

INAUGURAL-DISSERTATION
zur
Erlangung der Doktorwürde
der
Naturwissenschaftlich-Mathematischen
Gesamtfakultät
der Ruprecht-Karls-Universität
Heidelberg

vorgelegt von
Herrn Dipl.-Phys. Stephan-Markus Henke
aus
München

Tag der mündlichen Prüfung: 16.10.2013

Modellierung der thermischen Entwicklung von
Asteroiden unter Berücksichtigung
geochronologischer Daten aus Meteoriten

Gutachter: Prof. Dr. Hans-Peter Gail
Prof. Dr. Cornelis Dullemond

Zusammenfassung

Es wurde ein numerisches Modell der thermischen Entwicklung von Asteroiden wie den Mutterkörpern gewöhnlicher Chondriten, einer Meteoritenklasse, entwickelt, in dem sowohl das Sintern als auch, neben ^{26}Al , der Einfluss von ^{60}Fe als Wärmequelle berücksichtigt wird. Das Modell wurde mittels eines genetischen Algorithmus unter Annahme des Zwiebelschalenmodells an empirische Abkühlalter von H-Chondriten angepasst, um die Parameter des H-Chondritenmutterkörpers zu bestimmen. Weiterhin wurden die Auswirkungen des Körperwachstums auf die thermische Entwicklung untersucht.

Die Modelle zeigen, dass bereits wenige km große poröse Planetesimale die für das Schmelzen erforderlichen Zentraltemperaturen entwickeln können. Aus der Angleichung des Modells an die H-Chondritenabkühlalter ergibt sich, dass das Zwiebelschalenmodell die thermische Entwicklungsgeschichte aller verwendeten H-Chondriten größtenteils exzellent reproduziert. Die rekonstruierten Eigenschaften des Mutterkörpers sind dabei mit denen aus anderen Modellen vergleichbar. ^{60}Fe scheint für die thermische Entwicklung des H-Chondritenmutterkörpers als Wärmequelle keine nennenswerte Rolle zu spielen. Die Untersuchung verschiedener Akkretionsdauern ergab, dass nur ein schnelles Wachstum mit der Thermochronologie der H-Chondriten verträglich zu sein scheint. Für den Fall kurzer Akkretionszeiten ist außerdem der Einfluss der Vorheizung in den zum Wachstum beitragenden Körpern gering. Die Verwendung der Instantanbildungsnaherung ist daher in künftigen Modellen gerechtfertigt.

Abstract

A numerical model is developed for the thermal evolution of asteroids and is applied to parent bodies of a meteorite class known as ordinary chondrites. This model includes sintering, as well as the influence of ^{60}Fe as a heat source, additional to ^{26}Al . The model is fitted to empirically determined cooling ages of H chondrites using a genetical algorithm under the assumption of an onion shell model to determine the parameters of the H chondrite parent body. Furthermore, the influence of parent body growth on the thermal evolution is examined.

The results demonstrate that porous planetesimals of a few km in size are able to develop central temperatures high enough for melting. For the most part, the results of the fit to the H chondrite cooling ages show that the onion shell model excellently reproduces the thermal evolution history of all H chondrites used. The reconstructed properties of the parent body are comparable to those of models of others. According to the fitting results, ^{60}Fe does not play a role in the thermal evolution of the H chondrite parent body. The examination of different accretion times yields that only rapid growth is compatible with the thermochronology of the H chondrites. Also, the influence of preheated building blocks is low for the case of short accretion times. As a result, the usage of the instantaneous accretion approximation in future models is justified.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Asteroiden	2
1.2	Meteoriten	5
1.3	Thermische Entwicklung von Asteroiden	9
1.3.1	Ältere Modelle der thermischen Entwicklung von Asteroiden	11
1.3.2	Vergleich der Modelle mit Meteoritenabkühlgeschichten	13
1.4	Vorhaben und Struktur dieser Arbeit	17
2	Modell der thermischen Entwicklung von Asteroiden	19
2.1	Modellrelevante Eigenschaften von Asteroiden	19
2.1.1	Aufheizung durch radioaktiven Zerfall und Freisetzung potenzieller Energie	19
2.1.2	Wärmekapazität	22
2.1.3	Wärmeleitung	22
2.1.4	Wärmetransport über andere Prozesse	27
2.2	Porosität und Sintern	27
2.2.1	Porosität und relative Dichte	27
2.2.2	Kalte Verdichtung (KV)	29
2.2.3	Heißes isostatisches Pressen (HIP)	30
2.3	Lösung der hydrostatischen Druck- und Wärmeleitungsgleichung	35
2.3.1	Anwendung des Finite-Differenzen-Verfahrens auf die hydrostatische Druckgleichung	35
2.3.2	Finite-Differenzen-Behandlung der Wärmeleitungsgleichung	38
2.3.3	Rand- und Anfangsbedingungen	40
2.4	Arbeitsweise des Algorithmus	42

3	Modellparameter bei der thermischen Entwicklung von Asteroiden	47
3.1	Vergleich mit dem Modell von Miyamoto et al.	47
3.2	Parameterstudie	50
3.2.1	Modell eines porösen Körpers	50
3.2.2	Verschiedene Anfangstemperaturen und Wärmeleitungen . . .	52
3.2.3	Höchsttemperaturen im Zentrum	54
3.3	Erste Anwendung des Modells auf den Mutterkörper der H-Chondriten	56
3.3.1	Diskussion	59
4	Fitten des Modells an Meteoritenabkühlalter von H-Chondriten	61
4.1	Fitverfahren für die Abkühlalter	62
4.1.1	Der Datensatz	62
4.1.2	Die Gütefunktion	63
4.1.3	Wahl des Optimierungsalgorithmus	63
4.1.4	Allgemeine Implementierung von Evolutionsalgorithmen . . .	65
4.1.5	Anwendung auf das Problem	66
4.2	Wahl der Parameter	67
4.3	Ergebnisse	70
4.3.1	Modell mit festgehaltener Wärmeleitfähigkeit	70
4.3.2	Modell mit optimierter Wärmeleitfähigkeit	73
4.3.3	Modell mit Vorgabe des (6) Hebe-Radius	78
4.3.4	Ein Modell frei nach Miyamoto et al. (1981)	78
4.3.5	Vergleich mit früheren Ergebnissen	81
4.3.6	Umlaufbahn des Mutterkörpers	85
5	Temperaturabhängige Wärmeleitung	89
5.1	Modellverbesserungen	89
5.1.1	Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitung	89
5.1.2	Finden der Schichten	90
5.1.3	Erweiterung des Datensatzes	91
5.2	Ergebnisse	91
5.2.1	Modell 1: Alle Parameter optimiert	92
5.2.2	Modell 2: $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis festgehalten	92
5.2.3	Modell 3: Wärmeleitkoeffizient festgehalten	96
5.2.4	Modell 4: $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis und Wärmeleitkoeffizient fest- gehalten	96
5.3	Diskussion der Ergebnisse	96

6	Körperwachstum und die thermische Entwicklung	101
6.1	Das Modell	102
6.1.1	Anfangsbedingungen	103
6.1.2	Temperaturrandbedingung an der Oberfläche	104
6.1.3	Lösungsverfahren	106
6.2	Ergebnisse	109
6.2.1	Auswirkungen der Akkretionszeit auf die Modellparameter	109
6.2.2	Berücksichtigung vorgeheizten Einfallmaterials	113
7	Zusammenfassung und Ausblick	119

Kapitel 1

Einleitung

Nach dem gegenwärtigen Verständnis der Entstehung der erdähnlichen Planeten des Sonnensystems sind Planetesimale der Größenordnung 100 km ein wichtiger Übergangszustand bei der Entstehung von Protoplaneten und Planeten aus der Protoplanetaren Scheibe (siehe z. B. Weidenschilling & Cuzzi 2006; Nagasawa et al. 2007). Im heutigen Sonnensystem findet man in Form von Asteroiden Objekte, die bei diesem Prozess übrig geblieben sind. Durch ihr Studium können daher wichtige Einsichten über diesen Übergangszustand erhalten werden.

Neben direkter Beobachtung und durch den Besuch von Raumsonden lassen sich die Asteroiden auch auf eine sehr einfache und kostengünstige Weise untersuchen. Denn man findet auf der Erdoberfläche Meteoriten, von denen die allermeisten in geologischen Maßstäben in der Regel erst kürzlich ($\lesssim 100$ Ma) durch Zusammenstöße von Asteroiden freigesetzt wurden und auf der Erde niedergegangen sind und daher ihre gegenwärtige Zusammensetzung beproben.

Besonders die Meteoritenklasse der Chondriten liefert Material, dass seit der Bildung ihres Herkunftskörpers nur wenig verändert wurde, und spiegelt daher die Materialzusammensetzung des Sonnennebels zu einem großen Teil recht genau wider. Es ist daher wichtig, die nach ihrer Entstehung in den Asteroiden abgelaufenen Prozesse genau zu verstehen, um den Meteoriten gesicherte Erkenntnisse aus der Frühphase des Sonnensystems zu entnehmen.

Die wichtigsten Prozesse, die hierbei eine Rolle spielen, sind die thermische Metamorphose und der Verlust von bei der Entstehung der Körper vorhandener flüchtiger Stoffe (z. B. Wasser). Die Ursache dieser Prozesse ist eine Aufheizung der Körper. Zum Verständnis dieser Prozesse ist eine theoretische Untersuchung der thermischen Entwicklung von Asteroiden auf Modellbasis nötig, die diese Aufheizung und ihre Auswirkungen auf den Körper quantitativ beschreibt. Die Ergebnisse eines solchen

Modells können dann mit dem Meteoritenbefund verglichen werden.

Gegenstand dieser Arbeit ist es, ein solches Modell der thermischen Entwicklung von Asteroiden der Größenordnung 100 km zu erstellen und auf den H-Chondriten-Mutterkörper anzuwenden. Der Verlauf der in diesem Modell vorhergesagten thermischen Entwicklung wird daraufhin mit geochronologischen Abkühlaltern von H-Chondriten verglichen, um über ein Optimierungsverfahren auf nicht bekannte Eigenschaften des Mutterkörpers zu schließen.

In dem hier dargestellten Modell wird als Ursache für die Aufheizung der radioaktive Zerfall von hauptsächlich ^{26}Al angenommen und außerdem der mögliche Beitrag von ^{60}Fe untersucht. Ferner wird der Einfluss der Verdichtung des Mutterkörpers, der sich aus einem Gemisch von losem Material und Staub gebildet haben muss, infolge von Druck- und Temperatureinwirkung untersucht, die insbesondere einen großen Einfluss auf die Wärmeleitfähigkeit innerhalb des Mutterkörpers hat. Außerdem wird der Einfluss des Körperwachstums auf die thermische Entwicklung betrachtet.

Einführungen in das Gebiet der Asteroiden und Meteoriten findet man in gängigen Lehrbüchern zur Astronomie und Astrophysik wie z. B. Carroll & Ostlie (2007), dem, sofern nicht anders angegeben, die Informationen in diesem Kapitel entnommen wurden.

1.1 Asteroiden

Die Asteroiden sind Körper im Sonnensystem, die sich größenmäßig zwischen den *Zwergplaneten* ($\gtrsim 1000$ km) und den *Meteoroiden* ($\lesssim 1$ m) einordnen und sich in keplerschen Bahnen um die Sonne bewegen. Der Begriff *Asteroid* stammt daher, dass ihre Lichtpunkte am Himmel aufgrund ihrer geringen Größe denen von Sternen gleichen. Da sie sich am Firmament aber wie Planeten bewegen, werden sie auch *Planetoiden* oder *Kleinplaneten* genannt. Der ebenfalls anzutreffende Begriff *Planetesimal* drückt die gegenwärtige Lehrmeinung aus, dass die Planeten aus solchen Körpern entstanden sind, bzw., dass sie bei der Planetenbildung übrig geblieben sind. In dieser Arbeit werden diese drei Begriffe gleichwertig verwendet. Die Asteroiden grenzen sich von den Kometen ab, die aus dem Kuipergürtel (jenseits der Neptunbahn, zwischen 30 und 50 AE) oder der Oortschen Wolke (3.000 bis 100.000 AE) stammen und überwiegend aus flüchtigen Elementen wie Wassereis und anderen Eisen (z. B. CO_2), sowie zu einem kleineren Teil aus Staub, bestehen.

Inzwischen sind mehr als 612.000 Asteroiden bekannt (Stand April 2013, NASA 2013). Den größten Teil von ihnen findet man hauptsächlich im Asteroidengürtel zwischen Mars und Jupiter, es gibt aber auch erdnahe Asteroiden, deren Bahnen inner-

halb der Marsbahn verlaufen, z. B. die Familien der Apollos oder Amors. Von ihnen nimmt man aber an, dass auch sie ursprünglich aus dem Asteroidengürtel stammen, ihre Bahnen sich durch Wechselwirkungen mit Jupiter jedoch näher an die Sonne verlagerten. Ebenso findet man Asteroiden auch außerhalb der Jupiterbahn. Eine besondere Klasse stellen die *Trojaner* dar. Diese befinden sich in den Lagrangepunkten 4 und 5 von hauptsächlich Jupiter, aber auch von Mars und Neptun. Trojaner von Jupiter sind z. B. (588) Achilles oder (1172) Aeneas.

Aufgrund ihrer geringen Größe sind die meisten Asteroiden unregelmäßig („kartoffelförmig“) geformt. Erst ab Größen von 100 km nehmen sie auf Grund der Eigengravitation eine mehr und mehr runde Form an. Außerdem liegt die Dichte vieler von ihnen erheblich unter derjenigen von festem Gestein ($\gtrsim 3000 \text{ kg/m}^3$, beispielsweise beträgt die Durchschnittsdichte der H-Chondriten, einer Meteoritenklasse, 3780 kg/m^3). Die Dichte von (243) Ida beträgt z. B. zwischen 2200 und 2900 kg/m^3 und die von (253) Mathilde¹ sogar nur 1300 kg/m^3 . Dies legt einen sehr lockeren Aufbau dieser Asteroiden nahe, das heißt, sie bestehen vermutlich aus Geröll mit sehr großen und/oder zahlreichen Hohlräumen statt aus festem Gestein. Außerdem haben Bilder der Raumsonde Galileo nachgewiesen, dass (951) Gaspra und Ida trotz ihrer kleinen Größe (Radius $< 20 \text{ km}$) mehrere zehn bis mehrere hundert Meter dicke Regolithschichten besitzen (Carr et al. 1994; Belton et al. 1994). Naheliegende Erklärungen dafür sind, dass sich diese Körper aus losem Material geformt haben oder nach Kollisionen teilweise zerstört wurden, worauf sich das bei der Kollision weggesprengte Material wieder zusammengefunden hat, aber aufgrund der geringen Gravitation im Anschluss nur lose zusammengehalten wird, weil der Druck und die Temperatur für eine anschließende Verdichtung nicht ausreichen.

Im Jahre 1760 wurde von dem deutschen Gelehrten Johann Daniel Titius die später teilweise nach ihm benannte Titius-Bode-Reihe aufgestellt, die die Entfernungen der damals bekannten Planeten von der Sonne zutreffend beschrieb, aber bei 2,8 AE zwischen Mars und Jupiter einen weiteren Planeten vorhersagte. Zu Beginn des 19. Jahrhunderts wurden dann zwischen Mars und Jupiter die ersten Asteroiden entdeckt, darunter (1) Ceres², (2) Pallas und (4) Vesta. Heute wird allgemein davon ausgegangen, dass der Jupiter dafür verantwortlich ist, dass sich dort, wo sich der

¹(243) Ida wird von einem Mond (Dactyl) umkreist, über dessen Bahneigenschaften die Dichte von Ida bestimmt werden konnte. An (253) Mathilde flog im Oktober 1997 die Raumsonde NEAR-Shoemaker auf ihrem Weg zu (433) Eros vorbei. Mathildes Dichte konnte daraufhin aus der Bahnablenkung der Raumsonde beim Vorbeiflug bestimmt werden.

²Heute wird (1) Ceres zu den Zwergplaneten gezählt, etablierte Namensgebungen werden in der Astronomie aber traditionell beibehalten, auch wenn sie durch neuere Entdeckungen ungerechtfertigt oder inkonsequent erscheinen.

Asteroidengürtel befindet, kein Planet gebildet hat (z. B. Petit & Morbidelli 2001).

Die Benennung der Asteroiden folgt dem Schema „(Nummer) Name“. Die Nummer wurde anfangs nach der Reihenfolge der Entdeckungen vergeben, heute wird sie bei Neuentdeckungen allerdings erst vergeben, wenn die Bahnform hinreichend bekannt und das Objekt jederzeit wieder auffindbar ist. Die Namen stammten anfangs von griechischen und römischen Gottheiten, heute haben die Entdecker neuer Körper das Recht, Namen vorzuschlagen, die aber durch eine Kommission der IAU bestätigt werden müssen. Die ersten entdeckten Asteroiden haben folgende Namen erhalten: (1) Ceres, (2) Pallas, (3) Juno, (4) Vesta, (5) Astraea und (6) Hebe.

Die Asteroiden unterscheiden sich in ihrem spektralen Erscheinungsbild und ihrer Albedo, was auf unterschiedliche Zusammensetzungen der Oberfläche schließen lässt. Sie lassen sich so in verschiedene *Klassen* aufteilen, deren Häufigkeiten innerhalb der Population von der Entfernung zur Sonne abhängen. Einige wichtige Klassen seien hier kurz erwähnt (siehe Carroll & Ostlie 2007):

- *S-Typ*-Asteroiden machen ca. ein Sechstel aller bekannten Asteroiden aus und kommen hauptsächlich im inneren Bereich des Asteroidengürtels (2 – 3,5 AE) vor mit stark abnehmender Häufigkeit bei größeren Sonnenabständen (siehe z. B. Fig. 22.19 in Carroll & Ostlie 2007). Ihre Oberflächen bestehen hauptsächlich aus eisen- und magnesiumreichen Silikaten zusammen mit metallischem Eisen-Nickel. Sie besitzen eine eher geringe Häufigkeit flüchtiger Stoffe und Albedos im Bereich 0,1-0,2. Einige bekannte Vertreter dieser Asteroidenklasse sind zum Beispiel (951) Gaspra, (243) Ida, (433) Eros und (6) Hebe. Die Oberflächenzusammensetzung der S-Typ-Asteroiden entspricht am ehesten derjenigen der gewöhnlichen Chondriten, weshalb es anzunehmen ist, dass sie von S-Typ-Asteroiden stammen. Zum Beispiel spricht einiges dafür, dass (6) Hebe der Mutterkörper der H-Chondriten ist (s. u.).
- *C-Typ*-Asteroiden findet man hauptsächlich in der Nähe von 3 AE. Sie machen ca. drei Viertel aller Asteroiden aus, haben eine sehr dunkle Oberfläche mit Albedos von 0,03 bis 0,07 und scheinen reich an kohlenstoffhaltigem Material zu sein, weshalb sie als Ursprung der kohligen Chondriten angesehen werden. Ferner zeigen ca. zwei Drittel von ihnen erhebliche Mengen flüchtiger Stoffe, besonders Wasser. Ein Beispiel eines C-Typ-Asteroiden ist (253) Mathilde.
- *M-Typ*-Asteroiden: Ihre Zusammensetzung ähnelt hauptsächlich derjenigen von Eisen-Nickel-Meteoriten. Sie besitzen Albedos von 0,10 bis 0,18 und halten sich bevorzugt im inneren Asteroidengürtel unter den S-Typ-Asteroiden auf.

Tab. 1.1: Einige Eigenschaften des Asteroiden (6) Hebe.

Physikalische Größe	Wert	Einheit	Quelle
Mittlerer Radius R	93	km	a
Gesamtmasse M	$1,28 \cdot 10^{19}$	kg	b
Mittlere Dichte ρ	3810	kg m^{-3}	b
Bahnradius a	2,462	AE	c
Exzentrizität e	0,23		c
Inklination i	$14,8^\circ$		c

Quellen: (a) Torppa et al. (2003), (b) Baer et al. (2011), (c) Gaffey & Gilbert (1998)

Der Asteroid (6) Hebe

Der Asteroid (6) Hebe ist in dieser Arbeit von besonderer Bedeutung, weil man annimmt, dass er der Mutterkörper der H-Chondriten oder ein Teilfragment dessen sein könnte (Gaffey & Gilbert 1998; Morbidelli et al. 1994). Denn zum einen handelt es sich bei ihm um einen S-Typ-Asteroiden, dessen Oberflächensilikatanteil mit demjenigen der H-Chondriten übereinstimmt. Zum anderen befindet er sich nahe bei sowohl der ν_6 - als auch der 3:1-Resonanz. Dort durch Zusammenstöße von Asteroiden freigesetzte Fragmente können mit der Zeit sehr hohe Exzentrizitäten erhalten, die Bahnüberschneidungen mit der Erdbahn ermöglichen. Die dafür erforderliche Zeit ist von der Größenordnung 1 Ma.

Einige Eigenschaften Hebes sind in Tab. 1.1 zusammengestellt. Erwähnenswert ist sein mittlerer Radius von 93 km, der als untere Schranke für den Radius des H-Chondritenmutterkörpers angesehen werden kann, sofern Hebe tatsächlich der Mutterkörper oder zumindest ein Bruchstück davon ist. Weiterhin ist seine mittlere Dichte von 3810 kg/m^3 relativ hoch, was auf einen kompakten Aufbau schließen lässt.

1.2 Meteoriten

Meteoriten sind natürliche Objekte, die aus dem Weltraum auf die Erdoberfläche gelangt, dabei aber nicht auf ihrem Weg durch die Atmosphäre verglüht sind. In der Regel sind sie von geringer Größe (Millimeter- bis Metergröße) und bestehen aus Eisen oder Gestein. Die meisten Meteoriten lassen sich in wenige Klassen einteilen, die sich zum Teil grundlegend voneinander unterscheiden. Diese Unterschiede lassen sich mit der Herkunft und der Geschichte dieser Objekte erklären. Nach heutiger Auffassung stammen die allermeisten Meteoriten von Objekten aus dem Asteroidengürtel

(Wetherill & Chapman 1988). Die Unterschiede können mit der Art des Herkunftskörpers, im folgenden *Mutterkörper* genannt, und der Tiefe im Körper, aus dem sie stammen, erklärt werden (McSween et al. 2003). Durch teilweise oder vollständige Zerstörung solcher Körper durch Kollisionen wurden Trümmer freigesetzt, von denen einzelne auf der Erde als Meteoriten niedergegangen sind. Die beiden Hauptgruppen, in die die Meteoriten eingeteilt werden, sind differenzierte und undifferenzierte Meteoriten.

Differenzierte Meteoriten stammen von Körpern, die im Laufe ihrer Geschichte Temperaturen entwickelt haben, die ein teilweises bis vollständiges Aufschmelzen ermöglichten. Daraufhin lief in ihnen aufgrund der Schwerkraft ein Absetzprozess ab, der zu einer Trennung der unterschiedlichen Materialien des Körpers führte. Dabei bildeten sich ein Silikatmantel, indem sich hauptsächlich die Silikate und *lithophile* (silikatliebende) Stoffe (wie z. B. Aluminium) angereichert haben, und ein Eisenkern aus, der hauptsächlich Eisen und Nickel sowie *siderophile* (eisenliebende) Stoffe enthält.

Daher lassen sich die differenzierten Meteoriten in die beiden folgenden Untergruppen einteilen:

- *Eisenmeteoriten*: Sie entstammen dem Kern differenzierter Körper und bestehen hauptsächlich aus Eisen und Nickel (Nickelanteil zwischen 5 und 20 Gewichtsprozent) und machen nur ca. 5% aller Meteoriten aus.
- *Achondriten*: Sie entstammen dem Mantel differenzierter Körper und bestehen hauptsächlich aus Silikaten und lithophilem Material.
- Man findet auch Mischformen, die *Stein-Eisen-Meteoriten*, die der Übergangszone zwischen Kern und Mantel entstammen.

Die *undifferenzierten* Meteoriten, die auch *Chondriten* genannt werden, stammen von nicht aufgeschmolzenen Körpern. Sie bestehen zu einem (je nach Chondritenklasse unterschiedlich) großen Teil aus den namensgebenden *Chondren* (griechisch für Korn), 0,1 bis ca. 1 mm großen Silikatkügelchen, die bereits vor ihrem Einbau in andere Körper aufgeschmolzen und wieder abgekühlt waren. Diese sind dann in eine Matrix aus verdichtetem Staub eingebettet. Der Ursprung der Chondren sowie ihre Bildungszeit sind nicht genau bekannt, ein Hf-W-Alter des H4-Chondriten Ste. Marguerite weist aber auf ein Alter von $1,7 \pm 0,7$ Ma nach der CAI-Bildung hin (Kleine et al. 2008, 2009). In den Achondriten sind diese infolge des Aufschmelzens nicht mehr vorhanden.

Auch wenn die Chondriten nie aufgeschmolzen sind, haben sie im Laufe ihrer Entwicklung doch Temperaturen erfahren, die zum Teil deutliche Spuren (z. B. in Form von thermischer Metamorphierung oder wässriger Veränderung) hinterlassen haben, die zu Veränderungen der Stoffzusammensetzung geführt haben. Der Grad der Veränderung hängt von der erfahrenen Höchsttemperatur ab. So lassen sich die Meteoriten in verschiedene petrologische Typen von 1 bis 6 aufteilen. Die petrologischen Typen 3 bis 6 drücken unterschiedliche Grade der thermischen Metamorphose aus, von 3 wenig metamorphiert bis 6 stark metamorphiert (Huss et al. 2006). Mit zunehmendem petrologischen Typ werden inhomogene Minerale zunehmend homogen, der Gehalt flüchtiger Stoffe nimmt ab und Chondriten sind weniger klar erkennbar. Meteoriten der petrologischen Typen 1 und 2 zeigen hauptsächlich wässrige Veränderung.

Auch die Chondriten lassen sich in mehrere Klassen aufteilen:

- gewöhnliche Chondriten: Diese werden in H-, L- und LL-Chondriten unterteilt, die sich hauptsächlich durch ihren unterschiedlichen Eisengehalt auszeichnen. H steht für hohen (27,5 Gew.%), L für niedrigen („low“) Eisengehalt (21,5 Gew.%) und die LL-Chondriten besitzen noch weniger Eisen (18,5 Gew.%) (Kerridge & Matthews 1988). Die gewöhnlichen Chondriten sind die am häufigsten gefundenen Meteoriten. In Sears & Dodd (1988) werden die Fallhäufigkeiten für H-Chondriten mit 33,2%, für L-Chondriten mit 38,3% und für LL-Chondriten mit 7,9% angegeben. Die gewöhnlichen Chondriten besitzen im Allgemeinen petrologische Typen von 3 bis 6, haben also eine thermische Metamorphose durchlaufen. Die Höchsttemperaturen bei der Metamorphose von H-Chondriten des petrologischen Typs 6 liegen zwischen 1070 und 1120 K (Huss et al. 2006), was deutlich unterhalb des Schmelzpunktes eines eutektischen Gemisches aus Metall und Sulfid liegt.
- kohlige Chondriten: Ihr Hauptmerkmal ist ihre dunkle Färbung, die auf ihren relativ hohen Kohlenstoffgehalt zurückgeht und ihnen auch ihren Namen gegeben hat. Diese werden in die Untergruppen der CI-, CM-, CO- und CV-Meteoriten unterteilt, die sich vorwiegend in ihrem Chondrit- und Wassergehalt unterscheiden. Sie haben deutlich geringere Höchsttemperaturen erfahren als die gewöhnlichen Chondriten. Während die gewöhnlichen Chondriten im Allgemeinen eine thermische Metamorphose erfahren haben, liegt bei den meisten kohligen Chondriten eine sogenannte wässrige Veränderung vor. Die erfahrenen Spitzentemperaturen von CM- und CI-Chondriten lagen vermutlich nicht über 350°C, die von CO-Chondriten nicht über 450°C (Grimm & McSween 1989).

- Enstatit-Chondriten: Diese sind benannt nach dem Mineral Enstatit, das den Silikatanteil ihrer Chondriten dominiert. Sie werden in die Untergruppen EL- und EH-Chondriten unterteilt.

Die Häufigkeitsverteilung der Elemente in den Chondriten ähnelt derjenigen der *protoplanetaren Scheibe* (auch *Sonnennebel* genannt), da in ihren Mutterkörpern im Gegensatz zu denen der Achondriten und Eisenmeteoriten kein Absetzprozess stattgefunden hat, der siderophile von lithophilen Elementen getrennt hätte. Allerdings unterscheiden sich die Häufigkeitsverhältnisse von Elementgruppen unterschiedlicher Flüchtigkeit (Volatilität) in den verschiedenen Chondritenklassen zum Teil deutlich, wobei dieses Phänomen bei den hochflüchtigen Elementen am deutlichsten und bei den schwerflüchtigen Elementen nahezu gar nicht ausgeprägt ist. Dies ist hauptsächlich auf verschiedene Scheibentemperaturen während der Bildung der Mutterkörper der verschiedenen Meteoritenklassen zurückzuführen. Bei höheren Temperaturen konnten die flüchtigen Elemente nicht so stark auskondensieren und in die Körper eingebaut werden wie bei niedrigeren Temperaturen. Die CI-Chondriten entsprechen am ehesten den ursprünglichen Häufigkeiten, denn bis auf die flüchtigsten Elemente (H, He, usw.) stimmt ihre Zusammensetzung bemerkenswert mit derjenigen der Sonne überein (Larimer 1988, und darin enthaltene Literaturverweise).

Außerdem hat sich auch nach der Akkretion ihre Element- und Isotopenzusammensetzung aufgrund des radioaktiven Zerfalls instabiler Isotope und der Metamorphose zum Teil geändert. In manchen Chondriten, hauptsächlich den kohligen (z. B. Grimm & McSween 1989), können auch eingebaute flüchtige Stoffe (Wasser) aufgrund einer Aufheizung zum Beispiel aufgrund dieses radioaktiven Zerfalls ausgegast sein. Um aus den Chondriten Rückschlüsse auf den Aufbau des Sonnennebels zu ziehen, ist ein genaues Verständnis dieser Prozesse der thermischen Entwicklung erforderlich.

Außerdem enthalten die Chondriten sogenannte kalzium-aluminiumreiche Einschlüsse (im folgenden *CAIs* genannt von englisch „calcium aluminum rich inclusions“), die in kohligen Chondriten besonders auffällig sind. Sie sind für die Altersbestimmung im frühen Sonnensystem von entscheidender Bedeutung, denn sie gelten als die ältesten Objekte im Sonnensystem, die sich außerdem in einem sehr kurzen Zeitraum gebildet haben und daher für Zeitangaben im frühen Sonnensystem als Referenzpunkt gelten. Der zum Zeitpunkt der für diese Arbeit durchgeführten Rechnungen genaueste bekannte Wert für das Alter der CAIs war $4568,5 \pm 0,5$ Ma (Bouvier et al. 2007). Zu Bemerkens ist hierbei, dass der Fehler dieses Wertes auf der Ungenauigkeit der Messmethode basiert. Der Zeitraum, in dem sich die CAIs gebildet haben, ist mit ~ 50 ka deutlich kürzer, was man aus der Streuung der $^{26}\text{Al}/^{27}\text{Al}$ -Verhältnisse

in verschiedenen CAIs weiß (Bizarro et al. 2004). Dies macht den Zeitpunkt der CAI-Bildung zu einem zeitlichen Referenzpunkt im frühen Sonnensystem, gegenüber dem andere Alter relativ angegeben werden, wie dies auch in dieser Arbeit geschieht.

1.3 Thermische Entwicklung von Asteroiden

Da viele Meteoriten stark metamorphiert sind oder gar aufgeschmolzen waren, müssen deren Mutterkörper kurz nach der CAI-Bildung eine erhebliche Aufheizung erfahren haben. Der radioaktive Zerfall langlebiger Isotope (K, U, Th), die Hauptwärmequelle in den heutigen Planeten, kommt hierfür als Ursache nicht in Frage. Sie verursachen aufgrund ihrer langen Halbwertszeiten in den betrachteten Zeiträumen von wenigen 100 Ma nach der CAI-Bildung eine schwache konstante Energieabgabe (siehe z. B. Abb. 2.1), die zu gering ist, um das schnelle Aufheizen der Asteroiden auf die Höchsttemperaturen zu erklären, die in den Meteoriten festgestellt wurden (Urey 1955). Außerdem kann sie auch nicht die aus Abkühlaltern der Meteoriten (siehe Abschnitt 1.3.2) ableitbare Abkühlgeschichte der Körper erklären, da diese eine nur kurz währende Wärmeproduktion kurz nach der CAI-Bildung voraussetzt. Ferner wird pro Zeiteinheit so wenig Energie freigesetzt, dass sie bei Körpern der Größenordnung der Asteroiden aufgrund des im Vergleich zu den Planeten hohen Oberfläche-Volumen-Verhältnis quasi instantan an die Umgebung abgegeben wird.

Man geht heute davon aus, dass ^{26}Al die hauptsächliche Wärmequelle dieser Aufheizung war, da dieses im frühen Sonnensystem weit verbreitet war (MacPherson et al. 1995; Huss et al. 2001) und seine Zerfallsprodukte in den meisten Chondritenklassen (Lee & Papanastassiou 1976; Russel et al. 1996; Kita et al. 2000) und mehreren Achondriten gefunden wurden (Srinivasan et al. 1999; Nyquist et al. 2001). Außerdem weist die breite Übereinstimmung des $^{26}\text{Al}/^{27}\text{Al}$ -Verhältnisses in den CAIs und Chondren egal welcher Chondritenklasse darauf hin, dass ^{26}Al im frühen Sonnensystem sehr homogen verteilt war und Unterschiede der Anfangsverhältnisse auf verschiedene Bildungszeiten zurückzuführen sind. ^{26}Al besitzt eine Halbwertszeit von ca. 720.000 a und das $^{26}\text{Al}/^{27}\text{Al}$ -Verhältnis im frühen Sonnensystem konnte inzwischen zu $5,1 \cdot 10^{-6}$ zum Zeitpunkt der CAI-Bildung bestimmt werden (Jacobsen et al. 2008; Nyquist et al. 2009).

Alternativ hierzu findet man in der Literatur auch andere mögliche Erklärungen für die Aufheizung. Z. B. wurde eine Aufheizung durch elektromagnetische Induktion vorgeschlagen, hervorgerufen durch den Widerstand elektrischer Ströme, die durch Ausflüsse aus der jungen Sonne im T-Tauri-Stadium induziert wurden (Sonett et al. 1968). Jedoch konzentrieren sich diese Sonnenwinde hauptsächlich auf große Breiten

(Edwards et al. 1987) und Modelle dieser Hypothese hängen stark von der Wahl der verwendeten Parameter ab, deren Werte größtenteils unbekannt sind (Herbert 1989; Shimazu & Terasawa 1995), so dass dieser Effekt nicht vernünftig modelliert werden kann. Außerdem sind die Massenverluste eines Sterns während der T Tauri-Phase, die für die Aufheizung verantwortlich sind, seit Aufkommen dieser Hypothese erheblich nach unten korrigiert worden (DeCampi 1981). Eine weitere mögliche Wärmequelle ist die Aufheizung durch Einschläge bei der Bildung des Körpers. Jedoch wird dieser Effekt erst bedeutsam ab Körpergrößen von mehreren 100 km, was deutlich über den in dieser Arbeit betrachteten Größen liegt (siehe z. B. Keil et al. 1997).

Weitere Bedeutung kommt möglicherweise dem Zerfall von ^{60}Fe zu. Bezüglich des Verhältnisses von $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ existieren bisher nur wenige Messungen, die von $1,08 \cdot 10^{-8}$ bis $1,6 \cdot 10^{-6}$ reichen (Birck & Lugmair 1988; Quitté et al. 2007; Tang & Dauphas 2012). Jüngste Messungen der Halbwertszeit von ^{60}Fe ergeben einen Wert von $2,62 \pm 0,04$ Ma (Rugel et al. 2009).

Aufgrund der kurzen Halbwertszeiten von ^{26}Al und ^{60}Fe zerfallen diese Isotope rasch, was gegenüber den langlebigen Isotopen eine um Größenordnungen höhere Energiefreisetzung in den ersten Millionen Jahren nach CAI-Bildung bedeutet, die rasch abfällt, so dass eine wirksame Erwärmung der Körper nur während dieser Zeit erfolgt, bis das ^{26}Al und das ^{60}Fe zerfallen sind. Danach kühlen die Körper von außen nach innen hin ab, indem Wärme von der Oberfläche in den Weltraum abgestrahlt wird. Die Geschwindigkeit dieser Abkühlung ist hauptsächlich durch die Eigenschaften des Materials, aus dem der Körper besteht, bestimmt. Den größten Einfluss auf die Abkühlung hat dabei der Grad der Porosität des Materials, die sich stark auf die Wärmeleitung auswirkt.

Da die Aufheizung der Körper nur von der Menge des zum Zeitpunkt der Bildung des Planetesimalen vorhandenen zerfallenden Materials abhängt, ist der maximale Grad der inneren Aufheizung durch die anfängliche ^{26}Al -Häufigkeit bestimmt, d. h., hauptsächlich durch die Bildungszeit, vorausgesetzt, der Körper ist hinreichend groß, so dass die Abkühlung im Zentrum erst hinreichend spät einsetzt. Dies ist der Fall, wenn sie größer als einige zehn Kilometer sind. Bei solchen Planetesimalen, die sich nach ≈ 2 Ma nach den CAIs gebildet haben, reicht die freigesetzte Wärme für eine thermische Metamorphierung der Mutterkörper aus, so dass gewöhnliche Chondriten, Enstatit-Chondriten oder stärker aufgeheizte Acapulcoiten und Lodraniten entstehen können, aber nicht mehr für großflächiges Aufschmelzen, so dass keine Differenzierung einsetzen kann. Primitive Chondriten (wie solche vom petrologischen Typ 3) können in den äußeren kühlen Schichten von großen Mutterkörpern überleben (s. z. B. Göpel

et al. 1994; Trieroff et al. 2003) oder in Körpern, die nie größer als 10 – 20 km (Hevey & Sanders 2006; Yomogida & Matsui 1984) wurden, oder sich später gebildet haben.

1.3.1 Ältere Modelle der thermischen Entwicklung von Asteroiden

Um die thermische Entwicklung von Asteroiden besser zu verstehen, wurden in der Vergangenheit einige analytische und numerische Modelle entwickelt und untersucht. Diese sind in McSween et al. (2003) und Ghosh et al. (2006) zusammengefasst. In einigen Rechnungen wurde die Wärmeleitung für einen kugelsymmetrischen Körper, der durch Zerfall von homogen verteiltem ^{26}Al aufgeheizt wird, mit konstanter Wärmeleitfähigkeit und -kapazität analytisch gelöst (Miyamoto et al. 1981; Bennett & McSween 1996). Solche analytischen Modelle sind ihrer Natur entsprechend sehr einfach zu handhaben, können aber nicht auf realistischere Fälle erweitert werden, in denen Materialeigenschaften wie die Wärmeleitfähigkeit, die spezifische Wärme und andere raum- und zeitabhängig behandelt werden können. Ebenso kann keine neue Physik hinzugefügt werden. Allerdings war es möglich zu zeigen, dass H- und L-Chondriten der petrologischen Typen 3 bis 6 von Körpern des Größenbereichs um 100 km stammen, die durch den radioaktiven Zerfall kurzlebiger Nuklide aufgeheizt werden, und dass die verschiedenen petrologischen Typen Schichten verschiedener Tiefe desselben Mutterkörpers entsprechen, die verschiedene thermische Geschichten während der anfänglichen Aufheiz- und anschließenden Abkühlphase erfahren haben (Göpel et al. 1994; Trieroff et al. 2003; Kleine et al. 2008; Harrison & Grimm 2010). Die Anordnung von Material verschiedenen petrologischen Typs gleicht dann dem schalenartigen Aufbau einer Zwiebel, weshalb ein Modell mit solchen Eigenschaften auch *Zwiebelschalenmodell* genannt wird (s. Abb. 1.1).

Sollen komplexere physikalische Prozesse behandelt werden, müssen die entsprechenden Gleichungen des Modells jedoch numerisch gelöst werden. Eines der ersten Modelle dieser Art ist dasjenige von Yomogida & Matsui (1984), in dem Daten für die Temperatur- und Porositätsabhängigkeit von Materialeigenschaften (hier Wärmeleitfähigkeit und -kapazität) verwendet wurden, die aus Laboruntersuchungen von H- und L-Chondriten stammen (Yomogida & Matsui 1983). Besonders hervorzuheben ist in diesem Modell, dass die Autoren zum ersten Mal quantitativ den Prozess des Sinterns des anfänglich porösen Materials, aus dem sich die Planetesimale bildeten, modelliert haben. Dieser tritt auf, sobald im Körper hohe Temperaturen ($\gtrsim 700\text{ K}$) erreicht wurden und die Drücke aufgrund der Eigengravitation genügend hoch sind. Das Ergebnis besteht darin, dass im Körper verschiedene schalenförmige Gebiete entstehen. Im Inneren bildet sich ein fester Kern mit hoher Wärmeleitfähigkeit, weil

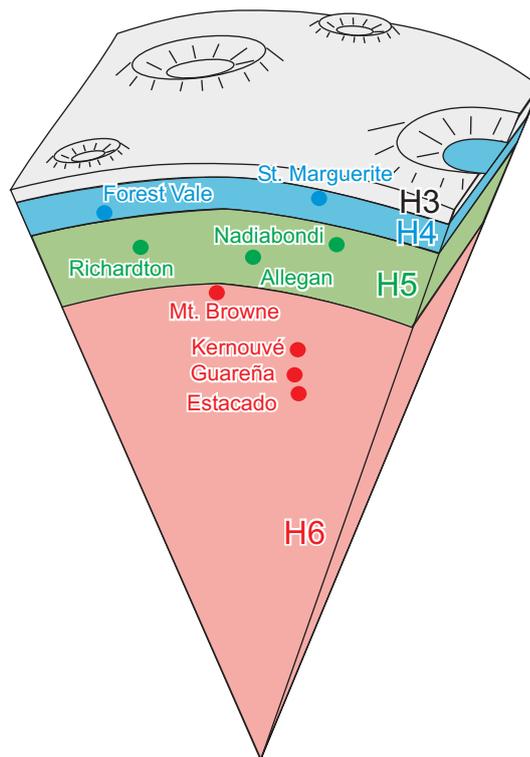


Abb. 1.1: Eine schematische Darstellung des Aufbaus des H-Chondritenmutterkörpers gemäß dem Zwiebelschalenmodell. Die farbigen Bereiche zeigen Gebiete mit verschiedenen petrologischen Typen. Die Tiefen, aus denen die in dieser Arbeit verwandten Meteoriten stammen, sind durch gefüllte Kreise gekennzeichnet (siehe Tab. 5.2, Modell 1). Mit freundlicher Genehmigung von Dr. Winfried Schwarz (Henke et al. 2013).

hier während des Verlaufs der thermischen Entwicklung des Körpers ausreichend hohe Drücke und Temperaturen erreicht werden, der von einer porösen Oberflächenschicht umgeben ist, in der die Temperaturen und Drücke nie Werte erreichen, bei denen eine Verdichtung durch Sintern möglich wäre.

Dieses Modell zeigt ausgeprägte Unterschiede zu Modellen mit konstanten Koeffizienten wie demjenigen von Miyamoto et al. (1981), weil in einem sehr großen Bereich im Inneren die Temperatur nach außen hin nur leicht abfällt und die Wärmeleitfähigkeit groß ist, während sie in einer sehr dünnen Außenschicht sehr schnell auf die Außentemperatur abfällt. Die Ergebnisse für die Tiefen der Bildung verschiedener petrologischer Typen und ihre vorhergesagte räumliche Verbreitung unterscheiden sich in den Modellen von Miyamoto et al. (1981) und Yomogida & Matsui (1984) sehr. Dies beweist, dass es entscheidend ist, die Verdichtung des granularen Materials durch dieses „heiße Pressen“ und die sich daraus ergebenden Änderungen der Wärmeleitfähigkeit in den Modellen zu berücksichtigen. Leider sind die Ergebnisse von Yomogida & Matsui (1984) dadurch beeinträchtigt, dass in ihrem Modell die wichtige Wärmequelle ^{26}Al nicht miteinbezogen wurde. Später wurden Sinterprozesse auch in den Modellen von Akridge et al. (1997) und Senshu (2004) miteinbezogen. In einigen Studien, in denen der Abschirmeffekt poröser Außenschichten auf die thermische Entwicklung auch untersucht wurde, wurde allerdings nur angenommen, dass

die Verdichtung dieser Schichten bei einer bestimmten charakteristischen Temperatur stattfindet, während der Sinterprozess selbst in den Modellen nicht modelliert wurde (Akridge et al. 1998; Hevey & Sanders 2006; Sahijpal et al. 2007; Gupta & Sahijpal 2010).

1.3.2 Vergleich der Modelle mit Meteoritenabkühlgeschichten

Es ist prinzipiell möglich, Modelle der thermischen Entwicklung von Planetesimalen mit der Abkühlgeschichte von Meteoriten zu vergleichen. Darunter versteht man den abfallenden Ast der zeitlichen Entwicklung der Temperatur der Meteoriten. Dieser entspricht der Abkühlgeschichte derjenigen Schicht des Mutterkörpers, aus der dieser Meteorit stammt. Dessen durch eine Vielzahl thermochronologischer Verfahren in Laboruntersuchungen gewonnenen *Abkühlalter* verbinden mit jedem Meteoriten eine Anzahl von Temperatur-Zeit-Paaren, die angeben, wann die Temperatur in der Schicht (deren Tiefe in dieser Arbeit als *Schichttiefe* bezeichnet wird), aus der der Meteorit stammt, während des Abkühlvorgangs unter eine bestimmte *Schließtemperatur* fiel. Diese Temperatur-Zeit-Paare entsprechen den Schnittpunkten der Temperaturentwicklungskurve eines bestimmten Massenelementes innerhalb des Mutterkörpers mit den Linien der Schließtemperaturen auf der abfallenden Seite der Kurve, die durch die Art des Datierungsverfahrens vorgegeben werden.

Da es nicht Gegenstand dieser Arbeit sein soll, solche radiologischen Datierungsverfahren zu untersuchen oder zu bewerten, wird hier auf deren Funktionsprinzip nicht eingegangen. Allerdings seien ein paar Bemerkungen zur Schließtemperatur erwähnt.

Unter der Schließtemperatur eines Isotops in einem Mineral versteht man die Temperatur, unterhalb derer es nicht mehr diffundieren kann, im Falle eines radiologischen Altersbestimmungsverfahrens also keine Eltern- oder Tochternuklide durch thermische Prozesse mehr verloren gehen können. Eine Möglichkeit, solche Schließtemperaturen auszurechnen, wurde von Dodson (1973) in Form der sogenannten Dodson-Gleichung angegeben. Darin wird davon ausgegangen, dass eine Spezies aus einem umgebenden Matrixmaterial in ein Mineralkorn hineindiffundiert, sofern die Temperatur über der Schließtemperatur liegt. Jedoch ergibt sich hieraus, dass in diesem Korn die Schließtemperatur nicht einheitlich ist, sondern nach innen hin zunimmt (s. die Darstellung von Ganguly & Tirone 2009). Es ergibt sich daher ein sogenanntes Schließtemperaturprofil. Die Dodsongleichung liefert aber nur eine gewichtete mittlere Schließtemperatur. Diese hängt von der Korngröße des Minerals ab, sowie von den Diffusionskoeffizienten der beteiligten Spezies und außerdem von

Tab. 1.2: Hier sind alle in dieser Arbeit verwandten Abkühlalter aufgelistet. Alle nicht eingeklammerten Werte sind in der in Kap. 4 beschriebenen Optimierung enthalten, die eingeklammerten Werte wurden erst in der in Kap. 5 beschriebenen Optimierung hinzugefügt. Die nicht eingeklammerten Abkühlalter von Kernouvé und Richardton wurden außerdem schon im optimierten Modell in Abschnitt 3.3 verwendet. Zur Begründung der Wahl der Abkühlalter siehe Henke et al. (2013).

Meteorit	Typ	Hf-W ^a	Pb-Pb ^b	Al-Mg ^c	U-Pb-Pb ^d	Ar-Ar ^e	Pu-Spaltspuren ^f	
		(Metal-silikat)	(Pyroxen-olivin)	(Feldspat)	(Phosphate)	(Feldspat)	(Merrillit)	
Schließ-temperatur		1150±75 (1100±75)	1050±100	750±130	720±50	550±20	390±25	K
								für Richardton)
Estacado	H6	4557,3±1,6	(4561±7)		(4501,6±2,2)	4465±5	4401±10	Ma
Guareña	H6				4504,4±0,5	4458±10	4402±14	Ma
Kernouvé	H6	4557,9±1,0	4537,0±1,1		4522,5±2,0	4499±6	4438±10	Ma
Mt. Browne	H6		(4554,8±6,3)		(4543±27)	(4516±5)	(4471±13)	Ma
Richardton	H5	4561,6±0,8	(4562,7±1,7)		4551,4±0,6	4525±11	4469±14	Ma
Allegan	H5				4550,2±0,7	4541±11	4490±14	Ma
Nadiabondi	H5		4558,9±2,3		4555,6±3,4	4535±10	(4543±20)	Ma
Forest Vale	H4			(4562,5±0,2)	4560,9±0,7	4552±8	4544±14	Ma
Ste. Marguerite	H4			(4563,1±0,2)	4562,7±0,6	4562±16	4550±17	Ma

Bemerkungen:

^a Hf-W-Alter aus Kleine et al. (2008) berechnet relativ zum $^{182}\text{Hf}/^{180}\text{Hf}$ -Verhältnis des Angriten D'Orbigny, der ein Pb-Pb-Alter von $t = 4563,4 \pm 0,3$ Ma (Kleine et al. 2012) besitzt. Schließtemperatur berechnet unter Verwendung von Gitterstrukturmodellen.

^b Schließtemperatur für Pb-Diffusion in Chondrenpyroxenen geschätzt von Amelin et al. (2005). Alterdaten aus Blinova et al. (2007) für Estacado und Mt. Browne, Amelin et al. (2005) für Richardton und Bourvier et al. (2007) für Nadiabondi und Kernouvé.

^c Daten von Zinner & Göpel (2002). Aktivierungsenergie und Frequenzfaktor aus LaTourrette & Wässersburg (1998): $E = 274 \text{ kJ/mol}$, $D_0 = 1,2 \cdot 10^{-6}$. Schließtemperatur berechnet nach Dodson (1973) bei 1000 K/Ma Abkühlrate und 2 μm Feldspatkornggröße.

^d Schließtemperatur aus Cherniak et al. (1991), Phosphat-U-Pb-Pb-Alterdaten aus Göpel et al. (1994) und Blinova et al. (2007) für Estacado und Mt. Browne.

^e Ar-Ar-Alter von Trieloff et al. (2003) und Schwarz et al. (2006) für Mt. Browne, erneut berechnet zur Korrektur der Fehlkalibrierung der K-Zerfallskonstante (Renne et al. 2011; Schwarz et al. 2011, 2012, s. auch Henke et al. 2013). Schließtemperatur aus Trieloff et al. (2003) und Pellas et al. (1997).

^f Berechnetes Alter bei 390 K aus dem Zeitintervall zwischen Pu-Spaltspuren in Merrillit bei 390 K und Pu-Spaltspuren von Pyroxen bei 550 K (entspricht Ar-Ar-Feldspatalter bei 550 K). Daten aus Trieloff et al. (2003), Schließtemperatur aus Pellas et al. (1997).

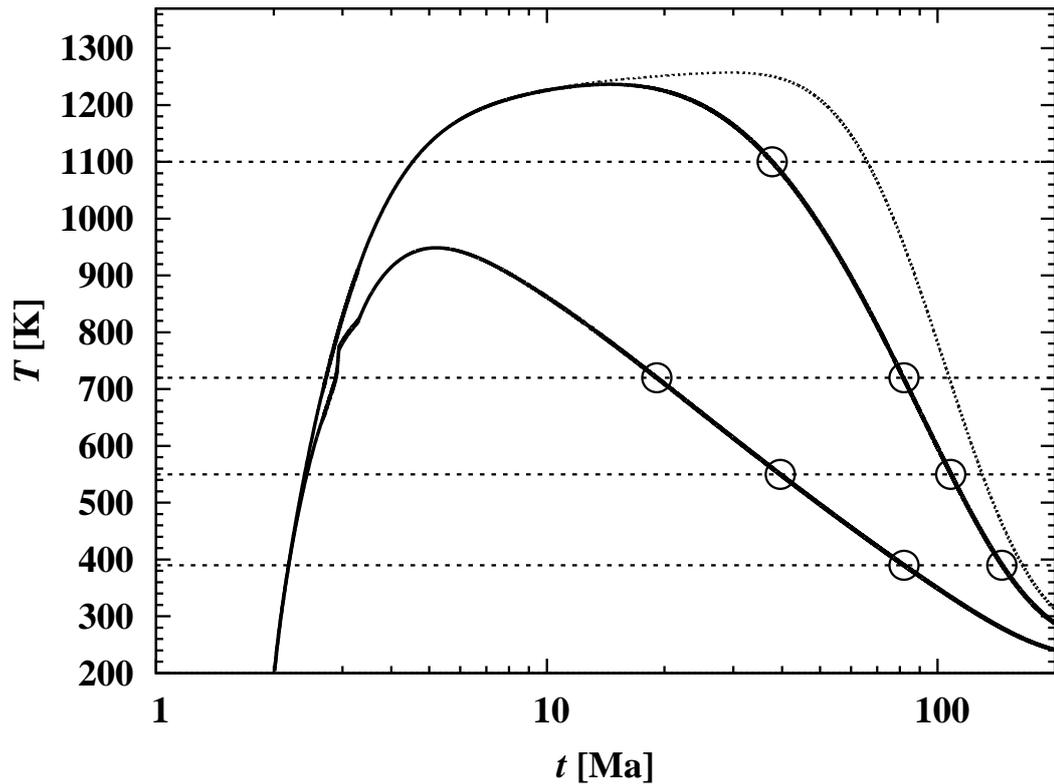


Abb. 1.2: Schematische Darstellung der Temperaturentwicklung in zwei verschiedenen Tiefen (durchgezogene Linien) und im Zentrum (gepunktete Linie) eines Planetesimalen von 100 km Größe. Die waagerechten gestrichelten Linien entsprechen den festen Schließtemperaturen in Tab. 1.2. Die Kreise zeigen die Zeitpunkte, in denen in der entsprechenden Tiefe die Temperatur jeweils eine bestimmte Schließtemperatur unterschreitet. Diese Zeitpunkte entsprechen den verschiedenen thermochronologischen Abkühlaltern der Meteoriten (Henke et al. 2012b).

der Abkühlrate während des Abkühlens unter die Schließtemperatur. Da außerdem die Korngrößen in Chondriten verschieden ausfallen können, und die Diffusionskoeffizienten des Chondritenmaterials nicht sehr genau bekannt sind, sind die Schließtemperaturen teilweise mit großen Unsicherheiten behaftet, die sich auch in ihren großen Fehlern widerspiegeln (s. Tab. 1.2).

Dies wird in Abb. 1.2 für vier Schließtemperaturen schematisch veranschaulicht, die denjenigen von vier der Datierungsverfahren entsprechen, die zur Bestimmung der in dieser Arbeit verwendeten Abkühlalter verwandt wurden (siehe Tab. 1.2). Darin bedeuten die durchgezogenen Linien die Abkühlkurven zweier Schichttiefen und die gestrichelten die verschiedenen Schließtemperaturen. Die gepunktete Linie stellt die Abkühlkurve im Zentrum dar. Die offenen Kreise auf den Schnittpunkten stellen

dann die Abkühlalter zweier hypothetischer Meteoriten dar, die je einer der beiden Schichttiefen der Abkühlkurven entstammen. Da die Abkühlkurven unterschiedlicher Schichten sich offensichtlich in Steigung und Höhe signifikant unterscheiden, ist es bereits möglich, für einen beliebigen Körper aus nur zwei Abkühlaltern eindeutig eine passende Schichttiefe zu rekonstruieren, für die sich eine Abkühlkurve ergibt, die diese Datenpunkte durchläuft.

Um aus den Daten auf die Eigenschaften des Mutterkörpers zu schließen, reicht daher die Kenntnis von zwei Punkten allein nicht aus, weil dann ein Fit durch diese mit einem großen Bereich von Modellparametern möglich wäre, da fast immer eine passende Tiefe gefunden werden kann. Sind allerdings mehr als zwei Punkte für einen Meteoriten verfügbar, schränkt dies die möglichen Modelle ein, da die Gesamtform der Temperaturkurven von den Modellparametern abhängt. Die Steigung zweier benachbarter Punkte eines Meteoriten unterscheidet sich nämlich im Allgemeinen von derjenigen eines der Punkte mit dem jeweils anderen Nachbarn, dessen Steigung von der gefitteten Abkühlkurve reproduziert werden muss, was nur durch eine geeignete Wahl der Modellparameter des Mutterkörpers erzielt werden kann. Indem man einen Satz von Modellparametern sucht, für den sich für jeden Meteoriten eine Tiefe bestimmen lässt, so dass die Abkühlkurven durch alle Datenpunkte verlaufen, können so wenigstens einige Eigenschaften des Mutterkörpers dieser Meteoriten rekonstruiert werden.

Da bei realen Meteoriten die experimentell bestimmten Schließtemperaturen und Alter mit deutlichen Fehlern behaftet sind (siehe Tab. 1.2), sind genügend große Datensätze (mit mehr als drei Datenpunkten) von so vielen Meteoriten wie möglich notwendig. Die Aufgabe besteht dann darin, einen Satz von Modellparametern eines Mutterkörpers zu finden, für den für jeden Meteoriten die Abkühlkurven so dicht wie möglich an allen entsprechenden experimentell bestimmten Abkühlaltern vorbeilaufen, das heißt, dass die Summe der (irgendwie bestimmten) Abstände zwischen Kurve und Datenpunkt für alle Punkte so klein wie möglich wird. Man hat es also mit einem Minimierungsproblem zu tun, in dem eine Gütefunktion hinsichtlich eines Daten- und eines Parametersatzes minimiert werden muss (mehr hierzu in Kap. 4.1).

Dies erfordert natürlich, dass die Temperaturentwicklung an den Stellen der späteren Meteoriten nicht durch größere äußere Einflüsse gestört wird, die ein erneutes Aufheizen verursachen. Jedoch sind die Abkühlalter bei zahlreichen Meteoriten durch solches erneutes Aufheizen, z. B. durch spätere Einschläge, leider wieder gelöscht worden. Solche Meteoriten können daher nicht für einen Vergleich zwischen Modell und Abkühldaten verwendet werden. Zum Beispiel hat im Fall der L-Chondriten offenbar

ein Einschlag vor 470 Ma die ursprüngliche Abkühlgeschichte gelöscht (Korochantseva et al. 2007), weshalb für den L-Chondriten-Mutterkörper eine solche Untersuchung nicht möglich erscheint. Unter den H-Chondriten konnten aber einige geeignete, d. h. mit ausreichender Zahl von Abkühlaltern, gefunden werden.

Die Schließtemperaturen der Datierungsmethoden der in dieser Arbeit verwendeten Abkühlalter geben an, wann bestimmte radiogene Isotopensysteme aufgehört haben zu equilibrieren (Hf-W, Pb-Pb, U-Pb-Pb, Ar-Ar) oder im Falle der Pu-Spaltspurmethode Spaltspuren aufhörten auszuheilen und erstrecken sich über den Temperaturbereich von 390 bis 1150 K.

Die in dieser Arbeit verwendeten Abkühlalter sind in Tab. 1.2 zusammengestellt. Diese Alter sind alle ca. 5 bis 200 Millionen Jahre jünger als die CAIs. Außerdem beobachtet man den bei allen gewöhnlichen Chondriten vorherrschenden Trend, dass solche hohen petrologischen Typs später ihre Höchsttemperatur erreicht haben und langsamer abgekühlt sind als solche niedrigen Typs, was sich mit den Erwartungen für das Zwiebelschalenmodell deckt (siehe Abschnitt 1.3.1).

1.4 Vorhaben und Struktur dieser Arbeit

In Kap. 2 wird das dieser Arbeit zugrunde liegende numerische Modell der thermischen Entwicklung von Asteroiden sowie dessen Aufbau und verwendete Methoden beschrieben, sowie die darin enthaltenen Annahmen aufgeführt und begründet. In Kap. 3 wird der Einfluss bestimmter Modellparameter auf die thermische Entwicklung der Asteroiden untersucht und die entsprechenden Ergebnisse vorgestellt und ein erster Vergleich mit Meteoritenabkühlaltern des H-Chondriten durchgeführt. In Kap. 4 wird ein Optimierungsalgorithmus auf das Modell der thermischen Entwicklung angewendet, um aus den Abkühlaltern auf die Eigenschaften des Mutterkörpers der H-Chondriten zu schließen und die entsprechenden Ergebnisse vorgestellt. In Kap. 5 wird das Modell aus Kap. 4 um eine temperaturabhängige Wärmeleitung erweitert und deren Einfluss auf die Ergebnisse untersucht. In Kap. 6 wird untersucht, inwieweit welche endlichen Akkretionszeiten des H-Chondritenmutterkörpers mit den Abkühlaltern zu vereinbaren sind und welchen Einfluss dabei eine eventuelle Vorheizung und Vorsinterung des akkretierten Materials auf die Entwicklung hat.

Kapitel 2

Modell der thermischen Entwicklung von Asteroiden

In diesem Kapitel wird das für diese Arbeit entwickelte Modell der thermischen Entwicklung von Asteroiden beschrieben, das in den Rechnungen aus Kapitel 3 verwendet wurde. In späteren Kapiteln hinzukommende Modellerweiterungen werden dort beschrieben. In Abschnitt 2.1 werden die Ursache der Aufheizung und die für das Modell wesentlichen Eigenschaften des chondritischen Materials wie der Wärmetransport durch das Material sowie dessen Wärmekapazität besprochen und deren Implementierung in ein Computerprogramm beschrieben. Die für die korrekte Beschreibung der Wärmeleitfähigkeit wichtige Behandlung der Porosität des Materials sowie ihre zeitliche Änderung durch Komprimierung des Materials wird in Abschnitt 2.2 behandelt. Abschnitt 2.3 behandelt das Verfahren, das in dieser Arbeit zur Lösung der Differenzialgleichungen verwendet wird und in Abschnitt 2.4 werden die eher technischen Aspekte des Programms beschrieben.

2.1 Modellrelevante Eigenschaften von Asteroiden

2.1.1 Aufheizung durch radioaktiven Zerfall und Freisetzung potenzieller Energie

Der Hauptbeitrag zur Aufheizung durch radioaktiven Zerfall wird durch das kurzlebige ^{26}Al verursacht, das mit einer Halbwertszeit von ca. 720.000 a zu ^{26}Mg durch $^{26}\text{Al} \rightarrow ^{26}\text{Mg} + e^+ + \nu_e$ zerfällt (siehe Tab. 2.1). Ein geringerer und noch nicht geklärter Beitrag stammt möglicherweise von dem β^- -Zerfall des ebenfalls kurzlebigen ^{60}Fe zu ^{60}Co mit einer Halbwertszeit von $2,62 \pm 0,04$ Ma (Rugel et al. 2009).

Tab. 2.1: Daten für die Berechnung der Heizraten durch radioaktiven Zerfall.

Isotop	f	E MeV	t_H a	Q W kg^{-1}	$X_{\text{el,H}}$	$X_{\text{el,L}}$
^{26}Al	$5,1 \cdot 10^{-5}$	3,188 (1)	$7,20 \cdot 10^5$	$1,67 \cdot 10^{-7}$	$9,10 \cdot 10^{-3}$	$8,95 \cdot 10^{-3}$
^{60}Fe (hoch)	$1,6 \cdot 10^{-6}$	2,894 (1)	$2,62 \cdot 10^6$	$2,74 \cdot 10^{-8}$	$2,93 \cdot 10^{-1}$	$2,26 \cdot 10^{-1}$
(niedrig)	$4,2 \cdot 10^{-7}$					
^{40}K	$1,5 \cdot 10^{-3}$	0,693 (2)	$1,26 \cdot 10^9$	$2,26 \cdot 10^{-11}$	$7,07 \cdot 10^{-4}$	$7,07 \cdot 10^{-4}$
^{232}Th	1,00	40,4 (2)	$1,39 \cdot 10^{10}$	$1,30 \cdot 10^{-12}$	$5,16 \cdot 10^{-8}$	$5,72 \cdot 10^{-8}$
^{235}U	0,24	44,4 (2)	$7,14 \cdot 10^8$	$3,66 \cdot 10^{-12}$	$2,86 \cdot 10^{-8}$	$3,17 \cdot 10^{-8}$
^{238}U	0,76	47,5 (2)	$4,47 \cdot 10^9$	$1,92 \cdot 10^{-12}$	$2,86 \cdot 10^{-8}$	$3,17 \cdot 10^{-8}$

Quellen: (1) Finocchi & Gail (1997), (2) Van Schmus (1995)

Die langlebigen Isotope ^{40}K , ^{232}Th , ^{235}U , ^{238}U , die für die thermische Entwicklung der Planeten relevant sind, tragen nur zu einem sehr geringen Teil zur Aufheizung bei, weil sie ihre Energie nur auf langen Zeitskalen abgeben. Außerdem ist das Oberfläche-Volumen-Verhältnis der in dieser Arbeit betrachteten Körper der Größenordnung 100 km viel zu groß, als das die Wärme, im Gegensatz zu Körpern der Mond- oder Planetengröße, effektiv im Körper gehalten werden könnte.

Die Energie, die von einem Kilogramm einer i verschiedene instabile Isotope enthaltenden Materialmischung in einer Sekunde durch radioaktiven Zerfall freigesetzt wird, ist gegeben durch

$$Q(t) = \sum_i \frac{X_{\text{el},i}}{m_{\text{el},i}} f_i \frac{E_i}{\tau_i} e^{-t/\tau_i}. \quad (2.1)$$

Diese Summe wird über alle i Isotope gebildet, die an der Wärmeentwicklung beteiligt sind. Dabei bezeichnen die $X_{\text{el},i}$ den Massenanteil des entsprechenden Elementes im Material, die $m_{\text{el},i}$ dessen atomare Masse der Isotopenmischung zum Zeitpunkt der CAI-Bildung, die f_i den Anteil der Atome des entsprechenden Isotopes an der Gesamtmenge der Atome des entsprechenden Elements zum Zeitpunkt der CAI-Bildung und die $\tau_i = t_{\text{H},i}/\ln 2$ die Zerfallskonstante ($t_{\text{H},i}$ Halbwertszeit), während t die seit der CAI-Bildung vergangene Zeit bedeutet.

Die Konstanten für die Berechnung von Q sowie die $X_{\text{el,H}}$ und $X_{\text{el,L}}$ für Material von H- und L-Chondriten sind in Tab. 2.1 angegeben (für deren Berechnung siehe Henke et al. 2012a). Die Isotopenhäufigkeiten für K und U bei CAI-Bildung stammen von Anders & Grevesse (1989), die für ^{26}Al von Nyquist et al. (2009). Die Häufigkeit von ^{60}Fe wird in der Literatur diskutiert. In der Tabelle sind der höchste

Wert aus Birck & Lugmair (1988) und die untere Grenze nach Quitté et al. (2010) angegeben. Es gibt Hinweise, dass ^{60}Fe im jungen Sonnensystem nicht homogen verteilt war (Quitté et al. 2010), was heißt, dass die anfängliche ^{60}Fe -Häufigkeit in den Mutterkörpern nicht von vornherein bekannt ist und daher als ein zusätzlicher freier Parameter in den Modellrechnungen behandelt werden muss.

Abbildung 2.1 zeigt die Änderung der Heizrate in H-Chondritenmaterial pro Einheitsmasse zur seit der CAI-Bildung verstrichenen Zeit bei Annahme der hohen ^{60}Fe -Häufigkeit in Tab. 2.1. Die vorherrschende Wärmequelle zur Zeit der Planetesimalbildung ist demnach ^{26}Al , aber ^{60}Fe dominiert wegen der längeren ^{60}Fe -Halbwertszeit während des nachfolgenden Zeitraums von ≈ 5 Ma bis ≈ 20 Ma als Wärmequelle. Bei einer kleineren Häufigkeit wäre die Dauer der Dominanz entsprechend kürzer.

Zum Vergleich zeigt Abb. 2.1 auch den Aufheizbeitrag der Gravitationsenergiefreisetzung während des Schrumpfens des Körpers an, wie er in einem später diskutierten Modell (s. Abb. 3.7) auftritt. Dieser Wert entspricht der Energie, die in der Oberflächenschicht während des Schrumpfens freigesetzt wurde. In dieser ist die pro Volumen freigesetzte Energiemenge am größten. Sie tritt im Vergleich mit der Zeitspanne der Heizung durch die radioaktiven Isotope nur eine sehr kurze Zeit auf und liegt nie um weniger als eine Größenordnung unter deren Beitrag. Für kleine Körper der Größenordnung 100 km, wie sie in dieser Arbeit betrachtet werden, spielt die Gravitationsenergiefreisetzung daher offensichtlich keine Rolle.

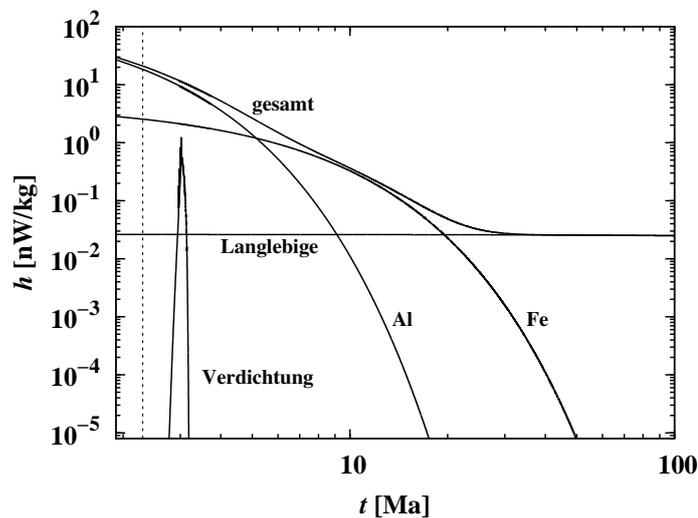


Abb. 2.1: Beitrag der verschiedenen Aufheizmechanismen zur gesamten Aufheizrate. Die Zeit t gibt die Zeit nach CAI-Bildung an. Die gestrichelte Linie zeigt die Bildungszeit des H-Chondriten-Mutterkörpers (2,3 Ma, s. Abschnitt 3.3). Der Beitrag der Gravitationsenergie durch Schrumpfung ist für das endgültige Modell in Abb. 3.7 gezeigt.

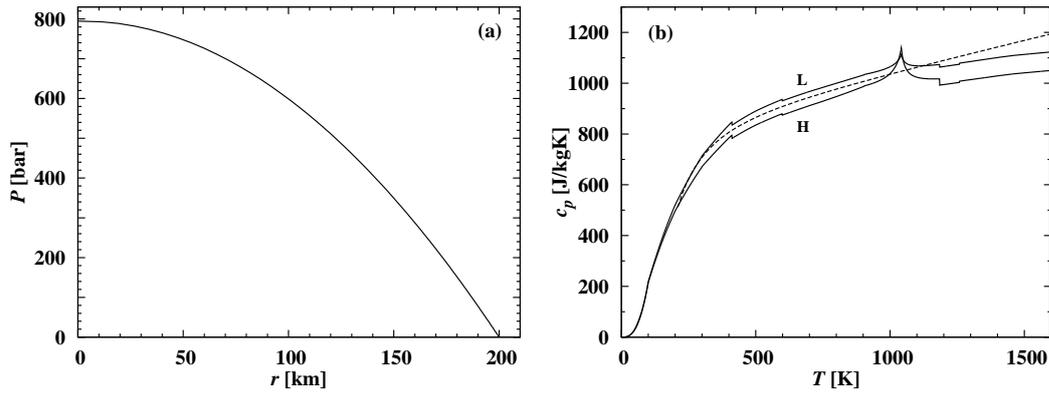


Abb. 2.2: a) Druck in einem Körper von 200 km Radius in Abhängigkeit des Abstands vom Zentrum, b) spezifische Wärmekapazität von planetesimalem Material für Mineralmischungen von H- und L-Chondriten. Zur Erstellung der Datensätze wurde ein freundlicherweise von H.-P. Gail zur Verfügung gestelltes Programm zur Berechnung der spezifischen Wärmekapazitäten der Chondriten aus der Materialmischung verwendet. Die gestrichelte Linie ist die analytische Näherung aus Yomogida & Matsui (1984), die in dieser Arbeit verwendet wird.

2.1.2 Wärmekapazität

Bei den in dieser Arbeit betrachteten Körpern der 100 km-Größenklasse bleiben die Drücke im Inneren unter dem Kilobarbereich (s. Abb. 2.2 a), daher ist die Komprimierung festen Materials durch den Druck vernachlässigbar. Bei diesen Bedingungen sind die Wärmekapazitäten bei konstantem Volumen c_V und bei konstantem Druck c_P nahezu gleich. Daher wird zwischen ihnen in dieser Arbeit nicht unterschieden und immer c_P geschrieben. Mithilfe eines freundlicherweise von H.-P. Gail zur Verfügung gestellten Programms zur Berechnung der spezifischen Wärmekapazität von Chondriten aus der Materialzusammensetzung wurde die Wärmekapazität für H- und L-Chondriten berechnet und mit der Näherung, die in Yomogida & Matsui (1984) verwendet wurde, verglichen (Fig. 2.2b). Diese Näherung

$$c_P = c_{P,0} + A \cdot T - \frac{B}{T^2} \quad (2.2)$$

mit $c_{P,0} = 800$ J/kgK, $A = 0,25$ J/kg und $B = 1,5 \cdot 10^{-7}$ J/kgK³ stimmt bei Temperaturen unter 1200 K sehr gut mit den exakten Ergebnissen überein, weshalb sie zur Verringerung des Rechenaufwandes im Modell verwendet wurde.

2.1.3 Wärmeleitung

Die Wärmeleitfähigkeit K gibt die Menge der transportierten Temperatur pro Länge und pro Zeiteinheit vom heißeren zum kälteren Medium an. Ihr Wert wirkt sich maß-

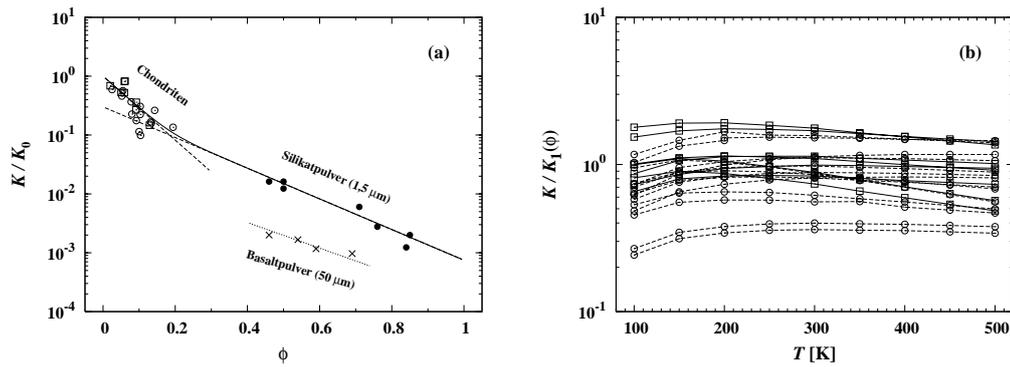


Abb. 2.3: **a)** Änderung der Wärmeleitfähigkeit K mit der Porosität ϕ . Ergebnisse für feinkörniges Silikatpulver (schwarze Kreise) aus Experimenten von Krause et al. (2011a,b) und für Basaltpulver (Kreuze) aus Fountain & West (1970). Für beide Fälle ist die typische Korngröße angegeben. Die offenen Quadrate und Kreise sind experimentelle Ergebnisse für die Wärmeleitfähigkeit und Porosität von gewöhnlichen H- und L-Chondriten (Yomogida & Matsui 1983). Die durchgezogene Linie stellt einen analytischen Fit zu den Daten gemäß Gl. (2.5) dar. **b)** Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit K . Offene Quadrate stehen für Daten von H-Chondriten, gefüllte für Daten von L-Chondriten, jeweils normiert auf die ϕ -Abhängigkeit entsprechend der Näherung von Gl. (2.3). Die Punkte für die einzelnen Meteoriten sind jeweils durch gestrichelte Linien verbunden. Beide Abbildungen mit freundlicher Genehmigung von H.-P. Gail (Henke et al. 2012a).

geblich auf die thermische Entwicklung von Planetesimalen aus, denn sie bestimmt die Effektivität des Wärmetransports aus dem Inneren an die Oberfläche und damit die Effektivität der Kühlung durch Wärmestrahlung von der Oberfläche in den Welt- raum. Die Wärmeleitfähigkeit hängt deutlich von der Porosität (Volumenanteil der Hohlräume im Material, s. Abb. 2.2) des Mediums und in geringerem Maße von der Temperatur ab. Ihr Wert kann (zumindest derzeit noch) nicht theoretisch berechnet und muss daher durch Messungen bestimmt werden.

Zur Bestimmung der Abhängigkeit der Wärmeleitung von der Porosität wurden zwei unterschiedliche Arten von Daten verwendet. Für Porositäten zwischen 0 und 20% wurden Daten aus Messungen von H- und L-Chondriten von Yomogida & Matsui (1983) verwendet, für Porositäten über 40% aus Silikatpulver erhaltene Messdaten aus Labormessungen von Krause et al. (2011a). Sämtliche Messungen wurden von den Autoren im Vakuum durchgeführt, um einen möglichen Beitrag von Gasen in den Poren zur Wärmeleitung auszuschließen.

In Fig. 2.3a ist die Wärmeleitfähigkeit von chondritischem Material bei einer Temperatur von 300 K gegen dessen Porosität geplottet. Die Daten für H- und L-Chondriten weisen eine erhebliche Streuung auf und aufgrund der geringen Anzahl

an Datenpunkten ist kein systematischer Unterschied zwischen den beiden Chondritenklassen erkennbar. Daher wurden beide Datensätze mit einer gemeinsamen analytischen Näherung gefittet:

$$K_1(\phi) = K_0 e^{-\phi/\phi_1}, \quad (2.3)$$

die die beiden Konstanten K_0 und ϕ_1 enthält. Dieser exponentielle Ansatz ermöglicht einen vernünftigen Fit an die Daten. Die Konstante K_0 kann dabei als die in Richtung verschwindender Porosität extrapolierte durchschnittliche Wärmeleitfähigkeit des Materials verstanden werden. Durch Anwenden des Fits ergab sich hierfür $K_0 = 4,3 \text{ W/mK}$. Die zweite Konstante wurde bestimmt zu $\phi_1 = 0,08$ (Krause et al. 2011b). In Abb. 2.3a sind die Daten auf den Wert von K_0 normiert. Die gestrichelte Linie durch die Chondritendatenpunkte zeigt den so gewonnenen Fit für $K_1(\phi)$.

Bei hohen Porositäten zeigt Abb. 2.3a experimentell von Krause et al. (2011a) bestimmte Werte der Wärmeleitfähigkeit K eines Silikatpulvers bei verschiedenen Porositäten, das aus Kugeln gleicher Größe von $1,5 \mu\text{m}$ Durchmesser besteht. Auf Grund der Art des dort verwendeten Verfahrens, in dem die Wärmeleitfähigkeit aus dem Abkühlverhalten der Probe bestimmt wurde, beziehen sich diese Werte für K nicht auf eine wohldefinierte Temperatur, sondern sind ein Durchschnittswert über den Anstieg und Abfall der Temperatur in einem leicht über 300 K liegenden Temperaturbereich. Diese Daten wurden mit einer analytischen Näherung der Form

$$K_2(\phi) = K_0 e^{a-\phi/\phi_2} \quad (2.4)$$

gefittet mit den beiden Konstanten a und ϕ_2 und demselben Wert für K_0 wie vorher. Die durch den Fit bestimmten Werte der Konstanten sind $a = -1,1$ und $\phi_2 = 0,167$ (in Krause et al. 2011b werden leicht verschiedene Werte angegeben). Dieser Fit wird durch die zweite gestrichelte Linie in Abb. 2.3a dargestellt.

Die Experimente von Krause et al. (2011a) wurden mit einem sehr feinen Silikatpulver durchgeführt. Obwohl dieses nicht dem in Chondriten gefundenen Material entspricht, kann es trotzdem dazu dienen, dessen Eigenschaften hinsichtlich der Wärmeleitung im noch nicht stark kompaktierten Chondritenmaterial zu vertreten. Denn einerseits besteht das Mineraliengemisch in den Chondriten hauptsächlich aus Silikaten und alle Silikate haben ähnliche Wärmeleitkoeffizienten. Außerdem findet die Wärmeleitung sehr lose gepackten Materials über die winzigen Kontaktflächen zwischen den einzelnen Teilchen statt. Da anfänglich die Chondren (Größe $\approx 1 \text{ mm}$), die einen Teil des Materials ausmachen, im noch nicht kompaktierten Material weitgehend räumlich getrennt gewesen sein dürften, wird die Wärmeleitfähigkeit hauptsächlich durch den Wärmefluss durch die Kontaktflächen zwischen den sehr kleinen

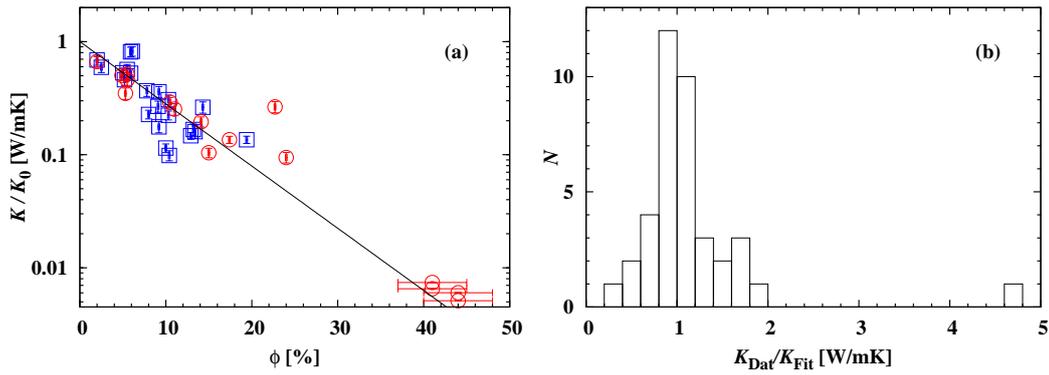


Abb. 2.4: a) Daten der Wärmeleitfähigkeit K_{Dat}/K_0 , aufgetragen gegen die Porosität ϕ . Die blauen Quadrate sind Daten von Yomogida & Matsui (1983), die roten Kreise Daten von Warren (2011). Die durchgezogene Linie ist ein analytischer Fit an die Daten nach Gl. (2.3). b) Das Histogramm zeigt die Häufigkeit bestimmter Werte der relativen Abweichung zwischen den Daten für die Wärmeleitfähigkeit K_{Dat} und dem entsprechenden Fitwert K_{Fit} (Henke et al. 2013).

Matrixteilchen (Teilchengrößen $\lesssim 0,5 \mu\text{m}$) bestimmt gewesen sein. Daher sollte die grundlegende Physik des Wärmetransports aus den Experimenten von Krause et al. (2011a) derjenigen des nicht kompaktierten Chondritenmaterials weitgehend entsprechen.

Diese Silikatpulvertelchen sind ca. fünf- bis zehnmal größer als die Matrixteilchen in den Chondren (Rietmeijer 1993). Um einzuschätzen, inwieweit das Verhalten der Wärmeleitung durch die Korngröße beeinflusst wird, kann man die Ergebnisse von Krause et al. (2011a) mit denen von Fountain & West (1970) vergleichen, die die Wärmeleitung für ein deutlich grobkörnigeres Pulver aus Basaltteilchen bestimmt haben. Deren Werte sind in Abb. 2.3a zusätzlich als Kreuze eingezeichnet. Die Abhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit des Basaltpulvers von der Porosität verhält sich ähnlich wie diejenige des Silikatpulvers, außer dass sie um ca. eine Größenordnung kleiner ist. Die Basaltteilchen sind aber mit $50 \mu\text{m}$ ca. um den Faktor 30 größer. Wenn sich dieses Verhalten zu noch kleineren Korngrößen so fortsetzt, bedeutet das, dass die für das Silikatpulver bestimmte Wärmeleitung niedriger ist als die für die Chondrenmatrix, aber wahrscheinlich nur um einen kleinen Faktor. Bezüglich einer Potenzgesetzabhängigkeit von K von der Teilchengröße könnte man annehmen, dass eine um den Faktor 3 höhere Wärmeleitung als die von Krause et al. (2011a) eine angemessene Schätzung wäre, aber das ist eher eine Spekulation, die nicht richtig sein muss. Daher wurden, da man hierfür keine klare und eindeutige Kenntnis hat, für die Modellrechnungen die Werte aus Krause et al. (2011a) benutzt.

Auch Warren (2011) bestimmte eine empirische Beziehung zwischen Wärmeleitfähigkeit und Porosität, aber aus Mondproben (Basalte, Brekzien und Lockergestein), was interessanterweise zu einem sehr ähnlichen Ergebnis führte. Er erhielt nämlich die Beziehung $K(\phi) = 2 \cdot e^{-0,1246 \cdot \phi}$ (s. seine Abb. 1), worin ϕ in Prozent angegeben ist. Wenn man den Kehrwert von $\phi_1 = 0,08$ in Gl. (2.3) in die Konstante in der Formel von Warren umrechnet, erhält man $\phi_1^{-1} \cdot 0,01 = 0,125$. Diese beiden Werte sind nahezu gleich, obwohl die untersuchten Materialien völlig unterschiedlicher Natur sind (das Mondmaterial war teilweise geschmolzen, das Chondritenmaterial nicht). Lediglich die kompakten Wärmeleitungen K_0 unterscheiden sich voneinander.

Abbildung 2.4a zeigt die Daten aus Abb. 2.3a zusammen mit den Daten von Warren (2011) jeweils normiert auf ihren extrapolierten mittleren Wärmeleitkoeffizienten bei $\phi = 0$. Die durchgezogene Linie entspricht dem Datenfit nach Gl. (2.3). Man sieht, dass dieser Fit beide Datensätze sehr gut beschreibt, auch wenn eine gewisse Streuung erkennbar ist. Abb. 2.4b zeigt die Streuung in Histogrammform als die relative Abweichung zwischen den Werten für die Wärmeleitfähigkeit der einzelnen Daten und dem Wert, der sich aus dem Fit ergibt. Man erwartet hierin eine Häufung von Punkten beim Wert 1, das heißt perfekte Übereinstimmung, die in Abb. 2.4 auch klar hervortritt.

Es gibt keinen offensichtlichen Unterschied zwischen den beiden Datensätzen. Man kann also schlussfolgern, dass die Art der Abhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit von der Porosität selbst für sehr unterschiedliche Materialien vielleicht nicht sehr stark ist und gut durch ein Exponentialgesetz beschrieben werden kann.

Die beiden Gln. (2.3) und (2.4), für $\phi < 0,2$ und $\phi > 0,4$ wurden zu einer analytischen Näherung für $K(\phi)$ zusammengefasst über

$$K(\phi) = (K_1^4(\phi) + K_2^4(\phi))^{1/4} \quad (2.5)$$

um eine glatte Interpolation für den verbleibenden Bereich $0,2 < \phi < 0,4$ zu gewinnen. Gl. (2.5) ist in Abb. 2.3a als durchgezogene Linie eingezeichnet.

Die Wärmeleitung K_0 in den Gln. (2.3) und (2.4) hängt von der Temperatur ab. Die Abb. 2.3b zeigt Daten von K für H- und L-Chondriten aus Yomogida & Matsui (1983), geteilt durch $K_1(\phi)$ aus Gl. (2.3). Die Daten für $K(T)/K_1(\phi)$ zeigen für jeden Meteoriten eine deutliche systematische Veränderung mit der Temperatur. Das Ausmaß dieser Veränderungen ist jedoch viel kleiner als die Streuung zwischen den verschiedenen Meteoriten, deren einzelne Werte sich um bis zu einem Faktor 2 unterscheiden. Die Ursache dieser Unterschiede zwischen den einzelnen Meteoriten ist nicht bekannt, liegt aber sehr wahrscheinlich an Unterschieden in ihrer Zusammensetzung oder Struktur. Diese Unterschiede können derzeit nicht theoretisch genau behandelt

werden und wurden daher auch in den Modellrechnungen nicht berücksichtigt. Daher wurde die kleine Temperaturabhängigkeit von K zunächst nicht berücksichtigt und der Wert von K_0 als temperaturunabhängig angesehen.

2.1.4 Wärmetransport über andere Prozesse

Das Material der Planetesimale besteht hauptsächlich aus im fernen Infrarot durchlässigen Mineralen, was prinzipiell auch Wärmetransport über Strahlung ermöglicht. Hierbei steigt der Wärmefluss bei steigender Temperatur sehr stark an, weshalb bei Temperaturen von ca. 800 K der Wärmetransport durch Strahlung gegenüber dem durch Wärmeleitung¹ nicht mehr vernachlässigbar ist. Nach Yomogida & Matsui (1984) wird aber der Wärmetransport durch Strahlung, sofern das Material nicht aufschmilzt, nie bedeutend, da, sobald Temperaturen von über ≈ 700 K erreicht werden, das Sintern einsetzt, wodurch der Körper schnell kompaktiert und damit die Wärmeleitung sehr stark ansteigt und deshalb weiterhin den Wärmetransport dominiert.

2.2 Porosität und Sintern

2.2.1 Porosität und relative Dichte

Unter Porosität versteht man das Verhältnis des Volumens der Hohlräume eines Körpers zum Gesamtvolumen. Diese Hohlräume können mikroskopischer oder makroskopischer Natur sein und z. B. aus Bläschen, Rissen, Brüchen oder Unregelmäßigkeiten in der Kristallstruktur bestehen. Ein poröser Festkörper besitzt eine geringere Dichte als ein nichtporöser Körper. Die Dichte von nichtporösem Material nennt man Reindichte ϱ_0 , die Dichte eines porösen Körpers Rohdichte ϱ . Der Quotient

$$D = \varrho/\varrho_0 \tag{2.6}$$

wird Füll-dichte oder relative Dichte genannt und gibt den Anteil eines Volumens an, der mit Materie gefüllt ist. Die Porosität $\phi = 1 - D$ gibt dagegen den Anteil der Hohlräume am Gesamtvolumen an. Sowohl die Füll-dichte als auch die Porosität werden in Prozent oder als Bruchteil von Eins angegeben.

Da sich die Planetesimale des Sonnensystems aus kleineren Objekten und zumindest zu einem erheblichen Teil aus Staub gebildet haben müssen, die sich durch

¹Der Begriff Wärmeleitung wird hier vom Begriff Wärmetransport abgegrenzt und meint den Wärmetransport durch Gitterschwingungen im Material. Die anderen Formen des Wärmetransports sind Wärmestrahlung und Zirkulation.

Gravitation in einem unregelmäßigen Prozess zusammengefunden haben, ist davon auszugehen, dass sie anfangs sehr poröse Objekte gewesen sein müssen. Auch heute weisen viele Asteroiden eine so geringe Dichte auf, dass man davon ausgeht, dass sie sehr porös sind (siehe Kap. 1.1). Außerdem sieht man auf Bildern von Asteroiden, die von Weltraummissionen (z. B. Galileo, siehe Kap. 1.1) gemacht wurden, deutliche Regolithstrukturen. Außerdem scheinen Chondriten aus der Verdichtung von Chondren und Staub (Matrixmaterial) hervorgegangen zu sein (siehe Kap. 1.2).

Die Materialverdichtung, die in diesen Planetesimalen stattgefunden hat, ist ein zweistufiger Prozess. Das zunächst sehr lose gepackte staubartige Material in den Planetesimalen ist während deren Wachstum steigendem Druck aufgrund der steigenden Eigengravitation ausgesetzt. Durch gegenseitiges Rollen und Gleiten entwickelt sich das granulare Material aufgrund dieser Druckeinwirkung zu dichter gepackten Konfigurationen. Dieser Prozess wird durch die fortwährenden Kollisionen mit anderen Körpern während des Wachstumsprozesses noch verstärkt. Diese *kalte Verdichtung* (KV, oder engl. „cold compaction“) ist ein temperaturunabhängiger Prozess und läuft daher bereits bei niedrigen Temperaturen ab und wird in Abschnitt 2.2.2 behandelt.

Die zweite Form der Verdichtung beginnt, wenn durch radioaktiven Zerfall die Temperatur im Körper auf Temperaturen ansteigt, die Kriechprozesse im Gitter der Festkörper möglich machen. Dann können die Körner sich unter Druckeinwirkung plastisch verformen, was die Leerräume allmählich schließt. Diese Art der Verdichtung wird *heißes isostatisches Pressen* (HIP) oder *Sintern* genannt und hat offensichtlich in gewöhnlichem chondritischem Material stattgefunden.

In Yomogida & Matsui (1984) wurde als erstes eine quantitative Studie dieses Prozesses durch Anwendung früher in den Materialwissenschaften entwickelter Theorien über das Sintern durchgeführt. In dieser Arbeit wurde im wesentlichen deren Näherung gefolgt, weil fortgeschrittenere moderne Theorien des heißen Pressens dafür entwickelt wurden, metallurgische Prozesse zu modellieren, die im Allgemeinen bei viel höheren Drücken ($\gtrsim 1$ kbar) ablaufen, als jene, die man typischerweise in Planetesimalen vorfindet ($\lesssim 1$ kbar, s. Abb. 2.2a). Außerdem behandeln diese Theorien hauptsächlich die Endstadien dieses Prozesses, die für das Vorhaben dieser Arbeit aber nur von geringerem Interesse sind, da die Abhängigkeit der Wärmeleitung von der Porosität bei niedrigen Porositäten nur gering ist. Da der Temperaturanstieg in Planetesimalen aber sehr langsam vonstatten geht (Größenordnung 10^{-3} K/a), setzen Kriechprozesse bereits bei niedrigen Temperaturen oder Drücken ein, die unter Laborbedingungen nicht beobachtbar sind. Daher scheinen die einfachen frühen Theorien des heißen Pressens der Situation besser gerecht zu werden.

2.2.2 Kalte Verdichtung (KV)

KV bezeichnet die Porositätsänderung hochporösen Materials allein infolge der Einwirkung von Druck. Dabei werden die feinen Körner, die anfangs nur sehr lose miteinander verbunden sind, durch die Einwirkung von Druck, in dem sie aneinander vorbeierollen und -gleiten, zusammengeschoben. Dieser Vorgang kann sich bis zur zufällig dichtesten Packung fortsetzen und wird in den in dieser Arbeit verwendeten Modellen als instantan verlaufend angesehen.

In den Laborexperimenten von Güttler et al. (2009) wurde das Verhalten der Porosität feinkörnigen Materials unter Druckeinwirkung untersucht. Dabei erhielten sie eine Beziehung zwischen dem angewandten Druck und der Fülldichte², die beobachtet wird, nachdem das Material zur Ruhe gekommen ist:

$$D(p) = 0,58 - 0,46 \left[\left(\frac{p}{p_m} \right)^{1,72} + 1 \right]^{-1}, \quad p_m = 0,13 \text{ bar.} \quad (2.7)$$

Der Verlauf dieser Beziehung wird in Abb. 2.5a gezeigt. Diese Relation gilt von der in ihren Experimenten verwendeten Ausgangsfülldichte $D \approx 0,15$ bis hin zu $D \approx 0,58$. Durch zusätzliches Schütteln und Klopfen (das bei der Entstehung der Körper höchstwahrscheinlich ständig durch Einschläge kleinerer Körper hervorgerufen wurde) können darüber hinaus Dichten bis zur zufällig dichtesten Packung von $D \approx 0,64$ erhalten werden.

Gleichung (2.7) beschreibt, welche Porosität $\phi = 1 - D$ ein feines Pulver aufweist, das dem Maximaldruck p ausgesetzt war. Im hier verwendeten Modell eines Planetesimalen wird Gl. (2.7) verwendet, um dessen anfängliche Porositätsverteilung zu bestimmen, die sich aus der Druckverteilung im Inneren ergibt. In Abb. 2.5b sind für Körper mit Radien zwischen 3 und 50 km die aus der KV resultierenden Porositätsverteilungen gezeigt, die sich aus der Eigengravitation des Körpers ergeben. Hierzu wurde die hydrostatische Druckgleichung (2.22) zusammen mit den Gln. (2.6) und (2.7) gelöst. Man sieht, dass bei Radien $\lesssim 7$ km die Eigengravitation nicht ausreicht, um eine wesentliche Verdichtung herbeizuführen. Sind die Körper hingegen größer als 10 km, sind bereits große Teile des Körpers fast bis hin zur dichtesten Packung verdichtet. Ab spätestens 50 km Radius verbleibt nur noch eine dünne Schicht an der Oberfläche, die hochporös ist.

Im Modell der thermischen Entwicklung von Asteroiden wird eine angenommene anfängliche Oberflächenporosität ϕ_{Obf} vorausgesetzt. Die Anfangsporositätsverteilung

²Güttler et al. (2009) bezeichnen in ihrer Arbeit die Fülldichte mit ϕ .

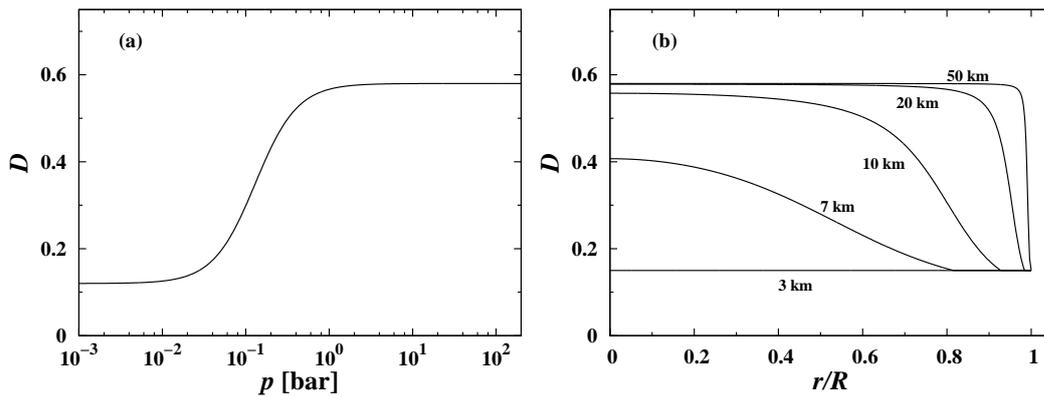


Abb. 2.5: a) Beziehung zwischen Füllichte D und erfahrenem Maximaldruck für KV und b) die resultierenden radialen Porositätsverteilungen für Körper mit unterschiedlichen Radien, die sich durch die von der Eigengravitation verursachte kalte Verdichtung ergeben.

lung im Inneren des Körpers ist dann gegeben durch:

$$\phi = \begin{cases} 1 - D(p) & \text{wenn } D(p) > 1 - \phi_{\text{Obf}} \\ \phi_{\text{Obf}} & \text{sonst} \end{cases} . \quad (2.8)$$

ϕ_{Obf} ergibt sich dabei daraus, dass das Wachstum der Körper durch kontinuierliche Einschlagprozesse vonstatten geht, die ebenfalls zu einer Verdichtung führen. Dies wird hier nicht modelliert, daher muss zunächst ein ϕ_{Obf} angenommen werden.

2.2.3 Heißes isostatisches Pressen (HIP)

Für die Beschreibung des Sinterungsprozesses wird eine anfängliche dichte Packung gleich großer Kugeln oder Körner mit Radius R_0 angenommen. Die Körper werden hierbei zur Vereinfachung als perfekte Kugeln angesehen. Bei einer dichten Packung ist keine weitere Verdichtung ohne Verformung oder Zerstörung der Kugeln möglich. Die einzelnen Körner berühren sich dabei gegenseitig an durchschnittlich Z Kontaktpunkten. Bei hinreichend hohen Drücken und Temperaturen verformen sich die einzelnen Kugeln an den Kontaktpunkten plastisch durch Kriechprozesse³, so dass sie sich an den Kontakten eindellen, wobei an den Kontaktpunkten Kontaktflächen entstehen. Dabei bleibt das Volumen jeder Kugel konstant. Beim Fortschreiten des Sinterns werden die Zwischenräume zwischen den Kugeln kleiner und die Kugelnzentren rücken näher zusammen.

Dieser Prozess läuft in zwei Stufen ab. Zunächst sind die Zwischenräume zwischen den Körnern alle miteinander verbunden. Diese Verbindungen verschwinden beim

³Eine Einführung in die Verformung von Festkörpern findet man z. B. in Karato (2008).

Fortschreiten des Sinterungsprozesses nach und nach, so dass isolierte Hohlräume oder Poren zurückbleiben, die sich dann in der zweiten Stufe des Sinterns schließen. Die relative Dichte D beim Übergang zwischen der ersten und zweiten Stufe ist eine Eigenschaft der vorliegenden Art der Kugelpackung. In der ersten Stufe gelten die folgenden Näherungen.

Die hier verwendete Theorie der Verformung durch Heißpressen von Kakar & Chaklader (1967), auf der die Arbeit von Yomogida & Matsui (1984) basiert, geht von zwei grundlegenden Annahmen aus. Die erste ist rein geometrisch. Es wird angenommen, dass bei der Bildung der Kontaktflächen an jedem Kontaktpunkt Kugelsegmente abgeschnitten werden, deren Material gleichmäßig auf die verbleibende Kugeloberfläche verteilt wird, so dass das Volumen der Kugel insgesamt erhalten bleibt. Dann sind für Körner gleicher Größe die Kontaktflächen kreisförmige Flächen mit Radius a . Es wird angenommen, dass alle abgeschnittenen Kugelsegmente die gleiche Höhe h und den gleichen Radius a an ihrer Grundfläche haben. Das Volumen eines solchen Segments ist

$$V_{\text{Seg}} = \frac{\pi}{6} h^2 (3R - h) \quad (2.9)$$

und seine Höhe

$$h = R - \sqrt{R^2 - a^2}. \quad (2.10)$$

Die Körner sind dann Kugeln mit je Z abgeschnittenen Kugelkappen. Damit das Volumen erhalten bleibt, muss der Radius einer solchen abgeflachten Kugel größer sein als der Ausgangsradius R_0 . Diese Volumenerhaltung erfordert

$$\frac{4\pi}{3} R_0^3 = \frac{4\pi}{3} R^3 - ZV_{\text{Seg}}. \quad (2.11)$$

Dies gilt, solange die Kontaktflächen nicht miteinander in Kontakt kommen. Die Beziehung zur relativen Dichte D ist (Kakar & Chaklader 1967)

$$\left(\frac{a}{R}\right)^2 = 1 - \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \cdot \left(\frac{D_0}{D}\right)^{2/3}. \quad (2.12)$$

Dabei ist D_0 die relative Dichte der ungesinterten Ausgangskugelpackung mit dem Kornradius R_0 . Bei gegebener Zahl von Kontaktpunkten Z und gegebenem D_0 und R_0 definieren die Gleichungen (2.9) bis (2.12) den Radius R der Kugeln mit Kontaktflächen vom Radius a bei der relativen Dichte D . Bei der Wahl von $Z = 8$ folgt aus den Gleichungen (2.9) – (2.11) die in dieser Arbeit verwendete Beziehung

$$\left(\frac{R}{R_0}\right)^3 = \left[2 \left(2 + \left(\frac{a}{R}\right)^2\right) \sqrt{1 - \left(\frac{a}{R}\right)^2} - 3\right]^{-1} \quad (2.13)$$

Tab. 2.2: Verschiedene regelmäßige dichteste Packungstypen mit Angabe ihrer Kontaktpunktzahl Z und Fülldichte D im Ausgangszustand (Kakar & Chaklader 1967).

Packungstyp	Deformationsmodell	Z	D [%]
Einfach kubisch	Kubisch	6	52,36
Orthorhombisch	Hexagonal prismatisch	8	60,46
Rhomboedrisch	Rhombisch dodekaedrisch	12	74,05
Kubisch raumzentriert	Tetraikaedraedrisch	8	68,02

für das Verhältnis von Anfangsradius R_0 und aktuellem Radius R der Kugeln⁴.

In der Theorie von Rao & Chaklader (1972) wurden mehrere Packungsarten beschrieben, bei denen die Anzahl der Kontaktpunkte Z fest ist ($Z = 6, 8, 12$). Insbesondere favorisierten die Autoren die *hexagonal prismatische Packung* und gaben dafür Formeln an. Dieses Model wurde auch von Yomogida & Matsui (1984) in ihrer Studie über das Sintern von Planetesimalen verwendet. Sie argumentierten, dass viele Experimente für die Packung kleiner kugelförmiger Teilchen gleicher Größe zeigen, dass die Porosität, die über kalte Verdichtung erreicht wurde, bei ca. 40% liegt, bei im Mittel acht Kontaktpunkten pro Teilchen. Weil eine regelmäßige hexagonal prismatische Kugelpackung auch eine Kontaktpunktzahl von acht und eine Porosität von 39,5% zeigt, während bei einer zufällig dichtesten Packung die Porosität bei 36% liegt und Z im Schnitt bei 7,3, benutzten sie die hexagonal prismatische Packung in ihren Sintermodellen. Die Parameter der verwendeten Packung sind in Tab. 2.2 angegeben. (Eine Diskussion über den allgemeineren Fall zufälliger Packungen kann in Arzt 1982, Arzt et al. 1983 und Fischmeister & Arzt 1983 gefunden werden. Die dort abgeleiteten Gleichungen sind zwar komplizierter aber nicht grundlegend anders.)

Die zweite grundlegende Annahme in der Theorie von Rao & Chaklader (1972) ist, dass sich die Dehngeschwindigkeit $\dot{\epsilon}$ gegenüber der angewandten mechanischen Spannung beim Kriechen wie ein Potenzgesetz verhält

$$\dot{\epsilon} = A\sigma_1^n, \quad (2.14)$$

⁴Die in Yomogida & Matsui (1984) auf Seite 37 angegebenen Gleichungen zum Verhältnis von Ausgangs- und aktuellem Radius bei $Z = 8$ und zum Verhältnis effektiver Spannung an den Kontaktflächen zum angewandten Druck sind leider nicht korrekt. Die in dieser Arbeit angegebenen Gleichungen (2.13) und (2.19) sind korrigiert. Diese ergeben sich durch einfaches Einsetzen der entsprechenden Werte in die entsprechenden Gleichungen in Kakar & Chaklader (1967) und Rao & Chaklader (1972).

und das $\dot{\epsilon}$ durch die Änderungsrate der relativen Dichte gegeben ist

$$\dot{\epsilon} = -\frac{\dot{D}}{D}. \quad (2.15)$$

Die Spannung σ_1 ist der Druck, der auf die Kontaktflächen zwischen den Körnern wirkt. Es wird angenommen, dass sie durch den angewandten Druck P , durch die Kontaktflächen πa^2 und durch die mittlere Querschnittsfläche A_{Mittel} der Einheitszelle eines Kornes bestimmt wird durch

$$\pi \sigma_1 a^2 = P A_{\text{Mittel}}. \quad (2.16)$$

Im von Yomogida & Matsui (1984) favorisierten hexagonal prismatischen Packungsmodell ist A_{Mittel} gegeben durch

$$A_{\text{Mittel}} = 2\sqrt{3} (R^2 - a^2). \quad (2.17)$$

Weil R und a von D abhängen, ist (2.17) eine Funktion von D . Werte für andere Packungsmodelle (s. z. B. Kakar & Chaklader 1967) haben dieselbe Größenordnung. Zu Beginn des Sinterns (bei kleinen Kontaktflächen a) ist die Spannung σ_1 deutlich größer als der Druck P , am Ende geht sie gegen P .

Die Gleichungen (2.14) und (2.15) ergeben die folgende Differenzialgleichung für die relative Dichte

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -D A \sigma_1^n. \quad (2.18)$$

Mit den obigen Beziehungen zwischen R , a und D ergibt dies ein (geschlossenes) Gleichungssystem für die Berechnung der zeitlichen Entwicklung von D , das zusammen mit den anderen Gleichungen für die Struktur und Entwicklung der Planetesimale, die den Druck und die Temperatur bestimmen, gelöst werden muss (s. Abschnitt 2.3). σ_1 kann für eine hexagonal prismatische Packung auch folgendermaßen geschrieben werden (s. Rao & Chaklader 1972)

$$\sigma_1 = P \cdot \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cdot \left[(4\sqrt{3}D)^{2/3} \cdot \left(\frac{R}{R_0} \right)^2 - 1 \right]^{-1}. \quad (2.19)$$

In den Modellen für das Heißpressen wird angenommen, dass der Übergang zu Stufe 2 durch das Schließen der Poren bei $D \gtrsim 0,9$ auftritt (s. z.B. Arzt et al. 1983). Die Gleichung für \dot{D} wird dann zu $\dot{D} \propto 1 - D$ (vergl. Wilkinson & Ashby 1975; Arzt et al. 1983). Da die entsprechenden Gleichungen strukturell ähnlich zu Gl. (2.18) sind, abgesehen von dem Faktor $1 - D$, wurde die zweite Stufe einfach für $D > 0,9$ durch Multiplizieren der rechten Seite von Gl. (2.18) mit dem Faktor

$$F = 10 \cdot (1 - D) \text{ für } D > 0,9 \quad (2.20)$$

implementiert, um einen stetigen Übergang zwischen beiden Fällen zu erhalten.

Der Vorfaktor A und der Exponent n in Gl. (2.14) müssen Laborexperimenten entnommen werden. Yomogida & Matsui (1984) verwandten Daten von Schwenn & Goetze (1978) für Olivin. Schwenn & Goetze (1978) gaben den folgenden Fit zu ihren experimentellen Daten für kleine Olivinkugeln ($R < 53 \mu\text{m}$) an:

$$\dot{\epsilon} = A \frac{\sigma_1^{3/2}}{R^3} e^{-E_{\text{Akt}}/TR_{\text{Gas}}}, \quad (2.21)$$

wobei σ_1 die mechanische Spannung an den Kontaktflächen in bar (Gl. 2.19), E_{Akt} die Aktivierungsenergie für das Kriechen, $R_{\text{Gas}} = 1,98649 \cdot 10^{-3} \text{ kcal mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ die Gaskonstante, T die Temperatur und R der Kugelradius in cm sind.

Für die Aktivierungsenergie erhielten sie einen Wert von $E_{\text{Akt}} = 85 \pm 29 \text{ kcal mol}^{-1}$. Daher wurde im Modell ein Wert von $E_{\text{Akt}} = 85 \text{ kcal mol}^{-1}$ verwendet. Für den Vorfaktor A gaben sie nur einen Wertebereich von $1,6 \cdot 10^{-5}$ bis $5,4 \cdot 10^{-5}$ an. Als Kompromiss wurde im Modell $A = 4 \cdot 10^{-5}$ gesetzt. Jedoch haben Yomogida & Matsui (1984) für $\dot{\epsilon}$ die Näherung mit $n = 1$ in Gl. (7) von Schwenn & Goetze (1978) gewählt; in dieser Arbeit wurde aber die Näherung aus deren Gl. (8) verwendet, weil Schwenn & Goetze (1978) explizit sagen, dass dies ihre gemessene σ -Abhängigkeit beschreibt.

In der Literatur finden sich noch andere, z. T. neuere, Untersuchungen zum Fließverhalten der für Chondriten wichtigen Mineralgruppen Olivin und Pyroxen (Kohlstedt & Goetze 1974; Karato & Jung 2003; Bystricky & Mackwell 2001), die ebenfalls Aktivierungsenergien derselben Größenordnung wie in Schwenn & Goetze (1978) erhalten haben. Jedoch passt die Untersuchung von Schwenn & Goetze (1978) am besten zu dem in dieser Arbeit behandelten Problem, da deren Messungen bei Drücken der Größenordnung 100 bar durchgeführt wurden, während in Karato & Jung (2003) und Bystricky & Mackwell (2001) im kbar-Bereich gemessen wurde. Außerdem haben Schwenn & Goetze (1978) bei niedrigeren Temperaturen bis hinunter zu 730 K gemessen. Daher wurden in dieser Arbeit deren Daten verwendet.

Zur Berechnung des heißen isostatischen Pressens muss Gl. (2.21) integriert werden. Die Spannung σ_1 an den Kontaktflächen erhält man dabei aus Gl. (2.19). Den Radius R in diesen Gleichungen erhält man durch die selbstkonsistente Lösung der Gln. (2.12) und (2.13).

2.3 Lösung der hydrostatischen Druck- und Wärmeleitungsgleichung

Das in dieser Arbeit verwendete Modell der thermischen Entwicklung von Asteroiden ist ein eindimensionales Modell eines kugelsymmetrischen Körpers und löst die eindimensionale hydrostatische Druckgleichung

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM_r}{r^2}\varrho \quad (2.22)$$

und die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\varrho c} \frac{\partial}{\partial r} r^2 K(r, T) \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{Q}{\varrho c} \quad (2.23)$$

mit einem Finite-Differenzen-Verfahren. Dabei bezeichnen T die Temperatur, t die Zeit, P den Druck, r die Position im Körper, $\varrho = \varrho(P, T)$ die Dichte, $c = c(T)$ die spezifische Wärmekapazität, $K = K(T, D)$ die Wärmeleitfähigkeit, M_r die Masse innerhalb einer Kugel mit Radius r und G die Gravitationskonstante. Außerdem bezeichnet $Q = Q(t)$ die Freisetzung von Wärmeenergie durch radioaktiven Zerfall und Schrumpfung des Körpers während des Sinterns (siehe Abschnitt 2.1.1).

Die Verwendung eines kugelsymmetrischen eindimensionalen Modells kann als gerechtfertigt angesehen werden, weil die in dieser Arbeit betrachteten Körper mit Durchmesser im Bereich 100 bis 200 km durch ihre Eigengravitation eine annähernd kugelsymmetrische Form besitzen. Außerdem stehen keine Details über lokale Unregelmäßigkeiten innerhalb der Körper zur Verfügung (wobei man aber davon ausgehen kann, dass es solche gibt, wie z. B. Risse, Hohlräume oder Ungleichmäßigkeiten bei der Anordnung von Chondren oder CAIs ...), die in einem solchen Modell berücksichtigt werden könnten. Notwendig wäre eine zwei- oder dreidimensionale Modellierung beispielsweise bei Berücksichtigung der Rotation oder bei der in Schmelzprozessen eventuell auftretende Zirkulation von geschmolzenem Gestein, Eisen oder Wasser. Aber der Einfluss der Rotation ist vermutlich vernachlässigbar und Schmelzprozesse werden in dieser Arbeit nicht betrachtet.

2.3.1 Anwendung des Finite-Differenzen-Verfahrens auf die hydrostatische Druckgleichung

Zur Berechnung des Drucks P im Asteroiden in Abhängigkeit der radialen Position r ist die eindimensionale rotationssymmetrische hydrostatische Druckgleichung (2.22) zu lösen. Hierin sind G die Gravitationskonstante, ϱ die Dichte und

$$M_r = 4\pi \int_0^r dr' r'^2 \varrho(r') \quad (2.24)$$

Tab. 2.3: Im Modell verwendete Konstanten. Zur Berechnung der Dichte s. Henke et al. (2012a).

Physikalische Größe		Wert	Einheit
Reindichte H-Chondriten	$\rho_{0,H}$	3780	kg/m ³
Reindichte L-Chondriten	$\rho_{0,L}$	3590	kg/m ³
Kompressionsmodul	κ_P	$2 \cdot 10^{11}$	Pa

die Masse, die in der Kugel mit dem Radius r um das Zentrum enthalten ist. Gl. (2.22) ist nur analytisch lösbar, wenn die Dichte ϱ überall den gleichen Wert hat. Jedoch besitzt in der Realität die Dichte selbst eine schwache Abhängigkeit vom Druck ($\varrho = \varrho_0 \cdot \left(1 + \frac{P}{\kappa_P}\right)$, wobei der Kompressionsmodul κ_P eine Materialkonstante ist). Ferner ist im Falle poröser Medien der Füllfaktor D zu berücksichtigen, womit man als endgültige Beziehung

$$\varrho = \varrho_0 \cdot D \cdot \left(1 + \frac{P}{\kappa_P}\right) \quad (2.25)$$

erhält. Die in dieser Arbeit verwendeten Werte für die Konstanten in der Gleichung werden in Tab. 2.3 aufgeführt.

Gleichung (2.24) kann auch differenziell geschrieben werden:

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi\varrho r^2. \quad (2.26)$$

Wenn man dies in Gl. (2.22) einsetzt, bekommt man die Druckänderung entlang eines infinitesimalen Massenelements anstatt entlang eines infinitesimalen Wegelementes

$$\frac{dP}{dM_r} = -\frac{GM_r}{4\pi r^4}, \quad (2.27)$$

das heißt, man kann die Position innerhalb des Körpers über eine Massenkoordinate angeben. Dies hat den Vorteil, dass im Falle von Dichteänderungen, wie sie beim Sintern vorkommen, zwischen den Intervallen des Finite-Differenzen-Verfahrens kein Massenfluss zwischen Schalen stattfindet, da sich die Schalengrenzen mit dem Massenfluss mitbewegen.

Die eindimensionale rotationssymmetrische hydrostatische Druckgleichung (2.27) benötigt zu ihrer Lösung eine Randbedingung, in diesem Fall eine Dirichletsche, für den Druck an der Oberfläche. Nach dem Verschwinden der protoplanetaren Scheibe kann hierfür der Druck an der Oberfläche als Null angesehen werden, da die Eigengravitation von Körpern der in dieser Arbeit betrachteten Größen der Ordnung 100 km im Allgemeinen nicht ausreicht, um eine Atmosphäre binden zu können. Bei Vorhandensein der protoplanetaren Scheibe entspricht der Druck an der Oberfläche

des Körpers demjenigen der Scheibe. Allerdings beträgt dieser schon 2 Ma nach CAI-Bildung bei großen Halbachsen ab 1 AE deutlich weniger als 10^{-5} bar (Wehrstedt & Gail 2002, 2008) und ist damit klein gegenüber den im Körperzentrum auftretenden Drücken von der Größenordnung 100 bar. Außerdem treten Verdichtungseffekte durch kalte Verdichtung nicht unter 10^{-2} bar auf (s. Abb. 2.5a). Daher wird der Einfluss der protoplanetaren Scheibe in dieser Arbeit vernachlässigt.

Zur numerischen Lösung der Gln. (2.26) und (2.27) wird das Adams-Bashforth-Verfahren verwendet. Dazu werden die Differenziale in diesen Gleichungen, die eigentlich die Änderungen von M_r und P entlang unendlich kleiner Intervalle dr und dM_r beschreiben, auch als gültig für finite, d.h. endliche, Intervalle angesehen, so dass der Körper in eine endliche Zahl von Schalen aufgeteilt wird, für die jeweils die Änderungen, die durch die Gleichungen

$$\frac{\Delta M_r}{\Delta r} = 4\pi \rho r^2 \quad (2.28)$$

$$\frac{\Delta P}{\Delta M_r} = -\frac{GM_r}{4\pi r^4} \quad (2.29)$$

dargestellt werden, gelten. Bei hinreichend großer Schalenzahl bzw. hinreichend kleinen Schalengrößen wird der Fehler, den man hierbei macht, sehr klein und damit vernachlässigbar. Dann kann man den Druck in den einzelnen Schichten des Asteroiden von der Oberfläche aus nacheinander nach innen berechnen, indem man P in eine Taylorreihe entwickelt:

$$P_{i-1} = P_i - \Delta_i \cdot \left. \frac{dP}{dM_r} \right|_{M_i} - \frac{1}{2} \Delta_i^2 \left. \frac{d^2P}{dM_r^2} \right|_{M_i} + O(\Delta_i^3) \quad (2.30)$$

mit $i = 0, \dots, N$ der Schalennummer durchnummeriert von innen nach außen, und $\Delta_i = M_{i-1} - M_i$. Dabei ist die erste Ableitung dP/dM_r durch Gl. (2.27) gegeben und die zweite Ableitung d^2P/dM_r^2 ergibt sich aus der Taylorentwicklung für dP/dM_r

$$\left. \frac{dP}{dM_r} \right|_{M_i} = \left. \frac{dP}{dM_r} \right|_{M_{i+1}} + \Delta_{i+1} \left. \frac{d^2P}{dM_r^2} \right|_{M_i} + O(\Delta_{i+1}^2), \quad (2.31)$$

was nach d^2P/dM_r^2 aufgelöst werden kann, so dass man erhält:

$$\left. \frac{d^2P}{dM_r^2} \right|_{M_i} = \frac{\left. \frac{dP}{dM_r} \right|_{M_i} - \left. \frac{dP}{dM_r} \right|_{M_{i+1}}}{\Delta_{i+1}} + O(\Delta_{i+1}^2). \quad (2.32)$$

Durch Weglassen aller höheren Terme kann man mit den Gln. (2.27), (2.30) und (2.32) für die Schichten $i = 0, \dots, N - 1$ den Druck P von der Oberfläche aus einwärts berechnen unter Verwendung der Oberflächenrandbedingung $P(N) = 0$ für verschwindenden Druck. Für die Schicht $N - 1$ ist $dP/dM_r|_{M_{i+1}} = dP/dM_r|_{M_{N+1}}$ nicht definiert, daher wird für diesen Schritt das zweite Glied in Gl. (2.30) nicht verwendet. Damit ist die hydrostatische Druckgleichung (2.27) gelöst.

2.3.2 Finite-Differenzen-Behandlung der Wärmeleitungsgleichung

Die eindimensionale rotationssymmetrische Wärmeleitungsgleichung (2.23) wird ebenfalls mit einem Finite-Differenzen-Verfahren gelöst. Als Radiusschalen werden hierfür dieselben wie die für die Lösung der hydrostatischen Druckgleichung (2.27) verwendet benutzt. Die Wärmeleitungsgleichung ist eine partielle Differenzialgleichung vom parabolischen Typ, die Ableitungen der Temperatur T von zwei Variablen, der Position r und der Zeit t , enthält. Auf der linken Seite von Gl. (2.23) befindet sich die Ableitung der Temperatur nach der Zeit, die sich in finiten Differenzen

$$\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_k \approx \left. \frac{\Delta T}{\Delta t} \right|_k = \frac{T_i^k - T_i^{k-1}}{t^k - t^{k-1}} \quad (2.33)$$

schreibt, wobei hier und im folgenden der obere Index k immer den aktuellen Zeitschritt angibt und der untere die Nummer der Radiusschale. Gl. (2.33) gibt also die Temperaturänderung in der Schale i an, die sich im Zeitintervall $\Delta t = t^k - t^{k-1}$ vollzieht. Da die Betrachtung veränderlicher Zeitschrittweiten sich nicht auf das Prinzip auswirkt, wird hier die Schrittweite nur mit Δt bezeichnet und auf die Angabe eines Index verzichtet. Im Falle variabler Zeitschrittweiten muss dafür dann jeweils die entsprechende Schrittweite verwendet werden.

Im ersten Term der rechten Seite der Wärmeleitungsgleichung (2.23) tritt die zweite Ableitung der Temperatur T nach der Position r auf. Die innere Ableitung der Temperatur nach r kann in finiten Differenzen geschrieben werden als

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_i \approx \left. \frac{\Delta T}{\Delta r} \right|_i = \frac{T_i^k - T_{i-1}^k}{r_i - r_{i-1}} = \frac{T_i^k - T_{i-1}^k}{\Delta r_i} \quad (2.34)$$

Die Positionen r können sich zwar auch mit der Zeit verändern, jedoch gehören alle zu demselben Zeitschritt k . Daher wird bei ihnen auf die Angabe eines entsprechenden zeitlichen Index verzichtet. Jedoch sind im Allgemeinen nicht alle Schalen gleich dick, daher muss z. B. zwischen $\Delta r_i = r_i - r_{i-1}$ und $\Delta r_{i+1} = r_{i+1} - r_i$ unterschieden werden.

Zur Berechnung der einfachen Ableitungen wurde bisher immer die Änderung von einer Schalengrenze zur nächsten berechnet. Für die Berechnung der zweiten Ableitung von T nach r werden beide Nachbarschalengrenzen miteinbezogen. Zunächst wird die Änderung von T von Schale $i - 1$ nach Schale i berechnet, dann die Änderung von Schale i nach Schale $i + 1$. Der Zwischenfaktor $r^2 K$ zwischen der ersten und zweiten Ableitung wird aus den Werten der beiden Schalengrenzen linear interpoliert. Im Falle äquidistanter Schrittweiten geschieht dies über das arithmetische Mittel. Hierüber wird dann die zweite Ableitung gebildet.

Für beide Ableitungen zusammen ergibt sich damit an der Stelle r_i :

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial}{\partial r} r^2 K \frac{\partial T}{\partial r} \right|_i &\approx \frac{1}{2} \frac{(r^2 K)_{i+1} + (r^2 K)_i}{r_{i+1} - r_{i-1}} \frac{T_{i+1}^k - T_i^k}{\Delta r_{i+1}} - \\ &\quad - \frac{1}{2} \frac{(r^2 K)_i + (r^2 K)_{i-1}}{r_{i+1} - r_{i-1}} \frac{T_i^k - T_{i-1}^k}{\Delta r_i}. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Bei nichtäquidistanten Schrittweiten muss der Faktor $\frac{1}{2}$ durch einen Faktor

$$L_i := \frac{r_{i+1} - r_i}{r_{i+1} - r_{i-1}} \quad (2.36)$$

ersetzt werden.⁵ L_i muss dann jedesmal ausgerechnet und Gl. (2.35) damit multipliziert werden. Dies ergibt dann (mit zusätzlichen Vereinfachungen):

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial}{\partial r} r^2 K \frac{\partial T}{\partial r} \right|_i &\approx L_i \left[\frac{(r^2 K)_{i+1} + (r^2 K)_i}{\Delta r_{i+1} (r_{i+1} - r_{i-1})} (T_{i+1}^k - T_i^k) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{(r^2 K)_i + (r^2 K)_{i-1}}{\Delta r_i (r_{i+1} - r_{i-1})} (T_i^k - T_{i-1}^k) \right] = \\ &= L_i \left[a_{i+1} (T_{i+1}^k - T_i^k) - a_i (T_i^k - T_{i-1}^k) \right] = \\ &= L_i \left[a_{i+1} T_{i+1}^k - (a_{i+1} + a_i) T_i^k + a_i T_{i-1}^k \right], \end{aligned} \quad (2.37)$$

wobei zur Vereinfachung in der dritten Zeile

$$\left[(r^2 K)_i + (r^2 K)_{i-1} \right] / \Delta r_i (r_{i+1} - r_{i-1}) =: a_i$$

gesetzt wurde.

Die implizite Differenzengleichung der vollständigen Wärmeleitungsgleichung lautet dann:

$$\frac{T_i^k - T_i^{k-1}}{\Delta t} = \frac{L_i}{(\rho c)_i} \left[a_{i+1} T_{i+1}^k - (a_{i+1} + a_i) T_i^k + a_i T_{i-1}^k \right] + \frac{Q}{(\rho c)_i} \quad (2.38)$$

oder

$$T_i^k - T_i^{k-1} = a_{i+1} b_i T_{i+1}^k - (a_{i+1} + a_i) b_i T_i^k + a_i b_i T_{i-1}^k + D_i \quad (2.39)$$

mit $b_i = L_i \Delta t (\rho c)_i$ und $D_i = Q \Delta t / (\rho c)_i$. Falls die Wärmeezeugung Q von der Radialposition abhängt (s. Abschnitt 2.4), kann hier einfach $Q = Q_i$ gesetzt werden. Setzt man noch $A_i := a_{i+1} b_i$, $B_i := (a_{i+1} + a_i) b_i$ und $C_i := a_i b_i$ und trennt die T^k von den T^{k-1} , erhält man

$$E_i := T_i^{k-1} + D_i = -A_i T_{i+1}^k + B_i T_i^k - C_i T_{i-1}^k. \quad (2.40)$$

⁵Bei äquidistanten Schrittweiten gilt $L_i = 1/2$, das heißt, r_i liegt genau in der Mitte zwischen r_{i+1} und r_{i-1} .

Dies ist ein dünn besetztes lineares Gleichungssystem, das nach Festlegung der Rand- und Anfangsbedingungen direkt gelöst werden kann (siehe Abschnitt 2.3.3). Hierzu macht man den Ansatz

$$T_{i+1}^k = T_i^k \cdot U_{i+1} + V_{i+1} \quad \text{bzw.} \quad T_i^k = T_{i-1}^k \cdot U_i + V_i \quad (2.41)$$

und setzt diesen in (2.40) ein:

$$E_i = -A_i \left(T_i^k U_{i+1} + V_{i+1} \right) + B_i T_i^k - C_i T_{i-1}^k. \quad (2.42)$$

Diesen Ausdruck kann man nach T_i^k auflösen:

$$T_i^k = \frac{C_i}{B_i - A_i U_{i+1}} T_{i-1}^k + \frac{E_i - A_i V_{i+1}}{B_i - A_i U_{i+1}}. \quad (2.43)$$

Vergleicht man die Koeffizienten dieses Ausdrucks mit Gl. (2.41), erhält man für die Hilfsgrößen U_i und V_i

$$U_i = \frac{C_i}{B_i - A_i U_{i+1}} \quad \text{bzw.} \quad V_i = \frac{E_i - A_i V_{i+1}}{B_i - A_i U_{i+1}}. \quad (2.44)$$

Dies sind zwei Rekursionsgleichungen, mit denen für alle $i = 0, \dots, I - 1$ die U_i und V_i berechnet werden können, solange U_I und V_I bekannt sind. Diese ergeben sich aus der Randbedingung für $i = I$ (s. Abschnitt 2.3.3, Gl. (2.46)). Die so berechneten U_i und V_i können dann in Gl. (2.41) eingesetzt werden um die T_i^k von innen nach außen zu berechnen (s. Abschnitt 2.3.3, Gl. (2.48)). Hierfür ist der Wert der Temperatur T_0 im Zentrum ebenfalls durch die Randbedingung festgelegt. Mit den so berechneten T_i^k ist die Gl. (2.40) für den aktuellen Zeitschritt gelöst.

2.3.3 Rand- und Anfangsbedingungen

Da die Wärmeleitungsgleichung eine parabolische partielle Differenzialgleichung im Ort und in der Zeit ist, benötigt man für ihre Lösung, die die Temperatur $T(r, t)$ als eine Funktion des Ortes r und der Zeit t beschreibt, eine Anfangsbedingung an jedem Ort und je eine Randbedingung im Zentrum und an der Oberfläche.

Große Planetesimale mit Radien der Größenordnung 100 km treten als Übergangszustand während des Wachstums von kilometergroßen Körpern zu solchen der Größenordnung 1.000 km auf. Am Anfang läuft das Wachstum zunächst langsam ab auf Zeitskalen von wenigen 10^5 a bis zum Beginn des sogenannten „*run-away growth*“ sobald die größten Planetesimale Größen von ca. 10-20 km erreicht haben (Weidenschilling & Cuzzi 2006; Nagasawa et al. 2007). Während dieses „*run-away growth*“ nimmt die Masse sehr schnell zu und der Körper erreicht innerhalb von weniger als 10^5 a

Protoplanetengröße. Das heißt, die Körper bilden sich in einer deutlich kürzeren Zeit als der ^{26}Al -Halbwertszeit von ca. 720.000 a und sammeln in einer noch viel kleineren Zeit den größten Teil ihrer Masse an. Daher ist während des Wachstums nicht ausreichend Zeit für eine nennenswerte Aufheizung durch den ^{26}Al -Zerfall in den Körpern, die zum Wachstum eines 100 km großen Körpers beigetragen haben. Der größte Teil der durch den Zerfall freigesetzten Wärme wird daher nach der Bildung des Körpers freigesetzt.

Daher wird im Modell an dieser Stelle die Näherung der sogenannten Instantanbildung (engl. „instantaneous formation“) verwendet, die annimmt, dass sich der Körper in einer so kurzen Zeit bildet, dass sämtliche Aufheizung nach dessen Bildung stattfindet. Im Rahmen dieser Instantanbildungsnäherung ist es zulässig, als Anfangswert der Temperatur die zur Bildungszeit des Körpers im Scheibenmaterial vorherrschende zu verwenden.

Die Randbedingung an der Oberfläche, die Oberflächentemperatur T_{Obf} , ergibt sich aus der Einstellung eines Gleichgewichtes zwischen der Energieeinstrahlung durch externe Quellen wie der Sonne und der thermischen Abstrahlung an der Oberfläche sowie des Wärmestroms an die Oberfläche. Die erwartete Temperatur hängt im wesentlichen vom Abstand von der Sonne sowie der Albedo des Körpers und dem Abstrahlungskoeffizienten ab. Diese stellt eine von-Neumann-Randbedingung dar über ein Gleichgewicht von Ein- und Abstrahlung der Wärmeenergie an der Oberfläche nach

$$-K \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} = -\sigma_{SB} T_{\text{Obf}}^4 + F_{\text{ext}}; \quad (2.45)$$

der Term auf der linken Seite entspricht dabei dem Fluss der Wärmeenergie aus dem Inneren an die Oberfläche (mit K Wärmeleitung). Der erste Summand der rechten Seite ist die thermische Abstrahlung des Körpers an der Oberfläche (σ_{SB} Stefan-Boltzmann-Konstante) und F_{ext} gibt die Energieeinstrahlung von außen an (s. z. B. Grimm & McSween 1989; Ghosh et al. 2003). Jedoch haben Testrechnungen gezeigt, dass die Temperaturänderung an der Oberfläche nach Gl. (2.45) vernachlässigt werden kann (siehe Abs. 3.2.2). Daher wird im Modell die Oberflächentemperatur T_{Obf} als konstant angesehen und vorgegeben, wie dies bereits in einer Vielzahl früherer Modelle gehandhabt wurde (siehe z. B. Miyamoto et al. 1981; Yomogida & Matsui 1984).

Dann muss im Modell für die I -te Schale $T_I = T_{\text{Obf}}$ gelten. Damit ist Gl. (2.41) nur dann erfüllt, wenn $U_I = 0$ und $V_I = T_{\text{Obf}}$ gilt:

$$T_I^k = T_{I-1}^k \cdot 0 + T_{\text{Obf}}. \quad (2.46)$$

Damit lassen sich über Gl. (2.44) alle restlichen U_i und V_i nacheinander einwärts und mit diesen danach über Gl. (2.41) die T_i^k in der anderen Richtung rekursiv berechnen, sofern man auch eine Randbedingung für T_0^k im Zentrum vorgibt.

Diese ergibt sich aus der Bedingung, dass der Wärmefluss im Zentrum aus Symmetriegründen verschwinden muss, weil dort keine Punktwärmequelle vorhanden ist, und daher auch kein Wärmefluss stattfinden kann. Damit muss die Ableitung der Temperatur nach dem Ort im Zentrum verschwinden, also:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0. \quad (2.47)$$

Es handelt sich also um eine von-Neumann-Randbedingung. Im Differenzenverfahren wird dies dadurch ausgedrückt, dass die Temperatur in den beiden innersten Schalen den gleichen Wert annimmt, also $T_0 = T_1$. Aus Gl. (2.41) ergibt sich damit $T_0^k = T_0^k \cdot U_1 + V_1$ und damit folgt für T_0^k

$$T_0^k = \frac{V_1}{1 - U_1}. \quad (2.48)$$

Damit ist Gl. (2.40) für alle i gelöst.

2.4 Arbeitsweise des Algorithmus

Der in dieser Arbeit vorgestellte Algorithmus für die thermische Entwicklung von Asteroiden kann als in zwei Teile gegliedert betrachtet werden: (i) die Erzeugung des zu modellierenden Körpers und (ii) dessen thermische Entwicklung.

Der vorgegebene Radius R ist der Radius des vollständig kompakten Körpers. Aufgrund der zu erwartenden starken Kompaktierung hochporöser Körper der 100 km-Klasse, wie sie in dieser Arbeit betrachtet werden, bei der nur eine sehr dünne poröse Restschicht an der Oberfläche verbleibt, hat dieser Radius praktisch denselben Wert wie der tatsächliche Radius nach Ablauf des Sinterns.

Zur Erzeugung des Körpers werden zuerst seine Schalengrenzen definiert. Da aufgrund des Problems zu erwarten ist, dass in der Nähe der Oberflächenregion die größten Temperatur- und Porositätsgradienten zu erwarten sind, wird keine äquidistante Verteilung verwendet, sondern die Auflösung der Schalen an der Oberfläche höher gewählt. Hierzu werden die Schalenpositionen r_i , mit $i = 0, \dots, N$, logarithmisch verteilt nach dem Schema:

$$r_i = R + r_Z \left(1 - 10^{hi}\right) \quad (2.49)$$

wobei r_Z die Außengrenze der innersten Schale ist und $h = N^{-1} \log_{10} \frac{R}{r_Z}$, wobei R der vorgegebene Radius des Körpers ist. Dies gewährleistet eine logarithmische Schalenverteilung zwischen r_Z und der Oberfläche, wobei an letzterer die Schalendichte am

größten ist. Über die Verkleinerung von r_Z kann die Schalendichte an der Oberfläche auf Kosten derjenigen im Inneren beliebig vergrößert werden. In dieser Arbeit wurde durchgehend $r_Z = 3$ km gewählt.

Aus den Schallengrenzen ergeben sich die Volumina, die in den einzelnen Schalen enthalten sind, die als nächstes mit Material der Dichte ϱ_0 , also vollständig kompaktem Material, aufgefüllt werden.

Die den Schalen zugewiesenen Massen bleiben während der gesamten zeitlichen Entwicklung konstant. Dichteänderungen wirken sich nur auf die Position der Schallengrenzen und damit die Dicken der Schalen aus. Daraufhin werden der Radius und die Positionen der Schallengrenzen berechnet, wobei die Schalen mit den ihnen zugewiesenen Massen unter Einbeziehung der vorgegebenen Anfangsporosität nach Gl. (2.6) befüllt werden, wodurch sich das Volumen der Schalen vergrößert, was zu einer Vergrößerung des Radius und der Schalen führt.

Ist die vorgegebene Füllichte kleiner als diejenige der dichtesten zufälligen Kugelpackung, sackt der Körper infolge der Eigengravitation sofort je nach Druck bis auf diese Packung zusammen (ca. 64%, s. Abschnitt 2.2, insbesondere Abb. 2.5b). Deswegen wird als nächstes die hydrostatische Druckgleichung (Gl. (2.27), Abschnitt 2.3.1) gelöst, um den Druck in den einzelnen Schichten zu erhalten. Mit diesem wird dann die instantane Verdichtung des Körpers aufgrund des Kaltpressens nach Gl. (2.7) berechnet. Im Falle hoher Porositäten verringert das Kaltpressen die Porosität im Inneren bis auf die zufällig dichteste Kugelpackung. Damit ist die Erzeugung des Anfangskörpers abgeschlossen, so dass als nächstes die Berechnung der zeitliche Entwicklung begonnen werden kann.

Die zeitliche Entwicklung berechnet die Temperaturverteilung im Körper aus derjenigen zum Zeitpunkt t_k zum darauffolgenden Zeitpunkt t_{k+1} nach einem Zeitschritt $\Delta t = t_{k+1} - t_k$.

Dafür sind die Wärmeleitungsgleichung (2.23), die hydrostatische Druckgleichung (2.27) und die Gleichung für das Sintern Gl. (2.21) zusammen zu lösen, wobei in Gl. (2.23) für die Wärmeleitung K Gl. (2.5), für die Wärmekapazität c_p Gl. (2.2) und für die Wärmeproduktion Q Gl. (2.1) zu verwenden ist.

Das Modell startet bei der vorgegebenen Bildungszeit $t = t_B$. Der chronologische Ablauf eines Zeitschrittes ist wie folgt:

1. Zu gegebenen Werten von Füllichte D_i , Temperatur T_i , Masse ΔM_i für jede Schale i zu einem Zeitpunkt t_{k-1} müssen neue Werte zum Zeitpunkt $t_k = t_{k-1} + \Delta t$ berechnet werden. Die aus dem vorigen Schritt bekannten Werte D_i , T_i , ΔM_i bilden dabei den Ausgangspunkt für die Berechnung der neuen Werte.

2. Mit dem Druck und der Temperatur aus dem vorigen Zeitschritt wird die Gleichung des Sinterns Gl. (2.18) gelöst, was eine neue Fülldichte ergibt.
3. Aus der so gegebenen Fülldichte D_i kann über Gl. (2.6) die Dichte ρ_i berechnet werden. Hiermit und mit dem gegebenen ΔM_i können Gl. (2.26) und die hydrostatische Druckgleichung Gl. (2.27) gelöst werden, um die neuen Schalgrenzen r_i zum Zeitpunkt t_k und den Druck P_i in den Schalen zu berechnen.
4. Die Wärmeproduktion durch den radioaktiven Zerfall während des Zeitintervalls Δt wird über Gl. (2.1) berechnet. Zusätzlich wird die Freisetzung der potenziellen Energie beim durch das Sintern verursachten Schrumpfungsprozess aus der Änderung der Schalgrenzen für jede Schale als zusätzliche Wärmeproduktion Q_G über

$$Q_{G,i} = -G \frac{M_i}{(r_i^k)^2} (r_i^k - r_i^{k-1}) \quad (2.50)$$

berechnet. Diese wird zu Gl. (2.1) für jede Schicht hinzuaddiert.

5. Aus den so bestimmten Fülldichten und Drücken wird die Wärmeleitfähigkeit $K_i(D_i)$ berechnet. Da die neuen Temperaturen T_i^k noch nicht bekannt sind, wird die Wärmekapazität zur Zeit t_{k-1} verwendet.
6. Jetzt wird die Wärmeleitungsgleichung gelöst, um aus den alten Temperaturen T_i^{k-1} die neuen Temperaturen T_i^k zu berechnen.
7. Abschließend wird überprüft, wie groß die Änderung der Temperatur und der Fülldichte im Verhältnis zum Vorschrift war. Liegt die Temperaturänderung unter 3% und die Fülldichtenänderung unter einem Prozentpunkt, wird mit 8. fortgefahren, andernfalls wird die Zeitschrittweite Δt halbiert und dieser Zeitschritt ab 1. wiederholt. Liegt die Änderung der Temperatur sogar unter 0,3% und die Änderung der Fülldichte unter einem zehntel Prozentpunkt, wird die Zeitschrittweite um den Faktor 1,2 erhöht.
8. Liegt die Entwicklungszeit unter der vorgesehenen Entwicklungszeit (in der Regel 200 Ma), wird der nächste Zeitschritt berechnet, ansonsten wird das Programm beendet.

Die hier gewählte Beschränkung für die Änderung der Temperatur und der Fülldichte verhindert, dass sich die Drücke und Wärmekapazitäten stark ändern, weshalb auf eine Selbstiteration der Gleichungen verzichtet wurde.

In Modellenrechnungen ohne Körperwachstum wird davon ausgegangen, dass sich die Druckverteilung im Körper nicht so wesentlich verändert, dass das Kaltpressen erneut berechnet werden muss. Daher wird das Kaltpressen während der zeitlichen Entwicklung bei Modellen mit Instantanbildung vernachlässigt und nur bei der Erzeugung des Körpers ausgeführt. Bei den Modellen mit langsamem Körperwachstum (s. Kapitel 6), muss das Kaltpressen aber während der Wachstumsphase der zeitlichen Entwicklung berücksichtigt werden.

In dem Modell wird die maximale Zeitschrittweite auf 10.000 a gesetzt, um zu große Zeitschritte zu vermeiden. Die Startschrittweite wird auf 10 a festgesetzt. Diese passt sich durch die Schrittweitensteuerung automatisch an, so dass bereits der erste Zeitschritt mit der passenden Schrittweite berechnet wird.

Kapitel 3

Modellparameter bei der thermischen Entwicklung von Asteroiden

Gegenstand dieses Kapitels ist der Vergleich des Modells mit dem Modell von Miyamoto et al. (1981) (Abschnitt 3.1) und eine Parameterstudie der thermischen Entwicklung von Asteroiden, die mit dem in dieser Arbeit vorgestellten Modell durchgeführt wurde (Abschnitt 3.2). Ziel ist es herauszufinden, wie stark sich bestimmte Modellparameter, die nicht oder nicht ausreichend durch Beobachtungen eingeschränkt sind, auf die thermische Entwicklung auswirken. Die untersuchten Parameter sind die Porosität ϕ , das Verhältnis von $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ im Körper zur Zeit der CAI-Entstehung¹ (Abschnitt 3.2.1), die Oberflächentemperatur T_{Obf} , der Wärmeleitkoeffizient K_0 (Abschnitt 3.2.2), der Radius R und die Bildungszeit T_{B} (Abschnitt 3.2.3). In Abschnitt 3.3 wird ein erster Vergleich mit Abkühlaltern von Meteoriten durchgeführt.

3.1 Vergleich mit dem Modell von Miyamoto et al.

Es wurde eine Testrechnung mit den in Miyamoto et al. (1981) verwendeten Parametern durchgeführt (s. in Tab. 3.1 die mit MFT81 betitelte Spalte), um durch Vergleich die Richtigkeit des Programmcodes zu überprüfen.

Im Miyamotomodell wurde die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung analytisch gelöst. Daher konnten in dieser nur einfache Annahmen berücksichtigt werden,

¹Alle Isotopenverhältnisse in dieser Arbeit werden immer zur Zeit der CAI-Entstehung angegeben, auch wenn die Körper, von denen die Rede ist, sich erst später gebildet haben.

Tab. 3.1: Parameter des Modells von Miyamoto et al. (1981) (MFT81) für einen kompakten Körper (gemittelttes L-Chondritenmaterial), und für ein ähnliches Modell eines anfänglich porösen Körpers ohne (PL0) und mit (PL) zusätzlicher Erwärmung durch Zerfall von ^{60}Fe und langlebigen Nukliden.

Modellparameter		MFT81	PL0	PL	Einheit
Radius	R	85	85	85	km
Bildungszeit	t_B	2,4	2,3	2,3	Ma
Wärmeleitfähigkeit	K_0	1	4,3	4,3	W/mK
Oberflächentemperatur	T_{Obf}	180	150	150	K
Reindichte	ρ_0	3200	3590	3590	kg/m ³
$^{26}\text{Al}/^{27}\text{Al}$		5	5,1	5,1	10^{-5}
$^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$		—	0	4,1	10^{-7}
Anfangsporosität	ϕ_{Obf}	0 (10%)	60%	60%	
Wärmekapazität	c_P	625	temperaturabh.		J/kgK

weshalb eine unveränderliche Wärmeleitung verwendet und außerdem die Auswirkungen der Porosität sowie das Sintern nicht berücksichtigt wurden.

Das in dieser Arbeit vorgestellte Modell sollte die gleichen Resultate liefern, sofern die entsprechenden Annahmen und Modellparameter benutzt werden. Um dies zu testen, wurden die Wärmeleitung und Wärmekapazität konstant und die Porosität auf null gesetzt und nur ^{26}Al als Wärmequelle berücksichtigt. Ferner wurde zum Vergleich die analytische Lösung des Modells von Miyamoto et al. (1981) mit Hilfe der Gleichung aus Hevey & Sanders (2006)² berechnet.

Das Ergebnis zeigt Abb. 3.1, in der die Temperaturkurven für das Zentrum und für verschiedene Tiefen zu sehen sind. In Rot sind die Temperaturkurven aus der analytischen Lösung eingezeichnet, die schwarzen Linien stellen die numerisch berechneten Temperaturkurven dar, die mit dem für diese Arbeit entwickelten Programmcode berechnet wurden. Die Ergebnisse der beiden Modelle sind fast identisch, d. h., das Modell reproduziert die exakte analytische Lösung.

²Die in Miyamoto et al. (1981) angegebene Gleichung ist leider fehlerhaft, in Hevey & Sanders (2006) wird die richtige Gleichung angegeben.

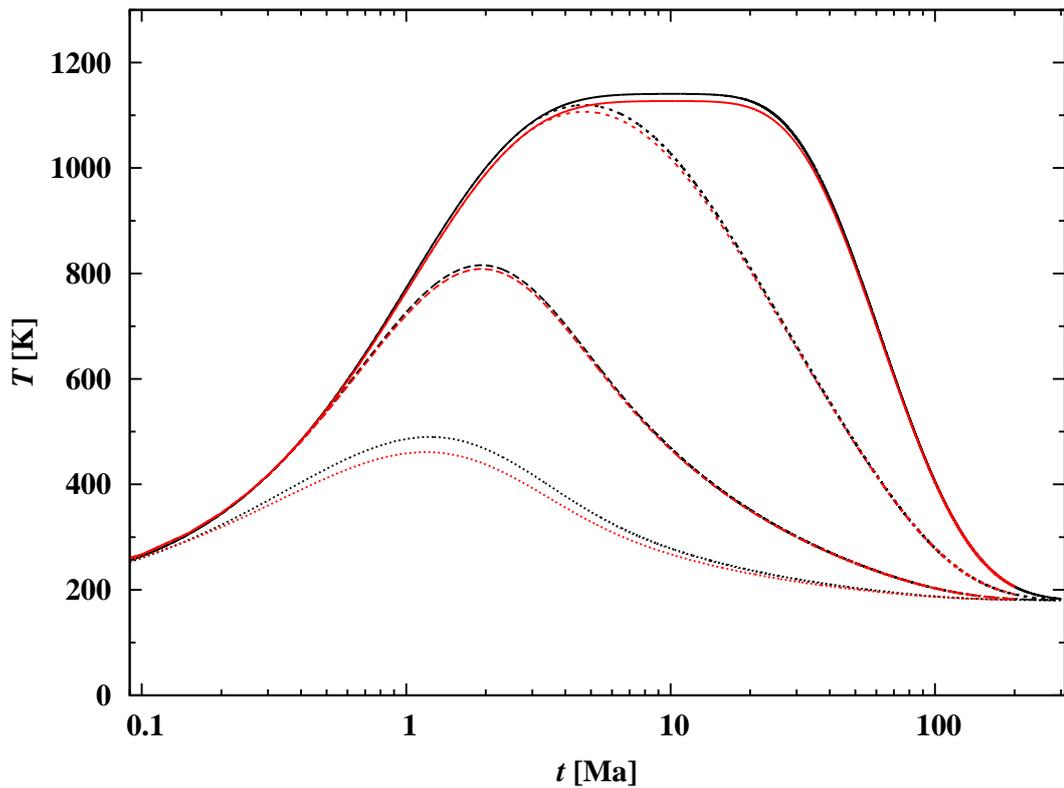


Abb. 3.1: *Rot:* analytische Lösung des Miyamoto Modells mit der Gleichung aus Hevey & Sanders (2006) für einen Körper mit den Parametern aus Miyamoto et al. (1981), s. Tab. 3.1 Modell MFT81. *Schwarz:* Numerisch berechnete Temperaturentwicklung eines identischen Körpers. Jeweils in verschiedenen Tiefen und im Zentrum: Die Linien zeigen jeweils von unten nach oben die Entwicklung in 2,5 km, in 8 km und in 30 km Tiefe sowie im Zentrum.

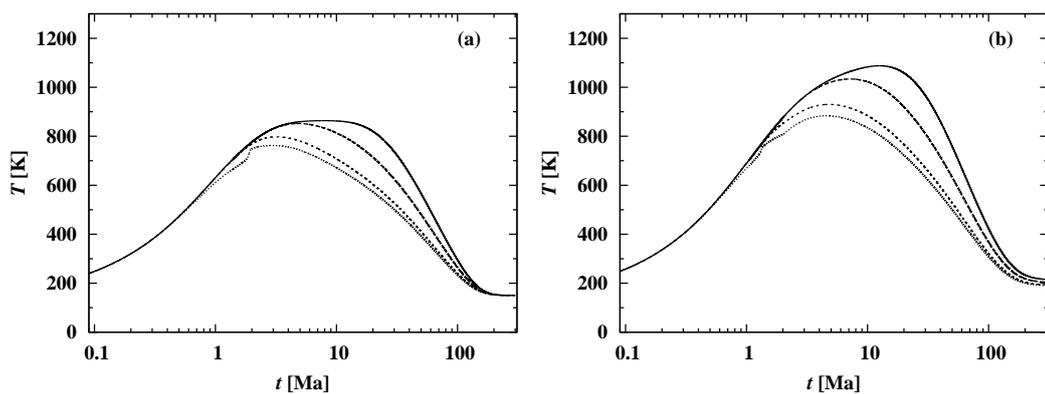


Abb. 3.2: Wie in Abb. 3.1, aber: (a) für einen porösen Körper mit porositätsabhängiger Wärmeleitung und Sintern (Modell PL0, s. Tab. 3.1). (b) zusätzlich mit dem Beitrag von ^{60}Fe und langlebigen Nukliden zur Wärmefreisetzung (Modell PL).

3.2 Parameterstudie

3.2.1 Modell eines porösen Körpers

Ferner wurde untersucht, wie sich die Einführung einer Porosität und das damit verbundene veränderte Verhalten der Wärmeleitung im Modell auf die Temperaturentwicklung in einem Planetesimal gleicher Größe und einem ähnlichen Satz von Parametern auswirkt. Das Ergebnis ist in Abb. 3.2a zu sehen. Dabei unterscheidet sich die Wärmeleitfähigkeit von der von Miyamoto verwendeten und ist durch Gl. (2.5) gegeben. Ferner hängt die Wärmekapazität von der Temperatur ab und wird über Gl. (2.2) berechnet. Die anfangs von Null verschiedene Porosität ändert sich dann im Laufe der zeitlichen Entwicklung durch die in Kap. 2.2 beschriebenen Sintervorgänge. Die Modellparameter sind in Tab. 3.1 in der mit PL0 betitelten Spalte aufgeführt.

Es wurde von einer Anfangsporosität von $\phi_{\text{OBF}} = 60\%$ ausgegangen, da dieser Wert dem Verdichtungsgrad von pulverförmigem Material gleicht, das zahlreichen Einschlägen ausgesetzt war (Weidling et al. 2009). Diese Anfangsporosität entspricht dabei der Porosität an der Oberfläche des Planetesimals, an der die Drücke gering sind. Man erwartet, dass sich dieser Wert einstellt, weil man annimmt, dass das Wachstum der Asteroiden über zahlreiche wiederholte langsame Einschläge kleinerer Körper ablief. Im Inneren herrschen aufgrund der Eigengravitation höhere Drücke, die ausreichen, das Material isostatisch kalt zu pressen, so dass Dichten bis zur höchsten Packungsdichte von $\phi \approx 40\%$ erreicht werden, siehe Kap. 2.2.2. Diese Anfangsporositätsverteilung im Inneren des Körpers wurde im Modell mit Gl. 2.7 berechnet. Danach wurde die zeitliche Temperaturentwicklung für diese Porositätsverteilung berechnet, in der auch die Porositätsänderung aufgrund des heißen isostatischen Pressens (siehe Kap. 2.2.3) enthalten war. Die Oberflächentemperatur wurde dabei über die gesamte Modellzeit konstant auf $T_{\text{OBF}} = 150$ K gehalten.

Abb. 3.2a zeigt wegen der höheren Wärmeleitfähigkeit nach vollständigem Sintern im Modell PL0 ($K_0 = 4$ gegenüber $K_0 = 1$) eine niedrigere Höchsttemperatur im Körperzentrum als im Miyamotomodell. Andererseits erreichen hier die Temperaturen in den oberflächennahen Zonen deutlich höhere Werte, weil die verbleibende hochporöse Oberflächenschicht aufgrund ihrer sehr geringen Wärmeleitfähigkeit einen effizienten Wärmeverlust an der Oberfläche durch Abstrahlung in den Weltraum verhindert. Unter Verwendung der in Abschnitt 2.2.3 angegebenen Werte ergibt sich aus dem Modell, dass der druckabhängige Sintervorgang bei Temperaturen von $700 - 750$ K einsetzt und dann sehr schnell, innerhalb von ca. 10^5 a, abläuft, wobei die Porosität fast überall Null wird. Die Temperaturverteilung wird dann im Inne-

ren nahezu isothermisch und fällt zur Oberfläche hin in einer nur wenige km dicken Schicht stark ab. Dies ist in Abb. 3.3a (für das Modell PL) dargestellt. Abb. 3.3b zeigt dazu die Änderung der Porosität im Körper. Da die Porositätsänderung im gesamten Körper zeitgleich in ca. 10^5 a abläuft, ist hier nur dieser Ausschnitt der Entwicklung gezeigt. Über die gesamte Entwicklungszeit verbleibt an der Oberfläche eine hochporöse Restschicht, da die dort erreichten Temperaturen unter den für das Sintern bei niedrigem Druck erforderlichen 750 K bleiben, weil an der Oberfläche aufgrund des Wärmeverlustes keine nennenswerte Aufheizung stattfinden kann. Dieses Verhalten ist in völliger Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Yomogida & Matsui (1984) und vergleichbar mit den Ergebnissen von Sahijpal et al. (2007) und Gupta & Sahijpal (2010). Diese berücksichtigten den Sintervorgang, indem sie im Temperaturbereich von 670 – 700 K in Form eines glatten Interpolationsverfahrens die Wärmeleitfähigkeit pro 10 K um eine Größenordnung zunehmen ließen, während die Porosität von 55% auf 0% verringert wurde.

Da mit der Porositätsveränderung eine Veränderung des Volumens einhergeht, muss der Körper während des Sintervorgangs schrumpfen, und weil die Porosität nahezu überall verschwindet, ist die Abnahme seines Radius erheblich, typischerweise liegt sie bei 20% des Ausgangswertes. Das Schrumpfen findet im Modell PL nach ca. 0,8 Halbwertszeiten der Hauptwärmequelle ^{26}Al statt, was in Abb. 3.3 auch deutlich sichtbar ist. Der in der Tab. 3.1 angegebene Radius von 85 km bezeichnet dabei den hypothetischen Radius eines vollständig gesinterten Körpers. Der tatsächliche Endradius des Körpers hat fast genau denselben Wert, da die verbleibende poröse Restschicht sehr dünn ist. Die Startgröße liegt bei ≈ 105 km. Dementsprechend bezeichnen die Tiefenwerte der Schichten der in der Abb. 3.2 und den entsprechenden folgenden Abbildungen gezeigten Temperaturkurven die Tiefenwerte im hypothetischen vollständig gesinterten Körper. Vor dem Schrumpfvorgang liegen die entsprechenden Schichten daher etwas tiefer.

In Abb. 3.2b wird die zeitliche Entwicklung desselben Körpers aber unter Berücksichtigung des Beitrages von ^{60}Fe und der langlebigen Isotope zur Wärmeerzeugung gezeigt (Modell PL in Tab. 3.1). Hierbei wurde für das Verhältnis von ^{60}Fe zu ^{56}Fe der Wert verwendet, der in der Optimierung in Abschnitt 3.3 erhaltenen wurde. Die Höchsttemperatur im Zentrum liegt hierbei um ca. 30% höher als im Modell PL0. Außerdem ist im Unterschied zu Abb. 3.2a im Zentrum kein Plateau mehr erkennbar. Das liegt daran, dass die Erwärmung durch das ^{60}Fe noch aktiv ist, wenn die Abkühlung, die von außen nach innen abläuft, im Zentrum wirksam wird.

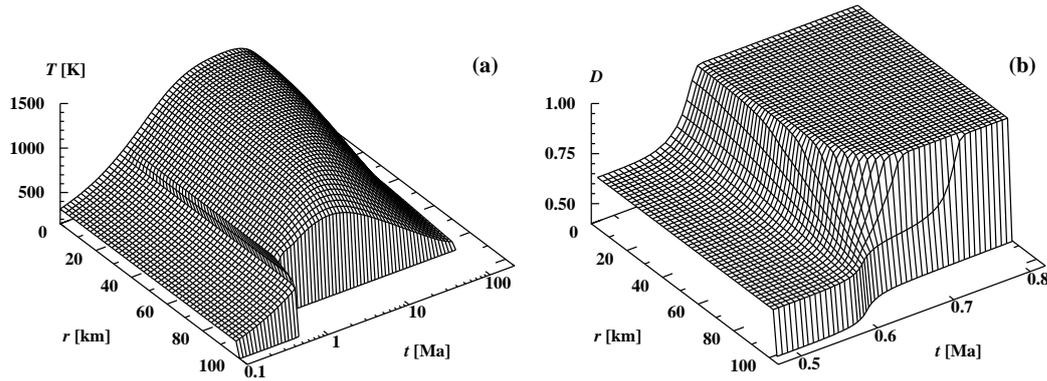


Abb. 3.3: (a) Zeitliche Entwicklung der radialen Temperaturverteilung T für das Modell PL. Das Schrumpfen des Radius bei ca. 0,6 Ma wird durch Verdichtung des ursprünglich porösen Materials verursacht. (b) Entwicklung der radialen Füllfaktorverteilung D . Es wird nur der Zeitbereich gezeigt, in dem das Sintern und Schrumpfen stattfindet (Henke et al. 2012a).

3.2.2 Verschiedene Anfangstemperaturen und Wärmeleitungen

Zur Untersuchung der Abhängigkeit der Modelle von bestimmten wichtigen Modellparametern wurden Modellberechnungen vom Typ PL (s. Tab. 3.1), aber mit je zwei verschiedenen Werten für die Oberflächentemperatur T_{Obf} und den Wärmeleitkoeffizienten K_0 durchgeführt, deren Ergebnisse in Abb. 3.4 gezeigt sind. Die Modelle auf der linken Seite (a,c) wurden bei einer festen Oberflächentemperatur von 150 K berechnet, die auf der rechten (b,d) bei 250 K. Diese beiden Werte begrenzen den Temperaturbereich, der sich dadurch ergibt, dass ein Körper in der Region des heutigen Asteroidengürtels noch von der protoplanetaren Scheibe umgeben ist, oder dass diese sich bereits aufgelöst hat und der Körper nur von der jungen Sonne beschienen und erwärmt wird, was einer niedrigeren Temperatur an der Oberfläche entspricht. Die Temperaturkurven der verschiedenen Tiefen bei verschiedenen Außentemperaturen unterscheiden sich nur marginal voneinander, das heißt, die Temperaturentwicklung unterhalb der unmittelbaren Oberfläche hängt nicht kritisch von der Oberflächentemperatur ab, zumindest nicht für die hier betrachteten Körper mit Radien um 100 km.

Außerdem ist nicht zu erwarten, dass die Außentemperatur bei den in dieser Arbeit betrachteten Körpern von der Temperaturentwicklung im Inneren abhängt. Deshalb können Temperaturänderungen an der Oberfläche aufgrund des Wärmeflusses aus dem Zentrum an die Oberfläche vernachlässigt werden. Zur Demonstration der Größenordnung einer solchen Temperaturänderung zeigt Abb. 3.5 die Temperaturentwicklung an der Oberfläche für ein Modell mit den Modellparametern des Modells

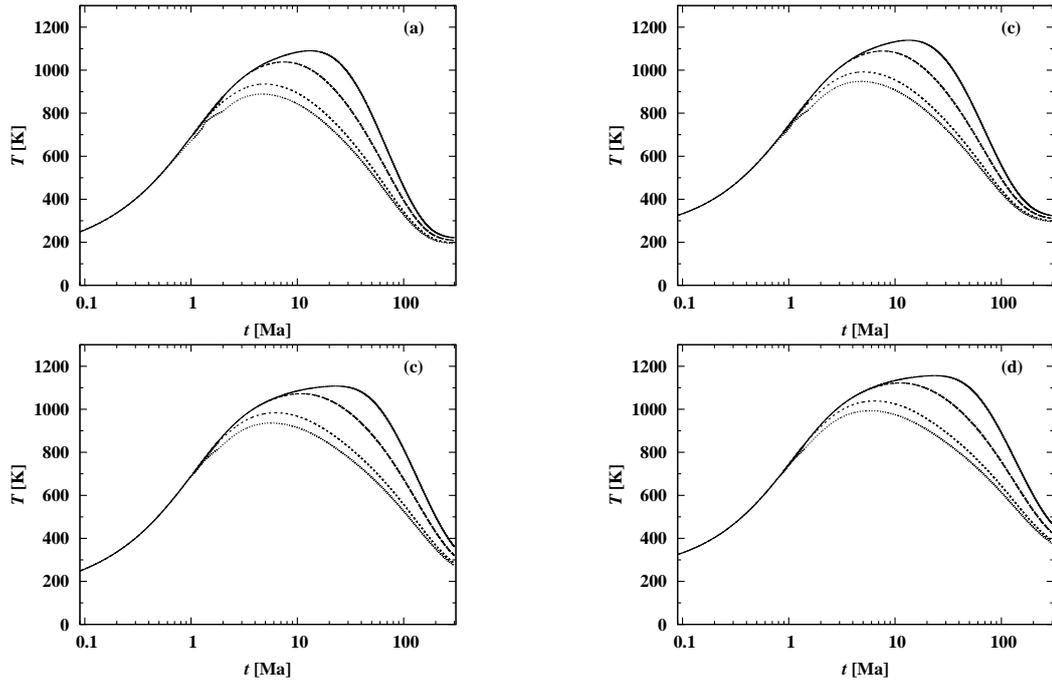


Abb. 3.4: Temperaturentwicklung von Testmodellen mit verschiedenen Parameterwerten. *Linke Bilder (a,c)* mit Oberflächentemperatur $T_{\text{Obf}}=150$ K, *rechte (b,d)* mit $T_{\text{Obf}}=250$ K. *Obere Bilder (a,b)* mit Wärmeleitkoeffizient $K_0=4$ W/mK, *untere (c,d)* mit $K_0=2$ W/mK.

PL in Tab. 3.1. Hierbei wurde aber, statt eine feste Temperatur vorzuschreiben, die Temperatur an der Oberfläche durch Gl. (2.45) berechnet, wobei eine Entfernung gewählt wurde, die einem Temperaturgleichgewicht an der Oberfläche bei den in Tab. 3.1 für das Modell PL angegebenen 150 K liegt. Die Gl. (2.45) wurde dabei über das Newtonverfahren gelöst. Wie man sieht, liegt die Temperaturänderung an der Oberfläche deutlich unter einem zehntel Grad, was als vernachlässigbar angesehen werden kann. Daher wird in den folgenden Berechnungen weiterhin nur mit festen Oberflächentemperaturen gearbeitet, anstatt diese so genau wie möglich aus dem Ein- und Abstrahlungsgleichgewicht zu berechnen.

Die oberen Modelle in Abb. 3.4 (a,b) wurden mit einem Wert von $K_0 = 4$ W/mK für den Wärmeleitkoeffizienten berechnet, die unteren (c,d) mit $K_0 = 2$ W/mK. Der erste Wert entspricht den durchschnittlichen für H- und L-Chondriten gefundenen Werten, wenn diese zu 0% Porosität hin extrapoliert werden (s. Kap. 2.1.3). Wie in Abb. 2.3b zu sehen, streuen die Werte für den Wärmeleitkoeffizienten (aus bisher unbekanntem Gründen) erheblich, außerdem ist unklar, ob die untersuchte Stichprobe der H- und L-Chondriten repräsentativ für das gesamte Material des Mutterkörpers ist. Der Wert von $K_0 = 4$ W/mK entspricht den typischen Werten reiner Silikatminerale (vgl. Yomogida & Matsui 1984) und stellt daher vermutlich die Obergrenze der

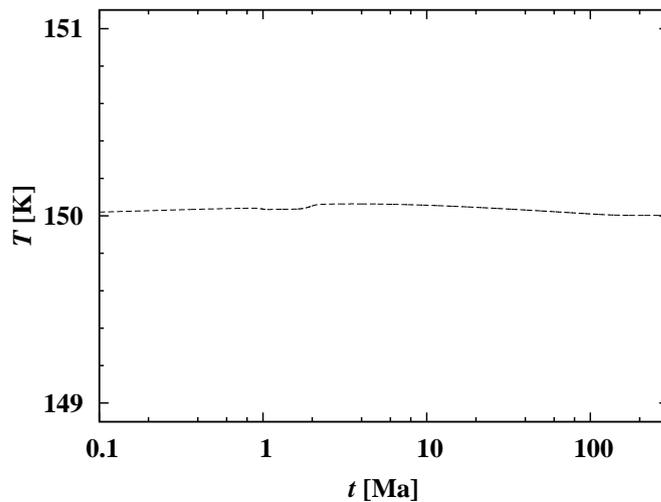


Abb. 3.5: Temperaturentwicklung an der Oberfläche für ein Modell mit den Parametern von Modell PL, bei dem die Außentemperatur aber nicht konstant gehalten, sondern über Gl. (2.45) berechnet wurde.

möglichen Werte von K_0 dar. Niedrigere Werte können daher ebenfalls für reale Planetesimale von Interesse sein. Abb. 3.4 zeigt, dass die Modellergebnisse erheblich von K_0 abhängen. Da es gegenwärtig noch nicht möglich ist, K_0 aus der Zusammensetzung chondritischen Materials direkt zu berechnen, wird der Wert in den folgenden Modellen als im Bereich der für Chondriten gefundenen Werte als freier Parameter angesehen.

3.2.3 Höchsttemperaturen im Zentrum

An der erreichten Höchsttemperatur $T_{Z,Max}$ im Zentrum des Körpers kann erkannt werden, welche Arten von Veränderung das Material erleiden kann. Wenn sie die Solidustemperatur des chondritischen Materials von ca. 1400 K überschreitet (Agee et al. 1995), wird der Körper teilweise aufschmelzen und seine Differenzierung einsetzen. Wird hingegen die Sintertemperatur von ca. 700 K nicht erreicht, wird der Körper seine poröse Struktur vollständig erhalten. Die Höchsttemperatur im Zentrum $T_{Z,Max}$ hängt hauptsächlich ab

1. vom Radius R des Körpers, der bestimmt, wie wirksam die Wärme aus dem Zentrum abtransportiert wird, und
2. von der Bildungszeit t_B , die bestimmt, wieviel kurzlebige radioaktives Material noch nicht zerfallen ist, wenn der Körper auf seine endgültige Größe angewachsen ist, und daher noch zur Erwärmung beitragen kann.

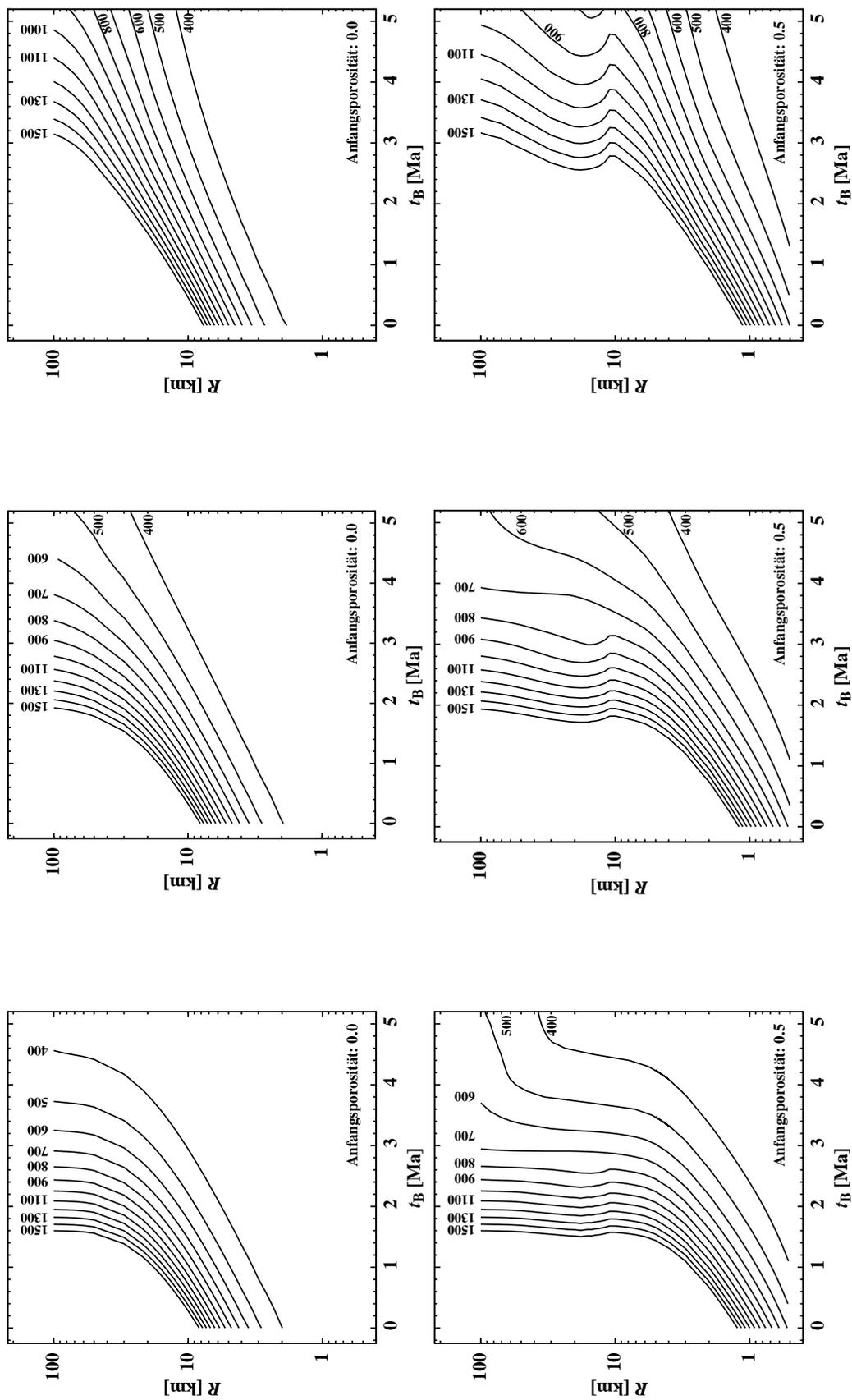


Abb. 3.6: Änderung der Höchsttemperatur $T_{Z,Max}$ im Zentrum eines Planetesimals mit Radius R und Bildungszeit t_B . *Obere Bilder:* vollständig verdichteter Körper mit $\phi_{Obf} = 0$. *Untere Bilder:* Anfänglich poröse Körper mit Porosität $\phi_{Obf} = 0,5$, die im Laufe der thermischen Entwicklung sintern. Die Linien zeigen die in der gesamten Entwicklungszeit erreichte Höchsttemperatur. Ab Temperaturen von ≈ 1400 K wird partielle Schmelze der Mineralmischung erwartet. Temperaturen über 1500 K sind daher nicht angegeben. Gezeigt werden Modelle für drei unterschiedliche anfängliche $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnisse. *Linke Bilder:* ohne ^{60}Fe . *Mittlere Bilder:* Aus der Optimierung aus Abschnitt 3.3 erhaltener Wert von $4,1 \cdot 10^{-7}$ für den H-Chondriten-Mutterkörper. *Rechte Bilder:* höchster in Tab. 2.1 Wert angegebener Wert von $1,6 \cdot 10^{-6}$ (Henke et al. 2012a).

Abb. 3.6 zeigt die $T_{Z,Max}$ -Abhängigkeit von R und t_B für Körper mit einer Anfangsporosität von $\phi_{Obf} = 60\%$ und zum Vergleich für vollständig kompakte ($\phi_{Obf} = 0\%$) für Modelle mit drei verschiedenen $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnissen (bei CAI-Bildung) nämlich 0 , $4,1 \cdot 10^{-7}$ und $1,6 \cdot 10^{-6}$ als zusätzliche Wärmequelle. Offensichtlich unterscheidet sich die thermische Entwicklungsgeschichte poröser Körper deutlich von derjenigen gleich großer kompakter Körper.

Die Anfangsporosität in Körpern unter ≈ 5 km Radius ist sehr hoch, da bei diesen der Druck durch die Eigengravitation nicht einmal für kaltes Pressen ausreicht (s. Abb. 2.5b). Aufgrund der zunächst niedrigen Wärmeleitfähigkeit heizen sich sogar kleine Körper ($R \gtrsim 0,5$ km) mindestens bis zur Sinterschwellentemperatur auf und sintern im Inneren, da die stark isolierende hochporöse Außenschicht eine bessere Kühlung verhindert. Vollständig kompakte Körper erreichen diese Temperaturen wegen der erheblich höheren Wärmeleitung erst ab Radien $\gtrsim 5$ km.

Für anfänglich poröse Körper, die größer als ≈ 50 km sind, ist die Anfangsporosität bereits fast überall im Körper niedrig, da sie schon durch Kaltpressen stark kompaktiert sind (s. Abb. 3.6) und die verbleibende Porosität schnell durch Sintern verschwindet. Ihre thermische Entwicklung gleicht außer in der dünnen porös verbleibenden Oberflächenschicht im Wesentlichen derjenigen von kompakten Körpern.

Poröse Körper mit Radien von ≈ 5 bis ≈ 20 km sind in ihrem Zentrum durch Kaltpressen bereits signifikant kompaktiert, besitzen aber am Anfang einen sehr dicken äußeren Mantel niedriger Porosität. Poröse Körper zwischen ≈ 20 und ≈ 50 km sind außer an den äußeren 10 % des Radius ebenfalls schon im gesamten Körper verdichtet. Sie zeigen die komplexeste $T_{Z,Max}$ -Abhängigkeit vom Radius und der Bildungszeit.

Temperaturen über $T_{Z,Max} = 1500$ K wurden nicht untersucht, da in dieser Arbeit nur undifferenzierte Planetesimale betrachtet werden. Ab Temperaturen von $T_{Z,Max} \gtrsim 1400$ K setzt die Silikatschmelze ein, was unweigerlich zur Differenzierung des Körpers führt.

3.3 Erste Anwendung des Modells auf den Mutterkörper der H-Chondriten

Wie bereits in Kap. 1.3.2 beschrieben, ist das Ziel, das Modell der thermischen Entwicklung an Abkühlalter von H-Meteoriten zu fitten um so Rückschlüsse auf die Eigenschaften des Mutterkörpers ziehen zu können. Als ersten Test zur Machbarkeit eines solchen Vorhabens wurde das Modell mit den Abkühlaltern von nur zwei H-Chondriten verglichen, dem Kernouvé- und dem Richardton-Meteoriten. Hierzu

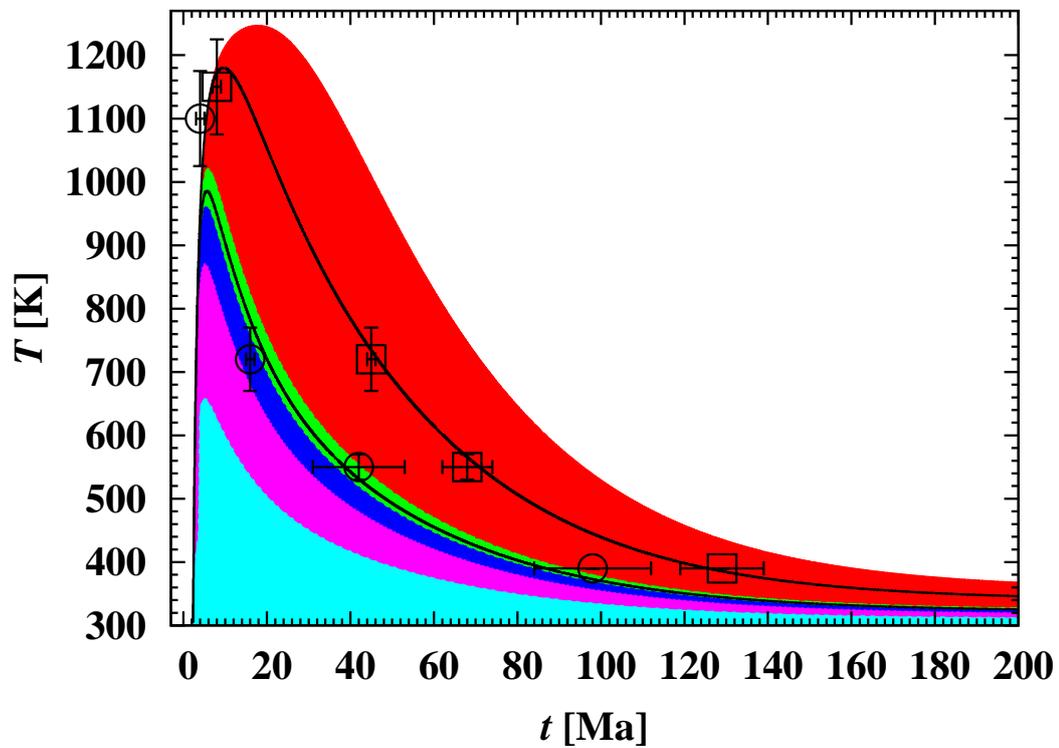


Abb. 3.7: Optimiertes Modell für die Abkühlgeschichte des H-Chondriten-Mutterkörpers. Die Abszisse zeigt die seit CAI-Bildung verstrichene Zeit. Es wird die Temperaturentwicklung in mehreren Tiefen gezeigt. Die eingefärbten Flächen zeigen den Bereich der möglichen Temperaturkurven von Material aus Schichten an, in denen die Metamorphosetemperaturen erreicht wurden, die einem bestimmten petrologischen Typ entsprechen. Die Farben entsprechen den verschiedenen petrologischen Typen: Typ 6 rot, Typ 5 grün, Typ 4 blau, Typ 3 rosa. Die oberen Grenzen der eingefärbten Flächen entsprechen von unten nach oben den Tiefen 0,32 km, 2,3 km, 7,8 km, 11 km und 100 km (Zentrum). Die empirischen Daten der H6- und H5-Chondriten Kernouvé und Richardton aus Tab. 1.2 werden jeweils durch Quadrate und Kreise inklusive ihrer Fehlerbalken dargestellt. Die schwarzen Linien zeigen die Temperaturentwicklungen der Tiefen 8,9 km (untere Linie) und 36 km (obere Linie), die in diesem Modell am besten zu den empirischen Daten passen (Henke et al. 2012a).

Tab. 3.2: Eigenschaften des optimierten Modells.

Physikalische Größe	Wert	Einheit
Radius	R	100 km
Bildungszeit	t_B	2,3 Ma
Wärmeleitkoeffizient	K_0	4,0 W/mK
Oberflächentemperatur	T_{Obf}	300 K
$^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Häufigkeit		$4,1 \cdot 10^{-7}$
Anfangsporosität	ϕ_{Obf}	50%
Chondritentyp	Tiefenbereich	
	von	bis
Poröse Restschicht	0,00	0,29 km
H3	0,29	2,3 km
H4	2,3	6,7 km
H5	6,7	10,8 km
H6	10,8	100 km
	Tiefe	
Kernouvé	36	km
Richardton	8,3	km

wurden diejenigen Abkühlalter von Kernouvé und Richardton in Tab. 1.2 verwendet, die nicht eingeklammert sind. Die Verwendung von nur zwei Meteoriten macht es möglich, geeignete Modellparameter über das im folgenden Abschnitt beschriebene Verfahren per Hand zu bestimmen. Die Verwendung von Daten weiterer Meteoriten erfordert bessere Optimierungsverfahren und wird in den folgenden Kapiteln durchgeführt.

In Abb. 3.7 wird ein Fit an Abkühlalter der Meteoriten Kernouvé (H6) und Richardton (H5) gezeigt (s. Tab. 1.2). Die chronologischen Daten dieser beiden Meteoriten passen am besten zu den Abkühlkurven, die sich in 36 und 8,9 km Tiefe eines Asteroiden befinden. Die Eigenschaften dieses Mutterkörpers in Tab. 3.2 wurden über die folgenden Überlegungen abgeschätzt: Die ursprüngliche ^{26}Al -Häufigkeit ergibt sich grob aus dem $^{26}\text{Al}/^{27}\text{Al}$ -Verhältnis der Chondren aus den gewöhnlichen Chondriten. Messungen an Chondren weisen auf eine ^{26}Al -Häufigkeit hin, die grob einer Bildungszeit von 2 – 3 Ma nach CAI-Bildung entspricht. Die ^{60}Fe -Häufigkeit wird durch primitive gewöhnliche Chondriten des Typs 3 begrenzt (Sulfide, s. Tachi-

hana & Huss 2003). Ferner darf die Häufigkeit dieser Isotope nur in einem Bereich liegen, der die Entstehung hinreichend hoher Temperaturen im Zentrum des Körpers zulässt, die zu starker Veränderung des dortigen Materials hin zum petrologischen Typ 6 führen, aber nicht die Solidustemperatur des Materials (nennenswert) übersteigen, so dass keine partielle oder vollständige Schmelze auftreten kann, was sonst zur Metall-Silikat-Trennung oder Differenzierung des Körpers führen würde. Die Wärmeleitfähigkeit und der Radius des Körpers bestimmen hauptsächlich die Gesamtdauer der Abkühlung des Körpers. In diesem Modell wurde willkürlich ein Radius von 100 km gewählt. Jedoch könnte auch bei einem kleineren Körper eine, wie beim Kernové-Meteoriten beobachtete, verlängerte Abkühlphase auftreten. In diesem Modell wurde eine Tiefe von nur 36 km für ihn gefunden. Die Tiefenbereiche, in denen Material der petrologischen Typen 3 – 5 vorkommt, sind aufgrund der dünnen, isolierenden, porösen Außenschicht vergleichsweise klein.

3.3.1 Diskussion

Das hervorstechendste Merkmal dieses neuen Modells ist, dass auch relativ kleine Mutterkörper die Fähigkeit besitzen können, Wärme in großem Umfang zu speichern. Im Modell des H-Chondriten-Mutterkörpers zeigt sich das in relativ dünnen Schichten weniger aufgeheizten oder veränderten Materials. Außerdem wird der Beitrag von ^{60}Fe zur Aufheizung dadurch eingegrenzt, dass die Hf-W- und U-Pb-Pb-Abkühlalter des H5-Meteoriten Richardton (3 und 13 Ma nach CAI-Bildung) eine schnellere Abkühlung verlangen, als sie bei ^{60}Fe als Hauptwärmequelle aufgrund seiner langen Halbwertszeit von 2,6 Ma auftreten würde. ^{26}Al zerfällt hinreichend schnell (Halbwertszeit 0,72 Ma), so dass es eine solch schnelle Abkühlung ermöglicht. Im Modell beträgt der Beitrag von ^{60}Fe ca. 20 – 30%. Dieses Ergebnis stimmt mit in primitiven gewöhnlichen Chondriten des Typ 3 gefundenen ^{60}Fe -Anfangskonzentrationen überein (Tachibana & Huss 2003), die niedriger sind als die Werte, die man vorher aus CAIs erhalten hat (Birck & Lugmair 1988), und stützen die Vermutung, das ^{60}Fe im frühen Sonnensystem nicht homogen verteilt war.

Kapitel 4

Fitten des Modells an Meteoritenabkühlalter von H-Chondriten

Das Angleichen des Modells an Meteoritenabkühlalter wie im vorangegangenen Abschnitt ist auch in bisherigen anderen Arbeiten hauptsächlich durch Probieren gelöst worden. Auf diese Weise wurden z. B. Bildungszeiten t_B und Radien R einiger Mutterkörper bestimmt (Miyamoto et al. 1981; Bennett & McSween 1996; Akridge et al. 1998; Trieloff et al. 2003; Hevey & Sanders 2006; Sahijpal et al. 2007; Kleine et al. 2008; Harrison & Grimm 2010). Allerdings sind die wesentlichen Eigenschaften eines Mutterkörpers nicht nur durch t_B und R gegeben, sondern umfassen noch einige weitere Modellparameter, die in Tab. 4.1 aufgeführt sind. Dazu kommen die unbekanntes Tiefen der einzelnen Meteoriten noch als zusätzliche Optimierungsparameter hinzu. Bei einer solchen Fülle von zu optimierenden Parametern ist eine manuelle auf Versuch und Irrtum basierende Optimierung nicht mehr machbar. Daher wird in dieser Arbeit dieses Optimierungsproblem über die Verwendung eines allgemeinen numerischen Algorithmus angegangen, der in der Lage ist, mit einem großen Parameterraum und großen Datensätzen umzugehen. In Abschnitt 4.1 wird das verwendete Optimierungsverfahren beschrieben. Abschnitt 4.2 begründet den in dieser Arbeit verwendeten Wertebereich der Modellparameter und in Abschnitt 4.3 werden die Ergebnisse der Optimierung vorgestellt.

Tab. 4.1: Gewählter Parameterraum der veränderlichen Parameter für Meteoritenmutterkörper.

Physikalische Größe	Wert	Einheit
Bildungszeit t_B	1,5 – 3	Ma
Radius R	0 – 200	km
$^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis	0 – $2,0 \cdot 10^{-6}$	
Oberflächentemperatur T_{Obf}	150 – 400	K
Anfangsporosität ϕ_{Obf}	0,2 – 0,8	
Wärmeleitkoeffizient K_0	1,0 – 5,0	W/mK

4.1 Fitverfahren für die Abkühlalter

4.1.1 Der Datensatz

Für die Rekonstruktion des Mutterkörpers der H-Chondriten, von denen man annimmt, dass sie demselben Mutterkörper entstammen, wurden die acht Meteoriten Estacado, Guarenã, Kernouvé, Richardton, Allegan, Nadiabondi, Forest Vale und Ste. Marguerite verwendet, die alle über drei oder mehr Abkühlalter verfügen und eine hinreichende Genauigkeit aufweisen. In diesem Teil der Arbeit wurden die 28 Datenpunkte verwendet, die in Tab. 1.2 nicht eingeklammert sind.

Die Schichttiefe eines jeden von J Meteoriten, die mit einem Index j ($=1, \dots, J$) durchnummeriert sind, ist gegeben durch die J Massenkoordinaten M_j im theoretischen Modell des Körpers, da im Modell die Massenkoordinate als unabhängige Variable verwendet wird (siehe Kap. 2.3.1). Man hat dann für jede Schließtemperatur i eines jeden Meteoriten j ein Datenquadrupel

$$\varpi_{ij} = (T_{ij}, \sigma_{T,ij}, t_{ij}, \sigma_{t,ij},) \quad (4.1)$$

in denen die T_{ij} die i ($=1, \dots, I$) Schließtemperaturen der j Meteoriten, die t_{ij} die entsprechenden Abkühlalter, und die $\sigma_{T,ij}$ und $\sigma_{t,ij}$ die Fehler für T_{ij} bzw. t_{ij} bedeuten, oder für den kompletten Datensatz ϖ_j eines Meteoriten j

$$\varpi_j = (\varpi_{1j}, \dots, \varpi_{Ij}). \quad (4.2)$$

Die Massenkoordinaten M_j sind nicht bekannt und müssen zusammen mit den Modellparametern in Tab. 4.1 über den Optimierungsprozess bestimmt werden.

4.1.2 Die Gütefunktion

Die zu optimierende Gütefunktion kann auf verschiedene Weisen definiert werden. In dieser Arbeit wurde der folgende Weg gewählt. Durch das Optimierungsverfahren wird der Datensatz ϖ_j jedes Meteoriten j mit einer Massenkoordinate M_j verbunden. Während eines Modelldurchlaufs werden die Zeitpunkte, an denen die Temperatur unter eine der zu dem mit j verbundenen Datensatz ϖ_j gehörenden Schließtemperaturen i fällt, aufgezeichnet. So erhält man aus dem Modell zu jedem i auf der Temperaturentwicklungskurve j innerhalb der Massenkoordinate M_j ein Alter $t_{\text{Mod},ij}$, an der sie die vorgeschriebene Schließtemperatur T_{ij} durchläuft. Auf die gleiche Weise wird die Temperatur $T_{\text{Mod},ij}$ zum Zeitpunkt t_{ij} (Abkühlalter) für jeden Datenpunkt aufgezeichnet.

Als Gütefunktion für den Optimierungsprozess wurde die Abweichung der kleinsten Quadrate des Modellalters $t_{\text{Mod},ij}$ vom empirisch bestimmten Alter t_{ij} und der Modelltemperatur $T_{\text{Mod},ij}$ von der Schließtemperatur T_{ij} gewählt:

$$\Phi(\varpi) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left(\frac{t_{ij} - t_{\text{Mod},ij}}{\sigma_{t,ij}} \right)^2 + \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left(\frac{T_{ij} - T_{\text{Mod},ij}}{\sigma_{T,ij}} \right)^2 = \chi^2, \quad (4.3)$$

dieses χ^2 muss minimiert werden. Die Parameter (R , t_B , $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$, T_{Obf} , ϕ_{Obf} , K_0 , M_j ($j = 1, \dots, J$)) werden dann so bestimmt, dass jede Abkühlkurve, die einer Schichttiefe eines Meteoriten entspricht, im Modell so dicht wie möglich entlang der empirisch bestimmten Alter-Schließtemperatur-Paare für alle Datenpunkte der Meteoriten verläuft.

4.1.3 Wahl des Optimierungsalgorithmus

Benötigt wird also ein Verfahren, das das absolute oder globale Minimum der Funktion $\Phi(\varpi) = \chi^2$ findet und am besten auch gleich alle anderen lokalen Minima vergleichbarer Tiefe. Dies ist eine sehr schwierige Aufgabenstellung, da derartige Optimierungsprobleme im Allgemeinen zum einen nicht analytisch lösbar und zum anderen selbst die leistungsfähigsten der bekannten Lösungsmethoden das globale Minimum nicht zuverlässig finden können. Es ist nämlich prinzipiell nicht ausgeschlossen, dass die Funktion $\Phi(\varpi)$ mehrere lokale Minima besitzt, die ähnlich tief wie das tiefste, globale Minimum sind oder dass es langgestreckte Täler gibt, denen kein klares Minimum zugeordnet werden kann, weil das Tal nahezu überall gleich tief ist. Entsprechende Verfahren sind aber durchaus in der Lage eine gute Lösung in dem Sinne zu finden, dass man ein Minimum findet, das sehr gut zu den Daten passt, und damit als eine mögliche Realisierung für den Mutterkörper der H-Chondriten angesehen

hen werden kann. Jedoch wird zu keinem Zeitpunkt gesagt werden können, dass man die beste oder einzig mögliche Lösung (und damit den einzig wahren Parametersatz für den H-Chondritenmutterkörper) gefunden hat.

Natürlich könnte man auch einfach versuchen, für alle Parameterkombinationen des Parameterraumes alle Modelle zu berechnen und dann zu überprüfen, in welchem Modell man das kleinste χ^2 erhalten hat. Da im Voraus aber nicht bekannt ist, wie steil die Minima sein können, ist es erstrebenswert, eine möglichst hohe Auflösung der einzelnen Parameter zu wählen. Würde man dann jedoch zum Beispiel für alle $6 + 8 = 14$ Parameter jeweils hundert verschiedene Werte durchprobieren, käme man auf $100^{14} = 10^{28}$ Modellrechnungen (Zum Vergleich: In der Thermodynamik hat man es in der Regel mit Teilchenzahlen in der Größenordnung von „nur“ 10^{23} zu tun). Für einen einzelnen Modelldurchlauf braucht das Computerprogramm des Asteroidenmodells schon mehrere Sekunden, daher würde die Hintereinanderausführung von 10^{28} Modellrechnungen um ein vielfaches länger dauern als z. B. die in Heidelberg übliche Dauer einer Promotion (ca. 10^8 Sekunden), oder auch das geschätzte Alter des Universums von der Größenordnung 10^{18} Sekunden. Daher ist es unumgänglich, auf ein möglichst effizientes Minimierungsverfahren zurückzugreifen.

Ein Verfahren, das erfolgreich auf mehrere schwierige Optimierungsprobleme, wie z. B. auf das des Handelsreisenden, angewandt wurde, ist der von Rechenberg (1973, 1989) entwickelte *Evolutionalgorithmus*. Eine genaue Beschreibung, wie dieses Verfahren auf Probleme in der Astronomie und Astrophysik angewandt werden kann, sowie einen Programmcode findet man in Charbonneau (1995). Dieses Verfahren wurde gewählt, um das oben beschriebene Problem zu lösen.

Ihm liegt die Idee zu Grunde, die Prinzipien der Evolutionstheorie nachzuahmen, um die Extremwerte der Gütefunktion zu finden. Die Evolutionstheorie beschreibt, wie sich die Eigenschaften von Lebewesen gleicher Art innerhalb einer Population unter äußeren Einflüssen im Laufe der Generationen aufgrund der Vielseitigkeit innerhalb der Population verändern. Dabei setzen sich durch Vererbung Eigenschaften innerhalb der Population durch, die die Überlebens- und Reproduktionsfähigkeit der Nachkommen verbessern.

In der Genetik bezeichnet man mit dem Begriff *Genotyp* die Gesamtheit der Eigenschaften eines Lebewesens, wie sie in seiner DNS festgeschrieben sind. Die Art, wie sich diese Eigenschaften dann tatsächlich zeigen, also das Erscheinungsbild, heißt *Phänotyp*. Während der Entwicklung des Lebewesens bildet sich der Phänotyp anhand der Bauanweisungen im Genotyp aus. Die Stelle, an der eine bestimmte Eigenschaft (z. B. die Augenfarbe) kodiert ist, nennt man *Gen*. Der Wert, den dieses

Gen annimmt, also zum Beispiel „blau“ im Falle der Augenfarbe, heißt *Allel*. Der Reproduktionserfolg, also die Anzahl der möglichen Nachkommen eines Individuums, hängt dann davon ab, wie vorteilhaft die Allele dieses Individuums hinsichtlich der Umgebung sind, in der es lebt. Der Reproduktionserfolg bestimmt, wie zahlreich bestimmte Allele innerhalb der Population bezüglich konkurrierender Allele weitervererbt werden. Welche Eigenschaften vorteilhaft sind, wird durch die Umgebung festgelegt.

Nach einigen Generationen häufen sich vorteilhafte Allele in der Population an, und weniger vorteilhafte werden verdrängt, so dass nach einer Weile nur noch die vorteilhaftesten Allele in der Population nennenswert vertreten sind. Dies führt zu einer Verarmung des sogenannten *Genpools*. Aber durch das Auftreten von Mutationen können willkürliche Veränderungen in den Allelen auftreten, was neue Allele in den Genpool einführt, die eine gewisse Vielseitigkeit des Genpools aufrechterhalten. Diese Allele sind in den meisten Fällen für die Individuen schädlich, in einzelnen Fällen kann so aber ein Allel entstehen, das den bereits vorhandenen überlegen ist. Außerdem erhalten die Mutationen so auch die Fähigkeit der Population, sich an Veränderungen der Umgebung anzupassen.

Ein Algorithmus zum Finden von Parametern in hässlichen Problemen mit vielen lokalen Minima, der wie die Evolution durch Vererbung und natürliche Zuchtauswahl funktioniert, ist Verfahren überlegen, die z. B. in irgendeiner Form einfach nur die Ableitung der Gütefunktion ausrechnen und sich dann entlang der Steigung einen Schritt abwärts bewegen und dort erneut die Ableitung ausrechnen usw. Solche Verfahren finden nur das nächste lokale Minimum, was jedoch im Allgemeinen nicht das globale ist und auch wesentlich „weniger minimal“ sein kann als das globale. In einem Evolutionsalgorithmus können Mutationen für wesentliche Änderungen der Parameter eines Tochterindividuum gegenüber denen der Eltern sorgen und so große Sprünge innerhalb des Parameterraumes erlauben. Daher werden nicht alle Mitglieder der Population in demselben lokalen Minimum verbleiben, sondern immer wieder auch entfernte Bereiche des Parameterraumes nach anderen, tieferen lokalen Minima abtasten und dabei mit einer von null verschiedenen Wahrscheinlichkeit irgendwann das globale finden.

4.1.4 Allgemeine Implementierung von Evolutionsalgorithmen

Ein Evolutionsalgorithmus kann auf jedes Problem angewandt werden, in dem die zu optimierenden Variablen in Form einer Kette von Zahlen geschrieben werden können (*Chromosom*). Diese Zahlenkette stellt dann den Genotypen dar. Es wird im Fol-

genden angenommen, dass für jedes Individuum das Modell berechnet und durch die Berechnung einer Gütefunktion wie Gl. (4.3) mit den Daten verglichen und gegenüber den anderen Individuen bewertet wird. Nachdem bestimmt wurde, welche Individuen Nachwuchs bekommen sollen, werden ihre Genotypen jeweils an der gleichen willkürlich bestimmten Stelle getrennt und die entsprechenden Teilstücke vertauscht, so dass zum Beispiel das eine Ende von Elternteil 1 mit dem anderen Ende von Elternteil 2 verbunden wird (*Crossing-over*). Die so neu erzeugte Zahlenkette entspricht dann dem Genotypen des Nachwuchsindividuum. Mutationen können erzeugt werden, indem jede Stelle im Genotypen mit einer gewissen geringen Wahrscheinlichkeit einen willkürlichen Wert annimmt.

Hierin kann die Gesamtheit der im Modell berechneten Abkühlkurven als der Phänotyp aufgefasst werden und die empirisch bestimmten Abkühlalter als die Umgebung. Eine Umsetzung eines Evolutionsalgorithmus könnte folgendermaßen aussehen:

1. Eine willkürliche Anfangspopulation wird konstruiert.
2. Die Fitnessfunktion jedes Individuums wird über einen vom Benutzer gewählten Algorithmus berechnet, der bestimmt, wie gut die Individuen mit dem Problem fertig werden.
3. Eine neue Generation wird durch Paarung ausgewählter Individuen der Vorgängerpopulation erzeugt. Dabei erzeugt der Algorithmus durch Informationsaustausch zwischen den Parametern der beiden Elternindividuen neue Parameter. Zusätzlich findet in diesem Schritt auch die Mutation statt. In den meisten Fällen lässt man die Anzahl der Individuen pro Generation konstant.
4. Die Elternpopulation wird durch die Tochterpopulation ersetzt.
5. Dann wieder zu 2.

4.1.5 Anwendung auf das Problem

In dieser Arbeit wird die von Charbonneau (1995) beschriebene Implementierung des Evolutionsalgorithmus verwendet. In dieser kommt ein Zufallszahlengenerator zum Einsatz, der Zahlen zwischen 0 und 1 erzeugt, um einen Satz zufälliger Parameterwerte abzuleiten. Jedes Mal, wenn ein neuer Wert von Φ für ein Individuum benötigt wird, liefert dieser einen Satz von K Zufallszahlen $0 < \xi_k < 1$ ($k = 1, \dots, K$), aus denen Werte für die entsprechenden physikalischen Parameter x_k des Modells berechnet

werden über

$$x_k = x_{k,\min} + (x_{k,\max} - x_{k,\min}) \xi_k. \quad (4.4)$$

Hierbei sind $x_{k,\min}$ und $x_{k,\max}$ die zugelassenen Minimal- und Maximalwerte für x_k entsprechend der Tab. 4.1. Für diesen Parameterwertesatz x_k wird ein Entwicklungsmodell berechnet und aus dessen Ergebnissen der entsprechende Wert der Gütefunktion Φ .

Die Schichttiefen der einzelnen Meteoriten werden ebenfalls als Modellparameter behandelt, denen jeweils zufällige Werte zugewiesen werden. Dies geschieht, indem jedem Chondriten eine der Schichten i des Modells zugeordnet wird und innerhalb dieser ein Positionsfaktor y seine relative Position in dieser Schicht bezüglich der Schichtgrenzen r_i und r_{i-1} angibt, so dass seine Position im Körper schließlich durch

$$r_{\text{Met}} = r_{i-1} + y \cdot (r_i - r_{i-1}) \quad (4.5)$$

gegeben ist. Da das Modell so aufgebaut ist, dass der Sintervorgang überall innerhalb einer bestimmten Schicht als gleichwertig behandelt wird, ändert sich die relative Position y des Meteoriten innerhalb der Schicht während der thermischen Entwicklung nicht. Die Temperatur an dieser Stelle wird dann berechnet durch

$$T_{\text{Met}} = T_{i-1} + y \cdot (T_i - T_{i-1}), \quad (4.6)$$

und es wird mit Hilfe von Gl. (4.3) getestet, wie gut diese Temperatur T_{Met} zu den Abkühlalterdaten der entsprechenden Meteoriten passt.

Laut Charbonneau (1995) ist ein über einen genetischen Algorithmus erhaltener Fit halbwegs akzeptabel, wenn $I - K \sim \chi^2$ gilt, wobei I die Anzahl der Datenpunkte und K die Anzahl der optimierten Parameter bedeutet. Zum Beispiel erhält man für die sechs Parameter aus Tab. 4.1 plus der acht Schichten der acht Meteoriten ($K = 6 + 8 = 14$) und den 28 Datenpunkten einen gewünschten Wert von $\chi^2 \lesssim 14$ für einen akzeptablen Fit.

4.2 Wahl der Parameter

Die zu fittenden Parameter sind inklusive des in der Optimierung als zulässig angesehenen Wertebereichs in Tab. 4.1 angegeben. Die folgenden Parameter erfordern eine Kommentierung.

Radius: Beschränkungen des Radius ergeben sich daraus, dass der Körper groß genug sein muss, dass er sich auf Temperaturen aufheizen kann, dass der Körper eine hinreichend starke Metamorphose erfährt, dass wenigstens im Zentrum das Chondritenmaterial einen petrologischen Typ 6 erreicht und die Abkühlgeschwindigkeit

so langsam ist, dass zum Zeitpunkt der Ar-Ar- und Pu-Spaltspur-Abkühlalter von Guareña und Estacado die Schließtemperaturen für diese Alter wenigstens im Zentrum noch nicht unterschritten wurden. Jedoch darf der Körper nicht so groß sein, dass er vollständig aufschmilzt und kein Chondritenmaterial mehr übrig bleibt. Es gibt eine Reihe von Gründen (Gaffey & Gilbert 1998; Morbidelli et al. 1994), warum man annimmt, dass der Asteroid (6) Hebe der Mutterkörper der H-Chondriten und der IIE-Eisenmeteoriten ist. Einige allgemeine Eigenschaften von (6) Hebe werden in Tab. 1.1 aufgelistet. Sofern (6) Hebe nur ein Fragment des ursprünglichen H-Chondritenmutterkörpers ist, liefert seine Größe eine untere Grenze für die Größe des H-Chondritenmutterkörpers. Hebe ist mit den Maßen $205 \times 185 \times 170$ km etwas unregelmäßig geformt (Torppa et al. 2003), was einem mittleren Durchmesser von 186 km entspricht. Aus seiner hohen Dichte kann man schließen, dass er wahrscheinlich nicht aus einem losen Schutthaufen besteht, sondern recht kompakt sein muss. Es hat demnach keine so große Kollision stattgefunden, dass der gesamte Körper zerstört worden wäre, bei der sich das Geröll später zum jetzigen Körper wieder zusammengefunden hätte. Trotzdem wurde sicher eine Oberflächenschicht unbekannter Dicke über die Zeit durch Zusammenstöße mit anderen Körpern abgetragen, sodass die gegenwärtige Größe Hebes nur eine untere Grenze für seine Größe vor 4,56 Ga darstellt. Außerdem erfordern H6-Chondriten eine gewisse Tiefe im Mutterkörper (den Ergebnissen der hier vorgestellten Modelle zufolge mindestens 30 km), sodass diese Tiefen zumindest einseitig irgendwann durch eine Kollision freigelegt worden sein müssen, da H6-Chondriten existieren. Wenn Hebe der Mutterkörper ist, sollte die Optimierung daher einen Radius ergeben, der über dieser Untergrenze ($R = 93$ km) liegt.

$^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis: Die Frage des anfänglichen $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis ist noch nicht abschließend geklärt. Es wurde angezweifelt (Dauphas et al. 2008; Quitté et al. 2010), dass ^{60}Fe homogen im Sonnensystem verteilt war. Wenn das stimmt, heißt das, dass die Häufigkeit von ^{60}Fe im Mutterkörper nicht von vornherein bekannt sein kann. Andererseits wurde in Tang & Dauphas (2012) für eine homogene Verteilung argumentiert, in der ^{60}Fe in einem relativ niedrigen $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis von $1,08 \pm 0,21 \times 10^{-8}$ zur Zeit der CAI-Bildung vorlag. Dies liegt deutlich unter den früher berichteten Werten, auch wenn die Autoren die Glaubwürdigkeit dieser früheren Arbeiten nicht kommentiert haben.

Bei einem solch niedrigen Vorkommen ist der Beitrag von ^{60}Fe zur Aufheizung nahezu vernachlässigbar. Aufgrund der gegenwärtig unklaren Situation bezüglich der Frage des zu wählenden Wertes wurde das $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis als zusätzlicher freier

Parameter in die Optimierung mit aufgenommen. Der in Tab. 4.1 zugelassene Wertebereich für das $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis liegt zwischen keinem ^{60}Fe und dem höchsten berichteten Wert (Birck & Lugmair 1988) (siehe Tab. 2.1).

Die *Oberflächentemperatur* wird bestimmt durch die unbekanntenen Größen Bahnradius, Exzentrizität, Rotation, Albedo und während der ersten paar Millionen Jahre durch die Eigenschaften der umgebenden Akkretionsscheibe. Alle diese Faktoren sind nicht genau bekannt. Daher erscheint es gerechtfertigt, die Oberflächentemperatur T_{Obf} als freien Parameter in den Optimierungsprozess mit aufzunehmen. Diese repräsentiert dann eine Art Durchschnittstemperatur der Oberflächenschichten während des Entwicklungszeitraumes, in dem der Körper sich zunächst erwärmt und anschließend wieder unter die niedrigste Schließtemperatur abkühlt.

Der so erhaltene Wert für T_{Obf} ist von der gegenwärtigen Oberflächentemperatur eines möglichen Nachfolgekörpers zu unterscheiden, weil sich die Körpereigenschaften in der Zwischenzeit vielleicht verändert haben, zum Beispiel durch verheerende Zusammenstöße oder er seitdem möglicherweise ein wenig gewandert ist, sodass seine gegenwärtige Position im Asteroidengürtel nicht mehr der damaligen entspricht. Die heutigen Oberflächentemperaturen im Asteroidengürtel können daher nicht als repräsentativ für diejenigen der damaligen Phase angesehen werden, in der die für die Abkühlgeschichte wesentlichen metamorphen Prozesse im Körper abliefen.

Der mögliche Bereich der Oberflächentemperaturen (siehe Tab. 4.1) wird dadurch beschränkt, dass T_{Obf} höher als die Temperatur sein sollte, unter der der Körper Eis enthalten würde ($\approx 150\text{ K}$) und niedriger als die niedrigste Schließtemperatur ($\approx 400\text{ K}$).

Oberflächenporosität: Während der (kurzen) Hauptwachstumsphase des Körpers wird die Struktur der Oberflächenschicht hauptsächlich durch die Eigenschaften der kleineren Planetesimale bestimmt, die den betrachteten Körper bilden. Später ist die Oberfläche fortwährenden Einschlägen ausgesetzt, die eine Regolithschicht erzeugen, die theoretischen Berechnungen zufolge eine Porosität im Bereich von 20% bis 30% aufweisen sollte (Richardson 2009; Warren 2011). Gegenwärtig ist zu wenig über die Natur dieser Prozesse bekannt, als dass sie in den Modellen dieser Arbeit implementiert werden könnten. Daher wird auch die Porosität der Oberflächenschicht ϕ_{Obf} als freier Parameter in den Optimierungsprozess mit aufgenommen. Der erhaltene Wert entspricht dann einer Art Durchschnittswert von ϕ_{Obf} während des Zeitraumes, in dem die metamorphen Prozesse aktiv waren. Der Bereich der möglichen Oberflächenporositäten wird aber dadurch beschränkt, dass diese höher gewesen sein muss, als die der meisten porösen Chondriten (ca. 20% nach Consolmagno et al. 2008).

4.3 Ergebnisse

4.3.1 Modell mit festgehaltener Wärmeleitfähigkeit

Es wurde eine Optimierung für die $5 + 8 = 13$ Parameter und die 28 vorhandenen Datenpunkte durchgeführt. Dabei wurde der Mutterkörper in 250 Massenschalen unterteilt. Die Optimierung lief über ca. 5500 Generationen mit jeweils 100 Individuen pro Generation. Das Modell mit dem bis dahin besten Fit besaß einen χ^2 -Wert von 3,1420. Da bereits ein Fit mit $\chi^2 \lesssim 28 - 13 = 15$ sehr gut wäre (siehe Abschnitt 4.1.5), kann der erhaltene Wert als ausgezeichnet angesehen werden. Die resultierenden Modellparameter zu diesem Fit sowie die entsprechenden Tiefen der zu den Meteoriten gehörenden Schichten sind in Tab. 4.2 aufgeführt.

Die Höchsttemperatur im Zentrum von $T_Z = 1163$ K, die in der thermischen Entwicklung des Modells mit diesen Parametern auftritt, liegt unter derjenigen des Fe-FeS-Eutektikums von 1220 K (Fei et al. 1997). Das heißt, dass während der thermischen Entwicklung dieses Körpers niemals eine Temperatur auftritt, bei der ein Schmelzen oder eine Differenzierung einsetzen kann. Dieses Ergebnis ist daher im Einklang mit der im Modell verwendeten Annahme, dass Schmelzprozesse für den H-Chondritenmutterkörper vernachlässigt werden können.

Abbildung 4.1 zeigt die entsprechenden Abkühlkurven, die sich aus dem Modell für die Meteoritenschichten ergeben, zusammen mit den empirischen Abkühlaltern der einzelnen Meteoriten. Die Abkühlkurven verlaufen bei nahezu allen Datenpunkten der acht Meteoriten innerhalb der Fehlerkästen. Der Fit zwischen Modell und Daten kann für die drei Meteoriten mit vier Datenpunkten (Kernouvé, Richardton, Estacado) als ausgezeichnet angesehen werden. Auch für drei der Meteoriten mit drei Datenpunkten (Guareña, Allegan, Forest Vale) passt das Modell gut zu den Daten. Auch bei den Meteoriten Nadiabondi und Ste. Marguerite ist die Fitqualität noch akzeptabel. Allerdings grenzen sowohl die Spaltspur- als auch die Ar-Ar-Daten von Ste. Marguerite die Abkühlgeschichte aufgrund ihrer großen Unsicherheiten nicht nennenswert ein, auch wenn die nominellen Werte auf den Abkühlkurven liegen. Allerdings lässt sich aus der Abkühlkurve nicht auf die Abkühlgeschichte schließen, auch wenn die nominellen Werte auf den Abkühlkurven liegen, da sowohl die Spaltspur- als auch die Ar-Ar-Daten von Ste. Marguerite sehr große Unsicherheiten aufweisen.

Tabelle 4.2 enthält außerdem die in den einzelnen Schichttiefen erreichten Höchsttemperaturen T_{Max} und zum Vergleich die minimalen Metamorphosetemperaturen T_{Met} der verschiedenen petrologischen Typen aus Dodd (1981) (Typ 4 und 5) und Clayton (1993) (Typ 6). Die Forderung $T_{\text{Max}} > T_{\text{Met}}$, die verlangt, dass für einen be-

Tab. 4.2: Parameter und Schichttiefen der Meteoriten im optimierten Modell für den H-Chondritenmutterkörper. Außerdem sind die während der Entwicklung erreichte Maximaltemperatur im Zentrum T_Z sowie die Dicke der porös verbleibenden Oberflächenschicht angegeben.

Parameter		Wert	Einheit	
Radius	R	131,7	km	
Bildungszeit	t_B	2,029	Ma	
Wärmeleitkoeffizient	K_0	4,00	W/mK	
Oberflächentemperatur	T_{Obf}	273	K	
$^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis		$4,4 \cdot 10^{-8}$		
Oberflächenporosität	ϕ_{Obf}	28%		
Maximaltemperatur	T_Z	1 163	K	
Poröse Randschicht	d_ϕ		0,75	km
Meteorit	Typ	Tiefe (km)	T_{Max} (K)	T_{Met} (K)
Estacado	H6	63,9	1150	≈ 1120
Guareña	H6	61,9	1149	≈ 1120
Kernouvé	H6	42,2	1137	≈ 1120
Richardton	H5	18,3	1062	≈ 970
Allegan	H5	16,2	1046	≈ 970
Nadiabondi	H5	9,28	964	≈ 970
Forest Vale	H4	4,11	856	≈ 870
Ste. Marguerite	H4	0,679	703	≈ 870

stimmten petrologischen Typ die entsprechende Metamorphosetemperatur erreicht worden sein muss, wird von allen verwendeten Meteoriten bis auf Ste. Marguerite erfüllt.

Der in der Optimierung erhaltene Körperradius von 132 km ist deutlich größer als der gegenwärtige mittlere Radius von (6) Hebe (93 km). Wenn dieser wirklich der Mutterkörper der H-Chondriten ist, heißt das, dass irgendwann eine durchschnittlich 40 km dicke Schicht von seiner Oberfläche abgetragen wurde. Dies entspricht etwa der Tiefe, in der der petrologische Typ von H5 zu H6 wechselt. Der Unterschied zwischen damaligem und heutigem Radius betrüge dann 29% und entspräche einer Volumenänderung von 64%, d. h., der Körper hätte den größten Teil seiner Masse verloren. Dementsprechend sollte alles H3- und H4-Material entfernt worden sein,

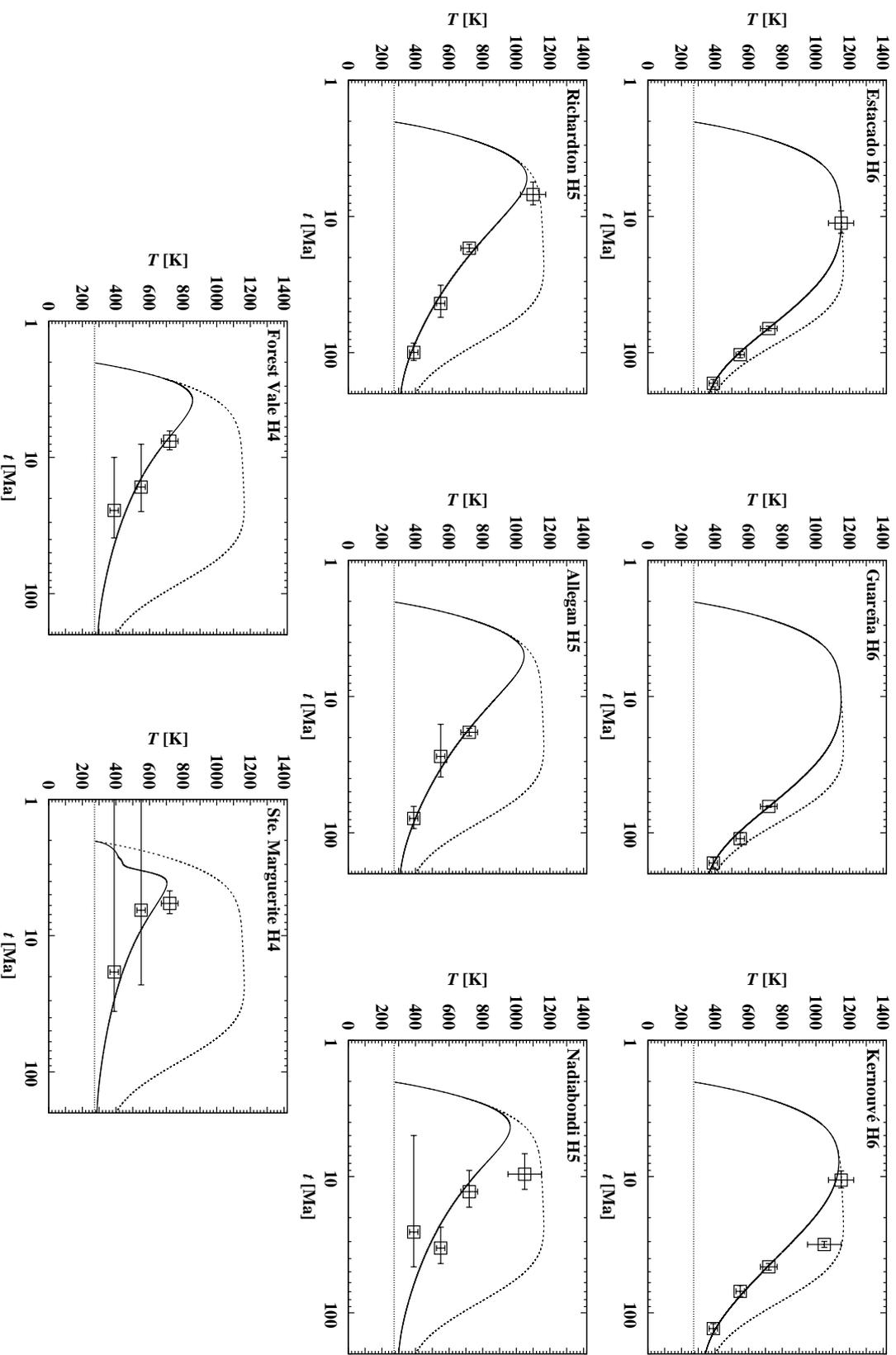


Abb. 4.1: Erhaltene Abkühlkurven aus der Optimierung mit festgehaltener Wärmeleitfähigkeit. Die Werte der freien Parameter und Meteoritenschichttiefen der Meteoriten sind in Tab. 4.2 angegeben. Die durchgezogenen Linien zeigen jeweils die Temperaturentwicklung der Schichttiefen im Körper, wie sie sich aus dem Evolutionsalgorithmus ergab. Die gestrichelte Linie zeigt die Temperaturentwicklung im Zentrum und die gepunktete die konstante Oberflächentemperatur. Die Kästchen mit Fehlerbalken repräsentieren die Datenpunkte der Alterswerte bei den entsprechenden Schließstemperaturen (Henke et al. 2012b).

was nicht zum Meteoritenbefund passt. Vielleicht ist der optimierte Radius zu groß, was höchstwahrscheinlich daran läge, dass die Behandlung der Wärmeleitung im porösen Medium und des Sinterns nicht realistisch genug ist. Die andere Möglichkeit wäre, dass (6)-Hebe nicht der H-Chondriten-Mutterkörper ist, obwohl die Argumente dafür Gewicht haben (Gaffey & Gilbert 1998).

Der in der Optimierung erhaltene Wert für die ^{60}Fe -Häufigkeit ($4,4 \cdot 10^{-8}$) passt zum neuesten von Tang & Dauphas (2012) bestimmten Wert der Häufigkeit von $1,08 \pm 0,21 \cdot 10^{-8}$. Bei dieser geringen Häufigkeit ist der Beitrag von ^{60}Fe zur Aufheizung des Körpers nur sehr gering, so dass diese beiden Werte als gleich und gegenüber dem Heizbeitrag von ^{26}Al als nahezu vernachlässigbar angesehen werden könnten (die Mantisse wird erst ab der Größenordnung 10^{-7} bedeutsam).

Außerdem ist in Tab. 4.2 die Dicke der verbleibenden porösen Außenschicht angegeben. Diese wird hier als die Schicht definiert, in der die Porosität über 10% liegt. Darunter äußert sich die Porosität in isolierten Poren, wohingegen eine höhere Porosität durch ein Netzwerk miteinander verbundener Poren gegeben ist.

Der niedrige Wert der Oberflächenporosität, $\phi_{\text{Obf}} = 28\%$, könnte daher kommen, dass Planetesimale von um 100 km Radius den größten Teil ihres Materials Kollisionen mit kleineren Körpern verdanken, die Radien im Bereich von 5 km und mehr besaßen und daher durch kalte Verdichtung schon stark kompaktiert waren (siehe Fig. 3.6), als sie in den Mutterkörper eingebaut wurden. Eine zweite mögliche Ursache für die niedrige Oberflächenporosität könnte sein, dass der Wert von ϕ_{Obf} , der sich aus der Optimierung ergibt, einen Mittelwert des tatsächlichen während des anfänglichen Aufheizungs- und des darauf folgenden ca. 100 Ma dauernden Abkühlungszeitraumes darstellt. Während dieser Zeit schlugen sicherlich immer wieder bei abnehmender Rate kleinere Körper in den Mutterkörper ein, die zwar nicht zu nennenswertem weiteren Wachstum führten, aber eine Regolithoberfläche mit diesem Porositätswert bildeten. Modellrechnungen zufolge führt dies auf eine Oberflächenporosität zwischen 20% und 30% (Richardson 2009; Warren 2011), was mit der in der Optimierung erhaltenen Porosität von $\phi_{\text{Obf}} = 28\%$ übereinstimmt.

4.3.2 Modell mit optimierter Wärmeleitfähigkeit

Der Vorfaktor K_0 in der verwandten Näherung für die Porositätsabhängigkeit der Wärmeleitung, Gl. (2.5), entspricht der Wärmeleitfähigkeit kompakten Materials (d. h., bei $\phi = 0$ oder $D = 1$) und wurde durch die Extrapolation der Daten von gewöhnlichen Chondriten (Yomogida & Matsui 1983) hin zu 0% Porosität bestimmt. Deren Abb. 6 und die Abb. 2.3b in dieser Arbeit zeigen, dass es eine beträchtliche

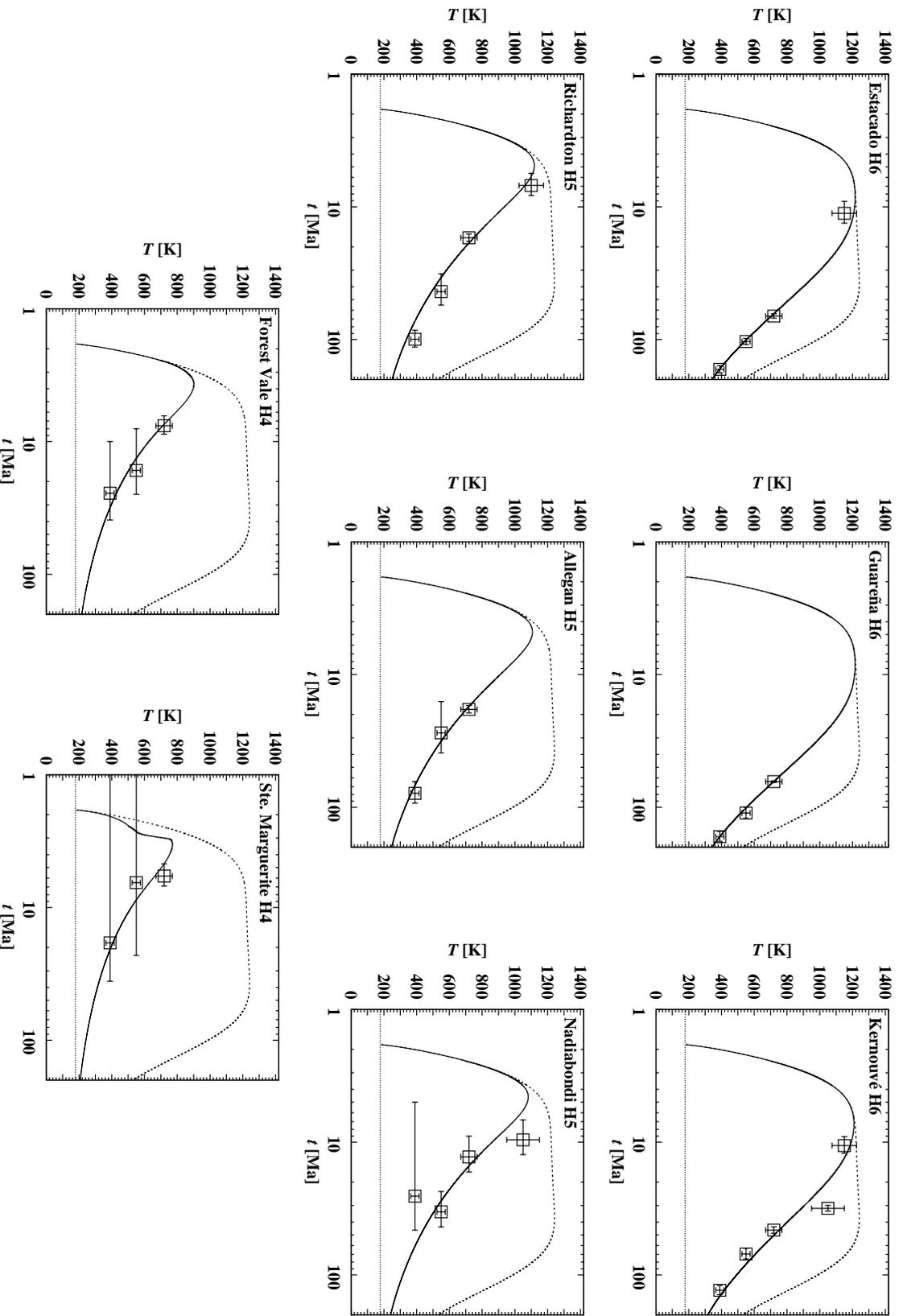


Abb. 4.2: Ergebnisse für eine Optimierung, in der die Wärmeleitfähigkeit K_0 mitoptimiert wurde. Die Werte der freien Parameter und der Meteoritenschichttiefen sind in Tab. 4.3 angegeben. Die Bedeutung der Symbole ist in der Beschriftung von Abb. 4.1 zu finden (Henke et al. 2012b).

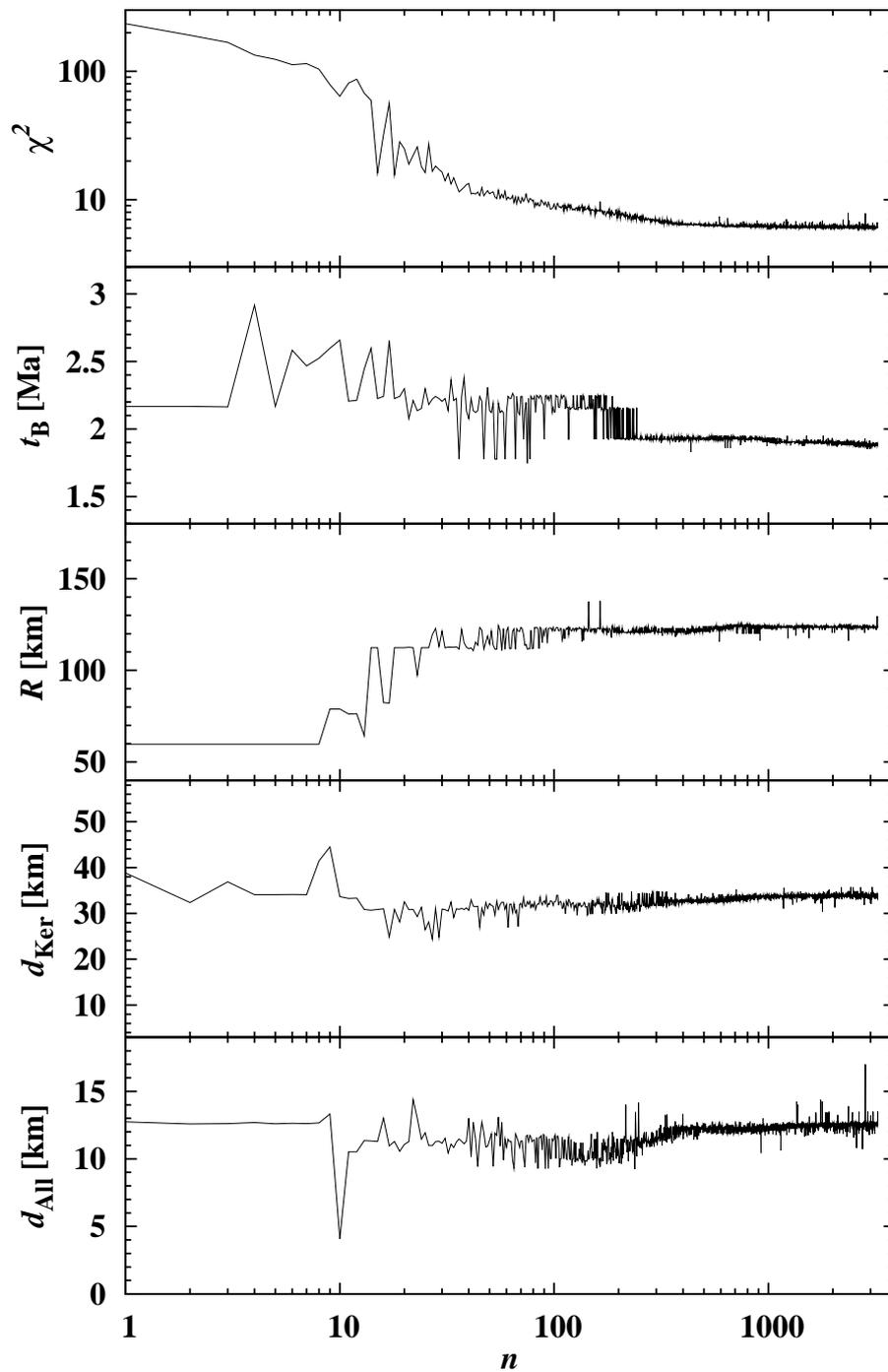


Abb. 4.3: Entwicklungsgeschichte des Wertes von χ^2 während des Optimierungsprozesses mit zunehmender Zahl der Generationen n für das Modell, in dem die Wärmeleitfähigkeit K_0 in der Optimierung als freier Parameter behandelt wurde. Es wird für jede Generation jeweils das Individuum mit dem niedrigsten χ^2 -Wert gezeigt. Außerdem sind die Bildungszeit t_B , der Radius R des Körpers, sowie die Schichttiefen d zweier repräsentativer Meteoriten, Kernouvé und Allegan, gezeigt (Henke et al. 2012b).

Tab. 4.3: Parameter und Schichttiefen in dem Modell für den H-Chondritenmutterkörper, in dem die Wärmeleitfähigkeit K_0 mitoptimiert wurde. Außerdem sind die während der Entwicklung erreichte Maximaltemperatur im Zentrum T_Z sowie die Dicke der porös verbleibenden Oberflächenschicht angegeben. Für die Bedeutung der Symbole siehe Tab. 4.2.

Parameter	Wert	Einheit	Meteorit	Typ	Tiefe [km]	T_{Max} [K]
R	111,5	km	Estacado	H6	34,3	1 216
t_B	1,839	Ma	Guareña	H6	34,3	1 216
K_0	1,75	W/mK	Kernouvé	H6	27,9	1 209
T_{Obf}	178	K	Richardton	H5	11,7	1 119
$^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$	$8,0 \cdot 10^{-9}$		Allegan	H5	10,9	1 107
ϕ_{Obf}	22,0%		Nadiabondi	H5	9,37	1 081
T_Z	1 242	K	Forest Vale	H4	3,44	902
d_ϕ	0,73	km	Ste. Marguerite	H4	1,06	771

Streuung in den Daten gibt, weshalb der Wert von K_0 mit einer gewissen Unsicherheit behaftet ist. Der im vorigen Modell verwendete Wert von $K_0 = 4$ könnte daher eine ungünstige Wahl des sich aus dem Datenmaterial ergebenden Wertebereichs gewesen sein. Ferner besteht das Problem, dass die Datenprobe der für die Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit verwendeten Chondriten klein ist, weshalb der bestimmte Wert von K_0 möglicherweise nicht repräsentativ für das gesamte Material des Mutterkörpers ist.

Deshalb wurde eine Optimierung durchgeführt, bei der auch K_0 als freier Parameter behandelt wurde, so dass sich aus der Optimierung ein entsprechender Wert für K_0 ergibt. Das Verhältnis der 28 Datenpunkte zu jetzt 14 Parametern (6 Modellparameter + 8 Schichttiefen) ist dabei immer noch hoch genug für ein aussagekräftiges Ergebnis. Diese Optimierung ergab nach ca. 5500 Generationen mit je 100 Individuen einen Wert von $\chi^2 = 6,116$ in Generation 2945. Dieser Wert ist ebenfalls wieder ausgezeichnet hinsichtlich des Kriteriums, dass ein akzeptabler Fit nur einen Wert von $\chi^2 \lesssim 14$ erfordern würde. Wie sich der Wert von χ^2 während des Optimierungsprozesses entwickelt ist in Abb. 4.3 zu sehen. Das verrauschte Erscheinungsbild der Entwicklungsgeschichte hat seine Ursache in den fortlaufend auftretenden Mutationen und Crossing-overs der Gene im Evolutionsalgorithmus, die auch dazu führen können, dass der Nachwuchs gelegentlich weniger gut als seine Eltern an die Umgebung angepasst ist.

Die sich aus dieser Optimierung ergebenden Modellparameter sind zusammen mit

den Tiefen der Meteoritenschichten in Tab. 4.3 aufgeführt und deren Temperaturkurven in Abb. 4.2 gezeigt. Dieser Fit ist genauso gut wie der erste in Abb. 4.1.

Tabelle 4.3 zeigt außerdem die Dicke der porösen Oberflächenschicht mit $\phi > 0,1$. In der Nähe dieser Grenze fällt die Wärmeleitfähigkeit $K(\phi)$ abrupt von K_0 auf den weitaus niedrigeren von $K(\phi_{\text{Obf}})$ ab. Der isolierende Effekt dieser Randschicht ist verantwortlich für die in diesem Modell erhaltenen geringen Tiefen der H5- und H4-Chondriten, die sich auch in anderen Modellen ergeben, in denen statt der konkreten Modellierung des Sinterungsprozesses nur eine permanente isolierende Regolithschicht betrachtet wird (Bennett & McSween 1996; Akridge et al. 1998; Harrison & Grimm 2010).

Mit 111 km ist der Radius in diesem Modell kleiner als im Modell mit vorgegebenem K_0 und nur noch 18 km größer als der durchschnittliche Radius von (6) Hebe (93 km). Für die Annahme, dass Hebe der Mutterkörper der H-Chondriten ist, würde das bedeuten, dass Material, das mengenmäßig nur 16% des Radius oder 41% des Volumens entspricht, durch Kollisionen abgetragen wurde. Daher erscheint dieses Modell eher mit der Annahme, dass Hebe der Mutterkörper ist, vereinbar, weil der Körper so den größten Teil seiner Masse behalten hätte, statt wie in dem vorigen Modell die meiste Masse verloren zu haben. Das macht es auch plausibler, dass man immer noch H4-Chondriten findet.

Auch bei diesem Modell passt der in der Optimierung erhaltene Wert ($8,0 \cdot 10^{-9}$) für das $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis sehr gut zu der neuesten Häufigkeitsbestimmung von $1,08 \pm 0,21 \cdot 10^{-8}$ von Tang & Dauphas (2012).

Der Wert für K_0 aus der Optimierung ist signifikant kleiner als der sich aus Labordaten ergebende durchschnittliche Wert, aber immer noch im Bereich der experimentellen Werte, wie in Abb. 2.3b zu sehen, in der das Verhältnis $K/K(\phi)$ für alle in Yomogida & Matsui (1983) aufgeführten Chondriten gezeigt wird. Legte man aber nur die Daten für die H-Chondriten zugrunde, wäre der optimierte K_0 -Wert definitiv zu hoch. Dies könnte daran liegen, dass die H-Chondriten von Yomogida & Matsui (1983) möglicherweise nicht repräsentativ für den gesamten Körper sind. Zum Beispiel könnte aus nicht bekannten Gründen das Material im Zentrum andere Eigenschaften haben, als das Material, das durch die Meteoriten beprobt wird, die vermutlich eher Randzonen des Körpers entstammen. Eine andere Ursache könnte in der Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit liegen, die in den Rechnungen vernachlässigt wurde. Wenn man sich Abb. 2.3b anschaut, scheint diese Abhängigkeit zwar gering zu sein, aber sie ist wahrnehmbar und nimmt bei noch höheren Temperaturen vielleicht noch deutlich mehr ab, als man aus der Abbildung erahnen kann. Der

in der Optimierung gefundene Wert könnte daher auch einfach eine Art Mittelwert zwischen der schwächeren Wärmeleitfähigkeit im heißeren Zentrum und der stärkeren in den kälteren Außenschichten des Körpers sein. Die Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitung wird später in dieser Arbeit zusätzlich im Modell berücksichtigt (siehe Kap. 5.1.1).

4.3.3 Modell mit Vorgabe des (6) Hebe-Radius

Außerdem wurde getestet, ob in der Optimierung ein akzeptabler Parametersatz gefunden werden kann, wenn der Radius auf dem Wert des heutigen von (6) Hebe ($R = 93$ km) festgehalten wird. Das Ziel war es herauszufinden, ob dabei ein (wahrscheinlich schlechterer) Fit herauskommt, der aber immer noch mit den Meteoritenabkühlaltern verträglich ist. Hierbei wurde die Wärmeleitfähigkeit K_0 wieder mitoptimiert. Wie bei den anderen Modellen wurden im Asteroidenmodell wieder 250 Massenschalen benutzt, wobei die Optimierung über ca. 5500 Generationen à 100 Individuen durchgeführt wurde. Der beste Fit trat dabei in Generation 5461 auf und besaß einen Wert von $\chi^2 = 6,058$. Dieser χ^2 -Wert ist nicht schlechter als der im vorangehenden Modell, in dem K_0 mitoptimiert wurde, besonders im Hinblick auf die Tatsache, dass ein vernünftiger Fit lediglich einen Wert von $\chi^2 \lesssim 15$ benötigen würde. Der Satz von Parametern, der sich aus dieser Optimierung ergab, ist in Tab. 4.4 aufgelistet und die Temperaturkurven der einzelnen Meteoritenschichten sind in Abb. 4.4 abgebildet.

Der einzige größere Unterschied der beiden Modelle mit festem und freiem R ist, dass die erhaltene Oberflächentemperatur T_{Obf} im ersteren Modell 250 K beträgt, und im letzteren 178 K, die anderen Parameter sind sich sehr ähnlich. Die höhere Oberflächentemperatur bei dem kleineren Körper ist nötig, um eine zu schnelle Auskühlung der äußeren Schichten zu verhindern. Man hat hier also zwei verschiedene Fälle, die beide ein ungefähr gleich gutes χ^2 ergeben, mit verschiedenem Radius und verschiedener Oberflächentemperatur (was entsprechend unterschiedliche Sonnenumlaufbahnen bedeutet, da die Oberflächentemperatur mit zunehmendem Abstand vom Zentralgestirn abnehmen sollte). Zwischen diesen beiden Fällen kann der Optimierungsprozess offenbar nicht entscheiden.

4.3.4 Ein Modell frei nach Miyamoto et al. (1981)

Zum Vergleich wurde außerdem ein Modell optimiert, indem die Porosität auf dem Wert $\phi_{\text{Obf}} = 8\%$ konstant gehalten wurde. Dies ist ein typischer Wert, wie er bei zahlreichen H6-Chondriten gefunden wurde, die keinen Veränderungen durch starke

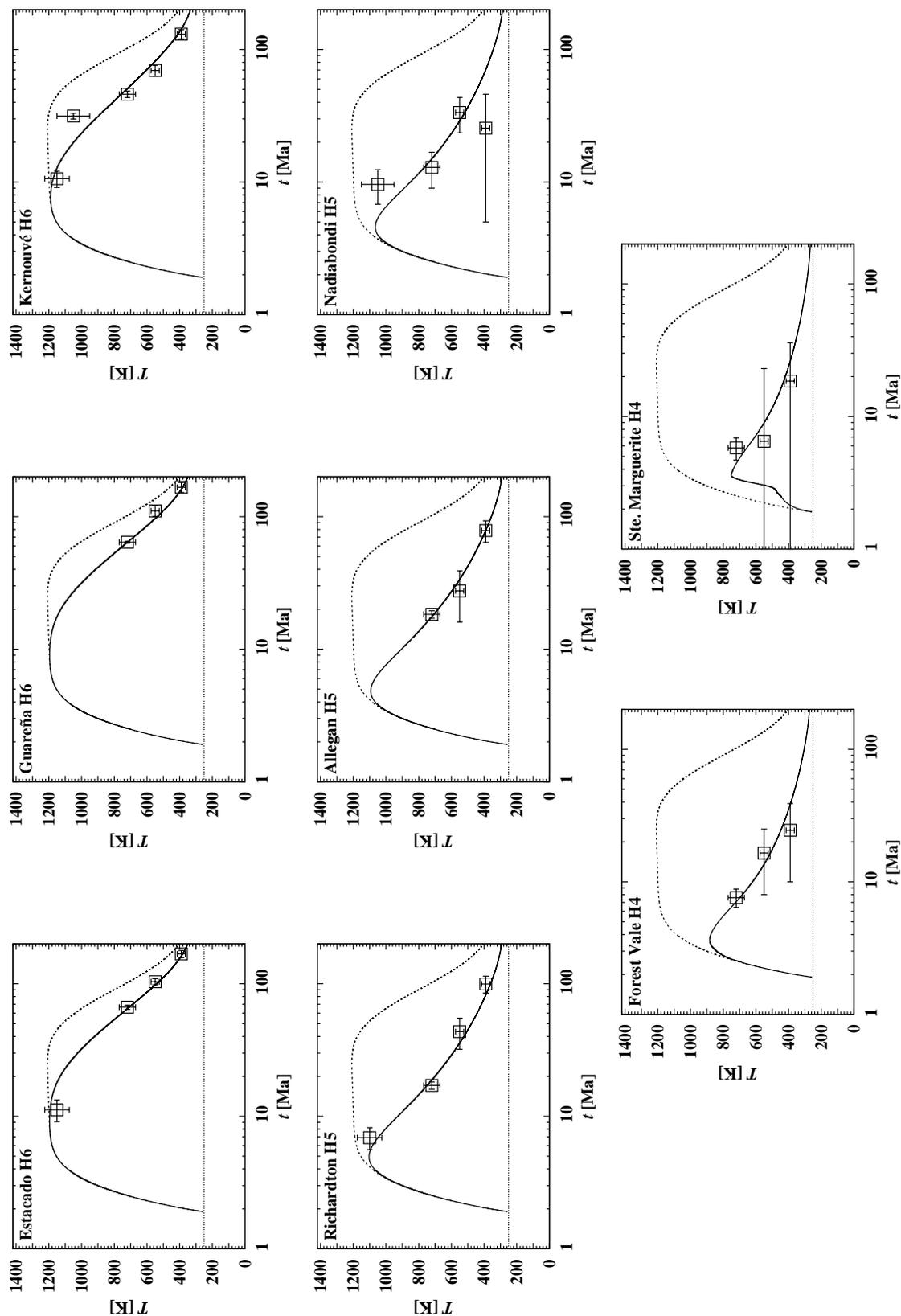


Abb. 4.4: Ergebnisse für eine Optimierung, in der der Radius als derjenige von (6) Hebe vorgegeben wurde. Die Werte der freien Parameter und der Metereitenschichttiefen sind in Tab. 4.4 angegeben. Die Bedeutung der Symbole ist in der Beschriftung von Abb. 4.1 zu finden (Henke et al. 2012b).

Tab. 4.4: Parameter und Schichttiefen im optimierten Modell für den Mutterkörper der H-Chondriten, in dem der Radius auf den Wert von (6) Hebe festgesetzt wurde. Außerdem sind die während der Entwicklung erreichte Maximaltemperatur im Zentrum T_Z sowie die Dicke der porös verbleibenden Oberflächenschicht angegeben. Für die Bedeutung der Symbole siehe Tab. 4.2.

Parameter	Wert	Einheit	Meteorit	Typ	Tiefe [km]	T_{Max} [K]
R	93,0	km	Estacado	H6	39,7	1 195
t_B	1,904	Ma	Guareña	H6	39,1	1 195
K_0	1,82	W/mK	Kernouvé	H6	30,8	1 189
T_{Obf}	250	K	Richardton	H5	11,9	1 104
$^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$	$1,0 \cdot 10^{-9}$		Allegan	H5	11,1	1 093
ϕ_{Obf}	24,1%		Nadiabondi	H5	9,33	1 065
T_Z	1 209	K	Forest Vale	H4	2,95	882
d_ϕ	0,61	km	Ste. Marguerite	H4	0,639	751

Schocks ausgesetzt waren (Yomogida & Matsui 1983; Consolmagno et al. 2008). Bei dieser Porosität ist der Körper praktisch von Anfang an verdichtet und Sinterprozesse spielen faktisch keine Rolle mehr, besonders im Hinblick auf die Wärmeleitfähigkeit, die damit praktisch überall im Körper konstant ist. Der Vorfaktor K_0 der Wärmeleitfähigkeit wurde hier wieder konstant auf den Wert aus Abschnitt 4.3.1 gesetzt und nicht mitoptimiert. Ein solches Modell entspricht im Wesentlichen dem von Miyamoto et al. (1981), außer dass der Heizbeitrag von ^{60}Fe mitberücksichtigt wird.

In diesem Modell bestand der Körper wieder aus 250 Massenschalen und die Optimierung wurde über 3260 Generationen à 100 Individuen durchgeführt, wobei das schließlich akzeptierte Modell in Generation 2299 auftrat und einen Wert von $\chi^2 = 5,94$ besaß. Der Parametersatz zu diesem Modell ist in Tab. 4.5 zu finden und die dazugehörigen Abkühlkurven der einzelnen Meteoritenschichten werden in Abb. 4.5 gezeigt.

Es ist offensichtlich auch möglich, einen akzeptablen Fit eines solchen Modells an die Abkühlgeschichte von Meteoriten zu erhalten. Die Parameter dieses Modells unterscheiden sich etwas von denen der vorigen Fälle, da keine isolierende Oberflächenschicht vorhanden und die Wärmeleitfähigkeit während der anfänglichen Aufwärmphase höher ist. Der Beitrag von ^{60}Fe zur Erwärmung ist hier höher, um den höheren Wärmeverlust an der nichtporösen Oberfläche auszugleichen. Obwohl dieses Modell als ganzes nicht schlechter erscheint als das Modell mit mitoptimiertem K_0 ,

Tab. 4.5: Parameter und Meteoritenschichttiefen aus dem dem Miyamoto Modell nachempfundenen optimierten Modell des H-Chondritenmutterkörpers. Für die Bedeutung der Symbole siehe Tab. 4.2.

Parameter	Wert	Einheit	Meteorit	Typ	Tiefe [km]	T_{Max} [K]
R	143,7	km	Estacado	H6	65,7	1 150
t_B	2,157	Ma	Guareña	H6	63,5	1 149
K_0	4,00	W/mK	Kernouvé	H6	51,6	1 136
$^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$	$2,07 \cdot 10^{-7}$		Richardton	H5	21,5	1 026
T_{Obf}	236	K	Allegan	H5	20,1	1 013
ϕ_{Obf}	8,0%		Nadiabondi	H5	18,8	1 003
T_Z	1 175	K	Forest Vale	H4	8,29	828
d_ϕ	keine	km	Ste. Marguerite	H4	3,98	691

ist es trotzdem nicht zutreffend, weil die Abwesenheit einer porösen Oberflächenschicht unrealistisch ist.

4.3.5 Vergleich mit früheren Ergebnissen

Es sind bereits vorher Versuche unternommen worden, aus den Abkühlaltern von H-Chondriten die Eigenschaften des H-Condriten-Mutterkörpers zu rekonstruieren. Ein Überblick der Ergebnisse und Werte einiger Schlüsselparameter einiger dieser Modelle sind in Tab. 4.6 zusammengestellt. Dort werden alle Modelle aufgelistet, in denen versucht wurde, eine Art besten Fit zwischen den Eigenschaften und Abkühlaltern, die in Laboruntersuchungen ermittelt wurden, und einem Modell der thermischen Entwicklung des Mutterkörpers zu erhalten. Die Ergebnisse bestehen allgemein aus dem mutmaßlichen Radius und der mutmaßlichen Bildungszeit sowie den entsprechenden Schichttiefen der Meteoriten. Alle diese Studien, inklusive derjenigen in dieser Arbeit, zeigen, dass die beobachteten Eigenschaften der H-Condriten mit einem Mutterkörper von ca. 100 km Radius nach dem Zwiebelschalenmodell verträglich sind. In diesem Modell wird der Körper zuerst innerhalb einer Zeitspanne von ca. 3 Ma aufgrund radioaktiven Zerfalls, hauptsächlich ^{26}Al , aufgeheizt und kühlt dann über einen längeren Zeitraum von um 100 Ma ab, ohne dass verheerende Kollisionen stattgefunden haben, die den gesamten Körper zerstört und damit die Aufzeichnung der thermischen Entwicklung gestört hätten.

Trotz der verschiedenen in den Modellrechnungen gemachten Annahmen, von einem eher einfachen Modell eines homogenen Körpers mit konstanten Materialeigen-

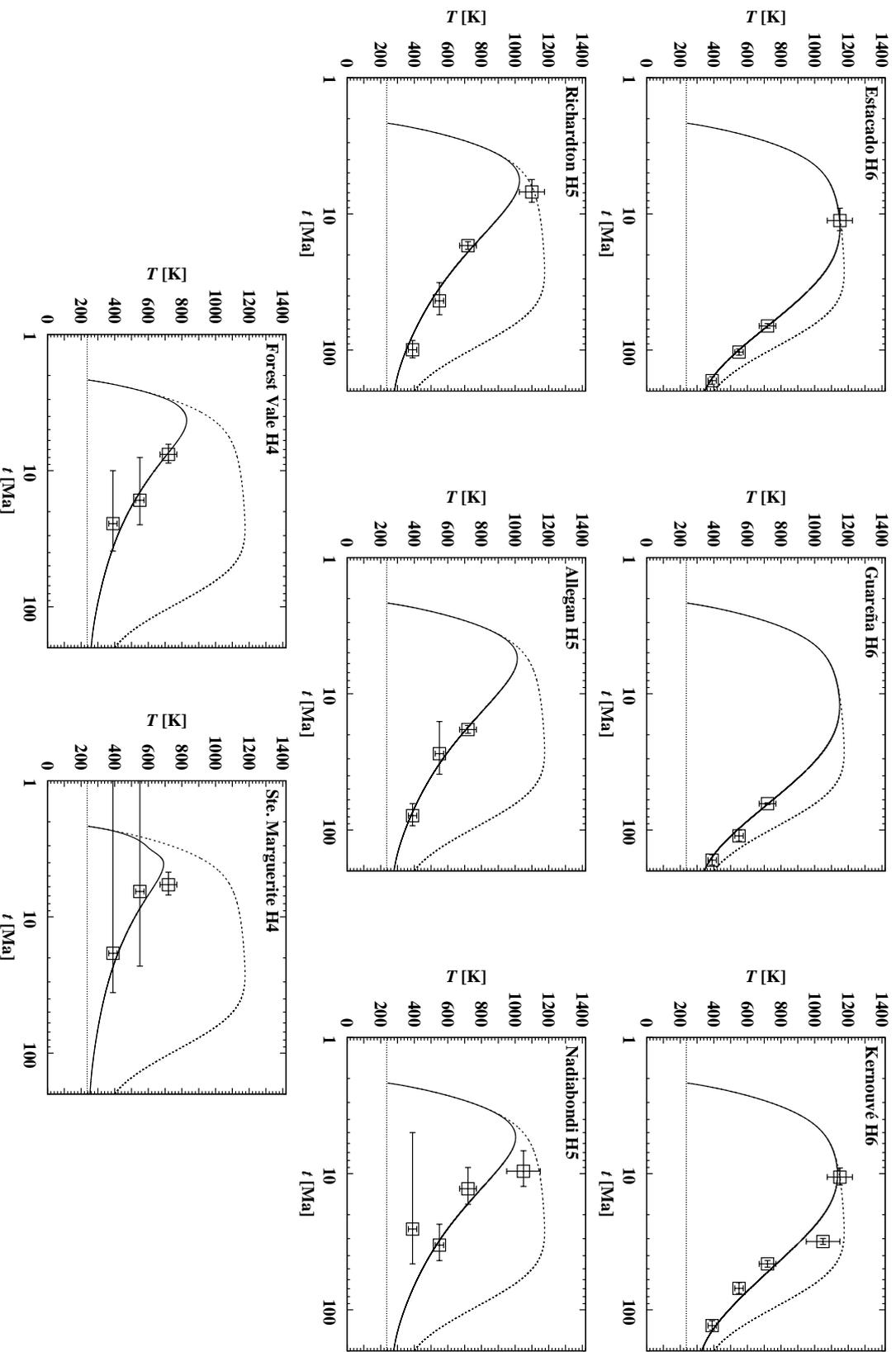


Abb. 4.5: Ergebnisse für die einzelnen Meteoriten, wenn ein dem Miyamotomodell nachempfundenes Modell an die H-Chondriten-Abkühlalter gefittet wird. Die zugehörigen Meteoritenschichttiefen findet man in Tab. 4.5 (Henke et al. 2012b).

Tab. 4.6: Aus verschiedenen thermischen Entwicklungsmodellen abgeleitete Eigenschaften des H-Chondritmutterkörpers sowie einige in den Modellen verwendete Schlüsselparameter. In einigen Modellen wird eine isolierende Regolithrandschicht angenommen; in diesen Fällen wird der Kernradius sowie die Randschichttiefe angegeben.

Modell	R km	t_B Ma	T_{Obs} K	M kg	K W/mK	c_p J/kgK	ρ kg/m ³	h^f W/kg	Methode	Sintern
Miyamoto et al. (1981)	85	2,5	200	$8,2 \cdot 10^{18}$	1	625	3 200	$1,82 \cdot 10^{-7}$	analytisch	—
Benoit & Sears (1996)	$99,0 \pm 1,0$	2,2	200	n.a. ^e	variabel ^d	variabel ^b	3 780 ^a	n.a. ^e	numerisch	√+Regolith
Akridge et al. (1998)	$97,5 \pm 2,5$	2,3	200	$1,4 \cdot 10^{19}$	variabel ^d	variabel ^c	3 450		numerisch	Regolith
Trieloff et al. (2003)	100	2,5	300	$1,3 \cdot 10^{19}$	1	625	3 200	$1,82 \cdot 10^{-7}$	analytisch	—
Kleine et al. (2008)	100	2,7	300	$8,2 \cdot 10^{18}$	1	625	3 200	$1,82 \cdot 10^{-7}$	analytisch	—
Harrison/Grimm (2010)	$99,2 \pm 0,8$	2,2	170	$1,4 \cdot 10^{19}$	variabel ^d	variabel ^b	3 250	$1,82 \cdot 10^{-7}$	numerisch	Regolith
Diese Arbeit (Tab. 4.3)	111	1,84	178	$2,2 \cdot 10^{19}$	1,75 ^a	variabel ^b	3 780 ^a	$1,67 \cdot 10^{-7}$	numerisch	√
(6)-Hebe ^g (heute)	93			$1,28 \cdot 10^{19}$			3810			
(Durchmesser $205 \times 185 \times 170$ km)				$\pm 6,4 \cdot 10^{17}$			± 260			

Bemerkungen: (a) für kompaktes Material, porositätsabhängig, (b) Fit von c_p an Meteoritendaten von Yomogida & Matsui (1984), bei $T = 500$ K liegt der Wert bei 865 J/kgK,

(c) Forsterit, (d) Fit von K an Meteoritendaten von Yomogida & Matsui (1984), bei $T = 500$ K liegt der Wert des kompakten Materials bei $3,66$ W/mK und hängt nur leicht von der Temperatur ab, (e) keine oder nicht genügend Datenpunkte angegeben, (f) zum Zeitpunkt der CAI-Bildung und nur für ²⁶Al, einige Modelle berücksichtigen zusätzlich die weniger effizienten Wärmequellen (⁶⁰Fe, langlebige Isotope), (g) aus der Datensammlung von Baer et al. (2011).

schaften, das analytisch behandelt werden kann (Miyamoto et al. 1981), bis hin zu den Modellen, in denen deutlich komplexere Physik enthalten ist wie z. B. in Harrison & Grimm (2010) oder desjenigen in dieser Arbeit, sind die abgeleiteten Parameter des Mutterkörpers ähnlich, und scheinen nicht sehr kritisch von den einzelnen Annahmen abzuhängen. Die sich in den einzelnen Modellen stärker voneinander unterscheidenden Schichttiefen der Meteoriten können nicht verwendet werden, um zwischen den Modellen zu unterscheiden, da für die Tiefen gegenwärtig keine unabhängigen Informationen verfügbar sind. Dafür wäre es erforderlich, dass Verfahren entwickelt würden, den erfahrenen Maximaldruck der einzelnen Meteoriten zu bestimmen.

Der wichtigste Unterschied zwischen dem Modell in dieser Arbeit und den in Tab. 4.6 angegebenen ist, dass das Sintern granularen Materials im Modell berücksichtigt wird. Dieser Vorgang wurde in den anderen Modellen nicht betrachtet, mit Ausnahme derjenigen von Yomogida & Matsui (1984) und Bennett & McSween (1996). Im ersteren wurde aber leider nicht der wichtige Beitrag von ^{26}Al zur Aufheizung betrachtet, daher kann dieses Modell nicht mit anderen verglichen werden, und in Bennett & McSween (1996) werden nur sehr wenige Details zu den erhaltenen Modellergebnissen angegeben, so dass auch hierfür kein Vergleich mit dem Modell dieser Arbeit und den anderen Modellen möglich ist. Die Modelle von Akridge et al. (1998) und Harrison & Grimm (2010) berücksichtigen zwar kein Sintern, simulieren aber den Isolationseffekt einer porösen Oberflächenschicht, die das Sintern überstand, durch die Einführung zweier äußerer Schichten mit einem niedrigeren Füllfaktor, einer „Regolith“- und einer „Megaregolith“-Schicht. Die Dicken dieser beiden Schichten wurden von Akridge et al. (1998) nur geschätzt, aber in Harrison & Grimm (2010) wurden sie per Optimierung bestimmt, wobei sich eine Dicke von 410 m für beide Schichten ergab. Dies stimmt sehr gut mit der in dieser Arbeit bestimmten Tiefe von < 1 km für die verbleibende poröse Oberflächenschicht überein. Die thermische Abschirmung des verfestigten Körperinneren durch eine dünne isolierende Schicht niedriger Wärmeleitfähigkeit ist offensichtlich wesentlich, um eine gute Übereinstimmung zwischen den thermischen Entwicklungsmodellen und Meteoritendaten zu erhalten, wie er im Modell von Harrison & Grimm (2010) und demjenigen in dieser Arbeit erhalten wurde.

Ein wesentlicher Unterschied zwischen den in diesem Abschnitt vorgestellten Ergebnissen und den anderen ist die hier bestimmte frühe Bildungszeit t_B . Der Unterschied resultiert vermutlich aus der niedrigeren Dichte, die in den anderen Modellen angenommen wurde, und der sich daraus ergebenden kleineren Masse des Körpers. Wegen der sich ergebenden höheren Gesamtwärmekapazität des ganzen Körpers

($\int \rho c_p dV$) im hier präsentierten Modell wird mehr Wärme aus dem radioaktiven Zerfall benötigt, um den Körper auf die Temperaturen zu erwärmen, die man in den Abkühlgeschichten der diversen Meteoriten beobachtet. Deshalb wird im optimierten Modell eine frühere Bildungszeit benötigt, da die spezifische Heizrate zum Zeitpunkt Null (Zeit der CAI-Bildung) in allen Modellen fast gleich ist. Die höhere mittlere Dichte im hier vorgestellten Modell ist ein Ergebnis des Sinterprozesses, der eine sehr niedrige oder verschwindende Porosität im größten Teil des Volumens des Körpers ergibt.

Falls (6) Hebe wirklich der Mutterkörper ist, dann stimmt die in dem in dieser Arbeit vorgestellten Modell verwendete Dichte sehr gut mit derjenigen überein, die bei Hebe festgestellt wurde ($3,77 \pm 0,43 \text{ g/cm}^3$, Baer & Chesley 2008; Baer et al. 2011). Die in anderen Modellen benutzten Dichten wären dann zu klein und die im Modell gefundene niedrigere Bildungszeit ist daher wahrscheinlich realistischer als die späteren Bildungszeiten bei den anderen Modellen.

Die Oberflächentemperatur T_{Obf} wurde im Modell durch die Optimierung bestimmt, in den anderen Modellen scheint sie mehr oder weniger willkürlich innerhalb des für Körper aus dem Asteroidengürtel erwarteten Bereichs gewählt worden zu sein, und in manchen Fällen wurde sie angepasst, um den Modellfit zwischen den beobachteten Schließtemperaturen und Schließzeiten zu verbessern. Die Abhängigkeit der thermischen Entwicklung vom Wert von T_{Obf} ist im Allgemeinen sehr gering (siehe Abb. 3.4). Der hier bestimmte Wert hängt hauptsächlich an den beiden H4-Chondriten, die von T_{Obf} aufgrund ihrer niedrigen Schichttiefe am stärksten betroffen sind.

Es gibt einige andere Modellrechnungen (Bennett & McSween 1996; Hevey & Sanders 2006; Sahijpal et al. 2007; Warren 2011), in denen auch die thermische Entwicklung von Asteroiden untersucht wurde und die wichtige Einsichten in ihre Eigenschaften sowie in die in ihnen ablaufenden Prozesse geben, die aber nicht versucht haben, konkrete Ergebnisse für die Eigenschaften eines Chondritenmutterkörpers über den Vergleich mit Abkühlaltern zu erhalten, sondern nur den Bereich der möglichen Werte untersuchten. Diese ermöglichen keinen direkten Vergleich, aber deren Bereiche möglicher Werte für die Radien und Bildungszeiten stimmen mit den in Tab. 4.6 gezeigten überein.

4.3.6 Umlaufbahn des Mutterkörpers

Die in der Optimierung erhaltene Oberflächentemperatur T_{Obf} stellt nur eine Art Mittelwert der tatsächlichen Oberflächentemperatur während der thermischen Ent-

wicklung dar, da sich diese im Verlauf der Entwicklung durch veränderte äußere Bedingungen ebenfalls verändert hat. Der Asteroid befand sich zunächst in der Akkretionsscheibe, deren Temperatur während dieser Zeit dann auch die Oberflächentemperatur darstellte. Die beobachtete Lebensdauer von Akkretionsscheiben liegt bei weniger als 10 Ma (Haisch et al. 2001) und ist daher nur für eine kurze Anfangsphase der Entwicklung von Bedeutung. Für den Erfolg des Fits dürfte eher die Temperatur im Bereich 20 – 30 Ma nach CAI-Bildung entscheidend sein, da während dieser Zeit die Abkühlung der H4-Schichten im Körper von der Spitztemperatur bis unter die Pu-Spaltspur-Schließtemperatur vonstatten ging, für deren Verlauf die Messdaten vorliegen. Während dieser Zeit wurde die Außentemperatur durch das Gleichgewicht zwischen Einstrahlung durch die junge Protosonne und die Wärmeabgabe des Körpers an der Oberfläche bestimmt. Daher kann man aus der erhaltenen Oberflächentemperatur über die bekannte Beziehung

$$\sigma T_{\text{Obf}}^4 = \frac{(1 - A) S(1)}{4a^2} \quad (4.7)$$

für einen schnell rotierenden Körper auf den durchschnittlichen Bahnradius des Körpers schließen. Hierbei bedeuten σ die Stefan-Boltzmann-Konstante, A die Albedo, a den Abstand Protosonne – Asteroid in AE und $S(1)$ die Solarkonstante bei einer AE während dieser frühen Entwicklungsperiode.

Bei dem Wert für die Solarkonstante $S(1)$ muss man berücksichtigen, dass die Sonne um ca. 10 Ma nach CAI-Bildung mit dem Wasserstoffbrennen begann und die Leuchtkraft eines Sterns von $1 M_{\odot}$ auf der Hauptreihe besaß. Ihre Leuchtkraft während der ersten 100 Ma lag um ca. 30% unter ihrem gegenwärtigen Wert (D’Antonia & Mazzitelli 1994). Die typische Albedo von S-Asteroiden ist 0,2 (Ryan & Woodward 2010). Die Albedo von (6) Hebe ist mit $0,291 \pm 0,029$ besonders hoch (Ryan & Woodward 2010). Die heutige Albedo ist wahrscheinlich nicht typisch für das Material, das die Oberflächen der Körper vor 4,5 Ga bedeckte. Dieses muss deutlich mehr feinkörniges Material enthalten haben, das erst später durch Kristallwachstum bei höheren Temperaturen alterte, und es war vermutlich dunkler.

Wenn man willkürlich eine Albedo von $A = 0,1$ annimmt, erhält man für das Modell aus Tab. 4.3 einen Bahnradius von $a = 1,96$ AE (eine Albedo von $A = 0,2$ ergäbe $a = 1,85$ AE). Dies ist kleiner als der gegenwärtige mittlere Radius von 2,4 AE. Wenn die in der Optimierung gefundene Temperatur T_{Obf} wirklich die mittlere Oberflächentemperatur über die gesamte Entwicklung darstellt und (6) Hebe wirklich der Mutterkörper der H-Chondriten ist, dann würden die hier gefundenen Ergebnisse bedeuten, dass Hebe sich näher an der Sonne als an seiner gegenwärtigen Position gebildet hat. Aber es ist eine detailliertere Behandlung der Prozesse notwendig, die

die Oberflächentemperatur bestimmen, ehe man endgültige Schlüsse daraus ziehen kann.

Kapitel 5

Temperaturabhängige Wärmeleitung

5.1 Modellverbesserungen

5.1.1 Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitung

Im vorigen Teil wurde die Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitung K noch nicht berücksichtigt, da sie im Vergleich zu ihrer Porositätsabhängigkeit klein ausfällt und die Streuung von K der einzelnen Meteoriten größer ist als die Temperaturabhängigkeit über dem begrenzten Temperaturbereich der Labordaten von Yomogida & Matsui (1983) (siehe Abb. 2.3). Da die Wärmeleitfähigkeit von Mineralien aber doch merklich in Richtung höherer Temperaturen abnimmt, wird die Wärmeleitfähigkeit von nun an berücksichtigt. Hierzu wurde in das Modell die von Xu et al. (2004) bestimmte Temperaturabhängigkeit verwandt. Die Autoren vermaßen die Temperatur- und Druckabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit von Olivin (und außerdem von Mineralen, die wichtig für den äußeren Erdmantel sind) und fanden, dass sie für alle Minerale durch den Ausdruck

$$K(T, P) = K_R \cdot (298 \text{ K}/T)^{1/2} \cdot (1 + aP) \quad (5.1)$$

gefittet werden kann. Hierin stehen K_R für die Wärmeleitfähigkeit des Materials bei Raumtemperatur (298 K) und verschwindendem Druck und $a = 0,032 \text{ GPa}^{-1}$ für seine Kompressibilität. Diese Messungen wurden bei sehr hohen Drücken von 4 bis 20 GPa durchgeführt, weshalb hier niedrige Drücke, wie die in der Atmosphäre oder gar im Inneren von Asteroiden auftretenden Drücke der Größenordnung 100 bar, als verschwindend angesehen werden können (ein Gigapascal entspricht 10^4 Bar).

Dieses $K(T, P)$ sollte dann dem Wärmeleitkoeffizienten des dichten Materials K_0 in Gl. (2.5) entsprechen. In der Optimierung wurde dann K_R als freier Parameter behandelt, da die große Streuung in den Daten für chondritisches Material und die kleine Probe der untersuchten Meteoriten in Yomogida & Matsui (1983) keine endgültige Wahl eines Wertes für K_R zulassen, der als ein vernünftiges Mittel dieser Daten angesehen werden kann.

5.1.2 Finden der Schichten

Außerdem wurde die Arbeitsweise des Optimierungsalgorithmus bezüglich der Wahl geeigneter Schalen, die die Schichttiefen repräsentieren, überarbeitet. Bisher wurden die Schichttiefen zusammen mit den Modellparametern über den genetischen Algorithmus bestimmt. Dies beeinträchtigte die Effizienz des Algorithmus, eine geeignete Lösung zu finden, erheblich, da so 13 bis 14 geeignet gewählte Parameter durch Zufall gefunden werden mussten (5 bis 6 Modellparameter und 8 Schichttiefen), was nur nach sehr langer Zeit gelingt. Das Hauptproblem ist hierbei, dass eine Änderung in einem Modellparameter die thermische Entwicklung in allen acht Schichttiefen erheblich beeinflusst, das heißt, bei Änderung eines Modellparameters müssten alle acht Schichttiefen neu bestimmt werden.

Da die einzelnen Tiefen jedoch nicht voneinander abhängen, können sie auch separat über ein einfaches eindimensionales Optimierungsverfahren bestimmt werden, da außerdem zu erwarten ist, dass die Form der Fehlerfunktion im Prinzip einer Parabel ähnelt, wenn die Modellparameter nicht zu weit von den am besten passenden entfernt sind. Ist das für ein Modell nicht der Fall, würde dieses ohnehin verworfen, da es dann überhaupt nicht zu den Daten passte. Dies wurde über die Implementierung einer *Suche nach dem Goldenen Schnitt* (SGS) erreicht (Press 1996), die zu jedem Modellparametersatz für jeden Meteoriten einzeln die passendste Tiefe ermittelt.

Das Ergebnis ist eine erhebliche Beschleunigung der Optimierung bezüglich der Anzahl der nötigen Generationen. Jedoch werden dann in jeder SGS für jeden Parametersatz ca. 50 einzelne thermische Entwicklungen berechnet, was zu einem erhöhten Zeitaufwand für jedes einzelne Individuum führt, wobei aber die für die gesamte Optimierung benötigte Zeit trotzdem kleiner ist. Anstatt mehrerer tausend werden jetzt nur noch wenige hundert Generationen benötigt, um ein Minimum zu finden. Hierdurch verringert sich auch der abzusuchende Parameterraum, wohingegen sich der Rechenaufwand für ein einzelnes Individuum erhöht. Daher wird ab jetzt mit 20 statt 100 Individuen pro Generation gearbeitet.

Tab. 5.1: Parameterbereich für den Meteoritenmutterkörper.

Physikalische Größe	Wert	Einheit	
Bildungszeit	t_B	1,5 – 3	Ma
Radius	R	50 – 200	km
$^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis		0 – $2,0 \cdot 10^{-6}$	
Oberflächentemperatur	T_{Obf}	150 – 400	K
Oberflächenporosität	ϕ_{Obf}	0,2 – 0,8	
Wärmeleitkoeffizient	K_R	1,0 – 7,0	W/mK

5.1.3 Erweiterung des Datensatzes

Zur Verbesserung der Aussagekraft der Modelle wurden zusätzliche verfügbare Datenpunkte der verwendeten Meteoriten sowie neue Datenpunkte von Mt. Browne in den Datensatz mit aufgenommen, so dass das Modell jetzt an alle Daten der Tab. 1.2 gefittet wird.

5.2 Ergebnisse

In dieser Untersuchung wurden der Radius R , die Bildungszeit t_B , die Oberflächentemperatur T_{Obf} und die Oberflächenporosität ϕ_{Obf} in allen Modellen mitoptimiert. Das $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis und der Vorfaktor K_R der Wärmeleitfähigkeit K_0 (siehe Gl. (2.5)) wurden jeweils in einigen Modellen festgehalten und in anderen mitoptimiert. Der in den Optimierungen dieser Modelle verwendete Parameterraum ist in Tab. 5.1 angegeben.

Wie bereits in Abschnitt 4.2 angesprochen, weisen verschiedene Werte für die ^{60}Fe -Häufigkeit darauf hin, dass sich das anfängliche $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis verschiedener Körper möglicherweise unterschied. Deshalb wurde in diesem Teil der Arbeit das anfängliche $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis in einigen Modellen als freier Parameter angesehen, während andere Berechnungen mit einem festen $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis von 10^{-8} durchgeführt wurden, was der Größenordnung des Werts aus Tang & Dauphas (2012) entspricht.

Der Wert von K_R , der von Xu et al. (2004) angegeben wurde, gilt für Olivin. Da H-Chondriten nur zu ca. 40% aus Olivin bestehen, ist dieser Wert nur teilweise übertragbar, weshalb er in den meisten Modellen als freier Parameter behandelt wird.

Es wurden GA-basierte Optimierungen für vier Modelle mit den folgenden Eigenschaften durchgeführt:

- Modell 1: alle sechs Parameter optimiert
- Modell 2: $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis festgehalten
- Modell 3: Wärmeleitkoeffizient bei Raumtemperatur festgehalten
- Modell 4: $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis und Wärmeleitkoeffizient bei Raumtemperatur festgehalten

Die Ergebnisse der Modelle 1 – 4 sind in Tab. 5.2 angegeben. Die dazugehörigen Abkühlkurven werden in Abb. 5.1 gezeigt. Da die Kurvenverläufe sich nur wenig unterscheiden, werden sie für alle Modelle in einer Grafik gezeigt, was den Vergleich einfacher macht.

5.2.1 Modell 1: Alle Parameter optimiert

Es wurde eine Optimierung durchgeführt, in der alle sechs Modellparameter optimiert wurden, so dass die resultierenden Abkühlkurven alle in Tab. 1.2 angegebenen 37 Datenpunkte möglichst gut reproduzieren. Dabei wurden für den Körper 100 Massenschalen verwendet. Die Optimierung wurde nach 842 Generationen beendet, das heißt, es wurden während dieser einen Optimierung insgesamt ca. 17000 vollständige thermische Entwicklungsmodelle gerechnet.

Für das schließlich als besten Fit akzeptierte Modell ergab sich ein Wert von $\chi^2 = 6,9338$, der in Generation 841 aufgetreten ist. Dieser Wert kann als ausgezeichnet angesehen werden in der Hinsicht, dass ein guter Fit nur $\chi^2 \lesssim 31$ erfordern würde (37 Datenpunkte und 6 freie Parameter, siehe Abschnitt 4.1.5). Dementsprechend ergeben sich aus dem Parametersatz von Modell 1 Temperaturgeschichten in den Schichttiefen der Meteoriten, die sehr gut mit den beobachteten Meteoritenabkühlaltern übereinstimmen. Die relativen Lagen der Meteoriten im Mutterkörper sind schematisch in Abb. 1.1 gezeigt.

5.2.2 Modell 2: $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis festgehalten

Es ist wünschenswert die Zahl der freien Parameter, sofern möglich, zu verringern. Um zu testen, ob die Daten in einem solchen Fall ebenso gut reproduziert werden können, wurden einige der freien Parameter bei vernünftigen Werten festgehalten, die aus theoretischen Gründen gerechtfertigt erscheinen oder aus Meteoritendaten abgeleitet werden können.

Beispielsweise ist es möglich, den von Tang & Dauphas (2012) bestimmten Wert von $1,08 \pm 0,21 \cdot 10^{-8}$ als festgehaltenen Parameter zu verwenden. Dies ist ein eher

Tab. 5.2: Optimierte Parameterwerte der vier im Text beschriebenen Modelle sowie deren Maximaltemperaturen im Zentrum und in den Schichttiefen der Meteoriten. Modell 1 mit allen Parametern optimiert, Modell 2 mit festem $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis, Modell 3 mit festem Wärmeleitkoeffizienten und Modell 4 mit festem $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis und Wärmeleitkoeffizienten. Festgehaltene Werte sind in der Tabelle mit \equiv markiert.

Physikalische Größe	Modell				Einheit				
	1	2	3	4					
Bildungszeit	t_B	1,843	1,789	1,836	Ma				
Radius	R	189,6	180,0	199,9	km				
$^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis		1,43	1,93	\equiv 1,0	10^{-8}				
Oberflächenporosität	ϕ_{Obf}	20,1	21,6	20,0	%				
Oberflächentemperatur	T_{Obf}	193	154	186	K				
Wärmeleitkoeffizient	K_R	4,1	3,37	\equiv 3,6	W/mK				
Modellqualität	χ^2	6,9338	6,9473	7,3232					
Maximaltemperatur	T_z	1 239	1 284	1 336	K				
Meteorit	Typ	Tiefe [km]	T_{Max} [K]	Tiefe [km]	T_{Max} [K]	Tiefe [km]	T_{Max} [K]		
Estacado	H6	43,6	1 177	39,0	1 204	36,8	1 270	39,6	1 212
Guarena	H6	43,6	1 177	40,7	1 204	38,5	1 271	41,4	1 213
Kernouvé	H6	36,5	1 172	32,6	1 198	29,5	1 261	33,0	1 207
Mt. Browne	H6	23,2	1 145	23,6	1 181	22,5	1 241	23,9	1 188
Richardton	H5	17,5	1 113	15,4	1 132	13,3	1 165	15,5	1 136
Allegan	H5	14,4	1 083	14,6	1 124	13,3	1 165	14,8	1 128
Nadiabondi	H5	11,8	1 047	12,0	1 088	10,9	1 124	12,1	1 092
Forest Vale	H4	6,11	917	5,82	936	5,59	973	6,23	949
Ste. Marguerite	H4	3,12	805	3,14	774	3,01	853	3,42	833

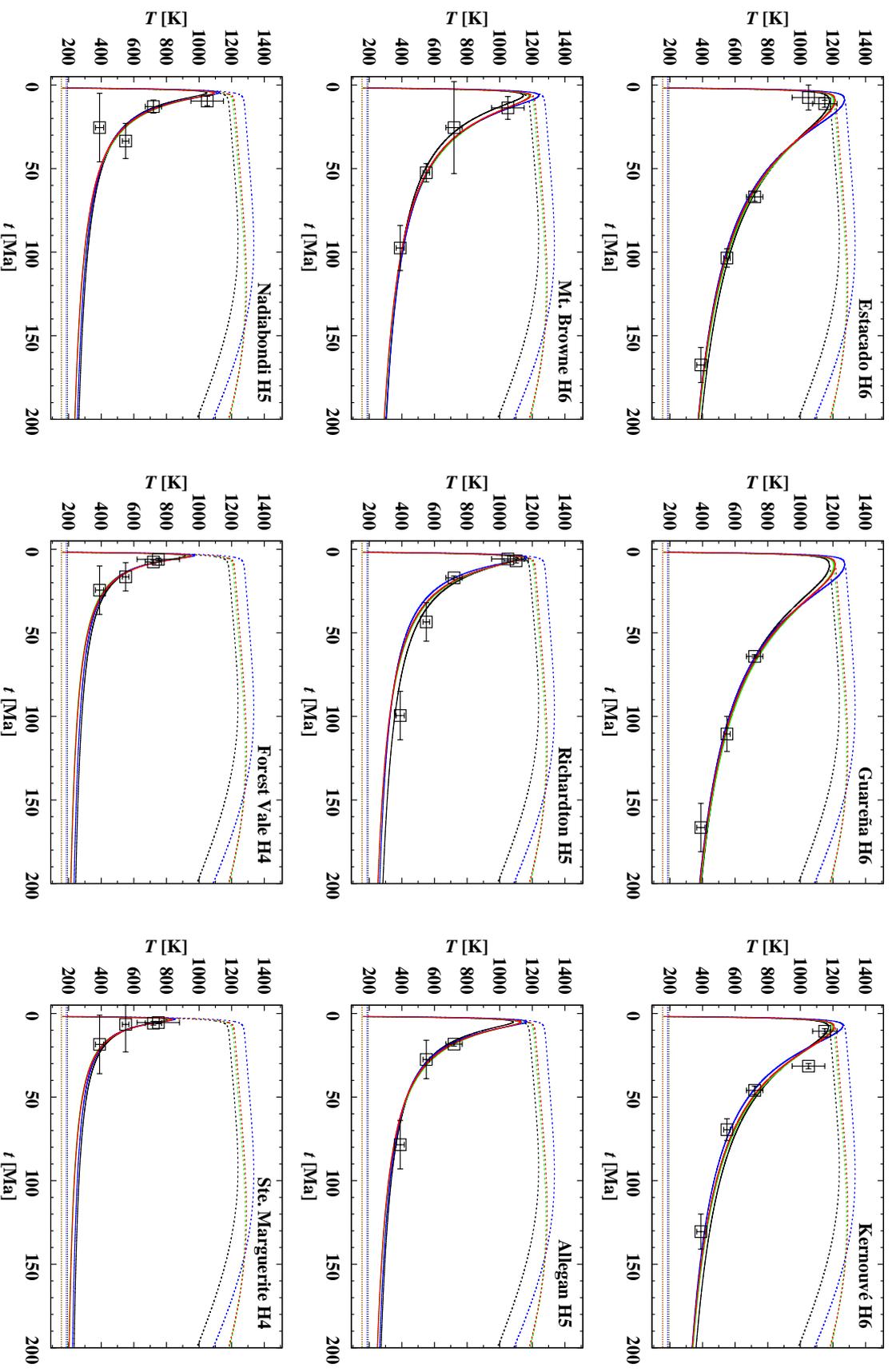


Abb. 5.1: Temperaturentwicklung von Modell 1 (schwarze Linie), Modell 2 (grüne Linie), Modell 3 (blaue Linie) und Modell 4 (rote Linie). Die durchgezogenen Linien zeigen die Abkühlkurven der zum entsprechenden Meteoriten gehörigen Schichttiefe zusammen mit den zugehörigen Chondritenabkühlkurven (Datenspunkte). Die gestrichelten Linien zeigen die Abkühlkurven im Zentrum, die gepunkteten Linien die Oberflächentemperatur. Der Zeitnullpunkt entspricht dem Zeitpunkt der CAI-Bildung (Henke et al. 2013).

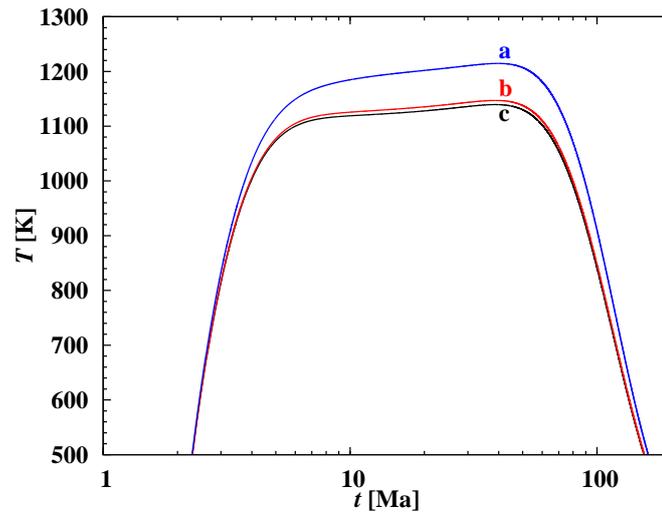


Abb. 5.2: Thermische Entwicklung im Zentrum eines Planetesimalen mit verschiedenen $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Anfangsverhältnissen: a) 10^{-7} , b) 10^{-8} , c) null (Henke et al. 2013).

kleiner Wert im Vergleich zu den in früheren Modellen verwandten Werten (z. B. Abschnitt 3.3; Henke et al. 2012b; Sahijpal et al. 2007).

Bei dieser niedrigen Konzentration sollte der Beitrag von ^{60}Fe zur Heizung des Körpers vernachlässigbar sein. Der Einfluss des $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Anfangsverhältnisses auf die Temperaturentwicklung wird in Abb. 5.2 für einen Körper von 120 km Radius gezeigt, der sich 2 Ma nach CAI-Bildung gebildet hat und eine Anfangsporosität von 30% sowie einen Wärmeleitkoeffizienten von 3,6 W/mK bei Raumtemperatur bei einer Oberflächentemperatur von 230 K besaß. Die Temperaturkurve c wurde für ein Modell ohne ^{60}Fe berechnet, die Kurven b und a bei einem Verhältnis von $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ von 10^{-8} bzw. 10^{-7} . Es ist offensichtlich, dass die Unterschiede in den Entwicklungen der Zentraltemperatur ohne ^{60}Fe (c) und bei niedrigem $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis (b) eher klein ist, aber ein hohes $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis (a) merklich höhere Temperaturen erzeugt. Bezüglich des Standpunktes der thermischen Entwicklung ist der Wert von Tang & Dauphas (2012) als nahezu gleichwertig zu der Aussage anzusehen, dass im H-Chondritenmutterkörper überhaupt kein ^{60}Fe vorhanden war.

Daher wurde mit Modell 2 ein Modell gerechnet, indem das $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis auf 10^{-8} gesetzt wurde, der (innerhalb des angegebenen Fehlers) dem von Tang & Dauphas (2012) gefundenen Wert entspricht. Dieses Modell wurde nach 833 Generationen beendet, wobei das schließlich als bester Fit akzeptierte Modell mit dem Wert $\chi^2 = 6,9473$ in Generation 813 auftrat.

5.2.3 Modell 3: Wärmeleitkoeffizient festgehalten

Eine andere Möglichkeit zur Reduktion der Anzahl der freien Parameter ist, K_R festzuhalten. Die Wärmeleitfähigkeit ist eine Materialeigenschaft, die im Prinzip bekannt ist, sobald man die Zusammensetzung des Materials kennt. Aufgrund der komplizierten Struktur des Meteoritenmaterials erscheint es aber gegenwärtig nicht möglich, einen sinnvollen Wert aus diesen Grundprinzipien zu berechnen. Daher wurde sie in dieser Arbeit bisher als freier Parameter behandelt. Alternativ kann man einen Fit erstellen, der einen Wert für K_R benutzt, der durch Mineraldaten motiviert ist. Xu et al. (2004) gaben einen Wert für den Wärmeleitkoeffizienten bei Raumtemperatur von $K_R = 4,133 \pm 0,11$ W/mK für Olivin mit niedrigem Eisengehalt an. Da die H-Chondriten aus einem Material bestehen, das erheblich mehr Eisen enthält, und weil die Wärmeleitfähigkeit von Silikaten bei zunehmendem Eisengehalt etwas abnimmt (Clauser & Huenges 1995), wurde angenommen, dass eine Verringerung von K_R auf 3,6 W/mK bei Raumtemperatur eine angemessene Schätzung für den Wärmeleitkoeffizienten des H-Chondritenmaterials ist. Das stimmt auch mit Werten überein, die für die Wärmeleitfähigkeit von Gesteinsmaterial angegeben werden (Clauser & Huenges 1995). Diese Optimierung wurde nach 1023 Generationen bei einem schließlich akzeptierten χ^2 -Wert von 7,3232 beendet, der in Generation 1017 auftrat.

5.2.4 Modell 4: $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis und Wärmeleitkoeffizient festgehalten

Es wurde außerdem versucht, einen geeigneten Modellparametersatz zu finden, wenn sowohl das $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis als auch der Wärmeleitkoeffizient bei Raumtemperatur festgehalten werden. Dieses Modell wurde nach 976 Generationen beendet, wobei das schließlich akzeptierte Modell in Generation 894 auftrat und ein $\chi^2 = 6,9842$ besaß.

5.3 Diskussion der Ergebnisse

Alle vier Modelle besitzen ein χ^2 , das unter 8 liegt. Dies ist um fast einen Faktor 4 kleiner als der Wert, den ein akzeptabler Fit besitzen müsste, der durch die Differenz der Datenpunkte und der freien Parameter gegeben ist. Bei 37 Abkühlalterdaten und 6 freien Parametern ergibt sich für χ^2_{akz} ein erforderlicher Wert von 31.

Das bedeutet, dass alle erhaltenen Modellparametersätze in exzellenter Übereinstimmung mit den Abkühlaltern der Meteoritenprobe sind. Das heißt auch, dass das in dieser Arbeit vorgestellten Modelle der thermischen Entwicklung von Asteroiden

in der Lage ist, die Abkühlalter der H-Chondriten sehr leicht zu reproduzieren. Wie man in Abb. 5.1 sieht, ähneln sich die Abkühlkurven der Meteoritenschichttiefen aller vier Modelle bis auf die Höchsttemperaturen sehr, die aufgrund der unterschiedlichen Bildungszeiten leicht verschieden sind. Die Unterschiede zwischen den Temperaturkurven im Zentrum sind etwas größer, was aber nicht verwunderlich ist, da sie nicht an Meteoritenalter angepasst wurden. Jedoch ist es nicht möglich, Beschränkungen aller Modellparameter aus den Ergebnissen abzuleiten, da die Abkühlalter nicht genau und nicht zahlreich genug sind.

Die späteste Bildungszeit ($t_B = 2,026$ Ma) tritt in dem Modell auf, in dem alle sechs Parameter optimiert wurden (Modell 1), und die früheste in Modell 3 mit festgehaltenem Wärmeleitkoeffizienten ($t_B = 1,789$ Ma). Dies stimmt mit den in Abschnitt 4.3 bestimmten Bildungszeiten überein. Der Unterschied in den Bildungszeiten ist auch die Ursache der verschiedenen Höchsttemperaturen der Meteoritenschichten in Abb. 5.1 für die verschiedenen Modelle.

Die Radien der Modelle in Tab. 5.2 variieren zwischen 180 und 200 km. Dies ist ein relativ schmaler Bereich, wenn man bedenkt, dass die erwartete Abhängigkeit der thermischen Entwicklung vom Radius eher klein ist, da für die Temperaturentwicklung einer Schicht hauptsächlich der Abstand von der Oberfläche ausschlaggebend sein sollte, während die Entwicklung weiter im Körperinneren die äußeren Schichten kaum beeinflussen sollte.

Das Verhältnis von $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ in den Modellen, in denen dieses mitoptimiert wurde, ist auch dort von der Größenordnung 10^{-8} und entspricht damit der in Tang & Dauphas (2012) gefundenen, was außerdem auch völlig mit den Ergebnissen der vorigen Modelle (siehe Abschnitt 4.3) übereinstimmt.

Das frühere Abknicken der zentralen Temperaturkurven der Modelle 1 und 3 erklärt sich dadurch, dass in Modell 1 der Wärmeleitkoeffizient etwas größer ist und in Modell 3 der Radius etwas kleiner, was in beiden Modellen eine etwas effizientere Kühlung in der Spätphase des Entwicklungszeitraumes gegenüber den anderen Modellen ermöglicht.

Die Porositäten aller vier Modelle liegen um die 20%, was dem kleinsten erlaubten Wert im zugelassenen Parameterraum entspricht. Dieser Minimalwert von 20% wurde deshalb gewählt, weil niedrigere Porositäten im Widerspruch zum Meteoritenbefund stünden, da einige der H-Chondriten Porositäten bis zu 20% haben. Die erhaltenen Radien sind in allen vier Modellen größer als in den vorherigen Modellrechnungen (siehe Abschnitt 4.3) sowie in anderen Arbeiten (Miyamoto et al. 1981; Bennett & McSween 1996; Harrison & Grimm 2010). Insbesondere wenn der Asteroid

Hebe, dessen Radius ca. 100 km beträgt, als der intakte H-Chondritenmutterkörper angenommen wird, erscheint dieses Ergebnis überraschend. Es ist möglich, dass die Aufnahme der Al-Mg-Alterdaten für Forest Vale und Ste. Marguerite ein schnelles Abkühlen der äußeren H4-Schale erfordert, was einen niedrigen Porositätswert der an der Oberfläche gelegenen Schichten erzwingt. Eine niedrige Porosität benötigt jedoch einen größeren Mutterkörper, um die Wärme für eine längere Zeit halten zu können, damit das erforderliche langsame Kühlen der tiefer gelegenen Regionen ermöglicht wird, die die H6-Meteoritenschichten beherbergen.

Sämtliche Höchsttemperaturen der in der Optimierung gefundenen Modelle überschreiten 1220 K im Zentrum der Mutterkörper, das heißt, sie liegen über der Temperatur, ab der die ersten festen Bestandteile zu schmelzen beginnen, das heißt, beim FeS-Fe,Ni-Eutektikum (Pellas et al. 1997; Fei et al. 1997). Das ist ähnlich wie bei den Acapulcoiten, deren maximale Metamorphosetemperaturen auf Werte zwischen 1220 und 1600 K geschätzt wurden (Pellas et al. 1997, und dortige Referenzen). Aber der nur kleine Grad partieller Schmelze (1-3%) der Acapulcoiten weist darauf hin, dass das Schmelzen der Silikate über dem Enstatit-Albit-Quartz-Peritektikum bei 1335 K nicht überschritten wurde. Daher kann man schließen, dass nur sehr niedrige Grade partiellen Schmelzens ohne Mobilisierung des Materials auf großen Skalen erreicht wurde. Dies bedeutet, dass nirgendwo innerhalb des Mutterkörpers eine Differenzierung auftrat und rechtfertigt die Vernachlässigung von Schmelzprozessen in den Modellrechnungen.

Die maximalen Metamorphosetemperaturen T_{Max} (Tab. 5.2) sind ein Ergebnis des Modells und können mit den klassischen Schätzungen (siehe Dodd 1981) verglichen werden (H4: 870 bis 970 K; H5: 970 bis 1020 K; H6: 1020 bis 1220 K). Während die Maximaltemperaturen von H4 und H6 größtenteils passen, ergibt das Modell eine über 100 K höhere Temperatur für den Typ H5. Jedoch sollte erwähnt werden, dass solche Temperaturen für sowohl H4- als auch H5-Chondriten schwierig zu bestimmen sind, da manche Mineralthermometer nicht geeicht wurden (z. B. McSween & Patchen 1989). Tatsächlich zeigen manche Equilibrierungsthermometer, dass H5-Chondriten Höchsttemperaturen ähnlich denen von H6-Chondriten oder leicht niedrigere erreicht haben könnten, und dass die verschiedenen Texturen aus verschiedenen Abkühlraten resultieren (Harvey et al. 1993; Kessel et al. 2002).

Die Oberflächentemperaturen, die in den Modellen gefunden wurden, liegen zwischen 150 und 200 K. Mit denselben Überlegungen wie in Abschnitt 4.3.6 kann man aus der Oberflächentemperatur über Gl. (4.7) den mittleren Abstand des Körpers von der Sonne schätzen und erhält dann eine große Halbachse der Bahn zwischen 1,5

und 2,7 AE. Da Hebe derzeit eine Bahn mit einer großen Halbachse von 2,4 AE hat, wären die Modelle in guter Übereinstimmung mit der Annahme, dass Hebe der Mutterkörper der H-Chondriten ist, wenn gleichzeitig angenommen wird, dass die Oberflächentemperatur T_{Obf} in den Optimierungen die mittlere Oberflächentemperatur während der wichtigen Phase der thermischen Entwicklung repräsentiert. Allerdings ist für hinreichend aussagekräftige Schlussfolgerungen eine detailliertere Behandlung der Prozesse erforderlich, die die Oberflächentemperatur bestimmen, insbesondere die Existenz einer Akkretionsscheibe während der ersten Ma.

Kapitel 6

Körperwachstum und die thermische Entwicklung

Nachdem bisher in dieser Arbeit von der Näherung der Instantanbildung ausgegangen wurde, soll jetzt untersucht werden, welche Auswirkungen lange Wachstumszeiten auf die thermische Entwicklung haben. Die anfängliche Erwärmungszeitspanne eines planetesimalen Körpers wird einerseits durch die Halbwertszeit t_H von ^{26}Al , andererseits aber auch durch die Dauer der *Akkretionszeit* t_{Akk} , in der der Körper den größten Teil seiner Masse aufsammelt, bestimmt. Wenn $t_{\text{Akk}} \ll t_H$ ist, wie im Fall der Instantanbildungsnäherung, trägt die gesamte Zerfallsenergie von ^{26}Al , die zum Zeitpunkt des Einsetzens des Körperwachstums verfügbar ist, zur Aufheizung bei. Im umgekehrten Fall, wenn $t_H \ll t_{\text{Akk}}$ ist, wird der größte Teil der Energie schon vor dem Einbau des Materials in den Planetesimalen freigesetzt und damit in die umgebende Akkretionsscheibe abgegeben. Daher wird sich die thermische Geschichte des Asteroidenmaterials in diesen beiden Fällen erheblich unterscheiden. Das wurde auch schon in zahlreichen Studien untersucht (Ghosh et al. 2003; Sahijpal et al. 2007; Neumann et al. 2012).

Aus theoretischen Arbeiten über das Wachstum eines Schwarms von Planetesimalen geht hervor, dass die Hauptperiode der Materialaufnahme durch die großen Körper im Schwarm eher kurz ist, im Allgemeinen von der Größenordnung $t_{\text{Akk}} \approx 10^5$ a (Nagasawa et al. 2007; Weidenschilling & Cuzzi 2006; Weidenschilling 2011). Demnach würde die Instantanbildungshypothese den Normalfall darstellen, der die Anfangsbedingungen für die thermische Entwicklung der Planetesimalpopulation der 100 km-Größenklasse bestimmt. Wenn man sich jedoch mit Meteoriten beschäftigt, die von einem übriggebliebenen Körper der Planetesimalpopulation stammen (wie es für die Gruppe der H-Chondriten der Fall ist), kann man nicht sicher wissen, ob

dieser Körper sich so wie die Mehrheit der Körper in seinem Bildungsgebiet entwickelt hat, oder ob er vielleicht ein Spätentwickler ist, der erst spät zu wachsen begann und dann nur langsam wuchs, weil der größte Teil des Materials schon durch den Hauptschwarm aufgesammelt wurde. Ein langanhaltender Wachstumsprozess sollte sich in Unterschieden in der thermischen Entwicklung zwischen Meteoriten hohen (früh aufgesammeltes Material) und niedrigen petrologischen Typs (erst im späteren Wachstumsprozess aufgesammeltes Material) niederschlagen. Daher ist es eine eingehende Untersuchung wert, ob die Meteoriten fragmentarische Informationen über die Wachstumsgeschichte ihrer Mutterkörper bewahrt haben und ob man diese aus den beobachteten Abkühlgeschichten der Meteoriten ableiten kann.

6.1 Das Modell

Um dies zu untersuchen, wurde im Modell das Wachstum auf eine eher einfache Weise berücksichtigt, die aber auch schon in vielen anderen Arbeiten verwendet wurde. Die Annahme ist, dass das starke Wachstum eines kleinen Körpers mit einem Anfangsradius R_0 zu einer Anfangszeit t_A einsetzt und zu einer Zeit t_E aufhört, so dass fast die gesamte Masse zwischen t_A und t_E aufgesammelt wird. Dieses Zeitintervall $t_{\text{Akk}} = t_E - t_A$ wird im Folgenden Akkretionszeit genannt, während t_A der Bildungszeit t_B entspricht.

Das Wachstum wird während dieser Zeit als kontinuierlich angesehen, obwohl es in Wirklichkeit durch diskrete Einschläge kleinerer Körper vonstatten ging. Die Massenzunahme durch das Wachstum wird dann ausgedrückt durch die Akkretionsrate

$$\dot{M} := \frac{dM}{dt}, \quad (6.1)$$

die noch definiert werden muss. Wie Teilchen in einem Planetesimalschwarm durch ihre gegenseitige gravitative Wechselwirkung und Kollisionen wachsen wird in dieser Arbeit nicht betrachtet (s. für eine Diskussion stufenweisen Wachstums Ghosh et al. 2003).

Der Einfluss verschiedener Massenakkretionsraten auf die thermische Geschichte von Planetesimalen wurde detailliert von Neumann et al. (2012) untersucht. Dort finden die Autoren, dass das Temperaturprofil eines Modells mit einer linearen Wachstumsrate sich von dem mit Instantanbildungsnäherung am deutlichsten unterscheidet. Die anderen von Neumann et al. (2012) betrachteten Wachstumraten zeigten in ihren Modellen Ähnlichkeit mit der Instantanbildung zu einer etwas späteren Zeit als t_A . Solche Modelle könnten von den Modellen mit echter Instantanbildung kaum

unterschieden werden, wenn man sie mit dem eher verrauchten Satz thermochronologischer Meteoritendaten vergleicht.

Daher wird in dieser Arbeit ein lineares Wachstumsgesetz verwendet, indem die Akkretionsrate \dot{M} während der Akkretionszeit t_{Akk} konstant und sonst null ist. Die Akkretionsrate wird über die gegebenen Anfangs- und Endmassen des Körpers und die Akkretionszeit berechnet

$$\dot{M} := \frac{M_{\text{E}} - M_{\text{A}}}{t_{\text{Akk}}}. \quad (6.2)$$

Der grundlegende Satz der für die Berechnung des Aufbaus und der Entwicklung des Körpers zu lösenden Gleichungen besteht aus denselben wie zuvor, der einzige Unterschied ist, dass die Masse des Körpers wächst, weshalb die Lösungstechnik angepasst werden muss.

6.1.1 Anfangsbedingungen

Der Körper beginnt bei einer gegebenen Masse M_{A} und entsprechendem Radius R_0 . Die Bildung dieses Anfangskörpers wird nicht weiter betrachtet, es wird nur angenommen, dass R_0 klein genug ist, dass die Wärme, die vor t_{A} in seinem Inneren durch den radioaktiven Zerfall freigesetzt wird, einfach an die Oberfläche transportiert und dort in den Weltraum abgegeben wird, so dass der Körper keine Aufheizung gegenüber der Umgebung erfährt. Dies begrenzt die Körpergröße auf höchstens ≈ 10 km (siehe Abschnitt 3.2.3). Dann ist die Temperatur im Inneren näherungsweise gleich der den Körper umgebenden Akkretionsscheibe, und das Material im Körper ist noch nicht gesintert.

Diese Annahme über die Anfangsgröße wird gestützt durch die Ergebnisse genauer Modellberechnungen über Planetesimalwachstum (z. B. Weidenschilling & Cuzzi 2006, Weidenschilling 2011) die zeigen, dass das *schnelle Wachstum* (engl. „rapid growth“) von Körpern auf Größen der Ordnung 100 km bis 1000 km anfängt, wenn die obere Grenze der Planetsimalgrößenverteilung während des gewöhnlichen Anfangswachstumsprozesses sich 10 km nähert.

Für die Modellberechnung müssen die Anfangsmasse M_{A} , die Endmasse M_{E} , die Zeit des Einsetzens des Wachstums $t_{\text{A}} = t_{\text{B}}$, die gleichzeitig die Bildungszeit ist, und die Akkretionsdauer t_{Akk} vorgeschrieben werden. Da die Bildung von Planetesimalen der 100 km-Größenklasse untersucht wird, ist der genaue Wert der Anfangsmasse nicht so wichtig, da er gegen die Endmasse vernachlässigbar ist. Die thermische Entwicklung kann daher nicht signifikant von M_{A} abhängen und man kann für sie einen festen Wert annehmen. In dieser Arbeit wurde die Anfangsmasse so gewählt,

dass der Anfangsradius R_0 des Körpers

$$R_0 = \left(\frac{3M_A}{4\pi\rho_0} \right)^{1/3} \quad (6.3)$$

10 km beträgt. Die Reindichte ρ_0 hat dabei dieselbe Bedeutung wie in den bisherigen Teilen dieser Arbeit.

6.1.2 Temperaturrendbedingung an der Oberfläche

Akkretion von Materie wird auch von einem Energiezufluss begleitet, das heißt, die Einschlagsenergie der kleinen Planetesimalen, die zum Wachstum des größeren Planetesimalen beitragen, wird in Wärme umgewandelt. Dieser Energiezufluss kann gewöhnlich für Körper mit Radien der Ordnung 100 km oder kleiner vernachlässigt werden. Da man von vornherein aber nicht weiß, ob die Optimierungsdurchläufe für den Vergleich der thermischen Modelle mit den empirischen Abkühlgeschichten der Meteoriten möglicherweise größere Körper erfordert, als in der analogen Optimierung, die Modelle benutzt, die auf der Instantanbildungshypothese basieren, wird jetzt der Beitrag des Energieeinflusses durch Akkretion in der äußeren Randbedingung der Wärmeleitungsgleichung berücksichtigt.

Die Oberflächentemperatur T_{Obf} kann dann nicht einfach vorgeschrieben, sondern muss aus dem Gleichgewicht zwischen dem Energiefluss zur Oberfläche sowohl aus dem Inneren als auch von außen und den Energieflüssen von der Oberfläche weg in den Weltraum berechnet werden (vergleiche z. B. Ghosh et al. 2003; Grimm & McSween 1989). Die Gl. (2.45) ist daher dahingehend zu erweitern, was auf folgenden Ausdruck führt:

$$K \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} = -\sigma_{\text{SB}} T_{\text{Obf}}^4 + F_{\text{ext}} + \dot{E}_{\text{ES}} + \frac{\dot{M}}{4\pi R^2} \int_{T_{\text{Obf}}}^{T_{\text{SME}}} c_V(T) dT. \quad (6.4)$$

Hierin beschreibt die linke Seite den Energiefluss aus dem Inneren an die Oberfläche durch Wärmeleitung. Die rechte Seite beschreibt die Energieverluste an und die Energiegewinne aus der Umgebung durch Strahlung (die ersten beiden Terme) und durch die Akkretion (die letzten beiden Terme).

Der erste Term der rechten Seite ist die Rate der Emission pro Einheitsfläche der Strahlung von der Oberfläche in den äußeren Raum. Der zweite Term F_{ext} ist die Energiezufuhr durch Strahlung. Während der ersten paar Millionen Jahre, in denen der Asteroid in eine optisch dichte Akkretionsschiebe eingebettet ist, wird dies beschrieben durch $\sigma_{\text{SB}} T_{\text{SME}}^4$, wobei T_{SME} die Temperatur in der Scheibenmittelebene ist. Nach der Auflösung der Scheibe ist der Körper der Sonneneinstrahlung ausgesetzt

und die Rate der Energiezufuhr wird beschrieben durch

$$F_{\text{ext}} = (1 - A)S(1)/4d^2 = \sigma_{\text{SB}}T_{\text{Gl}}^4. \quad (6.5)$$

Hier sind d die (mittlere) Entfernung zur Sonne in AE, A die Albedo der Oberfläche und T_{Gl} die Oberflächentemperatur, wenn sich ein Gleichgewicht zwischen den Strahlungsverlusten an der Oberfläche und der Erwärmung durch die Einstrahlung von der (Proto-)Sonne eingestellt hat.

Die Rate der Einschlagenergie, die an der Oberfläche freigesetzt wird, ist

$$\dot{E}_{\text{ES}} = \frac{1}{4\pi R^2} \frac{GM}{R} \dot{M}, \quad (6.6)$$

mit M und R der Masse und dem Radius des Körpers und \dot{M} der Einschlagrate. Im Allgemeinen hat Material, das dem Asteroiden hinzugefügt wird, nicht die gleiche Temperatur wie das Material auf der Oberfläche des Planetesimalen, so dass die Oberfläche durch die Anlagerung des neuen Materials zusätzlich abgekühlt ($T_{\text{SME}} < T_{\text{Obf}}$) oder erwärmt ($T_{\text{SME}} > T_{\text{Obf}}$) wird. Dies wird beschrieben durch den letzten Term der rechten Seite von Gl. (6.4). Hier wird dieser Term näherungsweise dargestellt durch

$$E_{\text{th}} = \frac{\dot{M}}{4\pi R^2} c_V (T_{\text{SME}})(T_{\text{SME}} - T_{\text{Obf}}), \quad (6.7)$$

weil T_{SME} und T_{Obf} für gewöhnlich nahezu gleich sind. c_V bezeichnet hier die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen, die in dieser Arbeit mit c_P gleichgesetzt wird (s. Abschnitt 2.1.2).

Gleichung (6.4) ist die Randbedingung für die Wärmeleitungsgleichung an der Oberfläche R (siehe Abschnitt 2.3) und eine nichtlineare Gleichung für die Oberflächentemperatur T_{Obf} . In den Modellrechnungen ist die Temperatur T_{Gl} , die die Strahlungsenergiezufuhr aus der Umgebung beschreibt, ein freier Parameter, da der Abstand zwischen Körper und Sonne nicht von vornherein bekannt ist. Der Parameter T_{Gl} ersetzt daher den Parameter T_{Obf} in den vorherigen Modellrechnungen.

Da die oben beschriebenen Prozesse nur während der Wachstumsphase auftreten, muss man sie im Modell auch nur während dieser Zeit berücksichtigen. Nachdem das Wachstum aufgehört hat, wird die Oberflächentemperatur, verglichen mit der gesamten Entwicklungszeit, sehr schnell wieder zu der vorgeschriebenen Temperatur T_{Gl} zurückkehren. Weil die Betrachtung dieser Prozesse in der Modellrechnung recht zeitaufwendig ist, wurde für die spätere Entwicklungsperiode als Randbedingung wieder eine feste Temperatur verwendet wie in den Modellen mit Instantanbildung. Die in diesem Abschnitt beschriebenen Prozesse wurden daher nur während der Wachstumsperiode berücksichtigt, sowie in den darauffolgenden 10 Ma, ein Zeitraum, der lang genug ist, die Rückkehr auf die Umgebungstemperatur zu garantieren.

Tab. 6.1: Erhaltene χ^2 -Werte der Optimierungen bei verschiedenen Akkretionszeiten t_{Akk} . Zu jeder Akkretionszeit wird das χ^2 des besten erhaltenen Modells zusammen mit der Anzahl insgesamt berechneter Generationen und der Generation, in der das beste Modell auftrat, gezeigt.

t_{Akk} [Ma]	χ^2	berechnete Generationen	Optimum in Generation
0	6,9473	833	813
0,025	6,6928	519	432
0,05	6,9593	495	441
0,1	7,0863	503	503
0,3	6,9617	442	420
1,0	13,8727	472	466
2,0	36,6688	469	464

6.1.3 Lösungsverfahren

Die Gleichungen werden für einen Satz fester Massenschalen mit vorgeschriebenen Massen ΔM_i , $I = 1, \dots, I$, gelöst, so dass $\sum_{i=1}^I M_i$ der Endmasse M_E des Körpers entspricht. Die Aufteilung der Endmasse in Massenschalen bleibt wie in den vorherigen Modellen.

Zu Beginn, bei t_A , sind nur einige wenige der inneren Schalen bis zur Grenze der Schale gefüllt, die der Anfangsmasse nach Gl. (6.3) entspricht, für die der Radius R_0 gleich dem angenommenen Anfangsradius ist (hier 10 km). Dann, während des Wachstums des Körpers, werden die Schalen eine nach der anderen mit Material der Porosität ϕ_{Obf} mit der Rate \dot{M} aufgefüllt. Die im Allgemeinen nur teilweise gefüllte äußere Schale enthält den gegenwärtigen Radius R des Körpers. Dieser Radius folgt aus

$$\frac{4\pi}{3} (R^3 - r_j^3) \rho_0 (1 - \phi_{\text{Obf}}) = M(t) - M_j \quad (6.8)$$

worin j der Index der letzten vollständig gefüllten Schale und r_j der äußere Radius dieser Schale ist. Wenn die Masse die vorgeschriebene Masse der gegenwärtigen äußeren Schale um einen Faktor von 1,2 übersteigt, wird die Schale geschlossen und die überschüssige Masse in die nächstäußere, vorher leere, Schale verlegt, die dann zur neuen äußersten Schale wird.

Tab. 6.2: Optimierte Parameterwerte der Modelle unterschiedlicher Akkretionszeit t_{Akk} bei konstantem $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis = 10^{-8} , und entsprechende Schichttiefen der einzelnen Meteoriten. Für deren Maximaltemperaturen siehe Tab. 6.3.

Physikalische Größe	Modelle verschiedener Akkretionszeit t_{Akk}								Einheit
	t_{Akk}	0,0	0,025	0,05	0,1	0,3	1,0	2,0	
Akkretionszeit	t_{Akk}	0,0	0,025	0,05	0,1	0,3	1,0	2,0	Ma
Bildungszeit	t_{B}	1,843	1,880	1,793	1,862	1,612	1,532	1,509	Ma
Radius	R	195,5	159,7	224,0	199,6	222,1	121,9	88,8	km
Oberflächenporosität	ϕ_{Obf}	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	%
Gleichgewichtstemperatur	T_{Gl}	154	170	163	200	150	265	300	K
Wärmeleitkoeffizient	K_{R}	3,37	2,74	4,63	6,45	4,65	5,73	5,85	W/mK
Maximaltemperatur	T_{Z}	1 284	1 247	1 320	1 236	1 449	1 522	1 531	K
Meteorit	Typ	Tiefe [km]							
Estacado	H6	39,0	35,5	44,7	59,0	42,5	49,5	55,3	
Guareña	H6	40,7	37,0	46,8	59,0	42,5	53,5	75,7	
Kernouvé	H6	32,6	28,6	35,5	47,3	35,4	40,8	51,6	
Mt. Browne	H6	23,6	21,9	26,8	33,1	26,7	32,1	36,2	
Richardton	H5	15,4	14,5	17,3	22,9	17,3	16,7	33,3	
Allegan	H5	14,6	12,6	16,5	19,9	16,5	12,3	15,0	
Nadiabondi	H5	12,0	9,82	13,4	12,2	13,4	12,3	20,3	
Forest Vale	H4	5,82	5,06	6,93	7,96	6,54	5,41	6,70	
Ste. Marguerite	H4	3,14	2,72	3,56	5,26	3,59	5,41	6,70	

Tab. 6.3: Maximatemperturen der Schichttiefen der einzelnen Meteoriten. Für Modellparameter und Schichttiefen siehe Tab. 6.2.

Physikalische Größe	Modelle verschiedener Akkretionszeit t_{Akk}							Einheit	
	t_{Akk}	0,0	0,025	0,05	0,1	0,3	1,0		2,0
Meteorit	Typ	T_{Max} [K]							
Estacado	H6	1 204	1 176	1 227	1 176	1 253	1 290	1 368	
Guareña	H6	1 204	1 178	1 229	1 176	1 253	1 320	1 509	
Kernouvé	H6	1 198	1 169	1 216	1 165	1 231	1 228	1 326	
Mt. Browne	H6	1 181	1 154	1 196	1 138	1 195	1 137	1 112	
Richardton	H5	1 132	1 110	1 139	1 095	1 112	960	1 019	
Allegan	H5	1 124	1 088	1 130	1 074	1 121	896	800	
Nadiabondi	H5	1 088	1 045	1 091	985	1 069	896	870	
Forest Vale	H4	936	913	947	903	911	772	700	
Ste. Marguerite	H4	774	808	820	832	803	772	700	

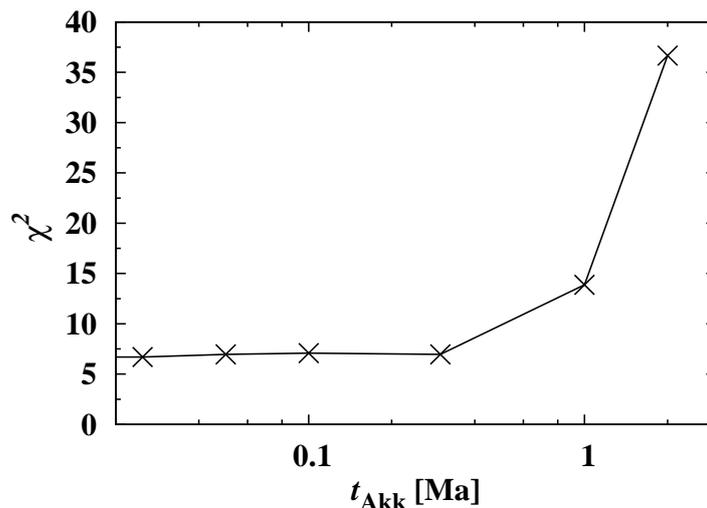


Abb. 6.1: χ^2 -Werte aus Tab. 6.1 gegen ihre Akkretionszeit t_{Akk} aufgetragen (Kreuze). Mit Ausnahme des Modells bei $t_{\text{Akk}} = 0,1$ Ma nimmt der χ^2 -Wert ausgehend vom Modell mit $t_{\text{Akk}} = 25$ ka zu längeren Akkretionszeiten monoton zu. Die Abweichung dieses Modells von der Monotonie ist jedoch marginal. Bei Akkretionszeiten bis 0,3 Ma ist das χ^2 nahezu konstant, erst ab Akkretionszeiten über 0,3 Ma treten erheblich höhere Werte auf.

6.2 Ergebnisse

6.2.1 Auswirkungen der Akkretionszeit auf die Modellparameter

Es wurden mehrere Optimierungen bei Akkretionszeiten zwischen 25 ka und 2 Ma durchgeführt, wobei das $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis auf 10^{-8} festgehalten wurde. Außerdem wurde der erlaubte Radiusparameterraum auf 300 km erweitert, da es möglich ist, dass der Radius eines Körpers mit längerer Akkretionszeit größer ist, um die größeren Wärmeverluste zu Beginn der Wachstumsphase auszugleichen.

Die Ergebnisse sind in den Tabellen 6.1, 6.2 und 6.3 gezeigt. Die Ergebnisse von Modell 2 aus Abschnitt 5.2 für die Instantanbildung werden in Tab. 6.2 noch zusätzlich zum Vergleich als Modell für $t_{\text{Akk}} = 0$ angegeben. Die Abkühlkurven des Modells mit 2 Ma Akkretionszeit sind in Abb. 6.2 gezeigt.

Tabelle 6.1 und Abb. 6.1 entnimmt man, dass mit Ausnahme des Modells mit 0,1 Ma Akkretionszeit der Wert für χ^2 monoton mit steigender Akkretionszeit zunimmt. Bei steigender Akkretionszeit nimmt die Bildungszeit der Modelle monoton bis hin zur niedrigsten erlaubten Bildungszeit von 1,5 Ma ab. Außerdem wird eine Tendenz für den Radius und die maximale Zentraltemperatur beobachtet, während der Wärmeleitkoeffizient K_{R} steigt. Jedoch scheint das Modell mit 0,1 Ma Akkretionszeit nicht in die Reihe der Modelle mit den anderen Akkretionszeiten zu passen,

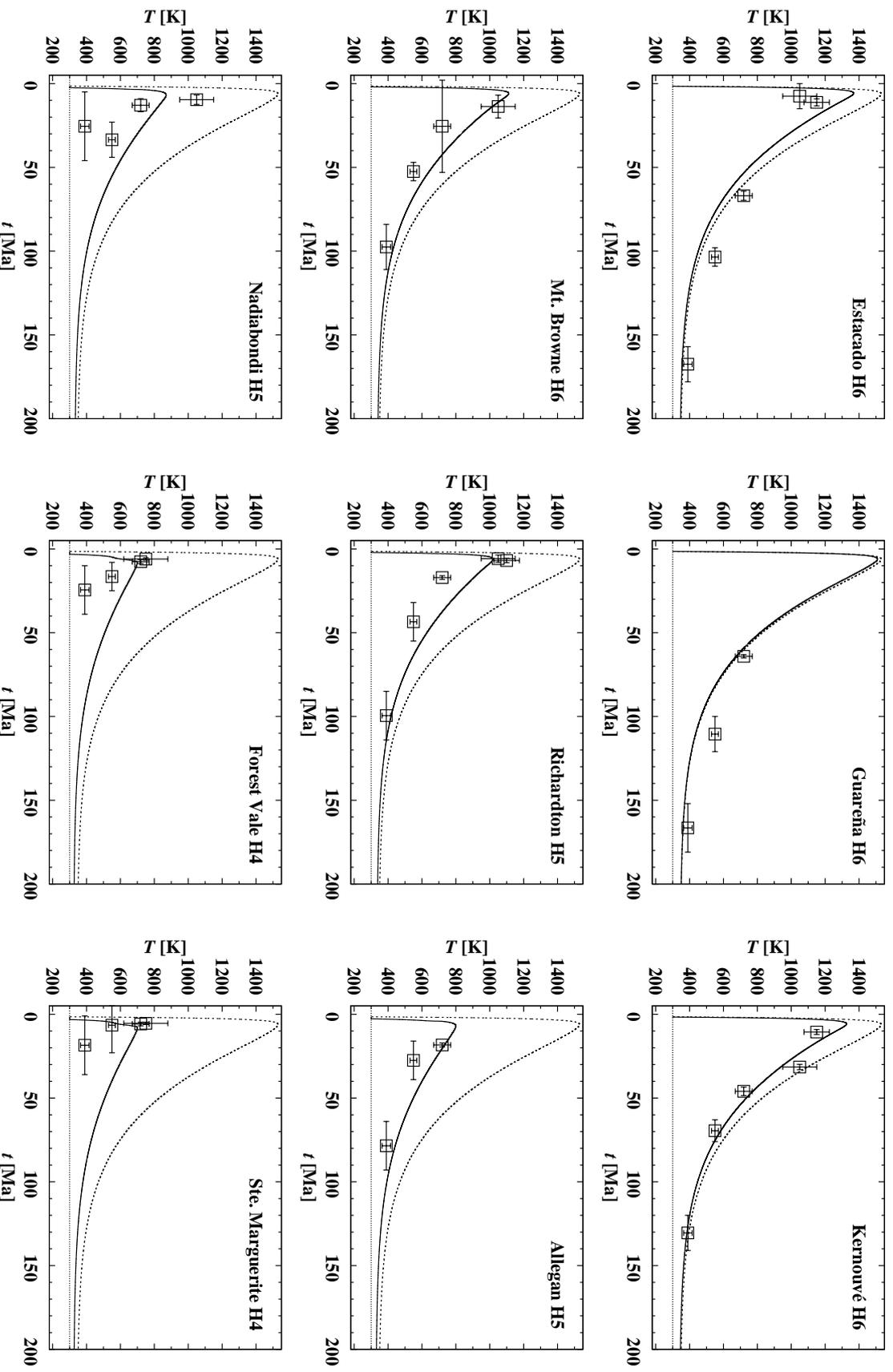


Abb. 6-2: Temperatureentwicklung für ein Modell mit 2 Ma Akkretionszeit. Die durchgezogenen Linien zeigen die Temperaturentwicklung in den Meteoritenschichttiefen im Asteroiden, wie sie durch den Evolutionsalgorithmus bestimmt wurden. Die gestrichelten Linien zeigen die Temperaturentwicklung im Zentrum des Körpers und die gepunkteten Linien die vorgeschriebene Oberflächentemperatur. Die offenen Quadrate stellen die einzelnen Datenpunkte dar und die Fehlerbalken die Unsicherheiten der Altersbestimmungen und Schmelztemperaturen (Henke et al. 2013).

denn keine der Tendenzen aus den anderen Modellen werden bei diesem Modell auch beobachtet. Daher scheint dieses Modell ein Ausreißer zu sein, denn da es außerdem im Vergleich zu den umgebenden Modellen mit ähnlicher Akkretionszeit ein leicht höheres χ^2 besitzt, ist es möglich, dass der genetische Algorithmus das „globale Optimum“ noch nicht gefunden hat, als die Optimierung beendet wurde. Es ist ein allgemeines Problem in nichtlinearen Optimierungsproblemen, dass es kein offensichtliches Kriterium gibt, das einem erlaubt zu erkennen, wann das Optimum gefunden wurde. Weiterhin ist der χ^2 -Unterschied in den Modellen sehr klein, was heißt, dass das optimale Modell, das für 0,1 Ma gefunden wurde, im Prinzip fast genauso gut ist wie ein möglicherweise existentes „besseres Optimum“, das in die oben erwähnten Tendenzen passt. Dieser nur sehr kleine Unterschied im χ^2 erschwert es dem genetischen Algorithmus, dieses „bessere Optimum“ zu finden.

Für ein erhebliches Aufschmelzen ausreichende maximale Zentraltemperaturen treten erst ab den Modellen mit Akkretionszeiten $\geq 0,3$ Ma auf. Was die Änderung der Schichttiefen mit der Akkretionszeit angeht, sind keine allgemeinen Tendenzen erkennbar. Nur im Modell mit 2 Ma Akkretionszeit gibt es einige Unterschiede in den Schichttiefen im Vergleich mit den anderen Modellen. Denn während in den anderen Modellen die Tiefen der beiden H6 Meteoriten Estacado und Guareña mit höchstens 5 km Abstand nahe beieinander liegen, findet man im Modell mit 2 Ma Akkretionszeit plötzlich einen Abstand von mehr als 20 km. Dies lässt sich über die folgenden zwei Argumente erklären: Erstens sieht man in Abb. 6.2, dass die U-Pb-Pb- (Schließtemperatur $T_S = 720 \pm 50$ K), Ar-Ar ($T_S = 550 \pm 20$ K) und Pu-Spaltspuralter ($T_S = 390 \pm 25$ K) von Estacado und Guareña nicht gut gefittet werden, weil die erforderlichen Temperaturen nirgendwo im Körper erreicht werden können, und der Algorithmus die Meteoritenschichten daher ins Zentrum legt. Zweitens sind für Estacado ein Hf-W- ($T_S = 1150 \pm 75$ K) und ein Pb-Pb-Alter ($T_S = 1050 \pm 100$ K) verfügbar, die die Optimierung zwingen, Estacado in eine deutlich kleinere Tiefe zu legen, damit die Hf-W- und Pb-Pb-Datenpunkte getroffen werden. Für Guareña sind diese Punkte nicht verfügbar, weshalb der Algorithmus diesen dem ersten Argument entsprechend ins Zentrum setzt.

Vergleichbares findet man bei den H5-Meteoriten. Es gibt einen plötzlichen Anstieg der Tiefen von Richardton und Nadiabondi im Modell mit der längsten Akkretionszeit, der bei Allegan nicht auftritt. Das heißt, im Modell mit 1 Ma Akkretionszeit sind die Schichttiefen von Richardton, Allegan und Nadiabondi 16,7, 12,3 und 12,3 km, während sie im Modell mit 2 Ma Akkretionszeit 33,3, 15,0 und 20,3 km betragen. Den Grund hierfür erkennt man leicht in Abb. 6.2: Der Modellfit von Alle-

gan legt eine scheinbar niedrigere Tiefe als die für Richardton und Nadiabondi nahe. Die höheren Tiefen der letzteren ergeben sich aus der Existenz der Pb-Pb-Alter von Richardton und Nadiabondi und aus dem Hf-W-Alter von Richardton, die Temperaturen von 1050 ± 100 bzw. 1100 ± 75 K erfordern. Die Pb-Pb-Schließtemperatur wird bei Nadiabondi nicht einmal erreicht. Da die Abkühlkurve von Allegan keine solchen hohen Temperaturen erreichen muss, ergibt sich für diesen eine geringere Tiefe.

In den Modellen mit Instantanbildung in Abb. 5.1 hat die Gegenwart oder Abwesenheit dieser Hochtemperaturabkühlalter offenbar keine Auswirkung auf die Wahl der Schichttiefe. Demnach passen die Fits der Modelle mit kurzen Akkretionszeiten sehr gut zu den Daten, wohingegen in dem Modell mit langer Akkretionszeit der Fit für Estacado eher künstlich erscheint.

Modellrechnungen der Protoplanetenbildung im Sonnennebel zufolge (z. B. Nagasawa et al. 2007, Weidenschilling & Cuzzi 2006) sollte die Akkretionszeit von der Größenordnung 0,1 Ma sein. Daher ist zu erwarten, dass der Wert von χ^2 zu sehr langen Akkretionszeiten hin zunimmt, aber auch, wenn sich die Akkretionszeit Richtung Instantanbildung bewegt, da nicht anzunehmen ist, dass der Wachstumsvorgang instantan verlaufen ist. Dies findet man in etwa auch in den hier vorgestellten Modellen. Das niedrigste χ^2 erhält man im Modell mit 0,025 Ma Akkretionszeit. Dies ist niedriger als der Wert aus Model 2 und aus dem Modell mit 0,05 Ma Akkretionszeit. Allerdings sind die Unterschiede in den χ^2 der Modelle mit Akkretionszeiten von 0 Ma bis 0,3 Ma sehr klein und wahrscheinlich bedeutungslos, weil sie von der Größenordnung der Fluktuationen von χ^2 während der Optimierungen sind, die in der Nähe des Optimums beobachtet wurden (siehe Abb. 4.3). Daher kann man aus den Ergebnissen nur den Schluss ziehen, dass alle Akkretionszeiten zwischen null und einem Wert von der Größenordnung 0,1 Ma mit dem Meteoritenbefund verträglich sind.

Zu Beginn des Wachstumsprozesses ist der Körper klein verglichen mit der Endgröße. Dies bedeutet ein größeres Oberfläche-Volumen-Verhältnis und daher einen größeren Wärmeverlust. Daher muss sich der Körper zur Erreichung der beobachteten hohen Schließtemperaturen bei langen Akkretionszeiten früher bilden, um die frühen hohen Verluste über eine höhere Wärmeerzeugung durch radioaktiven Zerfall zu kompensieren. Das beobachtet man in den Modellen mit längeren Akkretionszeiten an den in den Rechnungen erhaltenen früheren Bildungszeiten. Eine längere Akkretion bedeutet, dass die Bildung des Körpers früher beginnen muss, als wenn sich derselbe Körper instantan bilden würde. Und die Akkretion sollte erst nach dem instantan gebildeten Körper abgeschlossen sein. Dies wird auch in allen Modellen

beobachtet.

Dass die Wärmeleitfähigkeit in den Modellen zu längeren Akkretionszeiten hin zu- und der Radius abnimmt, kann mit der Notwendigkeit, die größere Wärmemenge, die aufgrund der früheren Bildungszeit erzeugt wurde, während der Abkühlperiode wieder abzustrahlen, erklärt werden.

Außerdem sind die Fits von Ste. Marguerite und Forest Vale nicht in der Lage, die Ar-Ar- und Pu-Spaltspurabkühlalter zu durchlaufen, weil der Abfall der Abkühlkurven zu flach ausfällt. Der Körper muss nämlich wegen der frühen Bildungszeit eine kleine Größe zusammen mit einer hohen Wärmeleitfähigkeit aufweisen, damit genug Wärme abgegeben werden kann. Deshalb ist die Abkühlung in den Oberflächenregionen effektiver und die Schichten für die H4-Meteoriten müssen tiefer sein, damit die U-Pb-Pb-Schließtemperatur von 720 ± 50 K erreicht werden kann (Die Tiefe der Ste. Marguerite-Schicht beträgt 6,7 km, während im Modell mit 0,025 Ma Akkretionszeit die Tiefe nur 2,7 km beträgt). In diesen Tiefen ist der Abkühlprozess langsamer, was in viel flacheren Abkühlkurven für die H4-Meteoritenschichten resultiert, die nicht in der Lage sind, die Ar-Ar- und Pu-Spaltspurdaten zu durchlaufen.

Wie bereits erwähnt, legen andere Modelle Akkretionszeiten der Größenordnung 0,1 Ma für Körper der in dieser Arbeit betrachteten Größen nahe. Da dies, verglichen mit der Halbwertszeit von ^{26}Al ($t_{\text{H}} = 0,72$ Ma), klein ist, wurde hier angenommen, dass die Instantanbildung eine gute Näherung ist. Die hier präsentierten Modelle für endliche Akkretionszeiten bestätigen dies. Da die Abkühlalterdatenpunkte nur Informationen über den abnehmenden Teil der Temperaturkurven liefern, nachdem die Höchsttemperatur erreicht wurde, kann man erwarten, dass alle Prozesse, die sich auf die Seite des Anstiegs der Temperaturkurve auswirken, nur kleine Auswirkungen auf den χ^2 -Wert haben, solange die Zeit und Höhe des Auftretens der Höchsttemperatur nicht erheblich verändert werden.

6.2.2 Berücksichtigung vorgeheizten Einfallmaterials

Modelle für Planetesimalwachstum und Protoplanetenbildung zeigen, dass der größte Teil des einfallenden Materials während des „run away growths“ nicht in Form feinen Staubs sondern in Form von kilometergroßen *Brocken* hinzugefügt wird. Diese Brocken können groß genug gewesen sein, um die durch radioaktiven Zerfall freigesetzte Wärme teilweise in ihrem Inneren zu halten, so dass ihre innere Temperatur gegenüber derjenigen der umgebenden Scheibe erhöht war. Demnach hätte das vom wachsenden Körper aufgenommene Material eine höhere Temperatur gehabt als Material, das im thermischen Gleichgewicht mit der umgebenden Akkretionsscheibe war,

wie in den vorigen Modellen angenommen wurde.

Dies ist nicht wichtig, so lange die Akkretionsdauer klein im Vergleich mit der Halbwertszeit von ^{26}Al ist, weil diese Zeit dann zu kurz für eine wesentliche Aufheizung der Brocken ist. Bei langen Akkretionszeiten könnte jedoch eine Vorheizung der Brocken die thermische Struktur des wachsenden Körpers ändern und in extremen Fällen könnten die Brocken sogar schon teilweise oder vollständig gesintert sein.

Um herauszufinden, wie wichtig eine mögliche Vorheizung der Brocken für die Entwicklung der Mutterkörper sein kann, wird ein vereinfachtes Modell des Wachstums betrachtet. Es wird angenommen, dass die zum wachsenden Körper hinzukommende Masse auf Einschläge kleiner Planetesimale von 10 km Durchmesser zurückgeht. Dies entspricht der Größenordnung der größten Planetesimale im Planetesimalschwarm bei Einsetzen des schnellen Wachstums großer Körper (z. B. in Weidenschilling 2008, dortige Fig. 4). Sie wachsen innerhalb von ca. 0,1 Ma von 1 km auf 10 km. Bei Größen von einem Kilometer oder weniger sind die Körper zu klein um sich wesentlich aufzuheizen (siehe Abschnitt 3.2.3), das heißt, während der frühesten Bildungszeit gibt es wegen des effizienten Wärmeverlustes keinen signifikanten Temperaturanstieg innerhalb der Brocken. Die Aufheizung der Brocken beginnt nicht früher als 0,1 Ma vor Einsetzen des Mutterkörperwachstums. Im Modell wird gleichzeitig ein Modell für die Entwicklung des Mutterkörpers und für die Aufheizung der Brocken berechnet, wobei die kleine Vorläuferheizung vernachlässigt wird.

Die Temperaturentwicklung der Brocken wird auf vereinfachte Weise bestimmt. Da angenommen wird, dass die Brocken sich nicht so stark aufheizen, dass sie zu sintern anfangen, ändern sich ihre Porosität und Wärmeleitung nicht und behalten ihre Anfangswerte bei. Dann wird die Temperaturverteilung in den Brocken über eine analytische Lösung (Miyamoto et al. 1981, siehe Hevey & Sanders, 2006, für eine korrigierte Version) des Temperaturentwicklungsproblems in der Instantanbildungsnäherung berechnet. Das spart Rechenzeit. Die für diesen Teil der Rechnung verwandten Parameter sind in Tab. 6.4 angegeben, für die Aufheizung werden dieselben Parameter wie für den Mutterkörper benutzt.

Zuerst wurde untersucht, unter welchen Bedingungen die Brocken Zentraltemperaturen erreichen, bei denen Sintern möglich ist. Hierfür wurden Modelle für Körper mit Radien zwischen 0,1 und 20 km gerechnet, die alle 2 Ma nach CAI-Bildung mit einer Porosität von 30% entstanden sind. Für diese wurde der Zeitpunkt, an dem die Temperaturdifferenz zwischen Zentrum und Oberfläche, ΔT , einen bestimmten Wert erreicht hat, bestimmt. Die Ergebnisse sind in Abb. 6.3 gezeigt. Die Linie mit $\Delta T = 500 \text{ K}$ repräsentiert die Grenze, bei der Sintern einsetzt (typischerweise bei

Tab. 6.4: Für die Berechnung der thermischen Entwicklung der Brocken verwendete Modellparameter. (Der Wert der spezifischen Wärme ist der Wert, der für die Oberflächentemperatur über die Näherung von Yomogida & Matsui (1984) berechnet wurde, die in allen Modellen dieser Arbeit verwendet wird.)

Parameter	Einheit	Wert
Wärmeleitkoeffizient	W/mK	4
Dichte	kg/m ³	3780
Spezifische Wärme	J/kgK	519
Porosität		0,3
Oberflächentemperatur	K	200

700 K Zentraltemperatur = $\Delta T + T_{\text{Obf}}$). Die Ergebnisse zeigen, dass die Brocken selbst schon durch Sintern vorkompaktiert sind, wenn ihr Radius größer als 5 km ist *und* wenn sie später als 0,7 Ma nach Einsetzen des Wachstums in den Mutterkörper eingebaut wurden. In diesem Fall ist das akkretierte Material nicht mehr porös und das Wachstum läuft über dichte Felsbrocken ab. Eine solche Art des Wachstums wird nicht durch das thermische Entwicklungsmodell dieser Arbeit abgedeckt. Das heißt, dass, wenn ein Mutterkörper sich vollständig innerhalb einer Zeitspanne von weniger als 0,7 Ma gebildet hat *oder* wenn er aus Brocken mit geringerer Größe als 5 km gebildet wurde, das Wachstum über strukturell unveränderte poröse Planetesimale ablief.

Wenn vorgeheizte Brocken mit dem wachsenden Körper kollidieren, wird erwartet, dass sie wegen ihrer hohen Porosität und ihres niedrigen Widerstands gegen Bersten dabei zerstört werden. Daher kann vereinfacht angenommen werden, dass das Material vollständig durchmischt wird und sich mit seiner mittleren Temperatur auf dem Körper verteilt (man beachte, dass c_V , und damit c_P (s. Abschnitt 2.1.2), im gesamten Körper als konstant angesehen wird),

$$\bar{T}_B(t) = \frac{3}{R_B^3} \int_0^{R_B} T_B(r, t) r^2 dr, \quad (6.9)$$

wobei R_B der Radius der Brocken und $T_B(r, t)$ deren innere Temperaturverteilung bedeuten. In Modell für die thermische Entwicklung wurde Gl. (6.4) abgeändert unter Benutzung der mittleren Temperatur $\bar{T}_B(t)$ des Materials in den Brocken für die Temperatur T_{SME} , die die Temperatur des aufgesammelten Materials repräsentiert. Diese Temperatur erhält man aus der analytischen Lösung (Hevey & Sanders 2006) der Temperaturentwicklung für die Brocken, die bei jedem Zeitschritt des Wachstumsmodells berechnet wird.

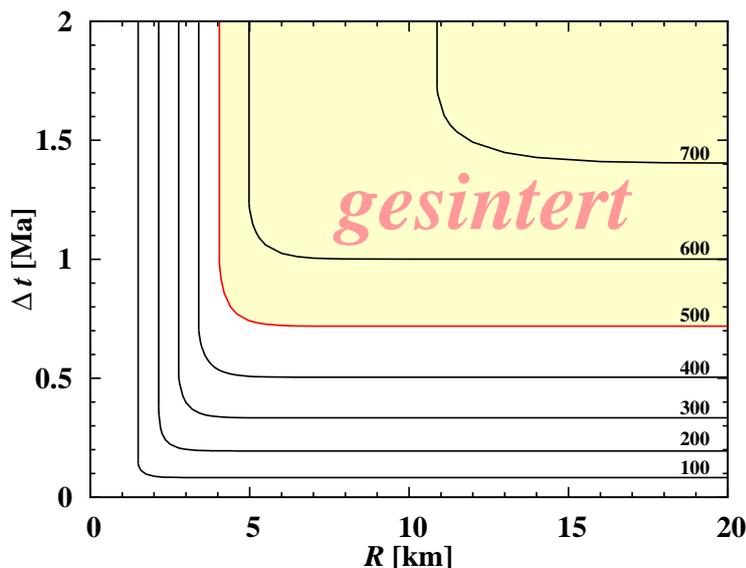


Abb. 6.3: Linien konstanter Temperaturdifferenz ΔT zwischen Oberfläche und Zentrum für Körper der Radien R und für verschiedene Zeiten Δt nach der Bildung des Körpers. In allen Fällen wird eine typische Bildungszeit von 2 Ma nach CAI-Bildung angenommen. Die Oberflächentemperatur wurde auf $T_{\text{Obf}} = 200$ K gesetzt. Die rote Linie repräsentiert die absolute Temperatur von 700 K ($T_{\text{Obf}} + \Delta T$) im Zentrum, welche die typische Temperatur ist, bei der Sintern auftritt (Henke et al. 2013).

Abb. 6.4a zeigt beispielhaft die Entwicklung der mittleren Temperatur $\bar{T}_B(t)$ und der Zentraltemperatur eines 10 km großen Körpers, die während der oben beschriebenen Wachstumsphase berechnet wurde. Nach diesem Modell erreicht der Körper hohe Temperaturen während der ersten 1 Ma, wie aus Abb. 6.3 erwartet, und beginnt mit dem Sintern und Schmelzen. In Modellen, in denen die Akkretion bis über diesen Punkt hinaus andauert, ist das Modell dieser Arbeit für die thermische Entwicklung des Mutterkörpers nicht mehr anwendbar. Genau genommen müssen die Berechnungen auf hinreichend kleine Akkretionszeiten ($\lesssim 0,1$ Ma, siehe Tab. 6.1) beschränkt werden, die mit dem Meteoritenbericht der H-Chondriten kompatibel zu sein scheinen.

Zur Abschätzung, wie weit die Einsammlung vorgeheizter Brocken die Entwicklung des Mutterkörpers verändert, werden Ergebnisse für einen Körper vorgestellt, der sich 2 Ma nach CAI-Bildung mit einer Akkretionszeit von 1 Ma und Anfangsporosität 30% in einer Umgebung mit der Temperatur von 200 K durch Aufsammeln von Brocken der Größe 10 km bildet. Die mittlere Temperatur dieser aufgesammelten Körper wird durch ihre Zentraltemperatur ersetzt. Diese Werte sind alle so gewählt, dass sie die betrachteten Effekte gegenüber einer realen Entwicklung überschätzen.

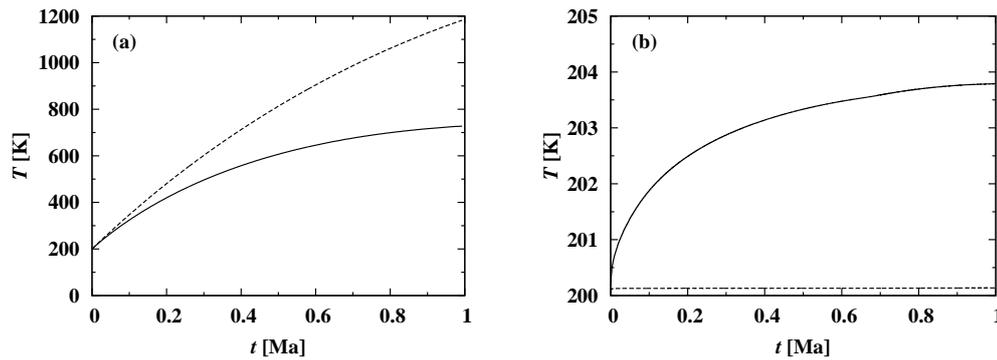


Abb. 6.4: (a) Temperaturentwicklung eines Brockens mit Radius $R = 10$ km während der Akkretion eines Mutterkörpers mit Akkretionszeit 1 Ma und Bildungszeit 2 Ma nach CAI-Bildung. Gestrichelte Linie: Zentraltemperatur des Körpers. Durchgezogene Linie: mittlere Temperatur des Materials im Körper. (b) Durchgezogene Linie: Oberflächentemperatur eines Mutterkörpers, der sich durch Aufsammeln der 10 km großen vorgeheizten Körper aus Abb. (a) bildet. Gestrichelte Linie: Oberflächentemperatur eines Mutterkörpers, der sich durch die Akkretion von Planetesimalen bildet, deren Temperaturen denen des thermischen Gleichgewichts mit der Umgebung entsprechen (Henke et al. 2013).

Die Motivation hierfür ist zu zeigen, dass die resultierenden Effekte sehr klein sind und im Prinzip vernachlässigt werden können.

Abb. 6.4b zeigt, wie sich die Oberflächentemperatur eines Mutterkörpers in diesem Fall entwickelt, der die vorgeheizten Brocken mit den Temperaturen aus Abb. 6.4a aufsammelt. Der Temperaturunterschied zur Umgebung erreicht nicht einmal 5 K. Daher ist nicht zu erwarten, dass man aufgrund der Vernachlässigung der Vorheizung eingesammelter Körper wie in den vorigen Kapiteln zu falschen Schlussfolgerungen kommt.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde ein Modell für die thermische Entwicklung von Asteroiden erstellt, das die kalte Verdichtung und das Sintern durch heißes isostatisches Pressen des zunächst porösen chondritischen Materials berücksichtigt. Dessen Wärmeleitfähigkeit wurde durch die Kombinierung neuer Daten von Krause et al. (2011a) für hochporöses Material mit Daten poröser Chondriten von Yomogida & Matsui (1983) bestimmt. Ziel der Arbeit war ein Vergleich des Modells mit aktuellen empirisch bestimmten Meteoritenabkühlalterdaten.

Es wurde zunächst eine Parameterstudie durchgeführt. Die Ergebnisse waren, dass das Sintern in einem sehr kurzen Zeitraum von ca. 0,1 Ma abläuft und die Temperaturentwicklung nicht kritisch von der Außentemperatur abhängt, jedoch vom angenommenen Wärmeleitkoeffizienten K_0 . Außerdem können bereits in sehr kleinen Körpern (ca. 0,5 km) die zum Sintern notwendigen Temperaturen auftreten, während bei kompakten Körpern die entsprechenden Temperaturen erst bei deutlich größeren Körpern (ca. 5 km) erreicht werden.

Außerdem wurde zunächst testweise ein Modell von Hand an Abkühlalter von zwei H-Chondriten, Kernouvé (H6) und Richardton (H5), angeglichen. Es war möglich, Werte für die Mutterkörpergröße und Bildungszeit zu finden, für die die empirisch bestimmten Abkühlalter der beiden H5- und H6-Chondriten mit guter Genauigkeit reproduziert werden konnten.

Dieses Modell sagt voraus, dass Material der petrologischen Typen 3 bis 5 relativ dicht unter der Oberfläche liegt. Dies liegt an dem, verglichen mit Modellen kompakter Körper, starken Isolationsvermögen der äußeren Regolithschicht, die den Sintervorgang übersteht. Diesbezüglich weicht das in dieser Arbeit vorgestellte Modell beträchtlich von denjenigen früheren Modellen ab, die auf dem analytischen Modell von Miyamoto et al. (1981) basieren. Andere Eigenschaften des Modells ähneln den

älteren Modellen; insbesondere der Radius und die Bildungszeit unterscheiden sich nicht nennenswert.

Im nächsten Schritt erlaubte die Verwendung eines Evolutionsalgorithmus die Anpassung des Modells an Abkühlalter von acht H-Chondriten, für die ausreichend Daten verfügbar waren. Auch hier konnten Sätze von Modellparametern gefunden werden, die Modelle ergeben, deren thermische Entwicklung die empirisch bestimmten Abkühlalter aller H-Chondriten reproduziert.

Dieses Verfahren erlaubte, ein Modell durch gleichzeitiges Verändern vieler Modellparameter an zahlreiche Daten anzugleichen. Allerdings musste hierzu eine beträchtliche Anzahl vollständiger Evolutionsmodelle berechnet werden. Jedoch war das implizite Lösungsverfahren schnell genug, so dass sich keine Beschränkungen des Verfahrens auf das Problem ergaben.

Die Ergebnisse zeigten, dass das Zwiebelschalenmodell die thermische Entwicklungsgeschichte aller verwendeten Meteoriten reproduziert. Für sechs der acht Meteoriten kann die Übereinstimmung sogar als exzellent bezeichnet werden.

Die rekonstruierten Eigenschaften des Mutterkörpers sind mit denen vergleichbar, die in Modellen von anderen gefunden wurden, die verschiedene Näherungen und Werte für die Materialeigenschaften verwendeten. Die kleineren Unterschiede, die zwischen den einzelnen Modellen auftreten sind wahrscheinlich auf die verschiedenen verwendeten Näherungen zurückzuführen.

Als ein nächster Schritt in dieser Arbeit wurden das Modell der thermischen Entwicklung von Asteroiden und der Optimierungsalgorithmus erweitert. Die Hauptverbesserungen waren (i) ein besserer Schichttiefenbestimmungsalgorithmus, (ii) die Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit durch die Anwendung eines Fits zu den Labordaten von Xu et al. (2004) und (iii) die Berücksichtigung des Körperwachstums. Außerdem wurden weitere Abkühlalter für die acht vorhergehenden H-Chondriten sowie für einen neunten in den Datensatz aufgenommen.

Daraufhin wurden weitere Optimierungen unter Anwendung der Instantanbildungsnäherung durchgeführt, um zu testen, ob die Einführung einer temperaturabhängigen Wärmeleitfähigkeit und das neue Verfahren zum Finden der Meteoritenschichttiefen wesentliche Auswirkungen auf die rekonstruierten Eigenschaften des H-Chondritenmutterkörpers haben. Es wurden vier Modelldurchläufe mit allen Kombinationen von festgehaltenem oder mitoptimiertem Wärmeleitkoeffizienten und $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ -Verhältnis durchgeführt.

Die meisten Modellparameter verändern sich nur leicht und bleiben in dem in

Abschnitt 4.3 und ebenfalls in dem von anderen Autoren gefundenen Bereich. Es ergeben sich aber erheblich größere Radien, begleitet von einer niedrigen Porosität. Diese Modellergebnisse scheinen eher robust zu sein und nicht kritisch von den Details der implementierten physikalischen Prozesse abzuhängen.

Ferner konnte mit den Modellen gezeigt werden, dass ^{60}Fe als Wärmequelle für die thermische Entwicklung des H-Chondriten offenbar keine nennenswerte Rolle spielt und dass das in den Optimierungen erhaltene Verhältnis von $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$ in der Größenordnung den niedrigsten in Meteoriten gefundenen Werten entspricht.

Bis zu diesem Punkt wurde in dieser Arbeit die Näherung der Instantanbildung verwendet, obwohl die Asteroiden sich über einen gewissen Zeitraum gebildet haben. Auf Grund des „Run-away-Growth“ beträgt diese Zeitspanne wohl nur ca. 10^5 Jahre, was deutlich kürzer als die ^{26}Al -Halbwertszeit ist. Die Verwendung dieser Näherung sollte sich nicht wesentlich auf die Ergebnisse ausgewirkt haben.

Um dies zu überprüfen, wurde das Wachstum des Körpers über eine endliche Akkretionszeit in die Modellierung miteinbezogen. Es wurde eine lineare Massenzunahme über die Akkretionszeit betrachtet, da dies, verglichen mit ungleichförmigen Massenakkretionsgesetzen, bei niedrigen Schichttiefen den größten Unterschied in der Temperaturentwicklung im Vergleich zu Modellen mit Instantanbildung zur Folge haben sollte. Durch Variation der Akkretionsdauer wurde überprüft, ob der Meteoritenbefund Informationen über die Dauer der Akkretion des Mutterkörpers enthält. Ferner wurde mit Hilfe einer einfachen Näherung untersucht, inwiefern es sich auf die thermische Entwicklung der Asteroiden auswirkt, wenn die Körper, die beim Wachstum in den Mutterkörper eingebaut werden, bereits hohe Temperaturen entwickeln, so dass sie bereits durch Sintern vorverdichtet sind.

Für die H-Chondriten ergab die Optimierung der Parameter vernünftige Modellfits, die kompatibel mit der beobachteten Geschichte der Meteoriten sind, wenn die Akkretionszeit hinreichend kurz ist, das heißt $\lesssim 0,3$ Ma. Jenseits dieser werden die Modellfits bei steigender Dauer der Wachstumsphase zunehmend schlechter. Die Ergebnisse zeigen, dass der H-Chondritenmutterkörper den Großteil seiner Masse innerhalb eines kurzen Zeitraums, verglichen mit der ^{26}Al -Halbwertszeit, akkretiert haben muss, wahrscheinlich sogar in einer sehr viel kürzeren Zeit. Daher scheint nur ein schnelles Wachstum mit der Thermochronologie der H-Chondriten verträglich zu sein. Genauere Informationen über die Länge der Akkretionszeit können aufgrund der kleinen Anzahl an brauchbaren Meteoriten und der mangelnden Genauigkeit eines Großteils der Daten gegenwärtig jedoch nicht erhalten werden. Die Untersuchung des Einflusses der Vorheizung der während des Wachstum in den Körper eingebau-

ten Körper ergab, dass ein solcher Fall nur kleine Änderungen bewirkt, sofern die Akkretionszeiten so kurz sind, wie dies der Meteoritenbefund nahelegt. Aus diesen Gründen erscheint die Verwendung der Instantanbildungsnaherung in künftigen Modellen auf jeden Fall als gerechtfertigt.

In Modellen werden so gut wie immer mehr oder weniger erhebliche Vereinfachungen verwendet, die zum Teil dem Rechenaufwand geschuldet sind, den eine korrekte Behandlung verursachen würde, und zum Teil darauf zurückzuführen sind, dass die Datenlage keine bessere Beschreibung zulässt. Eine erhebliche Vereinfachung in diesem Modell besteht darin, dass die Wärmeleitfähigkeit des porösen Materials einem Fit an nicht ganz repräsentative Daten (Silikatpulver statt Staub der protoplanetaren Scheibe, siehe Krause et al. 2011a) entnommen wurde. Es wäre aber wünschenswert, die Wärmeleitung auf rechnerischem Wege aus den Eigenschaften des Chondritmaterials direkt abzuleiten, was gegenwärtig noch nicht möglich erscheint. Außerdem wird es nötig sein, mehr und genauere radiometrische Alter für einen breiteren Probenbereich zu erhalten.

Andere Vereinfachungen sind die vereinfachte Behandlung des Sinterns und der Außentemperaturrandbedingung. Das Sintern wurde nach derselben theoretischen Beschreibung wie in Yomogida & Matsui (1984) behandelt, um einen Vergleich der Ergebnisse mit deren Modell zu ermöglichen. Im Rahmen des Projektes, in dem diese Doktorarbeit durchgeführt wurde, ist geplant, diese Behandlung des Sinterns später durch eine weiter fortgeschrittene Theorie des heißen isostatischen Pressens zu ersetzen.

Mögliche weiterführende Arbeiten zu diesem Thema, die zum Teil auch im besagten Projekt durchgeführt werden sollen, wäre z. B. die Erweiterung des Modells auf wasserhaltige Körper, was die Modellierung der Mutterkörper kohligler Chondriten ermöglichen würde. In diesem Zusammenhang könnte auch die Zusammensetzung der Körper aus derjenigen der protoplanetaren Scheibe an dem Ort, an dem sich der Körper gebildet hat, abgeleitet werden. Das würde die Modellierung der thermischen Entwicklung von Planetesimalen in anderen Regionen des Sonnensystems als dem Asteroidengürtel ermöglichen.

Ferner wäre es auch möglich, das Modell an Abkühlalter anderer Meteoritenklassen anzupassen, um auf Eigenschaften ihrer Mutterkörper zu schließen, vorausgesetzt, es finden sich genug geeignete Abkühlalter für die Meteoriten der entsprechenden Klassen.

Literaturverzeichnis

- Agee, C. B., Li, J., Shannon, M. C., & Circone, S. 1995, *J. Geophys. Res.*, 100, 17725
- Akridge, G., Benoit, P. H., & Sears, D. W. 1998, *Icarus*, 132, 185
- Akridge, G., Benoit, P. H., & Sears, D. W. G. 1997, *Lunar Plan. Sc. Conf.*, XXVIII, 1178
- Amelin, Y., Ghosh, A., & Rotenberg, E. 2005, *Geochim. Cosmochim. Acta*, 69, 505
- Anders, E. & Grevesse, N. 1989, *Geochim. Cosmochim. Acta*, 53, 197
- Arzt, E. 1982, *Acta metall.*, 30, 1883
- Arzt, E., Ashby, M. F., & Easterling, K. E. 1983, *Metallurgical Transact. A*, 14A, 211
- Baer, J., Chesley, S., & Britt, D. 2011, *Asteroid Masses V2.0.*, eAR-A-COMPIL-5-ASTMASS-V2.0, NASA Planetary Data System
- Baer, J. & Chesley, S. R. 2008, *Celestial Mech Dyn Astr*, 100, 27
- Belton, M. J. S., Chapman, C. R., & Ververka, J. 1994, *Science*, 265, 1543
- Bennett, M. & McSween, H. Y. 1996, *Meteoritics & Plan. Sci.*, 31, 783
- Benoit, P. & Sears, W. G. 1996, *Lunar Planet. Sci. Conf. Lett.*, 28, 1178
- Birck, J. L. & Lugmair, G. W. 1988, *Earth & Plan. Sci. Lett.*, 90, 131
- Bizarro, M., Baker, J. A., & Haack, H. 2004, *Nature*, 431, 275
- Blinova, A., Amelin, Y., & Samson, C. 2007, *Meteoritics & Plan. Sci.*, 7/8, 1337
- Bouvier, A., Blichert-Toft, J., Moynier, F., Vervoort, J., & Albarède, F. 2007, *Geochim. Cosmochim. Acta*, 71, 1583

- Bystricky, M. & Mackwell, S. 2001, *J. Geophys. Res.*, 106, 13443
- Carr, M. H., Kirk, R. L., McEwen, A., et al. 1994, *Icarus*, 107, 61
- Carroll, B. W. & Ostlie, D. A. 2007, *An Introduction to Modern Astrophysics*, second edition edn. (San Francisco: Addison-Wesley)
- Charbonneau, P. 1995, *ApJS*, 101
- Cherniak, D., Lanford, W. A., & Ryerson, F. J. 1991, *Geochim. Cosmochim. Acta*, 55, 1663
- Clauser, C. & Huenges, E. 1995, in *Rock Physics and Phase Relations*, ed. T. J. Ahrens (Washington: American Geophysical Union), 105–126
- Clayton, R. N. 1993, *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.*, 21, 115
- Consolmagno, G., Britt, D., & Macke, R. 2008, *Chemie der Erde / Geochemistry*, 68, 1
- D'Antonia & Mazzitelli. 1994, *ApJS*, 90, 467
- Dauphas, N., Cook, D. L., Sacarabany, A., et al. 2008, *ApJ*, 686, 560
- DeCampli, W. M. 1981, *ApJ*, 244, 124
- Dodd, R. T. 1981, *Meteorites: A Petrologic-chemical Synthesis* (New York: Cambridge University Press)
- Dodson, M. H. 1973, *Contributions to Mineralogy and Petrology*, 40, 259
- Edwards, S., Cabrit, D., Strom, S. E., et al. 1987, *ApJ*, 321, 473
- Fei, Y., Bertka, C. M., & Finger, L. W. 1997, *Science*, 275, 1621
- Finocchi, F. & Gail, H.-P. 1997, *A&A*, 327, 825
- Fischmeister, H. F. & Arzt, E. 1983, *Powder Metallurgy*, 26, 82
- Fountain, J. A. & West, E. A. 1970, *J. Geophys. Res.*, 75, 4063
- Gaffey, M. J. & Gilbert, S. L. 1998, *Meteoritics and Planetary Science*, 33, 1281
- Ganguly, J. & Tirone, M. 2009, in *Physics and Chemistry of the Earth's Interior*, ed. A. K. Gupta & S. Dasgupta (New York: Springer New York), 89–99

- Ghosh, A., Weidenschilling, S. J., & McSween, H. Y. 2003, *Meteoritics & Plan. Sci.*, 38, 711
- Ghosh, A., Weidenschilling, S. J., McSween, H. Y., & Rubin, A. 2006, in *Meteorites and the Early Solar System II*, ed. D. S. Lauretta & H. Y. McSween Jr. (Tucson: Univ. of Arizona Press), 555–566
- Göpel, C., Manhes, G., & Allegre, C. J. 1994, *Earth & Plan. Sci. Lett.*, 121, 153
- Grimm, R. E. & McSween, H. Y. 1989, *Icarus*, 82, 244
- Gupta, G. & Sahijpal, S. 2010, *J. Geophys. Res.*, 115, E08001
- Güttler, C., Krause, M., Geretshauser, R. J., Speith, R., & Blum, J. 2009, *ApJ*, 701, 130
- Haisch, Jr., K. E., Lada, E. A., & Lada, C. J. 2001, *ApJ*, 553, L153
- Harrison, K. P. & Grimm, R. E. 2010, *Geochim. Cosmochim. Acta*, 74, 5410
- Harvey, R. P., Bennett, M. L., & McSween Jr., H. Y. 1993, in *Lunar and Planetary Science XXIV (Lunar and Planetary Institute)*, 615–616
- Henke, S., Gail, H.-P., Trieloff, M., Schwarz, W. H., & Kleine, T. 2012a, *A&A*, 537, A45, (paper I)
- Henke, S., Gail, H.-P., Trieloff, M., Schwarz, W. H., & Kleine, T. 2012b, *A&A*, 545, A135
- Henke, S., Gail, H.-P., Trieloff, M., Schwarz, W. H., & Kleine, T. 2013, *Icarus*, 226, 212
- Herbert, F. 1989, *Icarus*, 78, 402
- Hevey, P. J. & Sanders, I. S. 2006, *Meteoritics & Plan. Sci.*, 41, 95
- Huss, G. R., MacPherson, G. J. and Wasserburg, G. J., Russel, S. S., & Srinivasan, G. 2001, *Meteoritics & Plan. Sci.*, 36, 975
- Huss, G. R., Rubin, A. E., & Grossman, J. N. 2006, in *Meteorites and the Early Solar System II*, ed. D. S. Lauretta & H. Y. McSween Jr. (Tucson: The University of Arizona Press), 567–586
- Jacobsen, B., Yin, Q., Moynier, F., et al. 2008, *Earth & Plan. Sci. Lett.*, 272, 353

- Kakar, A. K. & Chaklader, A. C. D. 1967, *J. Appl. Phys.*, 38, 3223
- Karato, S.-I. 2008, *Deformation of Earth Materials* (New York: Cambridge University press)
- Karato, S.-I. & Jung, H. 2003, *Philosophical Mag.*, 83, 401
- Keil, K., Stöffler, D., Love, S. G., & Scott, E. R. D. 1997, *Meteoritics & Plan. Sci.*, 32, 349
- Kerridge, J. F. & Matthews, M. S. 1988, *Meteorites and the early solar system* (Tucson: The University of Arizona Press)
- Kessel, R., Beckett, J. R., & Stolper, E. M. 2002, in *Lunar and Planetary Science XXXIII*, 1420
- Kita, N., Nagahara, H., Togashi, S., & Morishita, Y. 2000, *Geochim. Cosmochim. Acta*, 64, 3913
- Kleine, T., Hans, U., Irving, A. J., & B., B. 2012, *Geochim. Cosmochim. Acta*
- Kleine, T., Touboul, M., Bourdon, B., et al. 2009, *Geochim. Cosmochim. Acta*, 73, 5150
- Kleine, T., Touboul, M., Van Orman, J., et al. 2008, *Earth & Plan. Sci. Lett.*, 270, 106
- Kohlstedt, D. L. & Goetze, C. 1974, *J. Geophys. Res.*, 79, 2045
- Korochantseva, E. V., Trieloff, M., Lorenz, C. A., et al. 2007, *Meteoritics and Planetary Science*, 42, 113
- Krause, M., Blum, J., Skorov, Y., & Trieloff, M. 2011a, *Icarus*, 214, 286
- Krause, M., Henke, S., Gail, H.-P., et al. 2011b, *Lunar Planet. Sci. Conf. Lett.*, 42, 2696
- Larimer, J. W. 1988, in *Meteorites and the Early Solar System*, ed. J. F. Kerridge & M. S. Matthews (Tucson: The University of Arizona Press), 375–389
- LaTourette, T. & Wasserburg, G. 1998, *Earth & Plan. Sci. Lett.*, 158, 91
- Lee, T. & Papanastassiou, D. A. 1976, *Geophys. Res. Lett.*, 3, 41
- MacPherson, G. J., Davis, A. M., & Zinner, E. K. 1995, *Meteoritics & Plan. Sci.*, 30, 365

- McSween, H., Ghosh, A., Grimm, R. E., Wilson, L., & Young, E. D. 2003, in *Asteroids III*, ed. W. F. Bottke (Tucson: Univ. of Arizona Press), 559–571
- McSween, H. & Patchen, A. 1989, *Meteoritics*, 24, 219
- Miyamoto, M., Fujii, N., & Takeda, H. 1981, *Lunar Planet. Sci. Conf. Lett.*, 12B, 1145
- Morbidelli, A., Gonczi, R., Froeschlé, C., & Farinella, P. 1994, *A&A*, 282, 955
- Nagasawa, M., Thommes, E. W., Kenyon, S. J., Bromley, B. C., & Lin, D. N. C. 2007, in *Protostars and Planets V*, ed. B. Reipurth, D. Jewitt, & K. Keil (Tucson: University of Arizona Press), 639–654
- NASA. 2013, Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology: How Many Solar System Bodies, http://ssd.jpl.nasa.gov/?body_count
- Neumann, W., Breuer, D., & Spohn, T. 2012, *A&A*, 543, A141
- Nyquist, L. E., Kleine, T., Shih, C.-Y., & Reese, Y. D. 2009, *Geochim. Cosmochim. Acta*, 73, 5115
- Nyquist, L. E., Reese, Y., Wiesmann, H., Shih, C.-Y., & Takeda, H. 2001, *Meteoritics & Plan. Sci.*, 36, A151
- Pellas, P., Fiéni, C., Trieloff, M., & Jessberger, E. 1997, *Geochim. Cosmochim. Acta*, 61, 3477
- Petit, J.-M. & Morbidelli, A. 2001, *Icarus*, 153, 338
- Press, W. H. 1996, *Numerical Recipes in Fortran 90*, 2nd edn. (New York: Cambridge University Press)
- Quitté, G., Halliday, A. N., Meyer, B. S., et al. 2007, *ApJ*, 655, 678
- Quitté, G., Markowski, A., Latkoczy, C., Gabriel, A., & Pack, A. 2010, *ApJ*, 720, 1215
- Rao, A. S. & Chaklader, A. C. D. 1972, *J. Americ. Ceramic Soc.*, 55, 596
- Rechenberg, I. 1973, *Evolutionsstrategie – Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien biologischer Evolution* (Stuttgart: frommann-holzboog)
- Rechenberg, I. 1989, in *Machine Learning: Principles and Techniques*, ed. R. Forsyth, (London: Chapman and Hall), 83–103

- Renne, P. R., Balco, G., Ludwig, K. R., Mundil, R., & Min, K. 2011, *Geochim. Cosmochim. Acta*, 75, 5097
- Richardson, J. E. 2009, *Icarus*, 204, 697
- Rietmeijer, F. 1993, *Earth & Plan. Sci. Lett.*, 117, 609
- Rugel, G., Faestermann, T., Knie, K., et al. 2009, *Phys. Rev. Lett.*, 103, 072502
- Russel, S. S., Srinivasan, G., Huss, G. R., Wasserburg, G. J., & MacPherson, G. J. 1996, *Science*, 273, 757
- Ryan, E. L. & Woodward, C. E. 2010, *AJ*, 140, 933
- Sahijpal, S., Soni, P., & Gupta, G. 2007, *Meteoritics & Plan. Sci.*, 42, 1529
- Schwarz, W. H., Henke, S., Trieloff, M., & Gail, H.-P. 2012, 34th IGC Brisbane, 3139
- Schwarz, W. H., Kossert, K., Trieloff, M., & Hopp, J. 2011, *Geochim. Cosmochim. Acta*, 75, 5094
- Schwarz, W. H., Trieloff, M., Korochantseva, E. V., & Buikin, A. I. 2006, *Meteoritics & Planetary Science Supplement*, Proceedings of 69th Annual Meeting of the Meteoritical Society, 41, 5132, A161
- Schwenn, M. B. & Goetze, C. 1978, *Tectonophysics*, 48, 41
- Sears, D. W. G. & Dodd, R. T. 1988, in *Meteorites and the early solar system*, ed. J. F. Kerridge & M. S. Matthews (Tucson: The University of Arizona Press), 3–31
- Senshu, H. 2004, *Lunar Plan. Sc. Conf.*, XXXV, 1557
- Shimazu, H. & Terasawa, T. 1995, *J. Geophys. Res.*, 100, 16923
- Sonett, C. P., Colburn, D. S., & Schwartz, K. 1968, *Nature*, 219, 924
- Srinivasan, G., Goswami, J. N., & Bhandari, N. 1999, *Science*, 284, 1348
- Tachibana, S. & Huss, G. R. 2003, *ApJ*, 588, L41
- Tang, H. & Dauphas, N. 2012, 43rd Lunar and Planetary Science Conference (2012), 639, L87
- Torppa, J., Kaasalainen, M., Michałowski, T., et al. 2003, *Icarus*, 164, 346
- Trieloff, M., Jessberger, E. K., Herrwerth, I., et al. 2003, *Nature*, 422, 502

- Urey, H. C. 1955, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.*, 41, 127
- Van Schmus, W. R. 1995, in *Global Earth Physics. A Handbook on Physical Constants*. AGU Reference Shelf 1 (American Geophysical Union), 283–291
- Warren, P. H. 2011, *Meteoritics & Plan. Sci.*, 46, 53
- Wehrstedt, M. & Gail, H. 2002, *A&A*, 385, 181
- Wehrstedt, M. & Gail, H. 2008, ArXiv e-prints
- Weidenschilling, S. J. 2008, *Phys. Scr.*, T130, 014021
- Weidenschilling, S. J. 2011, *Icarus*, 214, 671
- Weidenschilling, S. J. & Cuzzi, J. N. 2006, in *Meteorites and the Early Solar System II*, ed. D. S. Lauretta & H. Y. McSween (Tucson: University of Arizona Press), 473–485
- Weidling, R., Güttler, C., Blum, J., & Brauer, F. 2009, *ApJ*, 696, 2036
- Wetherill, G. W. & Chapman, C. R. 1988, in *Meteorites and the Early Solar System*, ed. J. F. Kerridge & M. S. Matthews (Tucson: The University of Arizona Press), 35–67
- Wilkinson, D. & Ashby, M. 1975, *Acta Metallurgica*, 23, 1277
- Xu, Y., Shankland, T. J., Linhardt, S., et al. 2004, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 143-144, 321
- Yomogida, K. & Matsui, T. 1983, *J. Geophys. Res.*, 88, 9513
- Yomogida, K. & Matsui, T. 1984, *Earth & Plan. Sci. L.*, 68, 34
- Zinner, E. & Göpel, C. 2002, *Meteoritics & Plan. Sci.*, 37, 1001

Danksagungen

Ganz herzlich möchte ich meinem Betreuer und Erstgutachter Hans-Peter Gail danken, sowohl einerseits für das interessante Thema als auch für seine Unterstützung und seine ständige Verfügbarkeit zur Beantwortung vieler Fragen, was bei weitem keine Selbstverständlichkeit ist. Ferner gebührt auch meinem Zweitgutachter Cornelis Dullemond Dank, dass er sich als solcher zur Verfügung gestellt hat. Ebenfalls möchte ich meinen Kollegen Mario Trieloff und Siegfried Schwarz vom Institut für Geowissenschaften danken. Ihre Expertise im Bereich der Meteoritenabkühlalter hat bei der Durchführung dieser Arbeit eine große Rolle gespielt.

Diese Arbeit ist im Rahmen eines Projektes des Schwerpunktprogramms 1385 „The first 10 million years of the solar system“ entstanden, das von der DFG gefördert wurde. Daher möchte ich den entsprechenden Verantwortlichen für die Finanzierung meiner Arbeit danken. Ebenfalls danke ich der IMPRS für meine dortige Aufnahme, aus deren Programm ich großen Nutzen ziehen konnte.

Außerdem danke ich meinen Kollegen Fredrik Windmark und Jon Ramsey, die mir sehr geholfen haben, das für meine Arbeit notwendige Englisch zu trainieren und meinem Bürogenossen Farzin Sereshti für seine programmiertechnischen Tipps.