

INAUGURAL – DISSERTATION

zur Erlangung der Doktorwürde

der Naturwissenschaftlich-Mathematischen Gesamtfakultät

der Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

vorgelegt von

Dipl.-Phys. **Stefan Götte**

aus Freiburg i. Brsg.

Tag der Disputation: 20. November 2002

Aufbau und Test eines Prototypen zur Messung von Hochspannung mittels kollinearer Spektroskopie

Gutachter: Prof. Dr. Heinz-Jürgen Kluge
Prof. Dr. Jörg Schmiedmayer

Zusammenfassung: Aufbau und Test eines Prototypen zur Messung von Hochspannung mittels kollinearer Spektroskopie

Die Messung von Hochspannung mit Hilfe von Spannungsteilern gelingt aus technischen Gründen mit einer relativen Ungenauigkeit von etwa 10^{-6} . Diese Präzision ist allerdings nur mit speziellen Geräten erreichbar, die in nationalen Eichinstituten vorgehalten werden. Kommerziell erhältliche Geräte haben Genauigkeiten, die mindestens eine Größenordnung geringer ausfallen. Eine alternative Methode besteht darin, Ionen mit der zu messenden Spannung zu beschleunigen und die Geschwindigkeitsänderung in kollinearer Spektroskopie zu bestimmen. Dazu wird einem Ionenstrahl ein Laserstrahl parallel oder antiparallel überlagert und ein Übergang des Ions resonant angeregt. Wegen der Geschwindigkeit des Ions erscheint die Anregungsfrequenz im Laborsystem gegenüber der Ruhfrequenz im mitbewegten System verschoben (Dopplereffekt). Aus dieser Verschiebung kann auf die Spannung geschlossen werden. Gegenstand dieser Arbeit ist der Aufbau und Test eines Prototypen, mit dem Spannungen im Bereich von -20 kV bis -50 kV in kollinearer Spektroskopie bestimmt werden können. Ziel ist, die Machbarkeit und die erreichbare Genauigkeit zu untersuchen und Erkenntnisse zu sammeln, die in einer Nachfolgeapparatur zur präzisen Messung von Hochspannung umgesetzt werden können.

Abstract: Construction and Testing of a Prototype for Measuring High Voltages in Collinear Spectroscopy

Due to technical reasons the determination of high voltages through the use of voltage dividers is possible with a relative uncertainty of about 10^{-6} . Such an accuracy is, however, only attainable with unique instruments available in national institutes of weights and measures. The typical precision is at least smaller by one order of magnitude. An alternative method exists in accelerating ions with the voltage to be measured and determining the change of velocity in collinear spectroscopy. To this purpose a laser beam is superimposed parallel or antiparallel to an ion beam resulting in the resonant excitation of a valence electron. Owing to the ion velocity the excitation frequency in the laboratory frame appears shifted in relation to the ion rest frame (Doppler effect). This shift can be used to deduce the applied voltage. The subject of this thesis is the construction and testing of a prototype designed for measuring voltages from -20 kV up to -50 kV in collinear spectroscopy. The purpose is to investigate the feasibility and attainable precision of the method and to gain insights that may be used in a subsequent apparatus for the precise determination of high voltages.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	17
2. Theoretische Grundlagen	19
2.1. Dopplerverschiebung bei der Beschleunigung geladener Teilchen	19
2.1.1. Allgemeiner Fall	19
2.1.2. Parallele Überlagerung von Ionen- und Laserstrahl	20
2.1.3. Gleichzeitige kollineare und antikollineare Messung	20
2.1.4. Zur Differenz zwischen angelegter und gemessener Spannung	22
2.1.5. Zweikammerbetrieb	25
2.2. Resonanzübergang	26
2.3. Linienbreite und -form	29
2.3.1. Homogene Beiträge	29
2.3.2. Inhomogene Beiträge	31
2.3.3. Resultierende Linienform	37
2.4. Bestimmung der Laserfrequenz	38
2.4.1. Auswertung mit der Knaak-Routine	40
2.4.2. Fehlerquellen	43
2.4.3. Abschlußbemerkung	48
2.5. Laserstabilisierung	48
2.5.1. Regelung auf die Cs-D ₂ -Linie	49
2.5.2. Regelung auf die Ca ⁺ -Linie	51
2.6. Zur Abschätzung der erzielbaren Genauigkeit	53
2.6.1. Eingehende Elementargrößen	53
2.6.2. Potentialdifferenzen	54
2.6.3. Der Einfluß von Stößen	54
2.6.4. Winkelfehler	54
2.6.5. Fehler in der Bestimmung der Frequenzen	55
2.6.6. Berechnung des Fehlers	55

3. Apparativer Aufbau	57
3.1. Rezipient	58
3.1.1. Allgemeines	58
3.1.2. Ionenquelle	60
3.1.3. Ionenstrahl	62
3.1.4. Probelasersystem	64
3.1.5. Regelung auf den Ca^+ -Übergang	64
3.2. Wellenlängenmessung	68
3.2.1. Wavemeter	68
3.2.2. Referenzlasersystem	70
3.2.3. Aufbau der Cs-Spektroskopie	71
3.2.4. Regelung auf den Cs-Übergang	72
4. Experimentelle Ergebnisse	75
4.1. Untersuchung des Wavemeters	75
4.1.1. Spektroskopie- und Fehlersignal der Cäsiumspektroskopie	75
4.1.2. Einstellung der Korrelation von Referenz- und Probesignal	76
4.1.3. Test des Wavemeters mit verschiedenen Kombinationen von Referenz- und Probewellenlänge	77
4.1.4. Fazit	81
4.2. Untersuchung des Kalziumübergangs	82
4.2.1. Linienhöhe	82
4.2.2. Linienbreite und -form	85
4.2.3. Linienverschiebung	86
4.2.4. Fazit	89
4.3. Fehlersignal des Kalziumübergangs	91
4.4. Einfluß des Plasmapotentials	92
4.5. Bestimmung der Ruhfrequenz	94
4.5.1. Ruhfrequenz des Übergangs $3d^2D_{3/2}$ nach $4p^2P_{3/2}$	94
4.5.2. Ruhfrequenz des Übergangs $3d^2D_{5/2}$ nach $4p^2P_{3/2}$	98
4.6. Messung im Zweikammerbetrieb	99
5. Zusammenfassung	101
6. Ausblick	103
6.1. Überprüfung des Wavemeters	103
6.2. Überprüfung der bestimmten Ruhfrequenzen	103
6.3. Vorschlag zur Rückführung der Messung von HV-Spannung auf ein Quantennormal	104



A. Physikalische Konstanten	107
B. Technische Pläne	109
B.1. Die Ionenquelle	109
B.2. Der Rezipient	110
C. Schaltpläne	111
C.1. Die Beschaltung des Rezipienten	111
C.2. Der Lockin-Verstärker zur Regelung auf den Übergang des Ca-Ions	112
C.3. Der Lockin-Verstärker zur Regelung auf Cäsium	113

Abbildungsverzeichnis

2.1. Prinzip der kollinearen Spektroskopie	21
2.2. Prinzip der Ionenquelle	23
2.3. Kollineare Spektroskopie im Zweikammerbetrieb	25
2.4. Ausschnitt Termschema $^{40}\text{Ca}^+$	27
2.5. Energiebetrachtung	32
2.6. Energiedichte	33
2.7. Zur Herleitung der Geschwindigkeitsdichte	34
2.8. Geschwindigkeitsdichte	35
2.9. Dichtefunktionen im Frequenzraum	36
2.10. Beispiel für die Linienverbreiterung	38
2.11. Schematischer Aufbau eines Michelson-Interferometers	39
2.12. Prinzip der Bestimmung der Wellenlänge	40
2.13. Datennahme und -auswertung nach der Knaak-Routine	42
2.14. Zum Einfluß von Laufzeitunterschieden	45
2.15. Bildung des Fehlersignals	49
2.16. Bestimmung des Winkelfehlers	55
3.1. Gesamtapparatur	57
3.2. Rezipient	59
3.3. Ionenquelle	60
3.4. Probelaser	64
3.5. Regelung auf den Kalziumionenübergang	65
3.6. Schaltplan des verwendeten Integrators	66
3.7. Fasermodulator	67
3.8. Wavemeter	68
3.9. Referenzlasersystem	71
3.10. Aufbau der Cäsium-Spektroskopie	72
3.11. Regelung auf den Cäsiumübergang	73
4.1. Cs-Spektroskopie- und Fehlersignal	76
4.2. Differenz von Meß- und Anpassungswerten	77

4.3. Acht Kombinationen von Referenz- und Probelinie der Cs-Spektroskopie . . .	78
4.4. Acht weitere Kombinationen von Referenz- und Probelinie der Cs-Spektroskopie	79
4.5. Untersuchung zur Auffindung des richtigen Regelpunkts	80
4.6. Cs-Spektroskopie- und Fehlersignal für verschiedene Polarisationszustände . .	81
4.7. Signalhöhen in Abhängigkeit vom Druck; Beschleunigungsspannung -20 kV . .	83
4.8. Signalhöhen in Abhängigkeit vom Druck; Beschleunigungsspannung -30 kV . .	84
4.9. Ausschnittvergrößerung von Abb. 4.7	87
4.10. Messung der Frequenzen zur Zugspannung -31 kV ; Pumpenausfall	88
4.11. Darstellung der Frequenzverschiebung gegen den Druck	89
4.12. Weiteres Beispiel für die Frequenzverschiebung vs. Druck	90
4.13. Ca^+ -Spektroskopie- und Fehlersignal	92
4.14. Einfluß des Plasmapotentials	93
4.15. Ruhfrequenz des Übergangs $3d^2D_{3/2}$ nach $4p^2P_{3/2}$ für drei Spannungen . . .	95
4.16. Ruhfrequenz $3d^2D_{3/2}$ nach $4p^2P_{3/2}$	96
4.17. Ruhfrequenz $3d^2D_{3/2}$ nach $4p^2P_{3/2}$ in gleichzeitiger Messung	97
4.18. Ruhfrequenz $3d^2D_{5/2}$ nach $4p^2P_{3/2}$	98
5.1. Erzielbare Genauigkeit des Prototypen	101
6.1. Designvorschlag für einen Rezipienten der Ausbaustufe	104
6.2. Abschätzung der erzielbaren Genauigkeit der Ausbaustufe	105
B.1. Technische Zeichnung der Ionenquelle	109
B.2. Technische Zeichnung des Rezipienten	110
C.1. Schaltplan Rezipient	111
C.2. Schaltplan der Locktronik der 3. Generation	112
C.3. Schaltplan der Locktronik der 4. Generation	113

Tabellenverzeichnis

2.1. Abschätzung der zu erwartenden Zählrate	28
4.1. Linienbreiten der Ca^+ -Resonanz	86
4.2. Zählraten im Pseudozweikammerbetrieb	99
A.1. Fundamentale physikalische Konstanten	107
A.2. Elementare Größen von Ca I bzw. Ca II	107
A.3. Relative Masse des Elektrons	108
A.4. Frequenzen der Hyperfeinübergänge von atomarem Cäsium	108

1. Einleitung

Das Volt ist eine der abgeleiteten physikalischen SI-Einheiten (SI: *Système International d'Unités*); es ist das Maß für die elektrische Spannung bzw. Potentialdifferenz. Es wird heutzutage mit großer Präzision über Josephson-Normale bestimmt [Göb97], die allerdings nur einen Bereich bis 10 V abdecken.

Hohe Gleichspannungen, darunter soll in dieser Arbeit der Bereich von 10 kV bis 300 kV verstanden werden, werden zunächst über Präzisionswiderstände in den Bereich von 10 V bis 1 kV geteilt. Dies gelingt mit einer relativen Ungenauigkeit von $2 \cdot 10^{-6}$ [Mar01] bei 100 kV. Dabei sind die Grenzen durch die Kalibration der Widerstände, Leckströme, Alterungsprozesse usw. gesetzt. Spannungen im Bereich von 10 V bis 1 kV können beispielsweise mit Digitalvoltmetern mit einem Fehler der Größenordnung 10^{-6} gemessen werden.

Prinzipiell besteht (auch von technischer Seite) großes Interesse, die Messung von HV-Spannung auf ein Quantennormal zurückzuführen, denn dieses ist per Definition unabhängig von Umgebungseinflüssen. Zur Vermessung von Hochspannung wurde ein solcher Versuch zum Beispiel unternommen, indem Elektronen einen Mikrowellenresonator passieren [Kin83]. Abhängig von ihrer durch die zu messende Spannung aufgeprägten Geschwindigkeit gelingt dies nur, wenn die Mikrowellenfrequenz passend eingestellt ist. Somit wird die Bestimmung der Spannung auf eine Frequenzmessung zurückgeführt. Allerdings konnte mit diesem Verfahren eine Reproduzierbarkeit von 10^{-4} nicht übertroffen werden, zudem traten erhebliche systematische Schwierigkeiten auf [Luc91].

Nach einem anderen Vorschlag [Pou82] kann eine solche Messung auch in kollinearer Spektroskopie erfolgen. Bei diesem Verfahren werden ein Ionen- und ein Laserstrahl parallel oder antiparallel überlagert. Werden die Ionen einer Potentialdifferenz ausgesetzt, so gewinnen sie im elektrischen Feld kinetische Energie. Diese Änderung der Geschwindigkeit der Ionen kann über den Dopplereffekt bestimmt werden: Die Frequenz eines optisch anregbaren Übergangs im Laborsystem erscheint, verglichen mit der Ruhfrequenz im Bezugssystem des Ions, verschoben. Diese Frequenzdifferenz kann präzise bestimmt und die Spannung daraus abgeleitet werden.

Die kollineare Spektroskopie ist nach ihrer Entwicklung [Kau76] zur Klärung diverser Fragestellungen eingesetzt worden. Um nur einige Beispiele zu nennen: Test der speziellen Relativitätstheorie (z.B. [Gri94, Saa01]), Messung von Hochspannung (z.B. [Pou88]), die genaue Vermessung von Isotopieverschiebungen (z.B. [Kle96]) oder auch der Ultraspurennachweis ([Wen97] und darin aufgeführte Zitate).

Ausgangspunkt für das in dieser Arbeit beschriebene Projekt war die ungenügende Kenntnis der Spannung, die am Elektronenkühler des experimentellen Speicherrings (ESR) bei der Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI) anliegt. Sie beträgt maximal -300 kV. Mit dem Elektronenkühler wird den im Speicherring umlaufenden Ionen eine festgelegte Geschwindig-

keit aufgeprägt. Für Präzisionsexperimente wie z.B. die Messung der Lamb-Verschiebung von wasserstoffähnlichem Uran ist die genaue Kenntnis der Geschwindigkeit notwendig; das bedeutet, daß die am Kühler anliegende Spannung auf etwa ± 1 V genau bekannt sein muß. Zunächst sind Vorüberlegungen und -experimente zur Messung der Spannung des Elektronenkühlers durchgeführt worden [Mon93, Mül96], bevor das Experiment schließlich im Rahmen des GSI-Hochschulprogramms als F&E-Projekt nach Mainz vergeben wurde [Wen98].

Gegenstand dieser Arbeit ist der Aufbau und Test eines Prototypen [Kna00a], mit dem die Spannungsmessung in kollinearer Spektroskopie untersucht, nichterkannte Fehlerquellen aufgespürt und Erkenntnisse für eine Apparatur gesammelt werden, mit der schließlich Spannungen bis -300 kV bestimmt werden können. Die Spannungsmessung erfolgt nicht direkt, sondern wird auf die Bestimmung einer Wellenlänge zurückgeführt. Dies geschieht in mehreren Schritten: Zunächst werden Ionen mit der zu messenden Spannung beschleunigt; die resultierende Änderung ihrer Geschwindigkeit wird über die Verschiebung der Frequenz einer resonanten optischen Anregung gemessen (Dopplereffekt); die Frequenz wiederum wird über den Zusammenhang mit der Lichtgeschwindigkeit mit einem Wellenlängenmeßgerät (Interferometer) bestimmt. Die verschiedenen Fehlerquellen bei diesen Schritten werden untersucht und diskutiert.

Aus der Experimentbezeichnung LASERUNTERSTÜTZTE SPANNUNGSMESSTECHNIK ergab sich ein einprägsames Akronym: LUST. Das Gefühl, welches dieser Arbeitstitel beschreibt, verhalf dazu, Rückschläge zu überwinden und der Arbeit freudig nachzugehen.



2. Theoretische Grundlagen

In diesem einführenden Kapitel wird zunächst erläutert, wie in kollinearer Spektroskopie Spannungen gemessen werden. Nachdem das Anregungsschema des verwendeten Ions beschrieben ist, wird auf die präzise Bestimmung der optischen Wellenlänge eingegangen. Ein Abschnitt über das Funktionsprinzip der im Rahmen des Experiments genutzten Lockin-Verstärker schließt sich an, bevor schließlich die in das Meßverfahren eingehenden Fehler diskutiert werden.

2.1. Dopplerverschiebung bei der Beschleunigung geladener Teilchen

2.1.1. Allgemeiner Fall

Wird ein ruhendes Teilchen mit der elektrischen Ladung $+q$ und der Masse m durch eine elektrostatische Spannung $-U$ beschleunigt, hat es anschließend die kinetische Energie $T = -q \cdot U$ bzw. in Einheiten der Lichtgeschwindigkeit c die Geschwindigkeit $\beta = v/c$. Der Zusammenhang ergibt sich aus der relativistischen Energie-Impulsbeziehung:

$$U = -\frac{T}{q} = -\frac{mc^2}{q} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right). \quad (2.1)$$

Wenn es sich bei dem Teilchen um ein Ion handelt, kann man die Geschwindigkeit β spektroskopisch über den Dopplereffekt bestimmen. Dazu regt man mit einem Laser einen optischen Übergang an. Die relativistische Formel für den Zusammenhang zwischen der verschobenen Anregungsfrequenz f im Laborsystem und der unverschobenen Frequenz f_0 im Ruhesystem des Teilchens lautet:

$$f = f_0 \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta \cos(\alpha)}. \quad (2.2)$$

Dabei ist α der Winkel, den Ionenflugbahn und Laserstrahl einschließen. Man kann diese Gleichung nach β umstellen und erhält folgende physikalisch sinnvolle Lösungen:

$$\beta = \begin{cases} \frac{f^2 \cos(\alpha) - \sqrt{f_0^4 - f_0^2 f^2 + f_0^2 f^2 \cos^2(\alpha)}}{f_0^2 + f^2 \cos^2(\alpha)} & \text{für } f \geq f_0, \alpha \in [0, \pi/2], \\ \frac{f^2 \cos(\alpha) + \sqrt{f_0^4 - f_0^2 f^2 + f_0^2 f^2 \cos^2(\alpha)}}{f_0^2 + f^2 \cos^2(\alpha)} & \text{für } f \leq f_0, \alpha \in [\pi/2, \pi]. \end{cases} \quad (2.3)$$

Wenn man Glg. (2.3) in Glg. (2.1) einsetzt, erhält man den gesuchten Zusammenhang zwischen der Spannung und der verschobenen Frequenz:

$$U = \begin{cases} -\frac{mc^2}{q} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f^2 \cos(\alpha) - \sqrt{f_0^4 - f_0^2 f^2 + f_0^2 f^2 \cos^2(\alpha)}}{f_0^2 + f^2 \cos^2(\alpha)} \right)^2}} - 1 \right) & \text{für } f \geq f_0, \alpha \in [0, \pi/2], \\ -\frac{mc^2}{q} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f^2 \cos(\alpha) + \sqrt{f_0^4 - f_0^2 f^2 + f_0^2 f^2 \cos^2(\alpha)}}{f_0^2 + f^2 \cos^2(\alpha)} \right)^2}} - 1 \right) & \text{für } f \leq f_0, \alpha \in [\pi/2, \pi]. \end{cases} \quad (2.4)$$

2.1.2. Parallele Überlagerung von Ionen- und Laserstrahl

In der Praxis arbeitet man nicht mit einem einzelnen Ion, sondern mit einem Ionenstrahl. Um den Winkel α zwischen Laser- und Ionenstrahl kontrolliert einzustellen, ist es technisch am einfachsten, die Strahlen parallel bzw. antiparallel zu überlagern; in diesem Fall wird zudem die Dopplerverschiebung $\Delta f = |f_0 - f|$ maximal. Zur Bestimmung der Spannung U regelt man die Frequenz f des Lasers auf die maximale Fluoreszenzintensität. Dieses Prinzip ist in Abb.2.1 dargestellt.

Im Fall paralleler ($\alpha=0$, Index: „koll“) bzw. antiparalleler ($\alpha=\pi$, Index: „anti“) Überlagerung von Laser- und Ionenstrahl ergeben sich besonders einfache Zusammenhänge zwischen Beschleunigungsspannung, Ionengeschwindigkeit und Anregungsfrequenz: Aus Glg. (2.3) wird

$$\beta = \frac{f_{\text{koll}}^2 - f_0^2}{f_{\text{koll}}^2 + f_0^2} \quad \text{für } \alpha = 0, \quad (2.5)$$

$$\beta = \frac{f_0^2 - f_{\text{anti}}^2}{f_{\text{anti}}^2 + f_0^2} \quad \text{für } \alpha = \pi, \quad (2.6)$$

und Glg. (2.4) vereinfacht sich zu

$$U = -\frac{mc^2}{2q} \frac{(f_0 - f_{\text{koll}})^2}{f_0 f_{\text{koll}}} \quad \text{für } \alpha = 0, \quad (2.7)$$

$$U = -\frac{mc^2}{2q} \frac{(f_0 - f_{\text{anti}})^2}{f_0 f_{\text{anti}}} \quad \text{für } \alpha = \pi. \quad (2.8)$$

Im Fall, den Glg. (2.7) beschreibt, spricht man von kollinearer Spektroskopie, das Licht ist ins Blaue verschoben. Gleichung (2.8) steht für antikollineare Spektroskopie, das Licht ist rotverschoben.

2.1.3. Gleichzeitige kollineare und antikollineare Messung

Die gleichzeitige kollineare und antikollineare Einstrahlung von Laserlicht bietet Vorteile [Bor81]. Sowohl im allgemeinen Zusammenhang (2.4) als auch in den Glgn. (2.7) und (2.8) ist die Ruhefrequenz f_0 enthalten; nutzt man diese Beziehungen, ist es erforderlich, die Ruhefrequenz zu



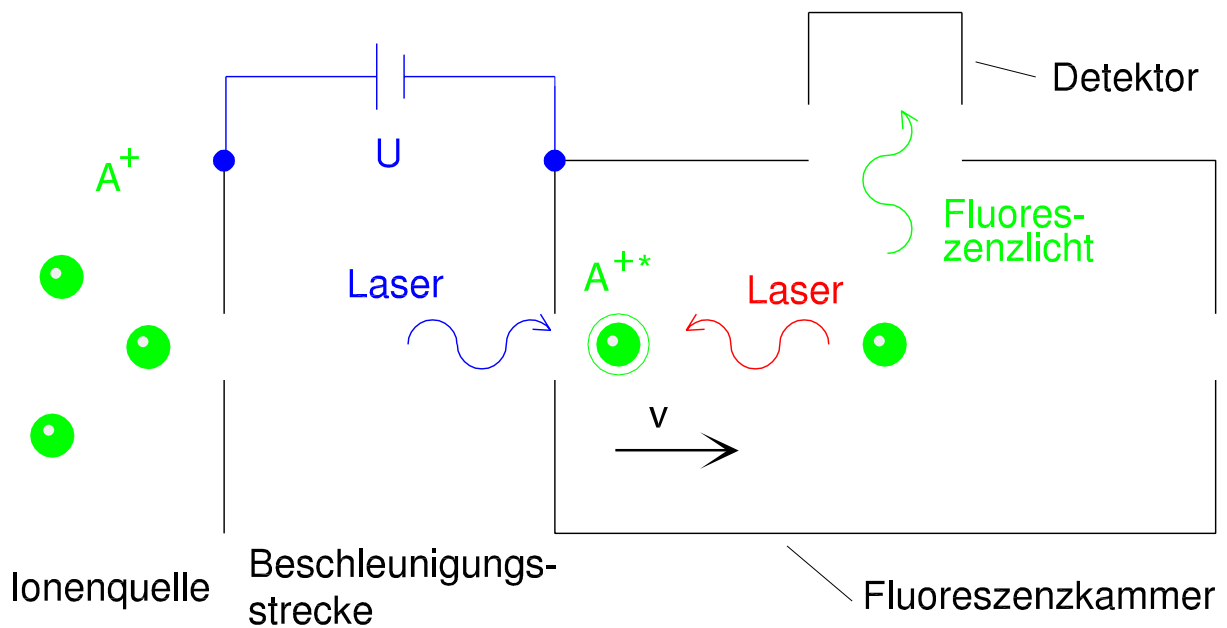


Abb. 2.1.: Prinzip der kollinearen Spektroskopie: Ruhende Ionen der Spezies A (im Bild links) werden durch eine Potentialdifferenz U beschleunigt; in der Fluoreszenzkammer haben sie daher die Geschwindigkeit v . Wahlweise parallel (blau) bzw. antiparallel (rot) wird ein Laserstrahl überlagert, der einen optischen Übergang anregt. Die dafür notwendige Frequenz ist aufgrund des Dopplereffekts gegenüber der Ruhfrequenz verschoben. Das Fluoreszenzlicht wird isotrop abgestrahlt und zur Detektion des Übergangs herangezogen.

kennen. Dies kann zum Beispiel dadurch geschehen, daß man für *ein und dieselbe* Spannung U die kollineare und die antikollineare Anregungsfrequenz bestimmt; die Bestimmung beider Frequenzen stellt zwei unabhängige Messungen der gleichen Geschwindigkeit der Ionen dar. Man kann in diesem Fall die Glgn. (2.5) und (2.6) gleichsetzen und erhält den relativistisch korrekten Zusammenhang [Pou88]:

$$f_0 = \sqrt{f_{\text{koll}} \cdot f_{\text{anti}}}. \quad (2.9)$$

Man gewinnt so die Möglichkeit, die Ruhfrequenz präzise zu messen. Statistische Fehler können durch Wiederholung minimiert und systematische Fehler aufgespürt werden. Der Zusammenhang (2.9) hängt nicht vom absoluten Wert der Spannung U ab, mit der die Ionen beschleunigt worden sind, und auch zusätzliche Beiträge neben der tatsächlich angelegten Spannung (vgl. Glg. (2.13)) tun der Gültigkeit von Glg. (2.9) keinen Abbruch.

Setzt man Glg. (2.9) in die Glgn. (2.5) bzw. (2.6) ein, erhält man in beiden Fällen die Beziehung

$$\beta = \frac{f_{\text{koll}} - f_{\text{anti}}}{f_{\text{koll}} + f_{\text{anti}}}. \quad (2.10)$$

Das bedeutet, daß man die Geschwindigkeit auch ohne explizite Kenntnis der Ruhfrequenz f_0 bestimmen kann, wenn man zur gleichen Spannung U die kollineare und die antikollineare

Resonanzfrequenz bestimmt. In Glg. (2.1) eingesetzt erhält man:

$$U = -\frac{mc^2}{q} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{\text{koll}} - f_{\text{anti}}}{f_{\text{koll}} + f_{\text{anti}}} \right)^2}} - 1 \right) \quad (2.11)$$

$$= -\frac{mc^2}{q} \left(0.5\sqrt{V} + 0.5/\sqrt{V} - 1 \right) . \quad (2.12)$$

In Glg. (2.12) steht das Verhältnis von kollinear zu antikollinear dopplerverschobener Frequenz: $V := f_{\text{koll}}/f_{\text{anti}}$. Eine Absolutbestimmung von Frequenzen ist zur Bestimmung der Spannung also nicht erforderlich.

2.1.4. Zur Differenz zwischen angelegter und gemessener Spannung

Die nach Glg. (2.4) bestimmte Spannung ist im Allgemeinen *nicht* die Spannung U_M , die man zwischen Ionenquelle und Fluoreszenzkammer anlegt und bestimmen möchte; vielmehr weist sie gegenüber der beschleunigenden Spannung U eine Differenz U_{Shift} auf:

$$U = U_M + U_{\text{Shift}}. \quad (2.13)$$

Die Ursachen von U_{Shift} sind vielfältiger Natur. Hier ist vor allem das Plasma zu nennen, das sich in einer (heißen) Ionenquelle ausbildet. Dazu kommen Kontakt- und thermisches Potential, Raumladungseffekte und Felddurchgriffe:

$$U_{\text{Shift}} = U_{\text{Plasma}} + U_{\text{Kontakt}} + U_{\text{Therm}} + U_{\text{Rand}} + U_{\text{Innen}} + U_{\text{Feld}}. \quad (2.14)$$

Die Beiträge sollen hier im Einzelnen diskutiert werden:

Das Plasmapotential U_{Plasma} :

Es gibt verschiedene Ionenquellen, die in ihrem Inneren je nach Funktionsprinzip eine mehr oder weniger große Potentialdifferenz zur Wand aufweisen. Diese fällt am geringsten aus für den im Rahmen des vorgestellten Experiments genutzten Typen der elektronenstoßgeheizten Oberflächenionisationsquelle, die in Abb. 2.2 schematisch dargestellt ist.

Der Ionisator besteht aus einem Metallzylinder. Er ist umgeben von einigen Wicklungen eines Wolframdrahtes, der von einem Strom durchflossen und dadurch hinreichend heiß wird, so daß Elektronen austreten. Diese werden durch eine Spannung U_{Heiz} auf den Ionisator zu beschleunigt und dissipieren ihre Bewegungsenergie durch den Aufprallstoß in Wärme. Man erreicht so ohne Schwierigkeiten Temperaturen bis zur Schmelztemperatur des Ionisatormaterials.

Die Substanz, die zur Spektroskopie eingesetzt werden soll, befindet sich im Inneren des Ionisators. Zunächst wird sie in Folge der Temperatur verdampft und atomisiert. Mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit, die durch die Ionisierungsenergie E_I des Stoffs einerseits und die Austrittsarbeit E_A des Ionisatormaterials andererseits gegeben ist, wird es bei Stößen mit der Wand auch zur Ionisierung kommen (s. Glg. (2.16)).

Außerdem treten aus der heißen Wand auch Elektronen aus. Im Ionisatorinneren führt dies wegen der freien Beweglichkeit der Ladungsträger zu einem Plasma, das sich – wenn die



Austrittsöffnung D des Ionisators nicht zu groß ist – im thermischen Gleichgewicht befindet. Damit verbunden ist ein Potentialtopf, dessen Tiefe sich gemäß

$$U_{\text{Plasma}} = \frac{kT}{2e} \ln \left(\frac{n_{\text{Ion}}}{n_{\text{El}}} \right) \quad (2.15)$$

berechnen läßt [Huy83]. In dieser Gleichung steht k für die Boltzmann-Konstante, T für die Temperatur, e für die Elementarladung und n_{Ion} und n_{El} für die Dichten der Ionen bzw. Elektronen.

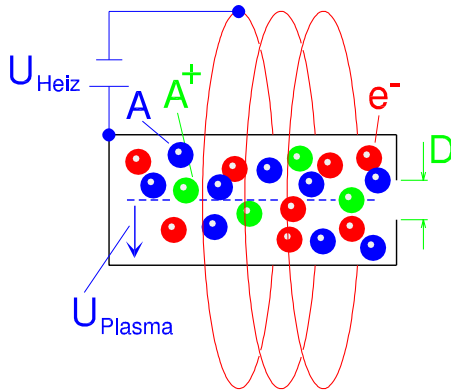


Abb. 2.2.: Prinzip der Ionenquelle: Im Inneren des Ionisators bildet sich ein Plasma aus.

Die Effizienz, mit der Ionen an der heißen Oberfläche gebildet werden, ist für einmaligen Stoß durch die Langmuir-Gleichung gegeben [Lan29]:

$$\frac{n_{\text{Ion}}}{n_0} = \frac{g_{\text{Ion}}}{g_0} e^{\frac{E_A - E_I}{kT}}. \quad (2.16)$$

Dabei steht n_0 für die Dichte von neutralen Teilchen, und g_{Ion} bzw. g_0 sind die statistischen Gewichte der jeweiligen Grundzustände ($g = 2J + 1$). Bei der Wahl des Ionisatormaterials wird man also (neben hoher Temperaturbeständigkeit) einerseits auf eine möglichst große Austrittsarbeit achten; in diesem Experiment besteht der Ionisator aus Tantal: $E_A \approx 4.3 \text{ eV}$. Andererseits sollte man Elemente mit kleiner Ionisierungsenergie benutzen; hier Kalzium, s. Kap. 2.2: $E_I \approx 6.1 \text{ eV}$. Damit führt Glg. (2.16) auch bei Temperaturen um 2000 K nur auf ein Verhältnis von Ionen zu Neutralen in der Größenordnung 10^{-5} .

Wenn die Austrittsöffnung klein und der Zufluß von Neutralen einstellbar niedrig ist (indem das Material beispielsweise aus einem gekühlten separaten Vorratsgefäß in den heißen Ionisator gelangt), dann werden die neutralen Atome viele Stöße mit der Wand haben und früher oder später ionisiert. Einmal gebildete Ionen werden dann im Ionisatorinneren durch das vom Plasma gemäß Glg. (2.15) gebildete Potential gefangen und von weiteren Wandstößen, die eine Neutralisierung zur Folge haben könnten, abgehalten. Damit steigert das Plasma die Effizienz der Ionenquelle erheblich [Huy83, Kir89].

Die Spannung U_{Plasma} bewegt sich in der Größenordnung von einem Volt und ist der größte Beitrag zur unbekannten Potentialdifferenz U_{Shift} ; es ist schwierig, das Plasmapotential genau zu berechnen, da die Verhältnisse im Quelleninneren nur schwerlich zu bestimmen sind. Sie hängen bei genauerer Betrachtung ab von

- der Neutralendichte, die sich aus der Verdampfungsrate, der Ionisationsrate und dem Abfluß durch die Austrittsöffnung ergibt;
- der Wandhaftungszeit und der Stoßrate des zu ionisierenden Materials in der Quelle bei gegebener Temperatur;
- der Kristallstruktur des Ionisatormaterials, die sich während des Gebrauchs verändert und je eigentümliche Austrittsarbeiten E_A hat;

- der Oberflächenbelegung des Ionisators, was zu einer unbekannten Austrittsarbeit E_A führt;
- Verunreinigungen des zu ionisierenden Materials;
- der Quellengeometrie: Bei obiger Betrachtung wurde die Debey'sche Abschirmlänge $\lambda_D = \sqrt{(\epsilon_0 kT)/(e^2 n_{\text{Ion}})}$ nicht berücksichtigt. Diese ist ein Maß dafür, wie das Potential von der Wand zum Ionisatorinneren hin abfällt. Sie ist insbesondere wichtig an der Ionisatoröffnung, die oft einen Durchmesser in der Größenordnung besagter Abschirmlänge aufweist;
- der genauen Temperaturverteilung im Ionisator.

Man könnte prinzipiell U_{Plasma} in einem Gegenfeldexperiment direkt *messen*, dies ist allerdings wegen Raumladungseffekten ebenfalls nicht trivial. Statt dessen ist es vernünftiger, das Problem zukünftig zu vermeiden, indem man im Zweikammerbetrieb arbeitet (s. Abschnitt 2.1.5).

Kontaktpotentiale (U_{Kontakt}) und Peltiereffekt (U_{Therm}):

Bringt man zwei verschiedene Metalle in Kontakt, so stellt sich wegen ihrer im Allgemeinen unterschiedlichen Austrittsarbeiten E_A eine Kontaktspannung $U_{\text{Kontakt}}(\Delta E_A)$ ein. Wenn ein und dasselbe Material einen Temperaturgradienten aufweist, dann führt der Peltiereffekt zu unterschiedlichen Potentialen für Stellen unterschiedlicher Temperatur: Es tritt eine Thermospannung $U_{\text{Therm}}(\Delta T)$ auf. Beides ist in dem Fall gegeben, wenn man die Spannung zwischen Quelle und Fluoreszenzkammer messen will (betrachte Abb. 2.1): Einerseits besteht der Ionisator aus Tantal und ist im Betrieb 2000 K heiß, andererseits besteht die Fluoreszenzkammer aus Edelstahl und hat Zimmertemperatur. Diese Beiträge zu U_{Shift} können nur vermieden werden, wenn man die Spannung zwischen zwei Punkten gleichen Materials und gleicher Temperatur mißt, die eine identische Spannungszuführung haben. Dies ist im Zweikammerbetrieb gewährleistet (s. Abschnitt 2.1.5).

Raumladungseffekte (U_{Rand} und U_{Innen}):

Die geladenen Teilchen des Ionenstrahls modifizieren das elektrische Feld proportional zum Ionenstrom I . Dies spielt insbesondere in der Fluoreszenzkammer eine Rolle, an der die zu messende Spannung U_M angelegt wird. Bei gegebenem Strahlradius r des Ionenstrahls und einem Radius der Fluoreszenzkammer R fällt das Potential zwischen der Kammerwand und dem Strahlrand logarithmisch ab [Gro83], die resultierende Potentialverschiebung ist:

$$U_{\text{Rand}} = \frac{I \ln\left(\frac{r}{R}\right)}{2\pi\epsilon_0 \sqrt{\frac{e}{m}} U_M}. \quad (2.17)$$

Dabei steht e für die Elementarladung, m für die Ionenmasse und ϵ_0 für die Influenzkonstante. Zum Zentrum des Strahls fällt das Potential weiter ab [Gro83]:

$$U_{\text{Innen}} = \frac{I}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m}} U_M}. \quad (2.18)$$

Diese Gleichungen gelten für einfach geladene Ionen.



Felddurchgriffe (U_{Feld}):

Felddurchgriffe liefern an der Ionenquelle und an der Fluoreszenzkammer einen Beitrag zu U_{Shift} . Durch die kleine Ionisatoröffnung (typischerweise 0.5 mm) und den relativ großen Abstand der Abzugselektrode (einige Zentimeter) ist die Eindringtiefe des Abzugfeldes gering, der Effekt ist für die Quelle vernachlässigbar.

Anders ist der Fall bei der Fluoreszenzkammer: Die Ein- und Austrittsöffnung beträgt einen Zentimeter, die Länge ist durch den Detektor – einen Photomultiplier – gegeben und beträgt also einige Zentimeter. Daher tritt das die Fluoreszenzkammer umgebende Feld in die Kammer ein. Man verwendet daher Driftrohre, die die Fluoreszenzkammer umgeben und auf ähnlichem Potential liegen. Die Spannung zwischen beiden muß lediglich so groß sein, daß der Geschwindigkeitsunterschied gerade ausreicht, daß die Ionen im Driftrohr nicht in Wechselwirkung mit dem Laserlicht geraten. Bei Linienbreiten von einigen 10 MHz (s. Kap. 2.3) reicht eine Potentialdifferenz von etwa 10 V aus. In diesem Fall ist die Verschiebung U_{Feld} durch den Felddurchgriff in die Fluoreszenzkammer vernachlässigbar. Ein weiterer Grund für die Verwendung von Driftrohren ist die Sicherstellung der kollinearen Überlagerung von Laser- und Ionenstrahl.

2.1.5. Zweikammerbetrieb

Wie bereits erwähnt, lassen sich bei einem Aufbau mit zwei Nachweiskammern eine Reihe von nicht oder schwer meßbaren Beiträgen zu U_{Shift} vermeiden. Das Prinzip wurde in [Pou88] vorgeschlagen und ist in Abb. 2.3 dargestellt.

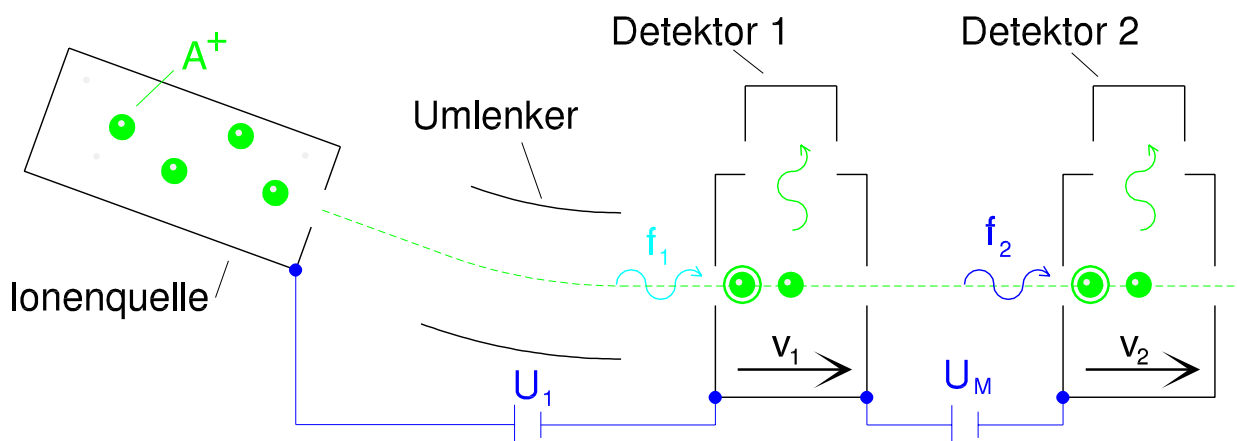


Abb. 2.3.: Kollineare Spektroskopie im Zweikammerbetrieb: Zwischen Ionenquelle und erster Fluoreszenzkammer ist eine Beschleunigungsspannung U_1 angelegt; in dieser ersten Kammer wird die Geschwindigkeit v_1 der Ionen bestimmt. Die Ionen werden zu einer zweiten Fluoreszenzkammer weiterbeschleunigt, die bezogen auf die Quelle eine Potentialdifferenz $U_2 = U_1 + U_M$ aufweist. Man mißt die Geschwindigkeit v_2 ; aus der Differenz $\Delta v = v_2 - v_1$ kann man mit größerer Präzision, als U_1 und U_2 jeweils bestimmbar sind, auf die Differenz $U_M = U_2 - U_1$ zurückschließen.

Gemäß dem skizzierten Aufbau werden die Ionen aus der Quelle mit der Spannung U_1 auf eine

erste Fluoreszenzkammer zu beschleunigt. In Abb. 2.3 ist ein umlenkender Kondensator eingezeichnet, tatsächlich wird eine solche Anordnung stets verwendet, um Laser- und Ionenstrahl nicht nur antikollinear, sondern auch kollinear überlagern zu können.

In der ersten Fluoreszenzkammer wird die Geschwindigkeit der Ionen v_1 bestimmt, indem die Frequenz f_1 des den optischen Übergang treibenden Lasers gemessen wird. In Abb. 2.3 ist dies in kollinearer Geometrie dargestellt, natürlich läßt sich diese Messung auch antikollinear durchführen. Man erhält so nach Glg. (2.7) als Ergebnis die Spannung $U_1(f_1) = U_{1,M} + U_{1,\text{Shift}}$. Die Spannung ist mit der unbekannten Verschiebung $U_{1,\text{Shift}}$ versehen: Wie erläutert erhält man nicht die angelegte Spannung $U_{1,M}$, für die man sich eigentlich interessiert.

Nun befindet sich hinter der ersten eine zweite Fluoreszenzkammer. Auch hier wird die Geschwindigkeit der Ionen v_2 über die Messung von f_2 bestimmt (wiederum beispielhaft in kollinearer Geometrie dargestellt). Das Ergebnis ist nach Glg. (2.7) die Spannung $U_2(f_2) = U_{2,M} + U_{2,\text{Shift}}$, die die zweite Fluoreszenzkammer gegenüber der Quelle aufweist. Auch dieser Ausdruck ist für sich genommen mit einem Fehler $U_{2,\text{Shift}}$ versehen, und die angelegte Spannung $U_{2,M}$ ist nicht direkt erhältlich.

Die *Differenz* $U_M := U_{2,M} - U_{1,M}$ der Spannungen, die tatsächlich angelegt worden sind, kann aber nach den Glgn. (2.13) und (2.14) folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} U_M &= (U_2(f_2) - U_{2,\text{Shift}}) - (U_1(f_1) - U_{1,\text{Shift}}) \\ &= U_2(f_2) - U_1(f_1) - \Delta U_{\text{Plasma}} - \Delta U_{\text{Kontakt}} - \Delta U_{\text{Therm}} - \Delta U_{\text{Rand}} - \Delta U_{\text{Innen}} - \Delta U_{\text{Feld}} \\ &\approx U_2(f_2) - U_1(f_1) - \Delta U_{\text{Rand}} - \Delta U_{\text{Innen}}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Die Näherung, die zur letzten Zeile in Glg. (2.19) führt, ist sehr gut erfüllt: Tatsächlich ist der Beitrag von der Ionenquelle $\Delta U_{\text{Plasma}} = 0$ V. Wenn man die Nachweiskammern aus gleichem Material herstellt und auch sonst gleich behandelt (was z.B. Verunreinigung oder auch die Oxidation der Oberfläche betrifft), und wenn zudem die Zuleitungen gleich sind, dann gilt für die Kontaktspannung $\Delta U_{\text{Kontakt}} = 0$ V. Die Differenz der Thermospannungen ΔU_{Therm} hebt sich weg, wenn die Kammern die gleiche Temperatur haben; die letzteren Punkte sind technisch so gut realisierbar, daß die Beiträge zu ΔU_{Shift} vernachlässigbar werden. Nämliches gilt schließlich auch für die Felddurchgriffe: $\Delta U_{\text{Feld}} = 0$ V, wenn die Geometrie der Kammern und der umgebenden Driftrohre (in Abb. 2.3 nicht dargestellt) gleich ausgeführt sind, und also die Felder in den Fluoreszenzkammern gleich sind. Dies ist dann der Fall, wenn zwischen den jeweiligen Driftrohren und den Fluoreszenzkammern die gleiche Potentialdifferenz herrscht.

Zusammenfassend sei festgestellt, daß im Zweikammerbetrieb die angelegte Spannung zwischen den zwei Nachweiskammern mit deutlich größerer Genauigkeit bestimmbar ist, als dies für die Spannung jeweils zwischen den Nachweiskammern und der Ionenquelle der Fall ist. Der Grund liegt darin, daß sich ein großer Teil der Fehler kompensiert.

2.2. Der Resonanzübergang

Die Wahl eines geeigneten Elements, das man in kollinearer Spektroskopie zur Bestimmung von Spannungen einsetzen kann, hängt von verschiedenen Faktoren ab. Technischen Erwägungen sind die effiziente Ionisierbarkeit und die Forderung, daß die Übergänge mit den eingesetzten Lasersystemen einfach zu treiben sind. Das Element selbst sollte eine geringe Ionenmasse aufweisen, um hohe Geschwindigkeiten und also eine hohe Dopplerverschiebung zu erzielen; ein



einfaches Termschema ohne Aufspaltung in Unterstrukturen ist wünschenswert. Das Hauptisotop des Erdalkalimetalls Kalzium (^{40}Ca) erfüllt diese Bedingungen nahezu ideal. Es weist keine Hyperfeinstruktur auf und lässt sich effizient an heißen Oberflächen ionisieren.

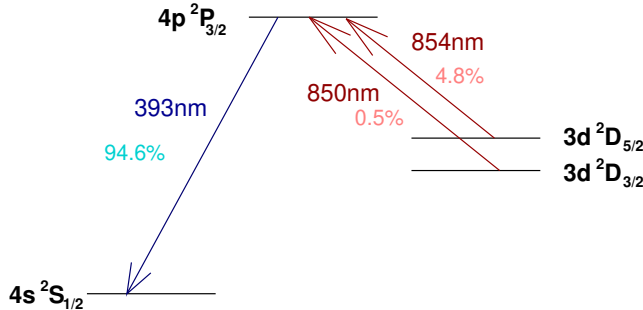


Abb. 2.4.: Ausschnitt aus dem Termschema von $^{40}\text{Ca}^+$; die Lage der Niveaus ist nicht maßstäblich verzeichnet.

beziehen sich auf den P-Zustand und geben das Verzweungsverhältnis [Gal67] an. Die Verwendung des metastabilen Ausgangszustands hat den Vorteil, daß sich das anregende Licht mit Hilfe von Filtern sehr effizient vom Fluoreszenzsignal trennen läßt und damit ein günstiges Verhältnis von Signal zu Untergrund erzielt werden kann.

Allerdings werden die metastabilen Zustände gemäß der Beziehung

$$\frac{N_D}{N_S} = \frac{g_D}{g_S} e^{-\frac{E_D - E_S}{kT}} \quad (2.20)$$

besetzt [Dem99]; dabei stehen $N_{D,S}$ für die Besetzungszahl der Zustände, und $g_{D,S} = 2J_{D,S} + 1$ sind die statistischen Gewichte; die Energiedifferenz $E_D - E_S$ ergibt sich aus der Übergangsfrequenz, k ist die Boltzmann-Konstante und T die Temperatur. Man berechnet nach Glg. (2.20), daß bei typischen Temperaturen in der Ionenquelle von $T = 2100\text{K}$ nur etwa 0.1 Promille der Ionen im metastabilen Zustand die Quelle verlassen. Bei einem Ionenstrom von 100 nA bedeutet das also einen effektiven Strom von nur 10 pA.

Mit den zur Verfügung stehenden Diodenlasersystemen werden beide eingezeichneten D-Übergänge erreicht. Um die erzielbaren Zählraten abzuschätzen, kann man unter Berücksichtigung der Übergangswahrscheinlichkeiten folgende Näherungen ansetzen:

- Weder die Intensität des Laserlichts noch die Besetzungsverhältnisse der metastabilen Ionen im D-Zustand werden durch die Anregung in der Fluoreszenzkammer nennenswert verändert.
- Jedes Ion im D-Zustand, das mit der Pumprate P in den P-Zustand gepumpt wird, zerfällt in den Grundzustand.
- Der Übergang in den Grundzustand erfolgt so schnell, daß das Fluoreszenzlicht ohne Verluste detektiert wird.

Diese Annahmen ziehen die Existenz anderer Kanäle zur Depopulation des D-Zustands nicht ins Kalkül, es können aber z.B. infolge von Stößen der Ionen mit Restgas in der Apparatur auf

dem Weg zur Fluoreszenzkammer die Besetzungen verändert werden. Nach der angeführten Näherung ergibt sich die Zählrate R zu

$$R = N_D \cdot P \cdot \eta. \quad (2.21)$$

Dabei ist N_D die Anzahl der Ionen im jeweiligen D-Zustand in der Fluoreszenzkammer, P die Pumprate und η die apparativ bedingte Nachweiswahrscheinlichkeit.

Nach der grundlegenden Annahme, daß die Besetzung in der Ionenquelle in Abhängigkeit von der Temperatur T erfolgt und verlustlos bis in die Nachweisregion gelangt, hängt die Anzahl Metastabiler N_D mit dem gesamten Ionenstrom I nach Glg. (2.20) gemäß folgender Beziehung zusammen:

$$N_D = \frac{I \cdot l}{e \cdot v(U)} \cdot \frac{g_D}{g_S} e^{-\frac{E_D - E_S}{kT}}. \quad (2.22)$$

Die Geschwindigkeit der Ionen hängt von der beschleunigenden Spannung ab, man kann sie in nichtrelativistischer Betrachtung mit $v(U) = \sqrt{2qU/m}$ abschätzen. l ist die Länge der Wechselwirkungsstrecke, also der Fluoreszenzkammer.

Die Pumprate P kann man nach [Dem99] näherungsweise gemäß

$$P = \frac{\bar{\sigma}(f)}{2\pi \cdot h \cdot f} \cdot \frac{P_{\text{Laser}}}{A} \quad (2.23)$$

berechnen. Dabei ist f die Übergangsfrequenz, h die Planck-Konstante, P_{Laser} steht für die Laserleistung und A für die Fläche, die der Strahl abdeckt (P_{Laser}/A stellt die Laserintensität dar). Den mittleren Wirkungsquerschnitt im Linienzentrum kann man gemäß

$$\bar{\sigma} = \frac{c^2}{4f^2} \cdot \frac{A_D}{A_{\text{ges}}} \quad (2.24)$$

berechnen. In dieser Gleichung sind A_x die Einstein-Koeffizienten der spontanen Emission. Es gilt: $A_{\text{ges}} = 1/\tau$ mit der mittleren Lebensdauer τ des P-Zustands, A_D/A_{ges} ist das Verzweigungsverhältnis. Die Angaben können Tab. A.2 entnommen werden.

Tabelle 2.1.: Abschätzung der zu erwartenden Zählrate R nach Glg. (2.21) für den jeweiligen Übergang; dabei ist ein Ionenstrom von $I = 100 \text{ nA}$, eine Quelltemperatur von $T = 2100 \text{ K}$, eine Beschleunigungsspannung von $U = -20 \text{ kV}$ und als Länge der Fluoreszenzkammer $l = 5 \text{ cm}$ eingesetzt. Als Laserleistung ist $P_{\text{Laser}} = 1 \text{ mW}$ bei einem Strahlradius von 1 mm angenommen. In die Tabelle eingetragen stehen die Anzahl der jeweiligen Metastabilen N_D in der Fluoreszenzkammer, der Fluß Φ durch die Fluoreszenzkammer, die Pumprate P und die sich daraus ergebende Zählrate R .

	$3d^2D_{3/2} \longrightarrow 4p^2P_{3/2}$	$3d^2D_{5/2} \longrightarrow 4p^2P_{3/2}$
N_D	87	139
Φ	$54 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$	$87 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$
P	$2.1 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$	$1.9 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$
R	$1.8 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$	$2.7 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$



In der apparativen Größe η findet der vom Photomultiplier eingesehene Raumwinkel, seine Ansprechwahrscheinlichkeit und schließlich die Transmission des Filters seine Berücksichtigung. In Tab. 2.1 ist eine Abschätzung der Zählrate R für die beiden im Rahmen dieser Arbeit treibbaren Übergänge eingetragen. Dabei ist ein Ionenstrom von $I = 100$ nA, eine Quelltemperatur von $T = 2100$ K, eine Beschleunigungsspannung von $U = -20$ kV und $\eta = 1\%$ angenommen (vgl. (3.1)). Die Laserleistung ist mit $P_{\text{Laser}} = 1$ mW bei einem Strahlradius von 1 mm abgeschätzt und als Länge der Fluoreszenzkammer $l = 5$ cm angenommen. Zusätzlich ist der Fluß Φ durch die Fluoreszenzkammer eingetragen; mit dieser Angabe ist die Annahme, daß sich die Anzahl Metastabiler trotz Pumpens nicht nennenswert ändert, begründet (vgl. den Fluß Φ mit der Pumprate P).

2.3. Die Linienbreite und -form

Die Linienbreite bestimmt die Genauigkeit, mit der man den Anregungslaser auf den Übergang regeln kann. Auch die Linienform spielt dabei eine entscheidende Rolle: Die Regelung auf ein asymmetrisches Linienprofil führt auf einen systematischen Fehler. Schließlich ist auch die Linienlage sehr wichtig: Wenn sich der Erwartungswert (bei symmetrischem Linienprofil der wahrscheinlichste Wert) einer gegebenen Anfangsverteilung nach der Beschleunigung durch eine Spannung U in einer Weise verschiebt, die nicht ausschließlich durch die Spannung gegeben ist, resultiert ein systematischer Fehler.

Man unterscheidet homogene und inhomogene Beiträge, die Breite, Form und Lage einer optischen Resonanz bestimmen. Für erstere ist die Wahrscheinlichkeit für den Übergang aller Ionen gleich groß, während für letztere diese Wahrscheinlichkeit für unterschiedliche Klassen von Ionen – z.B. Geschwindigkeitsklassen – unterschiedlich ist. Die für die kollineare Spektroskopie relevanten Beiträge werden hier eingeführt. Dabei wird nach Möglichkeit eine Intensitätsformel der Art $I(f) = I_0 \cdot g(f)$ mit der Dichte $g(f)$ angegeben; die Dichte ist auf 1 normiert (Teilchenzahlerhaltung): $\int_{-\infty}^{\infty} g(f) df = 1$. Aus dieser Funktion kann man gemäß $\bar{f} := \int_{-\infty}^{\infty} g(f) \cdot f df$ den Erwartungswert und die Standardabweichung $\sigma := \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} g(f) \cdot (f - \bar{f})^2 df}$ berechnen. Für optische Frequenzen ist als Maß für die Streuung allerdings die sog. Halbwertsbreite (FWHM) δf gebräuchlich, die einer direkten Messung ohne Kenntnis der genauen Kurvenform zugänglich ist.

2.3.1. Homogene Beiträge

Natürliche Lebensdauer

Die Intensität I eines Übergangs wird durch ein Lorentzprofil beschrieben [Dem99]:

$$I_{\text{LD}}(f) = I_0 \cdot \frac{\delta f_{\text{LD}}}{2\pi[(f - f_0)^2 + (\delta f_{\text{LD}}/2)^2]}. \quad (2.25)$$

Die Frequenzbreite δf_{LD} ist Folge des Heisenberg'schen Unschärfepinzips: Mit der endlichen Lebensdauer τ eines angeregten Zustands ist eine Energieverbreiterung bzw. gemäß $E = h \cdot f$



(h: Planck'sches Wirkungsquantum) besagte Frequenzverbreiterung verbunden:

$$\delta f_{\text{LD}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \tau}. \quad (2.26)$$

Durchflugsverbreiterung

Die Durchflugsverbreiterung spielt dann eine Rolle, wenn die natürliche Lebensdauer in der gleichen Größenordnung liegt wie die Zeit, die für die Wechselwirkung zur Verfügung steht [Dem99]. Für den im Rahmen dieses Experiments genutzten Λ -Übergang (s. Kap. 2.2) besteht die „Wechselwirkung“ lediglich in der Beobachtung, also der Detektion der Fluoreszenzphotonen. Dabei spielt nur die Lebensdauer des P-Zustands eine Rolle (vgl. Abb. 2.4), der mit einer Lebensdauer um 7 ns die natürliche Linienbreite bestimmt; die metastabilen D-Zustände tragen mit ihren Lebensdauern im Bereich einer Sekunde hingegen faktisch nicht bei (s. Tabelle A.2). Mit hoher Wahrscheinlichkeit zerfällt ein einmal besetzter P-Zustand in den Grundzustand, und da dies auf einer Strecke von wenigen Millimetern geschieht, spielt die Durchflugsverbreiterung angesichts der Länge der Beobachtungsstrecke von einigen Zentimetern keine Rolle.

Sättigungsverbreiterung

Sättigungsverbreiterung tritt dann auf, wenn das wechselwirkende Lichtfeld hinreichend stark ist, um den Ausgangszustand zu depopulieren [Dem99]. Bei einer nach Glg. (2.23) gegebenen Pumprate P führt das Lichtfeld zu einer zusätzlichen Verbreiterung wegen einer Verkürzung der Lebensdauer durch induzierte Prozesse: Die Linienform ist gegeben mit

$$I_{\text{SV}}(f) = I_0 \cdot \frac{\delta f_{\text{SV}}}{2\pi[(f - f_0)^2 + (\delta f_{\text{SV}}/2)^2]} \quad (2.27)$$

und die Linie gegenüber der natürlichen Lebensdauer verbreitert:

$$\delta f_{\text{SV}} = \delta f_{\text{LD}} \sqrt{1 + 2 \cdot P \cdot \tau}. \quad (2.28)$$

Dabei ist τ die Lebensdauer des betrachteten Zielniveaus; hier liegt die Annahme zugrunde, daß der Zerfall ausschließlich in ein anderes als das Ausgangsniveau erfolgt; insbesondere stimulierte Emission in das Ausgangsniveau wird in Glg. (2.28) vernachlässigt.

Nach der in Tab. 2.1 verzeichneten Abschätzung spielt Sättigungsverbreiterung keine Rolle, wenn die konzeptionelle Annahme richtig ist, nach der die metastabilen Ionen in der Quelle bevölkert werden und die Fluoreszenzkammer in diesem Zustand unbehelligt erreichen.

Laserlinienbreite

Das spektrale Profil des Laser wird durch eine Dichtefunktion g_{LA} beschrieben; diese muß man mit dem spektralen Profil des Übergangs des Ions g_{ION} falten, um die resultierende Linienform zu erhalten:

$$I = I_0 \int_{-\infty}^{\infty} g_{\text{LA}}(f' - f) g_{\text{ION}}(f - f_0) df' \quad (2.29)$$



Nun ist die Wechselwirkungszeit der Ionen bei einer Beschleunigung mit einigen zehn Kilovolt und einer Wechselwirkungstrecke von einigen Zentimetern derart kurz (typ. $\approx 0,2 \mu\text{s}$), daß nur die homogene Linienbreite des Lasers berücksichtigt werden muß; diese liegt bei rückgekoppelten Lasern, die im Experiment zum Einsatz kommen, im Bereich von 100 kHz. Dies führt im Fall natürlicher Lebensdauern des angeregten Zustands und der daraus resultierenden Linienbreite von einigen MHz dazu, daß dieser Verbreiterungsmechanismus getrost vernachlässigt werden darf.

Allerdings wird das Licht zur Ableitung des Fehlersignals in der Frequenz moduliert; dies führt zu einer Verbreiterung der Fluoreszenzlinie um einige 10 MHz.

Restwelligkeit der zu messenden Spannung

Die Spannungsversorgung der Fluoreszenzkammer ist mit einer Restwelligkeit versehen; der Hersteller gibt für die in diesem Experiment genutzte Spannungsquelle $\delta U < 1 \cdot 10^{-5} U$ an [F.u96]. Nach Glg. (2.2) kann man die Breite der Resonanzlinie gemäß

$$\delta f_U = f(\beta(U - \delta U)) - f(\beta(U)) \quad (2.30)$$

abschätzen. Dieser Beitrag sorgt für eine maximale Frequenzverbreiterung im Bereich von einigen MHz.

2.3.2. Inhomogene Beiträge

Es sollen an dieser Stelle einige Betrachtungen zur Ionengeschwindigkeit und -flugrichtung angestellt werden. Über den Dopplereffekt ist damit auch die Frequenz des Übergangs verbunden (Glg. (2.2)). Wegen der Energieerhaltung gilt:

$$T_0 = T - q \cdot U. \quad (2.31)$$

Dabei steht T_0 bzw. T für die kinetische Energie in der Quelle bzw. der Fluoreszenzkammer, q für die Ladung des Ions und U für die Spannung, die zwischen Quelle und Fluoreszenzkammer angelegt ist. Der Weg, auf dem die Ionen in die Fluoreszenzkammer gelangen, ist dabei unerheblich, da das elektrische Feld konservativ ist. Dieser Umstand ist schematisch in Abb. 2.5 angedeutet.

Für die richtungsbehaftete Geschwindigkeit hat dies Konsequenzen. Stellt man Glg. (2.1) nach der Geschwindigkeit um, erhält man für den Geschwindigkeitsbetrag:

$$v(T) = \frac{c\sqrt{2mc^2T + T^2}}{T + mc^2}. \quad (2.32)$$

Die Auswirkungen werden in den folgenden Abschnitten diskutiert.

Divergenz des Ionenstrahls

Die Divergenz von Ionen mit dem Divergenzwinkel α , die in der Fluoreszenzkammer den gleichen Geschwindigkeitsbetrag haben (die Vektoren sind in Abb. 2.5 blau eingezeichnet), führt zu einer Linienverbreiterung, die nach [Neu87] mit

$$\delta f_{\text{DIV}} \approx \frac{f_0 \beta \alpha^2}{8} \quad (2.33)$$



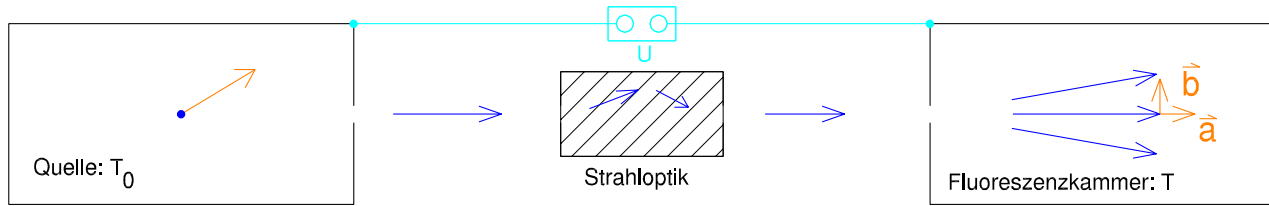


Abb. 2.5.: Betrachtung der Energie: Die Ionen starten in der Quelle mit der kinetischen Energie T_0 ; in der Fluoreszenzkammer verfügen sie über die kinetische Energie $T = -qU + T_0$. Dies führt für Ionen, die in der Quelle mit der Geschwindigkeit 0 m/s starten (blau dargestellt), in der Fluoreszenzkammer aber eine Divergenz aufweisen, zu einer Linienverbreiterung. Zusätzlich müssen Geschwindigkeitsbeiträge berücksichtigt werden, die in der thermischen Bewegung der Ionen in der Quelle ihre Ursache haben (orange dargestellt). Die resultierende Verbreiterung liegt zwischen den Extremen, die durch longitudinale Addition ($\vec{a}$) und Beiträge quer zur Ausbreitungsrichtung ($\vec{b}$) gegeben sind.

abgeschätzt werden kann. In dieser Gleichung steht β für die Ionengeschwindigkeit in Einheiten der Lichtgeschwindigkeit und f_0 für die Ruhfrequenz des Übergangs.

Divergenz des Laserstrahls

Im beschriebenen Experiment wird das Laserlicht über Single-Mode Fasern an das Experiment geführt; unmittelbar vor der Apparatur wird das Licht über einen Kollimator ausgekoppelt. Damit ist das Licht durch einen beugungsbegrenzten Gaußstrahl zu beschreiben. Innerhalb der Raleigh-Länge

$$z_R = \frac{w_0^2 \pi}{\lambda}, \quad (2.34)$$

die die Strecke beschreibt, nach der der Strahldurchmesser den doppelten Fokusbereich w_0 aufweist, kann man die Wellenfronten in guter Näherung als flach ansehen; w_0 wird durch die Kollimatoren bestimmt. Ziel ist also, daß z_R möglichst groß ist. Im beschriebenen Experiment werden Kollimatoren verwendet, die zu Raleigh-Längen führen, die deutlich größer als die Strecke vom Kollimator zur Fluoreszenzkammer sind. Die Verbreiterung aufgrund des beugungsbegrenzten Laserstrahls kann daher vernachlässigt werden.

Thermische Breite

In der kollinearen Spektroskopie dominiert häufig die natürliche Linienbreite [Kau76]; daher ist dieses Verfahren sowohl im Hinblick auf die erzielbare Auflösung als auch auf das Signal-Untergrund-Verhältnis anderen spektroskopischen Methoden überlegen. Das liegt daran, daß die thermische Breite enorm reduziert wird.

Man betrachte eine Quelle für Teilchen im thermodynamischen Gleichgewicht bei der Temperatur T . Die Teilchen sollen sich im Mittel in Ruhe befinden. Dann wird die Verteilung der Energie E für eine Dimension – also für eine ausgezeichnete Richtung, die im Fall der Spektroskopie durch die Richtung des Laserstrahls gegeben ist – durch die Dichtefunktion



$g(E) = \frac{\Theta(E)}{kT} e^{-E/kT}$ mit der Boltzmann-Konstanten k beschrieben¹; $\Theta(x)$ ist die Stufenfunktion:

$$\Theta(x) := \begin{cases} 1 & \text{für } x \geq 0; \\ 0 & \text{für } x < 0. \end{cases} \quad (2.35)$$

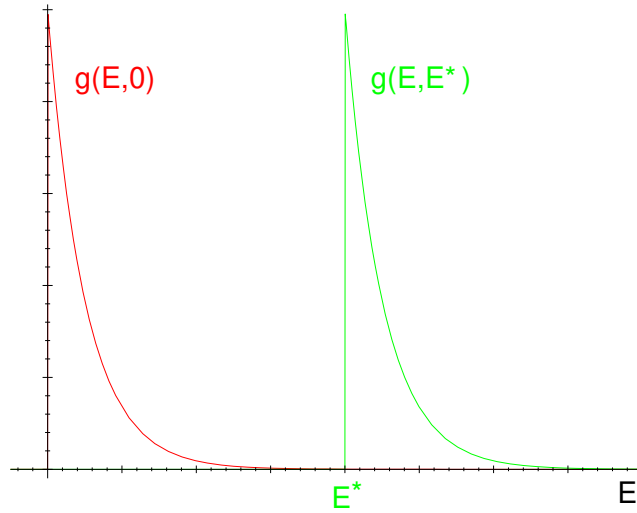


Abb. 2.6.: Dichtefunktion im Energieraum für ein Ensemble in Ruhe (rot) und eines, dem die kinetische Energie $E^* = q \cdot U$ zugefügt wurde (grün).

Nun kann man annehmen, es handelt sich bei den Teilchen um Ionen². Im Rahmen dieses Modells werden die Ionen einem elektrischen Feld ausgesetzt, das in der betrachteten Richtung orientiert ist. Da die Wahl des Potentials frei steht, soll angenommen werden, am Ort der Quelle sei das Potential Null. Wenn man die Dichtefunktion für eine Äquipotentialfläche berechnen will, die gegenüber dem Startort die Potentialdifferenz $-U$ aufweist, dann ist zu berücksichtigen, daß jedes Ion mit der elektrischen Ladung q , das die besagte Potentiallinie erreicht, zusätzlich die kinetische Energie $E^* = -q \cdot U$ erhalten hat:

$$g(E, E^*) = \frac{\Theta(E - E^*)}{kT} e^{-(E - E^*)/kT}. \quad (2.36)$$

Über die Stufenfunktion $\Theta(E)$ wird der Umstand berücksichtigt, daß für das ruhende Ensemble die kinetischen Energien größer oder gleich Null sind; wenn aber *jedem* Ion die Energie qU zugeführt wird, heißt das, daß diese Einschränkung modifiziert wird in $E \geq E^*$. Dieser Sachverhalt ist in Abb. 2.6 dargestellt: Die rote Kurve zeigt die Dichtefunktion der unbeschleunigten Teilchen ($E^* = 0$), die grüne für ein Ensemble, das mit $-U$ beschleunigt worden ist. Die Form und insbesondere auch das Integral über die Funktion (2.36) (Teilchenzahlerhaltung: $\int_{-\infty}^{\infty} g(E, E^*) dE = 1 \forall E^*$) sind unverändert. Es handelt sich im Grunde genommen um eine Koordinatentransformation der Art $E \rightarrow E + E^*$.

Es wird nun die Dichtefunktion der Geschwindigkeit v betrachtet. Der Zusammenhang mit der kinetischen Energie ist über die Gleichung $E = 0.5 \cdot m \cdot v^2$ gegeben. Für ein Ensemble, das im Mittel in Ruhe ist, lautet die normierte Dichtefunktion

$$g(v) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \cdot V} e^{-\frac{v^2}{V^2}}. \quad (2.37)$$

Hier ist die Abkürzung $V = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$ eingeführt. Die Beschleunigung mit U führt zu einem additiven Term $v^{*2} = \frac{2qU}{m}$ im Exponenten. Damit wird die Dichtefunktion in neuer Form geschrieben: $g(v, v^*) = \text{const.} \cdot e^{-(v^2 - v^{*2})}$.

¹Kinetische Energien sind bisher mit T bezeichnet worden; davon wird hier abgesehen, um Verwechslungen mit der Temperatur T zu vermeiden.

²Diese haben freilich eine Wechselwirkung; sie soll hier vernachlässigt werden, was man sich so vorstellen kann, daß der Fluß aus der Quelle hinreichend klein ist; so ist sowohl gegenseitige Abstoßung vernachlässigbar, und ein externes Feld wird durch die Ionen auch nicht modifiziert.

Als Beispiel sind in Abb. 2.7 zwei solche Funktion eingetragen, rot für den Fall $v^* = 0$, grün mit $v^* \neq 0$; die Kurven sind nicht normiert. Der additive Term führt ohne weitere Einschränkung nicht etwa zu einer Verschiebung, die Kurve ändert nur ihren Umfang: Der $e^{v^{*2}}$ -Term stellt lediglich einen multiplikativen Faktor in der geänderten Funktion dar.

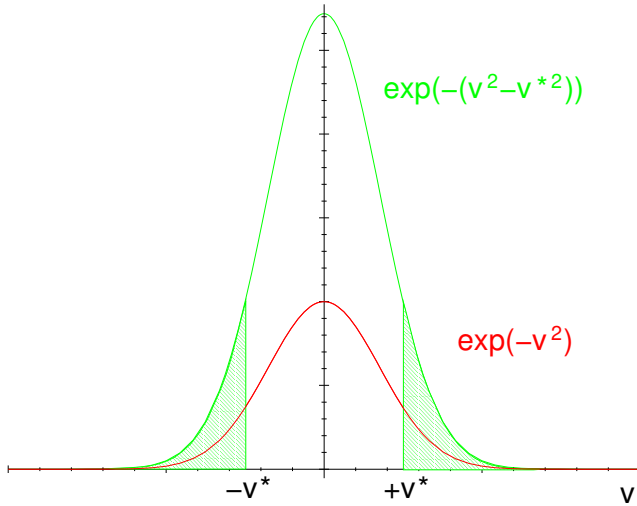


Abb. 2.7.: Zur Herleitung der Dichtefunktion im Geschwindigkeitsraum

Allerdings ist bisher auch die Einschränkung $E \geq E^*$ nicht berücksichtigt worden; im Geschwindigkeitsraum wird dies in der Form $v^2 \geq v^{*2}$ ausgedrückt. Es tragen also von der grünen Kurve nur Teilchen bei, die im schraffierten Bereich von Abb. 2.7 liegen. Abhängig vom Vorzeichen von v^* wird einer der Bereiche an der y-Achse auf den anderen gespiegelt. Das führt auf die normierte Lösung

$$g(v, v^*) = \frac{2 \cdot \Theta(v - v^*)}{\sqrt{\pi} \cdot V \cdot e^{(v^*/V)^2} \cdot (1 - \mathcal{E}(v^*/V))} \cdot e^{-\frac{v^2 - v^{*2}}{V^2}}. \quad (2.38)$$

In der Normierungskonstanten wird die Fehlerfunktion $\mathcal{E}(x)$ benutzt:

$$\mathcal{E}(x) := \int_0^x \frac{2e^{-t^2}}{\sqrt{\pi}} dt. \quad (2.39)$$

Das „Umklappen“ kann man sich folgendermaßen klarmachen: Man betrachte ein Teilchen, das mit der Geschwindigkeit $-\hat{v}$ aus der Quelle kommt und also dem Feld entgegenläuft. Es erfährt durch das Feld eine Kraft, durch die es abgebremst wird. Es erreicht den Umkehrpunkt, an dem die Spannung bezogen auf die Quelle $\hat{U} = \frac{0.5m(-\hat{v})^2}{q}$ beträgt. Dann wird es in Feldrichtung beschleunigt und erreicht die Quelle mit der Geschwindigkeit $+\hat{v}$. Es gesellt sich also zu den Teilchen, die dem Betrag nach der gleichen Geschwindigkeitsklasse angehören, aber von vornherein in Feldrichtung starten.

In Abb. 2.8 ist das Resultat beispielhaft dargestellt: Grün für $v^* = 0$ m/s, blau für $v^* = 2$ m/s und rot für $v^* = 4$ m/s (im Beispiel ist $\sqrt{2kT/m} = 1$ m/s gesetzt). Die dargestellten Funktionen sind normiert. Deutlich zu erkennen ist das Einschnüren der Breite, das für die kollineare Spektroskopie eigentümlich ist.

Der maximale Funktionswert von (2.38) liegt an der Stelle v^* , und die Halbwertsbreite ergibt

$$\delta v(v^*) = \begin{cases} \sqrt{V^2 \ln(2) + v^{*2}} - v^* & \text{für } v^* > 0; \\ 2 \cdot \sqrt{\ln(2)} \cdot V & \text{für } v^* = 0. \end{cases} \quad (2.40)$$

Damit kann man ausdrücken, wie sehr sich bei gegebener Dopplerverschiebung die Halbwerts-



breite verringert verglichen mit der, die man ohne beschleunigende Spannung erhält:

$$\begin{aligned} \frac{\delta v(v^*)}{\delta v(0)} &= \frac{\sqrt{V^2 \ln(2) + v^{*2}} - v^*}{2\sqrt{V^2 \ln(2)}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{m}} (\sqrt{\delta E + qU} - \sqrt{qU})}{2\sqrt{\frac{1}{m}} \sqrt{\delta E}} \\ &= \frac{\sqrt{qU} \left[\sqrt{1 + \frac{\delta E}{qU}} - 1 \right]}{2\sqrt{\delta E}} \approx \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\delta E}{qU}}. \end{aligned} \quad (2.41)$$

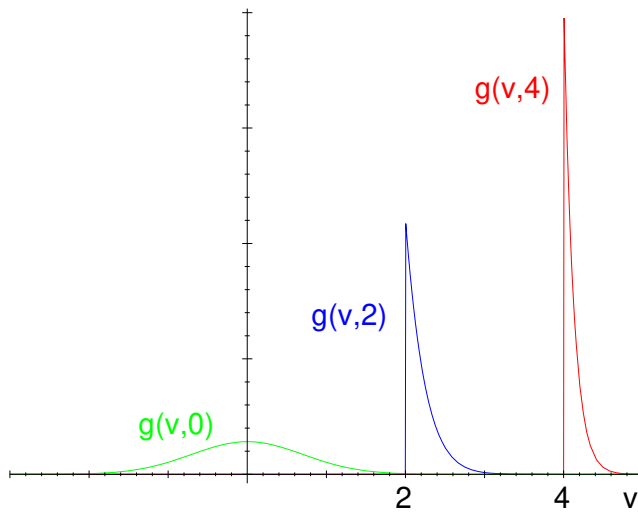


Abb. 2.8.: Dichtefunktion im Geschwindigkeitsraum gem. (2.38) für verschiedene v^*

Dabei ist $\delta E = \ln(2)kT$, also die Halbwertsbreite von Fkt. (2.36); die Näherung berücksichtigt die ersten beiden Glieder der Taylorentwicklung $\sqrt{1+x} = 1 + 0.5x - \dots$ und gilt in dieser Form für $qU \gg \delta E$, was bereits bei mäßigen Beschleunigungsspannungen U gut erfüllt ist.

Den Übergang zu Frequenzen erhält man, wenn der nichtrelativistische Zusammenhang $f = f_0(1 \pm v/c)$ nach der Geschwindigkeit $v = c(1 \pm f/f_0)$ umgestellt wird; f und v sind proportional zueinander, so daß man einfach substituieren darf:

$$v \longrightarrow (\mp f \pm f_0); \quad (2.42)$$

$$v^* \longrightarrow (\mp f^* \pm f_0); \quad (2.43)$$

$$V \longrightarrow \Delta = \frac{f_0}{c} V. \quad (2.44)$$

Man erhält für die Intensität im Fall kollinearer Spektroskopie ($f^* > f_0$) den Ausdruck:

$$I_{\text{TH}}^{\text{blau}}(f, f^*) = I_0 \cdot \frac{2\Theta(f - f^*)}{\sqrt{\pi}\Delta e^{\left(\frac{f^* - f_0}{\Delta}\right)^2} (1 - \mathcal{E}\left(\frac{f^* - f_0}{\Delta}\right))} \cdot e^{-\frac{(f - f_0)^2 - (f^* - f_0)^2}{\Delta^2}} \quad (2.45)$$

und im Fall antikollinearer Spektroskopie:

$$I_{\text{TH}}^{\text{rot}}(f, f^*) = I_0 \cdot \frac{2\Theta(f^* - f)}{\sqrt{\pi}\Delta e^{\left(\frac{f_0 - f^*}{\Delta}\right)^2} (1 - \mathcal{E}\left(\frac{f_0 - f^*}{\Delta}\right))} \cdot e^{-\frac{(f_0 - f)^2 - (f_0 - f^*)^2}{\Delta^2}} \quad (2.46)$$

Die Formeln (2.45) und (2.46) sind normiert; Δ steht für die Standardabweichung der Frequenzverteilung für ein Teilchenensemble in Ruhe (d.h. $f^* = 0$ Hz):

$$\Delta = \frac{f_0}{c} \sqrt{2 \cdot k \cdot T / m}. \quad (2.47)$$

Die Funktionen (2.45) bzw. (2.46) gehen für $f^* \longrightarrow f_0$ in die bekannte Gaußfunktion über; der Maximalwert des Ausdrucks liegt an der Stelle f^* und ist gerade der Wert, den es zur



Bestimmung von U zu messen gilt. Die Halbwertsbreite beträgt

$$\delta f_{\text{TH}}(f^*) = \begin{cases} \sqrt{\ln(2) (\Delta)^2 + (f^* - f_0)^2} - \sqrt{(f^* - f_0)^2} & \text{für } f^* > 0; \\ 2 \cdot \sqrt{\ln(2)} \cdot \Delta & \text{für } f^* = 0. \end{cases} \quad (2.48)$$

Die Glgn. (2.45) und (2.46) sind in Abb. 2.9 mit $f_0/c\sqrt{2kT/m} = 1 \text{ Hz}$ dargestellt; die unverschobene Kurve ist zum Schwerpunkt $f_0 = 6 \text{ Hz}$ eingetragen, man erkennt die Gaußform (grün). Außerdem ist ein Beispiel für $f^* = 8 \text{ Hz}$ (in blau) gemäß Glg. (2.45) und eines für $f^* = 3 \text{ Hz}$ (in rot) nach Glg. (2.46) eingetragen. Deutlich zu erkennen ist die Verjüngung der normierten Funktionen. Analog zu Glg. (2.41) gilt:

$$\delta f(f^*) \approx \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\delta E}{qU}} \delta f(0). \quad (2.49)$$

Dabei ist $\delta E = \ln(2)kT$. Ein analoger Zusammenhang wird in [Kau76] hergeleitet.

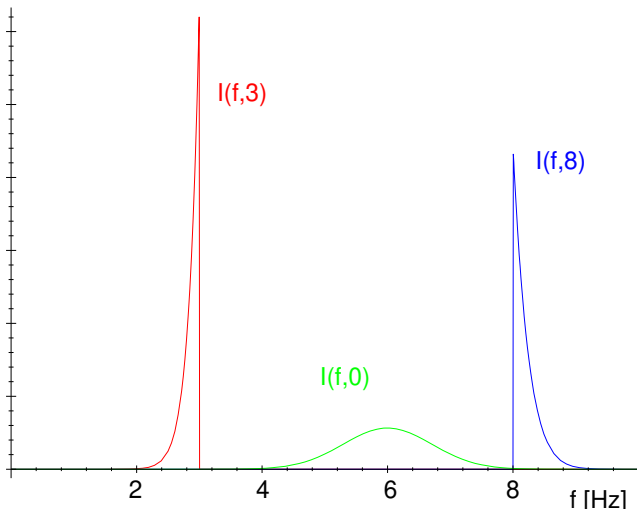


Abb. 2.9.: Dichtefunktionen im Frequenzraum gem. den Glgn. (2.45) bzw. (2.46)

Zur Berechnung der resultierenden Dopplerbreite ist der Ausdruck (2.48) völlig ausreichend, wenn man nicht von sehr hohen Temperaturen ausgeht. Die korrekte Dopplerverschiebung aber berechnet man besser nach der relativistischen Formel (2.2).

Es ist darauf hinzuweisen, daß die Intensitäten (2.45) bzw. (2.46) keine Gaußfunktion darstellen, sondern aus Flügeln einer solchen bestehen. Sollte dieser Beitrag zur Linienbreite der dominierende sein, dann ist eine Regelung aufgrund der starken Asymmetrie nach dem in dieser Arbeit vorgestellten Prinzip (s. Kapitel 2.5.2) nicht möglich.

Das vorgestellte Modell basiert auf vernachlässigbarer Wechselwirkung der Ionen untereinander. Unmittelbar nach dem Austritt aus der Quelle ist die Ionendichte noch so

groß, daß diese Annahme nicht erfüllt ist. Aber schon nach kurzen Flugweg von einigen Millimetern (bezogen auf die Gesamtlänge der Beschleunigungstrecke von einigen Zentimetern und einer Beschleunigung mit einigen Kilovolt) wird die Wechselwirkung vernachlässigbar sein. Die Betrachtung wird dadurch nur unwesentlich modifiziert: Es ist dann für das Ensemble im thermodynamischen Gleichgewicht nicht von einer mittleren Startgeschwindigkeit von 0 m/s , sondern von einer geringen Anfangsgeschwindigkeit auszugehen.

Quer zur Ausbreitungsrichtung führt die thermische Bewegung der Ionen in der Quelle ebenfalls zu einer Verbreiterung, die man mit strahloptischen Elementen in günstiger Weise zu beeinflussen versucht. Es gibt einen zusätzlichen Geschwindigkeitsbeitrag, der in Abb. 2.5 mit $\vec{b}$ bezeichnet ist. Nach Glg. (2.2) ist die Resonanzfrequenz f abhängig von der Geschwindigkeit v und dem Winkel α , den Ionentrajektorie und Laserstrahlrichtung einschließen: $f = f(v, \alpha)$.



In dieser Notation wird die Linienverbreiterung abgeschätzt durch folgende einfache Beziehung, die man leicht aus Abb. 2.5 herleitet:

$$\delta f_{\perp} = f(\sqrt{v^2(U) + b^2}, \arctan(b/v(U))) - f(v(U), 0). \quad (2.50)$$

Stoßverbreiterung

Stöße, die die Ionen mit Restgas im Rezipienten vollführen, beeinflussen die spektrale Linie in dreierlei Hinsicht. Inelastische Stöße führen zu einer Veränderung der Besetzungszahlen des metastabilen Zustands. Da die für die An- bzw. Abregung nötige Energie der kinetischen Energie der Ionen entnommen wird, wird die Teilchengeschwindigkeit geändert.

Aber auch elastische Stöße (der Begriff soll so verstanden werden, daß dabei keine innere Zustandsänderung des Ions erfolgt; die kinetische Energie aber ändert sich) haben ihre Auswirkung: Sie führen bis zu einem gewissen Grad zu einer Thermalisierung mit dem Restgas, was zum einen eine Abbremsung und zum anderen eine Verbreiterung der Linie über den Dopplereffekt nach sich zieht. Aus diesem Grund wird dieser Mechanismus auch unter inhomogenen Verbreiterungsmechanismen aufgeführt.

Um die Linienbreite und -verschiebung zu berechnen, muß man die Zusammensetzung des Restgases, die Druckverhältnisse im Driftrohr und die elastischen und inelastischen Wirkungsquerschnitte in Abhängigkeit von der Relativgeschwindigkeit kennen. Diese Größen sind nicht genau bekannt, so daß man bestenfalls eine Abschätzung vornehmen kann. Tatsächlich sind beide Effekte – die Verbreiterung, vor allem aber die Verschiebung – durch hinreichend geringe Restgasdichten für eine genaue Spannungsbestimmung unbedingt zu vermeiden, indem man durch große Pumpleistungen, eventuell auch differentielle Pumpstufen, die Restgasdrücke bzw. -dichten möglichst stark reduziert.

Mehrfachanregung

Bei jeder Photonabsorption wird der Impuls des Photons auf den Absorber übertragen; da die anschließende Abstrahlung des Fluoreszenzphotons isotrop erfolgt, führen *sehr viele* solcher Vorgänge zu einer Beschleunigung des absorbierenden Ions. Man nutzt dies bei der sog. Laserkühlung. Dieser Effekt würde sich prinzipiell in einer Verschiebung der Frequenz auswirken. Zurückblickend auf Abschnitt 2.2 sei festgestellt, daß jedes Ion bei dem im Experiment genutzten Λ -Übergang im Mittel nur einmal wechselwirkt und also Mehrfachanregung völlig zu vernachlässigen ist.

2.3.3. Resultierende Linienform

In Abb. 2.10 sind die Halbwertsbreiten für die verschiedenen relevanten Beiträge verzeichnet. Die resultierende Linienform ergibt sich aus der Faltung der einzelnen Beiträge. Man erwartet, daß die natürliche Linienbreite des Kalziumions mit etwa 23 MHz der dominierende Beitrag ist; alle anderen Mechanismen liefern unter den Bedingungen, die für diese Arbeit typisch sind, Beiträge, die je um 2 MHz liegen bzw. ganz zu vernachlässigen sind. Die technische Linienbreite sollte also 30 MHz betragen und in erster Näherung lorentzförmig sein; eine Verschiebung sollte nach der konzeptionellen Annahme, daß Stöße keine Rolle spielen, nicht



auftreten. Einen geschlossenen Ausdruck kann man angesichts der Fülle der eingehenden und nur ungenau bekannten Parameter nicht angeben, zumal die genaue Form der einzelnen Beiträge selten hinreichend bekannt ist.

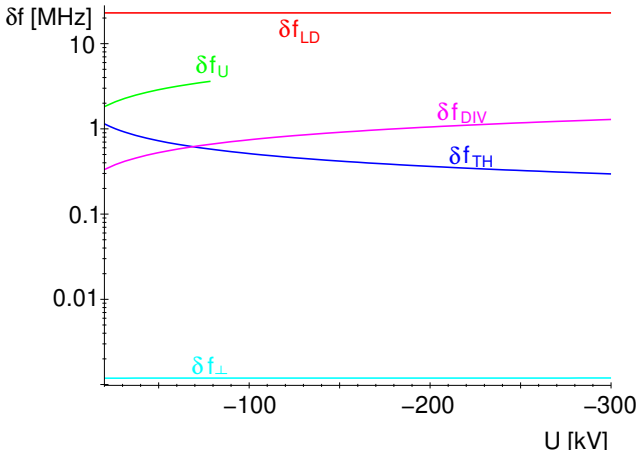


Abb. 2.10.: Halbwertsbreite gegen Beschleunigungsspannung U : Rot dargestellt die natürliche Linienbreite δf_{LD} als dominierender Term (Glg. (2.26)). Das im Experiment zur Verfügung stehende Netzgerät trägt gemäß der grünen Kurve mit δU_U bei (Glg. (2.30)), der Bereich des Geräts ist in der Darstellung berücksichtigt. Magentafarben dargestellt ist die Verbreiterung δf_{DIV} auf Grund der Divergenz (Glg. (2.33)). Die thermische Verbreiterung δf_{TH} ist blau für die longitudinale Richtung (Glg. (2.48)) und hellblau für Querkomponenten (bezeichnet mit $\delta f_{\perp}$, abgeschätzt nach Glg. (2.50)) dargestellt.

gungsspannung, dem Restgasdruck und der Laserleistung. Nur so lassen sich die vermuteten Zusammenhänge überprüfen und insbesondere eine ungewollte Verschiebung der Linienlage aufspüren.

In Abb. 2.10 ist die natürliche Linienbreite δf_{LD} rot eingetragen (Glg. (2.26)). Die Lebensdauer ist in Tab. (A.2) vermerkt. Das im Experiment zur Verfügung stehende Netzgerät trägt gemäß der grünen Kurve mit δf_U bei (Glg. (2.30)), die Kurve stellt eine obere Abschätzung dar. Der vom Gerät abdeckte Bereich ist in der Darstellung berücksichtigt. Magentafarben dargestellt ist die Divergenzverbreiterung δf_{DIV} nach Glg. (2.33). Bei der Abschätzung ist ein Winkel von 2.7 mrad angenommen (vgl. (3.2)). Die thermische Verbreiterung in longitudinaler Richtung δf_{TH} gemäß Glg. (2.48) ist blau verzeichnet. Als Quelltemperatur ist 2100 K eingesetzt, hier wird vom schwächeren der beiden möglichen Übergänge ausgegangen ($f_0 = 352.68$ THz). Den hellblau verzeichneten Beitrag $\delta f_{\perp}$, der für Querkomponenten nach Glg. (2.50) steht, kann absolut vernachlässigt werden. Bei der Berechnung ist $b \approx 900$ m/s korrespondierend mit der energetischen Halbwertsbreite von $\ln(2)kT$ gesetzt.

Die Fluoreszenzlinie muß hinsichtlich Höhe, Form und Breite sorgfältig experimentell untersucht werden, und zwar in Abhängigkeit von der Quelltemperatur, der Beschleunigungsspannung, dem Restgasdruck und der Laserleistung.

2.4. Bestimmung der Laserfrequenz

Zur Bestimmung der Spannung U muß man nach Glg. (2.4) bzw. in kollinearer Spektroskopie gemäß den Glgn. (2.7) und (2.8) die dopplerverschobene Frequenz f bestimmen. Die direkte Bestimmung von optischen Frequenzen ist mit Hilfe von sog. Frequenzsynthesizern inzwischen mit hoher Präzision möglich [Hol00, Ude02]. Obwohl die Entwicklung auf diesem Gebiet stürmisch voranschreitet, wurde in diesem Experiment der leichteren Handhabung wegen auf ein Michelson-Interferometer zurückgegriffen. Damit läßt sich auch das Verhältnis V zweier Frequenzen bestimmen, wie es nach Glg. (2.12) erforderlich ist.

Michelson-Interferometer gehören zur Geräteklasse der Wavemeter (ein guter Überblick über Wavemeter und ihre Funktionsprinzipien wird in [Sny90] gegeben); statt der Frequenz f wird



mit solchen Geräten die Wellenlänge λ gemessen. Für ebene Wellen wird der Zusammenhang über die Lichtgeschwindigkeit c hergestellt:

$$c = \lambda \cdot f. \quad (2.51)$$

Im Michelson-Interferometer wird der (monochromatische) Laserstrahl in zwei Strahlen aufgeteilt, die unterschiedliche Wege durchlaufen; anschließend bringt man sie wieder in Überlagerung. Dort interferieren die beiden Teilstrahlen in Abhängigkeit von der Wegdifferenz konstruktiv oder destruktiv. In dem Wavemeter ist der Gangunterschied über einen mit Spiegeln versehenen Wagen variabel gehalten, der ortsfeste Detektor registriert in Abhängigkeit vom Gangunterschied einen sinusförmigen Intensitätsverlauf. Eine volle Schwingung bezeichnet man auch als Fringe. Der Aufbau ist schematisch in Abb. 2.11 dargestellt.

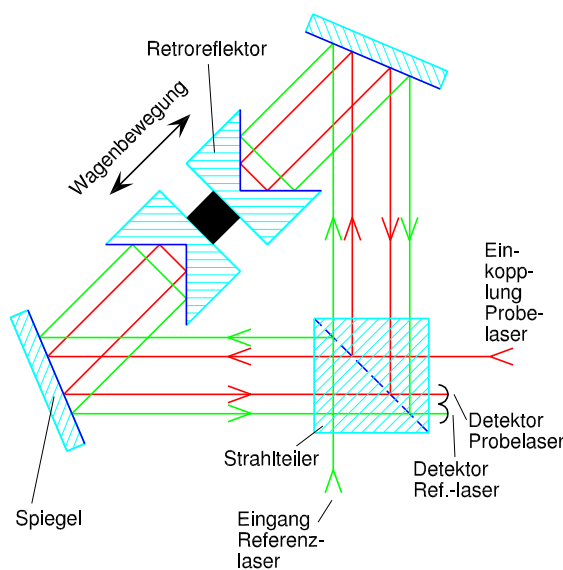


Abb. 2.11.: Typischer Aufbau eines Michelson-Interferometers

Der Vorteil eines Wavemeters liegt darin, daß man statt der hohen Frequenzen³ nunmehr den Gangunterschied im Ortsraum zu vermessen hat: Benachbarte Fringes haben bei einfachem Weg den Abstand der zu messenden Wellenlänge, hier also 850 nm. Im typischen in Abb. 2.11 gezeigten Aufbau durchläuft das Licht den Weg in jedem der beiden Arme zweifach, so daß am Photodetektor bei einer Wagenpositionsänderung von einem Viertel der Wellenlänge $\Delta x = 212.5 \text{ nm}$ bereits eine volle Periode des Interferenzsignals registriert wird.

Da man auf dieser Skala Längen nicht ohne weiteres zu messen vermag, behilft man sich, indem man ein zweites Lasersystem mit bekannter Wellenlänge λ_{Ref} als Referenz einsetzt. Es durchläuft den gleichen optischen Weg wie der zu messende Laser (s. Abb. 2.11) und wird auf einer eigenen Photodiode nachgewiesen.

In Abb. 2.12 ist das an den Photodioden auftretende Signal $I(x)$ in Abhängigkeit vom Gangunterschied x dargestellt, und zwar für den Referenzlaser (grün) und den zu messenden Probelaser (rot). Der Gangunterschied x ist durch die Wagenposition festgelegt. Elektronisch leicht detektierbar sind steigende bzw. fallende Nulldurchgänge solcher Signale. Am einfachsten ist es, die Nulldurchgänge beider Signale – also von Probe- und Referenzlaser – zu zählen. Man kann das Verhältnis der Wellenlängen direkt aus dem Verhältnis der Anzahl N der Nulldurchgänge abschätzen:

$$\frac{\lambda_{\text{Ref}}}{\lambda_{\text{Probe}}} \approx \frac{N_{\text{Probe}}}{N_{\text{Ref}}}. \quad (2.52)$$

³Eine Lichtwelle im nahen Infraroten schwingt $350 \cdot 10^{12}$ mal pro Sekunde; dies würde in direkter Messung eine sehr schnelle Registrierung der Intensität erfordern, ein solcher Detektor ist aber nicht verfügbar. Tatsächlich behilft man sich in der Frequenzmessung damit, daß man die Frequenzen phasenstarr mit Hilfe einer Frequenzkette so häufig teilt, daß ein direkter Vergleich mit elektronisch handhabbaren Frequenzen in der Größenordnung von 10 bis 100 GHz möglich wird.

Man entnimmt Abb. 2.12, daß man auf diese Weise einen Fehler macht: Das Verhältnis der Wellenlängen ist nur dann fehlerfrei gegeben, wenn man auch die Phase im Ortsraum am Anfang und am Ende des Wagenweges – in der Abbildung blau eingetragen – bestimmt.

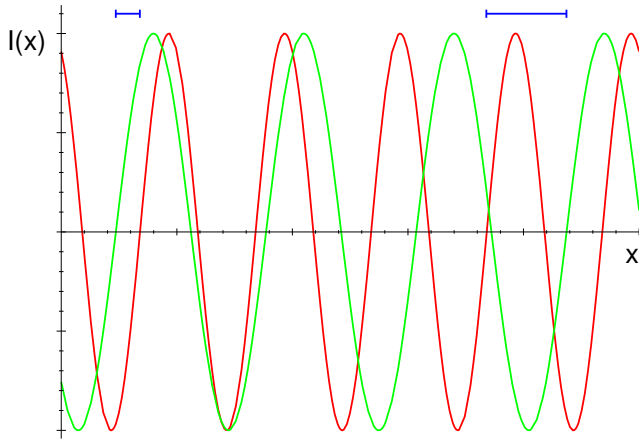


Abb. 2.12.: Signale an den Photodioden des Interferometers: Abhängig vom Gangunterschied x kommt es an den Photodioden zu einem sinusförmigen Interferenzsignal $I(x)$ von Probe- und Referenzlaser.

Die Näherung (2.52) gewinnt mit der Länge des Fahrwegs L an Qualität, denn der Fehler beträgt höchstens die zweifache Wellenlänge des Referenzlasers im Ortsraum bzw. ± 2 für die gezählten Nulldurchgänge N . Folglich ist es günstig, wenn man große Zahlen N ins Verhältnis setzt. Für typische Fahrwege von einigen 10 cm erreicht man im nahen Infraroten einige 100 000 Nulldurchgänge ($N = L/\lambda$) und kommt so zu relativen Genauigkeiten von einigen 10^{-6} .

Der Fehler läßt sich um etwa eine Größenordnung verringern, wenn man die besagten Phasen mißt. Hierzu nimmt man bei bekannter Wagensgeschwindigkeit eine Uhr zu Hilfe, die den zeitlichen Abstand zwischen benachbarten Nulldurchgängen je von Probe- und Referenzlaser einerseits und vom Referenz- zum Probeler andererseits ermittelt. Die-

ses Ausweichen vom Orts- in den Zeitraum wird durch die Wagensgeschwindigkeit vermittelt und ist fehlerbehaftet. Die resultierende Ungenauigkeit läßt sich nicht beliebig minimieren. Alternativ kann man versuchen, mit hoher Präzision gemeinsame Nulldurchgänge von Probe- und Referenzsignal aufzusuchen. Darauf basieren die genauesten Wavemeter [Bön83]. Die besten kommerziell erhältlichen Geräte (Fizeau-Interferometer) sind in der Absolutbestimmung der Wellenlänge auf 10^{-8} beschränkt, was für das hier beschriebene Experiment nicht ausreicht.

2.4.1. Auswertung mit der Knaak-Routine⁴

Schätzt man ausgehend von Glg. (2.4) ab, mit welcher Präzision man die eingehende Frequenz f absolut bestimmen muß, um eine Genauigkeit von 0.1 V zu erreichen, und setzt dabei den benützten Λ -Übergang (vgl. Kap. 2.2) ein, so erhält man Werte in der Größenordnung von einem Megahertz (relativ: $3 \cdot 10^{-9}$). Um diesen Wert in der Frequenz- bzw. Wellenlängenbestimmung zu erreichen, wurde ein Ansatz zur Datenerfassung und -auswertung beschritten, der dies ermöglicht.

Die Intensitäten $I(x)$ an den jeweiligen Detektoren in Abhängigkeit von der Wagenposition x

⁴Das hier vorgestellte Prinzip ist von Kai-Martin Knaak erfunden und in seiner Potenz erkannt worden; er hat das Wavemeter ganz überwiegend aufgebaut [Kna00a].

(bzw. dem Gangunterschied) sind gegeben durch:

$$I_{\text{Ref}}(x) = \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda_{\text{Ref}}}\right); \quad (2.53)$$

$$I_{\text{Probe}}(x) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda_{\text{Probe}}} + \phi\right) + B. \quad (2.54)$$

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit kann man bereits hier für die Referenzfunktion $I_{\text{Ref}}(x)$ von Amplitude (1 gesetzt), Phase (0 gesetzt) und Offset (0 gesetzt) absehen, da die Referenzfunktion (2.53) in der Knaak-Routine als *Taktgeber* genutzt wird, mit dem das Probesignal $I_{\text{Probe}}(x)$ abgetastet wird. Das bedeutet, daß dieses Photodiodensignal zu jedem steigenden oder fallenden Nulldurchgang (die Wahl steht frei) des Referenzlasers gemessen, hochauflösend digitalisiert und gespeichert wird. Setzt man z.B. die steigenden Nulldurchgänge an den Stellen $x = n\lambda_{\text{Ref}}$, $n \in \mathbb{N}$ in Glg. (2.54) ein, erhält man den Datensatz

$$\mathcal{M}(n) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi n \lambda_{\text{Ref}}}{\lambda_{\text{Probe}}} + \phi\right) + B, \quad n \in \mathbb{N}. \quad (2.55)$$

Der Sachverhalt ist in Abb. 2.13 dargestellt. Hellblau eingetragen ist das Signal an der Photodiode des Referenzlasers und rot das Photodiodensignal des Probelasers $I_{\text{Probe}}(n)$. Auf der Abzisse sind die Vielfachen der Referenzwellenlänge n aufgetragen. Man entnimmt Glg. (2.55), daß in Einheiten der Wellenlänge des Referenzlasers λ_{Ref} gemessen wird. Die eigentlichen Meßpunkte, die nach Glg. (2.55) aufgenommen werden, sind in Abb. 2.13 blau dargestellt, sie liegen an den Stellen natürlicher n .

Die eigentliche Auswertung geht derart vor sich, daß man an den Datensatz nach der Beziehung (2.55) einen Sinus – ein Aliassignal 1. Ordnung – anpaßt. Er ist in Abb. 2.13 grün dargestellt. Man erhält die Kurve aufgrund der Periodizität der Sinusfunktion, wenn man Glg. (2.55) umstellt:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}'(n) &= A \cdot \sin\left(2\pi n \lambda_{\text{Ref}} \left(\frac{1}{\lambda_{\text{Probe}}} - \frac{1}{\lambda_{\text{Ref}}}\right) + 2\pi n + \phi\right) + B \\ &\equiv A \cdot \sin\left(2\pi n \lambda_{\text{Ref}} \left(\frac{1}{\lambda_{\text{Probe}}} - \frac{1}{\lambda_{\text{Ref}}}\right) + \phi\right) + B \\ &= A \cdot \sin\left(2\pi n \frac{f_{\text{Probe}} - f_{\text{Ref}}}{f_{\text{Ref}}} + \phi\right) + B, \quad n \in \mathbb{N}. \end{aligned} \quad (2.56)$$

Der letzte Schritt in Glg. (2.56) wird durch die Verwendung von Glg. (2.51) erreicht: Im Argument des Sinus steht die Differenzfrequenz in Einheiten der Referenzfrequenz.

Die Verwendung der Aliasfunktion ist dann notwendig, wenn die für die Anpassung notwendigen Startwerte erst aus dem Datensatz ermittelt werden müssen. Wenn man die Probewellenlänge grob – z.B. aus dem Verhältnis der Anzahl der Nulldurchgänge gemäß Glg. (2.52) – kennt, kann man an den Datensatz (2.55) auch direkt die (rot dargestellte) Funktion (2.55) anpassen.

Als Ergebnis der Anpassung erhält man aus dem gemessenen Datensatz die Funktion:

$$\mathcal{A}(n) = A_{\text{fit}} \cdot \sin\left(2\pi n \tilde{f}_{\text{fit}} + \phi_{\text{fit}}\right) + B_{\text{fit}} \quad (2.57)$$



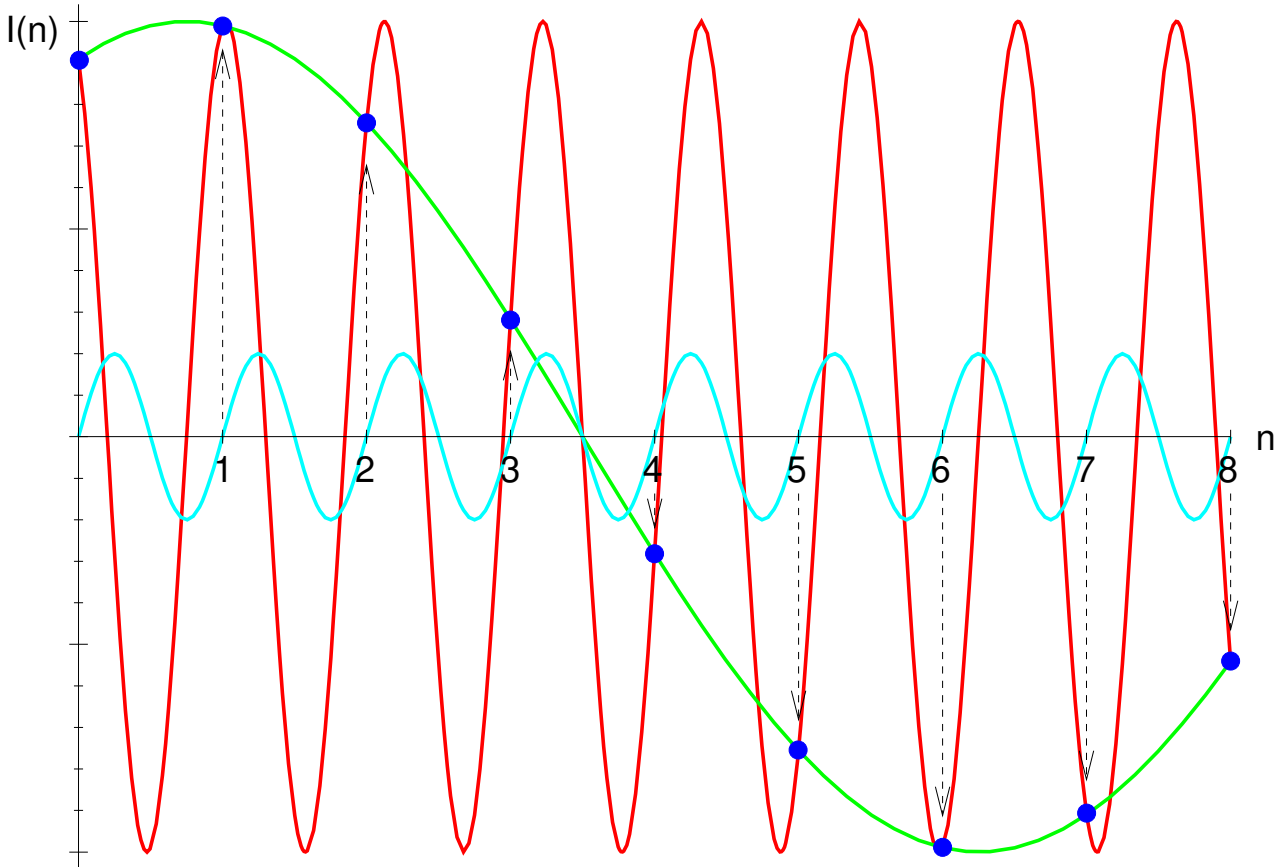


Abb. 2.13.: Datennahme und -auswertung nach der Knaak-Routine. Es wird in Einheiten der Wellenlänge des Referenzlasers λ_{Ref} gemessen. Hellblau eingetragen ist das Signal an der Photodiode des Referenzlasers, rot dargestellt das Signal an der Photodiode des Probelasers $I_{\text{Probe}}(n)$ gemäß Glg. (2.55). Zu jedem steigenden Nulldurchgang des Referenzlasers (d.h. jedem ganzzahligem n) wird ein Datenpunkt gemäß Glg. (2.55) genommen (blau). An den Datensatz wird ein Alias gemäß Glg. (2.57) angepaßt (grün).

mit den Anpassungsparametern A_{fit} , ϕ_{fit} , B_{fit} und insbesondere $\tilde{f}_{\text{fit}}$; mit der Tilde wird ausgedrückt, daß diese Frequenz im Zahlenraum bestimmt und also dimensionslos ist.

Nun kann man wegen der linearen Unabhängigkeit der Parameter durch Vergleich mit Glg. (2.56) identifizieren:

$$\lambda_{\text{Probe}} = \lambda_{\text{Ref}} \cdot \left(\tilde{f}_{\text{fit}} + 1 \right)^{-1}. \quad (2.58)$$

Während im Ausdruck (2.56) aber im Fall $\lambda_{\text{Probe}} > \lambda_{\text{Ref}}$ (mathematisch) auch negative Frequenzen möglich sind, wird man stets positive $\tilde{f}_{\text{fit}}$ anpassen. Aus den Symmetriebeziehungen des Sinus ($\sin(x) = -\sin(-x)$ sowie $\sin(x) = -\sin(x + \pi)$) folgt:

$$A \cdot \sin(2\pi x|f| + \phi) + B = A \sin(-2\pi x|f| - \phi - \pi) + B. \quad (2.59)$$



Wenn man dies berücksichtigt, gilt für $\tilde{f}_{\text{fit}} > 0$:

$$\lambda_{\text{Probe}} = \begin{cases} \lambda_{\text{Ref}} \cdot (1 + \tilde{f}_{\text{fit}})^{-1} & \text{für } \lambda_{\text{Probe}} < \lambda_{\text{Ref}} ; \\ \lambda_{\text{Ref}} \cdot (1 - \tilde{f}_{\text{fit}})^{-1} & \text{für } \lambda_{\text{Probe}} > \lambda_{\text{Ref}} . \end{cases} \quad (2.60)$$

Nach Glg. (2.12) besteht die Möglichkeit, die Bestimmung der Beschleunigungsspannung auf das Verhältnis $V = \lambda_{\text{anti}}/\lambda_{\text{koll}}$ der kollinearen und der antikollinearen Wellenlänge (bzw. gemäß Glg. 2.51 der Frequenz) zurückzuführen; dies ist im Grunde die eigentliche Meßgröße des Wavemeters, das man dann auch als Ratiometer bezeichnet. Setzt man beispielsweise den antikollinearen Laser als Referenz- und den kollinearen als Probeler im Wavemeter ein, folgt:

$$V = 1 \pm \tilde{f}_{\text{fit}}. \quad (2.61)$$

Die Knaak-Routine hat gegenüber der herkömmlichen Auswertung zur Bestimmung der Wellenlänge bestechende Vorteile:

- Der genaue zeitliche Verlauf der Wagenbewegung, d.h. die ortsabhängige Geschwindigkeit, ist für die Messung irrelevant (s. hierzu allerdings Abschnitt 2.4.2). Die Probewellenlänge wird ohne Ausweichen auf den Zeitraum direkt im Ortsraum – genau genommen sogar im Zahlenraum des Wellenlängenverhältnisses – in Einheiten der Referenzwellenlänge bestimmt.
- Durch die hohe Zahl der für die Anpassung heranziehbaren Datenpunkte – bei Verfahrenen um einige 10 cm mißt man n_{max} gleich einige 100 000 – erreicht man auch für „verrauschte“ Datensätze eine hohe relative Genauigkeit im Bereich von 10^{-10} . Jeder der genommenen Datenpunkte wird im Prinzip zur Ermittlung der räumlichen Phasenbeziehung von Referenz- und Probewellenlänge herangezogen. Im Vergleich zum „Zählen“ nach Abschätzung (2.52) ist das Ergebnis somit wesentlich genauer.
- Man kann mit der Knaak-Routine *gleichzeitig* mehrere Wellenlängen bestimmen [Kna00b]; diese werden überlagert auf den Probelasereingang des Wavemeters gegeben. Man erhält an der Photodiode statt eines Sinus gemäß Glg. (2.54) eine Schwebung, die sich auch in dem gemessenen Datensatz nach Glg. (2.55) niederschlägt. In diesem Fall paßt man an den Datensatz eine Funktion der Art $\mathcal{A}(n) = \sum_i A_i \cdot \sin(2\pi n \tilde{f}_i + \phi_i) + B_i$ an.

2.4.2. Fehlerquellen

Bei der Bestimmung von Wellenlängen mit Interferometern gibt es eine Reihe von Fehlerquellen; sie werden im Folgenden qualitativ diskutiert. Die Fehler werden eingeteilt in solche, die sich stets bei der Bestimmung der Wellenlänge mit Interferometern auswirken, und solche, die spezifisch bei der Knaak-Routine auftreten.

Allgemeine Fehlerquellen

Referenzsystem: Die erzielbare Genauigkeit ist beschränkt durch die Genauigkeit, mit der die Referenzwellenlänge bekannt ist. Im Rahmen dieses Experiments wurde die D₂-Linie von



atomarem Cäsium als Referenz herangezogen, die über einen Aufbau der Sättigungsspektroskopie experimentell relativ leicht zugänglich ist und mit einer Frequenzkette auf ± 110 kHz absolut vermessen wurde [Ude00]. Dies entspricht einer relativen Ungenauigkeit von $3 \cdot 10^{-10}$. Abgesehen von der absoluten Linienlage spielt die Genauigkeit, mit der man auf die Linie regeln kann, in zweifacher Hinsicht eine entscheidende Rolle: Zum einen kann ein systematischer Offset bei der Regelung auftreten, ferner ist jede Regelung in ihrer Geschwindigkeit limitiert. Kurzzeitige Frequenzfluktuationen, sogenannte Jitter, mitteln sich bei der Messung, die einige Sekunden dauert, allerdings heraus, wenn sie statistisch verteilt sind. Intensitätsfluktuationen des Referenzlasers spielen keine Rolle, da man nur die Nulldurchgänge der Signale nach Glg. (2.53) zum Meßverfahren heranzieht.

Justage: Es führt zu systematischen Fehlern, wenn die Laufwegunterschiede der Lichtstrahlen in den beiden Interferometerarmen nicht identisch sind. Herkömmlich führt dies zu einem „Verzählen“ (Glg. (2.52)); bei der Knaak-Routine wird das Aliassignal gedehnt bzw. gestaucht.

Dispersion: In Wavemetern ist die Dispersion im variablen Teil des optischen Weges von Bedeutung. Dispersion verändert die Wellenlänge in Medien gegenüber der interessierenden Vakuumwellenlänge, da Medien die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichts gegenüber dem Vakuum modifizieren. Dispersionseffekte machen sich als Fehler bei der Bestimmung der Wellenlänge um so stärker bemerkbar, je weiter Referenz- und Probewellenlänge auseinander liegen. Die Dispersion von Luft in Abhängigkeit von Druck, Temperatur und Anteilen wie Wasserdampf und Kohlendioxid ist recht genau bestimmt worden [Bön98]; gleichwohl muß man diese Daten erfassen, denn bei einem Abstand von beispielsweise 10 nm von Referenz- und Probewellenlänge macht die erforderliche Korrektur im Infraroten etwa 2 pm aus (relativ: $2 \cdot 10^{-6}$). Alternativ kann man das Problem umgehen, indem man das Wavemeter evakuiert.

Krümmung der Wellenfronten: Die Beziehung (2.51) gilt nur für flache Wellenfronten. In der Realität hat man es aber bestenfalls mit beugungsbegrenzten Gaußstrahlen zu tun, was auf eine systematisch niedrigere Wellenlänge führt. Wenn der Laufweg in den Interferometerarmen unterschiedlich lang ist, wird Licht unterschiedlich starker Krümmung zur Interferenz gebracht. In [Mon81] wird die gemessene Wellenlänge λ' abgeschätzt:

$$\lambda' = \frac{4\pi^2 w_0^2 \lambda}{4\pi^2 w_0^2 + \lambda^2}. \quad (2.62)$$

Diese Beziehung gilt für Gaußstrahlen als Näherung innerhalb der Raleigh-Länge (Glg. (2.34)). w_0 ist die Strahltaile, λ steht für die tatsächliche Wellenlänge.

Für beide Wellenlängen – die Referenz- wie die Probewellenlänge – tritt diese Abweichung an den Detektoren auf; folglich erhält man ein falsches Ergebnis bei der Benutzung von Glg. (2.61); es ergibt sich als relativer Fehler, der durch die Krümmung der Wellenfronten hervorgerufen wird:

$$\frac{V' - V}{V} = \frac{4\pi^2 w_0^2 + \lambda_{\text{Probe}}^2}{4\pi^2 w_0^2 + \lambda_{\text{Ref}}^2} - 1. \quad (2.63)$$

Dieser relative Fehler fällt klein aus, wenn die Differenz zwischen Probe- und Referenzwellenlänge klein ist; bei gegebenen Wellenlängen ist der Fehler dann klein, wenn die Strahltaile w_0 verglichen mit den Wellenlängen groß ist.



Spezielle Fehlerquellen bei der Anwendung der Knaak-Routine

Signallaufzeitunterschiede: Die Datenerfassung und -auswertung nach der Knaak-Routine basiert ganz wesentlich darauf, daß die Korrelation zwischen Referenz- und Probesignal gewährleistet ist: Sie besteht in der *Gleichzeitigkeit* des Nulldurchgangs des Referenzlasers und der Datennahme des Probesignals.

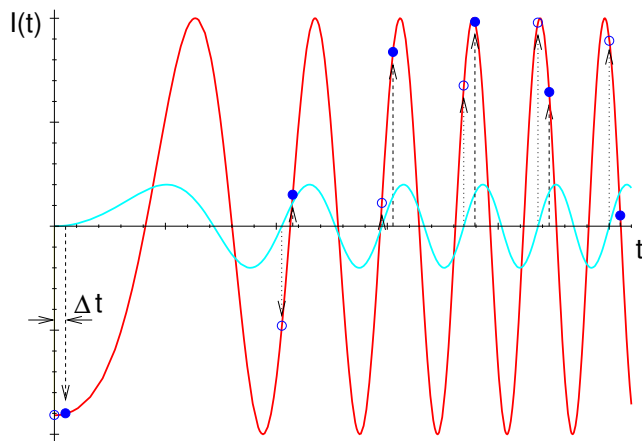


Abb. 2.14.: Photodiodensignale von Referenzlaser (hellblau) und Probelaser (rot) gegen die Zeit bei sinusförmiger Wagenbewegung. Im Fall eines Laufzeitunterschiedes Δt zwischen Nulldurchgang des Referenzsignals und Aufnahme des Probesignals wird die Datennahme abhängig von der Wangengeschwindigkeit. Statt der Soll Datenpunkte (blau, offen) werden die ausgefüllten Datenpunkte genommen; das hat einen Fehler in der Bestimmung der Wellenlänge zur Folge.

In diesem Fall einen Laufzeitunterschied Δt , dann wird vom Probelaser zum Nulldurchgang des Referenzlasers am Anfang und in der Mitte der Wagenbewegung bei konstantem Laufzeitunterschied ein jeweils „unterschiedlich falscher“ Wert genommen. Dazu kommt, daß auch die Sinusbewegung nicht frei von mechanisch bedingten Störungen ist, der Wagen „ruckelt“. Der Sachverhalt ist in Abb. 2.14 illustriert: Hier sind die Signale gegen die Zeit aufgetragen. Das Probelasersignal ist rot eingetragen. Als offene blaue Kreise verzeichnet sind die streng korrelierten Meßwerte zum Nulldurchgang des hellblau verzeichneten Referenzlasers; die ausgefüllten Kreise stehen als Beispiel für Meßwerte, die mit einem konstanten Zeitversatz Δt genommen werden.

Der Effekt ist auf mehrfache Weise empfindlich detektierbar. Zum Beispiel erwartet man bei Verwendung von ein und demselben Laser als Probe- und Referenzlichtquelle stets den gleichen Signalwert. Weichen die erfaßten Daten von einer horizontalen Geraden ab, ist dies ein sicheres Indiz für den beschriebenen Effekt. Man kann bei dieser Diagnosemöglichkeit auch erkennen, welches der Signale – das des Probe- oder das des Referenzlasers – dem anderen nachfolgt. Eine andere Möglichkeit, Laufzeitunterschiede zu diagnostizieren, ist ein charakteristisches Muster, das nach vollführter Anpassung der Struktur eines Datensatzes eigen ist, der die

Die Korrelation wird zunächst gemacht, wenn es einen Laufzeitunterschied zwischen dem Signal an der Photodiode des Referenzlasers und dem des Probelasers gibt. Dies hat seine Ursache z.B. innerhalb der AD-Wandlerrkarte, die zur Datenerfassung benutzt wird: Auf den Triggereingang der Karte wird bei jedem Nulldurchgang des Referenzlasers ein Puls gegeben. Da jedes elektronische Bauteil eine gewisse Verarbeitungszeit benötigt, wird der Meßpunkt des Probelasers ein wenig später erfaßt, gewandelt und gespeichert. Dieser Umstand wurde plakativ als „Tachoeffekt“ bezeichnet, um zu unterstreichen, daß hier die Wagenbewegung eine Rolle spielt. Dieser Umstand ist nur im Fall absolut gleichförmiger Wagenbewegung irrelevant, da dann bei der Datennahme stets der gleiche zeitlichen Versatz auftritt.

In der Praxis kann von diesem Fall nicht ausgegangen werden. Häufig nämlich wird der Wagen mit den Retroreflektoren über ein rotierendes Rad angetrieben und vollführt also eine sinusförmige Bewegung. Gibt es in die-

Differenz zwischen Anpassungswerten und Meßdaten repräsentiert (vgl. Abb.4.2). Schließlich besteht die Möglichkeit, den Datensatz der Meßpunkte nach Glg. (2.55) aufzunehmen und in der Auswertung einerseits vollständig und andererseits nur zur Hälfte zu berücksichtigen. Signallaufzeitunterschiede führen in der Frequenz zu einem deutlich unterschiedlichen Ergebnis für den vollen und den halben Datensatz.

Der beschriebene Effekt ist korrigierbar, indem elektronisch eine Verzögerung des Signals vorgenommen wird.

Analoge Signalqualität: Prinzipiell ist eine Sinusfunktion bei Vorgabe des Frequenzbereichs durch drei Punkte eindeutig bestimmt. Allerdings ist jede Messung eines Einzelpunktes fehlerbehaftet. Diese Fehler sind z.B. durch Intensitätsfluktuationen des Probelasers gegeben. Sie sind also als statistisch verteilt anzunehmen. Daher mitteln sie sich zu einem erheblichen Teil weg. Die Qualität der Auswertung mittels Anpassung hängt in erster Näherung an der Anzahl m von Punkten, die zu Verfügung stehen: Der Fehler sinkt, wenn die Anzahl m steigt, wie $1/\sqrt{m}$.

Digitalisierungsrauschen: Ein systematisches „Verrauschen“ ist durch die Verwendung einer AD-Wandlerkarte gegeben; der analoge Wert wird digitalisiert, also in computerverwertbare Form mit endlich vielen Stellen überführt: Aus der tatsächlich anliegenden Spannung wird ein Wert mit typischerweise nur 2^{12} Bit gemacht. Diese Rasterung ist mit Verlust an Genauigkeit verbunden und kann nur durch die erwähnte große Zahl von Meßpunkten aufgefangen werden.

Länge des Wagenlaufs: Wie in der einführenden Beschreibung von Wavemetern erwähnt, steigt die Genauigkeit, wenn der Wagenweg lang ist; dies entnimmt man der Abschätzung Glg. (2.52).

Wie bereits in [Mon81] erkannt und zur Auswertung genutzt, spielen die erfaßten Punkte am Anfang und Ende der Wagenfahrt eine gewichtigere Rolle als die in der Mitte aufgenommenen. Der Fehler bei der Bestimmung der Aliasfrequenz wird bei gegebenem mittleren Fehler des Einzelmeßwertes umso geringer, je länger der Wagenlaufweg ist.

Erfassung der Datenpunkte: Die Datenpunkte müssen ohne Auslassung erfaßt werden; das erfordert eine ausreichend schnelle AD-Wandlerkarte, denn es müssen einige 100 000 Meßwerte in einem Zeitraum von einigen Sekunden – der Dauer der Wagenfahrt – erfaßt, gewandelt und gespeichert werden. Bei sinusförmiger Wagenfahrt müssen in der Wegmitte Meßwerte, die im Abstand von 100 ns aufeinanderfolgen, verarbeitet werden. Solche Karten sind erst seit einigen Jahren verfügbar. Sollten bei der Erfassung Datenpunkte ausgelassen werden, macht sich dies in einem Fehler in der Wellenlängenbestimmung bemerkbar: Das Aliassignal ist dann nicht durch eine Sinuskurve gegeben, sondern weist Sprünge auf.

Während die Knaak-Routine – von Signallaufzeitunterschieden abgesehen, s.o. – an sich auf die genaue Wagengeschwindigkeit und insbesondere Beschleunigungen nicht sensitiv ist, wäre dies im Falle einer kurzzeitigen Bewegungsumkehr, also eines Rücklaufs des Wagens, nicht der Fall: Als Pendant zu ausgelassenen Meßpunkten würden dann eventuell *zusätzliche* aufgenommen, was ebenfalls zu Sprüngen im Aliassignal führen würde.



Die vollständige und fehlerfreie Aufnahme der Datenpunkte ist technisch aber durchaus realisierbar. Der einen Fehlerquelle begegnet man mit schnellen AD-Wandlerkarten (bzw. schnellen Computern an sich), der anderen zum Beispiel durch Verwendung von Schwungrädern und weitgehend spielfreiem Antrieb, durch die ein ungewollter Wagenrücklauf vermeidbar ist.

Nichtlinearitäten der Detektoren: Photodioden weisen über ihren zulässigen Meßbereich Nichtlinearitäten auf; kommen für ein und dasselbe Signal mehrere Photodioden zum Einsatz (vgl. Abschnitt 3.2.1), die zudem unterschiedlich intensiv ausgeleuchtet werden, dann wird das Aliassignal von der Sinusform abweichen. Als Resultat wird die Anpassung auf ein vom tatsächlichen Wert abweichendes Ergebnis führen. Man behebt diesen Fehler, wenn man die Anpassungsfunktion (2.57) um höhere harmonische Anteile ergänzt:

$$\mathcal{A} = A_1 \cdot \sin(2\pi n\tilde{f} + \phi_1) + A_2 \cdot \sin(4\pi n\tilde{f} + \phi_2) + A_3 \cdot \sin(6\pi n\tilde{f} + \phi_3) + B. \quad (2.64)$$

Gegenseitige Abhängigkeit der Anpassungsparameter: Eine Anpassung ist ein iteratives Verfahren, bei dem – ausgehend von Startwerten – die Anpassungsparameter variiert werden. Ziel ist, den Ausdruck

$$\chi^2 := \sum_{n=1}^{n_{max}} (\mathcal{M}(n) - \mathcal{A}(n))^2 \quad (2.65)$$

zu minimieren; dabei sind $\mathcal{M}(n)$ die nach Glg. (2.55) gemessenen Datenpunkte und $\mathcal{A}(n)$ die gemäß Glg. (2.57) angepaßten Werte.

Die Anpassungsprozedur selbst führt u.U. zu Fehlern⁵. Mathematisch sind die Parameter in Glg. (2.57), nämlich die Amplitude, die Wellenlänge, die Phase und der Offset, nicht oder höchstens schwach (dies ist der Fall für Frequenz und Phase) miteinander korreliert. Verschiedene Umstände können aber zu einer Korrelation der Parameter führen.

Das Zustandekommen von Korrelationen wird deutlich, wenn man als Fehlerquelle z.B. nicht-perfekte Überlagerung von Wagenweg und Laserstrahl annimmt: In diesem Fall ist die Amplitude des Aliassignals über den Wagenweg nicht konstant. Dies wird in der Anpassungsfunktion (2.57) aber vorgegeben. Bei der Prozedur wird ein globales Minimum des χ^2 -Wertes aufgesucht, und wenn die beispielhaft angenommene Amplitudenvariation über den Wagenweg die einzige Fehlerquelle wäre, dann würde dieses Minimum nicht auf die richtige Wellenlänge führen. Weitere Beispiele dieser Art lassen sich beliebig finden. Ein prominentes tritt bei der Bestimmung mehrerer Wellenlängen auf (vgl. 2.4.1), da die Amplituden der auszuwertenden Probesignale kaum je gleich groß sind; in diesem Fall wird die Wellenlänge des „kleineren“ Interferenzsignals systematisch falsch bestimmt.

Zwar kann man prinzipiell versuchen, in der Anpassungsfunktion alle Fehler zu berücksichtigen, z.B. durch eine positionsabhängige Amplitude $A_{\text{fit}} = a_{\text{fit}} \cdot \sin(0.5 \frac{2\pi n}{L} + \psi_{\text{fit}})$; L sei dabei die Länge des Wagenwegs. Dies führt aber zu vielen, technisch nicht mehr handhabbaren Parametern.

⁵Ein trivial erscheinendes Problem, das aber übersehen werden kann, ist, daß zur Erzielung der hohen Genauigkeit im Computerprogramm die Daten in einem Format verarbeitet werden müssen, so daß hinreichend viele Stellen zur Berechnung herangezogen werden.



Startwerte für die Anpassungsprozedur: Die Startwerte müssen für die Anpassungsprozedur vorgegeben werden. Die Vorgaben sind bis auf die Frequenz unkritisch. Um dies zu untersuchen, ermittelt man Funktionen, in denen die Variation des jeweiligen Anpassungsparameters gegen χ^2 aufgetragen wird. Dies ist für das hier beschriebene Startwertproblem in [Hac02] diskutiert.

Amplitude und Offset können im Prinzip beliebig vorgegeben werden (wenn man auch „vernünftige“ Werte annehmen sollte, um Rechenzeit zu sparen; sie sind als Startwerte zudem aus dem Datensatz relativ leicht zu ermitteln), sie führen auf nur ein Minimum für χ^2 . Für die Phase gibt es zwar viele, aber gleichtiefe und -wertige Minima, die die Symmetrie des Sinus $\sin(x) = \sin(x + 2\pi)$ widerspiegeln.

Lediglich die Frequenz muß von vornherein mit einer relativen Genauigkeit von 10^{-6} vorgegeben bzw. aus dem Datensatz ermittelt werden, da die Funktion $\chi^2(\Delta\tilde{f}/\tilde{f})$ periodische Nebenminima aufweist, die allerdings im Absolutwert bedeutend größer ausfallen als das globale Minimum.

Gleichung (2.60) entnimmt man, daß im Fall als positiv vorgegebener $\tilde{f}_{\text{fit}}$ zur Ermittlung der Wellenlänge angegeben werden muß, welche der Wellenlängen von Referenz- und Probelaser die größere ist. Dies ist z.B. aus dem Datensatz nach Glg. (2.55) mittels Zählmethode feststellbar.

2.4.3. Abschlußbemerkung

Die Auswertung nach der Knaak-Routine kann mit künstlich generierten Datensätzen nach Glg. (2.56) getestet werden, was den Einfluß einer Reihe von Parametern zu simulieren gestattet. So können die Differenz von Probe- und Referenzwellenlänge, die Länge des Datensatzes (das entspricht der Länge des Wagenweges), die Verrauschtheit und der Digitalisierungsfehler des Datensatzes usw. variiert werden. Auch Fehler durch Laufzeitunterschiede zwischen Referenz- und Probesignal, nichtperfekte Überlagerung von Licht- und Wagenweg, Nichtlinearitäten und das „Fehlen“ oder Einfügen „zusätzlicher“ Datenpunkte wurden so untersucht. Für als typisch angenommene Werte stellt sich dabei heraus, daß relative Genauigkeiten im Bereich von 10^{-10} erreichbar sein sollten.

Da die hier diskutierten Fehlerquellen teilweise korreliert und im Grad ihrer Auswirkung zudem unterschiedlich sind, ist eine quantitative Angabe der erreichbaren Genauigkeit schwierig. Es bleibt aber die Möglichkeit, entweder zwei genau bekannte Wellenlängen als Probe- und Referenzlaser zu vermessen oder aber (bei bekannter Referenzwellenlänge) denselben unbekannten Probelaser parallel mit einem genaueren Wavemeter zu bestimmen und das Ergebnis mit dem zu vergleichen, das mit dem hier vorgestellten Interferometer erzielt wurde.

2.5. Laserstabilisierung

In der Spektroskopie gibt es stets einen Zusammenhang zwischen der Laserfrequenz f und dem detektierten Signal $g(f)$; nehmen wir zum Beispiel an, es handele sich um eine Gauß-Funktion:

$$g(f) = e^{-(f-f_0)^2}. \quad (2.66)$$

Um den Laser auf das Signal zu stabilisieren, d.h. auf dem Maximalwert $g_{\text{max}}(f_0)$ „festzuhalten“, bedarf es eines Fehlersignals, das man aus $g(f)$ gewinnt, und einer nachgeschalteten



Regelung. Das Fehlersignal soll die Information, ob sich der Laser bei größerer oder kleinerer Frequenz als dem Regelpunkt f_0 befindet, liefern und zudem eine eindeutige Richtung für das Stellglied vorgeben, mit dem der Laser bei Abweichung vom Regelpunkt zurückgeführt werden kann.

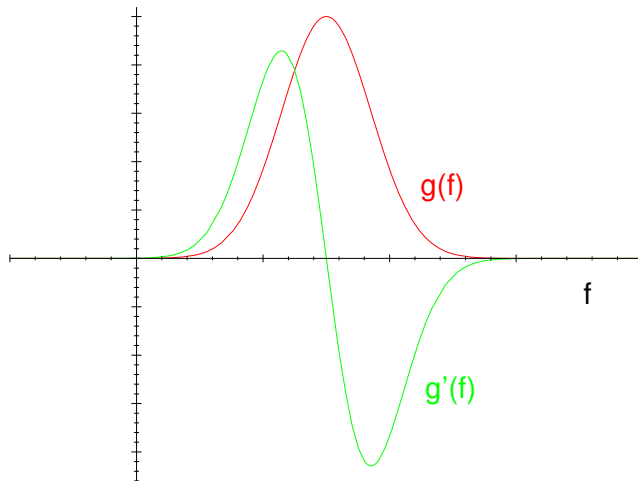


Abb. 2.15.: Bildung des Fehlersignals: Für eine zu f_0 symmetrische Beziehung zwischen Frequenz f und Detektorsignal $g(f)$ stellt die Ableitung $g'(f)$ ein Regelsignal dar.

Ein Beispiel für ein solches Regelsignal ist die Ableitung; für das Beispiel nach Glg. (2.66) wäre das also die Funktion

$$g'(f) = 2(f_0 - f) \cdot e^{-(f-f_0)^2}. \quad (2.67)$$

Die Funktion ist in Abb. 2.15 dargestellt: Rot die Gauß-Funktion und grün die Ableitung derselben. Es gibt weitere Möglichkeiten, ein Regelsignal zu erzielen; beispielsweise sind alle ungeraden Ableitungen geeignet. Für das Regelsignal erkennt man einen näherungsweise linearen Zusammenhang in der Umgebung des Regelpunkts f_0 . Aus dem Vorzeichen des Fehlersignals ergibt sich die Regelrichtung.

Regelsignale dieser Art werden mit mehr oder weniger großem Aufwand in sog. Lockin-Verstärkern generiert. Dazu stehen verschiedenste Techniken zur Verfügung. Während

die nachfolgende PID-Regelung (Proportional-, Integral- und Differentialregelung) Lehrbüchern der Elektrotechnik entnommen werden kann, soll das Funktionsprinzip der für das Experiment entwickelten Lockin-Verstärker knapp erläutert werden. Sie kommen einerseits im Referenzsystem zum Einsatz, hier wird auf einzelne Linien des D_2 -Übergangs von atomarem Cäsium geregelt, andererseits muß der Probeleraser auf einen der dopplerverschobenen Übergänge $D \rightarrow P$ der Kalziumionen geregelt werden (vgl. Kap. 2.2). Die vorgestellten Lockin-Verstärker lassen sich uneingeschränkt nur für spiegelsymmetrische Zusammenhänge zwischen Laserfrequenz und Signal einsetzen.

2.5.1. Regelung auf die Cs- D_2 -Linie

Cäsium verdampft bereits bei Raumtemperatur, so daß man mit evakuierten Glaszellen, in die ein wenig Cäsium eingebracht wurde, Sättigungsspektroskopie an atomaren Cs-Atomen treiben kann. Cäsium verdankt seinem hohen Kernspin von $I=7/2$ eine ausgeprägte Hyperfeinstruktur; der Grundzustand $6S_{1/2}$ spaltet in die Niveaus $F=3$ und $F=4$ (Abstand: 9 GHz, über die derzeit die Sekunde definiert ist), der erste angeregte Zustand der D_2 -Linie $6P_{3/2}$ in die Niveaus $F'=2$ bis $F'=4$ auf, die etwa 200 MHz Abstand voneinander haben. Wegen der Auswahlregeln kommt es bei einem klassischen Aufbau der dopplerfreien Sättigungsspektroskopie⁶ also pro Grundzustand zu drei direkten und drei sog. Crossover-Resonanzen; letztere liegen genau zwischen den eigentlichen Resonanzen und kommen durch Atome zustande, die

⁶Man spricht besser von Pumpspektroskopie, da hier optisches Pumpen zu den Linien führt. Der Begriff Sättigungsspektroskopie ist streng genommen nur auf Zweiniveausysteme anwendbar.

einer Geschwindigkeitsklasse angehören, die mit dem hinlaufenden Laserstrahl bezüglich eines und mit dem rücklaufenden Laserstrahl bezüglich eines zweiten Niveaus in Resonanz sind (und umgekehrt).

Die je sechs Linien tauchen bei Raumtemperatur im Spektrum mit einer technischen Breite von 7 MHz bei nur wenig Laserleistung (einige μW) aus dem etwa 600 MHz breiten Doppleruntergrund auf. Für nähere Angaben, wie z.B. Linienform und -lage in Abhängigkeit von externen Magnetfeldern, der Polarisation des Laserlichts und dem Verhältnis der Leistung von Pump- und Probestrahl siehe [Sch94].

In der Diskussion zur Bereitstellung des Regelsignals soll der Doppleruntergrund vernachlässigt und nur eine einzige Linie betrachtet werden. Man kann sie in sehr guter Näherung als Lorentzfunktion $l(\omega)$ darstellen:

$$l(\omega) = \frac{h \cdot (b/2)^2}{(\omega - \omega_0)^2 + (b/2)^2} \quad (2.68)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} l^{(n)}(\mathfrak{S}) \cdot (\omega - \mathfrak{S})^n. \quad (2.69)$$

In Glg. (2.68) ist die Laserfrequenz f der übersichtlicheren Schreibweise wegen als Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ angegeben, b steht für die Breite und h für die Höhe des Profils. Man kann für den Ausdruck eine Taylorentwicklung vornehmen, der auf Glg. (2.69) führt. $l^{(n)}(\mathfrak{S})$ steht dabei für die n . Ableitung der Funktion (2.68) nach ω an der Stelle $\mathfrak{S}$. Ziel ist, die Frequenz des Lasers auf $\mathfrak{S} = \omega_0$ einzustellen und ihn dort zu halten. Um dies zu bewerkstelligen, moduliert man das Laserlicht cosinusförmig in der Zeit um die Frequenz $\mathfrak{S}$, die der Laser tatsächlich, z.B. infolge Drift, emittiert:

$$\omega(t) = \mathfrak{S} + \mathfrak{H} \cdot \cos(f \cdot t). \quad (2.70)$$

Dabei ist $\mathfrak{H}$ der Modulationshub und $f/(2\pi)$ die Modulationsfrequenz. Setzt man den Ausdruck (2.70) in Glg. (2.69) ein, erhält man als zeitabhängiges Signal am Detektor (einer Photodiode) eine Spannung $u(t)$:

$$u(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} l^{(n)}(\mathfrak{S}) \cdot \mathfrak{H}^n \cdot \cos^n(f \cdot t). \quad (2.71)$$

Diese Gleichung kann man mit Hilfe trigonometrischer Beziehungen umstellen, so daß man statt der potenzierten Cosinusterme solche mit höheren harmonischen Anteilen erhält:

$$u(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \mathfrak{H}^{2n} l^{(2n)}(\mathfrak{S}) + \sum_{n=0}^{\infty} b_n \mathfrak{H}^{2n+1} l^{(2n+1)}(\mathfrak{S}) \cdot \cos(f \cdot t) + \sum_{n=0}^{\infty} c_n \mathfrak{H}^{2n+2} l^{(2n+2)}(\mathfrak{S}) \cdot \cos(2f \cdot t) + \sum_{n=0}^{\infty} d_n \mathfrak{H}^{2n+3} l^{(2n+3)}(\mathfrak{S}) \cdot \cos(3f \cdot t) + \dots \quad (2.72)$$

Die Terme $a_n, b_n, \dots$ sind Vorfaktoren, die sich aus den trigonometrischen Beziehungen erheben. Soweit beschreibt Ausdruck (2.72) noch immer das zeitabhängige Signal am Detektor. Mit einem auf die Frequenz f eingestellten Bandpaß-Filter wird die (blau hervorgehobene)



zweite Summe herausgenommen und zur weiteren Verarbeitung im Lockin-Verstärker benutzt. Man multipliziert diesen herausgefilterten Anteil elektronisch mit der Spannung, die den cosinusförmigen Modulationshub der Laserfrequenz bewirkt:

$$\hat{u}(t) = \cos(f \cdot t + \psi); \quad (2.73)$$

sie weist gegenüber Glg. (2.70) eine Phase ψ auf, die elektronisch, aber auch prinzipiell bedingt sein kann. Man erhält damit:

$$U(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} b_n \mathfrak{H}^{2n+1} l^{(2n+1)}(\mathfrak{S}) \cdot \cos(\psi) + \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} b_n \mathfrak{H}^{2n+1} l^{(2n+1)}(\mathfrak{S}) \cdot \cos(2f \cdot t + \psi). \quad (2.74)$$

Ein weiterer Filter, diesmal eine Bandsperre für die doppelte Modulationsfrequenz, selektiert die (blau markierte) zeitunabhängige erste Summe von Glg. (2.74) heraus, der zeitabhängige Ausdruck scheitert am Filter. Der zeitunabhängige Term stellt direkt das gesuchte Fehlersignal $F(\mathfrak{S})$ dar. Die Terme b_n kann man berechnen und erhält somit als Fehlersignal, das man an das Stellglied des Regelkreises führt:

$$\begin{aligned} F(\mathfrak{S}) &= \left[\frac{\mathfrak{H}}{2} l'(\mathfrak{S}) + \frac{\mathfrak{H}^3}{16} l'''(\mathfrak{S}) + \frac{\mathfrak{H}^5}{384} l^{(5)}(\mathfrak{S}) + \frac{\mathfrak{H}^7}{18432} l^{(7)}(\mathfrak{S}) + \dots \right] \cos(\psi) \\ &\approx \frac{\mathfrak{H}}{2} l'(\mathfrak{S}) \cdot \cos(\psi). \end{aligned} \quad (2.75)$$

Die Näherung für Glg.(2.75) gilt, bedingt durch die Ableitungen $l^{(n)}$, für den Fall $\mathfrak{H} < b$; der Modulationshub muß kleiner als die Signalbreite sein. Glg. (2.75) drückt aus, daß die Phase ψ einerseits die absolute Größe des Signals verändert und andererseits wegen der Symmetrie der Cosinusfunktion einen Wechsel der Steigungsrichtung des Fehlersignals zur Folge haben kann. Zur Optimierung des Fehlersignals muß die Größe ψ am Lockin-Verstärker einstellbar sein. Die letzte Zeile in Glg. (2.75) stellt genau den nach der Einleitung gesuchten Ausdruck (2.67) dar: Er ist zeitunabhängig und gibt die Laserfrequenz bezogen auf das Signal (2.68) an. Man kann analog eine Herleitung auch dann durchführen, wenn die Abhängigkeit von Signal und Frequenz durch einen anderen Ausdruck als eine Lorentzfunktion gegeben ist. Dies ist tatsächlich der Fall, da sich der Lorentzpeak auf einem breiten Untergrund, der durch eine Gaußfunktion beschrieben wird, befindet.

2.5.2. Regelung auf die Ca^+ -Linie

Das Signal, mit dem der Probelaaser auf den Ca^+ -Übergang geregelt wird, entstammt einem Photomultiplier. Die Pulse gegebener Länge aus diesem Gerät kommen mit statistischer Verteilung, die ihre Ursache im vergleichsweise selten stattfindenden physikalischen Prozeß der Emission eines Fluoreszenzphotons, der Winkelverteilung der emittierten Photonen und der Ansprechwahrscheinlichkeit des Detektors hat. Der Zusammenhang mit der Laserfrequenz liegt in der Zählrate $r(t)$, die man in zwei Anteile zerlegen kann:

$$r(t) = \overline{m}(\omega) + z(t). \quad (2.76)$$

Dabei stellt $\overline{m}(\omega)$ eine mittlere Zählrate dar, die direkt mit der Laserfrequenz ω zusammenhängt; wenn die Linienform in erster Linie durch die natürliche Lebensdauer bestimmt wird,



ist dieser Ausdruck wieder eine Lorentzfunktion gemäß Glg. (2.68), allerdings mit der Dimension $[\overline{m}(\omega)] = 1/s$. Dieser Anteil ist nicht von der Zeit, sondern nur von der Laserfrequenz abhängig. Der Beitrag $z(t)$ spiegelt den Zufallscharakter bzw. das Rauschen wider.

Um bei einem solchen Signal ein Fehlersignal zu gewinnen, wird die Laserfrequenz ebenfalls gemäß Glg. (2.70) cosinusförmig moduliert. Man multipliziert das so gewonnene Signal $r(t) = \overline{m}(\omega(t)) + z(t)$ mit dem Modulationssignal (Glg. (2.73)), und integriert über eine konstante Zeitspanne Δ . Auch in diesem Fall sei die mittlere Frequenz des Lasers als $\mathfrak{S}$ bezeichnet:

$$\begin{aligned} U(t) &= \int_t^{t+\Delta} r(t') \cos(\mathfrak{f}t' + \psi) dt' \\ &= \int_t^{t+\Delta} \overline{m}(\mathfrak{H} \cos(\mathfrak{f}t') + \mathfrak{S}) \cos(\mathfrak{f}t' + \psi) dt' + \int_t^{t+\Delta} z(t') \cos(\mathfrak{f}t' + \psi) dt'. \end{aligned} \quad (2.77)$$

Dieser Ausdruck ist offensichtlich zeitabhängig, auch fällt der Zusammenhang mit der Abweichung vom Regelpunkt nicht ins Auge. Dies wird anders, wenn man die Integrationszeit durch Vielfache der Modulationsfrequenz $\mathfrak{f}$ ausdrückt: $\Delta = 2\pi k/\mathfrak{f} + \mathfrak{R}$, $k \in \mathbb{N}$.

$$\begin{aligned} U(t) &= \int_t^{t+2\pi k/\mathfrak{f}} \overline{m}(\mathfrak{H} \cos(\mathfrak{f}t') + \mathfrak{S}) \cdot \cos(\mathfrak{f}t' + \psi) dt' + \\ &\quad \int_{t+2\pi k/\mathfrak{f}}^{t+\mathfrak{R}} \overline{m}(\mathfrak{H} \cos(\mathfrak{f}t') + \mathfrak{S}) \cdot \cos(\mathfrak{f}t' + \psi) dt' + \int_t^{t+\Delta} z(t') \cdot \cos(\mathfrak{f}t' + \psi) dt' \end{aligned} \quad (2.78)$$

Die beiden letzten Summanden $\mathfrak{R}(t) := \int_{t+2\pi k/\mathfrak{f}}^{t+\mathfrak{R}} \overline{m}(\mathfrak{H} \cos(\mathfrak{f}t') + \mathfrak{S}) \cdot \cos(\mathfrak{f}t' + \psi) dt'$ und $\mathfrak{F}(t) := \int_t^{t+\Delta} z(t') \cdot \cos(\mathfrak{f}t' + \psi) dt'$ stellen Störungsterme dar, die vergleichsweise klein werden, wenn die Integrationszeit Δ groß wird; $\mathfrak{R}(t)$ kann man ganz unterdrücken, wenn man genau ein Vielfaches der Modulationsfrequenz $\mathfrak{f}$ als Integrationszeit wählt. Für die mittlere Zählrate $\overline{m}(\omega)$ setzt man im ersten Summanden von Ausdruck (2.78) eine Taylorentwicklung an, formt trigonometrisch entsprechend Ausdruck (2.72) um und erhält:

$$U(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \left[\int_t^{t+2\pi k/\mathfrak{f}} \sum_{n=0}^{\infty} (a_{i,n} \mathfrak{H}^{2n+i} \overline{m}^{(2n+i)}(\mathfrak{S}) \cos(i\mathfrak{f}t')) \cdot \cos(\mathfrak{f}t' + \psi) dt' \right] + \mathfrak{R}(t) + \mathfrak{F}(t) \quad (2.79)$$

Wenn man die Multiplikation unter dem Integral (erster Summand) ausführt und nach zeitu-nabhängigen und zeitabhängigen Gliedern umsortiert, ergibt sich:



$$U(t) = \frac{k}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (a_{2,n} \mathfrak{H}^{2n+1} \overline{m}^{(2n+1)}(\mathfrak{S})) \cdot \cos(\psi) + k \int_t^{t+2\pi/\mathfrak{f}} \sum_{n=1}^{\infty} \mathcal{O}(\cos(n\mathfrak{f}t' + \psi)) dt' + \mathfrak{R}(t) + \mathfrak{F}(t) \quad (2.80)$$

$$= \frac{k}{2} \sum_{n=0}^{\infty} a_{2,n} \mathfrak{H}^{2n+1} \overline{m}^{(2n+1)}(\mathfrak{S}) \cdot \cos(\psi) + \mathfrak{R}(t) + \mathfrak{F}(t) \quad (2.81)$$

$$\approx \frac{k\mathfrak{H}}{2} \overline{m}'(\mathfrak{S}) \cdot \cos(\psi) + \mathfrak{R}(t) + \mathfrak{F}(t). \quad (2.82)$$

Beim Schritt von Ausdruck (2.80) zu (2.81) wird die Symmetrie des Cosinus berücksichtigt, alle zeitabhängigen Ausdrücke heben sich weg: $\int_t^{t+2\pi/\mathfrak{f}} \cos(n\mathfrak{f}t') dt' = 0$. Der erste Ausdruck in Glg.(2.81) läßt sich wie in Glg.(2.75) nähern, falls der Modulationshub $\mathfrak{H}$ kleiner als die Linienbreite ist.

Somit wird auch in der hier gezeigten Methode ein Fehlersignal gewonnen, das maßgeblich auf der ersten Ableitung des Zusammenhangs zwischen Laserfrequenz und Signal beruht. Das Rauschen $\mathfrak{R}(t)$, das auf die statistische Verteilung der Pulse zurückzuführen ist, läßt sich hingegen nicht völlig vermeiden und nur dadurch verringern, daß die Integrationszeit hinreichend groß gewählt wird. Damit verringert sich allerdings die Regelungsgeschwindigkeit.

2.6. Zur Abschätzung der erzielbaren Genauigkeit

2.6.1. Eingehende Elementargrößen

Die Glgn. (2.4) bzw. (2.7) und (2.8) sowie (2.12) enthalten im Vorfaktor den Ausdruck m/q ; die Ionenmasse über der Ionenladung ist eine Meßgröße, die man mit hoher Präzision über eine Frequenzmessung in Ionenfallen erhalten kann (s. beispielsweise [Bra99]).

Für Kalzium ist diese Untersuchung offenbar noch nicht vorgenommen worden, der Literatur kann man lediglich die relative Masse des Kalziumatoms entnehmen. Die relative Masse bezieht sich auf die atomare Einheitsmasse, die man von Kohlenstoff ableitet: $1 \text{ u} = 1/12 m(^{12}\text{C})$.

Die Masse $m(^{40}\text{Ca}^+)$ des Ions erhält man gemäß der Gleichung

$$\begin{aligned} m(^{40}\text{Ca}^+) &= (m_{\text{rel}}(^{40}\text{Ca}) - m_{\text{rel}}(e)) \cdot u + \frac{E_I(\text{Ca})}{c^2} \\ &= 66.358\,519\,5\,(57) \cdot 10^{-27} \text{ kg} \end{aligned} \quad (2.83)$$

mit der relativen Elektronenmasse $m_{\text{rel}}(e)$, der Ionisierungsenergie von Kalzium $E_I(\text{Ca})$ sowie der Lichtgeschwindigkeit c (s. Tabellen A.1, A.2 und A.3). Bei dem angegebenen Fehler handelt es sich um den Größtfehler, wobei der Fehler der relativen Elektronenmasse und der Fehler der Ionisierungsenergie vernachlässigbar sind.

Die Elementarladung e ist auf etwa acht Stellen genau bekannt, die Lichtgeschwindigkeit per Definition fehlerfrei; selbst unter Annahme des Größtfehlers ergibt sich der Vorfaktor κ für einfach geladenes Kalzium ($q = e$) zur Bestimmung der Spannungen somit zu

$$\kappa := \frac{m(^{40}\text{Ca}^+) c^2}{e} = 3.722\,440\,35\,(47) \cdot 10^{10} \text{ V}. \quad (2.84)$$



Der relative Fehler in der Bestimmung der Spannung, der aus der endlich genau bekannten Masse des Kalziumions und der endlich genau bekannten Elementarladung herrührt, beträgt $1.25 \cdot 10^{-7}$ für alle Spannungen.

Weitere Isotope tragen zum Signal nur absolut vernachlässigbar bei; zum einen ist das nächsthäufige Isotop ^{44}Ca nur zu 2%, andere Isotope sind in natürlichem Kalzium nur in Spuren enthalten. Außerdem kommt es bei der Beschleunigung mit U wegen des Massendifferenz zu einer Verschiebung der Frequenz, die einige Gigahertz beträgt. Isotope werden damit ebensovienig zu Fluoreszenz angeregt wie mehrfach geladene Kalziumionen oder Moleküle, die ebenfalls aus der Quelle austreten mögen.

2.6.2. Potentialdifferenzen

Wenn man die Spannung zwischen der Ionenquelle und einer Fluoreszenzkammer mißt, hat man von einem Fehler in der Spannungsmessung in der Größenordnung von 1 V auszugehen, dessen Beiträge schwierig oder gar nicht abschätzbar sind (s. Glg. (2.13)). Im Zweikammerbetrieb (vgl. Abschnitt 2.1.5) reduziert sich der Fehler nach Glg. (2.19) auf die Differenz der ohnehin kleinen Raumladungsbeiträge des Strahls selbst. Um eine Linienverschiebung durch den Stark-Effekt zu vermeiden, darf die Potentialdifferenz zwischen Nachweiskammer und umgebendem Driftrohr nicht zu groß sein; 10 V sind völlig ausreichend, um vorzeitige Wechselwirkung mit dem Laserlicht zu vermeiden.

2.6.3. Der Einfluß von Stößen

Eine systematische Verschiebung der Linienlage kann in Folge von Stößen der Ionen mit Restgas auftreten. Werden z.B. die geproben metastabilen Zustände durch Stoß besetzt, wird die dafür nötige Energie der kinetischen Energie entnommen. Eine reibungsähnliche Kraft, wie sie bei der Stoßkühlung ausgenutzt wird [Her01], bremst die Ionen eventuell zusätzlich ab. Dieser Umstand ist experimentell zu überprüfen.

2.6.4. Winkelfehler

Den Winkel α zwischen Laser- und Ionenstrahl kann man in kollinearer Spektroskopie als Fehler begreifen, den man nach Glg. (2.4) berücksichtigt. Nach den Ausführungen in Kap. 2.3 können die Divergenz von Ionen- und Laserstrahl vernachlässigt werden⁷.

Den Winkel α_g kann man geometrisch bestimmen. Er ergibt sich aus den Blendenöffnungen mit dem Durchmesser D und ihrem Abstand L gemäß

$$\tan(\alpha_g) = D/L. \quad (2.85)$$

Der Sachverhalt ist in der Prinzipskizze 2.16 dargestellt. Die größte Abweichung ergibt sich für die dunkelblau dargestellten Trajektorien, die die größtmögliche (geometrisch bedingte) Abweichung von der Sollbahn darstellen. Man mache sich klar, daß es nicht die Blenden, sondern der Laserstrahl (in der Abbildung als schraffierte Fläche angedeutet) ist, der den

⁷Neben der Verbreiterung, die aus den Divergenzen resultiert, haben diese prinzipiell auch eine stets verringerte Frequenz im Mittel zur Folge.



Winkel festlegt: Ionen, die sich auf Trajektorien außerhalb des Laserstrahls bewegen, werden nicht zum Leuchten angeregt und tragen also zum Signal nicht bei.

Ein weiterer Mechanismus, der einen Winkel zur Folge hat, ist in Abb. 2.16 ebenfalls (stark übertrieben) dargestellt: Unter dem Einfluß eines Magnetfeldes B weichen die Ionen aufgrund der Lorentz-Kraft, die sie wegen ihrer Geschwindigkeit spüren, von der Soll- auf eine Kreis-segmentbahn ab. Der Ionenstrahl passiert dabei trotzdem Ein- und Austrittsblende. Der resultierende Winkel α_B an der Austrittsblende ergibt sich zu

$$\sin(\alpha_B) = L \cdot B \cdot \sqrt{\frac{q}{8mU}}. \quad (2.86)$$

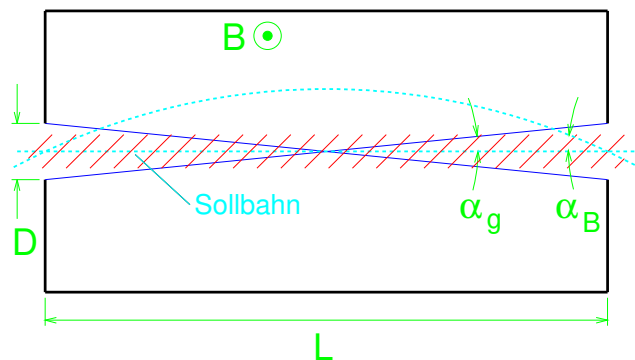


Abb. 2.16.: Bestimmung des Winkelfehlers: Der Winkel zwischen Laser- und Ionenstrahl ergibt sich aus der Geometrie. Magnetfelder führen u.U. zu einem weiteren Beitrag.

Geht man vom Erdmagnetfeld ($0.5 \cdot 10^{-4} \text{ T}$) aus, resultiert ein Winkel von 0.2 mrad bei 20 kV und einem Driftrohr von 800 mm (für Kalziumionen). Nach Glg. (2.86) wirkt sich eine Verlängerung des Driftrohrs nachteilig auf den Winkelfehler aus, der aus einem Magnetfeld resultiert; dies ist bei dem geometrischen Zusammenhang (2.85) entgegengesetzt. Man kann dem Einfluß durch ein Magnetfeld allerdings gleich in zweierlei Weise begegnen: Zum einen läßt sich ein Magnetfeld effektiv abschirmen, zum anderen verschwindet der Beitrag zum Winkelfehler, wenn man die eigentliche Beobachtungsregion – die Fluoreszenzkammer – statt am Ende in der Mitte des Driftrohrs positioniert (s. Abb. 2.16).

2.6.5. Fehler in der Bestimmung der Frequenzen

Bei der Bestimmung der Frequenzen gehen mehrere Fehlergrößen ein: Zunächst ist der Fehler $\Delta f_{\text{Wavemeter}}$, mit der das System Interferometer/Referenzlaser Frequenzen zu messen gestattet, experimentell zu bestimmen, indem man eine bekannte Probewellenlänge vermisst. Nach Glg. (2.12) ist die Kenntnis der absoluten Frequenzen für die Bestimmung der Spannung allerdings nicht erforderlich, vielmehr reicht es aus, das Verhältnis V zweier Frequenzen – der kollinearen und der antikollinearen Resonanzfrequenz – zu bestimmen. Der Fehler wird mit ΔV bezeichnet.

Ferner ist zu berücksichtigen, mit welcher Genauigkeit man den Probelaser auf den Übergang des Ions regeln kann; es ist davon auszugehen, daß dies auf ein Zwanzigstel der technischen Linienbreite genau gelingt. Der Fehler wird mit Δf_{Lock} bezeichnet. Der resultierende Fehler für die Spannungsmessung ergibt sich direkt aus Glg. (2.4) bzw. bei gleichzeitiger kollinear und antikollinearer Messung aus Glg. (2.12).

2.6.6. Berechnung des Fehlers

Falls die Ruhefrequenz f_0 des verwendeten Übergangs nicht durch ein alternatives Experiment mit größerer Genauigkeit ermittelt wird, als dies nach Glg. (2.9) in kollinearer Spektro-

skopie möglich ist, wird die größte Genauigkeit zur Bestimmung einer Hochspannung gemäß Glg. (2.12) erzielt. Die Spannung ist dabei von den folgenden Parametern abhängig:

$$U = U(\kappa, V) . \quad (2.87)$$

Dabei steht κ für den Vorfaktor gemäß Glg. (2.84) und V für das Verhältnis von kollinear und antikollinearer Resonanzfrequenz zur gegebenen Spannung: $V := f_{\text{koll}}/f_{\text{anti}}$. Die Frequenzen f hängen nach Glg. (2.2) vom Winkel α ab, den Laser- und Ionenstrahl einschließen.

In konservativer Fehlerbetrachtung berechnet man die relativen Fehler einzeln und addiert sie zum Gesamtfehler. Dabei wird die jeweils stärkste Auswirkung berücksichtigt. Dies bedeutet:

$$\frac{\Delta U}{U} = \frac{|U(\kappa + \Delta\kappa) - U(\kappa)|}{U} ; \quad (2.88)$$

$$\frac{\Delta U}{U} = \frac{|U(V + \Delta V) - U(V)|}{U} ; \quad (2.89)$$

$$\frac{\Delta U}{U} = \frac{\left| U \left(\frac{f_{\text{koll}} + \Delta f_{\text{Lock}}}{f_{\text{anti}} - \Delta f_{\text{Lock}}} \right) - U \left(\frac{f_{\text{koll}}}{f_{\text{anti}}} \right) \right|}{U} ; \quad (2.90)$$

$$\frac{\Delta U}{U} = \frac{\left| U \left(\frac{f_{\text{koll}}(\Delta\alpha)}{f_{\text{anti}}(\pi - \Delta\alpha)} \right) - U \left(\frac{f_{\text{koll}}(0)}{f_{\text{anti}}(\pi)} \right) \right|}{U} . \quad (2.91)$$

Dazu kommt gemäß Glg. (2.13) die Potentialdifferenz U_{Shift} .



3. Apparativer Aufbau

In diesem Kapitel wird der Prototyp zur Messung von Hochspannung mittels kollinearer Spektroskopie vorgestellt. Der experimentelle Aufbau ist schematisch in Abb.3.1 dargestellt.

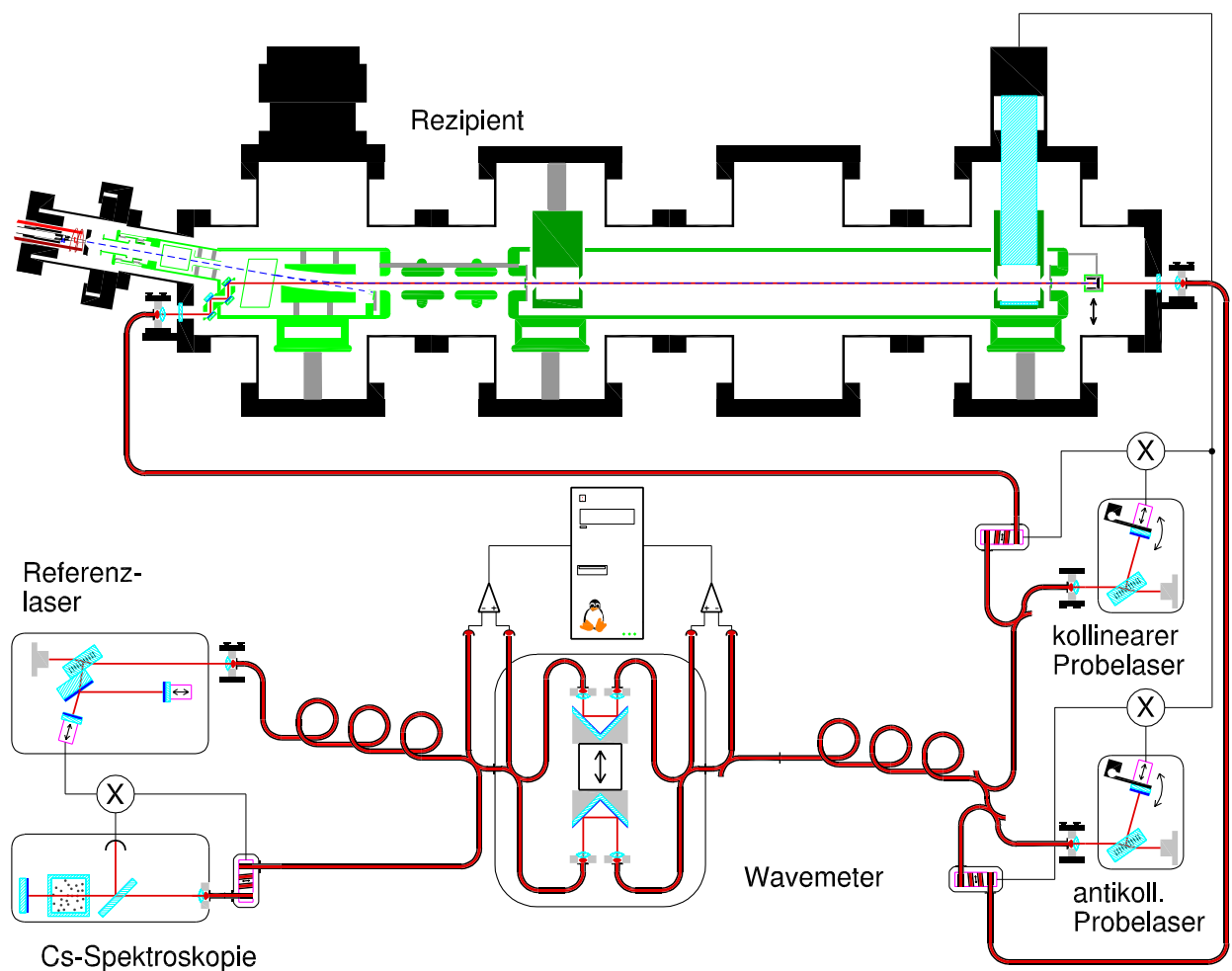


Abb. 3.1.: Schematische Darstellung der Gesamtapparatur: Im Rezipienten wird der Ionenstrahl (blau gestrichelt) mit dem Strahl des kollinearen bzw. antikollinearen Probelasers überlagert. Bei diesem Aufbau wird mit dem Wavemeter die Wellenlänge des Probelasers durch Vergleich mit dem Referenzlaser bestimmt, der auf einen Cs-Übergang stabilisiert ist.

Im Rezipienten werden Laser- und Ionenstrahl kollinear bzw. antikollinear überlagert. Ein Teil des Probeleraserlichts wird in das Michelson-Interferometer geführt, in dem durch Vergleich mit dem Referenzlaser die Wellenlänge bestimmt wird. Der Referenzlaser ist auf einen Cs-Übergang stabilisiert. Außer im Rezipienten und im beweglichen Teil des Wavemeters wird das Licht in Fasern geführt und manipuliert; im hier beschriebenen Experiment werden Fasermodulatoren und -polarisatoren verwendet, die im Folgenden vorgestellt werden. Zwar ist die Einkopplung in Fasern verlustbehaftet, jedoch wird dieser Nachteil bei der Verwendung von Singlemode-Fasern durch die Strahlqualität und die insgesamt einfache Handhabung aufgewogen.

Mit dem dargestellten Aufbau wird die Methode untersucht; die Spannungsbestimmung erfolgt nach Glg. (2.4) bzw. den Glgn. (2.7) und (2.8). Zur Charakterisierung wird die Ruhfrequenz der Übergänge nach Glg. (2.9) bestimmt. Die Umstellung zu einem Aufbau, bei dem die absolute Kenntnis der Frequenz nach Glg. (2.12) nicht erforderlich ist, ist denkbar einfach: Der Cs-Spektroskopieaufbau fällt weg, stattdessen wird einer der Probeleraser auf den Referenzeingang des Wavemeters gegeben, das so als Ratiometer zur Bestimmung des Verhältnisses von kollinear und antikollinearer Resonanzfrequenz fungiert.

3.1. Rezipient

3.1.1. Allgemeines

In Abb. 3.2 ist der Rezipient dargestellt, im Anhang befindet sich zudem eine technische Zeichnung (Abb. B.2). Er besteht aus fünf handelsüblichen Kreuzstücken¹ mit Flanschen der Nennweite DN 160 CF; gegenüberliegende Flansche haben einen Abstand von 334 mm. Mit zwei Turbopumpen wird bei laufender Ionenquelle ein Druck unter $1 \cdot 10^{-6}$ mbar gehalten. Die Pumpen befinden sich auf dem ersten und fünften Kreuzstück.

Im hier vorgestellten Prototypen sind zwei Reaktionskammern eingebaut. Im Einkammerbetrieb wird die Spannung zwischen der Ionenquelle, die auf Erdpotential liegt, und der Fluoreszenzkammer bestimmt; diese wird von oben im vierten Kreuzstück eingebaut. Zur Detektion der Fluoreszenzstrahlung wird ein Photomultiplier (Fa. Electron Tubes, Typ. 9813) verwendet. Das Fluoreszenzlicht wird mit einem Lichtleiter zum Photomultiplier geführt. Ein in den Kammerboden eingebauter Spiegel vergrößert den effektiv eingesehenen Raumwinkel; schätzungsweise ein Sechstel der Fluoreszenzphotonen werden geometrisch erfaßt. Bei 400 nm hat dieser Photomultiplier eine Ansprechwahrscheinlichkeit von etwa 25% [Ele96]. Die ohnehin starke Unterdrückung des roten, anregenden Laserlichts (vgl. Kap. 2.2) wird noch verstärkt durch ein eingebautes Interferenzfilter: Es hat für Licht mit 393 nm eine Transmission von etwa 45%, die Transmission von Licht mit 850 nm Wellenlänge wird um viele Größenordnungen abgeschwächt [ITO00]. Bei der Zugspannung von 2.1 kV befindet man sich Voruntersuchungen zufolge bei etwa 50% des Sättigungswerts des Photomultipliers. Es folgt damit eine Nachweiseffizienz (eingeführt in Glg. (2.21)) von etwa

$$\eta = 0.01 . \quad (3.1)$$

¹Der aufmerksame Leser wird feststellen, daß das fünfte Kreuzstück in Abb. 3.1 nicht dargestellt ist, da es für die Funktion unerheblich ist und die Übersichtlichkeit der Darstellung einschränkt.



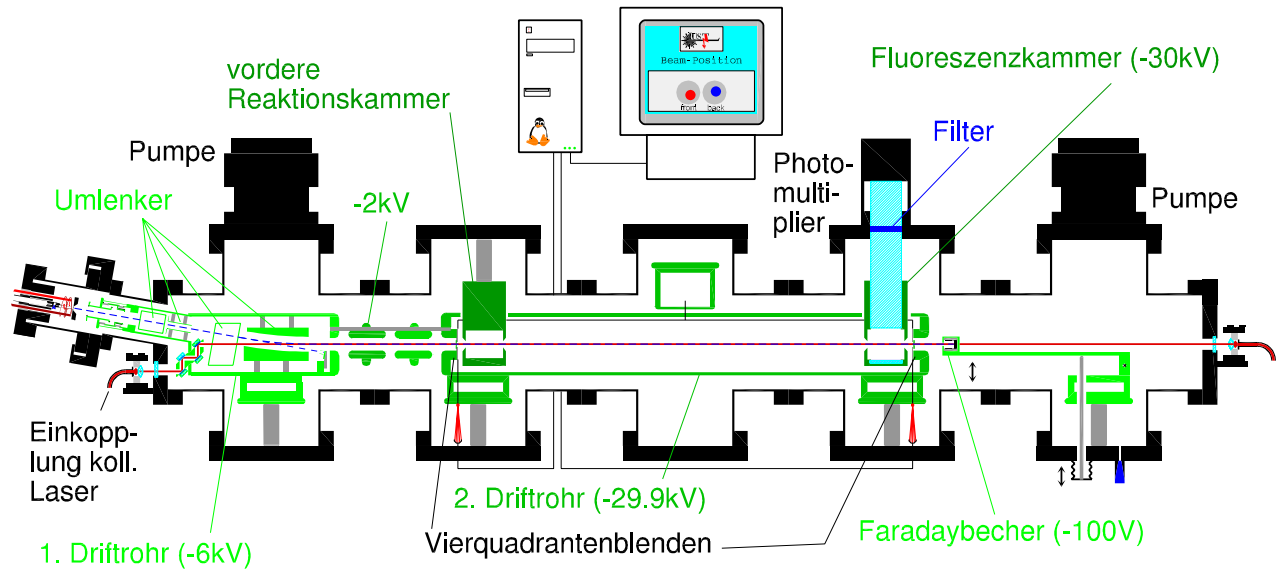


Abb. 3.2.: Schematische Darstellung des Rezipienten: Die aus der Quelle austretenden Ionen werden in einem ersten Beschleunigungsschritt mit -6 kV beschleunigt und durch eine Einzellinse zum Strahl geformt. Je zwei elektrostatische Sektorfelder für beide Richtungen quer zum Strahl gestatten die Strahlführung, wobei die zweite vertikale Umlenkung um 10° erfolgt und die Überlagerung von Ionen- und Laserstrahl ermöglicht. Eine weitere Einzellinse vermittelt die Beschleunigung in das 2. Driftrrohr, das nahezu auf dem zu messenden Potential liegt.

Die zweite Reaktionskammer ist von oben im zweiten Kreuzstück montiert. Ziel ist der Test des Zweikammerbetriebs (vgl. Abschnitt 2.1.5), wobei die meßbare Differenz der Spannungen zwischen den Reaktionskammern bei dieser Anordnung nicht sehr groß ausfallen kann: Wegen der kleinen Abstände ist die Isolation der Reaktionskammern gegenüber dem zweiten Driftrrohr nicht sehr hoch, außerdem sollte die Potentialdifferenz zwischen Driftrrohr und den Kammern nicht zu groß ausfallen, um Feldeingriffe gering zu halten. Hier besteht der Sinn lediglich darin, zu testen, ob die Detektion der angelegten Spannung mit nur einem Detektor gelingt: Die Idee ist, die an die Fluoreszenzkammer angelegte Spannung über die Fluoreszenz direkt zu bestimmen, während die an die andere Nachweiskammer angelegte Spannung durch gezielte Depopulation des metastabilen Zustands festgestellt wird. Die Resonanz macht sich also bezogen auf das Fluoreszenzkammerpotential in einem Anstieg, bezogen auf das Potential der anderen Nachweiskammer aber in einem Absinken der Zählrate bemerkbar.

Da negative Spannungen zwischen Quelle und Fluoreszenzkammer bestimmt werden sollen, müssen die Driftröhre und die Reaktionskammern gegen den Rezipienten elektrisch isoliert eingebaut werden. Der Kunststoff PEEK (Polyetherketon) ist ein vorteilhaftes Isolatormaterial; es ist hinreichend vakuumtauglich, kostengünstig und zudem leicht bearbeitbar. Aufgrund seiner vergleichsweise niedrigen Dielektrizitätskonstanten von $\epsilon = 3$ ist es üblichen keramischen Isolatoren wie Aluminiumoxid ($\epsilon = 9$) überlegen: Bei Verwendung von Materialien mit niedriger Dielektrizitätskonstante ϵ kommt es am Tripelpunkt Metall-Isolator-Vakuum nur zu geringen Feldstärken aufgrund der im Isolator gespeicherten elektrischen Energie. Ist diese hoch, werden Überschläge begünstigt [Lat95]. Mit 6 cm langen PEEK-Isolatoren wird eine Spannungsfestigkeit bis -45 kV problemlos und bis -50 kV nach Konditionierung erreicht.

3.1.2. Ionenquelle

Die Ionenquelle besteht aus dem Vorratsgefäß, dem Ionisator, der Abzugselektrode und der nachfolgenden Einzellinse². Die Quelle wurde im Laufe des Experiments ständig weiterentwickelt und verbessert (vgl. [Wys99] und [Kna00a]). Der gegenwärtige Ausbauzustand ist schematisch in Abb.3.3 dargestellt, im Anhang findet sich zudem eine technische Zeichnung (Abb.B.1).

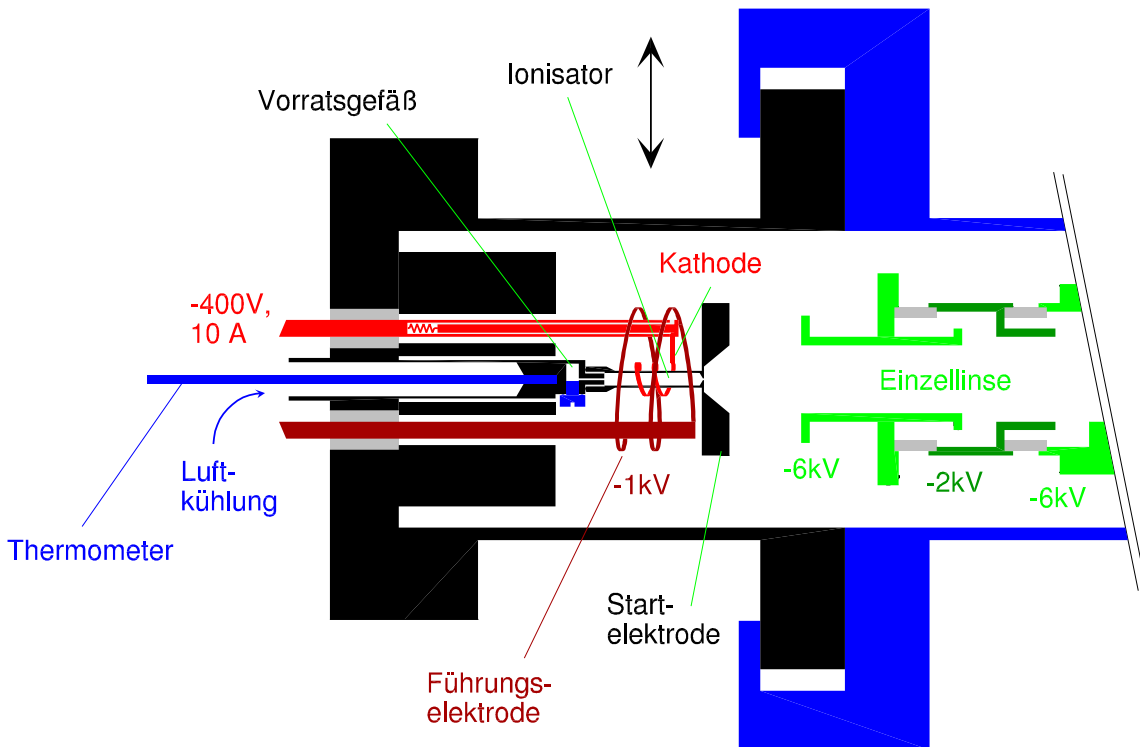


Abb. 3.3.: Schematische Darstellung der Ionenquelle: Metallisches Kalzium aus dem Vorratsgefäß, das mit Druckluft gekühlt werden kann, verdampft, wird im Ionisator infolge Stößen mit der Wand ionisiert und durch das Abzugsfeld mit -6 kV auf die Einzellinse zu beschleunigt, die den Strahl formt.

Die Quelle ist auf einem Flansch (DN 63 CF) aufgebaut, alle Dichtungen erfolgen mit Viton-Ringen. Die gesamte Einheit kann mit einer Verschiebeeinheit bezüglich der Symmetrieachse, die durch die Einzellinse vorgegeben ist, ausgerichtet werden. Bis auf spezielle Teile, die besonders heiß werden, sind alle Teile aus Edelstahl gefertigt. Der Ionisator liegt auf Erdpotential, alle angegebenen Spannungen beziehen sich auf diesen Wert.

Zum Befüllen wird metallisches Kalzium in sub-Gramm-Mengen in das als Vorratsgefäß bezeichnete Volumen eingefüllt, das durch eine Schraube aus Molybdän verschlossen wird. Der Kopf der Schraube ist unterseitig zur Abdichtung mit einer Schneidkante versehen. Das Kalzium sollte frische Bruchkanten aufweisen, da anderenfalls die umgebende Oxidschicht nur

²Man sollte nach dieser Darstellung vielleicht besser von Ionenstrahlquelle sprechen.

mit hohen Temperaturen aufgebrochen werden kann. Das Vorratsgefäß ist durch eine Bohrung (Durchmesser 0.5 mm) mit dem Ionisator verbunden, der aus Tantal gefertigt ist. Der Ionisator ist unterseitig ebenfalls mit einer Schneidkante zur Dichtung versehen. Die Austrittsöffnung des Ionisators hat einen Durchmesser von 0.5 mm.

Die Heizung des Ionisators erfolgt durch eine Kathode. Sie besteht aus einem Wolframdraht (Stärke 0.2 mm), der in zweieinhalb Windungen (Durchmesser etwa 7 mm) um den Ionisator geführt ist. Die Halterungsstangen bestehen aus Molybdän, die Halterung erfolgt mittels Zugfedern aus Inconel, die in den Halterungsstangen eingebaut sind. Durch dieses System ist es möglich, die Kathode mechanisch spannungsfrei zu montieren, so daß während des Betriebs in Folge der Erwärmung keine Positionsänderung der Kathode und gar ein Kurzschluß erfolgt.

Während des Betriebs wird die Kathode von einem Strom von etwa 10 A durchflossen. Damit ist eine starke Aufheizung des Drahtes verbunden, es treten nennenswert Elektronen aus. Diese werden auf den Ionisator gelenkt, da die Kathode eine Potentialdifferenz von -400 V gegenüber diesem Teil aufweist. Zur Führung der Elektronen wird ein zusätzliches Feld angelegt; es wird durch einige Wicklungen eines Wolframdrahtes aufgebaut, der die Kathode umgibt und auf -1 kV gelegt wird. Es gelingt auf diese Weise, mit einem leistungsgeregelten Netzgerät bei 175 W Heizleistung Temperaturen um 2100 K des Ionisators zu erreichen. Dies wurde mit einem Pyrometer gemessen, wobei nur die Ionisatorspitze einer Untersuchung zugänglich ist. Seitlich, wo die Elektronen auftreffen, dürften die Temperaturen also höher sein. Durch Variation der Heizleistung kann über die Temperatur der Ionenstrom eingestellt werden.

Neben dem Ionisator wird natürlich die gesamte Quellregion, insbesondere auch das Vorratsgefäß, erwärmt. Die Temperatur des Vorratsgefäßes kann über eine Druckluftkühlung in einem weiten Bereich eingestellt werden. Auf diese Weise ist die Verdampfungsrate und damit indirekt der Ionenstrom einstellbar. Mit einem Mantel-Thermoelement kann die Temperatur des Gefäßes gemessen werden (s. Abb. 3.3). Während des Betriebes ist an dieser Stelle eine Temperatur um 450°C typisch.

Aus dem Ionisator austretende Ionen werden im elektrischen Feld, das von der Start- und Abzugselektrode – der ersten Elektrode der Einzellinse – gebildet wird, in Richtung der Einzellinse beschleunigt. Mit der Einzellinse wird die Divergenz des Strahls eingestellt. Eine Tantalfolie zwischen Ionisator und Abzugselektrode schirmt das elektrische Feld von Kathode und Führungselektrode ab. Die Geometrie der Elektroden wurde mit Hilfe von Simulationsprogrammen entworfen [Kna00a].

Es wurde darauf geachtet, daß sich die in der Einzellinse eingebauten Keramikisolatoren – in Abb. 3.3 grau eingezeichnet – „im Schatten“ der Quelle befinden, um eine Bedampfung mit atomarem Kalzium und anderen Partikeln, die die Leitfähigkeit steigern, zu minimieren. Dennoch müssen alle 200 Betriebsstunden die Isolatoren gereinigt oder ausgetauscht werden.

Während des Betriebs ist ein Ionenstrom von 70...100 nA üblich, der auf der Skala von Minuten um ± 5 nA schwankt. Dies geht stets mit einer Variation der Temperatur einher, die am Vorratsgefäß gemessen wird; ein wirklich stabiles Gleichgewicht stellt sich also nicht ein. Es ist für die Bestimmung der Spannung allerdings auch nicht zwingend erforderlich, wenn man von der damit verbundenen Veränderung des Plasmapotentials einmal absieht (vgl. 2.1.4). Mit einer Kalziumfüllung ist ein Betrieb von schätzungsweise 20 Stunden möglich; die Kathode und der Ionisator, in den hin und wieder durch Materialabtrag infolge des Elektronenbeschusses Löcher geschlagen werden, können etwa 60 Stunden genutzt werden. Dies ist eine mittlere Angabe, die Lebensdauer dieser Verschleißteile schwankt stark.

3.1.3. Ionenstrahl

Die aus der Quelle austretenden Ionen werden im Wesentlichen zweimal beschleunigt. Die erste Beschleunigungsstufe besteht im Abzug aus der Quelle. Es schließen sich je zwei elektrostatische Sektorfelder an, die die Strahlführung in horizontaler und in vertikaler Richtung ermöglichen. Die Elektroden, mit denen die zweite vertikale Ablenkung bewerkstelligt wird, sind nach Form und angelegter Spannung so ausgelegt, daß eine Umlenkung des Strahls um 10° erfolgt: So können Ionen- und Laserstrahl sowohl kollinear wie auch antikollinear überlagert werden. Die Umlenker sind in ein erstes Driftrrohr eingebaut.

Die Beschleunigung könnte prinzipiell auch in nur einem Schritt in ein einziges Driftrrohr erfolgen, in dem die Fluoreszenzkammer eingebaut wäre. Allerdings würde das in der Nähe der heißen Ionenquelle hohe Feldstärken bedeuten, was die Gefahr birgt, ein Plasma zu zünden. Außerdem wären in diesem Fall eine Reihe von HV-Netzgeräten erforderlich, um die Strahlformung und -führung zu gewährleisten. Mit der beschriebenen und in Abb.3.2 schematisch dargestellten Anordnung kommt man bequem mit kleineren Netzgeräten zurecht, außerdem werden die Parameter, d.h. die angelegten Spannungen an Einzellinse und Umlenker im ersten Driftrrohr, nicht mehr verändert, auch wenn die zu messende Spannung variiert wird. Die Ansteuerung der insgesamt acht Netzgeräte, die die Elektroden der vier Sektorfelder zur Strahlumlenkung mit Spannung versorgen, orientiert sich an der Spannung, die am ersten Driftrrohr angelegt ist: Eine Elektrode erhält eine Spannung höher, die gegenüberliegende Elektrode eine Spannung, die um den gleichen Betrag niedriger als die am Driftrrohr anliegende Spannung ist. So kann der Ionenstrahl mit vier Stellgliedern einfach geschwenkt werden und durch die Blenden des zweiten Driftrrohrs geführt werden. Die Beschaltung des Rezipienten ist im Anhang dargestellt (Abb. C.1).

Der zweite Beschleunigungsschritt zum zweiten Driftrrohr wird mit einer weiteren Einzellinse vermittelt. Die Spannung an der zugehörigen Elektrode muß mit der des zweiten Driftrrohrs verändert werden. Das zweite Driftrrohr hat ein- und ausgangsseitig je eine Blende mit zwei Millimetern Durchmesser, die einen Abstand von 741 mm haben. Man errechnet somit nach Glg. (2.85) Winkel zwischen Ionen- und Laserstrahl von 2.7 mrad. Der Einfluß des Erdmagnetfelds nach Glg. (2.86) kann hingegen bei den Spannungen bis maximal 50 kV vernachlässigt werden. Dieser Winkel stellt den maximalen Winkelfehler dar, der in die Bestimmung der Spannung in konservativer Abschätzung eingeht:

$$\Delta\alpha = \pm 2.7 \text{ mrad} . \quad (3.2)$$

Im Einkammerbetrieb (bei dem die Spannung zwischen Ionenquelle und Fluoreszenzkammer bestimmt wird) wird die erste Nachweiskammer auf das Potential des zweiten Driftrrohrs gelegt; dazu wird eine mechanische Verbindung über Stahllaschen hergestellt. Die Fluoreszenzkammer wird gegenüber dem zweiten Driftrrohr auf ein um -10 V verschobenes Potential gelegt. Simulationen haben gezeigt, daß trotz der Löcher in der Fluoreszenzkammer von 10 mm, durch die der Ionenstrahl ein- und austritt, das Feld des Driftrrohrs quasi nicht eingreift: Auf der Sollbahn beträgt die Abweichung maximal etwa 10 mV.

Um Strom und Position des Ionenstrahls diagnostizieren zu können, sind mehrere Detektoren eingebaut: Im ersten Driftrrohr befindet sich auf der durch die Einzellinse vorgegebene Symmetrieachse ein Faradaybecher. Um ihn zu treffen, darf der Strahl mit dem zweiten vertikalen Umlenker nicht um 10° abgelenkt werden. Ein weiterer Becher befindet sich in Ausbreitungsrichtung hinter dem zweiten Driftrrohr. Er verfügt über keine Repellerelektrode, vielmehr ist



der innen befindliche Fänger so gestaltet, daß die Ionen vollständig erfaßt werden. Der Fänger wie der umgebende Becher dieses Detektors werden auf -100 V gelegt, die Eintrittsöffnung hat einen Durchmesser von 5 mm . Der Ionenstrom, der über den Fänger abfließt, kann ebenso gemessen werden wie der Strom, der auf den umgebenden Becher gelangt. Der Unterschied des Ionenstroms, der vor dem zweiten Beschleunigungsschritt – also im ersten Driftrohr – gemessen wird, unterscheidet sich um wenige Prozent von dem, der mit dem zweiten Detektor hinter dem zweiten Driftrohr gemessen wird. Der zweite Becher kann, da er dem antikollinearen Laser sonst den Weg verstellt, für Fluoreszenzmessungen aus dem Strahl geschwenkt werden.

Um die Position des Ionenstrahls optimieren zu können, handelt es sich bei der Ein- und Austrittsblende am zweiten Driftrohr um Vierquadrantenelektroden: Je vier Elektroden sind um das eigentliche Durchtrittsloch angeordnet, der Strom auf jeder Elektrode wird separat gemessen. Man kann mit Hilfe der Umlenker den Ionenstrahl so einstellen, daß er beide Blenden weitgehend anschlagsfrei und jedenfalls zentral passiert. Dazu sind die Spannungen an der zweiten Einzellinse in Abhängigkeit vom Driftrohrpotential passend zu wählen. Da sich beide Detektoren, die sich außerordentlich gut bewährt haben, auf hohem Potential befinden, erfolgt die Messung und Auswertung direkt im Vakuum über eine Microcontrollerschaltung, die über eine im dritten Kreuzstück eingebaute Batterie mit der nötigen Arbeitsspannung versorgt wird. Da eine Batterie nicht direkt in den evakuierten Rezipienten gelegt werden kann, befindet sie sich in einem kleinen vakuumdichten Gehäuse, in dem normaler Atmosphärendruck herrscht. Um die Batterie nicht unnötig zu entladen (jeder Austausch erfordert Brechen des Vakuums), kann die Versorgung über einen „Lichtschalter“ ein- und ausgeschaltet werden, was hier so zu verstehen ist, daß die Schaltung berührungsfrei über Licht erfolgt. Die bereits digitalisierte Information wird ebenfalls berührungsfrei einem Computer übergeben, wobei pro Blende und zugehöriger Elektronik drei Optokoppler zum Einsatz kommen (zwei Steuerleitungen und eine Signalleitung). Schematisch ist dies in Abb. 3.2 angedeutet, nähere Angaben finden sich in [Kna00a].

Der Laserstrahl wird in Fasern an die Apparatur herangeführt und erst unmittelbar vor dem Rezipienten über Kollimatoren ausgekoppelt. So sind Rezipient und Laser mechanisch entkoppelt und außerdem eine hohe Strahlqualität gewährleistet. Der Übergang ins Vakuum erfolgt durch unbeschichtete Glasfenster; auf kollinear Seite ist aus baulichen Gründen eine mehrfache Umlenkung über Spiegel nötig. Die Leistung beträgt vor der Apparatur typischerweise 2 mW . Die Symmetrieachse ist durch dieselben Blenden vorgegeben, die auch der Ionenstrahl zu passieren hat. Der jeweilige Kollimator kann über einen Vierachsentsch positioniert werden. Die Justage erfolgt derart, daß ein Maximum an Laserleistung durch die Apparatur gelangt. Aufgrund des Gauß-Profiles des Laserstrahls ist der resultierende Winkelfehler weit kleiner, als man geometrisch abschätzt, und also kollineare Überlagerung mit dem Ionenstrahl gewährleistet. Außerdem kann überprüft werden, ob die Kollimatoren von anti- und kollinearem Laser parallel zueinander ausgerichtet sind: Der ausgekoppelte antikollineare Laser wird in die Faser des kollinearen wieder eingekoppelt und umgekehrt, was mit einer Photodiode am Ende der „gegenüberliegenden“ Faser leicht überprüft werden kann.

3.1.4. Probelasersystem

Als Probeler für die kollineare und antikollineare Spektroskopie kommen zwei baugleiche Laserdiodensysteme in Littman-Metcalf-Konfiguration zum Einsatz [Bet97]. Der Aufbau ist schematisch in Abb. 3.4 dargestellt.

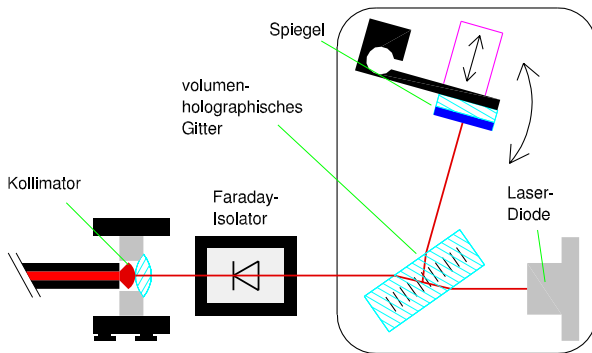


Abb. 3.4.: Schematische Darstellung des Probelasers: Es handelt sich um einen Aufbau in Littman-Metcalf-Konfiguration, wobei volumenholographische Gitter zum Einsatz kommen.

Bei diesem Aufbau wird ein Teil des von der Diode emittierten Laserlichts, das mit einer Linse kollimiert ist, an einem Gitter gebeugt und über einen Spiegel in die Diode zurückgekoppelt. Durch Drehung des Spiegels kann die Frequenz des Lasers verstimmt werden. In diesem Experiment werden kantenemittierende Laserdioden der Fa. SDL Inc., Typ 5411, eingesetzt. Im hier gezeigten Aufbau wurden erstmals volumenholographische Gitter zur optischen Rückkopplung in einem Diodenlaser verwendet. Es sind dies nicht etwa Gitter, die mit Hilfe von Hologrammen hergestellt werden; es handelt sich bei dem Gitter selbst um ein Hologramm [Sch97]. Solche Gitter zeichnen sich durch eine besonders hohe Beugungseffizienz von über 90% in Hin-

wie Rückrichtung aus, zudem werden sie als Transmissionsgitter genutzt. Dies erlaubt, verschiedene Resonatorgeometrien zu realisieren, die mit den üblicherweise eingesetzten Reflexionsgittern nur schwierig oder gar nicht verwirklicht werden können (vgl. Abschnitt 3.2.2).

Die eingesetzten Dioden emittieren Laserlicht auch ohne optische Rückkopplung bei 852 nm; über den Spiegel kann eine grobe Verstimmung um etwa 6 nm erfolgen, im Zusammenspiel mit dem Diodenstrom kann in diesem Bereich die benötigte Wellenlänge eingestellt und dann über einige GHz modensprungfrei variiert werden. Der Spiegel fungiert, wenn der Laser auf den Übergang des Ions geregelt wird, als Stellglied im Regelkreis. Dazu wird er mit einem Piezotubus bewegt. Mit einem besonders rauscharmen Stromtreiber – zum Einsatz kommen Geräte der Fa. Profile, Typ 20P-A3,1-mod – beträgt die Linienbreite weniger als 1 MHz und kurzfristig unter 100 kHz [Kna00a]. Vor der Einkopplung in die Faser, was über einen Kollimator auf einem Vierachsentsch vorgenommen wird, befindet sich eine optische Diode, um Rückreflexe in die Laserdiode zu unterdrücken. Der anschließende Faserstrahlteiler führt 80% zum Experiment im Rezipienten, 20% werden zum Wavemeter geführt.

3.1.5. Regelung auf den Ca^+ -Übergang

Es gilt, einen Regelkreis aufzubauen, der den Laser auf den gewünschten Übergang des Kalziumions regelt. Durch Frequenzmodulation des Laserlichts, das mit dem dopplerverschobenen Übergang in Resonanz ist, wird zunächst der Ist-Wert ermittelt; dies geschieht in einem Lockin-Verstärker, der im Rahmen des Experiments entwickelt wurde. Gemäß dem Fehlersignal, das dieses Gerät liefert, wird durch Vergleich mit dem Sollwert das Stellglied – der Spiegel des Lasers – so eingestellt, daß der Sollwert gehalten wird. Die für diesen Prozeß notwendige elektronische Schaltung ist in Abb. 3.5 schematisch dargestellt, der eigentliche Lockin-Verstärker

ist blau umrandet. Im Anhang findet man den Schaltplan (Abb. C.2).

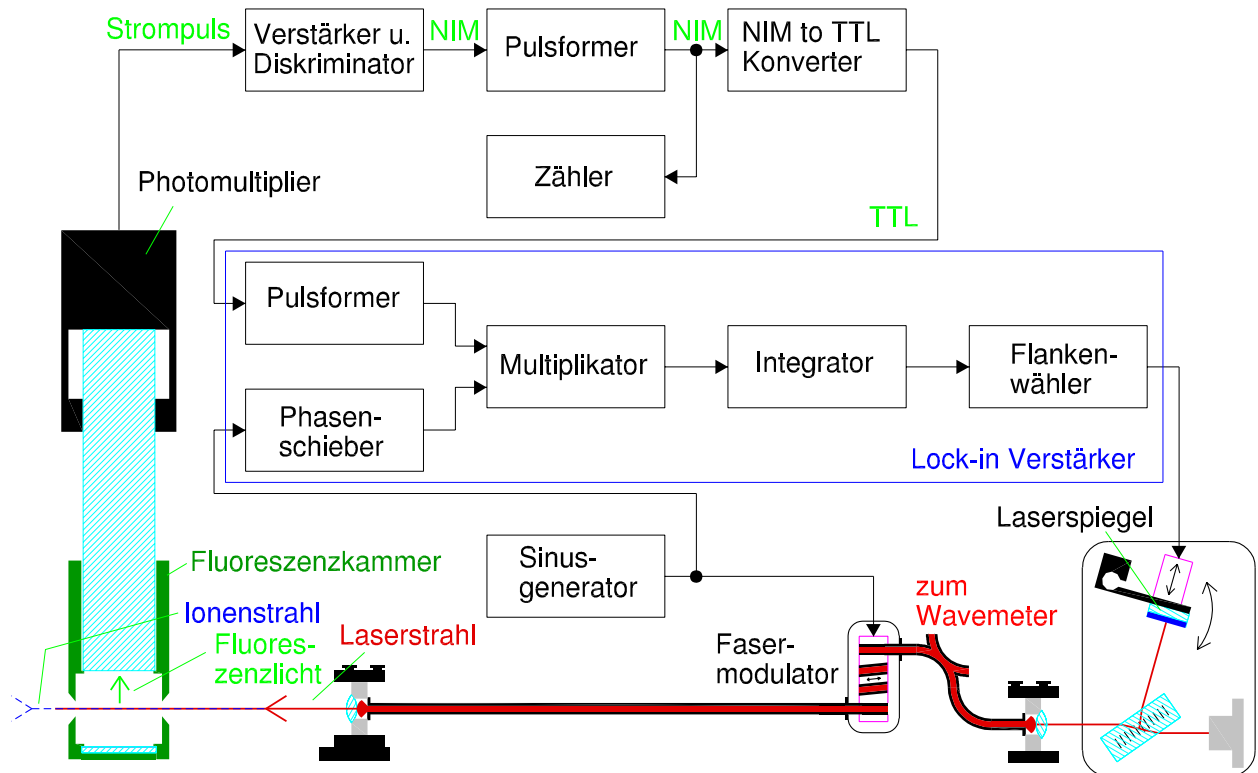


Abb. 3.5.: Schematische Darstellung der Regelung auf den Kalziumionenübergang: Beispielhaft aufgeführt ist die Regelung des antikollinearen Lasers; die Regelung des kollinearen Probelasers hat den gleichen Aufbau. Die Ist-Frequenz des Lasers bezogen auf die Resonanz wird mit dem Photomultiplier detektiert. Die Strompulse dieses Gerätes werden verstärkt, zu NIM-Pulsen von etwa 10 ns Dauer geformt und einem Zähler zugeführt, der die Zählrate ausgibt. Das gleiche Signal wird einem NIM-TTL-Konverter und weiter in den eigentlichen Lockin-Verstärker geführt, der blau umrandet ist. In diesem Gerät werden die Pulse abermals auf etwa 1000 ns verlängert, zudem wird die Modulationsfrequenz eingespeist, mit der die Laserfrequenz über einen Fasermodulator moduliert wird. Die Signale werden multipliziert und aufintegriert. Daraus ergibt sich direkt das Regelsignal, mit dem das Stellglied – der Laserspiegel – bei Abweichung vom Sollwert geregelt wird.

Die Signale aus dem Photomultiplier – es handelt sich um kurze Strompulse, die ein Photon verursacht – werden verstärkt und diskriminiert; dadurch werden kleine Schwankungen des Untergrunds unterdrückt. Mit einem Pulsformer werden aus diesen Signalen NIM-Pulse von etwa 10 ns Länge generiert; diese werden sowohl einem Zähler, der die Zählrate direkt ausgibt, als auch einem NIM-TTL-Konverter zugeführt, der 5 Volt hohe Spannungspulse formt. Diese werden in den Lockin-Verstärker eingespeist.

Um das Regelsignal zu erzeugen, wird das Laserlicht moduliert. Dabei kommt ein Fasermodulator zum Einsatz. Die Modulationsfrequenz wird parallel in den Lockin-Verstärker gegeben. In den Ausführungen in Kap. 2.5.2 ist das Funktionsprinzip bereits erläutert worden:

Die Pulse werden abermals mit einem nachtriggerbaren³ Pulsformer auf etwa 1000 ns verlängert, um ein möglichst großes Fehlersignal zu erhalten. Die eingegebene Sinusfunktion wird durch einen Phasenschieber geführt, bevor beide Signale multipliziert werden.

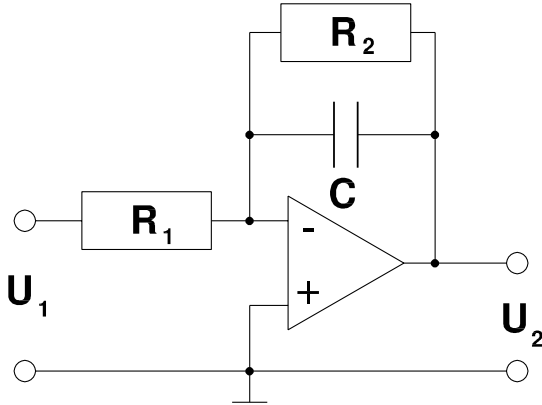


Abb. 3.6.: Schaltplan des verwendeten Integrators: Die Durchgangsfunktion bei gegebener Eingangsspannung $U_1(t)$ wird in Glg. (3.3) angegeben.

Entscheidende Bedeutung kommt dem Integratorbaustein zu. Die in Abschnitt 2.5.2 formulierte Theorie, in der von einer Integration über eine festgelegte Zeitdauer, also ein Sammeln und schlagartiges Löschen der Information nach einer definierten, möglichst einstellbaren Zeitspanne, ausgegangen wird, läßt sich nicht ohne weiteres umsetzen. Ein Kompromiß besteht im hier eingesetzten Integratorbaustein, der in Abb. 3.6 dargestellt ist. Die Durchgangsfunktion für ein gegebenes, zeitabhängiges Eingangssignal $U_1(t)$ ist

$$U_2(t) = U_{2,0} e^{-\frac{1}{R_2 C}(t-t_0)} - \frac{1}{R_1 C} \int_{t_0}^t U_1(t') e^{-\frac{1}{R_2 C}(t-t')} dt'. \quad (3.3)$$

Der erste Summand beschreibt lediglich den Anfangszustand, man kann ihn o.B.d.A. als Null annehmen. Der Unterschied des Integralterms zu dem in Glg. (2.82) besteht darin, daß nach dieser Gleichung nicht schlagartig, sondern exponentiell „vergessen“ wird. Die charakteristische Zeit und auch die Größe des Signals lassen sich durch die Widerstände und den Kondensator anpassen.

Abb. 3.5 kann man entnehmen, daß das Licht des Probelasers in einem Faserstrahlteiler aufgeteilt wird; etwa 80% der Leistung werden dem Experiment zugeführt, 20% in das Wavemeter eingekoppelt. Die in diesem Experiment eingesetzten Fasermodule sind schematisch in Abb. 3.7 dargestellt. Bei einem Fasermodule handelt es sich um einen Piezotubus, der etwa 200 mal eng mit einer Faser umwickelt ist. Wird der Piezo mit einer sinusförmigen Spannung angetrieben, so kommt es zu einer Änderung des Tubusdurchmessers und damit auch der Faserlänge; über den Dopplereffekt wird daher die Laserfrequenz sinusförmig verändert [Dav74]. Entscheidend ist dabei weniger die tatsächliche Längenänderung, vielmehr geht es um die Geschwindigkeit, mit der sie geschieht.

³Während der Dauer eines Pulses tritt eine prinzipielle Totzeit auf. Auch mit dem nachtriggerbaren Pulsformer kann dieses Problem nicht vollständig vermieden werden, da die Spannungspulse nicht addiert werden. Es ist aber zumindest eine Reduzierung möglich, indem bei Auftreten eines zweiten Pulses, während der erste noch andauert, die Gesamtdauer entsprechend verlängert wird.

Die im Experiment genutzten Fasermodule führen bei 50 kHz Treiberfrequenz und einer Amplitude von einigen Volt zu einem Modulationshub von einigen MHz; bei der Resonanzfrequenz der verwendeten Piezos, die bei etwa 30 kHz liegt, sind durch die dann größere Amplitude aber auch Hübe bis etwa 2 GHz möglich.

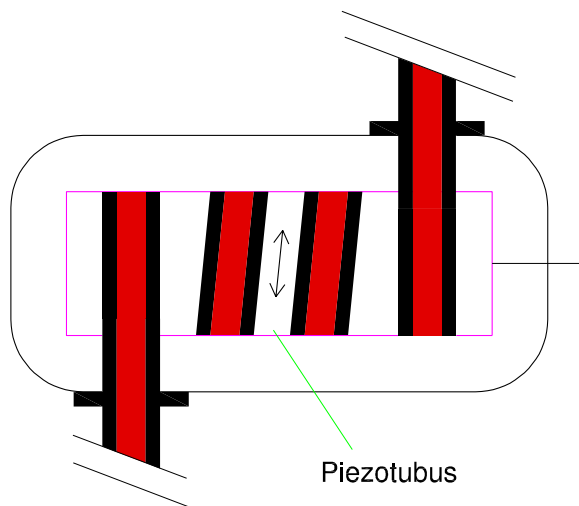


Abb. 3.7.: Schematische Darstellung eines Fasermodulators: Eine Faser wird vielfach um einen Piezotubus gewickelt. Wird eine sinusförmige Spannung angelegt, folgt eine Frequenzmodulation des Lichts.

Es gibt bei einem solchen Bauteil eine Phase von 90° zwischen anregender Spannung und der Frequenzänderung: Die sinusförmige Anregung führt zu einer Längenänderung; diese führt, abgeleitet nach der Zeit, zu einer cosinusförmigen Geschwindigkeitsänderung, zu der die Frequenzänderung proportional ist. Resonanzeffekte führen u.U. zu weiteren Phasenverschiebungen. Dieser Umstand macht neben elektronisch bedingten Phasenverzögerungen die in Abschnitt 2.5.1 erläuterte Anpassung der Phase erforderlich.

Die Fasermodule wurden für das Experiment selbst hergestellt, indem zehn Meter ungecoateter Faser um den Piezo gewickelt und anschließend mit Sekundenkleber fixiert wurde. Der Aufbau ist in ein Metallgehäuse geklebt, die im Experiment verwendeten und auch an dieser Faser befindlichen Kuppelungen (Typ FC/APC) sind von innen verschraubt. Die Fasermodule haben sich als äußerst einfach und robust in der Hand-

habung bewährt und konnten effektiv eingesetzt werden.

Obwohl nur ein einziger Detektor – der Photomultiplier – eingesetzt wird, ist es eventuell möglich, mit diesem Signal sowohl den kollinearen als auch den antikollinearen Probelaser gleichzeitig auf den Übergang zu regeln. Die Aufbereitung des Signals wird bis zu dem NIM-TTL-Konverter mit einem Gerätesatz vorgenommen. Dieses Signal wird in zwei baugleiche Lockin-Verstärker (je einer pro Lasersystem) eingespeist. Wenn die Modulationsfrequenz (in Abschnitt 2.5.1 als f bezeichnet) für die Systeme *unterschiedlich* ist, wird durch die Lockin-Verstärker eine eindeutige Korrelation der Frequenzmodulation und der Signalmodulation hergestellt; das Signal, das durch den jeweils anderen Laser verursacht wird, geht wie eine schnelle Störung ein und mittelt sich heraus.

3.2. Wellenlängenmessung

3.2.1. Wavemeter

Das Wavemeter ist schematisch in Abb.3.8 dargestellt. Der Wagenweg beträgt 10 cm, was in dieser Anordnung zu einer effektiven optischen Wegdifferenz von 40 cm führt. Bis auf den variablen Teil des Lichtlaufweges ist es vollständig mit Fasern realisiert, wodurch weitgehend perfekte Überlagerung des hin- und rücklaufenden Probe- und Referenzlaserlichts gewährleistet ist⁴. Die verwendeten Faserstrahlteiler haben ein Aufteilungsverhältnis von 50:50.

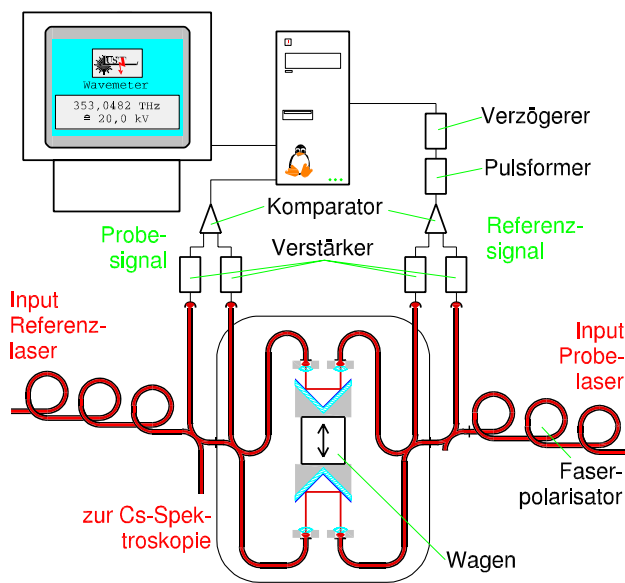


Abb. 3.8.: Schematische Darstellung des Wavemeters: Referenz- und Probelicht werden in Fasern geführt, die auch als Strahlteiler dienen. Nur im beweglichen Teil wird das Licht ausgekoppelt. Die Signale der Photodioden werden aufbereitet und einem Computer zur Aufnahme und Auswertung übergeben.

Um die Korrelation von Referenz- und Probesignal zu gewährleisten (vgl. Abschnitt 2.4.2), ist eine einstellbare Verzögerung vornehmbar. Das Probesignal wird direkt an einen Wandlereingang der Karte gegeben, zu jedem Triggerpuls des Referenzsignals wird der Wert des Probesignals gewandelt und gespeichert. Die Karte hat eine Tiefe von 2^{12} , also 4096 Bits. Die eingehenden Signale können in einem weiten Bereich verstärkt werden, so daß die Ausnutzung mindestens der halben Kartentiefe gewährleistet ist.

Der Antrieb des Wagens, auf dem die Retroreflektoren montiert sind, erfolgt über ein Schwungrad, das über eine zweifache Untersetzung von einem bürstenlosen Elektromotor⁵ angetrieben wird. Die Wagenbewegung ist demzufolge sinusförmig, ein Verfahrensweg dauert etwa 6 s. Die Signale von Referenz- und Probelaser werden je an zwei Photodioden aufgenommen, rauscharm verstärkt und einem Komparator zugeführt. Resultat ist ein bipolares Sinussignal, das eine kleine Abweichung von perfekter Form aufweist: Je eine der Photodioden wird von doppelt so viel Intensität beleuchtet wie die andere (s. Abb.3.8). Zwei Photodioden sind in ihrem Verstärkungsverhalten aber nur bedingt vergleichbar und weisen zudem eine Nichtlinearität auf. Dies muß, zumindest für geringe Differenzen der Wellenlänge von Probe- und Referenzlaser, in der Anpassungsfunktion berücksichtigt werden.

Das Referenzsignal wird in ein TTL-Signal gewandelt (zu jedem steigenden Nulldurchgang wird ein TTL-Puls ausgegeben) und auf den Triggereingang der AD-Karte (Fa. National Instruments, Typ PCI-MIO-16E-1) gegeben.

⁴Die Fasern haben allerdings nur einen Akzeptanzbereich von ± 10 nm, der gesamte sichtbare Bereich wird also nicht abgedeckt. Davon wird bei der Verwendung des Begriffs „Wavemeter“ häufig ausgegangen.

⁵Dieser war einst in einem Plattenspieler eingebaut.

Die Datennahme wird durch eine Lichtschranke ausgelöst, die an einem Umkehrpunkt des Wagenweges installiert ist. Die aufzunehmende Anzahl der Datenpunkte wird über den Kartentreiber eingegeben. Da nicht über den Umkehrpunkt des Wagenlaufs hinaus gemessen werden darf (dies würde zu Sprüngen im gemessenen Aliassignal führen), ergibt sich die Zahl aus dem effektiven Laufwegunterschied des Lichts (40 cm) und der Wellenlänge des Referenzlasers (etwa 850 nm) zu etwa 470 000. Aus praktischen Gründen (tatsächliche Position der Lichtschranke) werden in aller Regel 440 000 Meßpunkte aufgenommen; 450 000 wären maximal möglich.

Es interferiert nur Licht gleicher Polarisierung. Die verwendeten Fasern aber sind nicht polarisationserhaltend. Daher kommen Faserpolarisatoren zum Einsatz: Es sind dies drei hintereinander stehende Faserschlaufen, die gegeneinander verdreht werden können. Auf diese Weise ist der Polarisationszustand ausreichend einstellbar. Um eine Variation der Polarisation, z.B. über mechanische Bewegungen der Fasern, zu vermeiden, sind alle Fasern im Experiment in der Position fixiert.

Um die Dispersion im variablen Teil des Lichtlaufweges zu reduzieren, kann der in der Abbildung umrandete Teil auf einige 10^{-2} mbar evakuiert werden. Herrschen abgesehen davon Normalbedingungen, so berechnet man nach [Bön83] für Verwendung eines Referenzlasers mit 850 nm und eines Probelasers mit 860 nm einen relativen Fehler von etwa $1 \cdot 10^{-11}$.

Die verwendeten Kollimatoren führen auf eine Strahltaile $w_0 = 4$ mm. Bei einem maximalen Lichtlaufweg von etwa 20 cm pro Ast ist man mit $\lambda = 850$ nm deutlich unterhalb der Raleigh-Länge von etwa 59 m (s. Glg. (2.34)). Damit ist der Gültigkeitsbereich von Glg. (2.63) sichergestellt, man berechnet nach dieser Formel einen relativen Fehler wegen der Krümmung der Wellenfronten von $3 \cdot 10^{-11}$ bei Verwendung von Referenzlicht der Wellenlänge 850 nm und Probelicht von 860 nm. Beide Fehler sind für die angestrebte Genauigkeit unerheblich.

Fehler, die aus nichtperfekter Überlagerung der Laserstrahlen bzw. Licht- und Wagenweg resultieren (vgl. Abschnitt 2.4.2), sind durch die relativ einfache Justage gut zu minimieren. Dabei geht man derart vor, daß man zunächst je einen Arm zuhält und bei stehendem Wagen ein maximales Photodiodensignal erzielt. Aufgrund der Gaußförmigkeit des Strahls ist dies erreichbar. Anschließend setzt man den Wagen in Bewegung und versucht durch Fortsetzen der Justage, die Variation des Photodiodensignals zu minimieren, die aus nichtparalleler Ausrichtung von Laserstrahl und Wagenweg resultiert. Dieselbe Prozedur nimmt man auch für den anderen Arm des Interferometers vor. Die Verwendung der Kollimatoren erweist sich dabei als sehr vorteilhaft: Wenn Licht in einer Richtung aus- und nach Umlenkung in den zugehörigen Kollimator wieder eingekoppelt wird, dann ist die Justage auch in umgekehrter Richtung gewährleistet. Während des Betriebs ist eine weitere Feinjustage vornehmbar, indem man eine Messung mit genau bekanntem Referenz- und Probelaser vornimmt. Vertauscht man nach einer Messung die Rolle von Referenz- und Probestrahl, wird man bei fehlerhafter Justage ein abweichendes Ergebnis erzielen. Es gilt dann, diese Differenz zu beseitigen.

Die Messung wird gesteuert durch das C-Programm *XTM3*⁶ und kann über ein GUI (Graphical User Interface) komfortabel bedient werden. Die Referenzwellenlänge wird ebenso vorgegeben wie die Tatsache, welche von Probe- und Referenzwellenlänge die größere ist (vgl. Kapitel 2.4.1). Datennahme und Auswertung stellen zwei unabhängige Vorgänge dar, so daß ein gespeicherter Datensatz nicht zwingend sofort ausgewertet werden muß. Im Fall, daß die Wellenlänge nur eines Probelasers bestimmt werden soll, lautet die Anpassungsfunktion (vgl.

⁶..., das von Kai-Martin Knaak geschrieben wurde, ...



Glg. (2.64)):

$$\mathcal{A}(n) = A_0 + A_1 \sin(n\tilde{f} + \phi_1) + A_2 \sin(2n\tilde{f} + \phi_2) + A_3 \sin(3n\tilde{f} + \phi_3) \quad (3.4)$$

mit den Parametern A_0 , A_i , ϕ_i und $\tilde{f}$. Vor der Anpassungsprozedur werden die Startwerte für den Offset A_0 und die Amplitude A_1 aus dem Datensatz ermittelt; dies ist durch einfache Berechnungen möglich. Der Startwert für die Frequenz $\tilde{f}$ wird durch Bestimmen der Position der steigenden Nulldurchgänge des Aliassignals abgeschätzt, dies ist der einzig kritische Parameter. Die Anfangsschrittweiten sind in der Anpassungsroutine nach Erfahrungswerten fest als Bruchteile der ermittelten Startwerte vorgegeben. Die Abbruchbedingung besteht in einer vorgegebenen Anzahl von Durchläufen, mit der der iterative Prozeß wiederholt wird.

Um Rechenzeit zu sparen, kann vorgegeben werden, daß nicht alle Datenpunkte, sondern nur jeder 10., jeder 100. oder jeder 1000. zur Anpassung herangezogen wird. Dies geht prinzipiell zu Lasten der Genauigkeit; es hat sich aber herausgestellt, daß die Berücksichtigung nur jedes 100. Datenpunktes völlig ausreichend ist. Die Datennahme erfordert etwa 6 s (vorgegeben durch die Wagengeschwindigkeit), die Auswertung eines Datensatzes von 400 000 Meßpunkten unter Berücksichtigung jedes 100. Datenpunktes etwa weitere 12 s, bei Berücksichtigung jedes 10. Datenpunktes etwa 180 s mit dem zur Verfügung stehenden Prozessor (AMD K6, 200 MHz).

Haben Probe- und Referenzlaser eine Differenz der Wellenlänge von etwa 2 nm, wie es bei diesem Experiment typisch ist, dann müssen aufgrund der Vielzahl der Perioden des Aliassignals die höheren Harmonischen nicht mehr berücksichtigt werden. Sollen beispielsweise zwei Probewellenlängen gleichzeitig bestimmt werden, dann lautet die Anpassungsfunktion:

$$\mathcal{A}(n) = A_0 + A_1 \sin(n\tilde{f}_1 + \phi_1) + A_2 \sin(n\tilde{f}_2 + \phi_2). \quad (3.5)$$

In diesem Fall können die Startwerte nicht mehr ohne weiteres aus dem Datensatz ermittelt werden; da die Startwerte für Offset, Amplitude und Phase unkritisch sind, werden sie fest vorgegeben (die Amplitude beispielsweise als halber Wert der Kartentiefe; siehe auch Abschnitt 2.4.2). Die Wellenlängen müssen vorab mit einem relativen Fehler von etwa 10^{-6} bestimmt und als Startwert vorgegeben werden.

Um die Qualität des Ergebnisses beurteilen zu können, kann als wichtige Diagnosemöglichkeit die Differenz zwischen den angepaßten Werten und den Datenpunkten, die sog. Residuen, betrachtet werden. Abgesehen davon, daß damit der prozentuale Fehler direkt abgeschätzt werden kann, können aus typischen Mustern wichtige Rückschlüsse, beispielsweise auf nicht-perfekte Korrelation zwischen Triggerpuls und Datennahme, gezogen und zur Korrektur verwendet werden (s. Kap. 2.4.2). Eine völlige Fehlanpassung, beispielsweise in Folge eines zu ungenau ermittelten Startwerts der Aliasfrequenz, fällt sofort ins Auge. Auch lassen sich alltägliche Schwierigkeiten, z.B. versehentlicher Multimodebetrieb des Referenzlasers, sofort erkennen.

3.2.2. Referenzlasersystem

Als Referenzlasersystem stehen zwei gleiche Laseraufbauten zur Verfügung, die ebenfalls mit einem Volumenhologramm realisiert worden sind (vgl. 3.1.4). Während des Betriebs wird nur eines der Systeme als Referenzlaser in das Wavemeter eingekoppelt. Bei diesem Lasersystem



wird der Vorteil, den die Verwendung der volumenholographischen Gitter bietet, genutzt: Sie beziehen ihre optische Rückkopplung aus einem externen, passiven Stehwellenresonator [Ewa99].

Der Aufbau ist schematisch in Abb. 3.9 dargestellt. Das Licht der Laserdiode wird über das volumenholographische Gitter auf Spiegel A gebeugt. Ein Teil wird teilweise auf gleichem Wege zurückreflektiert, überwiegend aber über Spiegel C auf Spiegel B geführt. Die Spiegel A und B sind planparallele HR-Spiegel, Spiegel C hat eine Transmission von 20%. Somit gibt es einen erweiterten Resonator, wie er im Littman-Aufbau Verwendung findet: Er wird durch die Rückseite der Diode und Spiegel A gebildet. Durch die geringe Transmission von Spiegel C ist er stark unterdrückt. Ein zweiter Resonator wird V-förmig durch die Spiegel A, C und B gebildet. Durch das lange Phasengedächtnis dieses passiven, externen Resonators ist die Frequenz der Diode unabhängig von Stromschwankungen in der Stromversorgung.

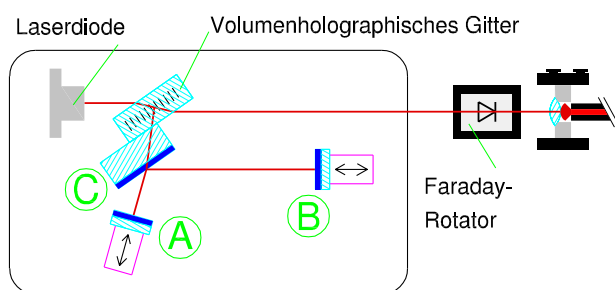


Abb. 3.9.: Schematische Darstellung des Referenzlasersystems: Bei diesem Aufbau wird das Licht aus der Diode über ein volumenholographisches Gitter in einen externen Resonator gekoppelt, dessen Länge die Laserfrequenz bestimmt.

Die Justage nimmt man derart vor, daß zunächst der erweiterte Resonator ausgerichtet wird; dabei wird durch Wahl des Winkels von Spiegel A auch eine grobe Wahl der Frequenz getroffen. Danach wird Spiegel B eingestellt. Wollte man wie im Littman-Betrieb die Frequenz durch Wahl des Winkels von Spiegel A festlegen, so hätte man Spiegel B entgegengesetzt zu schwenken. Dies erfordert einen komplizierten mechanischen Aufbau, der noch nicht umgesetzt wurde. Allerdings ist es möglich, den Laser über etwa 2 GHz sprunghaft durchzustimmen, indem die Länge beider Resonatoren simultan verändert wird; dazu wird Spiegel A über einen Piezoaktor vor- oder zurückgesetzt. Dies funk-

tioniert dann effizient, wenn die Laufwege Rückseite Diode – Spiegel A bzw. Spiegel A – Spiegel B optisch gleich lang sind. Darauf wurde bei der Konstruktion geachtet.

Die hohe Frequenzstabilität dieses Aufbaus konnte in einem Beatexperiment der beiden baugleichen Laser demonstriert werden, bei dem über eine Zeit von 0.1 ms eine Linienbreite des Lasers von 6 kHz ermittelt wurde [Kna00a]. Nachteilig ist vielleicht die geringe auskoppelbare Leistung von etwa 12 mW, da ein hoher Teil der Leistung in den verlustbehafteten externen Resonator eingespeist und nur ein kleiner Teil als Brauchstrahl ausgekoppelt wird; für den Einsatz als Referenzlaser, der auf Cäsium geregelt wird, ist diese aber ebenso ausreichend wie der Durchstimmbereich.

3.2.3. Aufbau der Cs-Spektroskopie

Der im Experiment genutzte Aufbau der Cäsium-Sättigungsspektroskopie ist in Abb. 3.10 dargestellt. Das über einen Fasermodulator in der Frequenz modulierte Laserlicht wird aus der Faser ausgekoppelt, fällt durch eine evakuierte Glaszelle, in die Cäsium eingebracht worden ist, auf den Endspiegel, wird von dort zurückreflektiert und über einen Strahlteiler auf eine

Photodiode gelenkt. Die Zelle ist von einem Kasten aus Mumetall⁷ umgeben, die Magnetfelder abschirmt; anderenfalls würden die Linien verbreitert, schlimmstenfalls auch verschoben (s. z.B. [Sch94]).

Dieser Aufbau ist leicht zu justieren und einfach in der Handhabung, weicht allerdings vom klassischen Aufbau der Sättigungsspektroskopie (s. beispielsweise [Dem99]) in mehreren Punkten ab. Zum einen ist hier die Rolle von Pump- und Probestrahl nicht so intuitiv zu unterscheiden. In diesem Zusammenhang sei abermals darauf hingewiesen, daß im Falle von Cäsium besser von Pump- als von Sättigungsspektroskopie gesprochen werden sollte. Das äußert sich beispielsweise in der sehr geringen Laserleistung von einigen Mikrowatt, die hier maximal verwendet werden kann.

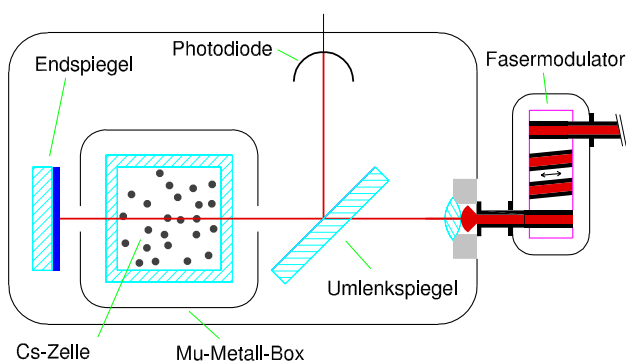


Abb. 3.10.: Schematischer Aufbau der Cäsium-Spektroskopie

Ferner läßt sich die Polarisation des Laserlichts, das durch eine Faser herangeführt wird, nicht definiert einstellen. Da die verwendeten Fasern nicht polarisationserhaltend sind, hat das Licht in der Zelle irgendeine Polarisation. Schließlich ist kein Referenzstrahl vorgesehen, der die Zelle nur einmal durchläuft und mit einer eigenen Photodiode detektiert wird. Dies dient im üblichen Aufbau dazu, den Doppleruntergrund vom Spektroskopiesignal – den dopplerfreien Peaks der eigentlichen Übergänge – abzugiehen. Bei diesem Aufbau wird also der gesamte Doppleruntergrund mitsamt den Übergangslinien von der Photodiode aufgenommen und zur Regelung herangezogen. Im Resultat bedeutet dies, daß der nur näherungsweise konstante Untergrund wie auch die Peaks abgeleitet werden (vgl. Abschnitt 2.5.1), man erhält also einen Regelpunkt, der von Null verschieden ist.

3.2.4. Regelung auf den Cs-Übergang

Die Regelung auf einen Übergang von atomarem Cäsium ist in Kap. 2.5.1 prinzipiell erläutert worden. Diesen Grundlagen entsprechend ist der für dieses Experiment entwickelte Lockin-Verstärker aufgebaut, der schematisch in Abb. 3.11 dargestellt ist; im Anhang findet man den Schaltplan⁸ (Abb. C.3).

Der Ist-Wert des Lasers bezüglich des gewählten Cäsium-Übergangs wird mit der Photodiode des Spektroskopieaufbaus ermittelt, wozu die Frequenz moduliert wird. Auch in diesem Aufbau kommt ein bereits beschriebener Fasermodulator (s. Abb. 3.7) zum Einsatz. Das Photodiodensignal wird vorverstärkt und in den Lockin-Verstärker gegeben. Eingangsseitig ist ein Hochpaß vorgeschaltet, nur der veränderliche Teil des Signals wird weiterverarbeitet. Es schließen sich ein Verstärker und ein Bandpaßfilter an, der auf die Modulationsfrequenz eingestellt ist. Es folgt ein variabler Phasenschieber (maximal 90°). Die Modulationsfrequenz

⁷Der Autor dankt der Firma Vacuumschmelze GmbH & Co. KG, Hanau, für das kostenlose und unkomplizierte Ausglühen der Schirmung.

⁸Die Schaltung ist überwiegend von Kai-Martin Knaak entworfen worden.

4. Experimentelle Ergebnisse

In diesem Kapitel wird zunächst die Charakterisierung des Wavemeters vorgenommen; sie basiert weitgehend auf der Vermessung der Cäsium-D₂-Linie. Anschließend werden die Ergebnisse der Spannungsmessung am Kalzium-Ionenstrahl vorgestellt und diskutiert.

4.1. Untersuchung des Wavemeters

Wie in Abschnitt 2.4.1 erwähnt, ist das Wavemeter zunächst mit numerisch erzeugten Datensätzen untersucht worden, um die erzielbare Genauigkeit abzuschätzen und für die Interpretation der Ergebnisse – insbesondere das Erkennen verschiedener Fehlerursachen – sensibilisiert zu werden. Die Ergebnisse motivierten, das Wavemeter zu realisieren; die Darstellung dieser vorab vorgenommenen Untersuchungen würde allerdings an dieser Stelle zu weit führen, daher sollen nur experimentelle Ergebnisse vorgestellt werden. Diese wurden gewonnen, indem zwei baugleiche Laser (vgl. Abschnitt 3.2.2) je auf einen der Übergänge des hyperfeinaufgespaltenen Grundzustands von Cäsium stabilisiert wurden. Demzufolge beträgt der Frequenzabstand von Probe- und Referenzlaser in den vorgestellten Messungen etwa 9 GHz.

4.1.1. Spektroskopie- und Fehlersignal der Cäsiumspektroskopie

Bei den in diesem Abschnitt vorgestellten Untersuchungen wurde der Referenzlaser auf einen Übergang des Cäsium-D₂-Grundzustands $F=4$ und der Probeleraser auf einen Übergang des Grundzustands $F=3$ geregelt. In Abb. 4.1 sind die Signale dargestellt, die beim Verstimmen der Laserfrequenz über die gesamte Linie beobachtet werden: Rot das Signal an der Photodiode des Spektroskopieaufbaus (siehe Abschnitt 3.2.3), schwarz das zugehörige Fehlersignal, das mit dem Lockin-Verstärker (Abschnitt 3.2.4) gewonnen wird. Die Übergänge sind nach den Hyperfeinzuständen bezeichnet (x/y bezeichnet Crossover-Übergänge, vgl. [Sch94]).

Es wird deutlich, daß auch für kleine Peaks, die sich kaum vom breiten Doppleruntergrund abheben – siehe zum Beispiel den Übergang $F=4$ nach $F'=5$ –, ein verwertbares Fehlersignal gewonnen wird. Bei dem speziellen Beispiel handelt es sich um einen invertierten Peak; auf diesem Übergang wird bei dem Polarisationszustand und Anwesenheit des Pumpstrahls in Resonanz mehr Licht absorbiert als neben der Resonanz. Dies ist ein Effekt optischen Pumpens (zur Erklärung s. [Sch94]).

Anhand der Abbildung wird auch deutlich, daß der Regelpunkt für jeden Übergang individuell eingestellt werden muß, wie in Abschnitt 3.2.4 erläutert ist. Eine Regelung auf die Übergänge $F=4$ nach $F'=4$ bzw. $F'=3/5$ und $F=3$ nach $F'=3$ bzw. $F'=2/4$ ist wegen der engen Nachbarschaft der Linien nicht sinnvoll: Die Linien sind wegen der Modulation ein wenig verbreitert,

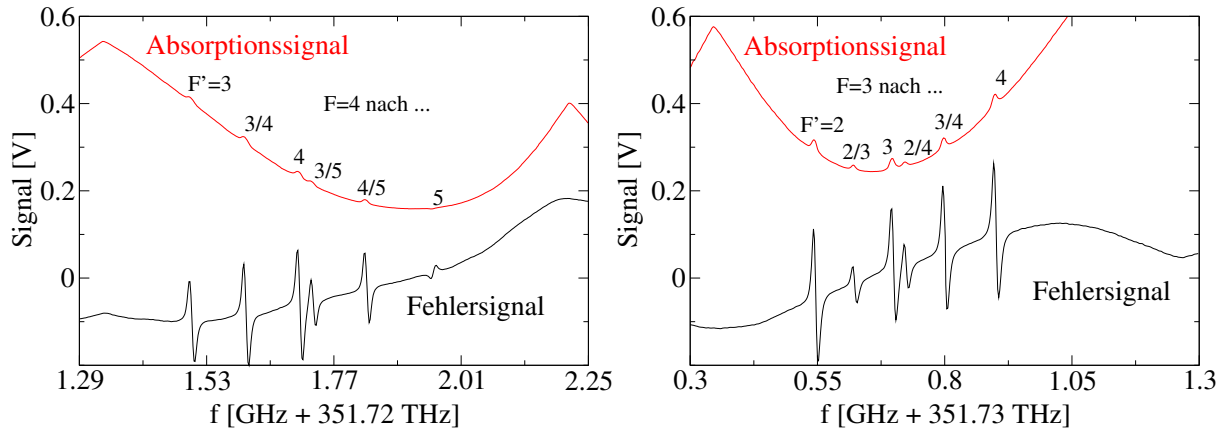


Abb. 4.1.: Signale der Cs-Spektroskopie: Das Absorptionssignal ist rot, das daraus abgeleitete Fehlersignal schwarz dargestellt. x/y bezeichnet Crossover-Signale.

so daß die Fehlersignale überlappen. Insgesamt stehen mit der Cäsiumspektroskopie zum Test des Wavemeters also 16 Kombinationen von Referenz- und Probewellenlänge zur Verfügung, die nach [Ude00] jeweils auf 110 kHz genau bekannt sind. Die Sollwerte sind in Tab.A.4 aufgeführt.

4.1.2. Einstellung der Korrelation von Referenz- und Probesignal

Wie in Abschnitt 2.4.2 ausgeführt, muß bei Verwendung der Knaak-Routine die Korrelation zwischen den Interferenzsignalen von Referenz- und Probeler gewährt sein. Eine Zeitverzögerung zwischen Auslösung der Messung und Erfassung des Meßwerts führt zu einem Fehler in der Bestimmung der Probefrequenz.

In Abb.4.2 ist beispielhaft dargestellt, wie eine solche Verzögerung detektiert und minimiert werden kann. Der Referenzlaser ist in dem gezeigten Beispiel auf den Übergang $F=4$ nach $F'=4/5$ und der Probeler auf den Übergang $F=3$ nach $F'=3/4$ geregelt worden. Dargestellt ist die Differenz von Meß- und Anpassungswerten $\Delta = \mathcal{M}(n) - \mathcal{A}(n)$ gegen n (s. Glgn.(2.55) bzw. (2.57)), wobei 440 000 Datenpunkte gemessen worden sind. Das Aliassignal weist in diesem Fall etwa 10 volle Perioden auf. Links und rechts wurde die Verzögerung bewußt falsch eingestellt (zusätzlich einige 10 ns), es resultiert ein charakteristisches Muster. Die Frequenz des Probelasers wird um -1.24 MHz bzw. 1.36 MHz verfehlt; in der Mitte der Abbildung wurde die Verzögerung so gut als möglich eingestellt (der in diesem Fall richtige Wert liegt im Bereich von 100 ns), die Abweichung der bestimmten Probefrequenz zum Sollwert beträgt etwa 100 kHz. Es verbleibt auch in diesem Fall eine periodische Struktur in der Differenz von Meß- und Anpassungswerten, die z.B. in nicht perfekter Justage ihre Ursache hat.

Es ist darauf hinzuweisen, daß bei der vorgestellten Messung der Wertebereich der AD-Karte nahezu voll ausgeschöpft wurde. Die Differenz von Meß- und Anpassungswerten bewegt sich also zwischen 3% bei nicht ausreichender und unter 1% im Fall genügender Korrektur der Verzögerung. Dies spricht für eine geringe Fluktuation der Laserintensität.

Die Zeitverzögerung in der Größenordnung von 100 ns zwischen Auslösung der Messung –

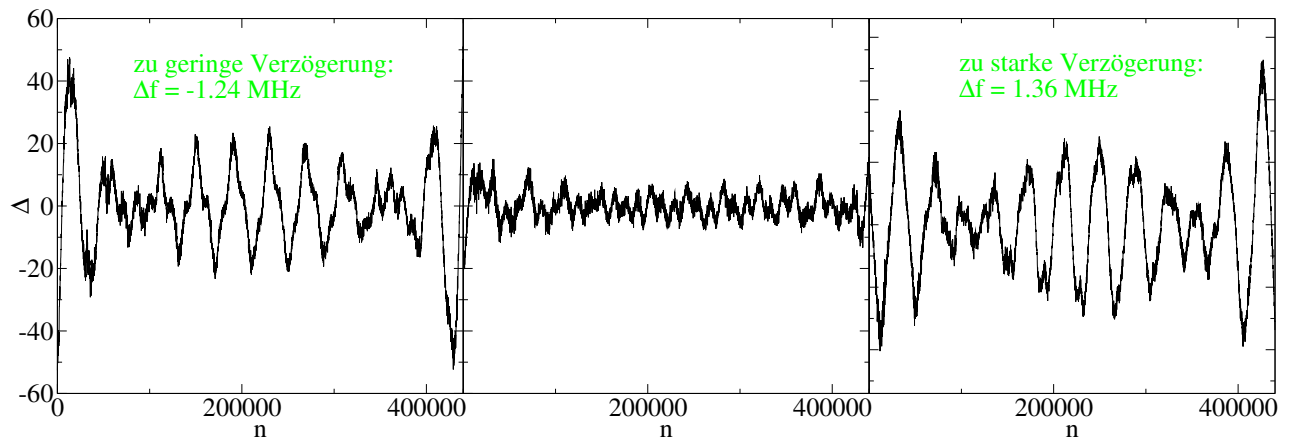


Abb. 4.2.: Differenz von Meß- und Anpassungswerten: Aufgetragen ist die Differenz $\Delta = \mathcal{M}(n) - \mathcal{A}(n)$ gegen n ; links mit zu geringer, rechts mit zu starker Verzögerung. Der Sollwert wird je um etwa ein Megahertz nicht getroffen, wobei sich das Vorzeichen unterscheidet. In der Mitte wird der Sollwert getroffen, $\Delta_{\max}$ macht weniger als 1% der absoluten Meßwerte aus. Die periodische Struktur ist Hinweis auf eine Zeitdifferenz zwischen Auslösung der Messung und Erfassung des Meßwerts, die die Korrelation des Interferenzsignals von Referenz- und Probekaser beeinflusst.

d.h. Nulldurchgang des Signals des Referenzlasers – und der Datennahme des Signals des Probekasers läßt sich auf diese Weise zuverlässig nachweisen und hinreichend minimieren. Es stehen neben der gezeigten Methode weitere Möglichkeiten zur Verfügung, die in Abschnitt 2.4.2 erwähnt sind.

4.1.3. Test des Wavemeters mit verschiedenen Kombinationen von Referenz- und Probewellenlänge

In den Abbildungen 4.3 und 4.4 sind die Ergebnisse der Vermessung der Probewellenlänge für 16 verschiedene Kombinationen von Referenz- und Probewellenlänge dargestellt. Für eine Kombination wurden beide Laser auf die jeweilige Linie geregelt und dann nacheinander bis zu 30 Messungen durchgeführt. Aufgetragen ist gegen die laufende Nummer der Messung die Abweichung Δf des Meßwerts vom Sollwert. In der Legende sind die Mittelwerte verzeichnet, zudem ist die Standardabweichung eingetragen. Die Standardabweichung ist ein Maß für den Fehler, der aus der Anpassung resultiert.

Mit einer einzigen Ausnahme (Referenz: $F=4$ nach $F'=3$, Probe: $F=3$ nach $F'=2/3$) weicht der erste Meßwert um weniger als ein Megahertz vom Sollwert ab, überwiegend sogar weit weniger. In einer ganzen Reihe von weiteren Messungen, die hier nicht aufgeführt sind, konnte dies immer wieder bestätigt werden. Der Mittelwert über alle 323 hier aufgeführten Messungen ergibt eine Abweichung von nur -0.207 MHz vom Sollwert. Es fällt auf, daß die Abweichung in einem Fall vergleichsweise groß ausfällt: Es sind dies die Messungen mit der Probekaserlinie $F=3$ nach $F'=2/3$. Auf diese besondere Linie wird bei der Diskussion von Abb. 4.6 näher eingegangen. Berücksichtigt man die vier Kombinationen mit dieser Probekaserresonanz nicht, so erhält man sogar eine Abweichung des Mittelwerts der verbleibenden zwölf Messungen zum Sollwert von nur -0.086 MHz.

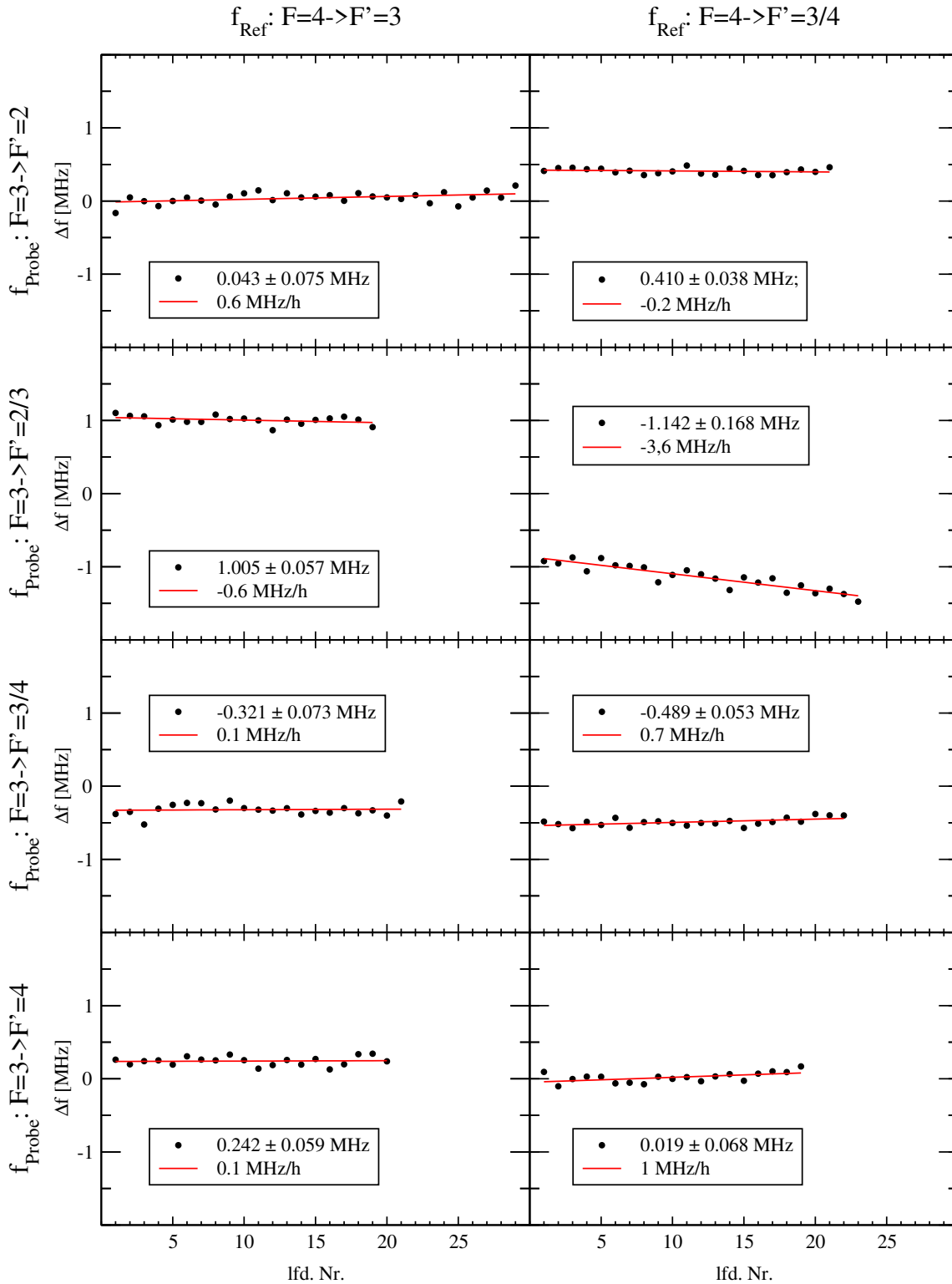


Abb. 4.3.: Acht Kombinationen von Referenz- und Probelinie der Cs-Spektroskopie: Dargestellt ist die Differenz von Soll- und Meßwert $\Delta f = f_{\text{Soll}} - f_{\text{Messwert}}$. In den Legenden sind die Mittelwerte und die Standardabweichung der Ergebnisse der bis zu 30 aufeinanderfolgenden Messungen verzeichnet. Bei der Anpassung wurde jeder 100. Wert berücksichtigt. Rot eingetragen ist die Drift, wobei der Umstand zugrunde gelegt ist, daß eine einzelne Messung und Auswertung 20 s dauert.

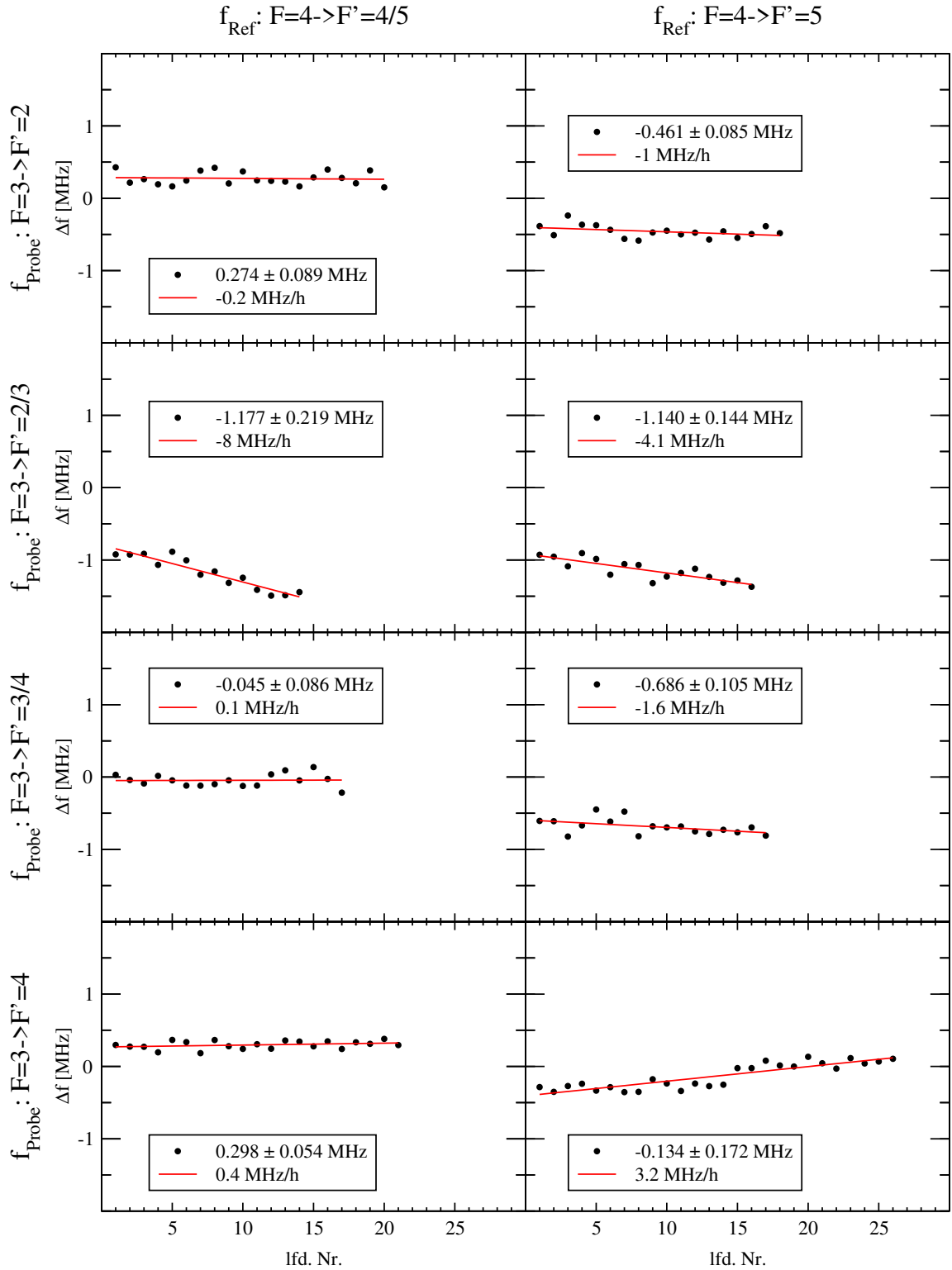


Abb. 4.4.: Acht weitere Kombinationen von Referenz- und Probelinie der Cs-Spektroskopie. Ansonsten siehe Bildunterschrift von Abb. 4.3.

Der Hauptgrund für die Abweichung vom Sollwert ist nicht im prinzipiellen Aufbau des Wave-meters oder der Auswertemethode zu suchen; dies wird deutlich, wenn man die verzeichneten Standardabweichungen betrachtet, die höchstens um 0.2 MHz liegen. Vielmehr ist die Einstellung des Regelpunkts nur ungenau durchzuführen. Dies wurde gesondert untersucht und ist beispielhaft in Abb. 4.5 dargestellt. Bei dieser Messung wurden insgesamt vier verschiedene

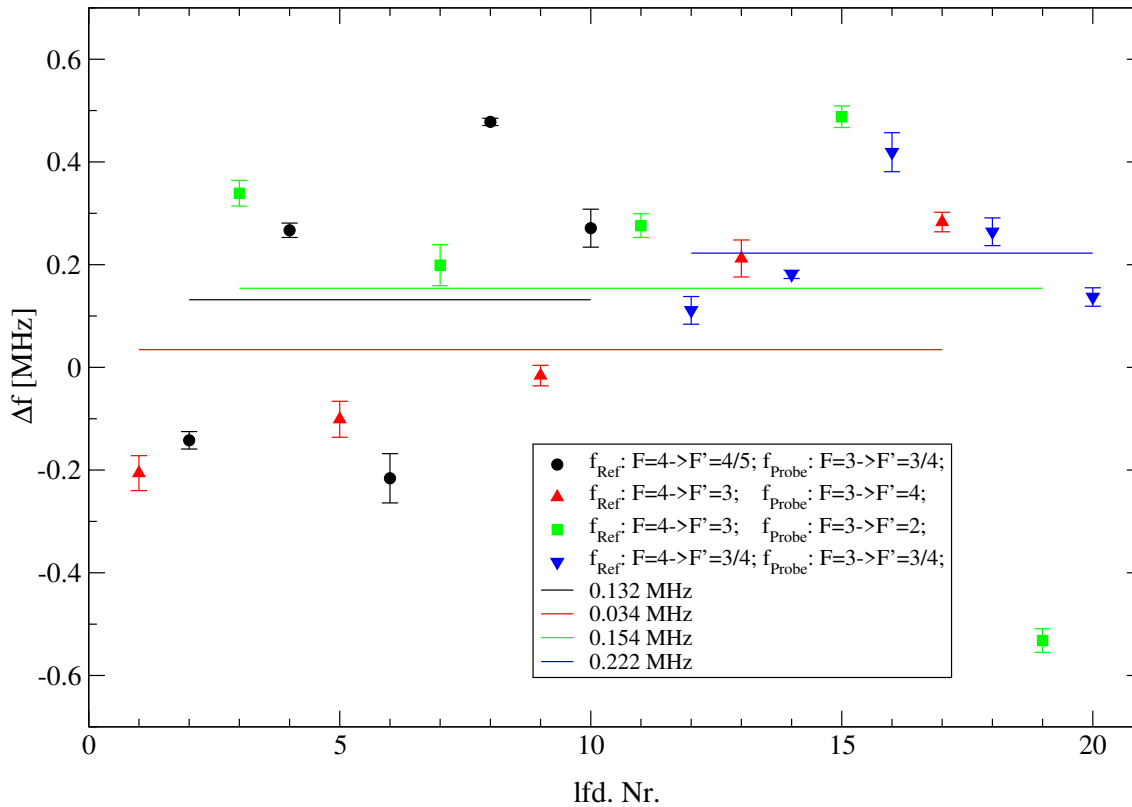


Abb. 4.5.: Untersuchung zur Auffindung des richtigen Regelpunkts: Jeder dargestellte Punkt repräsentiert den Mittelwert aus fünf aufeinanderfolgenden Messungen und gibt für die verzeichnete Kombination von Referenz- und Probewellenlänge die Differenz von Meß- und Sollwert Δf an. Die Fehlerbalken stehen für die Standardabweichung der fünf Messungen. In der Reihenfolge der laufenden Nummer wurde die Kombination der Übergänge gewechselt. Die durchgezogenen Linien geben den Mittelwert an.

Kombinationen von Referenz- und Probelinie ausgewählt. Jeder eingetragene Punkt repräsentiert den Mittelwert aus fünf aufeinanderfolgenden Messungen; mit jeder laufenden Nummer wurde für mindestens einen Laser eine andere Linie aufgesucht und der Regelpunkt beider Laser neu eingestellt. Die durchgezogenen Linien geben den Mittelwert der Abweichungen vom Sollwert an. Deutlich zu erkennen ist, daß die Ergebnisse streuen und offenbar vom Regelvorgang selbst abhängig sind.

Da eine Messung, bestehend aus Datenaufnahme und -verarbeitung, etwa 20 Sekunden dauert, kann die beobachtbare Drift abgeschätzt werden. Sie ist in den Abbn. 4.3 und 4.4 durch die rot eingetragenen Regressionsgeraden erfaßt. Die Ursache für die zeitliche Veränderung ist wie die absolute Abweichung vom Sollwert auch durch die Regelung gegeben: Der Regelpunkt wird nicht nur mit leichter Ungenauigkeit getroffen, sondern – einmal fest gewählt – nicht mehr

geändert. Allerdings wurde schon mehrfach darauf hingewiesen, daß die verwendeten Fasern nicht polarisationserhaltend sind. Das Spektroskopiesignal hingegen ist vom Polarisationszustand des Laserlichts abhängig; ändert sich dieses mit der Zeit, weil z.B. die Fasern infolge einer leichten Temperaturänderung trotz Fixierung ihre Lage ändern, so wird der Laser nicht mehr auf den Schwerpunkt der Linie geregelt.

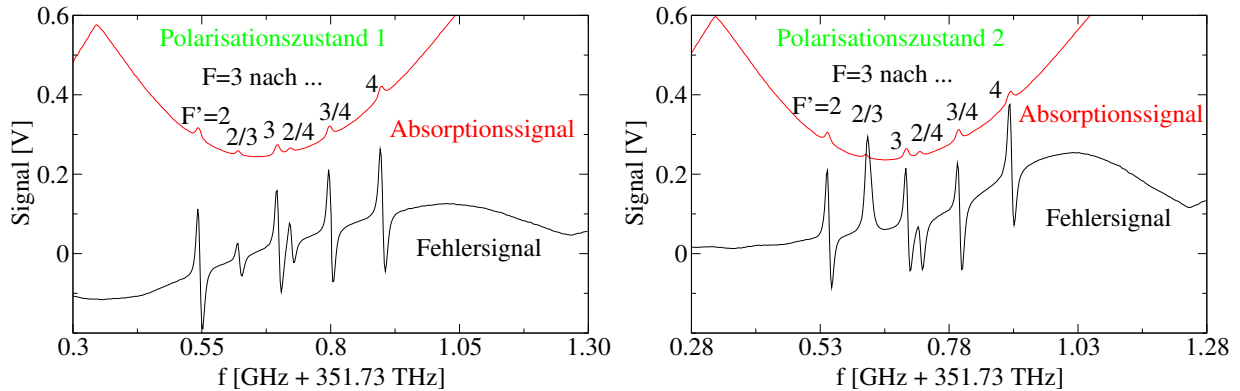


Abb. 4.6.: Signale der Cs-Spektroskopie für zwei Polarisationszustände des Probelasers (Grundzustand $F=3$): Das Absorptionssignal ist rot, das daraus abgeleitete Fehlersignal schwarz dargestellt. Die Polarisation wird verändert, wenn die zuführende Faser verdreht wird.

In Abb. 4.6 ist als Beispiel das Spektroskopie- und Fehlersignal für zwei verschiedene Polarisationszustände des Probelaserlichts dargestellt. Die Polarisation wurde durch mechanischen Eingriff an der Faser massiv, allerdings in unbekannter Weise geändert. Während das Signal selbst offensichtlich nicht sehr verändert erscheint, ist das Fehlersignal stark geändert. Es sei insbesondere auf den Übergang $F=3$ nach $F'=2/3$ (vgl. Abb. 4.1) hingewiesen, der schon in den Abb. 4.3 und 4.4 auffiel: In Polarisationszustand 2 ist eine Regelung nicht möglich, der Übergang reagiert auf Änderung des Polarisationszustands besonders stark.

4.1.4. Fazit

Die hier vorgestellten und eine Reihe weiterer Untersuchungen haben ergeben, daß mit dem aufgebauten Wavemeter unter Verwendung der Knaak-Routine und dem als Referenz eingesetzten Cäsium-Spektroskopieaufbau die Frequenz zumindest eines vom Referenzlaser um etwa zehn Gigahertz entfernten Probelasers auf ein Megahertz genau bestimmt werden kann. Der Meßfehler beträgt also:

$$\Delta f_{\text{Wavemeter}} = \pm 1 \text{ MHz} . \quad (4.1)$$

Für größere Differenzen von Probe- und Referenzfrequenz sollte nach allen Abschätzungen das Ergebnis nicht schlechter ausfallen; allerdings sollte dies mit einem geeigneten Probelaßsystem bei genau bekannter Probefrequenz überprüft werden. Damit erfüllt dieser Teil des Versuchsaufbaus zur Messung hoher Spannungen die Anforderungen vollständig.

Das Limit der erzielbaren Genauigkeit hat seine Ursache in der Regelung bzw. dem gewählten Spektroskopieaufbau, nicht aber in der verwendeten Meßprozedur. Eine weitere Verbesserung

ist durch eine Ergänzung des Aufbaus zu erwarten: Wenn der Doppleruntergrund des Spektroskopiesignals abgezogen würde, sollte die Linie mit größerer Genauigkeit getroffen werden, da der Regelpunkt dann fest vorgegeben ist und nicht von Hand eingestellt werden müßte. Die beobachtete Drift, die in einer Polarisationsänderung ihre Ursache hat, würde nicht mehr auftreten. Der größte Fehlerbeitrag des Meßverfahrens, nämlich mangelhafte Korrelation der Interferenzsignale von Referenz- und Probeler, kann zuverlässig bestimmt und hinreichend minimiert werden.

Wenn man das Wavemeter als Ratiometer zur Bestimmung eines Wellenlängenverhältnisses V einsetzt, um gemäß Glg. (2.12) Spannungen in kollinearer Spektroskopie zu messen, benötigt man den Fehler ΔV ; diesen kann man aus den vorgestellten Messungen abschätzen, wenn man die Streuung der Ergebnisse betrachtet (s. Abb. 4.3 und 4.4). Wenn man die Drift und die absolute Linienlage, die in der Regelung ihre Begründung haben, abzieht, verbleibt in konservativer Abschätzung eine Streuung von ± 600 kHz (bzw. relativ $1.7 \cdot 10^{-9}$). Von diesem Fehler ist also bei der Bildung des Verhältnisses von Wellenlängen bzw. Frequenzen auszugehen:

$$\frac{\Delta V}{V} = \pm 1.7 \cdot 10^{-9}. \quad (4.2)$$

4.2. Untersuchung des Kalziumübergangs

Bei den im Folgenden vorgestellten Ergebnissen war, falls absolute Angaben zu Übergangsfrequenzen gemacht werden, der Referenzlaser auf den Cs-Übergang $F=4$ nach $F'=4/5$ geregelt; zur Anpassung wurde stets jeder 100. Meßwert herangezogen.

4.2.1. Linienhöhe

Bereits in den ersten Messungen stellte sich heraus, daß die Signalhöhe geringer als erwartet ausfällt. Für typische Bedingungen schätzt man unter der Annahme, daß die metastabilen D-Zustände in der Ionenquelle besetzt und in Fluoreszenzkammer abgefragt werden, nach Glg. (2.21) für den schwächeren der beiden möglichen Übergänge eine Zählrate von $R_{D_{3/2}}^{\text{theo}} = 1.8 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$, und für den stärkeren der Übergänge $R_{D_{5/2}}^{\text{theo}} = 2.7 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ (der Ausgangszustand ist als Index angegeben; vgl. Tab. 2.1) ab. Die angegebenen theoretischen Werte gelten für eine Beschleunigungsspannung von -20 kV. Statt der hier berechneten Werte werden für den schwachen Übergang $R_{D_{3/2}}^{\text{exp}} = 6 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$ und für den starken Übergang $R_{D_{5/2}}^{\text{exp}} = 1.2 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$ gemessen. Statt eines Verhältnisses von etwa 10, der aus der unterschiedlichen Kopplungsstärke rührt, wird nur ein Verhältnis von etwa 3 gemessen.

Es stellte sich heraus, daß die Zählraten vom Druck des Untergrundgases abhängig sind. In den Abb. 4.7 und 4.8 ist dieser Umstand beispielhaft dargestellt. Die Messungen wurden vorgenommen, indem durch ein Nadelventil Luft in den Rezipienten eingelassen wurde. Die gemessenen Drücke sind in den einzelnen Graphen verzeichnet. Die Probelerfrequenz wurde während der Messung langsam verändert und so die Resonanz überfahren; der Scanhub betrug bei dieser Messung etwa 300 MHz. Die Zählrate R wurde aufgenommen, indem das aufbereitete Signal vom Photomultiplier über einem RC-Glied abgegriffen wurde. In beiden Abbildungen ist das Ergebnis des kollinearen Lasers dargestellt, in Abb. 4.7 betrug die Zugspannung -20 kV,



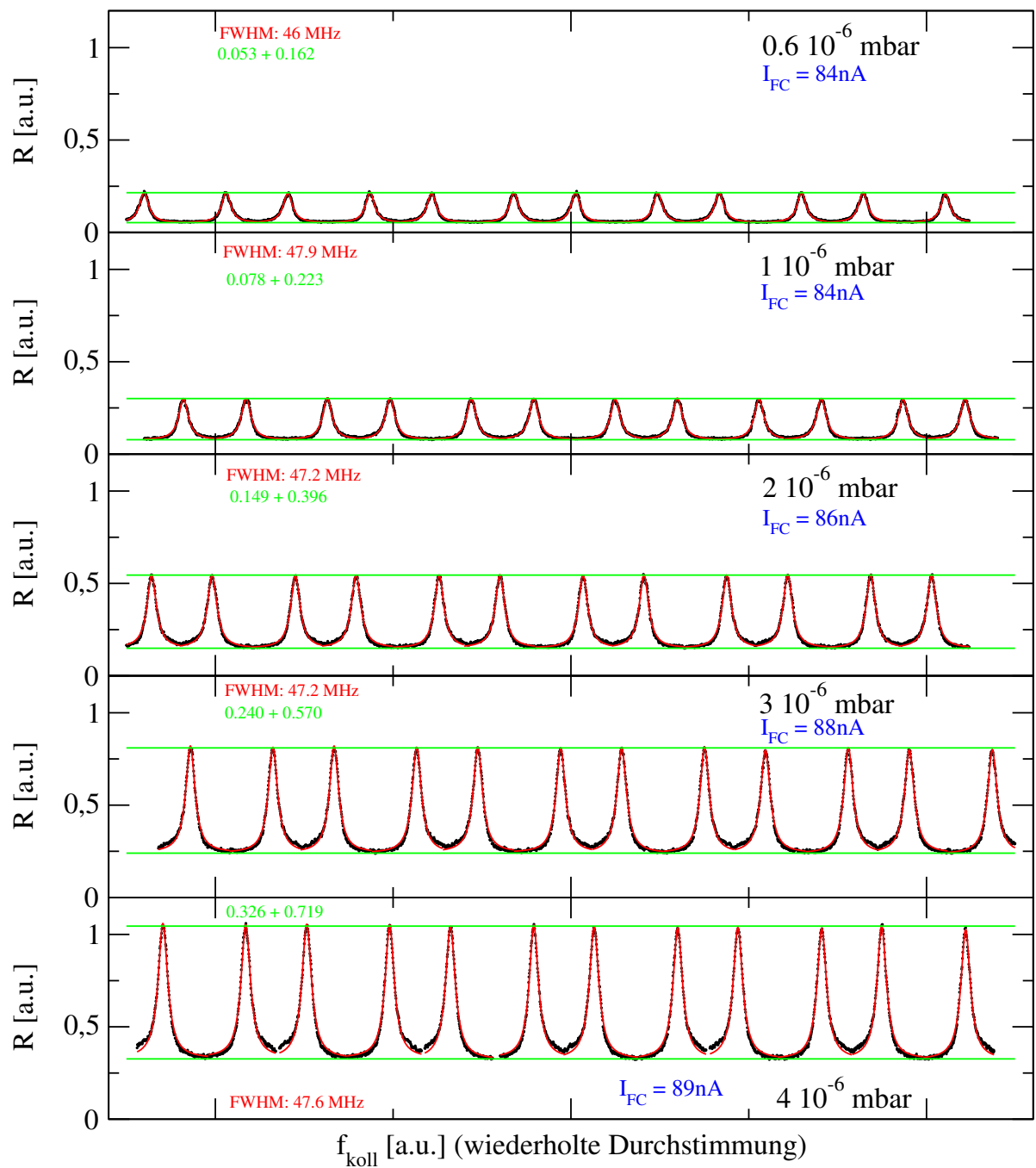


Abb. 4.7.: Signalhöhen in Abhängigkeit vom Druck; Beschleunigungsspannung -20 kV. Dargestellt ist das Ergebnis in kollinearem Betrieb, der Probelaser wird langsam über die Resonanz verfahren. Der Durchstimmbereich beträgt etwa 300 MHz. Der Druck im Rezipienten wird über ein Nadelventil variiert und ist im jeweiligen Graphen verzeichnet. Die (rote) durchgezogene Linie über den (schwarzen) Meßpunkten ist eine angepaßte Lorentzkurve. Die horizontalen (grünen) Linien stellen Untergrund und Signalthöhe dar, die Werte sind verzeichnet. Die Linienbreite ist (rot) mit einem Fehler von 25% angegeben.

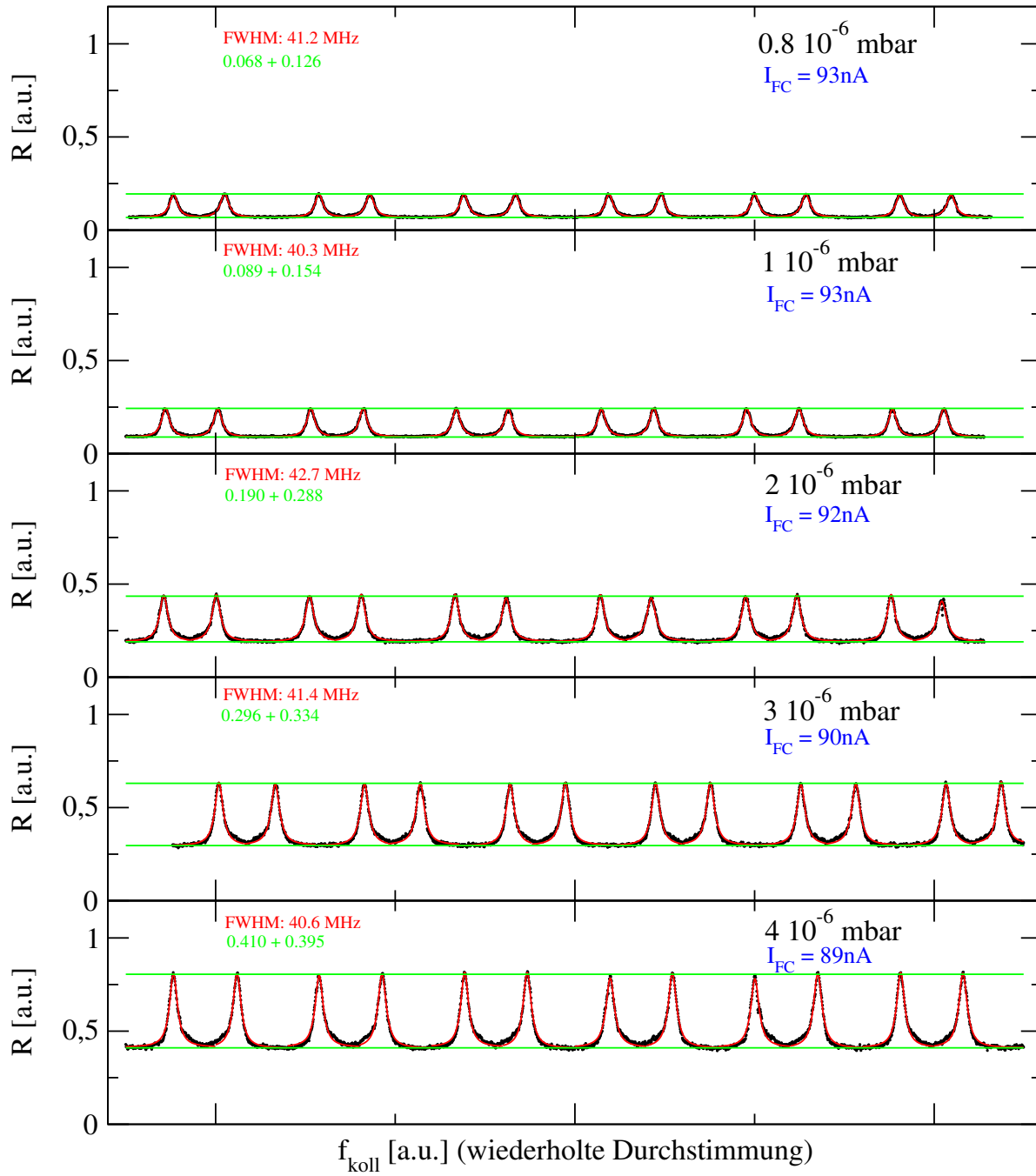


Abb. 4.8.: Wie Abb.4.7, aber mit einer Beschleunigungsspannung von -30 kV.

in Abb. 4.8 –30 kV. Die y-Achse der Graphen sind der leichten Vergleichbarkeit wegen gleich skaliert, und doch sind die beiden Abbildungen untereinander nicht ohne weiteres vergleichbar: Es unterscheiden sich die Ionenströme (in blau verzeichnet als I_{FC}), die Laserleistungen sind sicherlich leicht unterschiedlich (der Laser muß von –20 kV nach –30 kV Zugspannung um etwa 90 GHz verstellt werden; dazu ist in aller Regel nötig, den Diodenstrom und somit die Laserleistung zu ändern). Vor allem aber werden die Lockin-Verstärker durch passende Wahl der Pulslänge auf die jeweilige Zählrate eingestellt; die dargestellten Signale sind an Ausgang X2 des Verstärkers (s. Abb. C.2) abgegriffen und besagtem RC-Glied zugeführt worden. Das Signal ist mit einem Speicheroszilloskop gemessen.

Augenscheinlich werden in der Fluoreszenzkammer (vor allem) Metastabile abgefragt, die durch Stöße mit Restgas bevölkert werden. Der Druck wird fern dem Strahl im fünften Kreuzstück gemessen, der Druck im Driftrohr wird vermutlich größer als angegeben sein. Die Ergebnisse für den antikollinearen Laser sehen ähnlich aus, allerdings fallen Untergrund und Signal größer aus. Im Unterschied zur Messung mit kollinearem Laser wird bei der Arbeit mit dem antikollinearen Laser natürlich der Faradaybecher abgesenkt; in diesem Fall werden die Ionen nach Verlassen des zweiten Driftrohrs nicht abgefangen, sondern zunächst abgebremst und dann zum zweiten Driftrohr zurück beschleunigt. Sie treffen es mit einer Energie, die ausreicht, Material auszuschlagen. Dies wird zu einem Druckanstieg genau in Strahlnähe führen und sich also in einer Erhöhung der Zählrate bemerkbar machen.

Es sei darauf hingewiesen, daß die erste Beschleunigungsstufe auf das erste Driftrohr zu für die beiden gezeigten Fälle gleich gewählt wurde: Am ersten Driftrohr lag bei beiden in den Abbn. 4.7 und 4.8 gezeigten Messungen etwa –6 kV an. Dies ist ein Hinweis darauf, daß die Besetzung der geprobten Metastabilen maßgeblich unterwegs modifiziert wird.

Unter den geschilderten Umständen ist angesichts der geringen Zählraten nicht ohne weiteres davon auszugehen, daß Sättigungseffekte keine Rolle spielen. Dies ist untersucht worden, indem die Laserleistung variiert wurde. Für den schwachen Übergang $3d^2D_{3/2}$ nach $4p^2P_{3/2}$ wurde dabei kein oder höchstens ein sehr schwacher Sättigungseffekt beobachtet. Im Fall des stärkeren Übergangs $3d^2D_{5/2}$ nach $4p^2P_{3/2}$ aber liegen nicht nur die Zählraten deutlich höher, sondern ein Sättigungseffekt ist nicht zu übersehen. Darauf wird bei der Diskussion der Linienbreite in Abschnitt 4.2.2 zurückgekommen.

4.2.2. Linienbreite und -form

Die natürliche Lebensdauer des $4p^2P_{3/2}$ -Zustands mit der resultierenden Linienbreite von etwa 23 MHz sollte der dominierende Beitrag sein (vgl. Abb. 2.10). Es werden aber stets mindestens doppelt so große Linienbreiten gemessen. In den Abbn. 4.7 und 4.8 sind Lorentzkurven an die Meßwerte angepaßt worden (rot dargestellt), die bestimmten Linienbreiten sind in den Graphen angegeben. Für den Absolutwert ist dabei von einem Fehler von 25% auszugehen¹.

In Tab. 4.1 sind die gemessenen Linienbreiten für die beiden im beschriebenen Experiment treibbaren Übergänge aufgeführt, und zwar für je –20 kV und –30 kV Zugspannung. Bei den Angaben zum schwachen Übergang handelt es sich um die Mittelwerte, die direkt den Messungen entnommen werden können, die in den Abbn. 4.7 und 4.8 dargestellt sind. Auffällig

¹Etwa 20% sind dem Meßverfahren zuzuschlagen: Der Durchstimmbereich wurde über ein Fabry-Perot-Interferometer ermittelt; ausgehend von dessen freiem Spektralbereich kann der Hub bestimmt werden, wenn auch mit erheblicher Ableseungenauigkeit. Weitere 5% Fehler sind auf der Anpassung zurückzuführen.

Tabelle 4.1.: Linienbreiten der Ca^+ -Resonanz für die treibbaren Übergänge und verschiedene Zugspannungen; für den schwachen Übergang sind die Mittelwerte aus den Messungen gebildet, die in den Abbn. 4.7 und 4.8 dargestellt sind. Die Ergebnisse für den starken Übergang sind ohne Variation des Drucks bei möglichst niedrigem Untergrund erzielt worden.

Übergang	U [kV]	δf_{koll} [MHz]	δf_{anti} [MHz]
$3d\ ^2D_{3/2} \longrightarrow 4p\ ^2P_{3/2}$	-20	$47.2 \pm 25\%$	$54.5 \pm 25\%$
$3d\ ^2D_{3/2} \longrightarrow 4p\ ^2P_{3/2}$	-30	$41.2 \pm 25\%$	$48.6 \pm 25\%$
$3d\ ^2D_{5/2} \longrightarrow 4p\ ^2P_{3/2}$	-20	$64.2 \pm 25\%$	$71.0 \pm 25\%$
$3d\ ^2D_{5/2} \longrightarrow 4p\ ^2P_{3/2}$	-30	$50.5 \pm 25\%$	$59.5 \pm 25\%$

sind zwei Umstände: Die Linienbreiten, die mit antikollinearer Laseranregung bestimmt sind, liegen stets über denen, die kollinear erzielt wurden. Dies ist verträglich mit der Tatsache, daß die absoluten Zählraten im Fall des antikollinearen Betriebs aus den vermuteten Gründen (lokale Druckerhöhung wg. Sputterprozessen) über denen des kollinearen liegen. Außerdem ist die Differenz bei gleichem Scanhub, d.h. für je den gleichen Laser und Übergang, aber verschiedener Zugspannung, in etwa gleich (beim schwachen Übergang 6 MHz, beim starken Übergang etwa 13 MHz).

Es bleibt festzustellen, daß zumindest qualitativ die Zählrate und die Linienbreite miteinander gekoppelt sind. So fügt sich auch ins Bild, daß der metastabile $D_{5/2}$ -Zustand wegen des etwas größeren statistischen Gewichts stärker bevölkert wird und die Linie also breiter ist.

An Abb. 4.9 ist eine Ausschnittvergrößerung wahllos herausgegriffener benachbarter Resonanzlinien für unterschiedliche Drücke dargestellt². Sie sind Abb. 4.7 entnommen. Anhand dieser Abbildung kann die Kurvenform und die Anpassung beurteilt werden; wie erläutert sind ausschließlich Lorentzkurven an die Meßwerte angepaßt. Sie treffen die Meßwerte gut, lediglich in den Flügeln gibt es eine charakteristische Abweichung, die von der jeweiligen Scanrichtung abhängt. Es wird darauf hingewiesen, daß der beobachtete Verlauf der Meßwerte und die Übereinstimmung mit einer Lorentzanpassung qualitativ ähnlich für alle Spannungen, Übergänge und kollinearen wie antikollinearen Betrieb beobachtet wird.

4.2.3. Linienverschiebung

Der heikelste Punkt bei der Messung der Spannung mittels kollinearer Spektroskopie besteht in einer ungewollten Linienverschiebung. Aus dem beobachteten Einfluß des Restgases auf Linienform und Zählrate sowie der Tatsache, daß es sich zumindest teilweise um inelastische Prozesse handelt, muß von einem (kinetischen) Energieverlust der Ionen, also einer Abbremsung und einer Verschiebung des Linienschwerpunkts ausgegangen werden.

Die Apparatur ist jedoch nicht dafür ausgelegt, einen solche Verschiebung in Abhängigkeit vom Resgasdruck zu bestimmen. Es sind weder Ionenstrom noch Strahlrichtung konstant;

²Der eifrige Leser kann sie direkt Abb. 4.7 zuordnen, wenn er die dargestellten Linien je von links beginnend durchnummeriert.



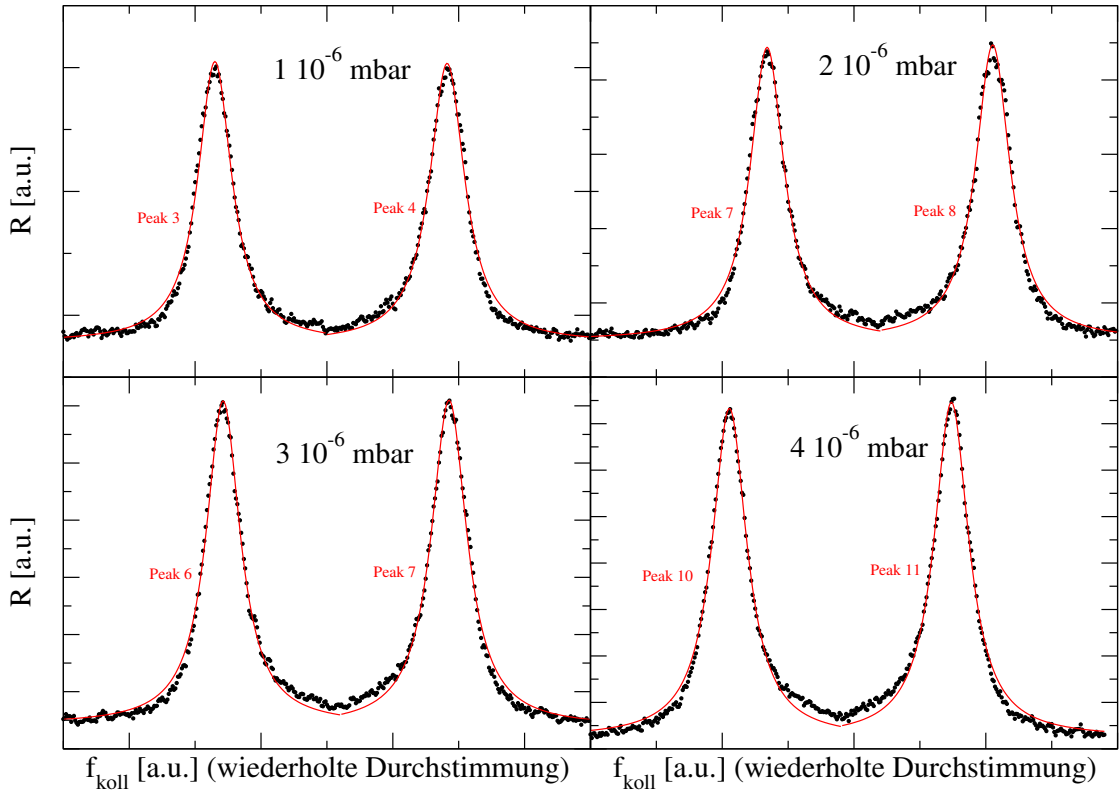


Abb. 4.9.: Ausschnittvergrößerung von Abb. 4.7: In dieser Abbildung kann ohne direkten Größenvergleich für verschiedene Drücke die Linienform wahllos herausgegriffener benachbarter Linien verglichen werden. Augenscheinlich trifft die (rot dargestellte) Anpassungsfunktion – eine Lorentzkurve – den Verlauf der Meßwerte recht gut. Lediglich in den Flügeln kommt es abhängig von der Durchstimmrichtung zu einer charakteristischen Abweichung.

somit ändert sich der Winkel und damit nach Glg. (2.2) auch die gemessene Frequenz. Bereiche höheren Drucks in Strahlnähe sind wahrscheinlich, da der Strahl nur mehr oder weniger anschlagsfrei durch das zweite Driftrohr geführt werden kann. Die Ionen werden also Partikel aus den Blenden schlagen, die lokal höhere Teilchenzahldichte führt zu den geschilderten Konsequenzen. Dazu kommt, daß sich während des Meßbetriebs die Labortemperatur und damit auch die Temperatur des Netzgeräts, mit dem die Spannung an der Fluoreszenzkammer bereitgestellt wird, nach Herstellerangaben um bis zu 10^{-4} K^{-1} ändern. Damit ist die angelegte Spannung also nicht konstant, sondern weist eine Drift auf. Das gleiche gilt für den Referenzlaser, dessen Regelpunkt nicht ständig überprüft werden kann. Kurz gesagt, da eine Fülle von Parametern während des Betriebs eine Drift aufweisen, kann der gesuchte Effekt – ein Zusammenhang zwischen Druck und Linienlage – überdeckt werden. Aber er ist auch nicht auszuschließen. Das beste Beispiel liefert die Messung, mit der der Einfluß der Stöße überhaupt entdeckt wurde. Im Vorgriff auf Abschnitt 4.5 ist das Ergebnis in Abb. 4.10 dargestellt; bei der Messung ging es um die Bestimmung der Ruhefrequenz. Beide Probelaser, also der kollineare und der antikollineare, waren auf den $D_{3/2}$ -Übergang geregelt. Die angelegte Zugspannung betrug -31 kV . Die gemessenen Frequenzen sind als f_{koll} bzw. f_{anti} in den beiden oberen Graphen gegen die laufende Nummer verzeichnet (der in die Graphen

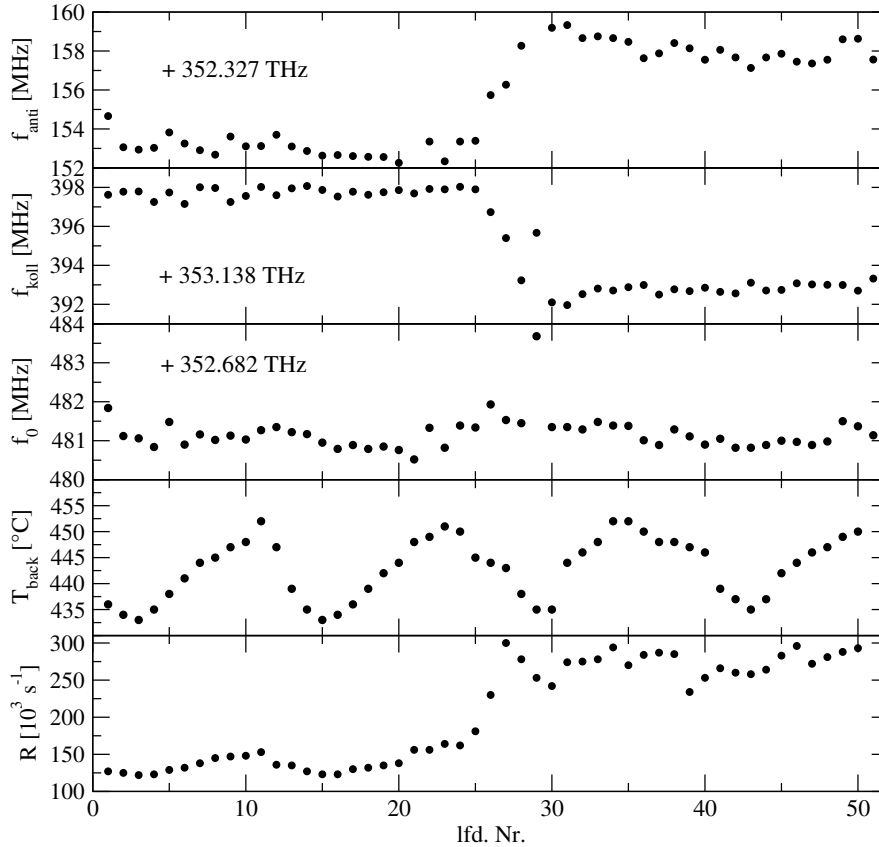


Abb. 4.10.: Messung zur Zugspannung von -31 kV des $D_{5/2}$ -Übergangs; gegen die laufende Nummer sind die gemessenen Frequenzen des kollinearen und des antikollinearen Lasers, die daraus nach Glg. (2.9) errechnete Ruhefrequenz, die Temperatur am Vorratsgefäß T_{back} und die Zählrate R aufgetragen. Zwischen Messung 20 und 30 stieg der Druck im Rezipienten von $0.4 \cdot 10^{-6}$ mbar wegen Pumpenausfalls auf $2 \cdot 10^{-6}$ mbar.

eingetragene Wert ist zum abgelesenen Ordinatenwert zu addieren). Im mittleren Graphen ist die resultierende Ruhefrequenz f_0 eingetragen, die man nach Glg. (2.9) aus den gemessenen Frequenzen berechnet. Schließlich ist auch die am Vorratsgefäß gemessene Temperatur T_{back} aufgetragen, der Ionenstrom folgt den Schwankungen meist direkt; und im untersten Graphen ist die Zählrate R aufgetragen.

Zwischen Messung 20 und Messung 30 fiel eine der beiden Turbopumpen am Rezipienten aus; der Druck stieg von $0.4 \cdot 10^{-6}$ mbar auf $2 \cdot 10^{-6}$ mbar. Die angelegte Spannung wurde nicht verändert. Die gemessenen Frequenzen f_{koll} und f_{anti} aber haben sich um mehrere Megahertz verschoben, und zwar zu niedrigeren Geschwindigkeitswerten der Ionen hin. Mit dem Anstieg der Teilchenzahldichte ist also offenbar eine Abbremsung der Ionen verbunden, die etwa 6 MHz ausmacht. Bei -31 kV entspricht das etwa 0.8 V.

Das Resultat ist in Abb. 4.11 dargestellt; hier ist die gemessene Frequenz gegen den Druck aufgetragen. Dazu wurden die Mittelwerte der Messungen mit den laufenden Nummern 1 bis 20 bzw. 31 bis 50 zusammengefaßt; die eingetragenen Fehlerbalken geben nicht den absoluten Fehler, sondern die Standardabweichung der je 20 Meßpunkte an. Die Steigungen sind weitgehend gleich, der Offset ebenfalls. Es wird typischerweise bei Drücken von $1 \cdot 10^{-6}$ mbar

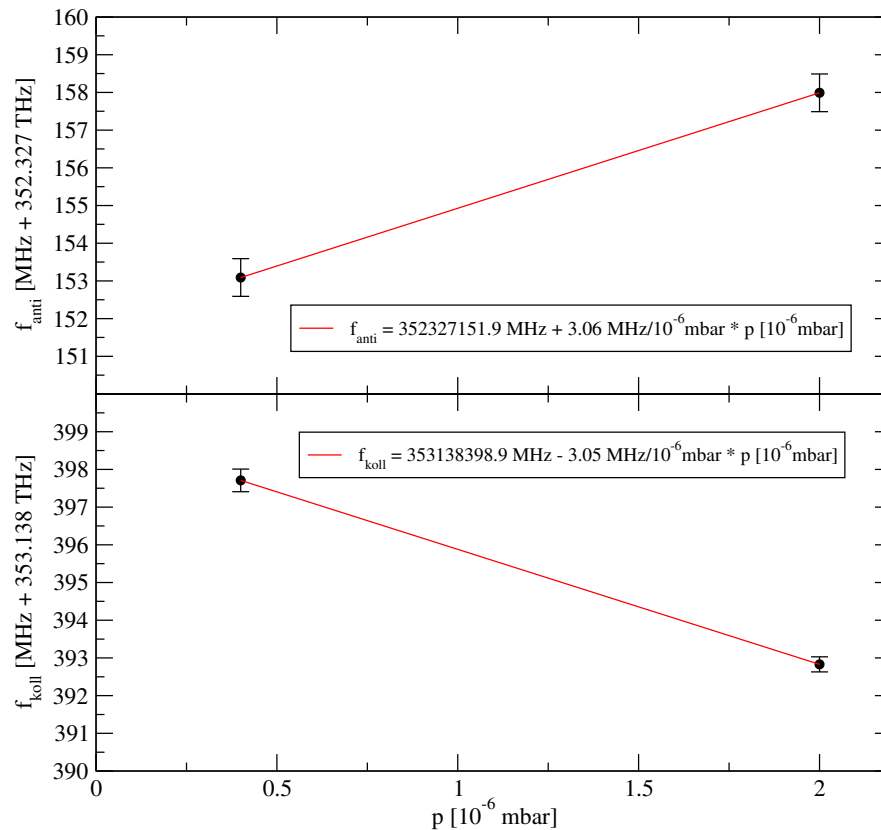


Abb. 4.11.: Gemessene Frequenzen gegen den Druck; Auswertung der Messung, die in Abb. 4.10 dargestellt ist.

gearbeitet; in diesem Fall beträgt die ungewollte Verschiebung also etwa 3 MHz (bzw. 0.3 V). Ein solcher Fehler ist bisher weder einkalkuliert worden noch tolerabel, wenn ein Volt Genauigkeit insgesamt bei der Spannungsmessung erreicht werden soll.

Bei einer ganzen Reihe von weiteren Untersuchungen konnte eine druckabhängige Änderung der Ionengeschwindigkeit über die Verschiebung der Frequenz beobachtet werden, wenn auch eine eindeutige Zuordnung von Druck und Frequenzverschiebung wegen der diversen, schwer zu kontrollierenden apparativen Parameter nicht möglich ist. Ein weiteres Beispiel ist in Abb. 4.12 dargestellt; bei -30 kV Zugspannung in kollinearer Messung ist gegen die laufende Nummer der Messung der abgelesene Druck, die Frequenz, der Ionenstrom und die Zählrate aufgetragen. Besonders zum Ende der Meßserie – die Ergebnisse mit der laufenden Nummer 28 bis 50 – ist die Korrelation deutlich, die Verschiebung beträgt abermals 4 MHz bis 6 MHz. Bei -20 kV Zugspannung wurden Verschiebungen beobachtet, die noch größer ausfielen (vgl. Abschnitt 4.2.1; die Zählraten fallen für -20 kV größer aus, die Linienbreite ist höher: Die Stöße machen sich stärker bemerkbar).

4.2.4. Fazit

Als Ergebnis der Untersuchungen zur Linienform und -lage am Kalziumionenstrahl bleibt festzuhalten, daß infolge von Stößen mit Restgas in der Apparatur die Zählraten in Resonanz be-

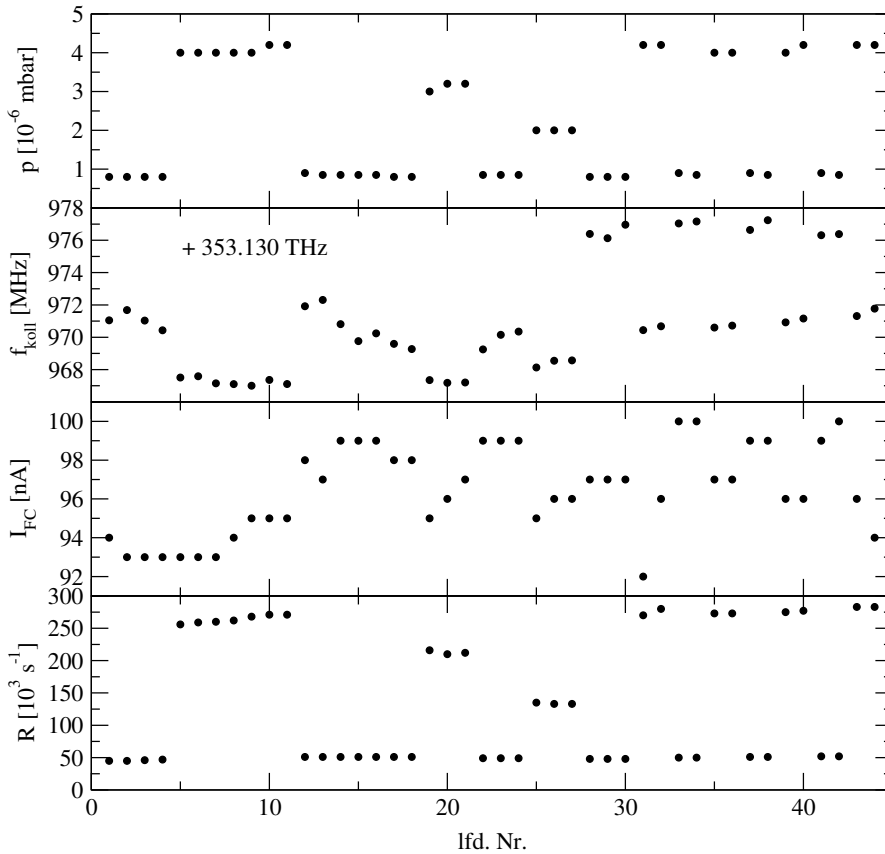


Abb. 4.12.: Messung zur Zugspannung von -30 kV des $D_{3/2}$ -Übergangs; gegen die laufende Nummer sind der Druck, die gemessene kollineare Frequenz f_{koll} , der Ionenstrom I_{FC} und die Zählrate R aufgetragen.

deutend kleiner ausfallen als konzeptionell angenommen. Die Resonanzlinien sind breiter. Dies wurde vor dem hier beschriebenen Experiment bei der Untersuchung des gleichen Übergangs in kollinearer Spektroskopie bei einem anderen Experiment ebenfalls beobachtet [Nör98]; und auch in einem Vorläuferexperiment mit Strontium, bei dem direkt aus dem Grundzustand angeregt und das Fluoreszenzlicht beobachtet wurde, waren die Linien stark verbreitert [Mül96]. In beiden Fällen wurde kein Zusammenhang mit dem Druck untersucht bzw. hergestellt.

Bei einem Druck von 10^{-6} mbar ist vor allem aber von einer systematischen Verschiebung um einen durchaus relevanten Betrag auszugehen. Zwei Mechanismen sind zu unterscheiden: inelastische und elastische Stöße.

Es werden nachweislich überwiegend unterwegs per Stoß bevölkerte Metastabile geprobt; die Besetzung von D-Zuständen in der Quelle ist offenbar stark überschätzt worden. Die unterwegs populierte Metastabilen aber haben eine um entsprechend 1.7 eV verringerte Geschwindigkeit, wenn man nur Einfachstöße ins Kalkül zieht: Die zur Anregung des Zustands nötige Energie wird der kinetischen Energie der Ionen entnommen. In der Realität sind die Verhältnisse bedeutend komplizierter, da die Kanäle, die über Stöße und optische Prozesse in den metastabilen Zustand führen, vielfältig sind. Damit würde die vergleichsweise große Linienbreite erklärt.

In [Arb93] werden Wirkungsquerschnitte für die Depopulation des D-Zustands gegeben, die für



Kalziumionen in einer Penningfalle bestimmt worden sind. Zwar ist der Prozeß nicht in beiden Richtungen – Depopulation bzw. die hier interessierende Population – gleich wahrscheinlich, und Wirkungsquerschnitte zudem geschwindigkeitsabhängig; und doch soll mit dem angegebenen Wirkungsquerschnitt $\sigma = 1 \cdot 10^{-19} \text{ m}^2$ für Stickstoff eine Abschätzung vorgenommen werden. Auf einer Strecke von 5 cm (Länge der Fluoreszenzkammer) befinden sich bei einem Ionenstrom von 100 nA und einer Geschwindigkeit von 300 000 m/s (das entspricht 20 kV) etwa $N = 100\,000$ Ionen. Davon sind gemäß der Gleichung $N_D = N\sigma nl$ etwa 10 im metastabilen Zustand (bei einem Restgasdruck von 10^{-6} mbar beträgt die Teilchenzahldichte $2.4 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3}$). Das führt nach Glg. (2.21) auf eine Zählrate von $26 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$ für eine Laserleistung von 1 mW und eine Nachweiswahrscheinlichkeit von 0.01 (vgl. Tab. 2.1). Zählraten in dieser Größenordnung werden tatsächlich beobachtet. Angesichts des viel längeren Weges von etwa einem Meter, der zur Population zur Verfügung steht, erscheint das Ergebnis noch zu hoch; allerdings ist der benutzte Wirkungsquerschnitt vermutlich zu groß, und außerdem wird ein inelastischer Stoß das Ion häufig auch aus dem Strahl streuen. Man beachte in diesem Zusammenhang die Ergebnisse, die in Tab. 4.2 präsentiert werden.

Neben diesem inelastischen Vorgang gibt es offenbar eine Abbremsung, die vom Restgasdruck abhängig ist. Sie kann vermutlich nach dem gleichen Modell erklärt werden, mit der Stoßkühlung in Quadrupolfallen beschrieben wird: Die Ionen induzieren in Restgasatomen Dipole und erfahren dadurch eine reibungsähnliche Kraft. Dieser Prozeß erfolgt elastisch (in dem Sinne, daß kein innerer Zustand des Ions angeregt wird) und betrifft also alle Ionen.

Während beide beschriebenen Mechanismen in typischen Anwendungen der kollinearen Spektroskopie wie der Vermessung von Isotopieverschiebungen vernachlässigbare Auswirkungen haben, sind sie bei der Spannungsmessung unbedingt zu vermeiden. Daraus resultiert die Forderung, durch differentielle Pumpstufen, die die Quelle vom Meßbereich separieren, weit niedrigere Untergrunddrücke zu erreichen. Sollte es sich erweisen, daß in der Ionenquelle die Metastabilenproduktion weit geringer ist, als man nach der Annahme thermischen Gleichgewichts berechnet, oder daß bereits quellennah massiv gequenchet wird, so kann nicht mit einem metastabilen Übergang gearbeitet werden. In diesem Fall müßte der Grundzustand direkt getrieben und das resultierende Fluoreszenzlicht detektiert werden. Der ursprünglich angenommene Vorteil, daß das Fluoreszenzlicht gut per Filter von der anregenden Frequenz trennbar ist, läßt sich dann nicht ausspielen. Andererseits ist vermutlich nur durch den Umstand, daß diese Fehleinschätzung bei der Konzeption der Apparatur zu Grunde gelegt wurde, diese wichtige Fehlerquelle überhaupt aufgedeckt worden.

4.3. Fehlersignal des Kalziumübergangs

In Abb. 4.13 sind beispielhaft das aufbereitete Signal vom Photomultiplier (über ein RC-Glied) und das daraus abgeleitete Fehlersignal beim Durchstimmen des kollinearen Probelasers dargestellt. Das Fehlersignal ist mit dem in Abschnitt 3.1.5 beschriebenen Lockin-Verstärker gewonnen worden. Der Durchstimmbereich betrug etwa 280 MHz, die Zugspannung -20 kV . Wegen der Modulation hat die Linie eine Halbwertsbreite von etwa 90 MHz; das Fehlersignal weist trotz geringer Durchstimmfrequenz von 0.2 Hz eine systematische Asymmetrie auf, die in der langen Integrationszeit ihre Ursache hat. Auch gibt es einen Offset, da über den Untergrund mitintegriert wird. Dies spielt aber keine Rolle, wenn der Regelkreis geschlossen wird; der parallel mitlaufende Zähler (vgl. Abb. 3.5) stellt einen zuverlässigen Monitor dar,



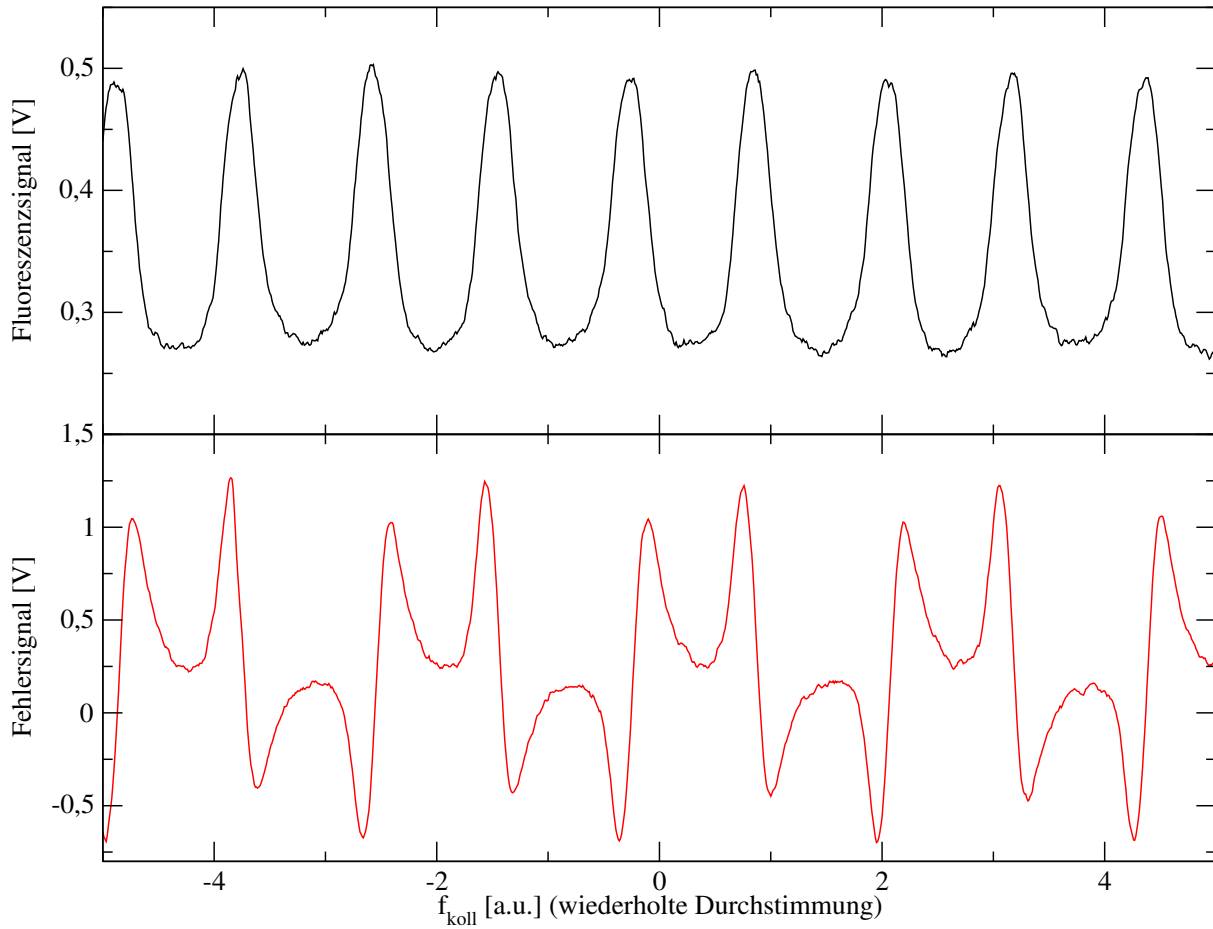


Abb. 4.13.: Aufbereitetes Signal vom Photomultiplier und zugehöriges Fehlersignal: Dargestellt ist eine Messung in kollinearem Betrieb bei einer Beschleunigungsspannung von -20 kV . Der Scanhub beträgt etwa 280 MHz , die (modulierte) Linie hat eine Breite von ca. 90 MHz . Das Fehlersignal ist wegen der langen Integrationszeit trotz geringer Durchstimmfrequenz von 0.2 Hz asymmetrisch und zudem mit positivem Offset behaftet; das liegt daran, daß über den Untergrund integriert wird.

mit dem eine erfolgreiche Regelung auf den Übergang festgestellt werden kann. Nach dieser Kontrolle ist davon auszugehen, daß die Regelung etwa auf ein Zwanzigstel der Linienbreite genau gelingt:

$$\Delta f_{\text{Lock}} = \pm 5\text{ MHz} . \quad (4.3)$$

4.4. Einfluß des Plasmapotentials

In Kapitel 2.1.4 wird motiviert, daß als größter Fehlerbeitrag bei der Spannungsmessung die unbekannte Potentialverschiebung anzunehmen ist, die ihre Ursache in dem sich in der Ionenquelle ausbildenden Plasma hat. Nach den bisher vorgestellten Resultaten ist einzusehen, daß eine quantitative Untersuchung schwierig ist: Vergrößert man die Quellentemperatur, so steigt in der gesamten Apparatur der Druck. Eine aus der Potentialverschiebung resultierende

Verschiebung der Linienlage wird also eventuell von anderen Einflüssen überdeckt. Auch ist es ausgesprochen schwierig, bei einer Erhöhung der Temperatur z.B. den Ionenstrom konstant zu halten.

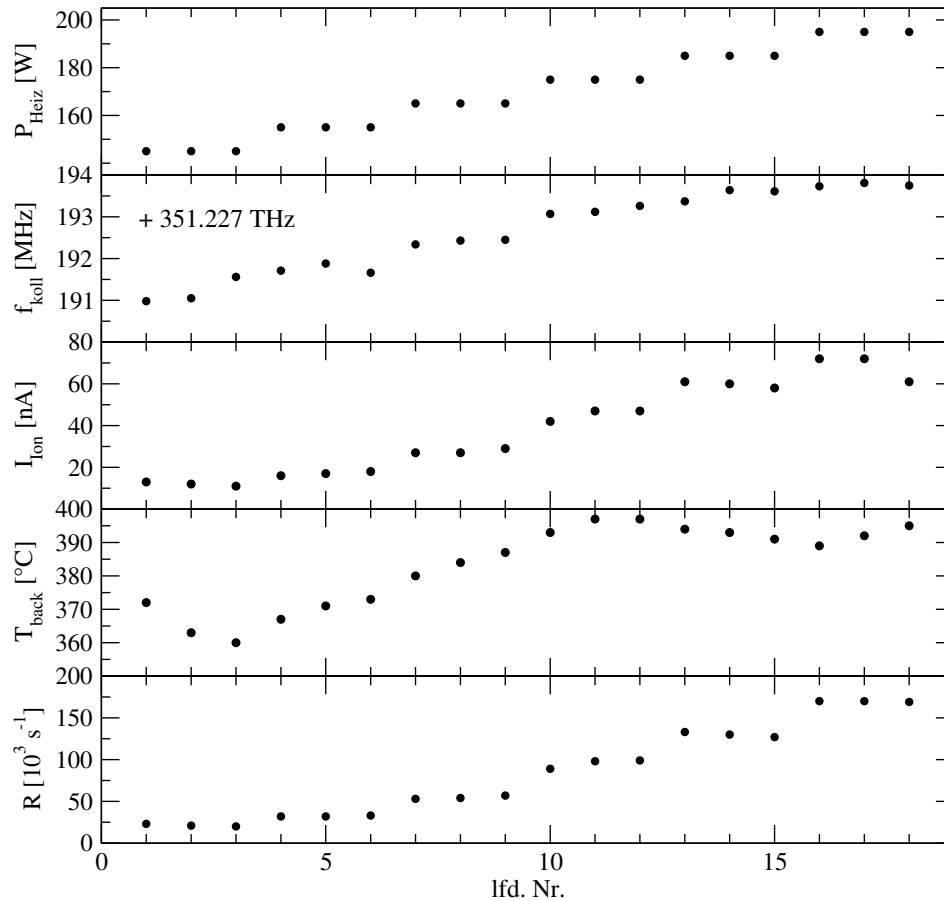


Abb. 4.14.: Zum Einfluß des Plasmapotentials: Untersucht wurde in kollinearer Spektroskopie am starken Übergang der Zusammenhang zwischen Heizleistung an der Ionenquelle (oberster Graph) und der Frequenz des geregelten kollinearen Lasers. Außerdem sind weitere relevante Größen dargestellt.

Eine Messung, bei der die Heizleistung und somit die Quellentemperatur variiert wird, und die Beobachtung der Frequenz des auf den Ionenübergang geregelten Probelasers kann also bestenfalls qualitativen Charakter haben. Das Ergebnis einer solchen Untersuchung ist in Abb. 4.14 dargestellt. Im obersten Graphen ist die Heizleistung der Quelle dargestellt; es wurden je drei Messungen bei gleichem Druck vorgenommen, um eventuelle Fehler – z.B. eine Fehlregelung von Probe- oder Referenzlaser – auszuschließen. Nach Untersuchungen mit einem Pyrometer ist der Zusammenhang zwischen Heizleistung und Quellentemperatur im betrachteten Bereich nahezu linear. Der Bereich von 145 W bis 195 W deckt etwa 2050 K bis 2200 K ab – gemessen an der zugänglichen Ionisatorspitze; die tatsächliche Temperatur des Ionisators dürfte höher sein. Mit der Erhöhung der Temperatur steigt die Temperatur des Vorratsgefäßes T_{back} . Demzufolge erhöht sich sowohl die Verdampfungsrate als auch der Ionenstrom I_{FC} ; die Zählrate R , die mit dem Photomultiplier beobachtet wird, steigt ebenfalls. Der Druck wurde nicht gemessen.

Es wird beobachtet, daß sich die Frequenz ebenfalls ändert. Die Messungen wurden in kollinear Geometrie mit dem Übergang $3d^2D_{5/2}$ nach $4p^2P_{3/2}$ vorgenommen. Nach dem Zusammenhang mit dem Druck, der mit laufender Nummer zunimmt, erwartet man nach den z.B. in Abb.4.10 vorgestellten Ergebnissen ein Absinken der Frequenz, was in kollinearer Spektroskopie geringere Ionengeschwindigkeit bedeutet. Auch nach Glg. (2.15) sollte man dies erwarten: Mit zunehmender Quelltemperatur sollte der Potentialtopf in der Quelle tiefer werden und die Nettobeschleunigung mit der konstant angelegten Beschleunigungsspannung von -20 kV bei diesem Versuch geringer werden. Der leichte Anstieg ist vermutlich auf die insgesamt komplizierteren Verhältnisse zurückzuführen; so muß man nach Glg. (2.16) Ionen- und Neutralendichte in der Quelle ins Kalkül ziehen, die beide ihrerseits temperaturabhängig sind. Mehr als ein qualitativer Zusammenhang zwischen Quelltemperatur und gemessener Frequenz, die u.a. auf einen Einfluß des Plasmapotentials hindeutet, kann aus dieser Untersuchung nicht gefolgert werden.

4.5. Bestimmung der Ruhfrequenz

Die Bestimmung der Ruhfrequenz nach Glg. (2.9) ist nicht von der tatsächlich beschleunigten Spannung abhängig, lediglich die Geschwindigkeit der geprobten Ionen muß für kollinearen und antikollinearen Betrieb die gleiche sein. Die beobachteten Stoßprozesse nehmen dann keinen Einfluß, wenn der Linienschwerpunkt, auf den geregelt wird, in beiden Betriebsmodi der gleiche ist. Dies ist in Abb. 4.10 beispielhaft demonstriert. Es wurde sowohl für den schwachen Übergang $3d^2D_{3/2}$ nach $4p^2P_{3/2}$ als auch für den starken Übergang $3d^2D_{5/2}$ nach $4p^2P_{3/2}$ eine solche Messung vorgenommen. Um zu einem auch statistisch tragfähigen Ergebnis zu kommen, wurden je zehn Messungen für verschiedene Beschleunigungsspannungen durchgeführt. Zum Test des Wavemeters wurden der kollineare und antikollineare Probeler nicht nur abwechselnd auf den Kalziumübergang geregelt und die Wellenlänge mit dem Wavemeter bestimmt, sondern auch gleichzeitige Messungen vorgenommen; dabei wurden beide Probeler gleichzeitig auf das Signal vom Photomultiplier geregelt (es wurde dazu eine leicht unterschiedliche Modulationsfrequenz f verwendet, vgl. Abschnitt 2.4.1).

4.5.1. Ruhfrequenz des Übergangs $3d^2D_{3/2}$ nach $4p^2P_{3/2}$

In Abb.4.15 sind als Beispiel die Ergebnisse der abwechselnden Messungen der kollinearen und antikollinearen Frequenz für die Zugspannung -26 kV, -28 kV und -30 kV gegen die laufende Nummer dargestellt.

Um die Beschriftung der vertikalen Achse übersichtlich zu halten, steht je ein Wert in die jeweiligen Graphen eingetragen, den man zu dem in Megahertz verzeichneten Ordinatenwert hinzuzählen muß. Die Messung ging derart vor sich, daß je einer der Laser zugehalten und der andere auf den dopplerverschobenen Kalzium-Übergang $3d^2D_{3/2}$ nach $4p^2P_{3/2}$ geregelt wurde. In der unteren Zeile sind die nach Glg. (2.9) berechneten Ruhfrequenzen gegen die jeweilige laufende Nummer aufgetragen.

Bei der überwiegenden Anzahl der von -20 kV bis -40 kV in 2kV-Schritten vorgenommenen Messungen der Frequenzen f_{koll} und f_{anti} liegen die Ergebnisse in einem Bereich von ± 1 MHz; selten ist der Bereich auf ± 1.5 MHz ausgedehnt gewesen. Zumeist ist für die kollineare und



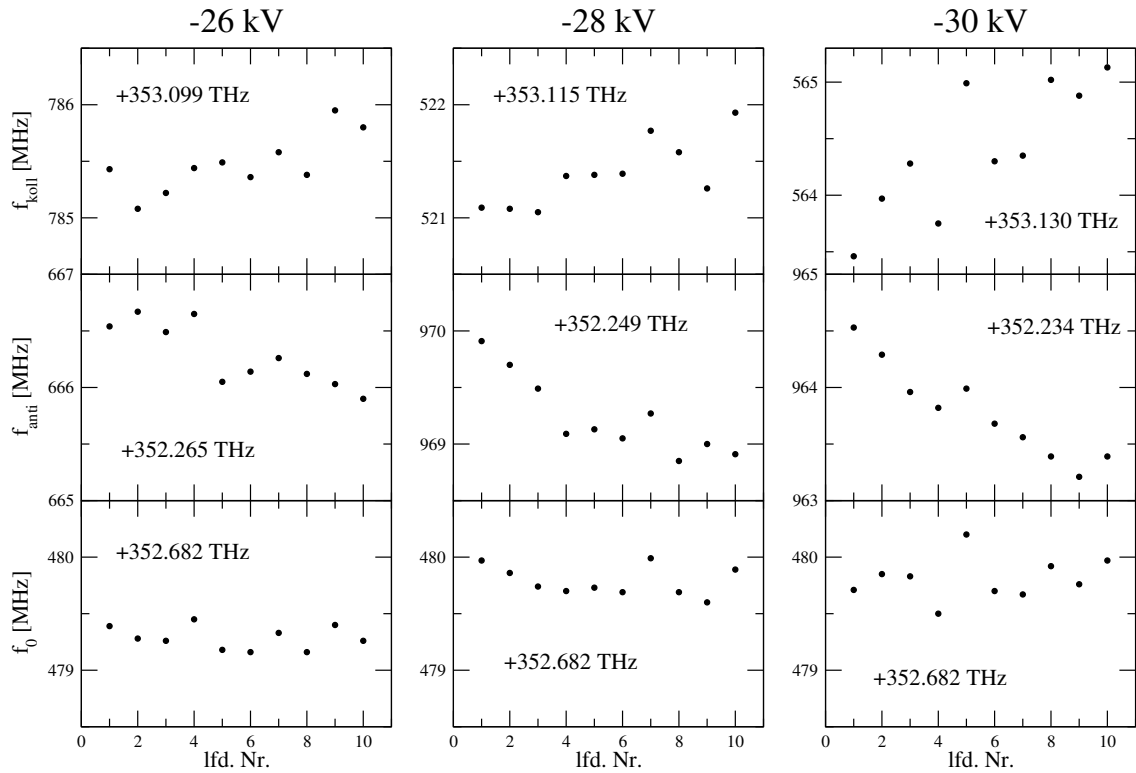


Abb. 4.15.: Beispielhaftes Ergebnis bei abwechselnder Messung der dopplerverschobenen Frequenzen f_{koll} und f_{anti} für den Übergang $3d^2D_{3/2}$ nach $4p^2P_{3/2}$ und verschiedene Zugspannungen; die Ruhefrequenz f_0 ist nach Glg. (2.9) berechnet.

die antikollineare Laserfrequenz gegenläufiges Verhalten zu beobachten, was auf eine Drift des Netzgerätes hinweist. Statistische Fluktuationen sind vermutlich weniger der Auswerteroutine als vielmehr der Regelung zuzuschreiben: Auf dem zur Laserdiagnose mitlaufenden Fabry-Perot-Interferometer ist während der Messung stets eine deutliche Schwankung des geregelten Lasers auszumachen, die mit zunehmender Beschleunigungsspannung noch zunimmt. Dies ist mit der abnehmenden Signalhöhe zu erklären. Der Effekt der unruhigen Laserregelung mittelt sich allerdings dank der verwendeten Auswerteroutine weitgehend heraus.

Die berechneten Ruhefrequenzen streuen in aller Regel weit weniger als ± 1 MHz. Allerdings wird die Ruhefrequenz wegen der manuellen Einstellung des Regelpunkts des Referenzlasers nicht immer gleich getroffen; der Regelpunkt wurde bei jedem Wechsel der Beschleunigungsspannung (und gegebenenfalls auch zwischendurch, wenn z.B. Multimodebetrieb auftrat) neu eingestellt.

Das Ergebnis aller Messungen ist in Abb. 4.16 visualisiert. Die Fehlerbalken stellen die Standardabweichung der je zehn Messungen dar, die jeder eingetragene Punkt repräsentiert. Grün verzeichnet ist der Mittelwert; nach der speziellen Relativitätstheorie wird ein konstanter Wert erwartet. Die rot eingetragene Linie stellt eine lineare Regression dar, um eventuelle Abhängigkeiten von der Zugspannung, die nicht auftreten sollten, aufzuspüren. Die Steigung der Geraden ist mit 36 kHz pro Kilovolt Spannung sehr gering und durch statistische Effekte befriedigend zu erklären: Die Abweichung des Meßwerts vom Mittelwert ist bei gegebener Zug-

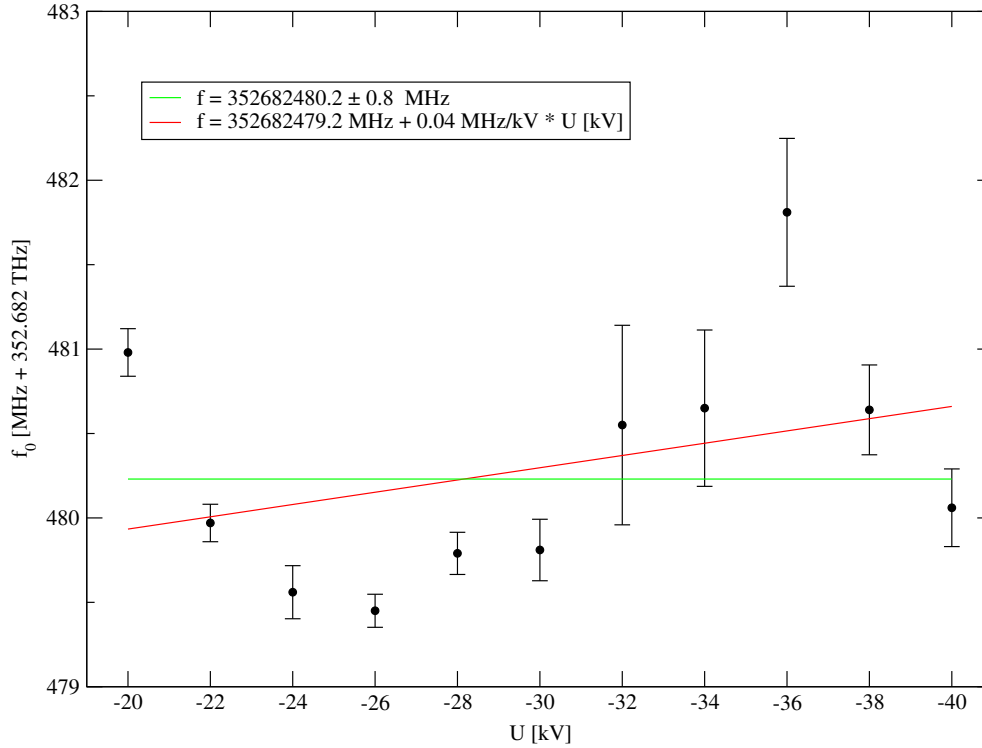


Abb. 4.16.: Ergebnis der Bestimmung der Ruhefrequenz des Ca^+ -Übergangs $3d^2D_{3/2}$ nach $4p^2P_{3/2}$ für verschiedene Beschleunigungsspannungen; die Fehlerbalken stellen die Standardabweichung der je zehn Einzelmessungen dar, die jeder eingetragene Punkt repräsentiert. Erwartet wird ein konstanter Wert, der Mittelwert ist grün eingetragen. Zur Kontrolle, ob ein möglicher systematischer Fehler vorliegt, ist rot als erste Näherung eine Regressionsgerade eingetragen.

spannung mit dem Fehler, der auf das ungenaue Treffen des Regelpunkts des Referenzlasers zurückzuführen ist, verträglich. Es gibt nach dieser Messung keinen Hinweis auf systematische Effekte, die die Bestimmung der Ruhefrequenz mit der angelegten Spannung in Zusammenhang bringen.

Aus den insgesamt 110 berechneten Einzelwerten der Ruhefrequenz f_0 des betrachteten Übergangs erhält man Mittelwert und Standardabweichung von $352\,682\,480.2 \pm 0.8$ MHz; der Fehler des Wavemeters, der wie erläutert maßgeblich von der Wahl des Regelpunkts des Referenzlasers abhängt, geht in die Standardabweichung bereits ein. Den Regelfehler von 5 MHz nach Glg. (4.3) kann man in konservativer Abschätzung als systematisch annehmen und also hinzuaddieren; denn in Glg. (2.9) sind u.U. beide eingehenden Frequenzen f_{koll} und f_{anti} mit diesem Fehler versehen, der sich gerade dann auch nicht herausmittelt, wenn von einem systematischen Fehler ausgegangen wird. Vom Winkelfehler, den ebenfalls beide eingehenden Frequenzen aufweisen, kann man hingegen absehen. Somit erhält man als abschließendes Ergebnis:

$$f_{3d^2D_{3/2} \rightarrow 4p^2P_{3/2}} = 352\,682\,480.2 \pm 5.8 \text{ MHz} \quad (4.4)$$

Auch hier rührt die Ungenauigkeit maßgeblich vom Vorgang der Regelung her. Die Regelung muß eingehender untersucht und die Linie nach Möglichkeit auf die natürliche Linienbreite



reduziert werden, um hier mit Sicherheit von einem genaueren Ergebnis ausgehen zu können. Dazu müssen die angeführten Stoßprozesse vermieden werden.

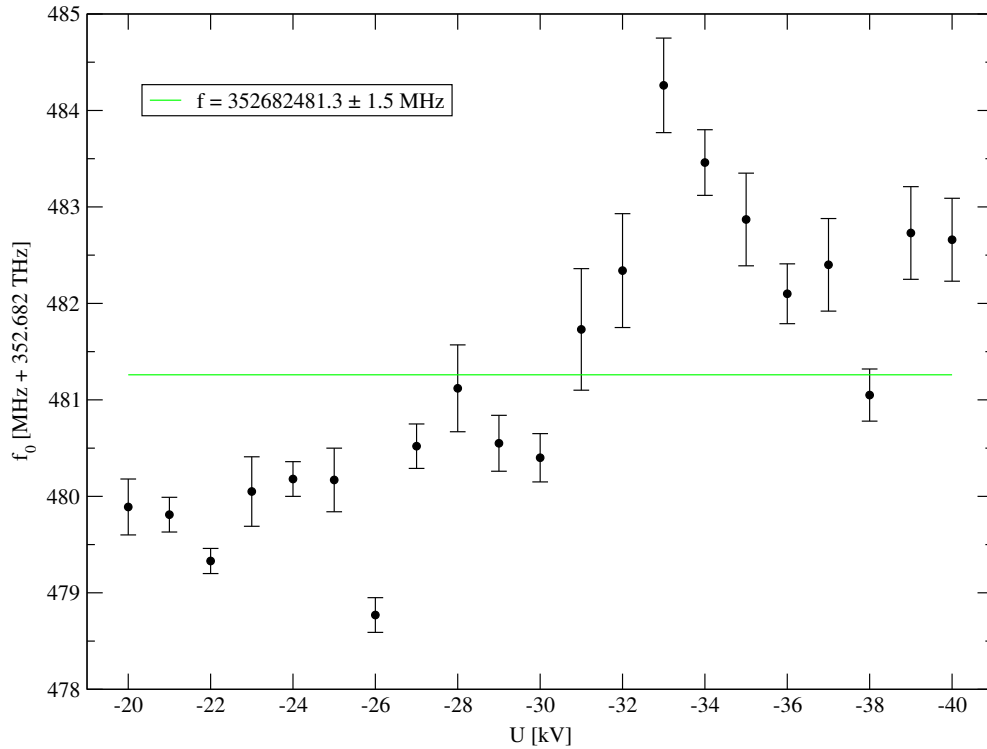


Abb. 4.17.: Ergebnis der Bestimmung der Ruhefrequenz des Ca^+ -Übergangs $3d^2D_{3/2}$ nach $4p^2P_{3/2}$, wobei die Laser gleichzeitig auf den Übergang geregelt worden sind und mittels Knaak-Routine ausgewertet wurden; die Fehlerbalken stellen die Standardabweichung der je zehn Einzelmessungen dar, die jeder eingetragene Punkt repräsentiert. Der sich ergebende Mittelwert ist grün eingetragen.

Wie erwähnt wurde zum Test des Wavemeters der betrachtete Übergang auch untersucht, indem beide Laser gleichzeitig auf den Übergang geregelt wurden. Das überlagerte Laserlicht wurde in das Wavemeter eingekoppelt, das überlagerte Interferenzsignal aufgenommen und nach der Knaak-Routine ausgewertet. Das Resultat ist in Abb.4.17 dargestellt. Aus den insgesamt 210 Meßwerten erhält man für den betrachteten Übergang in dieser Messung als Ergebnis $f_0 = 352\,682\,481.3 \pm 1.5$ MHz. Bei dem angegebenen Fehler handelt es sich um die Standardabweichung (dazu kommt der aus der Regelung resultierende Fehler nach Glg. (4.3)). Das Ergebnis ist innerhalb des Fehlers mit dem Ergebnis aus Glg. (4.4) verträglich. Die Standardabweichung des Gesamtergebnisses wie auch der Einzelmessungen aber fallen bei gleichzeitiger Regelung der Laser auf den Übergang bedeutend größer aus. Das liegt daran, daß die Regelung weniger genau erfolgt: Die Regelkreise beeinflussen sich trotz unterschiedlicher Modulationsfrequenz f gegenseitig. Die Abweichung von etwa einem Megahertz hat außerdem eine systematische Ursache: Die Anpassungsparameter sind, wie in Abschnitt 2.4.1 ausgeführt, miteinander korreliert, wenn eine Anpassungsfunktion mit mehreren Sinuskurven benutzt wird, die Amplituden aber nicht gleich ausfallen. Dies wurde durch direkten Vergleich der Methoden – abwechselnde und gleichzeitige Messung – überprüft und bestätigt; der in Glg. (4.4) angegebene Wert trifft das Ergebnis ohne diesen systematischen Fehler und daher besser.

4.5.2. Ruhefrequenz des Übergangs $3d^2D_{5/2}$ nach $4p^2P_{3/2}$

In abwechselnder Messung wurde auch der stärkere der beiden Übergänge untersucht und die Ruhefrequenz bestimmt. Das Ergebnis ist graphisch in Abb. 4.18 dargestellt.

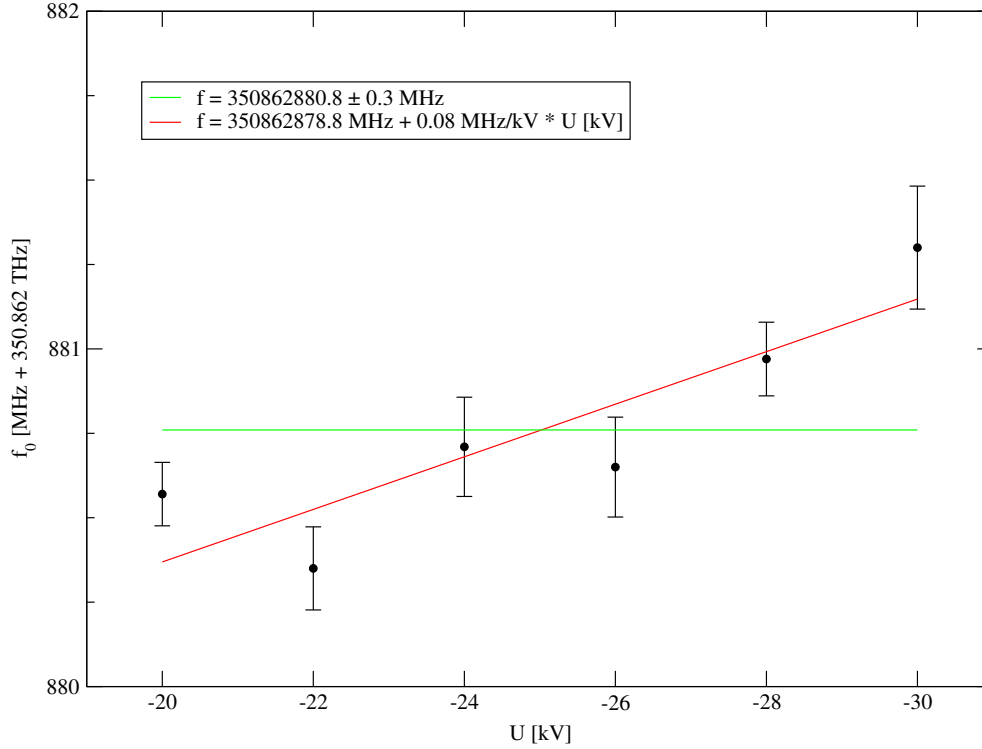


Abb. 4.18.: Ergebnis der Bestimmung der Ruhefrequenz des Ca^+ -Übergangs $3d^2D_{5/2}$ nach $4p^2P_{3/2}$; die Fehlerbalken stellen die Standardabweichung der je zehn Einzelmessungen dar, die jeder eingetragene Punkt repräsentiert. Der Mittelwert ist grün verzeichnet, es wird ein konstanter Wert erwartet. Abermals ist zur Überprüfung rot auch eine Regressionsgerade eingetragen, die Steigung fällt gering aus und ist mit dem Fehler, der aus der Wahl des Regelpunkts des Referenzlasers resultiert, verträglich.

Als Ergebnis der in diesem Fall 60 vorgenommenen Einzelmessungen erhält man für den starken Übergang $f_0 = 350\,862\,880.8 \pm 0.3$ MHz und unter abermaliger konservativer Einbeziehung des Regelfehlers gemäß Glg. (4.3) als Gesamtergebnis:

$$f_{3d^2D_{5/2} \rightarrow 4p^2P_{3/2}} = 350\,862\,880.8 \pm 5.3 \text{ MHz}. \quad (4.5)$$

Für jede vermessene Beschleunigungsspannung wie auch das Gesamtergebnis fällt die Standardabweichung nochmals bedeutend geringer aus als bei der Messung des schwachen Übergangs (vgl. Abb. 4.16). Die Regelung auf den starken Übergang gelingt der höheren Zählrate wegen bedeutend besser; die per Fabry-Perot-Interferometer beobachteten Schwankungen der Frequenz sind sichtbar kleiner. Und abermals wird eine, wenn auch immer noch erfreulich geringe Steigung der Regressionsgeraden von etwa 80 kHz pro Kilovolt Zugspannung beobachtet. Sie ist mit dem erläuterten Fehler, den man bei der Wahl des Regelpunkts des Referenzlasers macht, befriedigend zu erklären.



4.6. Messung im Zweikammerbetrieb

Angeichts der Beobachtung, welch große Rolle Stößen zuzuschreiben ist, erschien der Versuch, eine Messung im Zweikammerbetrieb vorzunehmen, nicht sinnvoll. Dies erhellt ein recht aufschlußreiches Experiment, bei dem der antikollineare Laser mit einer Leistung von 2.4 mW am Einkoppelfenster in den Rezipienten (die Leistung in der Nachweisregion mag geringer sein, ist aber keinesfalls um mehr als die Hälfte reduziert) auf die Fluoreszenzkammer stabilisiert wurde, an der etwa -30 kV angelegt war. Der kollineare Laser mit einer Leistung von 2.1 mW wurde auf die Spannung an die Fluoreszenzkammer umgebenden Driftrohr eingestellt; am Driftrohr hat bei diesem Experiment eine um etwa 80 V höhere Spannung (also -29.92 kV) angelegen. Es gelang, beide Laser auf den Kalzium-Übergang zu stabilisieren; dabei wurde durch den antikollinearen Laser in Resonanz bei der Frequenz f_{FK} die Zählrate am Photomultiplier erhöht, durch den kollinearen Laser bei der Resonanzfrequenz f_{DR} erniedrigt (der Index kodiert in diesem Fall die jeweilige Spannung an Fluoreszenzkammer bzw. Driftrohr, auf die die Laser geregelt worden sind). Dies ist genau das Prinzip, nach dem der Zweikammerbetrieb versucht werden sollte; denn die Potentialdifferenz zwischen Driftrohr und Fluoreszenzkammer ergibt sich aus den beiden Laserfrequenzen. Man kann also von einem „Pseudozweikammerbetrieb“ sprechen. Der Ionenstrom betrug bei diesen Messungen 102 nA, die Messung wurde für zwei Drücke $-0.8 \cdot 10^{-6}$ mbar und $3 \cdot 10^{-6}$ mbar – vorgenommen. Die beobachteten Zählraten sind in Tab. 4.2 eingetragen. Bei den abgelesenen Werten ist von einem Fehler von 10% auszugehen, da mit dem Zähler über 100 ms integriert wurde und also Fluktuationen der Zählraten auftraten. Die Laser waren auf den Übergang $3d^2D_{3/2}$ nach $4p^2P_{3/2}$ eingestellt.

In der zweiten Spalte sind die Zählraten $R(\mathfrak{U})$ verzeichnet, die ohne jedes Laserlicht beobachtet wurden³. Der Untergrund fiel bei dieser Messung ungewöhnlich hoch aus, wenn man ihn zu der Zählrate nur mit dem auf die Fluoreszenzkammer geregelten Laserlicht $R(\mathfrak{U} + f_{\text{FK}})$ ins Verhältnis setzt; man vergleiche beispielsweise mit Abb. 4.8. Allerdings wurde bereits darauf hingewiesen, daß in antikollinearem Betrieb die Untergrundzählraten nennenswert höher liegen als in kollinearem Betrieb. Der Gesamtionenstrom nimmt dabei auch erheblichen Einfluß (Sputterprozesse). Die beobachtete Untergrundzählrate $R(\mathfrak{U})$ entstammt nicht nur, aber ver-

³ $\mathfrak{U}$ steht für *U*ntergrund und ist in altdeutsch bezeichnet, damit es nicht zu Verwechslungen mit der Spannung U kommt.

Tabelle 4.2.: Zählraten R im Pseudozweikammerbetrieb: Ein Laser wurde auf die Geschwindigkeit der Ionen in der Fluoreszenzkammer, der andere auf die im umgebenden Driftrohr geregelt. Die Laserleistungen betrugen etwa 2 mW, der Ionenstrom 100 nA. Die Beschleunigungsspannungen sind $U_{\text{FK}} = -30$ kV und $U_{\text{DR}} = -29.92$ kV. Getrieben wurde der schwache Übergang. $R(\mathfrak{U})$ ist die Untergrundzählrate (Laser verdeckt), $R(\mathfrak{U} + f_{\text{FK}})$ und $R(\mathfrak{U} + f_{\text{DR}} + f_{\text{FK}})$ sind die Zählraten, die mit auf die Fluoreszenzkammer und zusätzlich mit auf das Driftrohr geregeltem Laser beobachtet wurden. In den letzten beiden Spalten ist die Untergrundzählrate abgezogen.

$p [10^{-6} \text{ mbar}]$	$R(\mathfrak{U})$	$R(\mathfrak{U} + f_{\text{FK}})$	$R(\mathfrak{U} + f_{\text{DR}} + f_{\text{FK}})$	$R(f_{\text{FK}})$	$R(f_{\text{DR}} + f_{\text{FK}})$
0.8	$99 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$	$122 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$	$109 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$	$23 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$	$10 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$
3	$194 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$	$259 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$	$230 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$	$65 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$	$36 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$

mutlich überwiegend Kalziumionen, die aus einem durch Stöße angeregten P-Zustand optisch in den Grundzustand übergehen. Es sei daran erinnert, daß ein wenige Nanometer schmales Interferenzfilter nichtblaues Licht effizient unterdrückt. Die Untergrundzählrate ist ferner der Ionenquelle zuzuschreiben (bei 2100 K strahlt diese als näherungsweise schwarzer Strahler sehr effizient um 400 nm, das Licht wird aber durch bauliche Vorkehrungen nicht vollständig abgeschirmt).

Die Zählrate bei zusätzlicher Einstrahlung des auf die Fluoreszenzkammer abgestimmten Lasers ist in der dritten Spalte der Tabelle verzeichnet, in der vierten Spalte ist außerdem der auf die Geschwindigkeit der Ionen im Driftrohr geregelte Laser hinzugekommen. In den letzten beiden Spalten sind die allein den Lasern zuzuschreibenden Signalthöhen $R(f_{\text{FK}})$ und $R(f_{\text{DR}} + f_{\text{FK}})$ eingetragen, hier ist der Untergrund abgezogen. Berechnet man nach Glg. (2.23) die Pumprate für den betrachteten Übergang bei (eher zu niedrig angesetzter) Laserleistung von 1 mW, so erhält man als Ergebnis, daß die Leistung bei einer Wechselwirkungsstrecke von 5 cm ausreicht, um 211 000 Übergänge pro Sekunde zu treiben. Angesichts der sehr viel längeren Wechselwirkungsstrecke, die das Driftrohr darstellt, sollte die Zählrate sogar bei Hinzunahme des auf das Driftrohr geregelten Lasers völlig verschwinden, selbst dann, wenn man das gesamte Signal $R(\mathcal{U} + f_{\text{FK}})$ dem auf die Fluoreszenzkammer geregelten Laser zuschriebe. Tatsächlich aber beobachtet man nur eine Abnahme des dem Probelaser zuzuschreibenden Signals um etwa 50% (vgl. vierte und fünfte Spalte).

Anders ausgedrückt: Der metastabile Zustand wird bei diesem Versuch im Driftrohr depopuliert, in die Fluoreszenzkammer gelangen nur Ionen im Grundzustand. Die Zählrate $R(f_{\text{DR}} + f_{\text{FL}})$ steht für Ionen, die in der Zelle (per Stoß) in den metastabilen Zustand gelangt sind. Die Stöße als Populationsprozeß und das optische Proben als Depopulationsprozeß stellen konkurrierende Prozesse dar.



5. Zusammenfassung

Mit dem realisierten Prototypen ist das Verfahren, hohe Spannungen in kollinearer Spektroskopie zu bestimmen, überprüft worden. Die prinzipielle Eignung der Methode ist durch die Untersuchungen bestätigt. Der Einfluß vorab bekannter Beiträge zum Fehler wurde qualitativ beobachtet und unvermutete Fehlerquellen ausgemacht. Damit ist die Zielsetzung erfüllt, und es kann eine fundierte Empfehlung für eine Nachfolgeapparatur gegeben werden.

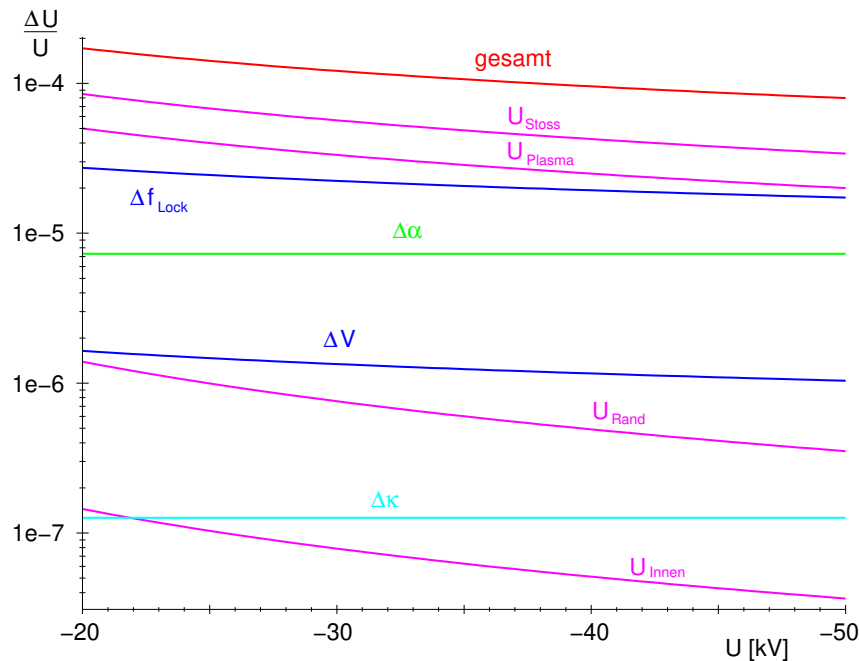


Abb. 5.1.: Erzielbaren Genauigkeit bei der Bestimmung der Spannung mittels kollinearer Spektroskopie mit dem Prototypen: Rot eingetragen ist das Gesamtergebnis, das sich aus der Summe der einzelnen Fehlerbeiträge ergibt.

Die mit dem Prototypen erreichbare Genauigkeit ist in Abb. 5.1 dargestellt, die Angaben gelten für eine Spannung, die zwischen Ionenquelle und Fluoreszenzkammer angelegt ist. Bei der Berechnung wurde Glg. (2.12) benutzt, nach der keine Frequenz absolut bekannt sein muß, sondern lediglich das Verhältnis V von kollinearer und antikollinearer Frequenz zu bilden ist. Eingetragen sind die relativen Fehler gemäß den Glgn. (2.88) bis (2.91) gegen die Beschleunigungsspannung und zum Gesamtergebnis aufsummiert (rot eingetragen). Der Prototyp ist für einen Bereich von -20 kV bis -50 kV ausgelegt. Obwohl bei der Konzeption des Prototypen die Untersuchung der Methode und weniger ein bestmögliches Ergebnis im Vordergrund stand

(Verzicht auf Zweikammerbetrieb, vgl. Kap. 2.1.5), wird die ursprüngliche Zielsetzung, eine Spannung auf ± 1 V zu bestimmen, lediglich um einen Faktor 3 verfehlt.

Die konzeptionelle Annahme, nach der der geprobte metastabile Zustand in der Ionenquelle besetzt wird, konnte nicht bestätigt werden. Vielmehr werden bei Restgasdrücken um 10^{-6} mbar in der Nachweisregion vorwiegend Metastabile abgefragt, die durch Stöße mit Restgas bevölkert werden. Es resultiert ein relativ großer Fehler $U_{\text{Stoß}}$ von 1.7 V (in Abb. 5.1 magentafarben), der der Anregungsenergie des metastabilen Zustands entspricht. Ferner wurde eine druckabhängige Linienverschiebung beobachtet, die bei der Behandlung anderer Fragestellungen mittels kollinearer Spektroskopie – etwa der Isotopieverschiebung – keine Rolle spielen mag. Beim Einsatz zur Spannungsmessung aber muß eine solche Verschiebung weitgehend vermieden werden. Die unbekannte Potentialverschiebung U_{Plasma} (s. Kap. 2.1.4), die im ungenau bekannten Startpotential in der Quelle ihre Ursache hat (ebenfalls magentafarben verzeichnet) ist mit 1 V abgeschätzt.

Diese beiden stärksten Fehlerquellen sind hier nur größenordnungsmäßig angegeben und können durchaus größer ausfallen. Sie führen zu einem Designvorschlag einer Nachfolgeapparatur, der in Abschnitt 6.3 unterbreitet wird. Er läßt sich vorab zusammenfassen unter den Schlagworten „Zweikammerbetrieb“ (d.h. die Bestimmung einer Spannung, die zwischen zwei Nachweisregionen angelegt wird) und „besseres Vakuum“ durch differentiellles Bepumpen.

Bei der Regelung auf den Kalziumionenübergang wird von einem relativ großen systematischen Fehler ausgegangen. Die Regelung muß genauer untersucht und gegebenenfalls verbessert werden, um den derzeit mit Δf_{Lock} nach (4.3) eingehenden Fehler (in Abb. 5.1 blau eingetragen) zu reduzieren. Auch in diesem Zusammenhang ist die Vermeidung von Stoßprozessen anzustreben, die vermutlich die beobachtete Verbreiterung der Resonanzlinie zur Folge haben und so die Regelungsgenauigkeit einschränken.

Die Fehler, die aus dem Winkel zwischen Laser- und Ionenstrahl ($\Delta\alpha$) nach (3.2) sowie dem Vorfaktor ($\Delta\kappa$) nach (2.84) resultieren (in Abb. 5.1 hellblau bzw. grün eingetragen), sind vernachlässigbar. Dies gilt auch für die Verfälschung durch die Raumladung (in Abb. 5.1 magentafarben eingetragen) gemäß den Glgn. (2.17) und (2.18); hier wurde ein Ionenstrom $I = 100$ nA, ein Strahlradius $r = 1$ mm und als Radius der Fluoreszenzkammer $R = 30$ mm eingesetzt.

Das realisierte Wavemeter, mit dem Frequenzen absolut mit einer Genauigkeit von ± 1 MHz bestimmt werden können¹, erfüllt die geforderten Spezifikationen. Der Beitrag zum Fehler, in Abb. 5.1 blau eingetragen (ΔV nach Glg. (4.2)), ist vernachlässigbar gering.

Abschließend sei darauf hingewiesen, daß im Rahmen des Projekts entwickelte Technologie z.T. erfolgreich in anderen Experimenten zum Einsatz gekommen ist. Dies betrifft z.B. eine Laserentwicklung [Pap96], die Laserregelung [Sau02] und die Auswertung eines Wavemeters nach der Knaak-Routine [Hac02].

¹Dieses sehr gute Resultat läßt sich weiter verbessern, wenn der zur Bereitstellung der Referenzfrequenz verwendete Spektroskopieaufbau modifiziert wird.



6. Ausblick

Nach den Erfahrungen, die mit dem dargestellten Prototypen gemacht wurden, erscheint es möglich, hohe Spannungen in kollinearer Spektroskopie mit großer Präzision zu messen. Allerdings müssen insbesondere am Rezipienten, in dem der Laser- und der Ionenstrahl überlagert werden, gewisse Verbesserungen vorgesehen werden. Dies ist in Abschnitt 6.3 ausgeführt. Zuvor werden Vorschläge für Nachfolgeuntersuchungen gemacht, die aus den dargestellten Ergebnissen resultieren.

6.1. Überprüfung des Wavemeters

Die Genauigkeit, die mit dem vorgestellten Wavemeter unter Verwendung der Knaak-Routine erzielt wurde, konnte bisher nur mit recht nah beieinanderliegenden Probe- und Referenzfrequenzen demonstriert werden (Hyperfeinaufspaltung des Cs-Grundzustands, d.h. 9 GHz); dabei stellte sich heraus, daß die Genauigkeit maßgeblich durch die Regelung auf die Übergänge von Referenz- und Probelaser zurückzuführen ist. Eine Überprüfung der Auswertemethode mit größerem Frequenzabstand des Probelasers zum Referenzlaser wäre hilfreich, um mögliche (aber bisher nicht vermutete) dispersive Einflüsse zu untersuchen. Dazu muß entweder eine geeignete, genau bekannte Probewellenlänge bereit gestellt werden, oder aber das Wavemeter mit einem genaueren Gerät zur Bestimmung von Wellenlängen (bzw. Frequenzen) verglichen werden. An einem solchen Versuch besteht auch deswegen Interesse, weil kommerzielle Geräte zumeist mit wenig Aufwand derart nachgerüstet werden können, daß die Knaak-Routine mit ihrer deutlichen Reduzierung des Meßfehlers eingesetzt werden kann [Hac02]. Unter Verwendung der Beziehung Glg. (2.12) reicht die erzielte Genauigkeit zur Bestimmung von Hochspannung allerdings bereits aus.

6.2. Überprüfung der bestimmten Ruhefrequenzen

Um die mit dem Prototypen erzielten Ergebnisse zu testen und gegebenenfalls bisher nicht erkannte Fehlerquellen aufzuspüren, empfiehlt es sich, die bestimmten Ruhefrequenzen der Kalziumionenübergänge $3d^2D_{3/2}$ nach $4p^2P_{3/2}$ (Glg. (4.4)) bzw. $3d^2D_{5/2}$ nach $4p^2P_{3/2}$ (Glg. (4.5)) nach einer anderen Methode genau zu vermessen. Dies könnte z.B. in einem Fallenexperiment geschehen, in dem bei einem einzelnen, nahezu ruhenden Kalziumion die betrachteten Übergänge getrieben werden. Zur Besetzung des D-Zustands würde ein weiterer Laser eingesetzt; ein solches Experiment ist im Haus verfügbar [Blo99]. Der Versuch würde wichtige Aufschlüsse dafür liefern, welcher – insbesondere welcher systematische – Fehler für die Regelung auf den Ionenübergang anzunehmen ist.

6.3. Vorschlag zur Rückführung der Messung von HV-Spannung auf ein Quantennormal

Um die erreichbare Genauigkeit bei der Messung von hohen Spannungen in kollinearer Spektroskopie zu steigern, sollte ein künftiger Aufbau einige Veränderungen gegenüber dem Prototypen aufweisen. Ein Designvorschlag ist in Abb.6.1 dargestellt.

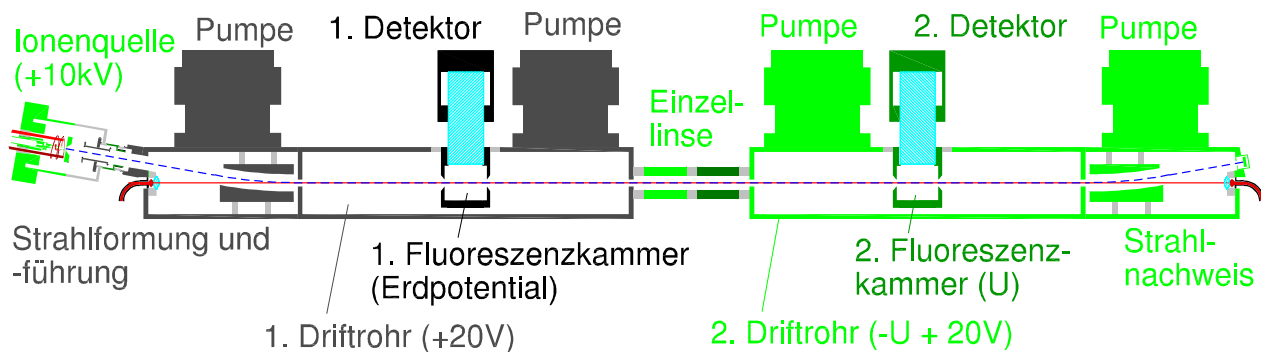


Abb. 6.1.: Designvorschlag für einen Rezipienten zur Messung hoher Spannungen in kollinearer Spektroskopie

Während die Ionenquelle nur unbedeutend modifiziert werden müßte, wäre vor allem ein Aufbau wünschenswert, der eine Messung im Zweikammerbetrieb gewährleistet: Gemessen würde die Potentialdifferenz zwischen den zwei Nachweiskammern. Dies erfordert zwei Driftröhre mit je eigener Fluoreszenzkammer. Die Quelle sollte auf einem Potential von $+10\text{ kV}$ liegen. Bei der Vermessung negativer Spannungen läge das erste Driftröhr massenah, die erste Fluoreszenzkammer auf Erdpotential. Eine Einzellinse würde die Beschleunigung zum zweiten Driftröhr vermitteln, das auf hohem negativen Potential liegen könnte. Unter diesen Umständen ist bei geeigneter Auslegung der Apparatur auch die Vermessung positiver Spannungen möglich: Wenn das Quellenpotential so viel über dem zu messenden Potential liegt, daß der Ionenstrahl durch die Apparatur transportiert werden kann, kann an das zweite Driftröhr auch positive Spannung gelegt und die zur Geschwindigkeit gehörige dopplerverschobene Frequenz bestimmt werden.

Zur Erhöhung der Spannungsfestigkeit würden die Driftröhre selbst die Rezipientenwand darstellen¹. Zusätzlich könnte der gesamte Aufbau in einem umgebenden Tank untergebracht werden, den man mit geeignetem Puffergas befüllt. Dadurch würde auch der störende Einfluß von Stößen mit Restgas gemindert, denn ohne eingebaute Driftröhe ist der Rezipient effektiver evakuierbar. Der jeweils gemessene Druck würde wesentlich besser als beim bisherigen Aufbau die Druckverhältnisse in Strahlnähe wiedergeben. Die technische Erschwernis, daß unter diesen Umständen die Pumpen auf negativem Potential betrieben werden müßten, ist handhabbar. Informationen, wie z.B. Ströme auf eingebauten Vierquadrantenblenden, könnten wie gehabt auf dem negativen Potential ausgewertet und über Optokoppler weitergegeben werden. Die Ionenquelle sollte direkt bepumpt werden, und es lassen sich weitere differentielle Pumpstufen

¹Dies würde auch die Justage erheblich vereinfachen.

einplanen². Vakuumdurchführungen für Fasern können eingesetzt werden, um die Kollimatoren näher an den Nachweisregionen zu positionieren und Verluste durch Eintrittsfenster zu verringern.

Um den Winkelfehler gering zu halten, sollten die Driftrohre bei gleichbleibender Eintrittsöffnung von 2 mm eine Länge von 5 m aufweisen; der resultierende Winkelfehler wäre $\Delta\alpha = 0.4 \text{ mrad}$. Die Apparatur könnte mit einer Abschirmung für Magnetfelder versehen werden.

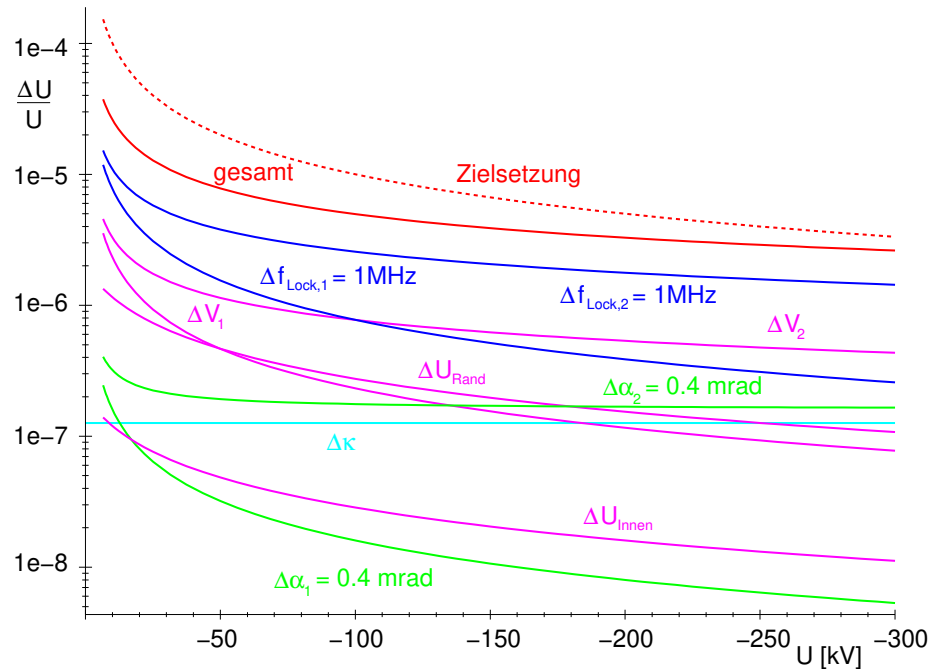


Abb. 6.2.: Abschätzung der erzielbaren Genauigkeit bei Umsetzung eines Nachfolgeaufbaus mit Zweikammerbetrieb (s. Abb.6.1). Es liegt Formel (2.19) zugrunde. Die Bestimmung der Ionen­geschwindigkeit findet je mit kollinearem und antikollinearem Probelaser pro Fluoreszenzkammer gemäß Glg. (2.12) statt (s. Indizes an den einzelnen Kurven). Grün sind die Beiträge der Winkel­fehler, blau der systematische Fehler der Regelung auf den Übergang verzeichnet. Magentafarben ist der Beitrag eingetragen, mit dem das Verhältnis der Wellenlängen des kollinearen und antikollinearen Probelasers bestimmt werden kann. Ebenfalls magentafarben sind außerdem die Fehlerbeiträge, die von der Raumladung herrühren, verzeichnet. Der ungenau bekannte Vorfaktor nach Glg.(2.84) trägt gemäß der hellblauen Kurve bei. Der Gesamtfehler, rot verzeichnet, ergibt sich aus der Summe der Beiträge. Die Zielsetzung (rot gestrichelt), die Spannung auf ein Volt genau zu bestimmen, wird deutlich unterboten.

Mit dem vorgeschlagenen Aufbau würde die Spannungsbestimmung nach Glg. (2.19) erfolgen. In beiden Nachweiskammern würde die Geschwindigkeit der Ionen gemessen, indem jeweils das Verhältnis der Wellenlängen von kollinearem und antikollinearem Probelaser gemäß Glg. (2.12) bestimmt würde; es kämen also insgesamt vier Laser und zwei Wavemeter (als Ratiometer)

²Die kollineare Spektroskopie bietet die Möglichkeit, die beobachtete Abbremsung der Ionen durch Restgas sehr effektiv zu untersuchen. Dazu legt man *beide* Nachweiskammern auf das gleiche Potential und überprüft, ob eine Differenz der zugehörigen Laserfrequenzen auftritt. So kann man in Abhängigkeit von Druck und Restgaselement und der Länge der Wechselwirkungsstrecke – dem Abstand der Nachweiskammern – Wirkungsquerschnitte unter 0° ermitteln.

zum Einsatz. Auf diese Weise ließe sich die erreichbare Genauigkeit der Spannungsbestimmung bis in den Bereich von einigen 10^{-6} vorantreiben.

In Abb. 6.2 ist eine solche Abschätzung vorgenommen, wobei sich der rot eingetragene Gesamtfehler aus der Summe der Einzelbeiträge ergibt. Die relativen Fehler sind gemäß den Glgn. (2.88) bis (2.91) berechnet. Die Indizes stehen für die erste und zweite Nachweiskammer. Es sollte möglich sein, den systematischen Regelfehler auf $\Delta f_{\text{Lock}} = \pm 1 \text{ MHz}$ zu senken, wenn man eine technische Linienbreite von 30 MHz erreicht. Wie man Abb. 6.2 entnimmt, stellt dieser Fehler (blau verzeichnet) den größten Beitrag zum Gesamtfehler. Die Bestimmung des Verhältnisses der Wellenlängen (ΔV , magentafarben) mit einem Ratiometer unter Verwendung der Knaak-Routine ist nach Glg. (4.2) bereits hinreichend genau. Aus der Abschätzung geht hervor, daß die Abmessungen des ersten Driftrohrs etwas geringer angesetzt werden könnten als die des zweiten: Der Fehler würde dadurch nur unwesentlich vergrößert (betrachte die grün eingetragenen Winkelfehler $\Delta\alpha$ in Abb. 6.2). Die Raumladungseffekte tragen gemäß ΔU_{Rand} bzw. ΔU_{Innen} zum Fehler bei (Glg. (2.17) bzw. (2.18); für die Abschätzung wurde von einem Strom von 100 nA, einem Ionenstrahlradius von $r = 1 \text{ mm}$ und einem Kammerradius von $R = 30 \text{ mm}$ ausgegangen). Hellblau verzeichnet ist der Fehler, der aus dem Vorfaktor resultiert ($\Delta\kappa$ gem. (2.84)).

Eine solche Apparatur würde unter den gemachten Annahmen eine ähnliche Genauigkeit aufweisen wie das beste derzeit verfügbare HV-Normal [Mar01]. Die ursprüngliche Zielsetzung (in Abb. 6.2 rot gestrichelt verzeichnet), -200 kV auf ein Volt genau zu bestimmen, wäre mit einem relativen Fehler von $3.3 \cdot 10^{-6}$ übererfüllt.



A. Physikalische Konstanten

Zunächst werden in Tab. A.1 die benötigten fundamentalen Konstanten aufgeführt: Die Angaben sind der letztverfügbaren Ausgabe der CODATA-Kollaboration [Moh00] entnommen¹. Um die fundamentalen Konstanten als solche zu kennzeichnen, sind sie in mathematischen Formeln nicht kursiv gesetzt, wie es für variable Größen der Fall ist.

Tabelle A.1.: Fundamentale physikalische Konstanten [Moh00]

Größe	Symbol	Wert	Einheit
Atomare Masseneinheit	u	$1.660\,538\,73(13) \cdot 10^{-27}$	kg
Boltzmann-Konstante	k	$1.380\,650\,3(24) \cdot 10^{-23}$	J/K
Elementarladung	e	$1.602\,176\,462(63) \cdot 10^{-19}$	C
Lichtgeschwindigkeit	c	299 792 458	m/s
Planck-Konstante	h	$6.626\,068\,76(52) \cdot 10^{-34}$	Js
Influenzkonstante	ϵ_0	$8.854\,187\,817 \dots \cdot 10^{-12}$	F/m

In Tab. A.2 sind einige Angaben zu Kalzium bzw. dem Kalziumion aufgelistet:

Tabelle A.2.: Elementare Größen von Ca I bzw. Ca II

Größe	Symbol	Wert	Einh.	Quelle
Rel. Masse von Kalzium	$m_{\text{rel}}(^{40}\text{Ca})$	39.962 591 2 (3)		[Aud95]
Ionisierungsenergie Kalzium	$E_I(\text{Ca})$	6.113 16	eV	[Lid02]
Lebensdauer P-Zustand	$\tau(4p^2P_{3/2})$	$6.924(19) \cdot 10^{-9}$	s	[Jin93]
Lebensdauer oberes D-Niveau	$\tau(3d^2D_{5/2})$	1.100 (18)	s	[Blo99]
Lebensdauer unteres D-Niveau	$\tau(3d^2D_{3/2})$	1.113 (45)	s	[Arb94]
Verzweigungs- verhältnisse des P-Zustands	$A_{4s\,^2S_{1/2}}/A_{\text{ges}}$	0.946 2 (792)		[Gal67]
	$A_{3d\,^2D_{5/2}}/A_{\text{ges}}$	0.048 3 (75)		
	$A_{3d\,^2D_{3/2}}/A_{\text{ges}}$	0.005 4 (1)		

¹Die Daten können auf der homepage des NIST (National Institute of Standards and Technology) eingesehen werden: <http://www.physics.nist.gov>.

Die Masse des Elektrons beträgt nach einer neuen Messung:

Tabelle A.3.: Relative Masse des Elektrons [Bei02]

Größe	Symbol	Wert
Rel. Masse d. Elektrons	$m_{\text{rel}}(e)$	$5.485\,799\,092\,(4) \cdot 10^{-4}$

Die Frequenzen der Hyperfeinübergänge der Cäsium-D₂-Linie sind in Tab. A.4 aufgeführt:

Tabelle A.4.: Frequenzen der Hyperfeinübergänge von atomarem Cäsium [Ude00]

Übergang	Frequenz [THz]
F=3 $\rightarrow$ F'=2	351.730 549 61 (11)
F=3 $\rightarrow$ F'=2,3	351.730 625 49 (11)
F=3 $\rightarrow$ F'=3	351.730 700 97 (11)
F=3 $\rightarrow$ F'=2,4	351.730 726 04 (11)
F=3 $\rightarrow$ F'=3,4	351.730 801 57 (11)
F=3 $\rightarrow$ F'=4	351.730 902 21 (11)
F=4 $\rightarrow$ F'=5	351.721 960 36 (11)
F=4 $\rightarrow$ F'=4,5	351.721 835 07 (11)
F=4 $\rightarrow$ F'=3,5	351.721 734 45 (11)
F=4 $\rightarrow$ F'=4	351.721 709 54 (11)
F=4 $\rightarrow$ F'=3,4	351.721 608 81 (11)
F=4 $\rightarrow$ F'=3	351.721 508 23 (11)

Sofern in der Arbeit nicht explizit andere Angaben gemacht werden, wurde mit den hier angegebenen Werten und Fehlern gerechnet.

B. Technische Pläne

B.1. Die Ionenquelle

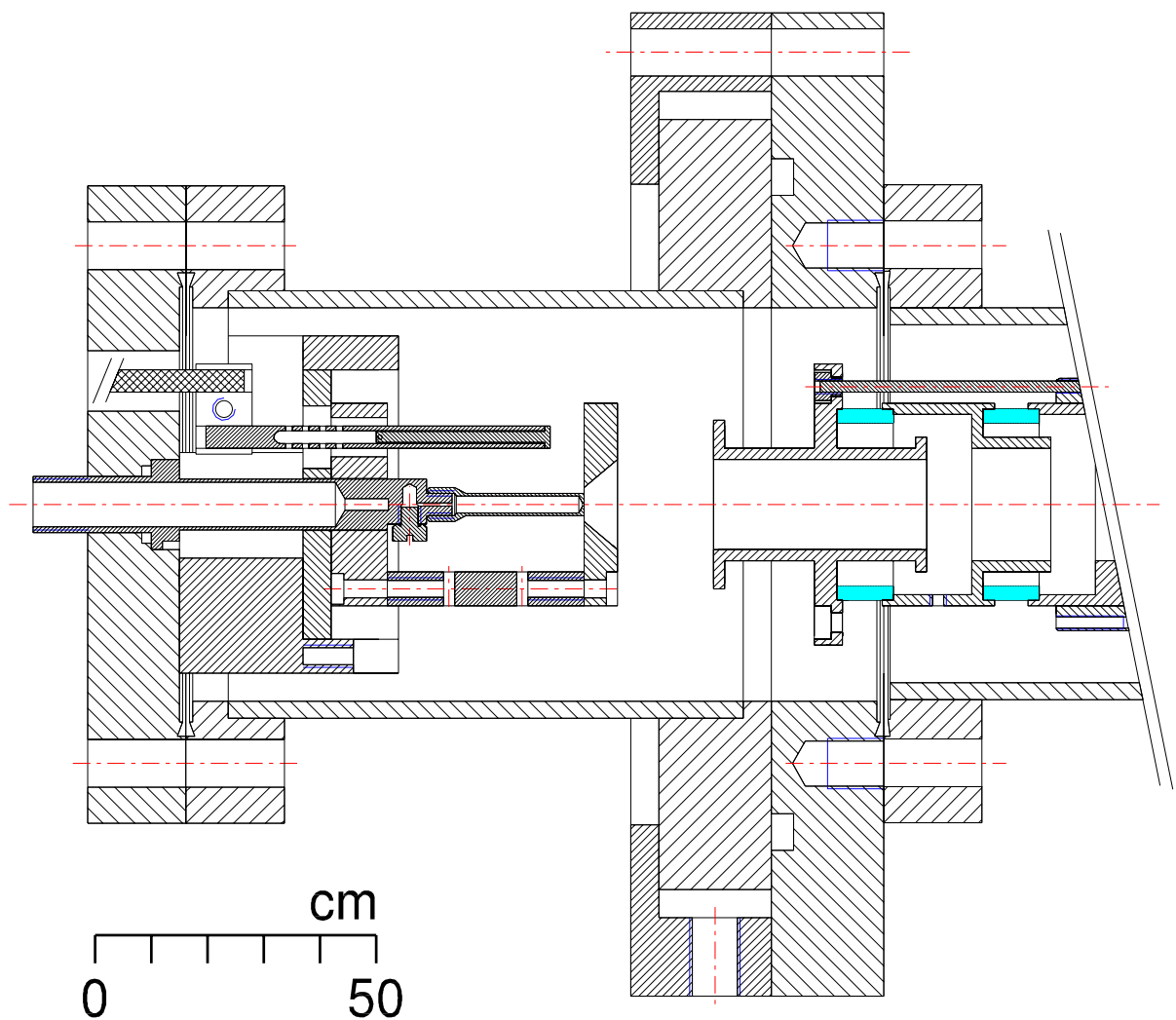


Abb. B.1.: Technische Zeichnung der Ionenquelle: Querschnitt der Quelle, Abzugselektrode und Einzellinse sowie Verschiebeeinheit. Erklärungen siehe Kap.3.1.2.

B.2. Der Rezipient

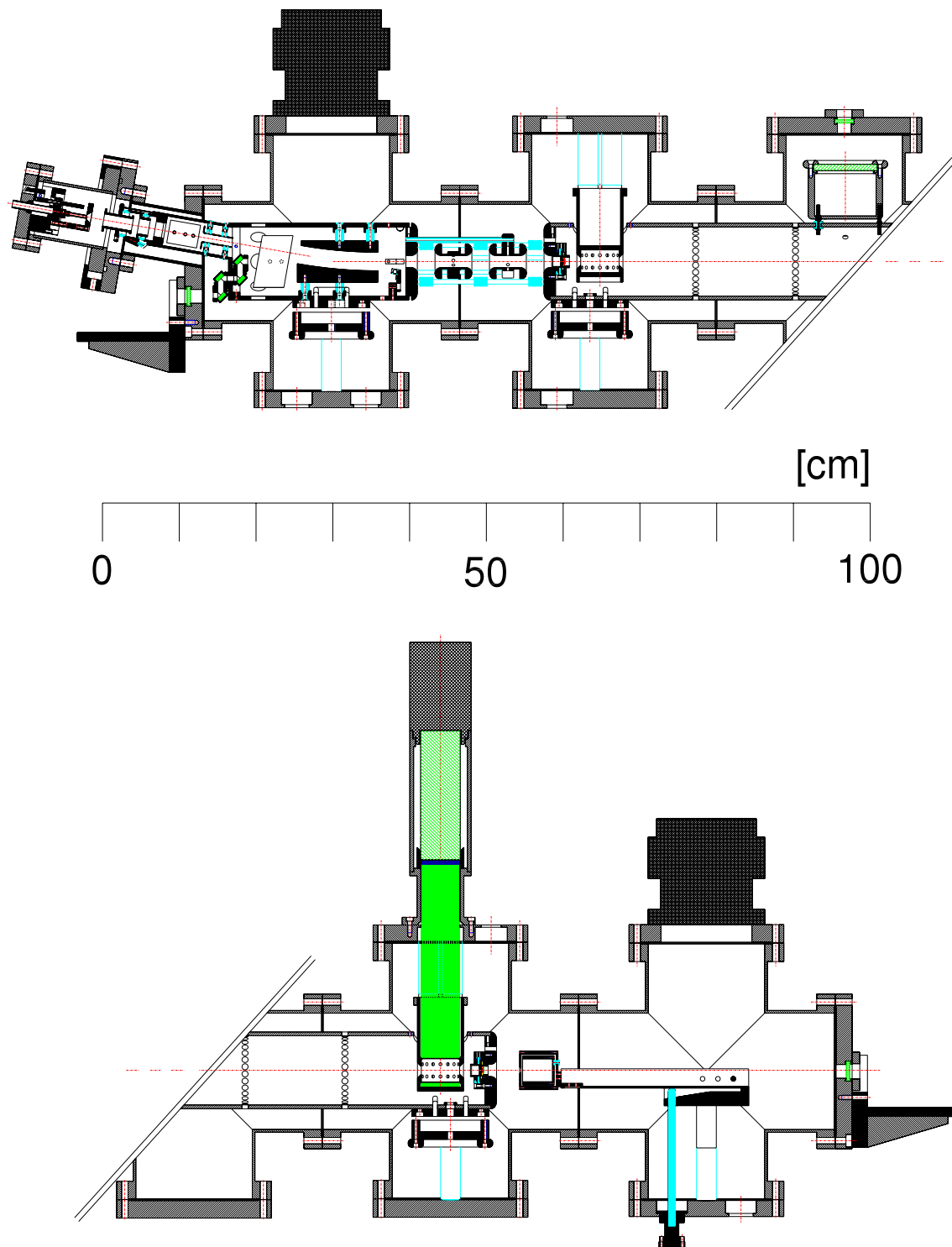


Abb. B.2.: Technische Zeichnung des Rezipienten: Erklärungen siehe Kap. 3.1.3

C. Schaltpläne

C.1. Die Beschaltung des Rezipienten

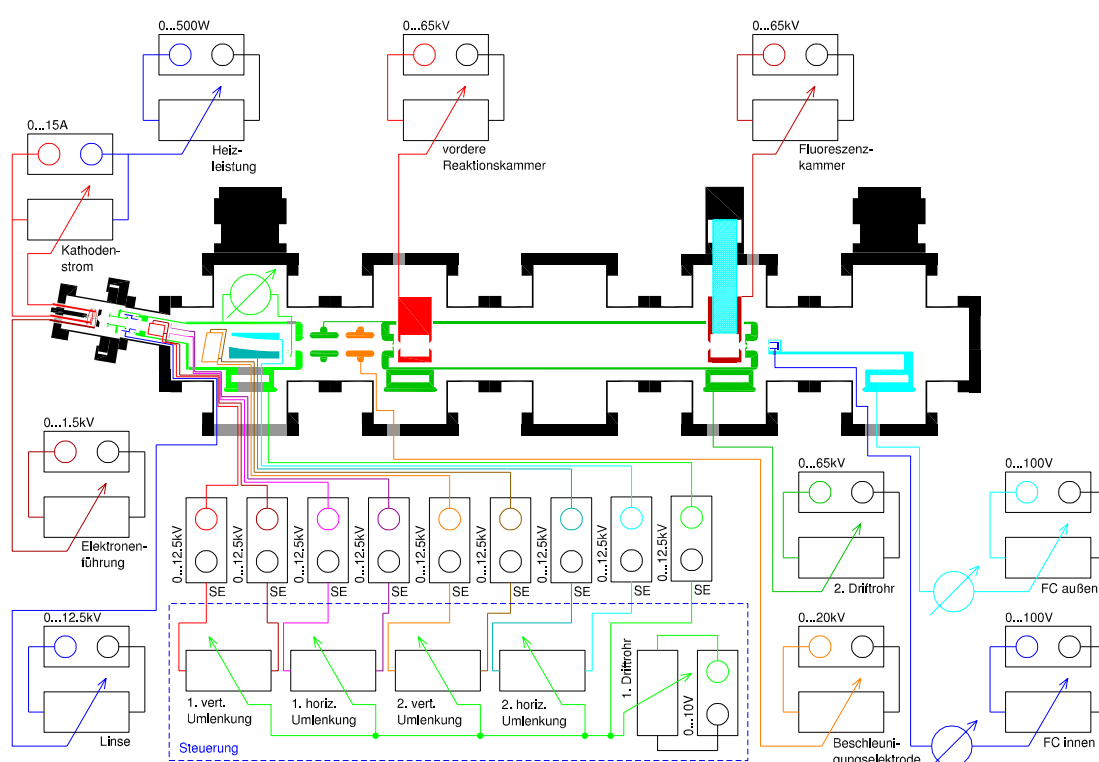


Abb. C.1.: Schaltplan Rezipient: Es werden 19 Netzgeräte eingesetzt, die maximal möglichen Werte sind jeweils verzeichnet. Drei Geräte sind zum Betrieb der Quelle nötig: Kathode (typisch: 10 A bei 10 V), Beschleunigung der austretenden Elektronen (leistungsgeregt, typisch: 175 W bei 350 V) und Führung (-1 kV). Das erste Driftrohr und die Elektrode der Einzellinse werden auf ein Potential von -6 kV bzw. -2 kV gelegt; die Spannungen der insgesamt 4 Umlenkerpaare beziehen sich auf den Wert, der an dem Driftrohr anliegt (typisch: ± 50 V, am 2. horizontalen Umlenker ± 450 V); dies geschieht durch externe Steuerung (blau gestrichelt umrandete Box, die Steuerungseingänge der Netzgeräte sind mit SE bezeichnet). Vermittelt durch die Beschleunigungselektrode gelangen die Ionen ins zweite Driftrohr, das auf ähnlichem Potential wie die Fluoreszenzkammer und, im Zeikammerbetrieb, die vordere Nachweiskammer, liegt. Der hintere Faradaybecher liegt innen und außen auf -100 V, die Ströme können separat gemessen werden.

C.2. Der Lockin-Verstärker zur Regelung auf den Übergang des Ca-Ions

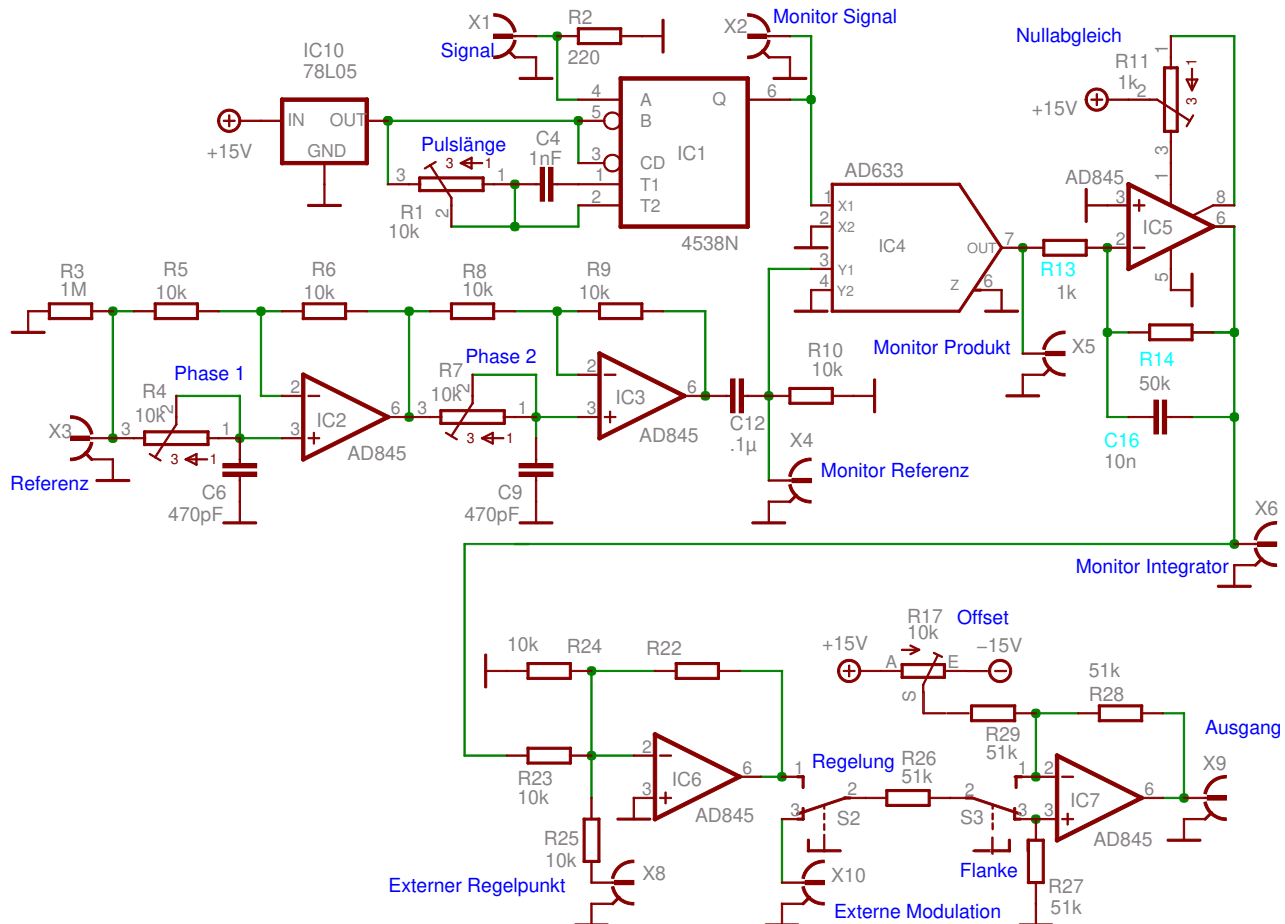


Abb. C.2.: Schaltplan der Lockotronik der 3. Generation: Sie dient dazu, auf den Ca-Übergang zu regeln. Alle blau markierten Teile sind von der Frontplatte her zugänglich, hellblau bezeichnete Bausteine gesockelt. Auf dem Eingang X1 (Signal) wird das vorverarbeitete Signal vom Photomultiplier eingespeist. Mit IC1 können die einlaufenden Pulse in der Länge variiert werden, um die Amplitude des Fehlersignals möglichst groß zu machen. Das sinusförmige Signal, das die Modulation des Lasers zur Folge hat, wird über Eingang X2 (Referenz) eingespeist. IC2 und IC3 sind 90°-Phasenschieber, die über die Potentiometer R4 (Phase 1) und R7 (Phase 2) eingestellt werden können. IC4 ist der Multiplikator, IC5 der Integrator. Über das Potentiometer R11 kann ein Nullabgleich des Ausgangs des OP's vorgenommen werden. Am Ausgang X6 (Monitor Integrator) kann das Fehlersignal betrachtet werden. Mit dem Schalter S2 (Regelung) wird der Regelkreis geschlossen. Solange er offen ist, kann über den Eingang X10 (Externe Modulation) ein Dreiecksignal eingegeben werden und der Laser so über die Resonanz verstimmt werden. Über R17 (Offset) ist eine Verstimmung des Lasers möglich. IC7 dient dazu, die Regelung auf die richtige Flanke einzustellen. An Ausgang X9 (Ausgang) wird das Stellglied – der Laserspiegel – angeschlossen.

C.3. Der Lockin-Verstärker zur Regelung auf Cäsium

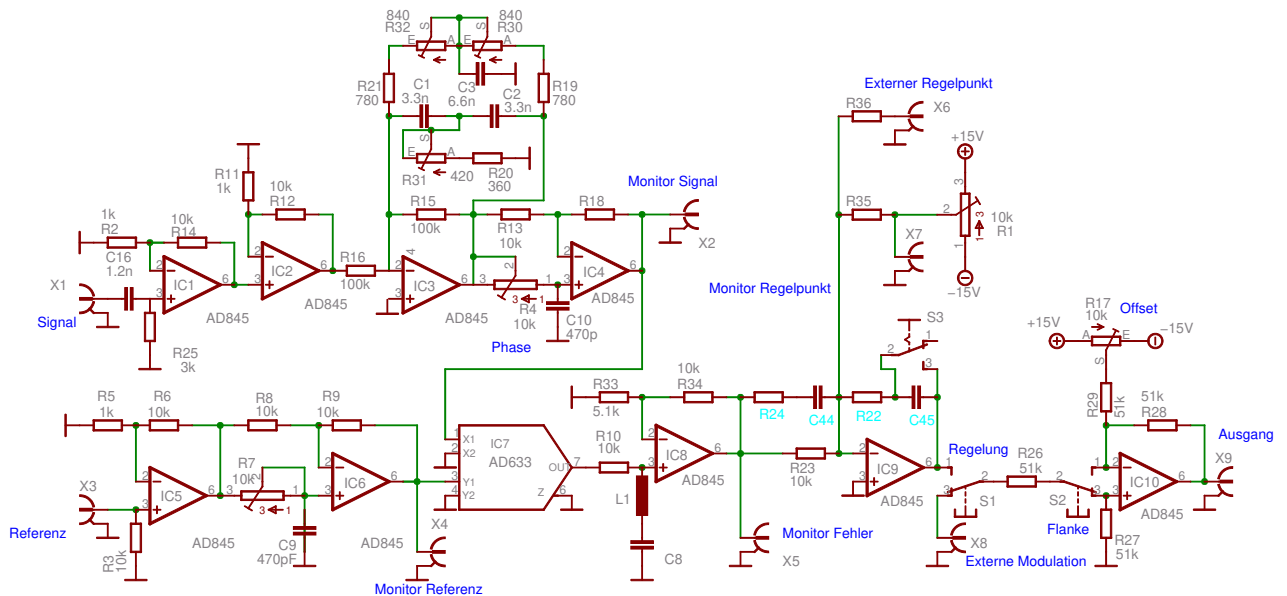


Abb. C.3.: Schaltplan der Locktronik der 4. Generation: Sie dient dazu, auf den Cs-Übergang zu regeln. Alle blau markierten Teile sind von der Frontplatte her zugänglich, hellblau bezeichnete Bausteine gesockelt. Auf den Eingang X1 (Signal) wird das vorverstärkte Signal von der Photodiode gegeben, C16 und R25 wirken als Hochpaß. IC1 und IC2 verstärken das Signal. IC4 wirkt als Bandpaß, der über die Trimpotentiometer R20, R30 und R32 auf die Modulationsfrequenz eingestellt wird. IC4 ist ein 90°-Phasenschieber, einstellbar über das Trimpotentiometer R4 (Phase). Das gefilterte Signal kann an Ausgang X2 (Monitor Signal) abgegriffen werden. Das Modulationssignal wird auf X3 (Referenz) eingespeist und mit IC5 verstärkt. IC6 ist ein weiterer 90°-Phasenschieber. Das Signal und die Referenz werden in den Multiplikatorbaustein IC7 gegeben, IC8 ist ein weiterer Verstärker. L1 und C8 bilden eine schmalbandige Bandsperre für die doppelte Modulationsfrequenz. IC9 ist der Regelbaustein (Proportionalteil: R23 und R22; Integralteil: R23 und C45; Differentialteil R24 und C44). Der Tastschalter S3 muß während des Schließens des Regelkreises betätigt werden, damit der Integralteil nicht mit irgendeinem Ladungszustand sofort aktiviert wird. Das Fehlersignal kann auf Ausgang X5 (Monitor Fehler) abgegriffen werden, der Regelpunkt wird über das Trimpotentiometer R1 eingegeben und kann über den Ausgang X7 (Monitor Regelpunkt) betrachtet werden. Der Regelkreis wird mit Schalter S1 (Regelung) geschlossen. Bei offenem Regelkreis kann über den Eingang X8 (Externe Modulation) ein Dreieckssignal eingegeben werden und der Laser so über die Resonanz verstimmt werden. Über R17 (Offset) ist eine Verstimmung des Lasers möglich. IC10 dient dazu, die Regelung auf die richtige Flanke einzustellen, der Wechsel erfolgt mit Schalter S2 (Flanke). An Ausgang X9 (Ausgang) wird das Stellglied – der Laserspiegel – angeschlossen.

Literaturverzeichnis

- [Arb93] F. Arbes, T. Gudjons, F. Kurth, G. Werth, F. Marin, M. Inguscio. Lifetime measurements of the $3D_{3/2}$ and $3D_{5/2}$ metastable states in CaII. *Zeitschrift für Physik D*, 25:295–198, 1993.
- [Arb94] F. Arbes, M. Benzing, T. Gudjons, F. Kurth, G. Werth. Improved lifetime measurements of the $3D_{3/2}$ and $3D_{5/2}$ metastable states of Ca II. *Zeitschrift für Physik D*, 29:159–161, 1994.
- [Aud95] G. Audi, A. H. Wapstra. The 1995 update to the atomic mass evaluation. *Nuclear Physics A*, 595(4):409–480, December 1995.
- [Bei02] T. Beier, H. Häffner, N. Hermanspahn, S. G. Karshenboim, H.-J. Kluge, W. Quint, S. Stahl, J. Verdú, G. Werth. New Determination of the Electron’s Mass. *Physical Review Letters*, 88(1):011603–1–011603–4, January 2002.
- [Bet97] Jochen Bettzieche. Aufbau eines auf die D_2 -Linie des Cäsiums stabilisierten Diodenlasersystems. Diplomarbeit, Universität Heidelberg, November 1997.
- [Blo99] M. Block, O. Rehm, P. Seibert, G. Werth. $3d\ ^2D_{5/2}$ lifetime in laser cooled Ca^+ : Influence of cooling laser power. *The European Physical Journal D*, 7:461–465, 1999.
- [Bön83] G. Bönsch. Wavelength ratio of stabilized laser radiation at $3.39\ \mu m$ and $0.633\ \mu m$. *Applied Optics*, 22(21):3414–3421, November 1983.
- [Bön98] G. Bönsch, E. Potulski. Measurement of the refractive index of air and comparison with modified Edlén’s formulae. *Metrologia*, 35:133–139, 1998.
- [Bor81] G. Borghs, P. de Bisschop, J.-M. van den Cruyce, M. van Hove, R. E. Silverans. Parallel-Antiparallel Measurements In Collinear Fast Beam Laser Spectroscopy. *Optics Communications*, 38(2):101–104, July 1981.
- [Bra99] M. P. Bradley, J. V. Porto, S. Rainville, J. K. Thompson, D. E. Pritchard. Penning Trap Measurements of the Masses of ^{133}Cs , $^{87,85}Rb$, and ^{23}Na with Uncertainties ≤ 0.2 ppb. *Physical Review Letters*, 83(22):4510–4513, November 1999.
- [Dav74] D. E. N. Davies, S. Kingsley. Method of phase modulating signals in optical fibers. *Electronics Letters*, 19:21–22, 1974.
- [Dem99] W. Demtröder. *Laserspektroskopie*. Springer, 4th edition, 1999.
- [Ele96] Electron Tubes Ltd. *Photomultipliers and Accessories*, 1996.

- [Ewa99] Guido Ewald. Aufbau eines optisch stabilisierten Diodenlasers mit volumenholographischem Transmissionsgitter. Staatsexamensarbeit, Universität Mainz, Juli 1999.
- [F.u96] F.u.G. Elektronik GmbH, D-83024 Rosenheim. *Hochspannungs-Netzgeräte HCN-Serie – Sonderausführung*, November 1996.
- [Gal67] A. Gallagher. Oscillator Strengths of Ca II, Sr II, and Ba II. *Physical Review*, 157(1):24–30, May 1967.
- [Göb97] E. O. Göbel. Quantennormale im SI-Einheitensystem. *Physikalische Blätter*, 53(3):217–223, 1997.
- [Gri94] R. Grieser, R. Klein, G. Huber, S. Dickopf, I. Kluft, P. Kobloch, P. Merz, F. Albrecht, M. Grieser, D. Habs, D. Schwalm, T. Kühl. A test of special relativity with stored lithium ions. *Applied Physics B*, 59:127–133, May 1994.
- [Gro83] J. Großer. *Einführung in die Teilchenoptik*. Teubner, Stuttgart, 1983.
- [Hac02] Thomas Hackert. Aufrüstung eines kommerziellen Wavemeters zur Steigerung der Genauigkeit. Staatsexamensarbeit, Universität Mainz, Mai 2002.
- [Her01] F. Herfuth, J. Dilling, A. Kellerbauer, G. Bollen, S. Henry, H.-J. Kluge, E. Lamour, D. Lunney, R. B. Moore, C. Scheidenberger, S. Schwarz, G. Sikler, J. Szerypo. A linear radiofrequency ion trap for accumulation, bunching, and emittance improvement of radioactive ion beams. *Nuclear Instruments and Methods A*, 469(2):254–275, August 2001.
- [Hol00] R. Holzwarth, Th. Udem, T. W. Hänsch, J. C. Knight, W. J. Wadsworth, P. St. J. Russel. Optical Frequency Synthesizer for Precision Spectroscopy. *Physical Review Letters*, 85(11):2264–2267, September 2000.
- [Huy83] M. Huyse. Ionization in a hot cavity. *Nuclear Instruments and Methods*, 215:1–5, 1983.
- [ITO00] ITOS GmbH, Mainz. *Charakterisierungsmessung UV-Band Filter*, 2000.
- [Jin93] J. Jin, D. A. Church. Precision Lifetimes for the $\text{Ca}^+ 4p^2\text{P}$ levels: Experiment Challenges Theory at the 1% Level. *Physical Review Letters*, 70(21):3213–3216, May 1993.
- [Kau76] S. L. Kaufman. High-Resolution Laser Spectroscopy in Fast Beams. *Optics Communications*, 17(3):309–312, June 1976.
- [Kin83] D. H. Kind, W. Lucas, D. Peier, B. Schulz. Measurements of High Voltages by Means of Electron Speed Filtering. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 32(1):8–11, March 1983.
- [Kir89] R. Kirchner. On the thermoionization in hot cavities. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 292:203–208, 1989.
- [Kle96] A. Klein, B. A. Brown, U. Georg, M. Keim, P. Lievens, R. Neugart, M. Neuroth, R. E. Silverans, L. Vermeeren, ISOLDE Collaboration. Moments and mean square charge radii of short-lived argon isotopes. *Nuclear Physics A*, 607:1–22, April 1996.



- [Kna00a] Kai-Martin Knaak. *Laserunterstützte Spannungsmesstechnik*. Inaugural-Dissertation, Universität Heidelberg, Juli 2000.
- [Kna00b] Kai-Martin Knaak. Optisches Multimeter (OmU). Thesenpapier (unpubl.), August 2000.
- [Lan29] I. Langmuir, K. H. Kingdon. Contact potential measurements with adsorbed films. *Physical Review*, 34:129–135, July 1929.
- [Lat95] R. Latham. *High Voltage Vacuum Insulation*. Academic Press, 1995.
- [Lid02] D. R. Lide, editor. *Handbook of Chemistry and Physics*, chapter 10, page 175. CRC, 82 edition, 2001–2002.
- [Luc91] W. Lucas, D. H. Kind. Investigations into the Deflection of Relativistic Electrons Inside a Superconducting Cavity Resonator for Measuring High Voltages. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 40(2):288–290, April 1991.
- [Mar01] R. Marx. New Concept of PTBs Standard Divider for Direct Voltages of up to 100 kV. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 50(2):426–429, April 2001.
- [Mül96] Peter Müller. Präzise Hochspannungsmessung mittels kollinearer Laserspektroskopie am einfach geladenen Strontium-Ion. Diplomarbeit, Universität Mainz, 1996.
- [Moh00] P. J. Mohr, B. N. Taylor. CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 1998. *Reviews of Modern Physics*, 72(2):351–496, 2000.
- [Mon81] J.-P. Monchalin, M. J. Kelly, J. E. Thomas, N. A. Kurnit, A. Szöke, F. Zernike, P. H. Lee, A. Javan. Accurate laser wavelength measurement with a precision two-beam scanning Michelson interferometer. *Applied Optics*, 20(5):736–757, March 1981.
- [Mon93] L. Monz. Messung von Hochspannungen im Bereich von 50-300 kV mit einer Genauigkeit von besser als 10^{-5} . (unpubl.), 1993.
- [Neu87] R. Neugart. Collinear Fast-Beam Laser Spectroscopy. In H.-J. Beyer and H. Kleinpoppen, editors, *Progress in Atomic Physics D*, chapter 2, pages 75–126. Plenum Press, 1987.
- [Nör98] W. Nörtershäuser, K. Blaum, K. Icker, P. Müller, A. Schmitt, K. Wendt, B. Wiche. Isotope shifts and hyperfine structure in the $3d\ ^2D_J \rightarrow 4p\ ^2P_J$ transitions in calcium II. *The European Physical Journal D*, 2:33–39, 1998.
- [Pap96] Eduard Papp. Aufbau eines frequenzverdoppelten Diodenlasersystems zur Spektroskopie von Strontium. Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 1996.
- [Pou82] O. Poulsen. Velocity and high-voltage measurements using resonant collinear, fast-beam/laser interactions. *Nuclear Instruments and Methods*, 202:503–509, April 1982.
- [Pou88] O. Poulsen, E. Riis. Absolute Determination of High Voltages Using Fast-Beam Laser Velocimetry. *Metrologia*, 25:147–153, April 1988.

- [Saa01] G. Saathoff, U. Eisenbarth, S. Hannemann, I. Hoog, G. Huber, S. Karpuk, S. Krohn, J. Lassen, D. Schwalm, M. Weidemüller, A. Wolf, G. Gwinner. Toward a new test of the relativistic time dilation factor by laser spectroscopy of fast ions in a storage ring. In *Proceedings of APAC 2001, Aarhus (DK)*, 2001.
- [Sau02] Jochen Sauer. Aufbau eines auf Rubidium stabilisierten Laserdiodensystems für die Resonanzionisations-Massenspektroskopie. Staatsexamensarbeit, Universität Mainz, April 2002.
- [Sch94] O. Schmidt, K.-M. Knaak, R. Wynands, D. Meschede. Cesium saturation spectroscopy revisited: How to reverse peaks and observe narrow resonances. *Applied Physics B*, 59:167–178, 1994.
- [Sch97] H. Schütte. *Der Einfluss des Entwicklungsprozesses auf die Eigenschaften von Hologrammen in Dichromatgelatine*. Shaker-Verlag, 1997.
- [Sny90] J. J. Snyder, T. W. Hänsch. Laser Wavemeters. In F. P. Schäfer, editor, *Dye Lasers*, volume 1 of *Topics in Applied Physics*, chapter 6, pages 201–234. Springer, third enlarged and revised edition, 1990.
- [Ude00] Th. Udem, J. Reichert, T. W. Hänsch, M. Kourogi. Absolute optical frequency measurement of the cesium D₂ line. *Physical Review A*, 62(031801 (R)), August 2000.
- [Ude02] Th. Udem, R. Holzwarth, T. W. Hänsch. Uhrenvergleich auf der Femtosekundenskala. *Physik Journal*, 1(2):39–45, Februar 2002.
- [Wen97] K. Wendt, G. K. Bhowmick, B. A. Bushaw, G. Herrmann, J. V. Kratz, J. Lantzsch, P. Müller, W. Nörtershäuser, E.-W. Otten, R. Schwalbach, U.-A. Seibert, N. Trautmann, A. Waldek. Rapid Trace Analysis of ^{89,90}Sr in Environmental Samples by Collinear Laser Resonance Ionization Mass Spectrometry. *Radiochimica Acta*, 79:183–190, 1997.
- [Wen98] Klaus Wendt. Präzise Messung der Hochspannung des ESR-Elektronenkühlers über den Dopplereffekt mit kollinearer Laserspektroskopie, 1998. Antrag an das GSI-Hochschul-Programm.
- [Wys99] Engelbert Wystrach. Erzeugung eines Ca-Ionenstrahls zur präzisen Hochspannungsmessung. Diplomarbeit, Universität Mainz, Mai 1999.