

**INAUGURAL – DISSERTATION**  
**zur**  
**Erlangung der Doktorwürde**  
**der**  
**Naturwissenschaftlichen – Mathematischen**  
**Gesamtfakultät**  
**der Ruprecht – Karls – Universität**  
**Heidelberg**

**vorgelegt von**  
**Dipl.-Phys. Thomas Geiler**  
**aus Karl-Marx-Stadt**

**Tag der mündl. Prüfung:**  
**02.07.2008**



# **Polarisationsbildung in der industriellen Qualitätskontrolle**

Gutachter:

Prof. Dr. Bernd Jähne

Prof. Dr. Karl-Heinz Brenner



# ZUSAMMENFASSUNG

In dieser Dissertation wird die Anwendbarkeit der polarisationsbasierten Bildaufnahme (Polarisation Imaging) zur Automatisierung komplexer industrieller Sichtprüfaufgaben untersucht. Ausgehend von den klassischen Reflektionsmodellen der Computer Vision konzentriert sich die Modellierung der Polarisationsparameter auf diffuse Volumenstreuung. Dabei kann die Abhängigkeit des Polarisationswinkels von der Probenausrichtung quantitativ modelliert werden, während sich für die Intensität und den Polarisationsgrad aufgrund von Oberflächenrauigkeiten nur qualitative Aussagen ableiten lassen. Die Rauigkeit kann dabei nur numerisch simuliert werden.

Der Messaufbau wird für die industrielle Anwendung konzipiert. Insbesondere können die bereits bekannten Verschiebungen der Intensitätsrohbilder durch einen neuen Ansatz, basierend auf einer Erweiterung des optischen Flusses, wirkungsvoll kompensiert werden. Darüber hinaus ist für die Bildqualität vor allem das Rauschverhalten des Intensitätssensors entscheidend. Aus der mathematischen Statistik folgt die untere Grenze der maximal erreichbaren Messgenauigkeit (Cramer Rao Bound) für die Polarisationsparameter. Bei Berücksichtigung der Abhängigkeit der Grauwertvarianz vom Grauwert selbst, zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung der theoretischen Vorhersagen mit experimentellen Daten.

Das Verfahren wurde hinsichtlich Bildaufnahmegeschwindigkeit und Stabilität optimiert und in einer Versuchstation in der Serienfertigung getestet. Die Serientauglichkeit des Verfahrens und die Sensitivität der Bildaufnahme für defekte Bauteile sind wesentlich besser als die der bisher eingesetzten Verfahren.

# ABSTRACT

In this thesis the usage of polarization imaging in the field of automated optical inspection is investigated. Starting from the classical reflection models of computer vision the polarization parameters are modelled with a special focus on materials with strong volume scattering. Thereby the dependence of the polarization angle on the alignment of the sample can be modelled quantitatively, whereas the behaviour of the intensity and the degree of polarization can be described only qualitatively due to the surface roughness. The influence of this roughness is studied using numerical simulations.

Furthermore the measurement setup is enhanced for the industrial application. In particular the well known shifts between the raw images can be effectively compensated using a new optical flow based approach. Moreover the image quality is particularly dominated by the noise of the intensity sensor. Based on mathematical statistics, the lower bound (Cramer Rao Bound) for the measurement precision is derived. Since the dependence of the grey value variance on the grey value is taken into account for the first time, a good agreement between the theoretical consideration and the experimental data is achieved.

An experimental setup which was optimised with respect to image acquisition time and stability was integrated in a production line and showed a considerable improvement in detecting defective samples while at the same time showing its suitability for series production.



# INHALTSVERZEICHNIS

<b>ZUSAMMENFASSUNG</b> .....	<b>5</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>7</b>
<b>ERKLÄRUNG ENTSPRECHEND DER PROMOTIONSORDNUNG</b> .....	<b>9</b>
<b>INHALTSVERZEICHNIS</b> .....	<b>11</b>
<b>1 EINLEITUNG</b> .....	<b>13</b>
1.1    MOTIVATION .....	13
1.2    ZIEL DER ARBEIT .....	14
1.3    ZUM AUFBAU DER ARBEIT .....	14
<b>2 STAND DER TECHNIK</b> .....	<b>17</b>
2.1    POLARISATION IMAGING.....	17
2.2    MESSUNG DER TOPOGRAPHIE DURCH POLARISATION.....	18
2.3    WEITERE ANWENDUNGEN .....	19
<b>3 POLARISATION IMAGING</b> .....	<b>21</b>
3.1    EINFÜHRUNG .....	21
3.2    MATHEMATISCHE BESCHREIBUNG DER POLARISATION .....	22
3.3    SIGNALMODELL .....	25
3.4    SIGNALVERARBEITUNG .....	27
<b>4 REFLEKTIONSMODELLE FÜR DIFFUSE VOLUMENSTREUER</b> .....	<b>30</b>
4.1    GRUNDLAGEN.....	30
4.1.1 <i>Fresneltheorie</i> .....	30
4.1.2 <i>Reflektion an beliebig orientierten Flächen</i> .....	33
4.1.3 <i>Skalare Beugungstheorie</i> .....	34
4.2    PHYSIKALISCHE REFLEKTIONSMODELLE .....	37
4.2.1 <i>Oberflächenstreuung</i> .....	37
4.2.2 <i>Volumenstreuung</i> .....	40
4.3    NUMERISCHE SIMULATION DETERMINISTISCHER OBERFLÄCHEN .....	44
4.3.1 <i>Rigorous Coupled-Wave Analysis</i> .....	44
4.3.2 <i>Der Einfluss rauer Oberflächen</i> .....	49
<b>5 EXPERIMENTELLER AUFBAU</b> .....	<b>57</b>
5.1    LABORAUFBAU POLARISATION IMAGING .....	57

5.2	LABORAUFBAU ZUR BESTIMMUNG DER STOKESPARAMETER .....	59
5.3	SERIENNAHE VERSUCHSSTATION.....	60
<b>6</b>	<b>BILDVORVERARBEITUNG.....</b>	<b>63</b>
6.1	DIE URSACHE DER BILDVERSCHIEBUNGEN .....	63
6.2	VERSCHIEBUNGSKORREKTUR DURCH REGIONEN-BASIERTES MATCHING .....	65
6.3	VERSCHIEBUNGSKORREKTUR DURCH STRUKTURTENSOR .....	66
6.4	RADIOMETRISCHE KORREKTUR .....	76
<b>7</b>	<b>FEHLERANALYSE FÜR POLARISATION IMAGING.....</b>	<b>79</b>
7.1	RAUSCHMODELL FÜR DEN INTENSITÄTSSENSOR .....	79
7.2	CRAMER RAO BOUND FÜR DIE BESTIMMUNG DER POLARISATIONSGRÖßEN .....	82
7.3	EXPERIMENTELLE VALIDIERUNG .....	86
<b>8</b>	<b>EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN.....</b>	<b>90</b>
8.1	PROBENVERKIPPUNGEN INNERHALB DER EINFALLSEBENE .....	90
8.2	BELIEBIG ORIENTIERTE PROBE.....	94
8.3	SYMMETRIE DES MODELLS .....	100
8.4	ZUSAMMENFASSUNG .....	104
<b>9</b>	<b>ERWEITERUNG POLARISATION IMAGING.....</b>	<b>108</b>
9.1	POLARISATION IMAGING MIT PASSIVER UND AKTIVER BELEUCHTUNG .....	108
9.2	VOLLSTÄNDIGE BESTIMMUNG DER STOKES PARAMETER .....	112
9.3	BESTIMMUNG DER DEPOLARISATION.....	116
<b>10</b>	<b>POLARISATION IMAGING ZUR INSPEKTION KERAMISCHER FUNKTIONSBAUTEILE .....</b>	<b>122</b>
10.1	ANALYSE KLASSISCHER PRÜFKONZEPTE .....	123
10.2	UMSETZUNG VON POLARISATION IMAGING .....	124
10.3	KONTROLLE UND KALIBRIERUNG DES BILDAUFNAHMESYSTEMS .....	127
10.4	EXPERIMENTELLE ERGEBNISSE.....	132
<b>11</b>	<b>ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK.....</b>	<b>138</b>
	<b>REFERENZEN .....</b>	<b>140</b>
	<b>DANKSAGUNG.....</b>	<b>148</b>



# 1 EINLEITUNG

## 1.1 Motivation

In den zurückliegenden Jahren hat sich die Verbreitung von Machine Vision Lösungen stark erhöht. Dazu hat die zunehmende Automatisierung und Objektivierung industrieller Sichtprüfaufgaben einen wesentlichen Anteil beigetragen. Ausgehend von der Notwendigkeit, die Rentabilität und Fertigungsqualität an den Hochkostenstandorten beständig zu verbessern, gibt es das anhaltende Bestreben, subjektive Einflüsse bei der visuellen Güteprüfung auszuschließen und die Lohnstückkosten zu reduzieren.

Die an den Hochkostenstandorten bisher nicht automatisierten Sichtprüfaufgaben sind meist besonders schwierig oder kritisch. Eine weitere Rentabilitätssteigerung in diesem Bereich kann deshalb nur erreicht werden, wenn auch für komplizierte Aufgaben tragfähige Lösungskonzepte zur Verfügung gestellt werden können. Um das enorme Potential der verbliebenen bisher nicht automatisierbaren Prüfaufgaben zu erschließen, sind deswegen zielgerichtet Forschungsaktivitäten sowohl im Sensor- als auch im Algorithmenbereich notwendig.

Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt im Bereich der Sensor- und Bildaufnahmetechnik, denn bereits in der Vergangenheit hat sich gezeigt, dass in diesem Bereich enorme Fortschritte zur wirtschaftlichen Verbesserung von Machine Vision Lösungen möglich sind. Während sich die ersten industriellen Anwendungen auf die Auswertung einzelner Grauwertbilder beschränkten, werden mittlerweile vielfach Bilder unterschiedlicher Perspektiven und Beleuchtungssituationen zu Bilderserien mit stark erhöhtem Informationsgehalt kombiniert. Dies erlaubt die Beurteilung weiterer bis dato nicht automatisch messbarer Bauteilcharakteristika.

Zum Teil werden sogar vollständig physikalisch motivierte Verfahren zur Gewinnung aussagekräftigerer Bildinformationen verwendet. In diesem Zusammenhang erschließen sich neue industrielle Anwendungen durch die Weiterentwicklung bekannter physikalischer Messprinzipien. Da für viele Applikationen flächenhafte Messverfahren benötigen werden, welche eine 3-dimensionale Rekonstruktion des Prüfkörpers erlauben, sind vor allem Triangulationsmethoden und photometrische bzw. interferometrische Systeme weit verbreitet. Triangulation und Photometrie beruhen dabei auf Kenntnissen über den Lichtweg (geometrische Optik) bzw. das Reflektionsverhalten der Oberfläche. Alle interferometrischen Verfahren basieren auf fundamentalen Welleneigenschaften des Lichtes.

Aus diesen Welleneigenschaften leiten sich neben Phasenlage (Interferometrie) und Amplitude (Intensitätsbild) noch weitere interessante flächenhaft messbare Größen ab. In der spektroskopischen Bildverarbeitung wird die Wellenlängenabhängigkeit der Intensität bereits sehr erfolgreich für bestimmte Sortier- und Klassifikationsaufgaben ausgenutzt. Im Gegensatz dazu dient die Vorzugsrichtung der Wellenamplitude (Polarisation) in der Machine Vision bisher nur zur Steigerung des Intensitätskontrastes und zur Unterdrückung unerwünschter Glanzeffekte. Außerdem werden mit Polfiltern diffuse Reflektionen abgeschwächt und bestimmte Kontraste an transparenten Materialien hervorgehoben. Alle vier beschriebenen Anwendungsfälle basieren auf einer einfachen Intensitätsbeeinflussung durch Polarisati-

onseffekte und nutzen so jeweils nur einen sehr kleinen Teil der durch Polarisierung zur Verfügung stehenden Zusatzinformation. Diese könnte jedoch durch eine gezielte Polarisationsmessung auch einen beträchtlichen Fortschritt für bestimmte industrielle Aufgaben bedeuten.

## 1.2 Ziel der Arbeit

Die vorliegende Arbeit wird das Potential polarisationsbasierter Bildaufnahmesysteme zur Gewinnung optimal auswertbarer Bilder aufzeigen und so einen Beitrag zur Automatisierung komplexer Sichtprüfungsaufgaben liefern. Aus einer in die laufende Fertigung integrierten seriennahen Versuchstation werden zusätzliche Erkenntnisse zur praktischen Anwendung dieser Bildaufnahmetechnik in der Industrie gewonnen. Zielapplikation während der Erprobung ist die komplexe Endsichtprüfung einer geschliffenen Sensorkeramik.

Da eine wirtschaftliche Anwendung der Technik im Fertigungsumfeld nur erreicht werden kann, wenn Bildaufnahme und Auswertung innerhalb des vorgegebenen Serientaktes (im Normalfall wenige Sekunden) realisiert werden können, ist es wichtig, die Gewinnung der Rohbilder mit Standardkomponenten so effizient wie möglich zu gestalten.

Die Stärke der vom Bauteil hervorgerufenen Polarisierung wird von dessen Reflektionseigenschaften und der Kamera-Beleuchtungs-Anordnung bezüglich der Oberfläche bestimmt. In diesem Zusammenhang erleichtern zuverlässige Reflektionsmodelle Vorhersagen zu den Grenzen des Verfahrens und zur Optimierung der Versuchsanordnung. Die Reflektionsmodelle werden theoretisch motiviert und anhand experimenteller Untersuchungen verifiziert. Bereits ausgehend von einfachen Modellen können die meisten experimentell beobachteten Effekte qualitativ begründet werden. Um die hohe Qualität der Messdaten für eine zielgerichtete Untersuchung der Polarisierungseffekte zu erreichen, ist eine differenzierte Vorverarbeitung der Rohbilder zur Korrektur systematischer Fehler notwendig.

Das Modellverständnis zum Polarisationsverhalten diffuser Volumenstreuer ist für viele anwendungsrelevante Fragestellungen hilfreich. Neben der Erkennbarkeit und Unterscheidbarkeit von Defekten kann in Kombination mit weiteren in dieser Arbeit durchgeführten Studien das Signal- und Rauschverhalten bestimmter Versuchsaufbauten im Vorfeld eines Experimentes abgeschätzt werden. Außerdem ergeben sich aus den experimentell und theoretisch abgeleiteten Symmetrieeigenschaften des Polarisationsmodells neue vorteilhafte Weiterentwicklungen zur Aufnahme von Polarisationsbildern.

## 1.3 Zum Aufbau der Arbeit

In Kapitel 3 werden die physikalischen Grundlagen des Polarisationsverhaltens elektromagnetischer Wellen und ihre Ausbreitungs- und Grenzflächenbedingungen kurz wiederholt. Darauf aufbauend ergibt sich die mathematische Beschreibung für vollständig bzw. partiell polarisierte Wellen als Jones- oder Stokesvektor. Für einen einfachen aus Polfilter und Kamera bestehenden Aufbau folgt bei Drehung des Polfilters ein Signalmodell, welches die so resultierende Intensitätsvariation beschreibt. Die zu deren Auswertung notwendige Signalverarbeitung wird, ausgehend vom Stand der Technik, weiterentwickelt.

Zur Beschreibung des Polarisationsverhaltens technischer Oberflächen werden in Kapitel 4 physikalische und empirische Reflektionsmodelle diskutiert. Zunächst werden dazu die Grundlagen der Fresnel- und der skalaren Beugungstheorie betrachtet. Auf diesen Erkenntnissen basieren die wichtigsten physikalischen Reflektionsmodelle. Wir verwenden das Torrance-Sparrow und das He-Torrance Modell und erörtern die Auswirkungen der Polarisierungseffekte im jeweiligen Modell. Zur Analyse der diffusen Streuung werden das Oren-Nayar und das Modell von Wolff untersucht. Alle vier bekannten Reflektionsmodelle können den Einfluss der Oberflächenrauigkeit auf die gestreute Intensität innerhalb gewisser Grenzen beschreiben, sind aber nur bedingt geeignet, die Auswirkungen auf die Polarisationsparameter qualitativ vorherzusagen. Zusätzlich werden deswegen numerische Simulation mittels RCWA (Rigorous Coupled-Wave Analysis) verwendet, um den Zusammenhang zwischen Oberflächenstruktur und Polarisationsverhalten näher zu untersuchen.

Zur Verifikation der Polarisationsmodelle wird der in Kapitel 5 beschriebene Versuchsaufbau verwendet. Er erlaubt durch die geeignete Anordnung zweier Drehachsen die freie Wahl der Probenausrichtung, außerdem können auch der Kamera- und der Beleuchtungswinkel jeweils unabhängig voneinander eingestellt werden. Für die seriennahe Erprobung von Polarisation Imaging unter Fertigungsbedingung musste neben der Bildaufnahmezeit vor allem die Lebensdauer der Komponenten berücksichtigt werden. Um einen zweiten seriennahen Versuchsaufbau trotzdem mit Standardkomponenten realisieren zu können, waren gegenüber dem Laboraufbau (und dem Stand der Technik) zusätzliche Optimierungen notwendig.

Als ein wichtiger Aspekt bei den Laboruntersuchungen hat sich die Korrektur der systematischen Fehler des Versuchsaufbaus durch eine geeignete Vorverarbeitung der Rohbilder erwiesen. Kapitel 6 beschäftigt sich deshalb eingehend mit den Ursachen der dominierenden systematischen Fehler. Außerdem werden Methoden zu deren Korrektur vorgeschlagen. Besonders interessant ist dabei die Bestimmung (und anschließende Korrektur) von Rohbildverschiebungen durch Anwendung eines erweiterten Flussschätzungsverfahrens. Neben systematischen Fehlern werden die gemessenen Polarisationsgrößen außerdem von der statistischen Unsicherheit der zugrundeliegenden Intensitätsmessung beeinträchtigt. Ausgehend von einem realistischen Rauschmodell für den CCD-Intensitätsensor folgt in Kapitel 7 die Analyse der Fehlerfortpflanzung von den Intensitäts- zu den Polarisationsbildern. Als untere Grenze der maximal erreichbaren Messgenauigkeit wird die Cramer Rao Bound für die Polarisationsparameter hergeleitet und experimentell verifiziert.

Für die Experimente in Kapitel 8 wird der Messfehler durch eine deutliche Erhöhung der Zahl an Polfilterwinkeln reduziert, d.h. für die Berechnung der Polarisationsbilder werden mehr Intensitätsrohbilder verwendet. Dies erlaubt die Messung der Polarisationsgrößen mit geringerem Messfehler in Abhängigkeit von den jeweiligen Beleuchtungs- und Beobachtungswinkeln. Zusätzlich wird die Ausrichtung der Probe variiert. Die experimentellen Daten können qualitativ sehr gut mit den in Kapitel 4 entwickelten Reflektionsmodellen erklärt werden. Aus den abschließenden Symmetrieuntersuchungen leitet sich ein Messverfahren ab, welches die Bestimmung der Reflektivität für polarisiertes Licht in Abhängigkeit von der Eingangspolarisation erlaubt. Diese Methode bietet für einige Anwendungen entscheidende Vorteile und wird schließlich in Kapitel 9 weiter zu einem Verfahren verallgemeinert, welches beide Messungen kombiniert.

Ziel der Arbeit ist es, einen Beitrag zur Automatisierung komplizierter Sichtprüfaufgaben zu liefern, deshalb werden in Kapitel 10, aufbauend auf den Erkenntnissen der vorherigen Kapitel, die klassischen Prüfkonzepte am Beispiel einer geschliffenen Sensorkeramik vergleichend diskutiert. Eine Gegenüberstellung mit den Ergebnissen der neuen polarisationsbasierten Methode soll es erlauben, die Einsatzmöglichkeiten der Technik abzugrenzen.

Der wirtschaftliche Erfolg einer automatischen Bildverarbeitungslösung wird zudem in ganz erheblichem Maße von der Anzahl der zum sicheren Betrieb des Systems notwendigen Experteneingriffe bestimmt. Deshalb ist es notwendig, automatische Testabläufe zur Verfügung zu stellen, welche die Reproduzierbarkeit der Testergebnisse über längere Zeiträume gewährleisten können und die Anlage dann sperren, wenn ein Problem vorliegt, das nur vom Experten gelöst werden kann. Unter Berücksichtigung der spezifischen Anforderungen von Polarisation Imaging wurden entsprechende Methoden entwickelt und unter Serienbedingungen getestet. Den Abschluss der Arbeit bildet Kapitel 11 mit der Zusammenfassung und Analyse der gewonnenen Erkenntnisse.

## 2 STAND DER TECHNIK

Licht breitet sich in Form transversaler Wellen im Raum aus. Bezüglich der Amplitude dieser Wellen zeigen die meisten Lichtquellen keine Vorzugsrichtung und das entsprechende Licht ist unpolarisiert. Für viele Oberflächen wird das Licht in Folge der Abhängigkeit der Reflektivität vom Polarisationszustand der einfallenden Welle während der Reflektion partiell polarisiert. Diese partielle Polarisation enthält zusätzliche Informationen über das Objekt und kann deshalb für die Bildauswertung sehr nützlich sein. Polarisation wird in der Computer Vision schon sehr lange eingesetzt, um Intensitätskontraste zu steigern und unerwünschte Glanzeffekte abzuschwächen [1]. Dabei wird jedoch nur ein geringer Teil der Polarisationsinformation genutzt. Eine vollständige Messung der Polarisationsstärke (Polarisationsgrad) und der Vorzugsrichtung der Wellenamplitude (Polarisationswinkel) kann dazu beitragen, die Möglichkeiten vieler Visionlösungen erheblich zu erweitern [2]. Im Folgenden wollen wir die in der Literatur zur Gewinnung der Polarisationsbilder bekannten Messverfahren diskutieren, um uns danach den entsprechenden Anwendungen dieser Techniken zuzuwenden.

### 2.1 Polarisation Imaging

Um Polarisationsbilder einer Probe zu erhalten, können unterschiedliche Verfahren verwendet werden. In der Computer Vision soll häufig nur die von einem Objekt hervorgerufene partielle Polarisation gemessen werden. Dazu ist es ausreichend, Bilder für unterschiedliche Ausrichtungen eines vor der Kamera platzierten Polfilters aufzunehmen. Am weitesten verbreitet ist dabei die Verwendung von drei Rohbildern mit den Polfilterwinkeln  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  [3-8]. Ein solcher Aufbau ist leicht zu realisieren und kann gut kalibriert werden. Allerdings muss die Polfilternormale sehr genau zur Rotationsachse der Polfilterdrehung ausgerichtet werden. Sind beide Vektoren nicht ausreichend parallel, so treten zwischen den Rohbildern kleine Verschiebungen auf. Diese können die Qualität der resultierenden Polarisationsbilder in erheblichem Maße beeinträchtigen [9]. Zusätzlich zu diesen durch Kalibrierung vermeidbaren Einflüssen wird die statistische Unsicherheit der Messergebnisse vor allem vom Messfehler der Rohintensitäten (dem Intensitätsrauschen) und vom Polarisationsgrad des beobachteten Lichtes bestimmt. Atkinson et al. [10, 11] erhöhten deshalb zur Untersuchung schwacher Polarisation (in diffuser Reflektion) die Zahl der verwendeten Polfilterstellungen auf 18 und nutzten zur Auswertung der Rohbildserie ein Levenberg-Marquandt Curve Fitting.

Für einige Anwendungen erweist sich die Drehung des Polfilters vor der Kamera als kritische Schwachstelle. Die dazu notwendige Mechanik unterliegt Verschleißeinflüssen, muss recht genau ausgerichtet werden und begrenzt außerdem die minimal erreichbare Bildaufnahmezeit. Wolff et al. entwickelten deshalb eine auf Flüssigkristallen beruhende Polarisationskamera [9, 12], mit der ohne die Verwendung mechanischer Komponenten eine flächenhafte Polarisationsmessung durchgeführt werden kann. Diese Kamera besteht neben einem festen Polarisationsfilter aus zwei verdrillten nematischen Flüssigkristallen, welche die Polarisationsrichtung elektrooptisch drehen können. Während der Messung werden durch das Anlegen verschiedener Spannungen an die Flüssigkristalle Bilder für vier unterschiedliche Drehrichtung aufgenommen. Mittlerweile sind erste kommerzielle, auf dieser Technik beruhende Systeme verfügbar.

Die mit solchen Polarisationskameras erreichbaren Geschwindigkeiten werden durch die serielle Rohbildaufnahme und das Schaltverhalten des Kristalls begrenzt.

Alternativ ist es möglich, jedes Rohbild mit einem separaten CCD Sensor aufzunehmen. Unter Verwendung spezieller Strahlteiler wird dabei das einfallende Licht ähnlich wie bei entsprechenden Farbkameras auf drei CCDs verteilt. Vor den CCDs befinden sich dann statt der Farbfilter Polarisationsfilter mit unterschiedlichen Orientierungen, so dass die Rohbilder unabhängig voneinander gleichzeitig aufgenommen werden können. Aufgrund dieser vollständigen Parallelisierung sind die 3 CCD Polarisationskameras nochmals schneller als die Flüssigkristall-basierten [13, 14], wobei auch diese Form der Polarisationskamera bereits als Produkt verfügbar ist.

## 2.2 Messung der Topographie durch Polarisation

Mit der Fresneltheorie [15] kann das Polarisationsverhalten vieler Proben sehr gut beschrieben werden. Es zeigt sich, dass ein enger Zusammenhang zwischen der Kamera-Beleuchtungs-Anordnung (bezüglich der Oberfläche) und den gemessenen Polarisationsparametern besteht. Unter bestimmten Voraussetzungen erlauben die Polarisationsbilder deshalb eine pixelweise Rekonstruktion der Oberflächennormalen [16-18]. Während in den ersten Veröffentlichungen noch die Information des Phasensprunges zwischen den Polarisationskomponenten für die Auswertung verwendet wurde, konnte in späteren Arbeiten auch ohne den dafür meist benutzten Ellipsometeraufbau eine Rekonstruktion der Oberflächennormale gezeigt werden.

Grundsätzlich kann die Oberflächenrekonstruktion aus Polarisationsbildern erfolgen, die in spekulärer oder diffuser Reflektion aufgenommen wurden. Allerdings ergeben sich bei der Interpretation der Polarisationsdaten Mehrdeutigkeiten, welche nur durch zusätzliche Annahmen oder weitere Messungen aufgelöst werden können. Zur Herstellung der Eindeutigkeit können entweder mehrerer Polarisationsbilder unterschiedlicher Perspektiven kombiniert [19-21], zusätzliche Polarisationsmessungen der vom Objekt emittierten thermischen Strahlung [6] oder explizite Annahmen zur erwarteten Geometrie [22] verwendet werden.

Um aus den Polarisationsdaten auf die Lage der Oberflächennormale schließen zu können, wird ein zuverlässiges Reflektionsmodell für die entsprechende Probe benötigt. In spekulärer Reflektion lassen sich so Metalle [5, 7], Dielektrika [17, 23] und transparente Medien [24] rekonstruieren. Für transparente Medien treten in Folge interner Mehrfachreflektionen komplizierte Lichtwege auf, die bei der Auswertung z.B. durch inverses Raytracing [25] berücksichtigt werden müssen.

Für diffuse Reflektion kann mit der Fresneltheorie vor allem das Polarisationsverhalten von Volumenstreuern modelliert werden. Deshalb sind die Rekonstruktionsmöglichkeiten in diffuser Reflektion auch weitestgehend auf diese Materialgruppe beschränkt [26, 27]. Die Polarisationsbilder werden dabei aufgrund der schwächeren diffusen Polarisation erheblich stärker vom Kamerarauschen beeinflusst als in spekulärer Reflektion. Daraus ergibt sich eine erhöhte statistische Unsicherheit der abgeleiteten Oberflächennormalen. In dieser Situation kann ein erheblicher Fortschritt durch die zusätzliche Berücksichtigung der Intensitätsinformation gewonnen werden. Die Modellierung des Intensitätsverhaltens ist für viele Oberflächen umfassend untersucht [28-31], so dass speziell für diffuse Volumenstreuer [23, 32, 33] eine

erfolgreiche Kombination der Polarisationsmethoden mit photometrischen Verfahren erreicht werden kann [11, 34].

Da zuverlässige Theorien zur Beschreibung des Polarisationsverhaltens technisch rauher Metalle in diffuser Reflektion fehlen, leiteten d'Angelo et al. [7] für ihre Proben empirische Modelle ab, welche sie dann zur Rekonstruktion der Oberflächennormalen verwendeten. Auch in diesem anwendungsorientierten Ansatz wurden Shading- und Polarisationsinformation verknüpft.

Eine interessante Methode zur Kombination von Polarisations- und Triangulationsverfahren wurde von Joubert et al. [35] entwickelt. Aus rektifizierten Stereo-Polarisationsbildern können mit der Polarisationsinformation die lokalen Einfallsebenen pixelweise berechnet werden. Durch den Schnitt der unterschiedlichen Einfallsebenen verschiedener Perspektiven können schließlich die Oberflächennormalen rekonstruiert werden.

Obwohl die dreidimensionale Rekonstruktion von Objekten ein wichtiges Anwendungsgebiet darstellt, kann die Polarisationsinformation in der Computer Vision auch für weitere Aufgaben eingesetzt werden. Im nächsten Abschnitt folgt deshalb ein kurzer Überblick über weitere in der Literatur bekannte Verfahren.

## 2.3 Weitere Anwendungen

Durch die Reflektion von Licht an einer Oberfläche wird partielle Polarisation hervorgerufen, die nicht nur von der Kamera-Beleuchtungs-Anordnung abhängt, sondern auch von der Beschaffenheit und den Materialkonstanten der Probe bestimmt wird. Da sich die relevanten physikalischen Eigenschaften von Metallen und Dielektrika erheblich unterscheiden, kann eine zuverlässige Zuordnung beider Materialklassen in spekularer Reflektion [3] oder mit thermischer Strahlung [36] durch den Polarisationsgrad realisiert werden.

Ein ähnliches Verfahren lässt sich auch auf Umgebungen mit partiell polarisierter Beleuchtung (z.B. Outdoor Szenen) anwenden. Dafür wird die starke Absorption der Metalle mit ihrem charakteristischen Phasensprung zwischen den orthogonal polarisierten Feldkomponenten [37] als Unterscheidungsmerkmal genutzt, wobei für praktische Anwendungen vor allem der Einfluss der Oberflächenrauigkeit berücksichtigt werden muss [38]. Cremer et al. [39] verwendeten Polarisation zur Erkennung von Mienen im IR-Bereich und nutzten dabei die Auswirkungen dieser charakteristischen Rauigkeiten, um technische Objekte vom natürlichen Hintergrund zu unterscheiden. Dazu wurde sowohl die Polarisation der reflektierten als auch die der thermischen Strahlung untersucht.

In einigen Anwendungen können spekulare Reflektionen sehr störend sein, weil sie im Grauwertbild starke Glanzpunkte hervorrufen und so zu fehlerhaften Ergebnissen einer anschließenden Bildverarbeitung führen können. Eine rein intensitätsbasierte Erkennung dieser kritischen Stellen im Bild ist schwierig. Aufgrund der stark unterschiedlichen Polarisation der spekularen und diffusen Anteile existieren jedoch polarisationsbasierte Verfahren, die eine Trennung der beiden Komponenten und somit die Erstellung rein diffuser und rein spekularer Bilder erlauben [40-42].

Auch die an halbdurchlässigen Oberflächen auftretenden Reflektionen lassen sich im Nachhinein recht effektiv mit Hilfe der unterschiedlichen Polarisationszustände des reflektierten und des transmittierten Lichtes unterdrücken. Schechner et al. [43] nutzten ein einfaches Modell für dieses Polarisationsverhalten und schätzten die Lage des halbdurchlässigen Reflektors mit statistischen Methoden aus ihren Messergebnissen. Im Anschluss wurde die von ihm ausgehende Reflektion sehr effektiv unterdrückt. In ähnlicher Weise kann mit weiteren Polarisationsmodellen die typische Trübung von Unterwasseraufnahmen [44] verringert bzw. der Einfluss des durch Nebel verursachten Streulichtes [45] reduziert werden.

Ferner verfügen viele biologische Präparate über spezifische Polarisations-eigenschaften, so dass sich vor allem für medizinische Diagnostiken durch verbesserte Bildaufnahmetechniken neue Anwendungen ergeben. In der Hautkrebsdiagnostik werden Intensitätsbilder sehr stark von der Lichtstreuung in den unterschiedlichen Gewebeschichten beeinflusst. Um die entstehenden Streulichtanteile zu trennen und den Kontrast an krankhaften Hautstellen zu verbessern, platzierten Jacques et al. [46] jeweils einen Polfilter vor Kamera und Beleuchtung. Durch den Vergleich der mit gekreuztem und parallel stehendem Polfilter aufgenommenen Bilder wurde ein Polarisationsbild berechnet, in welchem die krankhaften Stellen viel deutlicher erkennbar sind als im Intensitätsbild. Neben der Streuung in den verschiedenen Hautschichten hängt dieses Bild auch stark von der Oberflächenrauigkeit der Probe ab. Ramella et al. [47] konnten diesen Einfluss reduzieren, indem sie ein Deckglas mit einem optischen Öl auf die Haut aufbrachten und die polarisierte Beleuchtung bezüglich der Oberfläche neigten.

Die polarisationsbasierte Diagnostik ist sehr vielversprechend, weil ein signifikanter Unterschied zwischen gesunden und krebsartigen Zellen in der Müllermatrix nachweisbar ist. Chung et al. [48-50] benutzten ein bildgebendes Müller-Polarimeter, um die Polarisations-eigenschaften vollständig flächenhaft zu vermessen und reduzierten im Anschluss die Dimension der aufgenommenen Daten durch Polare Dekomposition. Als Ergebnis dieser Weiterverarbeitung stellten sie eine stärkere Depolarisation in gesunden Bereichen als an der Erkrankung fest.

Zur Diagnose bestimmter Augenerkrankungen ist es notwendig, die Dicke der retinalen Nervenfaser-schicht sehr genau vermessen zu können. Da diese Schicht doppelbrechende Eigenschaften hat, verursacht sie eine Phasenverschiebung zwischen orthogonalen Polarisationsrichtungen (Retardance), welche Fendrich et al. [51] ellipsometrisch vermessen haben. Ausgehend von der gemessenen Phasenverschiebung kann so die zugrundeliegende Schichtdicke berechnet werden, weil Schichtdicke und Phasenverschiebung direkt voneinander abhängen.



### 3 POLARISATION IMAGING

In diesem Kapitel werden, ausgehend von den Maxwellgleichungen, die Grundlagen des Polarisationsverhaltens monochromatischer Wellen diskutiert und der Stokesformalismus in der in dieser Arbeit verwendeten Schreibweise eingeführt. Aufbauend auf den Erkenntnissen lassen sich das Signalmodell für die Messung von Polarisation mit einem rotierenden Polfilter vor dem Detektor ableiten und die zur Auswertung der Rohdaten notwendige Signalverarbeitung entwickeln.

#### 3.1 Einführung

Für die vorliegende Arbeit werden einige Erkenntnisse aus der Elektrodynamik benötigt, die in diesem Abschnitt kurz zusammengetragen sind. Für monochromatische Wellen mit harmonischer Zeitabhängigkeit  $e^{-i\omega t}$  folgt aus den allgemeinen Maxwellgleichungen (MWG) die Form

$$\nabla \times \mathbf{E} = -i\omega \mathbf{B} \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + i\omega \mathbf{D} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.2)$$

In linearen, homogenen isotropen Medien gilt dabei ein skalarer Zusammenhang zwischen elektrischer Verschiebungsdichte  $\mathbf{D}$  und Feldstärke  $\mathbf{E}$  bzw. magnetischer Flussdichte  $\mathbf{B}$  und Feldstärke  $\mathbf{H}$  und die Materialkenngrößen dielektrische Funktion  $\epsilon$  bzw. magnetische Permeabilität  $\mu$  sind ebenfalls Skalare. Zwischen Feldstärke und Flussdichte besteht dann der Zusammenhang

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon \mathbf{E} \quad \text{und} \quad \mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} = \frac{\mathbf{B}}{\mu} \quad (3.3)$$

Mit diesen Materialgleichungen kann die Rotation von  $\nabla \times \mathbf{E}$  bzw.  $\nabla \times \mathbf{H}$  zur homogenen Helmholtz-Gleichung mit  $k^2 = \epsilon\mu\omega^2/c^2$  vereinfacht werden. Wir erhalten

$$(\nabla^2 + k^2)\mathbf{E} = 0 \quad \text{bzw.} \quad (\nabla^2 + k^2)\mathbf{H} = 0 \quad (3.4)$$

Die Helmholtz-Gleichung beschreibt dabei die Ausbreitung elektromagnetischer Strahlung und gilt deshalb auch an Grenzen zwischen unterschiedlichen Medien. Ausgehend von den Maxwellgleichungen leiten sich unter der Voraussetzung an der jeweiligen Grenzfläche zwischen zwei Volumina 1 und 2 treten keine Flächenladungs- bzw. Flächenstromdichten die folgenden Stetigkeitsbedingungen ab.

$$(\mathbf{E}_{\parallel}^1 - \mathbf{E}_{\parallel}^2) = 0 \quad (\epsilon_1 \mathbf{E}_{\perp}^1 - \epsilon_2 \mathbf{E}_{\perp}^2) = 0 \quad (3.5)$$

$$(\mathbf{H}_{\parallel}^1 - \mathbf{H}_{\parallel}^2) = 0 \quad (\mu_1 \mathbf{H}_{\perp}^1 - \mu_2 \mathbf{H}_{\perp}^2) = 0 \quad (3.6)$$

Demnach sind bestimmte Komponenten des Feldes an der Grenzfläche stetig. Entscheidend ist dabei die Orientierung des Feldes bezüglich der Grenzfläche. Es gilt: Die Parallelkomponente  $\parallel$  des  $\mathbf{E}$ - und des  $\mathbf{H}$ -Feldes sind stetig, während die jeweils dazu orthogonalen  $\perp$  Anteile springen. Die Größe des Sprunges wird dabei von den Materialkenngrößen der beiden Medien bestimmt.

### 3.2 Mathematische Beschreibung der Polarisation

Elektromagnetische Strahlung breitet sich im Vakuum mit Lichtgeschwindigkeit aus. Innerhalb anderer Medien ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $v$  im Allgemeinen geringer, es gilt  $v = c/n$ , wobei wir  $n$  als Brechzahl bezeichnen. Für viele Materialien ist  $n$  eine von der Wellenlänge abhängige Konstante, welche durch die elektromagnetischen Materialeigenschaften bestimmt wird. Besonders einfach ist dieser Zusammenhang für lineare, homogene isotrope Medien. In diesen Materialien gilt  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ .

Wir wollen jetzt die Ausbreitung der Felder im Raum näher untersuchen und betrachten dazu die Gestalt der Lösungen für die Helmholtz-Gleichung. Die Helmholtz-Gleichung stellt eine Wellengleichung mit ebenen Wellen, Zylinderwellen, Kugelwellen als einfachste Lösungen dar. Im Folgenden beschränken wir uns dabei auf ebene Wellen in der Form

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \exp i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t) \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}_0 \exp i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t) \quad (3.7)$$

Durch Einsetzen von Gl. (3.7) in die MWG erhalten wir  $\mathbf{k} \times \mathbf{H} = -\epsilon\omega\mathbf{E}$ . Entsprechend sind der Wellenvektor  $\mathbf{k}$  und die beiden Feldamplituden  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  orthogonal zueinander. Gl. (3.7) beschreibt folglich eine Transversalwelle mit senkrecht zur Ausbreitungsrichtung stehender Amplitude. Für diese Lösung der Helmholtz-Gleichung lassen sich deshalb Polarisationszustände definieren. Zirkulare bzw. elliptische Polarisation ist dabei durch die kreis- bzw. ellipsenförmigen Trajektorien des Feldstärkevektors bei einer Propagation der Welle gekennzeichnet, während für lineare Polarisation die Richtung des Feldstärkevektors im Ortsraum fest ist.

Wir haben jetzt anhand eines Beispiels festgestellt, dass die Lösungen der Helmholtz-Gleichung Transversalwellen sind und sich entsprechende Polarisationszustände für diese Wellen definieren lassen. Anschließend wird nun der Stokesformalismus zur Beschreibung des Polarisationszustandes der Wellen eingeführt. Zur besseren Verständlichkeit wollen wir dazu vom einfacheren Jonesformalismus ausgehen. Dazu geben wir uns zwei Basisvektoren  $\mathbf{e}_1$ ,  $\mathbf{e}_2$  mit  $\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2 = 0$  vor und schreiben Gl. (3.7) so um, dass die Welle in zwei orthogonal zueinander polarisierte Komponenten zerlegt wird. Es folgt

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e}_1 E_1^0 \exp[i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r} + \sigma_1)] + \mathbf{e}_2 E_2^0 \exp[i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r} + \sigma_2)] \quad (3.8)$$

Der entsprechende Jonesvektor  $\mathbf{J}$  für diesen Polarisationszustand ist dann definiert durch

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} E_1^0 \exp(i\sigma_1) \\ E_2^0 \exp(i\sigma_2) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Eine polarisierte Welle kann durch diesen komplexen Vektor vollständig charakterisiert werden.

Wir wollen nun Polarisationsänderungen betrachten, die z.B. durch Reflektionen oder Transmissionen verursacht werden können. Trifft ein Lichtstrahl mit dem Jonesvektor  $\mathbf{J}_{\text{IN}}$  auf ein optisches Element und tritt als  $\mathbf{J}_{\text{OUT}}$  wieder aus, so kann die zugehörige Polarisationsänderung in Form der  $2 \times 2$  Jonesmatrix  $\mathbf{A}$  mit vier komplexen Matrixeinträgen beschrieben werden. In diesem Fall ergibt sich eine lineare Abbildung von  $\mathbf{J}_{\text{IN}}$  auf  $\mathbf{J}_{\text{OUT}}$  mit  $\mathbf{J}_{\text{OUT}} = \mathbf{A} * \mathbf{J}_{\text{IN}}$ .

Als größte Einschränkung bei der Verwendung des Jonesformalismus erweist sich, dass nur jeweils vollständig polarisiertes Licht direkt beschrieben werden kann. In der Praxis tritt partielle Polarisation

jedoch weit häufiger auf als vollständige. Im Jonesformalismus muss dieses Licht dann als Summe von Jonesvektoren mit statistisch verteilten Polarisationsrichtungen dargestellt werden.

Durch die Verwendung von Stokesvektoren kann dieses umständliche Vorgehen vermieden werden, denn der Stokes-Formalismus erlaubt die explizite Darstellung partieller Polarisation und erleichtert so die Berücksichtigung depolarisierender Systeme. Ein Polarisationszustand ist dabei durch den Stokesvektor  $\mathbf{S}$  gegeben [52]. Es gilt

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_0 \\ \mathbf{S}_1 \\ \mathbf{S}_2 \\ \mathbf{S}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle \\ \langle E_1^2 \rangle - \langle E_2^2 \rangle \\ 2\langle E_1 E_2 \cos \delta \rangle \\ 2\langle E_1 E_2 \sin \delta \rangle \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Hier wurden die Phasendifferenz  $\delta$  und die zeitliche Mittelung  $\langle \dots \rangle$  verwendet.

$$\langle E_1^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T E_1^2 * dt \quad \delta = \sigma_1 - \sigma_2 \quad (3.11)$$

Partielle Polarisation wird durch eine eingeschränkte Kopplung der Phasen zwischen den orthogonalen Polarisationsrichtungen verursacht. Die zeitlichen Mittelwerte  $\langle E_1 E_2 \cos \sigma \rangle$  und  $\langle E_1 E_2 \sin \sigma \rangle$  in Gl. (3.10) hängen natürlich von der Korrelation beider Phasen ( $\sigma_1$  und  $\sigma_2$ ) ab.  $\mathbf{S}$  ist deshalb im Gegensatz zum Jonesvektor  $\mathbf{J}$  auch für die Beschreibung partieller Polarisation geeignet. Ein wichtiger Aspekt bei der Verwendung von Stokesvektoren ist die direkte Messbarkeit der Vektorelemente mit einem linearen Polfilter und einem  $\lambda/4$ -Plättchen. Nun wird die entsprechende Messvorschrift kurz erläutert, weil sie die Interpretation des Stokesvektors erheblich vereinfacht.

Um den Stokesvektor zu bestimmen, wird zunächst nur der Polfilter verwendet und seine Durchlassrichtung auf die Winkel  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $135^\circ$  gedreht. Für alle vier Polfilterwinkel erfolgt eine Intensitätsmessung, wir erhalten die Messwerte  $I_0(0)$ ,  $I_{45}(0)$ ,  $I_{90}(0)$ ,  $I_{135}(0)$ . Durch ein  $\lambda/4$ -Plättchen werden anschließend die Phasen der orthogonalen Polarisationskomponenten  $E_1$  und  $E_2$  um  $\pi/2$  gegeneinander verschoben. Für die Polfilterstellungen  $45^\circ$  und  $135^\circ$  messen wir so die Intensitäten  $I_{45}(\pi/2)$  und  $I_{135}(\pi/2)$ . Der Stokesvektor für das Strahlenbündel ist dann durch

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_0 &= I_0(0) + I_{90}(0) & \mathbf{S}_1 &= I_0(0) - I_{90}(0) \\ \mathbf{S}_2 &= I_{45}(0) - I_{135}(0) & \mathbf{S}_3 &= I_{45}\left(\frac{\pi}{2}\right) - I_{135}\left(\frac{\pi}{2}\right) \end{aligned} \quad (3.12)$$

gegeben. Ausgehend von dieser Messvorschrift lässt sich leicht die Interpretation des Stokesvektors ableiten.  $\mathbf{S}_0$  folgt aus der Summe orthogonaler Polarisationszustände und entspricht damit der Gesamtintensität.  $\mathbf{S}_1$ ,  $\mathbf{S}_2$  und  $\mathbf{S}_3$  charakterisieren die Polarisation. Dabei wird  $\mathbf{S}_1$  durch die Differenz zwischen horizontaler und vertikaler Polarisation bestimmt, während  $\mathbf{S}_2$  angibt, wie stark der Unterschied der diagonalen Anteile ist. Die Größen  $\mathbf{S}_1$ ,  $\mathbf{S}_2$  beschreiben ausschließlich lineare Polarisation während die zirkulare Polarisation durch  $\mathbf{S}_3$  gegeben ist. Dabei gilt führt einen rechtszirkularen Zustand  $\mathbf{S}_3 > 0$  und für einen linkszirkularen  $\mathbf{S}_3 < 0$ .

Bisher wurde der Stokesvektors zur Beschreibung partieller Polarisation eingeführt und ausgehend von der existierenden Messvorschrift eine Interpretation für die Bedeutung der einzelnen Vektorkomponenten

abgeleitet. Jetzt werden neben der Zerlegung eines beliebigen Stokesvektor in einen vollständig polarisierten und einen vollständig unpolarisierten Anteil die Größen Polarisationsgrad, Elliptizität und Polarisationswinkel definiert.

Jeder beliebige Stokesvektor kann in die Form

$$\begin{pmatrix} \mathbf{S}_0 \\ \mathbf{S}_1 \\ \mathbf{S}_2 \\ \mathbf{S}_3 \end{pmatrix} = \mathbf{S}_0 \left[ \rho \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\varepsilon \cos 2\theta \\ \cos 2\varepsilon \sin 2\theta \\ \sin 2\varepsilon \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1-\rho \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \quad (3.13)$$

zerlegt werden, wobei die Größen Polarisationsgrad  $\rho$ , Azimut  $\theta$  und Elliptizität  $\varepsilon$  verwendet werden müssen. Sie ergeben sich jeweils aus den Elementen des ursprünglichen Vektors mit

$$\rho = \frac{\sqrt{\mathbf{S}_1^2 + \mathbf{S}_2^2 + \mathbf{S}_3^2}}{\mathbf{S}_0} \quad (3.14)$$

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan \frac{\mathbf{S}_2}{\mathbf{S}_1} \quad \varepsilon = \frac{1}{2} \arcsin \frac{\mathbf{S}_3}{\sqrt{\mathbf{S}_1^2 + \mathbf{S}_2^2 + \mathbf{S}_3^2}} \quad (3.15)$$

Der Polarisationsgrad ist dabei als das Verhältnis der Intensität der vollständig polarisierten Komponente zur Gesamtintensität definiert und liegt im Intervall  $[0,1]$ . Bei vollständiger Polarisation gilt  $\rho = 1$  während für völlig unpolarisiertes Licht  $\rho = 0$  ist. Im allgemeinen Fall beschreibt der Feldstärkevektor des polarisierten Anteils eine Ellipse, deren Achsverhältnis durch die Elliptizität und deren Azimut durch den Polarisationswinkel  $\theta$  vollständig beschrieben ist. Fällt das Licht mit dem Stokesvektor  $\mathbf{S}$  auf einen Polfilter, so wird dessen Transmission maximal, wenn sich die Durchlassrichtung des Polfilters parallel zu  $\theta$  befindet.

Alle Stokes-Zustandsvektoren liegen in einem 4D-Raum, in dem Polarisationsänderungen als 4x4 Müllermatrizen mit 16 reellen Elementen beschrieben werden können. Die Struktur physikalisch sinnvoller Müllermatrizen ist umfassend untersucht [53-59], insbesondere kann die Anzahl unabhängiger Matrixelemente eingeschränkt sein. Z.B. hat ein nicht depolarisierendes System nur sieben freie Elemente, während sich die verbleibenden Matrixelemente aus der Zwangsbedingung „nicht depolarisierend“ ergeben. Die Anzahl der Freiheitsgrade wird in diesem Spezialfall (einer deterministischen Müllermatrix) durch die korrespondierende Jonesmatrix  $\mathbf{J}$  bestimmt.

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_1 & \mathbf{T}_3 \\ \mathbf{T}_4 & \mathbf{T}_2 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

$\mathbf{J}$  ist nur bis auf eine unbekannte Phase bestimmt, das bedeutet, es verbleiben nur sieben Freiheitsgrade. Der Zusammenhang zwischen Jonesmatrix und Müllermatrix ist bekannt [60], so dass aus den komplexen Elementen von  $\mathbf{J}$  die zugehörige Müllermatrix  $\mathbf{M}$  berechnet werden kann. Wir haben

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 + \mathbf{E}_4) & \frac{1}{2}(\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_3 + \mathbf{E}_4) & \mathbf{F}_{13} + \mathbf{F}_{42} & -\mathbf{G}_{13} - \mathbf{G}_{42} \\ \frac{1}{2}(\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 - \mathbf{E}_4) & \frac{1}{2}(\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_3 - \mathbf{E}_4) & \mathbf{F}_{13} - \mathbf{F}_{42} & -\mathbf{G}_{13} + \mathbf{G}_{42} \\ \mathbf{F}_{14} + \mathbf{F}_{32} & \mathbf{F}_{14} - \mathbf{F}_{32} & \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{34} & -\mathbf{G}_{12} + \mathbf{G}_{34} \\ \mathbf{G}_{14} + \mathbf{G}_{32} & \mathbf{G}_{14} - \mathbf{G}_{32} & \mathbf{G}_{12} + \mathbf{G}_{34} & \mathbf{F}_{12} - \mathbf{F}_{34} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$\text{mit: } E_i = T_i T_i^* \quad F_{ij} = F_{ji} = \text{Re}(T_i T_j^*) \quad G_{ij} = -G_{ji} = \text{Im}(T_i T_j^*) \quad (3.18)$$

Entsprechend folgt für einen Polfilter mit  $T_1=1, T_2=T_3=T_4=0$  die Müllermatrix  $\mathbf{P}(0)$ .

$$\mathbf{P}(0) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Eine Drehung der Polfilter-Durchlassrichtung auf den Winkel  $\alpha$  entspricht dabei einer Koordinatentransformation im Poincaré Diagramm. Mit der entsprechenden Abbildung  $\mathbf{T}(2\alpha)$  können wir die Müllermatrix  $\mathbf{P}(\alpha)$  eines beliebig ausgerichteten Filters berechnen. Aus  $\mathbf{P}(\alpha) = \mathbf{T}(-2\alpha)\mathbf{P}(0)\mathbf{T}(2\alpha)$  folgt mit

$$\mathbf{T}(2\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\alpha & \sin 2\alpha & 0 \\ 0 & -\sin 2\alpha & \cos 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{P}(\alpha) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\alpha & \sin 2\alpha & 0 \\ \cos 2\alpha & \cos^2 2\alpha & \sin 2\alpha \cos 2\alpha & 0 \\ \sin 2\alpha & \sin 2\alpha \cos 2\alpha & \sin^2 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Analog kann die Müllermatrix  $\mathbf{M}(\delta)$  eines Retarder mit der Phasenschiebung  $\delta$  aus dem Jonesformalismus abgeleitet werden. Für ein um  $\beta$  gedrehtes  $\lambda/4$ -Plättchen ( $\delta = \pi/2$ ) erhalten wir  $\mathbf{R}(\beta)$ .

$$\mathbf{M}(\delta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \delta & \sin \delta \\ 0 & 0 & -\sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \quad \mathbf{R}(\beta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\beta & \cos 2\beta \sin 2\beta & \sin 2\beta \\ 0 & \cos 2\beta \sin 2\beta & \sin^2 2\beta & -\cos 2\beta \\ 0 & -\sin 2\beta & \cos 2\beta & 0 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

### 3.3 Signalmodell

Der visuelle Eindruck eines Objektes wird durch seine Streu- und Reflektionseigenschaften bestimmt. Eine Standardkamera detektiert dabei die Intensität der vom Objekt kommenden Strahlung, diese ist durch den Pointingvektor gegeben und proportional zum Betragsquadrat der Wellenamplitude. In Folge der Spektralcharakteristik der Lichtquelle, der Probe (Dispersion) und der Streu- bzw. Beugungseigenschaften hängt die beobachtete Intensität im Allgemeinen von der Lichtwellenlänge ab. Da mit einer Monochromkamera nur die spektral gemittelte Intensität bestimmt werden kann, bieten sich für Proben mit ausgeprägter Dispersion oder charakteristischem Streuverhalten mehrkanalige Farbkameras an. Mit der Farbinformation wird die Interpretierbarkeit der Bilder für einige Anwendungen erheblich verbessert [61].

Polarisation ist eine von der Intensität unabhängige fundamentale Eigenschaft des Lichts, welche die Vorzugsrichtungen der Feldamplitude beschreibt. Deshalb stellt Polarisation eine echte Zusatzinformation dar [4], die weder im Farb- noch im Grauwertbild enthalten ist. In Analogie zum Farbsehen gibt es Objekte, welche stärker die Polarisation beeinflussen als die Intensität. Entsprechend führt Polarisation zu den dem menschlichen Auge nicht direkt zugänglichen Bildern, wobei die auftretenden Polarisationskontraste andere physikalische Ursachen haben können als die Intensitäts- bzw. Farbänderungen. Die Unabhängigkeit des Polarisationszustandes von der Intensität der Beleuchtung, die angesprochene Zusatzinformation und die Verfügbarkeit robuster physikalischer Modelle zur Interpretation der Bilder sind

wesentliche Vorteile von Polarisation Imaging.

Wir wollen jetzt einen unbekanntem Polarisationszustand mit einem gewöhnlichen CCD-Sensor und einem drehenden Polfilter bestimmen. Das CCD kann allein nur zur Messung der Intensität verwendet werden. Wird allerdings vor dem Sensor ein geeignetes optisches Element mit bekannter Stokesmatrix gedreht, so lässt sich aus den auftretenden Intensitätsänderungen der Polarisationszustand der untersuchten Strahlung ableiten. Im Falle eines Polfilters wird das Intensitätssignal cosinusförmig durch die Filterdrehung moduliert.

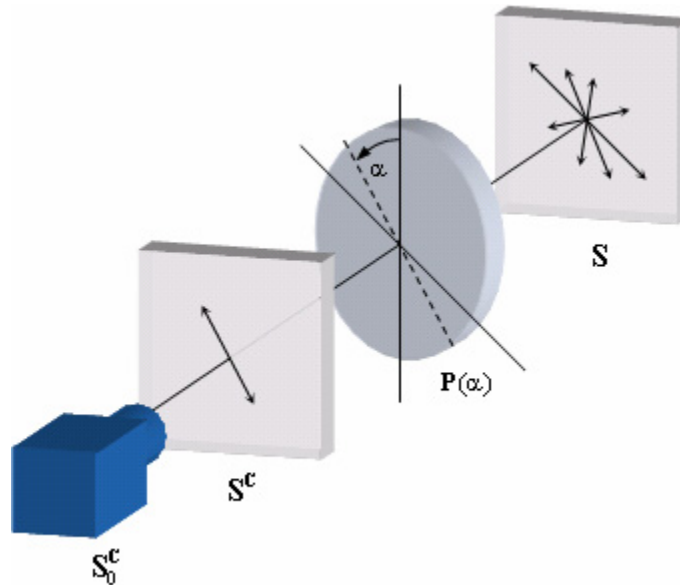


Abb. 3-1 Eingangszustand  $\mathbf{S}$  wird durch einen Linearpolarisator auf  $\mathbf{S}^c$  abgebildet, die Kamera detektiert schließlich nur die erste Komponente des Vektors  $\mathbf{S}^c$

Ist die einfallende Strahlung durch den Stokesvektor  $\mathbf{S}$  gegeben, dann erhalten wir nach passieren des Polfilters den Zustand  $\mathbf{S}^c$ . Es gilt  $\mathbf{S}^c = \mathbf{P}(\alpha) * \mathbf{S}$ . Am Sensor wird schließlich nur die erste Komponente von  $\mathbf{S}^c$ , nämlich die Intensität, bestimmt. Durch Einsetzen der Zerlegung Gl (3.13) leiten wir das Signalmodell

$$I(\alpha) = I_0 [1 + \rho_L \cos 2(\alpha - \theta)] \quad (3.22)$$

mit der mittleren Intensität  $I_0 = S_0/2$  und dem linearen Polarisationsgrad  $\rho_L = \rho \cos 2\epsilon$  ab. Aus der Drehung des linearen Polfilters lässt sich die Größe  $\cos 2\epsilon$  nicht bestimmen [60]. Entsprechend kann der zirkular polarisierte Anteil nicht gemessen werden. Wir erhalten so die Definition des linearen Polarisationsgrades mit

$$\rho_L = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}}{S_0} \quad (3.23)$$

Im Folgenden wird  $\rho_L$  kurz mit Polarisationsgrad bezeichnet, es sei jedoch darauf hingewiesen, dass es sich nur um den Anteil linearer Polarisation handelt. Bei einer vollen Drehung des Polfilters um  $180^\circ$  ist die detektierte Intensität cosinusförmig moduliert, wobei wir die höchste auftretende Intensität mit  $I_{\max}$

und die niedrigste mit  $I_{\min}$  bezeichnen. Aus unserem Signalmodell Gl. (3.22) folgt dann eine weitere Definition von  $\rho_L$ . Wir erhalten

$$\rho_L = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (3.24)$$

Die Phase  $\theta$  in Gl. (3.22) bezeichnen wir als Polarisationswinkel, sie gibt die Polfilterstellung mit maximaler Intensität an. Es gilt  $I(\alpha = \theta) = I_{\max}$ . Aus dem Signalmodell folgt direkt, dass der Polarisationswinkel nur in einem Intervall von  $180^\circ$  eindeutig definiert ist, wir wählen  $\theta \in (-90^\circ, 90^\circ]$ . Ohne Polfilter hätten wir mit dem CCD nur die erste Komponente von  $\mathbf{S}$  gemessen, nämlich die Intensität  $I = S_0$ . Diese Größe folgt aus der Addition der Messwerte senkrecht aufeinander stehender Polfilterstellungen. Es gilt z.B.  $I = I_{\max} + I_{\min}$ , d.h. auch mit dem rotierenden Polfilter vor dem Sensor kann die gewohnte Intensität bestimmt werden.

Wir haben jetzt die Größen Polarisationsgrad  $\rho_L$ , Polarisationswinkel  $\theta$  und mittlere Intensität  $I_0$  zur Charakterisierung der Polarisationsseigenschaften beliebigen Lichtes eingeführt. Wird der einfache Intensitätssensor durch eine Kamera ersetzt, so kann für jedes Pixels eine cosinusförmige Modulation in Abhängigkeit von der Polfilterstellung beobachtet werden. Für die Auswertung werden die Pixel unabhängig voneinander betrachtet, und in jedem Bildpunkt können die Polarisationsgrößen berechnet werden. Aus den Darstellungen der Werte des Polarisationsgrades, des Polarisationswinkels und der mittleren Intensität folgen die drei Polarisationsbilder.

### 3.4 Signalverarbeitung

Die Polarisationsgrößen sind im Signalmodell Gl. (3.22) in impliziter Form gegeben. Aus fehlerbehafteten Intensitätsmesswerten für mindestens drei unterschiedliche Polfilterwinkel sollen die Polarisationsgrößen bestimmt werden. Es handelt sich um ein Schätzproblem mit bekannter Frequenz bei dem Phase, Modulation und Mittelwert gesucht sind.

Angenommen wir drehen den Polfilter auf die Winkel  $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  und messen jeweils die Intensität, dann erwarten wir gemäß Signalmodell  $I(0) = I_0(1 + \rho \cos 2\theta)$ ,  $I(45) = I_0(1 + \rho \cos 2(\alpha_s - \theta))$ ,  $I(90) = I_0(1 + \rho \cos 2(\alpha_s - \theta))$  und erhalten

$$\left( \frac{I_0 - 2I_{45} + I_{90}}{I_{90} - I_0} \right) = \frac{\cos 2\theta + \cos 2(\alpha_s - \theta) - 2 \cos 2(\alpha_s - \theta)}{\cos 2(\alpha_s - \theta) - \cos 2\theta} \quad (3.25)$$

Hier wurden die Polfilterwinkel als Fußindex angegeben, um die Übersichtlichkeit zu verbessern. Die Schrittweite  $\alpha_s$  beträgt in unserem Fall  $45^\circ$ . Trigonometrische Umformungen führen dann auf

$$\frac{\frac{1}{2} \cos 2\theta - \frac{1}{2} \cos 2\theta - \sin 2\theta}{-\cos 2\theta} = \tan 2\theta \quad (3.26)$$

Schließlich erhalten wir den Zusammenhang zur Bestimmung des Polarisationswinkels [15, 27]. Für bekanntes  $\theta$  ist der Polarisationsgrad gegeben durch

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{I_0 - 2I_{45} + I_{90}}{I_{90} - I_0} \right) \quad \rho_L = \frac{I_{90} - I_0}{(I_{90} + I_0) \cos 2\theta} \quad (3.27)$$

Aus der Verallgemeinerung dieses Vorgehens lassen sich weitere Relationen zur Phasenschätzung ableiten. Diese Klasse von Algorithmen wird allgemein als Bucket-Ansätze bezeichnet. Relationen für andere Schrittweiten und mehr Abtastpunkte sind bekannt [62-65], wobei sich eine umfassende Übersicht in [66] findet. Alle Bucket-Ansätze lassen sich in einer geschlossenen Form angeben und sind effizient berechenbar. Sie werden z.B. in der Photogrammetrie [67] und der Phasenschiebenden-Interferometrie verwendet. Die Robustheit der Methoden gegenüber bestimmten systematischen und zufälligen Fehlern kann durch eine Ungleichgewichtung der Eingangsintensitäten beeinflusst werden. In der phasenschiebenden Interferometrie wird so der Einfluss von Vibrationen des Versuchsaufbaus unterdrückt [68]. Da diese vorwiegend einen Einstellfehler der Phase  $\alpha$  hervorrufen, ist für Polarisation Imaging der Fehler der Polfilterausrichtung äquivalent.

Das Signalmodell Gl. (3.22) kann auf die Form

$$I(\alpha) = C + B_1 \cos 2\alpha + B_2 \sin 2\alpha \quad (3.28)$$

umgeschrieben werden. Jetzt definieren wir einen Parametervektor  $\mathbf{x} = [B_1 \ B_2 \ C]^T$ , aus dessen Elementen sich  $\theta$  und  $\rho_L$  wie folgt bestimmen lassen.

$$\theta = \arctan \frac{B_1}{B_2} \quad \text{und} \quad \rho_L = \frac{\sqrt{B_1^2 + B_2^2}}{C} \quad (3.29)$$

Diesen Parametervektor wollen wir nun aus den Beobachtungen so ableiten, dass das Signalmodell erfüllt ist. Für die Polfilterstellungen  $\alpha_1, \dots, \alpha_N$  werden die Intensitäten  $I_1, \dots, I_N$  gemessen. Mit dem daraus gebildeten Beobachtungsvektor  $\mathbf{b} = [I_1 \ \dots \ I_N]^T$  und der rechteckigen Koeffizientenmatrix

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos 2\alpha_1 & \sin 2\alpha_1 & 1 \\ \dots & \dots & \dots \\ \cos 2\alpha_N & \sin 2\alpha_N & 1 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

können wird aus Gl. (3.28) ein Gleichungssystem aufstellen. Es gilt  $\mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{W}\mathbf{b}$ . Für  $N > 3$  ist das System überbestimmt. Da  $\mathbf{b}$  eine fehlerbehaftete Messgröße ist, existiert keine exakte Lösung. Mit der Annahme die Messfehler seien gaussverteilt, erhalten wir die beste Lösung durch Minimierung des quadratischen Fehlers  $\|\mathbf{W}(\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b})\|$ , dabei wird die Gewichtung der einzelnen Messungen von  $\mathbf{W}$  bestimmt. Es gilt  $\mathbf{W} = \text{diag}(w_1, \dots, w_N)$ . Durch Gauß-Transformation [69] erhalten wir

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{b} \quad (3.31)$$

Wenn wir die statistische Unsicherheit jeder Intensitätsmessung kennen, so können die  $w_1, \dots, w_N$  so gewählt werden, dass sichere Messungen das Ergebnis stärker beeinflussen als unsichere. Aus einer Einfachmessung lassen sich diese Werte aber experimentell nicht gewinnen, und ein Fehlermodell, welches aus der Kameracharakteristik folgt, entwickeln wir erst in Kapitel 7. Deshalb wählen wir zunächst eine Gleichgewichtung aller Messdaten mit  $\mathbf{W} = (\delta_{\mu\nu})$ . Wir verwenden hier das Kroneckersymbol



$\delta_{\mu\nu}$ . Die von Spalten von  $\mathbf{A}$  sind orthogonal zueinander [70] und  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  ist deshalb eine Diagonalmatrix mit der Inversen

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} = \begin{bmatrix} 1/\sum_n \cos^2(2\alpha_n) & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sum_n \sin^2(2\alpha_n) & 0 \\ 0 & 0 & 1/N \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Bei äquidistanter Abtastung des Intervalls  $[0, 180^\circ)$  mit  $N$  Messungen gilt  $\alpha_n = n\pi/N$ , und die Diagonalelemente von  $(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}$  vereinfachen sich zu

$$\sum_n \cos^2(2\alpha_n) = \sum_n \sin^2(2\alpha_n) = N/2 \quad (3.33)$$

Wir erhalten den Parametervektor dann aus  $\mathbf{x} = 2/N * \mathbf{A}^T \mathbf{b}$ . Das entspricht gerade der Fourierreihenentwicklung des Intensitätssignals. Offensichtlich minimiert also diese Entwicklung den quadratischen Fehler für unser Signalmodell. Wir verwenden jetzt die Faktoren  $a_n = \sin 2\alpha_n$ ,  $b_n = \cos 2\alpha_n$  und erhalten schließlich

$$B_1 = \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N b_n I_n \quad B_2 = \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N a_n I_n \quad C = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N I_n \quad (3.34)$$

Daraus folgen die Polarisationsgrößen

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \sum a_n I_n / \sum b_n I_n \right) \quad (3.35)$$

$$\rho_L = 2 \sqrt{\left( \sum_n a_n I_n \right)^2 + \left( \sum_n b_n I_n \right)^2} / \sum_n I_n \quad (3.36)$$

$$I_0 = \frac{1}{N} \sum_n I_n \quad (3.37)$$

Diese Zusammenhänge erlauben es, aus  $N \geq 3$  gemessenen Intensitäten die Polarisationsgrößen zu berechnen, wobei die Polfilterstellungen gleichmäßig auf das Intervall  $[0, 180^\circ)$  verteilt sein müssen. Für die Anwendung von Polarisation Imaging im industriellen Umfeld ist die Auswertzeit ein entscheidender Aspekt. Der Rechenaufwand der Bucket Ansätze ist der geringste, aber die Methode der kleinsten Quadrate ist nur geringfügig aufwändiger. Entsprechend erfolgt die Verarbeitung der Ausgangsbilder unabhängig von der Methode sehr schnell. Mit fünf Ausgangsbildern (Auflösung 1280x1024 Pixel) werden auf einem Intel Core 2 Duo E6600 Prozessor 0.14 s für die Berechnung der Polarisationsbilder benötigt.

Die statistische Unsicherheit der ermittelten Polarisationsgrößen kann durch eine Erhöhung von  $N$  verringert werden. In Kapitel 7 betrachten wir die gemessene Intensität als Zufallsvariable und leiten die statistischen Eigenschaften der Methode der kleinsten Quadrate für unsere Anwendung ab. Zusätzlich zu statistischen Unsicherheiten des Signals durch Kamerarauschen treten systematische Abweichungen der Messung von der erwarteten Signalform auf. Systematische Fehler dieser Form werden dabei vorwiegend durch Bildverschiebungen und die Nichtlinearität der Kamerakennlinie (vgl. 6) hervorgerufen. Beide Effekte lassen sich aber weitestgehend korrigieren.

## 4 REFLEKTIONSMODELLE FÜR DIFFUSE VOLUMENSTREUER

Trifft elektromagnetische Strahlung auf eine Grenze zwischen zwei Volumina 1 und 2 mit sich unterscheidenden  $\epsilon_i$ , dann tritt die Welle in Wechselwirkung mit der Grenzfläche. Ausgehend von den MWG ist diese Wechselwirkung für ebene Grenzflächen durch die Fresnelschen Gleichungen beschrieben. Für eine raue Grenzfläche lässt sich keine allgemeine analytische Lösung angeben, aus diesem Grund werden hier Näherungslösungen dieses Problems diskutiert.

Einer häufig verwendeten Annahme der Computer Vision folgend wollen wir die Reflektion praktischer Oberflächen als Summe dreier Hauptanteile auffassen. Neben der spekularen (direkten) Reflektion tritt bei allen technischen Objekten zusätzlich gerichtete diffuse Streuung und ungerichtete diffuse Streuung auf. Die Ausprägung der Anteile hängt dabei stark vom Material, der Einfallswinkelgeometrie und der Mikrostruktur der Oberfläche ab.

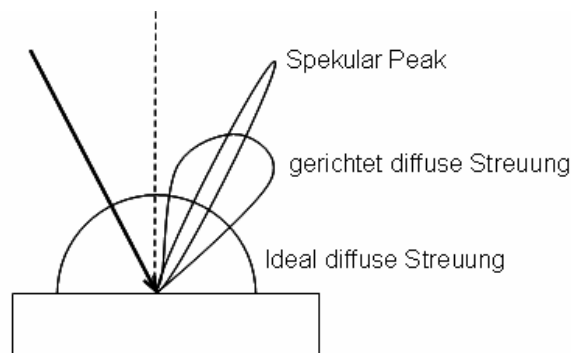


Abb. 4-1 Reflektionsmodell für technische Oberflächen

Spekulare Reflektion wird durch die direkte Reflexion an der Materialoberfläche verursacht. Im einfachsten Fall behandeln wir eine raue Oberfläche als Kombination vieler kleiner ebener Flächen mit statistischer Ausrichtung. Eine solche Oberfläche reflektiert Licht in unterschiedliche Raumrichtungen diffus. Diffuse Reflektion wird aber auch durch Streuzentren, z.B. Inhomogenitäten im Inneren des Materials verursacht. Demnach wird das Streuverhalten technischer Objekte von Oberflächen- und Volumeneffekten bestimmt (dichromatisches Reflektionsmodell [71]). Wir diskutieren Oberflächeneffekte in 4.2.1 und analysieren in 4.2.2 den Einfluss der Volumeneffekte.

### 4.1 Grundlagen

#### 4.1.1 Fresneltheorie

Wir betrachten jetzt eine ebene, monochromatische, linear polarisierte Welle, die auf eine gerade Grenzfläche zwischen den Medien 1 und 2 trifft. Der Einfallswinkel  $\theta_1$  und die Brechzahlen beider Medien  $n_1$ ,

$n_2$  seien bekannt.

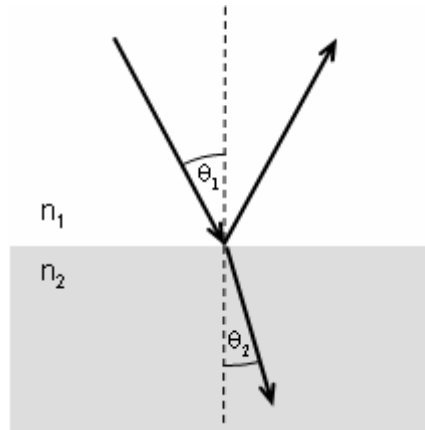


Abb. 4-2 Reflexion einer Welle an einer ebenen Grenzfläche

Der Transmissionswinkel  $\theta_2$  folgt dann aus dem Snell-Gesetz

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{n_1}{n_2} \quad (4.1)$$

Für  $\mu_1 = \mu_2$  vereinfachen sich die Stetigkeitsbedingungen, Gl. (3.5)-(3.6) [72], und wir können das Amplitudenverhältnis der reflektierten bzw. transmittierten zur einfallenden Welle in Form der Fresnelkoeffizienten (Gl. (4.2) und Gl. (4.3)) angeben. Ist ein Material nicht magnetisch, so gilt  $\mu = 1$ , deshalb ist die Voraussetzung  $\mu_1 = \mu_2$  für die meisten Grenzflächen erfüllt. Der Normalenvektor der Grenzfläche und die Ausbreitungsrichtung der einfallenden Welle  $\mathbf{e}_k$  spannen die Einfallsebene auf. Wir definieren jetzt zwei orthogonal zu  $\mathbf{e}_k$  liegende Einheitsvektoren  $\mathbf{e}_\parallel$  und  $\mathbf{e}_\perp$ , für die  $\mathbf{e}_\parallel * \mathbf{e}_\perp = 0$  mit  $\mathbf{e}_\perp$  senkrecht zur Einfallsebene gilt. Aus der Zerlegung des Feldstärkevektors einer Welle bezüglich der Basis  $\mathbf{e}_\parallel$ ,  $\mathbf{e}_\perp$  folgen jeweils  $E_\parallel$  und  $E_\perp$ .

$$r_\parallel = \frac{E_\parallel^r}{E_\parallel^i} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} \quad r_\perp = \frac{E_\perp^r}{E_\perp^i} = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2} \quad (4.2)$$

$$t_\parallel = \frac{E_\parallel^t}{E_\parallel^i} = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2} \quad t_\perp = \frac{E_\perp^t}{E_\perp^i} = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} \quad (4.3)$$

Die Reflektivität einer ebenen Oberfläche hängt vom Polarisationszustand der einfallenden Welle ab. Durch die Unterschiede der Fresnelkoeffizienten ändert sich der Polarisationszustand während der Reflexion. Aus Gl. (3.17) leiten wir die Müllermatrix  $\mathbf{M}$  für die Fresnelreflektion ab.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(|r_\parallel|^2 + |r_\perp|^2) & \frac{1}{2}(|r_\parallel|^2 - |r_\perp|^2) & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}(|r_\parallel|^2 - |r_\perp|^2) & \frac{1}{2}(|r_\parallel|^2 + |r_\perp|^2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \text{Re}(r_\parallel r_\perp^*) & -\text{Im}(r_\parallel^* r_\perp) \\ 0 & 0 & \text{Im}(r_\parallel^* r_\perp) & \text{Re}(r_\parallel r_\perp^*) \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Basierend auf dieser Müllermatrix wollen wir jetzt betrachten, wie stark eine ebene Oberfläche Licht polarisiert. Ist die einfallende Welle unpolarisiert, so wird der reflektierte Anteil durch die Oberfläche partiell polarisiert. Wenn  $\mathbf{S}^i$  der Stokesvektor der einfallenden unpolarisierten Welle ist, dann erhalten wir mit  $\mathbf{M}$  und  $\mathbf{S}^i = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$  den Zustandsvektor des reflektierten Anteils  $\mathbf{S}^r = \mathbf{M}\mathbf{S}^i = \left[ \frac{1}{2}(|r_{\perp}|^2 + |r_{\parallel}|^2) \quad \frac{1}{2}(|r_{\perp}|^2 - |r_{\parallel}|^2) \quad 0 \quad 0 \right]^T$ . Offensichtlich tritt keine zirkulare Polarisation auf, deshalb stimmen Polarisationsgrad und linearer Polarisationsgrad überein, und wir erhalten aus Gl. (3.23)

$$\rho = \frac{|r_{\perp}|^2 - |r_{\parallel}|^2}{|r_{\perp}|^2 + |r_{\parallel}|^2} \quad (4.5)$$

Mit einem Detektor wird nicht die Amplitude des elektrischen Feldes, sondern die Intensität  $I$  gemessen. Es gilt  $I \propto |\mathbf{E}|^2$ , d.h. die Messgröße Intensität ist proportional zum Betragsquadrat der Feldamplitude. Entsprechend ist die Reflektivität der Oberfläche bezüglich der Intensität durch  $|r_{\perp}|^2$  und  $|r_{\parallel}|^2$  gegeben und Gl. (4.5) ist deshalb äquivalent zum Kontrastverhältnis der Intensitäten der beiden Polarisationen.

In Abb. 4-3 sind  $|r_{\perp}|^2$  und  $|r_{\parallel}|^2$  für eine ebenen  $\text{ZrO}_2$ -Oberfläche (mit  $n=2.2$ ) in Abhängigkeit vom Einfallswinkel dargestellt. Ausgehend vom senkrechten Einfall nimmt die Reflektivität für TE Polarisation mit steigendem Einfallswinkel zu, um ihr Maximum bei streifender Beleuchtung zu erreichen.

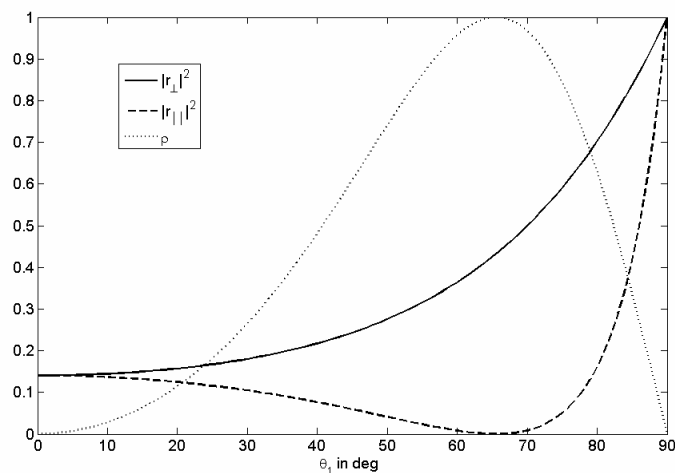


Abb. 4-3 Reflektionskoeffizient und Polarisationsgrad nach spekularer Reflexion für  $\text{ZrO}_2$  [73] mit  $n=2.2$

Im Gegensatz dazu sinkt die Reflektivität für TM polarisiertes Licht, bis sie am Brewsterwinkel mit  $|r_{\parallel}|^2 = 0$  ihr Minimum erreicht, um danach wieder starker anzusteigen. Der Brewsterwinkel liegt für  $n=2.2$  bei  $65.7^\circ$ . Am Brewsterwinkel ist der Unterschied zwischen TE und TM Reflektivität am größten und das so reflektierte Licht ist aufgrund der 0-Stelle von  $|r_{\parallel}|^2$  vollständig TE polarisiert.

Der zugehörige Polarisationsgrad folgt, wie erläutert, aus dem Kontrastverhältnis der Intensitäten und zeigt entsprechend ein klar ausgeprägtes Maximum. In Abb. 4-3 wird deutlich, dass die Abbildung vom

Einfallswinkel zum Polarisationsgrad nicht monoton ist, deshalb kann einem gemessenen Polarisationsgrad kein eindeutiger Einfallswinkel zugeordnet werden. Zur Oberflächenrekonstruktion aus spekulär aufgenommenen Polarisationsdaten werden daher zusätzliche Informationen in Form weiterer Bilder oder Annahmen benötigt.

Tritt in einem Medium Absorption auf, so hat das eine Dämpfung der Welle zur Folge. Die Brechzahl ist in diesem Fall komplex, wobei der Imaginärteil die Stärke der Absorption angibt. Für die Fresnelkoeffizienten  $r_{\parallel}$ ,  $r_{\perp}$  erhalten wir dann ebenfalls komplexe Zahlen. Ausgehend von ihrer Definition (Gl. (4.2) und Gl. (4.3)) folgern wir, dass für solche Medien ein Phasensprung zwischen  $E^i$  und  $E^r$  bei der Reflexion auftritt, dessen Größe durch das Argument des Fresnelkoeffizienten bestimmt wird. Da sich die absoluten Phasen  $\sigma_{\parallel}$  und  $\sigma_{\perp}$  vgl. (3.8) nicht direkt messen lassen, führen wir das ellipsometrische Verhältnis  $p$  ein.

$$p = \frac{r_{\parallel}}{r_{\perp}} = \tan \psi \exp(i\Delta) \quad \text{mit} \quad \tan \psi = \frac{|r_{\parallel}|}{|r_{\perp}|}, \quad \Delta = \sigma_{\parallel} - \sigma_{\perp} \quad (4.6)$$

$\psi$  und  $\Delta$  sind durch ellipsometrische Messungen bestimmbar [60, 74], dabei wird ausgenutzt, dass bei polarisierter Beleuchtung der Fresneloberfläche die unterschiedlichen Phasensprünge zu einer relativen Phasendifferenz zwischen den TE und TM Feldanteilen führen. Aus der daraus resultierenden Rotation des  $\mathbf{E}$ -Feldvektors nach der Reflexion (elliptische Polarisation) können die ellipsometrischen Messgrößen  $\psi$  und  $\Delta$  bestimmt werden.

#### 4.1.2 Reflexion an beliebig orientierten Flächen

Für beliebig orientierte Flächen ist die Basis  $\mathbf{e}_{\parallel}$ ,  $\mathbf{e}_{\perp}$  für die Zerlegung in Jonesvektoren bezüglich des Laborkoordinatensystems gedreht [75-77]. Insbesondere unterscheiden sich die Basisvektoren für den einfallenden und den reflektierten Strahl. Durch die vorgegebene Geometrie Abb. 4-4 und das Reflexionsverhalten der Oberfläche erfolgt eine Kopplung zwischen den Eingangs- und Ausgangszuständen.

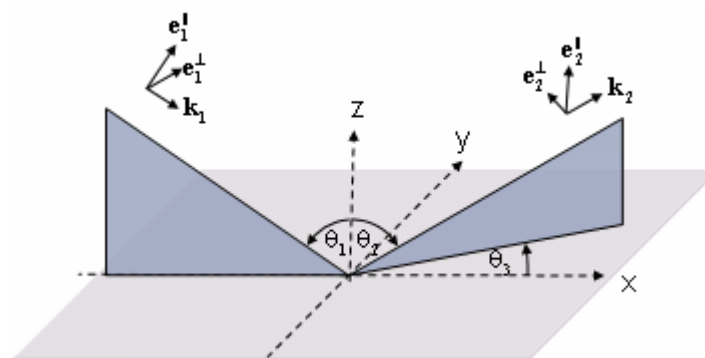


Abb. 4-4 Definition der Geometrie

Die spekuläre Reflexion an der geneigten Ebene wird durch Fresnelkoeffizienten beschrieben (vgl. 4.1.1). Allerdings muss der Polarisationszustand der einfallenden Welle in seine parallel und senkrecht zur Einfallsebene stehenden Anteile zerlegt werden. Dafür wird ein Proben-Koordinatensystem verwendet, bei dem die Oberflächennormale in  $z'$ -Richtung zeigt. Im Jonesformalismus entspricht das einer

Koordinatentransformation. Diese wird durch die links und rechts an die Jonesmatrix multiplizierten Rotationsmatrizen berücksichtigt. Wir erhalten die Jonesmatrix der geneigten Ebene.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_r & -\sin \alpha_r \\ \sin \alpha_r & \cos \alpha_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{\parallel} & 0 \\ 0 & r_{\perp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha_i & \sin \alpha_i \\ -\sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Aus geometrischen Überlegungen leiten sich die notwendigen Drehwinkel  $\alpha_i$ ,  $\alpha_r$  und der lokale Einfallswinkel  $\gamma$  ab.

$$\sin \alpha_i = \sin \theta_2 \sin \theta_3 / \sin 2\gamma \quad \sin \alpha_r = \sin \theta_1 \sin \theta_3 / \sin 2\gamma \quad (4.8)$$

$$\cos 2\gamma = \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 \quad (4.9)$$

Der spekularen Reflektion einer glatten Oberfläche, deren Normale in z-Richtung zeigt, ist eine diagonale Jonesmatrix zugeordnet. In deren Diagonale stehen die Fresnelkoeffizienten und beide Nebendiagonalelemente sind null. Wird diese Oberfläche mit vollständig TE oder TM polarisiertem Licht beleuchtet, so ändert sich der Polarisationszustand durch die Reflektion nicht, das heißt nach der Reflektion liegt weiterhin ausschließlich TE oder TM Polarisation vor.

Im Gegensatz dazu sind die Nebendiagonalelemente von  $M$  für eine geneigte Ebene ungleich 0. Entsprechend wird ein Teil einer vollständig TE polarisierten Beleuchtung während der Reflektion in TM Polarisation umgewandelt. Dieser Effekt wird Polarisationskonversion oder Kreuzpolarisation genannt. Er kann auch durch andere Symmetriebrüche bzgl. der Einfallsebene hervorgerufen werden [78, 79].

Wird unpolarisiertes Licht von einer geneigten Oberfläche reflektiert, so tritt wie in 4.1.1 partielle Polarisation auf. Dabei bedingen die Unterschiede der Fresnelkoeffizienten die Stärke der Polarisation, und der Polarisationsgrad hängt wie in der Fresneltheorie vom Einfallswinkel und den Materialkonstanten ab. Es gilt Gl. (4.5) wobei  $\theta_1$  durch den lokalen Einfallswinkel  $\gamma$  ersetzt werden muss.

### 4.1.3 Skalare Beugungstheorie

Um das Reflektionsverhalten rauer endlich ausgedehnter Oberflächen mathematisch beschreiben zu können, sollen im Folgenden die wesentlichen Aspekte der skalaren Beugungstheorie kurz diskutiert werden. In der skalaren Beugungstheorie wird der Vektorcharakter elektromagnetischer Felder vernachlässigt und von der skalaren Form der in Gl. (3.4) gegebenen Helmholtz-Gleichung ausgegangen. Unter Anwendung der Greenschen Sätze erhalten wir das Kirchhoff Integral [80].

$$E(P) = \frac{1}{4\pi} \iint \left( E \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial E}{\partial n} \right) dS \quad (4.10)$$

Mit dem Kirchhoff Integral kann das Feld innerhalb eines Volumens  $V$  berechnet werden, wenn dessen Dirichlet-Neumann-Randwerte bekannt sind. Neben der Feldstärke  $E$  muss auch deren räumliche Ableitung auf einem Rand von  $V$  vorgegeben sein. Die räumliche Ableitung von  $E$  erfolgt dabei bezüglich der Randnormalen  $\mathbf{n}$ , wir erhalten  $\partial E / \partial n$ . Kugelwellen  $\psi = \exp(ik_2 R') / R'$  erfüllen die Helmholtz-Gleichung und werden verwendet, um das Feld von der Oberfläche zum Beobachtungspunkt  $P$  zu propagieren. In der Fraunhofer Zone (Fernfeldnäherung mit  $R' \rightarrow \infty$ ) wird das gestreute Feld dabei durch ebene Wellen angenähert. Der Rand von  $V$  kann beliebig kompliziert aussehen, was einen variierenden

Abstand zum Punkt P zur Folge hat. Daraus resultiert ein Gangunterschied zwischen den Wellen, die von unterschiedlichen Punkten des Randes stammen, dieser wird wie in Abb. 4-5 dargestellt approximiert.

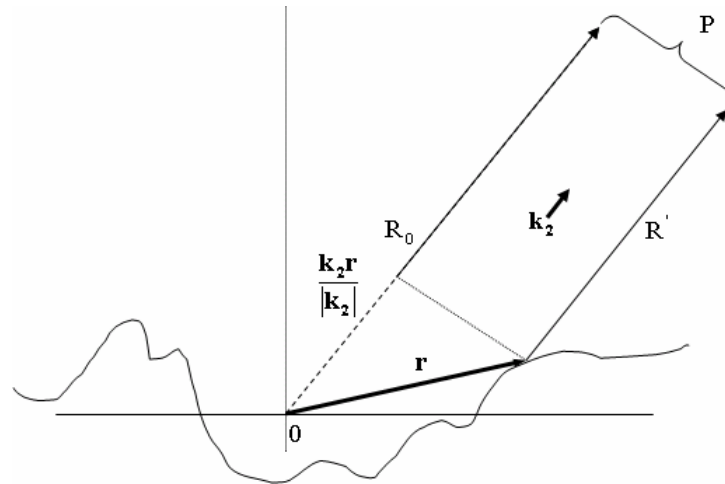


Abb. 4-5 Skizze zur Ableitung von Gl. (4.11)

$$k_2 R' = k R_0 - k_2 r \quad \psi = \frac{\exp(i k R_0 - i k_2 r)}{R_0} \quad (4.11)$$

Um aus Gl. (4.10) die Reflexion an einem rauen endlich ausgedehnten Objekt abzuleiten, werden  $E$  und  $\partial E / \partial n$  an dessen Oberfläche benötigt. Diese Randwerte sind i.a. unbekannt und schwer bestimmbar. Unter der Annahme, dass die Oberflächenradien deutlich größer seien als die Wellenlänge  $\lambda$ , kann das Feld in jedem Punkt der Oberfläche durch das Feld approximiert werden, welches auf der zugehörigen Tangentialebene vorhanden wäre. Diese sogenannte Tangent Plane Approximation (TPA) erlaubt es, nichttransparente Medien in Fresneltheorie zu betrachten [81]. Dabei werden Streu- und Nahfeldeffekte vernachlässigt. Das Feld an der Oberfläche ( $E$ )<sub>s</sub> setzt sich dann aus der Überlagerung von Anregung (auf 1 normiert) und Reflektivität  $r$  zusammen.

$$(E)_s = (1 + r) \exp(i \mathbf{k}_1 \mathbf{r} - \omega t) \quad (4.12)$$

Aus Gl. (4.11) und Gl. (4.12) folgen die Feldableitungen bezüglich der Oberflächennormale  $n$ .

$$\left( \frac{\partial E}{\partial n} \right)_s = i(1 - r) \mathbf{k}_1 \mathbf{n} \exp(i \mathbf{k}_1 \mathbf{r} - \omega t) \quad (4.13)$$

$$\left( \frac{\partial \psi}{\partial n} \right)_s = - \frac{\exp(i k_2 R_0 - i \vec{k}_2 \vec{r})}{R_0} \vec{k}_2 \frac{\partial \vec{r}}{\partial n} \quad (4.14)$$

Durch einsetzen dieser Ergebnisse in das Kirchhoff Integral erhalten wir

$$E(P) = \frac{\exp(i k_2 R_0)}{4 \pi R_0} \iint -i \exp(i \mathbf{k}_1 \mathbf{r} - i \mathbf{k}_2 \mathbf{r}) [(1 + r) \mathbf{k}_2 \mathbf{n} + (1 - r) \mathbf{k}_1 \mathbf{n}] dS \quad (4.15)$$

Wir wählen ein Koordinatensystem, so dass der einfallende Strahl in der X-Z Ebene liegt. Aus Einfallswinkel  $\Theta_1$ , Beobachtungswinkel  $\Theta_2$  und Azimutwinkel  $\Theta_3$  folgen dann die Wellenvektoren  $\mathbf{k}_1$  und  $\mathbf{k}_2$ .

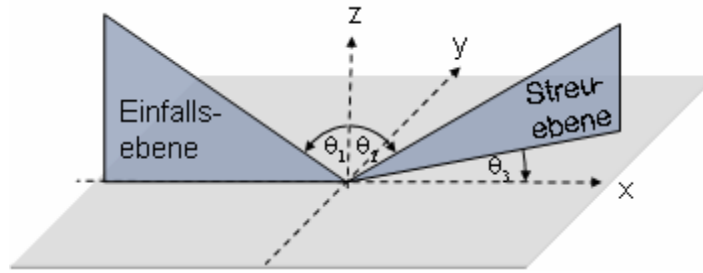


Abb. 4-6 Geometriedefinition zur Lösung des Kirchhoffintegral

Um zu vereinfachen, wollen wir zunächst eine 2D Struktur mit  $\theta_3 = 0$  betrachten. Alle auftretenden Oberflächennormalen sollen in der X-Z Ebene liegen. Der Normalenvektor ist aus der Oberflächensteigung  $\tan\beta$  bestimmbar, und die Steigung folgt direkt aus der Ableitung des Oberflächenverlaufes  $z(x)$ . Wir erhalten jetzt für das gestreute Feld

$$E(P) = \frac{i \exp(ikR_0)}{4\pi R_0} \iint k \left[ r \begin{pmatrix} \sin \theta_1 - \sin \theta_2 \\ 0 \\ -\cos \theta_1 - \cos \theta_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \sin \theta_1 + \sin \theta_2 \\ 0 \\ \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} -\sin \beta \\ 0 \\ \cos \beta \end{pmatrix} \exp[ir(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)] dS \quad (4.16)$$

In Gl. (4.16) wird über den beleuchteten Teil des rauen Bereiches integriert. Da wir ein 2D Problem betrachten, reduziert sich das Doppelintegral in Gl. (4.16) auf die Integration entlang der x-Achse. Wir vereinfachen zu

$$E(P) = \frac{ik \exp(ikR_0)}{4\pi R_0} \int (a \tan \beta - b) \exp[ir(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)] dx \quad (4.17)$$

$$\text{mit} \quad a = (1-r) \sin \theta_1 + (1+r) \sin \theta_2 \quad b = (1+r) \cos \theta_2 - (1-r) \cos \theta_1 \quad (4.18)$$

a und b variieren für raue Oberflächen in x-Richtung, weil r vom lokalen Einfallswinkel und damit von  $\beta$  abhängt. Das Oberflächenintegral lässt sich deshalb nur für Spezialfälle analytisch bestimmen. Um eine Näherungslösung zu erhalten, wird r häufig durch eine Konstante ersetzt [30, 77, 81]. In Beckmann [81] wird dafür der Mittelwert des Fresnelkoeffizienten für die vorgegebenen Rauigkeit verwendet. Alternativ ersetzen He et al. r durch den Fresnelkoeffizienten des mittleren Einfallswinkels, gegeben durch  $(\Theta_1 + \Theta_2)/2$  [30].

Ausgehend von Gl. (4.17) lassen sich die Polarisierungseigenschaften einer ebenen endlich ausgedehnten Oberfläche ableiten [77]. Wir wollen dazu das ellipsometrische Verhältnis  $p = E_{\parallel} / E_{\perp}$  bestimmen, um die durch Beugung verursachten Polarisationsänderungen zu untersuchen. Das Helmholtzintegral vereinfacht sich für eine endlich ausgedehnte rechteckige ebene Fläche. Wenn die Oberflächennormale fest in eine Richtung zeigt, sind  $\beta$  und r Konstanten und können vor das Integral gezogen werden. Es muss nur noch der Term  $\exp[ir(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)]$  integriert werden. Wir erhalten daraus das erwartete Beugungsmuster  $\sin c(v_x x) \sin c(v_y y)$ , welches in der Intensität unmittelbar beobachtbar ist. Die Felder für die Eingangspolarisationen TM bzw. TE unterscheiden sich, weil die Fresnelkoeffizienten r verschieden sind. Die Beugung beeinflusst aber beide Polarisationsrichtungen gleichermaßen, und wir erhalten das ellipsometrische Verhältnis.



$$p = \frac{E_{\parallel}}{E_{\perp}} = \frac{(1+r_{\parallel})\cos\theta_2 - (1-r_{\parallel})\cos\theta_1}{(1+r_{\perp})\cos\theta_2 - (1-r_{\perp})\cos\theta_1} * \frac{E_{\parallel}^i}{E_{\perp}^i} \quad (4.19)$$

Für  $\theta_1 = \theta_2$  (spekulare Reflektion) ergibt sich so durch die Beugung kein Unterschied zum vorher abgeleiteten Fresnelergebnis Gl. (4.5).

## 4.2 Physikalische Reflektionsmodelle

Physikalische Reflektionsmodelle basieren auf vollständig physikalisch motivierten Eingangsparametern. Durch die möglichst genaue Berücksichtigung der an der rauen Oberfläche auftretenden Effekte lassen sich mathematische Modelle zur Beschreibung der Reflektion an diesen Oberflächen ableiten. Das Verhalten der Volumenstreuer wird dabei von Oberflächen- und Volumeneffekten bestimmt.

### 4.2.1 Oberflächenstreuung

Bei Metallen tritt ausschließlich Oberflächenstreuung auf, weil die Lichteindringtiefe wegen des hohen Imaginärteils der Brechzahl sehr gering ist. Trotzdem kann in experimentellen Daten eindeutig diffuse Reflektion [28, 31, 75, 82, 83] aufgrund der vorhandenen Oberflächenrauigkeit nachgewiesen werden. Stellen wir uns die Oberfläche als die Gesamtheit vieler kleiner, statistisch ausgerichteter, perfekt glatter Mikrospiegel vor, dann ist offensichtlich, dass die Oberfläche Licht in viele unterschiedliche Raumrichtungen zurückwirft. Die Streuung der rauen Oberfläche wird entsprechend von der gemeinsamen spekularen Reflektion der unterschiedlich orientierten Facetten bestimmt. Kann deren Ausrichtung statistisch beschrieben werden, so lassen sich auch quantitative Aussagen ableiten.

Das Torrance Sparrow Modell [29] folgt dabei unter Vernachlässigung von Beugungseffekten der geometrischen Optik. Deshalb ist das Modell nur für Oberflächen gültig, deren Facetten deutlich größer als die Lichtwellenlänge sind. Außerdem wird angenommen, ein Slope Distribution Model ist geeignet, um die Rauigkeit zu beschreiben. Dafür wird im Torrance Sparrow Modell davon ausgegangen, dass die Neigungswinkel  $\alpha$  der Facettennormalen bezüglich der mittleren Oberflächennormale normalverteilt sind. Die PDF lautet in diesem Fall

$$f(\alpha) = b \exp(-c^2\alpha^2) \quad (4.20)$$

Die in Beobachterrichtung reflektierte Strahlungsdichte (Radiance)  $L_r$  hängt dabei direkt vom Anteil der Facetten ab, der so ausgerichtet ist, dass die einfallende Radiance  $L_i$  spekulär in Richtung des Beobachters reflektiert wird. Mit der gegebenen Statistik erhalten wir

$$L_r = \frac{1}{4\cos\theta_2} * L_i * F(\theta_1', n) * G(\theta_1^p, \theta_2^p) * b \exp(-c^2\alpha^2) d\omega_1 \quad (4.21)$$

Wir verwenden die Geometriedefinition Abb. 4-6 und betrachten ausschließlich die spekulare Reflektion der Facetten. Entsprechend folgt die Reflektivität  $F(\theta_1', n)$  aus dem Betragsquadrat des Fresnelkoeffizienten mit  $F(\theta_1', n) = |r(\theta_1', n)|^2$ . Der Fresnelkoeffizient Gl. (4.2) ist dabei eine Funktion von  $\theta_1'$  und  $n$ . In sphärischen Koordinaten können wir den lokalen Einfallswinkel  $\theta_1'$  berechnen und bestimmen  $\alpha$ , so dass lokaler Einfallswinkel und Reflektionswinkel für spekulare Reflektion übereinstimmen.

$$\theta_1' = \frac{1}{2} a \cos[\cos \theta_2 \cos \theta_1 - \sin \theta_2 \sin \theta_1 \cos \theta_3] \quad \alpha = a \cos[\cos \theta_1 \cos \theta_1' + \sin \theta_1 \sin \theta_1' \cos \beta_1] \quad (4.22)$$

Benachbarte Facetten können sich gegenseitig abschatten oder maskieren. Schattierung tritt auf, wenn einige Facetten nicht beleuchtet werden, weil sie im Schatten anderer liegen. Aber auch der Weg Facette-Detektor kann verdeckt sein, man spricht von Maskierung. Im Torrance Sparrow Modell werden beide Effekte durch den Geometriefaktor  $G(\theta_1^p, \theta_2^p)$  für V-förmige Gräben abgeschätzt.

$$G(\theta_1^p, \theta_2^p) = 1 - \left[ 1 - \sqrt{1 - A^2} \right] / A$$

$$A = \frac{\sin^2 \theta_2^p - \cos^2 \left[ (\theta_2^p - \theta_1^p) / 2 \right]}{\cos^2 \left[ (\theta_2^p - \theta_1^p) / 2 \right] - \cos \left[ \theta_2^p - \theta_1^p \right] \sin^2 \theta_2^p} \quad (4.23)$$

Zur Berechnung des Geometriefaktors werden zusätzlich die projizierten Winkel  $\theta_1^p$  und  $\theta_2^p$  benötigt. Deren Herleitung ist in [29] dargestellt.

$$\theta_1^p = a \tan[\cos \beta_2 \tan \theta_1] \quad \theta_2^p = \theta_1^p + 2\alpha \quad (4.24)$$

$$\beta_1 = a \sin(\sin \phi \sin \theta_2 / \sin 2\theta_1') \quad \beta_2 = \pi - a \sin(\sin \beta_1 \sin \theta_1' / \sin \alpha) \quad (4.25)$$

Im Torrance Sparrow Modell wird der Fluss  $L_r$ , also die Intensität, betrachtet. Wir wollen nun untersuchen, wie sich Polarisation im Modell auswirkt. Dazu wird  $L_r$  für unterschiedliche Eingangspolarisationen bestimmt. Bis auf  $F(\theta_1', n)$  sind alle Terme in Gl. (4.21) polarisationsunabhängig. Folglich werden die Polarisationseigenschaften der Oberfläche nur durch den Unterschied der Fresnelkoeffizienten hervorgerufen. Wir erhalten schließlich die gleichen Zusammenhänge wie für eine beliebig orientierte Fläche. (vgl. 4.1.2) Offensichtlich führt die Verwendung der geometrischen Optik im Torrance Sparrow zur Unabhängigkeit der Polarisationseigenschaften von den Rauigkeitskenngrößen  $b$  und  $c$ .

Im Prinzip kann diese Erkenntnis auch direkt aus den verwendeten Annahmen gefolgert werden. Die raue Oberfläche besteht im Torrance Sparrow Modell aus vielen kleinen unterschiedlich ausgerichteten Mikrosiegeln. Diese Mikrospiegel reflektieren ausschließlich spekulär und tragen nur dann zur Beobachtung bei, wenn sie in die richtige Richtung zeigen (Annahme geometrische Optik). Korrekt ausgerichtet sind sie, wenn Einfallswinkel und Reflektionswinkel gleich groß sind. Entsprechend reflektieren immer nur parallele Mikrospiegel für eine vorgegebene Einfalls- und Beobachtungsgeometrie, deshalb unterscheidet sich das Ergebnis nicht von dem für beliebig orientierte Flächen.

Deutlich wird zudem, dass die geometrische Optik nur bedingt geeignet ist, um den Einfluss der Oberflächenrauigkeit auf die Polarisationseigenschaften der Oberfläche abzuschätzen. Deshalb soll im Folgenden das auf physikalischer Optik basierende He-Torrance Modell diskutiert werden. Ausgehend von einem statistischen Modell für die Höhenverteilung werden die RMS-Rauigkeit  $\sigma_0$  und die Autokorrelationslänge  $\tau$  eingeführt. Die PDF zur normalverteilten Höhenverteilung ist dann

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} \exp\left(\frac{-z^2}{2\sigma_0^2}\right) \quad (4.26)$$

Wenn die Oberflächenradien deutlich größer als die Wellenlänge des Lichtes sind, kann für diese Höhenverteilung die Tangent Plane Approximation (vgl. 4.1.3) verwendet werden, um die Felder auf der

Oberfläche zu bestimmen. Mittels Kirchhoff Theorie haben He, Torrance et al. daraus das gestreute Feld berechnet, d.h. also auch im He-Torrance Modell werden Mehrfachreflektion nicht berücksichtigt. Um im Kirchhoff Integral nur unmaskierte und ungeschattete Bereiche einzubeziehen, wurde die effektive Rauigkeit  $\sigma$  eingeführt. Diese kann speziell bei streifendem Einfall deutlich geringer als die RMS-Rauigkeit  $\sigma_0$  sein. Es gilt

$$\sigma = \sigma_0 \left[ 1 + \left( \frac{z_0}{\sigma_0} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{mit} \quad z = \frac{\sigma_0 K \sqrt{-2 * W(2k^2 / \pi)}}{\sqrt{-2k^2}} \quad (4.27)$$

$$K = \tan \theta_1 \operatorname{erfc} \left( \frac{\tau}{2\sigma_0} \cot \theta_1 \right) + \tan \theta_2 \operatorname{erfc} \left( \frac{\tau}{2\sigma_0} \cot \theta_2 \right) \quad (4.28)$$

Hier ist  $W(x)$  die Lambert- und  $\operatorname{erfc}(x)$  die Error-Funktion. Zunächst wollen wir Polarisierungseigenschaften vernachlässigen und betrachten eine unpolarisierte Beleuchtung. Aus dem Mittelwert der Fresnelkoeffizienten folgt die Reflektivität für unpolarisiertes Licht mit  $F = 1/2 * \left( |r_{\perp}(\theta'_1, n)|^2 + |r_{\parallel}(\theta'_1, n)|^2 \right)$ . Dabei benutzen wir einen gemittelten Einfallswinkel  $\theta'_1$ , welcher sich aus der Winkelhalbierenden mit  $\cos(\theta'_1) = |\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1|/2$  ergibt. Für unpolarisierte Reflektion folgt nach He-Torrance [30] die Strahlungsdichte

$$L_r = \left( \frac{F * S e^{-g}}{d\omega_i} \Delta + \frac{F * S}{\cos \theta_r} * \frac{\tau^2}{16\pi} * \sum_{m=1}^{\infty} \frac{g^m e^{-g}}{m! * m} \exp \left( -\frac{v_{xy}^2 \tau^2}{4m} \right) \right) L_i d\omega_i \quad (4.29)$$

$$g = \left[ 2\pi\sigma / \lambda (\cos \theta_1 + \cos \theta_2) \right]^2 \quad v = 2\pi / \lambda (\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) \quad v_{xy}^2 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (4.30)$$

$S$  ist dabei ein Faktor, welcher die Effekte geometrischer Schattierung und Maskierung enthält. Details zur Berechnung von  $S$  finden sich in [84]. Im He-Torrance Modell haben alle verwendeten Parameter einen physikalischen Ursprung, d.h. es werden keine zusätzlichen Heuristiken benötigt.

Der erste Term in Gl. (4.29) beschreibt die gerichtete spiegelnde Reflektion, dabei ist die Delta Funktion  $\Delta$  nur im Bereich der spekularen Keule ungleich 0. Erwartungsgemäß verringert sich die spekulare Reflektivität mit zunehmender effektiver Rauigkeit  $\sigma$ . Außerdem ist der Term proportional zur Fresnelreflektivität  $F$  und führt im Grenzfall  $\sigma \rightarrow 0$  auf  $L_r = F * \Delta * L_i$ .

Gerichtet diffuse Reflektion wird durch den zweiten Term berücksichtigt, wobei die Summe die räumliche Verteilung dieses Diffusanteils bestimmt.  $g^m e^{-g} / m!$  ist eine Poissonverteilung und lässt sich für hinreichend große  $g$  durch eine Gaußfunktion nähern. Der gerichtete Diffusterm wird von Beugungs- und Interferenzeffekten bestimmt, deshalb kann die entstehende räumliche Intensitätsverteilung sehr komplex aussehen. Im Grenzfall verschwindender Rauigkeit geht der Diffusanteil gegen null, bei leichter Rauigkeit entsteht Streuung in Spekularrichtung. Die Charakteristik verschiebt sich für stärkere Rauigkeiten zu Off spekularen Richtungen, um bei sehr rauen Oberflächen zu streifenden Winkeln überzugehen.

Li et al. konnten experimentell wesentliche Aspekte des He-Torrance Modells für Metalloberflächen verifizieren [31, 83]. Ihre mechanische Charakterisierung der Proben mit einem Profiler führte zur Erkenntnis, dass Rauigkeiten auf mehreren Skalen auftreten. Den Simulationen von Yang et al. folgend gingen sie davon aus, dass die Skale mit der stärksten Steigung die Streueigenschaften dominiert [85].

Entsprechend wurden die Profilerdaten gefiltert und die Kenngrößen rms Rauigkeit  $\sigma_0$  und Korrelationslänge  $\tau$  bestimmt. Die mit diesen Daten simulierten Intensitätsverteilungen stimmen gut mit den Messungen überein. Der Verlauf wird dabei vom Modell sehr gut beschrieben, allerdings unterscheiden sich die Absolutwerte zwischen Simulation und Experiment deutlich. Deshalb führten Li et al. nicht näher untersuchte Korrekturfaktoren für den spekularen und den gerichtet diffusen Term ein, die durch Regression aus den Messdaten bestimmt wurden [86].

In seiner allgemeinsten Darstellung ist das He-Torrance Modell vektoriell formuliert, folglich lassen sich auch Polarisierungseffekte berücksichtigen. Diese Form leitet sich aus der vektoriellen Kirchhoffgleichung ab und ist entsprechend umfangreich und kompliziert. Viele Terme lassen sich schließlich nur numerisch berechnen, so dass allgemeinen Betrachtungen unmöglich werden. Bisher ist zudem experimentell nicht untersucht, wie gut Polarisierungseffekte durch das Modell beschrieben werden können. Insbesondere die TPA mit einem mittleren Einfallswinkels  $\theta_1$  ist eine kritische Einschränkung des Modells, denn viele Polarisierungseffekte beruhen gerade auf der unterschiedlichen Phasen- und Betragsabhängigkeit der Fresnelkoeffizienten vom Einfallswinkel. Um diese Einschränkungen zu umgehen, verwenden wir in Kapitel 4.3 eine rigorose Simulation.

## 4.2.2 Volumenstreuung

Viele nichtmetallische Materialien sind nur schwach absorbierend, deshalb kann Licht in das Material eindringen und dort an Inhomogenitäten gestreut werden. Diesen in Abb. 4-7 dargestellten Effekt nennt man Volumenstreuung. Die in das Material transmittierte Welle trifft also auf Inhomogenitäten, dabei wird ein Teil des Lichtes zurück in Richtung Oberfläche gestreut. Dieser Vorgang beeinflusst natürlich die Dirichlet-Neumann-Randwerte der Oberfläche. Das heißt, wir erhalten einen Zusatzterm in Gl. (4.12), welcher durch die TPA nicht beschrieben werden kann. Effizienz und Richtungscharakteristik des Streuprozesses hängen sehr stark von Größe und Ausprägung der einzelnen Inhomogenitäten ab, sie sind deshalb im Allgemeinen unbekannt. Ausgehend von der hohen Zahl an Inhomogenitäten muss zudem die gegenseitige Beeinflussung der Streuzentren in Form von Mehrfachstreuung berücksichtigt werden.

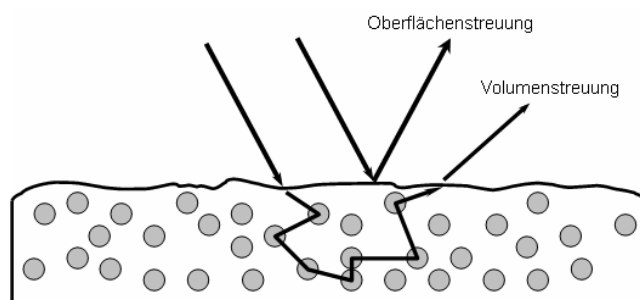


Abb. 4-7 Reflektion an schwach absorbierenden Materialien wird durch Oberflächen- und Volumenstreuung hervorgerufen

Zur Beschreibung dieses diffusen Reflektionsverhaltens ist das Lambertsche Modell in der Machine Vision weit verbreitet. Es bildet z.B. die Grundlage für Shape from Shading [87, 88] und Photometrisches Stereo [89, 90]. Das Lambert-Modell beschreibt perfekt diffuse Streuung [91], d.h. die gestreute Strahlungsdichte  $L_r$  ist unabhängig vom Beobachtungswinkel. Außerdem wird die gesamte eingestrahelte

Energie vollständig gestreut, es gilt  $\rho = 1$ . Die effektive Fläche vergrößert sich für höhere Einfallswinkel  $\theta_i$ , aus diesem Grund nimmt  $L_r$  mit  $\cos \theta_i$  ab. Es gilt das Lambertsche Gesetz mit

$$L_r = \frac{1}{\pi} L_i \rho \cos \theta_i d\omega_i \quad (4.31)$$

Nicht alle Oberflächen streuen die einfallende Strahlungsdichte vollständig, weil ein Teil z.B. absorbiert wird. Stimmen alle anderen Streueigenschaften mit denen des Lambert Reflektors überein, so kann die teilweise Streuung durch den Albedo  $\rho$  in Gl. (4.31) berücksichtigt werden. Wobei  $\rho$  die Stärke der Streuung angibt, es gilt  $\rho \in [0,1]$ .

Experimentelle Daten zeigen deutlich, dass die gestreute Strahlungsdichte für viele Oberflächen nicht vollständig unabhängig von der Beobachtungsrichtung ist [32, 33, 92]. In fast alle Messungen ist ein signifikanter Abfall von  $L_r$  für flache Beobachterpositionen erkennbar, der Beobachtungswinkel ist dabei nahe  $90^\circ$ . Offensichtlich ist das durch Transmission ins Material, die Streuung an Inhomogenitäten und die anschließende Rücktransmission geprägte Verhalten vieler Oberflächen nur unzureichend durch das Lambertsche Gesetz beschrieben. Einige Messdaten zeigen sogar deutliche Asymmetrien im Streuverhalten. Betrachten wir  $L_r$  in Abhängigkeit vom Beobachtungswinkel, so ist für diese Proben die Symmetrie bzgl. des Einfallslotes gebrochen. Das heißt, die gestreute Strahlungsdichten  $L_r$  für  $\theta_r$  und  $-\theta_r$  unterscheiden sich.

Es existiert kein Modell für die Volumenstreuung, welches Oberflächenrauigkeiten und den vollen Prozess der Transmission, Streuung, Retransmission darstellt. Deshalb wollen wir im Folgenden nur entsprechende Grenzfälle betrachten. Für sehr raue Oberflächen liefert das Oren-Nayer Modell [32] gute Übereinstimmungen mit experimentellen Daten, während die Reflektion glatter Oberflächen besser durch das Wolff Modell [23, 92] beschrieben wird.

Oren und Nayer gingen davon aus, dass für sehr raue Oberflächen geometrische Effekte (Abschattungen, Maskierungen und Mehrfachreflektionen) das Verhalten der Oberfläche dominieren. Sie vernachlässigten deshalb mögliche Abweichungen der Streucharakteristik glatter Oberflächen vom Lambertschen Gesetz und beschrieben die Oberfläche als Gesamtheit statistisch ausgerichteter Facetten wie in Gl. (4.20). Das Streuverhalten der Oberfläche leitet sich dann aus der kollektiven Antwort aller Facetten ab. Dabei wird davon ausgegangen, dass sich die einzelnen Facetten gemäß dem Lambertschen Gesetzes verhalten. Unter Vernachlässigung von Mehrfachreflektionen ergibt sich eine einfache Näherung des Oren-Nayar Modells für die gestreute Strahlungsdichte  $L_R$

$$L_R = \frac{\rho}{\pi} L_i \cos \theta_i \left( A + B * \text{Max} \left[ 0, \cos(\phi_2 - \phi_1) \right] * \sin \alpha \tan \beta \right) d\omega_i \quad (4.32)$$

$$\text{mit } A = 1 - 0.5 \frac{1}{1 + 0.66c^2} \quad \text{und} \quad B = 0.45 \frac{1}{1 + 0.18c^2} \quad (4.33)$$

Die Rauigkeit ist als PDF der Neigungswinkel gemäß Gl. (4.20) mit der Kenngröße  $c^2$  gegeben.  $\rho$  ist dabei der Albedo der Facetten. Außerdem definieren wir  $\alpha = \text{Max}(\theta_1, \theta_2)$  und  $\beta = \text{Min}(\theta_1, \theta_2)$ . Für Oberflächen mit starker Rauigkeit beschreibt Gl. (4.32) sehr gut die experimentellen Ergebnisse [32]. Insbesondere liefert das Modell die diskutierte Asymmetrie des Streuverhaltens als Folge der rauen Oberfläche. Mit abnehmender Rauigkeit geht das Oren-Nayer Modell in das Lambert Ergebnis über.

Wie bereits diskutiert, ist dann der experimentell beobachtete Abfall der gestreuten Strahlungsdichte bei hohen Beobachtungswinkeln nicht im Modell berücksichtigt.

Wolff [23, 92] entwickelte für glatte Oberflächen ein vollständig physikalisch motiviertes Modell. Ein Teil des einfallenden Lichtes kann die obere Grenzfläche passieren und ins Material eindringen. Aus den Fresnelschen Gleichungen kann das Verhältnis von eingestrahelter und transmittierter Strahlungsdichte abgeleitet werden.

$$F(\theta_i, n) = \frac{1}{2} \left( |r_{\parallel}(\theta_i, n)|^2 + |r_{\perp}(\theta_i, n)|^2 \right) \quad (4.34)$$

Wir nehmen jetzt an, die Streuung an den Inhomogenitäten verlaufe isotrop, d.h. die Energie wird gleichmäßig in den gesamten Raum abgegeben. Dabei gibt der Streualbedo  $\rho$  an, welchen Anteil der eingestrahlenen Energie der Einzelstreuer reemittiert. Es gilt  $\rho \in [0, 1]$ .

Aufgrund der hohen Dichte vorhandener Streuzentren ist die Mehrfachstreuung ein wesentlicher Prozess, welcher neben der Absorption im Material berücksichtigt werden muss. Die gegenseitige Beeinflussung der Streuzentren führt zu einer Kopplung der Streuprozesse. Mathematisch führt dieser Zusammenhang auf eine Integrodifferentialgleichung [93], welche von Chandrasekhar gelöst wurde [94]. Mit der Chandrasekhar H-Funktion erhalten wir für die Gesamteffizienz aller Streuprozesse  $P$  im Material

$$P = \frac{\rho}{4\pi n^2 (1-K)} \frac{H_{\rho}(\bar{\mu}_{\text{inc}}) H_{\rho}(\bar{\mu}_{\text{ref}})}{\bar{\mu}_{\text{inc}} + \bar{\mu}_{\text{ref}}} \quad (4.35)$$

$$\text{mit } \bar{\mu}_{\text{inc}} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta_i}{n^2}}, \quad \bar{\mu}_{\text{ref}} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta_r}{n^2}} \quad (4.36)$$

Die Definition der Chandrasekhar H-Funktion und der Konstanten  $K$  ist in [33] gegeben. Ein Teil der zurückgestreuten Welle kann die Material- Umgebungsrenzfläche passieren und erreicht so den Detektor. Aus der Fresnefunktion folgt die Effizienz der abschließenden Transmission mit  $1 - F(\arcsin(\sin \theta_r / n), 1/n)$ . Für die gestreute Strahlungsdichte müssen alle drei Prozesse berücksichtigt werden.

Zunächst dringt Licht ins Material ein, indem die Luft-Material-Grenzfläche passiert wird, dann wird es gestreut (Gesamtstreuereffizienz  $P$ ) und passiert die Material-Luft-Grenzfläche erneut. Wir erhalten schließlich die gestreute Strahlungsdichte

$$L_R = \left[ 1 - F(\theta_i, n) \right] P \left[ 1 - F\left( \sin^{-1}\left( \frac{\sin \theta_r}{n} \right), 1/n \right) \right] L_i \cos \theta_i d\omega_i \quad (4.37)$$

Obwohl wir nur isotrope Streuung berücksichtigen, liefert das Wolff Modell eine gute Übereinstimmung mit Messungen. Insbesondere kann der Abfall von  $L_r$  für flache Beobachterpositionen sehr gut durch Gl. (4.37) modelliert werden.

Bisher haben wir den durch Volumenstreuung hervorgerufene Anteil der diffusen Reflektion nur für  $L_r$  betrachtet, jetzt wollen wir die Polarisationsseigenschaften der Volumenstreuung untersuchen. Ein Lambertstrahler ist durch perfekt diffuse Reflektion gekennzeichnet, die einfallende Energie wird also gleichmäßig und vollständig in den oberen Halbraum gestreut. Demzufolge können keine Polarisations-

abhängigkeiten existieren. Für Materialien, die nicht perfekt streuen, sich sonst aber wie ein Lambertstrahler verhalten, hatten wir den Albedo  $\rho$  eingeführt.  $\rho$  war dabei nicht vollständig physikalisch motiviert. Es handelt sich um eine mehr oder minder heuristische Größe, deren Polarisationsabhängigkeit wir nicht kennen. Daher lassen sich aus dem Lambert-Modell keine Polarisations-eigenschaften gewinnen. Das Gleiche gilt für das Oren-Nayar-Modell, da es eine Verallgemeinerung des Lambert-Modelles für raue Oberflächen darstellt. Im Gegensatz dazu können aus dem Wolff-Modell sehr leicht Aussagen zu den Polarisations-eigenschaften bei diffuser Volumenstreuung abgeleitet werden. Wolff und Boulton [15] gingen davon aus, dass die Streuung an den Inhomogenitäten polarisationsunabhängig verlaufe und die Mehrfachstreuung zu vollständiger Depolarisation führt. Aus diesen Annahmen konnten sie ableiten, dass eine Oberfläche unpolarisiertes Licht durch diffuse Volumenstreuung partiell polarisiert.

Tritt unpolarisiertes Licht ins Material ein, so wird es beim Passieren der Luft-Material Grenzfläche partiell polarisiert. Das folgt in Analogie zu 4.1.1 direkt aus dem Unterschied zwischen den Fresnelkoeffizienten für Transmission. Gemäß unserer Annahmen folgt danach eine vollständige Depolarisation durch die Mehrfachstreuung. Ein Teil des Lichtes wird dabei nach oben gestreut und passiert erneut die Grenzfläche. Es wird dadurch partiell polarisiert. Folglich bestimmt ausschließlich die abschließende Transmission die Polarisation der Diffuskomponente, entsprechend erhalten wir bei unpolarisierter Beleuchtung in diffuser Reflexion Licht mit dem Polarisationsgrad

$$\rho = \frac{|t_{\parallel}(\theta_t, 1/n)|^2 - |t_{\perp}(\theta_t, 1/n)|^2}{|t_{\parallel}(\theta_t, 1/n)|^2 + |t_{\perp}(\theta_t, 1/n)|^2} \quad (4.38)$$

$\theta_t$  folgt aus  $\theta_r$  mit dem Snellschen Gesetz.  $\theta_t$  wird so gewählt, dass der Strahl beim Verlassen des Materials in Beobachtrichtung  $\theta_r$  gebrochen wird. Der Polarisationsgrad hängt schließlich nur vom Brechungsindex  $n$  und dem Beobachtungswinkel  $\theta_r$  ab. Er nimmt, wie in Abb. 4-8 für  $\text{ZrO}_2$  dargestellt, mit steigendem  $\theta_r$  monoton zu. Da der Unterschied zwischen den Fresnelkoeffizienten bei der Rücktransmission geringer ist als bei spekularer Reflexion an der Oberfläche, ist die diffuse Polarisation im allgemeinen schwächer als die spekulare.

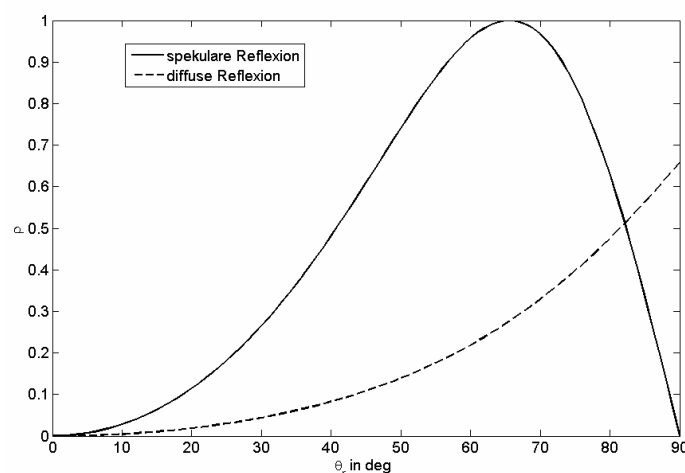


Abb. 4-8 Polarisation durch diffuse Volumenstreuung für  $\text{ZrO}_2$  [73] mit  $n=2.2$  im vollständig physikalisch motiviertem Modell nach Wolff [23, 92]

Wir untersuchen jetzt, wie stark die durch Volumenstreuung verursachte diffuse Reflektion vom Polarisationszustand der Beleuchtung abhängt. Wenn wir den Polfilter vor der Lichtquelle statt vor dem Detektor platzieren, kann durch eine Filterdrehung der Eingangspolarisationszustand geändert werden.

Das Eindringen des Lichtes ins Material entspricht einer polarisationsabhängigen Fresneltransmission mit  $t_{\parallel}(\theta_i, n) \geq t_{\perp}(\theta_i, n)$ . Es folgt, dass bei TM polarisierter Beleuchtung mehr Licht in das Material eintritt als bei TE Polarisation. Durch Mehrfachstreuung kommt es zu vollständiger Depolarisation im Material, deshalb ist die abschließende Rücktransmission unabhängig von der Eingangspolarisation. Wird nur die Intensität gemessen, so ist die Reaktion der diffusen Reflektion auf Änderungen der Eingangspolarisation ausschließlich von der ersten Transmission bestimmt. Die Effizienz des Streuprozesses und der abschließenden Transmission sind dabei konstant. Bei Rotation des Polfilters vor der Lichtquelle erhalten wir die bekannte sinusförmige Modulation des Intensitätssignals Gl. (3.22). Die Höhe der Modulation hängt dabei vom Einfallswinkel ab und ist im Modell unabhängig von der Beobachtungsrichtung. Aus dem Kontrastverhältnis  $I_{\max}$  zu  $I_{\min}$  lässt sich eine Art Polarisationsgrad auch für den vor der Lichtquelle rotierenden Polfilter einführen.

Aus dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik wissen wir, dass die Transmissionskoeffizienten unabhängig von der Richtung des Energietransportes sind. Entsprechend stimmen die Fresnelkoeffizienten für das Eindringen ins Material und das Verlassen des Materials überein. Daraus folgt eine Symmetrie des Polarisationsgrades bzgl. des Einfalls- bzw. Beobachtungswinkels. Aus diesem Grund stimmt der Polarisationsgrad eines Kamera-Polfilter Aufbaus mit dem eines Lichtquelle-Polfilter Aufbaus überein, wenn der Beobachtungswinkel der ersten Anordnung mit der Einfallrichtung der zweiten identisch ist.

## 4.3 Numerische Simulation deterministischer Oberflächen

Bei den bisher diskutierten Methoden wurde das Streuproblem mathematisch handhabbar, indem nur einige physikalische Aspekte der Streuung in teilweise vereinfachter Form berücksichtigt wurden. Diese modellhaften Betrachtungen erlauben keine zuverlässige Berechnung des Einflusses der Oberflächenrauigkeit auf die Polarisations-eigenschaften der Probe. Um an dieser Stelle weitere Erkenntnisse gewinnen zu können, wurde für diese Arbeit eine numerische Methode zur rigorosen Lösung der Maxwellgleichungen implementiert. In den folgenden Abschnitten werden zunächst die Grundlagen des Verfahrens kurz vorgestellt und einige sinnvolle Veränderungen am Algorithmus diskutiert. Die anschließenden Nah- und Fernfeldsimulationen zeigen, wie sich Oberflächenrauigkeiten auf den Polarisationsgrad auswirken und stellen den Zusammenhang zur zugrundeliegenden Struktur her.

### 4.3.1 Rigorous Coupled-Wave Analysis

Ein einfaches und sehr effizientes Verfahren, um elektrodynamische Feldprobleme an periodischen Strukturen zu lösen, stellt die Fourier Modal Methode dar, die aufgrund der Feld-Kopplung zwischen den einzelnen Schichten auch als Rigorous Coupled Wave Analysis (RCWA) [95] bezeichnet wird. Die RCWA ist numerisch robust und als deterministisches, nicht iteratives Verfahren weit verbreitet. Industrielle Anwendungen sind z.B. das Design von Lithografiemasken [96], der Entwurf diffraktiver Elemente [97] und die Prozesskontrolle der Halbleiterindustrie [98, 99].



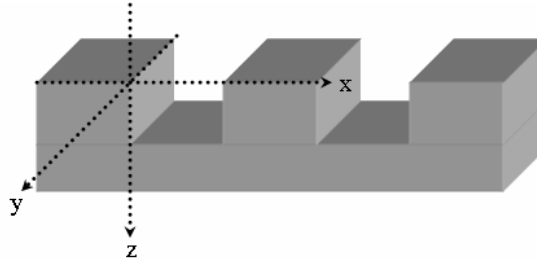


Abb. 4-9 2D Grating Geometrie RCWA

Anwendbar ist das Verfahren für stufenförmige, periodische Strukturen, d.h. in z-Richtung muss die Geometrie in Schichten zerlegbar sein, innerhalb derer sich die optischen Eigenschaften nur in x-Richtung verändern (2D-Fall). Nun wird die verwendete RCWA in der Formulierung von Moharam et al. [100] mit den Konvergenzverbesserungen für TM Polarisation nach Lalanne et al. [101] und dem erweiterten Transfermatrixansatz [102] kurz erläutert.

Der wesentliche Aspekt der RCWA besteht darin, die Regelmäßigkeit der Struktur (mit der Periodizität  $\Lambda$ ) zu nutzen, um die Zahl möglicher Lösungen durch die Floquet Bedingung [103] einzuschränken. Außerdem kann die dielektrische Funktion innerhalb jeder Schicht in eine Fourierreihe entwickelt werden, wobei diese Entwicklung bei der Ordnung  $n_{\text{trunc}}$  abgebrochen wird.

$$\epsilon(x) = \sum_{h=-n_{\text{trunc}}}^{n_{\text{trunc}}} \epsilon_h \exp\left(j \frac{2\pi h x}{\Lambda}\right) \quad (4.39)$$

Die y-Komponente des E-Feldes ist bei Anregung mit TE polarisierter Beleuchtung durch den Einfallswinkel  $\theta$ , den Wellenzahlvektor  $k_0$  und die Brechzahl der Umgebung  $n_1$  in Gl. (4.40) gegeben. Dabei wollen wir das E-Feld der Anregung auf eins normieren und erhalten

$$E_{\text{inc},y} = \exp[-jk_0 n_1 (x \sin \theta + z \cos \theta)] \quad (4.40)$$

Die Regelmäßigkeit der Struktur erfordert die analoge Periodizität aller Felder. Da unterschiedliche Einheitszellen nicht unterscheidbar sind, dürfen die entstehenden Felder unterschiedlicher Einheitszellen nur hinsichtlich ihrer Phasenlage (nicht direkt messbar) verschieden sein, außerdem sind nur Wellenvektoren sinnvoll, welche das Floquet-Theorem erfüllen.

$$k_{x_i} = k_0 (n_1 \sin \theta - i * \lambda_0 / \Lambda) \quad (4.41)$$

$$k_{l,z_i} = k_0 \sqrt{n_1^2 - (k_{x_i} / k_0)^2} \quad (4.42)$$

Durch Fallunterscheidung ist das positive Vorzeichen des Realteils von  $k_{l,z_i}$  und das negative des Imaginärteils sicherzustellen. Das Feld ober- und unterhalb des strukturierten Bereiches setzt sich aus ebenen Wellen mit den Floquet-Wellenvektoren zusammen, entsprechend überlagern sich im oberen Halbraum einfallender und reflektierter Anteil.

$$\text{oberhalb:} \quad E_{l,y} = E_{\text{inc},y} + \sum_{i=-n_{\text{trunc}}}^{n_{\text{trunc}}} \mathbf{R}_i \exp[-j(\mathbf{k}_{x_i} x - \mathbf{k}_{l,z_i} z)] \quad (4.43)$$

$$\text{unterhalb:} \quad E_{ll,y} = \sum_{i=-n_{\text{trunc}}}^{n_{\text{trunc}}} \mathbf{T}_i \exp[-j(\mathbf{k}_{x_i} x - \mathbf{k}_{ll,z_i} (z - d))] \quad (4.44)$$

Das Feld innerhalb einer Schicht der Dicke  $d$  kann durch eine Reihe Gl. (4.45) mit der zunächst unbe-

kannten Funktion  $\mathbf{S}_{y_i}(z)$  dargestellt werden.

$$E_{gy} = \sum_{i=-n_{\text{trunc}}}^{n_{\text{trunc}}} \mathbf{S}_{y_i}(z) \exp(-j\mathbf{k}_{x_i}x) \quad (4.45)$$

Durch Einsetzen in die Maxwellgleichungen folgt die gekoppelte Wellengleichung 2. Ordnung in Matrixform:

$$\mathbf{A} = \mathbf{K}_x^2 - \mathbf{E} \quad (4.46)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{S}_y}{\partial (k_0 z)^2} = \mathbf{A} \mathbf{S}_y \quad (4.47)$$

mit 
$$\mathbf{S}_{y_i}(z) = \sum_{m=1}^{2n_{\text{trunc}}+1} \mathbf{w}_{i,m} \left[ \mathbf{c}_m^+ \exp(-k_0 \mathbf{q}_m z) + \mathbf{c}_m^- \exp(k_0 \mathbf{q}_m (z-d)) \right] \quad (4.48)$$

Eigenwerte und -vektoren von  $\mathbf{A}$  führen zur Diagonalmatrix  $\mathbf{q}$  und der Eigenvektorenmatrix  $\mathbf{W}$ .  $\mathbf{K}_x$  enthält in seiner Diagonale die Elemente  $\mathbf{k}_{x_i}/k_0$  und das Element  $i, p$  von  $\mathbf{E}$  wird aus  $\epsilon(i-p)$  gebildet.

$$\mathbf{V} = \mathbf{W} \mathbf{Q} \quad (4.49)$$

Die Stetigkeitsbedingungen Gl. (3.5) Gl. (3.6) an den Grenzflächen zwischen strukturiertem Bereich und oberem bzw. unterem Halbraum werden benötigt, um die noch unbestimmten Konstanten  $\mathbf{c}^+$ ,  $\mathbf{c}^-$ ,  $\mathbf{R}$  und  $\mathbf{T}$  zu berechnen. Jeder dieser Vektoren enthält dabei jeweils  $2n_{\text{trunc}}+1$  Elemente.

$$\begin{bmatrix} \delta_{i0} \\ jn_1 \cos \theta \delta_{i0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -j\mathbf{Y}_I \end{bmatrix} \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{W}\mathbf{X} \\ \mathbf{V} & -\mathbf{V}\mathbf{X} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}^+ \\ \mathbf{c}^- \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}\mathbf{X} & \mathbf{W} \\ \mathbf{V}\mathbf{X} & -\mathbf{V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}^+ \\ \mathbf{c}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ j\mathbf{Y}_{II} \end{bmatrix} \mathbf{T} \quad (4.51)$$

Zur Erfüllung der Randbedingungen müssen Gl. (4.50) und Gl. (4.51) gelöst werden, dabei reduziert das Substituieren der  $\mathbf{c}^+$ ,  $\mathbf{c}^-$  zwar die Dimension des Gleichungssystems, führt aber bei hohen Strukturen zu numerischen Instabilitäten. Die Diagonalmatrix  $\mathbf{X}$  mit den Elementen  $\exp(-k_0 \mathbf{q}_m d)$  enthält in diesem Fall sehr kleine Werte, deshalb ist die Feldmatrix in Gl. (4.51) schlecht konditioniert [102] und nicht invertierbar.

TM Polarisation lässt sich gemäß Ref. [100] am besten durch eine analoge Betrachtung des H-Feldes behandeln. Die Anregung ist dann gegeben durch:

$$H_{\text{inc},y} = \exp[-jk_0 n_1 (x \sin \theta + z \cos \theta)] \quad (4.52)$$

Das Feld oberhalb bzw. unterhalb des strukturierten Bereiches folgt:

oberhalb: 
$$H_{I,y} = H_{\text{inc},y} + \sum_{i=-n_{\text{trunc}}}^{n_{\text{trunc}}} \mathbf{R}_i \exp[-j(\mathbf{k}_{x_i}x - \mathbf{k}_{I,z_i}z)] \quad (4.53)$$

unterhalb: 
$$H_{II,y} = \sum_{i=-n_{\text{trunc}}}^{n_{\text{trunc}}} \mathbf{T}_i \exp[-j(\mathbf{k}_{x_i}x - \mathbf{k}_{II,z_i}(z-d))] \quad (4.54)$$

$$\text{in der Struktur} \quad H_{gy} = \sum_{i=-n_{\text{trunc}}}^{n_{\text{trunc}}} U_{yi}(z) \exp(-jk_{xi}x) \quad (4.55)$$

Durch Einsetzen in die Maxwellgleichungen entsteht die gekoppelte Wellengleichung in Matrixform:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{U}_y}{\partial (k_0 z)^2} = \mathbf{E} \mathbf{B} * \mathbf{U}_y \quad (4.56)$$

$$\text{mit} \quad \mathbf{B} = \mathbf{K}_x \mathbf{E}^{-1} \mathbf{K}_x - \mathbf{I} \quad (4.57)$$

Analog zum TE-Fall bilden die Diagonalmatrix der Eigenwerte und die Matrix der Eigenvektoren die  $\mathbf{Q}$  und  $\mathbf{W}$ .

$$\mathbf{V} = \mathbf{E}^{-1} \mathbf{W} \mathbf{Q} \quad (4.58)$$

$$\mathbf{U}_{yi}(z) = \sum_{m=1}^{2n_{\text{trunc}}+1} \mathbf{w}_{i,m} \left[ \mathbf{c}_m^+ \exp(-k_0 \mathbf{q}_m z) + \mathbf{c}_m^- \exp(k_0 \mathbf{q}_m (z-d)) \right] \quad (4.59)$$

Aus den Stetigkeitsbedingungen werden die noch unbekanntenen Vektoren  $\mathbf{c}^+$ ,  $\mathbf{c}^-$ ,  $\mathbf{R}$  und  $\mathbf{T}$  bestimmt:

$$\begin{bmatrix} \delta_{i0} \\ j\delta_{i0} \cos \theta / n_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -j\mathbf{Z}_1 \end{bmatrix} \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{W}\mathbf{X} \\ \mathbf{V} & -\mathbf{V}\mathbf{X} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}^+ \\ \mathbf{c}^- \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}\mathbf{X} & \mathbf{W} \\ \mathbf{V}\mathbf{X} & -\mathbf{V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}^+ \\ \mathbf{c}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ j\mathbf{Z}_1 \end{bmatrix} \mathbf{T} \quad (4.61)$$

Li et al. (vgl. Ref. [104]) verglichen das Konvergenzverhalten für TE und TM Polarisation und erkannten die erheblich bessere Konvergenz für den TE-Fall. Lalanne und Morris [101] analysierten die Unterschiede und schlugen die Umformulierung des Eigenwertproblems gemäß Gl. (4.62) vor, welche das Konvergenzverhalten erheblich verbessert.

$$\frac{\partial^2 \mathbf{U}_y}{\partial (k_0 z)^2} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} * \mathbf{U}_y \quad (4.62)$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{A} \mathbf{W} \mathbf{Q} \quad (4.63)$$

Das Element  $i, p$  der Matrix  $\mathbf{A}$  ist dabei gegeben durch  $1/\epsilon(i-p)$ . Im Grenzfalle unendlicher Entwicklungsordnungen  $n_{\text{trunc}}$  stimmen  $\mathbf{A}^{-1}$  und  $\mathbf{E}$  überein, und beide Formulierungen gehen ineinander über. Für eine endliche Anzahl an Entwicklungskoeffizienten gibt es Unterschiede, so dass die Lösung bei Verwendung der Matrix  $\mathbf{A}$  schneller konvergiert [105].

Für die Behandlung nicht binärer Geometrien ist eine Zerlegung in einzelne Schichten erforderlich, deren Modulation des Brechungsindex variieren kann. Das Gleichungssystem Gl. (4.50), Gl. (4.51) bzw. Gl. (4.60), Gl. (4.61) erweitert sich dann um die Grenzflächenbedingungen zwischen den einzelnen Schichten. Die Feldmatrizen tragen im Folgenden Fußindizes, welche die  $L$  Schichten von oben beginnend nummerieren. Die obere Grenzflächenbedingung bleibt wie in Gl. (4.60) gegeben:

$$\begin{bmatrix} \delta_{i0} \\ j\delta_{i0} \cos \theta / n_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -j\mathbf{Z}_1 \end{bmatrix} \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 & \mathbf{W}_1 \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{V}_1 & -\mathbf{V}_1 \mathbf{X}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1^+ \\ \mathbf{c}_1^- \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

Für jede der  $L-1$  Grenzflächen muss die Tangentialkomponente des E- bzw. H-Feldes die Stetigkeitsbe-

dingung erfüllen. Gemäß Ref. [102] ergibt sich die Form

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}_{\ell-1} \mathbf{X}_{\ell-1} & \mathbf{W}_{\ell-1} \\ \mathbf{V}_{\ell-1} \mathbf{X}_{\ell-1} & -\mathbf{V}_{\ell-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{\ell-1}^+ \\ \mathbf{c}_{\ell-1}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{\ell} & \mathbf{W}_{\ell} \mathbf{X}_{\ell} \\ \mathbf{V}_{\ell} & -\mathbf{V}_{\ell} \mathbf{X}_{\ell} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{\ell}^+ \\ \mathbf{c}_{\ell}^- \end{bmatrix} \quad (4.65)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}_L \mathbf{X}_L & \mathbf{W}_L \\ \mathbf{V}_L \mathbf{X}_L & -\mathbf{V}_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}_L^+ \\ \mathbf{c}_L^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ j\mathbf{Z}_{II} \end{bmatrix} \mathbf{T} \quad (4.66)$$

Das System Gl. (4.64)-(4.66) enthält  $n = 4n_{\text{trunc}}(L+1) + 2L + 2$  Gleichungen und ist bereits für aus wenigen Schichten zusammengesetzte Strukturen nicht mehr numerisch handhabbar. Die Anwendung des Standard Transfermatrix Ansatzes für Schichtstapel verringert den Umfang des Gleichungssystems durch Substitution der Konstanten  $\mathbf{c}^+$  und  $\mathbf{c}^-$  auf  $4n_{\text{trunc}} + 2$  Gleichungen, verursacht aber für tiefe Strukturen numerische Instabilitäten bei den Matrixinversionen (vgl. auch Anmerkung zu Gl. (4.51)).

$$\begin{bmatrix} \delta_{i0} \\ j\delta_{i0} \cos \theta / n_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -j\mathbf{Z}_I \end{bmatrix} \mathbf{R} = \prod_{i=1}^L \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{\ell} & \mathbf{W}_{\ell} \mathbf{X}_{\ell} \\ \mathbf{V}_{\ell} & -\mathbf{V}_{\ell} \mathbf{X}_{\ell} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{\ell} \mathbf{X}_{\ell} & \mathbf{W}_{\ell} \\ \mathbf{V}_{\ell} \mathbf{X}_{\ell} & -\mathbf{V}_{\ell} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ j\mathbf{Z}_{II} \end{bmatrix} \mathbf{T} \quad (4.67)$$

Moharam et. al. fanden die Matrix  $\mathbf{X}$  als Ursache für die Schwierigkeiten mit Gl. (4.67). Zwar lässt sich  $\mathbf{X}$  invertieren, aber die beschränkte numerische Genauigkeit des Rechners führt zu Fehlern, welche das Ergebnis schließlich unbrauchbar werden lassen. Der vorgeschlagene erweiterte Transfermatrix Ansatz vermeidet dies durch Einführung geeigneter Variablen. Insbesondere wird die Stetigkeit der Felder an den  $L+1$  Grenzfläche durch Gl. (4.68) sichergestellt.

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{W}_{\ell} & \mathbf{f}_{\ell+1} \\ \mathbf{V}_{\ell} & \mathbf{g}_{\ell+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{\ell}^- \\ \mathbf{c}_{\ell+1}^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{\ell} \mathbf{X}_{\ell} \\ \mathbf{V}_{\ell} \mathbf{X}_{\ell} \end{bmatrix} \mathbf{c}_{\ell}^+ \quad (4.68)$$

mit  $\mathbf{c}_{L+1}^+ = \mathbf{T} \mathbf{f}_{L+1} = \mathbf{I} \mathbf{g}_{L+1} = j\mathbf{Z}_{II}$  (4.69)

Von der untersten Schicht beginnend lassen sich iterativ die Größen  $\mathbf{f}_i$ ,  $\mathbf{g}_i$  aus Gl. (4.70) und Gl. (4.71) bestimmen.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_{\ell} \\ \mathbf{g}_{\ell} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{\ell}(\mathbf{I} + \mathbf{X}_{\ell} \mathbf{a}_{\ell}) \\ \mathbf{V}_{\ell}(\mathbf{I} - \mathbf{X}_{\ell} \mathbf{a}_{\ell}) \end{bmatrix} \quad (4.70)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_{\ell} \\ \mathbf{b}_{\ell} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{W}_{\ell} & \mathbf{f}_{\ell+1} \\ \mathbf{V}_{\ell} & \mathbf{g}_{\ell+1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{\ell} \mathbf{X}_{\ell} \\ \mathbf{V}_{\ell} \mathbf{X}_{\ell} \end{bmatrix} \quad (4.71)$$

Durch abschließendes Lösen von Gl. (4.72) finden wir die Amplituden der einzelnen Beugungsordnungen  $\mathbf{R}_i$ , wobei die schrittweise Berechnung der Felder erhebliche Effizienzvorteile bietet.

$$\begin{bmatrix} \delta_{i0} \\ j\delta_{i0} \cos \theta / n_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -j\mathbf{Z}_I \end{bmatrix} \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{g}_1 \end{bmatrix} \mathbf{c}_1^+ \quad (4.72)$$

Das Feld oberhalb der Struktur ist durch Gl. (4.43) bzw. Gl. (4.53) gegeben. Es treten propagierende Moden mit reellen Koeffizienten  $\mathbf{R}_i$  und von der Oberfläche ausgehend exponentiell abklingende evaneszente Wellen mit  $\mathbf{R}_i$  komplex auf. Zur Bestimmung des Nahfeldes in und unter der Struktur werden in der durchgeführten Implementierung „Infield“ die bestimmten  $\mathbf{c}_1^+$  in Gl. (4.68) substituiert und ermöglichen so die schrittweise Berechnung aller Feldkonstanten  $\mathbf{c}^+$ ,  $\mathbf{c}^-$  und der Transmission  $\mathbf{T}_i$ .

Ausgehend vom vorgestellten Algorithmus ist es erforderlich, jede Struktur in einzelne Schichten zu zerlegen und die dielektrische Funktion jeder Schicht in eine Fourierreihe zu entwickeln. Es werden also zwei Näherungen vorgenommen, welche die Genauigkeit des Ergebnisses einschränken und sich zudem gegenseitig beeinflussen [106]. Es sind deshalb für jede Feldberechnung zwei Konvergenzuntersuchungen notwendig. Zum einen sollte eine Erhöhung der Schichtenzahl keine Veränderung verursachen, zum anderen sollte auch die Zahl der Entwicklungsordnungen entsprechend hoch gewählt werden. Insbesondere das Nahfeld ist empfindlich und zeigt deutliche Folgen des Gibbschen Phänomens und der Feldüberhöhung an auftretenden Kanten [106, 107].

### 4.3.2 Der Einfluss rauer Oberflächen

Jetzt wollen wir die RCWA zur Analyse des Reflektionsverhaltens rauer Oberflächen einsetzen und uns bei den Untersuchungen auf  $\text{ZrO}_2$  konzentrieren. Obwohl die Simulationsmethode auf einer Fourierreihe der dielektrischen Funktion beruht und deshalb ursprünglich für periodische Strukturen entwickelt wurde, können mit der RCWA auch Erkenntnisse für nichtperiodische Oberflächen abgeleitet werden [108, 109]. Dazu muss die Periodizität des Gratings sehr groß gewählt werden, so dass sich die benachbarten Einheitszellen nur minimal beeinflussen. Die für nichtperiodische Strukturen verwendeten großen Gitterperioden verschlechtern das Konvergenzverhalten der Methode maßgeblich, weil die Zahl der zur Beschreibung der Oberfläche benötigten Fourierkoeffizienten viel höher ist als bei anderen Anwendungen.

Der daraus für die RCWA resultierende Rechenaufwand wird dadurch deutlich erhöht und mit den zur Verfügung stehenden Hardwareressourcen sind nur 2D Simulationen möglich. Aus diesem Grund beschränken sich die Simulationen im Folgenden auf raue 2 dimensionale Oberflächen, bei denen, wie in Abb. 4-9 dargestellt, keine Variationen der Oberfläche in y-Richtung auftreten.

Raue Oberflächen lassen sich als statistisches Ensemble betrachten und werden deshalb meist durch statistische Kenngrößen charakterisiert. Für die RCWA-Simulationen ist es jedoch notwendig, explizit gegebene Strukturen für die Fern- und Nahfeldberechnungen zu verwenden. Infolgedessen muss das Ensemble auf einzelne Realisierungen reduziert werden. Da die RCWA wie angesprochen für periodische Strukturen entwickelt wurde, werden zur Untersuchung des Einflusses der Oberflächenrauigkeit sehr große Einheitszellen betrachtet. Trotzdem gilt es auch, für diese großen Periodizitäten sicherzustellen, dass an den Rändern der Einheitszellen keine Unstetigkeitsstellen in der Oberflächengeometrie entstehen, da steile Kanten oder enge Kurvenradien sonst die berechneten elektromagnetischen Felder dominieren können. Um derartigen Problemen vorzubeugen, werden wir ausschließlich periodische Realisierungen des Ensembles betrachtet, d.h. es werden nur Strukturen erzeugt, deren linker und rechter Rand nahtlos ineinander übergehen.

Eine raue Oberfläche kann durch ihre Höhen-Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (PDF) und die zugehörige Autokorrelationsfunktion (ACF) beschrieben werden. Für viele Oberflächen lassen sich beide Funktionen sehr gut durch Gaussverteilungen nähern [83]. Bei gegebener ACF und PDF kann eine entsprechende periodische Realisierung der Struktur leicht unter Verwendung des Wiener-Khintchine-Theorems mittels Fouriertransformation erzeugt werden. Durch die RCWA werden dann die Amplituden der einzelnen Beugungsordnungen in Abhängigkeit von der Polarisierung der einfallenden Welle für diese einzelne Realisierung berechnet.

In diesem Zusammenhang liefert die RCWA die Jonesmatrix der Geometrie bei einer bestimmten Wellenlänge in Abhängigkeit von der Beobachtungsrichtung. Bei der so simulierten Oberfläche handelt es sich um einen deterministischen Streuer, dessen Jonesmatrix jeweils eine nicht depolarisierende Müllermatrix mit Gl. (3.17) zugeordnet werden kann. Obwohl die einzelne Realisierung der rauen Oberfläche einen deterministischen Streuer definiert, tritt im Experiment auf rauen Oberflächen eine stärkere Depolarisation als auf glatten Grenzflächen auf. Um diesen Effekt zu verstehen, wollen wir nun Betrachtungen zur Ursache der Depolarisation in verschiedenen Medien anstellen.

Depolarisation kann direkt durch intrinsische Eigenschaften des Mediums verursacht werden. Dies tritt immer dann auf, wenn die optischen Eigenschaften eines Systems nicht stationären, zeitlichen Veränderungen unterworfen sind. Die zeitliche Mittelung am Detektor während der Messung läuft dann über unterschiedliche Polarisationszustände. Aus diesem Grund verringert sich der gemessene Polarisationsgrad. Ursache dafür können z.B. in Lösung befindliche Partikel sein, die einer Brownschen Bewegung unterliegen.

Im Fall der rauen Oberfläche gehen wir davon aus, die Geometrie sei während der Messungen unverändert. Trotzdem tritt auch hier Depolarisation auf [110, 111]. Diese wird durch die spektral breitbandige Detektion und die räumliche Mittelung des Detektors über mehrere Beugungsordnungen hervorgerufen. Eine Beschreibung des Streuers in Form der Müllermatrix ergibt sich dann sehr einfach aus der gewichteten Summe der beteiligten deterministischen Müllermatrizen. Es ist klar, dass an glatten Oberflächen durch Streuung verursachte Beugungsordnungen nicht auftreten, aber die Depolarisation einer breitbandigen Anregung tritt auch an glatten Grenzflächen auf. Allerdings sind die spektral beobachtbaren Variationen der Reflektivität für raue Oberflächen häufig größer, so dass auch die daraus resultierende Depolarisation stärker ist.

Wir betrachten nun das Polarisationsverhalten einer  $ZrO_2$ -Oberfläche in spekularer Reflexion. Für ebene Grenzflächen hatten wir bereits abgeleitet, dass durch die spekulare Reflexion unpolarisiertes Licht partiell polarisiert wird, wobei die Stärke der auftretenden Polarisation direkt aus einer Vereinfachung der Stetigkeitsbedingungen für Felder abgeleitet werden kann. Der entsprechende Polarisationsgrad folgt dann, in Abhängigkeit von Einfallswinkel und Brechzahl, direkt aus den Fresnelschen Gleichungen (vgl. 4.1.1).

Auch für raue Oberflächen tritt bei der Reflexion partielle Polarisation auf, weil die Reflektivität im Allgemeinen auch für strukturierte Grenzflächen polarisationsabhängig ist. Um dies zu zeigen, geben wir uns nun eine zufällige aber periodische Teststruktur vor und benutzen dazu, wie bereits beschrieben, das Wiener-Khintchine-Theorem. Um die RCWA für die Berechnung der elektromagnetischen Felder verwenden zu können, muss diese Zielgeometrie durch einen binär strukturierten Schichtstapel angenähert werden. Bei Verwendung von 40 Schichten ergibt sich aus der simulierten Höhenverteilung die in Abb. 4-10 dargestellte Näherung der ursprünglichen Struktur.

Es hat sich gezeigt, dass die simulierten Felder für unterschiedliche Realisierungen des Ensembles leicht unterschiedlich sind. Vor allem für Oberflächen mit wenigen, sehr tiefen Einkerbungen treten besonders charakteristische Abweichungen in den Simulationsergebnissen auf. Erwartungsgemäß sollten diese Schwankungen zwischen den einzelnen Realisierungen abnehmen, wenn die Gitterperiode weiter vergrößert wird. Dies geht jedoch über die Themenstellung dieser Arbeit hinaus.

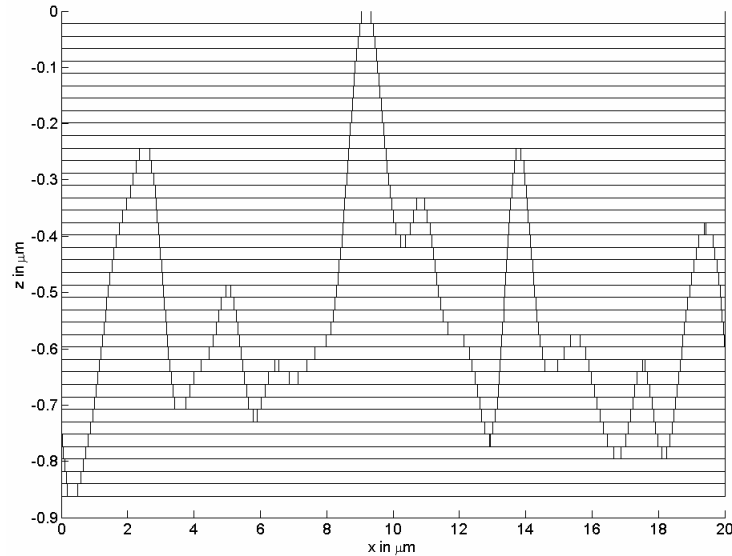


Abb. 4-10 Darstellung der für die Simulationen verwendeten rauen Oberfläche mit  $\sigma = 0.435 \mu\text{m}$

Da wir uns vor allem für qualitative Aussagen zum Polarisationsverhalten interessieren, wurde, um diese Schwankungen zu vermeiden, auf eine Variation der Realisierungen verzichtet, d.h. für alle folgenden Simulationen wurde die in Abb. 4-10 gegebenen Struktur verwendet.

Die RMS-Rauhigkeit  $\sigma$  ist ein Maß für die Streuung der Höhenwerte um ihren Mittelwert und wird in Kombination mit der Korrelationslänge  $\tau$  zur Charakterisierung der Rauhigkeit einer Oberfläche verwendet.  $\tau$  kann aufgrund der vorliegenden Periodizität nicht variiert werden, ohne die jeweilige Realisierung grundlegend zu verändern. Aus diesem Grund bleibt auch die Korrelationslänge während der folgenden Simulationen konstant. Im Gegensatz dazu wird die RMS-Rauhigkeit  $\sigma$  durch eine entsprechende Skalierung der Höhenkoordinate angepasst.

Zunächst soll nun untersucht werden, wie stark die spekulare Reflektion bei konstanter Wellenlänge ( $\lambda = 600 \text{ nm}$ ) von der RMS-Rauhigkeit beeinflusst wird. Dazu betrachten wir getrennt für beide Polarisierungen das Betragsquadrat der Wellenamplitude der jeweiligen 0. Beugungsordnung und erhalten die in Abb. 4-11 dargestellten Simulationsergebnisse.

Für die schwächste simulierte RMS-Rauhigkeit mit  $\sigma = 0.137 \mu\text{m}$  ergibt sich dabei nahezu das aus Abb. 4-3 bekannte Fresnelergebnis. Ausgehend vom senkrechten Einfall nimmt die Reflektivität für TE Polarisation mit steigendem Einfallswinkel zu, um ihr Maximum bei streifender Beleuchtung zu erreichen. Im Gegensatz dazu sinkt die Reflektivität für TM polarisiertes Licht bis sie am Brewsterwinkel ihr Minimum erreicht, um danach wieder starker anzusteigen. Bei einer Erhöhung von  $\sigma$  verringert sich die Amplitude der 0. Ordnung für beide Polarisierungen, wobei diese Abnahme der Streueffizienz der 0. Ordnung durch zwei Effekte hervorgerufen wird. Zum einen verstärkt sich durch die zunehmende Oberflächenstruktur die Streuung in höhere Beugungsordnungen, zum anderen erhöht sich auch die Transmission an der oberen Grenzfläche, weil die zunehmende Strukturierung der Grenzfläche offensichtlich das Einkoppeln von Licht in das Medium erleichtert. Entsprechend erhöht sich die Transmission bei gleichzeitiger Abnahme der Reflektivität.

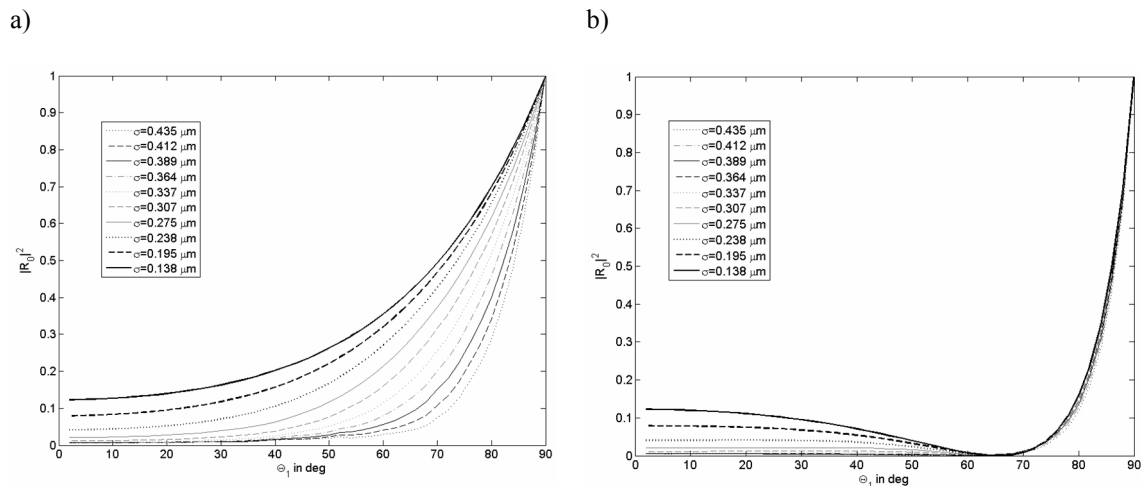


Abb. 4-11 RCWA Simulation für spekulare Reflexion an einer rauen  $ZrO_2$  [73] Probe für  $\lambda = 600$  nm, betrachtet wird jeweils das Betragsquadrat des 0. Streukoeffizienten, a) für TE Polarisation, b) TM Polarisation

An den Simulationsergebnissen fällt auf, wie eng Oberflächenrauigkeit und Reflektivität für die untersuchten  $ZrO_2$ -Geometrien verknüpft sind. Die Graphen für die unterschiedlichen RMS-Rauigkeiten erscheinen weitestgehend geordnet, wobei eine höhere RMS-Rauigkeit niedrigere Reflektivitäten zur Folge hat. Augenscheinlich nimmt die Abhängigkeit der Reflektivität mit zunehmendem Einfallswinkel ab. Die Unterschiede zwischen den Simulationsergebnissen sind bei flacher stehender Beleuchtung deutlich geringer als bei niedrigeren Einfallswinkeln, dies wird durch die Reduzierung der effektiven Rauigkeit bei Erhöhung des Einfallswinkels hervorgerufen. Auch in den klassischen Reflektionsmodellen wird ein derartiges Verhalten beobachtet, welches durch die zunehmende gegenseitige Abschattung benachbarter Oberflächenbereiche verursacht [30] wird.

Dieser Effekt wirkt sich natürlich direkt auf das elektromagnetische Feld an der beobachteten Grenzfläche aus. In 4.1.3 hatten wir bereits den Zusammenhang zwischen diesem Nahfeld und dem mit einer Kamera beobachteten Fernfeld hergestellt. Allerdings wurden für die physikalischen Reflektionsmodelle einfache Näherungslösungen für die Feldstärken an der Oberfläche verwendet. Mit der RCWA können nicht nur die Felder an der Oberfläche, sondern auch diejenigen direkt darüber und darunter sehr genau berechnet werden.



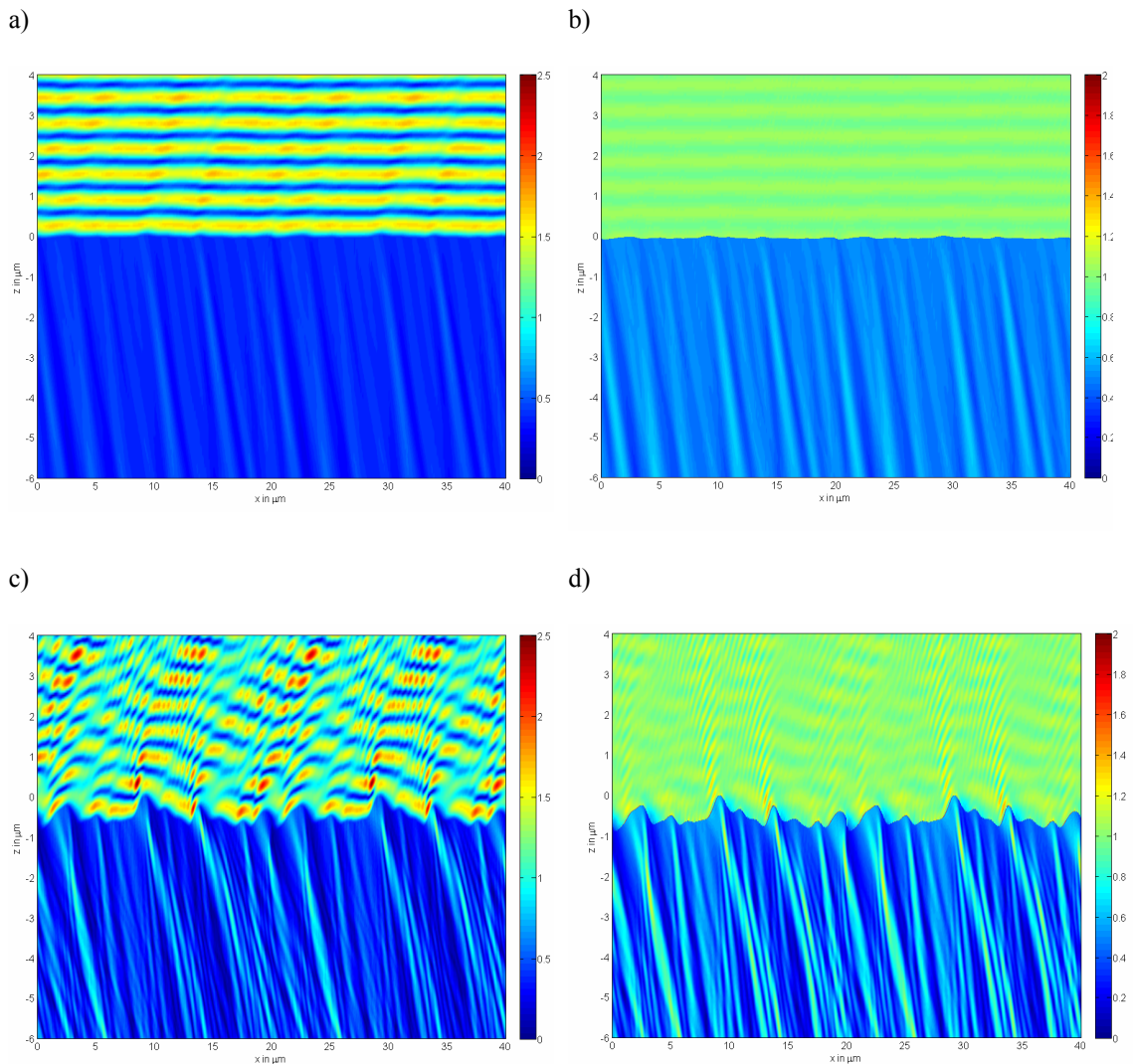


Abb. 4-12 RCWA Nahfeldsimulation für spekulare Reflexion an einer rauen  $\text{ZrO}_2$  [73] Probe für  $\theta_1 = 60^\circ$ , a) TE Polarisation  $\sigma = 0.138 \mu\text{m}$ , b) TM Polarisation  $\sigma = 0.138 \mu\text{m}$ , c) TE Polarisation  $\sigma = 0.435 \mu\text{m}$ , d) TM Polarisation  $\sigma = 0.435 \mu\text{m}$

Das für die Struktur berechnete elektrische Feld ist eine komplexe Größe, die nicht direkt gemessen werden kann. Aus diesem Grund wurde in Abb. 4-12 das Betragsquadrat von  $E$  als zur Intensität proportionale Größe dargestellt. Für die Abbildung wurden dabei eine schwache ( $\sigma = 0.138 \mu\text{m}$ ) und eine starke Rauigkeit ausgewählt. Als Anregung des Feldes wird in der RCWA eine ebene Welle betrachtet, die bei den dargestellten Simulationen mit einem Einfallswinkel von  $60^\circ$  auf die Oberfläche trifft. Im Bild betrachtet, kommt diese einlaufende Welle von oben links und tritt in Wechselwirkung mit dem im unteren Teil befindlichen Medium aus  $\text{ZrO}_2$ . Dieses ist in allen Bildern durch die niedrigere Feldstärke innerhalb des Materials gut zu erkennen.

Oberhalb der Grenzfläche bilden sich durch die kohärente Überlagerung von einfallenden und reflektierten Wellen deutliche Stehwellenmuster mit festen Feldknoten aus. Im Fall der relativ glatten Oberfläche verlaufen die Feldstärkemaxima dabei für TE Abb. 4-12a) und TM Polarisation Abb. 4-12b) jeweils

parallel zur Oberfläche, weil zwischen der Anregung und den reflektierten Wellen jeweils feste Phasenbeziehungen bestehen. Diese hängen erwartungsgemäß von der  $z$ -, aber kaum von der  $x$ -Koordinate ab.

Im Gegensatz dazu verursachen die lokalen Höenschwankungen der starken Rauigkeit unterschiedliche optische Weglängen, die in  $x$ -Richtung variierende Gangunterschiede hervorrufen. In Kombination mit den zusätzlich auftretenden höheren Beugungsordnungen ergeben sich ausgeprägte Feldüberhöhungen. Diese treten vor allem an den Erhebungen der Oberfläche auf. Innerhalb des Mediums zeigt sich ein ähnliches Bild. Während bei schwacher Strukturierung der Oberfläche nur geringe Modulationen des Feldes im  $ZrO_2$  auftreten, verursacht die stärkere Strukturierung deutliche Feldüberhöhungen, die sich in Lichtausbreitungsrichtung fortsetzen. Insgesamt scheint die Strukturierung dabei das Einkoppeln von Licht in das Bulkmaterial zu begünstigen.

Zwischen TE und TM Polarisierung ergeben sich auch in den Nahfeldbildern charakteristische Unterschiede. Während das TE polarisierte Feld stets stetig sein muss, um die Grenzflächenbedingungen zu erfüllen, springt das TM Feld an der Oberfläche des Mediums. Dies zeigt sich auch an der höheren Transmission und schwächeren Reflektion für TM Polarisierung. Außerdem werden in den Nahfeldsimulationen auch die Abschattungseffekte deutlich, welche Ursache für die Abnahme der effektiven Rauigkeit bei steigendem Einfallswinkel sind. Besonders in Abb. 4-12d) zeigt sich der Einfluss von gegenseitigen Verdeckungen, denn die Feldstärke hinter jeder Erhebung ist im Mittel viel geringer als in der Umgebung.

Das in Abb. 4-12 dargestellte Nahfeld oberhalb der Struktur wird aus der Überlagerung von vielen ebenen Wellen mit Gl. (4.43) bzw. Gl. (4.52) berechnet. Dabei ist ein Teil der entsprechenden Wellenvektoren komplex, so dass die resultierenden Felder evaneszent und nur in unmittelbarer Nähe der Oberfläche messbar sind. Alle anderen Teilwellen können propagieren und bestimmen so das Fernfeld. Wir betrachten nun das Betragsquadrat der Wellenamplituden  $|\mathbf{R}_i|^2$  und können analysieren, wie stark und in welche Richtungen beide Oberflächen streuen. In Abb. 4-13 ist  $|\mathbf{R}_i|^2$  in Abhängigkeit vom Beobachtungswinkel  $\theta_2$  für beide Polarisierungen dargestellt.

Es zeigt sich ein erheblicher Unterschied zwischen der schwach und der stark strukturierten Oberfläche. Während bei relativ glatter Grenzfläche die in  $60^\circ$  abgestrahlte Welle in beiden Polarisationsrichtungen dominiert, verursacht die ausgeprägte Rauigkeit eine Streuung in den gesamten Halbraum. Dieses Verhalten stimmt sehr gut mit unseren Erwartungen überein. Für glatte Oberflächen ist das Reflexionsgesetz erfüllt und im Experiment kann Schwerpunktmäßig nur ein direkter Reflex beobachtet werden. Außerdem wird auch der erhebliche Unterschied zwischen TE und TM Reflektivität in den Simulationen deutlich. Im Gegensatz dazu tritt bei stärkeren Rauigkeiten diffuse Streuung in den gesamten Halbraum auf.

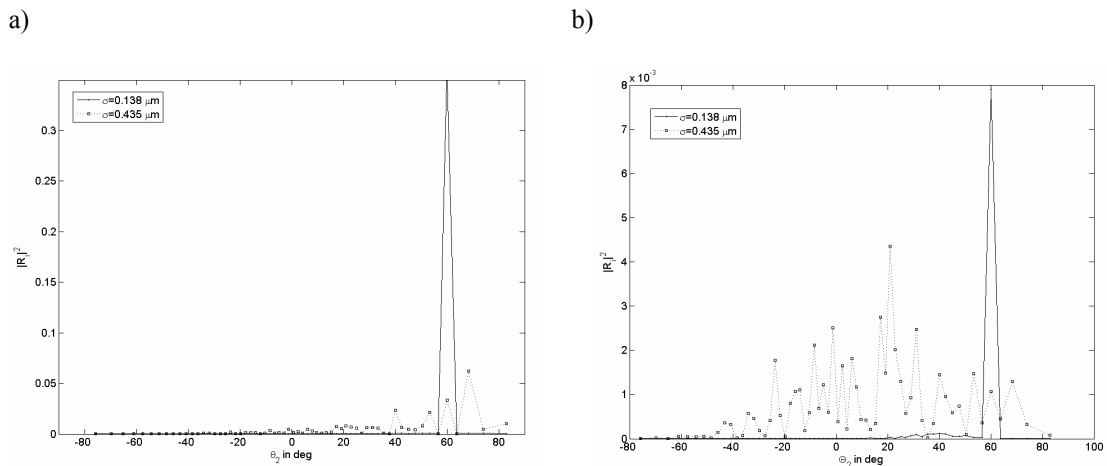


Abb. 4-13 RCWA Fernfeldsimulation für raue  $\text{ZrO}_2$  [73] Probe mit  $\theta_1 = 60^\circ$ , a) TE Polarisation, b) TM Polarisation

Trotzdem ist vor allem für TE Polarisation in Abb. 4-13 eine bevorzugte Streurichtung erkennbar. Allerdings befindet sich deren Maximum nicht im Bereich des erwarteten Spekularpeaks, sondern bei höheren Beobachtungswinkeln. Dieses Verschiebung des Spekularpeaks durch die Rauigkeit dominiert aufgrund der stärkeren TE Reflektivität das Reflektionsverhalten für unpolarisiertes Licht und ist gut bekannt [29]. Aufgrund der Betrachtung einer monochromatischen Anregung treten in den Simulationsergebnissen zum räumlichen Streuverhalten viele starke Schwankungen auf, die nicht mit den experimentellen Erwartungen übereinstimmen. Diese werden durch Resonanzen im Nahfeld an der Struktur hervorgerufen und verschwinden bei einer Verringerung der Kohärenzlänge (z.B. durch die spektral breitbandige Beleuchtung). In der Simulation entspricht das der Mittelung über die Streucharakteristiken unterschiedlicher Wellenlängen.

Zum Abschluss des Kapitels interessiert jetzt, wie sich Rauheiten auf die von der Oberfläche hervorgerufene, partielle Polarisation auswirken. Wir betrachten dabei ausschließlich spekulare Reflektionen und verwenden deshalb nur die Wellenamplituden 0. Ordnung. Aus den entsprechenden  $R_1$  für beide Polarisationen kann die zugehörige deterministische Müllermatrix dieser Geometrie abgeleitet werden. Bei festem Einfallswinkel muss nun eine Mittelung über die unterschiedlichen Spektralanteile erfolgen, um die daraus resultierenden Depolarisationseffekte zu berücksichtigen, welche bereits früher in diesem Abschnitt diskutiert wurden. Als Grundlage für die spektrale Mittelung werden die Felder beider Polarisationen im Spektralbereich 500–700nm mit einer Schrittweite von 20nm verwendet. Ausgehend von den über diesen Spektralbereich gemittelten Müllermatrizen ergibt sich äquivalent zur Simulation für glatte Oberflächen (Abb. 4-3) eine Graphik, die zeigt, wie stark unpolarisiertes Licht bei spekularer Reflektion an der Oberfläche polarisiert wird. Dabei erhalten wir für die Geometrie mit der geringsten Rauigkeit das in Abb. 4-14 dargestellte Ergebnis, welches weitestgehend mit den Resultaten der Fresneltheorie übereinstimmt.

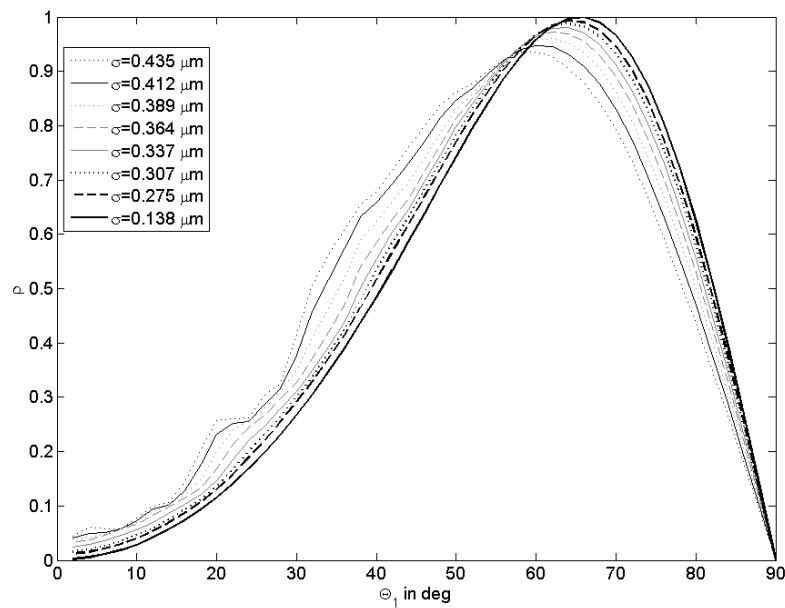


Abb. 4-14 RCWA Simulation des Polarisationsgrades nach spekularer Reflexion an einer rauen  $\text{ZrO}_2$  [73] Probe in Abhängigkeit vom Einfallswinkel, Mittelung über den Spektralbereich von 500–700nm mit Schrittweite 20nm

Bei steigendem Einfallswinkel nimmt der Polarisationsgrad für die glatte Oberfläche zu, um am Brewsterwinkel sein Maximum mit  $\rho = 1$  zu erreichen. Bei einer Steigerung der RMS Rauheit bleibt die grundsätzliche Abhängigkeit des Polarisationsgrades vom Einfallswinkel erhalten, allerdings verringert sich der maximal beobachtete Polarisationsgrad. Außerdem wird die stärkste Polarisation bereits bei geringeren Einfallswinkeln erreicht.

Wie bereits bei den Reflektionskoeffizienten festgestellt, ist ein geringerer Einfluss der Rauheit bei flacheren Beleuchtungs- und Beobachtungsrichtungen zu verzeichnen. Ursache ist auch hier die abnehmende effektive Rauigkeit durch die gegenseitige Verdeckungen von Oberflächenbereichen bei höherem Einfallswinkel. Nicht zuletzt treten im Intervall  $\theta_1 \in [15^\circ, 45^\circ]$  bei starken Rauheiten trotz der spektralen Mittelung Modulationen des simulierten Polarisationsgrades auf.

## 5 EXPERIMENTELLER AUFBAU

Bei den experimentellen Untersuchungen zu dieser Arbeit wurden zwei unterschiedliche Ziele verfolgt. Zum einen galt es, das Reflektions- und Polarisationsverhalten diffuser Volumenstreuer experimentell zu untersuchen und die im vorherigen Kapitel abgeleiteten Reflektionsmodelle soweit als möglich zu verifizieren. Zum anderen ist es ein wesentliches Anliegen der Arbeit, die praktische Anwendbarkeit von Polarisation Imaging in der industriellen Sichtprüfung nachzuweisen. Die entsprechenden Anforderungen an einen Versuchsaufbau sind für beide Aufgaben höchst unterschiedlich. Während für die Untersuchung des Reflektionsverhaltens ein sehr flexibler Laboraufbau mit vielen Verstell- und Kalibriermöglichkeiten benötigt wird, liegt der Schwerpunkt bei der industriellen Erprobung vor allem auf einer stabilen und kostengünstigen Lösung mit möglichst schneller Bildaufnahme. Mit einem einzigen Aufbau lassen sich nicht alle Anforderungen gleichzeitig erfüllen, deshalb wurden für diese Arbeit zwei spezialisierte Versuchsaufbauten konstruiert.

Während ein äußerst flexibler Versuchsaufbau mit vielen Verstellmöglichkeiten dauerhaft im Labor zur Verfügung stand, wurde als nächstes eine seriennahe Versuchsstation in eine laufende Fertigungslinie integriert. Die Besonderheiten beider experimenteller Aufbauten werden in diesem Kapitel näher erläutert.

### 5.1 Laboraufbau Polarisation Imaging

Um das Reflektionsverhalten diffuser Volumenstreuer im Labor zu untersuchen, wurde der in Abb. 5-1 dargestellte Versuchsaufbau konstruiert. Er besteht aus einer Aluminiumplatte (1600x1200mm), auf der zwei Arme aus eloxiertem Aluminium mit einer Länge von jeweils 850mm montiert sind. Zur Positionierung von Kamera und Beleuchtung wird je einer der unabhängig voneinander um ein gemeinsames Zentrum drehbaren Ausleger verwendet. Die präzise Einstellung der Winkel für Kamera und Lichtquelle wird durch Bohrungen in einem 2.5°-Raster ermöglicht.

Zur Befestigung der Optikkomponenten sind auf beiden Armen Linos X95 Profile installiert. Diese wurden durch Klemmen mit den Armen verbunden und können in Längsrichtung verschoben werden. Ist der Winkel zwischen Kamera- und Beleuchtungsarm sehr klein, so wird diese Verstellung benötigt, um die Kollision beider Profile zu vermeiden. Der daraus resultierende Minimalwinkel ist konstruktionsbedingt durch die Armgeometrie nahe dem Drehzentrum bestimmt. In dem abgebildeten Versuchsaufbau können durch entsprechende Aussparungen Öffnungswinkel von bis zu 25° erreicht werden. Alle optischen Elemente des Versuchsaufbaus, d.h. Kamera mit Objektiv, Polfilter mit Antrieb, Beleuchtung und Fokussieroptik sind auf Linosreitern befestigt. Diese Reiter erlauben eine hohe Variabilität des Versuchsaufbaues und ermöglichen trotzdem eine genaue Positionierung der Komponenten.

Für die Aufnahme der Rohintensitätsbilder wird eine USB Kamera des Typs uEye UI-2250 mit einem 1/1.8" CCD Chip von Sony verwendet. Bei voller Auflösung (1600x1200 Pixel) lassen sich im Synchronmodus bis zu 12fps erreichen. Die Kamera liefert 8 Bit Grauwertbilder und kann extern getriggert

werden. Außerdem ist sie vollständig in den verwendeten Softwarerahmen für Labor- und Serienexperimente integrierbar.

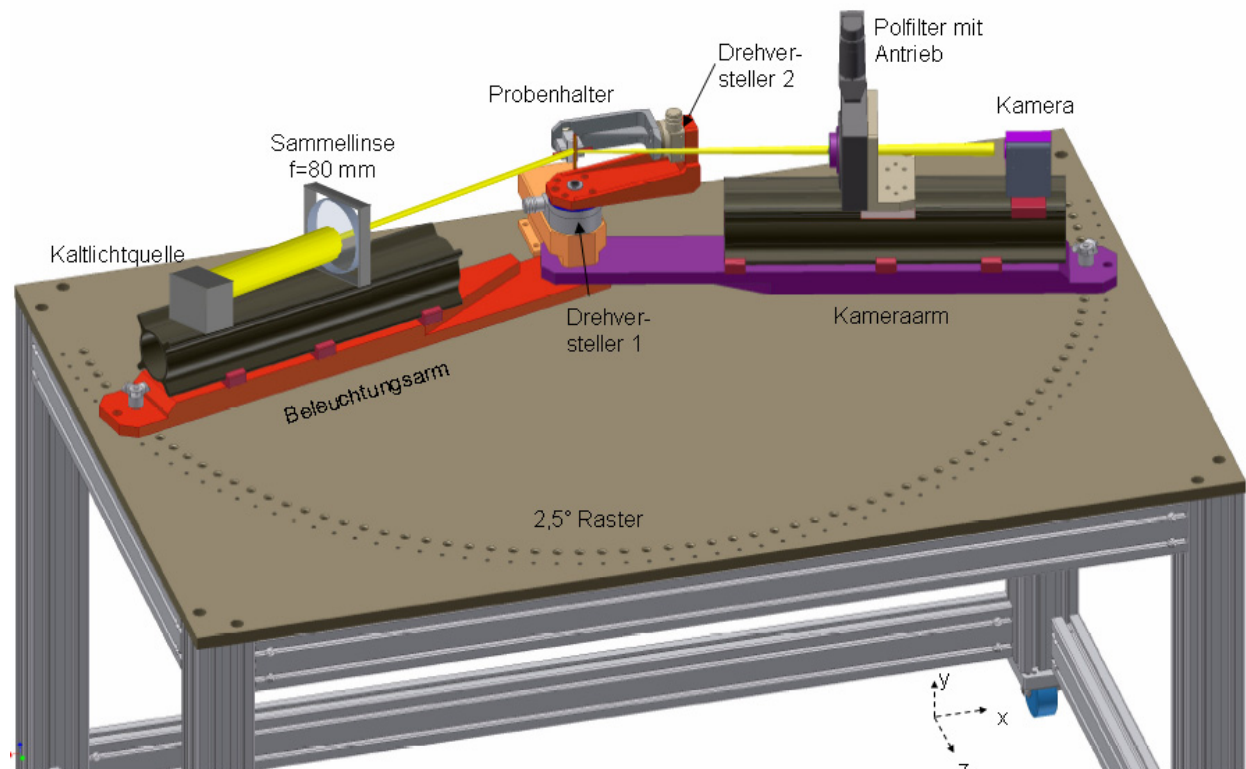


Abb. 5-1 Labor- und Versuchsaufbau Polarisation Imaging

Um den Polarisationszustand des reflektierten Lichts zu bestimmen, wird in die Beobachtungsrichtung der Kamera ein Linearpolarisator gebracht (vgl. Kapitel 3). Mit einem Präzisionsdrehtisch kann dieser Polfilter gedreht werden. Für den Laboraufbau wird ein Pi M062.PD Drehtisch mit spielfrei vorgespanntem Schneckenantrieb verwendet. Der Antrieb erreicht eine hohe Positioniergenauigkeit von  $60 \mu\text{rad}$ , verfügt über einen kontaktlosen Referenzschalter und erzielt eine für Laborexperimente akzeptable Fahrgeschwindigkeit von  $90^\circ/\text{s}$ . Als Polfilterantrieb eignet sich der Tisch besonders, weil er neben dem freien Durchgang im Zentrum des Drehtellers über sehr gute Planlaufeigenschaften verfügt. In den Innendurchmesser (45 mm) ist ein linearer Polfilter montiert. Besonders wichtig ist, dass die Verkippung zwischen der Drehachse des Tisches und der Oberflächennormalen des Polfilters möglichst gering ist. Kamera und Polfilter sind - wie darstellt - hintereinander auf dem Kameraarm montiert. Als Beleuchtung wurde für die Experimente eine 150 W Halogenkaltlichtquelle mit Lichtleiter verwendet. Durch die Fokussierung mit einer Sammellinse ( $f=80 \text{ mm}$ ) verbessert sich die Ausleuchtung der Probe erheblich.

Die geometrische Anordnung von Kamera und Lichtquelle bezüglich der Oberfläche bezeichnen wir im Folgenden als optische Konstellation. Eine abstrakte Darstellung der Versuchsgometrie ist in Abb. 5-2 gegeben. Bisher wurde nur die unabhängige Anordnung von Kamera und Beleuchtung in der x-z Ebene diskutiert. Wir führen jetzt den Beleuchtungswinkel  $\varphi_i$  und den Kamerawinkel  $\varphi_c$  ein. Für beliebige

Kombinationen dieser Winkel liegen Kamera- und Beleuchtungsvektor stets in der Einfallsebene. Da für diffuse Volumenstreuer das optische Verhalten stark von geometrischen Effekten dominiert wird (vgl. 4), ist es für einen systematischen Vergleich von Polarisations- und Intensitätsbildern wünschenswert, auch Beobachtungsvektoren außerhalb der Einfallsebene zu ermöglichen. In unserem Versuchsaufbau wird dies durch eine Drehung der Probe um die x-Achse ermöglicht. Der Winkel  $\gamma_2$  wird dabei manuell mit Drehversteller 2 gewählt. Durch Drehversteller 1 kann zusätzlich um die y-Achse rotiert werden.

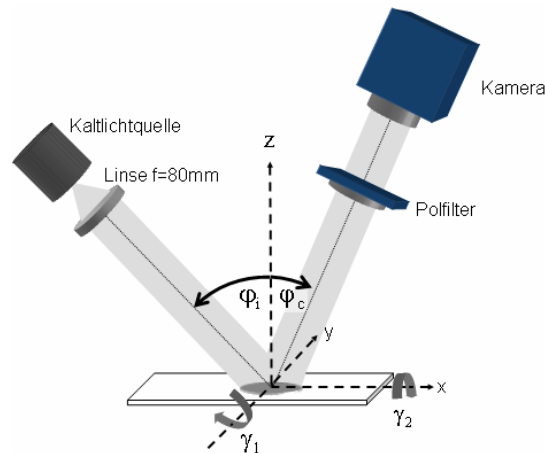


Abb. 5-2 Winkeldefinition und Koordinatensystem für die Versuchsanordnung

Bei der Konstruktion des Goniometers für  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$  mussten zwei gegensätzliche Aspekte optimiert werden. Der aufrecht angebrachte 2. Drehversteller (vgl. Abb. 5-1) kann für hohe Kamerawinkel die Probe verdecken. Entsprechend wird der Maximalwert von  $\varphi_c$  von der Größe des Drehverstellers und seinem Abstand zur Probe bestimmt. Eine Erhöhung des Maximalwertes geht dabei zu Lasten der Stabilität.

Im Gegensatz dazu wird eine hohe Stabilität benötigt, weil es nur einen Punkt gibt, welcher bei Verstellung von  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$  stationär bleibt. Dieser Drehpunkt ist durch den Schnittpunkt der Rotationsachsen beider Drehversteller gegeben. Für die Experimente soll genau dieser Punkt mit der Kamera beobachtet werden, um den Effekt der in seiner Umgebung auftretenden Bildverschiebungen auf das Messergebnis zu minimieren. Aus diesem Grund wurde die Probe mit einer Abstimmplatte so positioniert, dass der Schnittpunkt der Drehachsen genau auf der Probenoberfläche liegt. Außerdem wurden Kamera- und Beleuchtungsarm entsprechend ausgerichtet.

## 5.2 Laboraufbau zur Bestimmung der Stokesparameter

Die Müllermatrix eines linearen Polfilters enthält in der vierten Spalte keine Elemente ungleich Null. Daraus hatten wir in 3.3 abgeleitet, dass sich elliptische Polarisation durch die Drehung eines Polfilters vor der Kamera nicht messen lässt. Entsprechend wurde der lineare Polarisationsgrad  $\rho_L$  eingeführt. Für einige Anwendungen könnte die bisher vernachlässigte 4. Komponente des Stokesvektors jedoch hilfreiche Zusatzinformationen zur linearen Polarisation liefern. Deshalb wollen wir diesen Anteil im Folgenden messen.

Als Retarder wird ein Element aus optisch anisotropem Material bezeichnet. Die Lichtausbreitungsgeschwindigkeit in einem solchen Medium ist polarisationsabhängig. Man unterscheidet eine schnelle und eine langsame Achse. Der Polarisationszustand der einfallenden Welle wird bezüglich beider Achsen zerlegt (vgl. 3.2). Für die parallel zur schnellen Achse polarisierte Komponente ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit höher als für den dazu senkrechten Anteil. Da die optische Weglänge umgekehrt proportional zur Ausbreitungsgeschwindigkeit ist, verursacht die Anisotropie deshalb eine Phasendifferenz zwischen den senkrecht zueinander polarisierten Anteilen. Davon wird auch elliptische Polarisation beeinflusst. Wie sich diese Wechselwirkung im Allgemeinen auswirkt, hatten wir bereits in 3.2 in Form der Müllermatrix  $M(\delta)$  abgeleitet. Offensichtlich wandelt der Retarder elliptische in lineare Polarisation um und umgekehrt. Wird vor der Kamera ein zusätzlicher Polfilter montiert, so bewirkt dieser in Kombination mit dem Retarder, dass sich  $S_3$  direkt auf das Intensitätsbild der Kamera auswirkt.

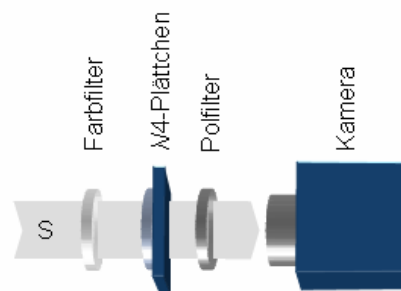


Abb. 5-3 Experimenteller Aufbau zur Messung des vollständigen Stokesvektors

Als Retarder wird im Experiment ein achromatisches  $\lambda/4$ -Plättchen von Tower Optical verwendet. Durch die Kombination zweier doppelbrechender Materialien (Kristallglas und Magnesiumfluorid) ist die Phasenschiebung dieses Plättchens im Spektralbereich von 465-610nm weitestgehend konstant. Das Spektrum der Halogen-Kaltlichtquelle umfasst einen Anteil mit kürzerer Wellenlänge, der außerhalb dieses Bereiches liegt. Durch einen grünen Glasfarbfilter (Linos VG9) verhindern wir, dass diese kurzen Wellenlängen das Ergebnis verfälschen.

Zur Bestimmung des vollständigen Stokesvektors der Eingangspolarisation  $S$  muss das  $\lambda/4$ -Plättchen gedreht werden. Wir verwenden dazu wieder einen Pi M062.PD Drehtisch. Das vollständige Signalmmodell und die Signalverarbeitung für den in Abb. 5-3 dargestellten Aufbau wird in 9.19.2 näher erläutert.

### 5.3 Seriennahe Versuchsstation

Mit dem Laboraufbau (vgl. 5.1) wird im Verlauf der Arbeit das Potential von Polarisation Imaging für die Automatisierung industrieller Sichtprüfaufgaben aufgezeigt. Die Umsetzung der Pilotapplikation (vgl. Kapitel 910) erfordert dabei die Berücksichtigung bestimmter zusätzlicher Rahmenbedingungen für den Fertigungseinsatz. Um die Technik erfolgreich einsetzen zu können, muss der Aufbau soweit wie möglich vereinfacht und dessen Bauraum verringert werden. Dazu wurde eine für die Prüfung geeignete optische Konstellation durch Experimente mit dem Laboraufbau ermittelt und dann in der in Abb. 5-4 dargestellten Versuchsstation umgesetzt. Die Anordnung der optischen Komponenten ist dabei konstant, so dass nahezu alle Verstellmechanismen entfallen können. Lediglich die Kamera kann in Längsrichtung verschoben werden, um die Gegenstandsweite anpassen zu können. Eine ausführliche Begründung für die



gezeigte Anordnung von Kamera, Lichtquellen und Bauteil ist in 10.2 gegeben. Da die Versuchstation als Erweiterungsmodul für einen bereits bestehenden Prüfautomaten konstruiert wurde, konnte auf ein erprobtes Anlagen- und Handlingskonzept zurückgegriffen werden. Die Teststation wurde dabei zusätzlich zur etablierten Prüfung in Betrieb genommen und speichert die Polarisationsbilder für erkannte Defekteile. Um dem vorgegebenen Serientakt von unter 3sec folgen zu können, war es notwendig, die Aufnahmezeit der Polarisationsbilder erheblich zu reduzieren. Für das Teilehandling und die geplante Weiterverarbeitung ist die halbe Taktzeit vorgesehen, so dass nicht mehr als 1.5sec für das Polarisation Imaging zur Verfügung stehen.

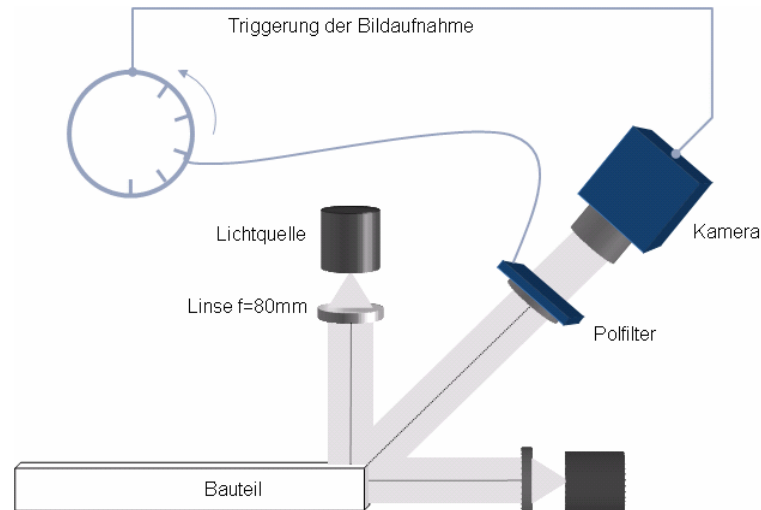


Abb. 5-4 Versuchstation für seriennahe Erprobung

Davon werden 0.75sec für die Aufnahme der Intensitätsbilder und 0.75sec für die Konstruktion der Polarisationsbilder mit der Methode der kleinsten Quadrate verwendet. Aus fünf Rohbildern mit den Polfilterwinkeln  $0^\circ$ ,  $36^\circ$ ,  $72^\circ$ ,  $108^\circ$ ,  $144^\circ$  lassen sich die Polarisationsbilder mit der in 3.4 gegebenen Signalverarbeitung bestimmen. Die Zielzeit von 0.75sec für die Rohbildaufnahme ist dabei mit der im Laboraufbau eingesetzten Drehachse nicht erreichbar, deshalb wird beim seriennahen Test ein Owis DRT90 Rundtisch mit DC Motor und Riemenantrieb eingesetzt. Seine maximale Drehgeschwindigkeit liegt bei  $2700^\circ/\text{s}$ . Zur Ansteuerung des Antriebes wird die Owis Universal-Positioniersteuerung PS90 verwendet, diese kann zur Programmierung über USB mit einem PC verbunden werden. Während des Serienbetriebs läuft die gesamte Kommunikation dann über Digital IO.

Vom Leitreechner der Sichtprüfanlage erhält der Stationsrechner der Versuchstation den Befehl zum Beginn der Prüfung. Der Stationsrechner sendet daraufhin den Befehl zur Drehung des Polfilters an die PS90 Steuerung. Diese startet die Polfilterdrehung und löst beim Erreichen des ersten Polfilterwinkels die Bildaufnahme durch die direkte Triggenierung einer Sony XC HR70 Kamera aus, bei voller Auflösung ( $1024 \times 768$  Pixels) erreicht diese Kamera bis zu 30fps. Für die Aufnahme eines Bildes stehen nur 0.15sec zur Verfügung, deshalb kann der Polfilter am erreichten Zielwinkeln nicht gestoppt werden. Der Polfilter dreht sich aus diesem Grund während der Bildaufnahme um den Winkel  $\alpha_i$ . Mit stehendem Polfilter hatten wir das Signalmodell  $I(\alpha)$  abgeleitet, es gilt Gl. (3.22). Rotiert der Polfilter während der Bildaufnahme, so erhalten wir  $I_1(\alpha, \alpha_i)$  mit

$$I_i(\alpha, \alpha_i) = \frac{I_0}{\alpha_i} \int_{\alpha}^{\alpha+\alpha_i} \left(1 + \rho_L \cos 2(\alpha^* - \theta)\right) d\alpha^* \quad (5.1)$$

Durch Ausführen der Integration folgt

$$I_i(\alpha, \alpha_i) = I_0 \left[ 1 + \rho_L \frac{\sin \alpha_i}{\alpha_i} \cos 2\left(\alpha - \theta + \frac{\alpha_i}{2}\right) \right] \quad (5.2)$$

$\alpha_i$  wird von der Rotationsgeschwindigkeit des Polfilters und der Belichtungszeit der Kamera bestimmt. Rotationsgeschwindigkeit und Belichtungszeit sind für alle aufgenommenen Intensitätsbilder gleich, deshalb ergibt sich ein verändertes Signalmodell der Form Gl. (5.2). Trotz der Polfilterdrehung während der Bildaufnahme erhalten wir eine cosinusförmige Intensitätsmodulation in Abhängigkeit von  $\rho_L$ ,  $\theta$  und  $I_0$ . Im Grenzfall  $\alpha_i \rightarrow 0$  geht Gl. (5.2) natürlich in Gl. (3.22) über.

Aber auch für  $\alpha_i > 0$  können wir die in 3.4 eingeführte Signalverarbeitung verwenden, um die Rohbilder auszuwerten. Dabei bleibt der visuelle Eindruck der Polarisationsbilder unverändert. Alle Werte im Ergebnisbild für den Polarisationsgrad sind jedoch um den Faktor  $\sin \alpha_i$  skaliert, und die Polarisationswinkel enthalten einen konstanten Offset von  $-\alpha_i/2$ . Bei bekanntem  $\alpha_i$  kann der Einfluss der Polfilterbewegung auf die Messwerte korrigiert werden. Eine durch die kontinuierliche Filterdrehung abnehmende Intensitätsmodulation führt grundsätzlich zu einer Verschlechterung des Rauschverhaltens (vgl. Kapitel 7), diese kann aber zum Teil durch die Anpassung des Aussteuerungsbereiches kompensiert werden [112].

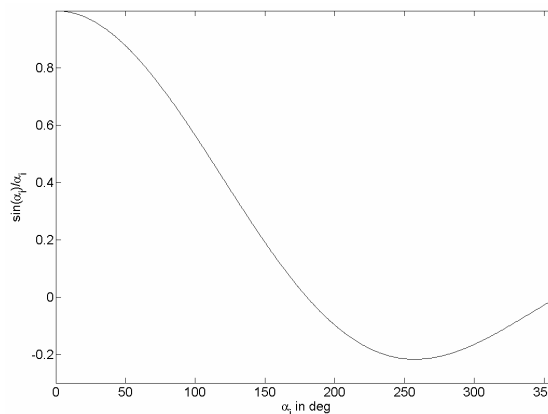


Abb. 5-5 Durch die Rotation des Polfilters während der Bildaufnahme verringert sich die Modulation des Intensitätssignals um den Faktor  $\sin \alpha_i / \alpha_i$ .

Da sich die Modulation des Signals nur geringfügig (vgl. Abb. 5-5) reduziert, ist ein dauerhaft rotierender Polfilter mit getriggertem Bildaufnahme auch für weniger zeitkritische Anwendungen gut geeignet. Der Verzicht auf die harten Beschleunigungsrampen erhöht die Lebensdauer der Komponenten und hilft zudem mechanische Schwingungen während der Bildaufnahme zu vermeiden.

## 6 BILDVORVERARBEITUNG

In diesem Kapitel werden die bei der Bildaufnahme auftretenden systematischen Fehler ausgehend von ihrer Ursache näher untersucht. Als größte Fehlerquelle treten in den Rohbildern leichte Verschiebungen während der Drehung des vor der Kamera befindlichen Polfilters auf. Diese werden durch die Verkippung der Filternormale bezüglich der Rotationsachse verursacht und können größtenteils kompensiert werden. Dazu wird ein Regionen-basiertes Matching und ein sehr genauer, auf einer angepassten Flusschätzung beruhender Ansatz mit expliziter Berücksichtigung der vorgegebenen Trajektorie entwickelt und getestet. Neben diesen Bildverschiebungen verursacht vor allem die Kennlinie der Kamera systematische Fehler in den entstehenden Polarisationsbildern. Deshalb wird eine Methode zur radiometrischen Korrektur der Rohbilder diskutiert. Dieser Ansatz erlaubt außerdem die Kombination von ganzen Belichtungsserien zu Bildern mit gesteigertem Dynamikbereich (HDR Images).

### 6.1 Die Ursache der Bildverschiebungen

Aus den für unterschiedliche Polfilterwinkel aufgenommenen Rohbildern werden die Polarisationsgrößen berechnet. Deshalb hängt die Qualität der Polarisationsbilder natürlich direkt von den Abbildungsfehlern in den Intensitätsbildern ab.

Zusätzlich zu den Aberrationen des Objektiv beeinflusst auch der Polfilter vor der Kamera die Bildgebung. Wir betrachten im Folgenden den Polfilter als perfekt planparallele Platte, mit einem polarisationsabhängigen Transmissionskoeffizienten. Eine solche ideale Filterplatte führt zur Abberation konvergenter und divergenter Strahlen. Die numerische Apertur des abbildenden Systems ist in unserem Fall sehr gering, deshalb kann in guter Näherung ein kollimierter Strahlengang angenommen werden, d.h. Abberationseffekte durch den Polfilter werden entsprechend vernachlässigt.

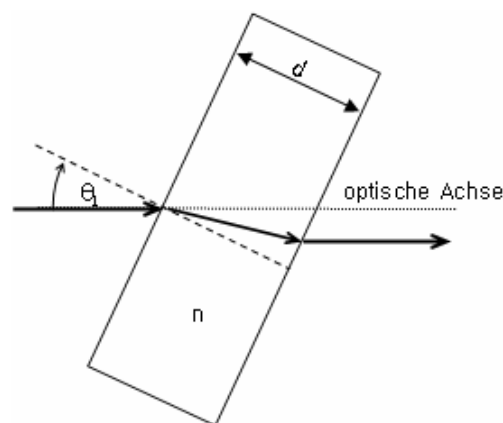


Abb. 6-1 Einfluss einer verkipperten planparallelen Platte

Für die Berechnung der Polarisationsparameter müssen alle verwendeten Rohbilder gut zueinander registriert sein. Andernfalls verfälschen die durch Bildverschiebungen in ein einem bestimmten Pixel

hervorgerufenen Intensitätsänderungen die berechneten Polarisationsparameter und verursachen so systematische Messfehler, welche unter anderem Artefakte in den Polarisationsbildern hervorrufen können. Insbesondere an Kanten sind die Auswirkungen einer unzureichenden Registrierung deutlich beobachtbar [9].

Eine nachträgliche Registrierung der Bilderserie ist notwendig, denn bereits kleine Restfehler bei der Ausrichtung des Polfilters führen zu signifikanten Bildverschiebungen. Im Folgenden wollen wir den Zusammenhang zwischen den Ausrichtfehlern des Polfilters und der daraus resultierenden Bildverschiebung näher untersuchen. Den Polfilter betrachten wir wie angesprochen als planparallele Platte. Angenommen, er hat die Dicke  $d$  und den Brechungsindex  $n$ , dann folgt bei einer Verkippung der Filternormale bezüglich der optischen Achse um den Winkel  $\theta_1$  eine Parallelverschiebung des Bildes um  $\Delta a$  [113].

$$\Delta a = d \sin \alpha \left( 1 - \frac{\cos \theta_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}} \right) \quad (6.1)$$

Durch eine gemeinsame Verkippung der Polfilternormale und der Rotationsachse des Polfilterantriebes wird das Bild zwar parallel verschoben, allerdings bleibt diese Verschiebung während der Filterdrehung konstant und stellt entsprechend kein Problem für die Polarisationsauswertung dar. Deshalb sind nur Verkippungen, die eine variierende Bildverschiebung hervorrufen kritisch.

Sind die Oberflächennormale des Polfilters und die Rotationsachse des Filterantriebes nicht parallel, so taumelt die Oberflächennormale bei einer Filterdrehung um die optische Achse, und die Bildverschiebung ist vom Polfilterwinkel abhängig. Wenn der Winkel zwischen Filternormale und Rotationsachse  $\theta_1$  beträgt, dann ist die Oberflächennormale  $\mathbf{n}$  in Abhängigkeit vom Polfilterwinkel  $\alpha$  durch

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 \cos(\alpha - \theta_2) \\ \cos \theta_1 \sin(\alpha - \theta_2) \\ \sin \theta_1 \end{pmatrix} \quad (6.2)$$

gegeben. Die Richtung der Oberflächennormale hängt explizit vom Polfilterwinkel ab, entsprechend ändert sich die Verschiebungsrichtung während der Drehung. Durch  $\theta_2$  wird dabei die Richtung der Verkippung bezüglich des Polfilterwinkels angegeben. Wenn wir nur die Verkippung zwischen Polfilterachse und Rotationsachse betrachten, dann wird das Bild um den Vektor  $[\mathbf{d}_x \ \mathbf{d}_y]^T$  mit

$$\left( \frac{\mathbf{d}_x}{s_x \Delta a} \right)^2 + \left( \frac{\mathbf{d}_y}{s_y \Delta a} \right)^2 = 1 \quad (6.3)$$

verschoben.  $s_x$ ,  $s_y$  sind die Skalenfaktoren der Abbildung von der Objekt- zur Bildebene. In Glas gefasste Polarisationsfilter haben eine Dicke von etwa 3 mm. Mit  $\theta_1 = 1^\circ$  beträgt der Radius der erwarteten Bildverschiebung  $18\mu\text{m}$  (mit  $s_x = s_y = 1$ ).

Wie bereits erläutert, kann zusätzlich die Rotationsachse bezüglich der optischen Achse in eine beliebige Richtung verkippert sein. In diesem Fall taumelt die Oberflächennormale nicht um die optische Achse, sondern um einen davon abweichenden Vektor. Für kleine Verkippungswinkel kann die elliptische Bahn in erster Näherung mit der Parametrisierung

$$\begin{aligned}d_x &= B_1 \cos \alpha + B_2 \sin \alpha \\d_y &= B_3 \cos \alpha + B_4 \sin \alpha\end{aligned}\quad (6.4)$$

beschrieben werden. Eine Ellipse lässt sich durch die Lage der Hauptachsen und deren Radien vollständig beschreiben, folglich sind nur drei der vier Parameter  $B_1, B_2, B_3, B_4$  linear unabhängig.

## 6.2 Verschiebungskorrektur durch Regionen-basiertes Matching

Eine Registrierung der aufgenommen Rohintensitätsbilder zur Kompensation von Bildverschiebungen erreicht man am einfachsten durch ein Regionen-basiertes Matchingverfahren. Dabei werden die unterschiedlichen Bilder gegeneinander verschoben und für jeden Verschiebungsvektor  $\begin{bmatrix} d_x & d_y \end{bmatrix}^T$  jeweils das Ausgangsbild  $\mathbf{G}(x, y, \alpha_0)$  und das zu registrierende verschobene Bild  $\mathbf{G}(x - d_x, y - d_y, \alpha_n)$  miteinander verglichen. Wir verwenden dazu eine Ähnlichkeitsfunktion  $C$ . Gebräuchlich sind z.B. die absolute Differenz  $|\mathbf{G}(x, y, \alpha_0) - \mathbf{G}(x - d_x, y - d_y, \alpha_n)|$  bzw. der quadratische Abstand  $(\mathbf{G}(x, y, \alpha_0) - \mathbf{G}(x - d_x, y - d_y, \alpha_n))^2$ . Die Qualität der Übereinstimmung ergibt sich dabei aus der folgenden Summe über alle Pixel einer Region  $R$ .

$$\sum_{x, y \in R} C[\mathbf{G}(x, y, \alpha_0), \mathbf{G}(x - d_x, y - d_y, \alpha_n)] \quad (6.5)$$

Um die Genauigkeit der berechneten Bildverschiebungen zu maximieren und Probleme mit unstrukturierter Bildbereiche zu vermeiden, sollte die Region so groß wie möglich gewählt werden. Da die Bildverschiebung, welche durch den verkippten Polfilter verursacht wird, für das gesamte Bild konstant ist, kann die Region  $R$  alle Pixel des Bildes umfassen.

Zur Bestimmung der Verschiebung zwischen den Bildern wird der Vektor  $\begin{bmatrix} d_x & d_y \end{bmatrix}^T$  gesucht, welcher den Ausdruck in Gl. (6.5) minimiert, denn die richtige Verschiebung wurde natürlich genau dann gefunden, wenn die Übereinstimmung zwischen den Bildern am größten ist. In den meisten Fällen unterscheiden sich die mit verschiedenen Ähnlichkeitsfunktionen berechneten Verschiebungsvektoren kaum [114].

Die Minimierung von Gl. (6.5) ist ein nichtlineares Problem und kann rekursiv mit Abstiegsalgorithmen z.B. mit dem Newton-Raphson-Verfahren erfolgen. Alternativ ist auch ein sogenanntes Block-Matching anwendbar. Bei diesem Verfahren wird das Fehlerfunktional für alle möglichen Verschiebungen berechnet und im Anschluss die Lage des Minimums bestimmt. Aus der Umformung der Fehlerfunktion folgt so für den quadratischen Abstand [115]

$$\sum_{x, y \in R} (\mathbf{G}(x, y, \alpha_0)^2 - 2\mathbf{G}(x, y, \alpha_0) * \mathbf{G}(x - d_x, y - d_y, \alpha_n) + \mathbf{G}(x - d_x, y - d_y, \alpha_n)^2) \quad (6.6)$$

Die quadratischen Terme  $\sum_{x, y \in R} \mathbf{G}(x, y, \alpha_0)^2$  und  $\sum_{x, y \in R} \mathbf{G}(x - d_x, y - d_y, \alpha_n)^2$  sind dabei verschiebungsunabhängig. Folglich reduziert sich die Minimierung von Gl. (6.6) auf die Maximierung der Kreuzkorrelation  $S(d_x, d_y)$ . Eine Faltung im Ortsraum entspricht der Multiplikation im Fourierraum, mit diesem Faltungstheorem vereinfacht sich die Berechnung der Kreuzkorrelation zu

$$\begin{aligned}
S(d_x, d_y) &= \sum_{x,y \in \mathbb{R}} G(x, y, \alpha_0) * G(x - d_x, y - d_y, \alpha_n) \\
&= FT^{-1} \left( FT[G(x, y, \alpha_0)] * FT[G(x, y, \alpha_n)] \right)
\end{aligned} \tag{6.7}$$

Im Experiment erfolgt die Registrierung aller Intensitätsbilder bzgl. des ersten Rohbildes. Dazu wird jeweils die Kreuzkorrelation berechnet und nach deren höchstem Peak gesucht. Aus der Position dieses Maximums kann die Verschiebung bzgl. des ersten Bildes bestimmt und schließlich korrigiert werden. Bei dem beschriebenen Ansatz werden die Helligkeitsänderungen durch die Drehung des Polfilters vollständig vernachlässigt.

### 6.3 Verschiebungskorrektur durch Strukturtensor

Die Verschiebungen zwischen den einzelnen Intensitätsroh Bildern betragen jeweils nur einige wenige Pixel. Deshalb muss der zugehörige Verschiebungsvektor für die erfolgreiche Registrierung der Rohbilder sehr genau bestimmt werden können.

Wie angesprochen, wird die polarisationsbedingte Helligkeitsmodulation beim Regionen-basierten Matching in der obigen Form nicht berücksichtigt. Die Ähnlichkeit der unterschiedlichen Rohbilder wird beurteilt, ohne die Polarisationseffekte einzubeziehen, d.h. die mit unterschiedlichen Polfilterwinkeln aufgenommenen Bilder werden direkt verglichen, obwohl sie nicht zwangsläufig ähnlich sind. Dies kann in Abhängigkeit von Bildinhalt und Polarisationsgrad zu signifikanten Fehlern in den bestimmten Verschiebungsvektoren führen.

Im Folgenden wollen wir deshalb Methoden diskutieren, welche eine genaue Bestimmung der Bildverschiebungen auch auf Bilderserien mit hohem Polarisationsgrad erlauben. Es ist klar, dass dazu neben den Fluss- oder Verschiebungsvektoren auch die jeweiligen Polarisationsparameter aus der zur Verfügung stehenden Serie geschätzt werden müssen.

Zunächst gehen wir jedoch davon aus, der Grauwert  $g$  sei zeitunabhängig, es gilt  $dg/dt = 0$ . Die Helligkeit eines Pixels im Bild ändert sich dann nur durch die Bewegung des Objektes. Mit der räumlichen  $\nabla g$  und der zeitlichen Ableitung  $g_t$  von  $g$  kann diese Grauwerteerhaltung in Form eines totalen Differentials als BCCE (brightness change constraint equation) [116] formuliert werden.

$$\frac{dg}{dt} = (\nabla g)^T \mathbf{v} + g_t \tag{6.8}$$

Die BCCE liefert dabei eine Gleichung zur Bestimmung des Flussvektors  $\mathbf{v}$ , denn  $g_t$  und  $\nabla g$  können direkt aus der Bildserie berechnet werden. Weil  $\mathbf{v}$  ein Vektor mit zwei unbekanntenen Komponenten ist, bleibt Gl. (6.8) allein unterbestimmt und ist für die Fluss schätzung nicht ausreichend. Um diese Mehrdeutigkeit (das sogenannte Blendenproblem) zu lösen, ist es üblich [117], die BCCE in einer lokalen Umgebung zu betrachten und daraus ein gemeinsames Gleichungssystem für die betrachtete Region zu formulieren. Damit dies funktionieren kann, muss das Flussfeld lokal glatt sein und die Flussvektoren der betrachteten Pixel dürfen sich nicht zu stark unterscheiden.

In 6.1 wurde bereits diskutiert, dass ein verkippter, planparalleler Polfilter eine homogene Verschiebung des gesamten Bildes verursacht, entsprechend wird ein glattes Flussfeld erwartet. Allerdings verändert

sich der Grauwert während der Polfilterdrehung zum Teil recht deutlich, es gilt  $dg/dt \neq 0$  und die BCCE kann aus diesem Grund für die Korrektur der Polarisationsrohbilder nicht verwendet werden. Die während der Polfilterdrehung beobachtete Helligkeitsänderung hängt vom Polarisationszustand ab und wird durch das Signalmodell Gl. (3.22) beschrieben. Um diese Grauwertmodulation berücksichtigen zu können, wird nun die BCCE zur GBCCE (generalized brightness change constraint equation) [118-120] erweitert.

$$\frac{d}{dt}[h(g_0, t, a)] = (\nabla g)^T \mathbf{v} + g_t \quad (6.9)$$

Entlang eines gegebenen Weges  $x(t)$  wird die Grauwertänderung durch die Funktion  $h(g_0, t, a)$  beschrieben.  $g_0$  gibt dabei den Grauwert zum Zeitpunkt  $t=0$  an, und  $a$  ist der Parametervektor für die Grauwertänderungsfunktion  $h(g_0, t, a)$ . Mit  $\alpha = t$  bedeutet das für unser Polarisations-Signalmodell

$$h(g_0, t, a) = a_1 \cos 2t + a_2 \sin 2t + a_3 \quad (6.10)$$

$$\frac{d}{dt}[h(g_0, t, a)] = 2a_2 \cos 2t - 2a_1 \sin 2t \quad (6.11)$$

Lucas and Kanade [121] benutzen in ihrer ursprünglichen Formulierung der Flusssschätzung die Methode der kleinsten Quadrate unter Berücksichtigung lokaler Nachbarschaften, um das Blendenproblem zu umgehen. Das so entstehende Gleichungssystem lässt sich in unserem Fall nur dann lösen, wenn wir in der Nachbarschaft neben der Glattheit der Flusskomponenten auch die lokale Glattheit der Polarisationsparameter  $a_1, a_2$  fordern. Für homogene Proben ist diese Bedingung im Experiment recht gut erfüllt.

Während der Flusssschätzung müssen nun alle vier Parameter  $v_x, v_y$  und  $a_1, a_2$  gleichzeitig aus der Bilderserie berechnet werden. Wir benötigen also mindestens vier linear unabhängige Gleichungen aus der betrachteten Nachbarschaft. Umschreiben von Gl. (6.9) führt auf

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (6.12)$$

mit

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} w_1 \\ \dots \\ w_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_x(x_1) & g_y(x_1) & 2 \sin 2t_1 & -2 \cos 2t_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_x(x_m) & g_y(x_m) & 2 \sin 2t_m & -2 \cos 2t_m \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

und  $\mathbf{x} = [v_x \ v_y \ a_1 \ a_2]^T \quad \mathbf{b} = [-g_t(x_1) \ \dots \ -g_t(x_m)]^T$

Da die gemessenen Daten fehlerbehaftet sind, existiert keine exakte Lösung für ein überbestimmtes Gleichungssystem der Form  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ . Üblicher Weise wird deshalb der quadratische Fehler  $\|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|^2$  minimiert, und wir erhalten die wohlbekannt OLS (Ordinary-Least-Squares) Lösung

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (6.14)$$

Dabei sind wir davon ausgegangen, dass die Einträge der Koeffizientenmatrix  $\mathbf{A}$  fehlerfrei sind und nur die zeitlichen Ableitungen des Grauwertes im Messvektor  $\mathbf{b}$  von Messfehlern beeinträchtigt werden. Im Experiment wird jedoch die Genauigkeit der räumlichen und der zeitlichen Ableitungen durch das Kamerauschen und die numerische Ableitungsberechnung beschränkt. Aus diesem Grund ist es besser, die

Flussschätzung als TLS (Total-Least-Squares) Problem zu formulieren. Dazu wird Gl. (6.12) so umgeschrieben, dass auch  $\mathbf{b}$  auf der linken Seite der Gleichung steht. Mit  $\mathbf{p} = [v_x \ v_y \ a_1 \ a_2 \ 1]^T$  und

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} w_1 \\ \dots \\ w_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_x(x_1) & g_y(x_1) & 2 \sin 2t_1 & -2 \cos 2t_1 & g_t(x_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_x(x_n) & g_y(x_n) & 2 \sin 2t_n & -2 \cos 2t_n & g_t(x_n) \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

führt die Minimierung von  $\|\mathbf{Dp}\|^2$  zur TLS Lösung.  $\min(\|\mathbf{Dp}\|^2)$  kann auf ein Eigenwertproblem umgeformt werden, es gilt,  $\min(\|\mathbf{Dp}\|^2) = \mathbf{p}^T \mathbf{Jp} = \lambda$ , wobei die zugehörige Lösung durch den Eigenvektor von  $\mathbf{J}$  mit dem kleinsten Eigenwert  $\lambda$  gegeben ist [117, 119].  $\lambda$  ist dabei ein Maß für das Residuum und kann zum Verwerfen unzuverlässiger Flussschätzungen verwendet werden. Der verallgemeinerte Strukturtensor ist durch

$$\mathbf{J} = \mathbf{D}^T \mathbf{D} \quad (6.16)$$

definiert. Für die Registrierung der Rohintensitätsbilder folgt mit dem Polarisationsmodell die Form

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \langle g_x g_x \rangle & \langle g_x g_y \rangle & \langle g_x 2 \sin 2t \rangle & \langle -2 g_x \cos 2t \rangle & \langle g_x g_t \rangle \\ \langle g_y g_x \rangle & \langle g_y g_y \rangle & \langle g_y 2 \sin 2t \rangle & \langle -2 g_y \cos 2t \rangle & \langle g_y g_t \rangle \\ \langle 2 \sin 2t g_x \rangle & \langle 2 \sin 2t g_y \rangle & \langle (2 \sin 2t)^2 \rangle & \langle -4 \sin 2t \cos 2t \rangle & \langle 2 \sin 2t g_t \rangle \\ \langle -2 \cos 2t g_x \rangle & \langle -2 \cos 2t g_y \rangle & \langle -4 \cos 2t \sin 2t \rangle & \langle (-2 \cos 2t)^2 \rangle & \langle -2 \cos 2t g_t \rangle \\ \langle g_t g_x \rangle & \langle g_t g_y \rangle & \langle 2 g_t \sin 2t \rangle & \langle -2 g_t \cos 2t \rangle & \langle g_t g_t \rangle \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

Dabei steht  $\langle \cdot \rangle$  für die räumliche und zeitliche Mittelung innerhalb der betrachteten Nachbarschaft. Als Gewichtung  $[w_1 \ \dots \ w_{nm}]^T$  kann z.B. ein Binomialfilter verwendet werden.

Die TLS Schätzung enthält implizite Annahmen zur statistischen Unsicherheit der Einträge in der Datenmatrix. Es wird davon ausgegangen, die Fehler aller Messgrößen seien unkorreliert und folgen der gleichen Statistik. Außerdem wird dieselbe Varianz aller Terme vorausgesetzt. Unterscheiden sich die Varianzen der unterschiedlichen Terme stark, so kann dies durch eine Skalierung (sogenannte Äquilibration) der Daten ausgeglichen werden. Die Äquilibration ist dabei notwendig, um unnötige systematische Fehler bei der Flussschätzung zu vermeiden.

Für die Datenmatrix Gl. (6.15) zur Flussschätzung aus der Polarisationsserie werden Terme verwendet, deren Varianzen sich erheblich unterscheiden. Weil die Schwankungen der räumlichen bzw. zeitlichen Ableitung des Grauwertes viel größer sind als die des Signalmodells ( $2 \sin 2t_1$  und  $2 \cos 2t_1$ ), kann eine zuverlässige Parameterschätzung auch ohne Äquilibration erreicht werden. Dazu wird die von Garbe et al. [122] gezeigte Kombination aus OLS und TLS Schätzer verwendet.

Die Ableitungen  $g_x$ ,  $g_y$  und  $g_t$  werden wie angesprochen vom Rauschen des Intensitätssensors beeinflusst. Im Gegensatz dazu ist der Polfilterwinkel kaum fehlerbehaftet, weil er durch einen geregelten Antrieb sehr genau eingestellt werden kann. Entsprechend sind die erwarteten Varianzen für  $2 \sin 2t_1$  und  $2 \cos 2t_1$  viel geringer als für  $g_x$ ,  $g_y$ ,  $g_t$  und können vernachlässigt werden. Durch einfaches Vertau-



schen erhalten wir den neuen Parametervektor  $\mathbf{p} = [a_1 \ a_2 \ v_x \ v_y \ 1]^T$  mit der zugehörigen Datenmatrix

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} w_1 \\ \dots \\ w_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \sin 2t_1 & -2 \cos 2t_1 & g_x(x_1) & g_y(x_1) & g_t(x_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 2 \sin 2t_m & -2 \cos 2t_m & g_x(x_m) & g_y(x_m) & g_t(x_m) \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

Ziel der Vertauschungen war es, die exakt bekannten Einträge von D in den linken Teil der Matrix zu verschieben. Durch eine anschließende QR Zerlegung (z.B. Householdertransformation) kann D in eine obere Dreiecksmatrix und die orthogonale Transformation Q aufgeteilt werden.

$$\mathbf{D} = \mathbf{Q} \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{11} & \mathbf{R}_{12} \\ 0 & \mathbf{R}_{22} \end{pmatrix} \quad (6.19)$$

Die obere Dreiecksmatrix hat dabei die dargestellte Blockstruktur mit  $\mathbf{R}_{11} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ ,  $\mathbf{R}_{12} \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$  und  $\mathbf{R}_{22} \in \mathbb{R}^{(n-2) \times 3}$ . Ausgehend vom dargestellten Zusammenhang beschränkt sich die Fluss schätzung nun auf die Lösung von  $\min(\|\mathbf{R}_{22}\mathbf{p}_2\|^2)$  mit  $\mathbf{p}_2 = [v_x \ v_y \ 1]^T$ . Dies kann wie oben als Eigenwertproblem mit dem Strukturtenor  $\mathbf{J} = \mathbf{R}_{22}^T \mathbf{R}_{22}$  leicht gelöst werden. Durch Rücksubstitution  $\mathbf{R}_{11}\mathbf{p}_1 + \mathbf{R}_{12}\mathbf{p}_2 = 0$  lassen sich schließlich auch die Polarisationsparameter  $a_1$ ,  $a_2$  bestimmen.

Zum Test der Fluss schätzung auf Polarisationsbildern wurde eine synthetische Polfilterserie mit der Schrittweite von  $\alpha_s = 12^\circ$  erzeugt. Die Verschiebung zwischen den einzelnen Frames ist über das Bild gesehen konstant und beträgt  $[1.3 \ 0.5]^T$  Pixel/je Winkelschritt. Das erste Bild der Serie ist in Abb. 6-2 a) dargestellt. Es besteht aus vier Bereichen, in denen die Polarisationsstärke jeweils konstant ist. Die zugehörigen Polarisationsgrade in den einzelnen Bildteilen betragen 0 (oben links), 0.1 (oben rechts), 0.2 (unten links) bzw. 0.3 (unten rechts). Eine Darstellung des aus Polarisationsgrad und mittlerer Intensität folgenden wahren Wertes von  $\sqrt{a_1^2 + a_2^2}$  ist dabei in Abb. 6-2 b) gegeben.

Ziel des Experimentes ist es nun, mit dem gerade vorgestellten OLS-TLS Schätzer die Flussvektoren und Polarisationsparameter der Bilderserie zu bestimmen. Für die räumliche Mittelung wird dazu eine 9x9 Filtermaske mit Binomialgewichtung ( $\sigma^2 = 3.5$ ) verwendet und in zeitlicher Richtung werden jeweils fünf aufeinanderfolgende Bilder gleichzeitig betrachtet. Als festen Schwellwert für das Residuum verwenden wir  $\lambda < 3 \cdot 10^{-2}$ , um unzuverlässige Lösungen zu verwerfen.

Die Auswertung der synthetischen Serie liefert ein weitestgehend glattes Flussfeld Abb. 6-2 c) und eine gute Rekonstruktion für die Wurzel der quadratischen Summe der Polarisationsparameter Abb. 6-2 d). Dabei werden die bestimmten Flussvektoren nur geringfügig von der Polarisationsstärke im jeweiligen Feld des Bildes beeinflusst. Die mittleren Flussvektoren der einzelnen Bildbereiche betragen  $[1.298 \ 0.5002]^T$  ( $\rho = 0$ ),  $[1.295 \ 0.499]^T$  ( $\rho = 0.1$ ),  $[1.301 \ 0.501]^T$  ( $\rho = 0.2$ ),  $[1.316 \ 0.507]^T$  ( $\rho = 0.3$ ) und liegen weitestgehend unabhängig vom Polarisationsgrad sehr nahe beim wahren Verschiebungsvektor.

Erwartungsgemäß gelingt die Fluss schätzung nur, weil auch die Parameter der GBCCE also die Polarisationsgrößen  $a_1$  und  $a_2$  recht zuverlässig aus der Serie bestimmt werden können. Der Vergleich des wahren Wertes Abb. 6-2 b) mit dem Ergebnis der Schätzung Abb. 6-2 d) zeigt, wie gut die OLS-TLS Methode in diesem Fall funktioniert. Allerdings werden auch die Grenzen des Verfahrens deutlich.

Sobald sich innerhalb der betrachteten Nachbarschaft stärkere Variationen der Polarisationsgrößen befinden, ist die Schätzung unzuverlässig, und die Ergebnisse werden aufgrund ihres hohen Residuums verworfen. Dies ist an den Kanten zwischen den einzelnen Bildbereichen, aber auch an einigen Stellen im Feld unten rechts gut zu erkennen. Auffällig ist zudem, dass an den horizontalen Kanten zwischen den Bildfeldern mehr Werte verworfen werden als an den vertikalen. Dieser Effekt wird nicht durch die Flussschätzung, sondern durch die Anordnung der Felder im Testbild verursacht, denn die Polarisationsgrade der benachbarten Felder unterscheiden sich in horizontaler Richtung weniger stark als in vertikaler.

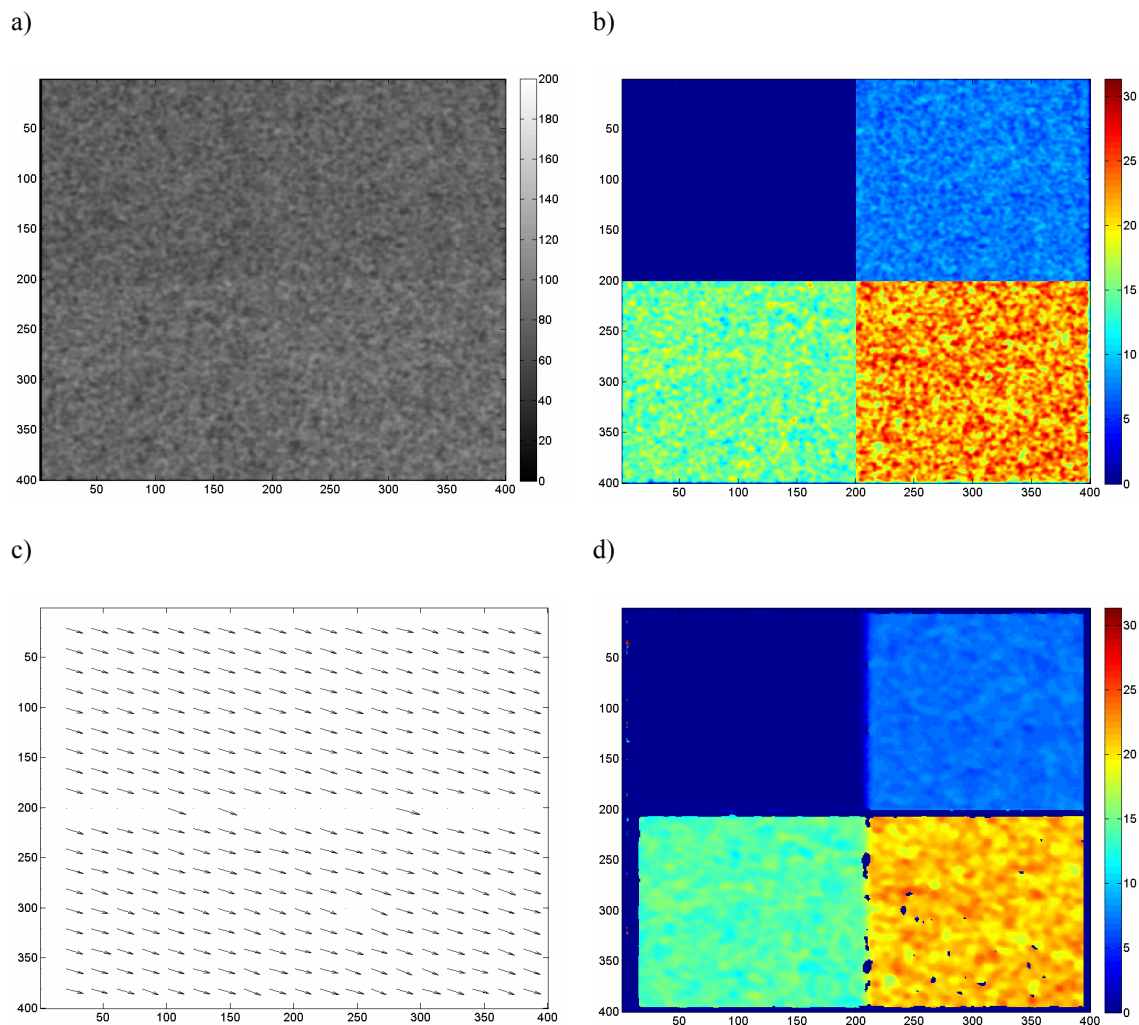


Abb. 6-2 Ergebnis mit erweitertem Strukturtensor Gl. (6.17), a) Grauwertbild; b)  $\sqrt{a_1^2 + a_2^2}$  Ground Truth; c) geschätzte Flussvektoren; d) Schätzung für  $\sqrt{a_1^2 + a_2^2}$

Durch die Betrachtung der lokalen Nachbarschaft zur Lösung des verallgemeinerten Blendenproblems, werden sowohl die Flussvektoren als auch die Polarisationsparameter räumlich und zeitlich geglättet. Aufgrund der räumlichen und zeitlichen Konstanz der Flussvektoren in unserem Beispiel ist die aus der Glättung folgende Tiefpassfilterung nur beim Vergleich von Abb. 6-2 b) und Abb. 6-2 d) zu sehen.

An dieser Stelle wird deutlich, weshalb wir die Fluss schätzung nur zur Registrierung der Rohbilder und nicht direkt zur Auswertung der Polfilterserie verwenden wollen. Aus den Schätzergebnissen für  $a_1$  und  $a_2$  können zwar leicht Polarisationsgrad und -winkel berechnet werden, allerdings ergeben sich durch die Glättung deutliche Einschränkungen für die Qualität der daraus abgeleiteten Polarisationsbilder. Deshalb ist es günstiger, aus der Rohbildserie die einzelnen Verschiebungsvektoren zu bestimmen, die entsprechenden Rohbilder zurückzuschieben und dann die Signalverarbeitung aus Kapitel 3.4 zu verwenden.

Für die Registrierung ist in diesem Zusammenhang vor allem die Genauigkeit der Fluss schätzung entscheidend. Um diese zu untersuchen, wurden ähnlich wie im vorherigen Experiment, Rohbildserien mit unterschiedlichen Polarisationsgraden ( $\rho = 0, 0.1, 0.3, 0.5$ ) erzeugt. Die Verschiebung der Bilder erfolgte dabei jeweils in Richtung der x-Achse und die entsprechende Bewegung wurde von 0 Pixel/Frame bis auf 3 Pixel/Frame gesteigert. Ein Vergleich der mittels OLS-TLS Fluss schätzung bestimmten Flussvektoren, mit dem jeweiligen wahren Wert, erlaubt eine gute Abschätzung des erwarteten Fehlers der Methode.

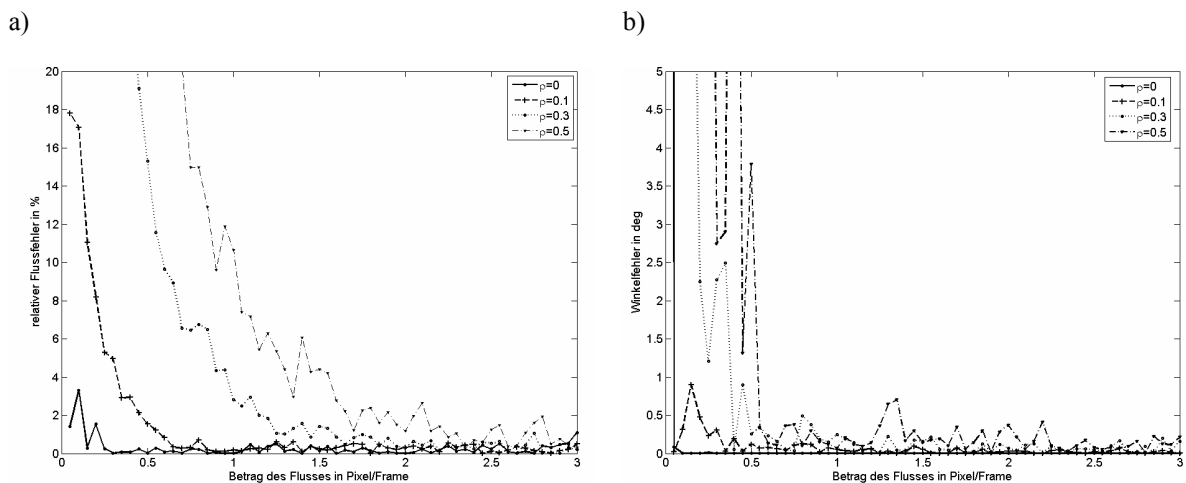


Abb. 6-3 Aus synthetischer Bildserie bestimmter Fehler der OLS-TLS Fluss schätzung in Abhängigkeit vom Polarisationsgrad, a) relativer Fehler der Länge der Flussvektoren, b) Winkelfehler der Fluss schätzung

Der relative Fehler des Betrags der Flussvektoren Abb. 6-3 a) hängt vom Polarisationsgrad und dem zugrundeliegenden Fluss ab. Es zeigt sich, dass die Fluss schätzung für niedrige Polarisationsgrade ab einer Verschiebung von 0.5 Pixel/Frame zuverlässig funktioniert. Für sehr kleine Verschiebung wirken sich die Fehler der Polarisations schätzung und die der numerischen Ableitungsfindung stärker auf die Fluss ergebnisse aus und beeinträchtigen so deren Genauigkeit. Bei gleicher Verschiebung nimmt der Flussfehler mit steigendem Polarisationsgrad zu. Dieses Verhalten resultiert aus der zunehmenden Variation der Parameter  $a_1$ ,  $a_2$  innerhalb der räumlichen Nachbarschaft bei steigendem Polarisationsgrad, welche im Folgenden näher erläutert werden soll.

Für die synthetischen Bilderserien wurde der Polarisationsgrad fest vorgegeben, während Intensität und Polarisationswinkel über das Bild gesehen variieren. Der Parametervektor der Grauwertänderungsfunktion folgt mit  $a_1 = I_0 \rho \cos(2\theta)$ ,  $a_2 = I_0 \rho \sin(2\theta)$  direkt aus den Polarisationsbildern. Wenn  $\rho$  konstant ist, wird die Variation von  $a_1$  und  $a_2$  nur durch die Veränderung von  $\theta$  und  $I_0$  innerhalb des Bildes be-

stimmt. Allerdings ist klar, dass  $\rho$  als Skalierungsfaktor fungiert und bei hohem Polarisationsgrad die Variation von  $a_1$  und  $a_2$  innerhalb der gemeinsam betrachteten Nachbarschaft viel größer ist als bei niedrigerem Polarisationsgrad. Da wir zur Lösung des Blendenproblems angenommen hatten, der Parametervektor der Grauwertänderungsfunktion sei innerhalb der lokalen Nachbarschaft konstant, ergibt sich hieraus der zunehmende Fehler bei steigendem  $\rho$ .

Bisher haben wir nur lineare Bewegungen des Bildes mit konstanter Geschwindigkeit untersucht. Die erwartete Bildverschiebung, bei der Drehung eines bezüglich der Rotationsachse verkippten Polfilters, beschreibt im Gegensatz dazu eine elliptische Bahn. Mit der gerade eingeführten Methodik kann die erwartete Richtungsänderung der Flussvektoren von Bild zu Bild nicht berücksichtigt werden, weil zur Lösung des Blendenproblems eine ausgedehnte zeitliche Nachbarschaft (in unserem Fall waren es jeweils fünf Frames) verwendet wird, innerhalb der sich der Fluss nicht ändern darf. Wird diese Nachbarschaft zu klein gewählt, bleibt zwar der Fluss weitestgehend konstant, allerdings wird dessen Genauigkeit durch die so schlecht bestimmbaren Parameter der Helligkeitsänderungsfunktion ( $a_1$ ,  $a_2$ ) beeinträchtigt.

Dieses Problem lässt sich effektiv durch die Berücksichtigung der bekannten Bahntrajektorie lösen. Wir ersetzen dazu den Flussvektor in Gl. (6.9) durch die Parametrisierung der Bahn Gl. (6.4). Durch Ausführen der zeitlichen Ableitung der Bahntrajektorie erhalten wir den neuen Parametervektor  $\mathbf{p} = [B_1 \ B_2 \ B_3 \ B_4 \ a_1 \ a_2 \ 1]^T$ . Die zugehörige Koeffizientenmatrix lautet dann

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} w_1 \\ \dots \\ w_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin t_1 g_x(x_1) & \cos t_1 g_x(x_1) & -\sin t_1 g_y(x_1) & \cos t_1 g_y(x_1) & 2 \sin 2t_1 & -2 \cos 2t_1 & g_{t_1}(x_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\sin t_m g_x(x_n) & \cos t_m g_x(x_n) & -\sin t_m g_y(x_n) & \cos t_m g_y(x_n) & 2 \sin 2t_m & -2 \cos 2t_m & g_{t_m}(x_n) \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

Wie vorher formulieren wir die Bestimmung des Parametervektors auf ein Eigenwertproblem um und erhalten aus  $\mathbf{D}$  und Gl. (6.16) den verallgemeinerten Strukturtenor für die polarisationsabhängige Intensitätsmodulation unter Berücksichtigung einer elliptischen Bahnbewegung.

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \langle (\sin t g_x)^2 \rangle & \langle -\sin t g_x \cos t g_x \rangle & \langle \sin^2 t g_x g_y \rangle & \langle -\sin t \cos t g_y g_x \rangle & \langle -2 \sin t \sin 2t g_x \rangle & \langle 2 \cos 2t \sin t g_x \rangle & \langle -\sin t g_x g_t \rangle \\ \langle -\sin t g_x \cos t g_x \rangle & \langle (\cos t g_x)^2 \rangle & \langle -\cos t \sin t g_x g_y \rangle & \langle \cos^2 t g_y g_x \rangle & \langle 2 \cos t \sin 2t g_x \rangle & \langle -2 \cos 2t \cos t g_x \rangle & \langle \cos t g_x g_t \rangle \\ \langle \sin^2 t g_x g_y \rangle & \langle -\cos t \sin t g_y g_x \rangle & \langle (\sin t g_y)^2 \rangle & \langle -\sin t \cos t g_y g_y \rangle & \langle -2 \sin t \sin 2t g_y \rangle & \langle 2 \cos 2t \sin t g_y \rangle & \langle -\sin t g_y g_t \rangle \\ \langle -\sin t \cos t g_y g_x \rangle & \langle \cos t \cos t g_y g_x \rangle & \langle -\sin t \cos t g_y g_y \rangle & \langle (\cos t g_y)^2 \rangle & \langle 2 \cos t \sin 2t g_y \rangle & \langle -2 \cos 2t \cos t g_y \rangle & \langle \cos t g_y g_t \rangle \\ \langle -2 \sin t \sin 2t g_x \rangle & \langle 2 \cos t \sin 2t g_x \rangle & \langle -2 \sin t \sin 2t g_y \rangle & \langle 2 \cos t \sin 2t g_y \rangle & \langle 4 \sin^2 2t \rangle & \langle -4 \cos 2t \sin 2t \rangle & \langle 2 \sin 2t g_t \rangle \\ \langle 2 \sin t \cos 2t g_x \rangle & \langle -2 \cos 2t \cos t g_x \rangle & \langle 2 \cos 2t \sin t g_y \rangle & \langle -2 \cos 2t \cos t g_y \rangle & \langle -4 \cos 2t \sin 2t \rangle & \langle 4 \cos^2 2t \rangle & \langle -2 \cos 2t g_t \rangle \\ \langle -\sin t g_x g_t \rangle & \langle \cos t g_x g_t \rangle & \langle -\sin t g_y g_t \rangle & \langle \cos t g_y g_t \rangle & \langle 2 \sin 2t g_t \rangle & \langle -2 \cos 2t g_t \rangle & \langle (g_t)^2 \rangle \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

Ähnlich wie beim bereits betrachteten erweiterten Strukturtenor für die lineare Bewegung unterscheiden sich in Gl. (6.20) die Varianzen der Koeffizientenmatrixspalten. Um die daraus resultierenden systematischen Schätzfehler zu verringern, wird auch die elliptische Bahntrajektorie durch eine OLS-TLS Schätzung ermittelt. Dazu müssen, wie oben gezeigt, die Spalten vertauscht und dann eine QR Zerlegung durchgeführt werden. Die entstehende Blockmatrix kann dann zerlegt und der Lösungsvektor durch TLS und OLS Schätzung ermittelt werden.

Zunächst wollen wir nun diesen Strukturtensor auf eine synthetisch erzeugte Bilderserie anwenden. Dabei wird wieder das bereits bekannte Testmuster mit variierender Intensität Abb. 6-4 a) und innerhalb von vier Teilbereichen konstantem Polarisationsgrad verwendet. Allerdings erfolgt die Verschiebung der einzelnen Bilder diesmal entlang der durch Gl. (6.4) gegebenen elliptischen Bahn mit  $B_1 = 1.7$ ;  $B_2 = 0.3$ ;  $B_3 = 0$ ;  $B_4 = 1.5$ .

Aufgrund der vorgegebenen Bahnparametrisierung kann die zeitliche Nachbarschaft diesmal größer gewählt werden als zuvor, und wir benutzen zur Schätzung der Bahnparameter alle 30 Frames der Serie gleichzeitig. Die räumliche Nachbarschaft wird durch die vorgestellte 9x9 Binomialfilterung mit  $\sigma^2 = 3.5$  realisiert. Als Schwellwert für das Residuum setzen wir  $\lambda < 1.5$ .

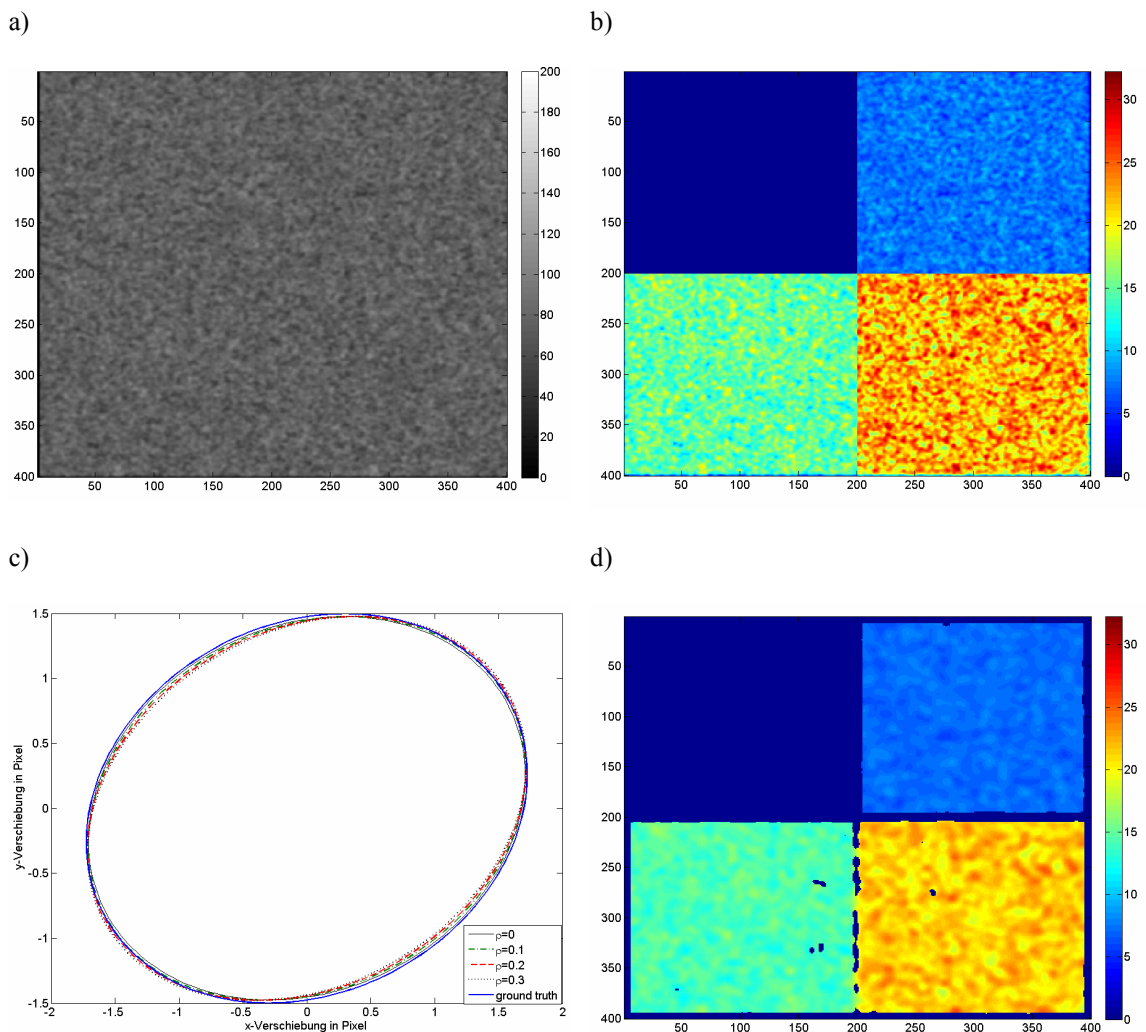


Abb. 6-4 Ergebnis mit verallgemeinertem Strukturtensor für die polarisationsabhängige Intensitätsmodulation unter Berücksichtigung einer elliptischen Bahnbewegung Gl. (6.21), a) Grauwertbild; b)  $\sqrt{a_1^2 + a_2^2}$  Ground Truth; c) geschätzte Bahnen, Ground Truth der Bahn; d) Schätzung für  $\sqrt{a_1^2 + a_2^2}$

Die geschätzten elliptischen Bahnparameter können die vorgegebenen Verschiebungen der Rohbilder sehr gut beschreiben Abb. 6-4 c). Obwohl der Schätzfehler etwas mit dem Polarisationsgrad zunimmt (Ursache siehe lineare Bewegung), ist die maximale Abweichung zwischen wahrer und geschätzter Bahn

kleiner als 0.08 Pixel. Im Einzelnen ergeben sich für die Bildbereiche mit  $\rho = 0, 0.1, 0.2, 0.3$  die maximalen Schätzfehler von 0.02, 0.03, 0.04 bzw. 0.06 Pixel, wobei die Standardabweichung bei 0.0058, 0.0065, 0.0069 bzw. 0.0071 Pixeln liegt. Auch der Parametervektor der Grauwertänderungsfunktion kann sehr zuverlässig bestimmt werden (Abb. 6-4 d). Allerdings ist die auftretende Glättung der Polarisationsparameter durch die Betrachtung der lokalen Nachbarschaften etwas stärker als beim vorher betrachteten OLS-TLS Schätzer für die lineare Bewegung.

Jetzt soll untersucht werden, ob eine elliptische Bewegung nur durch den erweiterten Strukturtensor mit der entsprechenden elliptischen Bahnparametrisierung bestimmt werden kann oder ob es auch möglich ist, die Verschiebung aus vielen einzelnen Flussvektoren zu berechnen. Dazu wird eine zu Abb. 6-4 äquivalente Serie mit 90 Rohbildern berechnet. Die Polfilterwinkelschrittweite verringert sich auf  $\alpha_s = 4^\circ$ .

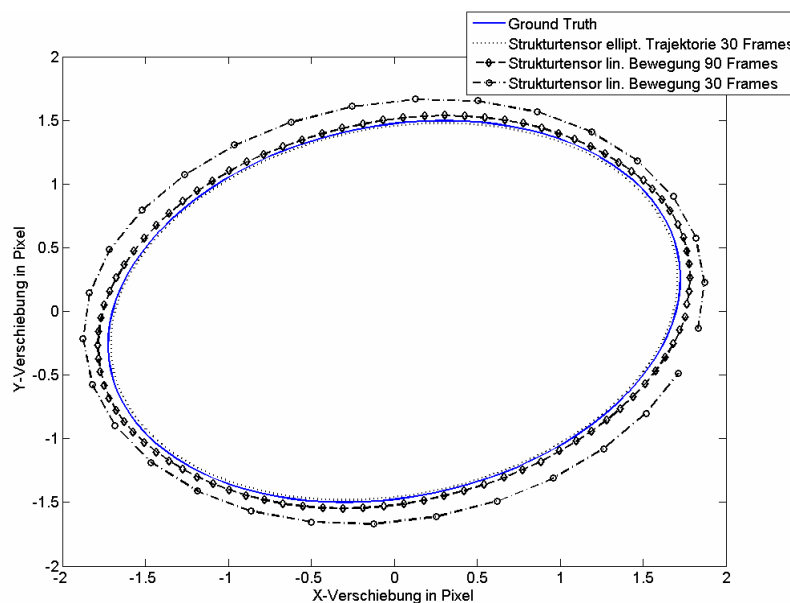


Abb. 6-5 Vergleich der geschätzten Bahnen für den Strukturtensor mit elliptischer Trajektorie (maximaler Schätzfehler 0.02 Pixel,  $\sigma = 0.003$  Pixel), für lineare Bahnschätzung mit 90 Frames (maximaler Schätzfehler 0.1 Pixel,  $\sigma = 0.01$  Pixel) und lineare Bahnschätzung mit 30 Frames (maximaler Schätzfehler 0.2 Pixel,  $\sigma = 0.03$  Pixel)

Bei Verwendung des gerade eingeführten Strukturensors mit elliptischer Bahntrajektorie reichen 30 Bilder aus, um eine zuverlässige Schätzung der Bahn zu erreichen. Entsprechend berücksichtigen wir nur jedes dritte Frame und erhalten die in Abb. 6-5 dargestellte gute Übereinstimmung des Schätzergebnisses mit der wahren Verschiebung. Wir betrachten nun die OLS-TLS Schätzung ohne Bahnparametrisierung. Das Verfahren liefert jeweils den optischen Fluss zwischen benachbarten Frames, so dass aus der Summe der gemittelten Flussvektoren Stück für Stück eine Näherung für die zugrundeliegende Bahn folgt. Erwartungsgemäß wird die Genauigkeit des Schätzergebnisses stark von der Anzahl der zur Verfügung stehenden Frames beeinflusst. Im Versuchsergebnis Abb. 6-5 ist die Verbesserung der Schätzgenauigkeit durch die Erhöhung der Framezahl deutlich zu erkennen. Die mit der Steigerung der Framezahl verbundene Verringerung der Winkelschrittweite bewirkt, dass die zeitliche Glättung der Flusschätzung über einen kleineren Polfilterwinkelbereich läuft. Aus diesem Grund führt die durch die elliptische Bahn

verursachte Veränderung der Flussvektoren zu geringeren Schätzfehlern, wenn die Framezahl erhöht wird. Der Schätzfehler der ermittelten Bahn bleibt selbst mit 90 Bildern deutlich größer als bei der Fluss-schätzung unter Berücksichtigung der elliptischen Trajektorie. Deshalb werden die experimentellen Serien nun nur mit der zweiten Methode ausgewertet.

Damit die Bewegung aus der räumlichen und zeitlichen Grauwertänderung berechnet werden kann, muss der Bildinhalt ausreichend texturiert sein. Ansonsten kann es vorkommen, dass eine Verschiebung des Bildes keine auswertbare Veränderung des Grauwertes hervorruft. Beim Auftreten einer unzureichenden Textur kommt es dann zur linearen Abhängigkeiten in der Datenmatrix. Um die davon betroffenen Stellen zu erkennen und die Fluss-schätzung in dieser Region zu verwerfen, kann z.B. die Spur von  $\mathbf{J}$  [123] als Maß für die Varianz des Bildinhaltes verwendet werden.

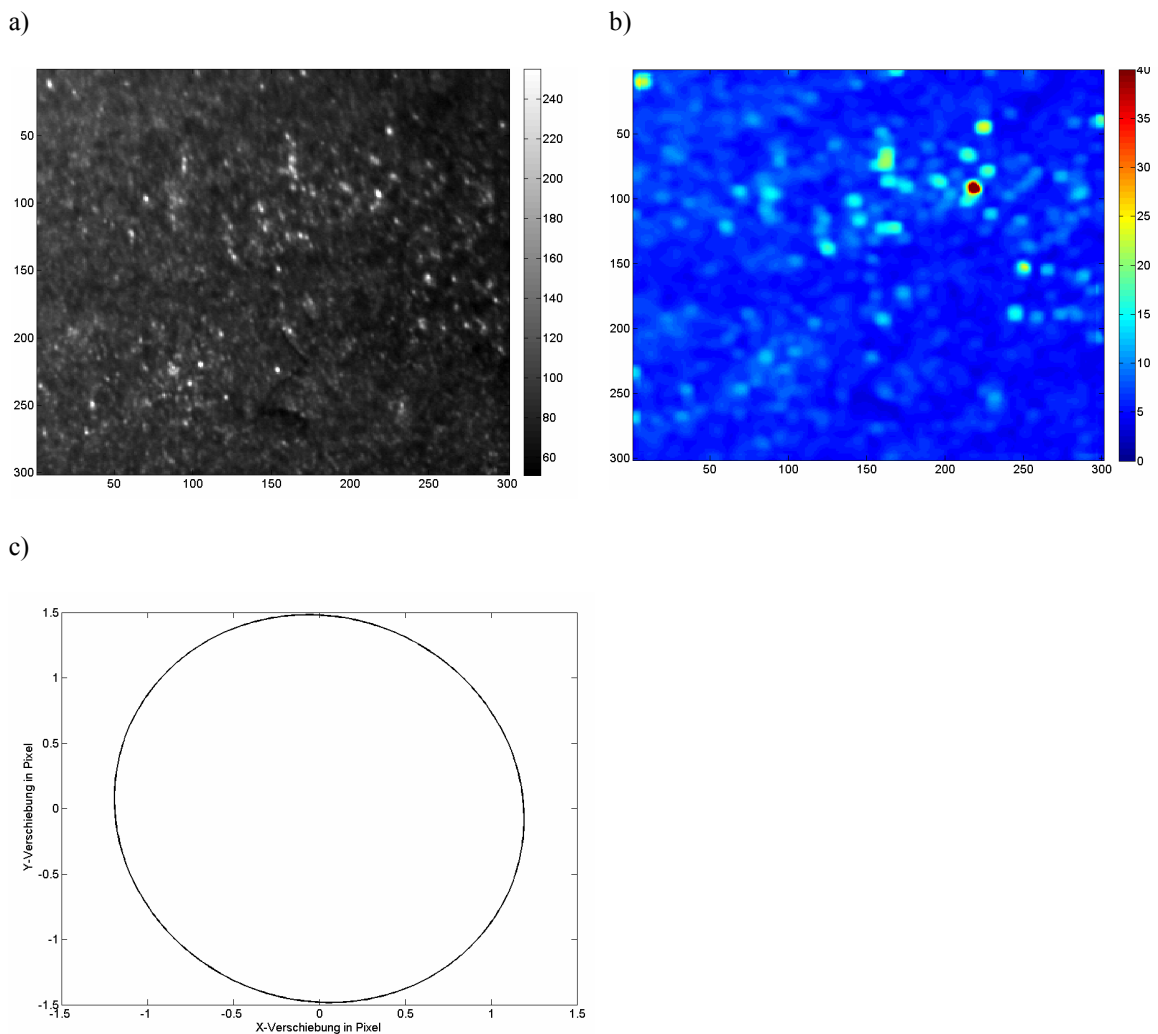


Abb. 6-6 raue Keramikprobe, aufgenommen in spekularer Reflexion a) Intensitätsbild für das erste Frame mit  $\alpha = 0^\circ$ , b) Schätzung für  $\sqrt{a_1^2 + a_2^2}$ , c) Schätzung der Bahn

Die meisten Bilder in dieser Arbeit werden in diffuser Reflexion aufgenommen und haben deshalb ein relativ kontrastarmes Intensitätsbild. Da dies für die Bewegungsschätzung ungünstig ist, werden wir die Kombination aus Objektiv und Polfilter mit einem geeigneten Experiment charakterisieren und die so

abgeleiteten Parameter für die anschließende Korrektur der folgenden Rohbilder verwenden. Damit die Flussschätzung möglichst genau wird, maximieren wir die auftretenden Kontraste und nehmen die Sensorceramik in spekulärer Reflektion auf. Abb. 6-6 a) zeigt das erste Intensitätsbild der entsprechenden Polfilterserie mit  $\alpha = 0^\circ$ .

Gegenüber diesem Intensitätsbild erscheint die Schätzung für die Stärke der Polarisation  $\sqrt{a_1^2 + a_2^2}$  wie in den vorhergehenden Beispielen stark räumlich geglättet. Trotzdem sind viele der im Intensitätsbild auftretenden Glanzpunkte auch in Abb. 6-6 b) wiederzufinden. Ausgehend von den für die experimentelle Serie ermittelten Parametern ergibt sich die in Abb. 6-6 c) dargestellte Bahn.

Durch die Drehung des bezüglich der Rotationsachse verkippten Polfilters wird das Bild um maximal 3.0 Pixel in Y-Richtung und um maximal 2.4 Pixel in X-Richtung verschoben. Nach Anwendung einer entsprechenden Rücktransformation ist die Bildbewegung in der Serie nahezu vollständig verschwunden. Ohne das vorgeschlagene Korrekturverfahren wäre eine erhebliche Medianfilterung des Rohbildmaterials notwendig gewesen, um aus diesen Daten sinnvolle Polarisationsparameter berechnen zu können. Nachdem wir uns nun intensiv mit den durch den Strahlengang und die Ausrichtung der optischen Komponenten hervorgerufenen Problemen beschäftigt haben, wollen wir im Anschluss die Radiometrie des Bildaufnahmesystems näher untersuchen.

## 6.4 Radiometrische Korrektur

Für die Polarisationsauswertung werden Intensitätsbilder mit einer CCD Kamera aufgenommen. Eine wichtige Voraussetzung für die Bestimmung von Polarisationsgrad und Polarisationswinkel besteht dabei in der Annahme, dass ein linearer Zusammenhang zwischen der Lichtintensität und dem gemessenen Grauwert besteht, da sonst der cosinusförmige Signalverlauf gestaucht bzw. gestreckt wird.

Im Allgemeinen ist diese Abbildung, welche als Radiometric Response Function  $f$  bezeichnet wird, zwar monoton, aber nicht linear [124]. Ist deren Verlauf jedoch bekannt, so können die Rohbilder entsprechend korrigiert, und aus dem Grauwert  $G$  kann die Belichtung  $X$  als relevante Größe berechnet werden.

$$X = f^{-1}(G) \quad (6.22)$$

Die Belichtung  $X$  des CCDs ist aus dem Produkt der Bestrahlungsstärke  $E$  und der Belichtungszeit  $t$  gegeben. Bestimmt nur dieses Produkt  $E \cdot t$  den Grauwert, d.h. eine Verdopplung der Belichtungszeit bei gleichzeitiger Halbierung der Bestrahlung  $E$  wird nicht erkannt, so erfüllt das bildgebende System die Reziprozität. Ist dies nicht der Fall, so kann die entsprechende Radiometric Response Function mit beliebigem Bildinhalt bestimmt werden [124-126]. Dem Algorithmus von Debevec und Malik [125] folgend werden bei konstanter Beleuchtung und fester Blickrichtung  $P$  Bilder mit den Belichtungszeiten  $t_j$  aufgenommen, wobei die  $N$  verschiedenen Pixel mit den Indices  $i$  gekennzeichnet sind.

$$\mathbf{G}_{ij} = f(\mathbf{E}_i t_j) \quad (6.23)$$

Aus der Monotonie folgt die Invertierbarkeit von  $f$ .

$$\ln f^{-1}(\mathbf{G}_{ij}) = \ln \mathbf{E}_i + \ln t_j \quad (6.24)$$

Für den Grauwert  $G$  sind  $L = G_{\max} - G_{\min} + 1$  (bei einer 8bit Kamera 256) diskrete Werte möglich. Um die  $L$



Unbekannten für  $g(\mathbf{G}_{ij})$  und  $N$  für die  $\ln \mathbf{E}_i$  zu bestimmen, muss die Kostenfunktion

$$\min \left( \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^P \left( g(\mathbf{G}_{ij}) - \ln \mathbf{E}_i - \ln t_j \right)^2 + \lambda \sum_{G=G_{\min}+1}^{G_{\max}-1} g''(G)^2 \right)$$

mit

$$(6.25)$$

$$g(G) = \ln f^{-1}$$

$$g''(G) = g(G-1) - 2g(G) + g(G+1)$$

minimiert werden. Der erste Term folgt aus Gl. (6.24), während der zweite benachbarte  $g(G)$  koppelt und somit ein Glattheitskriterium darstellt. Die Minimierung ist ein lineares Problem und lässt sich z.B. mit SVD lösen, wobei sich der Zusammenhang zwischen  $\mathbf{E}_i$  und  $g(\mathbf{G}_{ij})$  nur bis auf einen unbekanntem Faktor bestimmen lässt. Für den Kalibriervorgang wird eine Bilderserie aufgenommen, wobei die Shutterzeiten variiert werden. Die Auswertung erfolgt dabei gemäß Gl. (6.25). Aus der entstehenden Kamerakennlinie wird eine Lookup-Tabelle berechnet, welche dann für die Korrektur der Polarisationsrohbilder verwendbar ist. Für die Berechnung der Lookup-Tabelle sind wir davon ausgegangen, dass die Radiometric Response Function  $f$  nicht explizit von der Belichtungszeit abhängt. Deshalb können mit diesem Verfahren nur die Nichtlinearität der Kamerakennlinie und auch ein entsprechender fester Offset berücksichtigt werden. Eine vollständige Korrektur des durch den Dunkelstrom hervorgerufenen Dunkelbildes erfolgt jedoch nicht.

Die Neuberechnung der Korrekturfunktion ist nur notwendig, wenn Kameraeinstellungen (z.B. der Gain) verändert werden. Die durch radiometrische Korrektur erzielte Reziprozität erlaubt die Kombination unterschiedlicher Aufnahmen derselben Szene zu einem Bild höherer Dynamik. Im einfachsten Fall werden Bilder mit unterschiedlicher Belichtungszeit aufgenommen und dann zu einem High Dynamic Range (HDR) Bild kombiniert. Mit

$$\ln \mathbf{E}_i = g(\mathbf{G}_{ij}) - \ln t_j \quad (6.26)$$

kann aus jedem Bild dieser Belichtungsserie die Bestrahlungsstärke  $E$  unabhängig von der Belichtungszeit  $t$  berechnet werden. Das Fusionsergebnis folgt dann aus der über alle Aufnahmen gemittelten Bestrahlungsstärke. Die Varianz (und damit die statistische Unsicherheit des gemessenen Grauwertes) ist eine Funktion des Grauwertes selbst (vgl. 7.1). Das heißt, grundsätzlich ist der statistische Messfehler umso geringer, je höher der Grauwert ist. Für die Bestimmung der Bestrahlungsstärke aus der Serie sollte deshalb ein gewichteter Mittelwert aller Messergebnisse verwendet werden.

$$\ln \mathbf{E}_i = \frac{\sum_{j=1}^P w(\mathbf{G}_{ij}) (g(\mathbf{G}_{ij}) - \ln t_j)}{\sum_{j=1}^P w(\mathbf{G}_{ij})}$$

mit

$$(6.27)$$

$$w(\mathbf{G}_{\min}) = w(\mathbf{G}_{\max}) = 0$$

Durch die Wahl  $w(\mathbf{G}_{\min}) = w(\mathbf{G}_{\max}) = 0$  werden jeweils voneinander unabhängig pixelweise nur die Bilder der Belichtungsserie berücksichtigt, welche sich innerhalb des Aussteuerungsbereichs der Kamera befinden. Während der Experimente in Kapitel 8 wird der Einfluss einer systematischen Probenverkipfung auf die Polarisationsparameter inklusive der Intensität untersucht. Da dies zu einer erheblichen Veränderung der Intensität während des Experiments führt, basieren alle Polarisationsmessungen in

Kapitel 8 auf HDR-Rohbildern. Als Ergebnis der Fusion verbessert sich das Signal- zu Rauschverhältnis, und alle gemessenen Intensitäten können zudem auf einer gemeinsamen Skala angegeben werden.

## 7 FEHLERANALYSE FÜR POLARISATION IMAGING

Bei der bisherigen Signalverarbeitung haben wir Messfehler vollständig vernachlässigt. Bereits einfache Experimente zeigen jedoch, dass die Qualität der Polarisationsbilder erheblich vom Kamerarauschen, d.h. der statistischen Unsicherheit der gemessenen Rohintensität, abhängt.

In diesem Kapitel wollen wir, ausgehend von der physikalischen Ursache des Rauschens, ein Kameramodell motivieren und experimentell untersuchen. Als Ergebnis erhalten wir eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (PDF) für die Intensitätsmessung mit der Kamera. Dieses PDF kann durch eine Normalverteilung genähert werden [127, 128]. Die Schätzgenauigkeit für ein cosinusförmiges Signalmodell ist wohlbekannt, wenn eine feste, intensitätsunabhängige Varianz der Messgrößen vorliegt [129, 130]. In unserem Fall besteht jedoch eine deutliche Abhängigkeit der Grauwertvarianz vom eigentlichen Grauwert. Durch entsprechende Überlegungen werden die Betrachtung in diesem Kapitel auf diesen Aspekt erweitert und experimentell mit Polarisationsmessungen verifiziert.

### 7.1 Rauschmodell für den Intensitätssensor

Die Zahl der durch den äußeren Photoeffekt frei werdenden Elektronen (Photoelektronen)  $N_{e^-}$  folgt für jedes Pixel der Kamera aus der spektralen und räumlichen Integration (vgl. [128]) von

$$N_{e^-} = T \int_{\lambda} \int_A B(x, y, \lambda) S_R(x, y) q(\lambda) * dA d\lambda \quad (7.1)$$

$B(x, y, \lambda)$  ist dabei die Flussdichte der einfallenden Strahlung,  $T$  die Belichtungszeit der Kamera und  $S_R(x, y)$  ist als das räumliche Ansprechverhalten eines Pixels definiert. Das Verhältnis der erzeugten Photoelektronen zur Zahl der einfallenden Photonen ist in Form der Quantenausbeute  $q(\lambda)$  gegeben.

Aufgrund von Fertigungstoleranzen können sich die Quantenausbeute und das räumliche Ansprechverhalten unterschiedlicher Pixel auf demselben Sensor unterscheiden. Deshalb treten Inhomogenitäten des Kamerabildes auf, welche als “Fixed Pattern Noise” bezeichnet werden. Da diese Effekte fast vollständig korrigierbar sind, werden sie im Folgenden vernachlässigt. Außerdem werden Überbelichtungen vermieden, weil das Überlaufen des elektrischen Potentialtopfes zur Korrelation der Grauwerte benachbarter Pixel führen kann (Blooming). Das Sensorrauschen hat unterschiedliche physikalische Ursachen. Im Anschluss wollen wir die dominierenden Effekte diskutieren, um ein Rauschmodell abzuleiten, welches zur Untersuchung der Schätzpräzision der Polarisationsparameter geeignet ist.

Durch thermische Anregung wird unabhängig von der einfallenden Flussdichte ein Dunkelstrom erzeugt. In Folge der thermischen Energie werden dabei  $N_{DC}$  Elektronen vom Valenz- ins Leitungsband gehoben. Die thermische Anregung hängt stark von der Temperatur des Halbleiters ab und kann deshalb durch Kühlung reduziert werden. Aufgrund der Quanteneigenschaften des Lichtes und der Elektronen wird der Messwert von Poisson verteiltem Shot Noise  $N_s$  überlagert.  $N_s$  hängt von der Zahl der Photoelektronen ab und tritt in jedem bildgebenden System auf. Um ein auswertbares Signal zu erhalten, wird die gesammelte Ladung mit einem Gain um den Faktor  $A$  verstärkt. Während der Verstärkung tritt dabei Ausleserauschen  $N_R$  auf. Auch  $N_R$  hängt von der Temperatur ab [131]. Eine weitere Beschränkung der

Signalgenauigkeit wird durch die Digitalisierung der Kameraausgabewerte auf 256 Graustufen hervorgerufen. Dies verursacht den Digitalisierungsfehler  $N_Q$ .

Zusammenfassend können wir also feststellen: Jedes Pixel sammelt Photoelektronen  $N_{e^-}$  und thermisch aktivierte freie Elektronen  $N_{DC}$ . Das Signal wird dabei von Ausleserauschen  $N_R$ , Rauschen als Folge der Quanteneigenschaften des Lichts  $N_S$  und dem Quantisierungsrauschen  $N_Q$  überlagert, d.h. wir erhalten an der Kamera den Grauwert

$$g = (N_{e^-} + N_{DC} + N_S + N_R)A + N_Q \quad (7.2)$$

Bei fester Flussdichte stellt der gemessene Grauwert eine Zufallsgröße dar. Wir schreiben Gl. (7.2) mit dem Erwartungswert  $\mu$  und dem Rauschterm  $N$  um.

$$g = \mu + N \quad (7.3)$$

Für den Erwartungswert des Grauwertes gilt:

$$\mu = A * E(N_{e^-}) + A * E(N_{DC}) \quad (7.4)$$

Hier steht  $E$  für die Erwartung. Zum Erwartungswert  $\mu$  trägt die Summe der verstärkten Photoelektronen und des Dunkelstromes bei, d.h. der Dunkelstrom verursacht einen systematischen Fehler beim Polarisation Imaging. Durch eine Kamerakalibrierung [132] kann dieser Einfluss minimiert werden, deshalb wollen wir ihn nicht weiter betrachten. Der Rauschterm  $N$  besteht schließlich aus Shot Noise  $N_S$ , Ausleserauschen  $N_R$  und Quantisierungsrauschen  $N_Q$ .

$$N = N_S(N_{e^-}, N_{DC}) * A + N_R A + N_Q \quad (7.5)$$

$N_S$  ist um seinen Mittelwert null poissonverteilt mit einer von  $N_{e^-}$  und  $N_{DC}$  abhängigen Varianz. Der signalabhängige Rauschterm  $A * N_S$  hat die Varianz  $\sigma_1^2 = A^2 (N_{e^-} + E(N_{DC}))$ . Da die Zahl der Elektronen im Allgemeinen sehr hoch ist, kann die Poissonverteilung durch eine Normalverteilung approximiert werden. Die unterschiedlichen Rauschterme sind jeweils statistisch unabhängig, deshalb können wir die Varianzen addieren und erhalten für die Zufallsvariable  $N$ :

$$\sigma_N^2 = \sigma_1^2(N_{e^-}) + \sigma_c^2 \quad (7.6)$$

$\sigma_N^2$  wird dabei aus einem signalabhängigen Term  $\sigma_1^2$  und dem festen Ausdruck  $\sigma_c^2 = \text{var}(N_R A + N_Q)$  gebildet. Wie in [127] dargestellt, folgt daraus ein linearer Zusammenhang zwischen den Grauwerten und ihrer Varianz

$$\sigma_N^2 = \sigma_0^2 + K g \quad (7.7)$$

Jetzt sollen die entsprechenden Kamerakonstanten  $\sigma_0^2$  und  $K$  experimentell bestimmt werden. Obwohl einige Ansätze existieren, um das Kamerarauschen aus beliebigen Bildern zu bestimmen [133, 134], haben wir eine Serie von 40 Bildern mit einem zeitinvarianten Inhalt verwendet, um unsere uEye UI-2250 Kamera zu charakterisieren. Dabei wurden alle Pixel mit demselben mittleren Grauwert zusammengefasst und die jeweilige Varianz bestimmt.

In Abb. 7-1 sind die so abgeleiteten Varianzen in Abhängigkeit vom Grauwert als Scatter Plot dargestellt. Die Anpassung des Rauschmodells Gl. (7.7) an die Messdaten liefert die Konstanten  $\sigma_0^2 = 0.58$  und

$K = 3.6 \cdot 10^{-2}$ . Das Rauschmodell ist mit diesen Parametern zum Vergleich als durchgezogene Linie in Abb. 7-1 eingezeichnet. Offensichtlich stellt der lineare Zusammenhang eine gute Beschreibung der Charakteristik für die Kamera dar. Deshalb sollen diese Kameraparameter im Rahmen des EMVA 1288 Standards [135] zukünftig von den Kameraherstellern ermittelt und im Datenblatt angegeben werden.

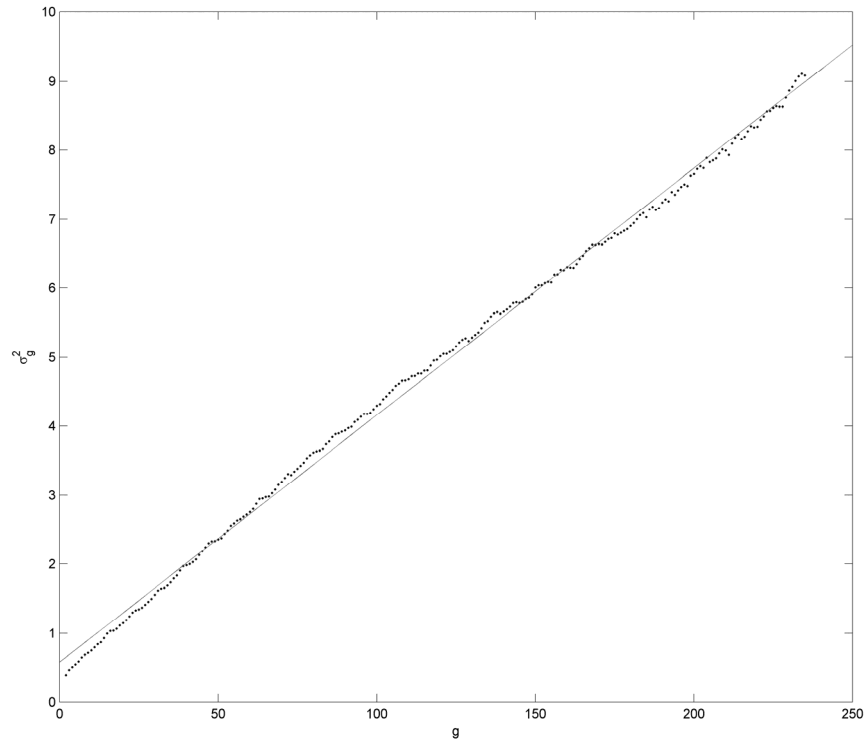


Abb. 7-1 Varianz der Messung von  $g$  in Abhängigkeit von  $g$  für uEye UI-2250 bei einer Belichtungszeit von 200ms (Scatter Plot), Fit lineares Rauschmodell mit  $\sigma_0^2 = 0.58$  und  $K = 3.6 \cdot 10^{-2}$  (durchgezogene Linie)

## 7.2 Cramer Rao Bound für die Bestimmung der Polarisationsgrößen

In diesem Abschnitt wollen uns nun mit den statistischen Eigenschaften der gemessenen Polarisationsgrößen beschäftigen. Da all drei Parameter des Signalmodells unbekannt sind, kann für die Bestimmung der statistischen Unsicherheit der Messgrößen keine gaußsche Fehlerfortpflanzung verwendet werden. Nur im Falle des Polarisationswinkels liefern die Cramer Rao Bound und die Fehlerrechnung identische Ergebnisse, weil sich Polarisationswinkel und die Störparameter (in diesem Fall Intensität und Polarisationsgrad) nicht beeinflussen.

Wie bereits diskutiert, stellt der gemessene Grauwert bei konstanter Flussdichte  $B(x, y, \lambda)$  eine Zufallsvariable dar. Für  $N$  Polfilterwinkel erhalten wir einen  $N$ -dimensionalen Zufallsvektor  $\mathbf{g}(\mathbf{t})$  mit den dazugehörigen Grauwerten. Dieser ergibt sich durch die Summe des Signalvektors  $\mathbf{s}(\mathbf{t}; \boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{s}(\mathbf{t}_1; \boldsymbol{\theta}) \ \dots \ \mathbf{s}(\mathbf{t}_N; \boldsymbol{\theta})]^T$  und des Rauschvektors  $\mathbf{n}(\mathbf{t}) = [\mathbf{n}_1 \ \dots \ \mathbf{n}_N]^T$  mit

$$\mathbf{g}(\mathbf{t}) = \mathbf{s}(\mathbf{t}; \boldsymbol{\theta}) + \mathbf{n}(\mathbf{t}) \quad (7.8)$$

$\boldsymbol{\theta}$  ist ein  $P$ -dimensionaler Parametervektor  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \dots \ \theta_p]^T$ . Die Fisher-Informations-Matrix  $\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})$  kann schließlich mit der Log-Likelihood-Funktion  $\log f(\mathbf{g}|\boldsymbol{\theta})$  ausgedrückt werden [136].

$$\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbb{E} \left[ \frac{d}{d\boldsymbol{\theta}} (\log f(\mathbf{g}|\boldsymbol{\theta})) \left( \frac{d}{d\boldsymbol{\theta}} \log f(\mathbf{g}|\boldsymbol{\theta}) \right)^T \right] \quad (7.9)$$

$f(\mathbf{g}|\boldsymbol{\theta})$  ist dabei die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (PDF) des Grauwertes  $\mathbf{g}$  für einen gegebenen Parametervektor  $\boldsymbol{\theta}$ , d.h. die PDF gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass  $\boldsymbol{\theta}$  zum Messergebnis  $\mathbf{g}$  passt. Ein Maximum-Likelihood-Estimator (MLE) maximiert dabei die Wahrscheinlichkeit der Schätzung  $\mathbf{T}_{\text{MLE}}(\mathbf{g}) = \max_{\boldsymbol{\theta}} (f(\mathbf{g}|\boldsymbol{\theta}))$ . Für die maximal erreichbare Genauigkeit jedes erwartungstreuen Schätzers  $\mathbf{T}(\mathbf{g})$  des Parametervektors  $\boldsymbol{\theta}$  gilt die folgende Ungleichung

$$\mathbb{E} [\mathbf{T}(\mathbf{g}) - \boldsymbol{\theta}] [\mathbf{T}(\mathbf{g}) - \boldsymbol{\theta}]^T \geq \mathbf{I}^{-1}(\boldsymbol{\theta}) \quad (7.10)$$

Entsprechend gibt  $\mathbf{I}^{-1}(\boldsymbol{\theta})$  eine untere Schranke für die Kovarianz des erwartungstreuen Schätzers an. Diese Schranke wird als Cramer-Rao lower bound (CRB) bezeichnet. Für effiziente Schätzer gilt in Gl. (7.10) das Gleichheitszeichen, außerdem ist jeder effiziente Schätzer auch ein MLE [136]. Das Rauschen der Kamera ist näherungsweise gaußverteilt (vgl. 7.1), deshalb verwenden wir einen normalverteilten Rauschvektor  $\mathbf{n}(\mathbf{t})$  mit der PDF.

$$f(\mathbf{g}|\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N \det(\boldsymbol{\Sigma})}} \exp \left( -\frac{1}{2} (\mathbf{g} - \mathbf{s}(\mathbf{t}, \boldsymbol{\theta}))^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{g} - \mathbf{s}(\mathbf{t}, \boldsymbol{\theta})) \right) \quad (7.11)$$

$\boldsymbol{\Sigma}$  ist die Kovarianzmatrix von  $\mathbf{n}(\mathbf{t})$ . Wir wollen außerdem annehmen, dass keine Korrelation des Rauschens für die unterschiedlichen Polfilterwinkel besteht. Diese Bedingung kann für den Quantisierungsfehler verletzt sein, wenn bestimmte symmetrische bzw. antisymmetrische Kombinationen von Polfilterwinkeln verwendet werden (vg. [137]). Da sich dieser Effekt leicht vermeiden lässt, wird er im Folgenden nicht betrachtet, um das Problem nicht unnötig zu verkomplizieren. Entsprechend betrachten

wir unkorreliertes Rauschen mit einer diagonalen Kovarianzmatrix. Wir erhalten  $\Sigma = \text{diag}(\sigma^2(\mathbf{g}_1) \dots \sigma^2(\mathbf{g}_N))$  mit  $\sigma^2(\mathbf{g}_i)$  aus Gl. (7.7).

Für normalverteiltes Rauschen ergibt sich das Maximum der Likelihood Funktion durch die Minimierung von  $(\mathbf{g} - \mathbf{s}(\mathbf{t}, \boldsymbol{\theta}))^T \Sigma^{-1} (\mathbf{g} - \mathbf{s}(\mathbf{t}, \boldsymbol{\theta}))$ . Deshalb kann die Methode der gewichteten kleinsten Quadrate als Spezialfall der Maximum-Likelihood Methode für die gaußverteilte Zufallsvariable abgeleitet werden. Mit normalverteiltem  $\mathbf{n}(\mathbf{t})$  lässt sich die Fisher Information auf

$$\mathbf{I}_{j,k} = \left( \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \boldsymbol{\theta}_j} \right)^T \Sigma^{-1} \left( \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \boldsymbol{\theta}_k} \right) \quad (7.12)$$

umschreiben. Es werden nur  $p$  Elemente des Parametervektors  $\boldsymbol{\theta}$  gesucht. Somit kann die Jakobimatrix in den Anteil der zu schätzenden Parameter  $\mathbf{J}_p(\mathbf{t}, \boldsymbol{\theta}_p)$  und den der zusätzlichen Störparameter  $\mathbf{J}_n(\mathbf{t}, \boldsymbol{\theta}_n)$  zerlegt werden. Es folgt  $\mathbf{J}(\mathbf{t}, \boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{J}_p(\mathbf{t}, \boldsymbol{\theta}_p), \mathbf{J}_n(\mathbf{t}, \boldsymbol{\theta}_n)]$  mit der daraus abgeleiteten Fisher-Informationsmatrix  $\mathbf{I} = \mathbf{J}(\mathbf{t}, \boldsymbol{\theta})^T \Sigma^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{t}, \boldsymbol{\theta})$ . Für die Bestimmung der CRB muss diese Matrix invertiert werden. Wieler [138] beschränkte die Inversion dabei auf den oberen linken Teil von  $\mathbf{I}^{-1}$  und betrachtet die Genauigkeit der Störparameter nicht. Da für unser Kameramodell die Signalabhängigkeit der Kovarianzmatrix berücksichtigt wird, vermeiden wir die in [138] vorgeschlagenen Koordinatentransformationen.

Mit den Substitution

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{J}_p(\mathbf{t}, \boldsymbol{\theta}_p)^T \Sigma^{-1} \mathbf{J}_p(\mathbf{t}, \boldsymbol{\theta}_p) \\ \mathbf{F}^T &= \mathbf{G} = \mathbf{J}_n(\mathbf{t}, \boldsymbol{\theta}_n)^T \Sigma^{-1} \mathbf{J}_p(\mathbf{t}, \boldsymbol{\theta}_p) \\ \mathbf{H} &= \mathbf{J}_n(\mathbf{t}, \boldsymbol{\theta}_n)^T \Sigma^{-1} \mathbf{J}_n(\mathbf{t}, \boldsymbol{\theta}_n) \end{aligned} \quad (7.13)$$

erhalten wir die Fisher-Informationsmatrix

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{F} \\ \mathbf{G} & \mathbf{H} \end{pmatrix} \quad (7.14)$$

Aufgrund ihrer Blockstruktur kann die Inverse von  $\mathbf{I}$  umgeschrieben werden, und wir erhalten die zugehörige CRB.

$$\mathbf{CRB}_{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{I}^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{p;n}^{-1} & -\mathbf{I}_{p;n}^{-1} \mathbf{F} \mathbf{H}^{-1} \\ -\mathbf{H}^{-1} \mathbf{G} \mathbf{I}_{p;n}^{-1} & \mathbf{H}^{-1} + \mathbf{H}^{-1} \mathbf{G} \mathbf{I}_{p;n}^{-1} \mathbf{F} \mathbf{H}^{-1} \end{pmatrix} \quad (7.15)$$

Der obere linke Block von  $\mathbf{I}^{-1}$  folgt dabei aus

$$\mathbf{I}_{p;n} = \mathbf{E} - \mathbf{F} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{G} \quad (7.16)$$

durch Inversion. Für  $p = 1$  wird nur ein Parameter geschätzt, und  $\mathbf{I}_{p;n}$  ist folglich ein Skalar. Die Matrixinversion vereinfacht sich dann zu einer Division. Beim Polarisation Imaging betrachten wir, wie gewohnt, drei unbekannte Größen, d.h. wenn wir die Genauigkeit des ersten Parameters  $\boldsymbol{\theta}_1$  untersuchen, so beeinflussen zusätzlich zwei Störparameter  $\boldsymbol{\theta}_2$  und  $\boldsymbol{\theta}_3$  die Schätzung. Für  $\mathbf{I}_{p;n}$  folgt deshalb

$$I_{p,n} = \sum_{i=1}^N \Sigma_{ii}^{-1} \left( \frac{\partial \mathbf{s}_i}{\partial \theta_1} \right)^2 - \left[ \sum_{i=1}^N \Sigma_{ii}^{-1} \frac{\partial \mathbf{s}_i}{\partial \theta_1} \frac{\partial \mathbf{s}_i}{\partial \theta_2} \quad \sum_{i=1}^N \Sigma_{ii}^{-1} \frac{\partial \mathbf{s}_i}{\partial \theta_1} \frac{\partial \mathbf{s}_i}{\partial \theta_3} \right] \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \Sigma_{ii}^{-1} \left( \frac{\partial \mathbf{s}_i}{\partial \theta_2} \right)^2 & \sum_{i=1}^N \Sigma_{ii}^{-1} \frac{\partial \mathbf{s}_i}{\partial \theta_2} \frac{\partial \mathbf{s}_i}{\partial \theta_3} \\ \sum_{i=1}^N \Sigma_{ii}^{-1} \frac{\partial \mathbf{s}_i}{\partial \theta_2} \frac{\partial \mathbf{s}_i}{\partial \theta_3} & \sum_{i=1}^N \Sigma_{ii}^{-1} \left( \frac{\partial \mathbf{s}_i}{\partial \theta_3} \right)^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \Sigma_{ii}^{-1} \frac{\partial \mathbf{s}_i}{\partial \theta_1} \frac{\partial \mathbf{s}_i}{\partial \theta_2} \\ \sum_{i=1}^N \Sigma_{ii}^{-1} \frac{\partial \mathbf{s}_i}{\partial \theta_1} \frac{\partial \mathbf{s}_i}{\partial \theta_3} \end{bmatrix} \quad (7.17)$$

Offensichtlich hängt die Schätzgenauigkeit nicht nur vom Signalmodell  $\mathbf{s}(\mathbf{t}; \boldsymbol{\theta})$  und dem gesuchten Parameter  $\theta_1$  ab, sondern sie wird auch explizit von den Störparametern bestimmt. Der Einfluss der Störparameter ist dabei durch den zweiten Term in Gl. (7.17) gegeben. Anschaulich ist klar, dass Störparameter mit einem ähnlichen Signaleinfluss wie die Schätzgröße die Schätzgenauigkeit negativ beeinflussen können. Dies führt folglich zu einer Vergrößerung der CRB.

Jetzt wird konkret die CRB der Polarisationsgrößen berechnet. Dazu müssen Signalmodell Gl. (3.22) und Rauschmodell (in Form der Kovarianzmatrix  $\Sigma$ ) in Gl. (7.17) eingesetzt werden. Aufgrund der Signalabhängigkeit von  $\Sigma_{ii}^{-1}$  können die auftretenden Summen zunächst nicht zusammengefasst werden. Wir nähern die aus dem Rauschmodell gewonnene Varianz des Grauwertes deshalb durch  $\sigma_g^2 \approx \sigma_0^2 + \text{KI}_0$  und verwenden einige trigonometrische Umformungen, um die Terme zu vereinfachen. Schließlich folgt eine Abschätzung der entsprechenden CRB. Um Verwechslungen mit dem Parametervektor  $\boldsymbol{\theta}$  zu vermeiden verwenden wir in diesem Kapitel ausnahmsweise die Bezeichnung  $\alpha$  für den Polarisationswinkel.

$$\text{CRB}_\alpha \approx \frac{\sigma_0^2 + \text{KI}_0}{2I_0^2 \rho^2 N} \quad \text{CRB}_\rho \approx \frac{\sigma_0^2 + \text{KI}_0}{I_0^2 N} \left( \frac{1}{2} - \frac{\rho^2}{4 + 2\rho^2} \right)^{-1} \quad \text{CRB}_{I_0} \approx \frac{\sigma_0^2 + \text{KI}_0}{N} \quad (7.18)$$

Hier verwenden wir für den Polarisationswinkel die Bezeichnung  $\alpha$ , um Verwechslungen mit dem Parametervektor  $\boldsymbol{\theta}$  zu vermeiden.



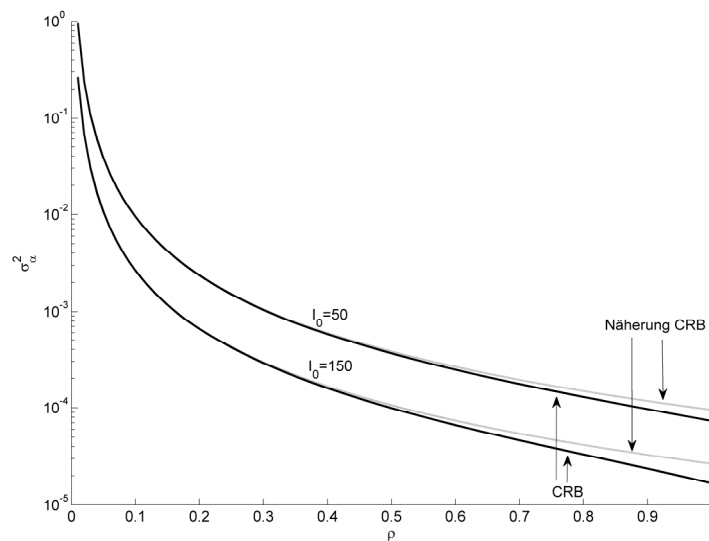


Abb. 7-2 CRB des Polarisationswinkels (dicke Linie) und Näherung der CRB (dünne Linie) in Abhängigkeit vom Polarisationsgrad für eine Kamera mit  $\sigma_0^2 = 0.58$  und  $K = 3.6 \cdot 10^{-2}$

In Abb. 7-2 sind die approximierten CRB und die vollständige Lösung aus Gl. (7.17) für den Polarisationswinkel gegenübergestellt. Als Kameraparameter wurden die in 7.1 experimentell ermittelten Größen der uEye UI-2250 Kamera ( $\sigma_0^2 = 0.58$  und  $K = 3.6 \cdot 10^{-2}$ ) verwendet. Die in Gl. (7.18) gegebene Näherung für  $CRB_\alpha$  stimmt bei niedrigen Polarisationsgraden gut mit der wirklichen CRB überein. Mit unpolarisierter Beleuchtung ist das reflektierte Licht meist nur schwach polarisiert [15]. Aus diesem Grund ist die Näherung für die Abschätzung der Genauigkeit der Polarisationsparameter für die meisten Anwendungen ausreichend.

Im Rahmen der Näherung ist die Schätzgenauigkeit für  $\alpha$  proportional zu  $\rho^2 N$ , d.h. die Messgenauigkeit für den Polarisationswinkel lässt sich durch eine Erhöhung des Polarisationsgrades oder die Steigerung der Zahl von Polfilterstellungen  $N$  erhöhen. Da der relative Fehler mit steigendem  $g$  abnimmt, führt auch ein größeres  $I_0$  zu besseren Messergebnissen. Das gleiche Verhalten wird auch für die in Abb. 7-3 dargestellte Schätzgenauigkeit des Polarisationsgrades beobachtet. Ein steigendes  $I_0$  führt zu einer niedrigeren Varianz von  $\rho$ . Im Gegensatz dazu ist die Charakteristik von  $CRB_\rho$  bezüglich  $\rho$  nur unzureichend durch Gl. (7.18) beschrieben. Während die Näherung ein mit  $\rho$  ansteigendes  $\sigma_\rho^2$  vorhersagt, nimmt  $CRB_\rho$  mit  $\rho$  ab.

Die Näherung basierte auf der Annahme, die Varianz der Intensität sei für alle Polfilterwinkel gleich groß. In diesem Fall führt der Störparameter  $I_0$  zu einer Vergrößerung von  $CRB_\rho$  mit  $\rho$ . Ohne die Näherung eines konstanten  $\sigma_g^2$  unterscheiden sich die Messfehler verschiedener Polfilterstellungen. Somit wird das sinusförmige Signal mit sich verändernder Varianz des Grauwertes abgetastet. Dabei hängt die Variation der Abtastgenauigkeit natürlich direkt von  $\rho$  ab. Deswegen wird bei Berücksichtigung dieses Effektes die Zunahme des Messfehlers durch die Störgröße  $I_0$  durch die variierende Abtastgenauigkeit überkompensiert, und die Genauigkeit der Schätzung erhöht sich sogar mit  $\rho$ . Die Näherung (7.18) gibt entsprechend eine obere Abschätzung der CRB an.

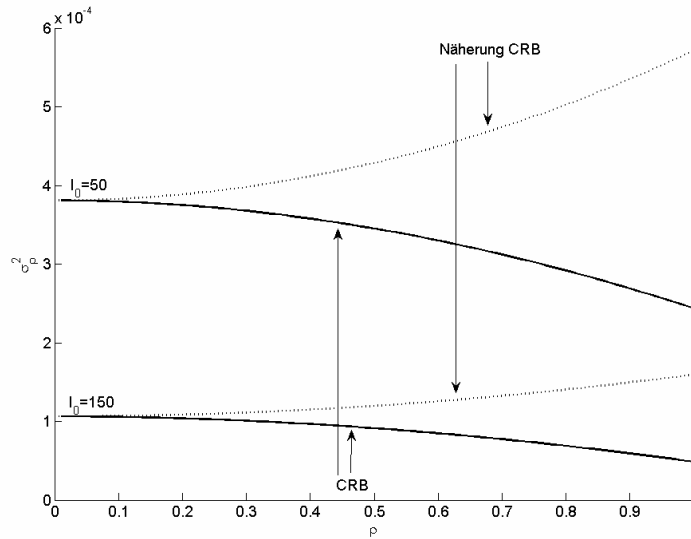


Abb. 7-3 CRB des Polarisationsgrades (dicke Linie) und Näherung der CRB (dünne Linie) in Abhängigkeit vom Polarisationsgrad für eine Kamera mit  $\sigma_0^2 = 0.58$  und  $K = 3.6 \cdot 10^{-2}$

Im Gegensatz dazu wird die Genauigkeit des Polarisationswinkels bei äquidistanter Abtastung des Winkelintervalls nicht von den Störparametern  $\rho$  und  $I_0$  beeinflusst. Demnach ist nur der erste Term in Gl. (7.17) ungleich null. Deshalb können wir den Polarisationswinkel auch als einen isolierten Parameter betrachten und behandeln das Signal  $s(\alpha)$  als hinge es nur von einer Variablen ab. Aus 3.4 wissen wir, dass eine Umkehrfunktion zu  $s(\alpha)$  existiert. Entsprechend kann die CRB umgeschrieben werden.

$$\text{CRB}_\alpha = \sum_{i=1}^N \sum_{ii} \left( \frac{\partial \alpha}{\partial s_i} \right)^2 \quad (7.19)$$

Diese Formulierung der CRB ist äquivalent zur gaußschen Fehlerfortpflanzung. Entsprechend konnte Brophy [137] eine klassische Fehlerbetrachtung für die phasenschiebende Interferometrie durchführen und erhielt das in Gl. (7.18) angegebene Ergebnis für  $\text{CRB}_\alpha$  bis auf eine Faktor von 1/2. Diese Skalierung folgt direkt aus der für Polarisation Imaging gegenüber der Interferometrie verdoppelten Frequenz.

### 7.3 Experimentelle Validierung

In diesem Teil werden die theoretisch erwarteten Unsicherheiten der Polarisationsparameter mit experimentellen Ergebnissen verglichen. Für die Untersuchung wird ein Polfilter vor einer 8bit uEye UI-2250 Industriekamera mit einer Auflösung von 1600x1200 durch eine (Pi M062.PD) Drehachse gedreht. Um die Polarisationsgrößen zu bestimmen, werden wie bisher fünf Rohbilder mit den Polfilterwinkeln  $0^\circ$ ,  $36^\circ$ ,  $72^\circ$ ,  $108^\circ$  und  $144^\circ$  aufgenommen. Wie bereits diskutiert, stimmen die Methode der gewichteten kleinsten Quadrate und die Maximum-Likelihood Methode für unsere Problemstellung überein. Die Gewichtungsmatrix  $\mathbf{W}$  jedes Messvektors  $\mathbf{g}(\mathbf{t})$  ist von  $\sigma_g^2(\mathbf{g})$  und damit von jedem einzelnen gemessenen Grauwert abhängig. Deshalb wird eine zusätzliche pixelweise Matrixinversion benötigt, um die Polarisationsparameter mit der Methode der gewichteten kleinsten Quadrate zu berechnen. Für praktische Anwendungen steht der erforderliche Rechenaufwand in keinem Verhältnis zur erzielten Verbesserung

der Ergebnisqualität. Aus diesem Grund haben wir die Werte für  $\rho$ ,  $\alpha$  and  $I_0$  mit einer ungewichteten linearen Optimierung bestimmt (vgl. 3.4).

Im Experiment wurde ein rauher Platinoxidkontakt untersucht, der durch eine gerichtete polarisierte Lichtquelle beleuchtet war. 500 Messreihen aus jeweils fünf Rohbildern wurden für jeweils drei unterschiedliche Helligkeitseinstellungen der Lichtquelle aufgenommen. Im Anschluss konnten so die Polarisationsparameter für jeden Datensatz aus den fünf Rohbildern berechnet werden. Diese Polarisationsauswertung führt zu je 500 Bildern für  $\rho$  und  $\alpha$  für jede der drei Helligkeitsstufen. Zur Beschreibung des statistischen Verhaltens unserer Schätzung betrachten wir die Pixelwerte für  $\rho$  and  $\alpha$  als unabhängige Zufallsvariablen. Durch das Experiment wurde, entsprechend eine Stichprobe mit 500 Elementen aus der Population, jeder der Zufallsvariablen ermittelt. Die Standardabweichung  $s$  der pixelweise untersuchten Daten liefert dabei eine Schätzung der Varianz der jeweils zugrunde liegenden Population. Unter der Annahme einer Normalverteilung mit einer Fehlerwahrscheinlichkeit von 5% ergibt sich so das Konfidenzintervall der Varianz mit  $1.14s^2 \leq \sigma^2 \leq 0.90s^2$ .

Polarisationswinkel von  $90^\circ$  und  $-90^\circ$  sind physikalisch identisch, entsprechend hatten wir den Definitionsbereich von  $\alpha \in (-90^\circ, 90^\circ]$  vorgegeben vgl. 3.3. Aus diesem Grund müssen wir die beschreibende Statistik für directionale Daten verwenden, um die Polarisationswinkel zu analysieren. Andernfalls würden Wrapping-Effekte die Ergebnisse verfälschen. Zirkularer Mittelwert  $\bar{\theta}$  und die zirkulare Standardabweichung  $s_\theta$  einer zufälligen Stichprobe  $\theta_1, \dots, \theta_n$  sind wohlbekannt [139]. Mit  $\theta$  im Intervall  $(-90^\circ, 90^\circ]$  erhalten wir

$$\bar{\theta} = \frac{1}{2} \arctan \frac{\bar{X}}{\bar{Y}} \quad s_\theta = \frac{1}{2} \sqrt{-2 \log \sqrt{\bar{X}^2 + \bar{Y}^2}} \quad (7.20)$$

mit

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos 2\theta_i \quad \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sin 2\theta_i \quad (7.21)$$

In Abb. 7-4 ist die so pixelweise bestimmte Varianz  $\sigma_\alpha^2$  über  $\rho$  dargestellt. Um auch den Einfluss von  $I_0$  auf den statistischen Messfehler zu untersuchen, wurden deshalb nur Pixel mit  $I_0 = 150$ ,  $I_0 = 100$  und  $I_0 = 50$  aus der hell, normal bzw. schwach beleuchteten Serie ausgewählt. Dabei stammen die Werte für  $I_0 = 150$  ausschließlich aus der hellen, die für  $I_0 = 100$  aus der normalen und  $I_0 = 50$  aus der dunklen Serie. Die Messdaten zeigen erwartungsgemäß, dass sich der Fehler von  $\alpha$  erheblich reduziert, wenn  $\rho$  bzw.  $I_0$  vergrößert werden.

Die CRB wurde im vorherigen Abschnitt als untere Schranke für die maximal erreichbare Schätzgenauigkeit eingeführt. Sie ist zum Vergleich als durchgezogene Linie in der Darstellung abgebildet. Offensichtlich wird die durch die CRB vorgegebene untere Schranke der erzielbaren Schätzgenauigkeit im Experiment nahezu erreicht. Verlauf und Absolutwert der experimentell bestimmten  $\sigma_\alpha^2$  stimmen dabei gut mit der durch die CRB gegebenen Grenze überein. Offensichtlich wird auch die Abhängigkeit von  $I_0$  sehr gut beschrieben. Aufgrund der statistischen Unsicherheit der Messdaten (Konfidenzintervall siehe oben) liegen einige Messpunkte sogar unterhalb der CRB. Dieser Effekt wird also durch den begrenzten Umfang der Stichprobe (500 Elemente) hervorgerufen. Trotzdem liegt die Mehrzahl der Messpunkte geringfügig über der CRB. Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die Methode der kleinsten Quadrate nahezu die CRB erreicht.

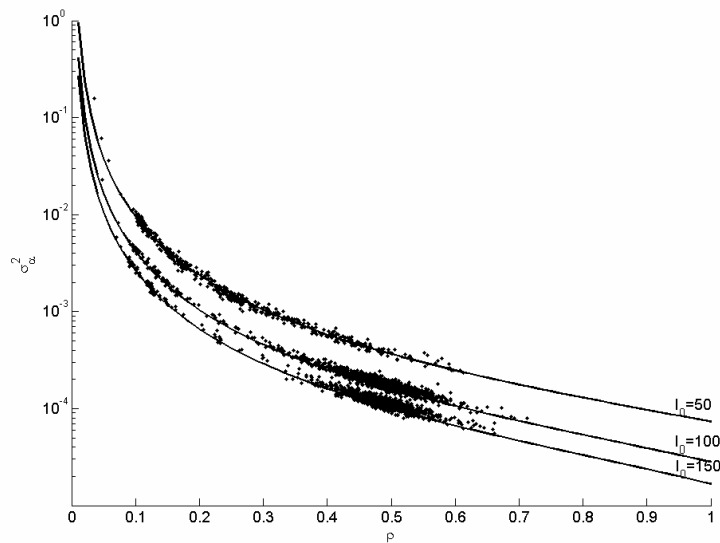


Abb. 7-4 Vergleich der CRB (durchgezogene Linie) mit experimentell bestimmten Varianzen (Scatterplot) des Polarisationswinkels in Abhängigkeit des Polarisationsgrades für  $I_0 = 50, 100, 150$  und  $\sigma_0^2 = 0.58$  und  $K = 3.6 \cdot 10^{-2}$

Eine vergleichbare Darstellung der statistischen Unsicherheit des gemessenen Polarisationsgrades ist in Abb. 7-5 gegeben. Wieder sind die experimentellen Varianzen  $\sigma_p^2$  und die CRB gegenübergestellt. Wie beim Polarisationswinkel werden Verlauf und Absolutwert der experimentellen Ergebnisse gut durch die CRB modelliert. Erneut tritt eine merkliche Streuung der Varianzen durch den begrenzten Umfang der Stichprobe auf.

Für beide Polarisationsparameter befinden sich Experiment und die im vorherigen Abschnitt abgeleiteten theoretischen Vorhersagen in guter Übereinstimmung. Offensichtlich ist die CRB in Kombination mit dem linearen Kameramodell gut geeignet, um die statistische Unsicherheit der Messgrößen vorherzusagen.

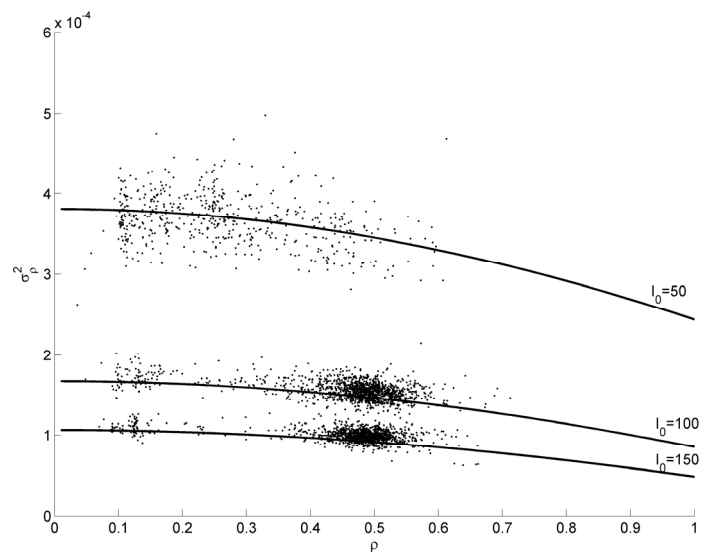


Abb. 7-5 Vergleich der CRB (durchgezogene Linie) mit experimentell bestimmten Varianzen (Scatterplot) des Polarisationsgrades in Abhängigkeit des Polarisationsgrades für  $I_0 = 50, 100, 150$  und  $\sigma_0^2 = 0.58$  und  $K = 3.6 \cdot 10^{-2}$

## 8 EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN

Im vorliegenden Kapitel wird der Einfluss der optischen Konstellation auf die Intensität und die Polarisationsparameter durch Versuche mit dem in 5.1 vorgestellten Aufbau untersucht. Ziel ist es, die Modelle aus Kapitel 4 zu validieren. Dazu wird das Streulicht für unterschiedliche Probenorientierungen und Beleuchtungssituationen experimentell untersucht.

### 8.1 Probenverkippen innerhalb der Einfallsebene

Für das einfachste Experiment sind der Beleuchtungsarm, der Beobachtungsarm und die Normale der Probe in einer Ebene, der Einfallsebene, angeordnet. Wir verwenden dazu den in 5.1 vorgestellten Laboraufbau. Zunächst soll die Lichtstreuung in der Einfallsebene untersucht werden, d.h. die Probe wird um die  $y$ -Achse durch Drehversteller 1 verkippt. Wir ändern entsprechend  $\gamma_1$ . Kamera- und Beleuchtungsarm sind während einer Messserie fest. Sie schließen die Winkel  $\varphi_c$  bzw.  $\varphi_i$  zur gemeinsamen Referenz ein (vgl. Abb. 5-2). Die Beleuchtung ist dabei im Winkel  $\beta$  vom Kameraarm zurück orientiert. Es gilt  $\beta = \varphi_i + \varphi_c$ .

Wir untersuchen so das Streuverhalten einer Zirkoniumdioxid-Probe und nehmen dazu Messwerte für die mittlere Intensität, den Polarisationsgrad und den Polarisationswinkel in Abhängigkeit von  $\gamma_1$  auf. Für systematische Untersuchungen benötigen wir die Polarisationsgrößen mit geringem zufälligen Fehler. Da außerdem geringe Polarisationsgrade im Übergangsbereich zwischen diffuser und spekularer Reflektion die Bestimmung der Polarisationsparameter erschweren, wurden für alle Versuche 10 Rohbilder mit den Polfilterwinkeln  $0^\circ$ ,  $18^\circ$ ... verwendet. Das reduziert die statistische Unsicherheit der Messgrößen wie in Kapitel 7 beschrieben.

Im dichromatischen Modell (vgl. 4) wird die erwartete Intensitätsverteilung bei Streuexperimenten durch die Überlagerung des spekularen Peaks mit diffuser Streuung beschrieben. Experimente zeigen selbst für Keramiken, welche Licht stark streuen, erhebliche Intensitätsunterschiede zwischen beiden Komponenten. Daraus folgt eine starke Veränderung der mittleren Bildhelligkeit beim allmählichen Verkippen der Probe. Der Dynamikbereich der verwendeten JAI CV-A50 Kamera ist für derartige Helligkeitsänderungen zu gering, deshalb wurde für jede Polfilterstellung eine Bilderserie mit abnehmender Belichtungszeit aufgenommen. Durch das in 6.4 vorgestellte Verfahren werden die Bilder radiometrisch korrigiert und zu einem Ergebnisbild höherer Dynamik kombiniert. Pro Messung werden so 10 radiometrisch korrigierte und fusionierte Bilder mit den Polfilterwinkeln  $0^\circ$ ,  $18^\circ$ ... aufgenommen. Durch Minimierung des quadratischen Fehlers zwischen angepasstem Signalmodell und Messung folgen die Polarisationsbilder (vgl. 3.4).

Für jede Verkippen  $\gamma_1$  erhalten wir so drei Bilder ( $\theta$ ,  $\rho$ ,  $I_0$ ). Die Polarisationsbilder werden durch einen Binomialfilter mit  $10 \times 10$  Maske geglättet, um den Einfluss der Oberflächentextur und des Kameraauschens zu minimieren. Für den Polarisationswinkel wird dabei ein zirkularer Meanfilter verwendet, um die bereits diskutierten Wrapping Effekte zu vermeiden. Bei einer Verkippen der Probe sind im Bild nur Punkte entlang der Drehachse stationär. Durch Vergleich aufeinander folgender Bilder der Verkippenungs-

serie wählen wir diesen Bereich auf der Drehachse manuell aus. In diesem Bereich sind die Unterschiede zwischen den Serielementen ausschließlich Folge der Probenverkipfung. In den Darstellungen Abb. 8-1 bis Abb. 8-4 sind die so gemessenen Polarisationsgrößen in Abhängigkeit von  $\gamma_1'$  und  $\beta$  dargestellt. Wir verwenden den Off Spekularen Winkel (OSW)  $\gamma_1'$  [140] mit der Definition

$$\gamma_1' = \gamma_1 - \varphi_c + \frac{\beta}{2} \quad (8.1)$$

$\gamma_1'$  gibt dabei die Verkipfung der Probe bezüglich der Spekularrichtung an, demzufolge erhalten wir unabhängig von  $\beta$  für  $\gamma_1' = 0$  spekulare Reflexion. Entsprechend erhöht die Einführung des OSW die Vergleichbarkeit der Darstellung, denn alle Messkurven werden bzgl. ihres Spekularpeaks ausgerichtet. Die oberen und unteren Grenzen von  $\gamma_1'$  sind Folge von Abschattungen bzw. Verdeckungen. Ist die Probe bereits soweit gedreht, dass Licht nur sehr flach einfallen kann, so führt eine weitere Erhöhung von  $\gamma_1'$  schließlich zur Abschattung der Beleuchtung. Analog führt ein zu flacher Beobachtungswinkel zu Verdeckungen. Das beobachtbare  $\gamma_1'$ -Intervall hängt folglich von  $\beta$  ab und ist für  $\beta = 130^\circ$  am kleinsten.

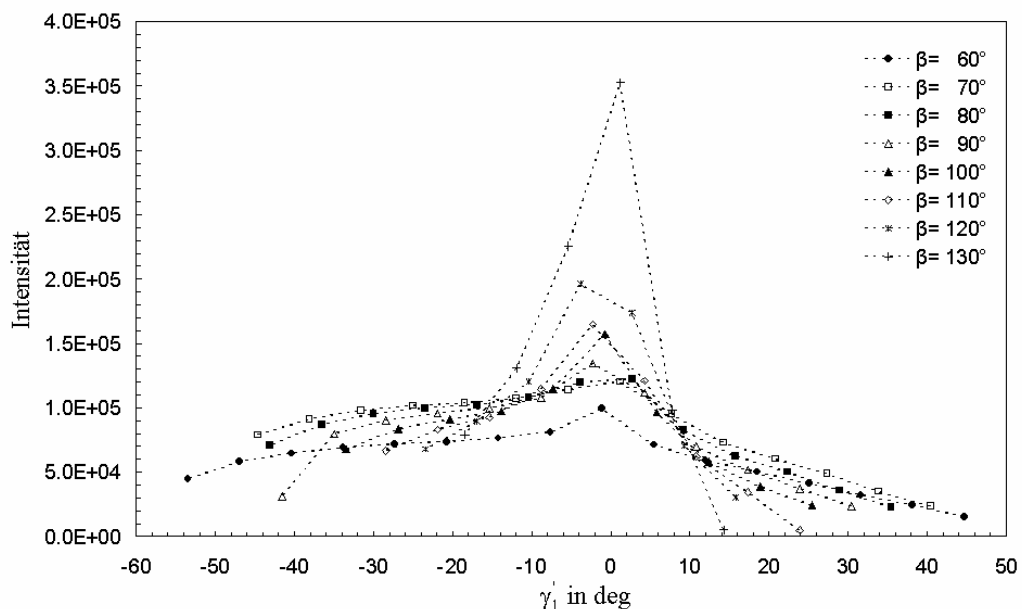


Abb. 8-1 Messung der Intensität in Abhängigkeit vom Off Spekularen Winkel für unterschiedliche Winkel zwischen Kamera und Lichtquelle für eine  $ZrO_2$  Probe

Wie in 4.2.2 diskutiert, tritt für schwach absorbierende, inhomogene Medien sowohl direkte Reflexion an der Oberfläche als auch Volumenstreuung auf. In den in Abb. 8-1 dargestellten Messergebnissen sind beide Effekte klar erkennbar. Für  $\gamma_1' = 0$  zeigen alle Graphen einen deutlichen Spekularpeak, denn es dominiert die Oberflächenreflektion. Die Höhe des Peaks nimmt mit steigendem  $\beta$  zu, d.h. die spekulare Reflektivität steigt bei einer Vergrößerung des Einfallswinkels. Dieses Verhalten entspricht den Erwartungen der Fresneltheorie (vgl. Abb. 4-3).

Mit dem in 4.2.1 eingeführten Facettenmodell hängt die Breite des Spekularpeaks direkt von der Oberflächenrauigkeit ab. Eine raue Oberfläche wird in diesem Modell als Kombination ebener Facetten mit statistischer Orientierung beschrieben. Spekulare Reflexion tritt genau dann auf, wenn lokaler Einfallswinkel

und Beobachtungswinkel übereinstimmen. Für  $\gamma_1' = 0$  ist die Zahl der Facetten, welche diese Bedingung erfüllen, am größten, aber auch für  $\gamma_1' \neq 0$  können einige Facetten noch passend orientiert sein. Ihre Zahl verringert sich allerdings mit steigendem Betrag von  $\gamma_1'$  in Abhängigkeit von der die Rauigkeit beschreibenden Statistik. Entsprechend nimmt die Stärke spekularer Reflektion von  $\gamma_1' = 0$ , ausgehend in beiden Richtungen ab, und wir erhalten den Spekularpeak.

Diffuse Streuung tritt im gesamten Bereich von  $\gamma_1'$  auf und wird partiell vom Spekularpeak überlagert, dabei ist die spekulare Reflektion speziell für große Einfallswinkel erheblich stärker als die diffuse Streuung. Der diffuse Anteil hängt nur schwach von  $\gamma_1'$  ab und bleibt bei Verkippungen bis auf den bereits im Wolff Modell (vgl. 4.2.2) diskutierten Randabfall weitestgehend konstant, d.h. die Streuung verläuft stark ungerichtet. Die diffusen Anteile, die mit verschiedenen Öffnungswinkeln zwischen Kamera und Beleuchtung gemessen wurden, unterscheiden sich wesentlich schwächer als die zugehörigen Spekularanteile.

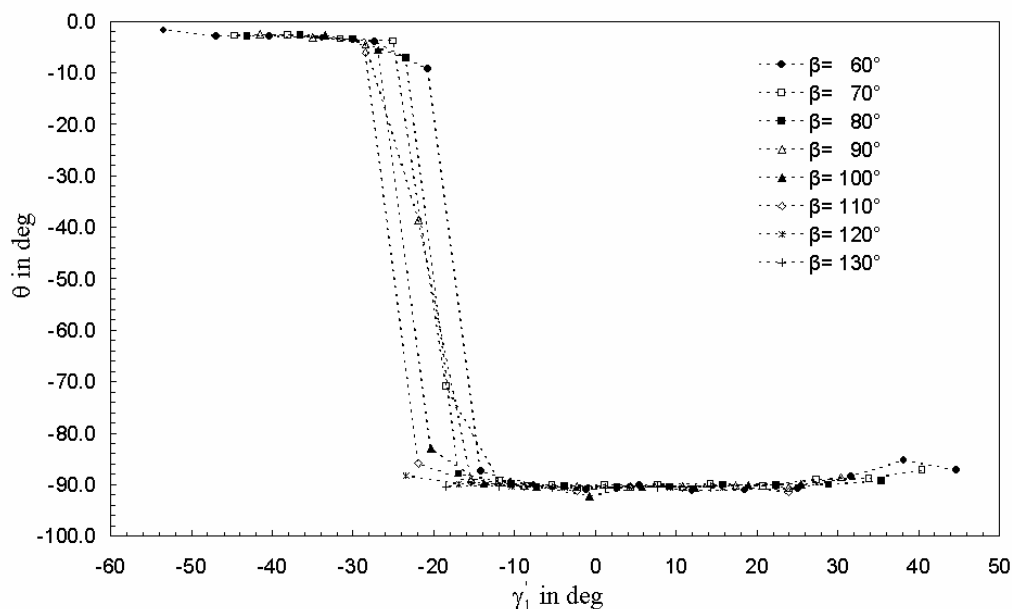


Abb. 8-2 Messung des Polarisationswinkels in Abhängigkeit vom Off Spekularen Winkel mit unterschiedlichem Winkel zwischen Kamera und Lichtquelle für eine  $ZrO_2$  Probe.

Darüber hinaus können spekulare und diffuse Anteile sehr deutlich in den Polarisationsdaten unterschieden werden. Abb. 8-2 zeigt den Einfluss der Probenverkippung auf den Polarisationswinkel. Es gilt  $|r_{\perp}|^2 > |r_{\parallel}|^2$  (vgl. 4.1.1), deshalb wird Licht bei spekularer Reflektion partiell TE polarisiert. Erwartungsgemäß messen wir  $\theta \approx -90^\circ$  für  $\gamma_1' = 0$ , der Polarisationswinkel ist dabei von  $\beta$  unabhängig.

Der Brewsterwinkel für Zirkoniumdioxid mit  $n=2.2$  [73] beträgt  $65.7^\circ$ . Am Brewsterwinkel ist der Unterschied zwischen den TE und TM Fresnelkoeffizienten am größten, und der Polarisationsgrad hat entsprechend sein Maximum. Aus diesem Grund erwarten wir, dass die Überhöhung des Spekularpeaks im Polarisationsgrad umso größer ist, je näher der Einfallswinkel an  $65.7^\circ$  liegt. Die in Abb. 8-3 dargestellten Messungen bestätigen die Erwartung, denn bei spekularer Reflektion nimmt der Polarisationsgrad mit  $\beta$  zu. In Analogie zur Intensitätsmessung wird die Verbreiterung des Spekularpeaks im Polarisati-



onsgrad durch die Rauigkeit der Oberfläche verursacht. Sie lässt sich also auch im Facettenmodell erklären. Raue Oberflächen verursachen Depolarisation, dies verringert den Polarisationsgrad und damit auch die Spekularpeakhöhe.

Diffuse Reflexion in Folge von Volumenstreuung haben wir in 4.2.2 als einen aus drei Schritten bestehenden Prozess beschrieben. Ein Teil der einfallenden Welle passiert die obere Luft-Material Grenzfläche und trifft im Medium auf Inhomogenitäten. Diese streuen unpolarisiertes Licht zurück zur Oberfläche, welches beim erneuten Passieren der Material-Luft Grenze partiell polarisiert wird. Das heißt, im Modell wird die Polarisation des Diffusanteils nur durch die abschließende Transmission bestimmt. In der Fresneltheorie gilt für Transmission  $|t_{\parallel}|^2 > |t_{\perp}|^2$ , entsprechend ist der Diffusanteil partiell TM polarisiert, und der Polarisationswinkel beträgt  $0^\circ$ . Im Experiment erhalten wir für  $\gamma_1' < -25^\circ$  die erwartete TM Polarisation und einen ähnlichen Anstieg des Polarisationsgrades für flachere Beobachtungswinkel.

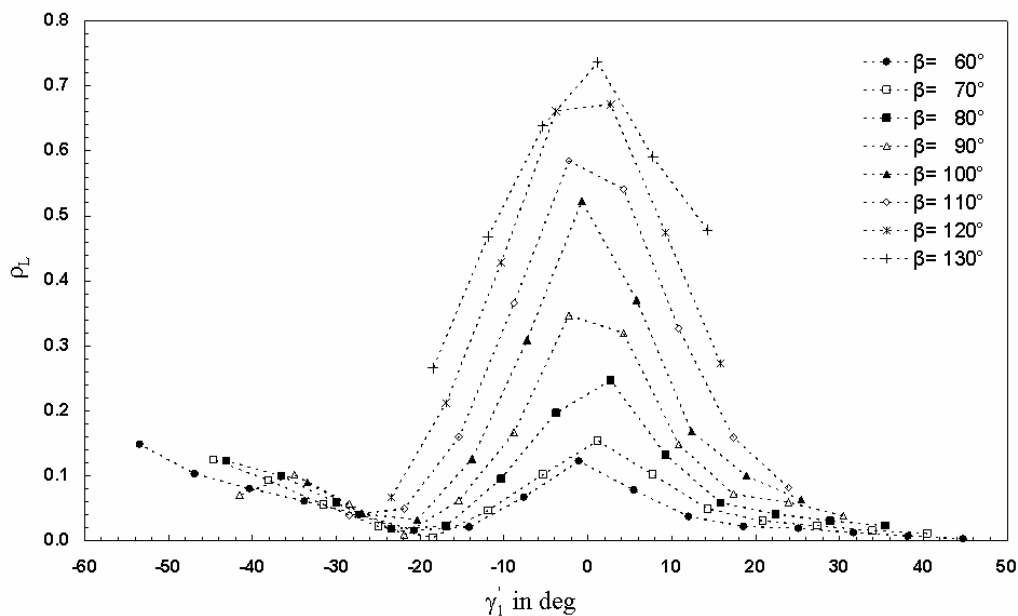


Abb. 8-3 Messung des linearen Polarisationsgrades in Abhängigkeit vom Off Spekularen Winkel mit unterschiedlichem Winkel zwischen Kamera und Lichtquelle für eine  $ZrO_2$  Probe.

Im diffusen Reflektionsmodell erwarten wir, dass die Polarisation des Streulichts nur vom Unterschied der Transmissionskoeffizienten  $t_{\parallel}$  und  $t_{\perp}$  abhängt. Dieser Unterschied wird von der Materialkonstanten  $n$  und dem Transmissionswinkel bestimmt, deshalb wurde in Abb. 8-4 der Polarisationsgrad über dem Kamerawinkel aufgetragen. Erwartungsgemäß zeigt sich für hohe Kamerawinkel nach dem jeweiligen Spekularpeak ein erneuter Anstieg des Polarisationsgrades durch diffuse Volumenstreuung, allerdings ist  $\rho_L$  in diesem Bereich nicht wie erwartet unabhängig von  $\beta$ .

Auffällig ist zudem, dass die Ausläufer der Spekularpeaks zu niedrigen Kamerawinkeln hin sehr ähnlich verlaufen, sie stimmen bis  $\varphi_C = -20^\circ$  quasi überein. Der Polarisationsgrad aller verfügbaren Messungen sinkt für  $\varphi_C \approx -20^\circ$  auf 0 ab. Es handelt sich dabei um einen spekularen Effekt, weil der Polarisationswinkel in diesem Bereich  $-90^\circ$  beträgt.

Diffuse Reflexion tritt für alle untersuchten  $\gamma'_1$  relativ gleichmäßig auf. Sie wird um  $\gamma'_1 = 0$  von spekulärer Reflexion mit einem deutlich ausgeprägten Peak überlagert. Die gemessene Gesamtintensität folgt dabei aus der Addition beider Anteile. Diffus und Spekularanteil sind entgegengesetzt polarisiert, d.h. wenn diffuse Polarisation dominiert, beträgt der Polarisationswinkel  $0^\circ$  und für stärkere spekulare Polarisation  $90^\circ$ . Im Übergangsbereich können sich diffuse und spekulare Polarisation vollständig kompensieren, es folgt ein Minimum im Polarisationsgrad. Aus dem Facettenmodell kennen wir die Abnahme des Oberflächeneffektes für höhere Beträge von  $\gamma'_1$ . Entsprechend nimmt der Einfluss spekularer Polarisation mit sinkendem  $\gamma'_1$  ab, während die diffuse Polarisation aufgrund des steigenden Beobachtungswinkels zunimmt. Um  $\gamma'_1 = -20^\circ$  heben sich beide Anteile etwa auf. Für niedrigere  $\gamma'_1$  dominiert schließlich diffuse Volumenstreuung das Polarisationsverhalten und der Polarisationswinkel springt von  $-90^\circ$  auf  $0^\circ$ . Die Position dieses Übergangs verschiebt sich für höhere  $\beta$  in Richtung kleinere  $\gamma'_1$ , weil, wie bereits diskutiert, die Höhe des Spekularpeaks mit  $\beta$  zunimmt.

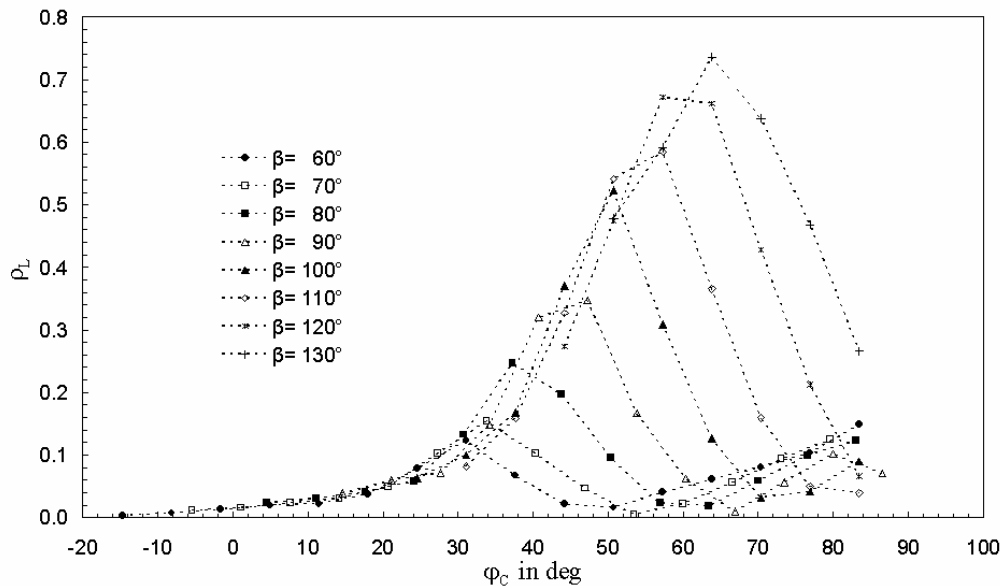


Abb. 8-4 Messung des linearen Polarisationsgrades in Abhängigkeit vom Kamerawinkel mit unterschiedlichem Winkel zwischen Kamera und Lichtquelle für eine  $ZrO_2$  Probe.

Wir hatten festgestellt, dass im Bereich diffuser Reflexion im Widerspruch zu unserem Modell eine Abhängigkeit des Polarisationsgrades von  $\beta$  besteht. Diese Abhängigkeit folgt ebenfalls aus der Überlagerung spekularer und diffuser Polarisation.

## 8.2 Beliebig orientierte Probe

Das Streuverhalten der Oberfläche soll nun außerhalb der Einfallsebene untersucht werden. In unserem Versuchsaufbau (ausführliche Beschreibung in 5.1) können Beleuchtungs- und Beobachtungsarm nur in der Tischebene verdreht werden, deshalb verwenden wir den Drehversteller 2, um eine zusätzliche Verkipfung der Probe um die  $x$ -Achse zu ermöglichen. Der zugehörige Verkipfungswinkel heißt  $\gamma_2$ . Wir untersuchen nur den Bereich  $\gamma_2 \geq 0$ , weil sich das Streulicht bzgl. Rotationen um die  $x$ -Achse symmet-

risch verhält. Aus 17 Einstellungen für  $\gamma_1$  und 12 für  $\gamma_2$  ergeben sich insgesamt 204 Winkelkombinationen, die für einen festen Winkel  $\beta = 45^\circ$  untersucht wurden. Wie bisher werden aus jeweils 10 radiometrisch korrigierten Rohbildern die Polarisationsbilder berechnet und im Anschluss mit einer  $10 \times 10$  Maske median gefiltert.

Da wir die Probe um x- und y-Achse verkippen, bleibt nur der Schnittpunkt beider Rotationsachsen stationär. Alle anderen Bildbereiche verschieben sich bei einer Veränderung der Probenausrichtung. Polarisationsgrad, Polarisationswinkel und Intensität für jede eingestellte optische Konstellation werden an diesem stationären Punkt gemessen und sind im Folgenden farblich kodiert über  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$  aufgetragen.

Die in Abb. 8-5 dargestellte Messung der Intensität zeigt ein deutlich ausgeprägtes Maximum, welches entlang der  $\gamma_1$ -Achse verbreitert zu sein scheint. Für  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$  wird die hohe Intensität durch den Spekularpeak hervorgerufen. Die direkte (spekulare) Reflexion des Lichts an der Oberfläche des  $\text{ZrO}_2$  erfolgt, wenn Einfalls- und Beobachtungswinkel übereinstimmen. Durch die Rauigkeit der Oberfläche tritt dieser Effekt nicht nur für eine bestimmte Einstellung auf, sondern auch für ähnliche optische Konstellationen. Bei den in 8.1 diskutierten Messergebnissen hatten wir die Abnahme der Spekularpeakhöhe mit sinkendem  $\beta$  diskutiert (vgl. Abb. 8-1). Wie erwartet tritt deshalb für  $\beta = 45^\circ$  spekulare Reflexion in der Intensität nur relativ schwach und lokal sehr begrenzt in Erscheinung. Demzufolge sind die die vermeintliche Verbreiterung des Maximums entlang der  $\gamma_1$ -Achse und die Symmetrie der Intensitätsverteilung bzgl.  $\gamma_1 = -22.5^\circ$  kein spekularer Effekt.

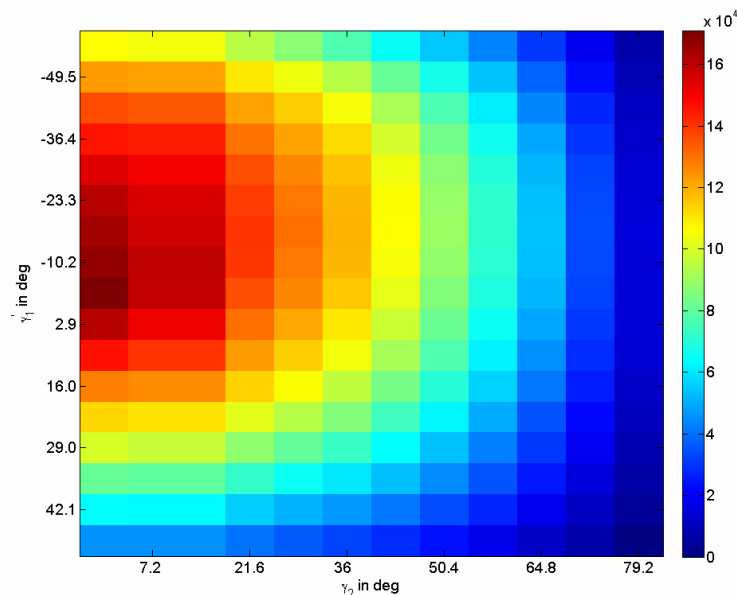


Abb. 8-5 Messung der Intensität in Abhängigkeit vom Off Spekularen Winkel (Rotation um y-Achse) und  $\gamma_2$  (Rotation um x-Achse) für eine  $\text{ZrO}_2$  Probe

Mit diffuser Reflexion lassen sich im Gegensatz dazu beide Beobachtungen erklären. In 4.2.2 wurde ausführlich ein Reflektionsmodell motiviert, welches beide Komponenten berücksichtigt. Anders als die spekulare Reflexion ist die diffuse Streuung kein Oberflächeneffekt, sondern sie erfolgt im Medium

selbst. Ins Material eingedrungenes Licht wird an Inhomogenitäten gestreut und verursacht so die stark ungerichtete Reflektion.

Als einfachste Beschreibung für perfekt diffuse Streuung hatten wir das Lambertmodell eingeführt und durch den Albedo  $\rho$  auch auf teilweise streuende Oberflächen erweitert. Aus der Vergrößerung der beleuchteten Fläche bei Erhöhung des Einfallswinkels  $\theta_1$  ergab sich die Proportionalität der gestreuten Intensität zu  $\cos \theta_1$ . Da im Lambertmodell keine weitere Abhängigkeit von der optischen Konstellation besteht (z.B. von  $\theta_2$  oder  $\theta_3$ ), folgt ein Maximum der gestreuten Intensität für  $\theta_1 = 0$ , d.h. für maximale Streuung zeigt die Normale der Probe direkt in Richtung Lichtquelle. Im Experiment entspricht dies der Einstellung  $\gamma_1' = -22.5^\circ$ ,  $\gamma_2 = 0$ . Tatsächlich handelt es sich bei dem vermeintlich verbreiterten Maximum entlang der  $\gamma_1'$ -Achse also um die Überlagerung der eng beieinander liegenden Maxima spekularer und diffuser Reflektion, wobei der Intensitätsabfall für diffuse Reflektion sehr flach verläuft.

Der Einfallswinkel  $\theta_1$  folgt aus  $\varphi_i$  und den Verkippungswinkeln beider Achsen ( $\gamma_1, \gamma_2$ ). In Abb. 8-6 ist eine Darstellung der optischen Konstellation mit den entsprechenden Winkeln gegeben. Die in Richtung Lichtquelle bzw. Kamera zeigenden Vektoren spannen eine Ebene auf, in dieser ist die Projektion der Oberflächennormale durch eine gestrichelte Hilfslinie eingezeichnet. Wird die Probe nur durch Drehversteller 1 verkippt, befindet sich die Oberflächennormale in dieser Ebene, d.h. Normale und Hilfslinie stimmen überein. Durch Drehversteller 2 kann der Normalenvektor zusätzlich um den Winkel  $\gamma_2$  nach hinten verkippt werden.

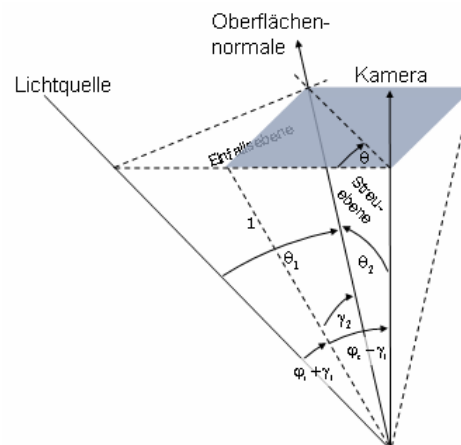


Abb. 8-6 Darstellung der optischen Konstellation zur Berechnung des lokalen Einfallswinkels, Beobachtungswinkels und des Polarisationswinkels

Ausgehend von dieser Darstellung ergeben sich durch geometrische Überlegungen Einfallswinkel und Beobachtungswinkel mit

$$\cos \theta_1 = \cos(\varphi_i + \gamma_1) \cos \gamma_2 \quad (8.2)$$

$$\cos \theta_2 = \cos(\varphi_c - \gamma_1) \cos \gamma_2 \quad (8.3)$$

Aus Gl. (8.2) folgt direkt die erwartete Intensitätsverteilung eines Lambertreflektors beim Verkippungsexperiment mit  $\beta = 45^\circ$ . Die gestreute Intensität ist gemäß Gl. (4.31) proportional zu der in Abb. 8-7 in Abhängigkeit von  $\gamma_1'$  und  $\gamma_2$  dargestellten Größe  $\cos \theta_1$ . Offensichtlich verhält sich das im Experiment

untersuchte  $ZrO_2$  fast wie ein Lambertreflektor. Symmetrie und Stärke der Intensitätsabnahme in den Messungen bei Verkippung der Probe bezüglich der Kamerarichtung stimmen sehr gut mit dem  $\cos\theta_1$ -Zusammenhang überein. Größere Abweichungen zwischen Simulation Abb. 8-7 und Messung Abb. 8-5 treten nur im Bereich des nicht berücksichtigten Spekularpeaks auf.

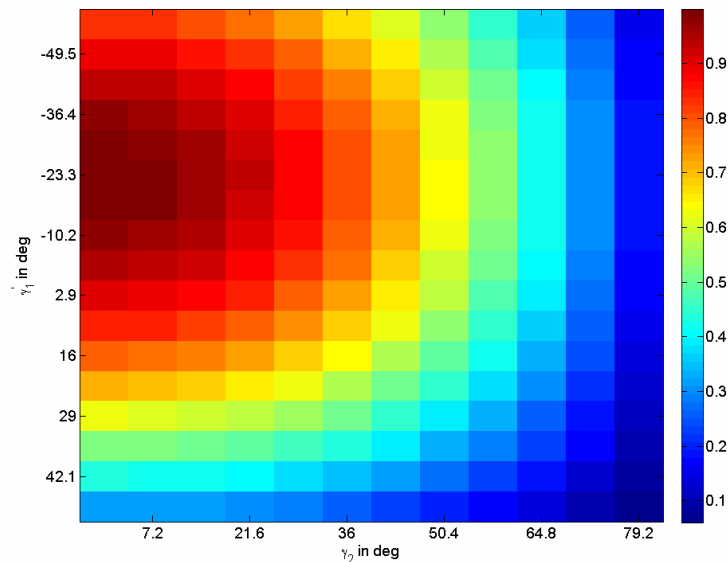


Abb. 8-7 Darstellung Berechnung  $\cos\theta_1$

In Abb. 8-8 und Abb. 8-9 sind die Messergebnisse für den Polarisationsgrad und den Polarisationswinkel dargestellt. Der Polarisationswinkel gibt die Vorzugsrichtung des reflektierten Feldes an, wobei, wie bereits diskutiert, spekulär reflektiertes Licht partiell TE polarisiert ist und diffuse Volumenstreuung teilweise TM-Polarisation verursacht, d.h. beide Effekte sind konträr.

Im Polarisationsgrad ist ein Spekularpeak um den erwarteten Winkel von  $\gamma_1' = 0^\circ$ ,  $\gamma_2 = 0$  deutlich erkennbar. An den Rändern des Peaks erreicht  $\rho_L$  ein Minimum, weil sich die durch spekuläre und diffuse Reflektion hervorgerufenen gegensätzlichen Polarisierungen gerade kompensieren. Der Polarisationsgrad diffus reflektierten Lichtes ist erheblich geringer als der nach spekulärer Reflektion. Deshalb ist der Bereich der Verkippungswinkel, in dem spekuläre Oberflächeneffekte dominieren, für die Polarisationsparameter deutlich größer als für die Intensität.

Das spekulär reflektierte Licht hat einen festen Polarisationsgrad. Dieser hängt nur von der Brechzahl und dem Öffnungswinkel  $\beta$  ab. Infolgedessen erhalten wir in  $\rho_L$  einen Peak, welcher direkt aus der spekulären Intensitätsverteilung folgt. Für diffuse Reflektion wird die Polarisation durch die abschließende Retransmission des Lichtes an der Material-Luft-Grenzfläche bestimmt, folglich hängt  $\rho_L$  vom Beobachterwinkel  $\theta_2$  ab und ändert sich mit  $\gamma_1'$  und  $\gamma_2$ . Das zeigt sich insbesondere am Minima des Polarisationsgrades entlang der  $\gamma_1'$ -Achse.

Nach dem durch die Kompensation von spekulären und diffusen Polarisierungseffekten hervorgerufenen Abfall von  $\rho_L$  folgt für negative  $\gamma_1'$  ein steiler Anstieg, während  $\rho_L$  für positive  $\gamma_1'$  klein bleibt. Diese

Beobachtung ist in voller Übereinstimmung mit unserem diffusen Polarisationsmodell, weil für ein negatives  $\gamma_1'$  die Probe vom Beobachter weg verkippt wird. Entsprechend vergrößert sich natürlich der Beobachtungswinkel und damit auch der Polarisationsgrad des diffusen Lichtes. Im Gegensatz dazu führt die Verkipfung der Probe zum Beobachter (positives  $\gamma_1'$ ) zu einem kleineren Beobachtungswinkel und damit auch Polarisationsgrad.

Den höchsten Polarisationsgrad des Diffusanteils erhalten wir, wenn die Probe maximal von der Beobachtungsrichtung weggekippt ist und so  $\theta_2$  sein Maximum erreicht.

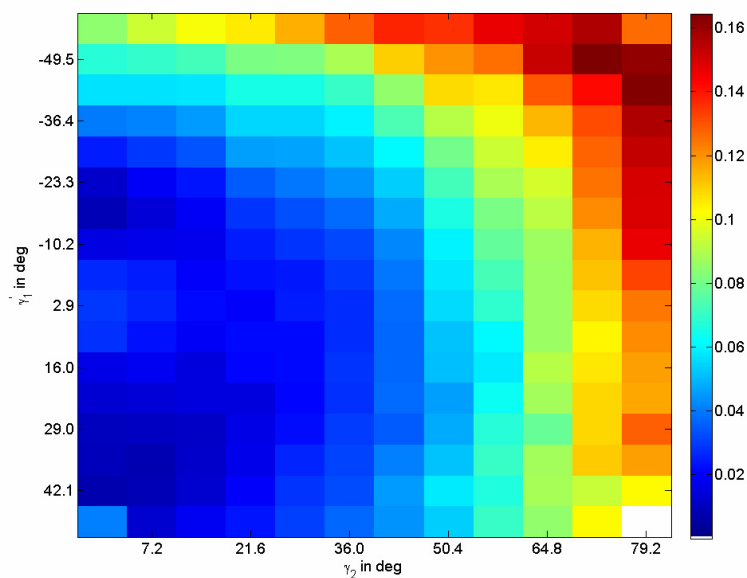


Abb. 8-8 Messung des Polarisationsgrades in Abhängigkeit vom Off Spekularen Winkel (Rotation um y-Achse) und  $\gamma_2$  (Rotation um x-Achse) für eine  $ZrO_2$  Probe

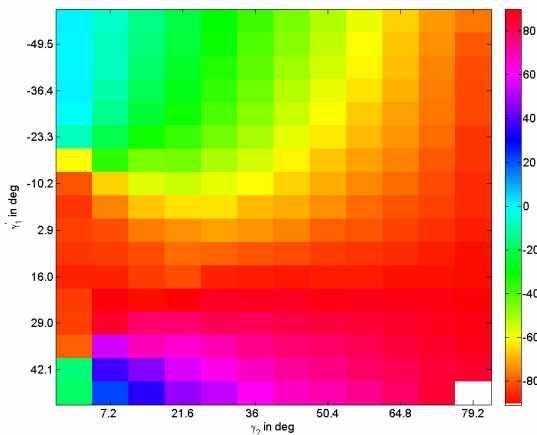
Für  $\gamma_1' = 0^\circ$ ,  $\gamma_2 = 0$  dominiert, wie bereits für Intensität und Polarisationsgrad diskutiert, spekulare Reflexion. Wir erwarten entsprechend TE Polarisation mit einem Polarisationswinkel  $\theta$  von  $90^\circ$ . Die Messergebnisse in Abb. 8-9 zeigen außerdem das aus 8.1 bekannte Umspringen von  $\theta$  bei Verkipfungen der Probe innerhalb der Einfallsebene. Der Polarisationswinkel ändert sich in der Einfallsebene auf  $0^\circ$ , wenn vorwiegend diffuse Reflexion auftritt.

Die Messung zeigt außerdem, dass  $\theta$  für diffuse Reflexion vom Verkipfungswinkel  $\gamma_2$  abhängt. Um diesen Zusammenhang zu veranschaulichen, wurde der Polarisationswinkel für diffuse Reflexion in Abb. 8-6 eingezeichnet. In dieser Abbildung steht die grau dargestellte Kameraebene senkrecht zum Kameravektor. Da sich der Polfilter in dieser Ebene dreht, werden entsprechend auf diese Ebene projizierte Winkel gemessen. Weil die Retransmission die Polarisation des Diffusanteils bestimmt, ist die Polarisationskomponente, die in der Streuebene schwingt, stärker als die senkrecht dazu. Demnach ist diffus reflektiertes Licht wie gewohnt TM polarisiert, allerdings bezüglich der Streuebene. Wir erhalten entsprechend maximale Transmission, wenn die Durchlassrichtung des Polfilters und die Projektion der Streuebene auf die Kameraebene übereinstimmen.

Anschaulich wird bereits aus der Darstellung klar, dass sich der Betrag von  $\theta$  vergrößert, wenn  $\gamma_2$  erhöht wird. Aus geometrischen Überlegungen folgt die genaue Abhängigkeit des Polarisationswinkels von der optischen Konstellation im Modell der diffusen Volumenstreuung.

$$\tan \theta = \frac{\tan(\gamma_2)}{\sin(\varphi_c - \gamma_1)} \quad (8.4)$$

a)



b)

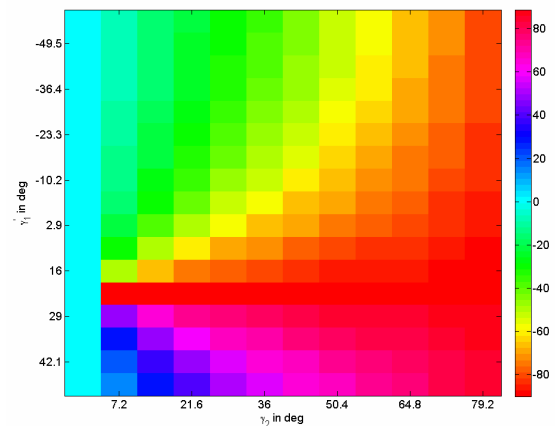


Abb. 8-9 Polarisationswinkel in Abhängigkeit vom Off Spekularen Winkel  $\gamma_1$  (Rotation um y-Achse) und  $\gamma_2$  (Rotation um x-Achse) für eine  $\text{ZrO}_2$  Probe a) Messung, b) Simulation der diffusen Reflektion

Bemerkenswert an Gl. (8.4) ist, dass der Polarisationswinkel unabhängig vom Brechungsindex und damit vom Material der Probe ist. Für durch diffuse Volumenstreuung verursachte Polarisation hängt  $\theta$  also nur von der optischen Konstellation ab. Im Experiment zeigt sich eine gute Übereinstimmung der Messdaten mit den Berechnungen (vgl. Abb. 8-9). Signifikante Unterschiede zwischen Messung und diffusem Reflektionsmodell ergeben sich erwartungsgemäß im Bereich des nicht berücksichtigten Spekularpeaks. Die zusätzlich auftretenden Abweichungen für hohe  $\gamma_1$  folgen aus der großen statistischen Unsicherheit des gemessenen Polarisationswinkels aufgrund des niedrigen Polarisationsgrades in diesem Bereich.

Sowohl aus Gl. (8.4) als auch aus Abb. 8-6 kann direkt abgeleitet werden, dass der Polarisationswinkel bezüglich  $\gamma_2$  eine Punktsymmetrie zeigt. Für die nicht untersuchte Verkippungsrichtung ergeben sich dieselben Polarisationswinkel, allerdings mit umgekehrtem Vorzeichen. Auf den Polarisationsgrad und die Intensität hat die Richtung der Verkippung ohnehin keine Auswirkungen.

Bisher haben wir nicht analysiert, weshalb der Polarisationsgrad nur ober- und unterhalb des Spekularpeaks merklich absinkt, bei der Verkippung um  $\gamma_2$  aber relativ konstant bleibt. Deshalb soll diese Betrachtung jetzt nachgeholt werden. Im Facettenmodell wird die Breite des Spekularpeaks durch die statistische Ausrichtung vieler kleiner Mikrospiegel erklärt. Entsprechend reflektieren bei einer Verkippung der Probe um einen kleinen Winkel  $\gamma_2$  nur die Facetten spekulär, die genau um  $\gamma_2$  in die entgegengesetzte Richtung geneigt sind. Der Polarisationswinkel für die Spekularkomponente beträgt unabhängig von der Verkippung  $90^\circ$ . Im Gegensatz dazu ändert sich der Polarisationswinkel des Diffusanteils wie in Gl. (8.4) dargestellt mit  $\gamma_2$ . Folglich sind Diffus- und Spekularanteil bei steigendem  $\gamma_2$

nicht mehr senkrecht zueinander polarisiert. Aus diesem Grund können sich beide Anteile nicht vollständig kompensieren, entsprechend sinkt der Polarisationsgrad im Übergangsbereich weniger stark ab.

### 8.3 Symmetrie des Modells

Unpolarisiertes Licht wird bei der Reflexion an einer Oberfläche partiell polarisiert. Bisher haben wir deshalb Intensitätsbilder mit unterschiedlichen Ausrichtungen eines vor der Kamera platzierten Polfilters aufgenommen und die Polarisationsgrößen  $I_0$ ,  $\rho_L$ ,  $\theta$  des zurückgeworfenen Lichts gemessen.

Bereits bei der Diskussion der diffusen Volumenstreuung in 4.2.2 wurde erläutert, dass sich Polarisatoneigenschaften einer Probe auch mit einem Polfilter vor der Beleuchtung bestimmen lassen. Die Grundidee besteht darin, zu untersuchen, wie die Reflektivität vom Polarisationswinkel einer linear polarisierten Beleuchtung abhängt. Dazu wird der drehbare Polfilter vom Kameraarm auf den Beleuchtungsarm verschoben. Das heißt, wie in Abb. 8-10 dargestellt, befindet sich jetzt ein linearer Polfilter vor der Beleuchtung, so dass die Eingangspolarisation mit dem Polfilter eingestellt werden kann.

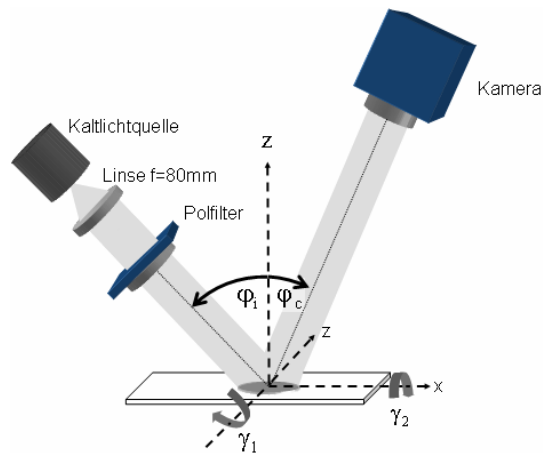


Abb. 8-10 Versuchsaufbau mit rotierendem Polfilter vor der Lichtquelle

Durch Drehung dieses Polfilters wird die an der Kamera gemessene Intensität wie beim Polarisation Imaging cosinusförmig moduliert. Durch die gewohnte Weiterverarbeitung (vgl. 3.4) lassen sich die Signalcharakteristika  $\rho_b$ ,  $\theta_b$  und  $I_{0b}$  bestimmen. Um Verwechslungen zu vermeiden, wird im Folgenden der Fußindex b für die mit dem Polfilter vor der Beleuchtung bestimmten Polarisationsparameter verwendet. Wenn  $I_{\text{Max}}$  und  $I_{\text{Min}}$  der höchsten bzw. niedrigsten messbaren Intensität entsprechen, dann folgt  $\rho_b$  aus deren Kontrastverhältnis mit

$$\rho_b = \frac{I_{\text{Max}} - I_{\text{Min}}}{I_{\text{Max}} + I_{\text{Min}}} \quad (8.5)$$

und  $\theta_b$  gibt den Polarisationswinkel des zu  $I_{\text{Max}}$  gehörigen Beleuchtungszustandes an. Für diese Eingangspolarisation wird also die maximale Reflektivität der Probe erreicht. Die mittlere Intensität ist durch  $I_{0b}$  gegeben.



Wie sich leicht im Stokesformalismus berechnen lässt, gilt für eine einfache Fresnelreflektion  $\rho_L = \rho_b$ ,  $\theta = \theta_b$  und  $I_0 = I_{0b}$ , wobei die Polarisationswinkel natürlich gegenüber derselben Basis gemessen werden müssen. Dementsprechend erhalten wir bei Fresnelreflektion dieselben Parameter, egal ob der Polfilter vor der Lichtquelle oder vor der Kamera gedreht wird. Aus diesem Grund erwarten wir für spekulare Reflektion keine Veränderung der Messwerte, schließlich wird der Spekularpeak im Facettenmodell durch die gemeinsame spekulare Reflektion aller Mikrospiegel hervorgerufen.

Das diffuse Polarisationsmodell bestand aus drei Schritten: Licht passiert die obere Grenzfläche und dringt ins Medium ein. Dort wird es an Inhomogenitäten gestreut und vollständig depolarisiert. Im Anschluss passiert es erneut die obere Grenzfläche und gelangt so zum Detektor. Da es sich bei der diffusen Reflektion um einen dreistufigen Prozess handelt, bei dem Depolarisation auftritt, gilt im Allgemeinen  $\rho_L \neq \rho_b$ ,  $\theta \neq \theta_b$ . Wie bereits mehrfach diskutiert, wird der Polarisationsgrad des diffus gestreuten Lichtes von der abschließenden Retransmission an der Material-Luft Grenzfläche verursacht.  $\rho_L$  hängt deshalb direkt vom Kamerawinkel ab und  $\theta$  folgt aus der Ausrichtung der Oberflächennormale bezüglich der Kamerarichtung. Durch die wegen der Streuung an Inhomogenitäten auftretende Depolarisation besteht keine direkte Kopplung der Eingangs- und Ausgangspolarisationen. Das bedeutet, selbst wenn wir die Oberfläche linear polarisiert beleuchten, hängt der Polarisationszustand des Streulichtes nur vom Brechungsindex des Materials und der Beobachtungsgeometrie ab.

Wir platzieren jetzt den Polfilter vor der Lichtquelle und betrachten die auftretenden Intensitätsänderungen im diffusen Reflektionsmodell. Zunächst dringt ein Teil des Lichts ins Material ein, um dort gestreut zu werden. Die Effizienz der Transmission ist durch den entsprechenden Fresnelkoeffizienten gegeben. Wie wir wissen, gilt  $|t_{\parallel}(\theta_i, n)|^2 \geq |t_{\perp}(\theta_i, n)|^2$ , wobei der Unterschied zwischen beiden Polarisationskomponenten vom Einfallswinkel der Beleuchtung abhängt. Demzufolge erhalten wir an der oberen Grenzfläche maximale Transmission, wenn die Beleuchtung bezüglich der Einfallsebene TM polarisiert ist und minimale für TE Polarisation.

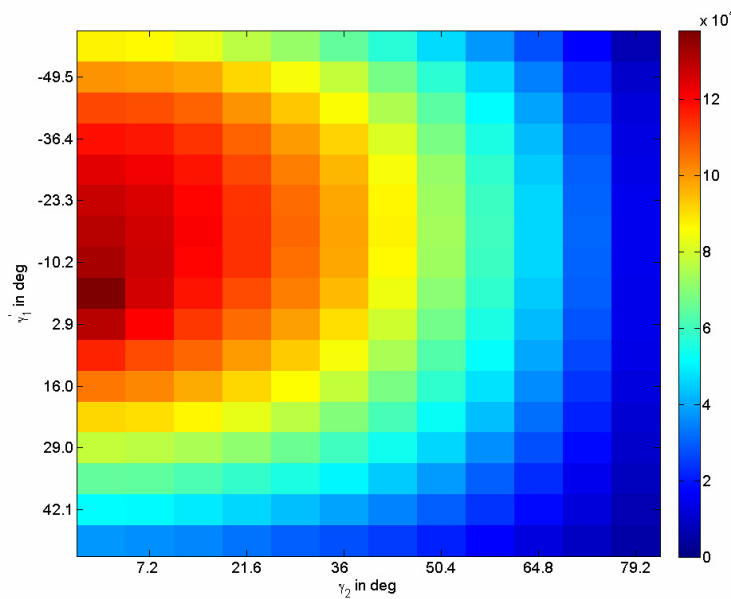


Abb. 8-11 Messung der Intensität in Abhängigkeit vom Off Spekularen Winkel  $\gamma_1'$  (Rotation um y-Achse) und  $\gamma_2$  (Rotation um x-Achse) für eine  $ZrO_2$  Probe mit dem Polfilter vor der Beleuchtung

Im Anschluss kommt es durch Mehrfachstreuung an den Inhomogenitäten im Medium zur vollständigen Depolarisation des Lichtes. Da wir den Polfilter vor der Kamera entfernt haben, können wir die abschließende Retransmission polarisationsunabhängig betrachten, deshalb ist die Reaktion des diffusen Anteils auf Änderungen der Eingangspolarisation ausschließlich von der ersten Transmission an der oberen Grenzfläche bestimmt. Die Effizienz dieses Streuprozesses und der abschließenden Transmission sind dabei unabhängig von der Eingangspolarisation. Folglich erwarten wir, dass  $\rho_b$  vom Kamerawinkel bestimmt wird.

Zur experimentellen Untersuchung der Symmetrie des Polarisationsverhaltens der  $ZrO_2$  Probe wurde die im vorherigen Abschnitt diskutierte Verkippungsserie erneut aufgenommen, allerdings mit dem Polfilter vor der Beleuchtung. Die Messergebnisse sind in Abb. 8-11 bis Abb. 8-13 dargestellt.

Erwartungsgemäß bleibt die Intensitätsmessung nahezu unverändert. Wie in Abb. 8-5 ist der Spekularpeak klar als Maximum der Intensität in der Nähe von  $\gamma_1' = 0$ ,  $\gamma_2 = 0$  erkennbar. Zusätzlich zur direkten Reflektion an der Oberfläche tritt diffuse Volumenstreuung auf, welche ungerichtet verläuft. Die Abnahme der Intensität für größere Verkippungswinkel folgt hauptsächlich aus der Vergrößerung der Fläche, auf welche die gleiche Lichtmenge trifft. Entsprechend ergibt sich wie in 8.2 ein zweites flaches Maximum für  $\gamma_1' = -22.5^\circ$ ,  $\gamma_2 = 0$ . Von da ausgehend fällt die Intensität weitestgehend cosinusförmig ab. Die absoluten Intensitäten zwischen beiden Experimenten (Abb. 8-5 und Abb. 8-11) sind nicht vergleichbar, weil eine unregelmäßige Lichtquelle verwendet wurde, deren Helligkeit nicht konstant ist. Die Vergleichbarkeit der Polarisationsgrößen beeinträchtigt dies aber nicht.

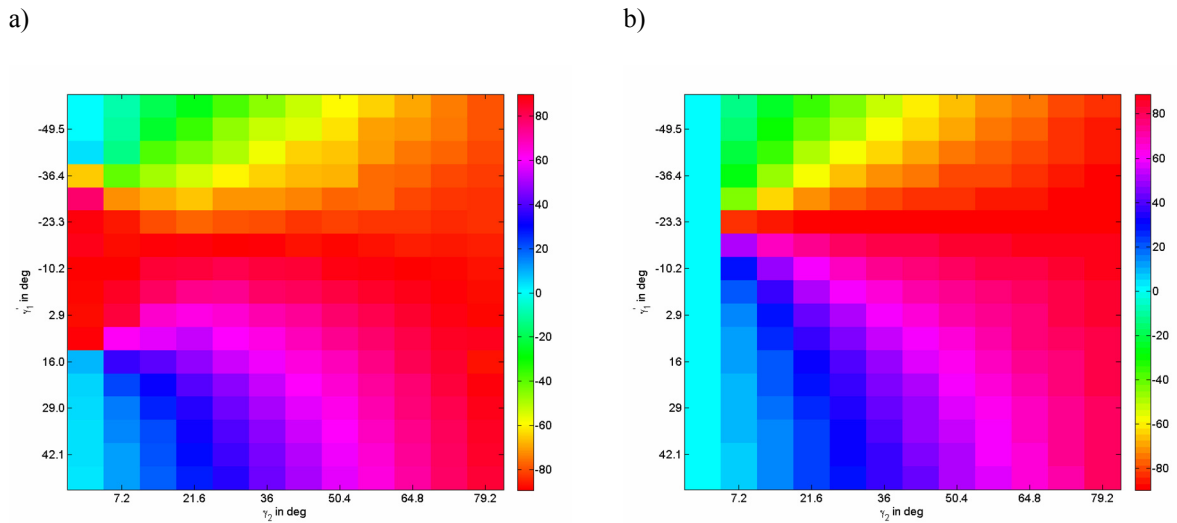


Abb. 8-12 Polarisationswinkels in Abhängigkeit vom Off-Spekularen Winkel  $\gamma_1$  (Rotation um y-Achse) und  $\gamma_2$  (Rotation um x-Achse) für eine  $\text{ZrO}_2$  Probe mit Polfilter vor der Beleuchtung, a) Messung, b) Simulation der diffusen Reflektion

Der Polarisationswinkel der Beleuchtung, für den die maximale Reflektivität der Probe erzielt wird, ist in Abb. 8-12 dargestellt. Erwartungsgemäß gilt für den Spekularpeak  $\theta_b = \theta_s$ , und  $\theta_b$  beträgt entsprechend wie bisher  $90^\circ$ . Im Gegensatz dazu zeigen sich für den Diffusanteil die vorhergesagten Unterschiede zum Experiment mit dem Polfilter vor der Kamera.

Im Modell lässt sich sehr einfach die Ursache dafür erklären. In Abb. 8-6 wurde der beim ersten Experiment erwartete Polarisationswinkel dargestellt. Er ergab sich aus dem Schnitt der durch Kameravektor und Oberflächennormale aufgespannten Ebene mit der Kameraebene. Jetzt ist der Polfilter vor der Beleuchtung platziert, deshalb wird  $\theta_b$  in einer Ebene senkrecht zur Beleuchtungsrichtung gemessen. Durch die Beleuchtungsrichtung und die Oberflächennormale wird die Einfallsebene für die erste Transmission bestimmt. Die Polarisation des einfallenden Lichtes bezüglich dieser Ebene ist maßgeblich für die Transmission. Da TM-polarisiertes Licht besser ins Material eindringen kann, folgt aus dem Schnitt der Einfallsebene mit der senkrecht zu Beleuchtung stehenden Ebene die Polarisationsrichtung  $\theta_b$ . In Analogie zu Gl. (8.4) erhalten wir

$$\tan \theta_b = \frac{\tan \gamma_2}{\sin(\varphi_1 + \gamma_1)} \quad (8.6)$$

Offensichtlich stimmt das gemessene  $\theta_b$  für die Diffuskomponente gut mit dieser Vorhersage des Modells überein. Zwischen Messung und Simulation ergeben sich erwartungsgemäß Abweichungen durch den in der Simulation nicht berücksichtigten Spekularpeak. Insbesondere ist erneut der Übergang von vorwiegend diffuser Reflektion zu vorwiegend spekularer Reflektion für  $\gamma_2 = 0$  durch den charakteristischen Sprung des Winkels  $\theta_b$  von  $0^\circ$  auf  $90^\circ$  klar zu erkennen.

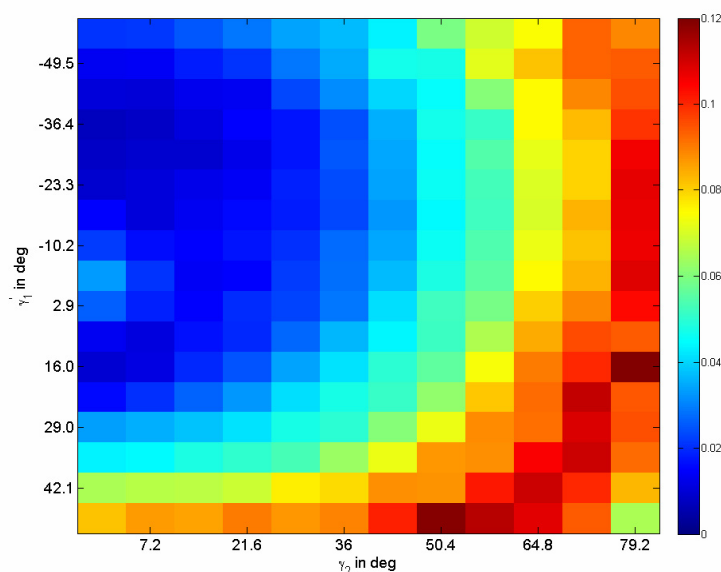


Abb. 8-13 Messung des Polarisationsgrades in Abhängigkeit vom Off-Spekularen Winkel  $\gamma_1$  (Rotation um y-Achse) und  $\gamma_2$  (Rotation um x-Achse) für eine  $ZrO_2$  Probe mit Polfilter vor der Beleuchtung

Auch im Polarisationsgrad ist der Spekularpeak um  $\gamma_1 = 0$ ,  $\gamma_2 = 0$  deutlich erkennbar. Wir beobachten außerdem im Übergangsbereich von spekulärer zu diffuser Reflexion den bekannten Abfall von  $\rho_b$ . Wie bereits erläutert, hängt  $\rho_b$  für diffuse Reflexion vom Kamerawinkel ab, deshalb ergibt sich zu Abb. 8-8 eine Spiegelsymmetrie. Aus dem zweiten Hauptsatz wissen wir, dass die Transmissionskoeffizienten unabhängig von der Richtung des Energietransportes sind. Deshalb stimmen die Fresnelkoeffizienten für das Eindringen und das Verlassen des Materials überein. Entsprechend folgt eine Symmetrie des Polarisationsgrades bzgl. des Einfallswinkels bzw. Beobachtungswinkels.

Der Polarisationsgrad des Kamera-Polfilter Aufbaus stimmt mit dem eines Lichtquelle-Polfilter Aufbaus überein, wenn der Beobachtungswinkel der ersten Anordnung mit der Einfallrichtung der zweiten identisch ist. In den Messungen ist diese Identität nur teilweise erfüllt. Speziell für hohe Verkippungswinkel ist der Polarisationsgrad geringer, wenn der Polfilter vor der Beleuchtung platziert wird.

## 8.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel haben wir untersucht, wie sich Verkippungen der Probe auf die Polarisationsparameter auswirken und dabei festgestellt, dass zurückgeworfenes Licht aus zwei gegensätzlich polarisierten Anteilen besteht. In Abhängigkeit von der optischen Konstellation dominiert entweder TE polarisierte spekulare Reflexion oder TM polarisierte diffuse Streuung.

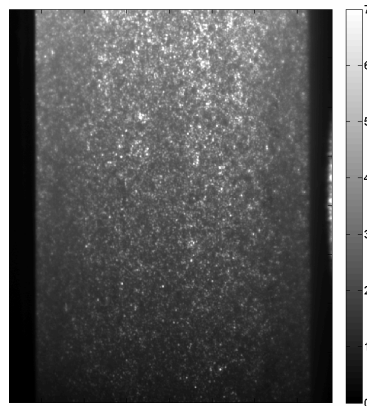


Abb. 8-14 Intensitätsbild der Oberfläche für spekulare Reflexion mit  $\theta_1 = \theta_2 = 45^\circ$  und  $\theta_3 = 0$

Als Zusammenfassung der bisherigen Erkenntnisse wollen wir nun beide Anteile getrennt untersuchen und dabei einen abschließenden Vergleich zwischen der Fresneltheorie und den Messung ziehen. Außerdem werden die Experimente jeweils mit dem Polfilter vor der Kamera und danach mit dem Filter vor der Beleuchtung durchgeführt. Als Prüfkörper wird wieder ein  $\text{ZrO}_2$  Stäbchen untersucht. Ein Intensitätsbild der Oberfläche bei spekularer Beleuchtung mit  $\theta_1 = \theta_2 = 45^\circ$  und  $\theta_3 = 0$  ist in Abb. 8-14 gegeben. Im Anschluss wird die Ausrichtung der Probe nicht verändert, in allen Versuchen gilt  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ .

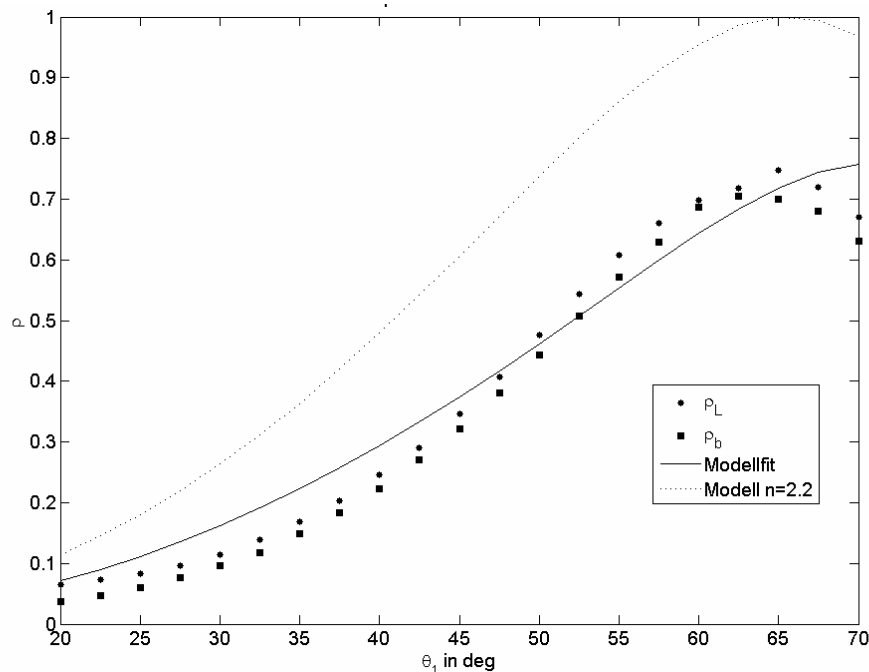


Abb. 8-15 Messung des Polarisationsgrades bei spekularer Reflexion. Für die Bestimmung von  $\rho_L$  ist der Polfilter vor der Kamera für  $\rho_L$  vor der Beleuchtung, es gilt  $\theta_3$  und  $\theta_1 = \theta_2$  wird entsprechend variiert. Der Modellfit ist durch die durchgezogene Linie gegeben.

Die spekulare Reflexion ist am stärksten, wenn Einfallswinkel und Beobachtungswinkel übereinstimmen. Trotzdem tritt spekulare Reflexion an rauen Oberflächen in einem ganzen Winkelbereich um diese

optische Konstellation herum auf. Die Breite des Spekularpeaks hatten wir dabei als Folge der statistischen Ausrichtung der unterschiedlichen Oberflächenfacetten interpretiert. Im Experiment werden jetzt Kamera- und Beleuchtungswinkel gleichermaßen variiert und wir erhalten  $\rho_L$ ,  $\rho_b$  für Polfilter vor der Kamera bzw. vor der Beleuchtung.

Der Unterschied zwischen beiden Messreihen ist gering und bleibt über nahezu den gesamten Winkelbereich konstant,  $\rho_b$  ist dabei für alle Messpunkte etwas kleiner als  $\rho_L$ . Mit steigendem Einfallswinkel erhöht sich in Übereinstimmung mit dem Fresnelmodell der Polarisationsgrad und erreicht sein Maximum am Brewsterwinkel.

Atkinson [11] benötigte für die polarisationsbasierte 3D Rekonstruktion diffuser Volumenstreuer quantitative Aussagen über die Abhängigkeit des Polarisationsgrades von der Oberflächenneigung und leitet deshalb aus dem experimentell bestimmten Brewsterwinkel die Brechzahl ab. In unserem Fall liegt das Maximum mit Polfilter vor der Kamera (mit Polfilter vor der Lichtquelle) bei  $65^\circ$  ( $62.5^\circ$ ), und wir erhalten mit dieser Methode  $n = 2.1$  ( $n = 1.9$ ).

Aus spektroskopischen Referenzmessungen ist bekannt, dass die Brechzahl für  $ZrO_2$  im sichtbaren Wellenlängenbereich etwa 2.2 [73] beträgt. Demzufolge ist die Abweichung zwischen dem experimentell bestimmten  $n$  und der Referenz relativ gering. Das Ergebnis des Fresnelmodells für spekulare Reflektion mit  $n = 2.2$  ist in Abb. 8-15 gepunktet zum Vergleich eingezeichnet. Offensichtlich stimmen die Lage des Maximums und der Signalverlauf mit den Messungen überein. Allerdings ist der gemessene Polarisationsgrad erheblich geringer als erwartete. Dieser Unterschied hat zwei wesentliche Ursachen. Der untersuchte Keramikprüfling hat eine in Abb. 8-14 deutlich erkennbare Oberflächenrauigkeit. Dies führt aufgrund der statistischen Ausrichtung der Oberflächenfacetten zu Depolarisation und verringert so den Polarisationsgrad. Außerdem tritt auch im Bereich des Spekularpeaks diffuse Volumenstreuung auf. Diese ist TM polarisiert und überlagert die TE Polarisation der Spekularkomponente, entsprechend wird der resultierende Polarisationsgrad reduziert. Wird das Fresnelmodell direkt an die Messdaten angepasst, so führt dies für die spekulare Messung auf einen effektiven Brechungsindex von  $n_{\text{eff}} = 2.2 - 1.7i$ . Die durch Volumenstreuung und Rauigkeit verursachte Depolarisation hat den hohen Imaginärteil von  $n_{\text{eff}}$  zur Folge. Die physikalische Absorption ist dabei deutlich geringer als die effektive.

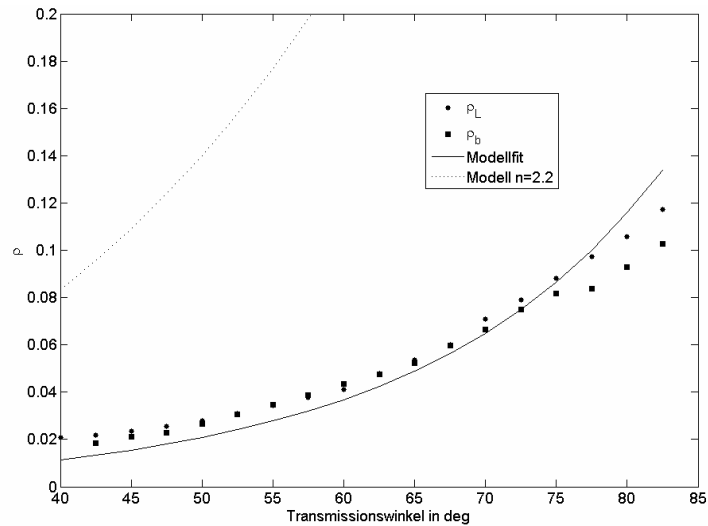


Abb. 8-16 Messung des Polarisationsgrades bei diffuser Reflexion. Für die Bestimmung von  $\rho_L$  ist der Polfilter vor der Kamera, es gilt  $\theta_1 = \theta_3 = 0$  und  $\theta_2$  wird entsprechend variiert. Mit dem Polfilter vor der Beleuchtung wird bei  $\theta_2 = \theta_3 = 0$  mit variierendem  $\theta_1$  gemessen. Der Modellfit ist durch die durchgezogene Linie gegeben.

Zur Charakterisierung der Diffuskomponente wird der Polfilter vor der Kamera platziert, und wir messen  $\rho_L$ . Oberflächennormale und Beleuchtungsrichtung sind dabei parallel, d.h. es gilt  $\theta_1 = 0$ . Variiert wird der Beobachtungswinkel  $\theta_2$ . Aus den Symmetrieuntersuchungen in 8.3 wissen wir, dass im diffusen Reflektionsmodell mit einem Polfilter vor der Beleuchtung die optische Konstellation mit  $\theta_2 = 0$  und variierendem  $\theta_1$  identisch ist. Messungen bestätigen die erwartete Symmetrie des Polarisationsmodells. Die Messpunkte für  $\rho_L$  und  $\rho_b$  liegen nah beieinander. Allerdings erfolgt der Anstieg von  $\rho_b$  für Transmissionswinkel  $>75^\circ$  etwas schwächer als für  $\rho_L$ . Dieses Verhalten wurde bereits in den Verkippungsserien Abb. 8-8 und Abb. 8-13 beobachtet.

Durch die diffuse Reflexion wird Licht weniger stark polarisiert als bei der direkten (spekularen) Reflexion an der Oberfläche. Aus dem auf diffuser depolarisierender Volumenstreuung basierenden Reflektionsmodell wurde mit dem Referenzwert  $n = 2.2$  der erwartete Polarisationsgrad berechnet und in Abb. 8-16 als gestrichelte Linie dargestellt.

Offensichtlich sind die experimentell bestimmten Polarisationsgrade wesentlich kleiner. Die direkte Anpassung des Modells führt deshalb auf eine effektive Brechzahl von  $n_{\text{eff}} = 1.2$ . Insbesondere verursacht auch beim diffusen Anteil die Rauigkeit der Oberfläche eine entsprechende Depolarisation.

## 9 ERWEITERUNG POLARISATION IMAGING

Bisher wurde die Reaktion der Polarisationsparameter auf Verkippungen und Verdrehungen des Bauteiles untersucht. Dabei befand sich ein drehbarer Polfilter entweder vor der Beleuchtung oder vor der Kamera. In diesem Kapitel werden, ausgehend von dieser einfachen Konfiguration, Polarisationsbilder aufgenommen, die ein kleines Keramikbauteil (4.3x1.1x60 mm) aus Yttrium-stabilisiertem Zirkoniumdioxid zeigen. Das Bauteil besteht aus demselben Material wie die in Kapitel 8 untersuchten Proben und hat eine raue Oberfläche. In der Mitte des Keramikstäbchens ist ein Kontakt aus Platinoxid aufgedruckt, der in den Intensitätsbildern als dunkles Rechteck erkennbar ist.

Ausgehend vom einfachen Standard Polarisation Imaging Aufbau wird gezeigt, wie sich die polarisationsbasierte Bildaufnahme durch die vollständige Messung der Stokesparameter erweitern lässt. Schließlich werden 12 der 16 Müllermatrixelemente für das Bauteil flächenhaft vermessen und durch Polare Dekomposition interpretiert.

### 9.1 Polarisation Imaging mit passiver und aktiver Beleuchtung

Zunächst wollen wir das in Kapitel 3 erläuterte Verfahren verwenden, um Polarisationsbilder der Probe aufzunehmen. Aus den theoretischen Überlegungen in Kapitel 4 und den in Kapitel 8 diskutierten experimentellen Ergebnissen wissen wir, dass die Polarisation des Streulichtes stark richtungsabhängig ist. Sind Oberflächennormale und Beobachtungsrichtung parallel, so erreicht der Polarisationsgrad sein Minimum. Wird die Oberfläche unter einem flacheren Winkel betrachtet, so erhöht sich entsprechend die Stärke der Polarisation, allerdings wird das Bild durch die Verkippung gestaucht. Wir wählen den Kamerawinkel  $\theta_2 = 65^\circ$ , wobei die Beleuchtung senkrecht zur Oberfläche steht ( $\theta_1 = 0$ ).

Wegen des hohen Kamerawinkels ist auch die Stirnfläche des Bauteils im Bild erkennbar. Außerdem zeigt sich die angesprochene Stauchung des Bildes in horizontaler Richtung. Der keramische Grundwerkstoff streut Licht viel stärker als das aufgedruckte Platinoxid, deshalb erscheint die Keramik im mit der beschriebenen Konstellation aufgenommenen Intensitätsbild Abb. 9-1 a) erheblich heller als der Metallkontakt. Aufgrund der stark ungerichteten, diffusen Streuung des Trägermaterials haben die Vertiefungen in der Oberfläche kaum Auswirkungen auf die Intensität. Im Gegensatz dazu ruft die lokale Abweichung der Oberflächenneigung eine Veränderung des Polarisationsgrades und des Polarisationswinkels hervor. Deshalb zeichnet sich speziell die große Delle im Bereich der Keramik sehr deutlich auf den Polarisationsbildern Abb. 9-1 b) und c) ab. Diese Empfindlichkeit gegenüber der Oberflächenneigung beruht auf der in 4.2.2 beschriebenen Polarisation durch Volumenstreuung.

Als ein zum herkömmlichen Polarisation Imaging sehr ähnliches Experiment wurde in 8.3 die Symmetrie des Reflektionsmodells mit einem Aufbau untersucht, welcher auf der aktiven Beleuchtung beruht. Dazu wurde der drehbare Polfilter vor der Kamera entfernt und vor der Beleuchtung platziert. Während beim ersten Experiment untersucht wird, wie stark die Oberfläche Licht polarisiert, wird bei diesem Versuch geprüft, wie stark die Reflektivität der Probe von der Polarisation der Beleuchtung abhängt. Durch die



Analyse des diffusen Reflektionsmodells hatten wir die starke Analogie zwischen beiden Experimenten aufgezeigt. Wir variieren jetzt den Versuchsaufbau entsprechend und bestimmen die Polarisationsbilder der gleichen Probe mit aktiver Beleuchtung. Dabei wählen wir die zum vorherigen Experiment symmetrische Konstellation  $\theta_2 = 0^\circ$  und  $\theta_1 = 65^\circ$ .

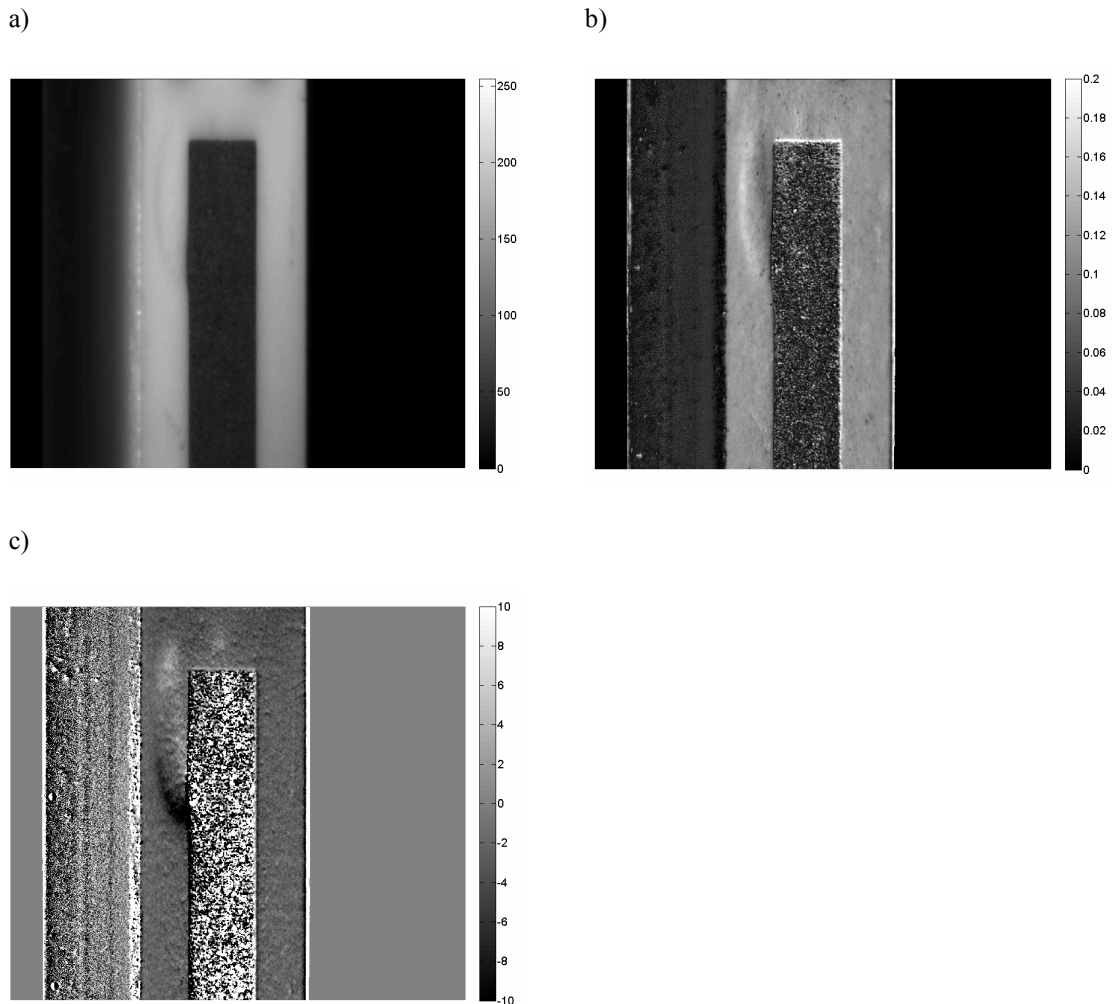


Abb. 9-1 Polarisationsbilder, aufgenommen mit Polfilter vor der Kamera; Zirkoniumdioxid Probe mit mittigem Platinoxidkontakt, optische Konstellation  $\theta_1 = 0^\circ$ ,  $\theta_2 = 65^\circ$ ; a) Intensitätsbild; b) Polarisationsgrad  $\rho_L$ ; c) Polarisationswinkel  $\theta$

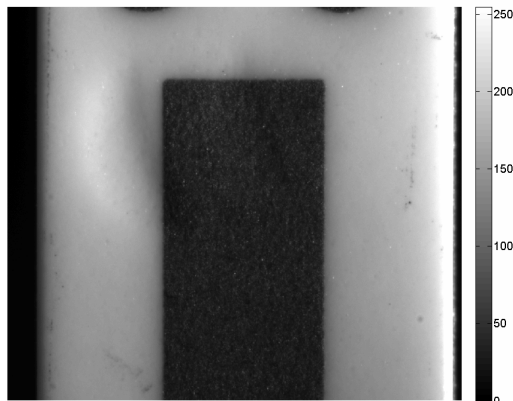
Die so aufgenommenen Bilder sind in Abb. 9-2 dargestellt. Offensichtlich sind diese Aufnahmen unverzerrt und deutlich schärfer als die mit Standard Polarisation Imaging erzielten. Aufgrund des relativ hohen Beleuchtungswinkels sind die Dellen in der Nähe des Kontaktes bereits im Intensitätsbild erkennbar.

Im Lambert- Modell ist klar, dass eine Variation der Oberflächenneigung bei nicht senkrechter Beleuchtung aufgrund der Cosinusabhängigkeit vom lokalen Einfallswinkel zu stärkeren Veränderungen der Intensität führt. Außerdem verursacht die Topologie der Oberfläche in Kombination mit der flach stehenden Beleuchtung zusätzliche Abschattungseffekte. Entsprechend erscheint der rechte (abgeschattet) Rand der Delle dunkler als der linke. Im Gegensatz dazu steigt der in Abb. 9-2 b) dargestellte Polarisationsgrad

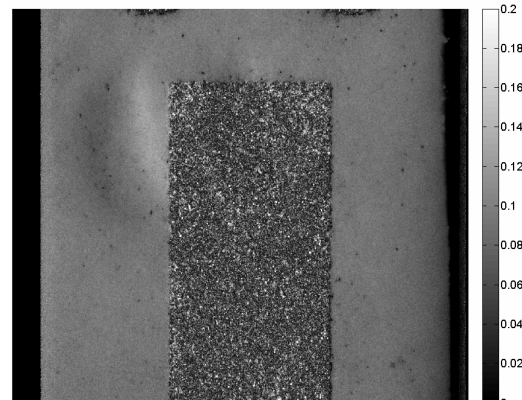
im abgeschatteten Bereich an und verringert sich am linken Rand der Delle. Wie beim vorherigen Versuch führt die Oberflächenneigung im beschädigten Bereich zu einer Veränderung des lokalen Einfallswinkels und resultiert entsprechend in einer Variation des Polarisationsgrades. Aus diesem Grund vergrößert sich der Polarisationsgrad im von der Lichtquelle abgewendeten und verringert sich im der Quelle zugewendeten Bereich.

Da sich der Polfilter vor der Beleuchtung befindet, beeinträchtigt er die Qualität der Abbildung nicht. Insbesondere werden die in 6.1 diskutierten Verschiebungen des Bildes vermieden. Entsprechend sind die Rohintensitätsbilder perfekt zueinander registriert und Randartefakte, die auf einer leichten Verschiebung der Bilder zueinander beruhen, treten in Abb. 9-2 nicht auf. Dagegen sind in Abb. 9-1 b) die Ränder des Platinoxidkontaktes deutlich verfälscht.

a)



b)



c)

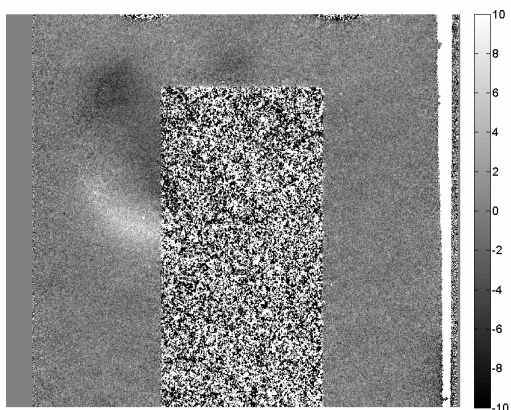


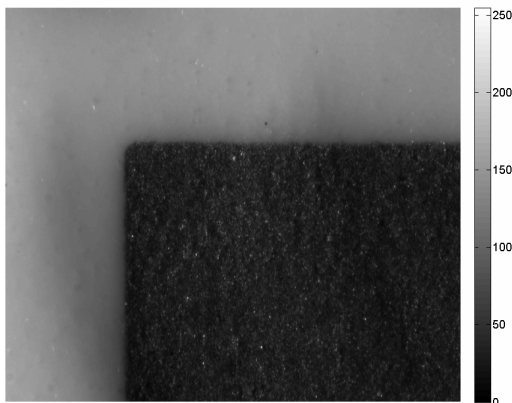
Abb. 9-2 Polarisationsbilder mit aktiver Beleuchtung, d.h. mit Polfilter vor der Beleuchtung; Zirkoniumdioxid Probe mit mittigem Platinoxidkontakt, optische Konstellation  $\theta_1 = 65^\circ$ ,  $\theta_2 = 0$ ; a) Intensitätsbild; b) Polarisationsgrad  $\rho_B$ ; c) Polarisationswinkel  $\theta$

Wenn sich der Polfilter vor der Beleuchtung befindet, hängt die Ausprägung des Polarisationseseffektes viel stärker vom Beleuchtungs- als vom Beobachtungswinkel ab (vgl. 8.3). Daher können wir  $\theta_2 = 0$  wählen

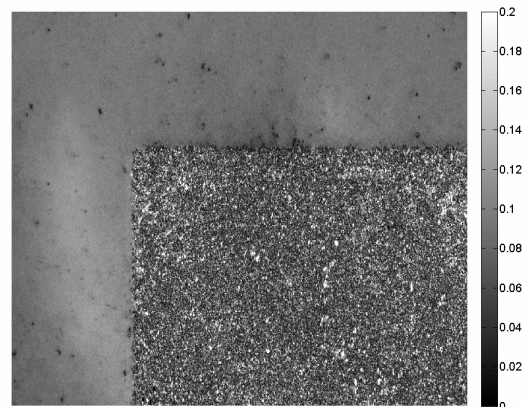
und sind mit dem unverkippt vor der Kamera platzierten Objekt nicht auf die Tiefenschärfe des Objektivs oder eine spezielle Scheinflug-Optik angewiesen.

Besonders in den Aufnahmen mit aktiver Beleuchtung zeigen sich zwei bisher nicht diskutierte Phänomene. Im bedruckten Bereich fällt sofort die hohe Variation der Polarisationsgrößen auf, außerdem sind im Bereich der Keramik zahlreiche Minima im Polarisationsgrad erkennbar. Um diese Effekte näher zu untersuchen, wurde ein kleinerer Ausschnitt der Probe mit einem telezentrischen Objektiv (Zeiss Visionmes 6/18/0.029) mit aktiver Beleuchtung erneut aufgenommen. In den entsprechenden Bildern Abb. 9-3 sind die Minima im Polarisationsgrad als schwarze Punkte auf der Keramik erkennbar.

a)



b)



c)

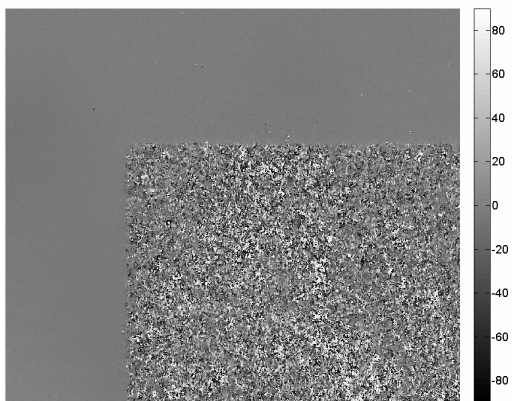


Abb. 9-3 Polarisationsbilder der bekannten Probe mit aktiver Beleuchtung, aufgenommen mit Zeiss Visionmes 6/18/0.029, optische Konstellation  $\theta_1 = 65^\circ$ ,  $\theta_2 = 0$ ; a) Intensitätsbild; b) Polarisationsgrad  $\rho_B$ ; c) Polarisationswinkel  $\theta$

An diesen Stellen zeigt sich bei näherer Untersuchung, dass sich im Intensitätsbild glänzende Punkte mit höherem Grauwert als in der Umgebung befinden. Offensichtlich sind auf der Oberfläche kleine Partikel angebacken, die Licht teilweise spekulär reflektieren. Volumen- und Oberflächeneffekt sind gegensätzlich polarisiert. Entsprechend führen kleine spekulär reflektierende Facetten zu einer Verringerung des

Polarisationsgrades in diesem Bereich, weil sich die diffuse und die spekulare Polarisation teilweise kompensieren. Diese zeigt sich in Abb. 9-3 b) an diversen Stellen im Bereich der Keramik als schwarze Punkte.

Bei der starken Texturierung des mit Platinoxid bedruckten Kontaktes handelt es sich nicht um einen Artefakt der Bildaufnahme. Der Kontaktbereich ist, wie auf dem vergrößerten Intensitätsbild erkennbar, sehr rau. Durch die wechselnde Ausrichtung der Oberflächenfacetten ändern sich deshalb die Polarisationsparameter innerhalb kleiner räumlicher Nachbarschaften relativ stark.

Ein Vergleich der mit passiver und aktiver Beleuchtung aufgenommenen Polarisationsbilder bestätigt die erwartete ähnliche Sensitivität beider Verfahren für Oberflächendefekte. Die Delle im Kontaktbereich ist in allen Polarisationsbildern erkennbar. Für die praktische Umsetzung beider Verfahren ergeben sich aber experimentelle Unterschiede, welche teilweise die Qualität der Bilder beeinflussen. Die perfekte Registrierung der Rohintensitätsbilder und die senkrechte Beobachtung der Probe (geringere Tiefenschärfe notwendig, keine Bildstauchung) sind Vorteile des Ansatzes mit aktiver Beleuchtung. Da kein Polfilter vor der Kamera platziert werden muss, ergeben sich außerdem keine Einschränkungen bezüglich des Arbeitsabstandes für das Objektiv. Im Gegensatz dazu ist das Verfahren mit passiver Beleuchtung unempfindlich gegenüber Fremdlicht und kann ohne größeren Aufwand auch auf mehrere Lichtquellen erweitert werden.

## 9.2 Vollständige Bestimmung der Stokes Parameter

Elliptische Polarisation kann durch die Drehung eines Polarisationsfilters vor der Kamera nicht gemessen werden. Aus diesem Grund hatten wir in 3.2 den linearen Polarisationsgrad  $\rho_L = \rho \cos 2\varepsilon$  eingeführt. Alle bisherigen Experimente zielten auf die Bestimmung von  $\rho_L$  unter Vernachlässigung der Elliptizität  $\varepsilon$  ab. In einigen Fällen (z.B. bei polarisierter Beleuchtung) tritt ein nicht vernachlässigbarer elliptisch polarisierter Anteil auf. Wird eine ebene Grenzfläche mit einer linear polarisierten Welle angeregt, so führt die Phasendifferenz  $\Delta$  zwischen den Fresnelkoeffizienten (vgl. (4.6)) zur Entstehung elliptischer Polarisation, wenn die Anregung nicht vollständig TE bzw. TM polarisiert war. Neben der optischen Konstellation hängt  $\Delta$  stark vom Imaginärteil der Brechzahl ab. Deshalb ist die Elliptizität der reflektierten Welle sehr gut geeignet, um bestimmte Materialgruppen zu unterscheiden [37].

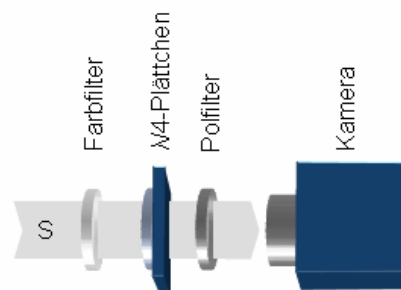


Abb. 9-4 Experimenteller Aufbau zur Messung des vollständigen Stokesvektors

Durch den Stokesvektor  $\mathbf{S}$  kann ein Polarisationszustand vollständig beschrieben werden. Weil die Müllermatrix eines linearen Polfilters in der vierten Spalte keine Einträge ungleich Null enthält, konnten

wir bisher nur die ersten drei Elemente des Stokesvektors bestimmen. Verwenden wir zusätzlich zum Polarisationsfilter ein Bauteil aus optisch anisotropem Material, so lässt sich auch die vierte, bisher unbekannte Komponente von  $\mathbf{S}$  ermitteln. Am einfachsten kann dies mit einem  $\lambda/4$ -Plättchen unter Verwendung der Messvorschrift Gl. (3.12) erreicht werden. Um diesen Zusammenhang zu verallgemeinern, betrachten wir nun das Signalmodell des in Abb. 9-4 gegebenen Aufbaus. Die einfallende Welle trifft auf das  $\lambda/4$ -Plättchen, dort wird, in Abhängigkeit von dessen Drehwinkel  $\beta$ , eine Phasenverschiebung zwischen den orthogonalen Polarisationskomponenten hervorgerufen. Durch diese Phasenverschiebung wird elliptische in lineare Polarisation umgewandelt und umgekehrt. Anschließend passiert das Licht den Polfilter vor der Kamera. Mit dem Polfilterwinkel  $\alpha$  und der Ausrichtung des  $\lambda/4$ -Plättchen  $\beta$  ergibt sich im Stokesformalismus der folgende Zusammenhang

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_0^C \\ \mathbf{S}_1^C \\ \mathbf{S}_2^C \\ \mathbf{S}_3^C \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\alpha & \sin 2\alpha & 0 \\ \cos 2\alpha & \cos^2 2\alpha & \sin 2\alpha \cos 2\alpha & 0 \\ \sin 2\alpha & \sin 2\alpha \cos 2\alpha & \sin^2 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\beta & \cos 2\beta \sin 2\beta & \sin 2\beta \\ 0 & \cos 2\beta \sin 2\beta & \sin^2 2\beta & -\cos 2\beta \\ 0 & -\sin 2\beta & \cos 2\beta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_0 \\ \mathbf{S}_1 \\ \mathbf{S}_2 \\ \mathbf{S}_3 \end{bmatrix} \quad (9.1)$$

An der Kamera wird die Intensität, nämlich die erste Komponente des Stokesvektor  $\mathbf{S}_0^C$ , gemessen, wir erhalten entsprechend das Signalmodell

$$I(\alpha, \beta) = \frac{1}{4} [A(\alpha) + B(\alpha) \sin 4\beta + C(\alpha) \cos 4\beta + D(\alpha) \sin 2\beta + E(\alpha) \cos 2\beta] \quad (9.2)$$

mit den Abkürzungen

$$\begin{aligned} A(\alpha) &= 2\mathbf{S}_0 + \mathbf{S}_1 \cos 2\alpha + \mathbf{S}_2 \sin 2\alpha & D(\alpha) &= 2\mathbf{S}_3 \cos 2\alpha \\ B(\alpha) &= \mathbf{S}_1 \sin 2\alpha + \mathbf{S}_2 \cos 2\alpha & E(\alpha) &= -2\mathbf{S}_3 \sin 2\alpha \\ C(\alpha) &= \mathbf{S}_1 \cos 2\alpha - \mathbf{S}_2 \sin 2\alpha \end{aligned} \quad (9.3)$$

Mit  $F = \sqrt{\mathbf{S}_1^2 + \mathbf{S}_2^2}$ ;  $G = 2\mathbf{S}_3$  vereinfacht sich  $I(\alpha, \beta)$  weiter zu

$$I(\alpha, \beta) = \frac{1}{4} [A + F \cos 4(\beta - \beta_1) + G \cos 2(\beta - \beta_2)] \quad (9.4)$$

$$\text{wobei gilt} \quad \tan \beta_1 = -\frac{B}{C} \quad \tan \beta_2 = -\frac{D}{E} \quad (9.5)$$

Im Folgenden bleibt der Polfilterwinkel konstant, wir wählen  $\alpha = 0$ . Wird jetzt das  $\lambda/4$ -Plättchen bei fest stehendem Polfilter gedreht, so ist der Intensitätsverlauf am Detektor eine Funktion aller Elemente des Stokesvektors und des Retarderwinkels. Es gilt

$$I(\beta) = \frac{1}{4} [2\mathbf{S}_0 + \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_1 \cos 4\beta + \mathbf{S}_2 \sin 4\beta + 2\mathbf{S}_3 \sin 2\beta] \quad (9.6)$$

Bei äquidistanter Abtastung dieses Signals mit den  $N$  Retarderwinkeln  $\beta_n = 2\pi n / N$  erhalten wir entsprechend den Stokesvektors aus den korrespondierenden Intensitäten  $\mathbf{I}_n$ .

$$\begin{aligned}
 S_0 &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N 4I_n - S_1 \right) & S_1 &= \frac{2}{N} \operatorname{Re} \left( \sum_{n=1}^N 4I_n \exp(-4i\beta_n) \right) \\
 S_2 &= -\frac{2}{N} \operatorname{Im} \left( \sum_{n=1}^N 4I_n \exp(-4i\beta_n) \right) & S_3 &= \frac{1}{N} \left| \sum_{n=1}^N 4I_n \exp(-2i\beta_n) \right|
 \end{aligned}
 \quad (9.7)$$

Die experimentelle Realisierung dieser Messung wurde, wie in 5.2 beschrieben, durchgeführt. Zum Einsatz kam dabei ein achromatischer Retarder von Tower Optical, welcher aus einer geeigneten Kombination von Kristallglas und Magnesiumfluorid besteht. Elliptische Polarisation tritt vor allem in spekulärer Reflexion auf, deshalb wird die Keramikprobe jetzt mit  $\theta_1 = \theta_2 = 32.5^\circ$  untersucht. Vor der Lichtquelle befindet sich dabei ein Polfilter, dessen Durchlassrichtung  $-45^\circ$  beträgt.

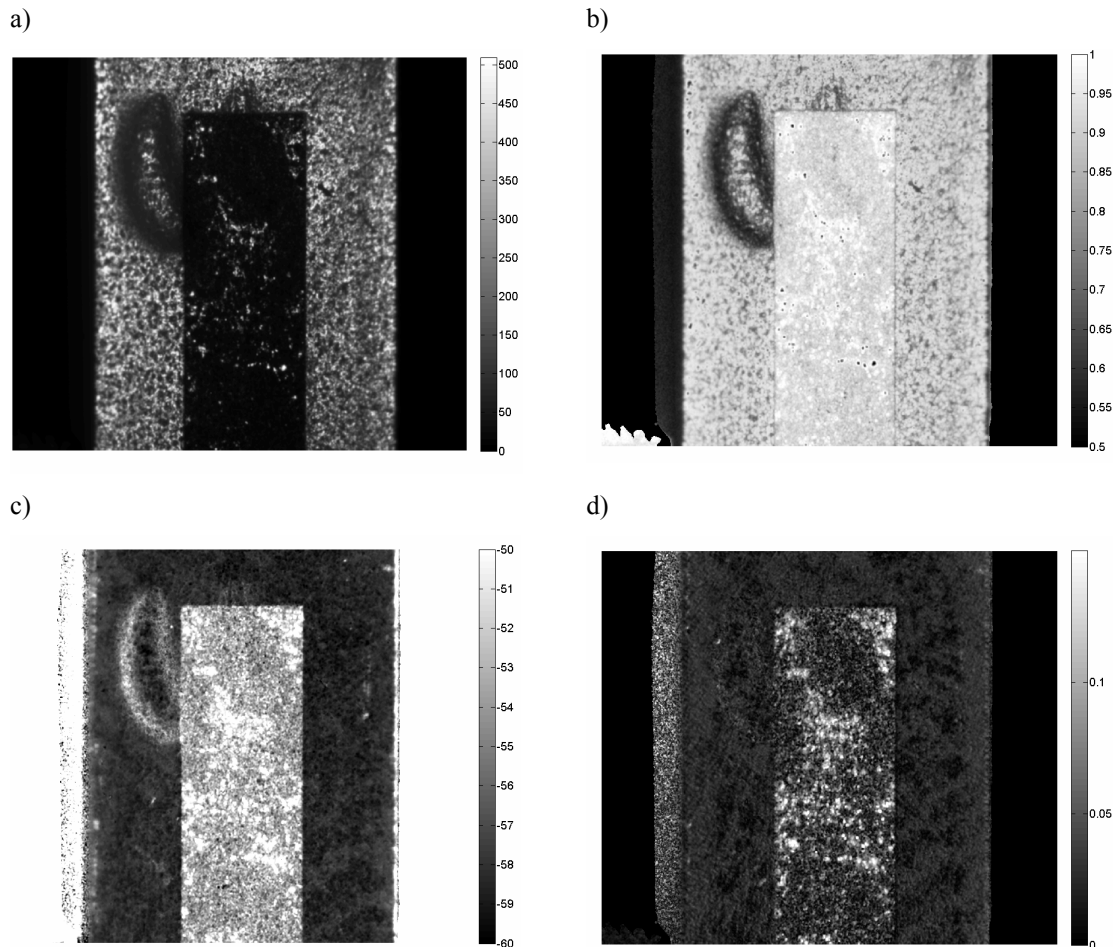


Abb. 9-5 Polarisationsbilder mit polarisierter Beleuchtung (Polfilterwinkel  $-45^\circ$ ), aufgenommen mit  $\lambda/4$ -plättchen und Polfilter vor der Kamera, optische Konstellation  $\theta_1 = \theta_2 = 32.5^\circ$ ; a) Intensität  $S_0$ ; b) Polarisationsgrad  $\rho$ ; c) Polarisationswinkel  $\theta$ ; d) Elliptizität  $e$

Aus dem gemessenen Stokesvektor werden die Intensität, der Polarisationsgrad, der Polarisationswinkel und die Elliptizität berechnet. Eine Darstellung der Ergebnisse ist in Abb. 9-5 gegeben. Intensität und Polarisationswinkel entsprechen den auch mit dem Standardverfahren gemessenen Größen. Im Gegensatz dazu handelt es sich bei Abb. 9-5 b) um den wirklichen Polarisationsgrad, d.h. auch elliptische Polarisation ist berücksichtigt. Die Stärke der elliptischen Polarisation ist als Elliptizität in Abb. 9-5 d) dargestellt.

Durch die gewählte spekulare Konstellation sind die Dellen im Intensitätsbild Abb. 9-5 a) gut erkennbar. Insbesondere führt die Oberflächenrauigkeit zur einer charakteristischen Texturierung im Bereich der Keramik. Der Polarisationsgrad Abb. 9-5 b) ist wegen der polarisierten Beleuchtung erwartungsgemäß erheblich höher als in den bisherigen Experimenten. Dennoch sind die Dellen und der Metallkontakt aufgrund von Depolarisationseffekten deutlich erkennbar. Wegen des bereits ausführlich diskutierten Volumeneffektes depolarisiert die Keramik stärker als das aufgedruckte Metall. Im Keramikbereich ist der mittlere Polarisationsgrad dementsprechend niedriger als auf dem Platinoxidkontakt.

Durch die Variation der Oberflächenneigung im Bereich der Delle tritt lokal ein Übergang von spekularer zu diffuser Reflektion auf. Dies zeigt sich auch durch eine Abnahme der Intensität im geneigten Oberflächenbereich (vgl. Abb. 9-5 a)). Natürlich verursacht die diffuse Reflektion in einem erheblichen Maße Depolarisation, insofern wird klar, warum sich der Defekt im Polarisationsgrad sehr deutlich hervorhebt. Auch der Platinoxidkontakt ist nicht vollständig eben. Bereits im Intensitätsbild ist erkennbar, dass sich der Defekt offensichtlich bis in diesen Kontaktbereich zieht. Unter dem Mikroskop erscheint der Kontakt größtenteils mattgrau, allerdings gibt es in direkter Umgebung der Defekte einige hellmetallisch glänzende Bereiche. Diese sind in Abb. 9-5 d) gut erkennbar und zeichnen sich durch eine höhere Elliptizität des reflektierten Lichtes aus.

Der auf dem Bauteil gemessene Polarisationswinkel liegt größtenteils im Intervall  $[-60^\circ, -50^\circ]$  und weicht somit erheblich von der Eingangspolarisation von  $-45^\circ$  ab. Das bedeutet, die Probe dreht die Polarisationsrichtung bei der weitestgehend spekularen Reflektion an der Oberfläche. Diese Polarisationsdrehung wird durch die unterschiedlichen Beträge der Fresnelkoeffizienten verursacht.

Eine einfallende Welle mit einer Polarisationsrichtung von  $-45^\circ$  kann in ihre TE- und ihre TM-Komponente zerlegt werden. Beide Komponenten sind vor der Reflektion gleich groß. Bei Fresnelreflektion mit nicht senkrechtem Einfall wird die TE-Komponente von der Oberfläche stärker reflektiert als der TM-Anteil, entsprechend dreht sich die Resultierende des reflektierten Feldes in TE-Richtung. Die Stärke der Polarisationsdrehung hängt dabei vom Unterschied zwischen den Fresnelkoeffizienten beider Polarisationen ab. Erwartungsgemäß ist diese Differenz auf der Keramik größer als auf dem Metall, entsprechend ist die Veränderung des Polarisationswinkels auf der Keramik stärker ausgeprägt als im Kontaktbereich.

In einem weiteren Experiment verändern wir jetzt die Polarisation der Beleuchtung auf  $0^\circ$ , genauer gesagt, ist die anregende Welle also TM polarisiert. Dies hat nur geringfügige Veränderungen des Intensitätsbildes Abb. 9-6 a) zur Folge. Im Gegensatz dazu ist der gemessene Polarisationsgrad Abb. 9-6 b) erheblich geringer als beim vorherigen Versuch. Offensichtlich begünstigt die TM-Beleuchtung also Depolarisationseffekte.

Im Modell des diffusen Volumenstreuers 4.2.2 kann dieses Phänomen für die Keramik erläutert werden. Der TM-Transmissionskoeffizient für die obere Luft-Keramik Grenzfläche ist größer als der für TE-Polarisation. Entsprechend erhöht sich bei Vergrößerung des TM-Anteils der Beleuchtung die Menge des in die Keramik eindringenden Lichtes. Da Inhomogenitäten im Material zu Depolarisation durch Streuung führen, hatten wir im Reflektionsmodell angenommen, das Licht in der Keramik sei unpolarisiert. Während der anschließenden Rücktransmission durch die obere Grenzfläche wird es dann erneut polarisiert, allerdings nur partiell. Aus diesem Grund reduziert der für die TM-Komponente stärker auftretende Volumeneffekt den Polarisationsgrad des reflektierten Lichtes.

Für die TM polarisierte Beleuchtung wird keine Veränderung der Polarisationsrichtung bei einer einfa-

chen spekularen Oberflächenreflektion erwartet. Bei der diesbezüglichen Messung Abb. 9-6 c) beträgt der mittlere Polarisationswinkel etwa  $0^\circ$ . Der Unterschied zwischen Keramik und Platinoxid ist demgemäß viel geringer als beim vorherigen Versuch. Da die einfallende Welle nur eine Polarisationsrichtung enthält, ist auch die elliptische Polarisation viel schwächer als beim Experiment in Abb. 9-5.

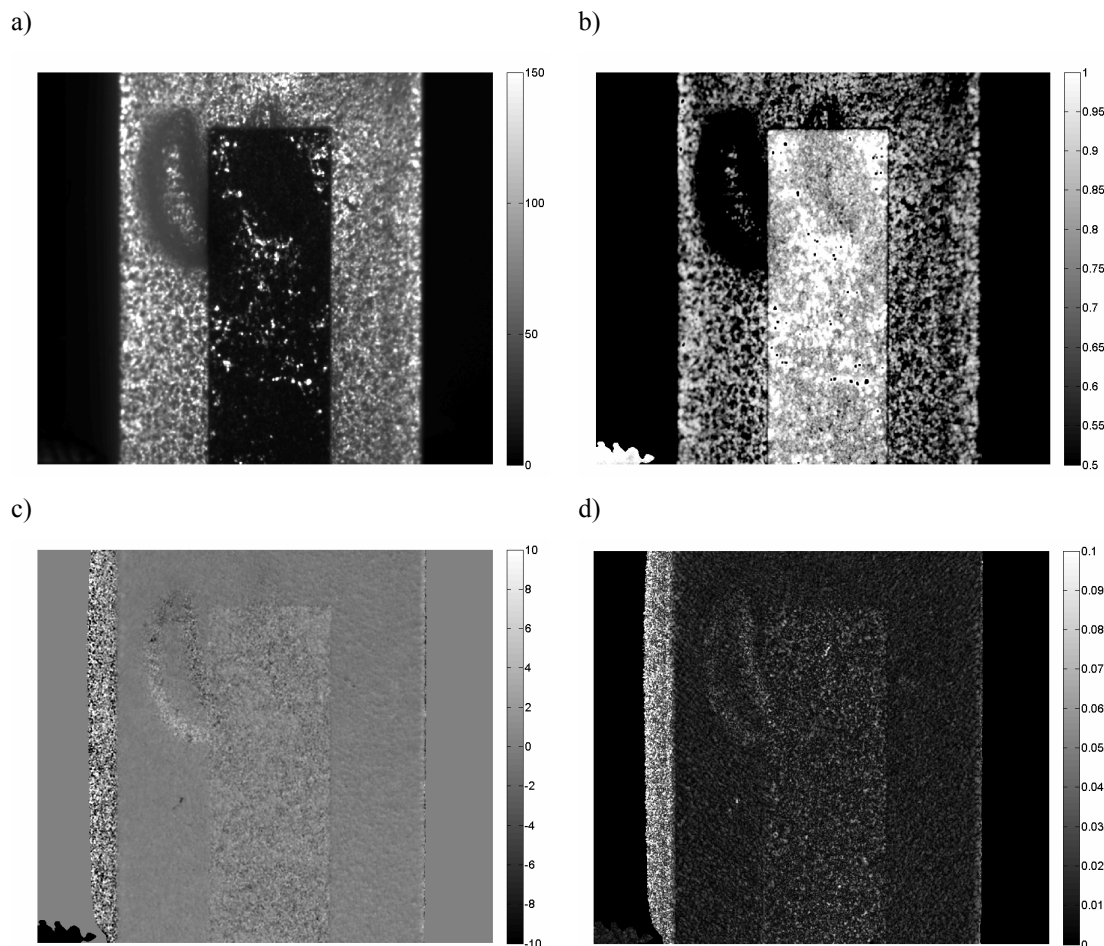


Abb. 9-6 Polarisationsbilder mit polarisierter Beleuchtung (Polfilterwinkel  $0^\circ$ ), aufgenommen mit  $\lambda/4$ -Plättchen und Polfilter vor der Kamera, optische Konstellation  $\theta_1 = \theta_2 = 32.5^\circ$ ; a) Intensität  $S_0$ ; b) Polarisationsgrad  $\rho$ ; c) Polarisationswinkel  $\theta$ ; d) Elliptizität  $\epsilon$

Erwartungsgemäß zeigt sich eine starke Abhängigkeit der Polarisationsbilder von der Polarisation der Beleuchtung. Außerdem verdeutlicht das Experiment, dass bei vollständig polarisierter Beleuchtung die Kontraste und Veränderungen in den Bildern sehr stark von der Polarisationsrichtung der Beleuchtung abhängen. Die Polarisationsgrößen sind demzufolge eine Funktion des Polarisationswinkels der Beleuchtung. Offensichtlich erschließt sich in dieser Form ein weiterer Informationskanal.

### 9.3 Bestimmung der Depolarisation

Wir wollen nun die im vorherigen Abschnitt diskutierte Abhängigkeit der Polarisationsbilder vom Polarisationswinkel der Beleuchtung näher untersuchen. Dazu wird das entsprechende Experiment weiter





$$D = \frac{||r_1|^2 - |r_2|^2|}{|r_1|^2 + |r_2|^2} \quad (9.13)$$

Mit  $D = \sqrt{\mathbf{M}_{01}^2 + \mathbf{M}_{02}^2 + \mathbf{M}_{03}^2} / \mathbf{M}_{00}$  und dem Diattenuationsvektor  $\mathbf{D} = 1/\mathbf{M}_{00} [\mathbf{M}_{01} \quad \mathbf{M}_{02} \quad \mathbf{M}_{03}]^T$  kann  $\mathbf{M}_D$  für die Müllermatrix  $\mathbf{M}$  direkt bestimmt werden. Es gilt

$$\mathbf{M}_D = T_u \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{D}^T \\ \mathbf{D} & \mathbf{m}_D \end{bmatrix} \quad \mathbf{m}_D = \sqrt{1-D^2} \mathbf{I} + (1-\sqrt{1-D^2}) \hat{\mathbf{D}} \hat{\mathbf{D}}^T \quad (9.14)$$

$$\hat{\mathbf{D}} = \mathbf{D} / |\mathbf{D}|$$

mit  $T_u = \mathbf{M}_{00}$ .

Jetzt multiplizieren wir  $\mathbf{M}$  von rechts mit der Inversen von  $\mathbf{M}_D$  und erhalten  $\mathbf{M}' = \mathbf{M} * \mathbf{M}_D^{-1} = \mathbf{M}_\Delta \mathbf{M}_R$ . Der erste Anteil wurde so bereits abgespalten, und  $\mathbf{M}'$  hat entsprechend keinen Diattenuationsanteil mehr.  $\mathbf{M}'$  ist dabei keine reine Retardancematrix, weil zusätzlich Depolarisation auftreten kann. Es ergibt sich die folgende Form

$$\mathbf{M}' = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{P}_\Delta & \mathbf{m}' \end{bmatrix} \quad (9.15)$$

Für die Submatrix  $\mathbf{m}'$  gilt  $\mathbf{m}' = \mathbf{m}_\Delta \mathbf{m}_R$  mit

$$\mathbf{m}_\Delta = \pm \left[ \mathbf{m}' (\mathbf{m}')^T + (\sqrt{\lambda_1 \lambda_2} + \sqrt{\lambda_2 \lambda_3} + \sqrt{\lambda_3 \lambda_1}) \mathbf{I} \right]^{-1} \quad (9.16)$$

$$* \left[ (\sqrt{\lambda_1} + \sqrt{\lambda_2} + \sqrt{\lambda_3}) \mathbf{m}' (\mathbf{m}')^T + \sqrt{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \mathbf{I} \right]$$

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  sind dabei die Eigenwerte von  $\mathbf{m}' (\mathbf{m}')^T$ . Das positive Vorzeichen in Gl. (9.16) wird verwendet, wenn die Determinante von  $\mathbf{m}'$  positiv ist, ansonsten entsprechend das negative. Aus  $\mathbf{m}_\Delta$  folgt die allgemeine Depolarisationsmatrix

$$\mathbf{M}_\Delta = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{P}_\Delta & \mathbf{m}_\Delta \end{bmatrix} \quad (9.17)$$

Die Stärke der auftretenden Depolarisation wird dabei als Depolarization Power  $\Delta$  charakterisiert und kann direkt aus der Depolarisationsmatrix  $\mathbf{M}_\Delta$  mit

$$\Delta = 1 - \frac{|\text{Tr}(\mathbf{M}_\Delta) - 1|}{3} \quad (9.18)$$

berechnet werden.  $\Delta$  stellt dabei einen Mittelwert der auftretenden Depolarisation entlang der drei Hauptachsen von  $\mathbf{M}$  dar und liegt im Intervall  $[0 \quad 1]$ . Für eine vollständig depolarisierende Müllermatrix gilt  $\Delta = 1$ .

Es existieren weitere Metriken zur Beschreibung der Depolarisationseigenschaften [54, 55, 143]. Der von Gil und Bernabeu [54] eingeführte Depolarisationsindex  $P_D$  ist als euklidischer Abstand einer Müllermatrix vom idealen Depolarisator definiert. Es gilt entsprechend

$$P_D = \frac{\sqrt{\sum_{i,j=0}^3 M_{ij}^2 - M_{00}^2}}{\sqrt{3}M_{00}} \quad (9.19)$$

$P_D$  liegt dabei im Intervall  $[0 \ 1]$ . Definitionsgemäß erhalten wir bei vollständiger Depolarisation  $P_D = 0$ . Um die Phasendrehung der Müllermatrix von der Depolarisation zu trennen, multiplizieren wir nun  $\mathbf{M}'$  von links mit der Inversen der Depolarisationsmatrix.

$$\mathbf{M}_R = \mathbf{M}_\Delta^{-1} \mathbf{M}' \quad (9.20)$$

Aus  $\mathbf{M}_R$  kann die Retardance R direkt angegeben werden.

$$R = \cos^{-1} \left( \frac{\text{Tr}(\mathbf{M}_R)}{2} - 1 \right) \quad (9.21)$$

Gegenüber den Versuchen in 9.2 wurde die Keramikprobe unverändert in spekularer Reflektion mit einer Konstellation von  $\theta_1 = \theta_2 = 32.5^\circ$  untersucht. Wie angesprochen lassen sich mit zwei Polfiltern und einem  $\lambda/4$ -Plättchen nur 12 der 16 Elemente der Müllermatrix bestimmen. Sowohl der Polfilter vor der Beleuchtung als auch das  $\lambda/4$ -Plättchen vor der Kamera wurden dabei jeweils in  $36^\circ$  Schritten gedreht. Für die Berechnung der Müllermatrix konnten so alle Kombinationen beider Winkel im Intervall  $[0 \ 180^\circ]$  berücksichtigt werden. Insgesamt ergeben sich  $6 \times 6$  Rohintensitätsbilder zur pixelweisen Lösung von Gl. (9.10). Durch Polare Dekomposition folgen schließlich die in Abb. 9-7 dargestellten Ergebnisbilder.

Die in diesem Abschnitt eingeführte Erweiterung der Auswertung hat nur geringfügigen Einfluss auf das Intensitätsbild, obwohl die in Abb. 9-7 a) dargestellte Intensität proportional zu  $M_{00}$  ist und deshalb direkt von der Reflektivität für unpolarisiertes Licht bestimmt wird. So ergibt sich ein wesentlicher physikalischer Unterschied zwischen Abb. 9-7 a) und Abb. 9-6 a). In 9.2 wurde die Reflektivität für die jeweilige Eingangspolarisation (für Abb. 9-6 a) z.B. TM-Polarisation) als Intensität bezeichnet, während wir in Abb. 9-7 a) die Reflektivität für unpolarisiertes Licht messen. Trotzdem ist der Unterschied zwischen den Intensitätsbildern relativ gering. Wie bereits in 9.2 diskutiert, führt die spekulare Konstellation auch in Abb. 9-7 a) zu einer hohen Sensitivität für abweichende Oberflächennormalen. Der scharfe (offensichtlich nur schwach von der Polarisation abhängige) Spekularpeak verursacht an Oberflächenebenenheiten und somit ebenfalls an beiden Defekten eine deutliche Reduzierung der gemessenen Intensität.

In Übereinstimmung mit dem Modell des diffusen Volumenstreuers ist die im Bereich der Keramik auftretende Depolarisation stärker als auf dem Metall. Dies wurde experimentell bisher nur für zwei spezielle Eingangspolarisationen (reine TM-Beleuchtung und gleiche Anteile TE und TM Polarisation) in 9.2 experimentell nachgewiesen.

In diesem Versuch zeigt sich sowohl beim Depolarisationsindex Abb. 9-7 d) als auch bei der Depolarisation Power Abb. 9-7 b), dass die Keramik stärker depolarisiert als das Metall. Aufgrund der unterschiedlichen Definitionen für beide Depolarisationsparameter (Gl. (9.18) bzw. Gl. (9.19)) unterscheiden sich die Bilder hinsichtlich ihrer Empfindlichkeit für Defekte. Insbesondere ist die Zunahme der Depolarisation durch die nichtspekulare Reflektion im Defektbereich erheblich besser in Abb. 9-7 d) als in Abb. 9-7 b) erkennbar.

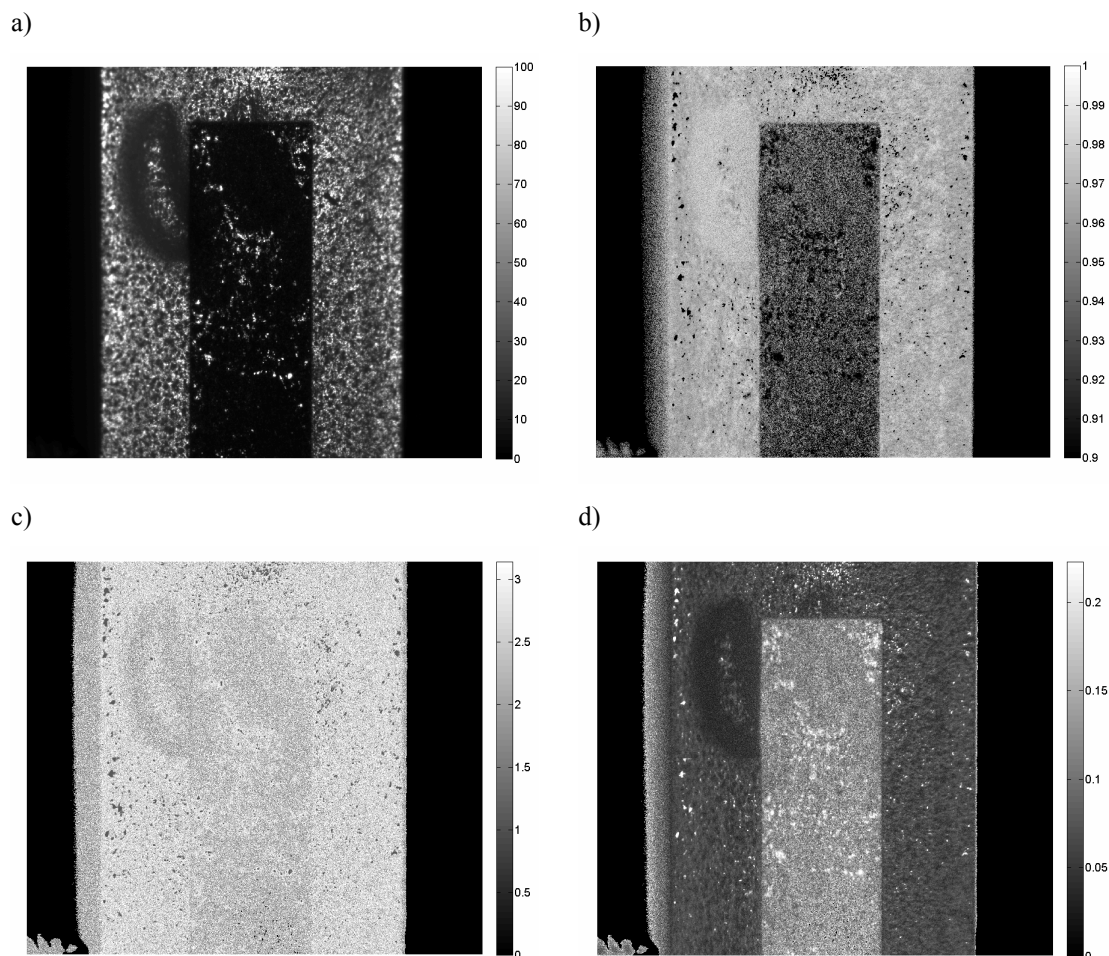


Abb. 9-7 Polarisationsbilder der Keramikprobe mit polarisierter Beleuchtung, aufgenommen mit  $\lambda/4$ -plättchen und Polfilter vor der Kamera, optische Konstellation  $\theta_1 = \theta_2 = 32.5^\circ$ ; a) Intensität  $S_0$ ; b) Depolarization Power  $\Delta$ ; c) Retardance  $R$ ; d) Depolarisationsindex  $P_D$

In Abb. 9-7 c) ist die Retardance, also die relative Phasendifferenz zwischen den orthogonalen Polarisationsrichtungen, gegeben. Diese wird durch unterschiedlich große Phasensprünge während der Reflexion hervorgerufen.

Für nicht absorbierende Medien erwarten wir gemäß der Fresnelschen Gleichungen (Gl. (4.2)) einen Phasensprung der TE- Komponente um  $\pi$ , wenn die Brechzahl des Eintrittsmediums kleiner als die Brechzahl des brechenden Mediums ist. Da die einfallende und die reflektierte TM-Komponente phasengleich sind, beträgt die durch eine Einfachreflexion hervorgerufene Phasendifferenz zwischen der TE und der TM Komponente also  $\pi$ .

Die Keramik ist nur schwach absorbierend, entsprechend sind alle Voraussetzungen erfüllt, und wir erwarten für die spekulare Reflexion eine Retardance von  $\pi$ . Auf der Keramik stimmt diese Vorhersage sehr gut mit den Messergebnissen überein. Lokal sind die Phasenverschiebungen nur im Bereich der Delle geringer, doch auch dieses Verhalten befindet sich in guter Übereinstimmung mit unserem Reflektionsmodell. Wir wissen bereits aus 4.2, dass die optischen Eigenschaften der Keramik von Oberflächen- und

Volumeneffekten bestimmt werden. Im Bereich der Delle verschiebt sich das Gewicht von der Dominanz des Oberflächeneffektes zu einem stärkeren Einfluss der Volumenstreuung.

Die Zahl der spekulär ausgerichteten Oberflächenfacetten ist auf der intakten Keramik sehr hoch, daraus folgt die Dominanz der Oberflächenstreuung mit der eben diskutierten Retardance von  $\pi$ . Am Oberflächendefekt gibt es aufgrund der geneigten Flächennormalen viel weniger Facetten, welche spekulär reflektieren. Dadurch ist die Menge des an der Oberfläche reflektierten Lichtes geringer (vgl. Intensitätsbild) als für ungeneigte Flächennormalen. Im Gegensatz dazu bleibt die Intensität der Volumenstreuung nahezu unverändert.

In 4.2.2 haben wir diskutiert, dass die Polarisations-eigenschaften der diffusen, im Volumen gestreuten Komponente erheblich von der abschließenden Transmission an der Oberfläche des Bauteiles bestimmt werden. Während dieser Transmission treten keine Phasensprünge auf. Somit ändert sich durch die Transmission auch die relative Phasendifferenz zwischen den orthogonalen Polarisationskomponenten nicht. Für die diffuse Komponente erwarten wir also eine Retardance von 0. Oberflächen- und Volumeneffekt treten immer gleichzeitig auf. Infolgedessen handelt es sich beim gemessenen  $R$  um einen aus beiden Effekten resultierenden Wert.

Dominiert der Oberflächeneffekt, so gilt, wie beobachtet,  $R = \pi$ . Wird (wie im Bereich der Delle) der Oberflächeneffekt schwächer während der Volumeneffekt nahezu konstant bleibt, so verringert sich die Retardance entsprechend. Genau dieses Verhalten kann an der Delle deutlich in den Messergebnissen nachgewiesen werden.

Für absorbierende Medien stellt die Brechzahl  $n$  eine komplexe Größe dar. Es resultieren somit ebenfalls komplexe Fresnelkoeffizienten, wobei das Argument des komplexen Koeffizienten den jeweiligen Phasensprung angibt. Im Experiment zeigt sich so, dass die Retardance auf dem Platinoxidkontakt etwas geringer ist als im Bereich der Keramik.

## 10 POLARISATION IMAGING ZUR INSPEKTION KERAMISCHER FUNKTIONSBAUTEILE

Um Kostenvorteile zu realisieren und die Qualität der ausgelieferten Produkte zu verbessern, ist es notwendig, automatisierte Qualitätssicherungsmaßnahmen einzusetzen. Automatische Inspektionssysteme dienen der Detektion von Abweichungen der laufenden Produktion von den vorher definierten Spezifikationen. Für einige Aufgaben (z.B. Prüfung von Beschriftungen oder Geometrien, Suche nach topologischen Defekten usw.) werden dazu Systeme mit visuellen Fähigkeiten benötigt. Im industriellen Umfeld existieren für viele Inspektionsaufgaben zuverlässig funktionierende Standardlösungen [61], welche erfolgreich an die jeweiligen Erfordernisse angepasst werden können. Besondere Probleme ergeben sich jedoch für Aufgaben, welche eine hohe Flexibilität des Inspektionssystems erfordern oder bei denen sich nur schwer gute Features zur Überwachung der Spezifikationen finden lassen.

Insbesondere existieren unkooperative Materialien, welche häufig zu Problemen bei der Automatisierung von Inspektionsaufgaben führen. Im Verlauf der Arbeit wurde das besondere Reflektionsverhalten diffuser Volumenstreuer ausführlich untersucht. In 10.1 wollen wir nun analysieren, warum sich gerade diese wichtige Materialgruppe nur schwer auf topologische Defekte prüfen lässt.

Im industriellen Umfeld haben vor allem technische Keramiken als ausgeprägte Volumenstreuer in den letzten Jahren stark an Bedeutung gewonnen. Ausgezeichnet durch ihre hohe mechanische, thermische und chemische Beständigkeit sind keramische Werkstoffe für viele Anwendungen interessant. Insbesondere erfüllen sie wichtige Aufgaben im Maschinen- und Fahrzeugbau oder als medizinische Transplantate. Aufgrund seiner Robustheit wird der Werkstoff für thermisch und mechanisch besonders beanspruchte Schaltkreise zum Beispiel als Mikrohybrid im ABS-Modul oder der Getriebesteuerung, als Feuerschutz oder chemisch beständige Beschichtung eingesetzt. Ausgehend von den besonderen elektromechanischen Eigenschaften erschließt sich die Anwendung als Piezoaktor oder -sensor. Der aus polykristallinen Keramiken bestehende Aktor erfährt beim Anlegen einer Spannung eine Längenänderung, die zum Beispiel für den Nadelhub im Common Rail Injektor verwendet wird und sich durch seine Schnelligkeit und die bereitgestellten Kräfte auszeichnet. Zusätzlich führt das elektrolytische Verhalten von Zirkoniumdioxid bei höheren Temperaturen zur Sauerstoffionenleitung und wird z.B. zur Messung des  $O_2$ -Partialdrucks in der Lambdasonde eingesetzt, doch auch als Filterwerkstoff sind Keramiken besonders geeignet.

Aus der Vielzahl der industriellen Anwendungen wird deutlich, dass zuverlässige Verfahren zur Prüfung von Volumenstreuern benötigt werden. Die Polarisationskontraste an Oberflächendefekten sind meist deutlich höher (und vor allem stabiler) als die in der Intensität gemessenen (vgl. Kapitel 8). Durch Polarisation Imaging kann deshalb eine beträchtliche Verbesserung der Bildaufnahme erreicht werden.

In diesem Kapitel wird die industrielle Umsetzbarkeit von Polarisation Imaging für die Kopfseitenprüfung eines Keramikstäbchens mit abgeschliffenen Kanten gezeigt. Für eine automatische Prüfung dieses Bauteils auf topologische Beschädigungen wird die in 5.3 beschriebene Prüfstation dazu in eine Serienfertigung integriert und getestet. Besonderes Augenmerk bei der Erarbeitung des Prüfkonzeptes galt der

Verwendung von serienerprobten, kostengünstigen Hardwarekomponenten und einem zuverlässigen Kalibrier- und Prüfkonzept für diese Anlage.

## 10.1 Analyse klassischer Prüfkonzepte

Funktionskritisch für das bereits aus Kapitel 9 bekannte Zirkoniumdioxidbauteil ist vor allem die Kopfseite. Insbesondere müssen topologische Schäden an der Keramikoberfläche sicher erkannt werden. Zusätzlich erschwert wird die Suche nach tiefen Kratzern, Dellen und Ausbrüchen der Kanten (sogenannten Abplatzern) durch eine Phase. Diese wird durch ebenes Abschleifen der Kanten im Kopfbereich erreicht. Durch den Schleifprozess entsteht dabei eine ebene Phase, die im 45°-Winkel zu den beteiligten Seitenflächen steht.

Topologische Defekte sind dabei durch ihre abweichenden Oberflächennormalen charakterisiert. In diffuser Reflektion verursacht die Änderung der Oberflächennormale nur geringe Kontraste in den Intensitätsbildern, weil sich die Keramik nahezu wie ein Lambertscher Reflektor verhält [32]. Im Lambertmodell ist der gestreute Fluss unabhängig vom Beobachtungswinkel, so dass die Helligkeitsänderung nur von der Variation des lokalen Beleuchtungswinkels bestimmt wird. Die daraus resultierenden Intensitätskontraste sind gering (vgl. Messungen in 8), und die automatische Detektion von Defekten in den so aufgenommenen Grauwertbildern ist bei diffuser Reflektion deshalb schwierig. Im Intensitätsbild Abb. 9-1 a) war eine deutliche Delle direkt neben dem Kontakt bei senkrechter Beleuchtung aus diesem Grund kaum zu erkennen.

Bei Veränderung der Konstellation hin zu einer flacheren Beleuchtung ergab sich im Experiment Abb. 9-2 a) eine verbesserte Sichtbarkeit des Defektes im Intensitätsbild. Für einen Lambertschen Reflektor folgt die Lichtstreuung einem Cosinusetz. Deshalb ist die Helligkeitsänderung an einem bestimmten Defekt natürlich eine Funktion von  $\theta_1$ , wobei für  $\theta_1 = 0$  der Defektkontrast minimal ist. Im Gegensatz dazu erreichen wir bei flacherer Beleuchtung eine Kontrastverbesserung.

Für bestimmte Beschädigungen kann ein weiterer Effekt verwendet werden, um eine gute Erkennbarkeit der Defekte im Bild zu erreichen. Bei streifender Beleuchtung treten in Folge der gegenseitigen Verdeckung von Oberflächenbereichen an bestimmten Defekten signifikante Schatten auf.

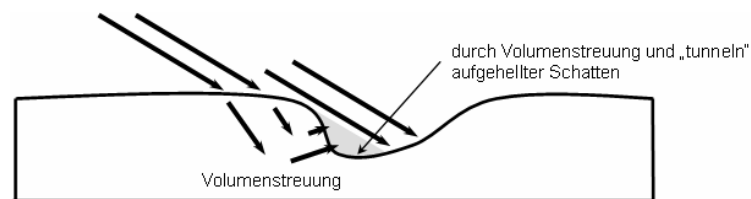


Abb. 10-1 Die Grenzen des Schattenwurfprinzips werden erreicht, wenn auch sehr flache bzw. in lateraler Richtung kleine Defekte gefunden werden müssen.

Abb. 10-1 zeigt die dabei zugrunde liegende optische Konstellation. Da im Schattenbereich der Grauwert deutlich geringer als in der Umgebung ist, lässt sich die Defektregion gut im Intensitätsbild erkennen. Der Schatten wird durch eine Verdeckung des Weges zu Lichtquelle verursacht, also können in Abhängigkeit von Ausrichtung und Beschaffenheit der Lichtquelle nur Defekte mit hinreichend steilen Kanten festgestellt werden. Flache Dellen verursachen keinen ausreichenden Schattenwurf und sind deshalb so nicht zu

detektieren. Außerdem ergeben sich durch die optischen Eigenschaften der Keramik auch hinsichtlich der Defektgröße Einschränkungen. Bei zu schwacher Absorption an der schattenwerfenden Kante wird ein Teil des Lichtes transmittiert, d.h. Licht „tunnelt“ quasi durch die Kante und der Helligkeitsunterschied wird zu gering. Zusätzlich hat die starke Volumenstreuung aus beleuchteten Flächen eine Aufhellung der abgeschatteten Bereiche zur Folge. Aus diesem Grund kann das Schattenwurfprinzip auch für kleine Defekte nicht angewendet werden.

Zur Erkennung dieser kritischen kleinen und flachen Defekte wird aus diesem Grund ein weiteres Prüfkonzept unter Ausnutzung direkter (spekularer) Reflektion benötigt. In 8.1 und 8.2 wurde nachgewiesen, dass spekulare Reflektion nur in einem sehr begrenzten Winkelbereich (geringe Breite des Spekularpeaks) auftritt. Deshalb führen bereits kleine Verkippungen der Oberflächennormale zu einer deutlichen Veränderung der gemessenen Intensität. Das in spekularer Konstellation aufgenommene Intensitätsbild Abb. 9-7 a) zeigt die Defekte infolgedessen deutlich als dunkle Bereiche. Dabei sind die Kontraste nochmals höher als in Abb. 9-2 a).

Wenn das Bauteil so ausgerichtet wird, dass für die intakte Oberfläche gilt  $\theta_1 = \theta_2$ , so ergibt sich im Defektbereich durch abweichende Oberflächennormale  $\theta_1 \neq \theta_2$ . Entsprechend erscheint der intakte Teil der Oberfläche mit gleichzeitig auftretender diffuser und spekularer Reflektion viel heller, als der Bereich indem durch die Abweichung nur diffuse Reflektion vorhanden ist. Durch die Wahl des Öffnungswinkels  $\beta$  lässt sich dabei die Empfindlichkeit dieses Ansatzes beeinflussen. Aus den Messergebnissen in 8.1 wissen wir, dass eine Erhöhung von  $\beta$  zu einem höheren und schmaleren Spekularpeak führt. Dieser hat eine gesteigerte Empfindlichkeit der Bilder für Oberflächendefekte zur Folge.

In der Praxis ergeben sich bei der Bildaufnahme in spekularer Konstellation einige Einschränkungen, welche die Anwendung dieser Technik für unsere Prüfaufgabe nicht erlauben. Damit das Bauteil mit seinen Schliffkanten geprüft werden kann, würde für jede Fläche eine eigene Beleuchtung benötigt, um von allen jeweils unterschiedlich ausgerichteten Bereichen (Längskante, Stirnseite, Schliffkanten 1-4) spekulare Reflektionen erhalten zu können. Die Ausrichtung und Ausprägung der Schliffkanten hängt sehr stark vom Schleifprozess ab, ist aber nicht funktionskritisch. Um leicht auswertbare Bilder zu liefern, muss das Bildaufnahmeverfahren von Abweichungen der Schleifrichtung und leichten Schleifspuren weitestgehend unbeeinflusst sein. Dies lässt sich in spekularer Konstellation nicht realisieren, außerdem wäre ein hoher gerätetechnischer Aufwand notwendig, damit das Bauteil für die Technik präzise genug positioniert werden kann.

Für die Prüfung unseres geschliffenen Bauteils unter den gegebenen Randbedingungen stoßen die herkömmlichen Prüfkonzepte an technische Grenzen. Im folgenden Abschnitt soll deshalb erläutert werden, welches Potential Polarisation Imaging für diese industrielle Anwendung bietet.

## 10.2 Umsetzung von Polarisation Imaging

Aufgrund der hohen zulässigen Variabilität der intakten Bauteile ist es sehr schwierig, ein herkömmliches intensitätsbasiertes Prüfsystem zur Inspektion des Keramikstäbchens zu konstruieren. Kritisch sind vor allem die zulässigen Schwankungen der Schliffausrichtung und -breite sowie die deutlichen Schleifspu-



ren. Außerdem ist es kompliziert, die erlaubten dunklen Verschmutzungen (welche auch vorwiegend am Rand auftreten) rein intensitätsbasiert von Abplatzern zu unterscheiden.

Aus diesem Grund wollen wir nun den Polarisationskontrast nutzen, um optimal auswertbare Bilder des Bauteiles aufzunehmen. Es hat sich gezeigt, dass bereits die einfachste Variante des in dieser Arbeit verwendeten Aufbaus ausreicht, um die zu erkennenden Defekte kontrastreich abzubilden. Deshalb wurde das Standardverfahren mit einem rotierenden Polfilter vor der Kamera für die industrielle Anwendung realisiert. Es zeichnet sich vor allem durch seine Robustheit gegenüber Fremdlicht und die Möglichkeit zur Verwendung mehrerer Lichtquellen aus. Um die spezifischen Geschwindigkeitsanforderungen der Fertigung zu erfüllen, wurde eine speziell angepasste Versuchsstation angefertigt. Die technischen Umsetzung, die verwendete Hardware und das zugrundeliegende Auswerteverfahren sind in 5.3 näher beschrieben. Im Folgenden wollen wir uns nun mit der für die Applikation ausgewählten optischen Konstellation beschäftigen.

In 10.1 wurde abgeleitet, dass sich aufgrund der Variabilität des Schliffes erhebliche Probleme für ein auf spekularer Reflektion basierendes Bildaufnahmesystem ergeben. Um diese Schwierigkeiten zu vermeiden und möglichst geringe Anforderungen an die Bauteil- und Lichtquellenausrichtung zu realisieren, werden die Bilder in diffuser Reflektion aufgenommen. Bei diffuser Reflektion war ein einfaches Intensitätsbild bisher nicht ausreichend, um die Defekte sicher automatisch finden zu können, weil der Kontrast an den abweichenden Oberflächennormalen zu gering war. Durch die zusätzlich zur Verfügung stehenden Polarisationsbilder erwarten wir nun aussagekräftige Zusatzinformationen, welche die bessere Auswertbarkeit sicherstellen sollen.

Die Qualität der Polarisationsbilder wird maßgeblich vom Signal zu Rauschverhältnis der Bildaufnahme bestimmt, sie hängt also von den Kameraparametern  $\sigma_0^2$  und  $K$  ab (vgl. 7.1). Aus den Messfehlern der Rohintensitätsbilder ergibt sich durch Fehlerfortpflanzung die Unsicherheit der Polarisationsparameter.

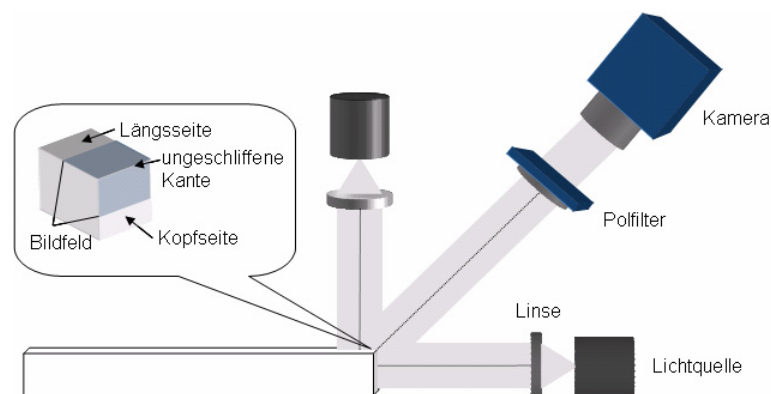


Abb. 10-2 Optische Konstellation zur seriennahen Erprobung von Polarisation Imaging für Kopfseitenprüfung eines Keramikbauteils

Neben der erwarteten Abhängigkeit vom Rauschen des Intensitätssensors wird der Messfehler der Polarisationsgrößen  $\rho_L$  und  $\theta$  auch direkt vom Polarisationsgrad beeinflusst. Gemäß 7.2 führt ein höheres  $\rho_L$  zu schwächeren Auswirkungen des Intensitätsrauschens auf die Polarisationsbilder. Aus diesem Grund wird die bestmögliche Qualität der Polarisationsbilder durch die optische Konstellation erreicht, in welcher das Licht am stärksten polarisiert wird. In diffuser Reflektion hängt der Polarisationsgrad direkt

vom Beobachtungswinkel  $\theta_2$  ab. Entsprechend muss  $\theta_2$  für alle interessanten Bereiche des Bauteils maximiert werden.

Während der seriennahe Ausprobe sollen die Kopfseite und ein Teil der Längsseite inklusive aller Schliffkanten gleichzeitig inspiziert werden, deshalb wird die Kamera, wie in Abb. 10-2 dargestellt, direkt auf die Kante ausgerichtet. Eine derartige Konstellation ist für Polarisation Imaging geeignet, weil die Beobachtungswinkel für Kopf- und Längsseite jeweils  $\theta_2 = 45^\circ$  betragen. Für den Schliff gilt sogar  $\theta_2 \geq 45^\circ$ . Die Beleuchtung des Bauteils erfolgt durch zwei orthogonal zu den Hauptflächen angebrachte, fokussierte Lichtquellen. Den Test des Verfahrens haben wir auf den oberen Teil des Bauteils beschränkt. Trotzdem kann die Station sehr leicht durch eine weitere Lichtquelle im unteren Bereich und eine zweite, schräg zur Unterkante angebrachte Kamera erweitert werden, um auch die verbliebene Seitenfläche und Kante inspizieren zu können.

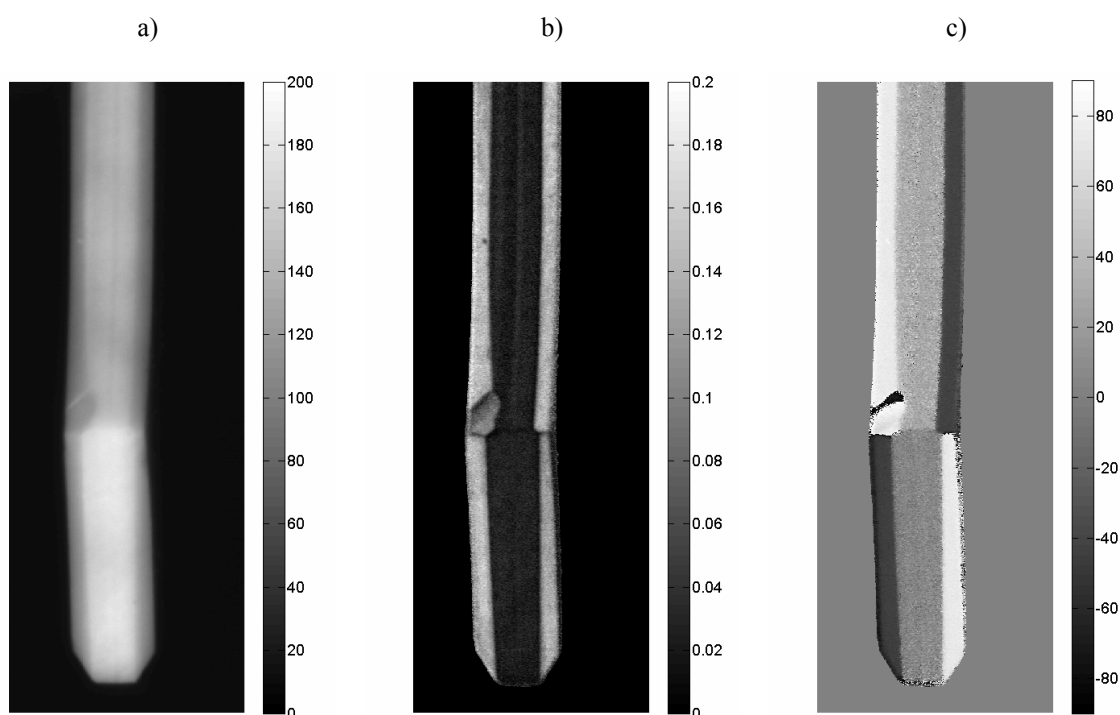


Abb. 10-3 Bilder der Kopfseite eines defekten Keramikbauteils, aufgenommen mit der seriennahen Versuchsstation, typischer Abplatzer im linken Bereich der horizontal verlaufenden, ungeschliffenen Kante, a) Intensitätsbild, b) Polarisationsgrad, c) Polarisationswinkel

Ausgehend von der besonderen Anordnung der Kamera zum Prüfling ergibt sich die im oberen, linken Teil von Abb. 10-2 dargestellte Perspektive für die aufgenommenen Bilder. In den Polarisationsbildern Abb. 10-3 ist auf halber Höhe eine horizontale Kante zu erkennen, welche Längs- und Kopfseite trennt. Diese ist ungeschliffen und deshalb für Defekte besonders empfindlich. Die schräge Anordnung der Kamera bzgl. des Bauteils erlaubt es jedoch, auch kleine Beschädigungen in diesem kritischen Bereich zu erkennen. Alle weiteren im Bild sichtbaren Kanten sind zu entsprechenden Phasen abgeschliffen. Bezüglich der Hauptflächen sind die jeweiligen Phasen geneigt, weshalb der lokaler Beobachtungswinkel und der daraus resultierende Polarisationsgrad im Schliffbereich höher als auf der Kopf- und der Längsseite

sind. Somit sind die insgesamt vier Phasen links und rechts der Flächen sehr gut im Polarisationsgrad zu erkennen.

### 10.3 Kontrolle und Kalibrierung des Bildaufnahmesystems

Damit ein Inspektionssystem erfolgreich in die Fertigung integriert werden kann, muss dessen korrekte Funktion sichergestellt und überprüft werden können. Es werden also Routinen benötigt, mit denen das Personal in der Fertigung feststellen kann, ob die Anlage in ihrem aktuellen Zustand alle spezifizierten Fehler findet. Gerade für komplexe Anlagen ist es nicht möglich, die Erkennung aller Fehlerklassen mit visuellen Gütestandards (sogenannten Grenzmustern) zu überprüfen. Besondere Probleme mit Grenzmustern ergeben sich z.B., wenn sehr viele Fehlerklassen existieren, wenn die Variation innerhalb der Klasse sehr groß ist oder wenn die Bauteile einem Alterungsprozess unterliegen. In diesen Fällen kann es zielführender sein, den Zustand der Bildaufnahme und der Bildauswertung getrennt zu beurteilen. Da sich bei Einführung von Polarisation Imaging nur Veränderungen im Bereich der Bildaufnahme ergeben, wollen wir die Beurteilung der Bildauswertung hier nicht näher untersuchen.

Um einen zuverlässigen Betrieb des Bildaufnahmesystems zu garantieren, muss sichergestellt werden, dass sich die Bildaufnahme gegenüber ihrem ursprünglichen Zustand bei der Abnahme nicht signifikant verändert hat. Durch Experimente gilt es zu klären, wie stark sich Variationen der Bildqualität auf die Auswertung der Bilder auswirken. Für ein einfaches Intensitätsbild sind zum Beispiel die Bildschärfe, die Stärke des Kamerarauschens und die mittlere Bildhelligkeit Faktoren, welche die Auswertung stark beeinflussen können. Auf Basis geeigneter Parameter kann der aktuelle Zustand des Bildaufnahmesystems bezüglich dieser Faktoren quantifiziert werden. Für das Intensitätsbild bieten sich die Parameter räumliche und zeitliche Varianz des Grauwertes sowie mittlerer Grauwert an. Durch Versuche wird nun ein Toleranzbereich für diese Parameter so definiert, dass die Auswertung innerhalb dieses Bereiches zuverlässig funktioniert. Beim späteren Serienbetrieb kann dann durch einen einfachen Test festgestellt werden, ob das Bildaufnahmesystem im vorher getesteten und abgenommenen Bereich betrieben wird.

Polarisation Imaging basiert auf der Auswertung von Intensitätsbildern, deshalb können für die Bewertung der Rohbilder die bereits genannten Parameter zur Anwendung kommen. Die Ausleuchtung und damit der mittlere Grauwert des Bildfeldes stellt für ein intensitätsbasiertes Bildverarbeitungssystem eine eng zu überwachende Größe dar. Sie kann die Erkennungsleistung in ganz erheblichem Maße beeinflussen. Im Gegensatz dazu sind Polarisationsgrad und Polarisationswinkel intensitätsunabhängig (vgl. Kapitel 3), und die entsprechenden Polarisationsbilder werden von einer Änderung der Bildhelligkeit (z.B. durch Alterungseffekte der Lichtquelle) kaum beeinflusst. Deshalb ist ein System, welches auf der Auswertung dieser Bilder beruht, sehr robust gegenüber Änderungen der Intensität. Diese Intensitätsunabhängigkeit wird erreicht, weil für die Polarisationsparameter nur die relativen Helligkeitsänderungen ausgewertet werden. Um dies im Experiment zu zeigen, wurde für Abb. 10-4 dasselbe Bauteil mit unterschiedlich starker Beleuchtung aufgenommen. Oberhalb der Bilder ist zum Vergleich der auf dem Keramikprüfling gemessene mittlere Grauwert angegeben. Es zeigt sich, dass die Polarisationsbilder innerhalb weiter Grenzen unabhängig von der Beleuchtung sind. Als Kriterium gilt: Die Bildaufnahme funktioniert dann zuverlässig, wenn keine Über- oder Unterbelichtung der einzelner Rohintensitätsbilder erfolgt. Deswegen werden die Grenzen allein durch den Dynamikbereich der Kamera bestimmt. Die

Abnahme der Beleuchtungsstärke hat eine Zunahme des Bildrauschens (vgl. Kapitel 7) zur Folge. Dieser Zusammenhang ist vor allem im Polarisationswinkelbild gut zu erkennen.

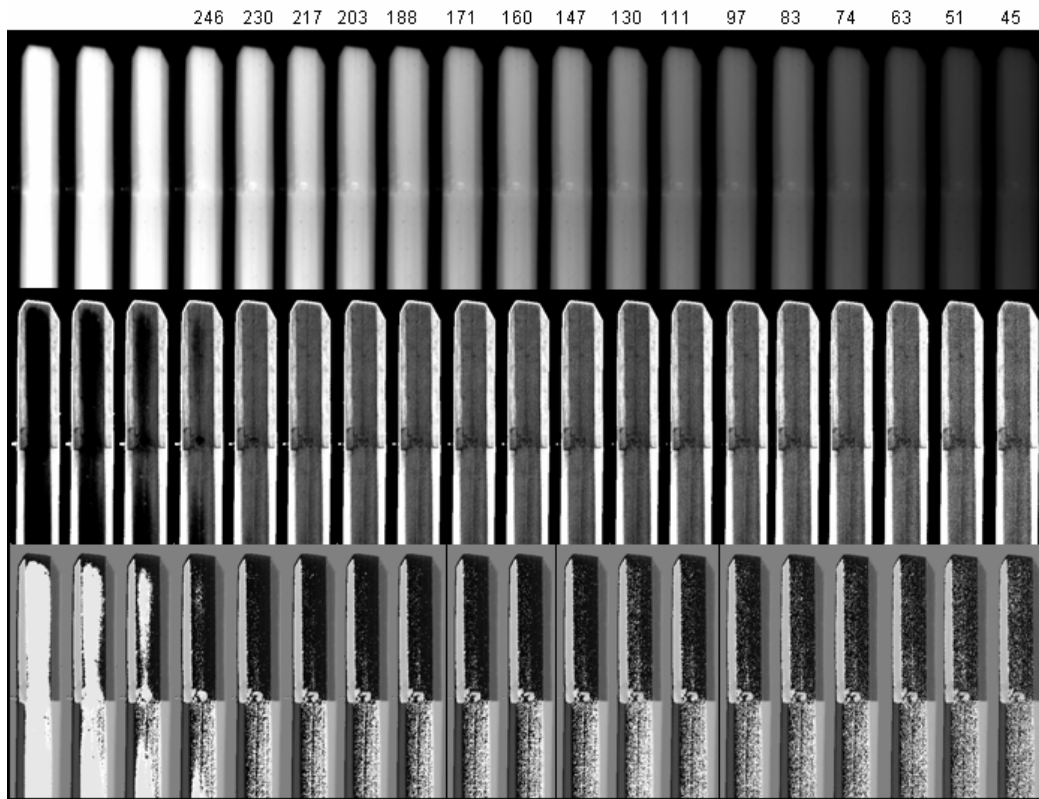


Abb. 10-4 Polarisationsbilder eines Bauteils aufgenommen mit abnehmender Helligkeit der Lichtquelle, der mittlere Grauwert ist in der obersten Spalte gegeben, Bilder von oben nach unten Intensität, Polarisationsgrad, Polarisationswinkel

Zusätzlich zur Überwachung der Rohbildqualität ist es vor allem notwendig, die Ausrichtung des Polfilters während der Bildaufnahmen zu überprüfen. Vorstellbar sind Probleme mit der Kalibrierung der 0-Position und Schwierigkeiten mit der Triggerung der Bildaufnahme. Daraus ergeben sich die folgenden Abweichungen: Entweder sind die Polfilterwinkel aller Rohbilder um einen konstanten Winkel verschoben oder es treten von Rohbild zu Rohbild unterschiedliche Winkelfehler auf.

Ist der Einstellfehler des Polfilterwinkels für alle Rohbildern konstant, d.h. es ergibt sich ein konstanter Offset, so hat das keine Auswirkungen auf die gemessene Intensität und den Polarisationsgrad. Allerdings resultiert daraus ein fester Offset in den gemessenen Polarisationswinkeln, welcher z.B. durch einen Histogrammvergleich festgestellt werden kann. Das Histogramm des Polarisationswinkels  $H_\theta(p)$  ist durch

$$H_\theta(p) = \sum_{y=1}^M \sum_{x=1}^N \delta(\theta(x, y), p) * \theta^*(\mathbf{I}(x, y) - g_{\min}) \quad (10.1)$$

definiert. Wir verwenden die Kronecker-  $\delta(f, p)$  und die Heavisidefunktion  $\theta^*(x)$ .

$$\text{mit } \delta(f, p) = \begin{cases} 1: & f = p \\ 0: & f \neq p \end{cases} \quad \text{bzw. } \theta^*(x) = \begin{cases} 1: & x > 0 \\ 0: & x \leq 0 \end{cases} \quad (10.2)$$

Die Doppelsumme in Gl. (10.1) läuft über alle  $N \times M$  Pixel des Bildes, wobei stark fehlerbehaftet Messwerte und der Bildhintergrund durch einen intensitätsbasierten Schwellwert  $g_{\min}$  mit  $\theta^*(I(x, y) - g_{\min})$  ausgeschlossen werden.

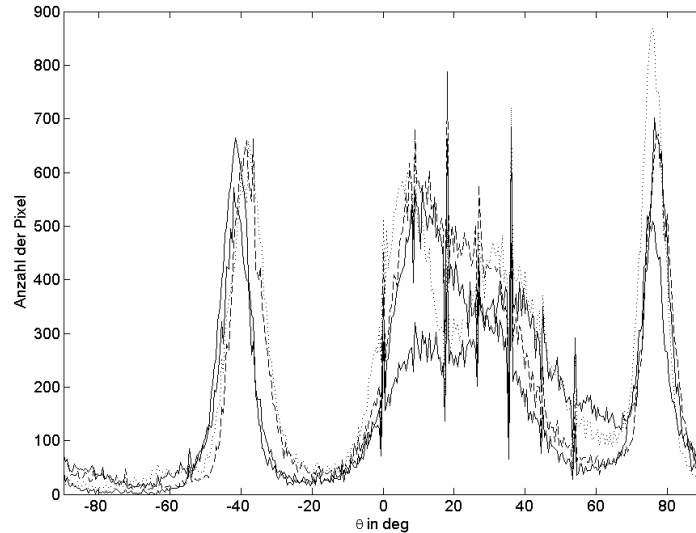


Abb. 10-5 Histogramm des Polarisationswinkelsl mit  $g_{\min} = 40$

In Abb. 10-5 sind vier typische Histogramme unterschiedlicher Bauteile gegenübergestellt. Es zeigt sich, dass der offensichtlich sehr charakteristische Verlauf durch vier Peaks bestimmt wird, welche jeweils durch die Kopfseite, die Stirnseite und die Schliffkanten hervorgerufen werden. Unterschiede zwischen den Histogrammen verschiedener Bauteile ergeben sich vor allem im Bereich von  $-10^\circ$  bis  $50^\circ$ , dieses Intervall wird von der Polarisation der Kopf- und der Stirnseite bestimmt. Dagegen bleiben die von den Schliffkanten hervorgerufenen Peaks bei  $-40^\circ$  und  $75^\circ$  weitestgehend unverändert. Eine Abweichung der 0-Positionskalibrierung kann deshalb an der horizontalen Verschiebung des Polarisationswinkel-Histogramms erkannt werden. Zum späteren Vergleich wird der charakteristische Verlauf als Vorlage gespeichert.

Wenn wir davon ausgehen, die Vorlage und der Histogrammverlauf der späteren Messung unterscheiden sich hauptsächlich durch die Veränderung des Offsets, so können wir versuchen, das Histogramm so zu verschieben, dass es möglichst gut zur Vorlage passt. Aus der bestimmten Verschiebung folgt dann eine Abschätzung für den der Messung zugrundeliegenden Offset [144].

Soll das Bildaufnahmesystem auf seinen Offset hin überprüft werden, so nehmen wir eine vollständige Serie an Rohbildern für ein intaktes Bauteils auf und berechnen daraus die Polarisationsbilder. Das so ermittelte Histogramm des Polarisationswinkels kann dann mit der festen Vorlage verglichen werden. Zur Bestimmung der relativen Verschiebung zwischen beiden Histogrammen kann das aus 6.2 bekannte regionenbasierte-Matching verwendet werden. Dazu wird jedoch lediglich eine Dimension verwendet. Wir minimieren so den quadratischen Abstand  $M(\mathbf{H}_0^1, \mathbf{H}_0^2)$  zwischen den beiden Histogrammen  $\mathbf{H}_0^1$  und  $\mathbf{H}_0^2$  in Abhängigkeit von der Verschiebung. Aufgrund der verbleibenden Schwankungen zwischen den

Histogrammen unterschiedlicher Bauteile kann der aus dem Histogrammvergleich abgeleitete Offset nicht direkt für eine Korrektur möglicher Abweichungen verwendet werden. Die Kalibrierung betrachten wir deshalb als getrennte Maßnahme, welche notwendig ist, wenn beim Histogrammvergleich große, relativ konstante Verschiebungen (zwischen dem Histogramm der Messung und der Vorlage) mit unterschiedlichen Bauteilen berechnet werden.

Zur Kalibrierung werden ein Bauteil und ein zusätzlicher Polfilter mit bekannter Orientierung benötigt. Der Polfilter wird zwischen dem Bauteil und dem rotierenden Polfilter im Strahlengang platziert. Da das vom Keramikbauteil kommende Licht nur schwach polarisiert ist ( $\rho \leq 0.15$ ), bestimmt ausschließlich die Orientierung des zusätzlichen Polfilters die gemessene Polarisationsrichtung. Wir erhalten deshalb ein Bild mit konstantem Polarisationswinkel, aus welchem sich die Kalibrierung bezüglich des bekannten Polfilters sofort ergibt. Der durch die kontinuierliche Polfilterdrehung (vgl. 5.3) verursachte systematische Fehler des Polfilterwinkels ist durch diese Form der Kalibrierung bereits korrigiert. Dies gilt natürlich nicht für den Polarisationsgrad.

Neben der gleichmäßigen Verschiebung aller Polfilterwinkel um einen festen Betrag hatten wir als weitere Fehlergröße die unabhängige Veränderung der einzelnen Polfilterwinkel identifiziert. Durch die Überbestimmung unserer Messung (fünf Intensitätsmessungen für nur drei Unbekannte) können auch die relativen Schwankungen der einzelnen Polfilterpositionen zueinander abgeschätzt werden. Dazu nehmen wir die Polarisationsrohbilder eines beliebigen Bauteils auf und berechnen daraus die Polarisationsparameter. Aus dem Signalmodell Gl. (3.22) kann dann mit den bekannten Polarisationsparametern  $I_0$ ,  $\rho_L$ ,  $\theta$  aus der gemessenen Intensität  $I$  die dazu passende Polfilterorientierung  $\alpha_B$  für jedes Pixel eines Rohbildes berechnet werden.

$$\cos 2(\alpha_B - \theta) = \frac{I(\alpha) - I_0}{I_0 \rho_L} \quad (10.3)$$

Wenn wir Gl. (10.3) auf eine Bilderserie der Versuchsstation anwenden, erhalten wir zu jedem Rohbild ein entsprechendes  $\alpha_B$ -Bild. Daraus folgt das Histogramm Abb. 10-6. Durch die trigonometrische Funktion ist die Lösung von Gl. (10.3) für  $\alpha_B$  nicht eindeutig. In der Histogrammdarstellung, wurden deshalb alle Winkel in einen gemeinsamen Quadranten gemappt. Außerdem sind für die Berechnung nur Pixel mit  $I_0 > 90$  berücksichtigt.

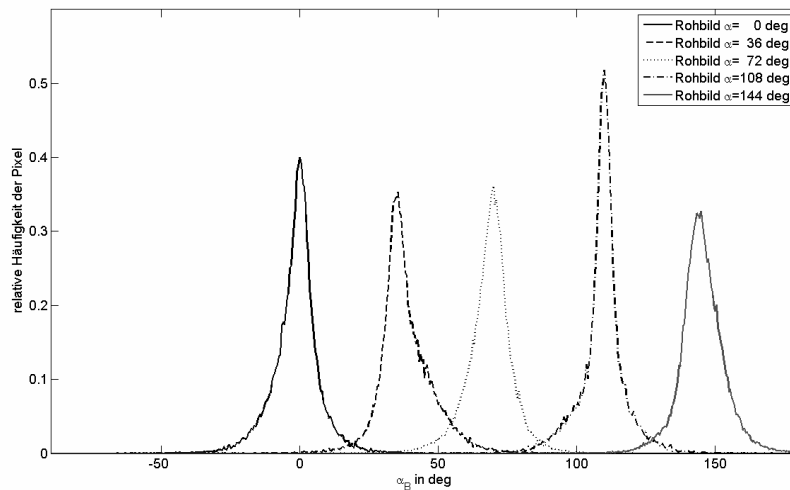


Abb. 10-6 Histogramme der aus einer Rohbildserie berechneten  $\alpha_B$ , Breite der Bins  $0.5^\circ$ , nur Pixel mit  $I_0 > 90$  wurden berücksichtigt, die Positionen der Maxima sind  $0^\circ, 35.5^\circ, 70^\circ, 110^\circ, 145^\circ$  und liegen nahe bei den erwartete Werten  $0^\circ, 36^\circ, 72^\circ, 108^\circ, 144^\circ$

Alle so berechneten Histogramme sind weitestgehend symmetrisch bezüglich ihres jeweils sehr deutlich ausgeprägten Maximums. Die Breite des Histogrammpeaks folgt hauptsächlich aus der statistischen Unsicherheit der einzelnen Intensitätsmessungen. In guter Übereinstimmung mit den erwarteten Polfilterwinkeln liegen die jeweiligen Maxima an den Positionen  $0^\circ, 35.5^\circ, 70^\circ, 110^\circ$  und  $145^\circ$ .

Mit einer solchen Darstellung kann offensichtlich recht einfach auf die Position des Polfilters während der Bildaufnahme zurückgeschlossen werden. Insbesondere deshalb bieten sich die Schwerpunkte der Histogrammpeaks als Parameter zur Überwachung des Bildaufnahmesystems an. Ein entsprechender Test prüft also, wie gut das Einzelbild unter Berücksichtigung der gesamten Serie zum Polarisationsmodell passt.

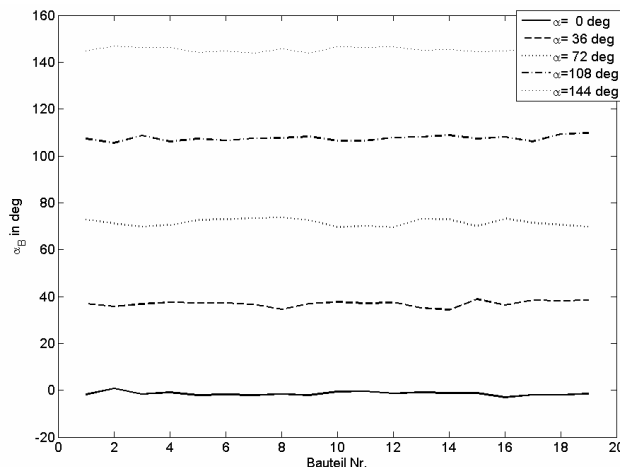


Abb. 10-7 Darstellung  $\alpha_B$  für die 19 Bauteile des Testdatensatzes

Diese Auswertung wurde für 19 unterschiedliche Bauteile durchgeführt. Die so abgeleiteten Mittelwerte sind in Abb. 10-7 dargestellt, wobei sich zeigt, dass der verwendete Versuchsaufbau diesbezüglich kaum

Schwankungen unterworfen ist. Im Experiment bleiben trotz variiertes Bildhelligkeit die Graphen weitestgehend konstant.

## 10.4 Experimentelle Ergebnisse

Ein wichtiger Aspekt der industriellen Anwendbarkeit eines Prüfverfahrens ist seine Unempfindlichkeit gegenüber äußeren Einflüssen. Im vorherigen Abschnitt hatten wir für Polarisation Imaging experimentell verifiziert, dass Helligkeitsänderungen der Lichtquelle nur dann kritisch sind, wenn dadurch der Dynamikbereich der Kamera überschritten wird (vgl. Abb. 10-4). Des Weiteren wurde im Vorfeld der Werkserprobung untersucht, wie stark die Polarisationsbilder von einer Verkippung des Bauteils beeinflusst werden, um so die Anforderungen an die Mechanik der Versuchsstation definieren zu können. Da die Polarisationsbilder in diffuser Reflektion aufgenommen werden, sind die aus einer Bauteilverkippung resultierenden Intensitätsänderungen gering. Im Gegensatz dazu variiert der Polarisationsgrad natürlich, weil er direkt vom lokalen Beobachtungswinkel an der Oberfläche bestimmt wird. Im Experiment wurde ein Bauteil um zwei senkrecht zueinander orientierte Drehachsen geneigt. Abb. 10-8 zeigt dabei den Polarisationsgrad in Abhängigkeit von dieser Verkippung der Probe.

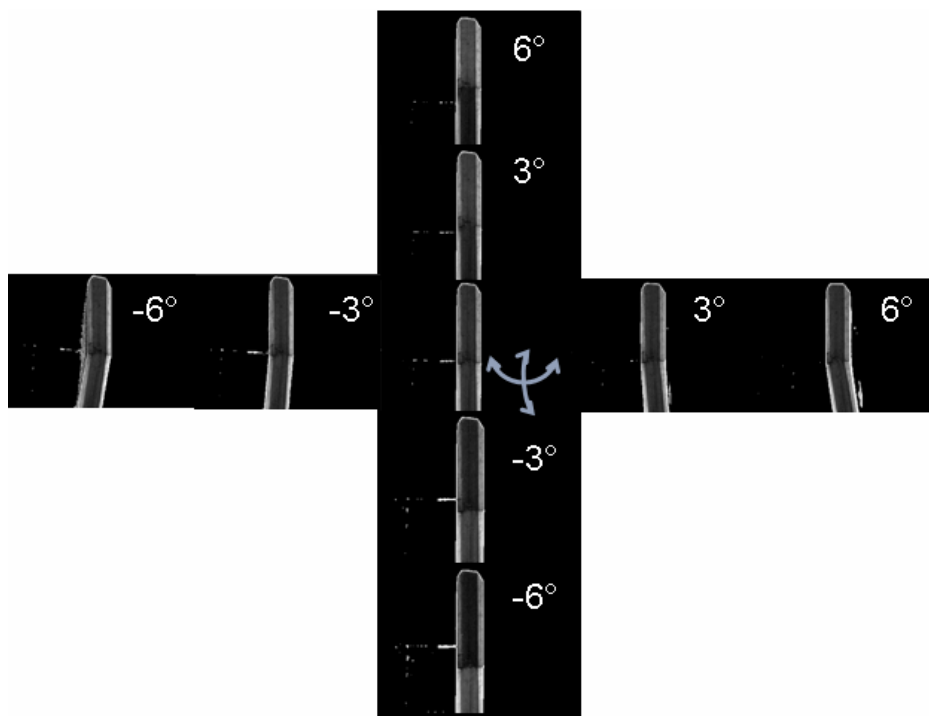


Abb. 10-8 Polarisationsgrad in Abhängigkeit von der Verkippung des Bauteils um die horizontale bzw. vertikale Drehachse

Offensichtlich sind innerhalb eines weiten Verkippungsbereichs nur geringfügige Veränderungen des Polarisationsgrades zu beobachten. Im unverkippten Zustand ist diese Messgröße auf allen Schlifffkanten bzw. auf Stirn- und Kopfseite weitestgehend identisch. Durch die Drehung des Bauteils um die horizontale Achse entsteht eine Differenz zwischen Stirn- und Kopfseite, während die vertikale Verkippung vor allem Auswirkungen auf die Schlifffkanten hat. Weil die aufgetretenen Veränderungen relativ klein sind,



werden zum erfolgreichen Einsatz der polarisationsbasierten Bildaufnahme in der Fertigung keine besonderen Anforderungen an die Bauteilausrichtung gestellt.

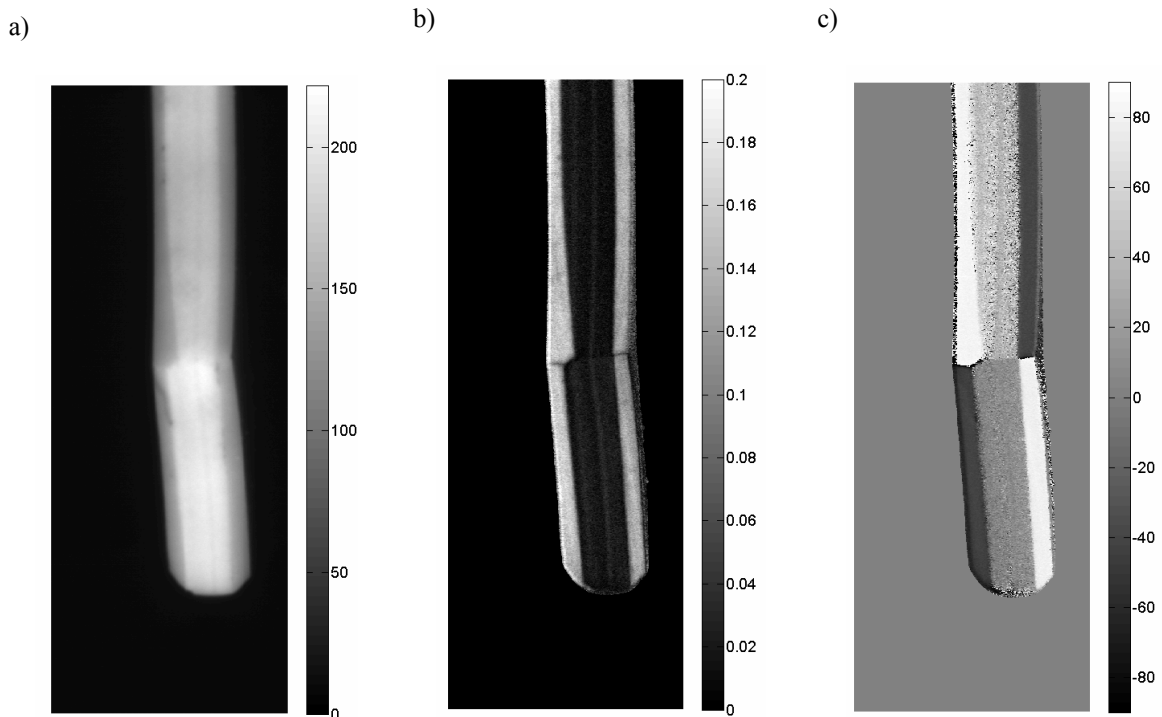


Abb. 10-9 Die fadenförmige Verschmutzung im Intensitätsbild im linken Schliff unterhalb der Kante beeinflusst die Polarisationsbilder nicht a) Intensitätsbild, b) Polarisationsgrad, c) Polarisationswinkel

Auch im Serienbetrieb lassen sich durch Polarisation Imaging deutlich aussagekräftigere Bilder des Bauteils gewinnen, in denen sich zudem die Defekte klar von Verschmutzungen und Inhomogenitäten bei der Bauteilausleuchtung abheben. Dies zeigt sich nicht zuletzt am in Abb. 10-9 dargestellten Bauteil. Im Intensitätsbild Abb. 10-9 a) ist unterhalb der horizontal im Bild verlaufenden Kante am linken Schliff eine längliche, fadenförmige Verschmutzung erkennbar. Wenn wir die zugrundeliegende Helligkeitsänderung mit der des Defektes in Abb. 10-3 a) vergleichen, so fällt auf, dass sich mit den Intensitätsbildern eine unzulässige Beschädigung der Kante nur schwer von einer harmlosen Verschmutzung unterscheiden lässt. Im Gegensatz dazu hat der Defekt starke Auswirkungen auf die Polarisationsbilder, während die Verschmutzung den Polarisationswinkel bzw. Polarisationsgrad nicht beeinflusst. Jetzt wollen wir betrachten, weshalb die Verunreinigung keine Auswirkungen auf die Polarisationsbilder hat. Die Verschmutzung verursacht eine leichte Absorption an der Oberfläche. Trotzdem wird offensichtlich genügend Licht aus der Keramik zurückgestreut und an der Oberfläche polarisiert. Aus diesem Grund ändert sich zwar die Menge des zurückgeworfenen Lichtes im Bereich der Verunreinigung, aber nicht dessen Polarisationszustand. In diesem Zusammenhang erlaubt die Technik eine zuverlässige Trennung beider Effekte durch die zur Verfügung stehende Kombination aus Polarisations- und Intensitätsbildern.

Außerdem zeigt sich in den Experimenten sehr deutlich, dass auch bisher nicht detektierbare flache und kleine Beschädigungen in den Polarisationsbildern gefunden werden können. Eine zuverlässige Segmentierung der Defekte sollte dabei auf Grundlage aller drei zur Verfügung stehender Bilder geschehen. Zur Beurteilung des Trennverhaltens der Polarisationsparameter wurde dabei ein AdaBoost-Klassifikator in

Matlab implementiert. Details zu diesem Verfahren sind in den Referenzen [145-148] zu finden und sollen hier nicht wiederholt werden.

Für das Training des Klassifikators wurden von 144 Bauteilen (davon waren etwa 50 % mit Defekt) die Polarisationsbilder aufgenommen und im Anschluss gelabelt. Dazu erfolgte eine manuelle Markierung der Defekte mit etwa 5-10 Punkten. Ausgehend von dieser Punktwolke lieferte ein anschließender Spline-fit eine geschlossene Defektregion, die als Binärbild gespeichert wurde. Zur automatischen Beurteilung von Bauteilen ist es notwendig, die Größe vorhandener Beschädigungen relativ genau vermessen zu können. Aus diesem Grund wird für die Prüfaufgabe eine pixelfeine Segmentierung der Defektregion benötigt. Damit dies erreicht werden kann, soll der Klassifikator jedes Pixel einzeln als defekt oder in Ordnung bewerten. Aus zusammenhängenden Bereichen mit entsprechend klassifizierten Pixeln ergibt sich eine Segmentierung des Defektes, die vermessen werden kann.

Als Merkmale zur Klassifikation verwenden wir zunächst für jedes Pixel nur die Intensität, den Polarisationsgrad und den Polarisationswinkel. Mit einem Brute-Force Ansatz werden beim AdaBoost viele einfache schwellwert-basierte Entscheidungen (schwache Klassifikatoren) auf diesen unterschiedlichen Merkmalen zu einem starken Klassifikator kombiniert. Interessant am so durchgeführten Training für den zur Verfügung stehenden Datensatz ist, dass in unserem Fall nur sieben der insgesamt 40 Boosting Stumps auf dem Merkmal Intensität beruhen. Also sind Polarisationsgrad und Polarisationswinkel offensichtlich besser für die Trennung zwischen den als defekt und in Ordnung gelabelten Pixeln geeignet. Dies zeigt sich auch am zugehörigen Featurehistogramm, bei dem in Abb. 10-10 die absolute Häufigkeit bestimmter  $(\rho, \theta)$ -Wertepaare aufgetragen ist. Als Besonderheit kann das Featurehistogramm für Polarisation Imaging physikalisch interpretiert werden, weil sich mit Hilfe der Reflektionsmodelle aus Kapitel 4 bzw. der entsprechenden Messungen aus Kapitel 8 jedem Punkt des Histogrammes eine bestimmte Oberflächenorientierung zuordnen lässt. Im Umkehrschluss bedeutet dies, in Abb. 10-10 a) ist die Häufigkeit jener Oberflächenorientierungen für die als intakt gelabelten Pixel aufgetragen.

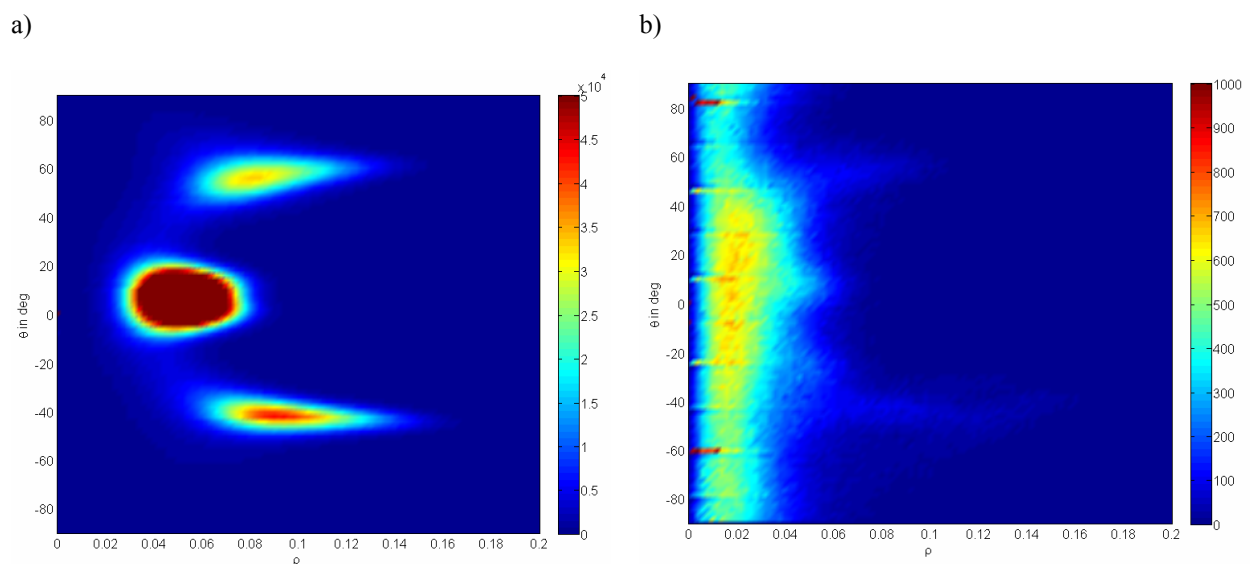


Abb. 10-10 Featurehistogramm der Polarisationsbilder a) i.O. gelabelte Pixel, b) n.i.O. gelabelte Pixel

Entsprechend ergeben sich drei stark ausgeprägte Peaks, wobei die beiden schmalen länglichen mit Schwerpunkt bei  $\rho = 0.09$  den Schliffkanten und der große etwas breitere bei  $\rho = 0.05$  der Kopf- bzw. Stirnseite entspricht.

Demgegenüber ist in Abb. 10-10 b) die Verteilung der als defekt markierten Pixel aufgetragen. Im Merkmalsraum ist eine deutliche Gruppierung der Defektpixel bei niedrigen Polarisationsgraden erkennbar. Der Großteil dieser Pixel kann der Polarisationsbilder leicht von den intakten unterschieden und als schlecht klassifiziert werden. Allerdings ist auch eine leichte Überlappung beider Klassen beobachtbar. Diese ist um  $\theta = 0^\circ$  am stärksten ausgeprägt. Bei einer näheren Analyse der zugrundeliegenden Bilder wird jedoch klar, dass diese vermeintlich schwer detektierbaren Defektpixel vor allem im Bereich des Schliffes liegen. Das Problem ist demzufolge die Ähnlichkeit der Merkmale von Defektpixeln im Schliff zu Gutpixeln auf der Stirn- bzw. Kopfseite. Eine Verbesserung der Klassifikation kann in diesem Fall sehr leicht unter Berücksichtigung von nachbarschaftsbasierten Merkmalen erfolgen, welche Aussagen dazu erlauben, ob bestimmt Pixel im Schliff- oder Kopfbereich liegen.

Mit den zur Verfügung stehenden Polarisationsdaten jedes Pixels (Intensität, Polarisationsgrad, Polarisationswinkel) und dem zugehörigen Label (i.O. oder n.i.O.) wurde ein AdaBoost-Klassifikator mit insgesamt 40 Boosting Stumps trainiert.

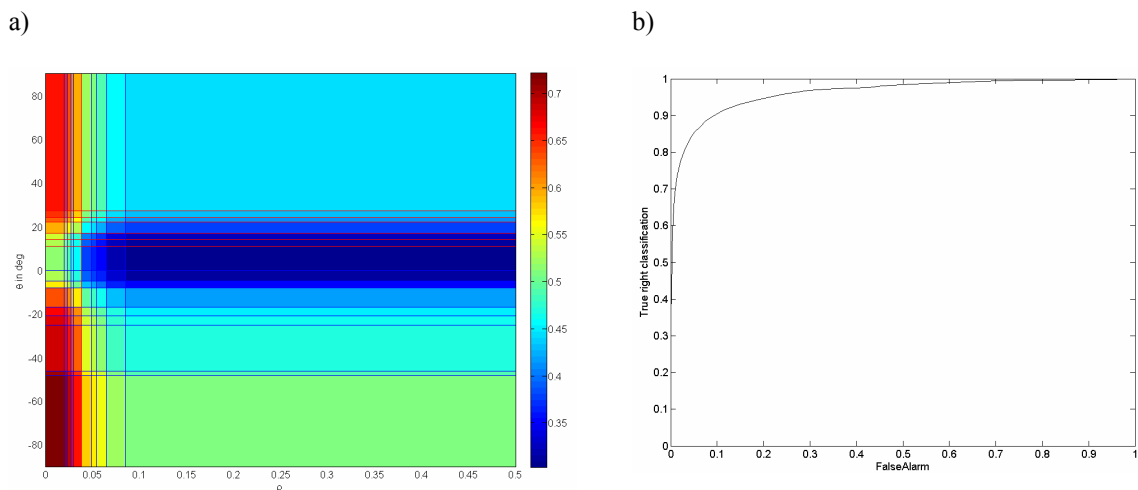


Abb. 10-11 a) Trenngrenzen des trainierten AdaBoost-Klassifikators mit farbkodierter Darstellung des entsprechenden Softoutputs für  $I_0 = 170$ , b) Receiver Operating Characteristic (ROC) Kurve für den drei Feature Klassifikator

Die aus den Trainingsdaten abgeleiteten Trenngrenzen des resultierenden 3-Featureklassifikators im Merkmalsraum sind in Abb. 10-11 a) für  $I_0 = 170$  gegeben. Dabei ist der jeweilige Softoutput des AdaBoosts farblich codiert dargestellt. Wie erwartet, ergibt sich im Merkmalsraum eine gute Trennung zwischen den Klassen, welche der deutlichen Clusterung in den Featurehistogrammen Abb. 10-10 folgt. Mittels Kreuzvalidierung lässt sich auch auf dem zur Verfügung stehenden beschränkten Datensatz die Leistungsfähigkeit des Klassifikators beurteilen. Dafür werden 130 der zur Verfügung stehenden 144 Bilder zufällig ausgewählt und für das Training verwendet. Zum Testen des Klassifikators verbleiben so 14 Bilder. Der Trainings- und Testvorgang wurden insgesamt 10-mal mit zufällig ausgewählten Stichproben wiederholt. In Abb. 10-11 b) ist die daraus resultierende gemittelte Receiver Operating Characteristic

(ROC) Kurve dargestellt. An dieser Stelle sei daran erinnert, dass sich die angegebenen Klassifikationsraten auf die pixelweise Klassifikation beziehen.

Aus diesem Grund müssen die Defekte möglichst pixelgenau gelabelt werden. In der Praxis ist dies nicht möglich, so dass stets einige Pixel der falschen Klasse zugeordnet sind. Daraus folgt ein entsprechender Beitrag zur Falschalarmrate. Außerdem sind im Featurehistogramm der Schlechtklasse Abb. 10-10 b) deutlich intakte Pixel aus den Schlifffkanten erkennbar.

Die Inbetriebnahme der Polarisation Imaging Versuchsstation in der Fertigung erwies sich als unkritisch, wobei sich die notwendigen Justier- und Einstellarbeiten hauptsächlich auf die Einrichtung des normalen Kamerabildes beschränkten. Während des mehrmonatigen Probebetriebes ergab sich keine Störung des Bildaufnahmesystems, welche einen Experteneingriff zur Folge gehabt hätte. Außerdem trug die Unempfindlichkeit des Verfahrens gegenüber Bauteilverschmutzungen, Chargenschwankungen des Trägermaterials, Helligkeitsänderungen und Bauteilverkippungen zu einer gleichbleibenden Bildqualität auch in der Fertigungslinie bei. Allerdings zeigte sich bei der Fertigung eines älteren, bis dahin nicht untersuchten Typs der Sensorkeramik, wie empfindlich das Verfahren auf bestimmte Veränderungen der Oberflächeneigenschaften reagiert.

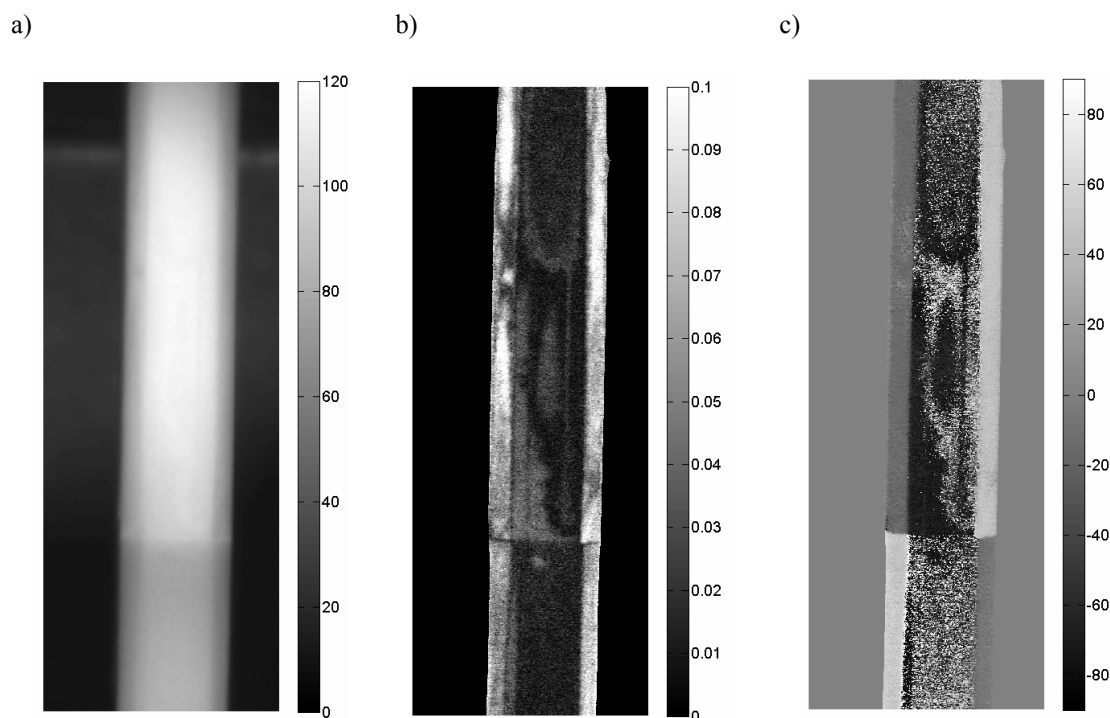


Abb. 10-12 Polarisationsbilder eines behandelten Bauteils a) Intensitätsbild, b) Polarisationsgrad, c) Polarisationswinkel

Die entsprechenden Bauteile werden mit einer transparenten aber leicht reflektierenden Flüssigkeit behandelt. Daraus resultierende Oberflächenablagerungen verursachen dabei, wie in Abb. 10-12 dargestellt, eine signifikante Verringerung des Polarisationsgrades durch die Behandlung. Wobei die zulässigen Schwankungen bei diesem Prozess deutlich erkennbare Auswirkungen auf die Polarisationsbilder haben, während im Intensitätsbild kaum Veränderungen detektierbar sind. Offensichtlich wird die Auswertung

der Bilder dieses Typs durch die zusätzliche Beschichtung und die daraus resultierende hohe Variabilität in den Polarisationsbildern erheblich erschwert. Laborexperimente zeigen, dass die Bildqualität für die so beschichteten Bauteile durch die Erweiterung des Verfahrens gemäß Kapitel 9 mit zusätzlichen Polfiltern vor der Beleuchtung deutlich gesteigert werden kann. Eine diesbezügliche Nachrüstung der Anlage wurde aufgrund der abnehmenden Bedeutung des entsprechenden Bauteils jedoch nicht durchgeführt.

## 11 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

In der vorliegenden Arbeit wurde das Potential von Polarisation Imaging zur Automatisierung komplexer industrieller Sichtprüfaufgaben gezeigt. Durch die Rotation eines vor der Kamera platzierten Polfilters lassen sich neben dem Intensitätsbild zusätzlich Stärke (Polarisationsgrad) und Richtung (Polarisationswinkel) der auftretenden Polarisation messen. Anstelle der einfachen Grauwertinformation stehen dann für die Beurteilung eines Prüflings jeweils drei Polarisationsbilder zur Verfügung. Für viele Anwendungen kann der Polarisationskontrast die Erkennbarkeit von Defekten deutlich verbessern und so eine Automatisierung komplexer Sichtprüfaufgaben erlauben.

Um die dafür notwendigen Polarisationsgrößen zu berechnen, werden Intensitätsbilder mit unterschiedlichen Ausrichtungen des vor der Kamera befindlichen Polfilters aufgenommen und anschließend durch eine Phasen- und Amplitudenschätzung ausgewertet. In Folge dieser Ordinary Least Squares Schätzung hängt die Präzision der Polarisationsmessung maßgeblich von der Unsicherheit der zugrundeliegenden Rohintensitäten ab. Eine Abschätzung der erwarteten Kovarianzmatrix für die Polarisationsparameter konnte dabei aus der Cramer Rao Ungleichung abgeleitet werden. Da bei dieser Herleitung sowohl die Signallevelabhängigkeit der Grauwertvarianz als auch die gegenseitige Beeinflussung der Störparameter berücksichtigt wurden, konnte eine gute Übereinstimmung der vorhergesagten Fehlergrenzen mit experimentellen Daten erreicht werden.

Zusätzlich zur Analyse der statistischen Messfehler lag ein weiterer Schwerpunkt dieser Arbeit auf der Vermeidung und Reduzierung praxisrelevanter systematischer Fehler. Grundsätzlich beeinträchtigen zwei Hauptprobleme die Qualität der Polarisationsbilder und können zu Artefakten führen. Neben relativ leicht zu korrigierenden radiometrischen Nichtlinearitäten der Kamera vermindern vor allem Verschiebungen zwischen den einzelnen Rohbildern die Qualität der Polarisationsbilder. Um diese Verschiebungen zu korrigieren, wird ein Verfahren benötigt, mit welchem die Transformation zwischen den einzelnen Elementen der Rohbildserie sehr genau bestimmt werden kann. Durch die Erweiterung bestehender Flusschätzungsverfahren konnte eine entsprechende Methodik entwickelt und erfolgreich auf simulierten und experimentellen Daten eingesetzt werden.

Darüber hinaus ist es für eine erfolgreiche Anwendung des Polarisationskontrastes zur Automatisierung industrieller Inspektionsaufgaben von Vorteil, wenn ein hinreichendes Verständnis der zugrundeliegenden physikalischen Effekte besteht. Aus diesem Grund wurden umfangreiche theoretische und experimentelle Untersuchungen zu dieser Fragestellung durchgeführt. Ausgehend von den etablierten Reflektionsmodellen für die Intensität wurde dabei jeweils eine Interpretation des Modells unter Berücksichtigung von Polarisationseffekten abgeleitet. Für diffuse Volumenstreuer können das Verhalten der Intensität, des Polarisationsgrades und des Polarisationswinkels sehr gut mit den entsprechenden Modellen qualitativ beschrieben werden. Vor allem numerische RCWA-Simulationen zeigen sehr deutlich, wie stark Polarisationsgrad und Intensität von der Rauigkeit der entsprechenden Oberfläche abhängen. Aus diesem Grund sind die quantitativen Unterschiede zwischen Experiment und Reflektionsmodell für diese Größen höher als für den nur kaum beeinflussten Polarisationswinkel. Trotzdem ist das für diffuse Volumenstreuer abgeleitete Polarisationsmodell gut für die Charakterisierung des Polarisationskontrastes

geeignet. Dies zeigt sich nicht zuletzt auch bei den experimentell durchgeführten Symmetrieuntersuchungen bzgl. der Reflektivität für polarisiertes Licht.

Außerdem kann das erweiterte Reflektionsmodell zur Optimierung der optischen Konstellation für entsprechende industrielle Anwendungen der Technik verwendet werden. Die Erprobung der Technik erfolgte dabei in einer Fertigungslinie für Sensorkeramiken. Während dieses Praxistests wurde ein speziell hinsichtlich Bildaufnahme­geschwindigkeit und Stabilität optimierter Polarisation Imaging Versuchsträger verwendet. Um die für diese spezielle Pilotapplikation benötigten Geschwindigkeiten und Standzeiten des Polfilterantriebes zu realisieren, wurde dabei auf ein Stoppen des Polfilters während der Bildaufnahme verzichtet. Das Experiment bestätigt die angestellten Überlegungen, wonach die daraus resultierende Integration des Intensitätssignals über einen konstanten Polfilterwinkelbereich nur geringfügigen Einfluss auf die Polarisationsbilder hat, der sich zudem nachträglich kompensieren lässt. Die Serienerprobung beweist die gegenüber herkömmlichen Verfahren erheblich verbesserte Sensitivität der Bildaufnahme für defekte Bauteile und die Unempfindlichkeit der Polarisationsbilder gegenüber Intensitätsschwankungen innerhalb des Kameraaussteuerungsbereichs.

Mit dieser Arbeit wurden die Grundlagen für eine industrielle Anwendung von Polarisation Imaging bei der Automatisierung komplexer Sichtprüfungsaufgaben entwickelt. Ausgehend von der Messung der vom Prüfling hervorgerufenen Polarisation haben sich daraus vielversprechende Anwendungen ergeben. Die Weiterentwicklung des Verfahrens sollte sich deshalb auf die Verbreiterung des Anwendungsbereiches dieser Technik konzentrieren. Vor allem für schwach polarisierende optische Konstellationen und Proben kann es dabei hilfreich sein, einen rotierenden Polfilter auch vor der Beleuchtung zu platzieren. Diesbezüglich durchgeführte Untersuchungen konnten bereits das Potential der Technik in dieser Richtung aufzeigen.

## REFERENZEN

- [1] S. H. Mersch, *Polarized Lighting for Machine Vision Applications*: Society of Manufacturing Engineers, 1984.
- [2] L. B. Wolff, "Applications of polarization camera technology," *Expert, IEEE [see also IEEE Intelligent Systems and Their Applications]*, vol. 10, pp. 30-38, 1995.
- [3] L. B. Wolff, "Polarization-based material classification from specular reflection," *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, vol. 12, pp. 1059-1071, 1990.
- [4] L. B. Wolff, "Polarization vision: a new sensory approach to image understanding," *Image and Vision Computing*, vol. 15, pp. 81-93, 1997.
- [5] S. Rahmann and N. Canterakis, "Reconstruction of specular surfaces using polarization imaging," *Proc. IEEE Conf. Computer Vision and Pattern Recognition*, pp. 149-155, 2001.
- [6] D. Miyazaki and K. Ikeuchi, "Shape Estimation of Transparent Objects by Using Polarization Analyses," *IPSJ Digital Courier*, vol. 2, pp. 407-427, 2006.
- [7] P. d'Angelo and C. Wöhler, "3D surface reconstruction based on combined analysis of reflectance and polarisation properties," *Proceedings of SPIE*, vol. 5856, pp. 491, 2005.
- [8] Y. Q. Zhao, Q. Pan, and H. C. Zhang, "New polarization imaging method based on spatially adaptive wavelet image fusion," *Optical Engineering*, vol. 45, pp. 123202, 2006.
- [9] L. B. Wolff, T. A. Mancini, P. Pouliquen, and A. G. Andreou, "Liquid crystal polarization camera," *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, vol. 13, pp. 195-203, 1997.
- [10] G. A. Atkinson and E. R. Hancock, "Multi-View Surface Reconstruction Using Polarization," *ICCV*, vol. 1, pp. 309-316, 2005.
- [11] G. Atkinson, "Surface Shape and Reflectance Analysis Using Polarisation," *Ph.D. thesis, University of York* 2007.
- [12] H. Li, S. C. Foo, K. E. Torrance, and S. H. Westin, "Automated three-axis gonireflectometer for computer graphics applications," *Proc. SPIE*, vol. 5878, pp. 221-231, 2005.
- [13] L. B. Wolff, "Polarization camera for computer vision with a beam splitter," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 11, pp. 2935-2945, 1994.
- [14] P. Terrier and V. Devlaminck, "A Self calibrated Image Acquisition System for Polarization Estimation," *2nd International Symposium Physics in Signal and Image Processing*, 2001.
- [15] L. B. Wolff and T. E. Boulton, "Constraining object features using a polarization reflectance model," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 13, pp. 635-657, 1991.
- [16] K. Koshikawa, "A polarimetric approach to shape understanding of glossy objects," *IJCAI*, pp. 493-495, 1979.
- [17] L. B. Wolff, "Surface orientation from polarization images," *Optics, Illumination, and Image Sensing for Machine Vision II, SPIE Proceedings*, 1987.
- [18] L. B. Wolff, "Spectral and polarization stereo methods using a single light source," *Jones And Bartlett Publishers, Inc. Physics-Based Vision: Principles And Practice*, pp. 233-240, 1992.
- [19] S. Rahmann, "Reconstruction of Quadrics from Two Polarization Views," *Proc. Iberian Conf. Pattern Recognition and Image Analysis*, pp. 810-820, 2003.
- [20] D. Miyazaki, M. Kagesawa, and K. Ikeuchi, "Polarization-based transparent surface modeling from two views," *Computer Vision, 2003. Proceedings. Ninth IEEE International Conference on*, pp. 1381-1386, 2003.



- [21] G. A. Atkinson and E. R. Hancock, "Shape Estimation Using Polarization and Shading from Two Views," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 29, pp. 2001-2017, 2007.
- [22] O. Morel, F. Meriaudeau, C. Stolz, and P. Gorria, "Polarization imaging applied to 3 D reconstruction of specular metallic surfaces," *Proc. SPIE*, vol. 5679, pp. 178-186, 2005.
- [23] L. B. Wolff, "Diffuse-reflectance model for smooth dielectric surfaces," *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 11, pp. 2956-2968, 1994.
- [24] D. Miyazaki and K. Ikeuchi, "Inverse Polarization Raytracing: Estimating Surface Shapes of Transparent Objects," *Computer Vision and Pattern Recognition, 2005. CVPR 2005. IEEE Computer Society Conference on*, vol. 2, 2005.
- [25] D. Miyazaki, "Shape Estimation of Transparent Objects by Using Polarization Analyses," *Ph.D. thesis, University of Tokyo*, 2004.
- [26] O. Drbohlav and R. Sara, "Using polarization to determine intrinsic surface properties," *Proc. of SPIE Conference on Polarization and Color Techniques in Industrial Inspection*, pp. 253-263, 1999.
- [27] G. A. Atkinson and E. R. Hancock, "Recovery of surface orientation from diffuse polarization," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 15, pp. 1653, 2006.
- [28] K. E. Torrance, E. M. Sparrow, and R. C. Birkebak, "Polarization, Directional Distribution, and Off-Specular Peak Phenomena in Light Reflected from Roughened Surfaces," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 56, pp. 916, 1966.
- [29] K. E. Torrance and E. M. Sparrow, "Theory for off-specular reflection from roughened surfaces," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 57, pp. 1105-1114, 1967.
- [30] X. D. He, K. E. Torrance, F. X. Sillion, and D. P. Greenberg, "A comprehensive physical model for light reflection," *Proceedings of the 18th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pp. 175-186, 1991.
- [31] H. Li and K. E. Torrance, "Background Data for Validation of the He-Torrance Model," Tech. Rep. PCG-05 2005.
- [32] M. Oren and S. K. Nayar, "Generalization of the Lambertian model and implications for machine vision," *International Journal of Computer Vision*, vol. 14, pp. 227-251, 1995.
- [33] L. B. Wolff, S. K. Nayar, and M. Oren, "Improved Diffuse Reflection Models for Computer Vision," *International Journal of Computer Vision*, vol. 30, pp. 55-71, 1998.
- [34] O. Drbohlav and R. Sara, "Unambiguous determination of shape from photometric stereo with unknown light sources," *Proc. IEEE International Conference on Computer Vision*, vol. 1, pp. 581-586, 2001.
- [35] E. Joubert, P. Miche, and R. Debrie, "3-D surface reconstruction using a polarization state analysis," *Journal of Optics*, vol. 26, pp. 2-8, 1995.
- [36] L. B. Wolff, A. Lundberg, and R. Tang, "Image understanding from thermal emission polarization," *Computer Vision and Pattern Recognition, 1998. Proceedings. 1998 IEEE Computer Society Conference on*, pp. 625-631, 1998.
- [37] H. Chen and L. B. Wolff, "Polarization Phase-Based Method For Material Classification In Computer Vision," *International Journal of Computer Vision*, vol. 28, pp. 73-83, 1998.
- [38] S. M. F. Nee, "Polarization characterization for target surfaces," *Targets and Backgrounds: Characterization and Representation*, WR Watkins and Dieter Clement, Eds., "Polarization characterization for target surfaces," *Proc. SPIE*, vol. 2469, pp. 220-230, 1995.
- [39] F. Cremer, W. de Jong, and K. Schutte, "Infrared polarization measurements and modeling applied to surface-laid antipersonnel landmines," *Optical Engineering*, vol. 41, pp. 1021, 2002.

- [40] L. B. Wolff, "Using polarization to separate reflection components," *Computer Vision and Pattern Recognition, 1989. Proceedings CVPR'89., IEEE Computer Society Conference on*, pp. 363-369, 1989.
- [41] S. K. Nayar, X. S. Fang, and T. Boult, "Separation of Reflection Components Using Color and Polarization," *International Journal of Computer Vision*, vol. 21, pp. 163-186, 1997.
- [42] V. Müller, "Polarization-Based Separation of Diffuse and Specular Surface-Reflection," *Informatik Aktuell*, pp. 202-209, 1995.
- [43] Y. Y. Schechner, J. Shamir, and N. Kiryati, "Polarization and statistical analysis of scenes containing a semireflector," *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 17, pp. 276-284, 2000.
- [44] Y. Y. Schechner and N. Karpel, "Recovery of Underwater Visibility and Structure by Polarization Analysis," *Oceanic Engineering, IEEE Journal of*, vol. 30, pp. 570-587, 2005.
- [45] Y. Y. Schechner, S. G. Narasimhan, and S. K. Nayar, "Polarization-based vision through haze," *Applied Optics*, vol. 42, pp. 511-525, 2003.
- [46] S. L. Jacques, J. C. Ramella-Roman, and K. Lee, "Imaging skin pathology with polarized light," *Journal of Biomedical Optics*, vol. 7, pp. 329, 2002.
- [47] J. C. Ramella-Roman, D. Duncan, and T. A. Germer, "Out-of-plane polarimetric imaging of skin: surface and subsurface effects," *Proc. SPIE*, vol. 5686, pp. 142-153, 2005.
- [48] J. R. Chung, A. H. DeLaughter, J. S. Baba, C. H. Spiegelman, M. S. Amoss, and G. L. Cote, "Interpretation of Mueller matrix images based on polar decomposition and statistical discriminators to distinguish skin cancer," *Proceedings of SPIE*, vol. 4961, pp. 147, 2003.
- [49] J. R. Chung, G. L. Cote, A. H. DeLaughter, and J. S. Baba, "Analysis of Mueller matrix images by polar decomposition," *Engineering in Medicine and Biology, 2002. 24th Annual Conference and the Annual Fall Meeting of the Biomedical Engineering Society] EMBS/BMES Conference, 2002. Proceedings of the Second Joint*, vol. 3, 2002.
- [50] J. Chung, W. Jung, M. J. Hammer-Wilson, P. Wilder-Smith, and Z. Chen, "Use of polar decomposition for the diagnosis of oral precancer," *Applied Optics*, vol. 46, pp. 3038-3045, 2007.
- [51] T. Fendrich, S. K. Fischer, and J. F. Bille, "Development of an electro-optical ellipsometer with application in ophthalmology," *Proceedings of SPIE*, vol. 2079, pp. 76, 2003.
- [52] M. J. Walker, "Matrix Calculus and the Stokes Parameter of Polarized Radiation," *American Journal of Physics* vol. 22, pp. 170-174 1954.
- [53] J. W. Hovenier, "Structure of a general pure Mueller matrix," *Appl. Opt.*, vol. 33, pp. 8318-8324, 1994.
- [54] J. J. Gil and E. Bernabeu, "A Depolarization Criterion in Mueller Matrices," *Journal of Modern Optics*, vol. 32, pp. 259-261, 1985.
- [55] R. A. Chipman, "Metrics for depolarization," *Proceedings of SPIE*, vol. 5888, pp. 58880L, 2005.
- [56] S. N. Savenkov and K. E. Yushtin, "New classes of objects in polarimetry: including the isotropicdepolarisation," *Laser and Fiber-Optical Networks Modeling, 2000. Proceedings of LFNM 2000. 2nd International Workshop on*, pp. 38-41, 2000.
- [57] E. A. Oberemok and S. N. Savenkov, "Structure of Deterministic Mueller Matrices and Their Reconstruction in the Method of Three Input Polarizations," *Journal of Applied Spectroscopy*, vol. 70, pp. 224-229, 2003.
- [58] B. DeBoo, J. Sasian, and R. Chipman, "Degree of polarization surfaces and maps for analysis of depolarization," *Optics Express*, vol. 12, pp. 4941-4958, 2004.

- [59] S. N. Savenkov and K. E. Yushtin, "Structure of generalized Mueller matrix including isotropicdepolarization," *Laser and Fiber-Optical Networks Modeling, 2001. Proceedings of LFNM 2001. 3rd International Workshop on*, pp. 156-158, 2001.
- [60] R. M. A. Azzam and N. M. Bashara, *Ellipsometry and Polarized Light*: North-Holland, 1977.
- [61] T. S. Newman and A. K. Jain, "A survey of automated visual inspection," *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 61, pp. 231-262, 1995.
- [62] K. G. Larkin, "Efficient nonlinear algorithm for envelope detection in white light interferometry," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 13, pp. 832-843, 1996.
- [63] P. Hariharan, B. F. Oreb, and T. Eiju, "Digital phase-shifting interferometry: a simple error-compensating phase calculation algorithm," *Applied Optics*, vol. 26, pp. 2504-2506, 1987.
- [64] P. de Groot, "101-frame algorithm for phase shifting interferometry," *Optical Inspection and Micromasurements II*, pp. 283-292.
- [65] K. Freischlad and C. L. Koliopoulos, "Fourier description of digital phase-measuring interferometry," *Journal of the Optical Society of America A: Optics and Image Science, and Vision*, vol. 7, pp. 542-551, 1990.
- [66] C. Joenathan, "Phase-measuring interferometry: new methods and error analysis," *Applied Optics*, vol. 33, pp. 4147-4155, 1994.
- [67] A. Gruetzmann, "Fehlertolerante und fehlerkorrigierende Phasenauswerteverfahren für einen optischen 3D-Digitalisierer," *Diplomarbeit, Jena*, 2005.
- [68] P. de Groot, "Vibration in phase-shifting interferometry," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 12, pp. 354-365, 1995.
- [69] K. Bronstein and K. A. Semendjaev, *Taschenbuch der Mathematik*: Teubner [etc.], 1991.
- [70] A. van den Bos, "Estimation of Fourier coefficients," *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 38, pp. 1005-1007, 1989.
- [71] R. Klette, K. Schluns, A. Koschan, A. Koschan, and K. Schluns, *Computer Vision: Three-Dimensional Data from Images*: Springer-Verlag Singapore Pte. Limited, 1998.
- [72] W. Nolting, "Theoretische Physik 3: Elektrodynamik," *Zimmermann-Neufang Verlag*, vol. 4.
- [73] "SOPRA-NK database." [Online]. Available: <http://www.sopra-sa.com>.
- [74] A. Rösel, *Infrared spectroscopic ellipsometry*: Akademie-Verlag, 1990.
- [75] R. G. Priest and T. A. Germer, "Polarimetric BRDF in the Microfacet Model: Theory and Measurements," *Proceedings of the 2000 Meeting of the Military Sensing Symposia Specialty Group on Passive Sensors*, vol. 1, pp. 169-181, 2002.
- [76] K. M. Mitzner, "Change in polarization on reflection from a tilted plane," *Radio Sci*, vol. 1, pp. 27-9, 1966.
- [77] P. Beckmann and J. B. Keller, "The Depolarization of Electromagnetic Waves," *American Journal of Physics*, vol. 40, pp. 1557, 1972.
- [78] R. M. A. Azzam and N. M. Bashara, "Generalized Ellipsometry for Surfaces with Directional Preference: Application to Diffraction Gratings," *J. Opt. Soc. Am*, vol. 62, pp. 1521-1523, 1972.
- [79] L. Li, "Symmetries of cross-polarization diffraction coefficients of gratings," *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 17, pp. 881-887, 2000.
- [80] E. Hecht, *Optik*: Oldenbourg, 2001.
- [81] P. Beckmann and A. Spizzichino, "The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces," *Norwood, MA, Artech House, Inc., 1987, 511 p.*, 1987.

- [82] T. A. Germer, T. Rinder, and H. Rothe, "Polarized light scattering measurements of polished and etched steel surfaces," *Scattering and Surface Roughness III*, "Proc. SPIE", vol. 4100, pp. 148-155, 2000.
- [83] H. Li and K. E. Torrance, "An experimental study of the correlation between surface roughness and light scattering for rough metallic surfaces," *Proc. SPIE*, vol. 5878, pp. 249-263, 2005.
- [84] B. Smith, "Geometrical shadowing of a random rough surface," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on [legacy, pre-1988]*, vol. 15, pp. 668-671, 1967.
- [85] Y. B. Yang and O. Richard, "Surface length scale contributions to the directional and hemispherical emissivity and reflectivity," *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, vol. 9, pp. 653-659, 1995.
- [86] H. Li, *E-Mail vom 21.03.2006*.
- [87] B. K. P. Horn and M. J. Brooks, *Shape from Shading*: MIT Press Cambridge, Mass, 1989.
- [88] R. Zhang, P. S. Tsai, J. E. Cryer, and M. Shah, "Shape from Shading: A Survey," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 21, pp. 690-706, 1999.
- [89] R. J. Woodham, "Photometric stereo: A reflectance map technique for determining surface orientation from image intensity," *Proc. SPIE*, vol. 155, pp. 136-143, 1978.
- [90] S. K. Nayar, K. Ikeuchi, and T. Kanade, "Determining shape and reflectance of hybrid surfaces by photometric sampling," *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, vol. 6, pp. 418-431, 1990.
- [91] B. Jähne, *Digitale Bildverarbeitung*: Springer, 2005.
- [92] L. B. Wolff, "Diffuse Reflection," *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, pp. 472-478, 1992.
- [93] L. B. Wolff, "On diffuse reflection and photometric stereo," *Proceedings of the DARPA Image Understanding Workshop*, pp. 437—448.
- [94] S. S. Chandrasekhar, *Radiative Transfer*: Dover Publications, 1960.
- [95] W. Singer, M. Totzeck, and H. Gross, "Handbook of Optical Systems, Volume 2, Physical Image Formation," *Handbook of Optical Systems*, 2005.
- [96] S. Teuber, K. Bubke, I. Hollein, R. Ziebold, and J. H. Peters, "Determination of mask induced polarization effects occurring in hyper NA immersion lithography," *Proc. SPIE*, vol. 5754, pp. 543-554, 2005.
- [97] J. Jiang, "Rigorous analysis and design of diffractive optical elements: a dissertation," University of Alabama in Huntsville, 2000.
- [98] X. Niu, N. Jakatdar, J. Bao, and C. J. Spanos, "Specular spectroscopic scatterometry," *Semiconductor Manufacturing, IEEE Transactions on*, vol. 14, pp. 97-111, 2001.
- [99] P. Reinig, R. Dost, M. Moert, T. Hingst, U. Mantz, J. Moffitt, S. Shakya, C. J. Raymond, and M. Littau, "Metrology of deep trench etched memory structures using 3 D scatterometry," *Proc. SPIE*, vol. 5752, pp. 559-569, 2005.
- [100] M. G. Moharam, E. B. Grann, D. A. Pommet, and T. K. Gaylord, "Formulation for stable and efficient implementation of the rigorous coupled-wave analysis of binary gratings," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 12, pp. 1068-1076, 1995.
- [101] P. Lalanne and G. M. Morris, "Highly improved convergence of the coupled-wave method for TM polarization," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 13, pp. 779–784, 1996.
- [102] M. G. Moharam, D. A. Pommet, E. B. Grann, and T. K. Gaylord, "Stable implementation of the rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings: enhanced transmittance matrix approach," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 12, pp. 1077-1086, 1995.

- [103] G. Floquet, "Sur la théorie des équations différentielles linéaires. Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure Sér. 2, 8 (1879), p. 3-132 (supplement)."
- [104] L. Li and C. W. Haggans, "Convergence of the coupled-wave method for metallic lamellar diffraction gratings," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 10, pp. 1184–1189, 1993.
- [105] L. Li, "Use of Fourier series in the analysis of discontinuous periodic structures," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 13, pp. 1870-1876, 1996.
- [106] E. Popov, M. Nevière, B. Gralak, and G. Tayeb, "Staircase approximation validity for arbitrary-shaped gratings," *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 19, pp. 33-42, 2002.
- [107] P. Lalanne, "Computation of the near-field pattern with the coupled-wave method for transverse magnetic polarization," *Journal of Modern Optics*, vol. 45, pp. 1357-1374, 1998.
- [108] P. Blattner and H. P. Herzig, "Rigorous diffraction theory applied to microlenses," *Journal of Modern Optics*, vol. 45, pp. 1395-1403, 1998.
- [109] P. Blattner, *Light fields emerging from periodic optical microstructures: UFO*, Atelier für Gestaltung und Vlg, 1999.
- [110] G. Puentes, D. Voigt, A. Aiello, and J. P. Woerdman, "Depolarizing power and polarization entropy of light scattering media: experiment and theory," *arXiv: physics/0412096*, 2004.
- [111] K. Kim, L. Mandel, and E. Wolf, "Relationship between Jones and Mueller matrices for random media," *Optical Society of America, Journal, A: Optics and Image Science*, vol. 4, pp. 433-437, 1987.
- [112] S. Trittler, T. Geiler, F. A. Hamprecht, and B. Jähne, "Frequency and Phase estimation in the context of Polarization Vision," *IEEE Transactions on image processing, submitted*, 2007.
- [113] H. Gross, "Handbook of Optical Systems, Volume 1, Fundamentals of Technical Optics," *Handbook of Optical Systems*, 2005.
- [114] J. S. Lim, *Two-dimensional signal and image processing*: Prentice-Hall, Inc. Upper Saddle River, NJ, USA, 1990.
- [115] J. P. Lewis, "Fast normalized cross-correlation," *Vision Interface*, pp. 120–123, 1995.
- [116] B. K. P. Horn and B. G. Schunck, "Determining Optical Flow," *Artificial Intelligence*, vol. 17, pp. 185-203, 1981.
- [117] B. Jähne, H. Haussecker, and P. Geissler, *Handbook of Computer Vision and Applications: Volume 2: From Images to Features*: Academic Press, Inc. Orlando, FL, USA, 1999.
- [118] H. W. Haussecker and D. J. Fleet, "Computing optical flow with physical models of brightness variation," *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, vol. 23, pp. 661-673, 2001.
- [119] C. S. Garbe, H. Spies, and B. Jähne, "Estimation of Surface Flow and Net Heat Flux from Infrared Image Sequences," *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, vol. 19, pp. 159-174, 2003.
- [120] C. S. Garbe, H. Spies, and B. Jähne, "Estimation of complex motion from thermographic image sequences," *Proceedings of SPIE*, vol. 5073, pp. 303-317, 2003.
- [121] B. D. Lucas and T. Kanade, "An iterative image registration technique with an application to stereo vision " *Proceedings of the 1981 DARPA Image Understanding Workshop*, pp. 121–130, 1981.
- [122] C. S. Garbe, H. Spies, and B. Jähne, "Mixed OLS-TLS for the Estimation of Dynamic Processes with a Linear Source Term," *Pattern Recognition: 24th DAGM Symposium, Zurich, Switzerland, September 16-18, 2002: Proceedings*, 2002.

- [123] H. Spies, "Die Analyse dynamischer Prozesse in Sequenzen von Tiefenkarten," *PhD thesis, University of Heidelberg, Germany*, 2001.
- [124] T. Mitsunaga and S. K. Nayar, "Radiometric self calibration," *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, vol. 1, pp. 374-380, 1999.
- [125] P. E. Debevec and J. Malik, "Recovering high dynamic range radiance maps from photographs," *Proceedings of the 24th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pp. 369-378, 1997.
- [126] S. Mann and R. W. Picard, "Being undigital with digital cameras: Extending Dynamic Range by Combining Differently Exposed Pictures," *48th annual conference, Cambridge, Massachusetts, May 1995*, pp. 422-428, 1994.
- [127] B. Jähne, *Digital Image Processing*: Springer, 2005.
- [128] G. E. Healey and R. Kondepudy, "Radiometric CCD camera calibration and noise estimation," *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, vol. 16, pp. 267-276, 1994.
- [129] H. V. Poor, *An Introduction to Signal Detection and Estimation*: Springer, 1994.
- [130] D. Rife and R. Boorstyn, "Single tone parameter estimation from discrete-time observations," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 20, pp. 591-598, 1974.
- [131] J. E. Carnes and W. F. Kosonocky, "Noise sources in charge-coupled devices," *SPIE milestone series*, vol. 177, pp. 101-109, 2003.
- [132] Y. Tsin, V. Ramesh, and T. Kanade, "Statistical calibration of CCD imaging process," *Proc. Int'l Conf. Computer Vision*, vol. 1, pp. 480-487, 2001.
- [133] C. Liu, W. T. Freeman, R. Szeliski, and S. B. Kang, "Noise Estimation from a Single Image," *Computer Vision and Pattern Recognition, 2006 IEEE Computer Society Conference on*, vol. 1, 2006.
- [134] P. Meer, J. M. Jolion, and A. Rosenfeld, "A fast parallel algorithm for blind estimation of noise variance," *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, vol. 12, pp. 216-223, 1990.
- [135] [www.emva.org](http://www.emva.org).
- [136] T. K. Moon and W. C. Stirling, *Mathematical Methods and Algorithms for Signal Processing*: Prentice Hall Upper Saddle River, NJ, 2000.
- [137] C. P. Brophy, "Effect of intensity error correlation on the computed phase of phase-shifting interferometry," *Journal of the Optical Society of America A: Optics and Image Science, and Vision*, vol. 7, pp. 537-541, 1990.
- [138] M. Wieler, "Single Tone Frequency Estimation from Very Few Sampling Points," *Diploma Thesis, Heidelberg*, 2006.
- [139] K. V. Mardia, "Statistics of directional data: Academic Press," *New York*, vol. 357, 1972.
- [140] S. M. F. Nee and T. W. Nee, "Principal Mueller matrix of reflection and scattering measured for a one-dimensional rough surface," *Optical Engineering*, vol. 41, pp. 994, 2002.
- [141] M. K. Swami, S. Manhas, P. Buddhivant, N. Ghosh, A. Uppal, and P. K. Gupta, "Polar decomposition of 3 x 3 Mueller matrix: a tool for quantitative tissue polarimetry," *Optics Express*, vol. 14, pp. 9324-9337, 2006.
- [142] S. Y. Lu and R. A. Chipman, "Interpretation of Mueller matrices based on polar decomposition," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 13, pp. 1106-1113, 1996.
- [143] J. J. Gil and E. Bernabeu, "Depolarization and Polarization Indices of an Optical System," *Journal of Modern Optics*, vol. 33, pp. 185-189, 1986.

- [144] H. Li, "Stabilitäts- und Qualitätsüberwachung von Polarisationsbildern für die automatische optische Inspektion," *Diplomarbeit, Hochschule Furtwangen*, 2008.
- [145] P. Viola and M. Jones, "Fast and Robust Classification using Asymmetric AdaBoost and a Detector Cascade," *To appear in Neural Information Processing Systems*, 2001.
- [146] P. Viola and M. Jones, "Robust real-time object detection," *International Journal of Computer Vision*, vol. 1, 2002.
- [147] D. D. Le and S. Satoh, "Feature Selection By AdaBoost For SVM-Based Face Detection," *Forum on Information Technology*, pp. 183-186, 2004.
- [148] B. Rasolzadeh, L. Petersson, and N. Pettersson, "Response Binning: Improved Weak Classifiers for Boosting," *Intelligent Vehicles Symposium, 2006 IEEE*, pp. 344-349, 2006.

# DANKSAGUNG

Für ihre Unterstützung während der Realisierung der vorliegenden Arbeit danke ich allen beteiligten Mitarbeitern der Robert Bosch GmbH und des Interdisziplinären Zentrums für Wissenschaftliches Rechnen der Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg. Insbesondere möchte ich mich bei Prof. Jähne für seine Unterstützungs- und die Diskussionsbereitschaft während der Entstehung dieser Dissertation bedanken. Dabei hat die vorliegende Arbeit in ganz erheblichem Maße von seiner kooperativen Zusammenarbeit mit dem Forschungsbereich der Robert Bosch GmbH in Schwieberdingen profitiert, welche auf Seiten des Unternehmens vor allem von Herrn Happold gefördert und ausgebaut wurde.

Zur Analyse und Ausarbeitung der Problemstellung im industriellen Umfeld konnte ich stets auf die Erfahrungen und Einschätzungen von Herrn Dr. Lindner und Herrn Strink vertrauen, welche sehr darum bemüht waren, geeignete Rahmenbedingungen für diese Promotion zu schaffen und die erzielten Ergebnisse für die interne Kommunikation aufzubereiten.

Die seriennahe Erprobung des Verfahrens unter Fertigungsbedingungen betrachte ich als einen wichtigen Bestandteil meiner Arbeit, welcher nur durch das Vertrauen der Verantwortlichen und die Anstrengungen aller Beteiligten erreicht werden konnte. Neben den beiden bereits genannten Betreuern möchte ich mich deshalb besonders für den Einsatz von Herrn Dr. Fries und Herrn Dr. Koch beim Aufbau und der Integration der Versuchsstation in die Fertigung bedanken.

An dieser Stelle danke ich auch den Praxisstudenten und Diplomanden für ihre unterstützende Mitarbeit. Besonders haben dabei Michael Eckerle und Huan Li durch ihre umfangreichen Programmierkenntnisse zur Verbesserung der Signalverarbeitung beigetragen.

Für seine Einführung in die Grundlagen der Flussschätzung und seine vielen hilfreichen Tipps zur Registrierung der Polarisationsrohbilder danke ich insbesondere Priv. Doz. Dr. habil. Garbe.

Meinen Doktorandenkollegen Jochen, Stefan, Marco, Mark, Andreas, Matthias, Stefan, Jens und Andreas möchte ich für die zum Teil heißen Diskussionen und aufmunternden Worte während unserer gemeinsamen Eisrunden danken.

Für die wiederholte Durchsicht des Manuskriptes und ihre umfangreiche Beratung in lyrischer Hinsicht bedanke ich mich bei Dr. Schröder und meiner langjährigen Muse Cordula. Der größte Dank gilt jedoch meiner Familie und ganz besonders meinen Eltern für ihre weit über diese Arbeit hinausgehende Förderung und Unterstützung.