



Hermann von Helmholtz

Beiträge zu den *Verhandlungen des naturhistorisch- medizinischen Vereins zu Heidelberg*

2. Band, 1859 bis 1862
Heidelberg : Mohr, 1862

zusammengestellt von Gabriele Dörflinger,
Universitätsbibliothek Heidelberg, 2012

Seite	[PDF]	Inhalt
1	[3]	Über Farbenblindheit
32	[6]	Ueber die Contrasterscheinungen im Auge
57	[8]	Ueber Klangfarben
73	[9]	Ueber musikalische Temperatur
159	[12]	Zur Theorie der Zungenpfeifen
185	[18]	Über eine allgemeine Transformationsmethode der Probleme über elektrische Vertheilung
192	[22]	Über eine Arbeit von Herrn Professor v. Betzold in Jena
216	[24]	Über die arabisch-persische Tonleiter

Verhandlungen

des

naturhistorisch - medicinischen Vereins

zu

Heidelberg.

Zweiter Band.

1859 -- 1862.

Heidelberg.

Buchdruckerei von Georg Mohr.

1862.

Verhandlungen

des

naturhistorisch - medizinischen Vereins zu Heidelberg.

Band II.

I.

Vortrag des Herrn Professor Helmholtz „über
Farbenblindheit,“ am 11. November 1859.

Die Lehre von den drei Grundfarben, aus denen sich alle andern Farben durch Mischung zusammensetzen liessen, kann nicht dem Sinne festgehalten werden, dass es irgend welche drei objectiv existirende Farben oder farbige Lichter gäbe, aus denen alle andern objectiv existirenden Farben zusammengesetzt werden könnten. Welche Farben müssten nothwendig unter den gesättigtesten Farben gewählt werden, weil weissliche Farben wohl aus gesättigten, aber nicht letztere aus ersteren zusammengesetzt werden können. Die gesättigtesten Farben, welche wir kennen, sind die Spectralfarben, aber wie man auch drei unter diesen wählen mag, so gelingt es doch nicht, alle andern Spectralfarben aus ihnen zusammensetzen, weil die Mischungen immer sehr merklich weisslicher sind, als die entsprechenden homogenen Farben. Dagegen kann die Lehre von Th. Young, dass es drei Hauptfarbenempfindungen gebe, welche durch eine Mischung an drei hypothetisch angenommene Fasersysteme vertheilt, nicht wohl benutzt werden, um das Gebiet der Farbenerscheinungen auf einfache Principien zurückzuführen. Danach existiren im Sehnervenapparate drei verschiedene Fasersysteme, welche alle von allem objectiven Lichte erregt werden können, aber in verschiedener Stärke, und wenn sie erregt sind, qualitativ verschiedene Empfindungen hervorbringen. Als Grundfarben nahm Young an Roth, Grün, Violett, und dem entsprechend rothempfindende, grünempfindende, violett-empfindende Nerven, doch bleibt die Wahl der Grundfarben noch zu einem gewissen Grade willkürlich. Die rothen Strahlen des Spectrum erregen die rothempfindenden Nerven am stärksten, schwach die beiden andern Systeme. Ebenso erregen die grünen und violetten Strahlen die gleichnamigen Systeme von Nerven stark, die gleichnamigen schwach. Weiss entspricht gleich starker Erregung aller Systeme. Die Spectralfarben erregen die einzelnen Grundempfindungen noch nicht rein und von den beiden andern getrennt, ist deshalb möglich, wie der Vortragende in der letzten Naturforscherversammlung auseinandergesetzt hat, noch gesättigtere Farbenempfindungen, die den Grundempfindungen näher kommen, zu erzeugen, indem man Spectralfarben betrachtet, nachdem man das Auge ihre Complementärfarbe ermüdet hat.

Um genaue Messungen über die Mischungsverhältnisse der Farben anzustellen, hat Maxwell eine eigenthümliche Construction des Farbenkreisels eingeführt, welche erlaubt, den Sektoren, die die einzelnen Farben enthalten, eine veränderliche Breite zu geben. Mit Hilfe eines solchen Kreisels kann man sehr genau Farbenmischungen herstellen, die einer andern gegebenen Farbe genau gleich aussehen, oder wie Maxwell es nennt, eine Farbengleichung herstellen. Für gesunde Augen lassen sich nun zwischen jeder beliebig gegebenen Farbe und drei passend gewählten Grundfarben mit eventueller Hinzunahme von Weiss Farbengleichungen herstellen, und Maxwell hat mit Hilfe solcher Versuche das von Newton aufgestellte Gesetz der Farbenmischung streng erwiesen, wonach sich alle Farben in einer Ebene so ordnen lassen, dass man, wenn man die Menge der gemischten Farben durch proportionale Gewichte ausdrückt, im Schwerpunkte dieser Gewichte die Mischfarbe findet.

Derselbe Forscher hatte für Farbenblinde gefunden, dass für deren Augen zu solchen Versuchen nur zwei Grundfarben nöthig seien. Der Vortragende hat Gelegenheit gehabt, solche Untersuchungen an einem Farbenblinden, Herrn M. in Carlsruhe, zu wiederholen, und diese Thatsache bestätigt gefunden. Es konnten für dessen Augen alle Farben durch Mischungen von Gelb und Blau wiedergegeben werden. Daraus folgt, dass solchen Augen eine der Grundempfindungen fehlt. Da Maxwell ferner gezeigt hat, dass die Farben, welche von farbenblinden Augen verwechselt werden, in einer nach dem Princip der Schwerpunktkonstruktionen geordneten Farbentafel alle in einer geraden Linie liegen, so geben Untersuchungen an Farbenblinden die Gelegenheit, den Farbenton der fehlenden Grundfarbe genau zu bestimmen, und dadurch mindestens eine der Grundfarben sicher kennen zu lernen. Man braucht zu dem Ende nur solche Farben zu suchen, welche der Farbenblinde mit neutralem Grau verwechselt; deren Farbenton muss entweder dem der fehlenden Grundfarbe entsprechen, oder ihm complementär sein. In dem Falle von Herrn M. waren diese Farben Roth und Grünblau. Das Roth war die ihm fehlende Grundfarbe, denn sein Auge erwies sich als sehr wenig empfindlich gegen Roth. Dies erschien ihm einem sehr dunklen Grau gleich, während das complementäre Grünblau einem sehr hellen Grau gleich erschien. Der Farbenton dieser rothen Grundfarbe entspricht nahehin dem des rothen Endes des Spectrum, schien jedoch ein wenig nach dem Purpur hin abzuweichen. Dadurch ist denn eine der Grundfarben gegeben.

Man kann die Klasse von Farbenblinden (Seebeck's zweite Klasse) zu der Dalton und Herr M. gehören, die Rothblinden nennen. Aus Seebeck's Angaben scheint es wahrscheinlich, dass die andere von ihm aufgestellte Klasse, welche andere Farbenverwechslungen macht als die Rothblinden, die von letzteren verwechselten Farben aber unterscheidet, Grünblinde sind. Die Untersuchung eines solchen mittelst der Methode von Maxwell

wäre sehr wünschenswerth, um die zweite Grundfarbe kennen zu lernen.

Die Methode der Untersuchung von Maxwell macht vollständige Untersuchung des Zustandes der Farbenblinden erst möglich. Der Vortragende besprach die Unvollkommenheiten der früheren Untersuchungen, wobei man immer nur eine Reihe von Farben kennen lernte, die den Farbenblinden nahehin gleich schienen, sich aber nicht darüber verständigen konnte, ob der noch vorhandene Unterschied den Farbenton oder den Grad der Sättigung betreffe. Auf dem Farbenkreisel kann man die Mischungen für ihr Auge genau gleich machen, und dabei gab Herr M. durchaus keine unsicheren Angaben; sein Auge unterschied die Farben, welche es überhaupt unterscheiden konnte, sicher und fein.

Nach der Young'schen Theorie wäre anzunehmen, dass bei den Rothblinden die rothempfindenden Nerven gelähmt seien. Daraus ergäbe sich, dass die Empfindungen der Farbenblinden für die Spectralfarben folgenden der normalen Augen entsprechen.

Roth	erscheint gleich	lichtschwachem gesättigtem Grün.
Gelb	„ „	lichtstarkem gesättigtem Grün.
Grün	„ „	lichtstarkem weisslichem Grün.
Grüngelb	„ „	Weiss oder Grau.
Blau	„ „	weisslichem Violett.
Violett	„ „	gesättigtem Violett.

Das Grün nennen sie aber Gelb, weil in der Farbe, die die normalen Augen Gelb nennen, sie die lichtstärkste und gesättigteste Art dieser ihrer einen Farbe erblicken, und daher also den Namen wählen.

2. Vortrag des Herrn Professor Blum „über die geognostischen Ergebnisse des Bohrversuchs bei Neuenheim,“ am 25. November 1859.

In Beziehung auf den nachfolgenden Vortrag dürfte es wohl nicht ohne Interesse sein, die Schichten kennen zu lernen, welche man bei Neuenheim, in Folge eines Bohrversuchs auf Steinkohlen, durchsenkte. Zuerst wurde ein Bohrschacht abgetauft und zwar bis zu einer Tiefe von 80 Fuss, welches folgende Gesteinlagen aufschloss: bis 36' Löss, dann fand man ein conglomerationartiges Gestein mit thonigem Bindemittel, das dem Weissliegenden angehört. Bei 39' war dasselbe mit Dolomit-Lagen durchzogen, die bei 42' sehr viel Erdöl und Eisenkies führten. In einer Tiefe von 45' begann das Roth-Liegende, das sich schon vorher gezeigt hatte, zusammenhängender zu werden, obwohl stets weisse Lagen und selbst bei 52' wieder Dolomit-Knollen kamen. Bei 55' traf man grosse Porphyr-Geschiebe und viel Erdöl im Gestein, erstere zeigten sich häufig durchrissen, und in die Sprünge letzteres eingedrungen; bei 60' Roth-Liegendes und bei 76' wieder

Es sind Vorbereitungen getroffen, um aus sehr beträchtlichen Mengen Mineralwasserrückstand grössere Quantitäten dieses Stoffes darzustellen.

20. Vortrag des Hrn. Professor Helmholtz „Ueber die Contrasterscheinungen im Auge“ am 27. April 1860.

Der Redner sprach zuerst darüber, was man unter Contrasterscheinungen verstehe und wie dieselben vielfach mit den Nachbildern verwechselt werden, welche Chevreuil unter dem Namen des successiven Contrastes bezeichnet.

Zu wirklichen simultanen Contrasterscheinungen muss man durch besondere Untersuchungsmethoden die Nachbilder vermeiden. Dann ergibt sich jedoch, dass dieselben in der That bestehen. Ueber dieselben ergaben mannigfach modifizierte, der Versammlung vorgeführte, Versuche Folgendes:

Die Veränderung der Farbe durch den Contrast ist um so stärker, je grösser das Feld ist, welches den Contrast hervorbringt, je schwächer zweitens der Unterschied der Farben ist, je gleichmässiger endlich ohne eingeschobene fremdartige Abgränzung die beiden Felder in einander übergehen.

Am besten sind diese Bedingungen im Phänomen der farbigen Schatten vereinigt. Bei Beobachtung eines farbigen Schattens durch eine geschwärzte Röhre erhält sich die Vorstellung der Farbe, wie sie sich zuvor gebildet hatte, auch wenn ihre Bedingung wegfällt, so lange man nicht andre Stellen des Gesichtsfeldes vergleichen kann. Unsere Begriffe von Weiss, welche dabei vielfach in Betracht kommen, nähern sich überhaupt der Farbe des herrschenden Lichtes und üben ihren Einfluss auf die Beurtheilung anders gefärbter Stellen.

In homogen rother Beleuchtung, wie wir sie am besten durch mit Kupferoxyd gefärbte Gläser erhalten, zeigen sich die lichtarmen Partien komplementär grün gefärbt. Es geschieht dies in Folge der Ermüdung der Netzhaut und wir erhalten dadurch eine Correctur unsrer Vorstellung über das herrschende Licht.

Wenn das gefärbte Feld nur einen kleinen Theil des Sehfeldes einnimmt, so hängt die Möglichkeit der Contrasterscheinungen von einer Menge von kleinen Umständen ab, deren Einwirkungen sich aus den oben angegebenen Bedingungen erklären, und welche durch die Versuche erläutert wurden.

Auch das Zustandekommen der wirklichen Contrasterscheinungen scheint auf einer Täuschung des Urtheils zu beruhen. Wir können richtig vergleichen, wenn die zu vergleichenden Stellen im Gesichtsfelde unmittelbar an einander liegen. Räumliche Trennung und noch mehr Aufeinanderfolge in der Zeit schwächen die Sicherheit der Empfindung. Sicher empfundene Unterschiede werden im Allgemeinen zu hoch veranschlagt.

Auf solche Weise, nicht durch die ältere Annahme einer wirk-

lich veränderten Nervenerregung lassen sich die Contrasterscheinungen im Auge erklären. Dabei bleibt es aber oft sehr schwer, die im einzelnen Falle mitwirkenden Nebenumstände ausreichend aufzufinden.

21. Mittheilungen des Herrn Dr. H. A. Pagenstecher
„Ueber Scorpio europaeus,“ am 27. April 1860.

Unter Vorzeigung eines lebenden Exemplares theilte der Redner mit dass von etwa 20 in Nizza gesammelten Skorpionen nur zwei lebend hier angekommen seien. Die meisten, gegen Ende März erst eben aus der Winterruhe erwacht und frisch gehäutet, waren durch Nahrungsmangel, vielleicht auch durch die kühle Witterung unterwegs zu Grunde gegangen; auch hatten die Grossen einen Theil der kleinen getödtet. Ein Exemplar hat in der Gefangenschaft über zwei Monate gelebt. In der ersten Zeit nahm es gerne Fliegen. Es ergriff sie mit einer oder beiden grossen Scheeren, sowie sie in seine Nähe kamen und hielt sie weit von sich, bis sie starben; danach frass es sie je nach Appetit entweder ganz, etwa mit Zurücklassung einiger Stücke Flügel, indem es mit den Scheeren der Mandibeln ein Stückchen nach dem andern ablöste, oder es verzehrte nur die inneren Theile und liess das ganze Hautscelet liegen. Dadurch sind die abweichenden Angaben der Autoren über die Art der Nahrungsaufnahme dieses Thieres zu erklären. Des Stachels bediente es sich nur gegen grössere, sich lebhaft sträubende Opfer, indem es den Schwanz nach vorn über den Vorderleib bog und dann ruhig an einer aufgesuchten bequemen Stelle den Stachel durch Strecken des letzten zurückgebogenen Gliedes einsenkte. Schmeiss-Fliegen starben fast augenblicklich, eine Honigbiene in wenig Sekunden. In der Angst durch Hin und Herstechen getroffene Beute wurde ebensowenig verzehrt als todt in den Behälter gelegt. Der Stachel, der sich lebhaft vertheidigenden Biene vermochte nicht durch den Panzer des Skorpions zu dringen.

22. Vortrag des Herrn Dr. Wundt: „Ueber die Elasticität der organischen Gewebe“ am 11. Mai 1860.

Während es bei den starren unorganischen Körpern durch zahlreiche Erfahrungen nachgewiesen ist, dass innerhalb engerer Grenzen der Formänderungen die Dehnungen den Spannungen immer proportional sind, haben Ed. Weber und Wertheim gefunden, dass dieses Gesetz bei den organischen Geweben nicht gültig bleibt, sondern dass bei ihnen das Verhältniss der Dehnung zur Spannung mit der Zunahme der letztern immer mehr abnimmt. Theils theoretische Betrachtungen, theils die nachgewiesene Vernachlässigung mehrerer wichtiger Umstände bei diesen Versuchen hatten mich

28. Vortrag des Herrn Prof. Helmholtz „Ueber Klangfarben“ am 20. Juli 1860.

Professor Helmholtz setzte die Resultate fortgesetzter Untersuchungen über die Klangfarbe der Vokale auseinander. Die früheren Untersuchungen hatten sich nur auf die Zusammensetzung der Vokalklänge bezogen, wenn diese auf der Note B von einer Männerstimme gesungen wurden, und die Obertöne waren nur bis zum b_2 hin untersucht worden. Er hat nun die Untersuchung für alle Tonhöhen des gesungenen Vokals ausgedehnt, und gefunden, dass bei gewissen Vokalen noch höher liegende Obertöne charakteristisch sind. Die Resultate sind folgende:

1) Die Vokale sind in drei Reihen einzutheilen. Die erste derselben geht von U durch O in A über; die zweite von I durch E in A, und die dritte liegt zwischen den beiden andern, geht von Ü durch Ö und Öa (französisch oeu) in A über.

2) Im Allgemeinen sind die Obertöne der Vokale desto schwächer, je mehr die Mundhöhle verengt und geschlossen ist, in jeder der drei Reihen nehmen sie deshalb vom A an nach dem anderen Ende der Reihe hin an Stärke ab, und die erste Reihe mit weiter Mundhöhle hat im Ganzen stärkere Obertöne als die anderen beiden. Die höheren Obertöne sind im Allgemeinen schwächer als die tieferen.

3) Von dieser allgemeinen Regel bilden für jeden Vokal einzelne Obertöne eine Ausnahme, indem sie viel stärker zum Vorschein kommen, als jener Regel entspricht. Die erste Reihe der Vokale hat nur in einer Gegend der Tonleiter verstärkte Obertöne, und zwar ist diese Gegend dadurch bestimmt, dass die Mundhöhle für sie abgestimmt ist. Die verstärkten Töne des U liegen in der Gegend des f. Beim reinen O ist die Mundhöhle für h_1 abgestimmt, und die diesem Tone benachbarten Obertöne erscheinen verstärkt. Bei A entspricht die Abstimmung der Mundhöhle und Verstärkung der Töne dem h_2 .

4) Die zweite Reihe der Vokale hat zwei Gegenden der Scala mit verstärkten Tönen. Die oberen davon scheinen der Abstimmung der Mundhöhle zu entsprechen. Für Ä liegen diese Verstärkungen in der Gegend des c_2 und e_3 , für E bei f_1 und g_3 , für I bei f und c_4 .

5) Die dritte Reihe hat ebenfalls zwei Verstärkungsstellen. Für Ü fällt die untere mit dem des U und der unteren des I auf f, die obere mit den oberen des E zusammen auf g_3 . Für Ö fällt die untere mit der des E und OU zusammen auf f_1 , die obere mit der des Ä auf e_3 .

6) Für weibliche Stimmen liegen die Verstärkungsstellen ebenso wie für männliche nur fallen die tiefen des U, I und Ä weg, weil diese ausserhalb oder an der Grenze des Stimmumfangs liegen.

33. Vortrag des Herrn Prof. Helmholtz „über musikalische Temperatur“, am 23. November 1860.

Jede Durtonleiter enthält in sich die Töne dreier Duraccorde; C dur z. B. der drei Accorde

F a C, C e G, G h D.

Sollen diese Accorde rein klingen, so müssen die grossen Terzen das Verhältniss der Schwingungszahlen 4 : 5, und die Quinten das Verhältniss 2 : 3 haben; innerhalb der Grenzen einer Tonart ist auch kein Hinderniss, sie so zu stimmen. Wenn man aber in eine andere Tonart übergehen will, z. B. G dur, so giebt der neu hinzutretende Accord D, fis, A eine Quinte A, welche nicht mehr gleich dem ersten a der Terz von F ist. Wenn wir die Schwingungszahl von F gleich 1 setzen, ist a, die grosse Terz von F $= \frac{5}{4}$ und A die Quinte von D $= \frac{3}{2}$. Die beiden Werthe von A stehen im Verhältniss

$$a : A = 80 : 81.$$

Das Bedürfniss der Tastaturinstrumente hat die Musiker verleitet, statt dieser beiden Töne einen einzigen setzen zu wollen, wobei nothwendig eines beider Intervalle oder beide falsch werden müssen. Die Griechen, welche, wie es scheint, nur einstimmig oder in Octaven einbergehend ihre Musik ausführten, beobachteten richtig, dass ein Fehler in der Fortschreitung von einer Quinte viel auffallender sei, als in der Fortschreitung von einer Terz, und hielten also die Quinten rein, indem sie die Pythagoräische Terz 64 : 81 als Norm festsetzten.

Wenn man aber sich das auch gefallen lässt, und weiter modulirt in Quinten fortschreitend von A nach E, H, Fis, Cis, Gis, Dis, Ais, so kommt man zuletzt auf Eis, welches beinahe, aber nicht ganz mit dem F zusammenfällt, von dem man ausgegangen ist. Es ist nämlich höher im Verhältniss 531441 : 524288, oder abgekürzt mittelst Kettenbrüchen, im Verhältniss 74 : 73. Um nun im Interesse der Tastatur-Instrumente die beiden Töne Eis und F vereinigen zu können, mussten wieder eine oder mehrere Quinten unrein gemacht werden. Es ergab sich als das Beste, den Fehler unter alle gleichmässig zu vertheilen, indem man alle Quinten etwas zu klein macht. Die Abweichung der Quinten in diesem jetzt allgemein herrschenden Stimmungssystem ist nun in der That ausserordentlich klein, indem die reine zur temperirten Quinte sich wie 886 : 885 verhält. Dabei verringert sich denn auch der Fehler in der Terz etwas, indem er von $\frac{8}{6}$ auf $\frac{127}{126}$ sinkt.

Die neuere Musik ist nun entschieden harmonisch, und für diesen Fall ist die Voraussetzung nicht richtig, dass Fehler der Terzen weniger schädlich sind, als Fehler der Quinten. Das Widrige falsch gestimmter Intervalle entsteht vornehmlich durch die Schwebungen ihrer Combinationstöne und harmonischen Obertöne. Die Schwingungszahl der stärksten Combinationstöne ist gleich der Differenz

der Schwingungszahlen der primären Töne. Im reinen Duraccord

$$64 : 80 : 96$$

geben beide Terzen den Combinationston 16, die zweite Unteroctavo des Grundtons. Aber im Pythagoräischen Accord

$$64 : 81 : 96$$

geben sie die Combinationstöne 17 und 15, welche bezüglich einen halben Ton höher und tiefer sind, als der richtige Combinationston, und miteinander 2 Schwebungen machen in der Zeit, wo der Grundton des Accordes 64 Schwingungen macht. Ist dieser c, mit 256 Schwingungen, so ist die Zahl der Schwebungen der Combinationstöne 8 in der Secunde, was ein entschiedenes Knarren des Tons giebt. Ausserdem klingen jene beiden Combinationstöne, sobald man auf sie aufmerksam wird, abscheulich zur Harmonie.

Nun sind nicht alle Musikinstrumente gleich empfindlich gegen Dissonanzen. Singstimmen sind gar nicht an eine Temperatur gebunden, auf den Streichinstrumenten sind es nur die Töne der leeren Saiten. Hier kann also ein fein geübter Musiker den grösseren Härten ausweichen. Das Clavier ist wenig empfindlich gegen Dissonanzen, weil seine Töne zu kurz verhallen, und die Orgel ist wegen der constanten Stärke ihrer Töne zu rauschender Musik mit gehäuften Dissonanzen mehr geeignet, als für ausdrucksvolle von weichem Wohlklange. Aus diesen Gründen konnten sich die zur künstlerischen Musik am besten geeigneten Instrumente mit den Nachtheilen der temperirten Stimmung ziemlich abfinden. Ausserdem werden die Schwebungen, wenn sie nicht sehr schnell sind, wenig fühlbar in schnell bewegter Musik, wenn die Dauer der meisten Töne kürzer ist, als die Dauer der Schwebungen.

Deutlich fühlbar werden die Mängel der Stimmung bei allen langsam sich bewegenden aushaltenden Tönen, und desto mehr, je kräftiger diese sind. Chöre von Blasinstrumenten sind deshalb für die vollendet künstlerische Musik fast gar nicht anwendbar. Besonders auffallend sind nun die Nachtheile auch in der gegenwärtig sich sehr verbreitenden Physharmonica, um so mehr, als die Combinationstöne an diesem Instrumente wegen seiner besonderen Construction etwas stärker sind, als an anderen. Hier ist der Unterschied rein gestimmter und temperirter Accorde so gross, dass letztere nach ersteren wie Dissonanzen klingen.

Will man also reine Harmonien haben, so bleibt nichts übrig als jedem Tone der Scala zwei verschiedene Werthe zu geben, je nachdem er Terz oder Quint beziehlich Grundton eines Duraccordes ist, welche Werthe im Verhältniss 80 : 81 stehen. Ich bezeichne im Folgenden die höheren Töne mit grossen Buchstaben, die niederen mit kleinen. Berücksichtigt man nun noch, dass die oben berechnete Differenz zwischen E_{is} und F, nämlich $\frac{1}{81}$ nahehin gleich ist der zwischen F und f, welche $\frac{1}{80}$ beträgt, so kann man nahehin die durch Kreuze erhöhten Töne der niederen Reihe gleich den durch b erniedrigten Tönen der oberen setzen, also cis = Des,

fis = Ges u. s. w. So erhält man folgende Reihe von Duraccor-
den zur Verfügung:

Fes* as Ces* es Ges* b Des* f As c Es g B d
F a C e G h D fis A cis E gis* H dis*
Fis ais* Cis eis*

Die mittleren seien mathematisch rein, in den äussersten ist bei den mit Sternchen versehenen die erwähnte Verwechslung vorgenommen worden, welche streng genommen allerdings einen Fehler giebt, der aber verschwindend klein ist. In den betreffenden Accorden hat nämlich nur die Terz den kleinen Fehler, den in der gleichschwebenden Temperatur die Quinte hat; er beträgt $\frac{1}{885}$. Wenn man diesen Fehler auf die verschiedenen Quinten vertheilen wollte, würde er für jede $\frac{1}{7}$ dieser Grösse betragen, aber diese erhöhte theoretische Genauigkeit wäre practisch illusorisch, da schon jetzt der ganze Fehler von $\frac{1}{885}$ bei den Quinten an der Grenze dessen liegt, was ein geübtes musikalisches Ohr unterscheiden kann.

Für die practische Ausführung sind entweder zwei Tastaturen nöthig, wobei es dem Spieler überlassen bleibt, die Töne des Accordes passend in der einen oder anderen Reihe zu wählen, oder man sondert die Töne in 8 Gruppen

F	a	Cis	f	A	cis
C	e	as	c	E	gis
G	h	es	g	H	dis
D	fis	b	d	Fis	B

Alle Töne jeder dieser Gruppen werden durch einen besonderen Windkanal gespeist, und durch Pedale wird regulirt, dass der Wind entweder der rechten oder linken Gruppe jeder Linie zugeführt wird. Es sind also nur vier Ventile nöthig zu stellen, durch 4 Pedale, dadurch kann dann das Instrument für jede Tonart, welche im Laufe des Musikstückes eintritt, in richtige Stimmung gebracht werden.

34. Vortrag des Herrn Dr. Carius „über Einwirkung der Anthylverbindungen auf Metalle“, am 23. Nov. 1860.
(Siehe weiter unten.)

35. Vortrag des Herrn Dr. Wundt „über das binokulare Sehen“, am 7. Dezember 1860. (Zweite Abtheilung.)

Die psychologische Untersuchung des binokularen Sehaktes hat zunächst die Bedeutung der im vorigen Vortrag in Bezug auf das physische Verhältniss der Netzhautbilder in beiden Augen erhaltenen Resultate für die binokulare Gesichtswahrnehmung festzustellen. Nach der Identitätslehre würden jene Resultate unmittelbar über die einfach- und doppelt-gesehenen Raumpunkte und über die Lage derselben in den verschiedenen Augenstellungen Aufschluss geben. Der Vortragende führt eine Reihe von Versuchen vor, aus welchen hervorgeht, dass ebensowohl mit korrespondirenden (soge-

pulverten Niederschlag in abgekochtes Wasser und hält dies nahe der Siedetemperatur, so findet eine reichliche Gasentwicklung statt; das aufgefangene Gas gibt sich als Wasserstoff zu erkennen. Es kann keinem Zweifel unterliegen, dass in dem Niederschlag das Eisen mit einer gewissen Menge des hypothetischen Metalls Ammonium zu einer stablähnlichen Verbindung legirt ist. Vom theoretischen Standpunkte aus lässt sich kaum eine Einwendung dagegen erheben. Ein Amalgam des Ammoniums ist schon lange bekannt. Im gegenwärtigen Falle wird das Eisensalz und der Salmiak gleichzeitig zersetzt, Eisen und Ammonium scheiden sich am selben Pole aus; das Eisen bindet eine gewisse Quantität Ammonium; eine andere Quantität Ammonium reducirt vielleicht einen Theil des Eisensalzes, eine dritte Quantität Ammonium entwickelt sich frei am Pole, und zerfällt alsbald in Wasserstoff, welcher aufsteigt, und Ammoniak, das zum Theil ebenfalls aufsteigend sich durch seinen Geruch zu erkennen gibt, zum Theil in die übrige Flüssigkeit diffundirend eine Fällung von bläulichschwarzem Eisenoxyduloxyd bewirkt. — Die von dem Eisen gebundene Menge Ammonium ist jedoch ausnehmend gering. Die Analyse eines stark nach Ammoniak riechenden Eisenniederschlags zeigte, dass im höchsten Falle $1\frac{1}{2}$ Procent Ammonium darin enthalten sein könnte.

65. Vortrag des Herrn Prof. Helmholtz „zur Theorie der Zungenpfeifen“, am 26. Juli 1861.

Unter Zungenpfeifen verstehe ich alle solche Blasinstrumente, in denen dem Luftstrom der Weg durch einen schwingenden elastischen Körper bald geöffnet, bald verschlossen wird. Die erste Arbeit, welche die Mechanik der Zungenpfeifen verständlich machte, war die von W. Weber. Er experimentirte aber hauptsächlich mit metallenen Zungen, die wegen ihrer grossen Masse und Elasticität nur dann von der Luft kräftig bewegt werden, wenn sich der von der Pfeife angegebene Ton nicht zu sehr von dem Eigenton der freien Zunge unterscheidet. Daher sind die Pfeifen mit metallenen Zungen in der Regel nur fähig einen einzigen Ton anzugeben, nämlich nur denjenigen unter den theoretisch möglichen Tönen, welcher dem eigenen Ton der Zunge am nächsten liegt.

Anders verhält es sich mit Zungen von leichtem, wenig Widerstand leistendem Material, wie es die Rohrzungen der Clarinette, Oboe, des Fagotts, die menschlichen Lippen in den Trompeten, Posaunen, Hörnern sind. Sehr geeignet für die Versuche sind auch membranöse Zungen aus vulkanisirtem Kautschuk, ähnlich den Stimmbändern des Kehlkopfs gestellt; nur muss man sie, damit sie leicht und gut ansprechen, schräg gegen den Luftstrom stellen.

Die Wirkung der Zungen ist wesentlich verschieden, je nachdem die von ihnen geschlossene Oeffnung sich öffnet, wenn sich die Zunge dem Winde entgegen nach der Windlade zu bewegt, oder wenn sie

sich mit ihm gegen das Ansatzrohr bewegt. Die ersteren nenne ich einschlagende Zungen, die letzteren ausschlagende. Die Zungen der Clarinette, Oboe, des Fagotts, der Zungenwerke der Orgel sind alle einschlagende Zungen. Die menschlichen Lippen in den Blechinstrumenten repräsentiren dagegen ausschlagende Zungen. Die von mir gebrauchten Kautschukzungen kann man einschlagend und ausschlagend stellen.

Die Gesetze für die Tonhöhe der Zungenpfeifen ergeben sich vollständig, wenn man die Bewegung der Zunge unter dem Einflusse des periodisch wechselnden Luftdrucks im Ansatzrohr und Windrohr bestimmt, und berücksichtigt, dass das Maximum der Geschwindigkeit der ausströmenden Luft nur erreicht werden kann, wenn die von der Zunge gedeckte Oeffnung ihre grösste Weite erreicht hat.

1) Zungen mit cylindrischem Ansatzrohr ohne Windrohr. Die Zunge wird betrachtet als ein Körper, der durch elastische Kräfte in seine Gleichgewichtslage zurückgeführt wird, und durch den, wie der Sinus der Zeit periodisch wechselnden, Druck im Ansatzrohr, wieder daraus entfernt wird. Die Bewegungsgleichungen *) zeigen, dass der Augenblick stärksten Drucks in der Tiefe des Ansatzrohrs fallen muss zwischen eine grösste Elongation der Zunge nach aussen, die ihm vorausgeht, und eine grösste Elongation nach innen, welche nachfolgt, und wenn man die Schwingungsdauer gleich der Peripherie eines Kreises in 360 Grade abgetheilt denkt, ist der Winkel ε , um welchen das Maximum des Druckes nach dem Durchgang der Zunge durch ihre Mittellage eintritt, gegeben durch die Gleichung

$$\text{tang. } \varepsilon = \frac{L^2 - \lambda^2}{\beta^2 L^2 \lambda},$$

wo L die Wellenlänge des Tons der freien Zunge in der Luft bezeichnet, λ die des wirklich eingetretenen Tons, und β^2 eine Constante ist, welche bei Zungen von leichtem Material und grösserer Reibung grösser ist, als bei schwerem und vollkommen elastischem Material. Der Winkel ε ist zu nehmen zwischen -90° und $+90^\circ$.

In derselben Weise muss nun bestimmt werden die Zeit, um welche der grösste Druck in der Tiefe des Ansatzrohrs abweicht von der grössten Geschwindigkeit, welche letztere wieder zusammenfallen muss mit derjenigen Stellung der Zunge, wo die Oeffnung am weitesten ist. Die Berechnung dieser Grösse ergibt sich aus meinen Untersuchungen über die Luftbewegung im Innern eines offenen cylindrischen Rohrs. **) Das Maximum der nach der Oeffnung gerichteten Geschwindigkeit geht dem Maximum des Drucks voraus um einen Winkel δ (die Schwingungsdauer als Peripherie eines Kreises betrachtet), der gegeben ist durch die Gleichung

*) Aehnlich zu behandeln, wie Seebeck's Theorie des Mittonens. Repertorium der Physik. VIII. 60-64.

**) Journal für reine und angewandte Mathematik. LVII.

$$\text{tang. } \delta = \frac{-\lambda^2}{4\pi Q} \sin \left[\frac{4\pi(1+a)}{\gamma} \right],$$

worin Q den Querschnitt, l die Länge des Ansatzrohrs bezeichnet und a eine von der Form der Oeffnung abhängige Constante, welche bei Röhren, deren Querschnitt vom Radius ρ ist, gleich $\frac{\pi}{4} \rho$ ist. Der Winkel δ ist wieder zwischen -90° und $+90^\circ$ zu nehmen.

Da nun Luft in das Ende des Ansatzrohrs nur eintreten kann, wenn die Zunge geöffnet ist, so muss bei einschlagenden Zungen das Maximum der nach aussen gerichteten Geschwindigkeit der Luft zusammenfallen mit der grössten Elongation der Zunge nach innen, es muss also sein

$$-\varepsilon = \delta + 90^\circ$$

und δ sowie ε müssen negativ sein.

Bei ausschlagenden Zungen dagegen muss das Maximum der Luftausströmung zusammenfallen mit der grössten Elongation der Zunge nach aussen, es muss sein

$$\frac{\pi}{2} = \delta + \varepsilon$$

und δ wie ε müssen positiv sein.

Beide Fälle vereinigen sich in der Gleichung

$$\text{tang. } \varepsilon = \text{cotang. } \delta$$

oder

$$\sin \frac{4\pi(1+a)}{\lambda} = \frac{4\pi}{\lambda} Q \beta^2 \cdot \frac{L^2}{\lambda^2 - L^2} \dots \dots \dots \left. \vphantom{\sin} \right\} 1.$$

bei der die Zungen beziehlich einschlagen oder ausschlagen müssen, je nachdem die auf beiden Seiten der Gleichung 1 stehenden Grössen positiv oder negativ ausfallen.

Da Q und β^2 sehr kleine Grössen sind, kann $\sin \frac{4\pi(1+a)}{\lambda}$

nur in dem Falle einen erheblichen Werth annehmen, wenn $\lambda^2 - L^2$ sehr klein ist, also der Ton der Pfeife dem der freien Zunge nahe kommt, wie das bei den metallenen Zungen meist der Fall ist. Wenn aber der Unterschied beider Töne $\lambda - L$ gross ist, muss im Gegentheil $\sin \frac{4\pi(1+a)}{\lambda}$ sehr klein sein, also nahehin

$$1 + a = \alpha \frac{\lambda}{4}$$

worin α eine beliebige ganze Zahl bezeichnet.

Der Druckwechsel in der Tiefe des Ansatzrohrs ist nun proportional $\sin \frac{2\pi(t+a)}{\lambda}$, also ein Maximum, wenn

$$t + a = 2\alpha \frac{\lambda}{4}$$

und ein Minimum, wenn

$$l + a = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}$$

Im ersten Fall ist die Kraft des Luftdrucks nicht ausreichend, um die Zunge zu bewegen, im zweiten Falle genügt sie bei nicht zu schweren und widerstehenden Zungen. Daher sprechen gut an die Töne, bei welchen nahehin

$$l + a = (2\pi + 1) \frac{\lambda}{4}$$

bei denen also die Luftsäule des Ansatzrohrs wie die einer gedeckten Pfeife schwingt. Gleichzeitig sieht man, dass diese Töne fast unabhängig sind von der eigenen Tonhöhe der Zunge.

Von dieser Art sind die Töne der Clarinette; auch membranöse einschlagende Kautschukzungen an Glasröhren bis zu 16 Fuss Länge sprechen leicht an, und lassen verschiedene Obertöne hervorbringen, die der Gleichung 1 gut entsprechen. Ausschlagende Zungen müssen sehr tief gestimmt sein, um reine Töne des Rohrs zu geben, daher die menschlichen Lippen dazu geeignet sind, in denen die elastischen Faserzüge mit einer grossen Masse wässrigen unelastischen Gewebes belastet sind. Cylindrische Glasröhren können leicht wie Trompeten angeblasen werden und geben die Töne einer gedackten Pfeife. Von diesen sind die höheren, in denen die Differenz $L^2 - \lambda^2$ gross ist, fest anzugeben, und rein gestimmt, die unteren dagegen nicht ganz unabhängig vom Werthe von L , d. h. der Spannung und Dicke der Lippen, daher unsicher und veränderlich.

2) Zungen mit kegelförmigem Ansatzrohr ohne Windrohr. Es findet ein sehr merkwürdiger Unterschied statt zwischen cylindrischen und kegelförmigen Ansatzröhren. Die Luftbewegung im Innern der letztern lässt sich nach denselben Grundsätzen bestimmen, welche ich für die cylindrischen Röhren gebraucht habe, indem man innerhalb des Rohrs das Potential der Luftbewegung setzt gleich

$$\frac{A}{r} \sin 2\pi \frac{(R - r + a)}{\lambda} + \frac{B}{r} \cos 2\pi \frac{(R - r)}{\lambda}$$

worin r der Abstand eines beliebigen Punktes von der Spitze des Kegels ist, R der Werth von r für die weite Mündung der Röhre. Man erhält,

wenn man $\frac{B}{A}$ vernachlässigt,

$$\text{tang. } \delta = - \frac{\lambda^2}{2\pi Q} \sin \frac{2\pi (l + a)}{\lambda} +$$

$$\left[\cos \frac{2\pi (l + a)}{\lambda} + \frac{\lambda}{2\pi r} \sin \frac{2\pi (l + a)}{\lambda} \right]$$

worin r auf den Ort der Zunge zu beziehen ist. Auch hier ist zu setzen $\text{cotang. } \delta = \text{tang. } \varepsilon$.

Es interessiren uns hier hauptsächlich die von dem Zungenton stark

abweichenden Töne der Pfeife, für welche also $L^2 - \lambda^2$ gross, tang. ε daher ebenfalls sehr gross ist, und tang. δ sehr klein. Für diese muss also entweder nahehin sein

$$\sin \frac{2\pi(l+a)}{\lambda} = 0$$

was aber keine Töne giebt, weil hierbei der Druckwechsel in der Tiefe des Ansatzrohrs zu schwach ist, oder

$$\text{tang. } \frac{2\pi(l+a)}{\lambda} = -\frac{2\pi r}{\lambda} \dots\dots \left. \vphantom{\frac{2\pi(l+a)}{\lambda}} \right\} 2$$

Dies ist die Gleichung für die kräftig ansprechendeⁿ höheren Töne der Röhre.

Ich gebe hier folgend die Reihe der aus Gleichung 2 berechneten Töne für eine kegelförmige Röhre aus Zink, welche folgende Maasse hatte:

Länge $l = 122,7$ Ctm.

Durchmesser der Oeffnungen 5,5 und 0,7 Ctm.

Reducirte Länge $l + a$, berechnet 124,77 Ctm.

Ton.	Wellenlänge berechnet.	Länge der entsprechenden offenen gedachten Pfeife.	
1) H —	283,61 =	$\frac{3}{1}$. 141,80	= $\frac{4}{1}$. 70,90
2) h —	139,83 =	$\frac{3}{2}$. 139,84	= $\frac{4}{2}$. 104,88
3) fis ₁	91,81 =	$\frac{3}{1}$. 137,71	= $\frac{4}{1}$. 114,76
4) h ₁ +	67,94 =	$\frac{3}{2}$. 135,88	= $\frac{4}{2}$. 118,89
5) dis ₂	53,76 =	$\frac{3}{2}$. 134,39	= $\frac{4}{2}$. 120,95
6) g ₂	44,40 =	$\frac{3}{2}$. 133,21	= $\frac{4}{2}$. 122,11
7) b ₂ —	37,79 =	$\frac{3}{2}$. 132,26	= $\frac{4}{2}$. 122,82
8) c ₃	32,87 =	$\frac{3}{2}$. 131,50	= $\frac{4}{2}$. 123,28
9) dis ₃	29,22 =	$\frac{3}{2}$. 131,47	= $\frac{4}{2}$. 124,17

Die Töne vom 2ten bis 9ten konnten beobachtet werden, und fanden sich vollständig übereinstimmend mit der Rechnung. Man sieht aus den beiden letzten Rubriken, dass die hohen Töne sich fast genau denen einer gedachten Pfeife anschliessen, deren Länge der reducirten Länge der Röhre 124,7 gleich ist; die tieferen schliessen sich näher an die einer offenen Pfeife, deren Länge bis zur Spitze des Kegels reichte. Die reducirte Länge einer solchen wäre $R + a = 142,6$ Ctm. Gewöhnlich werden die Töne der Blechinstrumente den Tönen einer offenen Pfeife gleich gesetzt, aber die oberen sind verhältnissmässig zu tief gegen die unteren, in unserem Falle um mehr als einen halben Ton. Bei den Trompeten und Hörnern wird dieser Fehler vielleicht einigermassen durch den Schallbecher an der Mündung corrigirt. Bei den Posaunen helfen die Auszüge nach.

Während die Trompeten, Posaunen und Hörner zu den Zungenwerken dieser Klasse mit kegelförmigem Rohr und tiefen ausschlagenden Zungen gehören, tragen die Oboen und Fagotte hohe einschlagende Zungen. Sie geben bei der Ueberblasung ebenfalls die höhere Octave und dann die Duodecime, wie eine offene Pfeife. Die Rechnung nach Gleichung 2 stimmt für die Oboe sehr gut mit Zamminer's Messungen.

66. Vortrag des Herrn Prof. Blum „über einen Meteorstein von Darmstadt“, am 26. Juli 1861.

Eine Notiz in dem achten Berichte der Oberhessischen Gesellschaft für Natur- und Heilkunde (Giessen 1860, p. 84.) von Hrn. Dr. O. Buchner über einen Meteorstein in dem Mineralien-Cabinet der hiesigen Universität, veranlasst mich, einige Worte über denselben zu sagen und ihn zugleich zur Ansicht hier vorzulegen. Dieser Stein stammt aus der alten akademischen Sammlung, deren Direktor früher Prof. Suckow war, von dem auch die Etiquette, welche dabei lag, geschrieben war, die jedoch nur besagte: Meteorstein, 1815 bei Darmstadt gefallen. Dass derselbe ein echter, charakteristischer Meteorstein ist, ergibt sich schon bei blossem Anblick.

Derselbe besteht aus einem feinkörnigen Gemenge von Olivin, Labradorit und, wie es scheint, auch etwas Augit mit Gediengen-Eisen (Meteoreisen). Dieses ist in jenem nicht nur in einzelnen, stellenweise starkglänzenden Körnchen eingestreut, sondern es durchzieht auch dasselbe in zackigen Partien, so dass der Gehalt an solchem ein ziemlich bedeutender ist. An der Oberfläche ist es hier und da oxydirt und giebt dann seine Gegenwart durch kleine braune Rostflecken zu erkennen. Von den eben angegebenen Bestandtheilen des Gemenges ist Olivin der vorherrschende; er findet sich in bräunlichgelben krystallinischen Theilchen, selten in undeutlichen Kryställchen, manchmal mit deutlichen und starkglänzenden brachydiagonalen Spaltungsflächen; jedoch scheint er meist mehr oder minder zersetzt. Der Labradorit kommt in graulichen, krystallinischen Partien vor, welche ebenfalls zuweilen deutliche Spaltungsflächen wahrnehmen lassen; Zwillingsstreifung konnte ich jedoch nirgends bemerken. Kleine schwarze Pünktchen in dem Gemenge scheinen mir Augit zu sein. Die charakteristische schwarze Rinde fehlt auch an diesem Steine nicht; sie ist wie gewöhnlich runzlich, matt und nur stellenweise glänzend. In dieser schwarzen Rinde sieht man an ein paar Stellen regelmässige Umrisse, die von Labradorit-Kryställchen herzurühren scheinen. — Leider konnte bis jetzt über Zeit und Ort des Fallens dieses Steines nichts Genaueres ermittelt werden; aber man darf ihn auch nicht mit dem sogenannten Meteoreisen, dessen Buchner erwähnt (a. a. O.) verwechseln.

Bei dieser Gelegenheit mache ich auf vorliegende interessante Stücke von Meteoreisen aufmerksam, welche unser Cabinet vor

Richtigkeit und Zuverlässigkeit dieses Versuchs wurde fast allseitig angefochten; meiner Ansicht nach nicht ganz mit Recht, insofern als, wenn der Versuch ein positives Resultat liefert — und er vermag diess, wie ich es Ihnen an mir selbst demonstriren werde — man nicht mehr nöthig hat, den Catheter in die Eustachische Röhre einzuführen; fällt der Versuch negativ aus, so kann, nach meiner Erfahrung wenigstens, die Tuba Eust. und die Trommelhöhle doch durchgängig resp. lufthaltig sein. Bestreitet man dem Toynbee'schen Otoscop, dass es unter Umständen uns die Mühe und dem Kranken das Unangenehme ersparen kann, den Catheter einzuführen, dann muss man diess auch dem Pollitzer'schen Manometer bestreiten, was Sie gewiss nicht zugeben.

3) Der elastische oder silberne Catheter in Verbindung mit der Eintreibung von comprimirter Luft. Wir schliessen hier bei gleichzeitiger Auscultation auf die Beschaffenheit der Tuba und der Trommelhöhle, je nach der Art der Geräusche, die dabei entstehen. Regengeräusch lässt auf Durchgängigkeit schliessen, Rasselgeräusche auf Anhäufung von Exsudat; doch finden hier sehr zahlreiche Nüancen statt, fast ebenso wie bei der Lunge, und erfordern dieselben die gleiche Uebung und Erfahrung. Die elastischen Catheter sind, so sehr manche gegen sie eifern, nicht ganz zu entbehren; namentlich in der Kinderpraxis und bei Neigung zu starkem Nasenbluten gar nicht; ich habe 4 Jahre nur elastische Catheter angewendet und bin überall zum Ziele gekommen, freilich vielleicht oft langsamer, als wenn ich mich silberner bedient hätte.

4) Die Stimmgabel; man kann sie strenggenommen bei der Diagnostik des mittleren Ohres, wenn uns die vorigen Mittel zu Gebot stehen, entbehren. Doch will ich hier des theoretischen Interesses halber anführen, dass wenn man bei der Untersuchung den äussern Gehörgang frei gefunden hat und dann die Schwingungen einer Stimmgabel vom Vorderkopf aus länger oder stärker auf einem Ohre vernommen werden, als auf dem andern, man nie fehlen wird in der Annahme, dass gerade auf der Seite, auf welcher die Stimmgabel stärker vernommen wird oder länger, keine Luft mehr in der Trommelhöhle sei.

III. Die physikalische Untersuchung des innern Ohrs.

Darüber werde ich mir erlauben, später Mittheilungen zu machen.

72. Vortrag des Herrn Professor H. Helmholtz „über eine allgemeine Transformationsmethode der Probleme über elektrische Vertheilung“, am 8. Dezbr. 1861.

(Das Manuscript wurde am selben Tage eingereicht.)

Bei den Untersuchungen, welche sich auf die Vertheilung der Electricität, electricischen Ströme, Wärmeströmung, des Magnetismus

u. s. w. in und auf Kugeln beziehen, spielt eine besondere Beziehung je zweier Punkte zur Kugelfläche eine besondere Rolle. Man denke sich den Mittelpunkt einer Kugel vom Radius R im Mittelpunkte der Coordinaten gelegen, x, y, z seien diejenigen für einen beliebigen Punkt des Raumes, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ dessen Entfernung vom Mittelpunkte. Man bestimme einen zweiten Punkt ξ, v, ζ so, dass er mit dem Punkte x, y, z und dem Kugelmittelpunkte in einer geraden Linie liege, und dass sei

$$\varrho = \sqrt{\xi^2 + v^2 + \zeta^2} = \frac{R^2}{r}, \text{ also}$$

$$\xi = x \frac{R^2}{r^2}, v = y \frac{R^2}{r^2}, \zeta = z \frac{R^2}{r^2} \left. \vphantom{\xi} \right\} 1$$

Dann sind bekanntlich die Entfernungen irgend eines beliebigen Punktes auf der Kugelfläche von den beiden Punkten x, y, z und ξ, v, ζ im constanten Verhältnisse wie $R : \varrho$ oder wie $r : R$, und wenn im Punkte x, y, z die elektrische Masse M sich befindet, und auf der Kugel eine solche Vertheilung der Electricität eintritt, dass längs der ganzen Oberfläche ihr Potential gleich dem der Masse M wird, so wirkt die electricische Vertheilung auf der Kugelschaale nach dem inneren und äusseren Raum hin so, als wäre alle Electricität einmal im Punkte x, y, z , das andere Mal im Punkte ξ, v, ζ concentrirt. Man hat deshalb auch den einen dieser Punkte als das electricische Abbild des andern in Bezug auf die Kugelschaale bezeichnet.

Diese Beziehung beider Punkte erlaubt aber noch eine weitere Verallgemeinerung. Es sei $F_{x, y, z}$ eine beliebige Function der Coordinaten x, y, z , man setze in dieser Function statt jedes Punktes sein electricisches Abbild, so dass man eine neue Function $\Phi_{\xi, v, \zeta}$ von ξ, v und ζ gewinne, und

$$F_{x, y, z} = \Phi_{\xi, v, \zeta}$$

sei, so oft die Gleichungen 1 erfüllt sind, so zeigt sich, dass

$$\frac{R^5}{r^5} \left[\frac{d^2 F}{dx^2} + \frac{d^2 F}{dy^2} + \frac{d^2 F}{dz^2} \right] = \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{R}{\varrho} \Phi \right) + \frac{d^2}{dy^2} \left(\frac{R}{\varrho} \Phi \right) + \frac{d^2}{dz^2} \left(\frac{R}{\varrho} \Phi \right)$$

So weit also die Function F die linke Seite dieser Gleichung gleich Null macht, so weit thut es für die entsprechenden Punkte ξ, v, ζ auch die Function $\frac{R}{\varrho} \Phi$. Jedem Theile des Raums aber, wo es durch die Function F nicht geschieht, entspricht ein anderer Theil des Raums, wo es durch die Function $\frac{R}{\varrho} \Phi$ nicht geschieht. Ist also

F eine Potentialfunction electricischer Massen, so ist $\frac{R}{\varrho} \Phi$ eine Potentialfunction anderer electricischer Massen, welche die Abbilder der vorigen in Bezug auf die Kugel sind.

Die neue Function $\frac{R}{\rho} \Phi$ wird discontinuirlich 1) im Punkte $\rho = 0$, wenn nicht $\Phi_0 = F_\infty = 0$ ist; 2) in allen solchen Punkten, die die Abbilder discontinuirlicher Punkte von F sind. — Ebenso verhält es sich mit den ersten Differentialquotienten, denn es ist

$$\left(\frac{dF}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dF}{dy}\right)^2 + \left(\frac{dF}{dz}\right)^2 = \frac{R^4}{\rho^4} \left[\left(\frac{d\Phi}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{d\Phi}{d\nu}\right)^2 + \left(\frac{d\Phi}{d\xi}\right)^2 \right]$$

Die Function F ist discontinuirlich in Punkten und Linien, welche electricische Massen enthalten, ihr Differentialquotient ist discontinuirlich in Flächen, welche mit einer Schicht Electricität bedeckt sind.

Ist also F die Potentialfunction von electricischen Massen, die in begrenzten Räumen, in Flächen, Linien, Punkten verbreitet sind, so ist Φ die Potentialfunction von electricischen Massen, welche in den Abbildern dieser Räume, Flächen, Linien, Punkte verbreitet sind, und einer Masse im Punkte $\rho = 0$.

Ist in einem Theile des Raums oder auf einer Fläche $F = 0$, so ist in dem entsprechenden Abbild dieses Raumes oder dieser Fläche $\Phi = 0$. Wenn also die Vertheilung der Electricität im Gleichgewichte auf einer Fläche gefunden ist, unter dem Einflusse gewisser anderer Massen, so giebt uns unsere Transformation die Lösung eines andern Problems für das electricische Gleichgewicht auf dem Abbilde jener Fläche.

Die Vertheilung der Electricität auf einer gewissen Fläche A kann gefunden werden für alle beliebig vertheilten electricischen Massen, wenn die Vertheilung gefunden werden kann, welche unter dem Einfluss eines jeden beliebig gelegenen electricischen Massenpunktes das Potential längs der Fläche A gleich Null macht. Dann ist $F_\infty = 0$.

Ist diese allgemeine Aufgabe gelöst für die Fläche A , so kann sie vermöge unseres Problems auch für die Abbilder der Fläche A in Bezug auf eine beliebig gelegene Kugel stets gelöst werden.

Ist die allgemeine Aufgabe nur gelöst für einen Punkt, der im inneren Raume der geschlossenen Fläche A liegt, so giebt die Transformation die Lösung für den äusseren Raum des Abbildes, falls der Mittelpunkt der Kugel, auf die sich die Abbildungen beziehen, in das Innere von A verlegt ist, und umgekehrt.

Die allgemeine Aufgabe der Vertheilung ist gelöst:

1) Für unbegrenzte Kugelflächen und Ebenen, diese geben bei der Transformation wieder unbegrenzte Kugelflächen und Ebenen, also nichts Neues.

2) Für Ellipsoide und andere Flächen zweiten Grades. Diese geben bei der Transformation eine besondere Art von Flächen vierten Grades, und zwar drei Systeme von solchen, welche zu einander orthogonal sind, wie die drei Systeme der Flächen zweiten Grades, welche die bekannten elliptischen Coordinaten bilden.

3) Für kreisförmig begrenzte Ebenen und Kugelstücke. Die einen werden durch unsere Transformation in die anderen übergeführt.

4) Dem Vortragenden ist es gelungen, das Problem zu lösen für Kanten, in denen zwei unendliche Ebenen unter beliebigem Winkel zusammenstossen; diese geben bei der Transformation linsenförmige Körper, von zwei sich schneidenden Kugelflächen begrenzt.

5) Das Problem ist gelöst für den innern Raum rechtwinkliger Parallelepipeda, regelmässiger Tetraeder und Octaeder; diese verwandeln sich bei der Transformation in Räume, welche von sich schneidenden Kugelflächen begrenzt sind, und an denen es entweder für den inneren oder äusseren Raum gelöst werden kann.

73. Vortrag des Herrn Professor R. Blum „über einige künstliche und natürliche Pseudomorphosen“,
am 20. Dezember 1861.

(Das Manuscript wurde am 4. Januar 1862 eingereicht.)

Durch die Güte des Hrn. Sorby erhielt ich mehrere künstliche Pseudomorphosen, die derselbe selbst dargestellt hatte, und welche ich, da sie gewiss nicht ohne allgemeines Interesse sind, hier vorlege, indem ich mir zugleich erlaube, einige Bemerkungen über das Vorkommen derselben Pseudomorphosen in der Natur daran zu knüpfen. Hr. Sorby brachte in eine Auflösung von Soda Gyps-Krystalle; diese wurden nach einiger Zeit zu kohlen-saurem Kalk umgewandelt, während sich schwefelsaures Natron bildete. Solche Pseudomorphosen von kohlen-saurem Kalk nach Gyps finden wir auch in der Natur, namentlich in der Zechstein-Formation, besonders in Thüringen. Ferner legte derselbe Kalkspath-Krystalle in Lösungen von Chlorzink, von Kupferchlorid und Eisenchlorür und erhielt in den verschiedenen Fällen Pseudomorphosen von Zinkspath, Malachit und Eisenspath nach Kalkspath, Pseudomorphosen, deren natürliches Vorkommen schon längst nachgewiesen ist. Dies lässt sich von den Pseudomorphosen des kohlen-sauren Baryts nach schwefelsaurem Baryt, welche Hr. Sorby erhielt, indem er monatelang Barytspath in eine Auflösung von Soda bei 150° C. liegen liess, nicht sagen, denn solche sind meines Wissens bis jetzt nicht in der Natur betrachtet worden, wohl aber der umgekehrte Fall, nämlich Pseudomorphosen von Barytspath nach Witherit.

Die eben angeführten Beispiele von künstlichen Pseudomorphosen betreffen meist leichtlöslichere oder doch solche Mineralien, auf deren Substanz nach und nach durch irgend ein Mittel sichtlich eingewirkt werden konnte, ohne dass dadurch die Form verändert wurde; so viel mir bekannt, sind jedoch bis jetzt noch keine Silikat-Pseudomorphosen künstlich dargestellt worden. In der Natur finden wir

der Milben, wie wir sie kennen, vollkommen abweichen, sondern wohl auch nirgends in der Thierwelt eine Analogie finden dürften. Construiren liesse sich allerdings eine Analogie, wenn man zum Beispiel die beiden Scheidenarme der Marsupialien sich hinter dem Darne vereinigen liesse, so dass sie etwa wie bei einem Theil der Fische in einem porus urogenitalis hinter dem After mündeten, den Scheidenblindsack aber vor dem Darne herabgeführt und in der den höhern Säugethieren normalen Weise vor dem After und von ihm gesondert geöffnet dächte. Dann müssten jene Gänge der Begattung, dieser der Geburt dienen.

75. Vortrag des Herrn Prof. Bunsen „über Vulkane“,
am 10. Januar 1862.

(Auszug aus dem Protokolle, da ein Manuskript des improvisirten Vortrags nicht eingereicht wurde.)

Der Vortragende sprach über Vulkane, besonders über die Entstehung vulkanischer Gebirge durch Hebung und Eruption. Er schilderte die Formationen, welche als Beweise für beiderlei Entstehungsweise auf der Insel Island von ihm untersucht wurden. Man kann daselbst die einfachsten Durchbrüche in der Form von Schlacken nasen, ohne Hebung und ohne Anhäufung eruptiver Massen beobachten. Daran reiht sich zunächst ein Durchbruch mit Wegreissen von Gesteinmassen, dann die Combination mit Lavaausflüssen. Es wurde der Zustand des Kraters des Hekla, dessen Veränderungen durch den Ausbruch von 1845, wie sie bei dem Besuche durch den Redner gefunden wurden, und das genauere Verhalten seiner Lavaausflüsse beschrieben, welche jenen Berg wie ein Mantel umgeben. Die Erhebung kann sich zu den Ascheauswürfen und Lavaergüssen gesellen, aber auch ohne solche stattfinden. Auch die Wirkungen solcher Hebungen begleiten die meisten Vulkane Islands und erscheinen unter sehr verschiedener Gestalt und Ausdehnung.

Es reihte sich an diese Skizze der isländischen Vulkane die Beschreibung des augenblicklich stattfindenden grossartigen Ausbruchs des Vesuvs, sowie eines Besuches im Jahre 1857. Bei letzterm wurde unter Andern bemerkt, dass die Innenwand des kleinen Eruptionskegels weiss glühend war, dass zwar keine Verbrennung, keine Flamme vorhanden war, dass aber die Dämpfe selbst glühend waren.

76. Vortrag des Herrn Prof. Helmholtz „über eine
Arbeit des Herrn Professor v. Betzold in Jena“,
am 24. Januar 1862.

(Auszug aus dem Protokolle.)

Der Vortragende theilte von Herrn Professor v. Betzold gewonnene Resultate mit, betreffend die Dauer der latenten Reizung

in den Nerven, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Reizung auch mit Rücksicht auf die Muskeln, deren Modifikation unter dem Einfluss elektrischer Ströme, mit besonderer Berücksichtigung der Theorie Pflüger's über die Muskelreizung. In Betreff des Ortes der Reizung wurde festgestellt, dass derselbe mit der Richtung des Stromes, Oeffnung und Schliessung desselben so wechseln, wie es aus Pflüger's Ansichten folgt.

77. Vortrag des Herrn Professor Nuhn „über ranula“,
am 7. Februar 1862.

(Das Manuskript wurde nicht eingereicht.)

78. Vortrag des Herrn Dr. Erlenmeyer „über die Darstellung von Propyljodür und Propylalkohol aus Glycerin“, am 21. Februar 1862.

(Das Manuskript wurde am 7. März 1862 eingereicht.)

In einer früheren Mittheilung erwähnte ich, dass man bei der Einwirkung von Jodwasserstoff auf Glycerin hauptsächlich Propyljodür und nur wenig Allyljodür erhält, wenn man grössere Mengen von Jodwasserstoff verwendet. Um eine grössere Quantität von Propyljodür darzustellen, verfuhr ich in folgender Weise. In einer Retorte, deren schief aufwärts stehender Hals durch ein weites, stumpfwinkelig gebogenes Glasrohr so mit einem Liebig'schen Kühler in Verbindung stand, dass nur die Jodwasserstoffsäure wieder in die Retorte zurückfliessen konnte, wurden 20 Grm. reines Glycerin mit 250 CC. Jodwasserstoff*) von dem Siedepunkt 125° und dem spec. Gew. 1,66 einer rasch verlaufenden Destillation unterworfen.

An das Ende des Kühlapparats fügt man am besten einen, zu einer nach unten gerichteten Spitze ausgezogenen Vorstoss an und lässt die Spitze in der Vorlage unter Wasser tauchen. Kühler und Vorlage müssen beständig möglichst kalt gehalten werden. Die Destillation verläuft ohne Stossen und ist (in ungefähr einer Stunde)

*) Nachdem mein Assistent Herr Dr. Hoster die verschiedenen bekannten Darstellungsmethoden der Jodwasserstoffsäure versucht hatte, erwies sich die folgende als die empfehlenswertheste: Eine geringe Menge Jod wird in viel Wasser vertheilt und Schwefelwasserstoff eingeleitet. Sobald alles Jod in Lösung gegangen und die Flüssigkeit farblos erscheint, wird darin eine neue Menge Jod aufgelöst und wieder Schwefelwasserstoff eingeleitet. Dieselbe Procedur wird so oft wiederholt, bis die Flüssigkeit am Aräometer ein spec. Gew. von ungefähr 1,3 zeigt, dann findet keine Jodwasserstoffbildung mehr statt. Man lässt die Flüssigkeit in einem verschlossenen Gefäss über Nacht klären, filtrirt sie in eine Retorte und destillirt mit in die Flüssigkeit eingesenktem Thermometer, bis dieses 125° zeigt. Die so erhaltene Jodwasserstoffsäure ist etwas braun gefärbt, aber so concentrirt, dass sie raucht.

86. Vortrag des Herrn Professor Helmholtz „über die arabisch-persische Tonleiter“, am 32. Mai 1862.

(Das Manuscript wurde eingeliefert am 19. Juli 1862.)

Der Vortragende hat in einer früheren Sitzung vom 23. Nov. 1860*) ein System der Construction und Stimmung musikalischer Instrumente beschrieben, welches erlaubt durch alle Tonarten in reinen consonanten Accorden zu spielen. Es sind zu dem Ende doppelt so viel Tonstufen nöthig als für die gewöhnliche gleichschwebende Temperatur. Es hängt aber noch von einem besonderen Umstande ab, dass man mit dieser Zahl von Tonstufen auskommt. Wenn man vom Tone C aus in aufsteigenden Quinten fortschreitet C — G — D — A — E, so kommt man bei der vierten Quinte auf den Ton E, welcher der natürlichen Terz des Tons C, die ich wie in der früheren Mittheilung e nennen will, bis auf das kleine Intervall $\frac{81}{80}$ nahe kommt. In der griechischen Stimmung wird dieses E statt des Tones e als Terz von C benutzt. Wenn man dagegen von C aus in acht Quintenschritten abwärts geht, C — F — B — Es — As — Des — Ges — Ces — Fes, so kommt man auf den Ton Fes, welcher nur etwa noch um den zehnten Theil des Intervalls $\frac{81}{80}$ sich von e unterscheidet, und practisch in allen Fällen ohne Bedenken für e gesetzt werden kann. Das damals beschriebene Stimmungssystem beruht wesentlich darauf, dass vertauscht werden

Fes mit e, Ces mit h, Ges mit fes u. s. w.

Ich habe nun gefunden, dass die arabisch-persischen Musiker, obgleich sie ihre Tonleitern nur für einstimmige Musik ausbildeten, doch dieselbe Vertauschung benutzt haben, um reine natürliche Scalen zu erhalten. Die gewöhnliche Ansicht ist, dass die arabisch-persische Scala in 17 Dritteltöne eingetheilt sei. In dem Werke von Kiesewetter über die Musik der Araber finden sich aber die Vorschriften, welche Abdul Kadir und Schafieddin, persische Musiker des XIV. Jahrhunderts, gegeben haben für die Eintheilung des Monochords, und für die Weise, wie die Bunde auf der Laube zu setzen sind. Aus diesen ergibt sich ganz genau die Construction ihrer Tonleiter, welche wir in den von uns nach Hauptmanns Vorschlag gebrauchten Zeichen folgendermassen schreiben können:

C — Des — d — D — Es — e — E — F — Ges — g — G — As — a —
B — h — c — C.

Diese Leiter ist nach einer Reihe von 17 Quinten gestimmt, nämlich:

c — g — d — a — e — h — fis

*) Vgl. Verhandlungen Bd. II. Heft III. p. 73.

das fis können wir auch Ges schreiben und dann fortfahren:

Ges — Des — As — Es — B — F — C — G — D — A — E.

Die Perser und Araber bilden daraus theils Scalen nach griechischer Art mit Pythagoräischen Terzen und Sexten, theils solche mit natürlichen Terzen und Sexten. Als Tonica ist in der Regel die Quarte der Leiter F zu betrachten.

A. Griechisch

Tonart Uschah: C — D — E — F — G — A — B — C.

Tonart Newa: C — D — Es — F — G — As — B — C.

Tonart Buselik: C — Des — Es — F — Ges — As — B — C.

B. Natürlich

Tonart Rast: C — d — e — F — G — a — B — C.

Tonart Sengula: C — D — e — F — g — a — B — C.

Tonart Rehawi: C — d — e — F — g — As — B — C.

Tonart Hussein: C — d — Es — F — g — As — B — C.

Tonart Hidschef: C — d — Es — F — g — a — B — C.

Bei den späteren alexandrinischen Griechen Didymus und Ptolemaeus im I. und II. Jahrhundert unserer Zeitrechnung finden wir unter anderen „Tonfarben“ auch ein sogenanntes syntonisches Geschlecht, welches natürliche Terzen enthält, und dessen Tetrachord in die Intervalle

$$\frac{16}{15}, \frac{9}{8}, \frac{10}{9}$$

getheilt ist. Da wir aber bei den Persern die Unterschiede der natürlichen Pythagoräischen Stimmung auf ein den Griechen ganz unbekanntes, bei jenen aber consequent durchgeführtes System begründet finden, erscheint es, wenn man eine Communication annehmen will, weil wahrscheinlicher, dass die alexandrinischen Griechen einige Bruchstücke des Persischen Systems aufgenommen haben, als umgekehrt. Dass die Araber diese Systeme von den Persern entlehnt haben, nachdem sie Persien erobert hatten, steht durch die Zeugnisse der arabischen Schriftsteller fest.

Herr Professor Helmholtz theilte bei dieser Gelegenheit mit, dass in Betreff seines Vortrags vom 6. Dezemb. 1861*) Herrn Dr. Lipschütz und Herrn W. Thomson die Priorität gebühre, indem ersterer kurz vorher die gleichen Resultate gefunden aber noch nicht bekannt gemacht, letzterer aber schon früher die Grundprincipien des Satzes gefunden und veröffentlicht habe.

*) Vgl. Verhandlungen Bd. II. Heft V. p. 196.