. Während kleine bis mittelgroße Detektorarrays typischerweise mit zweistufigen SQUID-Aufbauten ausgelesen werden, welche für jeden Kanal eine individuelle Verkabelung sowie Raumtemperaturelektronik erfordern, ist dies für Arrays mit tausenden Detektoren nicht mehr möglich. Aus diesem Grund sind derzeit Multiplexverfahren Gegenstand aktiver Forschung, von denen eine Auslesung mittels eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers derzeit am geeignetsten erscheint [Mat17, Kem17]. Aus diesem Grund wurde vor einigen Jahren in der Arbeitsgruppe mit der Entwicklung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers begonnen, bei welchem jedes SQUID induktiv an einen  $\lambda/4$ -Resonator gekoppelt ist [Kem12, Weg18]. Ein Detektorsignal wird auf diese Weise in eine Verschiebung der Resonanzfrequenz übersetzt. Werden viele dieser Resonatoren mit unterschiedlichen Resonanzfrequenzen kapazitiv an eine gemeinsame Durchgangsleitung gekoppelt und für jeden Resonator die Transmission  $|S_{21}|^2$  einer geeigneten Auslesungsfrequenz bestimmt, ermöglicht dies eine simultane Auslesung aller Detektoren.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Mikrowellen-SQUID-Multiplexer mit einem für die Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern optimierten SQUID-Design entworfen, hergestellt und charakterisiert. Zudem wurde ein Software-Defined-Radio-System (SDR-System), welches am Karlsruher Institut für Technologie entwickelt wurde, in Betrieb genommen und ebenfalls charakterisiert. Die Verbindung beider Komponenten ermöglichte erstmals eine mehrkanalige Auslesung metallischer magnetischer Kalorimeter mittels eines vollständigen Mikrowellen-SQUID-Multiplexer-Systems. Konkret wurde bei einer simultanen Auslesung von 4 Detektoren für das beste Detektorpixel eine Energieauflösung von  $\Delta E_{\rm FWHM} = 8,8\,{\rm eV}$  bei einer Energie von  $E = 5,9\,{\rm keV}$  erreicht, welche damit deutlich unterhalb der Auflösung früherer Einzelkanalmessungen liegt [Weg18]. Darüber hinaus konnte erfolgreich eine simultane Auslesung von 15 Detektorpixeln realisiert und damit der Grundstein für die Auslesung sehr großer Detektorarrays im Rahmen des ECHo-Experiments gelegt werden.

In Kapitel 2 werden zunächst die Grundlagen von metallischen magnetischen Kalorimetern zusammengefasst. Hierfür wird die Funktionsweise sowie die derzeitige Standard-Auslesungsmethode über einen zweistufigen SQUID-Aufbau erläutert. Anschließend wird die Geometrie der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Detektoren sowie die verwendeten Absorber- sowie Sensormaterialien beschrieben. Über eine Herleitung der erwarteten Signalform auf Basis eines thermodynamischen Modells wird unter Berücksichtigung der Auswertung mittels eines optimalen Filters eine untere Grenze der erwarteten Energieauflösung gegeben.

In Kapitel 3 werden die Grundlagen von Mikrowellenresonatoren sowie rf-SQUIDs beschrieben, welche die essentiellen Bestandteile eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers darstellen. Darauf aufbauend wird die Funktionsweise und das Verhalten eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers anhand von in der Arbeitsgruppe entwickelten Modellen beschrieben sowie für die Auslesung wichtige Aspekte wie die verwendete Linearisierungstechnik, das Übersprechen zwischen Kanälen sowie die Auslesung mittels eines SDR-Systems diskutiert.

In Kapitel 4 wird der im Rahmen dieser Arbeit entworfene Mikrowellen-SQUID-Multiplexer sowie die Herstellung im institutseigenen Reinraum mittels Methoden der Mikrofabrikation beschrieben. Hierbei wird ein besonderer Schwerpunkt auf die Beschreibung des entwickelten SQUID-Designs gelegt.

In Kapitel 5 wird das verwendete Detektorarray ebenso wie das Verfahren zur Präparation eines Dauerstroms beschrieben. Zudem werden die Ergebnisse einer durchgeführten Detektorsimulation mit den erwarteten Signalamplituden sowie Energieauflösungen diskutiert. Ferner werden die verwendeten experimentellen Aufbauten sowie der verwendete Algorithmus zur Extraktion der Resonatorparameter erläutert.

In Kapitel 6 erfolgt eine Beschreibung der Komponenten des zur Auslesung verwendeten SDR-Systems. Anschließend werden die im Rahmen dieser Arbeit implementierten Algorithmen für die Optimierung des sendeseitigen Frequenzkamms erläutert und ein dadurch optimierter, beispielhafter Frequenzkamm mit 32 Tönen diskutiert. Zudem werden die für die folgenden Messungen zusätzlich verwendeten Optimierungen der Empfangsseite beschrieben.

In Kapitel 7 werden die Ergebnisse einer detaillierten Charakterisierung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers diskutiert sowie die zur Ermittlung einer Auslesungsleistung experimentell bestimmte sendeseitige Dämpfung angegeben. Anschließend werden die Ergebnisse einer Magnetisierungsmessung des Sensormaterials für unterschiedliche Feldströme sowie Auslesungsleistungen diskutiert. Der Fokus des Kapitels liegt auf der mehrkanaligen Auslesung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers mit dem SDR-System. Nach Darstellung der hierfür verwendeten sende- und empfangsseitigen Frequenzkämme erfolgt eine exemplarische Auswertung eines Einzelkanals mit einer Diskussion der Signalamplituden, des ermittelten magnetischen Flussrauschens sowie der bestimmten Energieauflösungen. Darauf werden die Ergebnisse sämtlicher Kanäle präsentiert und die Auswirkungen verschiedener charakteristischer Parameter auf die ermittelten Energieauflösungen diskutiert. Abschließend erfolgt eine Abschätzung des Übersprechens zwischen ausgewählten Kanälen.

# 2. Metallische magnetische Kalorimeter

Zu Beginn dieser Arbeit sollen der Aufbau sowie die Funktionsweise von metallischen magnetischen Kalorimetern diskutiert werden. Zudem wird die derzeit am häufigsten für diese Detektoren verwendete Auslesungsmethode mittels eines zweistufigen dc-SQUID-Aufbaus vorgestellt. Anschließend werden die bei der Auslesung dominierenden Rauschquellen sowie die Linearität von metallischen magnetischen Kalorimetern diskutiert. Abschließend wird die Auswertung von Detektorereignissen sowie die erwartete Energieauflösung beschrieben.

### 2.1 Funktionsweise metallischer magnetischer Kalorimeter

Metallische magnetische Kalorimeter sind energiedispersive Teilchendetektoren, deren Funktionsprinzip auf dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik beruht. Wie in Abbildung 2.1 schematisch dargestellt, besteht ein magnetisches Kalorimeter aus einem an die jeweilige Anwendung angepassten Teilchenabsorber, welcher in gutem thermischen Kontakt zu einem paramagnetischen Temperatursensor steht. Der Sensor befindet sich in einem äußeren, schwachen Magnetfeld  $\vec{H}$  und zeigt dadurch eine temperaturabhängige Magnetisierung. Zudem ist er über eine schwache thermische Kopplung an ein Wärmebad mit konstanter Temperatur T gekoppelt. Auf diese Weise stellt sich in Abwesenheit eines äußeren Energieeintrags ein wohldefinierter Gleichgewichtszustand ein, bei dem der gesamte Detektor die Temperatur des Wärmebads annimmt. Zur Erreichung einer hohen Energieauflösung wird ein metallisches magnetisches Kalorimeter typischerweise bei Temperaturen von  $T < 50 \,\mathrm{mK}$  betrieben.

Deponiert nun ein Teilchen, wie beispielsweise ein Photon oder ein massives Teilchen, durch Absorption seine Energie  $\delta E$  im Absorber, erfährt das System aus Absorber und Sensor eine Temperaturerhöhung  $\delta T$ , welche sich in linearer Näherung mit

$$\delta T \simeq \frac{\delta E}{C_{\rm tot}} \tag{2.1}$$

beschreiben lässt. Hierbei bezeichnet  $C_{tot}$  die Summe der Wärmekapazitäten von Teilchenabsorber und Sensor. Aufgrund der paramagnetischen Eigenschaften des Sensors ergibt sich aus der Temperaturerhöhung eine Abnahme der Sensormagnetisierung. Diese Änderung der Magnetisierung  $\delta M$  wird von einer in der Umgebung des Sensors befindlichen, supraleitenden Detektionsspule in Form eines magnetischen Flusssignals  $\delta \Phi$  detektiert. Die Detektionsspule ist mit der Einkoppelspule eines supraleitenden Quanteninterferenzdetektors (SQUIDs) verbunden und bildet auf diese



Abb. 2.1: Schematischer Aufbau eines metallischen magnetischen Kalorimeters, das mittels eines supraleitenden Flusstransformators an ein dc-SQUID angeschlossen ist.

Weise einen supraleitenden Flusstransformator. Eine Änderung des magnetischen Flusses  $\delta \Phi$  in der Detektionsspule bewirkt somit aufgrund der Erhaltung des magnetischen Flusses in geschlossenen supraleitenden Schleifen die Entstehung eines Abschirmstroms

$$\delta I = \frac{\delta \Phi}{L_{\rm tot}} \propto \delta M \simeq \frac{\partial M}{\partial T} \frac{\delta E}{C_{\rm tot}},\tag{2.2}$$

welcher mit dem SQUID gemessen werden kann. Hierbei beschreibt  $L_{\text{tot}}$  die Summe der Induktivitäten von Detektionsspule, Einkoppelspule sowie eventuell auftretender parasitärer Induktivitäten im supraleitenden Flusstransformator. Der Abschirmstrom  $\delta I$  ist somit proportional zum Energieeintrag des absorbierten Teilchens, sofern die Wärmekapazität  $C_{\text{tot}}$  sowie die Temperaturabhängigkeit der Magnetisierung  $(\partial M/\partial T)$  als konstant angenommen wird. Dies ist für kleine Temperaturerhöhungen  $\delta T \ll T$  der Fall.

Zur Maximierung des mittels des SQUIDs gemessenen Detektorsignals wird, wie aus Gleichung 2.2 ersichtlich, eine starke Temperaturabhängigkeit der Magnetisierung  $(\partial M/\partial T)$  sowie eine geringe Wärmekapazität  $C_{\rm tot}$  angestrebt. Dies lässt sich durch die Wahl eines geeigneten Sensormaterials sowie durch den Detektorbetrieb bei tiefen Temperaturen erreichen. Bei diesen Temperaturen weist die Magnetisierung des paramagnetischen Sensormaterials nach dem Curie-Gesetz  $(M \propto 1/T)$  eine hohe Temperaturabhängigkeit auf. Zusätzlich nehmen die Beiträge der elektronischen Wärmekapazität  $(C_{\rm el} \propto T)$  sowie der phononischen Wärmekapazität  $(C_{\rm ph} \propto T^3)$  zur Wärmekapazität  $C_{\rm tot}$  sehr geringe Werte an. Ferner führt der Detektorbetrieb bei tiefen Temperaturen zu einem sehr geringen thermischen Rauschen.

## 2.2 Einkanalige dc-SQUID-basierte Auslesung

Aufgrund des intrinsisch sehr hohen Auflösungsvermögens von metallischen magnetischen Kalorimetern, welches in Abschnitt 2.6 näher erläutert wird, werden an die Signalauslesungskette hohe Anforderungen gestellt. Um eine Auslesung mit einer hohen Energiesensitivität zu ermöglichen, sind hierfür geringe parasitäre Induktivitäten zwischen dem metallischen magnetischen Kalorimeter und dem Stromsensor erforderlich. Dies erfordert die Platzierung des Stromsensors in unmittelbarer Nähe zum Detektor. Da das metallische magnetische Kalorimeter bei tiefen Temperaturen von  $T < 50 \,\mathrm{mK}$  betrieben wird, ist eine intrinsische Eignung des Stromsensors für diese Temperaturen erforderlich. Zudem ist zur Vermeidung einer lokalen Erwärmung des Detektors eine sehr geringe Leistungsdissipation des Stromsensors notwendig. Ferner weisen metallische magnetische Kalorimeter sehr geringe Signalanstiegszeiten im Bereich von  $\tau_0 \approx 100 \,\mathrm{ns}$  auf [Fle09], deren Messung hohe Bandbreiten der gesamten Signalkette im MHz-Bereich erfordert. Zudem soll das Rauschen des Stromsensors im Idealfall vernachlässigbar gegenüber dem intrinsischen Rauschen des Detektors sein, weshalb eine Energieauflösung des Stromsensors nahe am Quantenlimit angestrebt wird. Diese Voraussetzungen können durch eine Auslesung mittels eines zweistufigen dc-SQUID-Aufbaus erfüllt werden [Cla04, Wei12], welcher die derzeit am häufigsten verwendete Auslesungsmethode für metallische magnetische Kalorimeter darstellt. Daher soll im Folgenden kurz die Funktionsweise von dc-SQUIDs erläutert und anschließend die Auslesung mittels eines zweistufigen Aufbaus näher beschrieben werden.

#### 2.2.1 Funktionsweise von dc-SQUIDs

Wie in Abbildung 2.2(a) dargestellt, besteht ein dc-SQUID aus einem geschlossenen supraleitenden Ring, welcher durch zwei Josephson-Kontakte mit kritischem Strom  $I_c$ unterbrochen ist. Parallel zu jedem Josephson-Kontakt ist ein Shunt-Widerstand geschaltet, welcher ein hysteretisches Verhalten der Josephson-Kontakte beziehungsweise des dc-SQUIDs unterdrücken soll [Cla04]. Wird der Ring, wie in Abbildung 2.2(a) gezeigt, kontaktiert und ein konstanter Betriebsstrom  $I_B$  eingeprägt, kann dieser abhängig vom magnetischen Fluss im SQUID bis maximal zu einem kritischen Strom von  $2I_c$  durch Cooper-Paare getragen werden. In diesem Fall fällt keine Spannung Vüber dem SQUID ab. Der kritische Strom ist dabei periodisch vom Flusszustand im SQUID-Ring abhängig. Wie in Abbildung 2.2(b) als Strom-Spannungs-Kennlinie dargestellt, nimmt der kritische Strom des SQUIDs für  $\Phi = n\Phi_0$  maximale und für  $\Phi = (n + 0.5)\Phi_0$  minimale Werte an. Hierbei bezeichnet n eine ganze Zahl und  $\Phi_0 = 2,068 \cdot 10^{-15}$  Vs das magnetische Flussquant. In der Praxis werden zur Maximierung der Ausgangsspannung V typischerweise Betriebsströme  $I_B \geq 2I_c$  ver-



Abb. 2.2: a) Schematische Darstellung eines dc-SQUIDs. b) Strom-Spannungs-Kennlinien für einen magnetischen Fluss  $\Phi = n\Phi_0$  und  $\Phi = (n + 0.5)\Phi_0$  im SQUID sowie c) die Fluss-Spannungs-Kennlinie für einen konstanten Betriebsstrom eines im Rahmen dieser Arbeit entwickelten, hergestellten und charakterisierten dc-SQUIDs. Ein geeigneter Arbeitspunkt ist durch einen roten Punkt markiert.

wendet [Wei12]. Bei variierendem magnetischem Fluss im SQUID ergibt sich so, wie in Abbildung 2.2(c) dargestellt, die zugehörige Fluss-Spannungs-Kennlinie. Zur Erreichung einer hohen Flusssensitivität wird typischerweise ein Arbeitspunkt mit maximalem Fluss-zu-Spannungs-Transferkoeffizienten  $V_{\phi} = \partial V / \partial \Phi$  gewählt. Diese Bedingung ist an den Punkten mit maximaler Steigung auf der Fluss-Spannungs-Kennlinie gegeben, von denen ein geeigneter Arbeitspunkt in Abbildung 2.2(c) mit einem roten Punkt markiert ist. Der annähernd lineare Bereich um den Arbeitspunkt ist aufgrund der Periodizität der Fluss-Spannungs-Kennlinie auf etwa  $\pm \Phi_0/4$ beschränkt. Dadurch besteht lediglich für kleine Signale  $\delta \Phi$  ein linearer Zusammenhang zur Änderung der Spannung  $\delta V$  über dem SQUID. Darüber hinaus dominiert aufgrund des sehr geringen Spannungsrauschens eines dc-SQUIDs bei der Auslesung mittels einer Raumtemperaturelektronik in der Regel das Eingangsspannungsrauschen des Raumtemperaturverstärkers [Cla04]. Dies führt zu einer Erhöhung des gemessenen Flussrauschens und somit zu einer Reduzierung der Energiesensitivität. Beide Effekte können durch die Verwendung eines zweistufigen SQUID-Aufbaus, welcher ein SQUID-Array als Vorverstärker bei tiefen Temperaturen beinhaltet, sowie durch die Verwendung einer flussrückkoppelnden Schaltung zur Vergrößerung des linearen Bereichs vermieden werden, wie im folgenden Abschnitt näher beschrieben wird.

### 2.2.2 Zweistufiger SQUID-Aufbau

Aufgrund des sehr geringen intrinsischen Rauschens eines dc-SQUIDs, welches hauptsächlich durch das weiße Rauschen der Shunt-Widerstände gegeben ist, dominiert typischerweise das Spannungsrauschen des in der Auslesungselektronik notwendi-



Abb. 2.3: Schematischer Aufbau eines zweistufigen dc-SQUID-Aufbaus mit Flussrückkopplung zur Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern. Weitere Einzelheiten sind im Text beschrieben.

gen Raumtemperaturverstärkers das gemessene Flussrauschen eines einstufigen dc-SQUIDs [Cla04]. Um dies und die damit einhergehende Degradierung der Energieauflösung zu vermeiden, werden metallische magnetische Kalorimeter typischerweise mit einem zweistufigen SQUID-Aufbau ausgelesen [Fle05], wie er in Abbildung 2.3 schematisch dargestellt ist. In dieser Konfiguration wird das Ausgangssignal des Sensor-SQUIDs durch ein SQUID-Array bei tiefen Temperaturen vorverstärkt, um so den Einfluss des Raumtemperaturverstärkers auf das Gesamtrauschen zu minimieren. Ein SQUID-Array besteht aus einer Serienschaltung von N identischen dc-SQUIDs mit gemeinsamer Einkoppelspule. Befinden sich alle dc-SQUIDs des Arrays am selben Arbeitspunkt, so verhält sich ein SQUID-Array wie ein einzelnes SQUID mit N-fach erhöhter Ausgangsspannung beziehungsweise Fluss-zu-Spannungs-Transferkoeffizienten bei gleichzeitig lediglich  $\sqrt{N}$ -fach erhöhtem Spannungsrauschen [Cla04].

Für den Betrieb des zweistufigen Aufbaus wird mittels einer Stromquelle  $I_1$  ein konstanter Strom durch eine Parallelschaltung bestehend aus dem Widerstand  $R_{\rm G}$  sowie des Sensor-SQUIDs mit seriell verschalteter Einkoppelspule des SQUID-Arrays getrieben. Wird der Widerstand  $R_{\rm G}$  sehr viel geringer als der dynamische Widerstand des Sensor-SQUIDs  $R_{\rm dyn,SQ}$  gewählt, ist die über den Widerstand  $R_{\rm G}$  abfallende Spannung nahezu konstant und das Sensor-SQUID befindet sich im Spannungsbetrieb. Die Einkopplung eines magnetischen Flusses in das Sensor-SQUID kann nun beispielweise über den supraleitenden Flusstransformator, welcher mit der Gegeninduktivität  $M_{\rm in}$  an das Sensor-SQUID gekoppelt ist, erfolgen. Im Spannungsbetrieb führt eine Flussänderung  $\delta\Phi_1$  im Sensor-SQUID, wie aus Abbildung 2.2(b) abzuleiten ist, zu einer Stromänderung durch das Sensor-SQUID. Über die Einkoppelspule, welche mit der Sensitivität  $M_{\rm ar}$  an das SQUID-Array gekoppelt ist, wird somit ein Fluss  $\delta \Phi_2$  im SQUID-Array induziert. Durch einen mittels der Stromquelle  $I_{\rm B}$ eingespeisten Betriebsstrom befindet sich das SQUID-Array im Strombetrieb. Dabei besteht ein SQUID-Array typischerweise aus rund 10-20 Zellen [Dru07], sodass in diesem Fall das Rauschen des Raumtemperaturverstärkers keinen dominierenden Rauschbeitrag mehr liefert.

Um den linearen Bereich des Sensor-SQUIDs zu erweitern wird häufig eine flussrückkoppelnde Schaltung verwendet. Bei dieser führt eine in das Sensor-SQUID eingekoppelte Flussänderung  $\delta \Phi_1$  letztlich zu einer Spannungsänderung  $\delta V$  über dem Array, welche nach Subtraktion einer Referenzspannung  $V_{\rm b}$  durch den Raumtemperaturverstärker verstärkt wird. Die nach einer Integration erhaltene Ausgangsspannung  $V_{\rm out}$ wird über einen Rückkoppelwiderstand  $R_{\rm fb}$  zur Generierung eines Rückkoppelstroms genutzt, welcher über die mit der Kopplung  $M_{\rm fb}$  an das Sensor-SQUID gekoppelte Rückkoppelspule eine entgegengesetzte Flussänderung  $-\delta \Phi_1$  induziert. Auf diese Weise kann das Sensor-SQUID stets am optimalen Arbeitspunkt bei gleichzeitiger Linearisierung der Ausgangsspannung  $V_{\rm out}$  betrieben werden.

Durch die Auslesung eines metallischen magnetischen Kalorimeters mittels eines zweistufigen SQUID-Aufbaus, bei welchem das Sensor-SQUID bei konstanter Spannung betrieben wird, kann zudem die Wärmedissipation des Sensor-SQUIDs reduziert werden [Hen17]. Hierdurch kann eine Erwärmung des benachbarten Detektors reduziert beziehungsweise vermieden werden. Zudem besitzt sowohl das SQUID-Array als auch das Sensor-SQUID eine ausreichend hohe Bandbreite von bis zu über 100 MHz [Wel91, Hub01], sodass die Systembandbreite in erster Linie durch die Kabellaufzeit der flussrückkoppelnden Schaltung auf einige Megahertz limitiert ist [Dru07].

## 2.3 Detektorgeometrie

Für die praktische Umsetzung eines metallischen magnetischen Kalorimeters existieren verschiedene Detektorgeometrien. Neben den zunächst genutzten zylindrischen Geometrien [Ban93, Ens00] wurden unter anderem Geometrien mit spiralförmiger Detektionsspule [Boy09, Fle09, Heu11] entwickelt. Derzeit wird jedoch am häufigsten eine Geometrie mit mäanderförmiger Detektionsspule [Zin06, Hen17, Bur08] verwendet. Da der in der vorliegenden Arbeit verwendete Detektor ebenfalls auf dieser Geometrie basiert, soll sie im Folgenden näher erläutert werden.

In Abbildung 2.4(a) ist ein magnetisches Kalorimeter mit zwei mäanderförmigen Detektionsspulen schematisch dargestellt. Beide Detektionsspulen sind hierbei parallel mit der Einkoppelspule des Sensor-SQUIDs verschaltet. In dieser Konfigura-



Abb. 2.4: a) Schematische Darstellung der für metallische magnetische Kalorimeter häufig verwendeten Detektorgeometrie. In dieser Geometrie besteht ein metallisches magnetisches Kalorimeter aus zwei parallel geschalteten, planaren, mäanderförmigen Detektionsspulen, welche von in grün dargestellten paramagnetischen Sensoren bedeckt sind. Zur besseren Übersichtlichkeit sind Stämme und Teilchenabsorber nicht eingezeichnet. b) Zugehörige Explosionszeichnung mit Darstellung von Stämmen und Teilchenabsorbern.

tion kann das für die Magnetisierung des Sensors erforderliche äußere Magnetfeld durch einen Dauerstrom  $I_0$  in den Detektionsspulen erzeugt werden und gleichzeitig ein Dauerstrom durch die Einkoppelspule des Sensor-SQUIDs vermieden werden [Hen17]. Das durch den Dauerstrom erzeugte Magnetfeld, welches durch in die Zeichenebene hinein- beziehungsweise herausragende graue Pfeile dargestellt ist, führt zu einer Magnetisierung der darüber liegenden paramagnetischen Sensoren. Diese Geometrie erlaubt eine vollständige Mikrostrukturierung des Detektors sowie eine räumliche Trennung von Detektor und Sensor-SQUID, wodurch eine eventuelle Erwärmung des Detektors durch das Sensor-SQUID reduziert wird. Durch die Parallelschaltung beider Detektionsspulen ist die Auslesung von zwei Detektorpixeln mit einem Sensor-SQUID möglich, wobei sich die Polarität der gemessenen Detektorsignale in den beiden Pixeln unterscheidet. Somit bildet diese Detektorgeometrie ein Gradiometer erster Ordnung. Auf diese Weise können zudem die Auswirkungen von Temperaturfluktuationen des Wärmebads sowie von zeitlichen Änderungen von externen, räumlich konstanten Magnetfeldern reduziert werden, da diese beide Pixel gleichermaßen betreffen und sich somit die Ströme beider Pixel in der Einkoppelspule kompensieren [Hen17]. Da sich der paramagnetische Sensor lediglich auf einer Seite der Detektionsspule befindet, kann durch den Dauerstrom maximal ein Füllfaktor von F = 0.5 erreicht werden. Der Füllfaktor gibt hierbei an, welcher räumliche Anteil des erzeugten Magnetfelds vom paramagnetischen Sensormaterial ausgefüllt wird. Es konnte experimentell gezeigt werden, dass dieser Wert in der Praxis nahezu erreicht wird [Bur08].

Wie in Abbildung 2.4(a) dargestellt, entstehen durch die Parallelschaltung der beiden Detektionsspulen mit Induktivität  $L_{det}$  sowie der Einkoppelspule mit Induktivität  $L_{in}$  drei geschlossene supraleitende Schleifen, in denen jeweils das Prinzip der magnetischen Flusserhaltung gilt. In der Schleife der Einkoppelspule wird zusätzlich eine parasitäre Induktivität  $L_{par}$  berücksichtigt, welche beispielsweise durch Verbindungsdrähte zwischen zwei Chips verursacht werden kann. Tritt aufgrund eines Detektorereignisses ein magnetisches Flusssignal  $\delta \Phi$  in einer der beiden Detektionsspulen auf, so führt dies zur Entstehung von Abschirmströmen  $\delta I_{in}$  und  $\delta I'$  in den supraleitenden Schleifen. Unter Berücksichtigung der Kirchhoffschen Knotenregel ergibt sich für den Strom  $\delta I_{in}$  in der Einkoppelspule des Sensor-SQUIDs der Ausdruck

$$\delta I_{\rm in} = \frac{\delta \Phi}{L_{\rm det} + 2(L_{\rm par} + L_{\rm in})} \quad . \tag{2.3}$$

Das Sensor-SQUID weist eine Induktivität  $L_{\rm S}$  auf und ist mit einer Gegeninduktivität  $M_{\rm in} = \kappa \sqrt{L_{\rm in}L_{\rm S}}$  an die Einkoppelspule gekoppelt, wobei  $\kappa$  einen geometrischen Kopplungsfaktor zwischen beiden Spulen darstellt. Dies führt zur Einkopplung eines magnetischen Flusses  $\delta \Phi_{\rm S}$  im Sensor-SQUID sowie zu einer Flusskopplung

$$\frac{\delta \Phi_{\rm S}}{\delta \Phi} = \frac{M_{\rm in}}{L_{\rm det} + 2(L_{\rm par} + L_{\rm in})} \tag{2.4}$$

des supraleitenden Flusstransformators [Hen17]. Eine maximale Flusskopplung und somit ein größtmögliches Signal im Sensor-SQUID kann folglich für möglichst kleine parasitäre Induktivitäten  $L_{\text{par}}$  sowie eine angepasste Induktivität der Einkoppelspule des Sensor-SQUIDs von  $L_{\text{in}} = L_{\text{det}}/2 + L_{\text{par}}$  erreicht werden.

Wie in Abbildung 2.4(b) mittels einer Explosionszeichnung dargestellt, werden der paramagnetische Sensor und Teilchenabsorber mittels Stämmen getrennt. Durch diese Stämme kann die Kontaktfläche zwischen paramagnetischem Sensor und Teilchenabsorber deutlich reduziert werden. Bei dem im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Detektor bedecken die Stämme beispielsweise lediglich 2% der Fläche des paramagnetischen Sensors. Auf diese Weise kann ein Energieverlust durch athermische Photonen an das Substrat und damit eine Verfälschung des Detektorsignals stark reduziert werden, ohne dabei eine Verlängerung der Signalanstiegszeit zu verursachen [Fle09]. Die Signalabfallszeit ist durch die schwache thermische Kopplung an das Wärmebad bestimmt und kann durch geeignete geometrische Parameter über einen sehr weiten Bereich eingestellt werden.

## 2.4 Absorber- und Sensormaterial

Zur Erreichung einer guten Energieauflösung ist bei der Realisierung eines metallischen magnetischen Kalorimeters neben den geometrischen Parametern eine geeig-

nete Wahl von Absorber- und Sensormaterial entscheidend. In beiden Fällen bieten sich aufgrund ihrer geringen Wärmekapazität dielektrische Materialien oder Supraleiter an. In der Vergangenheit haben jedoch metallische magnetische Kalorimeter mit Absorbern und Sensoren aus dielektrischen Materialen aufgrund der schwachen Kopplung zwischen Phononen und magnetischen Momenten vergleichsweise hohe Signalanstiegszeiten im Millisekunden-Bereich gezeigt [Fau93]. Zudem werden bei Teilchenabsorbern aus dielektrischen Materialien die bei der Absorption eines Photons entstehenden Elektron-Loch-Paare im Bereich von Korngrenzen lokalisiert und rekombinieren aufgrund der tiefen Temperaturen lediglich sehr langsam. Da die Anzahl der lokalisierten Elektron-Loch-Paare zwischen den Ereignissen zudem statistisch variert, tritt darüber hinaus eine Verschlechterung der Energieauflösung auf [McC93]. Bei der Verwendung von Supraleitern als Teilchenabsorber konnte ein komplexes Thermalisierungsverhalten beobachtet werden, welches durch das Aufbrechen von Cooper-Paaren einhergehend mit vergleichsweise langen Rekombinationszeiten erklärt werden kann [Por11, Hen12]. Im Gegensatz hierzu weisen auf normalleitenden Metallen bestehende Teilchenabsorber zwar bedingt durch den elektronischen Anteil eine erhöhte Wärmekapazität auf, ermöglichen jedoch aufgrund ihrer hohen Wärmeleitfähigkeit sehr geringe Thermalisierungszeiten. Auf normalleitenden Metallen basierende Sensormaterialien weisen durch eine starke Kopplung der Elektronen mit den magnetischen Momenten sehr schnelle Signalanstiegszeiten von unter 100 ns auf [Ban93, Fle05]. Aus diesen Gründen werden derzeit am häufigsten normalleitende Metalle beziehungsweise darauf basierende Legierungen für die Herstellung magnetischer Kalorimeter verwendet.

Für den Teilchenabsorber wird zusätzlich zu den bereits aufgeführten Kriterien eine hohe Quanteneffizienz im vorgesehenen Energiebereich angestrebt. Am häufigsten wird derzeit Gold als Absorbermaterial verwendet [Fle05, Kem18], welches chemisch inert ist und die Herstellung von Absorbern mittels galvanischer Verfahren in hochreiner Form ermöglicht. Der in dieser Arbeit genutzte Detektor weist ebenfalls einen Teilchenabsorber aus Gold auf und ist für die Absorption von Photonen und Elektronen mit Energien von  $E < 3 \,\mathrm{keV}$  mit einer Quanteneffizienz QE > 99,9 % ausgelegt. In diesem Energiebereich erfolgt die Absorption von Photonen meist über den photoelektrischen Effekt. Da Gold eine hohe Kernladungszahl Z aufweist und der Wirkungsquerschnitt für den photoelektrischen Effekt mit  $\sigma_{\rm ph} \propto Z^5$  skaliert, können bereits für geringe Absorberdicken hohe Quanteneffizienzen erreicht werden. Die bei der Absorption entstehenden hochenergetischen Elektronen thermalisieren über Streuprozesse mit Phononen, wobei hochenergetische athermische Phononen entstehen können [Koz12]. Um einen Verlust dieser athermischen Phononen an das Substrat zu minimieren, werden, wie bereits erläutert, zwischen Teilchenabsorber und paramagnetischem Sensor häufig ebenfalls aus Gold bestehende Stämme eingesetzt, welche deren Kontaktfläche stark reduzieren.

Der Sensor eines metallischen magnetischen Kalorimeters besteht typischerweise aus einem Wirtsmetall, welches mit geringen Mengen eines Seltenerdmetalls dotiert ist. Als Wirtsmetall wird häufig Gold oder Silber eingesetzt, welches mit einigen hundert ppm des Seltenerdmetalls Erbium dotiert wird [Bur08, Kem18]. In der sich ergebenden Legierung nehmen die Erbium-Atome aufgrund ihrer geringen Konzentration reguläre Plätze im fcc-Gitter des Wirtsmetalls als Er<sup>3+</sup>-Ionen ein [Hen17]. Hierbei geben sie 3 Valenzelektronen an das Elektronengas des Wirtsmetalls ab. Die nun in der Elektronenkonfiguration [Kr]4d<sup>10</sup>4f<sup>11</sup>5s<sup>2</sup>5p<sup>6</sup> vorliegenden Er<sup>3+</sup>-Ionen zeigen aufgrund ihrer unvollständig gefüllten 4f-Schale ein paramagnetisches Verhalten. Unter der Annahme eines isolierten Er<sup>3+</sup>-Ions ergibt sich über die Hundschen Regeln ein Gesamtdrehmoment von J = 15/2, mit dem ein Landé-Faktor von  $g_J = 6/5$  berechnet werden kann. Dies führt zu dem magnetischen Moment eines  $Er^{3+}$ -Ions von  $\vec{\mu} = -g_{\rm J}\mu_{\rm B}\vec{J}$ , wobei  $\mu_B = 9.27 \cdot 10^{-24} \,{\rm J/T}$  das Bohrsche Magneton darstellt. Durch das Kristallfeld des umliegenden Wirtsmetalls tritt jedoch darüber hinaus eine Aufspaltung des 16-fach entarteten Er<sup>3+</sup>-Grundzustands in eine Reihe von Multipletts auf. Für hohe Temperaturen  $T > 100 \,\mathrm{K}$  sind diese Multipletts durch thermische Anregungen nahezu gleich besetzt. Es konnte über Messungen der magnetischen Suszeptibilität experimentell gezeigt werden, dass in diesem Fall die Beschreibung der Magnetisierung des Er<sup>3+</sup>-Ions ohne eine Berücksichtigung des Kristallfelds möglich ist [Wil69]. Für geringe Temperaturen  $T < 100 \,\mathrm{K}$  werden hingegen Multipletts mit niedrigen Energien stärker besetzt. Das Multiplett mit der niedrigsten Energie ist ein  $\Gamma_7$ -Kramers-Doublett. Die derzeit zuverlässigsten Werte für die Energieaufspaltungen zum nächsthöheren Multiplett betragen für dieses  $\Delta E/k_{\rm B} = (17 \pm 0.5) \,\mathrm{K}$ in Gold beziehungsweise  $\Delta E/k_{\rm B} = (25 \pm 1) \,\mathrm{K}$  in Silber [Hah92]. Hierbei bezeichnet  $k_{\rm B} = 1.38 \cdot 10^{-23} \,\mathrm{J/K}$  die Boltzmann-Konstante. Somit kann bei den tiefen Betriebstemperaturen eines metallischen magnetischen Kalorimeters und einem hinreichend schwachen Magnetfeld das paramagnetische Verhalten von Erbium in Gold beziehungsweise Silber als Zwei-Niveau-System mit einem effektiven Spin von  $\tilde{S} = 1/2$  und einem effektiven Landé-Faktor von  $\tilde{g}_{\rm J} = 34/5$  beschrieben werden [Abr12, Tao71].

Zur Berechnung der im SQUID erwarteten Signalamplitude wird neben der Magnetisierung M die spezifische Wärmekapazität  $C_{\text{sens}}$  des Sensors als Funktion der Temperatur benötigt. Beide Größen konnten für Proben aus Au:Er mit verschiedenen Er<sup>3+</sup>-Konzentration sowohl experimentell als auch mittels einer Simulation bestimmt werden [Fle03]. In Abbildung 2.5 sind die entsprechenden Daten für eine Er<sup>3+</sup>-Konzentration von 300 ppm sowie verschiedene äußere Magnetfelder H dargestellt. Die experimentellen Messwerte wurden hierbei an einer Probe aus Vollmaterial ermittelt, die Simulationsdaten durch eine Monte-Carlo-Simulation. In dieser Monte-Carlo-Simulation wurde neben der Dipol-Dipol-Wechselwirkung die RKKY-Wechselwirkung<sup>1</sup> berücksichtigt, welche eine über Leitungselektronen indirekt ver-

 $<sup>^1\</sup>mathrm{Abk}$ ürzung für die Namen der Entdecker Ruderman, Kittel, Kasuya und Yosida



**Abb. 2.5:** a) Gemessene Magnetisierung M als Funktion der inversen Temperatur  $T^{-1}$  sowie b) spezifische Wärme c als Funktion der Temperatur T einer Au:Er-Probe mit einer Er<sup>3+</sup>-Konzentration von 300 ppm für verschiedene äußere Magnetfelder. Zusätzlich zu den als Punkten dargestellten experimentellen Daten sind als durchgezogene Linien die Ergebnisse einer Monte-Carlo-Simulation gezeigt. [Fle03].

mittelte Wechselwirkung zwischen den magnetischen Momenten beschreibt. Beide Wechselwirkungen weisen eine  $r^{-3}$ -Abhängigkeit auf, wobei r den Abstand zwischen zwei Er<sup>3+</sup>-Ionen darstellt. Dies ermöglicht die Angabe der Stärke der RKKY-Wechselwirkung relativ zur Stärke der Dipol-Dipol-Wechselwirkung. Für Au: Er konnte so ein Quotient beider Wechselwirkungen von  $\alpha_{Au:Er} = \Gamma_{RKKY} / \Gamma_{d-d} = 5$  gefunden werden, welcher die experimentellen Daten sehr gut beschreibt [Fle03]. Verglichen mit Au: Er zeigt das Sensormaterial Ag: Er eine ähnliche Dipol-Dipol-Wechselwirkung bei gleichzeitig etwa um den Faktor 3 erhöhter RKKY-Wechselwirkung [Tao71], was zu einer reduzierten Signalamplitude von metallischen magnetischen Kalorimetern führt. Im Gegensatz zu Silber weist Gold jedoch ein Kernquadrupolmoment auf [Ens00], dessen Energieniveaus in einem idealen Einkristall aus Gold aufgrund der kubischen Kristallsymmetrie zunächst nicht aufgespalten sind. In Au:Er wird die Ladungsverteilung dieser Symmetrie durch die Er<sup>3+</sup>-Ionen hingegen gestört, wodurch die Energieniveaus aufgespalten werden und dadurch eine zusätzliche Wärmekapazität auftritt [Her00]. Diese führt zu einer zusätzlichen schnellen Signalabfallszeit zu Beginn eines Signals und somit zu einer komplizierteren Signalform. Insgesamt können durch die Verwendung von Ag: Er als Sensormaterial daher etwas bessere Energieauflösungen erreicht werden [Kem18], weshalb der in dieser Arbeit verwendete Detektor ebenfalls auf einem Sensor aus Ag: Er basiert. Aufgrund der ähnlichen Gitterund Elektroneneigenschaften beider Sensormaterialien können die thermodynamischen Eigenschaften von Ag: Er über eine Skalierung der Au: Er-Simulationsergebnisse

abgeschätzt werden [Hen17]. Es konnte gezeigt werden, dass die experimentellen Daten von Ag:Er für einen Wert von  $\alpha_{Ag:Er} = 12.5$  gut beschrieben werden können [Hen17, Kra20].

## 2.5 Detektorsignal und Rauschbeiträge

Zur Abschätzung der erreichbaren Energieauflösung eines metallischen magnetischen Kalorimeters ist eine Bestimmung der zu erwartenden normierten Signalgröße in Form einer Änderung des magnetischen Flusses  $\delta\Phi/\delta E$  in der Detektionsspule sowie eine präzise Beschreibung der Signalform eines Detektorereignisses notwendig. Zudem ist eine quantitative Betrachtung der während der Auslesung mittels eines zweistufigen SQUID-Aufbaus auftretenden Rauschbeiträge erforderlich. In diesem Abschnitt sollen daher die erwartete normierte Signalgröße  $\delta\Phi/\delta E$ , die Signalform durch Verwendung eines thermodynamischen Modells sowie die Ursachen der auftretenden Rauschbeiträge näher betrachtet werden.

#### 2.5.1 Signalgröße in der Detektionsspule

Zur Bestimmung des nach einem Energieeintrag  $\delta E$  im Absorber in die Detektionsspule eingekoppelten magnetischen Flusses  $\delta \Phi$  ist nach Gleichung 2.2 neben der Wärmekapazität  $C_{tot}$  von Absorber und Sensor ebenfalls die Temperaturabhängigkeit der Magnetisierung  $\partial M/\partial T$  des Sensormaterials relevant. Aufgrund der mäanderförmigen Detektionsspule weist das für die Magnetisierung des Sensors essentielle und durch den Dauerstrom  $I_0$  generierte Magnetfeld  $B(\vec{r})$  Inhomogenitäten auf. Da eine analytische Beschreibung dieses Magnetfelds nahezu unmöglich ist, bietet sich hierfür eine numerische Methode an, bei der das Sensorvolumen in infinitesimale Volumenelemente dV unterteilt wird. Das durch den Dauerstrom  $I_0$  im Mäander am Ort  $\vec{r}$ im Sensormaterial erzeugte Magnetfeld

$$B(\vec{r}) = \mu_0 G(\vec{r}/p) \frac{I_0}{p}$$
(2.5)

hängt dabei vom Mitte-zu-Mitte-Abstand p der mäanderförmigen Leiterbahnen der Detektionsspule sowie von einem dimensionslosen Geometriefaktor  $G(\vec{r}/p)$  ab, der numerisch bestimmt werden kann [Bur04]. Hierbei bezeichnet  $\mu_0 = 1,16 \cdot 10^{-6}$  Vs/Am die magnetische Feldkonstante. Ändert sich durch einen Energieeintrag  $\delta E$  im Absorber die Detektortemperatur und damit Magnetisierung  $\delta M(\vec{r})$  des Sensormaterials in einem Volumenelement dV, so kann die daraus resultierende Änderung des magnetischen Flusses in der Detektionsspule über

$$d(\delta\Phi) = \mu_0 \frac{G(\vec{r}/p)}{p} \delta M(\vec{r}) dV$$
(2.6)



Abb. 2.6: Thermodynamisches Modell eines metallischen magnetischen Kalorimeters, bei dem der Detektor als kanonisches Ensemble mit zwei Subsystemen modelliert wird [Fle05].

beschrieben werden. Anschließend kann durch Integration über sämtliche Volumenelemente dV des Sensors analog zu der Gleichung 2.2 die gesamte Änderung des magnetischen Flusses  $\delta\Phi$  in der Detektionsspule für einen Energieeintrag  $\delta E$  mittels

$$\frac{\delta\Phi}{\delta E} = \frac{1}{C_{\rm abs} + \int_V c_{\rm sens}(\vec{r}) \mathrm{d}V} \int_V \mu_0 \frac{G(\vec{r}/p)}{p} \frac{\partial M(B(\vec{r},t))}{\partial T} \mathrm{d}V$$
(2.7)

berechnet werden.

#### 2.5.2 Beschreibung der Signalform

Zur Berechnung des zeitlichen Verlaufs der Signalform nach Deposition der Energie  $\delta E$  im Absorber kann ein metallisches magnetisches Kalorimeter, wie in Abbildung 2.6 dargestellt, als kanonisches Ensemble mit zwei Subsystemen betrachtet werden [Fle05]. Das erste thermische System stellen die Leitungselektronen von Absorber und Sensor mit Temperatur  $T_{\rm e}$  und Wärmekapazität  $C_{\rm e}$  dar. Dieses ist über eine thermische Verbindung mit Leitfähigkeit  $G_{\rm ez}$  mit dem thermischen System der magnetischen Momente mit Temperatur  $T_{\rm z}$  und Wärmekapazität  $C_{\rm z}$  verbunden. Zusätzlich existiert zwischen beiden Systemen eine Rauschquelle  $P_{\rm ez}$ , welche thermodynamische Energiefluktuationen zwischen beiden Systemen berücksichtigt. Das System der Leitungselektronen ist weiterhin über eine thermische Verbindung mit Leitfähigkeit  $G_{\rm eb}$  sowie einer dazu parallel geschalteten Rauschquelle  $P_{\rm eb}$  mit dem Wärmebad mit Temperatur  $T_{\rm b}$  verbunden. Der Wärmefluss zwischen den beiden Subsystemen sowie des Wärmebads kann in diesem Modell durch die beiden Differentialgleichungen

$$C_{\rm z} T_{\rm z} = (T_{\rm e} - T_{\rm z})G_{\rm ez} + P_{\rm ez} \tag{2.8}$$

$$C_{\rm e}\dot{T}_{\rm e} = (T_{\rm z} - T_{\rm e})G_{\rm ez} - P_{\rm ez} - (T_{\rm e} - T_{\rm b})G_{\rm eb} - P_{\rm eb} + \delta E(t)$$
 (2.9)

beschrieben werden [Fle05], wobei  $\delta E(t) = E_0 \delta(t - t_0)$  mit der Delta-Distribution  $\delta(t-t_0)$  eine zum Zeitpunkt  $t_0$  im elektronischen System deponierte Energie bezeichnet. Unter Vernachlässigung der Rauschquellen  $P_{\rm ez}$  und  $P_{\rm eb}$  ergibt sich der zeitliche Verlauf für die Energie im Subsystem der magnetischen Momente zu

$$E_{z}(t) = E_{0}p(t) = E_{0}\beta(e^{-t/\tau_{1}} - e^{-t/\tau_{0}}), \qquad (2.10)$$

wobei  $p(t) = \beta(e^{-t/\tau_1} - e^{-t/\tau_0})$  die Punktantwortfunktion des Detektors und  $\beta = C_z/(C_e + C_z)$  das Verhältnis der Wärmekapazität der magnetischen Momente zur Gesamtwärmekapazität des Detektors darstellt. Unter der Annahme, dass die Signalanstiegszeit  $\tau_0$  sehr viel kleiner als die Signalabfallszeit  $\tau_1$  ist, steigt die Energie im Spinsystem nach Energiedeposition zunächst schnell an, um anschließend über das Elektronensystem sowie die schwache thermische Kopplung zum Wärmebad langsam zu thermalisieren. Die Signalanstiegszeit

$$\tau_0 = (1 - \beta)\kappa/T_{\rm e} \tag{2.11}$$

ist mit der Korringa-Konstante  $\kappa$  verbunden [Fle05], welche die Kopplung der Elektronen an das Spinsystem der magnetischen Momente beschreibt. Die Signalabfallszeit ist gegeben durch

$$\tau_1 = (C_{\rm e} + C_{\rm z})/G_{\rm eb} \tag{2.12}$$

und ist damit invers proportional zur Kopplungsstärke des Elektronensystems an das Wärmebad [Fle05].

#### 2.5.3 Rauschbeiträge

Werden metallische magnetische Kalorimeter mittels eines SQUID-Aufbaus ausgelesen, können die auftretenden Rauschbeiträge entweder dem Detektor oder dem SQUID-Aufbau zugeordnet werden. Die vom Detektor verursachten Beiträge sind hierbei ein Rauschbeitrag aufgrund thermodynamischer Energiefluktuationen, das magnetische Johnson-Rauschen, sowie ein 1/f-artiger Rauschbeitrag. Diese Rauschbeiträge sowie der Rauschbeitrag durch die SQUID-basierte Auslesung sollen im Folgenden näher erläutert werden.

#### Thermodynamische Energiefluktuationen

Wie im Rahmen des thermodynamischen Modells in Abschnitt 2.5.2 erläutert, sind die thermischen Systeme der magnetischen Momente, der Leitungselektronen sowie des Wärmebads über Verbindungen mit den Leitfähigkeiten  $G_{ez}$  und  $G_{eb}$  gekoppelt. Hierdurch treten zwischen den Systemen statistisch bedingte Wärmeflüsse auf,

welche als thermodynamische Energiefluktuationen bezeichnet und über die unkorrelierten Rauschquellen  $P_{\rm ez}$  und  $P_{\rm eb}$  modelliert werden. Analog zum Nyquist-Rauschen eines elektrischen Widerstandes beträgt die Leistungsdichte dieser Fluktuationen  $S_{P_{\rm ez}} = 4k_{\rm B}T^2G_{\rm ez}$  beziehungsweise  $S_{P_{\rm eb}} = 4k_{\rm B}T^2G_{\rm eb}$ . Im Fall ohne externen Energieeintrag, das heißt  $\delta E(t) = 0$ , und einer deutlich kürzeren Signalanstiegszeit  $\tau_0$  als Signalabfallszeit  $\tau_1$  ( $\tau_0 \ll \tau_1$ ) kann über die Gleichungen 2.8 und 2.9 ein Ausdruck des Leistungsspektrums im System der magnetischen Momente von

$$S_{E_{\rm Z},\rm th}(f) = 4k_{\rm B}T^2C_{\rm z}\left(\frac{(1-\beta)\tau_0}{1+(2\pi\tau_0 f)^2} + \frac{\beta\tau_1}{1+(2\pi\tau_1 f)^2}\right)$$
(2.13)

gefunden werden [Fle03]. Die Summanden beschreiben zwei Plateaus im Leistungsspektrum, von denen das erste mit der Abschneidefrequenz  $(2\pi\tau_1)^{-1}$  aus den Energiefluktuationen zwischen den Leitungselektronen und dem thermischen Bad bestimmt ist. Das zweite Plateau mit der Abschneidefrequenz  $(2\pi\tau_0)^{-1}$  resultiert aus der Kopplung der Leitungselektronen mit den magnetischen Momenten.

#### Magnetisches Johnson-Rauschen

In normalleitenden Metallen treten aufgrund thermischer Anregungen zufällige und weitgehend ungerichtete Bewegungen der Elektronen auf. Diese führen nach den Maxwell-Gleichungen zu Magnetfeldfluktuationen, welche als magnetisches Johnson-Rauschen bezeichnet werden. In einem metallischen magnetischen Kalorimeter werden solche Magnetfeldfluktuationen mittels des supraleitenden Flusstransformators in das SQUID eingekoppelt und führen dort zu einem zusätzlichen Rauschbeitrag. Hierbei sind normalleitende Materialen in der unmittelbaren Umgebung der Detektionsspule, wie beispielsweise das Sensormaterial, relevant. Die resultierende Leistungsdichte kann für einen metallischen Quader mit Leitfähigkeit  $\sigma$  und Volumen V oberhalb einer mäanderförmigen Detektionsspule über

$$S_{\Phi,\mathrm{J}} = \mu_0^2 C_\mathrm{m} \sigma k_\mathrm{B} T V \tag{2.14}$$

abgeschätzt werden [Fle05]. Der Parameter  $C_{\rm m}$  stellt eine Konstante dar, welche von der Geometrie der Detektionsspule abhängt und numerisch berechnet werden kann. Es konnte jedoch gezeigt werden, dass der Beitrag des magnetischen Johnson-Rauschens zum Gesamtrauschen eines metallischen magnetischen Kalorimeters mit der in Abschnitt 2.3 beschriebenen Detektorgeometrie in der Regel vernachlässigbar ist [Fle09].

#### 1/f-artiger Rauschbeitrag

Für geringe Frequenzen kann sowohl für Sensoren aus Au:Er als auch aus Ag:Er ein Rauschbeitrag mit 1/f-artigem Frequenzverlauf beobachtet werden, dessen Leistungsdichte proportional zur Konzentration der Er<sup>3+</sup>-Ionen ist und welcher im Bereich zwischen 30 mK bis 4,2 K keine Temperaturabhängigkeit aufweist [Bur08, Fle09]. Über Suszeptibilitätsmessungen von Au:Er-Sensoren konnte dieser Rauschbeitrag auf den Imaginärteil der Suszeptibilität zurückgeführt und so gezeigt werden, dass dieser Rauschbeitrag durch Wechselwirkungen der magnetischen Momente von Er<sup>3+</sup>-Ionen verursacht wird [Hof12, Wiß13]. Die Leistungsdichte dieses Rauschbeitrags kann über

$$S_{\Phi,\mathrm{Er}} \propto S_{\mathrm{m,Er}}(f) N_{\mathrm{Er}}$$
 (2.15)

beschrieben werden, wobei jedem der  $N_{\rm Er}$  Er<sup>3+</sup>-Ionen ein Rauschbeitrag mit der Leistungsdichte von  $S_{\rm m,Er}(f) \simeq 0.1 \mu_{\rm B}^2/f^{\eta}$  zugeordnet wird. Hierbei kann  $\eta$  Werte zwischen 0,8 und 1,0 annehmen [Fle09]. Für typische metallische magnetische Kalorimeter ist dieser Rauschbeitrag bei kleinen Frequenzen mit dem der thermodynamischen Energiefluktuationen vergleichbar.

#### Rauschen der SQUID-basierten Auslesung

Neben den vom Detektor verursachten Rauschbeiträgen tritt zusätzlich ein weiterer Rauschbeitrag durch die Auslesung mittels eines SQUID-basierten Aufbaus auf. Dieser beschreibt das intrinsische Rauschen des SQUIDs sowie das Rauschen der zugehörigen Raumtemperaturelektronik. Der Rauschbeitrag besteht typischerweise aus einem frequenzunabhängigen weißen Rauschen mit der Leistungsdichte  $S_{\Phi_{\rm S},{\rm SQ},{\rm W}} =$ const. und einem 1/f-artigen Anteil mit der Leistungsdichte  $S_{\Phi_{\rm S},{\rm SQ},{\rm I}/f}(f) \propto 1/f^{\alpha}$ , welche sich zu einer gesamten Leistungsdichte von

$$S_{\Phi_{\mathrm{S}},\mathrm{SQ}}(f) = S_{\Phi_{\mathrm{S}},\mathrm{SQ},\mathrm{w}} + S_{\Phi_{\mathrm{S}},\mathrm{SQ},1/f}(f) \tag{2.16}$$

addieren. Der Parameter  $\alpha$  kann hierbei Werte zwischen 0,5 und 1,5 annehmen [Kem16]. Aus der Leistungsdichte  $S_{\Phi_{\rm S},{\rm SQ}}(f)$  können zudem die Energiesensitivität  $\epsilon(f)$  sowie die gekoppelte Energiesensitivität  $\epsilon_{\rm c}(f)$  des SQUID-basierten Aufbaus berechnet werden, welche ein Maß für die Auswirkungen dieses Rauschbeitrags auf die Energieauflösung des SQUIDs darstellen. Beide Größen können über

$$\epsilon(f) = \frac{S_{\Phi_{\rm S},\rm SQ}(f)}{2L_{\rm S}} \quad \text{und} \quad \epsilon_{\rm c}(f) = \frac{\epsilon(f)}{\kappa^2} \tag{2.17}$$

berechnet werden, wobei  $L_{\rm S}$  die Induktivität des SQUIDs und  $\kappa$ , wie in Abschnitt 4.2 näher beschrieben, den geometrischen Kopplungsfaktor zwischen Einkoppelspule und SQUID bezeichnet.

#### Gesamtrauschen

Für die Berechnung der Energieauflösung eines metallischen magnetischen Kalorimeters ist die Kenntnis über das durch die zuvor erläuterten Rauschbeiträge verursachte Gesamtrauschen im Sensor-SQUID notwendig. Da keine statistische Korrelation zwischen den einzelnen Rauschbeiträgen besteht, kann das Gesamtrauschen  $S_{\Phi_{\rm S},{\rm ges}}$  durch inkohärente Summation mit

$$S_{\Phi_{\rm S},\rm ges} = \left(\frac{\delta\Phi_{\rm S}}{\delta\Phi}\right)^2 \left[ \left(\frac{1}{\beta}\frac{\delta\Phi}{\delta E}\right)^2 S_{\rm E_{Z},\rm th} + S_{\Phi,\rm J} + S_{\Phi,\rm Er} \right] + S_{\Phi_{\rm S},\rm SQ}$$
(2.18)

berechnet werden. Aus dem gemessenen Gesamtrauschen  $S_{\Phi_{S,ges}}$  kann nun ein scheinbares Rauschen im System der magnetischen Momente

$$S_{\rm E_Z,ges} = \beta^2 \left(\frac{\delta\Phi}{\delta\Phi_{\rm S}}\frac{\delta E}{\delta\Phi}\right)^2 S_{\Phi_{\rm S},ges}$$
(2.19)

berechnet werden, welches die für die Bestimmung des Signal-Rausch-Verhältnisses relevante Größe darstellt.

# 2.6 Optimales Filtern und Energieauflösung

Zur Abschätzung der Amplitude eines verrauschten Detektorsignals wird häufig die Methode des optimalen Filterns benutzt [McC05]. Diese beruht auf der Annahme, dass das gemessene Detektorsignal  $s(t) = E_0 p(t) + n(t)$  aus der Summe der in Gleichung 2.10 eingeführten ungestörten Punktantwortfunktion p(t) des Detektors mit der Amplitude  $E_0$  als Vorfaktor sowie eines Gesamtrauschens n(t) besteht. Wird dieses Detektorsignal in den Fourierraum  $\tilde{s}$  mit N äquidistanten Frequenzintervallen mit der Breite  $\Delta f$  überführt, so kann die *i*-te Fourierkomponente mit

$$\tilde{s}_i = E_0 \tilde{p}_i + \tilde{n}_i \tag{2.20}$$

beschrieben werden. Hierbei bezeichnet  $\tilde{p}_i$  die <br/> i-teKomponente der Fouriertransformierten der Punkt<br/>antwortfunktion

$$|\tilde{p}(f)| = \frac{2\beta\tau_1}{\sqrt{1 + (2\pi\tau_0 f)^2}\sqrt{1 + (2\pi\tau_1 f)^2}}$$
(2.21)

sowie  $\tilde{n}_i$  die *i*-te Komponente der Fouriertransformierten des Gesamtrauschens. Da die Amplitude  $E_0$  linear mit der *i*-ten Fourierkomponente der gemessenen Amplitude  $\tilde{s}_i$  skaliert und das Gesamtrauschen  $\tilde{n}_i$  zwischen den Frequenzintervallen unkorreliert ist, kann nun für jedes der N Frequenzintervalle eine Abschätzung der Amplitude  $E_i$  des Detektorsignals getroffen werden. Um das unterschiedliche Signal-Rausch-Verhältnis SNR jedes Frequenzintervalls zu berücksichtigen und somit weniger verrauschte Intervalle stärker in die Abschätzung einfließen zu lassen, wird zusätzlich eine Nullsignalmessung durchgeführt und diese ebenfalls in den Fourierraum überführt. Mit der auf diese Weise bestimmten spektralen Leistungsdichte  $S_{\Phi,tot}(f)$ kann so jedem Frequenzintervall ein Signal-Rausch-Verhältnis SNR von

$$SNR(f) = \frac{|\tilde{p}(f)|}{\sqrt{S_{E_{Z},ges}(f)}}$$
(2.22)

sowie ein Wichtungsfaktor von

$$w_i = \frac{\mathrm{SNR}_i^2}{\sum_j \mathrm{SNR}_j^2} \tag{2.23}$$

zugeordnet werden. Hierbei werden Frequenzintervalle mit besserem Signal-Rausch-Verhältnis stärker gewichtet als Frequenzintervalle mit niedrigerem Signal-Rausch-Verhältnis. Anschließend kann durch eine gewichtete Mittelung über alle Frequenzintervalle eine Abschätzung der Amplitude des Detektorsignals

$$E_0 = \sum_i w_i E_i \tag{2.24}$$

vorgenommen werden. Die Breite der durch die Abschätzung vieler Detektorsignale erhaltenen Verteilung auf halber Höhe entspricht dabei der Energieauflösung  $\Delta E_{\rm FWHM}$  des Detektors. Durch eine Auswertung über die Methode des optimalen Filterns kann eine Energieauflösung von

$$\Delta E_{\rm FWHM} = 2\sqrt{2\ln(2)} \left( \int_{0}^{\infty} {\rm SNR}^2(f) {\rm d}f \right)^{-1/2}$$
(2.25)

erreicht werden [McC05].

Wird ausschließlich der Rauschbeitrag der thermodynamischen Energiefluktuationen  $S_{\text{Ez,th}}(f)$  berücksichtigt, ergibt sich die fundamentale Grenze für die Energieauflösung eines metallischen magnetischen Kalorimeters. Die Punktantwortfunktion im Fourierraum  $|\tilde{p}(f)|$  zeigt für Frequenzen oberhalb von  $f_1 = 1/(2\pi\tau_1)$  einen Abfall proportional zu 1/f, während die Leistungsdichte der thermodynamischen Energiefluktuationen ab einer effektiven Frequenz  $f_{\text{eff}}$  in das zweite Plateau übergeht. Dies führt zu einem Signal-Rausch-Verhältnis, welches für Frequenzen unterhalb der effektiven Frequenz  $f_{\text{eff}}$  konstant ist und oberhalb einen Abfall proportional zu 1/fzeigt. Im Fall von  $\beta \simeq 0.5$  und  $\tau_0 \ll \tau_1$  beträgt diese effektive Frequenz

$$f_{\rm eff} \simeq \sqrt{f_0 f_1} \sqrt{\frac{\beta}{1-\beta}} \quad , \qquad (2.26)$$

wobei  $f_0 = 1/(2\pi\tau_0)$  und  $f_1 = 1/(2\pi\tau_1)$  die charakteristischen Frequenzen von Signalanstiegszeit und Signalabfallszeit darstellen [Fle03]. Für metallische magnetische Kalorimeter sind hierbei effektive Frequenzen von  $f_{\rm eff} \simeq 10 \,\rm kHz$  typisch [Ban12]. Es ist somit anschaulich nachvollziehbar, dass durch eine Erhöhung der Messfrequenz oberhalb der effektiven Frequenz  $f_{\rm eff}$ , welche die nutzbare Bandbreite des Detektors darstellt, die Energieauflösung nicht beliebig verbessert werden kann. Stattdessen existiert eine fundamentale Grenze für die Energieauflösung  $\Delta E_{\rm FWHM}$  eines metallischen magnetischen Kalorimeters, welche durch

$$\Delta E_{\rm FWHM} \approx 2.35 \sqrt{4k_{\rm B}C_{\rm e}T^2} \left(\frac{1}{\beta(1-\beta)}\frac{\tau_0}{\tau_1}\right)^{1/4} \tag{2.27}$$

gegeben ist [Fle03]. Da aufgrund der endlichen Kopplung der Leitungselektronen mit den magnetischen Momenten  $\tau_0 > 0$  gilt, kann diese Energieauflösung keine beliebig geringen Werte annehmen. Aus diesem Grund wird typischerweise eine Kombination aus möglichst kurzer Signalanstiegszeit  $\tau_0$ , einer den experimentellen Anforderungen entsprechenden, möglichst langen Signalabfallszeit  $\tau_1$  sowie geringer Detektortemperatur T angestrebt.

# 3. Mikrowellen-SQUID-Multiplexer

In diesem Kapitel soll zunächst die Notwendigkeit von SQUID-basierten Multiplexverfahren zur Auslesung von großen, aus metallischen magnetischen Kalorimetern bestehenden Detektorarrays motiviert werden. Zudem soll erläutert werden, warum die Auslesung mittels eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers ein hierfür geeignetes Multiplexverfahren darstellt. Im Anschluss wird die Funktionsweise eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers mit den Resonatoren und rf-SQUIDs als wesentliche Komponenten erläutert. Weitere wichtige Aspekte wie das Verhalten des Multiplexers in Abhängigkeit der Auslesungsleistung, das Übersprechen zwischen Kanälen sowie ein geeignetes Verfahren zur Linearisierung des Ausgangssignals werden ebenfalls beschrieben. Ferner werden die Komponenten der für eine vollständige Auslesung notwendigen Raumtemperaturelektronik erläutert.

### **3.1** Auslesung von Detektorarrays

Die technologischen Fortschritte in der Herstellung von metallischen magnetischen Kalorimetern ermöglichen inzwischen die Produktion von Arrays aus nahezu identischen Detektoren. Kleine Arrays werden dabei typischerweise mit einem zweistufigen SQUID-Aufbau pro Detektorkanal ausgelesen [Fle09, Kem15]. Auf diese Weise konnte erfolgreich eine Energieauflösung von  $\Delta E_{\rm FWHM} = 1.6 \, {\rm eV}$  [Kem18] beziehungsweise ein Auflösungsvermögen von  $E/\Delta E_{\rm FWHM} > 6000$  [Gei20] demonstriert werden. Aktuelle Forschungsfragen auf den Gebieten der Hochstatistikexperimente [Gas17] oder der bildgebenden beziehungsweise ortsaufgelösten Spektroskopie von ionisierender Strahlung [Gam16] erfordern jedoch die Auslesung von großen Arrays bestehend aus hunderten oder tausenden metallischen magnetischen Kalorimetern. In diesem Fall stellt die Auslesung über eine Vervielfältigung der Einzelkanalauslesung jedoch keine geeignete Methode mehr dar. Die Auslesung mit einem zweistufigen SQUID-Aufbau erfordert für jeden Kanal eine individuelle Verkabelung, welche von der Raumtemperaturelektronik bis zum experimentellen Aufbau mit Temperaturen im Millikelvin-Bereich geführt werden muss. Dies führt zu einem signifikanten Wärmeeintrag auf die Experimentierplattform. Zudem dissipieren Sensor-SQUID und SQUID-Array, welche sich in unmittelbarer Nähe zum Detektorarray befinden, im Betrieb typischerweise gemeinsam eine Leistung von etwa 1-10 nW [Dru07], welche zu einer merklichen Erwärmung der Detektoren führen kann [Kra20]. Darüber hinaus führt die Auslesung von Arrays mittels zweistufigen SQUID-Aufbauten zu einer linearen Skalierung der Kosten mit der Anzahl der Kanäle.

Zur Überwindung dieser Limitationen ist die Entwicklung eines geeigneten Multiplexverfahrens für die SQUID-basierte Auslesung metallischer magnetischer Kalorimeter seit einiger Zeit Gegenstand aktiver Forschung [Kem17, Weg18]. Ein Multiplexverfahren zeichnet sich durch die Bündelung der Detektorsignale bei tiefen Temperaturen und anschließender gemeinsamer Übertragung über ein Kabel zur Raumtemperaturelektronik aus. Dort werden die Signale durch eine geeignete Methode getrennt und anschließend verarbeitet. In der Vergangenheit wurden in der Nachrichtentechnik mit Raum-, Zeit-, Code- und Frequenzmultiplexverfahren verschiedene Ansätze entwickelt, deren Eignung für die Auslesung von Arrays metallischer magnetischer Kalorimeter im Folgenden kurz diskutiert werden soll.

Bei der Verwendung von **Raummultiplexverfahren** werden die Signale über mehrere Übertragungswege übertragen, wobei jedem Signal ein Übertragungsweg exklusiv zur Verfügung steht. Für die Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern ist dies über eine weitgehende Vervielfältigung des in Abschnitt 2.2.2 beschriebenen zweistufigen SQUID-Aufbaus möglich. Auf diese Weise kann eine Einschränkung der verfügbaren Bandbreite durch das Multiplexverfahren sowie eine Degradierung der Energieauflösung vermieden werden. Zudem ist eine Linearisierung des Ausgangssignals mittels einer flussrückkoppelnden Schaltung weiterhin möglich. Durch die jeweils exklusiv genutzten Übertragungswege wird jedoch die notwendige Zahl an elektrischen Leitungen für die Auslesung von großen Arrays nicht reduziert und steigt linear mit der Anzahl der Kanäle. Da hierdurch die oben beschriebenen Nachteile der Einzelkanalauslesung nicht überwunden werden, ist ein Raummultiplexverfahren für die Auslesung von großen Arrays aus metallischen magnetischen Kalorimetern nicht geeignet.

Bei Zeitmultiplexverfahren wird ein einziger Übertragungsweg der Reihe nach jeweils einem Kanal für ein kurzes Zeitintervall zur exklusiven Nutzung zur Verfügung gestellt. Dieses Verfahren konnte bereits erfolgreich für die SQUID-basierte Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern sowie supraleitenden Phasenübergangs-Detektoren demonstriert werden [Por14, Bey09]. Hierbei wird eine Serienschaltung aus N dc-SQUIDs verwendet, wobei jedes SQUID mit einem parallel geschalteten, supraleitenden Schalter ausgestattet ist. Sind alle Schalter geschlossen, fließt ein angelegter Betriebsstrom  $I_{\rm B}$  aufgrund des geringeren Widerstands anstelle der SQUIDs durch die supraleitenden Schalter und es wird kein Spannungsabfall über der Serienschaltung gemessen. Wird jedoch ein Schalter geöffnet, fließt der Betriebsstrom durch das ihm zugeordnete SQUID und der Spannungsabfall V über dieses SQUID kann über der Serienschaltung gemessen werden. Durch sequenzielles Öffnen jeweils eines Schalters können so alle SQUIDs ausgelesen werden. Dieses Multiplexverfahren ermöglicht aufgrund des gemeinsamen Übertragungskanals eine signifikante Reduzierung der Kabelanzahl sowie eine Linearisierung des Ausgangssi-
gnals über eine geeignete Raumtemperaturelektronik, welche eine Flussrückkopplung unterstützt. Da jedoch stets lediglich ein Kanal pro Zeitintervall übertragen wird, erfolgt unter Berücksichtigung des Nyquist-Shannon-Abtasttheorems [Sha49] durch das Zeitmultiplexverfahren eine Reduktion der effektiven Bandbreite pro Kanal auf  $f_{\rm det} < f_{\rm sw}/2N$ , wobei  $f_{\rm sw}$  die Umschaltfrequenz zwischen den Kanälen darstellt. Bei typischen Umschaltfrequenzen von  $f_{\rm sw} \approx 1 \,\mathrm{MHz}$  [Bey09] ist somit die Auslesung von  $N \approx 50$  Kanälen ohne Einschränkung der in Abschnitt 2.6 beschriebenen effektiven Bandbreite des Detektors möglich. Da das SQUID-Rauschen oberhalb der effektiven Bandbreite des Kanals jedoch aufgrund von Aliasing-Effekten das gemessene Rauschen erhöht, führt dies zu einer um den Faktor N degradierten Energiesensitivität der SQUIDs [Irw02]. Bei der Auslesung von supraleitenden Phasenübergangs-Detektoren, welche als Stromquelle modelliert werden können, kann dieser Effekt durch eine Erhöhung der Induktivität  $L_{in}$  und einer damit einhergehenden Erhöhung der Gegeninduktivität  $M_{\rm in}$  zwischen Einkoppelspule und SQUID kompensiert werden. Dies ist jedoch bei der Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern aufgrund der in Abschnitt 2.3 diskutierten Induktivitätsanpassung nicht möglich. Aus diesen Gründen stellt dieses Multiplexverfahren zur Auslesung großer Arrays aus metallischen magnetischen Kalorimetern keine geeignete Auslesungsmöglichkeit dar.

Bei der Verwendung von **Codemultiplexverfahren** werden die Signale der verschiedenen Detektoren mit einem Satz aus normierten und zueinander orthogonalen Bitmustern codiert. Nach der Übertragung über einen gemeinsamen Übertragungsweg können die Signale anschließend durch eine Raumtemperaturelektronik unter Verwendung derselben Bitmuster in inverser Form rekonstruiert werden. Ein geeignetes System orthogonaler Bitmuster stellen dabei die Walsh-Funktionen dar [Wal23]. Mit diesem Grundprinzip wurden für die Auslesung von supraleitenden Phasenübergangs-Detektoren zwei unterschiedliche Ansätze entwickelt und demonstriert.

Beim ersten Ansatz wird in die Signalleitung jedes Detektors ein supraleitender Schalter eingebracht, welcher abhängig vom Schaltzustand das Detektorsignal über die Einkoppelspule mit positivem oder negativem Vorzeichen in das gemeinsame Sensor-SQUID einkoppelt [Irw10, Nie10]. Wird nun durch die Schalter zyklisch die Polarität jedes Detektorsignals entsprechend des verwendeten Bitmusters variiert, können durch die kontinuierliche Auslesung des Sensor-SQUIDs und die Anwendung des inversen Bitmusters die Detektorsignale rekonstruiert werden. Auf diese Weise kann die Anzahl der notwendigen elektrischen Leitungen deutlich reduziert werden. Zudem ist eine Linearisierung der Detektorsignale mittels einer geeigneten Raumtemperaturelektronik oder mittels Software möglich. Bei der Verwendung dieses Ansatzes für die Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern befinden sich die Schalter jedoch im supraleitenden Flusstransformator, wodurch bei einem Schaltvorgang eine Spannung in der Einkoppelspule mit Induktivität  $L_{\rm in}$  des Sensor-SQUIDs induziert wird. Der dadurch in der Einkoppelspule entstehende mittlere Stromfluss kann mittels eines scheinbaren und seriell verschalteten Widerstandes  $R_{\rm sw} = L_{\rm in}/\tau_{\rm sw}$ beschrieben werden, wobei  $\tau_{\rm sw}$  die charakteristische Umschaltzeit des Schalters darstellt. Gemeinsam mit der Einkoppelspule des Sensor-SQUIDs und der Detektionsspule des Detektors bildet dieser scheinbare Widerstand einen Hochpass, wodurch die effektive Bandbreite des Detektors auf Frequenzen  $f_{\rm det} \gtrsim 50$  Hz eingeschränkt wird [Ban12]. Dies führt zu einer Degradierung der Energieauflösung, weshalb dieser Ansatz nur für verhältnismäßig langsame Umschaltzeiten  $\tau_{\rm sw}$  und damit kleine Arrays geeignet ist.

Der zweite Ansatz beruht auf der Verwendung mehrerer Sensor-SQUIDs. Der supraleitende Flusstransformator eines Detektorkanals ist hierbei über mehrere seriell verschaltete Einkoppelspulen mit unterschiedlichen Polaritäten gemäß des verwendeten Bitmusters dauerhaft an jedes Sensor-SQUID gekoppelt [Mor16]. Die Sensor-SQUIDs werden sequenziell durch ein Zeitmultiplexverfahren ausgelesen, wodurch ebenfalls eine deutliche Reduzierung der Zahl der elektrischen Leitungen erreicht werden kann. Mittels einer geeigneten Raumtemperaturelektronik oder mittels Software können durch eine Anwendung des inversen Bitmusters die Detektorsignale rekonstruiert werden. Dieses Verfahren ist jedoch für die Auslesung großer Arrays aus metallischen magnetischen Kalorimetern nicht geeignet, da die Einkoppelspulen der inaktiven Sensor-SQUIDs parasitäre Induktivitäten innerhalb des Flusstransformators darstellen. Dies führt zu einer reduzierten Signalamplitude im Sensor-SQUID und somit zu einer Degradierung der Energieauflösung.

Bei einem Frequenzmultiplexverfahren werden die Detektorsignale auf schmalbandige Trägersignale mit unterschiedlichen Frequenzen aufmoduliert, welche anschließend zu einem breitbandigen Signal gebündelt und gemeinsam übertragen werden. Dies ermöglicht eine kontinuierliche Auslesung sämtlicher Kanäle, wodurch die Energiesensitivität nicht notwendigerweise durch Aliasing-Effekte degradiert wird. In einer Raumtemperaturelektronik können die Trägersignale anschließend durch Bandpassfilter wieder separiert und die Detektorsignale durch eine Demodulation rekonstruiert werden. Dieses Multiplexverfahren konnte bereits erfolgreich für die SQUID-basierte Auslesung von supraleitenden Phasenübergangs-Detektoren demonstriert werden [Irw04, Nor13]. Liegen die dabei verwendeten Trägerfrequenzen im Gigahertz-Bereich, wird das Verfahren auch als Mikrowellen-SQUID-Multiplexing bezeichnet. Anstelle von dc-SQUIDs werden dabei heutzutage vorrangig rf-SQUIDs verwendet, sodass dieses Multiplexverfahren lediglich zu einer Leistungsdissipation im Bereich weniger Pikowatt pro Kanal führt. Auf diese Weise kann auch bei sehr großen Detektorarrays mit vielen Kanälen der Wärmeeintrag auf die Experimentierplattform geringgehalten werden. Zudem ermöglicht die hohe Bandbreite dieses Multiplexverfahrens eine hohe Zeitauflösung. Zur Übertragung der Trägersignale in Sende- und Empfangsrichtung werden ferner lediglich zwei Kabel benötigt, welche aufgrund der hohen Frequenzen in der Regel als Koaxialkabel ausgeführt werden. Aus diesen Gründen stellt die Verwendung eines Frequenzmultiplexverfahrens mit Trägerfrequenzen im Gigahertz-Bereich den derzeit vielversprechendsten Ansatz zur Auslesung großer Arrays aus metallischen magnetischen Kalorimetern dar und wird daher im Rahmen dieser Arbeit verwendet.

### 3.2 Supraleitende Mikrowellenresonatoren

Für einen Mikrowellen-SQUID-Multiplexer stellen neben den rf-SQUIDs ebenfalls supraleitende Mikrowellenresonatoren essentielle Komponenten dar. Diese wurden in der vorliegenden Arbeit als supraleitende  $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren ausgeführt. Aus diesem Grund werden in diesem Abschnitt zunächst die Hochfrequenzeigenschaften von Supraleitern erläutert, bevor auf supraleitende, koplanare Wellenleiter und schließlich die darauf basierenden supraleitenden Leitungsresonatoren mit induktivem Abschluss beschrieben werden.

#### 3.2.1 Hochfrequenzeigenschaften von Supraleitern

Eines der wesentlichen Merkmale von Supraleitern stellt der verschwindende Gleichstromwiderstand unterhalb einer kritischen Temperatur  $T_c$  dar, der eine verlustfreie Leitung eines elektrischen Gleichstroms ermöglicht. Wird jedoch ein Wechselstrom mit einer Kreisfrequenz  $\omega$  durch einen Supraleiter getrieben, treten aufgrund der endlichen Leitfähigkeit für Wechselströme Verluste auf. Dieses Verhalten kann analog zu normalleitenden Metallen durch das Konzept einer komplexen Leitfähigkeit

$$\sigma(\omega,T) = \sigma_1(\omega,T) - i\sigma_2(\omega,T) \tag{3.1}$$

beschrieben werden, welche von der Kreisfrequenz  $\omega$  sowie der Temperatur T abhängt [Glo57]. Für den Realteil  $\sigma_1(\omega,T)$  als auch für den Imaginärteil  $\sigma_2(\omega,T)$  kann mit Hilfe der Mattis-Bardeen-Theorie ein Verhältnis der Leitfähigkeit im supraleitenden Zustand gegenüber der Leitfähigkeit im normalleitenden Zustand  $\sigma_n$  gefunden werden. Im Falle von Wechselströmen mit Kreisfrequenzen  $\omega < 2\Delta(T)/\hbar$ , bei denen die Energie eines Photons nicht zum Aufbrechen eines Cooper-Paares mit der Bindungsenergie  $2\Delta(T)$  und damit einer Erhöhung der Quasiteilchen-Konzentration ausreicht, können die Quotienten als

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_n} = \frac{2}{\hbar\omega} \int_{\Delta(T)}^{\infty} \frac{[f(\epsilon) - f(\epsilon - \hbar\omega)][\epsilon^2 + \Delta^2(T) + \hbar\omega\epsilon]}{\sqrt{\epsilon^2 - \Delta^2(T)}\sqrt{[\epsilon + \hbar\omega]^2 - \Delta^2(T)}} d\epsilon$$
(3.2)

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_n} = \frac{1}{\hbar\omega} \int_{\Delta(T)-\hbar\omega}^{\Delta(T)} \frac{[1-2f(\epsilon-\hbar\omega)][\epsilon^2 + \Delta^2(T) + \hbar\omega\epsilon]}{\sqrt{\Delta^2(T) - \epsilon^2}\sqrt{[\epsilon+\hbar\omega]^2 - \Delta^2(T)}} d\epsilon$$
(3.3)

ausgedrückt werden [Mat58]. Hierbei bezeichnen  $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$  Js das reduzierte Plancksche Wirkungsquantum und  $f(x) = (1 + e^{x/k_{\rm B}T})^{-1}$  die Fermi-Dirac-Verteilung.

Aus der komplexen Leitfähigkeit  $\sigma$ folgt für Wechselströme eine endliche Oberflächenimpedanz

$$Z_{\rm S} = R_{\rm S} + i\omega L_{\rm S} \quad , \tag{3.4}$$

welche sich aus der Summe eines Oberflächenwiderstands  $R_{\rm S}$  sowie einer Oberflächeninduktivität  $L_{\rm S}$  zusammensetzt. Der Oberflächenwiderstand  $R_{\rm S}$  wird dabei von Quasiteilchen verursacht, welche für Temperaturen T > 0 stets in endlicher Anzahl vorhanden sind. Diese werden durch veränderliche elektromagnetische Felder in der Nähe der Oberfläche des Supraleiters beschleunigt und unterliegen, vergleichbar mit Leitungselektronen in normalleitenden Metallen, mit ohmschen Verlusten behafteten Streuprozessen.

Die Oberflächeninduktivität  $L_{\rm S}$  setzt sich aus einer magnetischen Induktivität  $L_{\rm m}$  sowie einer kinetischen Induktivität  $L_{\rm kin}$  zusammen. Im Gegensatz zu Quasiteilchen können sich Cooper-Paare verlustfrei im Supraleiter bewegen. Werden daher Cooper-Paare an der Oberfläche eines Supraleiters durch veränderliche elektromagnetische Felder beschleunigt, treten keine verlustbehafteten Streuprozesse auf und kinetische Energie kann in der Bewegung gespeichert werden. Bei einer Umkehrung des Feldes kann diese Energie wieder vollständig zurückgewonnen werden. Aufgrund der Trägheit der Cooper-Paare erfolgt diese Rückgewinnung jedoch nicht instantan, sondern mit einer zeitlichen Verzögerung. Dieses Verhalten kann über eine kinetische Induktivität  $L_{\rm kin}$  beschrieben werden. Da die Anzahl der Quasiteilchen für Temperaturen unterhalb der kritischen Temperatur  $T_{\rm c}$  exponentiell abnimmt, steigt für Temperaturen  $T \ll T_{\rm c}$  der Beitrag der Oberflächeninduktivität  $i\omega L_{\rm S}$  an, während gleichzeitig der Beitrag des Oberflächenwiderstands  $R_{\rm S}$  abnimmt. Aus diesem Grund überwiegt für Temperaturen  $T \ll T_{\rm c}$  der Beitrag der Oberflächeninduktivität  $i\omega L_{\rm S}$ .

Die mathematischen Ausdrücke für die Oberflächenimpedanz  $Z_{\rm S}$  hängen von den charakteristischen Längenskalen des Supraleiters ab, die dessen elektrodynamische Eigenschaften beschreiben. Hierbei handelt es sich um die Kohärenzlänge  $\xi$  der Cooper-Paare, die magnetische Eindringtiefe  $\lambda$  sowie die mittlere freie Weglänge der Elek-



Abb. 3.1: Dreidimensionale Darstellung eines Ausschnitts eines koplanaren Wellenleiters mit beidseitigen Masseflächen, welcher auf einem Substrat mit Dielektrizitätskonstanten  $\epsilon_r$  strukturiert ist.

tronen  $l_{\rm e}$ . Im Falle einer dünnen supraleitenden Leiterbahn der Dicke d, bei der die mittlere freie Weglänge der Elektronen  $l_{\rm e}$  deutlich kleiner als die Kohärenzlänge  $\xi$  ist, kann mittels der Maxwell-Gleichungen für die Oberflächenimpedanz der Ausdruck

$$Z_{\rm S} = \sqrt{\frac{i\omega\mu_0}{\sigma_1 - i\sigma_2}} \coth\left(d\sqrt{i\omega\mu(\sigma_1 - i\sigma_2)}\right) \tag{3.5}$$

hergeleitet werden [Kau78]. Für Temperaturen deutlich unterhalb der kritischen Temperatur, bei denen der Imaginärteil der Leitfähigkeit dominiert ( $\sigma_2 \gg \sigma_1$ ), können so die vereinfachten Ausdrücke

$$R_{\rm S} = \mu_0 \omega \lambda_{\rm eff} \beta \frac{\sigma_1}{2\sigma_2} \quad \text{und} \tag{3.6}$$

$$L_{\rm S} = \mu_0 \lambda_{\rm eff} \tag{3.7}$$

gefunden werden [Bar09]. Hierbei bezeichnet  $\lambda_{\text{eff}} = \lambda \coth(d/\lambda)$  die effektive magnetische Eindringtiefe, die gegenüber der magnetischen Eindringtiefe  $\lambda = 1/\sqrt{\mu_0\omega\sigma_2}$ von Vollmaterial erhöhte Werte aufweist. Der Parameter  $\beta = 1 + \frac{2d\lambda}{\sinh(2d/\lambda)}$  nimmt hierbei für Vollmaterial  $(d \to \infty)$  den Wert  $\beta = 1$  an und im Grenzfall dünner Schichten  $(d \to 0)$  den Wert  $\beta = 2$ .

#### 3.2.2 Supraleitende, koplanare Wellenleiter

Ein supraleitender, koplanarer Wellenleiter besteht, wie in Abbildung 3.1 dargestellt, aus einem Innenleiter der Breite *s* sowie auf beiden Seiten mit dem Abstand *w* angeordneten Masseflächen. Sowohl der Innenleiter als auch die Masseflächen bestehen hierbei aus einem supraleitenden Material und werden auf einem dielektrischen Substrat mit der Permittivität  $\epsilon_r$  strukturiert. Die Ausbreitung einer elektromagnetischen Welle erfolgt in dieser Geometrie in der Quasi-TEM-Mode. Die Hauptbeiträge des Wellenvektors  $\vec{k}$ , des elektrischen Feldes  $\vec{E}$  sowie des magnetischen Feldes  $\vec{B}$ stehen dabei orthogonal aufeinander. Der Induktivitätsbelag L' sowie der Kapazitätsbelag C' eines koplanaren Wellenleiters können über die Methode der konformen Abbildungen berechnet werden. Im Fall eines Wellenleiters mit sehr geringer Dicke  $d \to 0$  können der magnetische Induktivitätsbelag  $L'_{\rm m}$  und der Kapazitätsbelag C' mit den Ausdrücken [Sim01]

$$L'_{\rm m} = \frac{\mu_0}{4} \frac{{\rm K}(k')}{{\rm K}(k)}$$
(3.8)

$$C' = 2\epsilon_0 \frac{\mathbf{K}(k')}{\mathbf{K}(k)} + 2\epsilon_0 \epsilon_r \frac{\mathbf{K}(k')}{\mathbf{K}(k)}$$
(3.9)

beschrieben werden. Hierbei bezeichnet  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ As/Vm die Permittivität des Vakuums und K(k) das vollständig elliptische Integral erster Art [Abr64]. Die Parameter k = s/(s + 2w) und  $k' = \sqrt{1 - k^2}$  berücksichtigen die geometrischen Abmessungen des Wellenleiters. Da das Substrat die gleiche magnetische Permeabilität wie das darüberliegende Vakuum von  $\mu = 1$  aufweist, fließen die Eigenschaften des Substrats nicht in den Ausdruck des magnetischen Induktivitätsbelags  $L'_{\rm m}$  ein. Darüber hinaus tritt ein kinetischer Induktivitätsbelag

$$L'_{\rm kin} = (g_{\rm c} + g_{\rm g})L'_{\rm S} \tag{3.10}$$

auf, dessen Betrag von dem Oberflächen<br/>induktivitätsbelag  $L'_{\rm S}$  des Wellenleiters sowie den Faktor<br/>en  $g_{\rm c}$  und  $g_{\rm g}$  abhängig ist. Der Faktor<br/>  $g_{\rm c}$  beschreibt dabei den Beitrag des Innenleiters, der Faktor<br/>  $g_{\rm g}$  den Beitrag des Außenleiters zum kinetischen Induktivitätsbelag<br/>  $L'_{\rm kin}$ . Für dünne, koplanare Wellenleiter mit<br/> d < 0.05s und s/(s+2w) < 0.8können diese Faktoren mit den Ausdrücken

$$g_{\rm c} = \frac{1}{4s(1-k^2){\rm K}^2(k)} \left[ \pi + \ln\left(\frac{4\pi s}{d}\right) - k\ln\left(\frac{1+k}{1-k}\right) \right]$$
(3.11)

$$g_{\rm g} = \frac{k}{4s(1-k^2){\rm K}^2(k)} \left[ \pi + \ln\left(\frac{4\pi(s+2w)}{d}\right) - \frac{1}{k}\ln\left(\frac{1+k}{1-k}\right) \right]$$
(3.12)

genähert werden [Col92]. Mit der Summe der beiden Beiträge zum Induktivitätsbelag  $L' = L'_{\rm m} + L'_{\rm kin}$  kann die charakteristische Impedanz  $Z_0$  eines solchen Wellenleiters über

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \tag{3.13}$$

berechnet werden.

#### 3.2.3 Supraleitende Leitungsresonatoren mit induktivem Abschluss

Aus koplanaren Wellenleitern aufgebaute supraleitende Leitungsresonatoren der Länge  $l_r$  werden häufig als  $\lambda/4$ -Resonatoren realisiert. Ein  $\lambda/4$ -Resonator besitzt dabei



Abb. 3.2: Schematische Darstellung eines  $\lambda/4$ -Leitungsresonators, welcher über eine Kopplungskapazität  $C_c$  kapazitiv an eine Durchgangsleitung gekoppelt und mit dem geschlossenen Ende über eine Abschlussinduktivität  $L_T$  mit der Masse verbunden ist.

ein offenes Ende sowie ein geschlossenes Ende, welches mit der Massefläche verbunden ist. Somit ist die Resonanzbedingung  $l_{\rm r} = (2n - 1)\lambda/4$  erfüllt, wobei *n* die Modenzahl sowie  $\lambda$  die Wellenlänge bezeichnet. Die Resonanzfrequenz  $f_0$  eines solchen Resonators für die Grundmode n = 1 entspricht dabei

$$f_0 = \frac{1}{4l_{\rm r}\sqrt{L'C'}} \quad . \tag{3.14}$$

Durch die supraleitenden Eigenschaften nimmt, wie bereits erläutert, der Realteil der Oberflächenimpedanz  $R_{\rm S}$  für Temperaturen  $T < T_{\rm c}$  exponentiell ab. Dies ermöglicht für Temperaturen  $T \ll T_{\rm c}$  die Realisierung von supraleitenden Resonatoren mit besonders geringen intrinsischen Verlusten.

Wie in Abbildung 3.2 schematisch dargestellt, wird für die Anwendung in einem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer typischerweise ein  $\lambda/4$ -Leitungsresonator über eine Kopplungskapazität  $C_c$  an eine Durchgangsleitung gekoppelt. Durch eine geeignete Wahl der Kopplungskapazität kann hier die Bandbreite des Resonators eingestellt werden. Sowohl für den Leitungsresonator als auch für die Durchgangsleitung werden dabei charakteristische Impedanzen von typischerweise  $Z_0 = 50 \Omega$  angestrebt. Das geschlossene Ende des Resonators ist über eine Abschlussinduktivität  $L_T$  mit der Massefläche verbunden. Die Abschlussinduktivität erlaubt dabei die Kopplung einer Induktivität an den Resonator, wie im weiteren Verlauf dieses Kapitels am Beispiel eines nicht-hysteretischen, ungeshunteten rf-SQUIDs erläutert wird.

Die Vorwärtstransmission eines hochfrequenten Signals, welches in Abbildung 3.2 an Port 1 eingespeist und an Port 2 empfangen wird, kann mittels des Streuparameters  $S_{21}$  beschrieben werden. Dieser kann über die Eingangsimpedanz  $Z_{in}$  des dargestellten Resonators hergeleitet werden, welche unter Vernachlässigung der kapazitiven Kopplung über

$$Z_{\rm in} = Z_0 \frac{i\omega L_{\rm T} + Z_0 \tanh\left(\gamma l_{\rm r}\right)}{Z_0 + i\omega L_{\rm T} \tanh\left(\gamma l_{\rm r}\right)} \tag{3.15}$$

ausgedrückt werden kann [Poz11]. Hierbei bezeichnet  $\omega = 2\pi f$  die Kreisfrequenz und  $\gamma = \alpha + i\beta$  die komplexe Übertragungskonstante, welche sich aus der Dämpfungskonstante  $\alpha$  sowie der Phasenkonstante  $\beta = \omega/\sqrt{L'C'}$  zusammensetzt [Gao08]. Die Berücksichtigung der Kopplungskapazität  $C_c$  führt zu der Eingangsimpedanz

$$Z = \frac{1}{i\omega C_{\rm c}} + Z_0 \frac{i\omega L_{\rm T} + Z_0 \tanh\left(\gamma l_{\rm r}\right)}{Z_0 + i\omega L_{\rm T} \tanh\left(\gamma l_{\rm r}\right)}$$
(3.16)

des dargestellten Resonators. Hieraus kann über die Beziehung  $S_{21} = 2/(2 + Z_0/Z)$ [Poz11] der Streuparameter  $S_{21}$  berechnet werden, welcher unter Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung und für Frequenzen f nahe der Resonanzfrequenz  $f_r$ mittels

$$S_{21}(f) = \frac{S_{21}^{\min} + 2iQ_1 \frac{f - f_r}{f_r}}{1 + 2iQ_1 \frac{f - f_r}{f_r}}$$
(3.17)

ausgedrückt werden kann [Bar09]. Hierbei bezeichnet  $S_{21}^{\min} = Q_1/Q_i$  den Streuparameter bei minimaler Transmission, welcher bei der Resonanzfrequenz  $f_r$  auftritt. Die Resonanzfrequenz kann dabei über

$$f_{\rm r} = \frac{f_0}{1 + 4f_0(C_{\rm c}Z_0 + L_{\rm T}/Z_0)}$$
(3.18)

ausgedrückt werden [Mat11]. Die in den Gleichungen 3.17 und 3.18 auftretende belastete Güte  $Q_1$  sowie die intrinsische Güte  $Q_i$  sind dabei Maße für Energieverluste des Resonators. Die intrinsische Güte bezeichnet dabei den Quotienten aus der im Resonator gespeicherten Energie relativ zum Energieverlust im Verlauf einer Periode. Diese Energieverluste können dabei in Form von dielektrischen Verlusten, Strahlungsverlusten oder Quasiteilchenverlusten auftreten [Poz11]. Analog zu der intrinsischen Güte ist die Kopplungsgüte  $Q_c$  mit den Energieverlusten des Resonators über die Kopplungskapazität  $C_c$  zur Durchgangsleitung verknüpft und kann über

$$Q_{\rm c} = \frac{\pi}{2Z_0^2 \omega_{\rm r}^2 C_{\rm c}^2} \tag{3.19}$$

beschrieben werden [Mat11]. Unter Berücksichtigung der intrinsischen Verluste sowie der Kopplungsverluste des Resonators kann die belastete Güte  $Q_1$  als Maß für die Summe sämtlicher Energieverluste über

$$\frac{1}{Q_{\rm l}} = \frac{1}{Q_{\rm i}} + \frac{1}{Q_{\rm c}} \tag{3.20}$$

berechnet werden. Bei der Entwicklung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers werden sehr hohe intrinsische Güten  $(Q_i \to \infty)$  der Resonatoren angestrebt. Auf diese Weise kann die dissipierte Energie im Resonator und somit ein Wärmeeintrag auf



Abb. 3.3: Unterschiedliche Darstellungen des Streuparameters  $S_{21}$  beziehungsweise der daraus abgeleiteten Größen eines koplanaren  $\lambda/4$ -Leitungsresonators mit Abschlussinduktivität, welcher kapazitiv an eine Durchgangsleitung gekoppelt ist. Der Resonator wurde aus Niob hergestellt und die Messung bei einer Temperatur von T = 300 mK durchgeführt. a) Real- und Imaginärteil des Streuparameters  $S_{21}$  mit Definition der Phase  $\theta$  sowie dem Betrag des Streuparameters  $|S_{21}|$ , b) Transmission  $|S_{21}|^2$  und c) Phase  $\theta$  in Abhängigkeit der Frequenz f. Darüber hinaus ist die Bandbreite  $\Delta f$  sowie der Punkt mit minimaler Transmission  $|S_{21}|^2$  auf der Resonanzfrequenz  $f_r$  markiert.

die Experimentierplattform des Kryostaten beziehungsweise auf die benachbarten Detektoren minimiert werden. In diesem Fall entspricht die belastete Güte  $Q_1$  der Kopplungsgüte  $Q_c$ ,  $Q_1 \approx Q_c$ , wodurch die Bandbreite  $\Delta f$  des Resonators

$$\Delta f = \frac{f_{\rm r}}{Q_{\rm l}} \approx \frac{f_{\rm r}}{Q_{\rm c}} \tag{3.21}$$

durch Anpassung der Kopplungskapazität  $C_{\rm c}$  in einem weiten Bereich einstellbar ist.

Die Messung der Vorwärtstransmission zwischen Port 1 und Port 2 des in Abbildung 3.2 dargestellten Resonators in Abhängigkeit von der Frequenz f führt zu einem komplexwertigen Streuparameter  $S_{21}(f)$ , welcher sich auf verschiedene Weisen darstellen lässt. In Abbildung 3.3(a) sind Realteil Re $(S_{21})$  und Imaginärteil Im $(S_{21})$ des Streuparameters  $S_{21}$  in der komplexen Ebene für eine Messung eines aus Niob hergestellten Resonators mit Frequenzen um die Resonanzfrequenz  $f_r$  aufgetragen. Es entsteht ein Resonanzkreis, der für einen idealen Resonator einen Mittelpunkt von  $(x_c,0)$  mit  $x_c = (1 + S_{21}^{\min})/2$  aufweist, auf Resonanzfrequenz in einen rein reellen Streuparameter resultiert und am Punkt (1,0) geöffnet ist. Die in Abbildung 3.3(b) dargestellte Transmission  $|S_{21}|^2 = (\text{Re}(S_{21}))^2 + (\text{Im}(S_{21}))^2$  zeigt die auftretende Resonanz mit der geringsten Transmission für den Punkt  $(f_r, |S_{21}^{\min}|^2)$  auf der Resonanzfrequenz  $f_r$ . In diesem Fall wird der überwiegende Teil des an Port 1 gesendeten Signals durch den Resonator reflektiert. Für Frequenzen deutlich unterund oberhalb der Resonanzfrequenz kann das Signal hingegen nahezu ungestört an Port 2 empfangen werden. Weiterhin ist die 3 dB-Bandbreite  $\Delta f$  des Resonators eingezeichnet. In Abbildung 3.3(c) ist die aus Real- und Imaginärteil resultierende Phase  $\theta = \arctan(\operatorname{Im}(S_{21})/(x_c - \operatorname{Re}(S_{21})))$  in Abhängigkeit der Frequenz f dargestellt. Diese weist wie erwartet für die Resonanzfrequenz  $f_r$  des Resonators einen Nulldurchgang auf und strebt für Frequenzen  $f \ll f_r$  gegen  $\theta \to +\pi$  und für  $f \gg f_r$ gegen  $\theta \to -\pi$ .

Eine wichtige Größe für einen Mikrowellen-SQUID-Multiplexer stellt der Strom durch die Abschlussinduktivität  $L_{\rm T}$  dar. Wird der Resonator durch ein Signal mit der Resonanzfrequenz  $f_{\rm r}$  und der Leistung  $P_{\rm rf}$  angeregt, so ist die Leistung im Resonator maximal und der Strom  $I_{\rm T}$  durch die Abschlussinduktivität  $L_{\rm T}$  kann über

$$I_{\rm T} = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{Q_1^2}{Q_{\rm c}} \frac{P_{\rm rf}}{Z_0}}$$
(3.22)

beschrieben werden [Kem12].

### 3.3 Funktionsweise von nicht-hysteretischen rf-SQUIDs

Bei einem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer wird typischerweise ein nicht-hysteretisches, ungeshuntetes rf-SQUID induktiv an die Abschlussinduktivität  $L_{\rm T}$  eines im vorherigen Abschnitt diskutierten supraleitenden Resonators gekoppelt. Ein solches rf-SQUID besteht aus einem geschlossenen, supraleitenden Ring, welcher an einer Stelle durch einen Josephson-Kontakt unterbrochen ist.

Ein Josephson-Kontakt besteht aus zwei supraleitenden Elektroden, welche durch eine dünne, isolierende oder normalleitende Schicht voneinander getrennt sind. Diese Schicht ist nur wenige Atomlagen dünn, sodass die beiden makroskopischen Wellenfunktionen, die den quantenmechanischen Zustand der Cooper-Paare in den supraleitenden Elektroden beschreiben, überlappen. Dadurch können neben Quasiteilchen auch Cooper-Paare kohärent durch diese dünne Schicht tunneln. Für Josephson-Tunnelkontakte mit einer isolierenden Schicht hängt der von den Cooper-Paaren getragene Suprastrom  $I_{\rm S}$  von der eichinvarianten Phasendifferenz  $\phi$  zwischen den beiden Wellenfunktionen ab und kann mittels der ersten Josephson-Gleichung

$$I_{\rm S} = I_{\rm c} \cdot \sin \phi \tag{3.23}$$

beschrieben werden [Jos62, Jos65]. Hierbei bezeichnet  $I_c$  den kritischen Strom des

Josephson-Tunnelkontakts. Die eichinvariante Phasendifferenz

$$\phi = \theta_2 - \theta_1 - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_{1}^{2} \vec{A} dl$$
 (3.24)

hängt dabei von der Phasendifferenz  $(\theta_2 - \theta_1)$  der makroskopischen Wellenfunktionen sowie vom magnetischen Vektorpotential  $\vec{A}$  in der Tunnelbarriere des Josephson-Tunnelkontakts ab.

Ein Spannungsabfall V über dem Josephson-Tunnelkontakt ist nach der zweiten Josephson-Gleichung [Jos62] mit einer zeitlichen Änderung der eichinvarianten Phasendifferenz

$$\dot{\phi} = \frac{2\pi}{\Phi_0} V \tag{3.25}$$

verknüpft. Fließt ein Wechselstrom durch den Josephson-Tunnelkontakt, so tritt nach Gleichung 3.23 eine kontinuierliche zeitliche Änderung der eichinvarianten Phasendifferenz auf. Dieser führt nach Gleichung 3.25 auch für ausschließlich durch Cooper-Paare getragene Ströme  $I_{\rm S} < I_{\rm c}$  zu einem sich zeitlich ändernden Spannungsabfall

$$V = \frac{\Phi_0}{2\pi I_{\rm c} \cos \phi} \dot{I}_{\rm S} \tag{3.26}$$

über dem Josephson-Tunnelkontakt. Der dabei auftretende Proportionalitätsfaktor zwischen Spannungsabfall V und der zeitlichen Änderung des Suprastroms  $\dot{I}_{\rm S}$  ermöglicht die Beschreibung des Josephson-Tunnelkontakts mittels einer nichtlinearen Induktivität von [Jos64]

$$L_{\rm JJ} = \frac{\Phi_0}{2\pi I_{\rm c} \cos \phi} = \frac{L_{\rm J}}{\cos \phi} \quad . \tag{3.27}$$

Hierbei bezeichnet  $L_{\rm J} = \Phi_0/(2\pi I_{\rm c})$  die Josephson-Induktivität.

Ein rf-SQUID besteht aus einem geschlossenen, supraleitenden Ring mit Induktivität  $L_{\rm S}$ , welcher, wie in Abbildung 3.4(a) schematisch dargestellt, an einer Stelle durch einen Josephson-Tunnelkontakt unterbrochen ist. Die Phasendifferenz der makroskopischen Wellenfunktion entlang des supraleitenden Rings setzt sich somit aus einer Phasendifferenz  $\gamma_1$  über dem Josephson-Kontakt nach Gleichung 3.24 sowie einer Phasendifferenz  $\gamma_2$  über dem supraleitenden Ring zusammen. Die Summe

$$\underbrace{\left[\phi + \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_{1}^{2} \vec{A}(\vec{r}) dl\right]}_{\gamma_1} + \underbrace{\left[\frac{2\pi}{\Phi_0} \int_{2}^{1} \vec{A}(\vec{r}) dl\right]}_{\gamma_2} = \phi + \frac{2\pi\Phi_{\text{tot}}}{\Phi_0} \stackrel{!}{=} 2\pi n \qquad (3.28)$$



Abb. 3.4: a) Schematische Darstellung eines rf-SQUIDs mit Induktivität  $L_{\rm S}$ , welches induktiv mit der Gegeninduktivität  $M_{\rm T}$  an eine Spule gekoppelt ist sowie b) Gesamtfluss  $\Phi_{\rm tot}$ im rf-SQUID als Funktion des externen Flusses  $\Phi_{\rm ext}$  für verschiedene Werte des Abschirmparameters  $\beta_{\rm L}$ .

beider Beiträge kann aufgrund der Flussquantisierung in geschlossenen supraleitenden Schleifen lediglich Werte von  $2\pi n$  annehmen, wobei n eine ganze Zahl darstellt. Hierbei entspricht  $\Phi_{tot}$  dem magnetischen Fluss in der supraleitenden Schleife. Nach der ersten Josephson-Gleichung 3.23 führt dies zu einem Suprastrom von

$$I_{\rm S} = -I_{\rm c} \cdot \sin\left(\frac{2\pi\Phi_{\rm tot}}{\Phi_0}\right) \tag{3.29}$$

durch den Josephson-Tunnelkontakt. Auf diese Weise setzt sich der gesamte magnetische Fluss  $\Phi_{tot} = \Phi_{ext} + \Phi_{scr}$  im rf-SQUID aus der Summe eines extern applizierten magnetischen Flusses  $\Phi_{ext}$  sowie eines durch die Abschirmströme induzierten magnetischen Flusses  $\Phi_{scr} = L_S I_S$  zusammen. Über die Einführung der normierten magnetischen Flüsse  $\varphi_{tot} = 2\pi \Phi_{tot}/\Phi_0$  und  $\varphi_{ext} = 2\pi \Phi_{ext}/\Phi_0$  kann somit mittels der ersten Josephson-Gleichung der normierte Gesamtfluss im rf-SQUID als

$$\varphi_{\text{tot}} = \varphi_{\text{ext}} - 2\pi \frac{L_{\text{S}} I_{\text{c}}}{\Phi_0} \sin(\varphi_{\text{tot}}) = \varphi_{\text{ext}} - \beta_{\text{L}} \sin(\varphi_{\text{tot}})$$
(3.30)

mit dem Abschirmparameter

$$\beta_{\rm L} = 2\pi \frac{L_{\rm S} I_{\rm c}}{\Phi_0} \tag{3.31}$$

ausgedrückt werden. Der Abschirmparameter  $\beta_{\rm L}$  beeinflusst hierbei maßgeblich die verschiedenen Beiträge des magnetischen Flusses  $\Phi_{\rm tot}$  im rf-SQUID, wie in Abbildung 3.4(b) als Funktion des externen Flusses  $\Phi_{\rm ext}$  für verschiedene Werte von  $\beta_{\rm L}$ dargestellt ist. Für  $\beta_{\rm L} > 1$  existieren für einen externen magnetischen Fluss  $\Phi_{\rm ext}$ 



Abb. 3.5: Schematische Darstellung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers mit N Kanälen. Jeder Kanal i, i = 1,...,N, besteht aus einem  $\lambda/4$ -Leitungsresonator mit eindeutiger Resonanzfrequenz, welcher über eine Kopplungskapazität  $C_{c,i}$  kapazitiv an eine gemeinsame Durchgangsleitung gekoppelt ist. An die Abschlussinduktivität  $L_{T,i}$  des Resonators ist ein nicht-hysteretisches, ungeshuntetes rf-SQUID gekoppelt. Dessen Einkoppelspule ist Teil eines supraleitenden Flusstransformators zur Auslesung eines gradiometrisch aufgebauten metallischen magnetischen Kalorimeters mit zwei Pixeln (nach [Weg18]).

teilweise mehrere mögliche Werte für den Gesamtfluss  $\Phi_{tot}$ , was zu einem hysteretischen Verhalten des rf-SQUIDs führt. Zwischen den möglichen Werten des Gesamtflusses  $\Phi_{tot}$  sind in diesem Fall Flusssprünge möglich, welche zu einem dissipativen Verhalten des rf-SQUIDs führen [Ryh89, Cla04]. Für  $\beta_{\rm L} \leq 1$  kann hingegen aufgrund des monoton steigenden Zusammenhangs jedem externen magnetischen Fluss  $\Phi_{\rm ext}$ genau ein Gesamtfluss  $\Phi_{\rm tot}$  zugeordnet werden, wodurch das rf-SQUID ein nichthysteretisches Verhalten aufweist. In diesem Fall stellt das rf-SQUID eine dissipationsfreie, parametrische Induktivität

$$L_{\rm JJ}(\varphi_{\rm tot}) = \frac{\Phi_0}{2\pi I_{\rm c} \cos\left(\varphi_{\rm tot}\right)} \tag{3.32}$$

dar [Ryh89, Cla04]. Ein Betrieb des rf-SQUIDs im nicht-hysteretischen Bereich kann durch eine geeignete Anpassung der SQUID-Induktivität  $L_{\rm S}$  sowie des maximalen Suprastroms  $I_{\rm c}$  im Produktionsprozess erreicht werden.

### 3.4 Funktionsweise eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers

Wie in Abbildung 3.5 dargestellt, besteht jeder Kanal i eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers aus einem supraleitenden Mikrowellenresonator mit individueller Länge  $l_{r,i}$ . Die Länge  $l_{r,i}$  jedes Resonators ist dabei so gewählt, dass die davon abhängige Resonanzfrequenz  $f_{r,i}$  einmalig und von den anderen Resonanzfrequenzen wohlunterscheidbar ist. Während ein Ende des Mikrowellenresonators über eine Kopplungskapazität  $C_{c,i}$  an eine gemeinsame Durchgangsleitung gekoppelt ist, weist das andere Ende eine Abschlussinduktivität  $L_{T,i}$  auf. Diese Abschlussinduktivität ist induktiv an ein nicht-hysteretisches, ungeshuntetes rf-SQUID mit Schleifeninduktivität  $L_{\rm S}$  gekoppelt, welches in dieser Konfiguration eine vom normierten magnetischen Fluss  $\varphi_{tot}$  innerhalb des SQUIDs abhängige parametrische Induktivität  $L_{JJ}(\varphi_{tot})$  darstellt. Dies führt zu einer vom magnetischen Fluss  $\varphi_{tot}$  innerhalb des SQUIDs abhängigen Verschiebung der Resonanzfrequenz  $f_{r,i}$ , welche für die Funktionsweise eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers elementar ist. Die Einkoppelspule des rf-SQUIDs mit Induktivität  $L_{\rm in}$  ist mit einem auf metallischen magnetischen Kalorimetern basierenden Detektorarray verbunden. Jeder Kanal des Multiplexers ermöglicht hierbei die Auslesung von zwei gradiometrisch angeordneten Detektorpixeln. Die Detektionsspulen mit Induktivität  $L_{det}$  sind induktiv an den paramagnetischen Sensor gekoppelt und bilden, wie in Abschnitt 2.3 erläutert, gemeinsam mit der Einkoppelspule des rf-SQUIDs einen parallel verschalteten, supraleitenden Flusstransformator. Parallel zur Einkoppelspule befindet sich zudem ein ohmscher Filterwiderstand  $R_{\rm f}$ , dessen Funktion im nächsten Abschnitt näher erläutert wird. Ferner ist der Mikrowellen-SQUID-Multiplexer mit einer Modulationsleitung ausgestattet, deren Induktivitäten  $L_{\rm mod}$ , wie in Abbildung 3.5 dargestellt, jeweils mit der Gegeninduktivität  $M_{\rm mod}$  an ein SQUID gekoppelt sind. Auf diese Weise kann durch Anlegen eines Modulationsstroms  $I_{\rm mod}$  gleichzeitig ein magnetischer Fluss in sämtlichen SQUIDs induziert werden.

Uber den supraleitenden Flusstransformator kann das Detektorsignal über die Einkoppelspule  $L_{in}$  in Form eines magnetischen Flusses  $\Phi_{dc}$  in das rf-SQUID eingekoppelt werden. Das rf-SQUID ist seinerseits an die Abschlussinduktivität  $L_{T}$  des Resonators gekoppelt und somit in der Lage, aufgrund seiner vom magnetischen Fluss abhängigen parametrischen Induktivität das Detektorsignal in eine Verschiebung der Resonanzfrequenz  $f_{r,i}$  zu überführen. In Abbildung 3.6(a) ist der Betrag des Streuparameters  $|S_{21}|$  für die beiden Grenzfälle mit maximaler und minimaler Resonanzfrequenz für magnetische Flüsse von  $\Phi_{dc} = n\Phi_0$  und  $\Phi_{dc} = (n + 0.5)\Phi_0$  im SQUID dargestellt. Es ist dabei deutlich eine Verschiebung der Resonanz sichtbar. Zur Auslesung des Kanals *i* ist daher die Bestimmung einer von der Resonanzfrequenz  $f_{r,i}$ abhängigen Größe erforderlich. Der direkteste Weg wäre hierbei die Bestimmung der Resonanzfrequenz  $f_{r,i}$  mittels eines vektoriellen Netzwerkanalysators. Aufgrund



Abb. 3.6: a) Darstellung der Transmission  $|S_{21}|$  als Funktion der Frequenz f für die Grenzfälle  $\Phi_{dc} = n\Phi_0$  sowie  $\Phi_{dc} = (n + 0.5)\Phi_0$  eines bei T = 300 mK vermessenen Resonators. Für die Auslesung des zugehörigen Multiplexerkanals wurde im Rahmen dieser Arbeit die Transmission  $|S_{21}|$  eines Signals mit konstanter Frequenz  $f_{exc}$  gemessen. b) Zugehörige Transmission  $|S_{21}(f_{exc})|$  als Funktion des magnetischen Flusses  $\Phi_{dc}$  im SQUID.

der schnellen Signalanstiegszeiten eines metallischen magnetischen Kalorimeters und der verhältnismäßig langen Messdauer eines vektoriellen Netzwerkanalysators ist jedoch die effektive Bandbreite dieses Verfahrens zu gering. Ebenso wäre es denkbar, an Port 1 des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers ein weißes Rauschen einzuspeisen und an Port 2 mittels eines Echtzeit-Spektrumanalysators die Resonanzfrequenz zu bestimmen. Aufgrund eines nachgeschalteten Hochfrequenzverstärkers auf der Empfangsseite, welcher einen begrenzten Dynamikbereich aufweist, ist dieses Vorgehen jedoch ebenfalls nicht möglich. Stattdessen wird typischerweise ein Hochfrequenzsignal mit konstanter Leistung und Auslesungsfrequenz  $f_{\text{exc}}$  an Port 1 gesendet und gleichzeitig dessen Transmission  $|S_{21}(f_{exc})|$  an Port 2 gemessen. Die für die beispielhafte Resonanz resultierende Transmission  $|S_{21}(f_{exc})|$  als Funktion des magnetischen Flusses  $\Phi_{dc}$  ist in Abbildung 3.6(b) dargestellt. Die Differenz zwischen minimaler und maximaler Transmission kann hierbei durch die Wahl einer geeigneten Auslesungsfrequenz  $f_{\rm exc}$  maximiert werden. Wird nun für jeden Kanal des Multiplexers zeitgleich ein geeignetes Auslesungssignal an Port 1 gesendet und die Transmission an Port 2 gemessen, können kontinuierlich und mit hoher Bandbreite die Flusszustände in sämtlichen SQUIDs bestimmt werden.



Abb. 3.7: Schematische Darstellung eines über die Kapazität  $C_c$  an eine Durchgangsleitung gekoppelten koplanaren Mikrowellenresonators mit induktivem Abschluss, an dessen Abschlussimpedanz  $L_T$  induktiv ein rf-SQUID gekoppelt ist. Das rf-SQUID weist eine Schleifeninduktivität  $L_S$  auf und beinhaltet einen Josephson-Kontakt mit kritischem Strom  $I_c$ . Zusätzlich sind die in der Schaltung fließenden Ströme dargestellt.

# 3.5 Quantitative Beschreibung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers

Zur quantitativen Beschreibung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers wurden in der Vergangenheit auf verschiedenen Annahmen basierende Modelle entwickelt [Mat11, Kem12, Weg18], von denen die für diese Arbeit relevanten Ergebnisse zusammengefasst werden sollen. In Abbildung 3.7 ist ein koplanarer Leitungsresonator mit Abschlussinduktivität  $L_{\rm T}$  dargestellt, welcher über eine Kopplungskapazität  $C_{\rm c}$  an eine Durchgangsleitung gekoppelt ist. An die Abschlussinduktivität ist mit der Gegeninduktivität  $M_{\rm T}$  ein rf-SQUID mit Schleifeninduktivität  $L_{\rm S}$  gekoppelt. Der Josephson-Kontakt weist einen kritischen Strom  $I_{\rm c}$  auf. Ferner kann über eine mit der Gegeninduktivität  $L_{\rm in}$  an das SQUID gekoppelte Einkoppelspule ein externer magnetischer Fluss induziert werden. In dieser Anordnung setzt sich der normierte Gesamtfluss im rf-SQUID  $\varphi_{\rm tot} = 2\pi \Phi_{\rm tot}/\Phi_0$  aus dem über die Einkoppelspule induzierten Fluss  $\varphi_{\rm ext} = 2\pi \Phi_{\rm ext}/\Phi_0$ , dem durch Abschirmströme nach Gleichung 3.29 im rf-SQUID verursachten Fluss  $\varphi_{\rm scr} = 2\pi L_{\rm s} I_{\rm S}/\Phi_0$  sowie dem durch die hochfrequenten Ströme  $i_{\rm T} = I_{\rm T} \sin(\omega_{\rm r}t)$  im Resonator verursachten Fluss  $\varphi_{\rm rf} = 2\pi M_{\rm T} I_{\rm T}/\Phi_0$  zusammen. Durch Addition dieser Flussbeiträge ergibt sich nach Gleichung 3.29 ein Strom

$$I_{\rm S}(t) = -I_{\rm c} \sin\left(\varphi_{\rm ext} + \varphi_{\rm rf} \sin\left(\omega t\right) + \beta_{\rm L} \frac{I_{\rm S}(t)}{I_{\rm c}}\right)$$
(3.33)

im rf-SQUID. Über die induktive Kopplung des rf-SQUIDs an die Abschlussinduktivität wird durch den Strom  $I_{\rm S}(t)$  ein Strom  $i_{\rm ind}(t)$  in der Abschlussinduktivität induziert, welcher sich mit dem Strom im Resonator  $i_{\rm T}(t)$  überlagert. Dieses Verhalten kann durch eine effektive Induktivität  $L_{\rm T,eff}$  der Abschlussinduktivität beschrieben werden, welche sich für phasengleiche Ströme  $i_{ind}(t)$  und  $i_{T}(t)$  mit

$$L_{\mathrm{T,eff}} = L_{\mathrm{T}} \left[ 1 + \frac{i_{\mathrm{ind}}(t)}{i_{\mathrm{T}}(t)} \right]$$
(3.34)

beschreiben lässt. Die daraus resultierende Resonanzfrequenz

$$f_{\rm r}(\varphi_{\rm dc},\varphi_{\rm rf}) = \frac{f_0}{1 + 4f_0(C_{\rm c}Z_0 + L_{\rm T,eff}(\varphi_{\rm dc},\varphi_{\rm rf})/Z_0)}$$
(3.35)

hängt neben dem hochfrequenten Fluss  $\varphi_{\rm rf}$  vom quasi-statischen Fluss  $\varphi_{\rm dc}$  im SQUID ab, welcher aus der Summe des externen Flusses  $\varphi_{\rm ext}$  sowie des quasi-statischen Anteils des durch Abschirmströme verursachten Flusses  $\varphi_{\rm scr}$  besteht. Bis heute konnte aufgrund der impliziten Form von Gleichung 3.33 keine analytische Gleichung für die effektive Abschlussinduktivität  $L_{\rm T,eff}$  gefunden werden. In bestimmten Fällen ist jedoch die Herleitung von Näherungslösungen möglich.

**Für geringe Auslesungsleistungen** und damit geringe Ströme  $I_{\rm T}$  im Resonator kann der hochfrequente Fluss  $\varphi_{\rm rf}$  im SQUID und damit der Term  $\varphi_{\rm rf} \sin(\omega t)$  in Gleichung 3.33 vernachlässigt werden ( $\varphi_{\rm rf} \rightarrow 0$ ). In diesem Fall kann für ein nichthysteretisches SQUID ( $\beta_{\rm L} < 1$ ) eine effektive Induktivität

$$L_{\rm T,eff}(\varphi_{\rm dc}) = L_{\rm T} - \frac{M_{\rm T}^2}{L_{\rm S}} \frac{\beta_{\rm L} \cos\left(\varphi_{\rm dc}\right)}{1 + \beta_{\rm L} \cos\left(\varphi_{\rm dc}\right)}$$
(3.36)

der Abschlussinduktivität hergeleitet werden. Hieraus ergibt sich nach Gleichung 3.35 unter Verwendung einer Taylor-Entwicklung erster Ordnung eine Resonanzfrequenz von

$$f_{\rm r}(\varphi_{\rm dc}) \approx f_0 - 4f_0^2 \left[ C_{\rm c} Z_0 + \frac{L_{\rm T}}{Z_0} - \frac{M_{\rm T}^2}{Z_0 L_{\rm S}} \frac{\beta_{\rm L} \cos\left(\varphi_{\rm dc}\right)}{1 + \beta_{\rm L} \cos\left(\varphi_{\rm dc}\right)} \right]$$
(3.37)

und somit eine maximale Verschiebung der Resonanzfrequenz von

$$\Delta f_{\rm r}^{\rm max} \approx \frac{4f_0^2 M_{\rm T}^2}{Z_0 L_{\rm S}} \frac{2\beta_{\rm L}}{1 - \beta_{\rm L}^2} \quad . \tag{3.38}$$

Im allgemeinen Fall kann für beliebige Werte des hochfrequenten Flusses  $\varphi_{\rm rf}$ und somit unter Berücksichtigung aller Flussbeiträge eines nicht-hysteretischen rf-SQUIDs ( $\beta_{\rm L} < 1$ ) eine Näherungslösung für die Abschlussinduktivität  $L_{\rm T,eff}$  gefunden werden. Hierfür wird für den Suprastrom  $I_{\rm S}(t)$  im rf-SQUID eine Taylor-Entwicklung für den Abschirmparameter  $\beta_{\rm L}$  durchgeführt. Die über eine Taylor-Entwicklung zweiter Ordnung gefundene effektive Abschlussinduktivität [Weg18]

$$L_{\rm T,eff}(\varphi_{\rm dc},\varphi_{\rm rf}) = L_{\rm T} - \frac{M_{\rm T}^2}{L_{\rm S}} \frac{\beta_{\rm L} \sum_i p_i}{32\varphi_{\rm rf}}$$
(3.39)

mit den Summenbeiträgen

$$p_{1} = -64 \cos \left(\varphi_{dc}\right) J_{1}\left(\varphi_{rf}\right)$$

$$p_{2} = 8\beta_{L}^{2} \cos \left(\varphi_{dc}\right) J_{1}\left(\varphi_{rf}\right)$$

$$p_{3} = -4\beta_{L}^{4} \cos \left(\varphi_{dc}\right) J_{1}\left(\varphi_{rf}\right)$$

$$p_{4} = 32\beta_{L} \cos \left(2\varphi_{dc}\right) J_{1}\left(2\varphi_{rf}\right)$$

$$p_{5} = -8\beta_{L}^{3} \cos \left(2\varphi_{dc}\right) J_{1}\left(2\varphi_{rf}\right)$$

$$p_{6} = -24\beta_{L}^{2} \cos \left(3\varphi_{dc}\right) J_{1}\left(3\varphi_{rf}\right)$$

$$p_{7} = 10\beta_{L}^{4} \cos \left(3\varphi_{dc}\right) J_{1}\left(3\varphi_{rf}\right)$$

$$p_{8} = 20\beta_{L}^{3} \cos \left(4\varphi_{dc}\right) J_{1}\left(4\varphi_{rf}\right)$$

$$p_{9} = -18\beta_{L}^{4} \cos \left(5\varphi_{dc}\right) J_{1}\left(5\varphi_{rf}\right)$$

enthält die Bessel-Funktionen  $J_1$  erster Gattung [Han73]. Für diesen Fall kann die Resonanzfrequenz mit

$$f_{\rm r}(\varphi_{\rm dc},\varphi_{\rm rf}) \approx f_0 - 4f_0^2 \left( C_{\rm c}Z_0 + \frac{L_{\rm T}}{Z_0} - \frac{M_{\rm T}^2}{Z_0 L_{\rm S}} \frac{\beta_{\rm L}\sum_i p_i}{32\varphi_{\rm rf}} \right)$$
(3.40)

beschrieben werden. Die maximale Resonanzfrequenzverschiebung ist dabei von dem hochfrequenten Fluss  $\varphi_{\rm rf}$  im SQUID und somit von der verwendeten Auslesungsleistung abhängig.

Unabhängig vom verwendeten Modell wird, wie in Abbildung 3.6(b) dargestellt, die Information des magnetischen Flusses im SQUID bei einem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer in einer Transmission  $|S_{21}|$  des zur Auslesung verwendeten hochfrequenten Signals kodiert. Hierbei ist die Wahl eines geeigneten Verhältnisses zwischen der maximalen Resonanzfrequenzverschiebung  $\Delta f_r^{max}$  und der Bandbreite des Resonators  $\Delta f$  entscheidend. Der Quotient wird dabei häufig als

$$\eta = \frac{\Delta f_{\rm r}^{\rm max}}{\Delta f} \tag{3.41}$$

bezeichnet. Wird der Parameter  $\eta$  zu groß gewählt, treten auf der Kennlinie der Transmission  $|S_{21}(\Phi_{dc})|$  flussinsensitive Bereiche auf. Wird er zu klein gewählt, führt dies zu einer reduzierten Signalamplitude. Ein guter Kompromiss zwischen beiden Fällen konnte in der Vergangenheit mit Werten von  $\eta \approx 0.8$  [Mat17] bis  $\eta \approx 1.0$ [Weg18] erzielt werden.

Wird, wie in den Abschnitten 2.3 und 3.4 erläutert, der Mikrowellen-SQUID-Multiplexer mit einem metallischen magnetischen Kalorimeter verbunden, werden die Detektorsignale über den entstehenden supraleitenden Flusstransformator in das SQUID eingekoppelt. Dieser supraleitende Flusstransformator führt dabei zu einer Abschirmung der Induktivität  $L_{\rm S}$  des rf-SQUIDs, sodass sich gegenüber der geometrischen Schleifeninduktivität  $L_{\rm S}$  eine reduzierte effektive Schleifeninduktivität

$$L_{\rm S,eff} = L_{\rm S} - \frac{2M_{\rm in}^2}{L_{\rm det} + 2(L_{\rm in} + L_{\rm par})}$$
(3.42)

ergibt [Weg18]. Die abschirmende Wirkung des supraleitenden Flusstransformators wirkt sich ebenfalls auf Gegeninduktivität  $M_{\rm T}$  aus, welche in diesem Fall einen effektiven Wert von

$$M_{\rm T,eff} = M_{\rm T} - \frac{2M_{\rm in}M_{\rm in-T}}{L_{\rm det} + 2(L_{\rm in} + L_{\rm par})}$$
(3.43)

annimmt. Wie in Abbildung 3.5 dargestellt, wird zudem häufig parallel zur Einkoppelspule  $L_{\rm in}$  ein Filterwiderstand  $R_{\rm f}$  innerhalb des Flusstransformators verwendet, welcher gemeinsam mit der Einkoppelspule  $L_{\rm in}$  und den beiden Detektionsspulen  $L_{\rm det}$  einen Tiefpass erster Ordnung mit der Grenzfrequenz

$$f_{\rm LP} = \frac{R_{\rm f}}{2\pi} \frac{L_{\rm det} + 2(L_{\rm in} + L_{\rm par})}{L_{\rm in}(L_{\rm det} + 2L_{\rm par})}$$
(3.44)

bildet [Weg18]. Hierdurch kann ein Übersprechen der hochfrequenten Ströme  $I_{\rm T}$  im Resonator über die induktiven Kopplungen  $M_{\rm T}$  und  $M_{\rm in}$  in den Detektor unterdrückt werden. Die Grenzfrequenz  $f_{\rm LP}$  sollte dabei derart gewählt sein, dass einerseits die hochfrequenten Signale zuverlässig gedämpft werden, andererseits jedoch eine Degradierung der Signalanstiegszeiten von Detektorereignissen vermieden wird. Auf der anderen Seite führt dieser Widerstand jedoch ebenfalls zu dissipativen Verlusten, wodurch eine Reduzierung der intrinsischen Güte des Resonators möglich ist [Weg18].

### 3.6 Rauschbeiträge

Wie bei der Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern mit einem zweistufigen SQUID-Aufbau können die bei der Auslesung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers auftretenden Rauschbeiträge in einen frequenzunabhängigen Anteil sowie einen 1/f-artigem Anteil aufgeteilt werden.

Aufgrund der sehr geringen optimalen Auslesungsleistungen, welche für den in dieser Arbeit entwickelten Mikrowellen-SQUID-Multiplexer im Bereich von  $P \approx -70 \,\mathrm{dBm}$ liegen, ist für eine Bestimmung der Transmission  $|S_{21}|^2$  eine Verstärkung der Auslesungssignale notwendig. Hierfür wird typischerweise ein sehr rauscharmer und bei tiefen Temperaturen betriebener HEMT-Verstärker<sup>1</sup> eingesetzt, welcher die Leistungen der Auslesungssignale derart verstärkt, dass das thermische Rauschen bei Raumtemperatur das gemessene Flussrauschen nicht mehr merklich beeinflusst. Das Spannungsrauschen dieses HEMT-Verstärkers dominiert typischerweise den frequenzunabhängigen Anteil des gemessenen Flussrauschens, welcher über

$$\sqrt{S_{\Phi,\text{HEMT}}} \approx \sqrt{\frac{k_{\text{B}}T_{\text{N,\text{HEMT}}}Z_{0}L_{\text{S,eff}}^{2}}{8\pi Q_{\text{c}}J_{1}^{2}(\varphi_{\text{rf}})\beta_{\text{L,eff}}^{2}M_{\text{T,eff}}^{2}}\frac{f_{\text{r}}^{2}}{f_{0}^{4}}\left(1-\frac{Q_{\text{l}}}{Q_{\text{i}}}\right)^{-2}}$$
(3.45)

abgeschätzt werden kann [Weg18]. Dabei stellt  $T_{N,HEMT}$  die Rauschtemperatur des verwendeten HEMT-Verstärkers dar.

Darüber hinaus konnte in der Vergangenheit in der Arbeitsgruppe ein weiterer Rauschbeitrag mit 1/f-artigem Verhalten beobachtet werden [Weg18], welcher vermutlich aus atomaren Tunnelsystemen innerhalb der Resonatoren resultiert. Durch Verwendung von Flussrampenmodulation, welche im folgenden Abschnitt 3.7 näher beschrieben wird, kann dieser Beitrag jedoch unterdrückt werden [Leh07, Mat12].

Ferner treten weitere Rauschbeiträge beispielsweise aufgrund des thermischen Rauschens des Filterwiderstands  $R_{\rm f}$  [Weg18] sowie des intrinsischen Rauschens des rf-SQUIDs aufgrund fundamentaler SQUID-Eigenschaften [Ryh89] auf, welche jedoch gegenüber dem Rauschen des HEMT-Verstärkers vernachlässigbar sind [Weg18].

### 3.7 Linearisierung des Ausgangssignals mittels Flussrampenmodulation

Wie in Abbildung 3.6(b) dargestellt, weist die flussabhängige Transmission  $|S_{21}|$  eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers aufgrund der charakteristischen Periodizität eine nichtlineare Kennlinie auf. Die Periodizität führt dazu, dass lediglich in einem kleinen Bereich um den in grün eingezeichneten, beispielhaften Arbeitspunkt ein linearer Zusammenhang zwischen dem von außen eingeprägten Fluss  $\Phi_{dc}$  im rf-SQUID und der Transmission  $|S_{21}|$  besteht. Um bei der Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern die Linearität des Detektors zu erhalten, wäre beispielsweise die Stabilisierung des Arbeitspunktes mittels einer flussrückkoppelnden Schaltung möglich. Diese würde jedoch für die Einstellung und Stabilisierung des Arbeitspunktes für jeden Kanal zusätzliche Leitungen von der Raumtemperaturelektronik zum Mikrowellen-SQUID-Multiplexer erfordern und somit den Vorteil des Multiplexverfahrens aufheben. Da metallische magnetische Kalorimeter jedoch eine sehr hohe Linearität zwischen einem Energieeintrag und dem resultierenden Ausgangssignal

 $<sup>^{1}</sup>$ Abkürzung für High Electron Mobility Transistor



Abb. 3.8: Darstellung des Prinzips der Flussrampenmodulation anhand von Messungen an einem dc-SQUID. a) Sägezahnförmiger Modulationsstrom  $I_{\text{mod}}$  in der Modulationsspule und b) die daraus resultierende Signalamplitude A. In blauer Farbe ist die Situation für einen externen magnetischen Fluss von  $\Phi_{\text{ext}} = 0$ , in roter Farbe die Situation für einen externen magnetischen Fluss  $\Phi_{\text{ext}} > 0$  dargestellt, welche durch einen Offset des Modulationsstroms simuliert wird. c) Der aus der Phasenverschiebung  $\Delta \phi$  bestimmte Fluss  $\Phi_{\text{mess}}$ als Funktion des externen Flusses  $\Phi_{\text{ext}}$  zeigt einen linearen Zusammenhang, welcher durch die numerische Anpassung einer linearen Funktion verdeutlicht wird.

aufweisen, ist deren Auslesung mit einem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer und einer Methode, welche diese Linearität erhält, notwendig.

Zur Beibehaltung dieser Linearität bei der Auslesung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers wird typischerweise die Methode der Flussrampenmodulation verwendet [Mat12], deren Prinzip in Abbildung 3.8 dargestellt ist. Die Flussrampenmodulation basiert auf der Injektion eines sägezahnförmigen Modulationsstroms  $I_{\rm mod}$  in der in Abbildung 3.5 dargestellten Modulationsspule. Die Repititionsrate des Modulationsstroms wird deutlich größer als die Bandbreite der zu messenden Detektorsignale gewählt, sodass der externe magnetische Fluss  $\Phi_{\text{ext}}$  im Zeitfenster einer Periode des Modulationsstroms als quasi-statisch betrachtet werden kann. Die Amplitude des Modulationsstroms ist dabei derart gewählt, dass im SQUID mehrere Flussquanten induziert werden. Auf diese Weise kann im Zeitfenster einer Flussrampe eine periodische Signalamplitude A gemessen werden, welche im Fall eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers die Transmission  $|S_{21}|$  darstellt und dessen Form von den gewählten Parametern des Multiplexers abhängt. Wird nun beispielsweise aufgrund eines Detektorsignals ein innerhalb der Modulationsperiode quasi-statischer Fluss  $\Delta \Phi_{\text{ext}}$  im rf-SQUID induziert, welcher in Abbildung 3.8(a) durch einen Offset des Modulationsstroms dargestellt wird, führt dies zu einer Phasenverschiebung  $\Delta \phi$ des periodischen Verlaufs der Transmission  $|S_{21}|$  im Zeitfenster der Flussrampe. Diese Phasenverschiebung  $\Delta \phi$  ist linear mit dem induzierten externen magnetischen Fluss  $\Delta \Phi_{\text{ext}}$  im rf-SQUID verbunden und stellt daher ein geeignetes Maß für die linearisierte Auslesung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers dar.

Zur Bestimmung der Phase  $\phi$  kann die Methode des digitalen Heruntermischens verwendet werden. Dabei wird zunächst die Frequenz  $\omega_c$  der periodischen Transmission  $|S_{21}|$  bestimmt, welche die Trägerfrequenz darstellt. Anschließend kann die Phase mittels

$$\phi = \arctan\left(\frac{\sum_{i} x_{i} \sin\left(\omega_{c} t_{i}\right)}{\sum_{i} x_{i} \cos\left(\omega_{c} t_{i}\right)}\right)$$
(3.46)

berechnet werden [Mat12], wobei  $x_i$  die gemessenen Transmissionswerte darstellen und die Summe über eine Periode des Modulationsstroms verläuft. Zur Vermeidung von Nichtlinearitäten ist es dabei erforderlich, die Messwerte  $x_i$  vor der Summation auf ein Fenster mit einer ganzzahligen Anzahl von Perioden einzuschränken. Häufig werden dabei Messwerte zu Beginn der Flussrampe entfernt, um ein Abklingen von Transienten, die für Flussrampen auftreten, deren Amplitude von einer ganzzahligen Anzahl von Flussquanten abweicht, zu ermöglichen. Durch die Wahl einer Amplitude des Modulationsstroms, welche eine ganzzahlige Anzahl von Flussquanten im rf-SQUID induziert, können die Transienten jedoch im Idealfall vollständig vermieden werden. Aus der erhaltenen Phasendifferenz  $\Delta \phi$  kann anschließend über

$$\Phi_{\rm ext} = \frac{\Delta\phi}{2\pi} \Phi_0 \tag{3.47}$$

die Amplitude des eingekoppelten magnetischen externen Flusses  $\Phi_{\text{ext}}$  im rf-SQUID berechnet werden.

Gegenüber der Auslesung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers an dem in Abbildung 3.6(b) dargestellten Arbeitspunkt mit dem maximalen Transferkoeffizienten

$$m_{\Phi}^{\max} = (\mathrm{d}|S_{21}(\varphi_{\mathrm{ext}})|/\mathrm{d}\varphi_{\mathrm{ext}})_{\varphi_{\mathrm{ext}}=\varphi_{\mathrm{opt}}}$$
(3.48)

führt die Verwendung von Flussrampenmodulation zu einer Degradierung des weiken Flussrauschens, da zur Phasenbestimmung ebenfalls über Messwerte  $x_i$  in nahezu flussinsensitiven Bereichen um die Extrema der periodischen Transmission  $|S_{21}|$ summiert wird. Der mittlere quadratische Transferkoeffizient kann dabei über

$$\overline{m_{\Phi}^2} = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \left( \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\varphi_{\mathrm{ext}}} |S_{21}(\varphi_{\mathrm{ext}})| \right)^2 \mathrm{d}\varphi_{\mathrm{ext}}$$
(3.49)

berechnet werden [Mat12]. Dies führt unter der Annahme eines flussunabhängigen Rauschens zu einer Degradierung des weißen Flussrauschens um den Faktor

$$b = \sqrt{\frac{(m_{\Phi}^{\max})^2}{\overline{m_{\Phi}^2}}} \quad . \tag{3.50}$$



**Abb. 3.9:** Schematische Darstellung möglicher Ursachen eines ausleseinduzierten Übersprechens bei einem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer, wie (a) einem direkten induktiven Übersprechen der Einkoppelspule, (b) der Kopplung von harmonischen Oszillatoren, (c) des lorentzförmigen Verlaufs der Resonanz oder (d) der Nichtlinearitäten der nachgeschalteten Signalkette (nach [Mat19]).

Wird darüber hinaus zur Summierung über eine ganzzahlige Anzahl von Perioden lediglich ein Anteil  $\alpha$  der Messwerte innerhalb einer Flussrampe zur Phasenbestimmung verwendet, so führt dies zu einer gesamten Degradierung des weißen Flussrauschens um den Faktor  $b/\sqrt{\alpha}$ . Im Falle eines sinusförmigen Verlaufs der Transmission  $|S_{21}|$  ergibt sich so ein Faktor  $\sqrt{2/\alpha}$ . Für andere Verläufe der Transmission ist dieser Wert erhöht [Sch20]. Da aufgrund der Modulation die Detektorsignale im rf-SQUID auf höhere Trägerfrequenzen  $\omega_c$  aufmoduliert werden, kann jedoch niederfrequentes Rauschen, welches in der Signalkette nach dem SQUID auftritt, durch die Verwendung von Flussrampenmodulation unterdrückt werden [Mat12]. Dies ist beispielsweise für niederfrequente Rauschbeiträge von Tunnelsystemen im Resonator oder ein 1/f-artiges Rauschen des HEMT-Verstärkers der Fall.

# 3.8 Auslese-induziertes Übersprechen zwischen den Kanälen und Multiplexfaktor

Einen wichtigen Parameter eines jeden Multiplexverfahrens stellt die Stärke des Übersprechens zwischen verschiedenen Kanälen bei simultaner Auslesung dar. Bei der Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern kann ein Übersprechen als scheinbare, niederenergetische Detektorereignisse in benachbarten Kanälen interpretiert werden, die ein gemessenes Spektrum verfälschen würden. Zudem führt ein Übersprechen bei Pulsen in benachbarten Kanälen, welche sich zeitlich überschneiden, zu einer Degradierung der Energieauflösung. Um diese Degradierung unterhalb der angestrebten Energieauflösung zu halten, wird für das ECHo-Experiment ein Übersprechen von unter 0,1 % angestrebt [Weg18]. Für einen Mikrowellen-SQUID-Multiplexer kommen dabei vier unterschiedliche Ursachen für ein Übersprechen, wie in Abbildung 3.9 schematisch dargestellt, in Betracht [Hir17, Mat19]: Prinzipiell ist es für einen Strom  $\delta I_{in}$  in der Einkoppelspule eines rf-SQUIDs möglich, über eine schwache induktive Kopplung ebenfalls im rf-SQUID des benachbarten Kanals einen magnetischen Fluss zu induzieren. Aufgrund des gradiometrischen Aufbaus der rf-SQUIDs ist dieses Übersprechen jedoch lediglich in sehr geringem Umfang möglich. Weiterhin ist ein elektromagnetisches Übersprechen zwischen benachbarten Resonatoren möglich, welche in diesem Fall als System schwach gekoppelter harmonischer Resonatoren beschrieben werden können. Dies tritt verstärkt für Resonatoren mit eng beieinanderliegenden Resonanzfrequenzen auf. Bei beiden Mechanismen handelt es sich um ein räumliches Übersprechen, welches für zwei räumlich benachbarte Resonatoren am stärksten ausgeprägt ist und durch eine Erhöhung des Abstands zweier Kanäle auf dem Chip reduziert werden kann.

Darüber hinaus ist ein Übersprechen im Frequenzraum möglich. Aufgrund des lorentzförmigen Verlaufs einer Resonanz tritt auch für Frequenzen, welche deutlich außerhalb der Bandbreite  $\Delta f$  des Resonators liegen, eine geringfügige, flussabhängige Transmission auf. Dies führt zu einem Übersprechen auf Resonatoren mit benachbarten Resonanzfrequenzen, deren Transmissionen in diesem Fall nicht mehr ausschließlich vom Flusszustand des eigenen rf-SQUIDs abhängig sind. Entscheidend für das Maß des Übersprechens ist dabei der Quotient  $\Delta n = (f_i - f_{i-1})/\Delta f$  aus dem Abstand der Resonatoren im Frequenzraum und deren Bandbreite. Es konnte mittels einer Simulation gezeigt werden, dass für einen Wert  $\Delta n > 10$  ein Übersprechen durch diesen Mechanismus von unter 0,1 % erreicht werden kann [Weg18]. Hieraus folgt direkt eine Limitierung der in einem bestimmten Frequenzband  $\Delta f_{\rm sys}$  möglichen Kanäle und damit des durch die Auslesung mittels eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers erreichbaren Multiplexfaktors. Für eine Resonatorbandbreite von  $\Delta f = 1 \text{ MHz}$ , einen Quotienten  $\Delta n = 10$  sowie ein Frequenzband von  $\Delta f_{sys} = 4 \text{ GHz}$ , welches durch die Bandbreite der typischerweise verwendeten HEMT-Verstärker zwischen 4 GHz und 8 GHz bestimmt wird, ergibt sich so ein maximal erreichbarer Multiplexfaktor von

$$n = \frac{\Delta f_{\text{sys}}}{\Delta n \cdot \Delta f} = 400 \quad . \tag{3.51}$$

Ferner kann ein Übersprechen durch Nichtlinearitäten in der nachgeschalteten Signalkette auftreten. Wird ein Mikrowellen-SQUID-Multiplexer zeitgleich mit mehreren Auslesungsfrequenzen ausgelesen, so können aufgrund von Nichtlinearitäten in Hochfrequenzbauteilen Mischungsprodukte entstehen, welche auch als Intermodulationsprodukte bezeichnet werden. Diese treten besonders häufig bei der Verwendung von Verstärkern auf der Empfangsseite auf, welche für hohe Leistungen keinen streng linearen Zusammenhang zwischen Eingangsleistung und Ausgangsleistung aufweisen. Stimmt die Frequenz eines Intermodulationsprodukts mit einer Auslesungsfrequenz eines Kanals überein oder liegt es für die Bestimmung der Transmission mit ununterscheidbarem Abstand daneben, tritt ein Übersprechen mit den für das Intermodulationsprodukt ursächlichen Kanälen auf. Die Amplitude der Intermodulationsprodukte und damit das Übersprechen skaliert dabei linear mit der verwendeten Auslesungsleistung [Mat19]. Im Falle von sehr vielen Auslesungsfrequenzen und zahlreichen Intermodulationsprodukten können diese ebenfalls zu einer Erhöhung des weißen Rauschniveaus führen.

## 3.9 Auslesung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers mittels Software-Defined-Radio

Für den Betrieb eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers ist, wie in Abschnitt 3.4 beschrieben, eine zeitgleiche Transmissionsmessung für jeden Kanal mit jeweils einer individuellen und geeigneten Auslesungsfrequenz erforderlich. Vor diesem Hintergrund wäre eine Auslesung prinzipiell über die unter anderem in [Weg18] beschriebene Methode der homodynen Auslesung möglich. Zur Auslesung eines Kanals wird bei dieser Methode ein Auslesungssignal mit geeigneter Frequenz durch einen Signalgenerator erzeugt. Die Auslesungssignale aller Signalgeneratoren werden anschließend in einem Kabel kombiniert und in den Port 1 des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers eingespeist. Nachdem die Flusszustände der rf-SQUIDs durch den Mikrowellen-SQUID-Multiplexer auf die Auslesungssignale aufgeprägt wurden, werden die Signale bei Raumtemperatur wieder aufgetrennt und für jeden Kanal mit einem individuellen Bandpass gefiltert. Anschließend wird jedes einzelne Auslesungssignal bei Raumtemperatur über einen Mischer in das Basisband um f = 0 Hz heruntergemischt und digitalisiert. Da diese Methode für jeden auszulesenden Kanal jedoch unter anderem einen Signalgenerator sowie einen Mischer erfordert, ist die Auslesung großer Arrays aus metallischen magnetischen Kalorimetern nur mit sehr großem Aufwand möglich.

Eine alternative Auslesungsmethode stellt dabei die software-basierte Generierung und Analyse der Auslesungssignale dar, welche als Software-Defined-Radio bekannt ist und in der Nachrichtentechnik weit verbreitet eingesetzt wird. Dieses Verfahren kann für Auslesung von Tieftemperaturdetektoren genutzt werden, wie erstmals für die Auslesung von kinetischen Induktivitätsdetektoren gezeigt wurde [Maz06]. Obwohl Software-Defined-Radio inzwischen routinemäßig zur Auslesung von Phasenübergangsdetektoren mittels eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers eingesetzt wird [Mat17, Gar18, Alp19], wurde dessen Eignung für die Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern aufgrund der deutlich schnelleren Signalanstiegszeiten  $\tau_0$ und den daraus resultierenden höheren Anforderungen an die Raumtemperaturelektronik bisher nicht demonstriert.

In Abbildung 3.10 ist das Grundprinzip der Auslesung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers mittels Software-Defined-Radio dargestellt. Es basiert typischerweise



Abb. 3.10: Prinzip der Auslesung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers mittels Software-Defined-Radio. Der Frequenzkamm wird im MHz-Bereich mittels eines Digital-Analog-Wandlers generiert und mit einem IQ-Mischer unter Verwendung eines Lokaloszillators in das Hochfrequenzband im GHz-Bereich hochgemischt. Nach der Modulation wird das Signal mit der gleichen Methode wieder ins Basisband heruntergemischt und mittels eines Analog-Digital-Wandlers digitalisiert. Die Steuerung der Wandler sowie die weitere Datenverarbeitung erfolgt durch ein FPGA. Weitere Details sind im Text zu finden.

auf einer FPGA<sup>2</sup>-basierten Elektronik, welche mit einem Digital-Analog-Wandler (DAC) sowie einem Analog-Digital-Wandler (ADC) mit jeweils 2 unabhängigen Ausbeziehungsweise Eingängen verbunden ist. Der DAC erlaubt dabei die Generierung beliebig geformter Ausgangssignale und ermöglicht so die Erzeugung eines Frequenzkamms, welcher bei der homodynen Auslesung mehrere individuelle Signalgeneratoren erfordern würde. Aufgrund der typischen Auslesungsfrequenzen eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers im Bereich von 4-8 GHz wären für die Generierung eines Frequenzkamms in diesem Frequenzbereich jedoch DACs mit sehr großen Bandbreiten erforderlich, welche mit den erforderlichen Signal-Rausch-Verhältnissen nicht erhältlich sind. Daher wird ein Frequenzkamm mit an den Mikrowellen-SQUID-Multiplexer angepassten Frequenzabständen zunächst im MHz-Band generiert und anschließend über einen analogen Mischer mit Hilfe eines Lokaloszillators in das GHz-Band hoch-

 $<sup>^{2}</sup>$ Abkürzung für Field Programmable Gate Array

gemischt. Während ein einzelner Mischer jedoch lediglich die effektive Nutzung des Frequenzbereiches auf einer Seite der Frequenz des Lokaloszillators ermöglicht, können durch die Verwendung eines IQ-Mischers die Frequenzbereiche auf beiden Seiten des Lokaloszillators für die Auslesung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers verwendet und auf diese Weise die Anzahl der mit einem Lokaloszillator auslesbaren Kanäle verdoppelt werden.

Die vom DAC am I-Ausgang generierten Frequenzen der Träger ergeben sich bei der Verwendung eines IQ-Mischers aus den Beträgen der Differenzen von der gewünschten Auslesungsfrequenzen und der Frequenz des Lokaloszillators. Je nachdem, ob der Träger im GHz-Band ober- oder unterhalb des Lokaloszillators erscheinen soll, wird der Träger am Q-Ausgang des DACs mit einer Phasendifferenz von +90° oder -90° gegenüber des I-Ausgangs bei gleicher Frequenz generiert. Abhängig von der Phasenbeziehung eines Trägers zwischen dem I- und Q-Ausgang des DACs kann die Frequenz eines Trägers so als positive oder negative Frequenz betrachtet werden. In Abbildung 3.10 wird dies durch positive oder negative Amplituden der einzelnen Träger des Frequenzkamms im MHz-Band schematisch dargestellt.

Anschließend wird der Frequenzkamm im MHz-Band durch einen IQ-Mischer unter Verwendung eines Lokaloszillators in das GHz-Band hochgemischt. Nach Dämpfung der Amplitude jeder Auslesungsfrequenz durch den Mikrowellen-SQUID-Multiplexer entsprechend dem magnetischen Flusszustand im jeweiligen rf-SQUID wird der Frequenzkamm über einen zweiten IQ-Mischer unter Verwendung desselben Lokaloszillators wieder in das MHz-Band heruntergemischt. Die an den I- und Q-Ausgängen des IQ-Mischers ausgegebenen Trägerfrequenzen im MHz-Band entsprechen daher den Trägerfrequenzen auf der Sendeseite. Darüber hinaus geben die Phasendifferenzen zwischen dem I- und Q-Ausgang vergleichbar zur Sendeseite an, ob ein Träger im GHz-Band ober- oder unterhalb der Frequenz des Lokaloszillators lag. Die Signale der I- und Q-Komponente werden anschließend mit dem ADC digitalisiert und an die FPGA-basierte Elektronik übergeben. Diese separiert zunächst durch die Anwendung digitaler Bandpassfilter die einzelnen Träger und führt anschließend eine Bestimmung der Amplitude jedes Trägers durch [Kar20].

# 4. Entwurf und Herstellung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers mit 16 Kanälen

In diesem Kapitel soll das Design des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Mikrowellen-SQUID-Multiplexers sowie dessen Herstellung im institutseigenen Reinraum beschrieben werden. Hierfür wird zunächst die Geometrie der verwendeten Mikrowellenresonatoren erläutert, bevor das Design des entwickelten rf-SQUIDs im Detail diskutiert wird. Zudem werden die zur Herstellung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers mittels Methoden der Mikrofabrikation durchgeführten Produktionsschritte beschrieben.

### 4.1 Geometrie der Mikrowellenresonatoren

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Mikrowellenresonatoren bestehend aus koplanaren Wellenleitern verwendet, welche auf den in [Weg18] ausführlich beschriebenen Resonatoren basieren. Die Durchgangsleitung weist eine Streifenbreite von  $s = 15 \,\mu\text{m}$  auf und ist auf beiden Seiten durch Spalte der Breite  $w = 10 \,\mu\text{m}$  von den Masseflächen getrennt. Bei den Mikrowellenresonatoren wurde eine Streifenbreite von  $s = 10 \,\mu\text{m}$ sowie eine Spaltbreite von  $w = 6 \,\mu\text{m}$  verwendet. Für diese geometrischen Abmessungen wird auf einem Substrat aus Silizium mit einer Permittivität von  $\epsilon_r = 11,9$ eine charakteristische Impedanz der Durchgangsleitung und der Resonatoren von  $Z_0 = 50 \,\Omega$  erreicht. Da jedoch aus fertigungstechnischen Gründen ein Substrat mit einer Beschichtung aus 255 nm thermisch erzeugtem Oxid verwendet wurde, führt dies aufgrund der geringeren Permittivität von SiO<sub>2</sub> zu einer leicht reduzierten effektiven Permittivität des Substrats und daher zu einer charakteristischen Impedanzen von etwa  $Z_0 = 54 \,\Omega$  [Kem12, Weg18]. Gegenüber den charakteristischen Impedanzen der übrigen Hochfrequenzbauteile des experimentellen Aufbaus von  $Z_0 = 50 \,\Omega$  tritt daher eine geringfügige Fehlanpassung auf, welche jedoch vernachlässigbar ist.

In Abbildung 4.1(a) ist eine fotografische Aufnahme des entwickelten Mikrowellen-SQUID-Multiplexers dargestellt. Im oberen Bereich des Chips ist der Verlauf der Durchgangsleitung sichtbar, welche im Bereich der Ecken in Kontaktierungsflächen für die hochfrequenten Auslesungssignale mündet. Im Bereich unterhalb der Durchgangsleitung befinden sich die Mikrowellenresonatoren, welche als  $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren ausgeführt sind und zur Reduzierung der Chipgröße eine posaunenartige Struktur aufweisen. Sämtliche Komponenten eines Auslesungskanals sind dabei übereinander angeordnet, so dass die auf einem Chip befindliche Kanalanzahl prinzipiell



**Abb. 4.1:** a) Fotografische Aufnahme des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten und hergestellten Mikrowellen-SQUID-Multiplexer sowie lichtmikroskopische Aufnahmen b) der kapazitiven Kopplung eines Resonators an die Durchgangsleitung und c) der Abschlussinduktivität eines Resonators mit induktiver Kopplung an ein rf-SQUID.

bei Bedarf über die im Rahmen dieser Arbeit hergestellten 16 Kanäle hinaus skaliert werden kann. Wie in Abbildung 4.1(b) dargestellt, ist die Kopplungskapazität  $C_{\rm c}$ zwischen der Durchgangsleitung und einem Resonator mittels einer Interdigitalkapazität realisiert. Die Kopplungskapazität wurde dabei für jeden Resonator derart angepasst, dass für den Fall hoher intrinsischer Güten des Resonators  $(Q_i \to \infty)$  eine Bandbreite von  $\Delta f = 1 \text{ MHz}$  erreicht wird. Die Masseflächen auf beiden Seiten der Durchgangsleitung sind auf beiden Seiten der Kopplungskapazität mit Massebrücken verbunden, welche selbst keinen Kontakt zur Durchgangsleitung aufweisen. Hierdurch können Potentialunterschiede der Masseflächen auf beiden Seiten des Wellenleiters reduziert und somit eine Wellenausbreitung in der unerwünschten gekoppelten Schlitzleitungsmode unterdrückt werden. Die Wellenausbreitung in der gekoppelten Schlitzleitungsmode wird an dieser Stelle durch den asymmetrischen Aufbau der an die Durchgangsleitung angrenzenden Masseflächen im Bereich der Kopplungskapazität sowie durch Potentialdifferenzen auf beiden Seiten eines Wellenleiters begünstigt und kann zu erhöhten Abstrahlungsverlusten führen [Che14, Wil16, Her17]. Aufgrund des asymmetrischen Aufbaus wurde dort auf Basis einer Simulation mit dem Programm Sonnet<sup>1</sup> zudem die Streifenbreite der Durchgangsleitung reduziert, um ei-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Sonnet Software, Syracuse, New York, USA

ne Impedanzänderung und somit Reflexionen der Auslesungssignale zu minimieren. Da die Mikrowellenresonatoren und die Masseflächen aus Niob und damit aus einem Supraleiter zweiter Art hergestellt werden, kann das Material im supraleitenden Zustand von magnetischen Flussschläuchen durchdrungen werden. Diese magnetischen Flussschläuche können aufgrund von Lorentzkräften Bewegungen ausführen, welche zu Dissipation und somit zu einer Reduzierung der intrinsischen Güten der Resonatoren führen können [Man16, Chi16]. Zur Vermeidung dieser Bewegungen wurden die Masseflächen mit zahlreichen Löchern versehen, welche zu einer Lokalisierung der magnetischen Flussschläuche führen.

Die Länge der Resonatoren ist derart gewählt, dass deren unbelasteten Resonanzfrequenzen  $f_0$  zwischen 4,5 GHz und 4,8 GHz bei einem Frequenzabstand von 20 MHz liegen. Dies führt für die unbelasteten Resonatoren zu einem Quotienten aus Frequenzabstand und Bandbreite der Resonatoren von  $\Delta n = (f_i - f_{i-1})/\Delta f = 20$  und damit zu einem erwarteten Übersprechen aufgrund des in Abschnitt 3.8 diskutierten lorentzförmigen Verlaufs der Resonanzen von deutlich unter 0,1 %. Um ein räumliches Übersprechen zwischen zwei benachbarten Resonatoren zu reduzieren, sind die Resonatoren räumlich in einem Abstand angeordnet, welcher der knapp 60-fachen Breite eines Innenleiters entspricht. Zudem sind die Resonatoren nicht mit aufsteigender Resonanzfrequenz angeordnet. Stattdessen wurden die Resonatoren jeweils Gruppen von 4 benachbarten Resonatoren eingeteilt und diese innerhalb der Gruppe permutiert. Auf diese Weise kann die Differenz der Resonanzfrequenzen benachbarter Resonatoren vergrößert werden, welches ebenfalls ein räumliches Übersprechen

In Abbildung 4.1(c) ist das untere Ende eines Mikrowellenresonators dargestellt, welches über die Abschlussinduktivität  $L_{\rm T}$  mit der Masse verbunden ist. Die Abschlussinduktivität  $L_{\rm T}$  ist dabei induktiv an das rf-SQUID gekoppelt, das im folgenden Abschnitt näher erläutert wird.

### 4.2 Beschreibung des entwickelten SQUID-Designs

Für die optimale Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern ist eine Anpassung des verwendeten SQUID-Designs an den Detektor erforderlich.

In Abbildung 4.2(a) ist das in dieser Arbeit entwickelte rf-SQUID auf der linken Hälfte in Form einer Entwurfszeichnung und auf der rechten Hälfte in Form einer lichtmikroskopischen Aufnahme dargestellt. Ausgehend von dem im unteren Bereich mittig angeordneten Josephson-Kontakt besteht das SQUID, wie im vereinfachten Ersatzschaltbild in Abbildung 4.2(b) erkennbar, aus vier parallel verschalteten SQUID-Schleifen. Die beiden linken sowie die beiden rechten Schleifen sind



**Abb. 4.2:** a) Übersicht des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten rf-SQUIDs, welches auf der linken Hälfte in Form einer Entwurfszeichnung mit farblich umrandeten Spulen sowie auf der rechten Hälfte als lichtmikroskopische Aufnahme dargestellt ist. b) Vereinfachtes Ersatzschaltbild des rf-SQUIDs.

dabei spiegelsymmetrisch und bilden so ein Gradiometer erster Ordnung. Hierdurch werden Störungen aufgrund zeitlicher Variationen von homogenen externen Magnetfeldern stark unterdrückt. Soweit möglich, wurden die SQUID-Schleifen mit einer Streifenbreite von 5 µm ausgeführt, um das Auftreten von Flussschläuchen in den SQUID-Schleifen bei der Abkühlung im Erdmagnetfeld zu verhindern [Sta04, Foe12]. Wie anhand farblicher Markierungen in Abbildung 4.2(a) verdeutlicht ist, wurde jede der vier SQUID-Schleifen in drei Bereiche unterteilt, um eine induktive Ankopplung verschiedener Spulen zu ermöglichen, weshalb jede SQUID-Schleife über drei Löcher verfügt. Während des Entwicklungsprozesses wurden zur Optimierung der Induktivitäten und induktiven Kopplungen numerische Simulationen mit dem Programm InductEx<sup>2</sup> durchgeführt.

Die rot markierte Einkoppelspule, die bei der Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern einen Teil des supraleitenden Flusstransformators darstellt, verläuft um die mittleren und größten Löcher der SQUID-Schleifen. Hierdurch kann ein geometrischer Kopplungsfaktor von  $\kappa = 0.58$  erreicht werden. Zur Erreichung einer bestmöglichen Flusskopplung zwischen Detektionsspule und SQUID wurde die Induktivität der Einkoppelspule nach Gleichung 2.4 an den vorgesehenen Detektor angepasst. Hierfür wurde zunächst die Induktivität der Detektionsspule simuliert, welche einen Wert von  $L_{det} = 2,4$  nH ergab. Unter Verwendung der Beziehung  $M_{in} = \kappa \sqrt{L_{in}L_S}$  mit der Schleifeninduktivität des SQUIDs von  $L_S = 45,8$  pH und einer angenommenen parasitären Induktivität zweier Bonddrähte von  $L_{par} = 0,5$  nH [Fer15] kann gezeigt werden, dass mit der angepassten Induktivität der Einkoppel-

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>SUN Magnetics (Pty) Ltd, Stellenbosch, Südafrika

spule von  $L_{\rm in} \approx 1,6$  nH eine Flusskopplung von  $\delta \Phi_{\rm S}/\delta \Phi = 2,4\%$  erreicht wird. Aufgrund einer unteren Grenze der produktionstechnisch zuverlässig realisierbaren kritischen Ströme  $I_{\rm c}$  ist für die Herstellung eines nicht-hysteretischen rf-SQUIDs die Schleifeninduktivität  $L_{\rm S}$  begrenzt. Aus diesem Grund wurde die Einkoppelspule in zwei Windungen auf den SQUID-Schleifen angeordnet. Aufgrund des alternierenden Windungssinns benachbarter SQUID-Schleifen ist der Verlauf der Einkoppelspule über die parallel verschalten SQUID-Schleifen derart gewählt, dass eine konstruktive Einkopplung des magnetischen Flusses im SQUID erreicht wird. Zur Realisierung der dafür notwendigen Leitungskreuzungen zwischen den SQUID-Schleifen werden durch gezielte Aussparungen von Isolationsmaterial elektrisch leitende Übergänge, sogenannte Vias, zwischen den beiden leitenden Niob-Lagen verwendet. Die Zuleitung der Einkoppelspule ist in der sogenannten Stripline-Geometrie ausgeführt, um durch eine geringe Fläche zwischen beiden Leitungen parasitäre Induktivitäten im Flusstransformator zu minimieren.

Die grün markierte Modulationsspule verläuft derart um die unteren Löcher der SQUID-Schleifen, dass ebenfalls eine konstruktive Einkopplung des magnetischen Flusses erreicht wird. Da Einkoppelspule und Modulationsspule um unterschiedliche Löcher der SQUID-Schleife verlaufen und somit räumlich voneinander getrennt sind, kann eine geringe parasitäre Kopplung zwischen beiden Spulen mit einem geometrischen Kopplungsfaktor von  $\kappa_{in-mod} = 0.02$  erreicht werden. Auf diese Weise kann bei der Verwendung eines Modulationsstroms die Einkopplung eines magnetischen Flusses in der Einkoppelspule und damit im supraleitenden Flusstransformator minimiert werden.

Die induktive Kopplung des rf-SQUIDs an die Abschlussinduktivität des Resonators erfolgt im Bereich der orange markierten Bereiche der SQUID-Schleifen, welche über der Abschlussinduktivität des Resonators liegen. Aufgrund des unterschiedlichen Windungssinns der SQUID-Schleifen ist der Verlauf der Abschlussinduktivität im überlappenden Bereich dabei derart gewählt, dass eine konstruktive Kopplung zwischen der Abschlussinduktivität und dem rf-SQUID erfolgt. Die Gegeninduktivität zwischen dem rf-SQUID und der Abschlussinduktivität des Resonators wurde über eine Simulation mit  $M_{\rm T} = 3,83$  pH bestimmt.

Der quadratische Josephson-Kontakt im unteren Bereich des rf-SQUIDs weist im Entwurf eine Kantenlänge von 4 µm auf. Bei der Herstellung wird eine kritische Stromdichte von  $j_c = 26,6 \text{ A/cm}^2$  angestrebt. Diese führt zu einem kritischen Strom  $I_c = 4,25 \,\mu\text{A}$ , welcher in einen Abschirmparameter des rf-SQUIDs von  $\beta_{\rm L} = 0.59$ resultiert. Unter Verwendung der über eine numerische Simulation ermittelten Parameter in Tabelle 4.1 ergeben sich über Gleichung 3.38 somit im Grenzfall kleiner Auslesungsleistungen maximale Verschiebungen der Resonanzfrequenzen von  $\Delta f_{\rm r}^{\rm max} = 0.87 - 0.99 \,\text{MHz}$ . Diese führen nach Gleichung 3.41 zu Quotienten aus maximaler Re-

60	4.	Entwurf	und	Herstellung	eines	Mikrowelle	en-SQUI	D-Multi	plexers mi	t 16 Kanälen
							~		1	

Parameter	Wert	Methode
$L_{\rm S}$	$45,\!8\mathrm{pH}$	Simulation
$L_{\rm S,eff}$	$38,5\mathrm{pH}$	Berechnung
$L_{\mathrm{in}}$	$1551\mathrm{pH}$	Simulation
$L_{\rm mod}$	$340\mathrm{pH}$	Simulation
$M_{\mathrm{T}}$	$3{,}83\mathrm{pH}$	Simulation
$M_{\rm T,eff}$	$3,\!69\mathrm{pH}$	Berechnung
$M_{ m in}$	$155\mathrm{pH}$	Simulation
$M_{\rm mod}$	$35,2\mathrm{pH}$	Simulation
$M_{\rm mod,eff}$	$34,5\mathrm{pH}$	Berechnung
$M_{\rm in-mod}$	$15,\!6\mathrm{pH}$	Simulation
$M_{\rm in-T}$	$3{,}03\mathrm{pH}$	Simulation
$M_{\rm mod-T}$	$0{,}02\mathrm{pH}$	Simulation
$\kappa_{ m in}$	$0,\!58$	Simulation
$I_{\rm c}$	$4,\!25\mu\mathrm{A}$	Wahl
$\beta_{ m L}$	$0,\!59$	Berechnung
$\beta_{\rm L,eff}$	$0,\!50$	Berechnung

**Tab. 4.1:** Zusammenfassung der Entwurfsparameter des entwickelten rf-SQUIDs. Die Induktivitäten, Gegeninduktivitäten sowie der geometrische Kopplungsfaktor  $\kappa_{in}$  wurden numerisch mittels InductEx simuliert. Anschließend wurden der Parameter  $\beta_{\rm L}$  sowie die effektiven Werte unter Berücksichtigung der abschirmenden Wirkung des supraleitenden Flusstransformators berechnet.

sonanzfrequenzverschiebung und Resonatorbandbreite nahe des angestrebten Wertes von  $\eta \approx 1$ . Unter Berücksichtigung der abschirmenden Wirkung des supraleitenden Flusstransformators ergibt sich nach Gleichung 3.42 eine reduzierte effektive Induktivität der SQUID-Schleife von  $L_{\rm S,eff} = 38,5\,\mathrm{pH}$  sowie eine reduzierte Gegeninduktivität  $M_{\rm T,eff} = 3,69\,\mathrm{pH}$ . Gemeinsam mit dem resultierenden effektiven Abschirmparameter  $\beta_{\rm L,eff} = 0,50$  führen diese zu leicht geringeren Verschiebungen der Resonanzfrequenzen von  $\Delta f_{\rm r}^{\rm max} = 0,70 - 0,79\,\mathrm{MHz}$ . Eine Zusammenfassung der Entwurfsparameter ist in Tabelle 4.1 aufgeführt.

Unterhalb des rf-SQUIDs verläuft ein Steg, welcher die Masseflächen auf beiden Seiten des Resonators verbindet. Es konnte mittels Simulationen gezeigt werden, dass hierdurch ein Übersprechen zwischen räumlich benachbarten Resonatoren deutlich reduziert werden kann [Pal19]. Die Leitungen der Einkoppelspule und Modulationsspule verlaufen in der zweiten Niob-Lage über dem Steg.

In Abbildung 4.3 ist eine lichtmikroskopische Aufnahme der Kontaktierungsflächen einer Einkoppelspule sowie die Filterwiderstände dargestellt, welche sich im unteren



**Abb. 4.3:** Lichtmikroskopische Aufnahme der Kontaktierungsflächen der Einkoppelspule sowie der Filterwiderstände.

Bereich des in Abbildung 4.1(a) dargestellten Chips befinden. Eine Leitung der Einkoppelspule mündet dabei in die beiden seitlichen Kontaktierungsflächen, sodass eine symmetrische Verbindung zum Detektorchip mittels drei Bonddrähten möglich ist [Man21b]. Auf diese Weise können Einflüsse elektromagnetischer Störfelder reduziert werden. Die beiden parallel geschalteten Filterwiderstände weisen je ein Aspektverhältnis von 5  $\Box$  auf, wodurch mit einem angestrebten Schichtwiderstand von  $1,2 \Omega/\Box$ unter Berücksichtigung der Parallelschaltung ein Filterwiderstand von  $R_{\rm f} = 3,1 \Omega$  berechnet werden kann. Dieser führt nach Gleichung 3.44 zu einer Grenzfrequenz von  $f_{\rm LP} = 604$  MHz, welche einerseits deutlich unterhalb der Resonanzfrequenzen der Resonatoren, andererseits deutlich oberhalb typischer effektiver Bandbreiten der Detektorsignale liegt. Sofern möglich, wurden die Ecken der zur Einkoppelspule gehörenden Leitungen abgerundet, um in diesen Bereichen Feldüberhöhungen von elektrischen Feldern zu reduzieren.

### 4.3 Mikrofabrikation

Der in diesem Kapitel beschriebene Mikrowellen-SQUID-Multiplexer wurde im institutseigenen Reinraum in einem mehrlagigen Mikrofabrikationsprozess hergestellt. Zur Deposition der verschiedenen metallischen und dielektrischen Lagen auf dem Substrat wurde eine UHV-Sputteranlage<sup>3</sup> verwendet, welche einen Basisdruck von bis zu  $6.3 \cdot 10^{-9}$  Torr erreicht. Die Sputterquellen dieser Anlage ermöglichen unter anderem dc-Magnetron-Sputterprozesse mit den Materialien Nb, Al und Au:Pd sowie rf-Magnetron-Sputterprozesse mit SiO<sub>2</sub>. Somit war die Deposition sämtlicher benötigter Filme mittels dieser Anlage möglich. Zusätzlich verfügt die Anlage über eine Schleuse, welche mit einer Ar-Ionenquelle zur Reinigung des Substrats von Wasser, Lackresten sowie Oxiden vor jedem Sputtervorgang ausgestattet ist. Sowohl in der Lade-Schleuse als auch im UHV-Rezipienten stehen O<sub>2</sub> sowie Ar als Prozessgase zur

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>DCA Instruments Oy, Turku, Finnland

Lage	Strukturen	Material	Dicke	Prozess
	Bodenelektroden der Josephson-Kon-	Nb	$250\mathrm{nm}$	Trockenätzen
	takte, Durchgangsleitung, Resonato-			
	ren, Masseflachen, SQUID-Schleifen			
1-3	und Zuleitungen			
10	Tunnelbarrieren der Josephson-Kon-	$Al-AlO_x$	$20\mathrm{nm}$	Nassätzen
	takte			
	Deckelelektroden der Josephson-Kon-	Nb	$125\mathrm{nm}$	Trockenätzen
	takte			
4	Erste Isolationslage	$SiO_2$	$100\mathrm{nm}$	Liftoff
5	Zweite Isolationslage	$SiO_2$	$200\mathrm{nm}$	Liftoff
6	Filterwiderstände	Au:Pd	$260\mathrm{nm}$	Liftoff
7	Einkoppel- und Modulationsspulen,	Nb	$600\mathrm{nm}$	Liftoff
	Zuleitungen, Massebrücken			

62 4. Entwurf und Herstellung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers mit 16 Kanälen

**Tab. 4.2:** Übersicht der für die Fabrikation des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers verwendeten Prozessfolge.

Verfügung. Die Belichtung der für die Strukturierung verwendeten Fotolacke wurde mittels eines maskenlosen Laserbelichtungssystems<sup>4</sup> durchgeführt. Zusätzlich stand für die notwendigen Trockenätzprozesse eine ICP-RIE<sup>5</sup> Plasmaätzanlage<sup>6</sup> zur Verfügung, welche unter anderem die Ätzung von Nb mittels des Prozessgases SF<sub>6</sub> ermöglicht. Zur Herstellung hochqualitativer Josephson-Kontakte wurde der in [Kem13] im Detail beschriebene Prozess verwendet. In Tabelle 4.2 ist eine Übersicht der bei der Herstellung verwendeten Lagen dargestellt, deren Prozessierungsschritte im Folgenden näher erläutert werden sollen.

Für die Herstellung wurde ein Silizium-Substrat mit einem Durchmesser von 3 Zoll verwendet, welches auf der Oberfläche mit 255 nm thermisch erzeugtem Oxid beschichtet war und einen hohen spezifischen Widerstand von > 10 kΩcm aufwies. Zunächst erfolgte eine großflächige Deposition der ersten 3 Lagen in-situ auf dem Substrat, welche die für die Josephson-Kontakte erforderliche Nb/Al-AlO<sub>x</sub>/Nb-Dreischichtstruktur darstellen. Die Deposition der ersten 250 nm dicken Nb-Lage erfolgte dabei in einer Ar-Atmosphäre bei einem Druck von 2 mTorr, einer Leistung von 400 W sowie einer Depositionsrate von 0,71 nm/s. Anschließend wurde eine 20 nm dicke Al-Lage bei einem Druck von 10 mTorr, einer Leistung von 200 W sowie einer Rate von 0,32 nm/s deponiert. Die Oxidation der Al-Oberfläche erfolgte im nächs-

 $<sup>^4\</sup>mathrm{Heidelberg}$  Instruments Mikrotechnik GmbH, Heidelberg, Deutschland

 $<sup>^5\</sup>mathrm{Abk}$ ürzung für Inductively Coupled Plasma - Reactive Ion Etching

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>SENTECH Instruments GmbH, Berlin, Deutschland
ten Schritt in der Schleuse in einer hochreinen  $O_2$ -Atmosphäre bei einem statischen Druck von 57 Torr für eine Dauer von 18 Stunden. Darauf wurde mit denselben Prozessparametern der ersten Lage eine 125 nm dicke Nb-Schicht deponiert und somit die Dreischichtstruktur fertig gestellt.

Im nächsten Schritt wurden die Deckelelektroden der Josephson-Kontakte mit dem Fotolack AZ MIR701<sup>7</sup> strukturiert, sodass das nicht durch Fotolack abgedeckte Material durch einen Trockenätzprozess entfernt werden konnte. Dieser Prozess wurde in einer SF<sub>6</sub>-Atmosphäre bei einem Druck von 2 Pa und Leistungen von  $P_{\rm rf} = 100$  W und  $P_{\rm ICP} = 50$  W durchgeführt. Die Ätzrate lag bei 0,61 nm/s. Die Deckelelektroden wurden im nächsten Schritt als Maske für die Entfernung des Al-AlO<sub>x</sub> mittels einer auf Phosphorsäure und Salpetersäure basierenden, nass-chemischen Ätze verwendet. Die nun freiliegende unterste Nb-Lage wurde anschließend analog zur Deckelelektrode mit dem Fotolack AZ MIR701 strukturiert und nicht bedecktes Material wieder unter Verwendung des gleichen Trockenätzprozesses entfernt.

Die folgende Isolationsschicht aus SiO<sub>2</sub> wurde in zwei aufeinanderfolgenden Schichten deponiert, um mögliche Fehlstellen in der ersten Isolationslage dennoch mit der zweiten Isolationslage zu bedecken. Dabei wurde bei der Herstellung der Vias die Isolationsaussparung der zweiten Isolationslage etwas größer gewählt, sodass durch das entstehende stufenartige Profil ein zuverlässiger Kontakt der letzten Nb-Lage erreicht werden konnte. Die Strukturierung beider Isolationslagen erfolgte mit dem als Negativlack prozessierten Fotolack AZ 5214E<sup>8</sup>. Anschließend erfolgte jeweils die Deposition einer 100 nm beziehungsweise 200 nm dicken Lage aus SiO<sub>2</sub> in einer Atmosphäre aus 40 % Argon und 60 % Sauerstoff bei einem Druck von 5 mTorr, einer Leistung von 250 Watt sowie einer Depositionsrate von 1,73 nm/min. Darauf wurde jeweils das Isolationsmaterial von den mit Fotolack bedeckten Bereichen in einem Liftoff-Prozess entfernt.

Nach den Isolationslagen erfolgte die Strukturierung für die resistive Lage ebenfalls mit dem Fotolack AZ 5214E. Anschließend wurde zunächst eine nur wenige Ångström dünne, als Haftvermittler dienende Nb-Lage deponiert. Die darauf folgende, 260 nm dicke Au:Pd-Lage wurde in einer Ar-Atmosphäre bei einem Druck von 10 mTorr, einer Leistung von 100 Watt sowie einer Rate von 0,86 nm/s deponiert. Hiernach wurde eine Nb-Schutzschicht in ähnlicher Dicke des Haftvermittlers deponiert, um einen partiellen Abtrag der Au:Pd-Lage während der Reinigung des Substrats mit der Ionenkanone bei der anschließenden Herstellung der oberen Verdrahtungslage zu vermeiden. Abschließend wurde ein Liftoff-Prozess durchgeführt.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Herstellung: Merck KGaA, Darmstadt, Deutschland; Vertrieb: Microchemicals GmbH, Ulm, Deutschland

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Herstellung: Merck KGaA, Darmstadt, Deutschland; Vertrieb: Microchemicals GmbH, Ulm, Deutschland

Die Strukturierung der oberen Verdrahtungslage erfolgte ebenfalls mit dem Fotolack AZ 5214E. Darauf wurde eine 600 nm dicke Nb-Lage in einer Ar-Atmosphäre bei einem Druck von 2 mTorr, einer Leistung von 400 W sowie einer Rate von 0,71 nm/s deponiert. Abschließend wurde wieder überschüssiges Material von den mit Fotolack bedeckten Bereichen in einem Liftoff-Prozess entfernt.

## 5. Experimentelle Methoden

In diesem Kapitel wird zunächst das im Rahmen der vorliegenden Arbeit verwendete Detektorarray beschrieben. Anschließend wird der experimentelle Aufbau erläutert sowie der verwendete Algorithmus zur Extraktion der Resonatorparameter zusammengefasst.

## 5.1 Beschreibung des Detektorarrays ECHo-100k

Zur Generierung von Detektorereignissen für die mehrkanalige Auslesung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers wurde in dieser Arbeit ein Detektorarray mit 32 Kanälen basierend auf metallischen magnetischen Kalorimetern verwendet, welches für das ECHo-Experiment entwickelt wurde. Da eine detaillierte Beschreibung des Detektorarrays in [Man21a] zu finden ist, soll in diesem Kapitel lediglich auf die für diese Arbeit relevanten geometrischen Parameter eingegangen werden. Anschließend wird das für die Präparation eines Dauerstroms zur Erzeugung des für den Detektorbetrieb notwendigen Magnetfelds verwendete Verfahren erläutert sowie die Ergebnisse einer Detektorsimulation zur Bestimmung der erwarteten Signalgröße sowie Energieauflösung dargestellt.

#### 5.1.1 Geometrischer Aufbau

Wie in Abbildung 5.1 dargestellt, verfügt sowohl die obere als auch die untere Hälfte des Detektorarrays über jeweils 16 Kanäle, deren Kontaktierungsflächen für die Verbindung zu den SQUIDs sich am oberen beziehungsweise unteren Rand des Chips befinden. Die Detektoren sind dabei horizontal in der Mitte des Chips angeordnet. Jeder Detektorkanal weist die in Kapitel 2.3 erläuterte Detektorgeometrie bestehend aus zwei parallel geschalteten, mäanderförmigen Detektionsspulen auf. Die Streifen der Detektionsspule verlaufen dabei diagonal unter dem Sensor und weisen eine Streifenbreite von 3 µm sowie einen Mitte-Mitte-Abstand von 6 µm auf. Der darüber befindliche quadratische Sensor aus Ag: $Er_{438ppm}$  weist eine Kantenlänge von 169 µm sowie eine Dicke von 0,48 µm auf. Der ebenfalls quadratische Teilchenabsorber aus galvanisiertem Gold weist eine Kantenlänge von 180 µm sowie eine Dicke von 3 µm auf, wodurch bei der Absorption von Röntgenphotonen im Bereich von E < 3 keV eine Quanteneffizienz von QE > 99,9% erreicht wird [Man21a]. Zwischen Teilchenabsorber und Sensor befinden sich drei Stämme, welche aufgrund ihrer geringen Fläche von etwa 2% der Sensorfläche für den verwendeten Detektor den Verlust von ather-



Abb. 5.1: Fotografische Aufnahme des im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Detektorarrays mit 32 Kanälen beziehungsweise 62 Pixeln. Davon weisen 30 Kanäle jeweils zwei gradiometrisch angeordnete Detektorpixel auf. Die obere und untere Hälfte des Chips sind dabei symmetrisch aufgebaut. Die seitlichen Kontaktierungsflächen erlauben die Einspeisung eines Feld- und Heizstroms zur Präparation eines Dauerstroms in den Detektionsspulen. Die Vergrößerung zeigt eine lichtmikroskopische Aufnahme eines nicht-gradiometrischen Detektors. Eine ausführliche Beschreibung des Detektorarrays ist in [Man21a] zu finden.

mischen Phononen an das Substrat stark reduzieren. Bei 15 von 16 Kanälen auf jeder Hälfte handelt es sich um gradiometrische Kanäle, bei denen beide Detektionsspulen mit einem Sensor ausgestattet sind. Auf diese Weise ist die Auslesung von zwei Detektorpixeln mit einem Kanal des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers möglich. Zwei Detektoren, die sich an zwei Eckpunkten des Detektorarrays befinden, stellen jedoch nicht-gradiometrische Kanäle dar, bei dem lediglich eine der beiden Detektionsspulen mit einem Sensor und einem Teilchenabsorber ausgestattet ist. Da sich somit Änderungen der Sensormagnetisierung im Falle von gleichmäßigen Temperaturänderungen des kompletten Chips beziehungsweise des Wärmebads nicht ausgleichen, können diese sogenannten Temperaturkanäle als Sensoren für die Messung von Temperaturänderungen des Wärmebads verwendet werden. Zwischen den Detektoren und den Kontaktierungsflächen befinden sich zwei großflächige Wärmebäder aus Gold, welche wiederum über Bonddrähte aus Gold mit einem Experimenthalter verbunden werden können. Jeder Sensor ist über 0,3 µm dicke Stege mit einem Aspektverhältnis von  $8,5 \square$  aus gesputtertem Gold mit einem dieser Wärmebäder verbunden, wodurch die Thermalisierung des Detektors nach einem Energieeintrag ermöglicht wird. Am linken Rand des Detektorarrays befinden sich Kontaktierungsflächen zur Einspeisung eines Feld- sowie Heizstroms. Mit diesen ist über eine Serienschaltung der Feld- und Heizleitungen die gleichzeitige Präparation eines Dauerstroms in sämtlichen Kanälen auf einer Hälfte des Detektorarrays möglich. Am rechten Rand befinden sich weitere Kontaktierungsflächen, die eine serielle Verbindung der Feld- und Heizleitungen über mehrere Chips hinweg ermöglichen.



Abb. 5.2: Schematische Darstellung der Schritte zur Präparation eines Dauerstroms in den Detektionsspulen, durch welchen das für den Betrieb erforderliche Magnetfeld zur Magnetisierung des paramagnetischen Sensormaterials verursacht wird. Eine Beschreibung der einzelnen Schritte ist im Text zu finden.

#### 5.1.2 Präparation des Dauerstroms

Die Erzeugung eines Magnetfelds für die Magnetisierung des paramagnetischen Sensormaterials erfolgt bei der in Kapitel 2.3 beschriebenen Detektorgeometrie mittels eines Dauerstroms  $I_0$  in den supraleitenden Detektionsspulen. Die notwendigen Schritte zur Präparation eines solchen Dauerstroms sind in Abbildung 5.2 schematisch dargestellt. Da die Schritte bei Millikelvin-Temperaturen durchgeführt werden, befinden sich die aus Aluminium bestehenden Bonddrähte mit Induktivität  $L_{\text{par}}$  zwischen dem Detektorarray und Mikrowellen-SQUID-Multiplexer im supraleitenden Zustand. In der Nähe eines Knotenpunkts der beiden Detektionsspulen  $L_{det}$  sowie der Einkoppelspule  $L_{in}$  befindet sich ein Heizwiderstand aus Au:Pd. Zunächst werden, wie in Abbildung 2.3(a) dargestellt, die Detektionsspulen an zwei Stellen kontaktiert und ein Feldstrom  $I_{\rm F}$  eingespeist. Aufgrund der Flusserhaltung in der geschlossenen supraleitenden Schleife der beiden Detektionsspulen sowie der im Vergleich zur Induktivität  $L_{\rm H}$  zwischen beiden Einspeisepunkten deutlich größeren Induktivitäten der Detektionsspulen  $L_{det}$  und der Einkoppelspule  $L_{in}$  fließt ein Großteil des Feldstroms  $I_{\rm F}$  über den blau dargestellten Pfad nahe des Heizwiderstands. Anschließend wird, wie in Abbildung 2.3(b) dargestellt, ein Heizstrom  $I_{\rm H}$  in Form eines Pulses eingespeist. Durch die daraus resultierende kurzzeitige Erwärmung des Heizwiderstands wird der Bereich des Knotenpunktes in den normalleitenden und damit resistiven Zustand gebracht, sodass der Feldstrom nun durch die supraleitenden Detektionsspulen fließt und ein magnetischer Fluss von  $\Phi_{\rm F} = 2L_{\rm det}I_{\rm F}$  in den Detektionsspulen induziert wird. Nachdem der Pfad nahe des Heizwiderstandes wieder vollständig in den supraleitenden Zustand übergegangen ist, kann der eingespeiste Feldstrom langsam erniedrigt werden. Aufgrund der Flusserhaltung in geschlossenen supraleitenden Schleifen bleibt der magnetische Fluss  $\Phi_{\rm F}$  durch einen in den Detektionsspulen induzierten Dauerstrom

$$I_0 = \frac{2L_{\text{det}}}{2L_{\text{det}} + L_{\text{H}}} I_{\text{F}} \approx I_{\text{F}}$$
(5.1)



Abb. 5.3: Simulationsergebnisse der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Kombination aus Detektor und SQUID. a) Erwartete normierte Signalamplitude  $\delta \Phi_{\rm S}/\text{keV}$  im SQUID in Abhängigkeit der Detektortemperatur  $T_{\rm det}$  bei der Absorption eines Röntgenphotons im Teilchenabsorber. b) Erwartete Energieauflösung  $\Delta E_{\rm FWHM}$  in Abhängigkeit der gekoppelten Energiesensitivität  $\epsilon_{\rm c,w}$  des weißen Rauschens für verschiedene Werte der Eckfrequenz  $f_{\rm c}$  bei einer Detektortemperatur von  $T_{\rm det} = 15 \,\mathrm{mK}$ .

erhalten, welcher nahezu dem eingespeisten Feldstrom  $I_{\rm F}$  entspricht. Über eine Serienschaltung der Feld- und Heizleitungen ist die gleichzeitige Präparation von Dauerströmen in mehreren metallischen magnetischen Kalorimetern möglich.

#### 5.1.3 Erwartete Signalamplitude und Energieauflösung

Zur Abschätzung des optimalen Dauerstroms  $I_{\rm F}$  in den Detektionsspulen, der im rf-SQUID erwarteten Signalamplitude  $\delta \Phi_{\rm S}$  nach einem Detektorereignis sowie der erwarteten Energieauflösung  $\Delta E_{\rm FWHM}$  wurde eine numerische Simulation durchgeführt. Eine nähere Beschreibung des zugrundeliegenden Simulationsverfahrens ist in [Por11] zu finden. Für die Simulation wurden die in Abschnitt 5.1.1 beschriebenen Parameter des verwendeten Detektorarrays sowie die in Kapitel 4 aufgeführten Parameter des rf-SQUIDs verwendet. Das Sensormaterial des verwendeten Detektorarrays wies eine Erbium-Konzentration von 438 ppm auf. Ferner wurde, wie in Kapitel 2.4 beschrieben, ein Wechselwirkungsparameter von  $\alpha_{\rm Ag:Er} = 12,5$  verwendet. Als parasitäre Induktivität der Bonddrähte zur Verbindung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers mit dem Detektor wurde ein Wert von  $L_{\rm par} = 0.5$  nH angenommen. Bei einer angestrebten Temperatur der Experimentierplattform und des Detektorarrays von  $T_{\rm exp} = T_{\rm det} = 10$  mK konnte so ein optimaler Dauerstrom von  $I_{\rm F} \approx 30$  mA zur Erreichung eines maximalen Signal-Rausch-Verhältnisses ermittelt werden. Dieser Wert wurde daher im weiteren Verlauf dieser Arbeit verwendet.

Für diesen Dauerstrom konnte die erwartete normierte Signalamplitude  $\delta \Phi_{\rm S}/E$  eines Pulses nach der Absorption eines Röntgenphotons mit einer Energie E im Teilchenabsorber simuliert werden. In Abbildung 5.3(a) sind die durch die Simulation bestimmten normierten Signalamplituden  $\delta \Phi_{\rm S}/E$  für verschiedene Detektortemperaturen  $T_{\rm det}$  dargestellt. Darüber hinaus ist zur Verdeutlichung ein numerisch angepasster Polynomzug eingezeichnet. Aufgrund der starken Temperaturabhängigkeit der Signalamplitude eignet sich diese Simulation zur Abschätzung der im weiteren Verlauf der Arbeit erreichten Detektortemperatur  $T_{\rm det}$  unter der Annahme, dass alle anderen Parameter hinreichend genau bekannt sind.

Weiterhin wurde die erwartete Energieauflösung  $\Delta E_{\rm FWHM}$  der Kombination aus Detektor und rf-SQUID in Abhängigkeit der gekoppelten Energiesensitivität  $\epsilon_{c,w}$  des weißen Rauschens des SQUIDs für verschiedene Werte der Eckfrequenz  $f_{\rm c}$  simuliert. Wie im weiteren Verlauf der Arbeit deutlich wird, konnte die erreichte Detektortemperatur mit  $T_{det} = 15 \,\mathrm{mK}$  abgeschätzt werden, weshalb für die Simulation diese Temperatur verwendet wurde. Die Eckfrequenz  $f_c$  bezeichnet dabei die Frequenz, bei der das 1/f-artige Rauschen sowie das weiße Rauschen die gleiche spektrale Leistungsdichte aufweisen. Für die Steigung des 1/f-artigen Rauschens wurde dabei ein Wert von  $\alpha = 1$  angesetzt. Als Zeitkonstante für den exponentiellen Signalanstieg wurde ein Wert von  $\tau_0 = 1.3 \,\mu s$  sowie für den Signalabfall ein Wert von  $\tau_1 = 3.0 \,\mathrm{ms}$  angesetzt, welche in der Arbeitsgruppe für diesen Detektortyp und Temperaturbereich über eine Auslesung mit einem dc-SQUID bestimmt wurden. Die Ergebnisse dieser Simulation sind in Abbildung 5.3(b) in Form der erwarteten Energieauflösung  $\Delta E_{\rm FWHM}$ als Funktion der gekoppelten Energiesensitivität  $\epsilon_{c,w}$  des weißen Rauschens dargestellt. Es wird deutlich, dass die Eckfrequenz  $f_c$  wie erwartet einen starken Einfluss auf die erreichbare Energieauflösung  $\Delta E_{\rm FWHM}$  aufweist und prinzipiell für eine gekoppelte Energiesensitivität  $\epsilon_{c.w}$  nahe dem Quantenlimit eine Energieauflösung von  $\Delta E_{\rm FWHM} \approx 1 \, {\rm eV}$  erreicht werden kann. Unter Verwendung von Gleichung 2.26 kann zudem für einen Parameter von  $\beta = 0.5$  eine effektive Bandbreite des Detektors von  $f_{\rm eff} = 2.5 \,\rm kHz$  berechnet werden.

## 5.2 Experimenteller Aufbau

Die Beschreibung des im Rahmen dieser Arbeit verwendeten experimentellen Aufbaus wird in den kryogenen Aufbau bestehend aus dem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer mit angeschlossenem Detektorarray, den für die Messungen erforderlichen kryogenen Hochfrequenz-Aufbau, sowie die Raumtemperaturelektronik gegliedert. Für die Charakterisierung der Mikrowellen-Resonatoren des Multiplexers wurde ein vektorieller Netzwerkanalysator genutzt, wohingegen für die Auslesung von Detektor-



Abb. 5.4: Fotografische Aufnahmen des kryogenen Multiplexer-Aufbaus bestehend aus einem Experimenthalter aus Kupfer, auf welchen der Mikrowellen-SQUID-Multiplexer sowie das Detektorarray geklebt sind sowie einem passenden Deckel, welcher mit einem Kollimator ausgestattet ist. Zusätzlich ist eine vergrößerte Aufnahme des zentralen Bereichs mit dem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer sowie dem Detektorarray dargestellt.

ereignissen eine Elektronik basierend auf Software-Defined-Radio verwendet wurde. Im Folgenden soll jeder Teil des experimentellen Aufbaus näher beschrieben werden.

#### 5.2.1 Kryogener Multiplexer-Aufbau

Wie in Abbildung 5.4 fotografisch dargestellt, wurde für den kryogenen Multiplexer-Aufbau ein Experimenthalter aus Kupfer verwendet. In der Mitte des Halters wurden der Mikrowellen-SQUID-Multiplexer sowie das Detektorarray mittels des Lacks GE Varnish 7031<sup>1</sup> fixiert. Oberhalb des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers ist mittels Schrauben eine Hochfrequenzplatine aus dem Platinenmaterial Rogers 3010<sup>2</sup> befestigt, welche für eine Verbindung der an der Oberseite des Halters befindlichen SMA-Stecker und der Durchgangsleitung erforderlich ist. Beide Pfade für das Hochfrequenzsignal sind dabei symmetrisch aufgebaut. Der Innenleiter eines SMA-Steckers ist auf eine Mikrostreifenleitung der Hochfrequenzplatine gelötet, welche anschließend unter Beibehaltung einer charakteristischen Impedanz von  $Z_0 = 50$  Ohm in eine koplanare Wellenleitung übergeht. Deren Masseflächen sind dabei über zahlreiche Durchkontaktierungen mit der Massefläche auf der Unterseite der Platine verbunden, welche ihrerseits einen großflächigen Kontakt zum Experimentierhalter aufweist. Somit kann ein guter elektrischer Kontakt der Masseflächen zum Experimenthalter

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>GVL Cryoengineering Dr. George V. Lecomte GmbH, Stolberg, Deutschland

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Rogers Corporation, Rogers, Connecticut, USA



**Abb. 5.5:** Schematische Darstellung eines Querschnitts durch den Experimenthalter mit geschlossenem Deckel sowie externer <sup>55</sup>Fe-Kalibrationsquelle.

garantiert werden. Der Innenleiter der koplanaren Wellenleitung ist mittels ultraschallverschweißten Bonddrähten aus Aluminium mit einem Durchmesser von  $25\,\mu\mathrm{m}$ mit dem Innenleiter der koplanaren Durchgangsleitung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers verbunden. Zudem wurden ebenfalls die Masseflächen des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers an der Oberseite des Chips mit zahlreichen Bonddrähten mit den Masseflächen der Hochfrequenzplatine verbunden. Durch die hohe Anzahl kann trotz der hohen Impedanz eines einzelnen Bonddrahts für Signale im Gigahertz-Band eine niederohmige Verbindung gewährleistet werden. Seitlich und unterhalb des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers befindet sich eine institutsintern gefertigte Platine für dc-Ströme, welche Leiterbahnen für Modulationssignale sowie Feld- und Heizströme aufweist. Diese Platine ist ebenfalls mittels Schrauben auf dem Experimenthalter befestigt und weist im unteren Bereich zur Kontaktierung Lötflächen auf. Die auf der rechten Seite auf dem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer angeordneten Kontaktierungsflächen der Modulationsspule sind ebenfalls mittels Bonddrähten mit der dc-Platine verbunden. Die Kontaktierungsflächen der Modulationsspule auf der linken Seite des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers sind mit Bonddrähten verbunden. Unterhalb des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers ist das Detektorarray fixiert. Die Einkoppelspulen der Kanäle 5-8 sowie 13-16 des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers wurden mit dem Detektorarray mit Bonddrähten verbunden. Zur Minimierung parasitärer Induktivitäten wurden hierfür möglichst kurze Bonddrähte verwendet. Die verbleibenden Kanäle des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers wurden für Diagnosezwecke nicht mit dem Detektorarray verbunden. Ferner wurden Feld- und Heizleitungen des Detektorarrays mit der dc-Platine kontaktiert. Um eine gute thermische Verbindung des Wärmebads des Detektorarrays mit dem Experimenthalter zu garantieren, wurden zudem zahlreiche Verbindungen mittels Bonddrähten aus Gold mit einem Durchmesser von  $25\,\mu\text{m}$  hergestellt.

Zum mechanischen Schutz des kryogenen Multiplexer-Aufbaus wurde der Experimenthalter mit einem Deckel aus Kupfer verschlossen. Wie in einer Querschnittszeichnung in Abbildung 5.5 dargestellt, wurde der Deckel mit einem Schlitz versehen, welcher eine Bestrahlung des Detektorarrays mit einer externen Röntgenquelle ermöglicht. Um die Bestrahlung möglichst auf den Bereich der Teilchenabsorber zu begrenzen und somit Absorptionen im Substrat zu reduzieren, welche in Form von kleinen Substratpulsen zu einer Degradierung der Energieauflösung führen können, wurde auf der nach innen gewandte Seite des Deckels zusätzlich ein Kollimator, bestehend aus einer Goldfolie, aufgeklebt. Diese weist gegenüber dem Deckel eine reduzierte Schlitzbreite auf. Über den Halter wurde zudem unter Aussparung der elektrischen Anschlüsse eine Aluminiumfolie gestülpt, welche sich bei den Betriebstemperaturen des Detektorarrays im supraleitenden Zustand befindet und daher Änderungen magnetischer Hintergrundfelder abschirmen beziehungsweise reduzieren soll.

Der kryogene Multiplexer-Aufbau wurde anschließend gemeinsam mit einer im Abstand von etwa 2 cm vor dem Kollimator befindlichen <sup>55</sup>Fe-Kalibrationsquelle mittels Schrauben auf der Experimentierplattform eines <sup>3</sup>He/<sup>4</sup>He-Verdünnungskryostaten LD250<sup>3</sup> montiert. Dieser mit einer Pulsröhre vorgekühlte Kryostat ermöglicht eine kontinuierliche Kühlung der Experimentierplattform auf eine Basistemperatur von unter 10 mK. Die Experimentierplattform ist zudem mit einem resistiven Rutheniumoxid-Thermometer, welches für Temperaturen bis hinunter zu 7 mK kalibriert ist, sowie einem Heizer ausgestattet. Die Auslesung des Thermometers erfolgt über eine Widerstandsbrücke durch einen Temperaturcontroller<sup>4</sup>. Dieser beinhaltet ebenfalls einen PID-Regler, welcher mit dem Heizer die für die Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern nach Abschnitt 2.1 wichtige Temperaturstabilisierung der Experimentierplattform ermöglicht.

### 5.2.2 Kryogener Hochfrequenz-Aufbau

Für die Auslesung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers wurde der zwischen der 300 K und der 4 K-Stufe des Kryostaten bereits vom Hersteller des Kryostaten eingebaute Hochfrequenz-Aufbau erweitert. Ziel des sendeseitigen Aufbaus war es einerseits, die von der Raumtemperaturelektronik generierte Leistung der Auslesungsfrequenzen derart zu dämpfen, dass eine Auslesung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers mit einer optimalen Auslesungsleistung möglich ist und andererseits, eine möglichst geringe Rauschtemperatur auf der Durchgangsleitung zu erreichen. Die hierfür benötigten dämpfenden Hochfreqenzbauteile wurden auf die verschiedenen Temperaturstufen des <sup>3</sup>He/<sup>4</sup>He-Verdünnungskryostaten verteilt, sodass eine gute Thermalisierung des Innenleiters der Koaxialkabel erreicht und die zulässige Wärmelast für keine Temperaturstufe des Kryostaten überschritten wurde. Ziel des empfangsseitigen Aufbaus war es, das Auslesungssignal des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers für die weitere Verarbeitung bei Raumtemperatur so zu verstärken, dass die in der Signalkette nachfolgenden Hochfrequenzkomponenten praktisch keinen Einfluss auf das Gesamtrauschen des Aufbaus haben.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Bluefors Oy, Helsinki, Finnland

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Model 370, Lake Shore Cryotronics Ltd., Westerville, Ohio, USA



**Abb. 5.6:** Schematische Darstellung des kryogenen Hochfrequenz-Aufbaus sowie der Leitungen für den Modulations-, Feld- und Heizstrom.

Zur Berechnung der Rauschtemperatur können die Hochfrequenzkomponenten der Sende- und Empfangsseite als elektrische Zweitore betrachtet werden. Die Rauschtemperatur  $T_N$  am Ausgang einer Kette bestehend aus n Zweitoren, welche jeweils eine Rauschtemperatur  $T_i$  sowie einen Verstärkungsfaktor beziehungsweise Dämpfungsfaktor  $G_i$  aufweisen, kann über die Gleichung

$$T_{\rm N} = T_1 + \frac{T_2}{G_1} + \frac{T_3}{G_1 \cdot G_2} + \dots + \frac{T_n}{G_1 \cdot G_2 \cdot \dots \cdot G_n}$$
(5.2)

berechnet werden [Fri44]. Während bei Verstärkern die Rauschtemperatur eine charakteristische Größe darstellt, hängt bei Dämpfungsgliedern die Rauschtemperatur  $T_i$ von dessen physikalischer Temperatur  $T_{0,i}$  ab und kann mit  $T_i = T_{0,i}(1 - G_i)/G_i$  berechnet werden. Abbildung 5.6 zeigt eine schematische Darstellung des verwendeten kryogenen Hochfrequenz-Aufbaus. Auf der Sendeseite wurden von der 300 K-Stufe bis zur 4K-Stufe des Kryostaten die bereits vorhandenen CuNi-Koaxialkabel mit versilbertem Innenleiter verwendet. Im weiteren Verlauf der Signalkette bis zur Experimentierplattform wurden NbTi-Koaxialkabel eingesetzt, die im supraleitenden Zustand eine vernachlässigbare Dämpfung aufweisen. Durch mehrere Dämpfungsglieder wurde neben einer schrittweisen Dämpfung des Auslesungssignal gleichzeitig der Einfluss thermischer Rauschquellen reduziert. Zudem kann auf diese Weise eine gute Thermalisierung des Innenleiters durch die galvanische Kopplung des Innen- und Außenleiters erreicht werden. Auf der 150 mK-Stufe wurde zusätzlich ein Richtkoppler montiert, welcher an zwei Ports mit einem 50  $\Omega$ -Widerstand abgeschlossen ist. Hierdurch wird das eingangsseitige Rauschen des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers nicht durch ein Dämpfungsglied bei höheren Temperaturen, sondern durch einen kalten  $50 \,\Omega$ -Widerstand bestimmt. Weiterhin wurde auf der Experimentierplattform ein dc-Block sowie ein 0 dB-Dämpfungsglied eingesetzt, um zunächst durch eine Unterbrechung des Innenleiters und anschließend über eine galvanische Kopplung des Innen- und Außenleiters eine sehr gute Thermalisierung des Innenleiters zu erreichen und somit eine merkliche Erwärmung des Multiplexer-Aufbaus zu verhindern. Von der Experimentierplattform zum Multiplexer-Aufbau wurde ein flexibles Koaxialkabel mit einem mit Kupfer und Silber beschichteten Innenleiter aus Stahl verwendet. Für diesen sendeseitigen Aufbau konnte mittels Gleichung 5.2 eine Rauschtemperatur bezogen auf die Durchgangsleitung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers von  $T_{\rm N,Tx} \approx 100 \, {\rm mK}$ abgeschätzt werden.

Auf der Empfangsseite wurde das Auslesungssignal mittels eines auf der 4K-Stufe befindlichen, rauscharmen HEMT-Verstärkers LNF-LNC4 8C<sup>5</sup> mit einer eingangsseitigen Rauschtemperatur von 2,3 K um 40 dB verstärkt. Um zu verhindern, dass am Eingang des HEMT-Verstärkers reflektierte Teile des Auslesungssignals oder Rauschen zum Multiplexer-Aufbau zurückgesendet werden, wurde der Multiplexer-Aufbau vom HEMT-Verstärker mittels eines Zirkulators auf der Experimentierplattform isoliert, von dem ein Port mit einem  $50 \Omega$ -Abschlusswiderstand versehen war. Auf diese Weise erreichte den Multiplexer-Aufbau lediglich das Rauschen eines kalten  $50\,\Omega$ -Widerstands. Zur Verbesserung der Thermalisierung des Innenleiters wurden darüber hinaus ein dc-Block sowie zwei 0 dB-Dämpfungsglieder verwendet. Zur Erreichung einer auf die Durchgangsleitung des Multiplexer-Aufbaus bezogenen, niedrigen Rauschtemperatur des Hochfrequenz-Aufbaus auf der Empfangsseite ist eine geringe Dämpfung zwischen dem Multiplexer-Aufbau und dem HEMT-Verstärker essentiell. Aus diesem Grund wurden für diesen Bereich wieder NbTi-Koaxialkabel verwendet. Zwischen dem HEMT-Verstärker und der 300 K-Stufe konnte anschließend wieder ein flexibles Koaxialkabel sowie die bereits vorhandenen CuNi-Koaxialkabel

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Low Noise Factory AB, Göteborg, Schweden



Abb. 5.7: Schematische Darstellung der Hochfrequenz-Messaufbauten bei Raumtemperatur für a) die Charakterisierung der Resonatoren mittels eines vektoriellen Netzwerkanalysators sowie b) die mehrkanalige Auslesung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers mittels eines Software-Defined-Radio Systems.

mit versilbertem Innenleiter verwendet werden. Unter Annahme einer Dämpfung von Zirkulator und dc-Block von je 0,5 dB sowie weiterer Dämpfungsbeiträge der normalleitenden Stufendurchführungen und SMA-Stecker der Koaxialkabel von je 0,1 dB konnte somit die Rauschtemperatur des empfangsseitigen Hochfrequenz-Aufbaus mit  $T_{\rm N,Rx} \approx 4 \,\mathrm{K}$  abgeschätzt werden. Unter Berücksichtigung der sendeseitig bedingten Rauschtemperatur, welche, wie vorhin bereits beschrieben, bei etwa 100 mK lag, ergab sich eine Rauschtemperatur des gesamten Hochfrequenz-Aufbaus von etwa

$$T_{\rm N} \approx 4 \,\mathrm{K}$$
 . (5.3)

Zur Einspeisung des Modulationsstroms  $I_{\text{mod}}$ , des Feldstroms  $I_{\text{F}}$  sowie des Heizerstroms  $I_{\text{H}}$  wurden von der 300 K-Stufe bis zum Multiplexer-Aufbau CuNi-Drahtpaare verwendet, welche auf jeder Stufe des Kryostaten eine thermische Ankopplung aufwiesen. Durch eine paarweise Verdrillung wurde hierbei die Fläche zwischen zwei Drähten und somit die Einkopplung elektromagnetischer Störfelder minimiert.

#### 5.2.3 Hochfrequenz-Aufbauten bei Raumtemperatur

Bei Raumtemperatur wurden je nach Messung unterschiedliche Hochfrequenz-Messaufbauten verwendet. Für die Charakterisierung der Resonatoren wurde, wie in Abbildung 5.7(a) schematisch dargestellt, ein vektorieller Netzwerkanalysator ZNB8<sup>6</sup> genutzt. Zur Verbindung von Port 1 mit dem Kryostaten wurde neben einem 30 dB-Dämpfungsglied ein SMA-Kabel mit einer Länge von 2 m eingesetzt. Dieser Kabeltyp

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Rohde & Schwarz GmbH & Co. KG, München, Deutschland

wurde ebenfalls bei allen anderen Verbindungen zwischen dem Kryostaten und der Raumtemperaturelektronik verwendet. Zwischen dem Kryostaten und Port 2 wurde das Auslesungssignal zudem mittels eines rauscharmen Verstärkers<sup>7</sup> um 32 dB verstärkt. Durch die Verwendung eines vektoriellen Netzwerkanalysators konnte eine Messung des komplexen Streuparameters  $S_{21}$  zwischen beiden Ports des Gerätes durchgeführt werden, welche neben der transmittierten Amplitude ebenfalls Phaseninformationen enthielt. Dies ermöglicht, wie im folgenden Abschnitt 5.2.4 zusammengefasst, die Bereinigung der Messdaten von Einflüssen des Messaufbaus, um anschließend eine zuverlässige Bestimmung der charakteristischen Parameter der Resonatoren durchzuführen. Für die mehrkanalige Auslesung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers wurde, wie in Abbildung 5.7(b) schematisch dargestellt, das Software-Defined-Radio-System, welches in Abschnitt 6.1 im Detail beschrieben wird, direkt mit dem Hochfrequenz-Aufbau im Kryostaten verbunden. Mittels zwei dc-Blocks konnte eine Unterbrechung des Außenleiters der Koaxialkabel erreicht und so die Entstehung von Masseschleifen verhindert werden.

## 5.2.4 Algorithmus zur Bestimmung der charakteristischen Resonatorparameter

Wird eine Messung der komplexen Transmission  $S_{21}(f)$  an dem in diesem Kapitel beschriebenen Aufbau mittels eines vektoriellen Netzwerkanalysators durchgeführt, so zeigen sich in der Regel deutliche Abweichungen von dem in Abbildung 3.3 dargestellten Verhalten. Ursache hierfür sind Einflüsse der Hochfrequenzkomponenten des Messaufbaus, die sich auf die gemessene komplexwertige Transmission auswirken. In einem allgemeinen Modell kann die komplexe Transmission in diesem Fall mittels

$$S_{21}(f) = \underbrace{ae^{i\alpha}e^{-2\pi i f\tau}}_{\text{Messaufbau}} \underbrace{\left[1 - \frac{(Q_1/|Q_c|)e^{i\theta}}{1 + 2iQ_1(f/f_r - 1)}\right]}_{\text{idealer Resonator}}$$
(5.4)

beschrieben werden [Pro15]. Die vom Messaufbau abhängigen freien Parameter sind dabei die Amplitude a, die frequenzunabhängige Phasenverschiebung  $\alpha$ , sowie die Kabellaufzeit  $\tau$ . Der Parameter  $\theta$  berücksichtigt eine mögliche Asymmetrie der Resonanz aufgrund unterschiedlicher Impedanzen auf beiden Seiten der Durchgangsleitung oder stehenden Wellen auf der Durchgangsleitung. Über einen mehrstufigen und in [Pro15] im Detail beschriebenen Algorithmus können die gemessenen Daten der komplexen Transmission  $S_{21}(f)$  von den Einflüssen des Messaufbaus sowie unterschiedlicher Impedanzen auf beiden Seiten der Durchgangsleitung bereinigt und die Resonanzfrequenz  $f_r$ , die belastete Güte  $Q_1$  sowie die Kopplungsgüte  $Q_c$  bestimmt

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>AMF-4F-04000800-15-25P, L3 Technologies Inc., Hauppauge, New York, USA

Linie	Energie / $eV$	relative Intensität	Linienbreite $/ eV$
$K\alpha_{11}$	5898,853	0,790	1,715
$K\alpha_{12}$	$5897,\!867$	0,264	2,043
$K\alpha_{13}$	$5894,\!829$	0,068	4,499
$K\alpha_{14}$	$5896,\!532$	0,096	$2,\!663$
$K\alpha_{15}$	5899,417	0,007	0,969
$\mathrm{K}\alpha_{16}$	$5902,712^{i}$	0,0106	1,5528
$K\alpha_{21}$	5887,743	0,372	2,361
$K\alpha_{22}$	5886, 495	$0,\!100^{ii}$	4,216
$K\beta_a$	6490,89	$0,\!608\cdot 0,\!139$	1,83
$K\beta_b$	6486, 31	$0,\!109\cdot 0,\!139$	9,40
$\mathrm{K}\beta_{c}$	6477,73	$0,\!077 \cdot 0,\!139$	13,22
$\mathrm{K}\beta_d$	$6490,\!06$	$0,\!397 \cdot 0,\!139$	1,81
$\mathrm{K}\beta_e$	$6488,\!83$	$0,\!176\cdot 0,\!139$	2,81

**Tab. 5.1:** Übersicht der mittels eines Kristallspektrometers gemessenen Energien, relativen Intensitäten sowie natürlichen Linienbreiten der Spektrallinien von <sup>55</sup>Mn [Höl97]. <sup>*i*</sup>Ursprünglich nicht in [Höl97] enthaltene Linie, welche nach privater Kommunikation zwischen E. Förster, C. Enss und S. Porter hinzugefügt wurde. <sup>*ii*</sup>Gegenüber [Höl97] abweichende Intensität, welche ebenfalls in dieser privaten Kommunikation korrigiert wurde.

werden. Anschließend kann über Gleichung 3.20 die intrinsische Güte  $Q_i$  berechnet werden.

### 5.2.5 Verwendete <sup>55</sup>Fe-Kalibrationsquelle

Zur Charakterisierung des Detektorarrays sowie der Erzeugung von Pulsen für die mehrkanalige Auslesung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers wurde, wie bereits angedeutet, eine <sup>55</sup>Fe-Kalibrationsquelle verwendet. Bei dieser Kalibrationsquelle ist das radioaktive Material in einem Edelstahlgehäuse eingeschlossen, welches auf einer Seite ein Berylliumfenster aufweist. Das <sup>55</sup>Fe-Isotop zerfällt über einen Elektroneneinfangprozess mit einer Halbwertszeit von 2,74 Jahren in ein angeregtes <sup>55</sup>Mn-Isotop. Das eingefangene Elektron stammt mit einer Wahrscheinlichkeit von 88% aus der K-Schale und hinterlässt dort ein Loch, welches anschließend durch Übergänge von Elektronen aus höheren Schalen unter Aussendung von Auger-Elektronen oder Röntgenphotonen gefüllt wird. Die emittierten Auger-Elektronen werden durch das Berylliumfenster absorbiert, sodass nur die höherenergetischen Röntgenphotonen für die Messung verwendet werden können. Eine Übersicht der mit einem hochauflösenden Kristallspektrometer gemessenen Spektrallinien der Röntgenphotonen ist in Tabelle 5.1 aufgelistet. Das Loch in der K-Schale wird mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 90 % durch einen K $\alpha$ -Übergang mit einem Elektron aus der L-Schale gefüllt. Dieser Übergang weist aufgrund der LS-Kopplung eine Feinstrukturaufspaltung auf, welche in K $\alpha_1$ - und K $\alpha_2$ -Übergänge resultieren. Mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 10 % wird das Loch durch einen K $\beta$ -Übergang mit einem Elektron aus der M-Schale gefüllt. Zum Vergleich der relativen Intensitäten der K $\beta$ -Linien und den K $\alpha$ -Linien wurden in Tabelle 5.1 die relativen Intensitäten mit einem ebenfalls in [Höl97] angegebenen Faktor von 0,139 versehen. Die erneut entstandenen Löcher werden anschließend sukzessive mit Elektronen aus höheren Schalen gefüllt. Die Energien der dabei entstehenden Photonen sind jedoch deutlich geringer, sodass diese durch das Berylliumfenster absorbiert werden. Zum Zeitpunkt der Messung wies die verwendete <sup>55</sup>Fe-Kalibrationsquelle eine Aktivität von etwa 1,4 MBq auf, so dass sich für einen Abstand von 2 cm zum Detektorarray eine erwartete Aktivität von etwa 2 Bq/Pixel auf dem Array ergab.

# 6. Charakterisierung des Software-Defined-Radio-Systems

In diesem Kapitel sollen zunächst die Komponenten sowie die interne Datenverarbeitung des verwendeten Auslesungssystems basierend auf Software-Defined-Radio erläutert werden. Anschließend werden die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Optimierungen der Frequenzkammparameter sowie Erweiterungen der Sendeseite erläutert, welche die Generierung eines exemplarischen Frequenzkamms bestehend aus 32 Tönen mit hoher Unterdrückung der Seitenbänder sowie des Lokaloszillators ermöglichen. Abschließend wird die Optimierung von Parametern auf der Empfangsseite erläutert, welche für die Auslesung des Multiplexer-Aufbaus im weiteren Verlauf der Arbeit durchgeführt wurden.

## 6.1 Beschreibung des verwendeten SDR-Systems

Im Rahmen dieser Arbeit wurde für die Auslesung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers ein auf Software-Defined-Radio (SDR) basierendes Auslesungssystem eingesetzt, welches in enger Zusammenarbeit am Institut für Prozessdatenverarbeitung und Elektronik des Karlsruher Instituts für Technologie entwickelt wurde [San19, Kar20]. Dieses ermöglicht auf der Sendeseite die Generierung eines Frequenzkamms mit innerhalb eines bestimmten Frequenzbands nahezu frei wählbaren Trägerfrequenzen. Somit kann jeder Träger an den entsprechenden Resonator angepasst werden. Auf der Empfangsseite ermöglicht das System die Bestimmung der transmittierten Amplitude für jeden Träger sowie zur Linearisierung des Ausgangssignals nach dem Prinzip der Flussrampenmodulation eine Phasendemodulation in Echtzeit.

Wie in Abbildung 6.1 dargestellt, besteht das SDR-System aus einem FPGA-Entwicklungsboard, auf welches ein Digital-Analog-Wandler-Board (DAC-Board) sowie ein Analog-Digital-Wandler-Board (ADC-Board) aufgesteckt sind. Beide Boards sind mit flexiblen Koaxialkabeln mit einem HF-Frontend verbunden, welches unter anderem mit zwei IQ-Mischern ausgestattet ist und so ein Hoch- sowie Heruntermischen zwischen dem Megahertz- und dem Gigahertz-Band ermöglicht.

Das verwendete FPGA-Entwicklungsboard EK-U1-ZCU102-G<sup>1</sup> enthält eine programmierbare FPGA-Logik sowie mehrere Prozessoren. Ein passendes Linux-System sowie die entwickelte Firmware kann über eine SD-Karte geladen werden. Weiterhin ist das

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Xilinx Inc., San José, Kalifornien, USA



**Abb. 6.1:** Fotografische Aufnahmen des FPGA-Entwicklungsboards mit aufgesteckten DAC- und ADC-Boards sowie des HF-Frontends. Zusätzlich sind Verbindungen der Koaxialkabel schematisch durch schwarze Striche dargestellt.

FPGA-Entwicklungsboard mit einem Ethernetanschluss ausgestattet und ermöglicht über eine SATA-Schnittstelle den Anschluss einer externen Festplatte. Die Verbindungen zum DAC-Board DAC38J84EVM<sup>2</sup> sowie zum ADC-Board ADS54J69EVM<sup>3</sup> erfolgten jeweils über eine FMC-Steckverbindung. Das DAC-Board enthält 4 analoge Ausgänge, welche jeweils mit einer Rate von 2,5 GS/s und einer Auflösung von 16 Bit abgetastet werden. Die Ausgänge sind ac-gekoppelt und werksseitig mit Transformatoren ausgestattet, welche zu einer Dämpfung von Frequenzen unter 10 MHz führen. Um das DAC-Board jedoch ebenfalls für die Generierung einer Sägezahn-Spannung für die Erzeugung einer Flussrampe nutzen zu können, wurden die Transformatoren von zwei Kanälen durch Modelle mit einem Frequenzbereich von 15 kHz bis 100 MHz ersetzt. Das ADC-Board weist zwei analoge Eingänge auf, welche jeweils mit einer Rate von 500 MS/s und einer Auflösung von 16 Bit abgetastet werden. Sowohl auf dem DAC- als auch auf dem ADC-Board wurden die werksseitig verbauten spannungsgesteuerten Quarzoszillatoren durch 100 MHz-Oszillatoren ersetzt, welche eine präzisere Taktrate ermöglichen. Auf diese Weise kann ein geringeres Phasenrauschen und somit ein besseres Signal-Rausch-Verhältnis der Boards erreicht werden. Darüber hinaus werden DAC- und ADC-Board über ein 10 MHz-Signal mit einem externen Rb-Frequenzstandard referenziert, welcher für eine verbesserte Langzeitstabilität zusätzlich mit einem GPS-Empfänger gekoppelt wurde.

Das HF-Frontend ist, wie in Abbildung 6.2 schematisch dargestellt, in einen sen-

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Texas Instuments Inc., Dallas, Texas, USA

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Texas Instuments Inc., Dallas, Texas, USA



Abb. 6.2: Schematischer Aufbau des HF-Frontends mit Darstellung der wesentlichen Komponenten.

deseitigen Bereich sowie einen empfangsseitigen Bereich aufgeteilt, welche jeweils mit einem IQ-Mischer MLIQ-0416L<sup>4</sup> ausgestattet sind. Zusätzlich existiert ein Eingang für einen Lokaloszillator, der für die IQ-Mischer der Sende- und Empfangsseite genutzt wird, sowie ein gemeinsames Tuning-Board, welches neben verschiedenen Betriebsspannungen für die Verstärker ebenfalls über Hilfs-DACs die benötigten Steuerspannungen der variablen Verstärker beziehungsweise Dämpfungsglieder generiert. Das Tuning-Board kann mittels einer I<sup>2</sup>C-Verbindung über das FPGA-Entwicklungsboard gesteuert werden. Die I- und Q-Pfade auf der Sende- sowie Empfangsseite sind jeweils symmetrisch aufgebaut. Die vom DAC generierte I- und Q-Komponente werden zunächst jeweils durch ein variables Dämpfungsglied gedämpft, um eine für den Eingang des IQ-Mischers geeignete Leistung zu erreichen. Nachfolgend wird über Tiefpassfilter mit Grenzfrequenzen von  $f_{\rm g,3\,dB} = 165\,{\rm MHz}$ , die als Rekonstruktionsfilter dienen, eine Glättung zwischen den einzelnen Abtastwerten ermöglicht. Mittels Fernspeiseweichen, deren Gleichspannungseingänge geerdet sind, wird der IQ-Mischer zudem vor Gleichströmen geschützt. Für die Generierung eines Lokaloszillatorsignals wurde ein externer Signalgenerator SMF100A<sup>5</sup> verwendet, welcher ein Hochfrequenzsignal mit einstellbarer Frequenz und einer Leistung von

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Marki Microwave Inc., Morgan Hill, Kalifornien, USA

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Rohde & Schwarz GmbH & Co. KG, München, Deutschland

+16 dBm in einen SMA-Eingang auf dem HF-Frontend einspeist. Nach dem SMA-Eingang werden durch eine Fernspeiseweiche zunächst potentielle Gleichstromanteile herausgefiltert. Anschließend wird der Lokaloszillator über einen Leistungsteiler aufgeteilt, um eine Verwendung sowohl für den sende- als auch für den empfangsseitigen IQ-Mischer zu ermöglichen. Am Ausgang des sendeseitigen IQ-Mischers werden anschließend über einen Tief- sowie einen Hochpassfilter mit Grenzfrequenzen von  $f_{\rm g,3\,dB} = 8,15\,{\rm GHz}$  beziehungsweise  $f_{\rm g,3\,dB} = 3,1\,{\rm GHz}$  Frequenzen außerhalb des gewünschten Frequenzbereichs unterdrückt. Anschließend ermöglicht ein variables Dämpfungsglied eine Anpassung der Ausgangsleistung an den experimentellen Aufbau. Unmittelbar vor dem Ausgang des HF-Frontends zum Kryostaten ermöglicht zudem ein Brückenkoppler die Auskopplung eines kleinen Anteils des Frequenzkamms. Dessen gekoppelter Ausgang kann für eine Kontrollmessung des gesendeten Frequenzkamms genutzt werden, in der Regel ist er jedoch mit einem  $50\,\Omega$ -Abschlusswiderstand versehen. Auf der Empfangsseite des HF-Frontends wird der vom Kryostaten kommende modulierte Frequenzkamm zunächst durch einen Verstärker mit einer eingangsseitigen Rauschtemperatur von 315 K um 27 dB verstärkt. Anschließend ermöglicht wieder ein Brückenkoppler die Auskopplung eines Anteils des Frequenzkamms, dessen gekoppelter Ausgang ebenfalls mit einem  $50 \Omega$ -Abschlusswiderstand versehen ist. Über die gleichen Tief- und Hochpassfilter wie auf der Sendeseite können beispielsweise Mischungsprodukte der Verstärker teilweise herausgefiltert werden. Im Folgenden wird das Signal mittels eines IQ-Mischers in das Megahertz-Band überführt. Der I- sowie der Q-Ausgang des IQ-Mischers werden anschließend zunächst mit jeweils einer Fernspeiseweiche von Gleichströmen geschützt. Ferner erfolgt eine Verstärkung beider Signale mit jeweils einem variablen sowie einem festen Verstärker. Zudem werden mittels Tiefpassfiltern mit Grenzfrequenzen von  $f_{g,3 dB} = 2,05 \text{ GHz}$  beziehungsweise  $f_{g,3 dB} = 165 \text{ MHz}$  hochfrequente Störsignale herausgefiltert sowie Aliasing bei der Digitalisierung vorgebeugt. Anschließend werden die Signale mit dem ADC abgetastet.

Die Steuerung des SDR-Aufbaus erfolgt durch vom Institut für Prozessdatenverarbeitung und Elektronik implementierte und bereitgestellte Funktionen in der Programmiersprache Python, welche über eine Ethernetverbindung sowie das gRPC<sup>6</sup>-Protokoll eine Verbindung zum FPGA-Entwicklungsboard aufbauen.

Zur Generierung eines Frequenzkamms ist zunächst für jedes Auslesungssignal die Frequenz im Megahertz-Band sowie die Amplitude erforderlich. Durch die Nutzung eines IQ-Mischers und der Generierung der I- und Q-Signale durch einen DAC, welche eine Phasenverschiebung von  $+90^{\circ}$  oder  $-90^{\circ}$  aufweisen, ist je nach Vorzeichen die Generierung positiver oder negativer Frequenzen möglich. Der Frequenzbereich ist dabei aufgrund des Nyquist-Shannon-Abtasttheorems auf die halbe Bandbreite des

 $<sup>^{6}\</sup>mathrm{Abk}$ ürzung für google Remote Procedure Call



Abb. 6.3: Empfangsseitige Datenverarbeitungskette des DAC-Boards sowie des FPGA-Entwicklungsboards, welche eine Kanalisierung sowie eine sukzessive Datenreduktion durch digitale Heruntermischung (DDC) sowie Flussrampendemodulation ermöglicht. Im letzten Schritt werden die Messdaten der N ausgewählten Kanäle abgespeichert.

ADCs und somit auf  $\pm 250 \text{ MHz}$  beschränkt. Durch die sendeseitig vorhandenen Rekonstruktionsfilter mit einer Grenzfrequenz von  $f_{g,3\,dB} = 165\,MHz$  ist jedoch bereits bei sehr viel geringeren Frequenzen eine Reduzierung der Signalamplitude erkennbar. Ferner ist die Summe der Amplituden sämtlicher Auslesungssignale durch die maximale Ausgangsamplitude des DACs auf  $1 V_{pp}$  limitiert. Für jedes Auslesungssignal ist zudem die Übergabe von Korrekturparametern möglich, welche eine gemeinsame Phasenverschiebung der I- und Q-Signale, eine Variation der Phasenverschiebung zwischen dem I- und Q-Signal sowie eine Reduzierung der Amplitude des Q-Signals gegenüber dem I-Signal ermöglichen. Die Nützlichkeit dieser Parameter wird im kommenden Abschnitt näher erläutert. Anschließend werden die Parameter aller Auslesungssignale an das FPGA-Entwicklungsboard übergeben, auf dem die Berechnung des zeitlichen Signalverlaufs zur Erzeugung des Frequenzkamms durchgeführt wird. Die Frequenzen jedes Auslesungssignals werden dabei im Bereich weniger Kilohertz angepasst, sodass eine ganzzahlige Anzahl von Perioden in den Pufferspeicher des DACs geschrieben werden kann. Anschließend erfolgt durch den DAC die Abtastung dieser Daten in einer Schleife.

Weiterhin ist über zwei Kanäle des DACs die Generierung einer Sägezahn-Spannung zur Erzeugung einer Flussrampe möglich. Hierbei kann die Repititionsrate über einen weiten Bereich sowie die Amplitude im Bereich bis  $0.5 V_{pp}$  eingestellt werden. Aufgrund der ac-Kopplung der Ausgänge wird vor der Abtastung softwareseitig eine Korrektur der Sägezahn-Spannung im Frequenzraum durchgeführt, um eine bestmögliche Linearität der steigenden Flanke am Ausgang zu erreichen.

Nach der Abtastung des modulierten Frequenzkamms durch den ADC ist für die weitere Datenverarbeitung eine schnelle Reduzierung der Datenrate sowie eine geeignete Kanalisierung essentiell. Wie in Abbildung 6.3 dargestellt, werden die vom ADC-Board mit je 500 MHz abgetasteten Daten der I- und der Q-Komponente an das FPGA-Entwicklungsboard übergeben. Auf diesem wird das Frequenzband mittels zwei Polyphasen-Kanalisierern in Teilspektren mit fortlaufenden Indizes aufgeteilt [Kar20]. Ein Kanalisierer generiert dabei die 32 Teilspektren mit geraden Indizes. der andere die 32 Teilspektren mit ungeraden Indizes. Da mit der derzeit verfügbaren Firmware die Weiterverarbeitung der Teilspektren mit ungeraden Indizes noch nicht möglich ist, werden ausschließlich die Teilspektren mit geraden Indizes an das folgende Modul übergeben, welches eine digitale Heruntermischung<sup>7</sup> in die Basisbänder durchführt sowie einen Tiefpassfilter anwendet. Auf diese Weise können die Amplituden der Auslesungsfrequenzen bestimmt werden. Die Daten im Basisband werden anschließend mit einer Rate von 15,625 MHz für jedes Teilspektrum an das Modul zur Flussrampen-Demodulation übergeben. Dieses Modul verfügt zur Bestimmung des Beginns einer Flussrampe zusätzlich über ein vom DAC kommendes Synchronisationssignal. Durch die Flussrampen-Demodulation kann die Datenrate für jedes Teilspektrum auf die verwendete Repititionsrate der Flussrampe reduziert werden. Anschließend können die in der tatsächlichen Messung verwendeten N Teilspektren ausgewählt und die demodulierten Phasenwerte dieser Kanäle wahlweise über das Netzwerk zum Messrechner gesendet oder bis zum Erreichen der maximalen Speicherkapazität auf der angeschlossenen Festplatte abgelegt werden.

## 6.2 Optimierung des sendeseitigen Frequenzkamms

Zur Charakterisierung des Software-Defined-Radio-Systems wurde ein Frequenzkamm mit 32 beispielhaften Auslesungsfrequenzen, welche auch als Töne bezeichnet werden, generiert. Die Töne wurden gleichermaßen auf beiden Seiten der Frequenz des Lokaloszillators mit einem Abstand von 10 MHz platziert und wiesen am DAC jeweils eine Amplitude von 1/32 der maximalen Ausgangsamplitude auf. Da aufgrund von Toleranzen bei der Herstellung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers eine exakt gleichmäßige Anordnung der Auslesungsfrequenzen unwahrscheinlich ist, wurde jeder Ton zufällig im Bereich  $\pm 50 \,\mathrm{kHz}$  verschoben. Zudem wurde jeder Ton mit einer zufälligen Phase versehen sowie im Frequenzbereich des Lokaloszillators ein Bereich von 30 MHz ausgespart. Der sendeseitige Ausgang des HF-Frontends wurde anschließend über ein Koaxialkabel mit einer Dämpfung von 2 dB mit einem Spektrumanalysator  $RSA5100B^8$  verbunden. Der so gemessene Frequenzkamm ist in Abbildung 6.4(a) dargestellt und weist Merkmale auf, die sich auf ein geringfügig von der Theorie abweichendes Verhalten des IQ-Mischers beziehungsweise des Versuchsaufbaus zurückführen lassen, da es sich hierbei jeweils um reale Bauteile handelt, welche gewissen Toleranzen unterliegen. Neben den 32 gewünschten Auslesungsfrequenzen sind weitere 32 Frequenzen mit geringeren Leistungen sichtbar, welche als Seitenbänder bezeichnet werden und gegenüber den Leistungen der gewünschten Frequenzen eine gerin-

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Im Englischen als **D**igital **D**own **C**onversion (DDC) bezeichnet.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Tektronix Inc., Beaverton, Oregon, USA



Abb. 6.4: a) Beispielhafter Frequenzkamm mit 32 Frequenzen vor Durchführung von Optimierungsschritten, welcher am Ausgang des HF-Frontends mittels eines Spektrumanalysators gemessen wurde. Neben einer Seitenbandunterdrückung von etwa 20 dB ist das Signal des Lokaloszillators im Spektrum sichtbar. b) Auswirkungen einer Phasen- sowie einer Amplitudenkorrektur zwischen der I- und Q-Komponente beispielhaft für die Leistung  $P_{\rm S,12}$  des zum 12. Ton zugehörigen Seitenbandes. Es sind die ersten beiden Schritte des iterativen Optimierungsverfahrens dargestellt. An die Messwerte wurde jeweils ein Polynomzug angepasst und anschließend dessen Minimum bestimmt.

ge Seitenbandunterdrückung von etwa 20 dB aufweisen. Diese Seitenbänder werden durch Phasen- oder Amplituden-Ungleichgewichte verursacht, welche entweder bereits in den Signalen der I- und Q-Komponente am Eingang des IQ-Mischers vorliegen oder durch nicht-ideale interne Bauteile des IQ-Mischers entstehen [Nas09]. Zudem ist ein sehr deutliches Signal des Lokaloszillators bei 5,5 GHz sichtbar, welches aufgrund von Gleichspannungsdifferenzen an den I- und Q-Eingängen des IQ-Mischers sowie ein elektromagnetisches Übersprechen innerhalb des IQ-Mischers verursacht wird [Nas09]. Darüber hinaus sind die Leistungen der Töne aufgrund frequenzabhängiger Dämpfungen und des sendeseitigen 165 MHz-Tiefpassfilters auf dem HF-Frontend nicht homogen, was zu unterschiedlichen Ausleseleistungen für jeden Kanal des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers führen würde.

Zur Verbesserung der Seitenbandunterdrückung wurde ein Algorithmus [Nas09] in Python implementiert, welcher für jeden Ton mit der Leistung  $P_i$  die Leistung des dazugehörigen Seitenbands  $P_{\mathrm{S},i}$  durch Anwendung einer Phasen- und Amplitudenkorrektur der vom DAC generierten Signale minimiert. Das Vorgehen ist beispielhaft für den 12. Ton in Abbildung 6.4(b) dargestellt. Im ersten Schritt wird die Phasenverschiebung von 90° zwischen dem I- und dem Q-Ausgang des DACs mit einer Phasenkorrektur  $\Delta \phi$  versehen und automatisch die Leistung  $P_{\mathrm{S},i}$  der Seitenbänder für mehrere Werte der Phasenkorrektur bestimmt. Nach der numerischen Anpassung eines Polynomzugs kann so die Phasenkorrektur  $\Delta \phi$  mit der geringsten Leistung  $P_{\mathrm{S},i}$  des Seitenbands bestimmt werden. Dieser Wert wird anschließend für den nächsten Optimierungsschritt beibehalten. Im zweiten Schritt wird die Amplitude der Q-Komponente gegenüber der I-Komponente auf einem Amplitudenkorrekturfaktor *a* reduziert und ebenfalls der Korrekturfaktor mit der geringsten Leistung des Seitenbands bestimmt. Dieser Wert wird ebenfalls für den nächsten Optimierungsschritt beibehalten. Beide Optimierungsverfahren werden iterativ und simultan für sämtliche Töne durchgeführt.

Das deutlich erkennbare Signal des Lokaloszillators im Gigahertz-Band kann, unabhängig davon, ob es durch dc-Versätze an den I- und Q-Eingängen des IQ-Mischers oder durch ein internes elektromagnetisches Übersprechen im IQ-Mischer verursacht wird, mittels einer Optimierung der dc-Versätze an den I- und Q-Eingängen korrigiert werden. Dies ist mit dem in Kapitel 6.1 beschriebenen HF-Frontend jedoch nicht möglich, da die Gleichspannungseingänge der Fernspeiseweichen geerdet sind und nicht mit dem Tuning-Board verbunden sind. Aus diesem Grund wurden im Rahmen einer Erweiterung des HF-Frontends die Erdungen der Gleichspannungseingänge entfernt und diese über ohmsche Widerstände, welche als Spannungsteiler sowie zur Strombegrenzung dienen, mit jeweils einer externen Spannungsquelle verbunden. Anschließend wurden iterativ die dc-Versätze der I- und Q-Eingänge optimiert. Diese Verbesserungsmöglichkeit wurde an die Entwickler des HF-Frontends weitergegeben. welche in der kommenden Revision nun eine dc-Kopplung des DAC-Boards planen. Dies ermöglicht zukünftig die Anpassung der dc-Versätze ohne zusätzliche externe Spannungsquellen. Im letzten Optimierungsschritt wurden die vom DAC generierten Amplituden der Töne korrigiert, sodass unter Ausnutzung der maximalen Ausgangsamplitude des DACs eine homogene Leistung aller Töne am Ausgang des HF-Frontends erreicht wird. Für Messungen an einem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer ist darüber hinaus zur Berücksichtigung einer frequenzabhängigen Dämpfung des kryogenen HF-Aufbaus eine individuelle Anpassung der relativen Leistung jedes Tons möglich.

Der nach diesen Optimierungsschritten am Ausgang des HF-Frontends gemessene Frequenzkamm ist in Abbildung 6.5 dargestellt und zeigt neben einer Seitenbandunterdrückung eine Unterdrückung des Lokaloszillators gegenüber den Tönen von jeweils > 50 dB. Darüber hinaus weist der Frequenzkamm eine sehr hohe Homogenität der Leistungen mit Differenzen von < 0,03 dB auf. Im Vergleich zu ähnlichen SDR-Systemen [Gar18, Hen18] konnten für die Seitenbandunterdrückung sowie die Unterdrückung des Lokaloszillators ähnliche beziehungsweise teilweise bessere Werte sowie für die Homogenität der Leistungen der Töne deutlich bessere Werte erreicht werden.



Abb. 6.5: Darstellung des sendeseitigen Frequenzkamms mit 32 Tönen nach Durchführung der im Text beschriebenen Optimierungsschritte. Die Seitenbandunterdrückung beträgt -55,2 dB, die Unterdrückung des Lokaloszillators -51,2 dB.

## 6.3 Optimierung der Empfangsseite

Nach der Modulation durch den Mikrowellen-SQUID-Multiplexer wird der Frequenzkamm auf der Empfangsseite des HF-Frontend wieder mittels eines IQ-Mischers in das Megahertz-Band heruntergemischt und auf dem ADC-Board digitalisiert. Neben den gewünschten Frequenzen im Megahertz-Band werden dabei vom Polyphasen-Kanalisierer typischerweise ebenfalls sogenannte Spiegelfrequenzen mit entgegengesetztem Vorzeichen gemessen. Diese resultieren ähnlich wie auf der Sendeseite aus Phasen- sowie Amplitudenabweichungen zwischen der I- und der Q-Komponente am Eingang des ADC-Boards. Mit der Firmware des FPGA-Borads ist es jedoch nicht möglich, sich die Amplituden dieser Spiegelfrequenzen ausgeben zu lassen. Durch einen absichtlichen Tausch der I- und Q-Komponente an den Eingängen des ADC-Boards kann die Amplitude der Spiegelfrequenzen jedoch gezielt gemessen werden. Die auf der Empfangsseite des HF-Frontends enthaltenen variablen Verstärker erlauben anschließend eine Minimierung dieser Spiegelfrequenzen mittels einer Amplitudenanpassung zwischen der I- und der Q-Komponente. Eine softwareseitige Korrektur der gesamten Amplitude jedes Tons ist nicht erforderlich, da durch Verwendung von Flussrampen-Demodulation das Nutzsignal in einer Phase kodiert ist. Ein mögliches parasitäres Signal des Lokaloszillators nach dem IQ-Mischer wird zudem vor dem ADC-Board durch Alias-Filter entfernt. Vor der Auslesung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers wird der Tausch der I- und Q-Komponente wieder rückgängig gemacht.

# 7. Mehrkanalige Auslesung des Multiplexer-Aufbaus

Die Darstellung und Diskussion der experimentellen Ergebnisse zur Charakterisierung des Multiplexer-Aufbaus ist in mehrere Teile gegliedert. Zunächst werden die Ergebnisse einer Charakterisierung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers und einer Magnetisierungsmessung eines nicht-gradiometrischen Kanals des Detektorarrays diskutiert. Anschließend werden die Ergebnisse von mehrkanaligen Auslesungen des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers mittels Software-Defined-Radio dargestellt. Hierfür wird zunächst die bei der Auswertung verwendete Vorgehensweise exemplarisch für den Kanal 15 erläutert und die von einer <sup>55</sup>Fe-Kalibrationsquelle resultierenden Signalamplituden, das weiße Flussrauschen sowie die erreichten Energieauflösungen mit den aus den durchgeführten Simulationen heraus erwarteten Werten verglichen. Abschließend werden die Ergebnisse aller simultan ausgelesenen Kanäle diskutiert und eine Abschätzung des Übersprechens zwischen den Kanälen durchgeführt.

## 7.1 Charakterisierung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers

Für die Charakterisierung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers wurde die Experimentierplattform des Kryostaten auf eine Temperatur von  $T_{\rm exp} = 300$  mK stabilisiert. Diese Temperatur liegt deutlich oberhalb der Betriebstemperaturen von metallischen magnetischen Kalorimetern und führt daher zu einer weitgehenden Insensitivität der Detektoren auf externe Energieeinträge. Somit kann eine Beeinflussung der Charakterisierung zum Beispiel im Hinblick auf niederfrequentes Rauschen durch Detektorereignisse vermieden werden. Dennoch liegt diese Temperatur deutlich unterhalb der kritischen Temperatur von Niob ( $T_{\rm exp}/T_{\rm c,Nb} = 0,03$ ), sodass die kinetische Induktivität sowie die intrinsischen Güten der Resonatoren mit der bei den Betriebstemperaturen von metallischen magnetischen Kalorimetern vergleichbar sind. Dies ermöglicht die Messung von Resonanzkurven, welche sich nur marginal von denen bei Betriebstemperaturen von metallischen magnetischen Kalorimetern gemessenen Resonanzkurven unterscheiden.

#### 7.1.1 Identifikation der Resonatoren

Zunächst wurde zur Identifikation der Resonatoren der komplexe Streuparameter  $S_{21}$ mit dem vektoriellen Netzwerkanalysator gemessen. Das resultierende, unkorrigier-



**Abb. 7.1:** Verlauf der Transmission  $|S_{21}|^2$  in Abhängigkeit der Frequenz f. Es sind sämtliche 16 Resonatoren eindeutig identifizierbar.

te Transmissionsspektrum  $|S_{21}|^2$  ist in Abbildung 7.1 dargestellt. Die Transmission außerhalb von Resonanzen liegt dabei im Bereich von 0 dB, sodass die verwendeten Hochfrequenzverstärker etwa die dämpfenden Elemente des HF-Aufbaus kompensieren. Zudem ist sehr homogene Basis-Transmission sichtbar, welche auf eine gute Impedanzanpassung der Hochfrequenzkomponenten hindeutet. Die Dämpfung des sendeseitigen Aufbaus beträgt nach der in Abschnitt 7.1.3 bestimmten Dämpfung des Hochfrequenz-Aufbaus im Kryostaten sowie dem bei Raumtemperatur verwendeten Dämpfungsglied etwa 66 dB. Mit einer Sendeleistung von  $P_{\rm VNA} = -16$  dBm am vektoriellen Netzwerkanalysator wurde so eine Leistung von  $P_{\rm rf} \approx -82$  dBm auf der Durchgangsleitung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers erreicht, welche im Folgenden als Auslesungsleistung bezeichnet wird. Das gemessene Transmissionsspektrum ermöglicht eine eindeutige Identifikation aller 16 Resonatoren. Zudem sind die mit dem Detektorarray verbundenen Kanäle 5-8 und 13-16 markiert.

Wie erwartet sind die Resonanzfrequenzen  $f_r$  gegenüber den angestrebten, unbelasteten Resonanzfrequenzen  $f_0$  der Resonatoren reduziert. Ursache hierfür ist die Kopplungskapazität  $C_c$  sowie die Abschlussinduktivität  $L_T$ , die nach Gleichung 3.18 zu einer reduzierten Resonanzfrequenz  $f_r$  führen. Die über die bestimmten Werte der Resonanzfrequenzen  $f_r$  sowie die in Abschnitt 7.1.2 bestimmten Parameter berechneten unbelasteten Resonanzfrequenzen  $f_0$  liegen im Bereich von 4,42-4,69 GHz und stimmen somit innerhalb von 3% mit den Entwurfsparametern überein.

#### 7.1.2 Flussabhängigkeit der Multiplexerkanäle

Zur Charakterisierung der Flussabhängigkeit der einzelnen Multiplexerkanäle, die sich als Flussabhängigkeit der Resonanzfrequenz bemerkbar macht, wurde der externe Fluss  $\Phi_{\text{ext}}$  in jedem rf-SQUID über einen Strom  $I_{\text{mod}}$  in der Modulations-



Abb. 7.2: Mittels eines vektoriellen Netzwerkanalysators bei einer Temperatur von T = 300 mK gemessene Transmissionsspektren  $|S_{21}|^2$  exemplarisch für a) Kanal 14 und b) Kanal 15 für die Grenzfälle des externen magnetischen Flusses  $\Phi_{\text{ext}} = (n+0.5)\Phi_0$  sowie  $\Phi_{\text{ext}} = n\Phi_0$  im rf-SQUID. Die grauen Linien stellen Flusszustände mit einem Abstand von  $0.1\Phi_0$  dar, welche linear zwischen beiden Grenzfällen verteilt sind.

spule variiert. Als Stromquelle wurde hierfür eine kommerziell erhältliche SQUID-Elektronik<sup>1</sup> verwendet. Für einen Bereich von  $-125 \,\mu\text{A} \leq I_{\text{mod}} \leq +125 \,\mu\text{A}$  wurde in Schritten von  $2 \,\mu\text{A}$  bei einer Auslesungsleistung von etwa  $P_{\text{rf}} \approx -82 \,\text{dBm}$  jeweils eine Messung des komplexen Streuparameters  $S_{21}$  mit dem vektoriellen Netzwerkanalysator durchgeführt. In Abbildung 7.2 sind die Transmissionsspektren  $|S_{21}|^2$  exemplarisch für die Kanäle 14 und 15 für die Grenzfälle des externen magnetischen Flusses  $\Phi_{\text{ext}} = (n + 0,5)\Phi_0$  sowie  $\Phi_{\text{ext}} = n\Phi_0$  dargestellt. Zusätzlich sind mittels grauer Linien die Transmissionsspektren von dazwischenliegenden Flusswerten eingezeichnet, welche mit einem Abstand von  $0,1 \,\Phi_0$  linear zwischen den Grenzfällen verteilt sind. Die flussabhängige Verschiebung der Resonanzfrequenzen ist deutlich zu erkennen.

Für die weiteren Auswertungen wurden zunächst die Daten der komplexen Transmission  $S_{21}$  mittels des in Kapitel 5.2.4 beschriebenen Algorithmus von Einflüssen des Messaufbaus bereinigt. Anschließend wurden die Resonanzfrequenzen sowie die Güten jedes Resonators für jeden Wert des externen magnetischen Flusses  $\Phi_{\text{ext}}$  bestimmt. Für die Kanäle 3 und 4 war dies aufgrund der zu geringen intrinsischen Güten nicht zuverlässig möglich, weshalb diese Kanäle im weiteren Verlauf der Auswertung nicht weiter beachtet wurden. Eine spätere Untersuchung mit einem Lichtmikroskop ergab keine Auffälligkeiten, weshalb die Ursache der geringen Güten dieser Kanäle bis zum Ende dieser Arbeit nicht geklärt werden konnte. In Abbildung 7.3 sind exemplarisch die bestimmten Resonanzfrequenzen sowie in Falschfarben die Trans-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>XXF-1, Magnicon GmbH, Hamburg, Deutschland



Abb. 7.3: Von Einflüssen des Messaufbaus bereinigte Transmissionen  $|S_{21}|^2$  in Abhängigkeit des Modulationsstroms  $I_{\rm mod}$  für a) Kanal 14 sowie b) für Kanal 15. Zusätzlich sind die bestimmten Resonanzfrequenzen  $f_{\rm r}$  sowie eine numerische Anpassung von Gleichung 7.1 dargestellt. Die Messung wurde bei einer Auslesungsleistung von  $P_{\rm rf} \approx -82 \, \rm dBm$  durchgeführt.

mission  $|S_{21}|^2$  der von Einflüssen des Messaufbaus bereinigten Daten der Kanäle 14 und 15 dargestellt. An die gemessenen Resonanzfrequenzen  $f_r(I_{mod})$  wurde auf Basis von Gleichung 3.37 der erwartete theoretische Verlauf der Resonanzfrequenz

$$f_{\rm r}(I_{\rm mod}) = f_{\rm r}^{\rm off} + \Delta f_{\rm r}^{\rm mod} \frac{\beta_{\rm L,eff} \cos(\varphi_{\rm dc})}{1 + \beta_{\rm L,eff} \cos(\varphi_{\rm dc})}$$
(7.1)

numerisch angepasst [Weg18]. Hierbei gilt für die Parameter  $f_{\rm r}^{\rm off} = f_0 - 4f_0^2(C_{\rm c}Z_0 + L_{\rm T,eff}/Z_0)$ ,  $\Delta f_{\rm r}^{\rm mod} = 4f_0^2/Z_0 \cdot M_{\rm T,eff}^2/L_{\rm S,eff}$  sowie  $\varphi_{\rm dc} \approx \varphi_{\rm ext} - \beta_{\rm L,eff} \sin(\varphi_{\rm ext})$ . Da beide Kanäle eine Verbindung zum Detektorarray aufweisen, führt analog zu Gleichung 3.43 der supraleitende Flusstransformator zu einer reduzierten, effektiven Gegeninduktivität  $M_{\rm mod,eff}$  zwischen Modulationsspule und SQUID-Schleife, sodass unter Berücksichtigung eines vom Modulationsstrom unabhängigen Beitrags  $\varphi_{\rm off}$  der extern eingeprägte magnetische Fluss über  $\varphi_{\rm ext} = 2\pi M_{\rm mod,eff} I_{\rm mod}/\Phi_0$  ausgedrückt werden kann.

In Tabelle 4.1 sind die experimentell ermittelten charakteristischen Parameter für die untersuchten Kanäle zusammengefasst. Aus den experimentell bestimmten Frequenzen  $f_r^{\text{off}}$  ergibt sich ein mittlerer Frequenzabstand von  $\overline{\Delta f_r} = 17,0$  MHz, welcher leicht unterhalb des angestrebten Frequenzabstands von  $\Delta f_r = 20,0$  MHz liegt. Hauptursache hierfür ist der mittlere Abstand der unbelasteten Resonanzfrequenzen, welcher mit  $\overline{\Delta f_0} = 18,3$  MHz ebenfalls leicht unterhalb des angestrebten Wertes liegt. Im Hinblick auf ein geringes Übersprechen im Frequenzraum bei gleichzeitig hoher Kanaldichte ist daher eine weitere Optimierung der Resonatoren erforderlich, welche jedoch nicht Gegenstand dieser Arbeit war. Dennoch konnte für die meisten

Kanal	Detektor	$f_{ m r}^{ m off}$ / GHz	$\Delta f_{ m r}^{ m max}$ / MHz	$\beta_{\rm L,eff}$	$\frac{M_{\rm T, eff}^2}{L_{\rm S, eff}}~/~{\rm pH}$	$\Delta f$ / MHz
1	-	$4,\!1355$	$0,\!41$	0,49	0,20	$0,\!99$
2	-	$4,\!1539$	0,41	0,48	0,21	1,71
3	-	-	-	-	-	-
4	-	-	-	-	-	-
5	$\checkmark$	4,2046	0,49	$0,\!41$	0,26	2,22
6	$\checkmark$	4,2178	$0,\!43$	$0,\!42$	0.28	1,78
7	$\checkmark$	4,2383	$0,\!45$	$0,\!40$	$0,\!30$	1,06
8	$\checkmark$	4,2544	0,39	$0,\!43$	$0,\!23$	$1,\!65$
9	-	4,2700	$0,\!41$	0,44	0,24	0,76
10	-	4,2888	$0,\!42$	$0,\!46$	$0,\!22$	$1,\!19$
11	-	4,3045	$0,\!41$	$0,\!44$	$0,\!24$	$0,\!68$
12	-	4,3222	$0,\!42$	$0,\!42$	$0,\!25$	$0,\!54$
13	$\checkmark$	4,3366	$0,\!48$	0,41	0,30	1,31
14	$\checkmark$	$4,\!3541$	$0,\!46$	$0,\!42$	$0,\!26$	$1,\!40$
15	$\checkmark$	4,3707	$0,\!45$	$0,\!48$	$0,\!20$	$0,\!84$
16	$\checkmark$	4,3883	$0,\!44$	$0,\!42$	0,26	$1,\!03$

**Tab. 7.1:** Übersicht der bestimmten charakteristischen Parameter des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers, welche bei einer Auslesungsleistung von  $P_{\rm rf} \approx -82 \, \rm dBm$  experimentell bestimmt wurden. Für die Kanäle 3 und 4 war aufgrund zu geringer intrinsischer Güten keine zuverlässige Charakterisierung möglich.

Kanäle ein Quotient aus dem Abstand der Resonanzfrequenzen  $\Delta f_{\rm r}^{\rm off}$  und der Bandbreite  $\Delta f$  von  $\Delta n = \Delta f_{\rm r}^{\rm off} / \Delta f > 10$  erreicht werden, womit ein Übersprechen im Frequenzraum von unter 0,1% zu erwarten ist.

Die experimentell bestimmten Werte des Abschirmparameters  $\beta_{\text{L,eff}}$  fallen vergleichsweise homogen aus, was auf eine hohe Homogenität der kritischen Ströme  $I_c$  der SQUIDs hindeutet. Für Kanäle ohne verbundenen Detektor ergibt sich ein Mittelwert von  $\overline{\beta_{\text{L}}} = 0.46$ , für Kanäle mit verbundenem Detektor aufgrund von Abschirmeffekten des supraleitenden Flusstransformators ein Mittelwert von  $\overline{\beta_{\text{L}}} = 0.42$ . Da diese Werte etwa 22 % beziehungsweise 15 % unterhalb der angestrebten Werte liegen, wurden die kritischen Ströme einzelner Josephson-Kontakte unterschiedlicher Größen von separaten Test-Chips desselben Wafers bestimmt. Es stellte sich heraus, dass die kritische Stromdichte  $j_c$  der untersuchten Josephson-Kontakte 9% über dem angestrebten Wert lag, jedoch aufgrund von Toleranzen in der Mikrofabrikation die Josephson-Kontakte gegenüber den angestrebten Werten eine reduzierte Fläche aufwiesen. Für die beim Mikrowellen-SQUID-Multiplexer verwendete Größe der Josephson-Kontakte entspricht dies einer um 19% reduzierten Fläche. Unter Berücksichtigung dieser herstellungsbedingten Abweichungen ergibt sich so ein erwarteter kritischer Strom  $I_c = 3,76 \,\mu\text{A}$ , welcher wiederrum zu Abschirmparametern von  $\beta_L = 0,48$  für die Kanäle ohne verbundenen Detektor und  $\beta_L = 0,40$  für die Kanäle mit verbundenem Detektor führt. Diese stimmen gut mit den experimentell bestimmten Werten überein.

Die Mittelwerte des Parameters  $\overline{M_{\rm T,eff}^2/L_{\rm S,eff}}$  konnten aus dem Parameter  $\Delta f_{\rm r}^{\rm mod}$ mit 0,23 pH beziehungsweise 0,26 pH experimentell bestimmt werden. Diese weichen deutlich von den mittels InductEx simulierten Werten von 0,32 pH beziehungsweise 0,35 pH ab. Ursache hierfür ist mit hoher Wahrscheinlichkeit eine im Vergleich zur Simulation geringere Gegeninduktivität  $M_{\rm T}$ , welche quadratisch in den untersuchten Parameter einfließt und beispielsweise aus erhöhten Dicken der Isolationsschichten resultieren kann. Da in der Arbeitsgruppe bei der Deposition von  $SiO_2$ bereits inhomogene Schichtdicken beobachtet wurden, ist diese Ursache sehr wahrscheinlich. Die Mittelwerte der maximalen Verschiebungen der Resonanzfrequenzen betragen  $\overline{\Delta f_r^{\text{max}}} = 0.41 \text{ MHz}$  für die Kanäle ohne verbundenen Detektor und  $\overline{\Delta f_r^{\max}} = 0.45 \text{ MHz}$  für die Kanäle mit verbundenem Detektor. Unter Verwendung der experimentell bestimmten Parameter der unbelasteten Resonanzfrequenzen  $f_0$ , des kritischen Stroms  $I_{\rm c}$  sowie des Parameters  $M_{\rm T,eff}^2/L_{\rm S,eff}$  ergeben sich erwartete Mittelwerte von  $\overline{\Delta f_r^{\text{max}}} = 0.40 \text{ MHz}$  für die Kanäle ohne Detektor und  $\overline{\Delta f_r^{\text{max}}} = 0.36 \text{ MHz}$ für die Kanäle mit Detektor. Während die Werte für Kanäle ohne verbundenen Detektor gut übereinstimmen, liegt die maximale Verschiebung der Resonanzfrequenzen für die Kanäle mit verbundenem Detektor 25 % oberhalb des berechneten Wertes. Die Ursache hierfür hängt möglicherweise mit dem supraleitenden Flusstransformator zusammen und wird zukünftig bei weiteren Multiplexer-Aufbauten zusätzlich evaluiert werden, um eine Erklärung für dieses Verhalten zu finden.

Die Bandbreiten  $\Delta f$  der Kanäle liegen im Bereich des angestrebten Wertes von  $\Delta f = 1 \text{ MHz}$ , zeigen jedoch eine deutliche Streuung. Ein ähnliches Verhalten konnte bereits in [Weg18] sowie für einen anderen Chip desselben Wafers in [Ihs21] beobachtet werden. Ursache hierfür ist eine starke Variation der intrinsischen Güten sowie der Kopplungsgüten  $Q_c$ . Für die Kanäle mit verbundenem Detektor liegen dabei die intrinsischen Güten stets unterhalb der Kopplungsgüten. Dies deutet auf in Zusammenhang mit dem Detektorarray stehende Verlustmechanismen hin. Hierfür spricht ebenfalls, dass derselbe Mikrowellen-SQUID-Multiplexer ohne Detektorarray bei einer vorherigen Messung in einem Transportbehälter für flüssiges Helium bei T = 4,2 K für sämtliche Kanäle verhältnismäßig hohe intrinsische Güten zeigte. Aus diesem Grund ist eine Reduzierung der intrinsischen Güten aufgrund von dielektrischen Verlusten, Strahlungsverlusten oder Quasitellchenverlusten der Resonatoren unwahrscheinlich. Ebenso konnte analog zu [Weg18] ein Einfluss dissipativer Prozes-



Abb. 7.4: Verlauf der Resonanzfrequenzen  $f_r$  für die Grenzfälle des magnetischen Flusses  $\Phi_{\text{ext}} = (n + 0.5)\Phi_0$  sowie  $\Phi_{\text{ext}} = n\Phi_0$  in Abhängigkeit der Ausgangsleistung des vektoriellen Netzwerkanalysators für a) Kanal 14 und b) Kanal 15. Zusätzlich sind die numerischen Anpassungen des Multiplexer-Modells zur Bestimmung der sendeseitigen Dämpfung dargestellt.

se des in der Einkoppelspule enthaltenen Filterwiderstands ausgeschlossen werden.

In der Vergangenheit wurden in der Arbeitsgruppe mehrmals stark reduzierte intrinsische Güten beobachtet, sobald eine Einkoppelspule elektrisch kontaktiert und die Drähte zur Raumtemperaturstufe geführt wurden. Durch die Verwendung von kryogenen Tiefpassfiltern vor der Einkoppelspule konnte eine weniger stark ausgeprägte Reduktion der intrinsischen Güten erreicht werden. Dies deutet auf Störsignale hin, welche in die Drahtpaare einkoppeln und zu reduzierten intrinsischen Güten führen. Im Falle des Detektorarrays sind die CuNi-Drahtpaare für den Feldstrom  $I_{\rm F}$  ebenfalls mit dem supraleitenden Flusstransformator und damit mit der Einkoppelspule des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers verbunden. Somit wäre ein vergleichbarer Effekt möglich. Dieser Mechanismus ist derzeit noch nicht vollständig verstanden und wird Gegenstand zukünftiger Untersuchungen sein. Eine Möglichkeit wäre, die Drahtpaare des Feldstroms  $I_{\rm F}$  vor dem Detektorarray mit kryogenen Tiefpassfiltern auszustatten. Nach einer Optimierung der Kopplungsgüten könnten so zukünftig hohe intrinsische Güten der Resonatoren bei gleichzeitigen Bandbreiten von  $\Delta f = 1$  MHz erreicht werden.

### 7.1.3 Bestimmung der sendeseitigen Dämpfung

Zur Abschätzung der Auslesungsleistung  $P_{\rm rf}$  auf der Durchgangsleitung wurden die Resonanzfrequenzen  $f_{\rm r,\Phi_0}$  sowie  $f_{\rm r,\Phi_0/2}$  entsprechend den Grenzfällen des magneti-

schen Flusses von  $\Phi_{\text{ext}} = n\Phi_0$  beziehungsweise  $\Phi_{\text{ext}} = (n + 0.5)\Phi_0$  in Abhängigkeit der Ausgangsleistung des vektoriellen Netzwerkanalysators für die Kanäle 14 und 15 bestimmt. Anschließend wurde, wie in Abbildung 7.4 dargestellt, auf Basis von Gleichung 3.40 eine numerische Anpassung des Multiplexer-Modells für beliebige Auslesungsleistungen durchgeführt. Hierbei wurden die im letzten Abschnitt bestimmten charakteristischen Parameter des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers verwendet. Die numerischen Anpassungen lieferten Werte für die gesamte sendeseitige Dämpfung G<sub>tot</sub> von 50,9 dB für Kanal 14 und 47,0 dB für Kanal 15. Nach Subtraktion der verwendeten Hochfrequenzbauteile zwischen dem vektoriellen Netzwerkanalysator sowie dem Kryostaten ergaben sich sendeseitige Dämpfungen des Hochfrequenz-Aufbaus im Kryostaten G<sub>cryo,Tx</sub> von 38,1 dB für Kanal 14 sowie 34,2 dB für Kanal 15. Da aufgrund der homogenen Basis-Transmission des Hochfrequenz-Aufbaus im Kryostaten und des geringen Abstands der Resonanzfrequenzen beider Kanäle eine Frequenzabhängigkeit unwahrscheinlich ist, wurde aus beiden bestimmten Dämpfungswerten der Mittelwert berechnet. Dieser führte zu einer sendeseitigen Dämpfung des Hochfrequenz-Aufbaus im Kryostaten von

$$G_{\rm cryo,Tx} = 36.2 \,\mathrm{dB}$$
 . (7.2)

Dieser Wert stimmt innerhalb von 10% mit einer ersten Abschätzung der sendeseitigen Dämpfung von  $40 \,\mathrm{dB}$  auf Basis der verwendeten Komponenten überein.

## 7.2 Magnetisierungsmessung des Sensormaterials

Zur Inbetriebnahme des angeschlossenen Detektorarrays wurde nach dem in Kapitel 5.1.2 beschriebenen Verfahren ein Dauerstrom in den Detektionsspulen präpariert. Aufgrund der Serienschaltung der Feld- und Heizleitungen konnte dies gleichzeitig in sämtlichen mit den Mikrowellen-SQUID-Multiplexer verbundenen Kanälen erfolgen. Nach Abbildung 2.5 ist für die Sensormagnetisierung eine starke Temperaturabhängigkeit zu erwarten. Auf diese Weise bietet eine Messung der Sensormagnetisierung die Möglichkeit, eine Abschätzung der Thermalisierung des Detektors mit der Experimentierplattform des Kryostaten zu treffen. Aufgrund des gradiometrischen Aufbaus der meisten Detektorkanäle wurde hierfür der Temperaturkanal des Detektorarrays verwendet, welcher lediglich mit einem Sensor ausgestattet und mit dem Kanal 14 des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers verbunden ist. Die Messung der Sensormagnetisierung erfolgte indirekt über eine Messung der magnetischen Flussänderung  $\Delta \Phi$  im rf-SQUID des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers, welche mit der Magnetisierung M des Sensormaterials verknüpft ist. Während der Kryostat von der Temperatur 300 mK auf 10 mK abgekühlt wurde, wurde regelmäßig die Resonanzfrequenz mit dem vektoriellen Netzwerkanalysator sowie die Temperatur der Experimentierplattform  $T_{exp}$ 



Abb. 7.5: Messung der Änderung des magnetischen Flusses  $\Delta \Phi$  im rf-SQUID als Funktion der inversen Temperatur  $T^{-1}$  für den Temperaturkanal 14 des Detektorarrays. a) Messungen bei geringer Auslesungsleistung für 3 verschiedene Feldströme  $I_{\rm F}$  sowie b) Messungen für verschiedene Auslesungsleistungen bei einem Feldstrom von  $I_{\rm F} = 30 \,\mathrm{mA}$ .

bestimmt und anschließend über die Periodizität der Resonanzfrequenz der im rf-SQUID induzierte magnetische Fluss  $\Delta \Phi$  bestimmt.

In Abbildung 7.5(a) sind die auf diese Weise gemessenen Verläufe des magnetischen Flusses  $\Delta \Phi$  im rf-SQUID als Funktion der inversen Temperatur 1/T für verschiedene Feldströme  $I_{\rm F}$  dargestellt. Hierfür wurden neben dem laut Simulationen für die Detektorauslesung bei  $T_{\text{det}} = 10 \,\text{mK}$  optimalen Feldstrom  $I_{\text{F}} = 30 \,\text{mA}$  ein größerer sowie geringer Feldstrom gewählt. Als Heizstrom wurde stets  $I_{\rm H} = 3.5 \,\mathrm{mA}$ verwendet. Die Messung wurde mit einer Leistung von  $P_{\text{VNA}} = -16 \,\text{dBm}$  durchgeführt, welche einer Auslesungsleistung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers von  $P_{\rm rf} = -84 \, {\rm dBm}$  entspricht. Die Messwerte zeigen bis hin zu tiefen Temperaturen  $T_{\rm exp}$ keinen Übergang in ein Plateau, sondern eine monotone Steigung. Dies deutet auf eine gute Thermalisierung des Detektorarrays über die verwendeten Gold-Bonds mit der Experimentierplattform des Kryostaten hin. Zudem ist wie erwartet eine lineare Skalierung der Messreihen mit den verwendeten Feldströmen  $I_{\rm F}$  erkennbar. In Abbildung 7.5(b) ist zusätzlich der Verlauf des magnetischen Flusses  $\Delta \Phi$  für eine deutlich größere Leistung von  $P_{\text{VNA}} = -1 \, \text{dBm}$ , welche einer Auslesungsleistung von  $P_{\rm rf} = -69 \, \rm dBm$  entspricht, dargestellt. Die Übereinstimmung beider Messreihen zeigt, dass auch eine deutliche Erhöhung der Auslesungsleistung  $P_{\rm rf}$  nicht zu einer merklichen Erwärmung des Detektorarrays führt.

Die Durchführung der gleichen Messung für einen gradiometrischen Kanal des Detektorarrays zeigte wie erwartet über den gleichen Temperaturbereich eine Änderung des magnetischen Flusses von  $\Delta \Phi \ll 1 \Phi_0$  im rf-SQUID, was für eine hohe Gradiometrie sowie nahezu identische Feldströme  $I_{\rm F}$  in beiden Detektionsspulen spricht.

## 7.3 Mehrkanalige Auslesung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers

Im Rahmen dieser Arbeit wurde erstmals eine mehrkanalige Auslesung eines auf metallischen Kalorimetern basierenden Detektorarrays mittels eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers sowie Software-Defined-Radio durchgeführt. Hierfür wurden in einer Messung 4 Kanäle und in einer weiteren Messung 8 Kanäle ausgelesen. Die Messung von 4 Kanälen erlaubte aufgrund der höheren maximalen Leistung jedes Trägersignals des sendeseitigen Frequenzkamms eine Optimierung der Auslesungsleistung, während die Messung von 8 Kanälen eine gleichzeitige Auslesung von 15 Detektorpixeln ermöglichte. Beide Datensätze wurden anschließend detailliert ausgewertet. Zunächst werden die Messungen der für die Auslesung verwendeten Frequenzkämme auf der Sende- und Empfangsseite beschrieben. Im Anschluss werden die gemessenen zeitlichen Verläufe jedes Kanals für beide Messungen dargestellt sowie exemplarisch anhand eines Kanals die weiteren Schritte der Datenauswertung sowie die Berechnung eines Spektrums der <sup>55</sup>Fe-Kalibrationsquelle mittels der in Kapitel 2.6 beschriebenen Methode des optimalen Filterns erläutert. Hierauf basierend werden die berechneten Summenspektren sämtlicher Pixel für beide Messungen dargestellt sowie Einflüsse auf die Energieauflösung einzelner Pixel ausführlich diskutiert.

#### 7.3.1 Sendeseitige und empfangsseitige Frequenzkämme

Für die simultane Auslesung von 4 Kanälen wurden die Kanäle 11 und 12 ohne angeschlossenes Detektorarray, der Kanal 14, welcher mit dem Temperaturkanal des Detektorarrays verbunden ist, sowie der Kanal 15, welcher mit einem regulären, gradiometrischen Detektorkanal verbunden ist, ausgewählt. Für die Auslesung von 8 Kanälen wurden hingegen mit den Kanälen 5-8 sowie 13-16 sämtliche mit dem Detektorarray verbundenen Kanäle genutzt. Die Bestimmung geeigneter Träger für die Frequenzkämme erfolgte unter Verwendung einer Flussrampe mit geringer Repititionsrate mittels eines vektoriellen Netzwerkanalysators. Dabei wurden die Änderungen der zeitlichen Transmission  $|S_{21}|^2$  für feste Frequenzen im Bereich der Flanken jeder Resonanz bestimmt. Die Frequenz mit der maximalen Änderung der Transmission  $|S_{21}|^2$  wurde als Auslesungsfrequenz verwendet. Es konnte experimentell beobachtet werden, dass die Transmissionsverläufe auf der rechten Flanke im Vergleich zur linken Flanke eher einer Sinusfunktion entsprachen. Dies ist für die verwendete Flussrampenmodulation vorteilhaft und führt zu einer möglichst geringen Degradie-


Abb. 7.6: a) Optimierter Frequenzkamm zur Auslesung von 4 Kanälen am Eingang des Kryostaten sowie b) derselbe Frequenzkamm nach der Modulation durch den Mikrowellen-SQUID-Multiplexer am Eingang des HF-Frontends. c) Optimierter Frequenzkamm zur Auslesung von 8 Kanälen am Eingang des Kryostaten sowie d) derselbe Frequenzkamm nach der Modulation durch den Mikrowellen-SQUID-Multiplexer am Eingang des HF-Frontends. Bei beiden Frequenzkämmen wurde auf eine Optimierung der dc-Versätze am sendeseitigen IQ-Mischer verzichtet, weshalb ein starkes Signal des Lokaloszillators erkennbar ist. Der in c) dargestellte Frequenzkämmen weist aufgrund abweichender Einstellungen des Spektrumanalysators ein geringeres Grundrauschen auf.

rung des weißen Flussrauschens. Anschließend wurde für beide Frequenzkämme eine geeignete Frequenz für den Lokaloszillator gewählt. Diese sollte nicht mittig zwischen zwei Auslesungsfrequenzen liegen, um eine Überlappung der Auslesungsfrequenzen mit eventuellen Seitenbändern zu vermeiden. Zudem ist es erforderlich, dass sämtliche Frequenzen am Eingang des ADC-Boards, wie in Abschnitt 6.1 erläutert, innerhalb eines geraden Spektrums des Kanalisierers liegen. Mit den auf diese Weise gefundenen Frequenzen des Lokaloszillators wurde mittels dem in Kapitel 6.2 beschriebenen Verfahren für beide Frequenzkämme eine sende- sowie empfangsseitige Optimierung durchgeführt. Um jedoch einen zu umfangreichen experimentellen Aufbau zu vermeiden, wurde dabei auf eine Optimierung der dc-Versätze am sendeseitigen IQ-Mischer verzichtet. Für den Frequenzkamm zur Auslesung von 4 Kanälen wurde anschließend die Leistung der Auslesungsfrequenzen in 3 dB-Schritten variiert und über eine Minimierung des weißen Flussrauschens unter Verwendung von Flussrampenmodulation die optimale Auslesungsleistung bestimmt. Es stellte sich heraus, dass die so bestimmte optimale Leistung mit dem Frequenzkamm zur Auslesung von 8 Kanälen aufgrund von Limitationen des HF-Frontends nicht erreicht werden konnte und so eine Auslesung von 8 Kanälen mit optimaler Auslesungsleistung nicht möglich war. Die größte Abweichung zwischen einer angestrebten Auslesungsfrequenz sowie der tatsächlich erzeugten Frequenz lag bei 14 kHz und ist damit sehr viel geringer als die Verschiebungen der Resonanzfrequenzen.

Die resultierenden sende- und empfangsseitigen Frequenzkämme wurden mittels eines Spektrumanalysators gemessen. In Abbildung 7.6(a) und (c) sind die am Eingang des Kryostaten gemessenen Frequenzkämme dargestellt. Diese weisen für die Auslesung von 4 beziehungsweise 8 Kanälen eine Seitenbandunterdrückung von 49 dB respektive 54 dB sowie in beiden Fällen eine Homogenität der Leistungen von < 0,01 dB auf. Da, wie bereits erwähnt, auf eine Korrektur der dc-Versätze am IQ-Mischer verzichtet wurde, ist in beiden Spektren zusätzlich ein Signal des Lokaloszillators erkennbar. Unter Verwendung der in Abschnitt 7.1.2 bestimmten sendeseitigen Dämpfung des kryogenen Hochfrequenz-Aufbaus ergeben sich so Auslesungsleistungen auf der Durchgangsleitung von  $P_{\rm rf} = -69$  dBm für die Auslesung von 4 Kanälen beziehungsweise von  $P_{\rm rf} = -74$  dBm für die Auslesung von 8 Kanälen.

In Abbildung 7.6(b) und (d) sind dieselben Frequenzkämme an der Empfangsseite des HF-Frontends dargestellt, nachdem die Träger vom Mikrowellen-SQUID-Multiplexer moduliert wurden. Dies zeigt sich in Form von unterschiedlichen Leistungen jedes Trägers. Die Spektren zeigen ferner keine deutlichen Mischungsprodukte der empfangsseitigen Verstärker, sodass die Seitenbandunterdrückung Werte von  $\geq 40 \text{ dB}$ aufweist. Selbst für den Fall, dass eine Trägerfrequenz und ein Seitenband in ein gemeinsames Spektrum des Kanalisierers fallen, kann so ein Übersprechen über diesen Mechanismus dennoch auf  $\leq 0,1\%$  begrenzt werden.

#### 7.3.2 Messung von Detektorereignissen

Für beide Auslesungen wurde zur Linearisierung des Ausgangssignals mittels Flussrampenmodulation eine Sägezahn-Spannung mit einer Amplitude von 0,5 V sowie einer Repititionsrate von 125 kHz mittels des DAC-Boards generiert. Über einen in der SQUID-Elektronik enthaltenen ohmschen Widerstand von  $2.5 \,\mathrm{k\Omega}$  wurde das Spannungssignal in einen Modulationsstrom gewandelt und durch die Modulationsleitung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers getrieben. Dies führte zur Induktion einer Flussrampe mit einer Amplitude von etwa  $3,4 \Phi_0$  in den rf-SQUIDs. Über die numerische Anpassung einer Sinus-Funktion an die Transmission wurde darauf die Trägerfrequenz  $f_{carr}$  jedes Kanals bestimmt, welche zugleich die optimale Demodulationsfrequenz  $f_{demod}$  darstellt. Auf Basis dieser Demodulationsfrequenzen wurde für jeden Kanal eine Fenstergröße mit einer ganzzahligen Anzahl von Flussquanten für die Phasenbestimmung ermittelt. Aufgrund von Limitationen der Firmware erforderte das verwendete SDR-System jedoch die Verwendung einer gemeinsamen Fenstergröße für sämtliche Kanäle einer Messung. Um dennoch in jedem Fenster eine Phasenbestimmung über eine ganzzahlige Anzahl an Flussquanten durchzuführen, erforderte dies, eine gemeinsame Demodulationsfrequenz für sämtliche Kanäle zu verwenden. Für die Auslesung von 4 Kanälen wurde die für Kanal 15 bestimmte Demodulationsfrequenz  $f_{demod} = 426553 \,\text{Hz}$  verwendet, da dieser Kanal als einziger mit einem regulären, gradiometrischen Detektorkanal verbunden ist. Für die Auslesung von 8 Kanälen wurde hingegen die Demodulationsfrequenz  $f_{\text{demod}} = 427955 \,\text{Hz}$ über den Mittelwert aller bestimmten Trägerfrequenzen berechnet. In beiden Fällen wurde ein Fenster mit  $3 \Phi_0$  zur Phasenbestimmung genutzt. Da sich die Demodulationsfrequenzen für beide Auslesungen kaum unterscheiden, wurden in beiden Fällen 10,4% der Messdaten zu Beginn sowie 2,4% am Ende der Flussrampe entfernt. Wie bereits erwähnt, wurde für die Auslesung von Detektorereignissen die Temperatur der Experimentierplattform des Kryostaten auf  $T_{exp} = 10 \,\mathrm{mK}$  sowie für die Rauschmessungen auf  $T_{\rm exp} = 300 \,\mathrm{mK}$  stabilisiert.

In Abbildung 7.7(a) sind exemplarisch die zeitlichen Verläufe der Änderungen der magnetischen Flüsse  $\delta \Phi_{\rm S}$  für die Auslesung von 4 Kanälen in einem Zeitfenster von 2,5s dargestellt. Wie erwartet, zeigen die Kanäle 11 und 12 aufgrund der bewusst fehlenden Verbindungen zum Detektorarray keine Detektorereignisse. Der Kanal 14 ist mit dem Temperaturkanal des Detektorarrays verbunden und zeigt daher Detektorereignisse mit nur einer Polarität, während der Kanal 15 mit einem regulären, gradiometrischen Detektorkanal verbunden ist und daher Detektorereignisse mit beiden Polaritäten zeigt. In Abbildung 7.7(b) sind exemplarisch die zeitlichen Verläufe für die Auslesung von 8 Kanälen in einem Zeitfenster von 2,5s dargestellt. Diese zeigen ebenfalls mit Ausnahme des Kanals 14 wie erwartet für jeden Kanal Detektorereignisse mit beiden Polaritäten.



Abb. 7.7: Zeitlicher Verlauf der Änderung des magnetischen Flusses  $\delta \Phi_{\rm S}$  im SQUID für jeden der ausgelesenen Kanäle der a) Auslesung von 4 Kanälen sowie b) Auslesung von 8 Kanälen. Zur besseren Unterscheidbarkeit wurden die Kanäle auf der y-Achse gegeneinander verschoben. Die Messungen wurden bei  $T_{\rm exp} = 10 \,\mathrm{mK}$  durchgeführt. Es sind Detektorereignisse mit sämtlichen erwarteten Polaritäten sichtbar.

### 7.3.3 Exemplarische Auswertung von Kanal 15

Die zur Auswertung der Detektorsignale verwendete Vorgehensweise soll zunächst anhand einer exemplarischen Auswertung des Kanals 15 mit Daten der Auslesung von 4 Kanälen erläutert werden. In Abbildung 7.8(a) sind die zeitlichen Verläufe eines bei einer Temperatur der Experimentierplattform von  $T_{exp} = 10 \text{ mK}$  gemessenen positiven sowie negativen  $K_{\alpha}$ -Pulses dargestellt. Zur Bestimmung der Signalamplitude sowie der Signalabfallszeit wurde auf Basis von Gleichung 2.10 eine Funktion der Form

$$\delta \Phi_{\rm S}(t) = \Theta(t) \cdot (A_1 \cdot e^{-t/\tau_{11}} + A_2 \cdot e^{-t/\tau_{12}}) \tag{7.3}$$

numerisch an die Daten angepasst. Da die Signalanstiegszeit  $\tau_0$  mit der verwendeten Repititionsrate der Flussrampe von 125 kHz nicht aufgelöst werden konnte, wurde der Signalanstieg mit einer Theta-Funktion  $\Theta(t)$  beschrieben. Der Signalabfall konnte durch die Summe von zwei Exponentialfunktionen mit den Amplituden  $A_1$  und  $A_2$  sowie den Signalabfallszeiten  $\tau_{11}$  und  $\tau_{12}$  gut beschrieben werden. Die zweite Exponentialfunktion mit der Signalabfallszeit  $\tau_{12}$  berücksichtigt dabei im Gegensatz zu Gleichung 2.10 einen experimentell häufig beobachteten schnellen Signalabfall zu Beginn eines Pulses, welcher beispielsweise durch zusätzliche Wärmekapazitäten aufgrund von Störungen der Kristallsymmetrie durch die Er-Atome auftreten kann [Kem18]. Während die ermittelten Signalabfallszeiten des positiven und negativen Pulses weitgehend übereinstimmen, zeigt der negative Puls eine Signalamplitude von  $A = A_1 + A_2 = 166 \,\mathrm{m}\Phi_0$ , welche 8 % über der Signalamplitude



Abb. 7.8: a) Zeitliche Verläufe eines positiven sowie eines negativen K<sub> $\alpha$ </sub>-Pulses von Kanal 15, welche zur besseren Unterscheidbarkeit auf der y-Achse gegeneinander verschoben wurden. Zusätzlich sind die im Text näher erläuterten numerischen Anpassungen der Pulse sowie die darüber bestimmten Pulsparameter dargestellt. b) Spektrum des scheinbaren magnetischen Flussrauschens  $\sqrt{S_{\Phi,S}}$  von Kanal 15.

des positiven Pulses liegt. Mögliche Ursachen hierfür können leichte Asymmetrien in den Detektionsspulen oder Variationen in der Geometrie des Absorbers beziehungsweise des Sensors aufgrund von Toleranzen in der Mikrofabrikation sein. Aus beiden numerischen Anpassungen ergibt sich ein Mittelwert der Signalamplituden von  $A = 159,5 \,\mathrm{m}\Phi_0$ . Der Mittelwert der Signalabfallszeiten  $\tau_{11}$ , welche durch die schwache thermische Kopplung an das Wärmebad bestimmt sind, beträgt  $\tau_{11} = 4,35 \,\mathrm{ms}$ . Über den Mittelwert der Signalamplitude A sowie den in Abbildung 5.3(a) dargestellten Ergebnissen der Detektorsimulation kann eine Temperatur des Detektorarrays von  $T_{\rm det} \approx 15 \,\mathrm{mK}$  abgeschätzt werden, welche nur knapp über der Temperatur der Experimentierplattform von  $T_{\rm exp} = 10 \,\mathrm{mK}$  liegt. Dies deutet auf eine gute Thermalisierung des Detektorarrays mit der Experimentierplattform über die verwendeten Gold-Bonds hin.

In Abbildung 7.8(b) ist das mit denselben Auslesungsparametern bei einer Temperatur der Experimentierplattform von 300 mK gemessene Spektrum des magnetischen Flussrauschens  $\sqrt{S_{\Phi,S}}$  dargestellt. Neben einem konstanten weißen Flussrauschen  $\sqrt{S_{\Phi,w,exp}}$  im Frequenzbereich  $f \gtrsim 30$  Hz, auf welches später im Detail eingegangen wird, ist eine deutliche Linie bei f = 50 Hz erkennbar. Diese kann aus Masseschleifen im Versuchsaufbau resultieren und konnte bereits im Vorfeld durch die Verwendung von dc-Blöcken an den SMA-Eingängen des Kryostaten deutlich reduziert werden. Dennoch existieren auf dem HF-Frontend weitere, wenngleich deutlich kleinere Masseschleifen, die zukünftig im Rahmen einer Überarbeitung des HF-Frontends mini-

Größe	$\begin{vmatrix} f_{\rm carr} \\ ({\rm Hz}) \end{vmatrix}$	$\frac{\sqrt{S_{\Phi,\mathrm{w,exp}}}}{(\mu\Phi_0/\sqrt{\mathrm{Hz}})}$	$\frac{\sqrt{S_{\Phi,\rm HEMT}}}{(\mu\Phi_0/\sqrt{\rm Hz})}$	$b/\sqrt{\alpha}$	$\frac{\sqrt{S_{\Phi,\rm w,theo}}}{(\mu\Phi_0/\sqrt{\rm Hz})}$
Kanal 15	426553	$2,\!5$	$0,\!5$	1,85	0,9

**Tab. 7.2:** Übersicht der Trägerfrequenz  $f_{\text{carr}}$  sowie des experimentell bestimmten weißen Flussrauschens  $\sqrt{S_{\Phi,\text{w,exp}}}$  und des aus dem theoretischen Flussrauschen  $\sqrt{S_{\Phi,\text{HEMT}}}$  des HEMT-Verstärkers sowie dem Degradierungsfaktor der Flussrampenmodulation  $b/\sqrt{\alpha}$ berechneten theoretischen weißen Flussrauschens  $\sqrt{S_{\Phi,\text{w,theo}}}$  für Kanal 15.

miert werden sollen. Die hochfrequenten Rausch-Peaks sind mit hoher Wahrscheinlichkeit auf das verwendete Netzteil des HEMT-Verstärkers zurückzuführen. Für die Messungen wurde das Netzteil LNF-PBA<sup>2</sup> verwendet, welches von drei getesteten Netzteilen die wenigsten Rausch-Peaks aufwies. Durch die Verwendung von Flussrampenmodulation konnte die Amplitude des 1/f-artigen Flussrauschens gegenüber früheren Messungen mit homodyner Auslesung [Weg18] deutlich reduziert und eine Eckfrequenz von  $f_c = 12$  Hz sowie ein Parameter  $\alpha = 0.8$  bestimmt werden. Das weiße Flussrauschen beträgt etwa

$$\sqrt{S_{\Phi,\mathrm{w,exp}}} = 2.5 \,\mu \Phi_0 / \sqrt{\mathrm{Hz}} \quad . \tag{7.4}$$

Zum Vergleich dieses Wertes mit dem erwarteten weißen Flussrauschen kann zunächst über Gleichung 3.45 das durch den HEMT-Verstärker verursachte Flussrauschen berechnet werden, welches nach Abschnitt 3.6 den dominanten Beitrag zum weißen Flussrauschen darstellt. Unter Verwendung der in Abschnitt 7.1.2 bestimmten charakteristischen Parameter des betrachteten Kanals sowie der Auslesungsleistung auf der Durchgangsleitung des Multiplexers von  $P_{\rm rf} = -69 \, {\rm dBm}$  ergibt sich so ein Rauschbeitrag des HEMT-Verstärkers von

$$\sqrt{S_{\Phi,\text{HEMT}}} \approx 0.5 \,\mu \Phi_0 / \sqrt{\text{Hz}}$$
 . (7.5)

Für die Flussrampendemodulation wurden für sämtliche Messungen ein Anteil von 89% der Messwerte im Zeitfenster einer Flussrampe verwendet. Aus der periodischen Transmission  $|S_{21}|$  konnte mittels der Gleichungen 3.49 und 3.50 der Parameter b = 1,74, welcher ein Maß für das Verhältnis zwischen dem maximalen und dem mittleren Transferkoeffizienten darstellt, bestimmt werden, sodass sich eine erwartete Degradierung des weißen Flussrauschens durch die Verwendung von Flussrampenmodulation um den Faktor von  $b/\sqrt{\alpha} = 1,85$  ergibt. Dies führt zu einem erwarteten weißen Flussrauschen von

$$\sqrt{S_{\Phi,\mathrm{w,theo}}} \approx 0.9 \,\mu \Phi_0 / \sqrt{\mathrm{Hz}}$$
 , (7.6)

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Low Noise Factory AB, Göteborg, Schweden

welches deutlich unterhalb des experimentell bestimmten Wertes liegt. Eine mögliche Ursache für die beobachtete Erhöhung des weißen Flussrauschens stellt die hohe Trägerfrequenz  $f_{\rm carr} = 0.43 \,\rm MHz$  dar, welche bei 51 % der bestimmten Bandbreite von  $\Delta f = 0.84 \,\mathrm{MHz}$  des Resonators liegt. In der Vergangenheit konnte gezeigt werden, dass für solche Trägerfrequenzen der Resonator dem extern eingeprägten magnetischen Fluss  $\Phi_{ext}$  nicht mehr folgen kann und der Resonanzkreis in der komplexen Ebene ein hystereseähnliches Verhalten aufweist [Sch20, Ric17]. Es konnte zudem mittels verschiedener numerischer Simulationen gezeigt werden, dass für den Fall  $f_{\rm carr}/\Delta f \approx 0.5$  eine Erhöhung des weißen Rauschens um etwa 30 % zu erwarten ist [Bec16, Sch20]. Dieser Einfluss hätte durch eine geringere Repititionsrate oder Amplitude der Flussrampe reduziert werden können. Die Repititionsrate von 125 kHz wurde jedoch absichtlich gewählt, um bei zukünftig geplanten Messungen kontinuierlicher Spektren, wie beispielsweise des Elektroneneinfangspektrums von <sup>163</sup>Ho, einen möglichst geringen Anteil von zwei Pulsen mit nicht unterscheidbaren Signalanstiegen zu erreichen. Der verwendete ohmsche Widerstand von  $2,5 \,\mathrm{k}\Omega$  nach dem DAC-Board ließ sich in dem verwendeten Versuchsaufbau lediglich in großen Schritten variieren, sodass eine Möglichkeit zur Reduktion der Amplitude der Flussrampe nur über eine geringere Amplitude des DAC-Boards bestand. Diese hätte jedoch zu einer Reduktion des genutzten Dynamikbereichs geführt. Eine weitere Ursache für die beobachtete Erhöhung des weißen Flussrauschens stellen Transienten dar, welche durch die Nutzung einer Flussrampe mit einer Amplitude entstehen, die von einem ganzzahligen Vielfachen eines magnetischen Flussquants abweicht. Durch die in diesem Fall erforderliche Einschwingzeit des Resonators zu Beginn einer Flussrampe tritt eine zusätzliche Abweichung der gemessenen Transmission gegenüber dem Gleichgewichtszustand des Resonators auf. Aus diesem Grund wurden daher zu Beginn der Flussrampe, wie bereits erwähnt, die ersten 10.4% der Messwerte nicht für die Phasenbestimmung genutzt. Dieser Anteil hätte durch eine Phasenbestimmung über 2 Perioden der Trägerfrequenz auf 40% erhöht werden können, jedoch hätte dies zu einem geringeren Faktor  $\alpha$  geführt. Die Nutzung einer Flussrampe mit einer ganzzahligen Anzahl von magnetischen Flussquanten war nicht möglich, da das SDR-System aufgrund aufbauspezifischer Kabellaufzeiten eine manuelle Einstellung des Beginns einer Flussrampe erforderte, welche ein eindeutiges Merkmal in den gemessenen Rohdaten vor der Flussrampen-Demodulation notwendig machte. In Zukunft ist jedoch die vorherige Durchführung einer Kalibrationsmessung zur Bestimmung der Kabellaufzeiten geplant, sodass über eine Optimierung der Flussrampenamplitude eine Minimierung der Transienten möglich sein wird.

Aus dem experimentell bestimmten Wert des weißen Flussrauschens  $\sqrt{S_{\Phi,w,exp}}$  lässt sich über Gleichung 2.17 eine gekoppelte Energiesensitivität  $\epsilon_{c,w} = 1559$  h berechnen. Diese führt mit den experimentell bestimmten Werten der Eckfrequenz  $f_c = 12$  Hz sowie des Parameters  $\alpha = 0.8$  über eine Detektorsimulation zu einer erwarteten



Abb. 7.9: Gemessener magnetischer Fluss  $\delta \Phi$  für die steigende Flanke eines dreieckförmigen Testsignals  $\delta \Phi_{S,t}$  im SQUID. An die Daten wurde eine lineare Funktion numerisch angepasst. Die berechneten Residuen sowie zur Verdeutlichung eine Mittelung von 100 benachbarten Punkten sind ebenfalls dargestellt.

Energieauflösung von

$$\Delta E_{\rm FWHM,sim} = 5.7 \,\text{eV} \quad . \tag{7.7}$$

Zur Überprüfung der Linearisierung des Ausgangssignals durch die Verwendung von Flussrampenmodulation wurde mittels der SQUID-Elektronik ein dreiecksförmiges Testsignal  $I_{\text{mod,test}}$  mit einer Spitze-Spitze-Amplitude von 130  $\mu$ A sowie einer Repititionsrate von 13 Hz generiert, welches einem magnetischen Fluss von etwa  $\Delta \Phi_{\rm S,test} \approx 2 \Phi_0$  im SQUID entspricht. Anschließend wurde das Testsignal mit dem sägezahn-förmigen Modulationsstrom überlagert und durch die Modulationsspule des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers getrieben. An den gemessenen magnetischen Fluss  $\delta \Phi_{\rm S}$  der steigenden Flanke des Dreieckssignals wurde anschließend eine lineare Funktion numerisch angepasst und die Residuen berechnet. Die entsprechenden Ergebnisse sind in Abbildung 7.9 dargestellt. Zur Verdeutlichung sind die berechneten Residuen mit einer Mittelung von 100 benachbarten Punkten überlagert. Diese Mittelwerte zeigen eine maximale Abweichung von einem idealen linearen Zusammenhang von  $3,1 \,\mathrm{m}\Phi_0$ , worüber unter der Annahme der Signalamplitude eines K<sub> $\alpha$ </sub>-Ereignisses der <sup>55</sup>Fe-Kalibrationsquelle von 159,5 m $\Phi_0$  eine Nichtlinearität von 1,9% bestimmt werden kann. Die Residuen zeigen zudem ein periodisches Verhalten, welches zwei Perioden pro magnetischem Flussquantum aufweist. Unter Berücksichtigung der Repititionsrate des Testsignals entspricht dies einer Frequenz von etwa 100 Hz und lässt sich daher nicht mit der Linie bei 50 Hz im Rauschspektrum erklären. Eine mögliche Ursache dieser Nichtlinearität stellt die begrenzte Bandbreite der Resonatoren dar, welche zu Beginn einer Flussrampe zu Transienten führt [Mat12]. Somit deutet neben der beobachteten Erhöhung des weißen Flussrauschens auch diese Messung darauf hin, dass zu Beginn einer Flussrampe nicht ausreichend Messpunkte entfernt wurden und Transienten die Bestimmung der Phase systematisch beeinflussen konnten. Eine erneute Auswertung einer geringeren Anzahl von

Messpunkten ist nicht möglich, da vom FPGA-Board aus Speicherplatzgründen lediglich die berechneten Phasenwerte abgespeichert werden. Eine genauere Untersuchung dieser systematischen Einflüsse wird Gegenstand zukünftiger Messungen sein.

Zur Erfassung einer für die Berechnung eines Spektrums ausreichenden Anzahl von Detektorereignissen wurde eine Messung mit der Dauer von 1 Stunde durchgeführt und die durch den FPGA kontinuierlich demodulierten Phasenwerte für alle 4 Kanäle auf einer an das FPGA-Board angeschlossenen Festplatte abgelegt. Die Ereignisrate pro Detektorpixel betrug hierbei etwa 0,75 Bq. Anschließend wurden mit einem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten, auf C++ basierenden Offline-Triggers die Detektorereignisse identifiziert und für die weitere Auswertung in dem gruppenintern entwickelten PAQS-Format [Hen17] abgespeichert. Um bei der Identifikation der Detektorereignisse eine langsame zeitliche Variation der Nulllinie zu berücksichtigen, wurde diese unter Verwendung eines Tiefpassfilters mit einer Grenzfrequenz von 5 Hz berechnet. Anschließend wurden auf Basis dieser Nulllinie ein Schwellenwert von  $\pm 50 \,\mathrm{m}\Phi_0$  definiert. Nach einer Über- oder Unterschreibung dieses Schwellenwertes wurden die 256 zurückliegenden Datenpunkte sowie die folgenden 768 Datenpunkte in das PAQS-Format konvertiert. Bei einer effektiven Messfrequenz von 125 kHz entspricht dies einem Zeitfenster von 8,2 ms und somit etwa der doppelten Signalabfallszeit  $\tau_{11}$ . Mit diesem Zeitfenster kann die durch eine Auswertung mittels optimalen Filterns mögliche Energieauflösung zu > 90% erreicht werden [Ban12]. Ferner wurden ebenfalls Nullsignale in das PAQS-Format konvertiert. Für die Bestimmung der Pulsamplituden wurde eine gruppeninterne Implementierung eines Optimalen Filters [Ham21] verwendet. Die anschließende Berechnung der Spektren erfolgte unter Verwendung der in Tabelle 7.3 zusammengefassten Selektionskriterien. Zunächst wurde die Pulsamplitude eingeschränkt, um Ereignisse mit sehr hohen Energien, welche häufig aus externen elektromagnetischen Störungen resultieren, zu entfernen. Anschließend wurde für die  $K_{\alpha}$ -Detektorereignisse eine Temperaturkorrektur mittels eines Polynoms zweiter Ordnung, welches an die Pulsamplituden in Abhängigkeit der Offsetwerte numerisch angepasst wurde, durchgeführt. Daraufhin erfolgte die Anwendung der Selektionskriterien für den Offset, den  $\chi^2$ -Wert sowie den Jitter. Nach einer zunächst vorläufigen Berechnung der Spektren wurde eine Linearitätskorrektur mittels der bestimmten vorläufigen Positionen der  $K_{\alpha}$ - und  $K\beta$ -Linie durchgeführt [Hen17] und anschließend das finale Spektrum berechnet. Für die Nullsignale erfolgte die Berechnung der Energieauflösung über die numerische Anpassung einer Gauß-Verteilung. Für die  $K_{\alpha}$ -Detektorereignisse wurde die Energieauflösung über die numerische Anpassung einer Faltung bestehend aus den in Abschnitt 5.2.5 beschriebenen intrinsischen Linienbreiten mit einer Gauß-Verteilung bestimmt.

Die nach dieser Methode berechneten Spektren des Kanals 15 sind in Abbildung 7.10 dargestellt. Die Auswertung der Detektorereignisse positiver und negativer Polari-



Abb. 7.10: a) Histogramm der Nullsignale und b) Histogramm der  $K_{\alpha}$ -Linie nach Auswertung der positiven Pulse sowie c) Histogramm der Nullsignale und d) Histogramm der  $K_{\alpha}$ -Linie nach Auswertung der negativen Pulse. Die Energieauflösung der Nullsignale wurde mittels einer numerischen Anpassung einer Gauß-Verteilung, die der  $K_{\alpha}$ -Detektorereignisse mittels einer numerischen Anpassung einer Faltung der intrinsischen Linienbreiten mit einer Gauß-Verteilung bestimmt. Das Ergebnis der numerischen Anpassung ist als rote Linie dargestellt. Zusätzlich ist in b) und d) zum Vergleich die Summe der intrinsischen Linienbreiten als dunkelblaue Linie dargestellt.

Parameter	Unterer Grenzwert	Oberer Grenzwert
Pulsamplitude / $E_{K_{\alpha}}$	-	10,0
Offset / $m\Phi_0$	-0,85	1,28
$\chi^2$	-	6,0
Jitter / Samples	-0,25	$0,\!40$

**Tab. 7.3:** Übersicht der verwendeten Selektionskriterien für die Berechnung der Spektren von Kanal 15.

tät erfolgte dabei aufgrund der unterschiedlichen Signalamplituden und der damit erwarteten leicht unterschiedlichen Energieauflösungen getrennt voneinander. In Abbildung 7.10(a) und (b) sind die aus den positiven Detektorereignissen resultierenden Spektren der Nullsignale sowie der  $K_{\alpha}$ -Linie dargestellt. Es konnten Energieauflösungen von  $\Delta E_{\rm FWHM} = 8.7 \,\text{eV}$  für die Nullsignale sowie  $\Delta E_{\rm FWHM} = 10.3 \,\text{eV}$  für die K<sub>\alpha</sub>-Linie ermittelt werden. Analog hierzu sind in Abbildung 7.10(c) und (d) die aus den negativen Detektorereignissen resultierenden Spektren dargestellt, für welche Energieauflösungen von  $\Delta E_{\rm FWHM} = 8,0\,{\rm eV}$  für die Nullsignale sowie  $\Delta E_{\rm FWHM} = 8,8\,{\rm eV}$ für die K<sub> $\alpha$ </sub>-Linie bestimmt werden konnten. Somit zeigen die Spektren der K<sub> $\alpha$ </sub>-Linien für beide Polaritäten im Vergleich zu den Nullsignalen leicht schlechtere Energieauflösungen, welche aus den beobachteten Temperaturschwankungen der Experimentierplattform von  $\Delta T_{\text{exp}} = 0.02 \,\text{mK}$  während der Messung resultieren können. Diese Temperaturschwankungen führen zu Änderungen der Signalamplituden, welche nur teilweise über die durchgeführte Temperaturkorrektur ausgeglichen werden konnten. Die besseren Energieauflösungen bei der Auswertung der negativen Detektorereignisse können mit der etwas höheren Signalamplitude und dem somit besseren Signal-Rausch-Verhältnis sowie der etwas längeren Signalabfallszeit  $\tau_{11}$  begründet werden. Im Vergleich mit der über die Detektorsimulation ermittelten erwarteten Energieauflösung von  $\Delta E_{\rm FWHM,sim} = 5.7 \, {\rm eV}$  zeigen die Energieauflösungen der Nullsignale geringfügig schlechtere Werte. Dies entspricht den Erwartungen, da die in Abbildung 7.8(b) dargestellten diskreten Störungen des Rauschspektrums beispielsweise bei 50 Hz von der Simulation nicht berücksichtigt wurden.

Insgesamt stellt diese Messung mit den erreichten Energieauflösungen einen Meilenstein in der mehrkanaligen Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern mittels eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers dar und eröffnet neue Anwendungsmöglichkeiten dieser Detektoren in Hochstatistik-Experimenten sowie der bildgebenden Spektroskopie. Darüber hinaus wurde erstmals für die Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern die gesamte Signalkette von der Auslesung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers mittels Software-Defined-Radio bis zur Berechnung eines Spektrums erfolgreich demonstriert.

Zur Verbesserung der Energieauflösungen ist nach Abbildung 5.3(b) eine Reduzierung der gekoppelten Energiesensitivität  $\epsilon_{c.w}$  essenziell. Für den verwendeten Detektor erfordert die Realisierung einer Energieauflösung von beispielsweise  $\Delta E_{\rm FWHM} <$  $5\,\mathrm{eV}$ unter Beibehaltung der Eckfrequen<br/>z $f_\mathrm{c}=12\,\mathrm{Hz}$ sowie des Parameters $\alpha=0.8$ eine gekoppelte Energiesensitivität von  $\epsilon_{c,w} < 1170 \,h$ , was für das betrachtete rf-SQUID einem weißen Flussrauschen von  $\sqrt{S_{\Phi,\rm w,exp}} \leq 2.1\,\mu\Phi_0/\sqrt{\rm Hz}$ entspricht. Da das berechnete weiße Flussrauschen  $\sqrt{S_{\Phi,w,\text{theo}}} = 0.9 \,\mu \Phi_0 / \sqrt{\text{Hz}}$  unterhalb dieses Wertes lag, ist eine Reduzierung der Trägerfrequenz  $f_{\text{carr}}$  relativ zur Bandbreite  $\Delta f$  des Resonators sowie eine Reduktion der Transienten zu Beginn einer Flussrampe ein Ansatz zur Verbesserung der Energieauflösung. Hierfür kann in kommenden Produktionschargen über eine Optimierung der Güten die Bandbreite  $\Delta f$  des Resonators auf 1 MHz erhöht werden sowie gleichzeitig über eine Anpassung der Gegeninduktivität  $M_{\rm T}$  die maximale Resonanzfrequenzverschiebung  $\Delta f_{\rm r}^{\rm max}$  angepasst werden, um so einen Quotienten  $\eta = \Delta f_r^{\max} / \Delta f = 1$  zu erreichen. Zudem kann durch die Verwendung eines größeren ohmschen Widerstands nach dem DAC-Board die Amplitude der Flussrampe reduziert werden, welche proportional zu einer Reduzierung der Trägerfrequenz  $f_{carr}$  führt. Über eine Optimierung dieses Widerstands ist zudem die Generierung einer Flussrampe mit einer ganzzahligen Anzahl magnetischer Flussquanten möglich, welche im Idealfall die Entstehung von Transienten verhindert. Der Beginn einer Flussrampe für eine korrekte Phasenbestimmung könnte hierbei, wie bereits erläutert, im Vorfeld mittels einer Kalibrationsmessung bestimmt werden. Eine weitere Möglichkeit zur Verbesserung der Energieauflösung ist eine Erhöhung des Signal-Rausch-Verhältnisses über eine Erhöhung der Signalamplituden im SQUID. Dies erfordert jedoch eine Anpassung des Detektor-Designs. Durch diese Möglichkeiten ist die Realisierung von Energieauflösungen  $\Delta E_{\rm FWHM} < 5 \, {\rm eV}$  in unmittelbarer Reichweite.

### 7.3.4 Gemeinsame Auswertung aller Kanäle einer Messung

Für sämtliche Kanäle der Auslesung von 4 Kanälen als auch für die Auslesung von 8 Kanälen erfolgte die Auswertung analog zu der im vorherigen Abschnitt beschriebenen Auswertung von Kanal 15. Für die Auswertung wurde jeweils das Selektionskriterium des Offsets an den jeweiligen Kanal angepasst, während die anderen Selektionskriterien unverändert übernommen wurden. Auf diese Weise wurden die in Abbildung 7.11 dargestellten Summenhistogramme berechnet und zur Bestimmung der Energieauflösungen analog zur Auswertung von Kanal 15 jeweils eine Faltung aus den intrinsischen Linienbreiten der K<sub> $\alpha$ </sub>-Linie und einer Gauß-Verteilung numerisch angepasst. Das Summenhistogramm der Auslesung von 4 Kanälen enthält dabei die Spektren von 3 Detektorpixeln und zeigt eine Energieauflösung von  $\Delta E_{\rm FWHM} = 11,0 \, {\rm eV}$ , während das Summenhistogramm der Auslesung von 8 Kanälen die Spektren von



Abb. 7.11: a) Berechnetes Summenhistogramm der Auslesung von 4 Kanälen sowie b) berechnetes Summenhistogramm der Auslesung von 8 Kanälen. In beiden Histogrammen ist jeweils wie in Abbildung 7.10 das Ergebnis der numerischen Anpassung sowie zum Vergleich die Summe der intrinsischen Linienbreiten dargestellt.

15 Detektorpixeln enthält und eine Energieauflösung von  $\Delta E_{\rm FWHM} = 18,6 \,{\rm eV}$  zeigt. Im niederenergetischen Bereich der K<sub> $\alpha$ </sub>-Linien sind in Abbildung 7.11 leichte Erhöhungen der Ereigniszahlen gegenüber den numerischen Anpassungen erkennbar, welche sich mit athermischen Phononen erklären lassen. Diese Erhöhung fällt jedoch aufgrund der verwendeten Stämme zwischen Teilchenabsorber und Sensor verhältnismäßig gering aus.

Im Vergleich mit der in Abschnitt 7.3.3 diskutierten Auswertung von Kanal 15 weisen die Summenhistogramme schlechtere Energieauflösungen auf, deren Ursachen im Folgenden näher untersucht werden sollen. In Abbildung 7.12(a) sind die ermittelten Energieauflösungen  $\Delta E_{\rm FWHM}$  jedes Detektorpixels für die Auslesung von 4 sowie 8 Kanälen in Abhängigkeit der Kanalnummer dargestellt. Zusätzlich sind für jedes Detektorpixel die jeweils resultierenden Energieauflösungen der Nullsignale dargestellt. Für jeden Kanal liegen sämtliche bestimmte Energieauflösungen in einem engen Bereich von wenigen Elektronenvolt. Wie bereits im vorherigen Abschnitt beobachtet, liegen die Auflösungen der K<sub> $\alpha$ </sub>-Linien in der Regel dabei geringfügig oberhalb der zugehörigen Auflösung der Nullsignale. Zudem wird deutlich, dass sich die Energieauflösungen zwischen den Kanälen unterscheiden und insbesondere die Energieauflösungen der Kanäle 5-8 gegenüber denen der Kanäle 13-16 deutlich erhöht sind. Für die Kanäle 14 und 15, deren Energieauflösung sowohl für die Auslesung von



Abb. 7.12: a) Energieauflösung  $\Delta E_{\rm FWHM}$  in Abhängigkeit der Kanalnummer für die Auslesung von 4 sowie 8 Kanälen. Es sind jeweils die erreichten Energieauflösungen der K<sub> $\alpha$ </sub>-Linie sowie der Nullsignale für die positiven sowie negativen Pulse separat dargestellt. b) Weißes Flussrauschen  $\sqrt{S_{\Phi,w}}$  in Abhängigkeit der Kanalnummer für die Auslesung von 4 sowie 8 Kanälen.

4 Kanälen also auch von 8 Kanälen bestimmt wurde, zeigen sich für die Auslesung von 4 Kanälen stets bessere Energieauflösungen. Diese können mit der in diesem Fall durchgeführten Optimierung der Auslesungsleistung begründet werden, welche zu einem geringeren scheinbaren Flussrauschen des HEMT-Verstärkers führt. In Abbildung 7.12(b) ist das weiße Flussrauschen  $\sqrt{S_{\Phi,w}}$  in Abhängigkeit der Kanalnummer dargestellt, welches auf den ersten Blick einen Zusammenhang zwischen den erreichten Energieauflösungen und den Werten des weißen Flussrauschens nahelegt. Die Kanäle 5-8, welche tendenziell eher schlechte Energieauflösungen zeigten, weisen ebenfalls ein hohes weißes Flussrauschen auf. Eine Ausnahme stellt dabei Kanal 7 dar, welcher trotz einem im Vergleich zu Kanal 14 reduzierten weißen Rauschen eine schlechtere Energieauflösung aufweist. Ursache hierfür sind deutlich geringere Signalabfallszeiten von  $\tau_{11} = 1.2 \,\mathrm{ms}/1.4 \,\mathrm{ms}$  für die positiven/negativen Pulse dieses Kanals, während sämtliche anderen Kanäle Signalabfallszeiten von  $\tau_{11} > 1.9 \,\mathrm{ms}$  aufweisen. Außerdem zeigen auch hier die Daten der Auslesung von 4 Kanälen aufgrund der optimierten Auslesungsleistung geringere Werte des weißen Flussrauschens. Wie bereits in Abschnitt 5.1.3 bei der Detektorsimulation gezeigt, stellt das weiße Flussrauschen somit als Teil des Signal-Rausch-Verhältnisses einen elementaren Faktor bei der Erreichung guter Energieauflösungen dar. Die geringsten Werte für das weiße Flussrauschen konnten mit den Kanälen 11 und 12 erreicht werden, welche nicht mit



Abb. 7.13: Mittels der numerischen Anpassung von Gleichung 7.3 bestimmte Signalamplituden  $A = A_1 + A_2$  der positiven sowie negativen  $K_{\alpha}$ -Pulse in Abhängigkeit der Kanalnummer. Es sind sowohl die Ergebnisse der Auslesung von 4 Kanälen, als auch von 8 Kanälen dargestellt.

dem Detektorarray verbunden wurden. Diese Kanäle weisen hohe intrinsische Güten von  $Q_i > 25000$  auf, welche nach Gleichung 3.45 zu einem geringeren Flussrauschen aufgrund des HEMT-Verstärkers und somit zu einem geringeren gemessenen Flussrauschen führen.

Weiterhin wurde für jeden mit dem Detektorarray verbundenen Kanal die Signalamplitude  $A = A_1 + A_2$  mittels der in Abschnitt 7.3.3 beschriebenen numerischen Anpassung bestimmt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 7.13 dargestellt. Aufgrund der Unabhängigkeit der Signalamplitude A von der Auslesungsleistung des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers zeigt Kanal 15 wie erwartet für die Auslesung von 4 sowie von 8 Kanälen die gleiche Signalamplitude. Für Kanal 14 sind hier Abweichungen erkennbar, deren Ursache bislang nicht identifiziert werden konnte. Insgesamt ist ein Anstieg der Signalamplitude hin zu hohen Kanalnummern zu erkennen.

Da aufgrund der Permutation der Kanäle des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers die Detektorkanäle keinen linearen Zusammenhang mit den Kanalnummern aufweisen, wurden zur genaueren Untersuchung die Signalamplituden A sowie die Signalabfallszeiten  $\tau_{11}$  in Abhängigkeit der Kanalposition dargestellt. In Abbildung 7.14(a) zeigen die Signalamplituden A ebenfalls für höhere Kanalpositionen erhöhte Werte. Dies kann beispielsweise durch eine inhomogene Temperatur des Detektorarrays  $T_{det}$ oder Inhomogenitäten bestimmter bei der Produktion des Detektorarrays deponierten Schichtdicken verursacht werden. In Abbildung 7.14(a) sind analog die Signalabfallszeiten  $\tau_{11}$  in Abbildung 7.14(b) in Abhängigkeit der Kanalposition dargestellt. Es ist erkennbar, dass neben den Signalamplituden A ebenfalls die Signalabfallszeiten  $\tau_{11}$ für niedrigere Kanalpositionen abnehmen. Zwischen hohen und niedrigen Kanalpositionen zeigt sich eine Differenz in den Signalamplituden von etwa  $\Delta A \approx 30 \,\mathrm{m}\Phi_0$ . Sollten diese aus einer inhomogenen Temperatur  $T_{det}$  des Detektorarrays resultieren,



Abb. 7.14: a) Darstellung der Signalamplitude A der K<sub> $\alpha$ </sub>-Linie sowie b) Darstellung der durch die thermische Kopplung zum Wärmebad bestimmten Signalabfallszeit  $\tau_{11}$  in Abhängigkeit der Kanalposition für beide Polaritäten bei der Auslesung von 4 Kanälen sowie von 8 Kanälen.

würde dies nach Abbildung 5.3(a) einer um  $\Delta T_{det} \approx 5 \,\mathrm{mK}$  erhöhten Detektortemperatur der niedrigen Kanalpositionen entsprechen. Für diese Erklärung sprechen ebenfalls die nach Abbildung 7.14(b) reduzierten Signalabfallszeiten  $\tau_{11}$  über die schwache thermische Kopplung zum Wärmebad sowie die Tatsache, dass das Detektorarray lediglich auf der Seite der hohen Kanalpositionen über Gold-Bonds mit dem Experimenthalter verbunden wurde. Beide Effekte können jedoch ebenfalls über Inhomogenitäten einer Goldschicht auf dem Detektorarray erklärt werden, welche für die Absorber sowie die schwachen thermischen Kopplungen an das Wärmebad verwendet wird. Eine erhöhte Schichtdicke bei niedrigen Kanalpositionen würde zu einer erhöhten Wärmekapazität und somit nach Gleichung 2.2 zu einer reduzierten Signalamplitude führen. Darüber hinaus würde die Signalabfallszeit  $\tau_{11}$  aufgrund des stärkeren thermischen Kontakts zum Wärmebad abnehmen. Zur abschließenden Klärung der Ursache wäre daher eine Verbindung beider Seiten des Detektorarrays über Gold-Bonds zum Experimenthalter ein möglicher Ansatz.

Aufgrund der in Abbildung 7.12 scheinbaren Korrelation der Energieauflösung mit dem weißen Flussrauschen wurde die Energieauflösungen der Kanäle in Abhängigkeit des weißen Flussrauschens in Abbildung 7.15(a) dargestellt. Die Daten zeigen eine deutliche Korrelation und ermöglichen so eine experimentelle Abschätzung des für die Erreichung von  $\Delta E_{\rm FWHM} < 5 \,\text{eV}$  notwendigen Flussrauschens. Aufgrund der schlechteren Energieauflösungen von Kanal 7 durch die kürzeren Signalabfallszeiten von  $\tau_{11} = 1,2 \,\text{ms}/1,4 \,\text{ms}$  wurden die Werte dieses Kanals hierfür nicht berücksichtigt. Die Abschätzung führte zu einem Wert von  $\sqrt{S_{\Phi,w}} \lesssim 1,2 \,\mu \Phi_0 / \sqrt{\text{Hz}}$ , welcher dabei



Abb. 7.15: a) Darstellung der Energieauflösung  $\Delta E_{\rm FWHM}$  in Abhängigkeit des weißen Flussrauschens  $\sqrt{S_{\Phi,w}}$  sowie b) Darstellung der Energieauflösung  $\Delta E_{\rm FWHM}$  in Abhängigkeit der intrinsischen Güten  $Q_i$  der Resonatoren. In beiden Diagrammen sind die Datenpunkte des Kanals 7 markiert, welcher eine deutlich kürzere Signalabfallszeit  $\tau_{11}$  zeigte.

die durch die Simulation nicht erfassten Ursachen einer Degradierung der Energieauflösung, wie beispielsweise der bereits erläuterten diskreten Störung des Rauschspektrums bei 50 Hz berücksichtigt. Gleichermaßen wird auf diese Weise deutlich, dass mit dem in Abschnitt 7.3.3 berechneten erwarteten weißen Flussrauschen von  $\sqrt{S_{\Phi,w,theo}} \approx 0.9 \,\mu \Phi_0 / \sqrt{\text{Hz}}$  eine Energieauflösung von  $\Delta E_{\text{FWHM}} < 5 \,\text{eV}$  für Kanal 15 erreichbar ist, sofern die Degradierung aufgrund der Flussrampenmodulation reduziert wird. Daher ist für die kommenden Messungen eine Reduzierung der hohen Trägerfrequenzen über eine geringere Amplitude der Flussrampe sowie eine Reduzierung der Transienten durch eine optimierte Bandbreite der Resonatoren und die Wahl eines kleineren Fensters zur Phasenbestimmung geplant.

Zur Untersuchung der Ursachen für die stark variierenden Werte des weißen Flussrauschens und damit der variierenden Energieauflösungen wurden in Abbildung 7.15(b) die erreichten Energieauflösungen  $\Delta E_{\rm FWHM}$  in Abhängigkeit der intrinsischen Güten  $Q_i$  der Resonatoren dargestellt. Auch hier wurden die Werte des Kanals 7 von den weiteren Betrachtungen ausgeschlossen. Es ist ein deutlicher Zusammenhang zwischen guten Energieauflösungen  $\Delta E_{\rm FWHM}$  sowie hohen intrinsischen Güten  $Q_i$ erkennbar. Dieser kann mittels Gleichung 3.45 begründet werden, welche für eine höhere intrinsische Güte zu einem geringeren weißen Flussrauschen des HEMT-Verstärkers führt. Für verhältnismäßig hohe intrinsische Güten von  $Q_i > 7000$  ist eine Schranke der erreichten Energieauflösungen von  $\Delta E_{\rm FWHM} \approx 8 \, {\rm eV}$  erkennbar. Dies zeigt, dass für hohe intrinsische Güten die guten Energieauflösungen der Kanäle 15 und 16 in sämtlichen Kanälen erreicht werden können. Um dies zu erreichen, werden zukünftig die bereits in Abschnitt 7.1.2 erläuterten möglichen Einflüsse der metallischen magnetischen Kalorimeter auf die intrinsischen Güten  $Q_i$  der Resonatoren näher untersucht und optimiert. Gemeinsam mit den in Abschnitt 7.3.3 diskutierten Optimierungen der maximalen Resonanzfrequenzverschiebung  $\Delta f_r^{\max}$ über die Gegeninduktivität  $M_{\rm T}$  sowie der Bandbreiten  $\Delta f$  ist so die Realisierung einer Energieauflösung von  $\Delta E_{\rm FWHM} < 5 \, {\rm eV}$  in sämtlichen Kanälen in unmittelbarer Reichweite.

## 7.3.5 Abschätzung des Übersprechens zwischen Kanälen

Die kontinuierlich abgespeicherten Phasenwerte aller Kanäle ermöglichten ebenfalls eine Untersuchung des Übersprechens zwischen den Kanälen. Hierfür wurde die Messung von 8 Kanälen verwendet und das Übersprechen des als Störer bezeichneten Kanals 15 bei einem Detektorereignis auf die Kanäle 13 und 16 untersucht. Diese als Opfer bezeichneten Kanäle stellen im Fall von Kanal 13 einen räumlich benachbarten Kanal auf dem Multiplexer-Chip sowie im Fall von Kanal 16 einen im Frequenzraum benachbarten Kanal des Störers dar. In der Vergangenheit konnte gezeigt werden, dass das Übersprechen vom magnetischen Flusszustand im Kanal des Störers abhängt [Hir17, Mat19]. Da der Multiplexer-Aufbau jedoch keine gezielte Variation des magnetischen Flusses eines einzelnen Kanals erlaubte, konnte an dieser Stelle lediglich eine Abschätzung des Übersprechens auf Basis eines zufälligen Flusszustands getroffen werden. Hierfür erfolgte eine Erweiterung des in Abschnitt 7.3.3 beschriebenen Programms zur Identifikation der Detektorereignisse. Bei Erkennung eines Detektorereignisses auf Kanal 15 wurden neben den Phasenwerten dieses Kanals ebenfalls die Phasenwerte von Kanal 13 und 16 desselben Zeitfensters in das PAQS-Format konvertiert. Anschließend erfolgte die Berechnung eines Spektrums der Opferkanäle unter Verwendung derselben Selektionskriterien wie bei der Auswertung des Summenspektrums. Mittels einer numerischen Anpassung einer Gauß-Funktion wurde anschließend die Energie E der durch Übersprechen verursachten Ereignisse in den Opferkanälen bestimmt sowie das prozentuale Übersprechen berechnet. Der Abstand zwischen den benachbarten Resonatoren des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers betrug dabei 0,59 mm. Die Differenz der Resonanzfrequenzen der im Frequenzraum benachbarten Resonatoren betrug  $\Delta f_{\rm r} = 17.6$  MHz, worüber sich mit der Bandbreite des Kanals 16 von  $\Delta f = 1,03$  MHz ein Quotient von  $\Delta n = 17$  ergab. Dies entspricht mit  $\Delta n > 10$  dem Entwurfsziel.

Die aus dieser Untersuchung resultierenden Ergebnisse sind in Tabelle 7.4 zusammengefasst. Es ist erkennbar, dass das Übersprechen für positive Pulse des Kanals 15 im

Störer	Polarität	Opfer	Energie $ E $ / eV	Übersprechen / $\%$
Kanal 15	positiv	Kanal 13	$24,\!60$	$0,\!42$
Kanal 15	positiv	Kanal 16	9,26	$0,\!16$
Kanal 15	negativ	Kanal 13	$0,\!84$	$0,\!01$
Kanal 15	negativ	Kanal 16	1,71	$0,\!03$

**Tab. 7.4:** Ermitteltes Übersprechen zwischen Kanal 15 sowie des räumlich benachbarten Kanals 13 beziehungsweise des im Frequenzraum benachbarten Kanals 16 für einen zufälligen Flusszustand.

Vergleich zu negativen Pulsen deutlich höher ausfällt. Dies kann mit der bereits erwähnten Abhängigkeit des Übersprechens vom magnetischen Flusszustand erklärt werden. Für die positiven Pulse von Kanal 15 zeigt sich in dem räumlich benachbarten Kanal 13 ein Übersprechen von  $0.42\,\%$ , welches oberhalb des angestrebten Wertes von 0,1% liegt. Ursachen hierfür können, wie in Abschnitt 3.8 beschrieben, eine induktive Kopplung zwischen zwei benachbarten rf-SQUIDs sowie eine elektromagnetische Kopplung zwischen benachbarten Resonatoren darstellen. Für die induktive Kopplung zwischen der Einkoppelspule von Kanal 15 und der SQUID-Schleife von Kanal 13 konnte mittels InductEx ein geometrischer Kopplungsfaktor von  $\kappa < 10^{-6}$  ermittelt werden, sodass ein signifikanter Beitrag über diesen Mechanismus unwahrscheinlich ist. Ebenso ist ein Übersprechen innerhalb des Detektorarrays unwahrscheinlich, da in diesem Fall keine Abhängigkeit vom magnetischen Flusszustand erkennbar sein sollte. Somit stellt eine elektromagnetische Kopplung beider Resonatoren die wahrscheinlichste Ursache dieses Übersprechens dar. Für das Übersprechen der positiven Pulse von Kanal 15 auf den im Frequenzraum benachbarten Kanal 16 konnte ein Wert von 0.16% ermittelt werden, welcher nahezu dem angestrebten Wert von 0.1%entspricht. Da die Beiträge des Übersprechens aufgrund der lorentzförmigen Verläufe der Resonanzen sowie der Nichtlinearitäten der Signalkette bis zum Eingang des HF-Frontends jeweils mit < 0.1% abgeschätzt wurden, würde sich ein höherer Wert mit einer Überlagerung mehrerer Mechanismen oder Nichtlinearitäten auf der Empfangsseite des HF-Frontends erklären lassen. Zur näheren Untersuchung der Auswirkungen jedes Mechanismus werden derzeit detaillierte, flussabhängige Untersuchungen an einem hierfür angepassten experimentellen Aufbau durchgeführt [Nei21].

# 8. Zusammenfassung und Ausblick

Während Neutrinos im Standardmodell der Teilchenphysik als masselose Elementarteilchen betrachtet werden, hat die experimentelle Beobachtung von Neutrinooszillationen gezeigt, dass Neutrinos eine endliche Ruhemasse aufweisen. Diese Erkenntnis hat dazu geführt, dass weltweit verschiedene Kollaborationen daran arbeiten, die Massen der unterschiedlichen Neutrinoarten zu bestimmen beziehungsweise obere Schranken anzugeben. So ist das Ziel des ECHo-Experiments die Bestimmung der Masse des Elektron-Neutrinos im sub- $eV/c^2$ -Bereich über eine kalorimetrische Messung des Elektroneneinfangspektrums von <sup>163</sup>Ho mittels metallischer magnetischer Kalorimeter. Aufgrund der hierfür benötigten Statistik von rund 10<sup>14</sup> Detektorereignissen und der daraus resultierenden Anzahl von rund 10<sup>5</sup> simultan auszulesenden Detektoren ist eine individuelle Auslesung der Detektoren nicht mehr möglich. Aus diesem Grund wird seit einigen Jahren in der Arbeitsgruppe an der Etablierung eines Frequenzmultiplexverfahrens gearbeitet.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde erstmals eine mehrkanalige Auslesung eines Arrays aus metallischen magnetischen Kalorimetern mittels eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers sowie eines vollständigen SDR-Systems durchgeführt. Hierfür wurde zunächst ein Mikrowellen-SQUID-Multiplexer mit 16 Kanälen sowie einem neu entwickelten SQUID-Design entworfen und im institutseigenen Reinraum mittels Mikrofabrikation hergestellt. Anschließend wurde ein experimenteller Aufbau bestehend aus einem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer mit angeschlossenem Detektorarray gemeinsam mit den zur Auslesung benötigten Hochfrequenzkomponenten in einen  ${}^{3}\text{He}/{}^{4}\text{He}$ Verdünnungskryostaten eingebaut und charakterisiert. Zudem wurde ein am Karlsruher Institut für Technologie entwickeltes SDR-System in Betrieb genommen und Optimierungen der Sende- sowie der Empfangsseite durchgeführt. Dies ermöglichte unter anderem die Generierung eines Frequenzkamms mit 32 Tönen, welcher neben einer hohen Seitenband- und Lokaloszillatorunterdrückung von jeweils  $> 50 \,\mathrm{dB}$  eine sehr hohe Homogenität der Leistungen mit Differenzen von  $< 0.03 \,\mathrm{dB}$  aufweist. Über eine Zusammenführung des kryogenen Multiplexer-Aufbaus mit dem SDR-System konnte erstmals eine simultane Auslesung von 4 beziehungsweise von 8 Kanälen des auf metallischen magnetischen Kalorimetern basierenden und mit einer <sup>55</sup>Fe-Kalibrationsquelle bestrahlten Detektorarrays durchgeführt werden. Dies ermöglichte die Auslesung von sämtlichen 15 mit dem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer verbundenen Detektorpixeln und stellt so einen Meilenstein in der Auslesung von Arrays aus metallischen magnetischen Kalorimetern dar.

Während der simultanen Auslesung von 4 Kanälen konnten für das beste Detektor-

pixel Energieauflösungen von  $\Delta E_{\rm FWHM} = 8,8 \,{\rm eV}$  bei einer Energie von  $E = 5,9 \,{\rm keV}$ sowie  $\Delta E_{\rm FWHM} = 8,0 \,{\rm eV}$  bei den dazugehörigen Nullsignalen erreicht werden. Die Realisierung einer Energieauflösung von unter 10 eV, zudem im Rahmen einer Mehrkanalauslesung, stellt einen weiteren Meilenstein dar, den es im Rahmen des Experiments zu demonstrieren galt. Die erreichte Energieauflösung liegt dabei aufgrund von diskreten Störungen im Rauschspektrum geringfügig über den mittels einer Detektorsimulation ermittelten Werten. Das gemessene weiße Rauschen liegt mit  $2,5 \,\mu \Phi_0 / \sqrt{\rm Hz}$  über dem aus dem Rauschen des HEMT-Verstärkers sowie der Degradierung durch die Flussrampenmodulation erwarteten Wert. Ursache hierfür ist sehr wahrscheinlich eine im Vergleich zum Entwurf geringere Bandbreite des Resonators in Kombination mit einer Beeinflussung der Phasenbestimmung durch Transienten sowie einer hohen Trägerfrequenz. Dennoch ist mit der erreichten Energieauflösung bereits eine Bestimmung der Masse des Elektronneutrinos mit einer Sensitivität von  $< 1,2 \,{\rm eV}/c^2$  (90 % C.L.) bei einer <sup>163</sup>Ho-Aktivität von 10 Bq/Pixel möglich [Gas17].

Die Berechnung der Summenspektren ergab für die Auslesung von 4 Kanälen mit 3 Pixeln eine Energieauflösung von  $\Delta E_{\rm FWHM} = 11,0 \, {\rm eV}$  sowie für die Auslesung von 8 Kanälen mit 15 Pixeln eine Energieauflösung von  $\Delta E_{\rm FWHM} = 18,6 \, {\rm eV}$ . Die unterschiedlichen Energieauflösungen resultieren dabei aus stark variierenden Werten des weißen Flussrauschens zwischen den verschiedenen Kanälen, welches wiederrum von der jeweiligen intrinsischen Güte des jeweiligen Kanals abhängt. Es konnte gezeigt werden, dass für optimierte Resonatorgüten sowie eine angepasste Gegeninduktivität  $M_{\rm T}$  eine Energieauflösung von  $\Delta E_{\rm FWHM} < 5 \, {\rm eV}$  in unmittelbarer Reichweite liegt. Zudem konnte das Übersprechen ausgewählter Kanäle für einen beliebigen Flusszustand mit bis zu 0,42 % für einen räumlich benachbarten Kanal sowie mit bis zu 0,16 % für einen im Frequenzraum benachbarten Kanal bestimmt werden. Über eine Optimierung des elektromagnetischen Übersprechens zwischen den Resonatoren kann in Zukunft das Übersprechen auf das notwendige Maß von etwa 0,1 % reduziert werden.

Darüber hinaus konnte kürzlich eine weitere Funktion der FPGA-Firmware zur Identifikation von Detektorereignissen in Echtzeit erfolgreich in Betrieb genommen werden. Da bei den bisherigen Messungen ein kontinuierlicher Datenstrom aufgenommen wurde und die Identifikation der Detektorereignisse nachträglich erfolgte, wurde die Messdauer durch den Speicherplatz der an das FPGA-Board angeschlossenen Festplatte begrenzt. Die Identifikation der Detektorereignisse in Echtzeit ermöglicht nun die Durchführung längerer Messungen, welche für die Messung kontinuierlicher Spektren, wie zum Beispiel des Elektroneneinfangspektrums von <sup>163</sup>Ho, erforderlich sind. Eine momentan am Karlsruher Institut für Technologie in Entwicklung befindliche, neue Version des SDR-Systems wird zudem in naher Zukunft die Auslesung des gesamten Frequenzbereichs von 4-8 GHz ermöglichen [San19].

121

Somit wird zukünftig die Auslesung großer, auf metallischen magnetischen Kalorimetern basierender Detektorarrays mittels Mikrowellen-SQUID-Multiplexern möglich sein, welche neue experimentelle Möglichkeiten auf den Gebieten der Hochstatistikexperimente sowie der bildgebenden Methoden darstellen. Eine Hochstatistikmessung des Elektroneneinfangspektrums von <sup>163</sup>Ho im Rahmen des ECHo-Experiments und die daraus erlangten Erkenntnisse zur Masse des Elektron-Neutrinos werden dann wichtige experimentelle Ergebnisse bei der Entwicklung physikalischer Modelle jenseits des Standardmodells darstellen.

## Literaturverzeichnis

- [Abr64] M. Abramowitz und I. A. Stegun, Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables, volume 55, US Government printing office, 1964.
- [Abr12] A. Abragam und B. Bleaney, Electron paramagnetic resonance of transition ions, OUP Oxford, 2012.
- [Ake19] M. Aker, K. Altenmüller, M. Arenz, M. Babutzka, J. Barrett, S. Bauer, M. Beck, A. Beglarian, J. Behrens, T. Bergmann, et al., Improved upper limit on the neutrino mass from a direct kinematic method by KATRIN, *Physical review letters*, **123**(22), 221802, 2019.
- [Alp15] B. Alpert, M. Balata, D. Bennett, M. Biasotti, C. Boragno, C. Brofferio, V. Ceriale, D. Corsini, P. K. Day, M. De Gerone, et al., Holmes, *The European Physical Journal C*, **75**(3), 1–11, 2015.
- [Alp19] B. Alpert, D. Becker, D. Bennet, M. Biasotti, M. Borghesi, G. Gallucci, M. De Gerone, M. Faverzani, E. Ferri, J. Fowler, et al., High-resolution high-speed microwave-multiplexed low temperature microcalorimeters for the HOLMES experiment, *The European Physical Journal C*, **79**(4), 304, 2019.
- [Ban93] S. R. Bandler, C. Enss, R. E. Lanou, H. J. Maris, T. More, F. S. Porter, und G. M. Seidel, Metallic magnetic bolometers for particle detection, *Journal of low temperature physics*, 93(3-4), 709–714, 1993.
- [Ban12] S. R. Bandler, K. D. Irwin, D. Kelly, P. N. Nagler, J.-P. Porst, H. Rotzinger, J. E. Sadleir, G. M. Seidel, S. J. Smith, und T. R. Stevenson, Magnetically coupled microcalorimeters, *Journal of Low Temperature Physics*, 167(3), 254–268, 2012.
- [Bar09] R. Barends, *Photon-detecting superconducting resonators*, Dissertation, Universität Delft, 2009.
- [Bec16] D. Becker, D. Bennet, J. Gard, G. Hilton, J.A.B. Mates, C. Reintsema, D. Schmidt, D. Swetz, J. Ullom, und L. Vale, Maximizing multiplexing factors for high-sampling-rate microwave SQUID multiplexers, Poster Applied Superconductivity Conference, 2016.

124	Literaturverzeichnis
[Bey09]	J. Beyer, D. Drung, M. Peters, T. Schurig, und S. R. Bandler, A single- stage SQUID multiplexer for TES array readout, <i>IEEE transactions on</i> <i>applied superconductivity</i> , <b>19</b> (3), 505–508, 2009.
[Boy09]	S. T. P. Boyd und R. H. Cantor, Microcalorimeter magnetic sensor geo- metries using superconducting elements, in <i>AIP Conference Proceedings</i> , volume 1185, 595–598, American Institute of Physics, 2009.
[Bur04]	A. Burck, Entwicklung großflächiger magnetischer Kalorimeter zur ener- gieaufgelösten Detektion von Röntgenquanten und hochenergetischen Teil- chen, Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 2004.
[Bur08]	A. Burck, Entwicklung großflächiger mikrostrukturiertermagnetischer Kalorimeter mit Au:Er- und Ag:Er-Sensoren für den energieaufgelösten Nachweis von Röntgenquanten und hochenergetischen Teilchen, Disserta- tion, Universität Heidelberg, 2008.
[Cap18]	F. Capozzi, E. Lisi, A. Marrone, und A. Palazzo, Current unknowns in the three-neutrino framework, <i>Progress in Particle and Nuclear Physics</i> , <b>102</b> , 48–72, 2018.
[Che14]	Z. Chen, A. Megrant, J. Kelly, R. Barends, J. Bochmann, Y. Chen, B. Chiaro, A. Dunsworth, E. Jeffrey, J. Y. Mutus, et al., Fabrication and characterization of aluminum airbridges for superconducting microwave circuits, <i>Applied Physics Letters</i> , <b>104</b> (5), 052602, 2014.
[Chi16]	B. Chiaro, A. Megrant, A. Dunsworth, Z. Chen, R. Barends, B. Campbell, Y. Chen, A. Fowler, I. C. Hoi, E. Jeffrey, et al., Dielectric surface loss in superconducting resonators with flux-trapping holes, <i>Superconductor</i> <i>Science and Technology</i> , <b>29</b> (10), 104006, 2016.
[Cla04]	J. Clarke und A. I. Braginski (Ed.), The SQUID Handbook: Vol. I Fun- damentals and Technology of SQUIDs and SQUID Systems, Wiley-VCH, 2004.
[Col92]	R. E. Collin, Foundations of Microwave Engineering, McGraw-Hill, New York, 1992.
[Dru07]	D. Drung, C. Aßmann, J. Beyer, A. Kirste, M. Peters, F. Ruede, Th. Schu- rig, C. Hinnrichs, und H. J. Barthelmess, High-performance dc SQUID sensors and electronics, in <i>IEEE/CSC &amp; ESAS European Superconducti-</i> vity News Forum, number 1, 2007

- [Eli15] S. Eliseev, K. Blaum, M. Block, S. Chenmarev, H. Dorrer, Ch. E. Düllmann, C. Enss, P. E. Filianin, L. Gastaldo, M. Goncharov, et al., Direct measurement of the mass difference of Ho 163 and Dy 163 solves the Qvalue puzzle for the neutrino mass determination, *Physical review letters*, 115(6), 062501, 2015.
- [Ens00] C. Enss, A. Fleischmann, K. Horst, J. Schönefeld, J. Sollner, J. S. Adams, Y. H. Huang, Y. H. Kim, und G. M. Seidel, Metallic magnetic calorimeters for particle detection, *Journal of low temperature physics*, **121**(3), 137– 176, 2000.
- [Fau93] T. Fausch, M. Bühler, und E. Umlauf, Signal rise time of the magnetic bolometer, *Journal of Low Temperature Physics*, 93(3), 703–708, 1993.
- [Fer15] A. Ferring, Entwicklung von dc-SQUIDs zur Auslesung von metallischen magnetischen Kalorimetern,, Masterarbeit, Universität Heidelberg, 2015.
- [Fle03] A. Fleischmann, Magnetische Mikrokalorimeter: Hochauflösende Röntgenspektroskopie mit energiedispersiven Detektoren, Dissertation, Universität Heidelberg, 2003.
- [Fle05] A. Fleischmann, C. Enss, und G. M. Seidel, Metallic magnetic calorimeters, in Christian Enss (Ed.), *Cryogenic Particle Detection*, 151–216, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2005.
- [Fle09] A. Fleischmann, L. Gastaldo, S. Kempf, A. Kirsch, A. Pabinger, C. Pies, J.-P Porst, P. Ranitzsch, S. Schäfer, F. v. Seggern, T. Wolf, C. Enss, und G. M. Seidel, Metallic magnetic calorimeters, *AIP Conference Proceedings*, 1185(1), 571–578, 2009.
- [Foe12] N. Foerster, Entwicklung eines kalorimetrischen Tieftemperatur-Detektors mit supraleidendem Temperatursensor für die hochauflösende Röntgenspektroskopie, Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 2012.
- [Fri44] H. T. Friis, Noise figures of radio receivers, Proceedings of the IRE, 32(7), 419–422, 1944.
- [Fuk98] Y. Fukuda, T. Hayakawa, E. Ichihara, K. Inoue, K. Ishihara, H. Ishino, Y. Itow, T. Kajita, J. Kameda, S. Kasuga, et al., Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos, *Physical Review Letters*, 81(8), 1562, 1998.
- [Gam16] L. Gamer, D. Schulz, C. Enss, A. Fleischmann, L. Gastaldo, S. Kempf, C. Krantz, O. Novotnỳ, D. Schwalm, und A. Wolf, MOCCA: a 4k-pixel molecule camera for the position-and energy-resolving detection of neutral

molecule fragments at CSR, *Journal of Low Temperature Physics*, **184**(3), 839–844, 2016.

- [Gao08] J. Gao, *The Physics of Superconducting Microwave Resonators*, Dissertation, California Institute of Technology, 2008.
- [Gar18] J. D. Gard, D. T. Becker, D. A. Bennett, J. W. Fowler, G. C. Hilton, J. A. B. Mates, C. D. Reintsema, D. R. Schmidt, D. S. Swetz, und J. N. Ullom, A scalable readout for microwave SQUID multiplexing of transition-edge sensors, *Journal of Low Temperature Physics*, 193(3), 485–497, 2018.
- [Gas13] L. Gastaldo, P. C.-O. Ranitzsch, F. von Seggern, J.-P. Porst, S. Schäfer, C. Pies, S. Kempf, T. Wolf, A. Fleischmann, C. Enss, et al., Characterization of low temperature metallic magnetic calorimeters having gold absorbers with implanted 163Ho ions, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, **711**, 150–159, 2013.
- [Gas17] L. Gastaldo, K. Blaum, K. Chrysalidis, T. D. Goodacre, A. Domula, M. Door, H. Dorrer, Ch. E. Düllmann, K. Eberhardt, S. Eliseev, et al., The electron capture in 163 Ho experiment - ECHo, *The European Physical Journal Special Topics*, **226**(8), 1623–1694, 2017.
- [Gei20] J. Geist, Bestimmung der Isomerenergie von 229Th mit dem hochauflösenden Mikrokalorimeter-Array maXs30, Dissertation, Universität Heidelberg, 2020.
- [Glo57] R. E. Glover und M. Tinkham, Conductivity of Superconducting Films for Photon Energies between 0.3 and 40kTc, *Physical Review*, 108(2), 243, 1957.
- [Hah92] W. Hahn, M. Loewenhaupt, und B. Frick, Crystal field excitations in dilute rare earth noble metal alloys, *Physica B: Condensed Matter*, 180, 176–178, 1992.
- [Ham21] R. Hammann et al., in Vorbereitung, 2021.
- [Han73] P. K. Hansma, Superconducting single-junction interferometers with small critical currents, *Journal of Applied Physics*, **44**(9), 4191–4194, 1973.
- [Hen12] D. Hengstler, Untersuchung der Eigenschaften von supraleitenden Re-, Znund Zn:Mn-Absorbern f
  ür magnetische Mikrokalorimeter, Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 2012.

- [Hen17] D. Hengstler, Development and characterization of two-dimensional metallic magnetic calorimeter arrays for the high-resolution X-ray spectroscopy, Dissertation, Universität Heidelberg, 2017.
- [Hen18] S. W. Henderson, Z. Ahmed, J. Austermann, D. Becker, D. A. Bennett, D. Brown, S. Chaudhuri, H.-M. S. Cho, J. M. D'Ewart, B. Dober, et al., Highly-multiplexed microwave SQUID readout using the SLAC microresonator radio frequency (SMuRF) electronics for future CMB and submillimeter surveys, in *Millimeter, Submillimeter, and Far-Infrared De*tectors and Instrumentation for Astronomy IX, volume 10708, 1070819, International Society for Optics and Photonics, 2018.
- [Her00] T. Herrmannsdörfer, R. König, und C. Enss, Properties of Er-doped Au at ultralow temperatures, *Physica B: Condensed Matter*, 284, 1698–1699, 2000.
- [Her17] A. Hertel, Optimierung kapazitiv gekoppelter supraleitender  $\lambda/4$ -Resonatoren für den Einsatz in einem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer, Masterarbeit, Universität Heidelberg, 2017.
- [Heu11] S. Heuser, Entwicklung mikrostrukturierter magnetischer Kalorimeter mitverbesserter magnetischer Flusskopplung für die hochauflösende Röntgenspektroskopie, Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 2011.
- [Hir17] F. Hirayama, T. Irimatsugawa, H. Yamamori, S. Kohjiro, A. Sato, S. Nagasawa, D. Fukuda, H. Sasaki, M. Hidaka, Y. Sato, et al., Interchannel Crosstalk and Nonlinearity of Microwave SQUID Multiplexers, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 27(4), 1–5, 2017.
- [Hof12] V. Hoffmann, Messung der AC-Suszeptibilität von paramagnetischem Au:Er bei Temperaturen oberhalb des Spinglas-Übergangs, Bachelorarbeit, Universität Heidelberg, 2012.
- [Höl97] G. Hölzer, M. Fritsch, M. Deutsch, J. Härtwig, und E. Förster,  $K\alpha_{1,2}$  and  $K\beta_{1,3}$  x-ray emission lines of the 3d transition metals, *Physical Review A*, **56**(6), 4554, 1997.
- [Hub01] M. E. Huber, P. A. Neil, R. G. Benson, D. A. Burns, A. M. Corey, C. S. Flynn, Y. Kitaygorodskaya, O. Massihzadeh, J. M. Martinis, und G. C. Hilton, DC SQUID series array amplifiers with 120 MHz bandwidth, *IEEE transactions on applied superconductivity*, 11(1), 1251–1256, 2001.
- [Ihs21] S. Ihssen, Messung des magnetischen Flussrauschens von Mikrowellen-SQUID-Multiplexern in Abhängigkeit von der eingesetzten Resonatortechnologie, Masterarbeit, Universität Heidelberg, 2021.

128	Literaturverzeichnis
[Irw02]	K. D. Irwin, SQUID multiplexers for transition-edge sensors, <i>Physica C:</i> Superconductivity, <b>368</b> (1-4), 203–210, 2002.
[Irw04]	K. D. Irwin und K. W. Lehnert, Microwave SQUID multiplexer, <i>Applied physics letters</i> , <b>85</b> (11), 2107–2109, 2004.
[Irw10]	K. D. Irwin, M. D. Niemack, J. Beyer, H. M. Cho, W. B. Doriese, G. C. Hilton, C. D. Reintsema, D. R. Schmidt, J. N. Ullom, und L. R. Vale, Code-division multiplexing of superconducting transition-edge sensor arrays, <i>Superconductor Science and Technology</i> , <b>23</b> (3), 034004, 2010.
[Jos62]	B. D. Josephson, Possible new effects in superconductive tunnelling, <i>Physics Letters</i> , $1(7)$ , 251 – 253, 1962.
[Jos64]	<ul> <li>B. D. Josephson, Coupled superconductors, <i>Reviews of Modern Physics</i>, 36(1), 216, 1964.</li> </ul>
[Jos65]	<ul> <li>B. D. Josephson, Supercurrents through barriers, Advances in Physics, 14(56), 419–451, 1965.</li> </ul>
[Kar20]	N. Karcher, D. Richter, F. Ahrens, R. Gartmann, M. Wegner, O. Krömer, S. Kempf, C. Enss, M. Weber, und O. Sander, SDR-based readout electronics for the ECHo experiment, <i>Journal of Low Temperature Physics</i> , <b>200</b> (5), 261–268, 2020.
[Kau78]	R. L. Kautz, Picosecond pulses on superconducting striplines, <i>Journal of Applied Physics</i> , <b>49</b> (1), 308–314, 1978.
[Kem12]	S. Kempf, Entwicklung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers auf der Grundlage nicht-hysteretischer rf-SQUIDs zur Auslesung metallischer ma- gnetischer Kalorimeter, Dissertation, Universität Heidelberg, 2012.
[Kem13]	S. Kempf, A Ferring, A. Fleischmann, L. Gastaldo, und C. Enss, Characterization of the reliability and uniformity of an anodization-free fabrication process for high-quality Nb/Al–AlOx/Nb josephson junctions, <i>Superconductor Science and Technology</i> , <b>26</b> (6), 065012, 2013.
[Kem15]	S. Kempf, A. Ferring, A. Fleischmann, und C. Enss, Direct-current superconducting quantum interference devices for the readout of metallic magnetic calorimeters, <i>Superconductor Science and Technology</i> , <b>28</b> (4), 045008, 2015.
[Kem16]	S. Kempf, A. Ferring, und C. Enss, Towards noise engineering: Recent insights in low-frequency excess flux noise of superconducting quantum devices, <i>Applied Physics Letters</i> , <b>109</b> (16), 162601, 2016.

- [Kem17] S. Kempf, M. Wegner, A. Fleischmann, L. Gastaldo, F. Herrmann, M. Papst, D. Richter, und C. Enss, Demonstration of a scalable frequencydomain readout of metallic magnetic calorimeters by means of a microwave SQUID multiplexer, AIP Advances, 7(1), 015007, 2017.
- [Kem18] S. Kempf, A. Fleischmann, L. Gastaldo, und C. Enss, Physics and applications of metallic magnetic calorimeters, *Journal of Low Temperature Physics*, **193**(3), 365–379, 2018.
- [Koz12] A. Kozorezov, Energy down-conversion and thermalization in metal absorbers, *Journal of Low Temperature Physics*, **167**(3), 473–484, 2012.
- [Kra20] M. Krantz, Development of a metallic magnetic calorimeter with integrated SQUID readout, Dissertation, Universität Heidelberg, 2020.
- [Leh07] K. W. Lehnert, K. D. Irwin, M. A. Castellanos-Beltran, J. A. B Mates, und L. R. Vale, Evaluation of a microwave SQUID multiplexer prototype, *IEEE transactions on applied superconductivity*, 17(2), 705–709, 2007.
- [Man16] P. Mangin und R. Kahn, *Superconductivity: An introduction*, Springer Nature, 2016.
- [Man21a] F. Mantegazzini, Development and characterisation of high-resolution metallic magnetic calorimeter arrays for the ECHo neutrino mass experiment, Dissertation, Universität Heidelberg, 2021.
- [Man21b] F. Mantegazzini, S. Allgeier, A. Barth, C. Enss, A. Ferring-Siebert, A. Fleischmann, L. Gastaldo, R. Hammann, D. Hengstler, S. Kempf, et al., Multichannel read-out for arrays of metallic magnetic calorimeters, arXiv preprint arXiv:2102.11100, 2021.
- [Mat58] D. C. Mattis und J. Bardeen, Theory of the anomalous skin effect in normal and superconducting metals, *Physical Review*, **111**(2), 412, 1958.
- [Mat11] J. A. B. Mates, The Microwave SQUID Multiplexer, Dissertation, Universität Colorado, 2011.
- [Mat12] J. A. B. Mates, K. D. Irwin, L. R. Vale, G. E. Hilton, J. Gao, und K. W. Lehnert, Flux-Ramp Modulation for SQUID Multiplexing, *Journal of Low Temperature Physics*, 167(5-6), 707–712, 2012.
- [Mat17] J. A. B. Mates, D. T. Becker, D. A. Bennett, B. J. Dober, J. D. Gard, J. P. Hays-Wehle, J. W. Fowler, G. C. Hilton, C. D. Reintsema, D. R. Schmidt, et al., Simultaneous readout of 128 x-ray and gamma-ray transition-edge

microcalorimeters using microwave SQUID multiplexing, *Applied Physics Letters*, **111**(6), 062601, 2017.

- [Mat19] J. A. B. Mates, D. T. Becker, D. A. Bennett, B. J. Dober, J. D. Gard, G. C. Hilton, D. S. Swetz, L. R. Vale, und J. N. Ullom, Crosstalk in microwave SQUID multiplexers, *Applied Physics Letters*, **115**(20), 202601, 2019.
- [Maz06] B. A. Mazin, P. K. Day, K. D. Irwin, C. D. Reintsema, und J. Zmuidzinas, Digital readouts for large microwave low-temperature detector arrays, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 559(2), 799–801, 2006.
- [McC93] D. McCammon, W. Cui, M. Juda, J. Morgenthaler, J. Zhang, R. L. Kelley, S. S. Holt, G. M. Madejski, S. H. Moseley, und A. E. Szymkowiak, Thermal calorimeters for high resolution x-ray spectroscopy, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 326(1-2), 157–165, 1993.
- [McC05] D. McCammon, Thermal equilibrium calorimeters an introduction, in C. Enss (Ed.), Cryogenic Particle Detection, Springer, Berlin, Heidelberg, 2005.
- [Mor16] K. M. Morgan, B. K. Alpert, D. A. Bennett, E. V. Denison, W. B. Doriese, J. W. Fowler, J. D. Gard, G. C. Hilton, K. D. Irwin, Y. I. Joe, et al., Codedivision-multiplexed readout of large arrays of TES microcalorimeters, *Applied Physics Letters*, **109**(11), 112604, 2016.
- [Nas09] E. Nash, Correcting imperfections in IQ modulators to improve RF signal fidelity, AN-1039, Application Note, Analog Devices, 2009.
- [Nei21] M. Neidig, In Vorbereitung, Masterarbeit, Universität Heidelberg, 2021.
- [Nie10] M. D. Niemack, J. Beyer, H. M. Cho, W. B. Doriese, G. C. Hilton, K. D. Irwin, C. D. Reintsema, D. R. Schmidt, J. N. Ullom, und L. R. Vale, Codedivision SQUID multiplexing, *Applied Physics Letters*, 96(16), 163509, 2010.
- [Nor13] O. Noroozian, J. A. B. Mates, D. A. Bennett, J. A. Brevik, J. W. Fowler, J. Gao, G. C. Hilton, R. D. Horansky, K. D. Irwin, Z. Kang, et al., High-resolution gamma-ray spectroscopy with a microwave-multiplexed transition-edge sensor array, *Applied Physics Letters*, **103**(20), 202602, 2013.

- [Pal19] P. Paluch, Entwicklung, Herstellung und Charakterisierung von auf supraleitenden Mikrowellenresonatoren aus planaren, konzentrierten Elementen basierenden Resonatorarrays und eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers, Masterarbeit, Universität Heidelberg, 2019.
- [Por11] J.-P. Porst, High-Resolution Metallic Magnetic Calorimeters for beta-Spectroscopy on 187-Rhenium and Position Resolved X-Ray Spectroscopy, Dissertation, Universität Heidelberg, 2011.
- [Por14] J.-P. Porst, S. R. Bandler, J. S. Adams, M. A. Balvin, S. E. Busch, M. E. Eckart, R. L. Kelley, C. A. Kilbourne, S. J. Lee, P. C. Nagler, et al., Characterization and performance of magnetic calorimeters for applications in X-ray spectroscopy, *Journal of Low Temperature Physics*, 176(5), 617–623, 2014.
- [Poz11] D. M. Pozar, *Microwave engineering*, John wiley & sons, 2011.
- [Pro15] S. Probst, F. B. Song, P. A. Bushev, A. V. Ustinov, und M. Weides, Efficient and robust analysis of complex scattering data under noise in microwave resonators, *Review of Scientific Instruments*, 86(2), 024706, 2015.
- [Ran12] P. C.-O. Ranitzsch, J.-P. Porst, S. Kempf, C. Pies, S. Schäfer, D. Hengstler, A. Fleischmann, C. Enss, und L. Gastaldo, Development of metallic magnetic calorimeters for high precision measurements of calorimetric 187 Re and 163 Ho spectra, *Journal of Low Temperature Physics*, 167(5), 1004–1014, 2012.
- [Ric17] D. Richter, Auslesung von SQUIDs mittels Flussrampenmodulation, Masterarbeit, Universität Heidelberg, 2017.
- [Rúj82] A. De Rújula und M. Lusignoli, Calorimetric measurements of 163holmium decay as tools to determine the electron neutrino mass, *Physics Letters B*, **118**(4-6), 429–434, 1982.
- [Ryh89] T. Ryhänen, H. Seppä, R. Ilmoniemi, und J. Knuutila, SQUID magnetometers for low-frequency applications, *Journal of Low Temperature Phy*sics, 76(5), 287–386, 1989.
- [San19] O. Sander, N. Karcher, O. Krömer, S. Kempf, M. Wegner, C. Enss, und M. Weber, Software-defined radio readout system for the ECHo experiment, *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 66(7), 1204–1209, 2019.

132	Literaturverzeichnis
[Sch20]	C. Schuster, Development of a software package for simulation-based stu- dies of microwave SQUID multiplexers and realisation of a hybrid micro- wave SQUID multiplexer, Masterarbeit, Universität Heidelberg, 2020.
[Sha49]	C. E. Shannon, Communication in the presence of noise, <i>Proceedings of the IRE</i> , <b>37</b> (1), 10–21, 1949.
[Sim01]	R. N. Simons, <i>Coplanar waveguide circuits, components, and systems</i> , volume 15, Wiley Online Library, 2001.
[Sta04]	G. Stan, S. B. Field, und J. M. Martinis, Critical field for complete vortex expulsion from narrow superconducting strips, <i>Physical review letters</i> , <b>92</b> (9), 097003, 2004.
[Tao71]	L. J. Tao, D. Davidov, R. Orbach, und E. P. Chock, Hyperfine splitting of Er and Yb resonances in Au: A separation between the atomic and covalent contributions to the exchange integral, <i>Physical Review B</i> , $4(1)$ , 5, 1971.
[Wal23]	J. L. Walsh, A closed set of normal orthogonal functions, American Journal of Mathematics, <b>45</b> (1), 5–24, 1923.
[Weg18]	M. Wegner, Entwicklung, Herstellung und Charakterisierung eines auf metallischen magnetischen Kalorimetern basierenden Detektorarrays mit 64 Pixeln und integriertem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer, Dissertation, Universität Heidelberg, 2018.
[Wei12]	H. Weinstock, SQUID sensors: fundamentals, fabrication and applications, volume 329, Springer Science & Business Media, 2012.
[Wel91]	R. P. Welty und J. M. Martinis, A series array of DC SQUIDs, <i>IEEE Transactions on Magnetics</i> , <b>27</b> (2), 2924–2926, 1991.
[Wil69]	G. Williams und L. L. Hirst, Crystal-field effects in solid solutions of rare earths in noble metals, <i>Physical Review</i> , <b>185</b> (2), 407, 1969.
[Wil16]	H. Wilckens, Untersuchung des Einflusses von Diskontinuitäten in den Masseflächen auf die Güte supraleitender, koplanarer Resonatoren, Ba- chelorarbeit, Universität Heidelberg, 2016.
[Wiß13]	V. Wißdorf, Magnetisches 1/f-Rauschen und Imaginärteil der magneti- schen Suszeptibilität von Erbium dotiertem Gold bei Millikelvin Tempera- turen, Bachelorarbeit, Universität Heidelberg, 2013.

[Zin06] B. L. Zink, K. D. Irwin, G. C. Hilton, J. N. Ullom, und D. P. Pappas, Erbium-doped gold sensor films for magnetic microcalorimeter x-ray detectors, *Journal of applied physics*, 99(8), 08B303, 2006.
## Publikationsliste des Autors

- D. Richter, L. Hoibl, T. Wolber, N. Karcher, A. Fleischmann, C. Enss, M. Weber, O. Sander, und S. Kempf, Flux ramp modulation based MHz frequencydivision dc-SQUID multiplexer, *Applied Physics Letters*, **118**(12), 122601, 2021
- N. Karcher, D. Richter, F.Ahrens, R. Gartmann, M. Wegner, O. Krömer, S. Kempf, C. Enss, M. Weber und O. Sander, SDR-Based Readout Electronics for the ECHo Experiment, *Journal of Low Temperature Physics*, 200(5), 261-268, 2020
- D. Richter, A. Fleischmann, C. Enss, und S. Kempf, Dc-SQUID Readout with High Dynamic Range and Intrinsic MHz Frequency-Division Multiplexing Capability, in 2019 IEEE International Superconductive Electronics Conference (ISEC), 1-3, 2019
- C. Velte et al., High-resolution and low-background 163Ho spectrum: interpretation of the resonance tails, *The European Physical Journal C*, **79**(12), 1026, 2019
- M. Wegner, N. Karcher, O. Krömer, D. Richter, F. Ahrens, O. Sander, S.Kempf, M. Weber, und C. Enss, Microwave SQUID Multiplexing of Metallic Magnetic Calorimeters: Status of Multiplexer Performance and Room-Temperature Readout Electronics Development, *Journal of Low Temperature Physics*, 193(3), 462-475, 2018
- S. Kempf, M. Wegner, L. Deeg, A. Fleischmann, L. Gastaldo, F. Herrmann, D. Richter, und C. Enss, Design, fabrication and characterization of a 64 pixel metallic magnetic calorimeter array with integrated, on-chip microwave-SQUID-multiplexer, *Superconductor Science and Technology*, **30**(6), 065002, 2017
- S. Kempf, M. Wegner, A. Fleischmann, L. Gastaldo, F. Herrmann, M. Papst, D. Richter, und C. Enss, Demonstration of a scalable frequency-domain readout of metallic magnetic calorimeters by means of a microwave SQUID multiplexer, AIP Advances, 7(1), 015007, 2017

## Danksagungen

An dieser Stelle möchte ich mich bei all den Menschen bedanken, die auf direkte oder indirekte Weise zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Mein besonderer Dank gilt dabei:

- Herrn PROF. CHRISTIAN ENSS für die freundliche Aufnahme in seine Arbeitsgruppe sowie die die Möglichkeit, die letzten Jahre aktiv an der Entwicklung von verschiedenen Multiplexverfahren mitarbeiten zu dürfen.
- Herrn PROF. PETER FISCHER für die freundliche Übernahme des Zweitgutachtens dieser Arbeit.
- Herrn PROF. SEBASTIAN KEMPF für die zahlreichen Diskussionen von Ergebnissen und Ratschläge während der Durchführung dieser Arbeit, seine motivierende Art sowie die Erklärung zahlreicher Beobachtungen durch ein sehr großes Fachwissen.
- ANDREAS FLEISCHMANN für viele Ratschläge zur praktischen Arbeit im Labor sowie seinen Blick fürs Wesentliche bei physikalischen Experimenten.
- ANDREAS REISER für zahlreiche technische Tipps im Labor und die Leihgabe vieler Messgeräte aus seinem Fundus, um Ursachen von Beobachtungen auf den Grund gehen zu können.
- LOREDANA GASTALDO für ihre Begeisterung für die Physik, ihre herzliche Art sowie ihren kritischen Blick auf Messdaten aus Detektorperspektive.
- MATHIAS WEGNER für die Beantwortung zahlreicher fachlicher Fragen, die tatkräftige Unterstützung im Reinraum sowie die gute Arbeitsatmosphäre im Büro.
- FELIX AHRENS für die sehr gute Zusammenarbeit und tatkräftige Unterstützung im Labor sowie im Reinraum.

- der Gruppe von OLIVER SANDER am KIT, insbesondere NICK KARCHER sowie den weiteren am Projekt beteiligten Mitarbeitern für die sehr gute Zusammenarbeit bei der Inbetriebnahme und den Messungen mit dem SDR-System.
- ANNA FERRING, ARNULF BARTH, DANIEL HENGSTLER, FABIENNE BAUER, MATTHÄUS KRANTZ für ihre vielfältige Hilfe bei der Durchführung dieser Arbeit, sei es bei auftretenden Fragen im Labor, bei der Einbindung von Code in neue Programme oder bei der Nutzung verschiedener Simulationsprogramme.
- allen aktuellen sowie ehemaligen Mitgliedern der Arbeitsgruppe F345 für die gute und offene Arbeitsatmosphäre, die in der Gruppe stets vorhandene Hilfsbereitschaft sowie die anregenden Diskussionen und die gute Zeit auf nationalen und internationalen Tagungen.
- den Mitarbeitern der Helium-Verflüssigung, welche stets für eine zuverlässige Versorgung mit flüssigem Helium sorgten, dem Reinraum-Personal, sowie den Mitarbeitern der EDV-Abteilung, der Elektronikabteilung, der feinmechanischen Werkstatt und der Institutsverwaltung, welche ebenfalls diese Arbeit auf vielfältige Art und Weise unterstützt haben.

Weiterhin möchte ich meiner Familie für die stetige Unterstützung sowie ihr stets offenes Ohr danken. Zudem möchte ich allen Freunden für die vielfältigen gemeinsamen Aktivitäten außerhalb des Instituts danken, die frische Energie für neue Tage im Labor lieferten. Zuletzt möchte ich Hannah für ihre stetige Unterstützung in den vergangenen Jahren danken sowie insbesondere dafür, dass sie mir beim Verfassen dieser Arbeit in den vergangenen Monaten den Rücken freigehalten hat.

## Erklärung

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Heidelberg, den 25. Juli 2021

.....

(Daniel Richter)