

Fakultät für Physik und Astronomie

Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

Diplomarbeit

im Studiengang Physik

vorgelegt von

Daniela Koudela

aus Frankenthal/Pfalz

2002

Formationszeiteffekte in der Produktion von Charmonia in Proton-Kern Kollisionen

Die Diplomarbeit wurde von Daniela Koudela ausgeführt am

Institut für Theoretische Physik

unter der Betreuung von

Herrn Prof. Jörg Hufner

Formationszeiteffekte in der Produktion von Charmonia in Proton-Kern Kollisionen

In dieser Arbeit wird die Absorption von Charmonia in Proton-Kern Stößen bei Einschußenergien von mehreren hundert GeV behandelt. Formationszeiteffekte werden in einem Modell untersucht, das die zeitliche Entwicklung von Charmonia in Kernmaterie durch die zeitabhängige Schrödingergleichung beschreibt. Die Wellenfunktion des Charmoniums wird nach Eigenzuständen des Charmoniumspektrums entwickelt und ein imaginäres Potential im Hamilton-Operator modelliert die „Absorption“ von Charmonia durch Stöße mit Nukleonen. Der Anfangszustand wird aus dem in Proton-Proton Kollisionen gemessenen Verhältnis ψ' zu J/ψ bestimmt. Die Absorption von J/ψ , ψ' und χ_c in Kernmaterie wird als Funktion der Zeit untersucht. Hierbei werden starke Formationszeiteffekte bei ψ' gefunden. Danach wird die Unterdrückung von J/ψ , ψ' und χ_c in endlichen Kernen berechnet. Ein Vergleich mit Experimenten zeigt gute Übereinstimmung für J/ψ und ψ' bei Einschußenergien von 450 GeV. Bei Energien von 800 GeV sind Experiment und Theorie im Falle von J/ψ in mittelmäßiger Übereinstimmung, wohingegen es für ψ' Abweichungen gibt. Desweiteren wird die Unterdrückung von J/ψ und ψ' bei negativen Werten von x_F und die Unterdrückung des χ_c für verschiedene Kerne vorhergesagt. Messungen sind von der HERA B Kollaboration am Desy geplant.

Formation time effects in charmonium production in proton-nucleus collisions

This thesis deals with the absorption of charmonia in proton-nucleus collisions at proton energies of a few hundred GeV. Formation time effects are studied using a model where the time evolution of charmonia in the nucleus is determined by solving the time-dependent Schrödinger equation. The wavefunction of the charmonium is developed into eigenstates of the corresponding spectrum and an imaginary potential is used to modelize the absorption of charmonia due to collisions with nucleons. The starting condition is determined by using the ratio of ψ' over J/ψ , measured in proton-proton collisions. We have investigated the absorption of J/ψ , ψ' and χ_c in nuclear matter as a function of time and found strong formation time effects for ψ' . We have calculated the suppression of J/ψ , ψ' and χ_c in finite nuclei. The comparison with the experiments shows good agreement for J/ψ and ψ' at energies of 450 GeV. For energies of 800 GeV theoretical calculations are in fair agreement with the data for J/ψ , whereas for ψ' there is a discrepancy. Predictions for the suppression of J/ψ and ψ' for negative values of x_F , as well as for χ_c in several nuclei are made. Measurements will be performed by the HERA B collaboration at Desy.

INHALTSVERZEICHNIS

1	Einleitung	9
2	Formulierung des Modells	15
2.1	Der Elementarprozeß $pp \rightarrow \psi X$	15
2.1.1	Direkt produzierte Charmonia	16
2.1.2	Produktion des J/ψ durch Zerfälle von ψ' und χ_c	17
2.2	Die Produktion im Kern: $pA \rightarrow \psi X$	18
2.2.1	Der Unterdrückungsfaktor	19
2.2.2	Kerneffekte	19
2.2.3	Die Formationszeit	20
2.3	Schrödingergleichung für die Entwicklung eines Charmoniums im Kern	22
2.3.1	Der Anfangszustand	22
2.3.2	Der Hamiltonoperator H_0 des $c\bar{c}$ -Systems	23
2.3.3	Wechselwirkung mit dem Kern – das imaginäre Potential	23
2.3.4	Die Schrödingergleichung	24
2.4	Lösung der Schrödingergleichung mit gekoppelten Kanälen	25
2.5	Die Berechnung des Unterdrückungsfaktors	26
3	Details zur Rechnung	29
3.1	Wahl der Anfangsbedingung für die S -Zustände	29
3.1.1	Bestimmung von $ c_{2,0}(0)/c_{1,0}(0) ^2$	32

3.1.2	Bestimmung der Breite des Anfangszustandes	32
3.2	Wahl der Anfangsbedingung für die P -Zustände	34
3.3	Die Eigenzustände	35
3.4	Parametrisierung von elementarem Wirkungsquerschnitt und nuklearer Dichte	38
3.5	Berechnung der Matrixelemente $\langle n \sigma j\rangle$	40
3.6	Kinematische Formeln	41
3.6.1	Bezugssysteme in der Proton-Kern Kollision	41
3.6.2	Kinematische Größen	42
4	Rechnungen in Kernmaterie	47
4.1	Rechnungen für J/ψ und ψ' mit verschiedenen Lorentz-Faktoren	47
4.2	Rechnungen mit unterschiedlicher Anzahl von Kanälen	51
4.3	Vergleich verschiedener Anfangsbedingungen	53
4.4	Unterschiede zum entkoppelten System	57
4.5	Rechnung für χ_c	58
4.6	Die „frozen-Charmonium“ Näherung ($t_f = \infty$)	59
4.7	Effektive Wirkungsquerschnitte	62
5	Ergebnisse und Vergleich mit dem Experiment	65
5.1	Rechenmethode	65
5.1.1	Berechnung der Unterdrückung bei konstanter Dichte .	65
5.1.2	Berechnung der Unterdrückung bei der Dichte nach Woods-Saxon	66
5.2	Ergebnisse in Abhängigkeit der Massenzahl	66
5.2.1	Vergleich von konstanter Dichte und Dichte nach Woods- Saxon	67
5.2.2	Ergebnisse mit der Dichte nach Woods-Saxon für un- terschiedliche Lorentz-Faktoren	70
5.3	Ergebnisse in Abhängigkeit von x_F	74
5.4	Vergleich mit dem Experiment	78
6	Zusammenfassung	83

Kapitel 1

EINLEITUNG

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Produktion von Charmonium-Mesonen oder kurz Charmonia in Proton-Kern (pA) Stößen. Charmonia sind verschiedene Anregungszustände eines gebundenen Systems aus einem Charmquark (c) und einem Anticharmquark (\bar{c}). Abb. 1.1 zeigt das Spektrum dieser Zustände. Für die angegebenen Quantenzahlen gilt die Notation $n^{2S+1}L_J$. Die Zustände von Charmonia, die in dieser Arbeit von besonderem Interesse sind, sind das J/ψ (1^3S_1), das ψ' (2^3S_1) und das χ_c (1^3P_J). Die Produktion von Charmonia in Kern-Kern Stößen wird aus folgendem Grund untersucht:

Die Quantenchromodynamik (QCD) sagt für hohe Temperaturen oder hohe Dichten einen Phasenübergang von hadronischer Materie in ein Quark-Gluon Plasma voraus [2]. Diesen Übergang versucht man durch Experimente mit relativistischen schweren Ionen zu finden. 1986 schlugen Matsui und Satz [3] vor, daß J/ψ -Unterdrückung in Kern-Kern (AB) Stößen ein Signal für Quark-Gluon Plasma (QGP) ist. J/ψ -Unterdrückung bedeutet, daß in Kern-Kern Kollisionen weniger J/ψ 's detektiert werden als man erwarten würde, wenn man den Wirkungsquerschnitt $\sigma^{pp \rightarrow J/\psi X}$ von Proton-Proton (pp) Reaktionen bei denen ein J/ψ entsteht, auf die Anzahl der Nukleon-Nukleon Stöße in AB Reaktionen extrapoliert. Sie argumentierten, daß die Abschir-

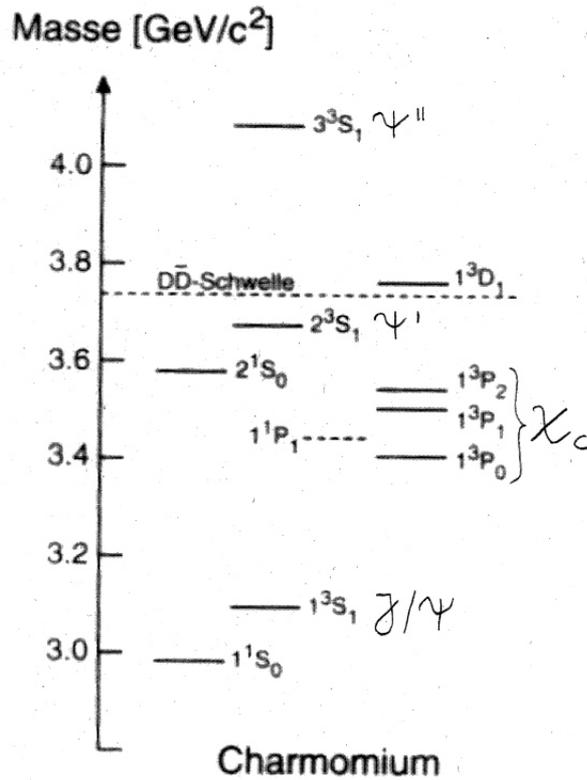


Abbildung 1.1: Spektrum von Charmonium, entnommen aus [1]. Der gestrichelte Zustand ist berechnet, jedoch nicht experimentell entdeckt. Für die Quantenzahlen gilt die Notation $n^{2S+1}L_J$. Die Zustände oberhalb der $D\bar{D}$ -Schwelle sind Resonanzen.

mung der Farbkraft im Quark-Gluon Plasma verhindert, daß c und \bar{c} einen gebundenen Zustand eingehen. Auf Grund der geringen Anzahl von Charm- und Anticharmquarks im Quark-Gluon Plasma bei AB Kollisionen ist die Wahrscheinlichkeit, daß sich zum Zeitpunkt des Ausfrierens des Quark-Gluon Plasmas wieder ein c und ein \bar{c} zusammenfinden, extrem gering, die Teilchen werden sich mit leichteren und somit häufiger vorhandenen Quarks und Antiquarks binden und als D bzw. \bar{D} -Mesonen die Reaktionszone verlassen.

Mitte der 80er Jahre war bereits bekannt, daß J/ψ in pA Kollisionen unterdrückt wird [4]. Diese Unterdrückung war jedoch sehr gering. Später wurde in O-U Kollisionen [5] und S-U Kollisionen [6] bei jeweils 200 GeV/Nukleon eine große Unterdrückung nachgewiesen. Allerdings waren sich die Autoren dieser Veröffentlichungen nicht sicher, ob es sich bei ihren Messungen tatsächlich um QGP handelt oder ob die Reduktion von J/ψ bei Erhöhung der Energiedichte nicht auch andere Ursachen haben kann.

Daß die in O-U und S-U Kollisionen gemessene Unterdrückung von J/ψ mit großer Wahrscheinlichkeit kein QGP ist, zeigten 1992 Gerschel und Hüfner [7], indem sie eine Parametrisierung fanden, nach der die in O-U und S-U Kollisionen gemessene Unterdrückung mit der in pA Reaktionen gemessenen, kompatibel ist (vgl. Abb. 1.2). In pA Reaktionen ist die Energiedichte jedoch so gering, daß man davon ausgeht, daß dort kein Übergang ins QGP stattfindet, die J/ψ -Unterdrückung muß also andere Ursachen haben.

Im Jahr 1996 fand man dann in Pb-Pb Kollisionen bei 158 GeV/Nukleon eine sehr starke Unterdrückung des J/ψ , die auf etwas Neues hinweist [9]. Die Situation ist in AB Kollisionen also komplizierter. Wie in Abb. 1.2 im linken Bild zu sehen ist, ist die Unterdrückung von J/ψ in S-U, O-U und O-Cu Kollisionen kompatibel mit der in pA Kollisionen gemessenen. Aber der Meßwert von Pb-Pb fällt aus der Reihe. Die bei Pb-Pb beobachtete Unterdrückung ist wesentlich größer als bei Messungen an leichteren Kernen. Kann man daraus schließen, daß hier ein Übergang ins QGP stattfindet? Oder spielen in dieser Reaktion andere Effekte eine Rolle, die eine vergrößerte Unterdrückung von J/ψ zur Folge haben?

Im rechten Bild von Abb. 1.2 ist der Wirkungsquerschnitt pro Nukleon-Nukleon für ψ' aufgetragen. In diesem Fall sind zwar die Messungen in pA Stößen untereinander kompatibel, doch wird hier bereits bei S-U Kollisionen eine viel größere Unterdrückung gemessen. Was ist dafür die Ursache?

Einen Überblick über dieses Thema, der auch den derzeitigen Stand der Forschung wiedergibt – sowohl was experimentelle Messungen betrifft, als auch theoretische Modelle zur Erklärung dieser – bieten die folgenden Ar-

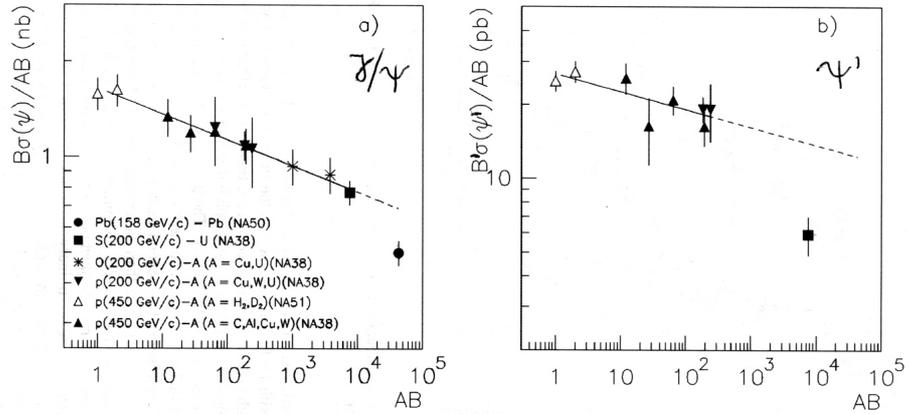


Abbildung 1.2: Wirkungsquerschnitte für J/ψ (linkes Bild) und ψ' Produktion (rechtes Bild) in Abhängigkeit vom Produkt der Massen des Targets und des Projektils. Die Wirkungsquerschnitte sind auf $158 \text{ GeV}/\text{Nukleon}$ reskaliert. Die durchgezogene Linie zeigt einen Fit der Daten (mit Ausnahme von Pb-Pb bei J/ψ und nur für pA -Daten im Falle von ψ') zu einem $(AB)^\alpha$ Gesetz. (entnommen aus [8])

tikel: [8], [10], sowie die Bücher über die jährlich stattfindenden Quarkmateriekonferenzen, siehe z.B. [11] oder [12]. In diesen finden sich auch weitere Referenzen.

QGP kann man erst dann sauber nachweisen, wenn alle anderen Effekte verstanden sind. In dieser Arbeit wird einer von diesen anderen Effekten untersucht, nämlich der Formationszeiteffekt.

Die Formationszeit eines Charmoniums beginnt mit der Produktion eines $c\bar{c}$ -Paares im Farb-Singlett-Zustand, welcher nahezu punktförmig ist. Im weiteren Verlauf der Formation dehnt sich das Prämeson aus und entwickelt sich zu einem Eigenzustand der Energie (diese Eigenzustände sind in Abb. 1.1 angegeben). Ist dieser erreicht – dies ist im Allgemeinen der Fall wenn der transversale Radius des $c\bar{c}$ dem eines Eigenzustandes entspricht – so endet die Formationszeit. Erst ab dann kann man von einem J/ψ oder ψ' reden. Die Formationszeit läßt sich durch

$$t_f = \frac{\hbar\gamma}{\Delta E} \quad (1.1)$$

abschätzen und leitet sich aus der Heisenberg'schen Unschärferelation her. Der Lorentz-Faktor der Bewegung des Charmoniums relativ zum Laborsy-

stem¹ wird hierbei durch γ angegeben. Die zur Unterscheidung zweier Charmoniumzustände erforderliche Energieauflösung ist ΔE , in diesem Fall also

$$\Delta E = E_{\psi'} - E_{J/\psi} . \quad (1.2)$$

Wie die Entwicklung des $c\bar{c}$ -Paares während seiner Formationszeit abläuft, hängt wesentlich von der Umgebung ab, in der es sich entwickelt. Das Ziel dieser Arbeit ist es, die Entwicklung von Charmonia in nuklearer Materie, d.h. innerhalb eines Atomkernes, zu untersuchen. Wir beschränken uns dabei auf den einfacheren Fall der pA -Kollisionen.

In dieser Arbeit wird ein Modell aufgestellt, das die Absorption von Charmonia durch Charmonium-Nukleon Stöße beschreibt und mit welchem die Unterdrückung von J/ψ und ψ' berechnet werden kann. Desweiteren werden auch Vorhersagen für die Unterdrückung von χ_c gemacht.

Diese Arbeit ist wie folgt gegliedert:

- Im 2. Kapitel wird erst kurz auf Charmoniumproduktion in pp Kollisionen eingegangen, bevor die wichtigsten Begriffe in pA Reaktionen erläutert werden. Danach wird das Modell aufgestellt, indem die Formeln und Gleichungen, die man dazu benötigt, eingeführt werden.
- Das 3. Kapitel beschreibt, welche Größen für die einzelnen Parameter benutzt werden, und am Ende des Kapitels werden die in der Arbeit benötigten kinematischen Beziehungen erläutert.
- Die ersten Zwischenergebnisse werden in Kapitel 4 diskutiert: Rechnungen, in denen unterschiedliche Parameter gewählt sind, werden verglichen, um Effekte, die sich durch Änderung der Parameter ergeben, abschätzen zu können.
- Im 5. Kapitel befinden sich die Ergebnisse zur Unterdrückung der betrachteten Zustände des Charmoniums (J/ψ , ψ' und χ_c). Nachdem die Targetabhängigkeit und die kinematische Abhängigkeit diskutiert worden sind, findet der Vergleich mit aktuellen experimentellen Daten statt.
- Kapitel 6 liefert schließlich eine Zusammenfassung des Modells und der wichtigsten Ergebnisse.

¹Eine genaue Definition der kinematischen Größen findet sich in Kapitel 3.6.

Kapitel 2

FORMULIERUNG DES MODELLS

2.1 DER ELEMENTARPROZESS $pp \rightarrow \psi X$

Man geht davon aus, daß die Produktion von gebundenen $c\bar{c}$ -Zuständen in einer pA Reaktion im Wesentlichen wie in einer pp Reaktion abläuft. Deswegen wird in diesem Abschnitt zuerst die Produktion von Charmonia näher erläutert.

Experimentell erhält man Informationen über diesen Prozeß durch die Messung des differentiellen Wirkungsquerschnittes¹

$$\frac{d\sigma^{pp \rightarrow \psi X}}{dx_F d^2p_T}(x_F, p_T, \sqrt{s_{pp}}), \quad (2.1)$$

worin x_F den reduzierten longitudinalen Impuls (für die genaue Definition siehe (3.59)) und p_T den transversalen Impuls des ψ beschreibt. Die Schwerpunktsenergie der beiden Protonen wird durch $\sqrt{s_{pp}}$ angegeben. Da in dieser Arbeit nicht näher auf die Verteilung des Impulses in transversaler Richtung

¹ ψ steht hier für J/ψ , ψ' oder χ_c

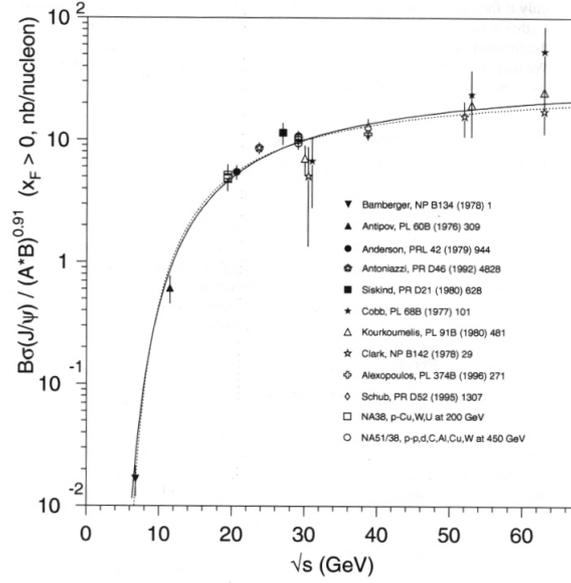


Abbildung 2.1: Energieabhängigkeit des J/ψ -Wirkungsquerschnittes in pp -Kollisionen (entnommen aus [8]).

eingegangen wird, wird nur der über p_T integrierte Wirkungsquerschnitt betrachtet werden:

$$\frac{d\sigma^{pp \rightarrow \psi X}}{dx_F}(x_F, \sqrt{s_{pp}}) . \quad (2.2)$$

Dessen Energieabhängigkeit ist in Abb. 2.1 dargestellt und die Abhängigkeit von x_F in Abb. 2.2. Die in dieser Arbeit betrachteten Experimente liegen im Bereich $20 \text{ GeV} \leq \sqrt{s_{pp}} \leq 40 \text{ GeV}$ für die Schwerpunktsenergie und im Bereich $-0.3 \leq x_F \leq 0.2$ für den reduzierten Longitudinalimpuls des ψ .

2.1.1 Direkt produzierte Charmonia

Es gibt mehrere Möglichkeiten [8], ein $c\bar{c}$ -Paar mit den Quantenzahlen 1^{--} des J/ψ und ψ' zu erzeugen. Der in einer pp Reaktion dominante Mechanismus ist der, bei dem zwei Gluonen (gg) zu einem color-oktett Zustand ($[c\bar{c}]_8$) bestehend aus einem Charmquark und einem Anticharmquark, fusionieren. Nach einer mittleren Zeit Δt strahlt dieser Zustand ein weiteres Gluon g ab und wird farbneutral,

$$gg \rightarrow [c\bar{c}]_8 \xrightarrow{\Delta t} [c\bar{c}]_1 + g \quad (J/\psi, \psi') . \quad (2.3)$$

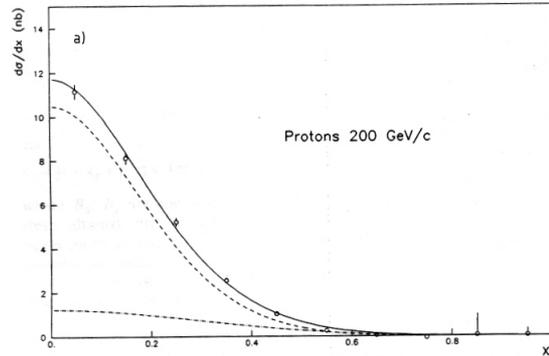


Abbildung 2.2: x_F -Abhängigkeit des J/ψ -Wirkungsquerschnittes in pp -Kollisionen (entnommen aus [4]). Wegen der Symmetrie um $x_F = 0$ ist nur der Teil $x_F \geq 0$ gezeigt.

Dieser color-singlett Zustand ($[c\bar{c}]_1$) ist der Anfangszustand, das „Prämeson“, von dem aus alle Rechnungen in dieser Arbeit starten. Wenn in weiteren Abschnitten und Kapiteln von einer Anfangsbedingung die Rede ist, so ist damit die Wellenfunktion dieses $[c\bar{c}]_1$ -Zustandes gemeint. Das Prämeson hat zwar bereits die Quantenzahlen des ψ , seine Radialwellenfunktion stimmt jedoch noch nicht mit der des J/ψ oder des ψ' überein, das heißt es ist noch kein Eigenzustand der Energie. Dieser muß sich erst im weiteren Verlauf der Zeit entwickeln.

Die χ_c -Zustände des Charmoniums mit den Quantenzahlen 0^{++} , 1^{++} und 2^{++} ($l = 1$) werden auch durch Gluonfusion gebildet, hier genügen jedoch 2 Gluonen

$$gg \rightarrow [c\bar{c}]_1 \quad (\chi_c) , \quad (2.4)$$

wobei auch hier das $[c\bar{c}]_1$ im Zustand eines Prämesons ist.

2.1.2 Produktion des J/ψ durch Zerfälle von ψ' und χ_c

Zerfälle höherer Charmonium-Zustände können auch zu einem J/ψ führen. Hierbei sind die folgenden zwei Prozesse dominant:

$$\psi' \rightarrow 2\pi + J/\psi , \quad (2.5)$$

$$\chi_c \rightarrow \gamma + J/\psi . \quad (2.6)$$

Das ψ' hat also die Möglichkeit, in zwei Pionen und ein J/ψ -Meson zu zerfallen. Ferner kann das χ_c durch Emission eines Photons (γ) zu einem J/ψ werden. Um die nach diesem Modell berechnete Unterdrückung mit experimentellen Daten vergleichen zu können, muß die Fütterung des J/ψ 's durch diese Zerfälle berücksichtigt werden. Die Intensität $I_{pp}''^{J/\psi''}$ der im Detektor gefundenen J/ψ 's setzt sich dabei zusammen aus der Intensität $I_{pp}^{J/\psi}$ der direkt produzierten J/ψ 's und den Intensitäten $I_{pp}^{\chi_c}$ und $I_{pp}^{\psi'}$ der Zerfallsprodukte aus χ_c bzw. ψ'

$$I_{pp}''^{J/\psi''} = I_{pp}^{J/\psi} + I_{pp}^{\chi_c} + I_{pp}^{\psi'} . \quad (2.7)$$

Um das gefütterte J/ψ vom direkt produzierten unterscheiden zu können, wird das gefütterte J/ψ hier und im weiteren Verlauf der Arbeit in Anführungszeichen gesetzt: " J/ψ ". Experimentell wurden folgende Werte gemessen [13]: (Die hier angegebenen Werte wurden auf zwei Dezimalen gerundet.)

$$\frac{I_{pp}^{J/\psi}}{I_{pp}''^{J/\psi''}} = 0.62 \pm 0.04 , \quad (2.8)$$

$$\frac{I_{pp}^{\chi_c}}{I_{pp}''^{J/\psi''}} = 0.30 \pm 0.04 , \quad (2.9)$$

$$\frac{I_{pp}^{\psi'}}{I_{pp}''^{J/\psi''}} = 0.08 \pm 0.02 . \quad (2.10)$$

Gleichung (2.7) gilt für pp Kollisionen. Die Verallgemeinerung auf pA Kollisionen geschieht mit Hilfe des Unterdrückungsfaktors S_{pA}^{ψ} (siehe (2.13)), der im nächsten Abschnitt definiert wird

$$I_{pA}''^{J/\psi''} = S_{pA}''^{J/\psi''} I_{pp}''^{J/\psi''} = S_{pA}^{J/\psi} I_{pp}^{J/\psi} + S_{pA}^{\chi_c} I_{pp}^{\chi_c} + S_{pA}^{\psi'} I_{pp}^{\psi'} . \quad (2.11)$$

Daraus folgt

$$S_{pA}''^{J/\psi''} = 0.62 S_{pA}^{J/\psi} + 0.30 S_{pA}^{\chi_c} + 0.08 S_{pA}^{\psi'} . \quad (2.12)$$

2.2 DIE PRODUKTION IM KERN: $pA \rightarrow \psi X$

Wie schon in der Einleitung erwähnt, werden in pA Reaktionen weniger J/ψ und ψ' Teilchen gefunden, als man erwarten würde, wenn der Wirkungsquerschnitt des Elementarprozesses $\sigma^{pp \rightarrow \psi X}$ mit A multipliziert wird. Das kann zwei Ursachen haben, Veränderungen im Produktionsprozeß und/oder Absorption im Endzustand. Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Absorption.

2.2.1 Der Unterdrückungsfaktor

Um ein Maß zu haben, wie groß die Unterdrückung der J/ψ - und ψ' -Mesonen ist, definiert man den Unterdrückungsfaktor S_A^ψ :

$$S_A^\psi(x_F, \sqrt{s_{pp}}) = \frac{\frac{d}{dx_F} \sigma^{pA \rightarrow \psi}(x_F, \sqrt{s_{pp}})}{A \frac{d}{dx_F} \sigma^{pN \rightarrow \psi}(x_F, \sqrt{s_{pp}})} . \quad (2.13)$$

Die Massenzahl des Atomkernes des verwendeten Targets wird mit A bezeichnet. Die restlichen Variablen haben die gleiche Bedeutung wie in Abschnitt 2.1. Mit $\sigma^{pA \rightarrow \psi}$ wird der Wirkungsquerschnitt der Reaktion von einem Proton und einem Atomkern zu einem ψ -Teilchen und beliebigen anderen Reaktionsprodukten bezeichnet, wohingegen $\sigma^{pN \rightarrow \psi}$ für den Wirkungsquerschnitt der Reaktion von einem Proton mit nur einem Nukleon steht. Oft wird für S_A^ψ eine verkürzte Schreibweise verwendet:

$$S_A^\psi(x_F, \sqrt{s_{pp}}) = \frac{\sigma^{pA \rightarrow \psi}(x_F, \sqrt{s_{pp}})}{A \sigma^{pN \rightarrow \psi}(x_F, \sqrt{s_{pp}})} . \quad (2.14)$$

Dieser Faktor gibt den Bruchteil der pro Nukleon produzierten ψ -Teilchen an, die den Kern verlassen, d. h. je kleiner S_A^ψ , desto größer ist die Unterdrückung. In experimentellen Arbeiten wird die Unterdrückung oft durch einen Exponenten α_ψ parametrisiert

$$\sigma^{pA \rightarrow \psi} = \sigma^{pN \rightarrow \psi} \cdot A^{\alpha_\psi(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A)} . \quad (2.15)$$

Der Zusammenhang zwischen S_A^ψ und α_ψ ist

$$S_A^\psi(x_F, \sqrt{s_{pp}}) = A^{\alpha_\psi(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A) - 1} . \quad (2.16)$$

2.2.2 Kerneffekte

Nicht bei allen Energien und x_F -Werten des produzierten ψ kann davon ausgegangen werden, daß der Charmoniumproduktionswirkungsquerschnitt pro Nukleon in einer pA Reaktion derselbe ist wie in einer pp Reaktion. In diesem Abschnitt soll kurz auf zwei Gründe eingegangen werden, die die Produktion von Charmonia in Kernen reduzieren, aber bei den in dieser Arbeit betrachteten Energien und Werten von x_F nicht von Bedeutung sind.

1. Gluon shadowing

Wie in Abschnitt 2.1 erklärt, fusionieren bei der Produktion von Charmonium zwei Gluonen zu einem $[c\bar{c}]$ -Zustand. Das eine der beiden Gluonen kommt von dem einfallenden Proton und das andere aus dem Target. Die Verteilung der Gluonen in einem Atomkern ist jedoch verschieden von der Gluonenverteilung im Proton, besonders bei kleinen Impulsbruchteilen x des Gluons. Deswegen ändert sich in diesem Fall der Produktionswirkungsquerschnitt von Charmonium.

2. Energieverlust des Gluons im initial state²

In einer pp Reaktion hat das einfallende Proton noch seine gesamte Energie, wenn es mit dem Proton des Targets stößt. In einer pA Reaktion kann diese reduziert sein, wenn andere Nukleonen des Targets das einfallende Proton abbremsen. In diesem Fall ändert sich die Impulsverteilung des Gluons, das vom Proton des Strahls kommt und somit ändert sich auch hier der Wirkungsquerschnitt für die Charmoniumproduktion.

2.2.3 Die Formationszeit

Bei den in dieser Arbeit betrachteten Energien und Werten von x_F kann – wie schon oben erwähnt – davon ausgegangen werden, daß die Produktion der gebundenen $c\bar{c}$ -Paare sich im Vergleich zur pp Reaktion nicht ändert. Aber es gibt eine Absorption im Endzustand der Charmoniumproduktion.

Da das Prämeson mit hoher Energie produziert wird, wandert es mit relativistischer Geschwindigkeit durch den Kern. Währenddessen entwickelt es sich zu einem Eigenzustand des Charmoniumspektrums (vgl. Abb. 2.3). Für die Zeit, die das Prämeson braucht, um sich zu diesem Energieeigenzustand – dem Meson – zu entwickeln, hat sich der Name **Formationszeit** t_f eingebürgert. Diese Entwicklung läuft jedoch nicht im Vakuum ab, wie das in einer pp Reaktion der Fall ist, sondern das $c\bar{c}$ -Paar ist von nuklearer Materie umgeben, unter deren Einfluß es sich entwickelt. In dieser Umgebung bleibt es die Durchlaufzeit t_d . Man unterscheidet die Fälle $t_f < t_d$ (siehe Abb. 2.3) und $t_f > t_d$. Mit den Nukleonen der Umgebung kann das ψ stoßen, wobei

²Ich schreibe hier „initial State“ anstatt Anfangszustand, um diesen Anfangszustand, nämlich den der Charmoniumproduktion, von dem Zustand, der in dieser Arbeit als Anfangszustand bezeichnet wird, dem Anfangszustand der Charmoniumunterdrückung, der den Endzustand der Charmoniumproduktion darstellt, zu unterscheiden.

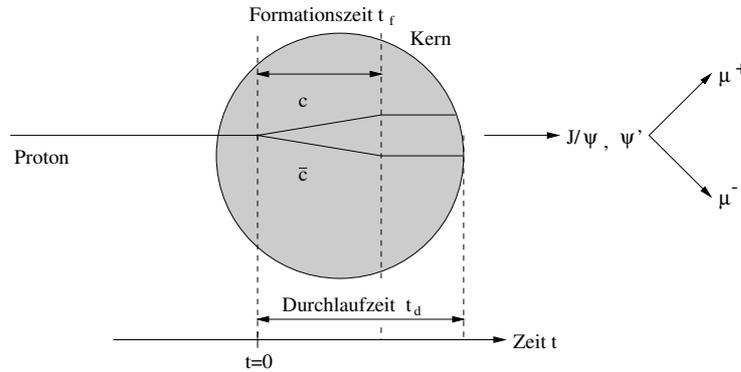


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung einer ψ Produktion in einer pA Kollision. Ein Proton stößt mit einem Nukleon des Kerns und erzeugt dabei ein $c\bar{c}$ -Paar. Dieses Prämeson wandert durch den Kern. Falls es keinen Stoß mit einem Nukleon erleidet, entwickelt es sich weiter zu einem $J/\psi, \psi'$ oder χ_c . Die Zeit, die das Prämeson braucht, um zu einem Meson zu werden, wird *Formationszeit* t_f genannt. In dieser Abbildung ist der Fall gezeigt, in dem sich das Charmonium innerhalb des Kerns zu einem Eigenzustand entwickelt ($t_f < t_d$). Der andere Fall ($t_f > t_d$) ist jedoch genauso gut möglich. J/ψ und ψ' können zu $\mu^+\mu^-$ -Paaren zerfallen, die dann detektiert werden.

die Wahrscheinlichkeit für einen Stoß durch die mittlere freie Weglänge

$$\lambda = \frac{1}{\sigma_{abs}^{\psi N} \rho(\vec{r})} \quad (2.17)$$

gegeben ist. Dabei ist $\sigma_{abs}^{\psi N}$ der Wirkungsquerschnitt der Reaktion, bei der ein ψ mit einem Nukleon kollidiert und dabei „absorbiert“ wird. Die nukleare Dichte am Ort \vec{r} wird durch $\rho(\vec{r})$ angegeben. Kommt es zu einem solchen Stoß, so wird das Charmonium-Meson dabei zerstört, indem die Bindung zwischen Charm- und Anticharmquark aufgebrochen wird. Das c und das \bar{c} verlassen dann den Kern als $D\bar{D}$ -Mesonen. Kann das Prämeson den Atomkern unbeschadet verlassen, so wird es als ψ weiter durch das Vakuum fliegen. Weil diese Mesonen nur eine begrenzte Lebensdauer haben, zerfallen sie in weitere Teilchen. Falls J/ψ und ψ' in $\mu^+\mu^-$ -Paare zerfallen, werden diese detektiert und durch ihre invariante Masse als das entsprechende Charmonium-Meson identifiziert.

Das Ziel dieser Arbeit ist es, ein Modell aufzustellen, das die Entwicklung vom Prämeson zum Meson in nuklearer Umgebung beschreibt. Zu diesem

Thema gibt es bereits Arbeiten (siehe z.B. [14, 15, 16, 17]), die dieses Phänomen entweder klassisch oder quantenmechanisch beschreiben. In dieser Arbeit wird ein quantenmechanisches Modell aufgestellt, das den Vorteil hat, daß Quanteninterferenzeffekte berücksichtigt werden.

2.3 SCHRÖDINGERGELEICHUNG FÜR DIE ENTWICKLUNG EINES CHARMONIUMS IM KERN

In diesem Abschnitt sollen die mathematischen Formeln, mit denen die Entwicklung des Charmoniums im Kern beschrieben wird, hergeleitet werden. Auf Grund der großen Masse des c -Quarks können die Gluonen vernachlässigt werden und das wechselwirkende Quark-Antiquark System kann durch das Modell eines sich in einem Potential bewegendes Relativteilchen beschrieben werden. Dabei ist

$$\vec{r} = \vec{r}_c - \vec{r}_{\bar{c}} \quad (2.18)$$

der relative Abstand zwischen dem Quark mit dem Ortsvektor \vec{r}_c und dem Antiquark mit dem Ortsvektor $\vec{r}_{\bar{c}}$. Die Masse m des Relativteilchens ist gleich der Hälfte der Masse m_c des Charmquarks

$$m = \frac{m_c m_{\bar{c}}}{m_c + m_{\bar{c}}} = \frac{m_c}{2} \quad (m_c = m_{\bar{c}}) . \quad (2.19)$$

2.3.1 Der Anfangszustand

Zur Zeit $t = 0$ befindet sich das betrachtete $c\bar{c}$ -Paar im color-singlett Zustand $[c\bar{c}]_1$. Dies wird in diesem Modell als der Anfangszustand bezeichnet und ihm wird eine Wellenfunktion

$$\Psi_{l,m}^{(0)} = \psi(\vec{r}, t = 0) = \langle \vec{r} | c\bar{c}, l, m, t = 0 \rangle \quad (2.20)$$

zugeordnet. In unseren Untersuchungen werden wir annehmen, daß das Potential zwischen c und \bar{c} , sowie die Wechselwirkung des Prämesons mit den Nukleonen, spinunabhängig ist. Deshalb kann die Spinwellenfunktion weggelassen werden. Der Anfangszustand hat in bezug auf Gesamtdrehimpuls, Parität, Flavor und Farbe schon die Quantenzahlen J^{PC} des ψ , seine Radialwellenfunktion stimmt jedoch noch nicht mit der des entsprechenden Eigenzustandes der Energie überein.

2.3.2 Der Hamiltonoperator H_0 des $c\bar{c}$ -Systems

Die Wechselwirkung zwischen Quark und Antiquark wird durch ein Potential $V(\vec{r})$ beschrieben. Setzt man dieses in den Hamiltonoperator

$$H_0 = \frac{p^2}{2m} + V(\vec{r}) \quad (2.21)$$

ein, wobei p und m für Impuls und Masse des Relativteilchens stehen, so kann damit das Charmoniumspektrum berechnet werden

$$H_0 |n, l, m\rangle = E_n |n, l, m\rangle . \quad (2.22)$$

Die Eigenenergie des Teilchens im n -ten Eigenzustand wird mit E_n bezeichnet. Diese stimmt bis auf eine Konstante mit der Ruheenergie des entsprechenden Teilchens überein. Die Eigenwellenfunktionen des Charmonium sind $|n, l, m\rangle$, wobei n , l und m für die entsprechenden Quantenzahlen stehen. Diese werden wie folgt den verschiedenen Anregungszuständen zugeordnet:

$$|1, 0, 0\rangle = |J/\psi\rangle , \quad (2.23)$$

$$|2, 0, 0\rangle = |\psi'\rangle , \quad (2.24)$$

$$|1, 1, m\rangle = |\chi_c\rangle . \quad (2.25)$$

Betrachtet man höher angeregte Zustände des Charmoniums, so landet man sehr schnell im Kontinuum, in dem das Charmquark und das Anticharmquark nicht mehr gebunden sind, sondern zu D und \bar{D} -Mesonen dissoziieren. Dies ist jedoch in theoretischen Potentialmodellen (siehe z.B. [18]) nicht enthalten, dort sind selbst hochangeregte Zustände noch gebunden, die Resonanzen im $D\bar{D}$ Spektrum entsprechen.

2.3.3 Wechselwirkung mit dem Kern – das imaginäre Potential

Die Wechselwirkung des Charm- und des Anticharmquarks untereinander und somit die innere Bewegung der beiden Teilchen werde durch den Hamiltonoperator H_0 beschrieben. Beim Durchqueren des Kernes wechselwirkt das $c\bar{c}$ -System mit den Nukleonen des Atomkerns in der Weise, daß bei einer Kollision des $c\bar{c}$ mit einem Nukleon die Bindung zwischen Quark und Antiquark aufgebrochen wird und die beiden als $D\bar{D}$ den Kern verlassen. Das

Charmonium ist dann als solches nicht mehr vorhanden. Um diesen Schwund zu modellieren, wählt man dieses Potential imaginär

$$iW = i\hbar\frac{v}{2}\sigma(r_T, \sqrt{s_{J/\psi N}})\rho\left(\frac{\vec{r}_c + \vec{r}_{\bar{c}}}{2}\right). \quad (2.26)$$

Hier steht v für die Geschwindigkeit des Charmoniums im Laborsystem, und $\sigma(r_T, \sqrt{s_{J/\psi N}})$ ist der Wirkungsquerschnitt für die Absorption eines $c\bar{c}$ bei der Kollision mit einem Nukleon

$$\psi N \rightarrow X \text{ (nicht } \psi) \quad (2.27)$$

und hängt von r_T , dem Abstand zwischen c und \bar{c} in der Ebene senkrecht zur Strahlrichtung, ab und von $\sqrt{s_{J/\psi N}}$, der Schwerpunktsenergie des Systems Charmonium – Nukleon. Die nukleare Dichte am Ort des Schwerpunktes des Charmonium-Mesons ist mit $\rho((\vec{r}_c + \vec{r}_{\bar{c}})/2)$ bezeichnet.

2.3.4 Die Schrödingergleichung

Zur mathematischen Beschreibung der zeitlichen Entwicklung von Charmonia in nuklearer Umgebung, muß die Schrödingergleichung

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|c\bar{c}, l, m, t\rangle = \left(\frac{1}{\gamma}H_0 - iW\right)|c\bar{c}, l, m, t\rangle \quad (2.28)$$

gelöst werden. Wegen der großen Masse der Charmonium-Mesonen kann man hier mit guter Näherung nichtrelativistisch rechnen. Da das eine Differentialgleichung erster Ordnung in t ist, ist die Kenntnis der Anfangsbedingung (2.20) ausreichend, um zu einer eindeutigen Lösung zu gelangen. Durch (2.28) wird die Schrödingergleichung im Laborsystem angegeben und $|c\bar{c}, l, m, t\rangle$ bezeichnet die Wellenfunktion des Prämesons. Der Lorentz-Faktor der Bewegung des Prämesons relativ zum Laborsystem (vgl. Kapitel 3.6) ist mit γ bezeichnet. Im Ruhesystem des Charmoniums lautet die Schrödingergleichung

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial \tau}|c\bar{c}, l, m, \tau\rangle = (H_0 - i\gamma W)|c\bar{c}, l, m, \tau\rangle. \quad (2.29)$$

Um zwischen Laborsystem und Ruhesystem des Charmoniums unterscheiden zu können, bezeichne ich die Zeit im Laborsystem mit t und die im Ruhesystem des $c\bar{c}$ mit τ . Für die Umrechnung siehe (3.44).

2.4 LÖSUNG DER SCHRÖDINGERGLEICHUNG MIT GEKOPPELTEN KANÄLEN

In dieser Arbeit soll die Schrödingergleichung mit der Methode gekoppelter Kanäle gelöst werden. Hierzu entwickelt man die unbekannte Wellenfunktion $|\bar{c}, l, m, t\rangle$ nach Eigenfunktionen bezüglich des Hamilton-Operators H_0 , der die \bar{c} -Zustände beschreibt. Man erhält

$$|\bar{c}, l, m, t\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} c_{n,l}(t) e^{-\frac{i}{\hbar} E_{n,l} t} |n, l, m\rangle . \quad (2.30)$$

Mit $E_{n,l}$ werden die Energien der Eigenzustände von Charmonium mit den Quantenzahlen n und l bezeichnet. Die Koeffizienten $c_{n,l}(t)$ sind vorerst unbekannte Funktionen, die von der Zeit abhängen. Die Entwicklung besteht jeweils aus unendlich vielen Termen. Für eine numerische Rechnung muß die Entwicklung an geeigneter Stelle abgebrochen werden:

$$|\bar{c}, l, m, t\rangle = \sum_{n=0}^N c_{n,l}(t) e^{-\frac{i}{\hbar} E_{n,l} t} |n, l, m\rangle , \quad (2.31)$$

wobei N so groß gewählt werden sollte, daß sich das Ergebnis innerhalb der gewünschten Genauigkeit nicht ändert, wenn N erhöht wird. Um den Rechenaufwand zu minimieren, sollte N aber auch nicht größer wie unbedingt nötig gewählt werden. Bei den Rechnungen zu dieser Arbeit hat sich herausgestellt, daß (2.31) recht schnell konvergiert.

Dadurch, daß die unbekannte Wellenfunktion des Charmoniums nach Eigenfunktionen von H_0 entwickelt wird, läuft die Lösung der Schrödingergleichung auf die Bestimmung der Koeffizienten $c_{n,l}(t)$ hinaus. Hierzu projiziert man die Schrödingergleichung auf die einzelnen Eigenfunktionen

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \langle n, l, m | \bar{c}, l, m, t \rangle = \langle n, l, m | \frac{1}{\gamma} H_0 - iW | \bar{c}, l, m, t \rangle . \quad (2.32)$$

Indem man (2.31) in (2.32) einsetzt, erhält man ein System gekoppelter Differentialgleichungen für die Koeffizienten $c_{n,l}(t)$

$$\frac{\partial c_{n,l}}{\partial t} = -\frac{1}{2} \hbar v \rho \sum_{j=1}^N c_{j,l}(t) e^{\frac{i}{\hbar} (E_{n,l} - E_{j,l}) t} \langle n, l, m | \sigma | j, l, m \rangle . \quad (2.33)$$

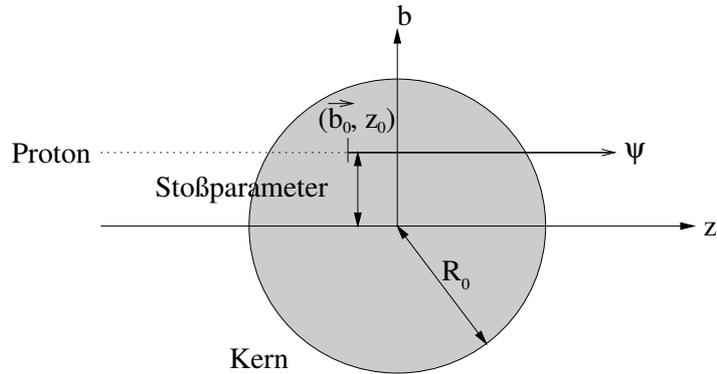


Abbildung 2.4: Veranschaulichung der geometrischen Größen bei der Kollision. Die gepunktete Linie deutet das einfallende Proton an, am Punkt (\vec{b}_0, z_0) wird das $c\bar{c}$ -Paar erzeugt, wobei \vec{b}_0 „Stoßparameter“ genannt wird. Das Charmonium bewegt sich durch den Kern, der den Radius R_0 hat. Dieses Bild zeigt den Fall konstanter Dichte, bei der Dichte nach Woods-Saxon hat der Kern keinen scharfen Rand, sondern die Dichte wird zum Rand hin kleiner und nähert sich asymptotisch der Dichte Null (vgl. Abb. 5.2).

Die Geschwindigkeit des Prämesons relativ zum Laborsystem wird mit v bezeichnet, ρ gibt wieder die nukleare Dichte an und σ den Wirkungsquerschnitt aus (2.26). Dieses Gleichungssystem hat im Allgemeinen keine analytische Lösung, sondern muß numerisch gelöst werden.

2.5 DIE BERECHNUNG DES UNTERDRÜCKUNGSFAKTORS

Wie aus Abb. 2.4 zu ersehen ist, wird das Koordinatensystem so gewählt, daß der Koordinatenursprung mit dem Mittelpunkt des Kernes zusammenfällt. Die z -Achse verläuft parallel zur Richtung des einfallenden Protonenstrahls. Am Punkt (\vec{b}_0, z_0) werde das Charmonium-Meson produziert. Man nennt \vec{b}_0 den *Stoßparameter* der Reaktion. Es wird angenommen, daß sich das Charmonium in Strahlrichtung weiterbewegt, d. h. seine Schwerpunktskoordinaten (\vec{b}, z) ändern sich mit der Zeit wie folgt

$$(\vec{b}(t), z(t)) = (\vec{b}_0, z_0 + vt) . \quad (2.34)$$

Im Allgemeinen ist die Dichte $\rho(\vec{r})$ des Kerns ortsabhängig. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, folgende Abhängigkeiten im Gleichungssystem (2.33) zu ergänzen:

$$\dot{c}_{n,l}(t; b_0, z_0) = -\frac{1}{2}\hbar v \rho(b_0, z_0 + vt) \sum_{j=1}^N c_{j,l}(t; b_0, z_0) e^{\frac{i}{\hbar}(E_{n,l} - E_{j,l})t} \langle n, l, m | \sigma | j, l, m \rangle . \quad (2.35)$$

Der Faktor

$$\left| \frac{c_\psi(\infty; b_0, z_0)}{c_\psi(0; b_0, z_0)} \right|^2 \quad (2.36)$$

gibt die Wahrscheinlichkeit an, daß ein Charmonium-Meson, das am Punkt (b_0, z_0) produziert wurde, den Atomkern ohne einen Stoß zu erleiden, verläßt und als ψ -Teilchen detektiert wird. Der Wirkungsquerschnitt für die Produktion eines $c\bar{c}$ -Paares bei einer Proton-Nukleon Kollision wird mit $\sigma^{pN \rightarrow \psi}$ bezeichnet. Die Wahrscheinlichkeit, daß bei einer pA Kollision ein $c\bar{c}$ erzeugt wird, ist sehr klein und deshalb proportional zur Dichte im Kern. Multipliziert man all diese Wahrscheinlichkeiten und mittelt über alle möglichen Produktionspunkte (experimentell ist es sehr schwierig herauszufinden, an welcher Stelle im Kern das ψ erzeugt wurde), so erhält man

$$\sigma^{pA \rightarrow \psi} = \int d^2b_0 dz_0 \rho(b_0, z_0) \sigma^{pN \rightarrow \psi} \left| \frac{c_\psi(\infty; b_0, z_0)}{c_\psi(0; b_0, z_0)} \right|^2 \quad (2.37)$$

Dieses Integral ist so normiert, daß bei keiner Absorption, also bei

$$\left| \frac{c_\psi(\infty; b_0, z_0)}{c_\psi(0; b_0, z_0)} \right|^2 = 1 \iff \text{keine Absorption} \quad (2.38)$$

$$\Rightarrow \sigma^{pA \rightarrow \psi} = A \sigma^{pN \rightarrow \psi} \quad (2.39)$$

gilt. Setzt man (2.37) in (2.13) ein, so kann die Unterdrückung berechnet werden.

Kapitel 3

DETAILS ZUR RECHNUNG

3.1 WAHL DER ANFANGSBEDINGUNG FÜR DIE S -ZUSTÄNDE

Zum eindeutigen Lösen des Gleichungssystems (2.33) ist es notwendig, die Größen $c_{n,l}(0)$ zu kennen. Für die S -Zustände kann das Verhältnis

$$|c_{2,0}(0)/c_{1,0}(0)|^2 \tag{3.1}$$

aus experimentellen Daten abgeleitet werden. Als Unbekannte bleiben in diesem Fall noch $|c_{3,0}(0)/c_{1,0}(0)|^2$ und $|c_{4,0}(0)/c_{1,0}(0)|^2$ bei der Berücksichtigung von 4 Kanälen. Um die beiden letzteren Parameter nicht völlig willkürlich zu wählen, werden wir eine Parametrisierung der Anfangsbedingung annehmen.

Indem man eine Funktion $\Psi_{l,m}^{(0)}$ wählt, die die Anfangswellenfunktion beschreibt, erhält man durch die Projektion dieser Anfangswellenfunktion auf die Eigenzustände aus (2.22) die gesuchten Koeffizienten

$$c_{n,l}(0) = \langle n, l, m | \Psi_{l,m}^{(0)} \rangle . \tag{3.2}$$

Doch welche Funktion $\Psi_{l,m}^{(0)}$ ist eine gute Wahl?

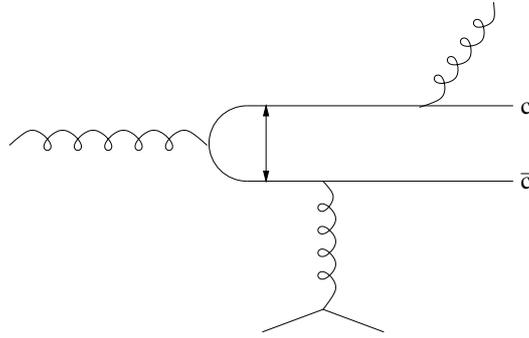


Abbildung 3.1: Möglicher Entstehungsprozeß eines $[c\bar{c}]_1$ -Zustandes. Ein Gluon (als Schraubenlinie dargestellt) konvertiert zu einem virtuellen $c\bar{c}$ -Paar. Durch einen Stoß mit dem Quark eines Protons bei dem ein weiteres Gluon ausgetauscht wird, wird das $c\bar{c}$ -Paar real, d.h. es kommt auf die Energieschale. Um Farbneutralität zu erreichen, wird ein weiteres Gluon abgestrahlt.

Diese Frage ist nicht einfach zu beantworten, denn der Prozeß der Produktion eines $c\bar{c}$ -Mesons in einem gebundenen color-singlett Zustand ist noch nicht vollständig verstanden (vgl. Kapitel 2.1.1). Dementsprechend gibt es auch nur vage Ideen, wie die dazugehörige Wellenfunktion aussehen könnte. Aus diesem Grund werden die Rechnungen mit zwei verschiedenen Anfangsfunktionen durchgeführt, um abschätzen zu können, welchen Effekt die Wahl der Anfangsfunktion hat.

Aus Gründen der Einfachheit bietet es sich zum Beispiel an, eine Gaußfunktion

$$\text{I:} \quad \langle r | \Psi_{0,0}^{(0)} \rangle = \left(\frac{\alpha_1^2}{\pi} \right)^{3/4} e^{-\frac{1}{2}\alpha_1^2 r^2} \quad (3.3)$$

zu nehmen. Der freie Parameter α_1 kann durch das aus dem Experiment entnommene Verhältnis $|c_{2,0}(0)/c_{1,0}(0)|^2$ gefittet werden.

Eine wahrscheinlich realistischere Anfangsfunktion ist

$$\text{II:} \quad \langle r | \Psi_{0,0}^{(0)} \rangle = \frac{\alpha_2^{7/2}}{\sqrt{2\pi^{3/4}}} r_T^2 e^{-\frac{1}{2}\alpha_2^2 r^2} . \quad (3.4)$$

Um zu sehen, warum Anfangsfunktion (II) realistischer als Anfangsfunktion (I) ist, schaut man sich am besten Abb. 3.1 an. Hier konvertiert ein Gluon (als Schraubenlinie dargestellt) zu einem virtuellen $c\bar{c}$ -Paar. Dieser Prozeß ist

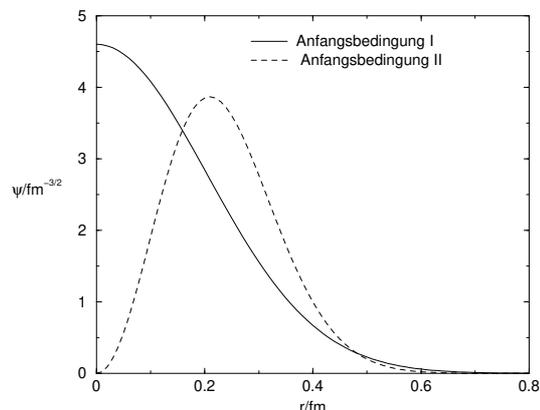


Abbildung 3.2: Vergleich der beiden Anfangsbedingungen (I) und (II) für $\alpha_1 = 0.97$ GeV und $\alpha_2 = 1.33$ GeV (bei diesen Werten von α_n gilt (3.14)). Für die Darstellung wurde $\theta = \pi/2$ gewählt. ($r_T = r \sin(\theta)$)

proportional zu $\exp(-\alpha_2 \vec{r}^2)$. Durch einen Stoß mit dem Quark eines Protons bei dem ein weiteres Gluon ausgetauscht wird, kommt das $c\bar{c}$ -Paar auf die Energieschale. Diese Wechselwirkung ist proportional zu \vec{r}_T . Um Farbneutralität zu erreichen, wird ein weiteres Gluon abgestrahlt. Auch hier ist die Wechselwirkung wieder proportional zu \vec{r}_T . So erhält man (II) als Anfangsfunktion.

Diese Wellenfunktion unterscheidet sich von Anfangsbedingung (I) dadurch, daß sie eine Nullstelle am Ursprung hat. In Abb. 3.2 sind die beiden Anfangsbedingungen graphisch dargestellt.

Der Erwartungswert von r^2 bzw. von r_T^2 ergibt sich für Anfangsbedingung (I) zu

$$\langle r^2 \rangle = \frac{3}{2} \frac{1}{\alpha^2} \quad \text{bzw.} \quad (3.5)$$

$$\langle r_T^2 \rangle = \frac{1}{\alpha^2} \quad (3.6)$$

und für Anfangsbedingung (II) ergibt sich

$$\langle r^2 \rangle = \frac{7}{2} \frac{1}{\alpha^2} \quad \text{bzw.} \quad (3.7)$$

$$\langle r_T^2 \rangle = 3 \frac{1}{\alpha^2} . \quad (3.8)$$

3.1.1 Bestimmung von $|c_{2,0}(0)/c_{1,0}(0)|^2$

Das Verhältnis $|c_{2,0}(0)/c_{1,0}(0)|^2$ gibt die Anzahl der in einer Proton-Proton Reaktion erzeugten ψ' -Teilchen dividiert durch die Anzahl der in dieser Reaktion erzeugten J/ψ -Teilchen an, wobei bei den J/ψ 's nur die direkt produzierten zählen.

Experimentell mißt man

$$\frac{B_{\psi' \rightarrow \mu\mu} \sigma^{\psi'}}{B_{J/\psi \rightarrow \mu\mu} \sigma''^{J/\psi''}} = (1.60 \pm 0.04)\% \quad (3.9)$$

für pp Reaktionen bei 450 GeV [19]. Auf der Homepage von PDG [20] finden sich für die Branching-Ratios $B_{\psi \rightarrow \mu\mu}$ die aktuellen Werte

$$B_{J/\psi \rightarrow \mu\mu} = (5.88 \pm 0.10)\% \quad (3.10)$$

und

$$B_{\psi' \rightarrow \mu\mu} = (0.70 \pm 0.09)\% . \quad (3.11)$$

Das „gefütterte“ J/ψ besteht zu $I_{pp}^{J/\psi} / I_{pp}''^{J/\psi''} = (62 \pm 4)\%$ aus direkt produziertem J/ψ (siehe Gleichung (2.8)).

$$\Rightarrow \left| \frac{c_{2,0}(0)}{c_{1,0}(0)} \right|^2 = \frac{\sigma^{\psi'}}{\sigma^{J/\psi_D}} = \frac{I_{pp}''^{J/\psi''}}{I_{pp}^{J/\psi_D}} \frac{B_{\psi' \rightarrow \mu\mu} \sigma^{\psi'}}{B_{J/\psi \rightarrow \mu\mu} \sigma''^{J/\psi''}} \frac{B_{J/\psi \rightarrow \mu\mu}}{B_{\psi' \rightarrow \mu\mu}} . \quad (3.12)$$

Der Fehler berechnet sich nach der gängigen Formel

$$f = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \Rightarrow \Delta f = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2} \quad (3.13)$$

und so ergibt sich

$$\left| \frac{c_{2,0}(0)}{c_{1,0}(0)} \right|^2 = 0.22 \pm 0.03 . \quad (3.14)$$

3.1.2 Bestimmung der Breite des Anfangszustandes

Um das α zu finden, das die Bedingung (3.14) erfüllt, zeichnet man am besten

$$\frac{c_{2,0}(0)}{c_{1,0}(0)}(\alpha) = \frac{\langle 2, 0, 0 | \Psi_{0,0}^{(0)} \rangle}{\langle 1, 0, 0 | \Psi_{0,0}^{(0)} \rangle}(\alpha) \quad (3.15)$$

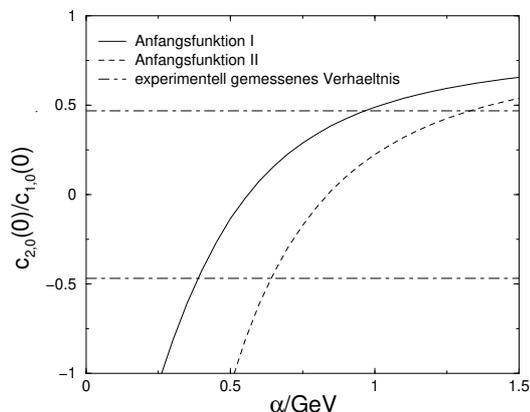


Abbildung 3.3: $c_{2,0}(0)/c_{1,0}(0)$ in Abhängigkeit von α . Bei dieser Darstellung können leicht alle Werte von α abgelesen werden, die (3.14) erfüllen.

wie in Abb. 3.3 geschehen. Hierbei sind $\langle n, 0, 0 |$ die komplex konjugierten Eigenfunktionen aus (2.22). Es zeigt sich, daß es pro Anfangsbedingung zwei Werte für α gibt, die (3.14) erfüllen. Das jeweils kleinere α ergibt negative Werte für die $c_{n,0}(0)/c_{1,0}(0)$ und das größere ergibt positive Werte.

Man geht davon aus, daß der Erwartungswert des transversalen Radiusquadrats $\langle r_T^2 \rangle$ des Prämesons mit dem Kehrwert des Quadrats der Masse m_c eines Charmquarks skaliert:

$$\langle r_T^2 \rangle_{\text{Prämeson}} \sim \frac{1}{m_c^2} \ll \langle r_T^2 \rangle_{J/\psi} \quad (3.16)$$

und damit ist $\langle r_T^2 \rangle_{\text{Prämeson}}$ sehr viel kleiner als der Erwartungswert des transversalen Radiusquadrats des J/ψ ($1/m_c^2 = 0.018 \text{ fm}^2$, $\langle r_T^2 \rangle_{J/\psi} = 0.120 \text{ fm}^2$ nach [18]). Deswegen wurden die Rechnungen nur für den jeweils größeren Wert von α ($\alpha_1 = 0.97 \text{ GeV}$, $\alpha_2 = 1.33 \text{ GeV}$) durchgeführt, denn das jeweils kleinere α führt zu einem Erwartungswert des Radiusquadrates, der größer ist als der für J/ψ .

Um den Effekt zu untersuchen, den die Größe des Wellenpaketes auf die Ergebnisse hat, wurden auch Rechnungen mit $\alpha_1 = 0.75 \text{ GeV}$ und $\alpha_1 = 1.5 \text{ GeV}$ gemacht. Zusammengefaßt ergibt das die in Tabelle 3.1 dargestellten Sets von Anfangsbedingungen.

α/GeV	0.75	0.97	1.5	1.33
$\langle r^2 \rangle / \text{fm}^2$	0.10	0.06	0.03	0.08
$c_1(0)$	0.95	0.85	0.60	0.75
$c_2(0)$	0.27	0.40	0.39	0.35
$c_3(0)$	0.11	0.25	0.31	0.21
$c_4(0)$	—	0.17	—	0.13
$ c_2(0)/c_1(0) ^2$	0.08	0.22	0.43	0.22
$\sum_n^N c_n ^2$	0.996	0.97	0.61	0.74

Tabelle 3.1: In dieser Arbeit verwendete Anfangsbedingungen. Die ersten 3 Spalten stammen von Anfangsfunktion (I) und die letzte Spalte wurde mit der realistischeren Anfangsfunktion (II) berechnet. Für $\alpha_1 = 0.75 \text{ GeV}$ und $\alpha_1 = 1.5 \text{ GeV}$ wurden die Rechnungen mit nur 3 Kanälen durchgeführt ($N = 3$, vgl. (2.31)).

3.2 WAHL DER ANFANGSBEDINGUNG FÜR DIE P -ZUSTÄNDE

Für die Rechnungen zur Unterdrückung des χ_c reicht es aus, nur zwei Kanäle zu berücksichtigen, denn χ_c' tritt nur als Resonanz in $D\bar{D}$ auf, aber nicht als Teilchen. Hier gibt es jedoch keine experimentellen Werte für das Verhältnis der Koeffizienten zur Zeit $t = 0$. In Abb. 3.4 ist ein möglicher Entstehungsprozeß für ein χ_c -Meson dargestellt. Wie schon in Kapitel 2.1.1 erläutert, läuft dieser genau wie der Entstehungsprozeß für ein $c\bar{c}$ im S -Zustand ab, nur wird kein drittes Gluon abgestrahlt, da bereits Farbneutralität erreicht ist. Wendet man die Argumentation aus Abschnitt 3.1 an, so erhält man in diesem Fall

$$\langle r | \overrightarrow{\Psi}_{1,m}^{(0)} \rangle = \vec{r}_T e^{-\frac{1}{2}\alpha_2^2 r^2} \quad (3.17)$$

als Anfangsfunktion. Hier ist zu beachten, daß die Anfangsbedingung ein Vektor ist, so wie auch der P -Zustand drei Komponenten hat, $m = 1$, $m = 0$ und $m = -1$. Bei der Projektion der Anfangswellenfunktion auf die P -Zustände kann die Projektion des Radialteiles getrennt von der Projektion des Winkelanteiles betrachtet werden. Man erhält jeweils für den Radialteil:

$$c_{1,1}(0) = 0.21 \quad (3.18)$$

$$c_{2,1}(0) = 0.20 \quad (3.19)$$

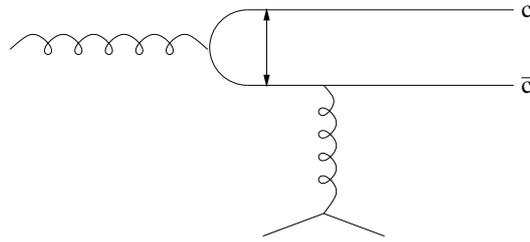


Abbildung 3.4: Möglicher Entstehungsprozeß eines $[c\bar{c}]_1$ -Zustandes mit $l = 1$. Ein Gluon (als Schraubenlinie dargestellt) konvertiert zu einem virtuellen $c\bar{c}$ -Paar. Durch einen Stoß mit dem Quark eines Protons bei dem ein weiteres Gluon ausgetauscht wird, kommt das $c\bar{c}$ -Paar auf die Energieschale. In diesem Fall ist dieser Zustand bereits farbneutral.

Da \vec{r}_T sich als Linearkombination der Kugelflächenfunktionen mit $l = 1$ und $m = \pm 1$ darstellen läßt, kommt der Fall $l = 1, m = 0$ nicht vor.

3.3 DIE EIGENZUSTÄNDE

Um die Eigenfunktionen und Eigenenergien (2.22) des Charmoniumspektrums zu berechnen, muß man ein Potential wählen, das die Wechselwirkung zwischen Quark und Antiquark möglichst realistisch beschreibt. Man geht davon aus, daß das Potential zwischen Quark und Antiquark für kurze Abstände sich in etwa Coulombartig verhält und für große Distanzen linear ansteigt:

$$V(r) \approx -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s(r) \hbar c}{r} + kr . \quad (3.20)$$

Buchmüller und Tye [18] haben ein Potential entwickelt, das im Groben die Form des Potentials in (3.20) besitzt, haben dieses jedoch so verfeinert, daß das experimentell gemessene Charmoniumspektrum in sehr guter Näherung wiedergegeben wird. Abb. 3.5 zeigt den Verlauf des Potentials in Abhängigkeit des relativen Abstands zwischen c und \bar{c} . Es ist eingezeichnet, wo die Zustände für J/ψ , ψ' und ψ'' liegen. Der Zustand ψ'' , der in diesem Potentialmodell gebunden ist, liegt in Wirklichkeit oberhalb der $D\bar{D}$ -Schwelle und ist eine Resonanz, aber kein gebundener Zustand mehr (vgl. Abb. 1.1). Abb. 3.6 zeigt die Radialteile der Eigenfunktionen der S -Zustände, die man erhält, wenn man die Eigenwertgleichung des Hamilton-Operators (2.22) mit dem Potential nach [18] löst. Abb. 3.7 zeigt das Gleiche für die P -Zustände.

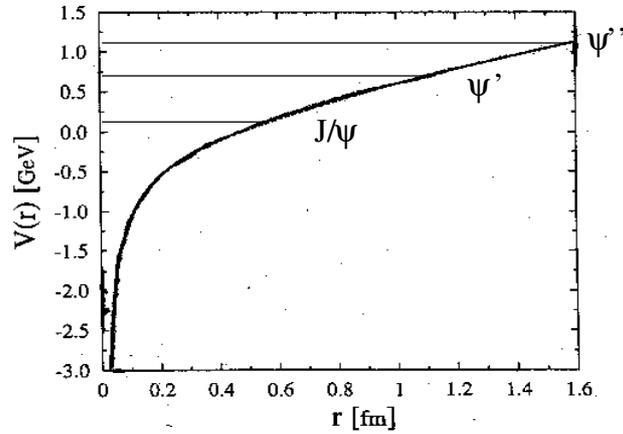


Abbildung 3.5: Verlauf des Potentials von Buchmüller und Tye [18] in Abhängigkeit des relativen Abstands zwischen c und \bar{c} . Es ist eingezeichnet, wo die Zustände für J/ψ , ψ' und ψ'' liegen. Der Zustand ψ'' , der in diesem Potentialmodell gebunden ist, liegt in Wirklichkeit oberhalb der $D\bar{D}$ -Schwelle und ist eine Resonanz, aber kein gebundener Zustand mehr (vgl. Abb. 1.1). (Entnommen aus [21].)

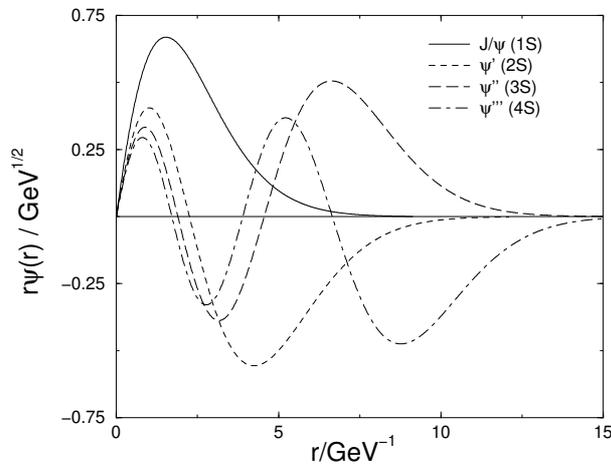


Abbildung 3.6: Radialteile der Eigenfunktionen der S -Zustände, die man erhält, wenn man die Eigenwertgleichung des Hamilton-Operators (2.22) mit dem Potential nach [18] löst. Auf der horizontalen Achse ist der relative Abstand zwischen c und \bar{c} aufgetragen und auf der vertikalen der Wert der Radialfunktion. Einheiten sind in GeV.

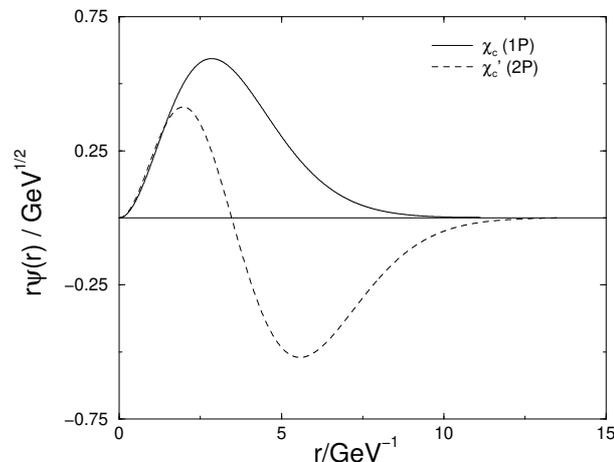


Abbildung 3.7: Radialteile der Eigenfunktionen der P -Zustände, die man erhält, wenn man die Eigenwertgleichung des Hamilton-Operators (2.22) mit dem Potential nach [18] löst. Auf der horizontalen Achse ist der relative Abstand zwischen c und \bar{c} aufgetragen und auf der vertikalen der Wert der Radialfunktion. Einheiten sind in GeV.

Die Eigenfunktionen und Eigenenergien, die das Potential nach Buchmüller und Tye [18] liefert, wenn man es in die Eigenwertgleichung des Hamilton-Operators (2.22) einsetzt, werden in den Matrixelementen $\langle n, l, m | \sigma | j, l, m \rangle$ und in den Anfangsbedingungen (3.2) im System gekoppelter Differentialgleichungen (2.33) benutzt.

J/ψ , ψ' und die entsprechenden höheren Zustände sind keine stabilen Teilchen, sondern zerfallen nach einiger Zeit. Deswegen weisen ihre Eigenenergien eine gewisse Breite Γ auf. Für J/ψ und ψ' ist diese mit $\Gamma_{J/\psi} = (87 \pm 5) \text{ keV}$ bzw. $\Gamma_{\psi'} = (277 \pm 31) \text{ keV}$ vernachlässigbar. Ebenso wurden die Breiten für die χ_c -Zustände vernachlässigt. Die höheren S -Zustände haben jedoch eine kürzere Lebensdauer und ihr Zerfall wurde nach folgender Formel berücksichtigt:

$$E = E_{BT} - i \frac{\Gamma}{2} . \quad (3.21)$$

Daraus ergibt sich für die in der Rechnung benutzten Energien in GeV:

$$E_{1,0} = 3.10 , \quad (3.22)$$

$$E_{2,0} = 3.70 , \quad (3.23)$$

$$E_{3,0} = 4.12 - 0.026i , \quad (3.24)$$

$$E_{4,0} = 4.48 - 0.039i , \quad (3.25)$$

$$E_{1,1} = 3.52 , \quad (3.26)$$

$$E_{2,1} = 3.97 . \quad (3.27)$$

3.4 PARAMETRISIERUNG VON ELEMENTAREM WIRKUNGSQUERSCHNITT UND NUKLEARER DICHTE

Für den totalen ψN Wirkungsquerschnitt σ (2.26) wird die Parametrisierung von Kopeliovich, Schäfer und Tarasov [22] gewählt. Sie wurde in [21] erfolgreich getestet.

$$\sigma(r_T, s) = \sigma_0(s) \left(1 - e^{-r_T^2/r_0^2(s)}\right) \quad (3.28)$$

$$\sigma_0(s) = 23.6 \left(\frac{s}{s_0}\right)^{0.08} \left(1 + \frac{3 r_0^2(s)}{8 \langle r_{ch}^2 \rangle}\right) \text{ mb} \quad (3.29)$$

$$r_0(s) = 0.88 \left(\frac{s}{s_0}\right)^{-0.14} \text{ fm} \quad (3.30)$$

$$s_0 = 1000 \text{ GeV}^2 \quad (3.31)$$

$$\langle r_{ch}^2 \rangle = 0.44 \text{ fm}^2 . \quad (3.32)$$

Für festes s wächst dieser Wirkungsquerschnitt für kleine transversale Abstände proportional zu r_T^2 und wird für große transversale Abstände konstant mit $\sigma_{max}(s) = \sigma_0(s)$, wie in Abb. 3.8 zu sehen ist.

Für die nukleare Dichte $\rho(\vec{r})$ wurden zwei unterschiedliche Rechnungen gemacht:

(a) konstante Dichte:

$$\rho_{const}(r) = \frac{3A}{4\pi R_0^3} \theta(R_0 - r) , \quad (3.33)$$

wobei R_0 der Radius des Atomkerns, nach

$$R_0 = r_0 \cdot A^{1/3} \quad r_0 \approx 1.2 \text{ fm} \quad (3.34)$$

berechnet ist. Und

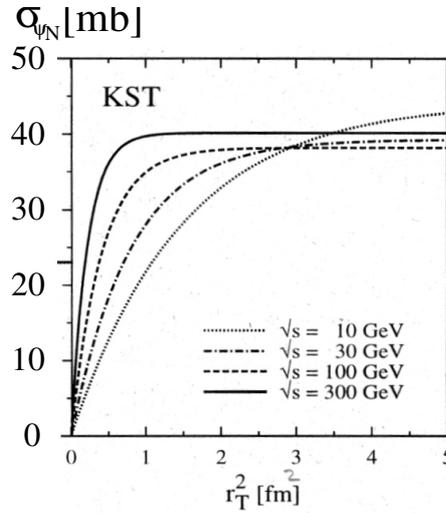


Abbildung 3.8: Totaler ψN Wirkungsquerschnitt als Funktion von r_T^2 bei verschiedenen Energien. Entnommen aus [21].

(b) Dichte nach Woods-Saxon:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}} \quad (3.35)$$

Diese berücksichtigt, daß Atomkerne im Allgemeinen nicht scharf begrenzte Kugeln sind, sondern die nukleare Dichte nimmt zum Rand hin ($r \approx R$) ab, welcher aus diesem Grund über die Länge a verschmiert erscheint. Ergebnisse, die mit dieser realistisch berechnet wurden, sind zum Vergleich mit dem Experiment herangezogen worden.

In (3.35) ist ρ_0 so normiert, daß das Integral über die Dichte $\rho(r)$ gleich der Anzahl A der Nukleonen im Kern ist

$$A = 4\pi \int_0^\infty r^2 \rho(r) dr \quad (3.36)$$

Die Parameter R und a , die vom Atomkern abhängen, sind in [23] tabelliert.

3.5 BERECHNUNG DER MATRIXELEMENTE $\langle n|\sigma|j\rangle$

Um nicht vor jeder Lösung des Gleichungssystems (2.33) erst zeitaufwendige Integrationen durchführen zu müssen, werden einige Werte von

$$\langle n|\sigma(r_T, s_{J/\psi N})|j\rangle \quad (3.37)$$

im interessierenden x_F -Intervall berechnet und durch diese Punkte wird dann eine Kurve interpoliert. Die Interpolationsfunktionen sind mit Ausnahme des Matrixelements $\langle 3S|\sigma|4S\rangle$ von folgender Form:

$$\ln(\langle n|\sigma|j\rangle \text{GeV}^2) = a_{n,j} + b_{n,j} \ln(s_{J/\psi N}/\text{GeV}^2) \text{ falls } n = j, \quad (3.38)$$

$$\ln(-\langle n|\sigma|j\rangle \text{GeV}^2) = a_{n,j} + b_{n,j} \ln(s_{J/\psi N}/\text{GeV}^2) \text{ falls } n \neq j. \quad (3.39)$$

Die Werte für $a_{n,j}$ und $b_{n,j}$ sind Tabelle 3.2 zu entnehmen. Für $\langle 3S|\sigma|4S\rangle$ ergibt sich

$$\begin{aligned} \ln(-\langle 3S|\sigma|4S\rangle \text{GeV}^2) &= 2.702 + 0.086 \ln(s_{J/\psi N}/\text{GeV}^2) \\ &\quad - 0.0085 (\ln(s_{J/\psi N}/\text{GeV}^2))^2. \end{aligned} \quad (3.40)$$

Einige Matrixelemente für ausgewählte Werte von $s_{J/\psi N}$ seien hier angegeben. In der 4×4 -Matrix stehen die Matrixelemente $\langle n|\sigma|m\rangle$ der S -Zustände ($n = \text{Zeile}, m = \text{Spalte}$) und in der 2×2 -Matrix die der P -Zustände.

$s_{J/\psi N} = 39.5 \text{ GeV}^2$ ($\gamma = 5$):

$$\begin{pmatrix} 7.14 & -6.26 & -1.47 & -0.51 \\ -6.26 & 25.25 & -13.50 & -3.35 \\ -1.47 & -13.50 & 42.66 & -18.27 \\ -0.51 & -3.35 & -18.27 & 56.31 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 19.76 & -12.10 \\ -12.10 & 41.26 \end{pmatrix} \quad (3.41)$$

$s_{J/\psi N} = 103.5 \text{ GeV}^2$ ($\gamma = 16$):

$$\begin{pmatrix} 8.53 & -7.24 & -1.85 & -0.67 \\ -7.24 & 28.85 & -14.46 & -4.08 \\ -1.85 & -14.46 & 46.52 & -18.55 \\ -0.67 & -4.08 & -18.55 & 59.22 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 23.06 & -13.30 \\ -13.30 & 45.61 \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

$s_{J/\psi N} = 289.4 \text{ GeV}^2$ ($\gamma = 48$):

$$\begin{pmatrix} 10.33 & -8.46 & -2.36 & -0.91 \\ -8.46 & 33.28 & -15.57 & -5.05 \\ -2.36 & -15.57 & 51.04 & -18.52 \\ -0.91 & -5.05 & -18.52 & 62.50 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 27.19 & -14.71 \\ -14.71 & 50.78 \end{pmatrix} \quad (3.43)$$

n	j	$a_{n,j}$	$b_{n,j}$
1S	1S	1.283	0.186
2S	2S	2.718	0.139
3S	3S	3.422	0.090
4S	4S	3.838	0.052
1S	2S	1.280	0.151
1S	3S	-0.489	0.238
1S	4S	-1.735	0.289
2S	3S	2.339	0.072
2S	4S	0.453	0.206
1P	1P	2.395	0.160
2P	2P	3.337	0.104
1P	2P	2.134	0.098

Tabelle 3.2: Koeffizienten der Interpolationsfunktionen für die Matrixelemente.

3.6 KINEMATISCHE FORMELN

In diesem Abschnitt werden die Formeln, die zur kinematischen Beschreibung des Prozesses benötigt werden, hergeleitet. Da es wesentlich für die Gültigkeit der Formeln ist, zu wissen, in welchem Bezugssystem man sich gerade befindet, wird im nächsten Abschnitt zuerst auf die wichtigsten Bezugssysteme in einer pA Reaktion eingegangen.

3.6.1 Bezugssysteme in der Proton-Kern Kollision

- **Laborsystem**

Als Laborsystem wird das System bezeichnet, in dem das Target ruht. In den meisten Beschleunigern ist dieses System identisch mit einem auf der Erde verankerten Bezugssystem. Das $c\bar{c}$ -Paar bewegt sich in diesem System im Allgemeinen mit relativistischer Geschwindigkeit.

- **Das Nukleon-Nukleon Schwerpunktsystem**

In diesem Schwerpunktsystem bewegen sich die Nukleonen des Targets und das Proton mit gleichen Geschwindigkeitsbeträgen aufeinander zu, d.h. die Schwerpunktsenergie ändert sich bei Änderung des Targets nicht, sondern nur dann, wenn die Energie des einfallenden Protons

geändert wird. Größen in diesem Schwerpunktsystem werde ich mit dem Index „cm“ kennzeichnen (vom englischen „center-of-mass“).

- **Ruhsystem des $c\bar{c}$ -Mesons**

In diesem System ruht das Charmonium und der betrachtete Atomkern bewegt sich mit relativistischer Geschwindigkeit. Das $c\bar{c}$ -Paar sieht den Kern Lorentzkontrahiert, d.h. die nukleare Dichte ist um einen Faktor γ größer.

Nach der speziellen Relativitätstheorie hängt die gemessene Zeit vom Bezugssystem ab. Für die Umrechnung zwischen dem Ruhsystem des Charmoniums (τ) und dem Laborsystem (t) gilt

$$t = \gamma\tau , \quad (3.44)$$

wobei

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (3.45)$$

ein Maß für die Geschwindigkeit des Charmoniums im Laborsystem ist.

3.6.2 *Kinematische Größen*

Die Energien und Impulse mit denen wir hier zu tun haben, sind in Größenordnungen, die relativistische Rechnungen und somit Vierervektoren erfordern. Es gilt für den Viererimpuls eines Teilchens:

$$p = \begin{pmatrix} E \\ \vec{p}_T \\ p_{\parallel} \end{pmatrix} . \quad (3.46)$$

Bei bekannter Energie und bekanntem Impuls in transversaler Richtung läßt sich der Parallelimpuls mit

$$p_{\parallel} = \sqrt{E^2 - m^2 - p_T^2} \quad (3.47)$$

berechnen, wenn m die Masse des Teilchens ist.

Der Protonenstrahl sei parallel zur z -Achse und der Mittelpunkt des Atomkernes sei im Koordinatenursprung des Laborsystems. Desweiteren wird angenommen, daß sich sowohl das Nukleon-Nukleon Schwerpunktsystem als

auch das Ruhesystem des $c\bar{c}$ -Mesons parallel zur z -Achse bewegen. Dies ist eine gute Näherung, da

$$\left| \frac{p_T}{p_{\parallel}} \right| \ll 1 \quad (3.48)$$

ist. Ferner ist es wichtig anzumerken, daß bei diesen Rechnungen angenommen wird, daß die Nukleonen des Targets im Atomkern ruhen. In Wirklichkeit bewegen sich die Nukleonen innerhalb des Kerns mit Impulsbeträgen von ca. 300 MeV/c (Fermiimpuls). Verglichen mit den Energien, die bei der Kollision eine Rolle spielen, können die Fermiimpulse der Nukleonen vernachlässigt werden, ohne daß dies beobachtbare Auswirkungen auf das Ergebnis der Rechnung hat.

Es ergibt sich also im Laborsystem

$$p_p^{lab} = \begin{pmatrix} E_p^{lab} \\ 0 \\ p_{p\parallel}^{lab} \end{pmatrix} \text{ für die einfallenden Protonen,} \quad (3.49)$$

$$p_N^{lab} = \begin{pmatrix} m_N \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ für die Nukleonen des Targets.} \quad (3.50)$$

Somit errechnet sich das Quadrat der Schwerpunktsenergie im Nukleon-Nukleon System zu

$$s_{pp} = 2E_p^{lab}m_N + 2m_N^2. \quad (3.51)$$

Hieraus läßt sich die Energie des einfallenden Protons im Nukleon-Nukleon Schwerpunktsystem zu

$$E_p^{cm} = \frac{E_p^{lab}m_N + m_N^2}{\sqrt{s_{pp}}} = \frac{1}{2}\sqrt{s_{pp}} \quad (3.52)$$

berechnen. Die Herleitung der Formeln kann in [24] nachgeschlagen werden. Das in der Kollision produzierte $c\bar{c}$ -Paar hat im Laborsystem eine Energie von

$$E_{\psi}^{lab} = \gamma m_{\psi}. \quad (3.53)$$

Nimmt man für das Quadrat des Transversalimpulses einen mittleren Wert von

$$\langle p_T^2 \rangle_{\psi} = 1.2 \text{ GeV}^2 \quad (3.54)$$

an, so läßt sich $p_{\psi\parallel}^{lab}$ durch (3.47) berechnen.

Bei relativistischen Rechnungen gibt man anstelle der Geschwindigkeit oft die Rapidität

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_{\parallel}}{E - p_{\parallel}} \right) \quad (3.55)$$

an. Diese hat den Vorteil, daß sich die Rapiditäten in relativistischen Rechnungen addieren wie Geschwindigkeiten in einer nichtrelativistischen Rechnung. Dadurch, daß der Vierervektor des Protons sowohl im Laborsystem als auch im Nukleon-Nukleon Schwerpunktsystem bekannt ist, kann man die Rapidität ausrechnen, mit der sich das Nukleon-Nukleon Schwerpunktsystem relativ zum Laborsystem bewegt

$$y_{cm}^{lab} = y_p^{cm} - y_p^{lab} . \quad (3.56)$$

Mit der Größe y_{cm}^{lab} lassen sich nun die Rapiditäten sämtlicher Teilchen vom Laborsystem ins Nukleon-Nukleon Schwerpunktsystem umrechnen. So gilt zum Beispiel für das J/ψ

$$y_{J/\psi}^{cm} = y_{J/\psi}^{lab} + y_{cm}^{lab} . \quad (3.57)$$

Ist die Energie eines Teilchens unbekannt, weiß man jedoch neben Masse und Transversalimpuls noch die Rapidität des Teilchens im entsprechenden Bezugssystem, so läßt sich der Parallelimpuls des Teilchens mit der Formel

$$p_{\parallel} = \sqrt{m^2 + \vec{p}_T^2} \sinh(y) \quad (3.58)$$

berechnen.

Als weiteres Maß der Geschwindigkeit eines Teilchens wird oft der x_F -Wert angegeben. Dieser ist als das Verhältnis von Parallelimpuls des betrachteten Teilchens zu dem maximal möglichen Parallelimpuls definiert

$$x_F = \frac{p_{\parallel}^{cm}}{p_{max\parallel}^{cm}} . \quad (3.59)$$

Dabei müssen die beiden Impulse im Schwerpunktsystem gegeben sein.

In den Rechnungen ist die Energie des einfallenden Protons im Laborsystem gegeben. Die Koeffizienten $c_{n,l}(t)$ werden in Abhängigkeit von γ berechnet. Indem man obige Gleichungen ineinander einsetzt, läßt sich $x_F(\gamma)$ berechnen.

Eine weitere Größe, die in den Rechnungen verwendet wird, ist das Quadrat der Schwerpunktsenergie des Untersystems ψ -Nukleon. Diese ist ebenfalls abhängig von γ :

$$s_{\psi N} = (p_\psi + p_N)^2 = m_N^2 + m_\psi^2 + 2m_N m_\psi \gamma . \quad (3.60)$$

Somit kann die Geschwindigkeit des Charmoniums in γ , x_F , y und $s_{\psi N}$ ausgedrückt werden.

Kapitel 4

RECHNUNGEN IN KERNMATERIE

In diesem Kapitel werden Ergebnisse für die Koeffizienten der Entwicklung (2.31) präsentiert, die man erhält, wenn im Gleichungssystem (2.33) $\rho = 0.14 \text{ fm}^{-3}$ einsetzt. Das Gleichungssystem (2.33) ist mit der Lösungsroutine „NDSolve“ aus Mathematica 4.1.0.0 gelöst. Die Rechnungen sind mit unterschiedlichen Anfangsbedingungen durchgeführt. Es werden 3 oder 4 Kanäle benutzt und γ wird zwischen 5 und 45 variiert. In allen Abbildungen ist die Zeit im Laborsystem aufgetragen.

4.1 RECHNUNGEN FÜR J/ψ UND ψ' MIT VERSCHIEDENEN LORENTZ-FAKTOREN

Alle Ergebnisse in diesem Abschnitt sind mit 4 Kanälen erzielt. Als Anfangsbedingung wird (II) mit $\alpha_2 = 1.33 \text{ GeV}$ genommen. In Abb. 4.1 ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein produziertes J/ψ zu einer Zeit t nach seiner Produktion im Atomkern zu finden ist, in logarithmischer Auftragung dargestellt. Die unterschiedlichen Kurven gehören zu verschiedenen Werten von γ . Abb. 4.2 zeigt noch einmal dasselbe wie Abb. 4.1, nur daß aus Gründen

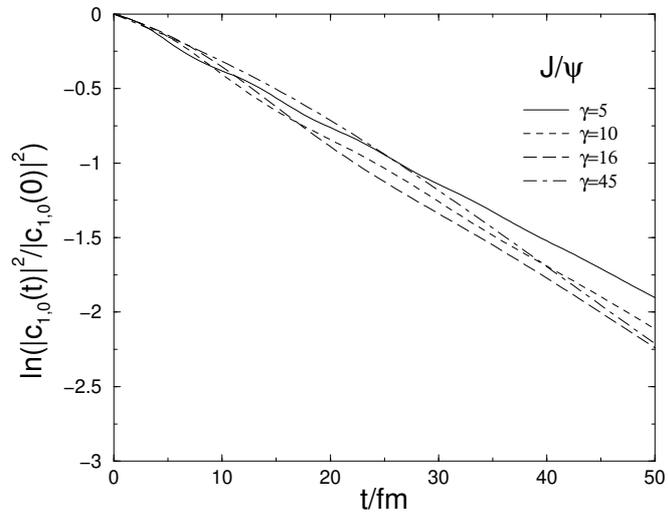


Abbildung 4.1: $|c_{1,0}(t)/c_{1,0}(0)|^2$ in logarithmischer Auftragung in Abhängigkeit von der Zeit für verschiedene Werte von γ .

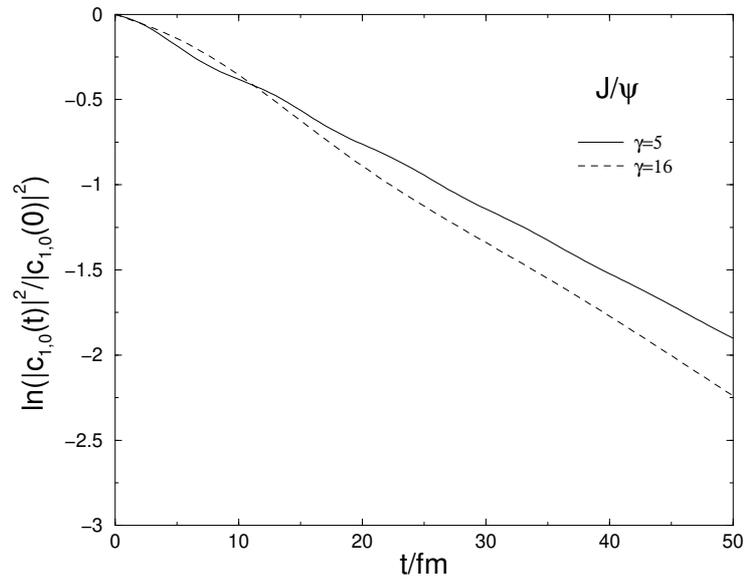


Abbildung 4.2: $|c_{1,0}(t)/c_{1,0}(0)|^2$ in logarithmischer Auftragung in Abhängigkeit von der Zeit für $\gamma = 5$ und $\gamma = 16$.

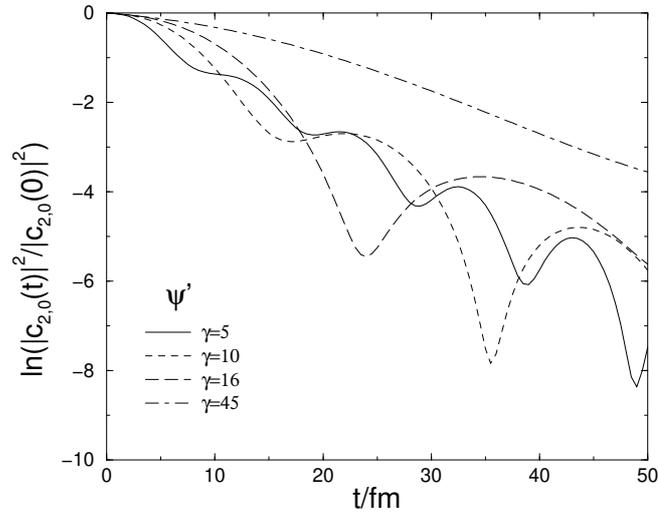


Abbildung 4.3: $|c_{2,0}(t)/c_{2,0}(0)|^2$ in logarithmischer Auftragung in Abhängigkeit von der Zeit für verschiedene Werte von γ .

der Übersichtlichkeit nur die Lösung für $\gamma = 5$ und diejenige für $\gamma = 16$ herausgegriffen wird.

Man erkennt, daß der Zerfall der J/ψ in erster Näherung einem exponentiellen Gesetz folgt. Die Variation mit γ ist nicht besonders groß. Bei genauerem Hinsehen sind jedoch – zumindest innerhalb der ersten 20 fm – kleine Oszillationen erkennbar.

Daß die zeitliche Abhängigkeit des Koeffizienten von J/ψ von einem exponentiellen Zerfall dominiert wird, folgt direkt aus dem Gleichungssystem (2.33). Schaut man sich die Matrixelemente in Kapitel 3.5 an, so sieht man, daß man in der Differentialgleichung (2.33) für $n = 1$ alle Terme mit $j > 2$ vernachlässigen kann. Würde man nur den Term mit $j = 1$ berücksichtigen, so hätte man die Differentialgleichung für eine exponentiell abfallende Funktion. Für die kleinen Oszillationen sind die imaginären Exponentialfaktoren der Terme mit $j > 1$ verantwortlich. Diese Schwingungen werden Formationszeiteffekte genannt und sollen bei der Diskussion von ψ' detaillierter behandelt werden, denn dort sind sie viel besser erkennbar (vgl. Abb. 4.3 und Abb. 4.4).

In Abb. 4.3 ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein produziertes ψ' zu einer Zeit t nach seiner Produktion im Atomkern zu finden ist, in logarithmischer Auftragung dargestellt. Hier fallen Oszillationen, sogenannte Formationszeit-

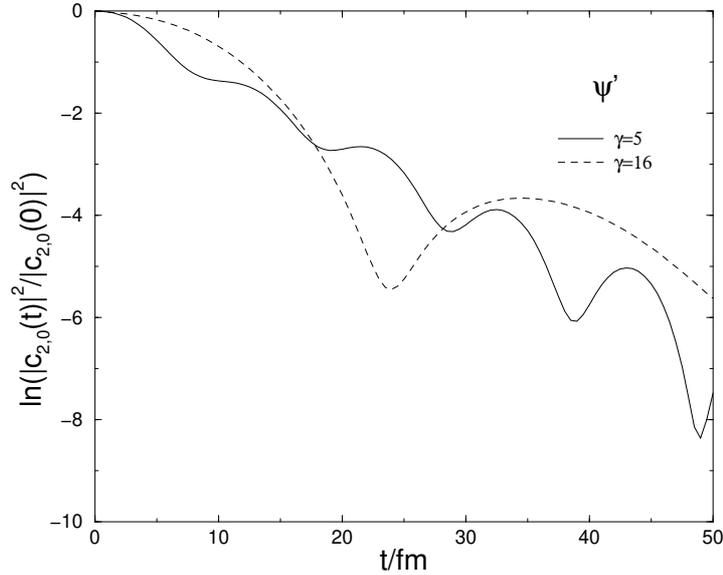


Abbildung 4.4: $|c_{2,0}(t)/c_{2,0}(0)|^2$ in logarithmischer Auftragung in Abhängigkeit von der Zeit für $\gamma = 5$ und $\gamma = 16$.

effekte, auf, die auf Quanteninterferenzerscheinungen zurückzuführen sind. Ferner ist hier die Variation mit γ beträchtlich. Aus Gründen der Übersichtlichkeit ist in Abb. 4.4 noch einmal dasselbe, aber nur für $\gamma = 5$ und $\gamma = 16$ gezeigt.

Auch hier scheint ein exponentieller Zerfall zu dominieren. Dies wird jedoch erst sichtbar, wenn in Abschnitt 4.4 mit dem entkoppelten System verglichen wird. Mißt man in Abb. 4.3 die Schwingungsdauer T der Oszillationen, das ist der Abstand zweier benachbarter Maxima, so stellt man fest, daß diese proportional zu γ ist. Für die Oszillationen sind die Nichtdiagonalterme, das sind Terme für die $n \neq j$ gilt, im Gleichungssystem (2.33) verantwortlich. Deren Schwingungsdauer berechnet sich zu

$$\frac{\Delta E T}{\hbar \gamma} = 2\pi \quad \Longleftrightarrow \quad \Delta E = \frac{2\pi \hbar \gamma}{T} . \quad (4.1)$$

Setzt man die in den Abbildungen gemessene Schwingungsdauer in Gleichung (4.1) ein, so erhält man

$$\Delta E \approx 0.6 \text{ GeV} . \quad (4.2)$$

Das ist aber genau die Differenz $E_{2,0} - E_{1,0}$ (vgl. (3.22) und (3.23)). Die

Schwingung, die man in den Abbildungen sieht, stammt also von der Kopplung zwischen J/ψ und ψ' . Dies bedeutet, daß während der Formationszeit des Charmoniums Quanteninterferenzen auftreten, die periodisch die Wahrscheinlichkeit, ob sich das $c\bar{c}$ -Paar zu einem J/ψ oder einem ψ' weiter entwickelt, ändern. Aus den Abbildungen dieses Abschnitts kann abgelesen werden, daß J/ψ nur geringe Formationszeiteffekte zeigt, wohingegen bei ψ' die Formationszeiteffekte sehr groß sind und dementsprechend gut beobachtbar sein sollen. Da in pA Kollisionen experimentell nur der Bereich $t \lesssim 10$ fm zugänglich ist, sind hier kleine Werte ($\gamma < 5$) von besonderem Interesse, damit Oszillationen meßbar werden.

Experimentell können die hier berechneten Kurven gemessen werden, indem man unterschiedlich große Atomkerne als Target nimmt und/oder die Messungen bei verschiedenen Werten von x_F (äquivalent zu γ , vgl. Kapitel 3.6) durchführt. In diesen Messungen wird immer der Unterdrückungsfaktor (2.13) gemessen. Nach Gleichung (2.37) erhält man diesen im Wesentlichen durch Integration der Kurve $|c_{n,l}(t)/c_{n,l}(0)|^2$, was allerdings zu einer Verschmierung der Effekte führt. Aus den Abbildungen in diesem Kapitel läßt sich schließen, daß bei großen Werten von γ ψ' kaum unterdrückt wird, wohingegen bei kleinen Werten von γ die Unterdrückung (2.13) von ψ' noch sehr viel stärker sein sollte, als die von J/ψ . Genaueres hierzu folgt in Kapitel 5.

4.2 RECHNUNGEN MIT UNTERSCHIEDLICHER ANZAHL VON KANÄLEN

In diesem Abschnitt werden die in Abschnitt 4.1 gezeigten Ergebnisse mit Rechnungen verglichen, die mit nur 3 Kanälen durchgeführt sind, um zu sehen, in wie weit die Lösung des Gleichungssystems (2.33) bereits konvergiert ist.

Abb. 4.5 zeigt die zeitliche Abhängigkeit des zu J/ψ gehörenden Koeffizienten. Die Rechnung ist mit Anfangsbedingung (I) durchgeführt, wobei $\alpha_1 = 0.97$ GeV ist. Man sieht keinen Unterschied zwischen der Lösung, die mit 3 Kanälen berechnet ist und der mit 4 Kanälen.

In Abb. 4.6 ist dasselbe für den zu ψ' gehörenden Koeffizienten dargestellt. Auch hier ist die Abweichung zwischen der Rechnung mit 3 Kanälen und der mit 4 minimal.

Es kann also gefolgert werden, daß die Ergebnisse für J/ψ und ψ' bereits

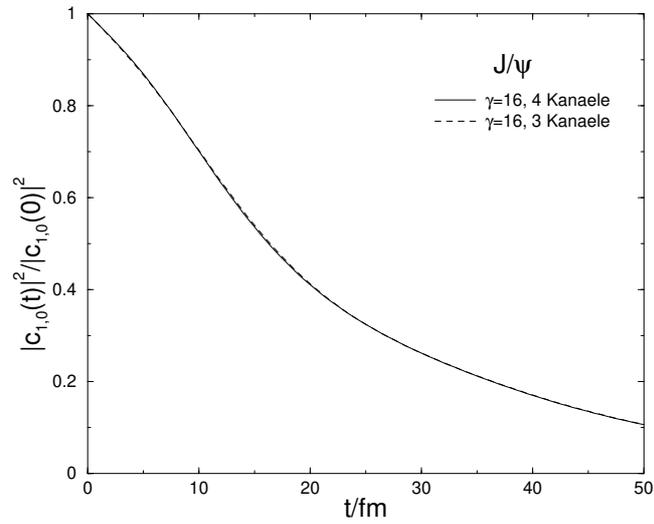


Abbildung 4.5: $|c_{1,0}(t)/c_{1,0}(0)|^2$ in Abhängigkeit von der Zeit für $\gamma = 16$. Man sieht, daß es keinen Unterschied macht, ob die Rechnung mit 3 oder mit 4 Kanälen durchgeführt wird.

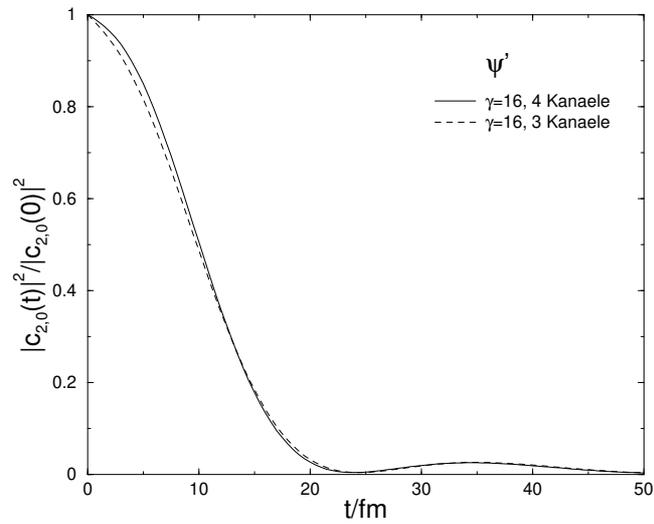


Abbildung 4.6: $|c_{2,0}(t)/c_{2,0}(0)|^2$ in Abhängigkeit von der Zeit für $\gamma = 16$. Auch hier ist der Unterschied zwischen der Rechnung mit 3 Kanälen und der mit 4 Kanälen vernachlässigbar.

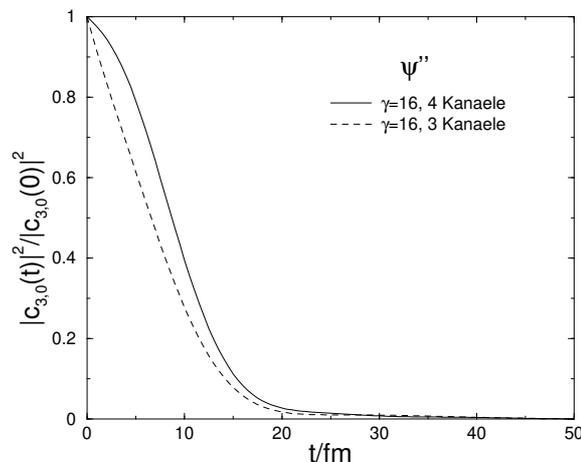


Abbildung 4.7: $|c_{3,0}(t)/c_{3,0}(0)|^2$ in Abhängigkeit von der Zeit für $\gamma = 16$.

bei der Berücksichtigung von 3 Kanälen konvergiert sind, während für ψ'' , sofern es beobachtbar wäre, mehr Kanäle notwendig wären (vgl. Abb. 4.7).

Daraus folgt, daß jeweils nur der letzte berücksichtigte Kanal beeinflusst wird, wenn ein weiterer hinzugenommen wird. Da in dieser Arbeit nur Lösungen für $c_{1,0}(t)$, $c_{2,0}(t)$ und $c_{1,1}(t)$ von Interesse sind, kann mit gutem Gewissen als Abschneideparameter für die S -Zustände ($l = 0$) $N = 3$ gewählt werden und für die P -Zustände ($l = 1$) $N = 2$.

4.3 VERGLEICH VERSCHIEDENER ANFANGSBEDINGUNGEN

In diesem Abschnitt wird untersucht, welchen Einfluß die Wahl der Anfangsbedingung (3.2) auf das Ergebnis hat. Es werden zwei Vergleiche vorgenommen. Zum einen werden die beiden unterschiedlich geformten Anfangsbedingungen (I) und (II) verglichen, wenn beide auf das aus Experimenten bekannte Verhältnis (3.14) gefittet sind. Zum anderen wird die Breite der Anfangswellenfunktion (I) variiert (im Allg. ist dann (3.14) nicht mehr erfüllt), um zu sehen, in wie weit dadurch die Ergebnisse geändert werden.

Abb. 4.8 und Abb. 4.9 zeigen die Wahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von der Zeit, daß ein zur Zeit $t = 0$ produziertes $c\bar{c}$ -Paar keine Kollision erleidet und sich zu einem J/ψ -Teilchen bzw. zu einem ψ' -Teilchen weiter entwickelt.

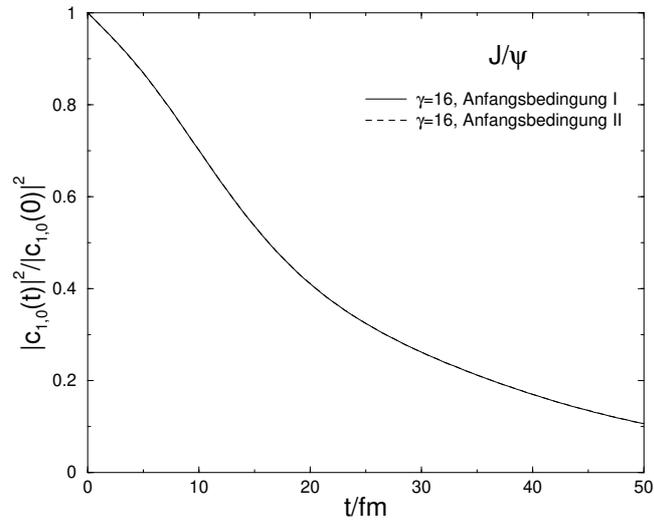


Abbildung 4.8: $|c_{1,0}(t)/c_{1,0}(0)|^2$ in Abhängigkeit von der Zeit für $\gamma = 16$. Man sieht, daß das Ergebnis für Anfangsbedingung (I) identisch ist mit dem für Anfangsfunktion (II).

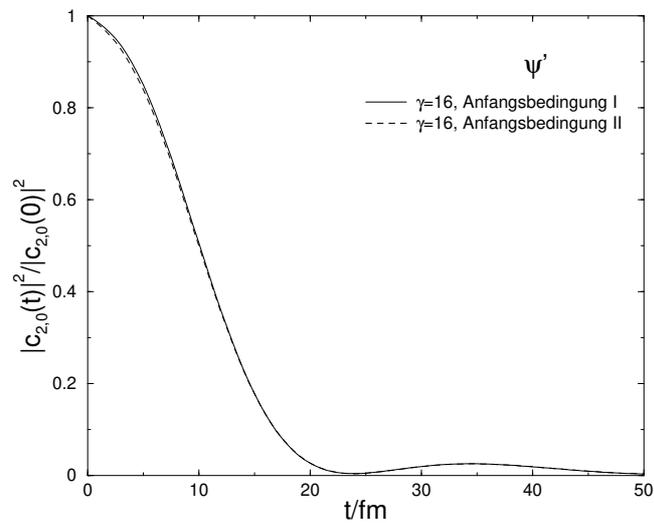


Abbildung 4.9: $|c_{2,0}(t)/c_{2,0}(0)|^2$ in Abhängigkeit von der Zeit für $\gamma = 16$. Auch für ψ' sind Unterschiede zwischen den Anfangsbedingungen (I) und (II) vernachlässigbar.

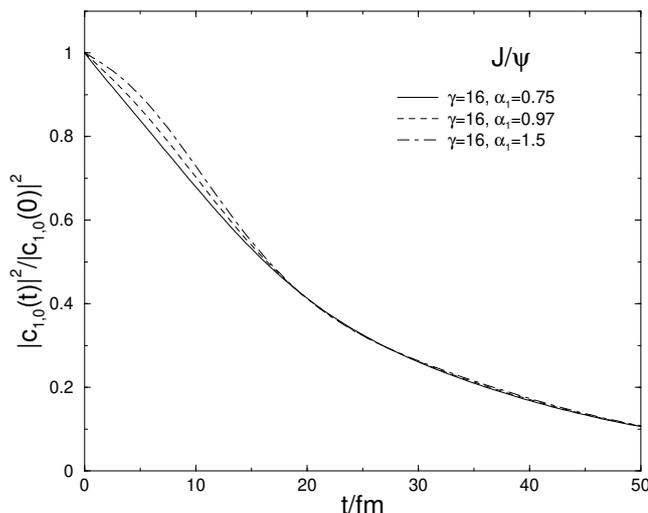


Abbildung 4.10: $|c_{1,0}(t)/c_{1,0}(0)|^2$ in Abhängigkeit von der Zeit für $\gamma = 16$. Alle Kurven wurden mit Anfangsbedingung (I) berechnet, wobei der freie Parameter α_1 variiert wurde. Es entspricht jedoch nur $\alpha_1 = 0.97$ GeV dem experimentellen Verhältnis (3.14).

Die Kurve ist sowohl mit Anfangsbedingung (I), als auch mit Anfangsbedingung (II) berechnet, wobei α_1 bzw. α_2 so gewählt sind, daß Bedingung (3.14) erfüllt ist. Man sieht, daß es kaum einen Unterschied macht, welche der beiden Anfangsbedingungen benutzt wird, denn beide Lösungen verlaufen fast deckungsgleich. Dies ist nicht verwunderlich, denn das Verhältnis $c_2(0)/c_1(0)$ ist in beiden Fällen gleich, um (3.14) zu erfüllen. In Anfangsbedingung (I) ist das Verhältnis $c_3(0)/c_1(0)$ nur um 4% größer als in Anfangsbedingung (II). Man sieht also, daß die beiden unterschiedlichen Anfangsfunktionen keine wesentlichen Unterschiede in den Anfangsbedingungen $c_n(0)$ für das Gleichungssystem (2.33) liefern.

Dies ist jedoch nicht der Fall, wenn man zwar die Form des Wellenpaketes zur Zeit $t = 0$ beibehält, aber dafür den Erwartungswert des Radiusquadrats des Wellenpaketes (3.5) ändert. In Abb. 4.10 und Abb. 4.11 sind Lösungen von (2.33) für J/ψ und ψ' aufgetragen, die alle mit Anfangsbedingung (I) berechnet wurden. Je kleiner α_1 , desto größer ist das Anfangswellenpaket.

Abb. 4.10 zeigt, daß die Wahrscheinlichkeit, daß ein J/ψ während der ersten 20 fm eine Kollision erleidet, umso größer ist, je größer das Anfangswellenpaket gewählt wurde. Abb. 4.11 zeigt, daß für ψ' genau das Gegenteil

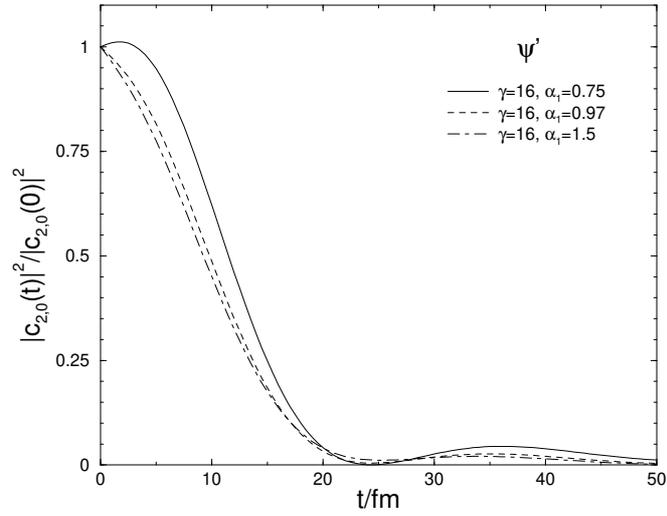


Abbildung 4.11: $|c_{2,0}(t)/c_{2,0}(0)|^2$ in Abhängigkeit von der Zeit für $\gamma = 16$. Alle Kurven wurden mit Anfangsbedingung (I) berechnet, wobei der freie Parameter α_1 variiert wurde. Es entspricht jedoch nur $\alpha_1 = 0.97$ GeV dem experimentellen Verhältnis (3.14).

der Fall ist. Wie kann man das verstehen?

Im Gleichungssystem (2.33) steht der Diagonalterm $j = n$ jeder Gleichung für die Absorption von ψ in Kollisionen mit Nukleonen. Die Nichtdiagonalterme $j \neq n$ bewirken Fütterungsprozesse zu höheren oder niedrigeren Zuständen. Schaut man sich die Werte in Tabelle 3.1 an, so sieht man, daß für das „große“ Anfangswellenpaket mit $\alpha_1 = 0.75$ GeV zur Zeit $t = 0$ sehr viel J/ψ vorliegt und relativ wenig ψ' . Durch die Kopplung wird deswegen anfangs relativ viel J/ψ zu ψ' aber wegen der geringen Menge an ψ' kann umgekehrt J/ψ kaum von ψ' gefüttert werden. Anders ist es beim „kleinen“ Wellenpaket mit $\alpha_1 = 1.5$ GeV. Hier liegt zur Zeit $t = 0$ nur ein Drittel weniger ψ' als J/ψ vor. Die beiden „füttern“ sich gegenseitig zu etwa gleichen Teilen. Dies führt dazu, daß J/ψ in Abb. 4.10 im Fall $\alpha_1 = 1.5$ GeV (kleines Anfangswellenpaket) weniger Unterdrückung zu erleiden scheint wie J/ψ im Fall $\alpha_1 = 0.75$ GeV (großes Anfangswellenpaket), denn es wird mehr von ψ' gefüttert.

Für ψ' ist es gerade umgekehrt. Ist am Anfang viel J/ψ vorhanden und wenig ψ' ($\alpha_1 = 0.75$ GeV), so wird ψ' sehr viel von J/ψ gefüttert. Es erscheint also wenig unterdrückt, im Intervall $0 < t < 3$ fm/c überwiegt die „Fütterung“

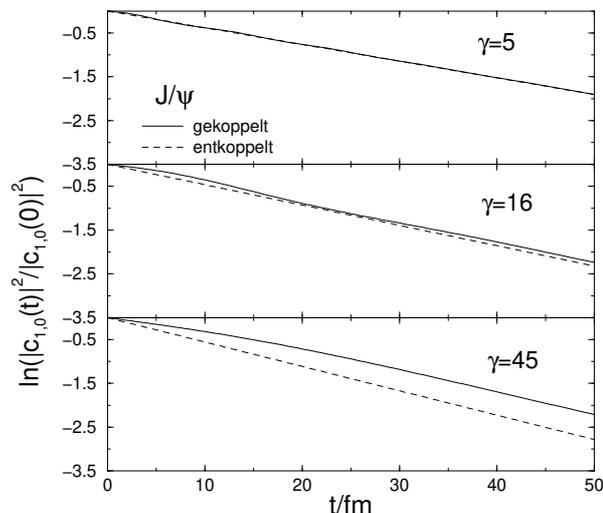


Abbildung 4.12: $\ln(|c_{1,0}(t)|^2/|c_{1,0}(0)|^2)$ in Abhängigkeit von der Zeit für verschiedene Werte von γ . Gekoppelte und entkoppelte Lösung sind jeweils im selben Bild gezeichnet. Als Anfangsbedingung wird (II) benutzt.

sogar die Absorption! Ist aber zur Zeit $t = 0$ nur wenig mehr J/ψ als ψ' vorhanden ($\alpha_1 = 1.5 \text{ GeV}$), so wird es relativ zu seiner Anfangsmenge weniger gefüttert, die Absorption scheint also stärker zu sein.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die genaue Form der Anfangswellenfunktion unwichtig zu sein scheint, die Breite, die dieses Wellenpaket zu Beginn hat, ist jedoch entscheidend für seine weitere Entwicklung.

4.4 UNTERSCHIEDE ZUM ENTKOPPELTEM SYSTEM

Setzt man in das Differentialgleichungssystem (2.33) alle Matrixelemente $\langle n, l, m | \sigma | j, l, m \rangle = 0$ für die $n \neq j$ gilt, so erhält man das *entkoppelte System*. Dieses ist einfach zu lösen und man erhält

$$c_n(t) = c_n(0) e^{-\frac{1}{2} \hbar v \rho \langle n, l, m | \sigma | n, l, m \rangle t} . \quad (4.3)$$

In Abb. 4.12 und Abb. 4.13 wird für J/ψ bzw. für ψ' die Lösung des entkoppelten Systems (4.3) mit der Lösung von (2.33) für $N = 4$ verglichen.

Im obersten Bild von Abb. 4.12 und Abb. 4.13 ist $\gamma = 5$ gewählt und im Fall von J/ψ ist kaum ein Unterschied zwischen gekoppeltem und entkoppeltem System erkennbar, wohingegen für ψ' die Lösung des gekoppelten

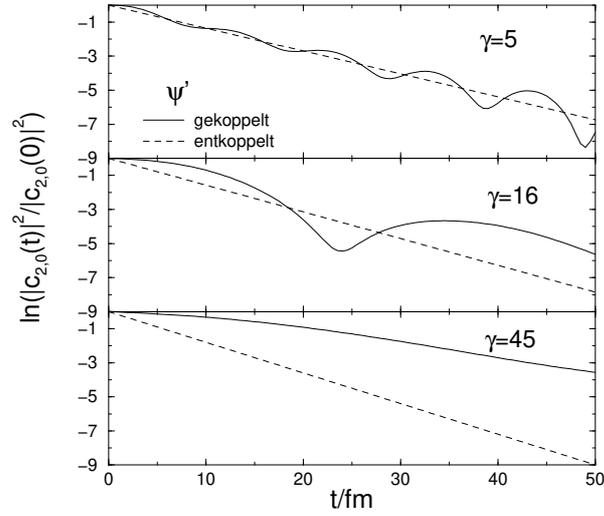


Abbildung 4.13: $\ln(|c_{2,0}(t)/c_{2,0}(0)|^2)$ in Abhängigkeit von der Zeit für verschiedene Werte von γ . Gekoppelte und entkoppelte Lösung sind jeweils im selben Bild gezeichnet. Als Anfangsbedingung wird (II) benutzt.

Systems um den exponentiellen Abfall schwingt, der sich aus dem entkoppelten System ergibt. Hier ist sehr schön der Einfluß des Exponentialfaktors aus (2.33) zu erkennen, der beim entkoppelten System (4.3) wegfällt und der für die Oszillationen verantwortlich ist.

Vergleicht man in Abb. 4.12 (J/ψ) die Lösungen für unterschiedliche γ , so fällt auf, daß die Abweichung zwischen gekoppeltem und entkoppeltem System mit zunehmendem γ wächst. Auch hier meint man, Andeutungen einer Schwingung mit gleicher Frequenz wie beim ψ' erkennen zu können. Wie schon in Abschnitt 4.1 erwähnt, wird die Oszillation vom Faktor $\exp(\pm i/\hbar(E_{2,0} - E_{1,0})t/\gamma)$ dominiert.

Aus den Ergebnissen dieses Abschnittes folgt, daß es wichtig ist, die Kopplung zwischen den Kanälen zu berücksichtigen.

4.5 RECHNUNG FÜR χ_c

In Abb. 4.14 ist das normierte Betragsquadrat des Koeffizienten für χ_c in Abhängigkeit von der Zeit zu sehen. Das Bild ähnelt sehr dem für J/ψ (Abb. 4.1), nur daß die Skala auf der vertikalen Achse eine andere ist. Der Grund

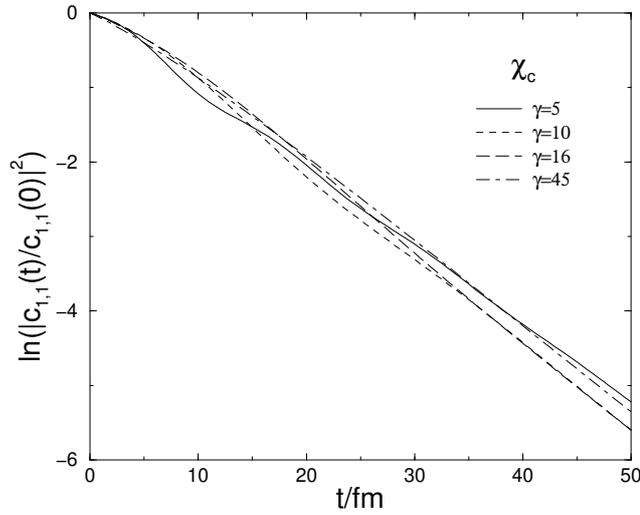


Abbildung 4.14: $|c_{1,1}(t)/c_{1,1}(0)|^2$ in logarithmischer Auftragung in Abhängigkeit von der Zeit für verschiedene Werte von γ .

für die Ähnlichkeit liegt im Gleichungssystem (2.33). Sowohl χ_c als auch J/ψ sind beides Lösungen für den niedrigsten Kanal, nur die Werte für Energien, Matrixelemente und Anfangsbedingung sind andere, aber von der Struktur her bleibt die zu lösende Gleichung gleich.

4.6 DIE „FROZEN-CHARMONIUM“ NÄHERUNG ($t_f = \infty$)

Wird der Lorentz-Faktor des Charmoniums relativ zum Laborsystem sehr groß: $\gamma \rightarrow \infty$, so reduziert sich die Schrödingergleichung (2.28) auf

$$\frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = -W |\psi(t)\rangle, \quad (4.4)$$

worin W zeitunabhängig ist. Das Charmonium erscheint dann „eingefroren“, denn seine Eigenzeit verläuft in diesem Fall so langsam verglichen mit der Zeit im Laborsystem, daß seine Formationszeit gegen unendlich geht ($t_f \rightarrow \infty$). Die Lösung von Gleichung (4.4) ist

$$|\psi(t)\rangle = e^{-Wt} |\Psi_{l,m}^{(0)}\rangle. \quad (4.5)$$

Und somit erhält man die gesuchten Koeffizienten durch

$$c_{n,l}(t) = \langle n, l, m | e^{-Wt} | \Psi_{l,m}^{(0)} \rangle . \quad (4.6)$$

Der Vorteil dieser Rechnung ist, daß sich durch sie der Fehler abschätzen läßt, den man durch das Abschneiden der Entwicklung nach dem N -ten Term macht. In dem Differentialgleichungssystem (2.33) kann sich das $c\bar{c}$ -System nur innerhalb der ersten N Zustände entwickeln. Das physikalische System hat jedoch den vollen Raum der Eigenfunktionen zur Verfügung. In der „frozen-charmonium“ Näherung hat das Teilchen den vollen Raum zur Verfügung. Erst nach der Entwicklung werden die Koeffizienten, die von Interesse sind, berechnet. Natürlich geht in diese Rechnung auch ein, wie groß die Differenz $1 - \sum_n^N |c_{n,l}|^2$ ist. Je näher diese Differenz an Null ist, desto besser ist auch die „frozen-charmonium“ Näherung. Was dieser Effekt ausmacht sieht man, wenn man in (4.6) für $|\Psi_{l,m}^{(0)}\rangle$ die bereits nach Eigenfunktionen entwickelte und abgebrochene Anfangsbedingung einsetzt. So erhält man zwei verschiedene „frozen“-Fälle:

1. *frozen mit exakter Anfangsbedingung*

Hier wird für $|\Psi_{l,m}^{(0)}\rangle$ die exakte Anfangsbedingung (I) bzw. (II) eingesetzt.

2. *frozen mit abgebrochener Anfangsbedingung*

In diesem Fall wird

$$|\Psi_{l,m}^{(0)}\rangle = \sum_{n=0}^N c_{n,l}(0) |n, l, m\rangle \quad (4.7)$$

benutzt, also die Anfangsbedingung wie sie ins Gleichungssystem (2.33) eingeht.

Das Differentialgleichungssystem (2.33) sieht für die „frozen-Rechnung“ auch leicht verändert aus:

$$\frac{\partial c_{n,l}}{\partial t} = -\frac{1}{2} \hbar \rho \sum_{j=1}^N c_{j,l}(t) \langle n, l, m | \sigma | j, l, m \rangle . \quad (4.8)$$

Da $\gamma \rightarrow \infty$ geht, ist der Exponentialfaktor hier 1, denn γ steht im Nenner des Exponenten (vgl. (2.33)). Obwohl für $\gamma \rightarrow \infty$ eigentlich auch $s_{J/\psi N} \rightarrow \infty$

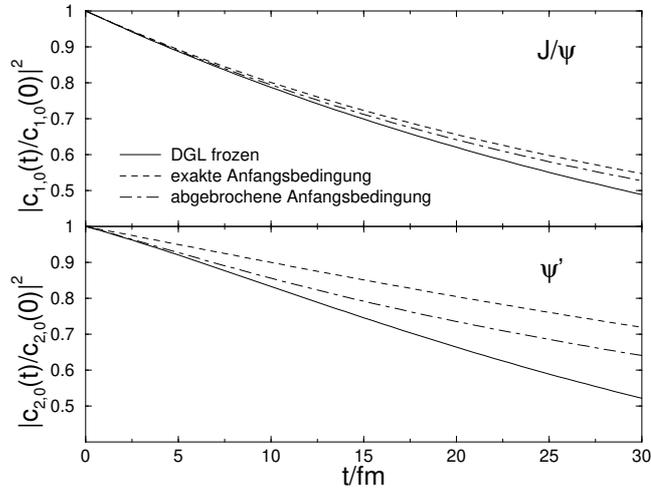


Abbildung 4.15: Rechnungen mit der Näherung $t_f \rightarrow \infty$ für J/ψ und ψ' . Als Anfangsbedingung wurde (I) mit $\alpha_1 = 0.97$ GeV gewählt.

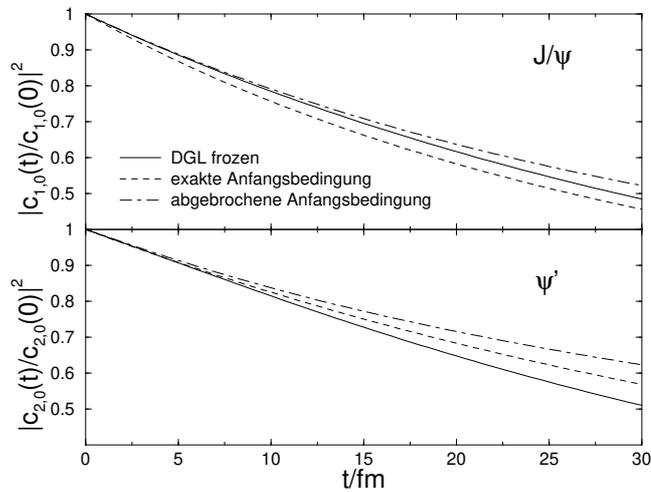


Abbildung 4.16: Rechnungen mit der Näherung $t_f \rightarrow \infty$ für J/ψ und ψ' . Als Anfangsbedingung wurde (II) mit $\alpha_2 = 1.33$ GeV gewählt.

gelten müßte (vgl. Kapitel 3.6), wird hier $s_{J/\psi N} = 100 \text{ GeV}^2$ gesetzt. Die Ergebnisse der „frozen-charmonium“ Näherung sind in Abb. 4.15 und in Abb. 4.16 für die beiden verschiedenen Anfangsbedingungen dargestellt. Man sieht, daß für J/ψ die drei Kurven sehr dicht beieinander liegen. pA Kollisionen decken maximal den Bereich $0 < t < 10 \text{ fm}/c$ ab. An der Stelle $t = 10 \text{ fm}/c$ weicht die Näherung mit der exakten Anfangsfunktion für Anfangsbedingung (I) nur um 5% von der Lösung des Gleichungssystem (4.8) ab, für Anfangsbedingung (II) sind es gerade mal 9% Abweichung. Es wurden also für die gewünschte Genauigkeit genügend Kanäle berücksichtigt.

Im Falle von ψ' ist die Übereinstimmung nicht mehr ganz so gut, aber immerhin noch akzeptabel. Bei Anfangsbedingung (I) beträgt die Abweichung der Näherung mit der exakten Anfangsfunktion von der Lösung des Systems (4.8) zwar 41%, aber für die realistischere Anfangsbedingung (II) sind es nur 11% für die exakte Anfangsbedingung. Allerdings ist unbekannt, wie realistisch Anfangsfunktion (II) ist.

4.7 EFFEKTIVE WIRKUNGSQUERSCHNITTE

Absorptionsprozesse werden oft durch effektive Wirkungsquerschnitte $\sigma_{eff}(t)$ beschrieben. Dabei liegt die Vorstellung zugrunde, daß das Prämeson sich mit der Zeit ausdehnt und damit seinen Absorptionsquerschnitt entsprechend vergrößert. Ein klassisches Bild ergäbe:

$$\sigma_{eff}(t) = \begin{cases} \sigma_0 + \sigma_1 \left(\frac{t}{t_f}\right)^2 & \text{für } t \leq t_f \\ \sigma_0 + \sigma_1 & \text{für } t > t_f \end{cases} \quad (4.9)$$

In dieser Arbeit wird die Ausdehnung durch gekoppelte Kanäle beschrieben. In diesem Fall kann man einen effektiven Wirkungsquerschnitt durch

$$|c_{n,l}(t)|^2 = |c_{n,l}(0)|^2 e^{-\int_0^t dt' \sigma_{eff}(t') \rho} \quad (4.10)$$

definieren. Dieser ist zeitabhängig. Abb. 4.17 zeigt den zeitlichen Verlauf des effektiven Wirkungsquerschnitts für J/ψ . Zu Beginn ist dieser klein, denn das $c\bar{c}$ -Paar ist bei seiner Produktion nahezu punktförmig. Während seiner Formationszeit nimmt der Radius des Charmoniums zu und deswegen wächst auch der Wirkungsquerschnitt quadratisch bis das $c\bar{c}$ die Größe des J/ψ erreicht hat. Leichte Oszillationen des effektiven Wirkungsquerschnitts stammen von Quanteninterferenzen.

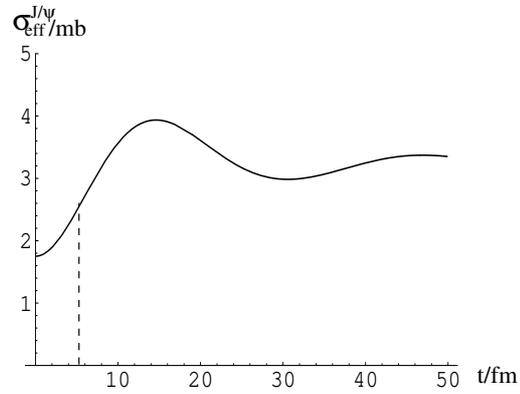


Abbildung 4.17: Zeitlicher Verlauf des effektiven Wirkungsquerschnitts für J/ψ . Die gestrichelte Linie gibt die Formationszeit t_f an.

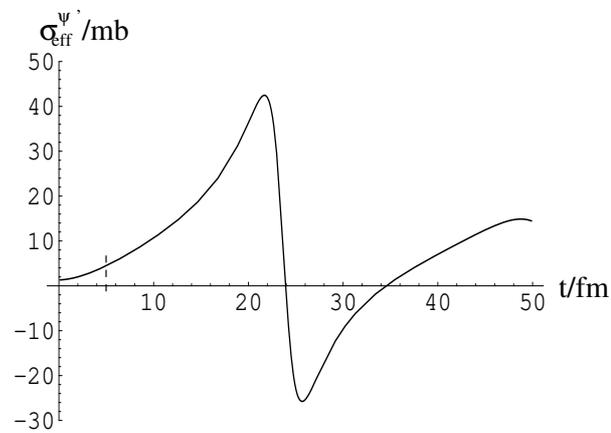


Abbildung 4.18: Zeitlicher Verlauf des effektiven Wirkungsquerschnitts für ψ' . Die gestrichelte Linie gibt die Formationszeit t_f an.

Abb. 4.18 zeigt dasselbe für ψ' . Da sich das ψ' aus demselben Anfangszustand entwickelt wie das J/ψ , beträgt auch hier der effektive Wirkungsquerschnitt 2 mb zur Zeit $t = 0$ und wächst quadratisch. Allerdings haben bei gewissen Werten von t Quanteninterferenzen jedoch so große Auswirkungen, daß der effektive Wirkungsquerschnitt zwischenzeitlich negativ wird. Das Konzept der Beschreibung durch effektive Wirkungsquerschnitte ist in diesem Fall also nicht sinnvoll.

Die Rechnungen in diesem Abschnitt wurden mit Anfangsbedingung (II) und $\gamma = 16$ durchgeführt. Als Dichte wurde $\rho_0 = 0.14 \text{ fm}^{-3}$ eingesetzt.

Kapitel 5

BERECHNUNG FÜR ENDLICHE KERNE UND VERGLEICH MIT DEM EXPERIMENT

In Kapitel 4 wurde die Charmonium-Unterdrückung in unendlich ausgedehnter Kernmaterie berechnet. In diesem Kapitel soll nun die Unterdrückung $S_A^\psi(x_F, \sqrt{s_{pp}})$ (siehe (2.13) und (2.37)) für endliche Kerne mit konstanter Dichte (3.33) als auch mit der Dichte nach Woods-Saxon (3.35) berechnet werden. Im letzteren Fall wird mit dem Experiment verglichen.

5.1 RECHENMETHODE

5.1.1 Berechnung der Unterdrückung bei konstanter Dichte

Ist die Dichte innerhalb des Atomkernes konstant, so ist $c_{n,l}(t; b_0, z_0)$ (siehe (2.33)) für alle Produktionspunkte (\vec{b}_0, z_0) bis zum Rand des Kernes gleich

und $c_{n,l}(\infty; b_0, z_0)$ ist nur abhängig von der Länge

$$L = \left(\sqrt{R_0^2 - b_0^2} - z_0 \right) \quad (5.1)$$

der Strecke, die das $c\bar{c}$ -Teilchen im Kern zurücklegt. Zum Lösen des Integrals (2.37) wird deswegen

$$\left| \frac{c_\psi(\infty; b_0, z_0)}{c_\psi(0; b_0, z_0)} \right|^2 = \left| \frac{c_\psi\left(\frac{L}{v}; b_0, z_0\right)}{c_\psi(0; b_0, z_0)} \right|^2 \quad (5.2)$$

gesetzt.

5.1.2 Berechnung der Unterdrückung bei der Dichte nach Woods-Saxon

In diesem Fall sind die Koeffizienten $c_{n,l}(t; b_0, z_0)$ auch von b_0 und z_0 abhängig, da das Dichteprofil für jeden möglichen Weg, den das Charmonium im Kern zurücklegt, verschieden sein kann. Zur Berechnung des Unterdrückungsfaktors (2.13) muß über alle möglichen Wege ($\vec{b}_0, z_0 + vt$) integriert werden. Um dies numerisch zu bewerkstelligen, wird ein Gitter programmiert, wobei jeder Gitterpunkt einen möglichen Produktionspunkt (\vec{b}_0, z_0) darstellt. Je feiner man das Gitter wählt, desto genauer ist die Rechnung. Daß das Ergebnis schon bei der relativ geringen Anzahl von 231 Gitterpunkten im Intervall¹ $-R - 10a < z_0 < R + 10a$ und $0 < b_0 < R + 10a$ konvergiert ist, merkt man daran, daß sich das Ergebnis nicht ändert, wenn die Anzahl der Gitterpunkte erhöht wird.

5.2 ERGEBNISSE IN ABHÄNGIGKEIT DER MASSENZAHL

Die Unterdrückung (2.13) hängt von der Massenzahl A des verwendeten Targets ab, von der Geschwindigkeit, mit der sich das Charmonium relativ zum Laborsystem bewegt gemessen in x_F (3.59) und von der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s_{pp}}$ pro Nukleon. Mißt man die Geschwindigkeit nicht in x_F sondern in

¹ $\rho(R + 10a)$ ist von der Größenordnung 10^{-8} GeV^3 , es ist also unwahrscheinlich, daß das Charmonium außerhalb des oben angegebenen Intervalls mit einem Nuklon stößt.

A	Werte bei konstanter Dichte			Werte bei der Dichte nach Woods-Saxon				Experiment
	R_0/fm	$\rho_{const}/\text{fm}^{-3}$	$\sqrt{\langle r^2 \rangle}/\text{fm}$	R/fm	a/fm	ρ_0/fm^{-3}	$\sqrt{\langle r^2 \rangle}/\text{fm}$	$\sqrt{\langle r^2 \rangle}/\text{fm}$
9	3.23	0.064	2.5	2.16	0.5	0.139	2.5	2.5
27	3.63	0.135	2.8	2.84	0.569	0.202	3.1	3.0
63	4.81	0.135	3.7	4.22	0.595	0.168	3.9	3.9
108	5.76	0.135	4.5	5.30	0.581	0.155	4.6	4.6
184	6.88	0.135	5.3	6.51	0.535	0.149	5.4	5.4
207	7.16	0.135	5.5	6.62	0.546	0.160	5.5	5.5

Tabelle 5.1: Parameter der Dichteverteilungen, mit denen die Ergebnisse in diesem Kapitel berechnet sind. In der letzten Spalte ist zum Vergleich der gemessene Ladungsradius der Kerne angegeben. Die Werte aus Spalte 5, 6 und 9 sind aus [23] entnommen, die Werte aus den restlichen Spalten sind berechnet.

γ (3.45), so entfällt die Abhängigkeit von der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s_{pp}}$ pro Nukleon.

$$S_A^\psi(x_F, \sqrt{s_{pp}}) = S_A^\psi(\gamma) \quad (5.3)$$

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse in Abhängigkeit von der Massenzahl A präsentiert.

5.2.1 Vergleich von konstanter Dichte und Dichte nach Woods-Saxon

Macht es einen Unterschied, ob die Dichte im Kern als konstant angenähert wird oder ob die Dichte nach Woods-Saxon, die mehr der Realität entspricht, benutzt wird? In Abb. 5.1 ist die Unterdrückung (2.13) für verschiedene Kerne berechnet. Die Rechnungen sind mit Anfangsbedingung (II) durchgeführt, und es ist $\gamma = 16$ gewählt. Die Kreise markieren Rechnungen mit konstanter Dichte und die Dreiecke geben die Unterdrückung berechnet mit der Dichte nach Woods-Saxon an. Gezeigt sind Ergebnisse für J/ψ , ψ' , " J/ψ " und χ_c . Die Skala auf der vertikalen Achse ist logarithmisch, auf der horizontalen Achse ist die dritte Wurzel aus der Massenzahl A aufgetragen. Tabelle 5.1 zeigt die Parameter, mit denen die Ergebnisse in Abb. 5.1 berechnet sind. Die Massenzahl des gewählten Targets wird mit A bezeichnet. Mit Ausnahme von Beryllium ($A = 9$) ist R_0 mit (3.34) berechnet, die Werte R und a sind aus [23] entnommen. Für Beryllium ist R_0 und R so gewählt, daß die

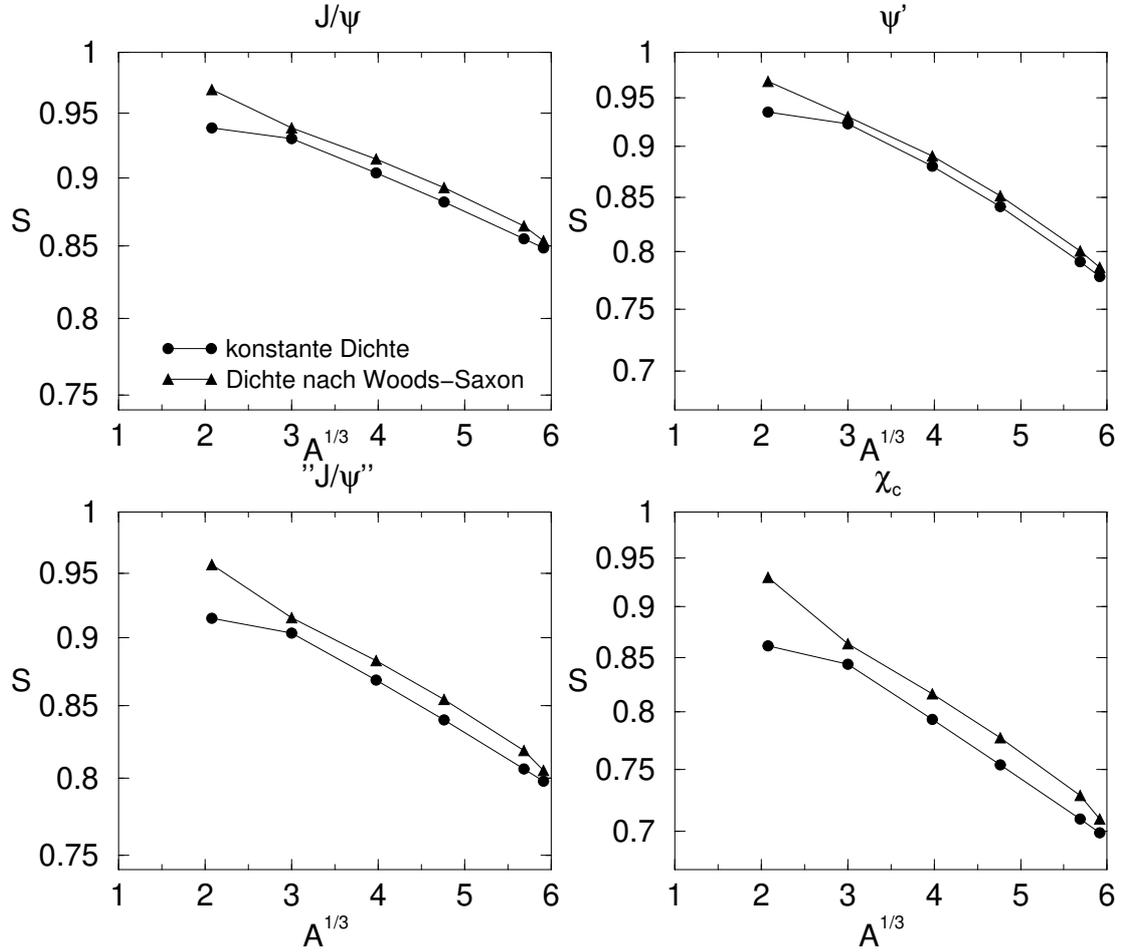


Abbildung 5.1: Berechnung der Unterdrückung (2.13) für verschiedene Kerne. Die Kreise markieren Rechnungen mit konstanter Dichte (3.33) und die Dreiecke geben die Unterdrückung berechnet mit der Dichte nach Woods-Saxon (3.35) an. Gezeigt sind Ergebnisse für J/ψ , ψ' , $'J/\psi''$ und χ_c . Die Rechnungen sind mit Anfangsbedingung (II) durchgeführt, und es ist $\gamma = 16$ gewählt. Die Skala auf der vertikalen Achse ist logarithmisch, auf der horizontalen Achse ist die dritte Wurzel aus der Massenzahl A aufgetragen.

Wurzel aus

$$\langle r^2 \rangle = \frac{1}{A} \int d\vec{r} \rho(\vec{r}) r^2 \quad (5.4)$$

mit dem in [23] angegebenen Wert (letzte Spalte von Tabelle 5.1) übereinstimmt. Für Beryllium ist a nicht angegeben. Da dieser Wert für alle anderen Kerne in der Größenordnung 0.5 fm liegt, wird in dieser Arbeit dieser Wert auch für Beryllium benutzt. Auch für Silber ($A = 108$) enthält [23] keine Angaben für R und a . In diesem Fall werden die Werte des benachbarten Palladiums ($A = 110$) benutzt. Die Dichte $\rho(\vec{r})$ ist sowohl im konstanten Fall (3.33) als auch nach Woods-Saxon (3.35) so normiert, daß (3.36) gilt. Damit ergibt sich

$$\rho_{const}(r) = \frac{3A}{4\pi R_0^3} \theta(R_0 - r) \quad (5.5)$$

und für ρ_0 aus

$$\rho_{WS}(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}} \quad (5.6)$$

ergibt sich

$$\rho_0 = \frac{A}{\int d\vec{r} (1 + \exp(\frac{r-R}{a}))^{-1}}. \quad (5.7)$$

Schaut man sich Abb. 5.1 an, so fällt auf, daß die Rechnungen mit konstanter Dichte eine größere Unterdrückung liefern als die Rechnungen mit der Dichte nach Woods-Saxon. Die Differenz zwischen den beiden verschiedenen Dichten ist am größten bei Beryllium und am kleinsten bei Blei. Dies wird verständlich, wenn man sich Abb. 5.2 betrachtet. Dort sieht man den Verlauf der Dichte nach Woods-Saxon (5.6) und im Vergleich dazu die konstante Dichte (5.5) für die beiden Atomkerne Beryllium ($A = 9$) und Wolfram ($A = 184$). Auf der horizontalen Achse ist der Abstand r in fm vom Mittelpunkt des Kernes angegeben und auf der vertikalen Achse die Dichte $\rho(r)$ in fm^{-3} . Im Fall von Wolfram läßt sich die Dichte nach Woods-Saxon relativ gut durch eine Theta-Funktion nähern. Das erklärt die gute Übereinstimmung der Unterdrückung S_A^ψ zwischen der Rechnung mit konstanter Dichte und der Rechnung mit der Dichte nach Woods-Saxon bei großen Kernen. Die Näherung der Dichte von Woods-Saxon durch eine konstante Dichte wird umso schlechter, je kleiner der Atomkern. Bei Beryllium sind in Abb. 5.2 schließlich keinerlei Ähnlichkeiten mehr zwischen dem Verlauf der beiden Dichten erkennbar.

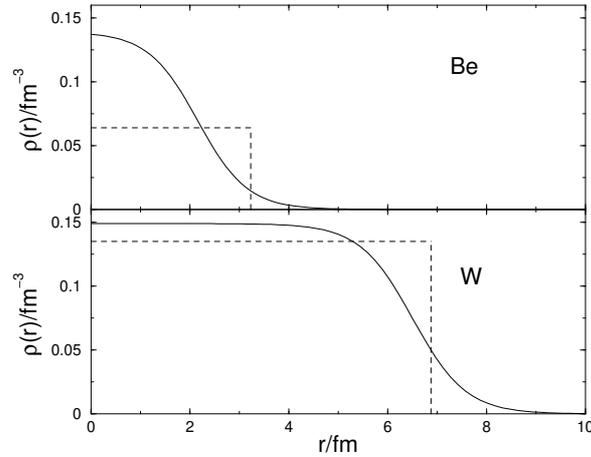


Abbildung 5.2: Vergleich des Verlaufs der konstanten Dichte (5.5) und der Dichte nach Woods-Saxon (5.6) für die beiden Atomkerne Beryllium ($A = 9$) und Wolfram ($A = 184$). Auf der horizontalen Achse ist der Abstand r in fm vom Mittelpunkt des Kernes angegeben und auf der vertikalen Achse die Dichte $\rho(r)$ in fm^{-3} .

Extrapoliert man in Abb. 5.1 die Kurven für die Unterdrückung, berechnet mit der Dichte nach Woods-Saxon, hin zu kleinen Kernen, so erhält man für Protonen ($A = 1$) keine Unterdrückung ($S = 1$). Dies entspricht der Erwartung, denn in pp Kollisionen werden die beiden vorhandenen Protonen zur Produktion von $c\bar{c}$ gebraucht, es bleiben keine Nukleonen übrig, die das Charmonium absorbieren könnten.

5.2.2 Ergebnisse mit der Dichte nach Woods-Saxon für unterschiedliche Lorentz-Faktoren

In diesem Abschnitt werden Ergebnisse gezeigt, die mit Anfangsbedingung (II) und der Dichte nach Woods-Saxon berechnet sind. Die Rechnungen sind für verschiedene Werte von γ durchgeführt. Abb. 5.3 zeigt Rechnungen für direkt produziertes J/ψ . Auf der vertikalen Achse ist die Unterdrückung $S_A^{J/\psi}(\gamma)$ in Abhängigkeit von A aufgetragen, wobei die Skala logarithmisch ist und auf der horizontalen Achse ist der Logarithmus der Massenzahl A . Die verschiedenen Symbole bezeichnen Ergebnisse für verschiedene Werte von γ . Auch hier ist der in etwa exponentielle Abfall zu sehen, der schon bei der

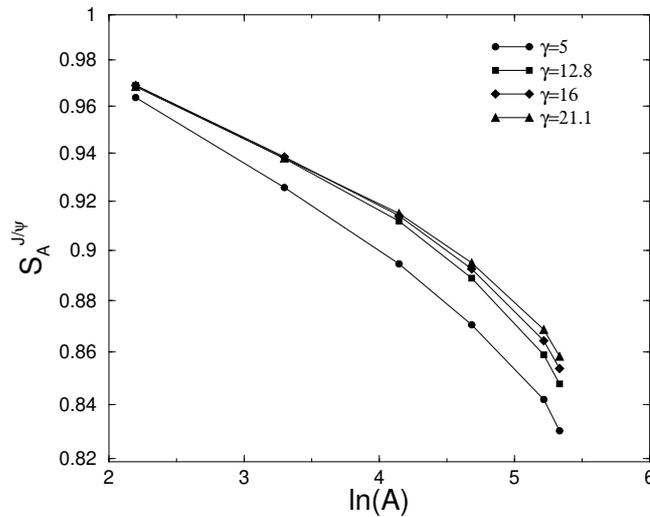


Abbildung 5.3: Unterdrückung $S_A^{J/\psi}$ für verschiedene Atomkerne A und unterschiedliche Werte von γ . Der Maßstab auf der vertikalen Achse ist logarithmisch, auf der horizontalen Achse ist der Logarithmus der Massenzahl A aufgetragen.

Diskussion von $|c_{1,0}(t; b_0, z_0)/c_{1,0}(0; b_0, z_0)|^2$ aufgefallen ist (vgl. Abb. 4.1 und Abb. 4.2).

Man sieht, je größer der Kern, desto größer ist auch die Unterdrückung des J/ψ . Dies ist verständlich, denn je größer der Atomkern, desto größer ist im Mittel auch der Weg, den das Charmonium zurücklegen muß, um den Kern zu verlassen, und mit der Länge des Weges nimmt auch die Wahrscheinlichkeit zu, eine Kollision mit einem Nukleon zu erleiden. Ferner nimmt die Unterdrückung mit zunehmendem γ ab. Das ist ein Effekt der Formationszeit. Das ursprünglich produzierte $c\bar{c}$ -Paar ist kleiner als das J/ψ , hat also auch einen kleineren Absorptionswirkungsquerschnitt. Im Laborsystem entwickelt sich das ursprüngliche $c\bar{c}$ -Paar zum J/ψ umso langsamer, je größer γ ist.

In Abb. 5.4 ist das Gleiche für χ_c aufgetragen. Da es noch keine Messungen für χ_c gibt, diese jedoch von der HERA B Kollaboration am Desy geplant sind [25], kann man Abb. 5.4 als Vorhersage über die Unterdrückung (2.13) des χ_c betrachten. Wie nicht anders erwartet, nimmt auch hier die Unterdrückung bei zunehmender Größe des Atomkernes zu. Die Kurve für χ_c verläuft jedoch viel steiler als jene für J/ψ (vgl. Abb. 5.3). Das bedeutet, daß

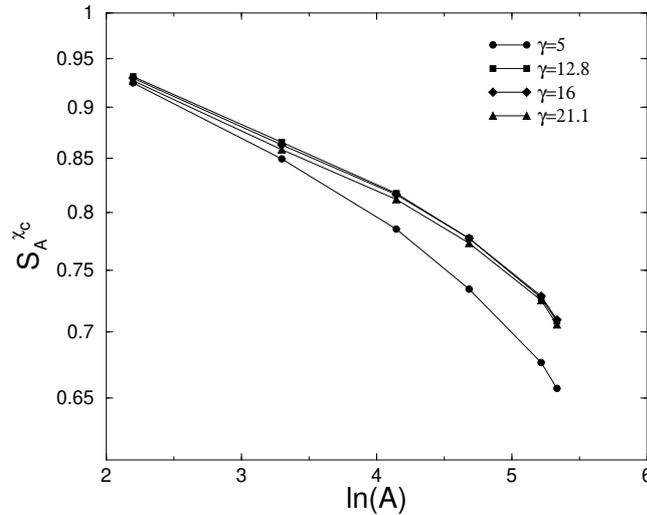


Abbildung 5.4: Die Unterdrückung $S_A^{\chi_c}$ für verschiedene Atomkerne A und unterschiedliche Werte von γ . Der Maßstab auf der vertikalen Achse ist logarithmisch, auf der horizontalen Achse ist der Logarithmus der Massenzahl A aufgetragen.

die Wahrscheinlichkeit, daß χ_c auf dem Weg aus dem Kern in einer Kollision mit einem Nukleon zerstört wird, viel größer ist, als für J/ψ . Desweiteren sieht man in dieser Abbildung, daß auch hier bei $\gamma = 5$ die Unterdrückung am stärksten ist, die monotone Abnahme der Unterdrückung, wie wir sie in Abb. 5.3 für J/ψ gesehen haben, läßt sich hier jedoch nicht beobachten. Eine Erklärung dafür wird in Abschnitt 5.3 gegeben, denn dort ist der Effekt wegen der Auftragung der Unterdrückung gegen x_F besser sichtbar.

Indem man sich den Verlauf von $|c_{n,l}(t)/c_{n,l}(0)|^2$ für verschiedene Werte von γ anschaut, kann man Rückschlüsse auf den Verlauf von $S_A^\psi(\gamma)$ ziehen. Dies gilt für alle Werte von n und l .

Eine sehr breite Auffächerung der Kurven mit unterschiedlichem γ ist in Abb. 5.5 im Falle von ψ' zu sehen. Dies folgt aus den großen Formationszeiteffekten (vgl. Abb. 4.3 und Abb. 4.4). Oszillationen sind in Abb. 5.5 jedoch keine zu erkennen, da selbst für Blei die Strecke, die das Charmonium im Mittel im Kern zurücklegt, so klein ist, daß es sich sogar für $\gamma = 5$ noch innerhalb der ersten Oszillation befindet. Daß hier die Unterdrückung mit wachsendem γ abnimmt, sieht man schon in Abb. 4.3: Je größer γ , desto geringer ist der Absolutwert der Steigung von $|c_{2,0}(t)/c_{2,0}(0)|^2$, wenn man sich

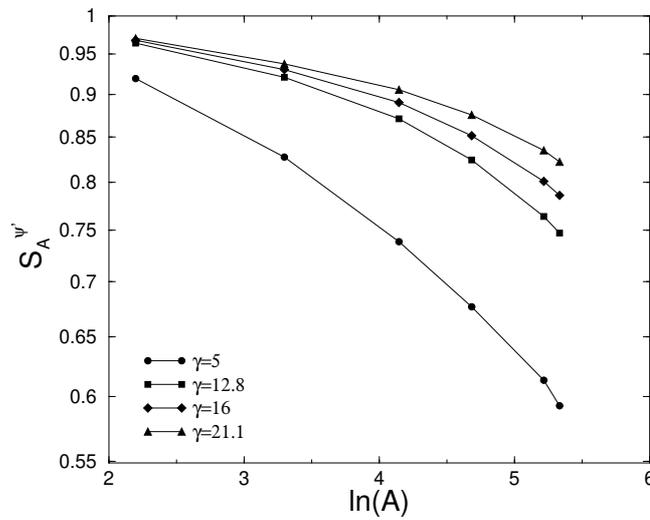


Abbildung 5.5: Unterdrückung $S_A^{\psi'}$ für verschiedene Atomkerne A und unterschiedliche Werte von γ . Der Maßstab auf der vertikalen Achse ist logarithmisch, auf der horizontalen Achse ist der Logarithmus der Massenzahl A aufgetragen.

auf Zeiten beschränkt, die so klein sind, daß sich $|c_{2,0}(t)/c_{2,0}(0)|^2$ vom kleinsten γ -Wert noch in der ersten Oszillation befindet, wie es bei Atomkernen bis zu Blei der Fall ist. Da alle Kurven bei $|c_{2,0}(t)/c_{2,0}(0)|^2 = 1$ beginnen, ist die Unterdrückung geringer, je größer γ ist. Dies ist wieder der schon bei J/ψ beobachtete Effekt der Formationszeit. Je langsamer die Eigenzeit des $c\bar{c}$ im Vergleich zur Zeit im Laborsystem verläuft, desto langsamer dehnt sich das Charmonium bei der Durchquerung des Kerns aus. Je kleiner das Charmonium jedoch ist, desto geringer ist auch die Wahrscheinlichkeit, absorbiert zu werden.

In Abb. 5.6 ist schließlich die Unterdrückung für das " J/ψ " gezeichnet, in dem auch die Zerfälle aus χ_c und ψ' mit einberechnet sind. Dieses Bild zeigt keine wesentlichen Unterschiede von Abb. 5.3, nur die Skalierung der vertikalen Achse ist eine andere. Dies folgt daraus, daß die Unterdrückung für χ_c und ψ' , die soviel stärker ist, als die für J/ψ , auch noch mit einght.

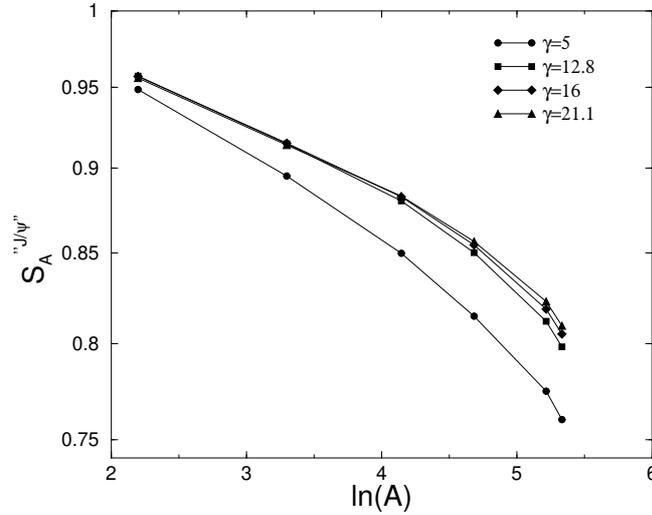


Abbildung 5.6: Unterdrückung $S_A^{J/\psi}$ für verschiedene Atomkerne A und unterschiedliche Werte von γ . Der Maßstab auf der vertikalen Achse ist logarithmisch, auf der horizontalen Achse ist der Logarithmus der Massenzahl A aufgetragen.

5.3 ERGEBNISSE IN ABHÄNGIGKEIT VON x_F

In diesem Abschnitt ist die Unterdrückung $S_A^\psi(x_F, \sqrt{s_{pp}})$ durch den Exponenten α (2.16)

$$S_A^\psi(x_F, \sqrt{s_{pp}}) = A^{\alpha(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A)} \quad (5.8)$$

$$\Leftrightarrow \alpha(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A) = 1 + \frac{\ln(S_A^\psi(x_F, \sqrt{s_{pp}}))}{\ln(A)} \quad (5.9)$$

aufgetragen und in Abhängigkeit von x_F (3.59) dargestellt. Für die Umrechnung ist eine Energie von 800 GeV/Nukleon der einfallenden Protonen im Laborsystem angenommen. Alle dargestellten Rechnungen sind mit Anfangsbedingung (II) durchgeführt, für die Dichte wird (5.6) (Woods-Saxon) benutzt.

In Abb. 5.7 ist der Exponent α (5.9) der Unterdrückung von J/ψ gegen x_F aufgetragen. Die untere Kurve entspricht einem Wolframtarget, die mittlere Kurve Kupfer und die obere Beryllium. Bei dem Fit von $S_A^\psi(x_F, \sqrt{s_{pp}})$ -Daten für verschiedene Kerne wird oft die A^α -Parametrisierung benutzt, wobei man

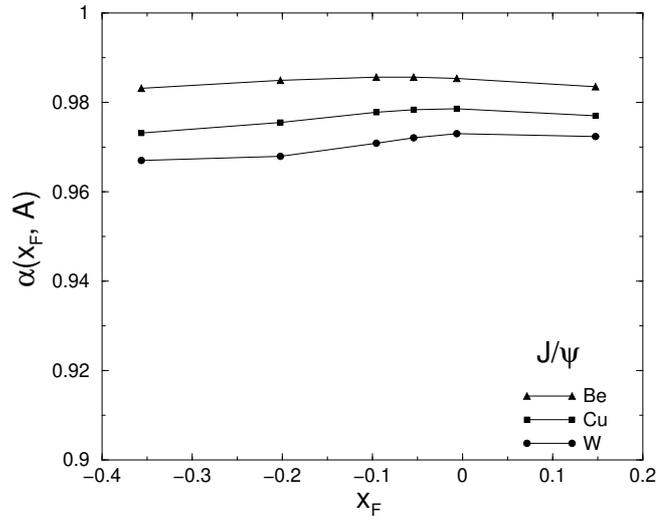


Abbildung 5.7: Abhängigkeit der Unterdrückung von direkt produziertem J/ψ von x_F . Statt der Unterdrückung $S_A^{J/\psi}(x_F, \sqrt{s_{pp}})$ ist hier der Exponent $\alpha(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A)$ aufgetragen. Die Rechnungen sind für Wolfram, Kupfer und Beryllium durchgeführt.

annimmt, daß α *nicht* von A abhängt. Diese Rechnungen zeigen, daß diese Annahme nicht zutrifft. Wie schon in Abb. 4.1 und Abb. 5.3 festgestellt, sieht man in Abb. 5.7 auch, daß die Formationszeiteffekte bei J/ψ sehr gering sind, denn die drei Kurven $\alpha(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A)$ verlaufen fast horizontal, d.h. fast keine Abhängigkeit von x_F .

Abb. 5.8 zeigt $\alpha(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A)$ für ψ' . Im Gegensatz zu J/ψ sind hier die Formationszeiteffekte groß. Dies ist an der großen Steigung von $\alpha(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A)$ erkennbar. Auch das konnte man schon in Abb. 4.3 und Abb. 5.5 sehen. In Abb. 5.8 ist zusätzlich zu sehen, daß die Empfindlichkeit von $\alpha(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A)$ vom Target für kleine Werte von x_F viel größer ist, als für große Werte von x_F .

Der Exponent $\alpha(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A)$ für χ_c ist in Abb. 5.9 zu sehen. Mit zunehmendem x_F wächst zuerst auch $\alpha(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A)$, erreicht dann ein Maximum und wird danach wieder geringer. Dies war schon in Abb. 5.4 zu sehen. Dort fiel auf, daß die Unterdrückung $S_A^{\chi_c}$ nicht monoton mit wachsendem γ abnahm, sondern für große Werte von γ (dies entspricht großen Werten von x_F) wieder zunahm. Die Ursache dafür sind zwei gegen einander wirkende Effekte. Zum einen steigt die Wahrscheinlichkeit, absorbiert zu werden mit

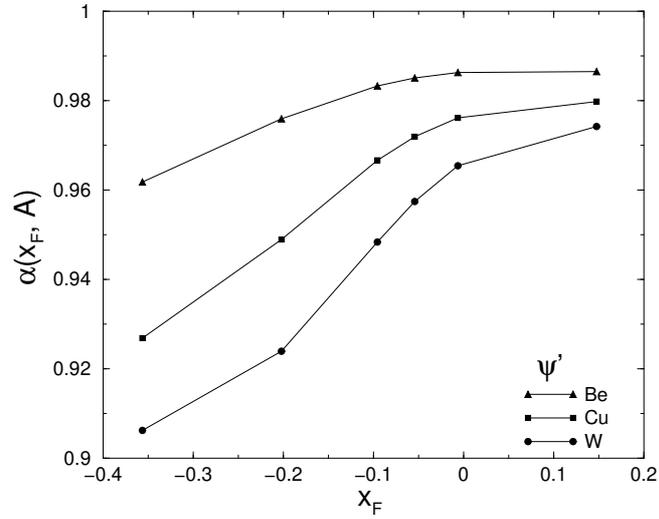


Abbildung 5.8: Abhängigkeit der Unterdrückung von ψ' von x_F . Statt der Unterdrückung $S_A^{\psi'}(x_F, \sqrt{s_{pp}})$ ist hier der Exponent $\alpha(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A)$ aufgetragen. Die Rechnungen sind für Wolfram, Kupfer und Beryllium durchgeführt.

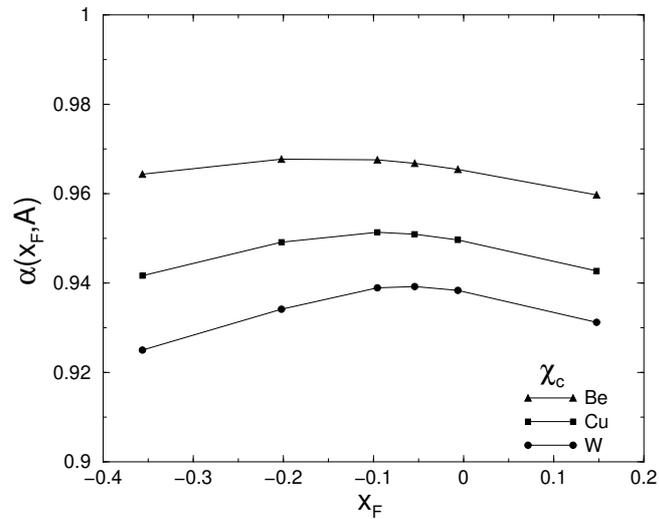


Abbildung 5.9: Abhängigkeit der Unterdrückung von χ_c von x_F . Statt der Unterdrückung $S_A^{\chi_c}(x_F, \sqrt{s_{pp}})$ ist hier der Exponent $\alpha(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A)$ aufgetragen. Die Rechnungen sind für Wolfram, Kupfer und Beryllium durchgeführt.

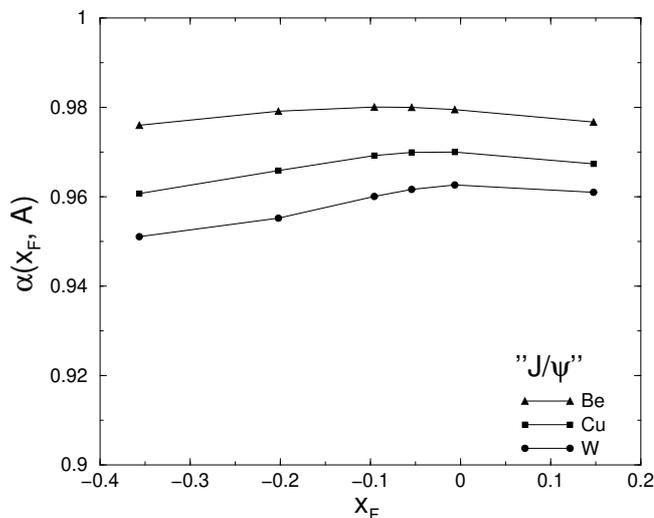


Abbildung 5.10: Abhängigkeit der Unterdrückung von " J/ψ " von x_F . Statt der Unterdrückung $S_A^{J/\psi}(x_F, \sqrt{s_{pp}})$ ist hier der Exponent $\alpha(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A)$ aufgetragen. Die Rechnungen wurden für Wolfram, Kupfer und Beryllium durchgeführt.

zunehmendem transversalem Radius (vgl. Abb. 3.8). Je kleiner der γ -Faktor, desto schneller wird das $c\bar{c}$ größer während seiner Durchquerung des Kerns, denn in Einheiten seiner Eigenzeit hält es sich bei kleinen Werten von γ länger im Kern auf als bei großen und hat somit auch mehr Zeit, sich auszudehnen. Dieser Effekt ist verantwortlich für den Abfall von $\alpha(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A)$ zu negativen x_F -Werten hin. Wäre das der einzige Effekt, der hier eine Rolle spielt, so sollte $\alpha(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A)$ mit zunehmendem x_F eine Sättigung erreichen, nämlich dann, wenn das Charmonium so schnell durch den Kern fliegt, daß es keine Zeit hat, sich auszudehnen. Schaut man sich die Matrixelemente in Kapitel 3.5 an, so fällt auf, daß deren Betrag mit wachsendem γ ebenfalls zunimmt. D.h. mit wachsendem γ und damit mit wachsendem x_F wird der Wirkungsquerschnitt größer, was die Absorption erhöht. Aus diesem Grund erreicht $\alpha(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A)$ bei positiven x_F -Werten keine Sättigung, sondern wird wieder kleiner.

Der hier diskutierte Effekt ist bereits in Abb. 5.7 beim J/ψ zu sehen, doch ist er dort bei weitem nicht so ausgeprägt wie beim χ_c . Dies liegt daran, daß die Differenz

$$|\langle n|\sigma(\gamma_1)|m\rangle - \langle n|\sigma(\gamma_2)|m\rangle| \text{ mit } \gamma_1 \neq \gamma_2 \quad (5.10)$$

für die S -Matrixelemente des J/ψ und ψ' (vgl. Kapitel 3.5) viel kleiner ist als für die entsprechenden P -Matrixelemente des χ_c bei den selben Werten von γ_1 und γ_2 und die $x_F(\gamma)$ -Abhängigkeit von $\alpha(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A)$ in erster Näherung proportional zu den Matrixelementen $\langle n|\sigma(\gamma)|m \rangle$ ist.

Vergleicht man Abb. 5.10 ($\alpha(x_F, A)$ für " J/ψ'' ") mit Abb. 5.7, so fällt auf, daß für gefüttertes " J/ψ'' " im Vergleich mit direkt produziertem sowohl die Unterdrückung, als auch die Steigung größer sind. Dies erklärt sich dadurch, daß bei " J/ψ'' " durch die Zerfälle von ψ' und χ_c auch noch deren Unterdrückung und Formationszeiteffekte eine Rolle spielen, die – wie wir in den beiden vorangegangenen Abbildungen gesehen haben – wesentlich größer sind, als für direkt produziertes J/ψ .

5.4 VERGLEICH MIT DEM EXPERIMENT

In diesem Abschnitt wird die Unterdrückung S_A^ψ , die mit der Dichte nach Woods-Saxon und der Anfangsfunktion (II) berechnet ist, mit experimentellen Werten verglichen.

In Abb. 5.11 wird die Targetabhängigkeit des " J/ψ'' " mit experimentellen Werten aus [26] verglichen. Die experimentellen Daten wurden von der NA50 Kollaboration in pA Kollisionen bei einer Energie der einfallenden Protonen von 450 GeV im Laborsystem gemessen. Für die experimentellen Werte ist $-0.4 < y^{cm} < 0.6$ als Akzeptanz des Detektors angegeben. Dies entspricht $11 < \gamma < 30$. Bei den experimentellen Werten ist nicht die Unterdrückung $S_A^{J/\psi''}$ gegen $\ln(A)$ aufgetragen, sondern der Wirkungsquerschnitt pro Nukleon $\sigma(J/\psi'')/A$ in nb multipliziert mit dem Branching Ratio $B_{\mu\mu}$ des J/ψ 's nach Myonen (3.10). Diese Größe $B_{\mu\mu}\sigma(J/\psi'')/A$ unterscheidet sich um eine Konstante von der Unterdrückung $S_A^{J/\psi''}$. Um dieser Konstanten Rechnung zu tragen, wird jeder experimentelle Wert durch den berechneten Wert mit dem selben A und $\gamma = 16$ ($\gamma = 16$ entspricht $y_{J/\psi}^{cm} = -0.05$) dividiert. Aus diesen fünf Werten wird der Durchschnitt gebildet und anschließend wird jeder berechnete Wert mit diesem Durchschnitt, welcher den Wert 5.345 hat, multipliziert. In Abb. 5.11 geben die Kreuze mit den Fehlerbalken die experimentell gemessenen Daten an, die großen Punkte sind berechnete Werte für $\gamma = 16$ und die kleinen Punkte sind mit $\gamma = 12.8$ und $\gamma = 21.1$ berechnet. Diese wurden zusätzlich eingezeichnet, damit man abschätzen kann, wie groß die Variation mit γ ist.

Abb. 5.11 zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Expe-

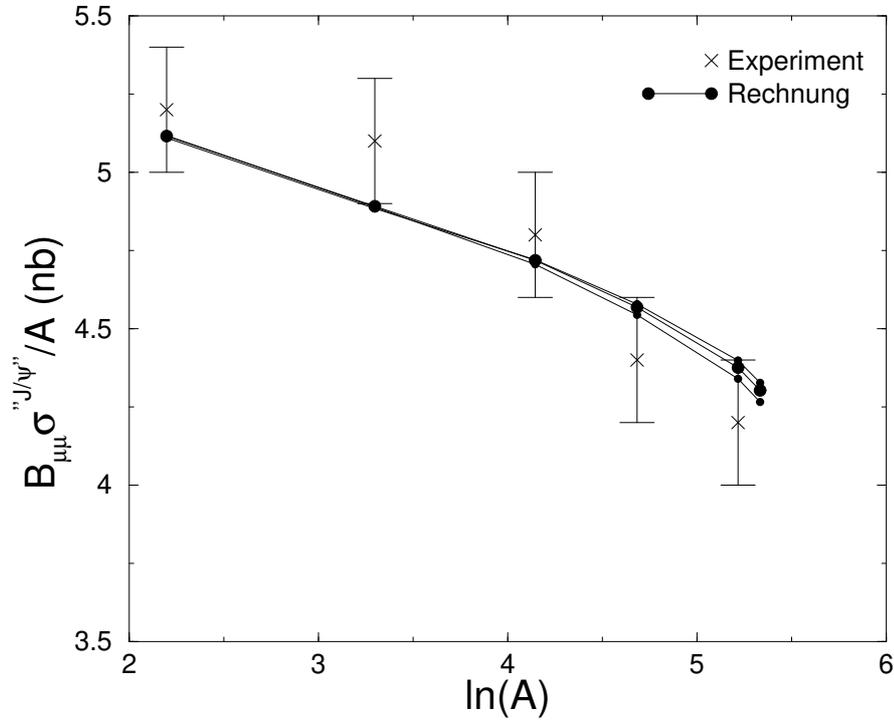


Abbildung 5.11: Vergleich der Targetabhängigkeit des Produktionswirkungsquerschnittes von $''J/\psi''$ mit experimentellen Werten aus [26]. Die experimentellen Daten sind von der NA50 Kollaboration in pA Kollisionen bei einer Energie der einfallenden Protonen von 450 GeV im Laborsystem gemessen. Die Akzeptanz des Detektors ist $-0.4 < y^{cm} < 0.6$. Auf der vertikalen Achse ist der Wirkungsquerschnitt pro Nukleon $\sigma(''J/\psi'')/A$ in nb multipliziert mit dem Branching Ratio $B_{\mu\mu}$ des J/ψ 's nach Myonen (3.10) aufgetragen. Auf der horizontalen Achse ist der Logarithmus der Massenzahl A aufgetragen. Die Größe $B_{\mu\mu}\sigma(''J/\psi'')/A$ unterscheidet sich um eine Konstante von der Unterdrückung $S_A^{''J/\psi''}$. Mit einer Normierungskonstanten sind die Rechnungen an die Daten angepaßt. Die Kreuze mit den Fehlerbalken geben die experimentell gemessenen Daten an, die großen Punkte sind berechnete Werte für $\gamma = 16$ und die kleinen Punkte sind mit $\gamma = 12.8$ und $\gamma = 21.1$ berechnet. Dies entspricht $y_{J/\psi}^{cm} = -0.25$ und $y_{J/\psi}^{cm} = +0.25$.

riment. Bei beiden nimmt die Unterdrückung mit der Größe des Kernes zu und die berechneten Werte liegen innerhalb der Fehlerbalken. Allerdings deutet sich in den experimentellen Werten eine mögliche andere Abhängigkeit von A an, als die in dieser Arbeit berechnete. Weiterhin ist anzumerken, daß auch in [27] experimentelle Werte angegeben sind, bei denen $B_{\mu\mu}\sigma("J/\psi")/A$ gegen A aufgetragen ist, die sich jedoch minimal von den in [26] angegebenen Werten unterscheiden, obwohl sie sich auf das selbe Experiment beziehen und man wohl die endgültigen Werte der Daten abwarten muß.

In Abb. 5.12 ist Entsprechendes für ψ' aufgetragen. Die Daten sind wieder an den Kreuzen mit den Fehlerbalken zu erkennen und aus [26] entnommen. Auch hier gibt es das Problem mit der Eindeutigkeit der Daten, da in [27] Daten angegeben sind, die von denen in [26] abweichen, die jedoch auch von der NA50 Kollaboration bei einer Energie der einfallenden Protonen von 450 GeV im Laborsystem gemessen sind.

Die Skalierung der berechneten Werte erfolgt auf die gleiche Weise wie für " J/ψ ". Hier beträgt der Faktor, mit dem die theoretisch berechnete Unterdrückung ((2.37) in (2.13)) multipliziert ist, 0.088 und ist wieder mit den Werten bei $\gamma = 16$ gewonnen, die durch große Punkte in der Abbildung dargestellt sind. Die kleinen Punkte entsprechen γ -Werten von 12.8 bzw. 21.1. Wie schon in den Abbildungen 4.3, 5.5 und 5.8 zu sehen ist, ist die Änderung der Unterdrückung mit γ bei ψ' wesentlich größer wie bei " J/ψ ".

Es liegt eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment vor, denn die theoretisch berechneten Werte in Abb. 5.12 liegen weitgehend innerhalb der Fehlerbalken.

Abb. 5.13 zeigt einen Vergleich von experimentell gemessenen und theoretisch berechneten Werten $\alpha(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A)$ in Abhängigkeit von x_F . Es ist das Verhältnis der Unterdrückung von Wolfram relativ zu Beryllium dargestellt, d.h. $\alpha(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A)$ berechnet sich nach der Formel

$$\alpha(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A) = 1 + \frac{\ln\left(\frac{S_W^\psi}{S_{Be}^\psi}\right)}{\ln\left(\frac{184}{9}\right)}. \quad (5.11)$$

Das obere Bild von Abb. 5.13 zeigt die Unterdrückung in der $\alpha(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A)$ -Parametrisierung für ψ' , das untere die für " J/ψ ". Die Kreuze mit den Fehlerbalken geben die experimentellen Werte an. Diese sind aus [28] entnommen und stammen von pA Kollisionen, bei denen das einfallende Proton eine Energie von 800 GeV hatte. Die Punkte stehen für die theoretisch berechneten Werte. Im Bereich $x_F < -0.065$ gibt es noch keine Messungen. Al-

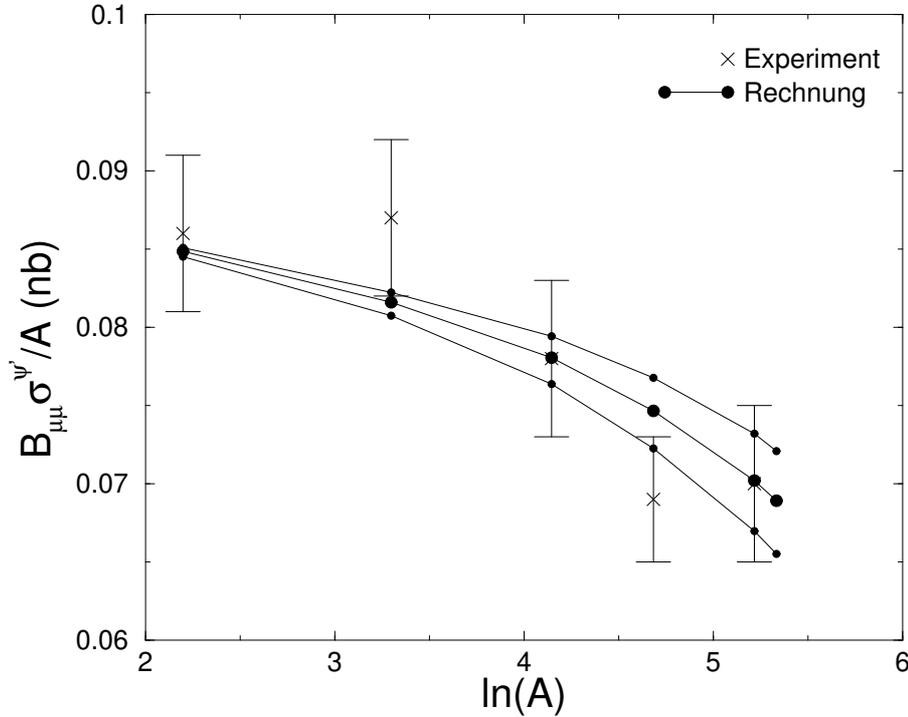


Abbildung 5.12: Vergleich der Targetabhängigkeit des Produktionswirkungsquerschnittes von ψ' mit experimentellen Werten aus [26]. Die experimentellen Daten sind von der NA50 Kollaboration in pA Kollisionen bei einer Energie der einfallenden Protonen von 450 GeV im Laborsystem gemessen. Die Akzeptanz des Detektors ist $-0.4 < y^{cm} < 0.6$. Auf der vertikalen Achse ist der Wirkungsquerschnitt pro Nukleon $\sigma(\psi')/A$ in nb multipliziert mit dem Branching Ratio $B_{\mu\mu}$ des ψ' nach Myonen (3.11) aufgetragen. Auf der horizontalen Achse ist der Logarithmus der Massenzahl A aufgetragen. Die Größe $B_{\mu\mu}\sigma(\psi')/A$ unterscheidet sich um eine Konstante von der Unterdrückung $S_A^{\psi'}$. Mit einer Normierungskonstanten sind die Rechnungen an die Daten angepaßt. Die Kreuze mit den Fehlerbalken geben die experimentell gemessenen Daten an, die großen Punkte sind berechnete Werte für $\gamma = 16$ und die kleinen Punkte sind mit $\gamma = 12.8$ und $\gamma = 21.1$ berechnet. Dies entspricht $y_{\psi}^{cm} = -0.25$ und $y_{\psi}^{cm} = +0.25$.

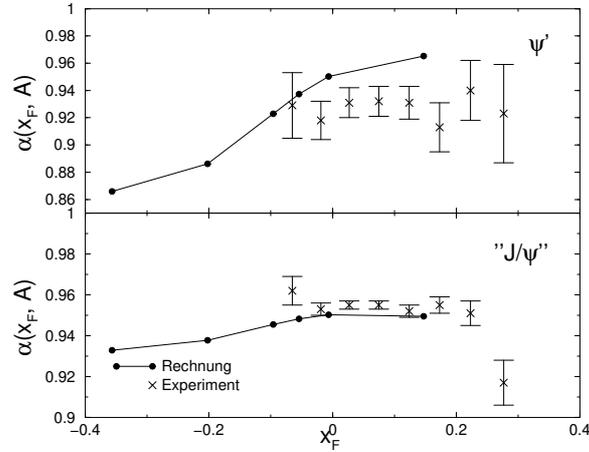


Abbildung 5.13: Vergleich von experimentell gemessenen und theoretisch berechneten Werten $\alpha(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A)$ (5.8) in Abhängigkeit von x_F . Das obere Bild gibt die Daten für ψ' an, das untere die für $"J/\psi"$. Die Daten sind aus [28] entnommen und stammen von pA Kollisionen bei einer Energie von 800 GeV und sind aus dem Verhältnis pW zu pBe berechnet.

lerdings plant auch hier die HERA B Kollaboration Messungen der $"J/\psi"$ - und ψ' -Unterdrückung bei negativen Werten von x_F [25]. Aufgrund der berechneten Werte für $\alpha(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A)$ kann man deshalb vorhersagen, daß die Unterdrückung für kleine Werte von x_F oder γ zunimmt. Die Erklärung für dieses Verhalten wurde bereits in Abschnitt 5.3 bei der Besprechung von Abb. 5.9 gegeben.

Für $x_F > 0$ liegen die theoretisch berechneten Werte im Fall von $"J/\psi"$ etwa eine Standardabweichung unter den experimentellen Daten. Im Fall von ψ' liegt keine Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment vor, es wurde in diesem Bereich eine relativ konstante Unterdrückung gemessen, wohingegen die Unterdrückung der theoretisch berechneten Werte mit zunehmendem x_F abnimmt. Diese Diskrepanz ist noch unverstanden und zu einer Erklärung bedarf es weiterer Forschung in Theorie und Experiment.

Kapitel 6

ZUSAMMENFASSUNG

In dieser Arbeit wurde ein Modell aufgestellt, das die Unterdrückung von J/ψ , ψ' und χ_c in Proton-Kern Kollisionen beschreibt.

Als Ausgangspunkt wurde die Schrödingergleichung genommen, in welcher als Potential eine Summe aus einem reellen Potential, das die Wechselwirkung zwischen Charm- und Anticharmquark beschreibt, und einem imaginären Potential, welches die Absorption von Charmonia durch Stöße mit Nukleonen modelliert, eingesetzt wurde. An relativistischen Effekten wurde nur die Lorentzkontraktion durch Einführung eines Lorentz-Faktors berücksichtigt. Der Farbsinglett-Zustand $[c\bar{c}]_1$ war Anfangszustand der Rechnungen. Dieser wurde durch eine Wellenfunktion beschrieben.

Die Schrödingergleichung wurde mit der Methode gekoppelter Kanäle gelöst, indem die Wellenfunktion des Charmoniums nach Eigenfunktionen eines Hamiltonoperators, dessen Potential nur den reellen Teil obigen Potentials beinhaltet, entwickelt wurde. Dies führte auf ein System gekoppelter Differentialgleichungen für die Koeffizienten der Entwicklung, das numerisch gelöst werden konnte.

Bei den S -Zuständen (J/ψ , ψ') wurde die Abhängigkeit der Koeffizienten von der Anfangsbedingung untersucht. Dazu wurde das System gekoppelter

Differentialgleichungen für verschiedene Anfangsfunktionen gelöst. Es stellte sich heraus, daß die Koeffizienten zwar abhängig von der Größe des Anfangswellenpakets sind, fixierte man den freien Parameter jedoch auf das aus Experimenten bekannte Verhältnis zwischen dem Koeffizienten des Grundzustands und dem des ersten angeregten Zustands, so war der Unterschied zwischen den Anfangsfunktionen verschiedener Form vernachlässigbar.

Durch Auftragung des Absolutquadrats der Koeffizienten in Kernmaterie gegen die Zeit konnten Absorptions- und Interferenzprozesse (letztere resultieren aus der Kopplung der Kanäle) beobachtet werden. Für ψ' waren deutliche Formationszeiteffekte sichtbar, wohingegen beim J/ψ ein exponentielles Absorptionsgesetz dominiert und nur kleine Abweichungen davon deuten Formationszeiteffekte an. Der zeitabhängige Verlauf des Koeffizienten in Kernmaterie beim χ_c ähnelt sehr dem von J/ψ , doch liegt hier eine stärkere Absorption vor.

Durch die Kenntnis der Zeitabhängigkeit der Koeffizienten konnte die Unterdrückung S_A^ψ in endlichen Kernen für die drei Teilchen J/ψ , ψ' und χ_c berechnet werden. Es wurden zwei verschiedene Rechnungen gemacht. In der ersten wurde die nukleare Dichte durch eine Theta-Funktion genähert und in der zweiten wurde die Dichte nach Woods-Saxon verwendet. Es stellte sich heraus, daß die Rechnungen mit der Theta-Funktion eine größere Unterdrückung lieferten, als Rechnungen mit der Dichte nach Woods-Saxon, wobei der Unterschied in der Unterdrückung für kleine Kerne am größten und für sehr große Kerne vernachlässigbar war.

Die Rechnungen wurden mit verschiedenen Werten des Lorentz-Faktors durchgeführt und die Unterdrückung S_A^ψ wurde für die Targets Beryllium, Aluminium, Kupfer, Silber, Wolfram und Blei berechnet. Die Unterdrückung ist umso stärker, je größer der Kern ist. Von den betrachteten Zuständen des Charmoniums erfährt J/ψ die geringste Unterdrückung, χ_c und ψ' werden stärker unterdrückt. Die Unterdrückung S_A^ψ ist sowohl in Abhängigkeit der Massenzahl A aufgetragen, als auch in Abhängigkeit von x_F . In letzterem Fall wurde nicht die Unterdrückung S_A^ψ direkt aufgetragen, sondern der Exponent $\alpha(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A)$ der Unterdrückung. Es stellte sich heraus, daß dieser keine gute Parametrisierung darstellt, denn $\alpha(x_F, \sqrt{s_{pp}}, A)$ ist abhängig von der Massenzahl A .

Für J/ψ erhielt man geringe Formationszeiteffekte. Bei χ_c waren die Formationszeiteffekte schon deutlicher ausgeprägt. Die stärksten Formationszeiteffekte konnte man bei ψ' beobachten. Bei der Berechnung der Unterdrückung für das J/ψ wurde dessen Produktion aus Zerfällen von χ_c und ψ'

mit berücksichtigt.

Im Fall von J/ψ und ψ' konnten die Ergebnisse mit experimentellen Messungen verglichen werden. Die Übereinstimmung mit Daten der NA50 Kollaboration war gut, beim Vergleich mit Daten der E866/NuSea Kollaboration lagen die theoretisch berechneten Werte für J/ψ eine Standardabweichung unterhalb der Meßwerte, für ψ' stimmten Theorie und Experiment nicht überein.

Die Unterdrückung von J/ψ und ψ' bei negativen Werten von x_F wird vorhergesagt. Desweiteren werden Vorhersagen zur Unterdrückung des χ_c gemacht. Für beides sind Messungen von der HERA B Kollaboration am Desy geplant.

Dieses Modell enthält keine freien Parameter, denn

- die Anfangsbedingung wurde an das aus der pp -Streuung bekannte Verhältnis $\psi'/J/\psi''$ gefittet,
- als Wellenfunktionen der Charmonia-Zustände wurden die von Buchmüller und Tye benutzt. Diese sind so gewählt, daß sie das experimentell gemessene Charmonium-Spektrum wiedergeben.
- als Absorptionswirkungsquerschnitt $\sigma_{c\bar{c}}^{abs}$ wurde der von Kopeliovich, Schäfer und Tarasov verwendet, welcher von Hüfner, Ivanov, Kopeliovich und Tarasov erfolgreich getestet wurde.

LITERATURVERZEICHNIS

- [1] Povh, Rith, Scholz, Zetsche, *Teilchen und Kerne*, Springer Verlag, 5. Auflage
- [2] S. Ejiri, C. R. Allton, S. J. Hands, O. Kaczmarek, F. Karsch, E. Laermann and C. Schmidt, arXiv:hep-lat/0209012.
- [3] T. Matsui and H. Satz, Phys. Lett. B **178**, 416 (1986).
- [4] J. Badier *et al.* [NA3 Collaboration], Z. Phys. C **20**, 101 (1983).
- [5] C. Baglin *et al.* [NA38 Collaboration], Phys. Lett. B **220**, 471 (1989).
- [6] C. Baglin *et al.* [NA38 Collaboration], Phys. Lett. B **255**, 459 (1991).
- [7] C. Gerschel and J. Hüfner, Z. Phys. C **56**, 171 (1992).
- [8] C. Gerschel and J. Hüfner, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **49** (1999) 255.
- [9] M. Gonin *et al.* [NA50 Collaboration], Nucl. Phys. A **610**, 404C (1996).
- [10] R. Vogt, Phys. Rept. **310**, 197 (1999).
- [11] Quark Matter 2001, Nucl. Phys. A **698**
- [12] Quark Matter 1999, Nucl. Phys. A **661**

- [13] L. Antoniazzi *et al.* [E705 Collaboration], Phys. Rev. Lett. **70**, 383 (1993).
- [14] J. P. Blaizot, R. Venugopalan and M. Prakash, Phys. Rev. D **45**, 814 (1992).
- [15] J. Cugnon and P. B. Gossiaux, Z. Phys. C **58**, 77 (1993).
- [16] J. Hüfner and B. Kopeliovich, Phys. Rev. Lett. **76**, 192 (1996).
- [17] F. Arleo, P. B. Gossiaux, T. Gousset and J. Aichelin, Phys. Rev. C **61**, 054906 (2000).
- [18] W. Buchmüller and S. H. Tye, Phys. Rev. D **24**, 132 (1981).
- [19] M. C. Abreu *et al.*, Phys. Lett. B **466**, 408 (1999).
- [20] <http://pdg.lbl.gov/>
- [21] J. Hüfner, Y. P. Ivanov, B. Z. Kopeliovich and A. V. Tarasov, Phys. Rev. D **62** (2000) 094022.
- [22] B. Z. Kopeliovich, A. Schäfer and A. V. Tarasov, Phys. Rev. D **62**, 054022 (2000).
- [23] C. W. De Jager, H. De Vries and C. De Vries, Atom. Data Nucl. Data Tabl. **36** (1987) 495.
- [24] O. Nachtmann, *Elementarteilchenphysik Phänomene und Konzepte*, Vieweg Verlag, 1. Auflage, Seite 17ff
- [25] <http://www-hera-b.desy.de/general/info/>
- [26] P. Cortese *et al.* [NA50 Collaboration], *Charmonia absorption in p-A collisions at the CERN SPS: results and implications on Pb-Pb interactions*, (Beitrag zur Quarkmatter-Konferenz 2002) <http://na50.web.cern.ch/NA50/papers.html>
- [27] R. Shahoyan *et al.* [NA50 Collaboration], *J/psi and psi' production in 450 GeV p-A interactions*, (Beitrag zur Rencontres-Konferenz 2002) <http://na50.web.cern.ch/NA50/papers.html>
- [28] M. J. Leitch *et al.* [FNAL E866/NuSea collaboration], Phys. Rev. Lett. **84**, 3256 (2000).

Danksagung

Zuallererst möchte ich mich bei Professor Hühner für die intensive Betreuung während meiner Diplomarbeit bedanken. Es war sehr interessant zu erfahren, wie man ein Modell erarbeitet, um physikalische Vorgänge zu beschreiben. Von seiner Fähigkeit, komplizierte Sachverhalte einfach zu erklären, habe ich sehr profitiert.

Mein besonderer Dank gilt Cristina Volpe, die sich immer Zeit für mich genommen hat. Sie hat mich positiv motiviert und gab mir viele gute Tipps. Zudem konnte ich durch die wertvollen Diskussionen mit ihr viel lernen.

Professor Pirner danke ich für die Übernahme der Zweitkorrektur.

Herzlich danken möchte ich Yuri Ivanov, einerseits für seine Dienste als Systemadministrator, andererseits für die Berechnung der Eigenzustände des Charmoniums und außerdem für die Unterstützung bei der Erstellung eines Computerprogramms für die Rechnungen mit der ortsabhängigen Dichte.

Meinem Zimmerkollegen Kai Schwenger möchte ich für viele erfrischende Gespräche und hilfreiche Diskussionen danken und dafür, daß er immer um mein leibliches Wohl besorgt war.

Der ganzen Arbeitsgruppe danke ich für das gemütliche Beisammensein freitagnachmittags bei Tee und Kuchen. Hierbei gilt mein besonderer Dank dem Kuchenspender Herrn Hühner.

Dank sei auch der Daimler-Benz-Stiftung für die Übernahme der Reisekosten nach Trento und dem ECT*, das meine Unterbringung und Verpflegung während des Workshops in Trento finanzierte.

Ich danke allen Leuten, die dazu beigetragen haben, daß der Workshop in Trento zu einer schönen und interessanten Woche wurde, an die ich mich gerne zurückerinnere.

Ferner möchte ich Thorsten Renk danken, der mir das ansprechende Layout für meine Diplomarbeit zur Verfügung stellte.

Ich danke allen, die mir beim Mittagessen Gesellschaft geleistet haben, insbesondere Juliane Behrend und Dennis Kostka für Taxidienste von und zur Mensa.

Zum Schluß möchte ich ganz besonders meinen Eltern danken, daß sie mir dieses Studium ermöglicht haben, indem sie mir immer finanzielle und seelische Unterstützung gewährten.

Erklärung:

Ich versichere, daß ich diese Arbeit selbstständig verfaßt und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Heidelberg, den

.....