

Experimentelle Untersuchung
geometrischer Berry-Phasen
in
metastabilem Helium
mit einem
Atomstrahl-Spinoecho-Interferometer

Peter Augenstein

INAUGURAL - DISSERTATION
zur
Erlangung der Doktorwürde
der
Naturwissenschaftlich - Mathematischen
Gesamtfakultät
der Ruprecht - Karls - Universität
Heidelberg

vorgelegt von
Dipl.-Phys. Peter Frederic Augenstein
aus Pforzheim

Tag der mündlichen Prüfung: 13. Juli 2016

Experimentelle Untersuchung
geometrischer Berry-Phasen
in
metastabilem Helium
mit einem
Atomstrahl-Spinecho-Interferometer

Gutachter:

Priv.-Doz. Dr. Maarten DeKieviet
Prof. Dr. Selim Jochim

Experimentelle Untersuchung geometrischer Berry-Phasen in metastabilem Helium mit einem Atomstrahl-Spinocho-Interferometer

Diese Arbeit beschreibt die erste systematische experimentelle Untersuchung geometrischer Berry-Phasen in Heliumatomen im metastabilen $2S$ -Tripletzzustand. Zu diesem Zweck wurde ein neuartiges Atom-Interferometer konstruiert, aufgebaut und sorgfältig charakterisiert. Basierend auf der etablierten Atomstrahl-Spinocho-Technik, ermöglicht das Interferometer die kontrollierte Manipulation und den hochpräzisen Nachweis dynamischer und geometrischer Phasen. Dabei stellt das metastabile Heliumatom ein isoliertes, reines Spin-1-Quantensystem dar. In unterschiedlichen Experimenten werden Berry-Phasen sowohl gemischt mit dynamischen Phasen, als auch als pure geometrische Phasen präpariert. In der ersten rein-geometrischen Spinrotation ohne dynamischen Phasenanteil ist es gelungen die Berry-Phase kontinuierlich zwischen 0 und 4π zu variieren.

Experimental investigation of Berry's geometric phase in metastable helium using an atomic beam spin echo interferometer

In this thesis, the first systematic experimental investigation of geometric Berry phases induced in helium atoms in their metastable $2S$ triplet state is presented. For these studies a novel atom interferometer was designed, constructed and carefully characterized. Based on the well-established atomic beam spin echo technique, the interferometer allows the controlled manipulation and detection of dynamic and geometric phases with high precision. Herein, the helium atom represents an isolated and pure spin-1 quantum system. Berry phases are prepared in different experiments, both mixed with dynamic phases and as net geometric phases. In the first spin rotation of purely geometrical character, i. e. without contributions of a dynamic phase, the Berry phase can be varied continuously between 0 and 4π .

Für Moni, Laura, Julia & Sophia.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theoretische Grundlagen	7
2.1	Atomstrahl-Spinecho	7
2.1.1	Beschreibung für Spin- $\frac{1}{2}$	9
2.1.2	Beschreibung für Spin-1	15
2.1.3	Kinematik der Atome	18
2.2	Berry-Phase	21
2.2.1	Herleitung der Berry-Phase	22
2.2.2	Adiabatisches Theorem der Quantenmechanik	26
2.2.3	Berry-Phase im Experiment	28
3	Berry-Spinecho-Interferometer	33
3.1	Strahlquelle	34
3.1.1	Grundlagen der Metastabilenquelle	34
3.1.2	Aufbau und Betrieb der Metastabilenquelle	35
3.1.3	Stabilität der Gasentladung	37
3.2	Strahlchopper	38
3.2.1	Grundlagen des Strahlchoppers	38
3.2.2	Eigenschaften des Strahlchoppers	39
3.3	Polarisator und Analysator	42
3.3.1	Grundlagen des Sextupol-Polarisators	42
3.3.2	Eigenschaften des Polarisators	44
3.3.3	Charakterisierung des Polarisators	48
3.4	Spinecho-System	50
3.4.1	Spinecho-Spulen	50
3.4.2	Dynamische Phase	55
3.4.3	Geometrische Phase	58
3.4.4	Adiabatische Bewegung innerhalb der Spinecho-Spulen	59
3.4.5	Nicht-adiabatische Magnetfeldänderungen (»Flips«)	62
3.5	Metastabilendetektor	64
3.5.1	Elektronenemission an Oberflächen	64
3.5.2	Aufbau und Eigenschaften des Metastabilendetektors	65
3.5.3	Messung des räumlichen Strahlprofils	67

Inhaltsverzeichnis

3.6	Gesamtaufbau	70
3.6.1	Gesamtaufbau und Vakuumsystem	70
3.6.2	Magnetfeldabschirmung	72
3.6.3	Experimentsteuerung	77
3.6.4	Elektronik	78
3.7	Charakterisierung des Atomstrahls	80
3.7.1	Analyse der Besetzungszustände	80
3.7.2	Geschwindigkeitsverteilung	82
3.7.3	Spinecho-Signal	92
4	Untersuchung dynamischer und geometrischer Phasen	103
4.1	Dynamische Spinrotation	104
4.2	Dynamisches Spinecho	110
4.3	Berry-Spinrotation	115
4.4	Berry-Spinecho	125
4.5	Rein-geometrische Spinrotation	135
5	Zusammenfassung und Ausblick	143
	Literatur	147

Kapitel 1

Einleitung

Geometrische Phasen Im Jahr 1983 beschrieb Michael V. Berry eine »neue« quantenmechanische Phase [Ber84]. Diese kann neben der gewöhnlichen dynamischen Phase auftreten, wenn der Hamiltonoperator des quantenmechanischen Systems von Parametern abhängt und diese Parameter langsam (adiabatisch) auf einem geschlossenen Pfad in ihrem Parameterraum variiert werden. Sie ist dabei unabhängig von der Energie des Systems oder der Dauer der Änderung, sondern wird nur durch die Geometrie des Parameterraums und des Pfades bestimmt. Sie wird daher als geometrische Phase oder als Berry-Phase bezeichnet.

Geometrische Phasen beruhen auf dem allgemeineren Konzept des Paralleltransports. Dabei kehrt ein System nach einem Zyklus nicht zwangsläufig wieder in seinen Ausgangszustand zurück, sondern kann sich um eine wegabhängige Anholonomie davon unterscheiden, welche gerade der geometrischen Phase entspricht [Sim83]. Dieses Phänomen war schon länger bekannt [Ber90] und wurde von S. Pancharatnam bereits 1956 mit polarisiertem Licht nachgewiesen [Pan56]. In der klassischen Mechanik wird es als Hannay-Winkel [Han85] bezeichnet und findet sich beispielsweise beim Foucaultschen Pendelversuch wieder.

Das Konzept der geometrischen Phasen hat in den vergangenen Jahrzehnten Einzug in unterschiedliche Bereiche der Physik erhalten [SW89; ACW97]. Es ermöglichte ein neues Verständnis geometrischer und topologischer Strukturen in der Quantenmechanik und trug beispielsweise zur Erklärung des Aharonov-Bohm- und Aharonov-Casher-Effekts [RA93], sowie des fraktionalen Quanten-Hall-Effekts bei [SS86; BDT04].

Schon bald nach Berrys Veröffentlichung wurde die von ihm beschriebene geometrische Phase auf verschiedene Weise verallgemeinert. So wurde beispielsweise die Bedingung der zyklischen, adiabatischen Entwicklung des Hamiltonoperators im Parameterraum gelockert, indem die quantenmechanischen Zustände selbst in ihrem projektiven Hilbertraum betrachtet werden

Kapitel 1 Einleitung

[AA87]. Außerdem kann die Beschränkung auf nicht-entartete Systeme entfallen und erlaubt so nicht-abelsche geometrischen Phasen [WZ84]. Ebenso wurde die Theorie der geometrischen Phasen auf die Fälle nicht-zyklischer und nicht-unitärer Zeitentwicklungen ausgedehnt [SB88; MS93].

Geometrische Phasen sind eichinvariante Größen und als solche prinzipiell messbar, wie in unterschiedlichen Experimenten gezeigt werden konnte [SW89; ACW97; Res00]. Klassische geometrische Phasen wurden beispielsweise in Mikrowellen-Resonatoren [LWD94; Dem+03] und mit polarisiertem Licht in einem spiralförmig gewundenen Lichtleiter gemessen [TC86].

Ebenso konnte die geometrische (Berry-) Phase in zahlreichen quantenmechanischen Experimenten nachgewiesen werden. Zum Beispiel zeigte sie sich in der Kernspinresonanzspektroskopie als scheinbare Energieverschiebung in den gemessenen Spektren [Sut+87]. Außerdem wurden Berry-Phasen in Spinrotationsmessungen mit thermischen Neutronen nachgewiesen, die sich durch ein helikales Magnetfeld bewegten [BD87], sowie mit gespeicherten ultrakalten Neutronen in zeitabhängigen Magnetfeldern [Ric+88]. In Spinechoexperimenten an einem Neutronenstrahl wurden Berry-Phasen mithilfe (adiabatischer) Resonanz-Spinflipper erzeugt [Wag+97; KGR10]. Weitere Experimente haben geometrische Phasen in Dark-State-Atomen, Vielteilchensystemen bis hin zu Festkörpern nachgewiesen [Web+99; WBH14; Duc+14; Res00].

Ihr rein geometrischer Charakter macht Berry-Phasen außerordentlich resistent gegen äußere Störungen [Fil+09]. Deswegen werden sie beispielsweise als Gatter für Quantencomputer in Betracht gezogen [Sjö08]. Aufgrund dieser intrinsischen Robustheit gegenüber Rauschen sind Berry-Phasen das ideale Instrument zur Messung besonders kleiner physikalischer Größen.

Ein solches Beispiel ist die Paritätsverletzung in Atomen (APV). Experimente hierzu werden meist an schweren Atomen durchgeführt [BB97; GLB05b]. So konnten beispielsweise bereits paritätsverletzende Effekte in Cäsium und Ytterbium gemessen werden [GLB05a; Tsi+09], allerdings ist die theoretische Beschreibung der komplizierten Kernstruktur schwierig. Hingegen kann das Wasserstoffatom sehr genau berechnet werden. Allerdings sind bei diesen leichten Atomen die APV-Effekte extrem klein. Es konnte jedoch von der Arbeitsgruppe von Prof. Nachtmann und Prof. Gasenzer am Institut für Theoretische Physik gezeigt werden, dass sich diese Effekte auch in paritätsverletzenden Berry-Phasen äußern können [Ber+09; BGN07a; BGN07b]. Es wurden zuletzt in [Tra13] große Anstrengungen unternommen, um geeignete Konfigurationen elektromagnetischer Felder zu finden, die diese Phasen in einen messbaren Bereich vordringen lassen. In einer langjährigen Kooperation zwischen dieser und unserer Arbeitsgruppe am Physikalischen Institut wird gemeinsam an einer experimentellen Umsetzung der Ergebnisse gearbeitet. Ein wichtiger Schritt hierzu ist die systematische, experimentelle Untersuchung adiabatischer Berry-

Phasen¹ in einem Spin-1-Quantensystem mit elektronischem magnetischen Moment, welcher im Rahmen der vorliegenden Arbeit vorgenommen wird.

Berry-Phasen in dieser Arbeit Diese Arbeit beschreibt die erste systematische Untersuchung adiabatischer Berry-Phasen in metastabilen Heliumatomen (He^*). Eigens zu diesem Zweck wurde ein neuartiges, hochpräzises Atom-Interferometer konstruiert. Dieses basiert auf dem Prinzip des Atomstrahl-Spinecho², welches sich durch seine außergewöhnlich hohe Energieauflösung bis hinunter in den neV-Bereich auszeichnet [DeK+95]. Dabei werden die Teilchen eines Atomstrahls über ihren Spin manipuliert und die Interferenz der kohärenten Wellenpakete einzelner Atome gemessen.

Im Rahmen dieser Arbeit wird dieses Prinzip in einem völlig neuen Berry-Spinecho-Interferometer um die Möglichkeit zur Messung geometrischer Phasen erweitert. Gleichzeitig kommt zum ersten Mal metastabiles Helium-4 in einen Atomstrahl-Spinecho zum Einsatz. Dieses Teilchen mit Gesamtspin 1 reagiert aufgrund seines elektronischen magnetischen Moments hochempfindlich auf äußere Magnetfelder und kann daher als sehr sensitive Sonde dienen.

In zahlreichen Experimenten stellt das Berry-Spinecho-Interferometer seine Fähigkeiten unter Beweis. Dynamische und geometrische Phasen werden gezielt präpariert und präzise nachgewiesen. Dabei ist es auch möglich die Phasen experimentell voneinander zu trennen und reine Berry-Phasen mit beliebigen Werten zwischen 0 und 4π zu erzeugen. Die Berry-Phase hat in diesen Messungen eine sehr klare Signatur – sie zeigt sich als nicht-dispersiver Phasenschub. Außerdem werden die ersten rein-geometrischen Spinrotationsmessungen vorgestellt. Dabei kann die Berry-Phase kontinuierlich variiert werden, während die dynamische Phase stets zu Null kompensiert wird.

In diesen Experimenten sind die metastabilen Heliumatome das Beispiel eines idealen Spin-1-Quantensystems. Zum einen besitzt ihr metastabiler 2^3S_1 -Tripletzustand eine sehr lange Lebensdauer und eine Zeeman-Aufspaltung, welche in sehr guter Näherung linear ist. Andererseits können die einzelnen Strahl-atome als eigenständige quantenmechanische Systeme betrachtet werden,

¹Wir werden die Begriffe Berry-Phase und geometrische Phase im Folgenden synonym verwenden. Wenn nicht explizit erwähnt, sind darunter stets adiabatische geometrische Phasen eines quantenmechanischen Systems zu verstehen, wie sie auch ursprünglich von M. Berry in [Ber84] beschrieben wurden. Des weiteren werden die in dieser Arbeit gemessenen Berry-Phasen stets reell und paritätserhaltend sein.

²Das Spinecho-Prinzip wurde 1950 von E. L. Hahn in der Kernspinresonanz eingeführt [Hah50] und 1972 durch F. Mezei für einen Neutronenstrahl erweitert [Mez72]. In unserer Arbeitsgruppe am Physikalischen Institut erfolgte 1995 die Anwendung auf einen Atomstrahl mit Helium-3-Atomen [DeK+95] und 1998 mit Atomstrahlen aus Wasserstoff, Deuterium und Lithium [Rei98; Zie+98].

Kapitel 1 Einleitung

da sie bei der Atomstrahl-Spinecho-Technik nicht miteinander wechselwirken.

Gliederung dieser Arbeit Diese Arbeit ist in drei Hauptkapitel unterteilt, die sich nacheinander mit den theoretischen Grundlagen, dem experimentellen Aufbau und den durchgeführten Messungen beschäftigen.

Die erste Hälfte von Kapitel 2 beschäftigt sich mit der Theorie des longitudinalen Atomstrahl-Spinechos. Nach einer kurzen klassischen Beschreibung, folgt die quantenmechanische Herleitung für ein Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen. Da die Experimente mit Helium im metastabilen 2S-Triplettzustand durchgeführt wurden, wird anschließend die Theorie zur Beschreibung von Spin-1-Teilchen erweitert. Die zweite Hälfte von Kapitel 2 befasst sich mit der Berry-Phase, deren Herleitung wir zu Beginn skizzieren werden. Anschließend wenden wir uns kurz dem Adiabatischen Theorem der Quantenmechanik zu, welches für diese Arbeit mehrere wichtige Konsequenzen hat. Zuletzt wird gezeigt, wie Berry-Phasen in einem Atomstrahl-Spinecho-Experiment gemessen werden können.

In Kapitel 3 wird der experimentelle Aufbau beschrieben, das Berry-Spinecho-Interferometer, welches im Rahmen dieser Arbeit entworfen und realisiert wurde. Die einzelnen Abschnitte dieses Kapitels widmen sich ausführlich den zentralen Komponenten, von denen die meisten in dieser Doktorarbeit neu entwickelt wurden. Es folgen weitere Abschnitte zur Beschreibung des Vakuumsystems und der Elektronik, sowie der Experimentsteuerung, die von Grund auf neu programmiert wurde. Ein Augenmerk liegt außerdem auf dem kritischen Punkt der Abschirmung parasitärer Magnetfelder. Dies hat aufgrund des empfindlichen magnetischen Moments der Elektronen der verwendeten metastabilen Heliumatome einen hohen Stellenwert und musste mit großer Sorgfalt durchgeführt werden. Das Kapitel schließt mit einer Charakterisierung des Atomstrahls. Dazu werden sowohl die Besetzungszustände der Heliumatome untersucht, als auch die Geschwindigkeitsverteilung der Atome im Strahl. Zuletzt schätzen wir in einer Messung die mögliche Polarisierungseffizienz für den vollständigen Versuchsaufbau ab.

Das Kapitel 4 beschäftigt sich mit den Spinrotations- und Spinechomessungen, die mit dem Berry-Spinecho-Aufbau durchgeführt wurden. In den ersten beiden Abschnitten werden unterschiedliche Messungen mit dynamischen Phasen präsentiert. Sie dienen zur Charakterisierung des Spektrometers und demonstrieren mit welcher Präzision es die Manipulation der Elektronenspins ermöglicht. In den übrigen Abschnitten dieses Kapitels wenden wir uns dann der Messung geometrischer Phasen und ihrer Analyse zu. Sie werden sowohl gemeinsam mit dynamischen Phasen in Berry-Spinrotationen gemessen, also auch als reine Berry-Phase in Berry-Spinechomessungen. Zuletzt werden die ersten rein-geometrischen Spinrotationsmessungen präsentiert, bei welchen die

pure Berry-Phase ohne einen Anteil dynamischer Phase kontinuierlich variiert wird.

Den Abschluss dieser Arbeit bildet das Kapitel 5, in welchem wir die wichtigsten Ergebnisse noch einmal kurz zusammenfassen.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit Berry-Phasen. Dabei handelt es sich, im Gegensatz zu den bekannteren dynamischen Phasen, um ein rein geometrisches Phänomen, welches aus der Topologie des betrachteten quantenmechanischen Systems resultiert.

In der Quantenmechanik ist die *absolute* Phase eines Zustandes prinzipiell nicht beobachtbar, da Zustände stets nur bis auf einen beliebigen Phasenfaktor definiert sind. Es ist aber sehr wohl möglich, eine Phase *relativ* zu einem anderen Zustand zu bestimmen.

Dies wird im »Atomstrahl-Spinecho« getan, einer Technik zur Interferenz von Atomen. Während sich diese Technik bisher zur Messung dynamischer Phasen bewährt hat, wird sie nun um die Möglichkeit erweitert, auch geometrische Berry-Phasen zu untersuchen.

Wir beginnen dieses Kapitel mit der Herleitung des Atomstrahl-Spinechos. Anschließend befassen wir uns mit der Beschreibung der Berry-Phase und zeigen, wie sie in einem Atomstrahl-Spinecho-Experiment gemessen werden kann.

2.1 Atomstrahl-Spinecho

Das Atomstrahl-Spinecho ist eine Technik zur präzisen Messung quantenmechanischer Phasenverschiebungen. Dazu werden Atome in geeigneten Magnetfeldern manipuliert. Die verwendeten Atome sind elektrisch neutral, besitzen aber einen Eigendrehimpuls oder »Spin«. Aufgrund dieses Spins haben die Atome ein endliches magnetisches Moment, an welches die Magnetfelder angreifen können. Das zugrundeliegende Prinzip ist dem der bekannten Kernspinresonanz (NMR) sehr ähnlich. Allerdings sind beim Atomstrahl-Spinecho die Felder

Kapitel 2 Theoretische Grundlagen

statisch und die Atome bewegen sich durch sie hindurch. Im bewegten Bezugssystem der Atome werden die Magnetfelder dann als zeitlich veränderlich wahrgenommen.

Die Kernspinresonanz wird üblicherweise mithilfe der semiklassischen »Larmorpräzession« beschrieben (siehe bspw. [Sut14]), was sich auch auf das Atomstrahl-Spinecho mit Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen übertragen lässt. Wir wollen die wichtigsten Punkte dieser Beschreibung anhand von Abbildung 2.1 kurz skizzieren:

Der grundsätzliche Aufbau des longitudinalen Atomstrahl-Spinecho besteht aus zwei longitudinalen Magnetfeldern entlang der Bewegungsrichtung der Atome. Das erste, sogenannte Spinechofeld steht parallel und das zweite antiparallel zur Strahlrichtung. Nehmen wir an die Spins der Strahlteilchen sind anfangs alle in eine Richtung, sagen wir in der x -Richtung, transversal zur Strahlachse ausgerichtet (»polarisiert«). Im ersten Magnetfeld präzedieren sie dann in der Ebene senkrecht zu diesem, was als »Spinrotation« bezeichnet wird. Die unterschiedlich schnellen Atome eines *polychromatischen* Atomstrahls halten sich verschieden lange im Magnetfeld auf. Daher variiert auch die Dauer ihrer Larmorpräzessionen, wodurch ihre Spins um verschiedene Winkel (»Phasen«) rotieren. Der Mittelwert der magnetischen Momente, die makroskopische Magnetisierung, wird dabei immer kleiner, je mehr der Atomstrahl *dephasiert*. Die Spinecho-Technik macht diesen Prozess in dem zweiten Magnetfeld rückgängig. Da dieses antiparallel zum ersten steht, kehrt sich die Richtung der Präzession um. Haben die beiden Spinechofelder denselben Betrag, dreht jeder Spin genauso weit zurück, wie er zuvor hin rotiert ist. Dadurch können alle Spins gemeinsam zurück in ihre Ausgangslage gebracht werden, wodurch die ursprüngliche Magnetisierung wiederhergestellt wird.

Das Spinecho-Prinzip erlaubt eine sehr genaue Messung von Winkeldifferenzen (Phasenverschiebungen), ohne dass der Atomstrahl monochromatisch sein muss. Wir werden in Kapitel 2.2 zeigen, wie uns dies ermöglicht, auch die geometrische Berry-Phase zu messen. Davor werden wir sehen, dass die Phasenverschiebungen mit Energiedifferenzen in Zusammenhang stehen. Dies ermöglicht zum Beispiel die Messung von Energieüberträgen bei inelastischer Atomstreuung mit einer Auflösung im Bereich weniger neV und ist damit Flugzeitmessungen bei der Energieauflösung weit überlegen.

Das anschauliche Bild der semiklassischen Larmorpräzession führt für Teilchen mit Spin- $\frac{1}{2}$ weitestgehend zu denselben Ergebnissen, wie die korrekte, quantenmechanische Beschreibung. Dies liegt daran, dass die Dynamik eines Spin- $\frac{1}{2}$ und eine gewöhnliche Drehung im dreidimensionalen Raum gruppentheoretisch sehr ähnlich sind¹. Bei höheren Spins gilt dies jedoch nicht mehr. Da die

¹In der Sprache der Gruppentheorie ist die Spingruppe $SU_2(\mathbb{C})$ die universelle Über-

Experimente im Rahmen dieser Arbeit mit Spin-1-Teilchen (Helium-4 im metastabilen 2^3S_1 -Zustand) durchgeführt wurden, werden wir uns in den folgenden Abschnitten der quantenmechanischen Beschreibung des Atomstrahl-Spinechos zuwenden.

Im nächsten Abschnitt leiten wir das Atomstrahl-Spinecho im Rahmen der Quantenmechanik zunächst für den einfachsten Fall eines Spin- $\frac{1}{2}$ her und widmen uns danach den Unterschieden zum Spin-1. Dabei vernachlässigen wir vereinfachend die Bewegung der Atome, was schließlich im letzten Abschnitt gerechtfertigt wird.

2.1.1 Beschreibung für Spin- $\frac{1}{2}$

Die Grundlage der zuvor kurz angerissenen, semiklassischen Beschreibung bildet die Larmorpräzession. In der Quantenmechanik tritt an diese Stelle die »Zeeman-Aufspaltung« der Energiezustände. Dazu betrachten wir nun das Verhalten eines Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchens in einem Magnetfeld quantenmechanisch, seine Translationsbewegung jedoch klassisch.

Spin im Magnetfeld Der Einfluss eines äußeren Magnetfelds \mathbf{B} auf das magnetische Moment $\boldsymbol{\mu}$ wird im Rahmen der Quantenmechanik beschrieben durch den *Hamiltonoperator*

$$\hat{H} = -\hat{\boldsymbol{\mu}} \cdot \mathbf{B} . \quad (2.1)$$

Wir betrachten in dieser Arbeit ausschließlich Teilchen mit Elektronenspin, ohne Bahndrehimpuls oder Kernspin (siehe beispielsweise Abschnitt 3.7.1). Somit ist das magnetische Moment proportional zum Elektronenspin \mathbf{S} :

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = \gamma \hat{\mathbf{S}} = -\gamma_e \hat{\mathbf{S}} \quad (2.2)$$

Die Proportionalitätskonstante, das sogenannte »gyromagnetisches Verhältnis«², beträgt in diesem Fall [SS68]

$$\gamma = -\gamma_e \quad \text{mit} \quad \gamma_e := \left| g_e \frac{e}{2m_e} \right| \approx 2\pi \cdot 28 \text{ GHz/T} . \quad (2.3)$$

lagerungsgruppe der Drehgruppe im dreidimensionalen reellen Raum $SO_3(\mathbb{R})$. Ihre Generatoren (Pauli-Matrizen bzw. Ortsdrehimpulse) genügen denselben Kommutatorrelationen $[\hat{A}_j, \hat{A}_k] = i\epsilon_{jkl} \hat{A}_l$, sind jedoch nicht isomorph zueinander. So ist beispielsweise $SO_3(\mathbb{R})$ periodisch mit 2π , während $SU_2(\mathbb{C})$ die für halbzahlige Spins typische Periode von 4π besitzt [Mül10a].

²Wir folgen der üblichen Konvention und definieren γ_e als positiven Wert. Dies ist hilfreich für das Verständnis der folgenden Formeln, da sie so mit ihrem »endgültigen« Vorzeichen geschrieben werden können.

Kapitel 2 Theoretische Grundlagen

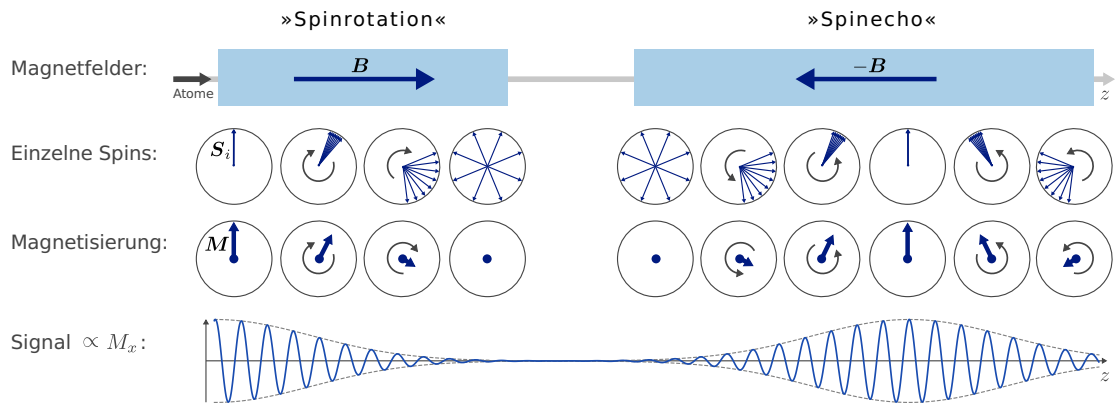


Abbildung 2.1: Semiklassisches Bild des Atomstrahl-Spinechos für Spin- $1/2$ -Teilchen. Die Atome bewegen sich durch ein longitudinales Magnetfeld in z -Richtung. Ihre Spins sind anfangs in x -Richtung, senkrecht zum Feld ausgerichtet und beginnen in der xy -Ebene zu präzedieren. Haben die Atome verschiedene Geschwindigkeiten, dreht jeder Spin unterschiedlich weit. Ihr Mittelwert, die makroskopische Magnetisierung, nimmt dabei kontinuierlich ab. In einer »Spinechomessung« wird dieser Prozess mithilfe eines zweiten, entgegengesetzt orientierten Magnetfelds umgekehrt. Jeder Spin rotiert um den zuvor gedrehten Winkel zurück, bis sie alle wieder in dieselbe Richtung zeigen und die ursprüngliche Magnetisierung wiederhergestellt ist. Das Messsignal – die sogenannte Spinrotations- bzw. Spinechokurve – ist proportional zur x -Komponente der Magnetisierung.

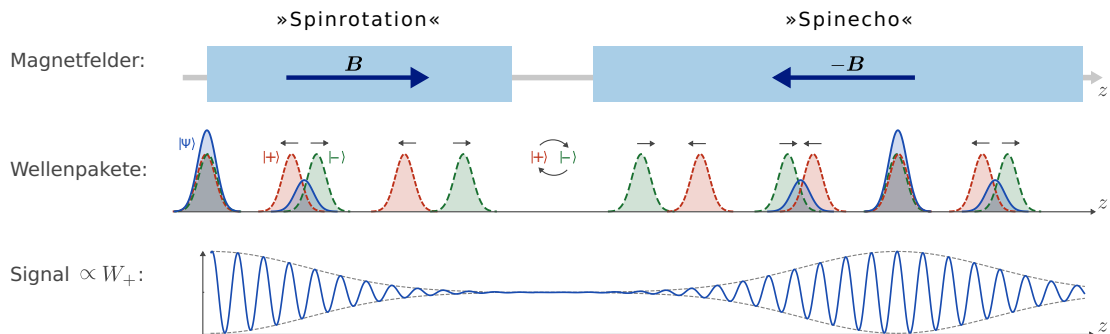


Abbildung 2.2: Quantenmechanisches Bild des Atomstrahl-Spinechos für Spin- $1/2$ -Teilchen. Das Wellenpaket der Spin- $1/2$ -Teilchen bewegt sich durch eine Anordnung aus zwei longitudinalen Magnetfeldern. Es ist im Zustand $|\Psi\rangle := |+_x\rangle$ des Spinoperators \hat{S}_x präpariert und bildet im ersten Magnetfeld gemäß (2.9) eine Superposition aus den Basiszuständen $|+\rangle$ und $|-\rangle$ des Spinoperators \hat{S}_z . Aufgrund ihrer unterschiedlichen Impulse (2.33) im Magnetfeld, trennen sich die Teilwellenpakete. In einem zweiten, entgegengesetzt orientierten Magnetfeld vertauschen die Eigenzustände nach (2.18) ihre Rolle und die Wellenpakete bewegen sich wieder aufeinander zu. Während die Wellenpakete überlappen, interferieren sie miteinander. Nach einer Rückprojektion in die ursprüngliche Basis des Spinoperators \hat{S}_x ist dieses Interferenzsignal als Spinechokurve messbar.

Es ist abhängig von der Masse m_e und der Ladung e des Elektrons. Der sogenannte *Landé-Faktor* g_e beschreibt die Abweichung vom klassisch zu erwartenden magnetischen Moment und beträgt für Elektronen ungefähr -2 . Daraus ergibt sich insbesondere, dass bei Elektronen der Spin und das resultierende magnetische Moment in entgegengesetzte Richtungen zeigen. Dies gilt im Übrigen auch für Neutronen ($g_n \approx -3,8$), jedoch nicht für Protonen ($g_p \approx +5,6$).

Wir betrachten nun ein Magnetfeld $\mathbf{B} = B(t) \mathbf{e}_z$ in z -Richtung, welches mit der Zeit t in der Stärke variiert³. Der Hamiltonoperator (2.1) lautet dann:

$$\hat{H} = \gamma_e B(t) \hat{S}_z \quad (2.4)$$

Im Falle eines Spin- $1/2$ sind die Komponenten des Spinoperators proportional zu den Pauli-Matrizen $\hat{\sigma}_i$ (mit $i = x, y, z$):

$$\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2} \hat{\sigma}_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{S}_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{S}_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Der für das vorliegende System relevante Spinoperator \hat{S}_z hat die Eigenwerte $\pm\hbar/2$ und die Eigenzustände

$$|+\rangle := |1/2, +1/2\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad |-\rangle := |1/2, -1/2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

In der ausführlichen Schreibweise $|s, m\rangle$ bezeichnet $s = 1/2$ die Spinquantenzahl und $m = \pm 1/2$ die magnetischen Quantenzahlen.

Da der Spinoperator \hat{S}_z mit dem Hamiltonoperator (2.4) kommutiert, sind $|+\rangle$ und $|-\rangle$ simultan auch dessen Eigenzustände. Sie bilden eine Basis bezüglich der Quantisierungsachse z und erfüllen die stationäre Schrödingergleichung:

$$\hat{H} |n\rangle = E_n |n\rangle \quad (2.7)$$

mit den Energieeigenwerten

$$E_n = m_n \hbar \gamma_e B. \quad (2.8)$$

Dabei bezeichnet m_n die magnetische Quantenzahl des Zustands $|n\rangle$. Die Zustände $|\pm\rangle$ mit $m_{\pm} = \pm 1/2$ haben somit in einem Magnetfeld unterschiedliche Energien, was als Zeeman-Aufspaltung bezeichnet wird.

³Die Zeitabhängigkeit des Magnetfelds ist hier nicht explizit. Wir werden sie später in Gleichung (2.15) durch Transformation aus dem Bezugssystem des Atoms in das Laborsystem wieder eliminieren. Die Translationsbewegung des Atoms behandeln wir wie in der Einleitung erwähnt klassisch.

Präparation des Anfangszustands Aus der Sicht der Quantenmechanik beruht das Spinecho-Prinzip auf der *Interferenz* von Zuständen oder anschaulicher aus der Interferenz von Wellenpaketen, wie wir am Ende von Abschnitt 2.1.3 sehen werden. Zu diesem Zweck muss eine »Superposition« oder *kohärente Überlagerung* von Eigenzuständen betrachtet werden, deren Zusammensetzung sich durch die Wechselwirkung mit dem externen Magnetfeld ändert.

Dazu wird ein Eigenzustand $|\Psi(t=0)\rangle := |+_x\rangle$ des Spinoperators \hat{S}_x präpariert. Dieser Spin steht somit orthogonal auf der Quantisierungsachse z des Hamiltonoperators und der Zustand muss nun nach dessen Eigenbasis entwickelt werden. Mathematisch lässt sich dies einfach durch eine 90° -Drehung des Zustands⁴ $|+\rangle := |+_z\rangle$ um die y -Achse erreichen:

$$|+_x\rangle = \hat{D}_{1/2}(0, \frac{\pi}{2}, 0) |+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+\rangle + |-\rangle) \quad (2.9)$$

Entsprechendes gilt für den Zustand $|-_x\rangle$:

$$|-_x\rangle = \hat{D}_{1/2}(0, \frac{\pi}{2}, 0) |-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|-\rangle - |+\rangle) \quad (2.10)$$

Wir betrachten diese Drehung der Quantisierungsachse als nicht-adiabatisch und bezeichnen sie als » $\pi/2$ -Flip« (siehe auch Abschnitt 2.2.2 und 3.4.5). Die Drehmatrix berechnet sich aus den Spinmatrizen (2.5) zu [VMK88]

$$\begin{aligned} \hat{D}_{1/2}(\alpha, \beta, \gamma) &= \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \alpha \hat{S}_z\right) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \beta \hat{S}_y\right) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \gamma \hat{S}_z\right) \\ &= \begin{pmatrix} e^{-\frac{i}{2}(\alpha+\gamma)} \cos(\beta/2) & -e^{-\frac{i}{2}(\alpha-\gamma)} \sin(\beta/2) \\ e^{-\frac{i}{2}(\alpha-\gamma)} \sin(\beta/2) & e^{-\frac{i}{2}(\alpha+\gamma)} \cos(\beta/2) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Zeitentwicklung Aufgrund der Wechselwirkung mit dem Magnetfeld entwickelt sich der Zustand $|\Psi\rangle$ mit der Zeit zu:

$$|\Psi(t)\rangle = \hat{U}(t) |\Psi(t=0)\rangle = \hat{U}(t) |+_x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{U}(t) |+\rangle + \hat{U}(t) |-\rangle) \quad (2.12)$$

wobei die Zeitentwicklung durch den Operator

$$\hat{U}(t) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_0^t \hat{H} dt'\right) \quad (2.13)$$

⁴Zustände $|n\rangle$ ohne Index bezeichnen Eigenzustände des momentanen Hamiltonoperators. Ihre Quantisierungsachse steht parallel zum lokalen Magnetfeld, in diesem Beispiel entlang z .

beschrieben wird. Dessen Wirkung auf einen Eigenzustand $|n\rangle$ von \hat{H} ,

$$\begin{aligned}\hat{U}(t) |n\rangle &= \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_0^t \hat{H} dt'\right) |n\rangle \\ &= \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_0^t E_n dt'\right) |n\rangle = \exp(i\varphi_n) |n\rangle \quad , \quad (2.14)\end{aligned}$$

entspricht, unter Ausnutzung von (2.7) und (2.8), der Multiplikation mit einem Phasenfaktor mit der Phase

$$\begin{aligned}\varphi_n &= -\frac{1}{\hbar} \int_0^t E_n dt' \\ &= -m_n \gamma_e \int_0^t B(t') dt' \\ &= -\frac{m_n \gamma_e}{v} \int_0^L B(z) dz \quad . \quad (2.15)\end{aligned}$$

Im letzten Schritt wurde die zeitliche Integration mithilfe der klassischen Teilchengeschwindigkeit in Flugrichtung $v = dz/dt$ durch das Integral $\overline{BL} := |\int B(z) dz|$ über das Magnetfeld der Länge $L = vt$ ersetzt. Demnach entwickeln sich die Einzelzustände $|n\rangle$ der Superposition unterschiedlich mit der Zeit und sammeln verschiedene Phasen φ_n auf.

Analyse Nach einer Zeit t wird $|\Psi(t)\rangle$ bezüglich der ursprünglichen Polarisationsrichtung x analysiert. Die erneute Drehung der Quantisierungsachse ($\pi/2$ -Flip) erfolgt durch eine Rückprojektion in die Basis des Spinoperators \hat{S}_x . Damit ergibt sich die Wahrscheinlichkeit, den Zustand $|\Psi(t)\rangle$ nach der Zeit t im Zustand $|+_x\rangle$ oder $|-_x\rangle$ dieser Basis vorzufinden, zu [Sak94]:

$$\begin{aligned}W_{\pm} &:= |\langle \pm_x | \Psi(t) \rangle|^2 = |\langle \pm_x | \hat{U}(t) |+_x \rangle|^2 \\ &= \langle +_x | \hat{U}^*(t) | \pm_x \rangle \langle \pm_x | \hat{U}(t) |+_x \rangle \\ &= \frac{1}{2} \pm \frac{1}{4} \left(e^{i(\varphi_+ - \varphi_-)} + e^{-i(\varphi_+ - \varphi_-)} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(1 \pm \cos(\varphi_+ - \varphi_-) \right) \\ &= \frac{1}{2} (1 \pm \cos \Phi) \quad (2.16)\end{aligned}$$

Bei der Berechnung werden die Zustände gemäß (2.9) und (2.10) nach der Eigenbasis von \hat{H} entwickelt und die Zeitentwicklung (2.14) ausgeführt⁵.

⁵Bei der Vereinfachung der ausmultiplizierten Terme ist der Vorzeichenwechsel bei komplexer Konjugation der imaginären Einheit ($i^* = -i$) und die Orthonormalitätsrelation $\langle n | m \rangle = \delta_{nm}$ zu beachten.

Obiger Ausdruck zeigt, dass die Wahrscheinlichkeiten nicht direkt von den Phasen φ_n abhängt, sondern von der Phasendifferenz

$$\begin{aligned}\Phi &:= \varphi_+ - \varphi_- \\ &= -\frac{1}{\hbar} \int_0^t (E_+ - E_-) dt' \\ &= -\frac{\gamma_e}{v} \overline{BL}.\end{aligned}\tag{2.17}$$

Somit ist die, prinzipiell nicht messbare Gesamtphase der Zustände irrelevant und der Nullpunkt der Energieniveaus E_n kann frei gewählt werden. Wir werden daher im Folgenden einfach nur von »Phasen« sprechen und auf die explizite Nennung von Phasendifferenzen oder -verschiebungen verzichten. Die *dynamische* Phase (2.17) ist die relevante Größe im gewöhnlichen Atomstrahl-Spinecho-Experiment. In Kapitel 2.2 werden wir sie für das Berry-Spinecho noch in die geometrische Phase ergänzen.

Spinecho Beim Atomstrahl-Spinecho wird die Zeitentwicklung (2.14) der Zustände in einem zweiten Magnetfeld umgekehrt, welches antiparallel zum ersten steht. Dabei ändert sich der Hamiltonoperator (2.4) und die Quantisierungsachse dreht sich um 180° , was wir als » π -Flip« bezeichnen wollen. Wie zuvor lassen wir den Hamiltonoperator unverändert und drehen stattdessen die Zustände $|n\rangle$ mithilfe des Drehoperators (2.11):

$$\begin{aligned}|+\rangle &\longrightarrow \hat{D}_{1/2}(0, \pi, 0) |+\rangle = |-\rangle \\ |-\rangle &\longrightarrow \hat{D}_{1/2}(0, \pi, 0) |-\rangle = |+\rangle\end{aligned}\tag{2.18}$$

Dabei vertauschen die beiden Eigenzustände gerade ihre Rolle und die Phasendifferenz Φ^{II} im zweiten Spinechofeld erhält das umgekehrte Vorzeichen wie die Phasendifferenz Φ^{I} aus dem ersten Spinechofeld. Im sogenannten »Spinechopunkt« wird die Gesamtphase ($\Phi^{\text{I}} + \Phi^{\text{II}}$) unabhängig von der Geschwindigkeit v bzw. der De-Broglie-Wellenlänge⁶ λ der Atome:

$$\frac{\partial (\Phi^{\text{I}} + \Phi^{\text{II}})}{\partial v} = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{\partial (\Phi^{\text{I}} + \Phi^{\text{II}})}{\partial \lambda} = 0\tag{2.19}$$

Ändern sich die Geschwindigkeiten der Teilchen zwischen den beiden Magnetfeldern nicht⁷, wovon in dieser Arbeit stets ausgegangen werden kann, ist die *Spinecho-Bedingung* (2.19) gerade dann erfüllt, wenn die Magnetfeldintegrale in den beiden Spulen entgegengesetzt gleichgroß sind.

⁶Die De-Broglie- oder Materiewellenlänge $\lambda = \frac{h}{Mv}$ ist über das Planck'sche Wirkungsquantum h und die Teilchenmassen M mit der Geschwindigkeit v verknüpft.

⁷Eine Änderung der Geschwindigkeit der Atome kann beispielsweise durch inelastische Stöße an einer Probe erfolgen. Dies wird a. A. an der He³-Spinecho-Apparatur in unserer Arbeitsgruppe für hochempfindliche Oberflächenuntersuchungen genutzt.

2.1.2 Beschreibung für Spin-1

Die Experimente im Rahmen dieser Arbeit wurden mit angeregtem Helium-4 durchgeführt. Für uns interessant ist der metastabile Triplettzustand 2^3S_1 (siehe Abschnitt 3.7.1 im nächsten Kapitel). Hier stehen die beiden Elektronenspins parallel und addieren sich zu einem Spin-1. Das metastabile Atom (kurz He*) hat deshalb ein endliches magnetisches Moment und ist somit für das Atomstrahl-Spinocho geeignet. Die Kopplung zwischen den beiden Elektronenspin ist dabei viel stärker als die Kopplung an ein von außen angelegtes Magnetfeld. Es kann somit in sehr guter Näherung ein lineares Zeeman-Diagramm angenommen werden, also eine lineare Beziehung zwischen dem externen Magnetfeld und der Aufspaltung der Energieniveaus.

Im Folgenden wird die Beschreibung des vorherigen Abschnitts auf Spin-1-Teilchen erweitert, wobei hauptsächlich die Unterschiede zum Spin- $\frac{1}{2}$ hervorgehoben werden.

Spin im Magnetfeld Bei der Beschreibung des Spin-1-Teilchens in einem äußeren Magnetfeld bildet wieder der Hamiltonoperator (2.4) den Ausgangspunkt. Hier müssen nur die Spinoperatoren \hat{S} durch die des Spin-1 ersetzt werden [VMK88]:

$$\hat{J}_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \hat{J}_y = \frac{i\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \hat{J}_z = \hbar \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

Das Magnetfeld zeigt wie zuvor entlang der z-Achse. Der Hamiltonoperator kommutiert somit mit dem Spinoperator \hat{J}_z , welcher die folgenden Eigenzustände und Eigenwerte besitzt:

$$\begin{aligned} |1\rangle &:= |1, +1\rangle = (1, 0, 0)^\top & J_z^{(1)} &= \hbar \\ |2\rangle &:= |1, 0\rangle = (0, 1, 0)^\top & J_z^{(2)} &= 0 \\ |3\rangle &:= |1, -1\rangle = (0, 0, 1)^\top & J_z^{(3)} &= -\hbar \end{aligned} \quad (2.21)$$

mit den magnetischen Quantenzahlen $m = 1, 0, -1$ und somit einer Zeeman-Aufspaltung mit *drei* Energieniveaus nach Gleichung (2.8).

Superposition Wie beim Spin- $\frac{1}{2}$ benötigen wir für das Spinocho-Prinzip als Anfangszustand einen kohärenten Überlagerungszustand aus den Eigenzuständen (2.21) des Hamiltonoperators. Dazu präparieren wir einen Anfangszustand

Kapitel 2 Theoretische Grundlagen

in der Basis des Spinoperators \hat{J}_x und stellen ihn in der Basis des Spinoperators \hat{J}_z dar. Dies erfolgt wieder durch eine 90° -Drehung um die y -Achse

$$\begin{aligned} |1_x\rangle &= \hat{D}_1(0, \frac{\pi}{2}, 0) |1\rangle = \frac{1}{2} (|1\rangle + \sqrt{2} |2\rangle + |3\rangle) \\ |2_x\rangle &= \hat{D}_1(0, \frac{\pi}{2}, 0) |2\rangle = \frac{1}{2} (-\sqrt{2} |1\rangle + 0 |2\rangle + \sqrt{2} |3\rangle) \\ |3_x\rangle &= \hat{D}_1(0, \frac{\pi}{2}, 0) |3\rangle = \frac{1}{2} (|1\rangle - \sqrt{2} |2\rangle + |3\rangle) . \end{aligned} \quad (2.22)$$

Die Drehmatrix berechnet sich gemäß (2.11) aus den Spinmatrizen (2.20). Zu gunsten der Übersichtlichkeit beschränken wir uns auf die beiden wichtigen Fälle einer Drehung von 90° und 180° um die y -Achse:

$$\hat{D}_1(0, \frac{\pi}{2}, 0) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{2} & 1 \\ \sqrt{2} & 0 & -\sqrt{2} \\ 1 & \sqrt{2} & 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{D}_1(0, \pi, 0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

Zeitentwicklung Wir wählen aus (2.22) den Zustand $|\Psi(t=0)\rangle := |1_x\rangle$ als Anfangszustand und betrachten die Zeitentwicklung in der Basis $|n\rangle$ des Spinoperators \hat{J}_z :

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle &= \hat{U}(t) |\Psi(t=0)\rangle = \hat{U}(t) |1_x\rangle \\ &= \frac{1}{2} (\hat{U}(t) |1\rangle + \sqrt{2} \hat{U}(t) |2\rangle + \hat{U}(t) |3\rangle) \\ &= \frac{1}{2} (e^{i\varphi_1} |1\rangle + \sqrt{2} e^{i\varphi_2} |2\rangle + e^{i\varphi_3} |3\rangle) . \end{aligned} \quad (2.24)$$

Die Wirkung des Zeitentwicklungsoperators $\hat{U}(t)$ auf einen Basiszustand $|n\rangle$ entspricht wie in (2.14) der Multiplikation mit einem Phasenfaktor $e^{i\varphi_n}$.

Analyse Dieser Zustand $|\Psi(t)\rangle$ wird nach einer Zeit t in der ursprünglichen Basis zu \hat{J}_x analysiert. Die Wahrscheinlichkeit, den anfänglich in $|1_x\rangle$ präparierten Zustand in einem der beiden im Experiment unterscheidbaren⁸ Zustände

⁸Polarisation und Analyse erfolgt im Experiment mit Sextupolmagneten nach dem Stern-Gerlach-Prinzip (Kap. 3.3). Der Zustand $|2_x\rangle$ kann dabei nicht verwendet werden, da die Atome kein magnetisches Moment besitzen, an welches das Magnetfeld angreifen kann.

$|1_x\rangle$ oder $|3_x\rangle$ anzutreffen, ergibt sich zu

$$\begin{aligned}
 W_1 &= |\langle 1_x | \Psi(t) \rangle|^2 = |\langle 1_x | \hat{U}(t) | 1_x \rangle|^2 \\
 &= \frac{1}{8} (3 + 2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \cos(\varphi_1 - \varphi_3) + 2 \cos(\varphi_3 - \varphi_2)) \\
 &= \frac{1}{8} (3 + 4 \cos \Phi + \cos 2\Phi) \\
 W_3 &= |\langle 3_x | \Psi(t) \rangle|^2 = \frac{1}{8} (3 - 4 \cos \Phi + \cos 2\Phi) \tag{2.25}
 \end{aligned}$$

In den Wahrscheinlichkeiten (2.25) treten wieder nur Phasendifferenzen auf. Wir definieren Φ als Phasendifferenz zwischen zwei benachbarten Zuständen und erhalten dasselbe Ergebnis wie beim Spin- $\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned}
 \Phi &:= \varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_2 - \varphi_3 = (\varphi_1 - \varphi_3)/2 \\
 &= -\frac{1}{\hbar} \int_0^t (E_1 - E_2) dt' = -\frac{\gamma_e}{v} \overline{BL}. \tag{2.26}
 \end{aligned}$$

Während die Wahrscheinlichkeiten (2.16) für ein Spin- $\frac{1}{2}$ sinusförmig von Φ abhängen, oszillieren die Wahrscheinlichkeiten (2.25) für dieses Spinsystem mit zwei Frequenzen Φ und 2Φ . Dadurch hat auch das, dazu proportionale Messsignal eine andere Form, was wir am Ende von Kapitel 3 in Abschnitt 3.7.3 näher untersuchen werden.

Spinecho Beim Spinecho kehren wir die Zeitentwicklung (2.24) in einem entgegengesetzt gerichtet Magnetfeld um. Anstatt den dadurch geänderten Hamiltonoperator zu betrachten, drehen wir wie in (2.18) wieder nur die Eigenzustände um 180° :

$$\begin{aligned}
 |1\rangle &\longrightarrow \hat{D}_1(0, \pi, 0) |1\rangle = |3\rangle \\
 |2\rangle &\longrightarrow \hat{D}_1(0, \pi, 0) |2\rangle = -|2\rangle \\
 |3\rangle &\longrightarrow \hat{D}_1(0, \pi, 0) |3\rangle = |1\rangle \tag{2.27}
 \end{aligned}$$

Dabei vertauschen die Eigenzustände $|1\rangle$ und $|3\rangle$ gerade ihre Rolle, während $|2\rangle$ nur auf sich selbst abgebildet wird. Wie beim Spin- $\frac{1}{2}$ ändert sich dabei das Vorzeichen der Phasendifferenz im Vergleich zum ersten Magnetfeld. Im Spinechopunkt, wenn die Spinecho-Bedingung $\partial/\partial v(\Phi^I + \Phi^{II}) = 0$ erfüllt ist, heben sich die Zeitentwicklungen aus beiden Magnetfeldern gerade gegenseitig auf.

2.1.3 Kinematik der Atome

In den vorangegangenen Abschnitten wurde das Prinzip des longitudinalen Atomstrahl-Spinochos soweit beschrieben, wie es für diese Arbeit erforderlich ist. Die Spinteilchen wurden dabei in ihrem Ruhesystem betrachtet. Ihre Translationsbewegung wurde nur indirekt bei der Umformung des Magnetfeldintegrals in (2.15) auf klassische Weise berücksichtigt. Im Folgenden wird untersucht, unter welchen Voraussetzungen diese Vereinfachung gerechtfertigt ist. Anschließend wird mit den gewonnenen Ergebnissen eine anschauliche Beschreibung des Atomstrahl-Spinocho-Prinzips mithilfe von Wellenpaketen aufgezeigt.

Spin im Magnetfeld (im Laborsystem) Den Ausgangspunkt bildet der Hamiltonoperator

$$\hat{H}_{\text{gesamt}} = \hat{T} + \hat{V} = \frac{\hat{p}^2}{2M} - \hat{\boldsymbol{\mu}} \cdot \mathbf{B} = \frac{\hat{p}^2}{2M} + \gamma_e B \hat{S}_z. \quad (2.28)$$

Der Operator \hat{V} beschreibt die bereits bekannte Wechselwirkung (2.4) eines Elektronenspin mit einem Magnetfeld in z -Richtung. \hat{T} berücksichtigt nun zusätzlich die Bewegung des freien Teilchens mit Impuls p und Masse⁹ M .

Die Eigenzustände $|n\rangle$ des Spinoperators \hat{S}_z sind *keine* simultanen Eigenzustände dieses Hamiltonoperators mehr. Mithilfe der semiklassischen WKB-Näherung können die Energieeigenzustände jedoch näherungsweise bestimmt werden [Sak94]:

$$|\Psi_n\rangle \propto \left(\frac{1}{2M(E - V_n(z'))} \right)^{1/4} \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_0^z \sqrt{2M(E - V_n(z'))} dz' \right) \quad (2.29)$$

mit dem (magnetischen) Potential¹⁰ V_n und der Gesamtenergie $E > V_n$. Diese Näherung setzt voraus, dass sich $V_n(z)$ nur langsam mit der Position z ändert¹¹. Im Folgenden wird zusätzlich $V_n \ll E$ gefordert¹², weshalb der

⁹Wir schreiben das Symbol für die Masse groß, um eine Verwechslung mit der magnetischen Quantenzahl zu vermeiden.

¹⁰ V_n sind die Eigenwerte des Operators \hat{V} . Sie entsprechen den Energieeigenwerten (2.8).

¹¹Genauer erfordert die WKB-Näherung, dass die De-Broglie-Wellenlänge λ viel kleiner ist als die Längenskala, auf der sich $V_n(z)$ merklich ändert. Diese Bedingung ist stets erfüllt, da sich λ für Atome im Bereich einiger $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$ bewegt, sich die Spinochfelder $B(z) \propto V_n(z)$ jedoch auf makroskopischen Skalen einiger Millimeter ändern.

¹²Beim Atomstrahl-Spinocho ist die magnetische Energie $V < 10^{-6} \text{ eV}$ stets viel kleiner als die kinetische $T \approx 0,1 \text{ eV}$, und damit auch als die Gesamtenergie $E = T + V$.

Vorfaktor in (2.29) als konstant angenommen und die Impulse im Integral um $V_n/E \ll 1$ entwickelt werden können:

$$\begin{aligned}
 p_n &= \sqrt{2M(E - V_n)} \\
 &= \sqrt{2ME} - \frac{V_n}{E} \sqrt{\frac{ME}{2}} - \mathcal{O}\left(\frac{V_n}{E}\right)^2 \\
 &\approx p_0 \left(1 - \frac{V_n}{2E}\right)
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

Werden die Impulse in (2.29) eingesetzt, können die Energieeigenzustände $|\Psi_n\rangle$ separiert werden in die Ortswellenfunktion des freien Teilchens $|\Psi^{\text{frei}}\rangle$ und einen vom (magnetischen) Potential abhängigen Teil $|\Psi_n^{\text{mag}}\rangle$:

$$\begin{aligned}
 |\Psi_n\rangle &\approx \exp\left[\frac{i}{\hbar} \int_0^z p_n(z') dz'\right] \\
 &\approx \exp\left[\frac{i}{\hbar} \int_0^z \left(p_0 - p_0 \frac{V_n}{2E}\right) dz'\right] \\
 &= \exp\left[\frac{i}{\hbar} \int_0^z p_0 dz' - \frac{i}{\hbar} \int_0^z \left(p_0 \frac{V_n}{2E}\right) dz'\right] \\
 &= \exp\left(\frac{i}{\hbar} p_0 z\right) \cdot \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \frac{p_0}{2E} \int_0^z V_n(z') dz'\right) \\
 &=: \exp(i\varphi^{\text{frei}}) \cdot \exp(i\varphi_n^{\text{mag}}) =: \Psi^{\text{frei}} \cdot \Psi_n^{\text{mag}}
 \end{aligned} \tag{2.31}$$

Unter Verwendung von (2.8), sowie Impuls $p_0 = Mv$ und Energie $E = \frac{p_0^2}{2M}$ des freien Teilchens, ergibt sich die Phase von $|\Psi_n^{\text{mag}}\rangle$ zu

$$\begin{aligned}
 \varphi_n^{\text{mag}} &= -\frac{1}{\hbar} \frac{p_0}{2E} \int_0^z V_n(z') dz' \\
 &= -m_n \frac{p_0 \gamma_e}{2E} \int_0^z B(z') dz' \\
 &= -\frac{m_n \gamma_e}{v} \int_0^z B(z') dz' .
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

Das Ergebnis stimmt mit der Phase aus Gleichung (2.15) überein und $|\Psi_n^{\text{mag}}\rangle$ entspricht damit gerade den Eigenzuständen $|n\rangle$ des Spinoperators \hat{S}_z bzw. \hat{J}_z .

Die im Experiment relevante Messgröße ist die Wahrscheinlichkeit einen bestimmten Zustand vorzufinden. Die Wahrscheinlichkeit ist nicht von der Gesamtphase $\varphi_n^{\text{gesamt}} := \varphi^{\text{frei}} + \varphi_n^{\text{mag}}$ abhängig, sondern von der Phasendifferenz (2.17). Da jedoch die Phase φ^{frei} für alle Spinzustände gleich ist, kürzt sie

sich in der Phasendifferenz heraus. Somit erhält man in sehr guter Näherung im Laborsystem (2.28) und im Ruhesystem (2.4) dieselben Ergebnisse.

Das Spinecho-Prinzip im Bild der Wellenpakete Die Ergebnisse des vorherigen Abschnitts ermöglichen eine alternative Beschreibung des Atomstrahl-Spinecho-Prinzips mithilfe von Wellenpaketen. Dies soll im Folgenden kurz angerissen werden¹³.

Wir betrachten ein Wellenpaket bestehend aus zwei kohärenten Teilwellenpaketen im Spin- $\frac{1}{2}$ -Zustand $|+\rangle$ bzw. $|-\rangle$ (Abbildung 2.2). Während sich die beiden Teilwellenpakete durch ein Magnetfeld B bewegen, unterscheiden sich ihre Impulse in Flugrichtung aufgrund von Gleichung (2.30) um

$$\Delta p = p_+ - p_- \approx -\frac{V_+}{2E} + \frac{V_-}{2E} = \frac{\hbar\gamma_e B}{2E}. \quad (2.33)$$

Somit bewegen sich ihre Schwerpunkte langsam auseinander. Währenddessen kommt es je nach Überlapp der Wellenfunktionen zu konstruktiver und destruktiver Interferenz. Diese Interferenz kann gemessen werden und entspricht gerade dem Signal einer Spinrotation. Das Interferenzsignal nimmt kontinuierlich ab, bis die Teilwellenpakete soweit räumlich getrennt sind, dass sie nicht mehr überlappen.

Beim Spinecho folgt dem Magnetfeld ein zweites, antiparallel stehendes Magnetfeld. Nach (2.18) vertauschen die Eigenzustände dabei ihre Rolle. Ihre Impulse zeigen in die entgegengesetzte Richtung und die Wellenpakete bewegen sich wieder aufeinander zu. Das Spinecho-Signal entsteht beim erneuten Überlappen der Wellenfunktionen.

¹³Ein Ergebnis der Beschreibung mittels Wellenpaketen ist das anschauliche *Fahrplanmodell* [Rei98], auf welches hier aber nicht näher eingegangen werden soll. Dieses ist insbesondere hilfreich zur Veranschaulichung des Atomstrahl-Spinecho-Prinzips für Atome mit komplizierteren Energie-Magnetfeld-Beziehungen (nichtlineare Zeeman-Diagramme), wie sie beispielsweise bei Wasserstoffatomen vorkommen.

2.2 Berry-Phase

Im vorherigen Kapitel wurde gezeigt, dass die zeitliche Entwicklung eines quantenmechanischen Systems durch einen Phasenfaktor beschrieben werden kann. Diesen wollen wir als *dynamischen* Phasenfaktor bezeichnen, da er zu jedem Zeitpunkt von den momentanen Energieeigenwerten des Hamiltonoperators abhängt.

Befindet sich das System unter dem Einfluss eines sich langsam *ändernden* Hamiltonoperators, so kann neben diesem dynamischen auch ein *geometrischer* Phasenfaktor auftreten. Dieser ist weder von der Energie der beteiligten Zustände, noch von der Dauer der Änderung abhängig. Er hängt nur von der Geometrie des Parameterraums ab, in welchem der Hamiltonoperator variiert wird. Die damit einhergehende geometrische Phase eines quantenmechanischen Zustands wollen wir im Folgenden nach Michael V. Berry [Ber84] als »Berry-Phase« bezeichnen.

Die Berry-Phase hat mit dem *Hannay-Winkel* [Han85] ein Analogon in der klassischen Mechanik. Dabei handelt es sich um eine sogenannte Anholonomie¹⁴, welche aus dem parallelen Vektortransport auf einer gekrümmten Oberfläche resultiert (Abbildung 2.3). Der Hannay-Winkel findet sich im Foucaultschen Pendelversuch¹⁵ wieder und ist dort der Grund dafür, dass die Pendelebene nach 24 Stunden nicht in ihre ursprüngliche Lage zurückkehrt.

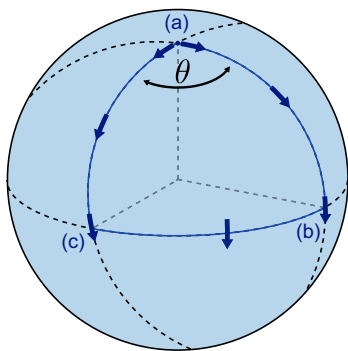


Abbildung 2.3: Der Hannay-Winkel ist das klassische Analogon zur quantenmechanischen Berry-Phase [Han85]. Er ist das Resultat des *parallelen Transports* eines Vektors entlang eines geschlossenen Pfades auf einer gekrümmten Oberfläche. Im dargestellten Beispiel erfolgt der parallele Transport auf der Kugeloberfläche von (a) über (b) und (c). Wieder zurück am Ausgangspunkt (a) unterscheidet sich die Vektorrichtung um den Hannay-Winkel θ , welcher gerade dem umfahrenen Raumwinkel, vom Kugelmittelpunkt aus betrachtet, entspricht.

Wir beginnen dieses Kapitel mit einer allgemeinen Herleitung der Berry-Phase. Anschließend schieben wir eine Erklärung des Adiabatischen Theorems der Quantenmechanik ein, auf welches sowohl die Berry-Phase als auch

¹⁴Die Anholonomie wird häufig missverständlich als »Holonomie« bezeichnet, was aber die genau entgegengesetzte Bedeutung hat [Ber90].

¹⁵Im rotierenden Bezugssystem der Erde beschreibt ein langes sphärisches Pendel durch die Corioliskraft eine Rosettenbahn. Nach einer Erdumdrehung, was einem geschlossenen Pfad auf der Erdoberfläche entspricht, kehrt das Pendel nicht wieder in seine Ausgangslage zurück, sondern unterscheidet sich davon um den von der geographischen Breite abhängigen Hannay-Winkel.

das Spinecho-Prinzip zurückzuführen ist. Zuletzt schaffen wir eine Verbindung zwischen Berry-Phasen und dem Atomstrahl-Spinecho und zeigen wie Berry-Phasen im Experiment gemessen werden können.

2.2.1 Herleitung der Berry-Phase

In diesem Abschnitt wird die Berry-Phase zunächst allgemein hergeleitet, wobei wir uns an der ursprünglichen Veröffentlichung [Ber84], sowie an [Hol89] und [Roh07] orientieren. Nach einer Umformung der Ergebnisse, werden anschließend einige Besonderheiten der Berry-Phase deutlich. Zuletzt betrachten wir den Spezialfall eines Spins in einem Magnetfeld, für welchen die Berry-Phase eine besonders einfache Form erhält.

Allgemeine Herleitung Wir betrachten ein System, beschrieben durch den Hamiltonoperator \hat{H} mit den Eigenzuständen $|n\rangle$ und mindestens einem diskreten, nicht-entarteten Eigenwert E_n [Hol89]. $\hat{H} := \hat{H}(\mathbf{R})$ soll eine Funktion von mindestens zwei (zeitabhängigen) Parametern $\mathbf{R}(t) = \{R_1(t), R_2(t), \dots\}$ sein, wodurch auch $|n(\mathbf{R})\rangle$ und $E_n(\mathbf{R})$ von \mathbf{R} abhängen.

Ist zum Zeitpunkt $t=0$ der Zustand $|n(\mathbf{R}(t))\rangle$ ein Eigenzustand zu $\hat{H}(\mathbf{R}(t))$, dann ist dies zu einem späteren Zeitpunkt $t > 0$ im Allgemeinen *nicht* mehr der Fall. Erfolgt die Variation von $\mathbf{R}(t)$ jedoch *langsam* genug (»adiabatisch«, passt sich das System gemäß dem »Adiabatischen Theorem« (Abschnitt 2.2.2) kontinuierlich dem sich ändernden Hamiltonoperator an. Es verbleibt somit im ursprünglichen Zustand $|n(\mathbf{R})\rangle$ und wechselt nicht in einen anderen Eigenzustand.

Die Parameter $\mathbf{R}(t)$ spannen einen Parameterraum auf. Werden sie mit der Zeit t variiert, entspricht dies einer Kurve oder einem Pfad in diesem Raum. Erfolgt die Variation adiabatisch entlang einer geschlossenen Kurve $\mathbf{R}(0) = \mathbf{R}(T)$, befindet sich das System anschließend zum Zeitpunkt T im Eigenzustand

$$|n(\mathbf{R}(T))\rangle = \exp(i\varphi_n) |n(\mathbf{R}(0))\rangle , \quad (2.34)$$

welcher sich lediglich durch einen Phasenfaktor vom Anfangszustand $|n\rangle := |n(\mathbf{R}(0))\rangle$ unterscheidet. Im Fall eines Systems mit konstantem Hamiltonoperator würde dies gerade der Zeitentwicklung (2.14) aus dem vorangegangenen Kapitel entsprechen und φ_n wäre die dynamische Phase.

Die Phase φ_n ergibt sich durch Einsetzen von (2.34) in die zeitabhängige Schrödingergleichung [Roh07]

$$\hat{H} \exp(i\varphi_n) |n\rangle = i\hbar \frac{d}{dt} \exp(i\varphi_n) |n\rangle . \quad (2.35)$$

Durch Anwendung von $\langle n(\mathbf{R}(T)) | = \langle n(\mathbf{R}(0)) | \exp(-i\varphi_n)$ auf Gl. (2.35), sowie Ausnutzung der Produktregel, der Orthonormalitätsrelation und der stationären Schrödingergleichung ergibt sich:

$$\begin{aligned}
\langle n | e^{-i\varphi_n} \hat{H} e^{i\varphi_n} | n \rangle &= i\hbar \langle n | e^{-i\varphi_n} \left(\frac{d}{dt} e^{i\varphi_n} | n \rangle \right) \\
&\Downarrow \\
\langle n | \hat{H} | n \rangle &= i\hbar \langle n | e^{-i\varphi_n} \left[\left(\frac{d}{dt} e^{i\varphi_n} \right) | n \rangle + e^{i\varphi_n} \left(\frac{d}{dt} | n \rangle \right) \right] \\
&\Downarrow \\
E_n &= -\hbar \frac{d}{dt} \varphi_n + i\hbar \langle n | \frac{d}{dt} | n \rangle \\
&\Downarrow \\
\frac{d}{dt} \varphi_n &= -\frac{1}{\hbar} E_n + i \langle n | \frac{d}{dt} | n \rangle \tag{2.36}
\end{aligned}$$

Integration von (2.36) ergibt schließlich für die Phase nach der Zeit T

$$\begin{aligned}
\varphi_n &= \varphi_n(T) - \varphi_n(0) = -\frac{1}{\hbar} \int_0^T E_n dt + \int_0^T i \langle n | \frac{d}{dt} | n \rangle dt \\
&= -\frac{1}{\hbar} \int_0^T E_n dt + i \int_{\mathbf{R}(0)}^{\mathbf{R}(T)} \langle n | \nabla_{\mathbf{R}} | n \rangle \cdot d\mathbf{R} \\
&=: \varphi_n^{\text{dyn}} + \varphi_n^{\text{geo}} . \tag{2.37}
\end{aligned}$$

Dabei bezeichnet der Gradient $\nabla_{\mathbf{R}} := \left\{ \frac{\partial}{\partial R_1}, \frac{\partial}{\partial R_2}, \dots \right\}$ die »räumliche« Ableitung nach den gewählten Parametern \mathbf{R} .

Der erste Summand in (2.37) entspricht gerade der dynamischen Phase, wie sie im vorangegangenen Kapitel für einen Spin in einem Magnetfeld hergeleitet wurde (bspw. Gl. (2.15)). Bei dem zweiten Summanden handelt es sich um die gesuchte, geometrische Phase (in Berrys ursprünglicher Veröffentlichung mit γ_n bezeichnet). Bei der Herleitung des Atomstrahl-Spinocho hatten wir diese zusätzliche Phase »unterschlagen«, da wir dort den Hamiltonoperator als statisch angenommen hatten. Hier sind nun aber der Hamiltonoperator und damit auch dessen Eigenzustände von den Parametern $\mathbf{R}(t)$ abhängig, so dass ihre Ableitung in (2.37) nicht verschwindet.

Eigenschaften der Berry-Phase Es wurde zuvor angenommen, dass die Parameter¹⁶ $\mathbf{R}(t)$ eine geschlossene Kurve $\mathcal{C}[\mathbf{R}(0) \rightarrow \mathbf{R}(T) = \mathbf{R}(0)]$ im Parameterraum durchfahren. Somit kann die Berry-Phase mit dem »Satz von Stokes« in ein Oberflächenintegral umgeschrieben werden

$$\begin{aligned}\varphi_n^{\text{geo}} &= i \oint_{\mathcal{C}} \langle n | \nabla_{\mathbf{R}} | n \rangle \cdot d\mathbf{R} \\ &= \oint_{\mathcal{C}} \mathbf{A}_n \cdot d\mathbf{R} = \int_{S(\mathcal{C})} \mathbf{F}_n \cdot d\mathbf{S},\end{aligned}\quad (2.38)$$

mit $\mathbf{A}_n(\mathbf{R}) := i \langle n | \nabla_{\mathbf{R}} | n \rangle$ und dessen Rotation

$$\mathbf{F}_n(\mathbf{R}) := \nabla_{\mathbf{R}} \times \mathbf{A}_n(\mathbf{R}) = i \sum_{m \neq n} \frac{\langle n | (\nabla_{\mathbf{R}} \hat{H}) | m \rangle \times \langle m | (\nabla_{\mathbf{R}} \hat{H}) | n \rangle}{(E_m - E_n)^2}. \quad (2.39)$$

Daraus ergeben sich einige interessante Folgerungen:

- Die Berry-Phase ist demnach durch den »Fluss« eines Vektorfelds \mathbf{F}_n durch das Flächenelement $d\mathbf{S}$ gegeben, welches von der Kurve \mathcal{C} begrenzt wird [Sak94].
- In Analogie zur Elektrodynamik kann \mathbf{F}_n als elektromagnetisches Feld und \mathbf{A}_n als Vektorpotential aufgefasst werden, auch als »Berry Connection« bekannt. In der Tat kann auf diese Weise der Aharonov-Bohm-Effekt und der damit verwandte Aharonov-Casher-Effekt alternativ erklärt werden.
- Die Analogie zur Elektrodynamik betrifft auch die Eichinvarianz. Eine Multiplikation der Zustände $|n(\mathbf{R})\rangle$ mit einem beliebigen \mathbf{R} -abhängigen Phasenfaktor $e^{i\delta(\mathbf{R})}$, hat keinen Einfluss auf die Berry-Phase. Dadurch wird auch der geometrische Charakter der Berry-Phase deutlich, da sie nicht von den »Details im Phasenverhalten« entlang des Pfads \mathcal{C} abhängt [Sak94].
- Kehrt \mathbf{R} auf demselben Weg zu seinem Anfangswert zurück, schließt \mathcal{C} also keine Fläche ein, dann ist $\varphi_n^{\text{geo}} = 0$.
- Befindet sich entlang des Pfads \mathcal{C} ein Ort \mathbf{R}^* im Parameterraum, an welchem der betrachtete Eigenzustand $|n\rangle$ entartet ist, d. h. sein Eigenwert mit dem eines anderen Eigenzustands $|m\rangle$ übereinstimmt $E_m(\mathbf{R}^*) = E_n(\mathbf{R}^*)$, dann besitzt \mathbf{F}_n eine Polstelle. Ein Entartungspunkt dominiert somit den Wert der Berry-Phase – er kann als Feldquelle angesehen werden, welche die Berry-Phase auch dann noch beeinflusst, wenn \mathbf{R}^* selbst gar nicht auf dem Pfad \mathcal{C} liegt.

¹⁶Im Folgenden gehen wir vereinfachend von drei Parametern aus bzw. einem dreidimensionalen Parameterraum. Eine Erweiterung auf höher-dimensionale \mathbf{R} ist prinzipiell möglich.

- Ist der Hamiltonoperator des betrachteten Systems hermitesch ($\hat{H} = \hat{H}^\dagger$), wie dies bei den durchgeführten Experimenten in dieser Arbeit der Fall ist, dann ist die geometrische Phase reell:

$$\varphi_n^{\text{geo}} = -\text{Im} \oint_{\mathcal{C}} \langle n | \nabla_{\mathbf{R}} | n \rangle \cdot d\mathbf{R} \in \mathbb{R}$$

Im Allgemeinen können Berry-Phasen aber durchaus komplex sein, was sehr interessante Konsequenzen nach sich zieht [Tra+16; Ber+09].

Berry-Phase eines Spins in einem Magnetfeld In der Quantenmechanik sind Phasen häufig nicht beobachtbar, da Zustände prinzipiell nur bis auf einen beliebigen Phasenfaktor definiert sind. Deshalb, und weil die Berry-Phase erst spät entdeckt wurde, ist die Frage durchaus berechtigt, ob sie überhaupt gemessen werden kann. Dies soll anhand des folgenden Anwendungsfalls demonstriert werden. Dieser bildet gewissermaßen die Grundlage der in dieser Arbeit vorgestellten Experimente und wurde bereits in Berrys ursprünglicher Veröffentlichung [Ber84] als Beispiel angeführt.

Betrachtet wird der Fall eines Spins in einem Magnetfeld, wie bei der Beschreibung des Atomstrahl-Spinesch. Jedoch mit dem Unterschied, dass der Hamiltonoperator (2.4) jetzt die Funktion eines Satzes zeitabhängiger Parameter ist. Als diese Parameter wählen wir die drei Komponenten eines magnetischen Feldes $\mathbf{R}(t) \equiv \mathbf{B}(t) = \{B_x(t), B_y(t), B_z(t)\}$. Diese spannen den Parameterraum auf, welcher im Ursprung $\mathbf{B}^* = 0$ auf natürliche Weise einen Entartungspunkt besitzt. Hier gibt es keine Zeeman-Aufspaltung und die Spinzustände zu unterschiedlichen magnetischen Quantenzahlen haben somit alle dieselben Energieeigenwerte. Damit lautet das Vektorfeld (2.39)

$$\mathbf{F}_n(\mathbf{B}) = -m_n \mathbf{B} / B^3 \quad (2.40)$$

und die Berry-Phase hat die einfache Gestalt [Ber84]

$$\varphi_n^{\text{geo}}(\mathcal{C}) = -m_n \Omega(\mathcal{C}) . \quad (2.41)$$

Hierbei bezeichnet m_n die magnetische Quantenzahl des Zustands $|n\rangle$. $\Omega(\mathcal{C})$ ist der Raumwinkel, welchen der Pfad \mathcal{C} , betrachtet vom Entartungspunkt $\mathbf{B}^* = 0$ aus, umschließt.

Die Form (2.40) des Vektorfelds \mathbf{F}_n erinnert an das Feld eines magnetischen Monopols am Entartungspunkt $\mathbf{B}^* = 0$. Die geometrische Phase entspricht dann dessen Fluss durch das Raumwinkelement $\Omega(\mathcal{C})$.

In Gleichung (2.41) wird der geometrische Charakter der Berry-Phase besonders deutlich. Im Gegensatz zur dynamischen Phase ist sie unabhängig von der

Geschwindigkeit mit welcher der Pfad \mathcal{C} durchlaufen wird (solange sich $\mathbf{B}(t)$ adiabatisch ändert). Selbst die exakte Form des Pfads ist unerheblich, lediglich der umfahrene Raumwinkel trägt zur geometrischen Phase bei.

Mit der dynamischen Phase (2.15) gemein, hat die Berry-Phase ihre Abhängigkeit von der magnetischen Quantenzahl m_n . Deshalb drehen auch hier halbzahlige Spins mit »halber Geschwindigkeit«. Wird \mathcal{C} auf einer Kreisbahn um $\mathbf{B}^* = 0$ geführt (Raumwinkel $\Omega = 2\pi$), kehren Fermionen nicht wie Bosonen in ihren Ausgangszustand zurück, sondern erhalten einen geometrischen Phasenfaktor von $e^{i\alpha/2\Omega} = e^{\pm i\pi} = -1$ ($\alpha \in \mathbb{N}$).

Gleichung (2.41) zeigt auch die Analogie der Berry-Phase zum Hannay-Winkel der klassischen Mechanik (Abbildung 2.3 am Anfang dieses Kapitels). Beide geometrischen Phasen sind proportional zum Raumwinkel, der im Parameterraum des Magnetfeldes bzw. im Ortsraum umfahren wird. Die zugrunde liegende Idee des *parallelen Transports* entspricht im quantenmechanischen Fall der *adiabatischen Variation* des Hamiltonoperators.

2.2.2 Adiabatisches Theorem der Quantenmechanik

Wir haben soeben die Herleitung der Berry-Phase skizziert und werden uns in Abschnitt 2.2.3 der Frage zuwenden, wie sie konkret gemessen werden kann. Zuvor wollen wir jedoch einen für diese Arbeit wichtigen Punkt einschieben – das Adiabatische Theorem der Quantenmechanik¹⁷.

Das Adiabatische Theorem beschreibt das Verhalten eines quantenmechanischen Systems unter dem Einfluss eines zeitabhängigen Hamiltonoperators. Es besagt: Falls sich ein zeitabhängiger Hamiltonoperator nur sehr *langsam* ändert (dies wird auf der nächsten Seite konkretisiert), dann kann sich das System kontinuierlich an die geänderten Bedingungen anpassen. Insbesondere, wenn sich das System anfangs in einem Eigenzustand $|n(0)\rangle$ des Hamiltonoperators $\hat{H}(0)$ befindet, so ist es zu einem späteren Zeitpunkt $t > 0$ noch immer im Eigenzustand $|n(t)\rangle$ des *momentanen* Hamiltonoperators¹⁸ $\hat{H}(t)$ (und beispielsweise nicht in einem anderen Eigenzustand $|m(t)\rangle$).

¹⁷Das Adiabatische Theorem wurde bereits 1928 von M. Born und V. Fock beschrieben [BF28], wird aber auch heute noch diskutiert (bspw. [Mac+07]). Die vermutlich bekannteste Anwendung ist die Born-Oppenheimer-Näherung zur Separation der Wellenfunktion eines Moleküls in Elektronen- und Kern-Anteil.

¹⁸Es wird angenommen, dass der Hamiltonoperator $\hat{H}(t)$, sowie dessen Eigenzustände $|n(t)\rangle$ und -werte $E_n(t)$, kontinuierliche Funktionen von t sind und die Eigenwerte diskret und nicht-entartet sind.

Das Theorem spielt in dieser Arbeit eine zentrale Rolle. Bei der Herleitung sowohl der Berry-Phase als auch des Atomstrahl-Spinecho wurde es bereits erwähnt oder auch stillschweigend vorausgesetzt. Im Folgenden betrachten wir die beiden Extremfälle, in denen die Bedingung für eine adiabatische Entwicklung des Systems entweder vollständig (»Adiabatische Näherung«) oder gar nicht (»Nicht-Adiabatische Näherung«) erfüllt sind, sowie deren Konsequenzen für die durchgeführten Experimente.

Adiabatische Näherung Konkret entspricht die adiabatische Entwicklung eines Eigenzustands $|n(t)\rangle$ (beschrieben durch den Zeitentwicklungsoperator (2.13)) der Multiplikation des ursprünglichen Zustands mit einem Phasenfaktor:

$$|n(t)\rangle = \hat{U}(t) |n(0)\rangle = e^{i\varphi_n} |n(0)\rangle = e^{i\varphi_n^{\text{dyn}}} e^{i\varphi_n^{\text{geo}}} |n(0)\rangle \quad (2.42)$$

Dieser Phasenfaktor setzt sich aus zwei Teilen zusammen, welche gerade der dynamischen Phase (Kapitel 2.1) und der Berry-Phase (Kapitel 2.2) entsprechen.

Die Voraussetzung für die Adiabatische Näherung ist, wie bereits erwähnt, eine langsame Entwicklung von $\hat{H}(\mathbf{R}(t))$. »Langsam« bezieht sich dabei auf die typische Zeitskala des Systems, welche durch die Übergänge zwischen den Eigenzuständen (Energieniveaus) vorgegeben ist. Die quantenmechanische Übergangsfrequenz zwischen zwei benachbarten Eigenzuständen $|n\rangle$ und $|m\rangle$, wird bei der Spinpräzession auch als »Larmorfrequenz« bezeichnet:

$$\omega_L = (E_n - E_m)/\hbar = \gamma B . \quad (2.43)$$

Um das Adiabatizitätskriterium zu erfüllen, muss sie viel größer sein als die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Parameter $\mathbf{R}(t)$ ändern. Im konkreten Fall eines Spins im Magnetfeld entspricht dies der Richtungsänderung von $\mathbf{B}(t)$, beschrieben durch die Winkelgeschwindigkeit ω_B . Für deren Verhältnis, beschrieben durch den Adiabatizitätsparameter Γ , muss somit gelten [Mes65]:

$$\Gamma := \omega_L/\omega_B \gg 1 \quad (2.44)$$

Dies ist die Voraussetzung dafür, dass eine Berry-Phase akkumuliert werden kann. Diese Bedingung muss in einem Atomstrahl-Spinecho-Experiment zur Messung dynamischer und/oder geometrischer Phasen innerhalb der Spinechofelder erfüllt sein, was wir in Abschnitt 3.4.4 genauer untersuchen werden.

Nicht-Adiabatische Näherung Im entgegengesetzten Fall der Nicht-Adiabatischen Näherung (auch »Diabatische Näherung« oder »sudden approximation«) kann das System der *schnellen* Änderung von $\hat{H}(t)$ nicht folgen. Der

Kapitel 2 Theoretische Grundlagen

Zustand $|n(t)\rangle = |n(0)\rangle$ erfährt in diesem Grenzfall keine Zeitentwicklung ($\hat{U}(t) = 1$) und bleibt auch nach der Zeit t noch Eigenzustand des *ursprünglichen* Hamiltonoperators $\hat{H}(0)$.

Damit ist $|n(t)\rangle$ *kein* Eigenzustand von $\hat{H}(t)$, sondern muss in dessen neuer Basis entwickelt werden. Dieser Umstand wird im Spinecho-Prinzip ausgenutzt, um eine kohärente Superposition mehrerer Eigenzustände zu erzeugen (siehe (2.9) und (2.22) in Kapitel 2.1), welche miteinander interferieren.

Damit lautet die *Diabatizitätsbedingung*

$$\omega_L/\omega_B \ll 1. \quad (2.45)$$

Im Experiment muss diese Bedingung an Anfang und Ende der Spinechofelder ($\pi/2$ -Flip), sowie zwischen den beiden Spinechofeldern (π -Flip) erfüllt sein (vergleiche Abschnitt 3.4.5).

2.2.3 Berry-Phase im Experiment

Am Ende von Abschnitt 2.2.1 haben wir die einfache Beziehung (2.41) für die Berry-Phase erhalten, die ein Spin akkumuliert, wenn er der sich ändernden Richtung eines Magnetfelds adiabatisch folgt. Wir betrachten nun, wie ein solches Feld konkret aussehen kann. Anschließend schaffen wir eine Verbindung zum Spinecho-Prinzip und zeigen, wie mit dessen Hilfe die Berry-Phase gemessen und vom Beitrag der dynamischen Phase separiert werden kann.

Erzeugung der Berry-Phase Ein geeignetes Magnetfeld zur Erzeugung geometrischer Phasen ist beispielsweise eines, dessen Richtung in einer Ebene rotiert. Die Spitze des Feldvektors fährt somit auf einer Kreisbahn um den Ursprung, was einem Raumwinkel von 2π entspricht. Ergänzt man dies um ein konstantes, dazu senkrechtes Feld, bewegt sich der resultierende Feldvektor auf einem Konus (Abbildung 2.4). Der Entartungspunkt $\mathbf{B}^* = 0$ liegt auf der Spitze dieses Konus und wird deswegen auch (nach dem gleichnamigen Spielzeug) als »Diabolischer Punkt« bezeichnet. Der dabei umfahrene Raumwinkel kann über das Verhältnis der beiden Feldebträge zwischen 0 und 2π eingestellt werden:

$$\Omega = \iint_S \sin \theta \, d\theta \, d\phi = 2\pi (1 - \cos \theta) = 2\pi \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (B_{xy}/B_z)^2}} \right) \quad (2.46)$$

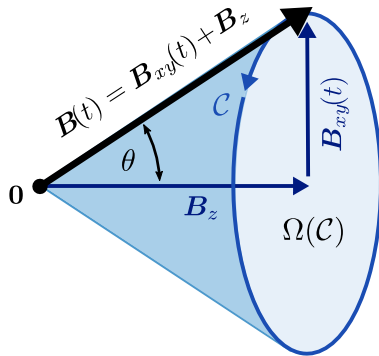


Abbildung 2.4: Magnetfeldkonfiguration zur Erzeugung von Berry-Phasen. Das Magnetfeld setzt sich zusammen aus einem konstanten Feld B_z und einem Feld B_{xy} , welches in der dazu orthogonalen Ebene rotiert. Die Vektorspitze des resultierenden Magnetfelds folgt dem Pfad C im Parameterraum. Sie umfährt dabei den Raumwinkel $\Omega(C)$ (betrachtet vom »Entartungspunkt« $B^* = 0$ aus), der sich über das Verhältnis der beiden Feldstärken variieren lässt. Folgt ein Spin der Feldrichtung adiabatisch, sammelt er nach Gl. (2.41) eine zu $\Omega(C)$ proportionale Berry-Phase auf.

Berry-Phase in einem Atomstrahl-Experiment In einem Experiment mit einem Atomstrahl sind die Magnetfelder (in aller Regel) zeitlich konstant, ändern sich aber räumlich. Im Ruhesystem des Atoms, welches sich durch ein solches Feld hindurch bewegt, sieht der Spin ein zeitlich variierendes Magnetfeld. Die einfache Feldgeometrie aus Abbildung 2.4 kann dabei nicht exakt nachgebildet werden¹⁹. Die Berechnung des Raumwinkels muss numerisch erfolgen, was in Abschnitt 3.4.3 beschrieben wird.

Berry-Phase und Atomstrahl-Spinocho Bereits an Gleichung (2.37) ist erkennbar, dass in einem Atomstrahl-Spinocho-Experiment mit einer Berry-Phase auch immer eine dynamische Phase einhergeht. In Abschnitt 2.2.2 haben wir gesehen, dass aufgrund der Adiabazitätsbedingung (2.44) die dynamische Phase stets viel größer ist, als die Berry-Phase. Somit ist eine sehr genaue Messung der Gesamtphase notwendig, sowie eine Möglichkeit die Berry-Phase aus dieser zu extrahieren.

Dazu bietet sich eine Kombination mit dem Atomstrahl-Spinocho an, welches sehr präzise Phasenmessungen ermöglicht. In Kapitel 2.1 wurde stets davon ausgegangen, dass die Spinochofelder in eine feste Richtung zeigen. Geht man nun von den rotierenden Magnetfeldern des letzten Abschnitts aus, muss die Zeitentwicklung (2.14) auf Seite 13 angepasst werden. Die Gesamtphase φ_n setzt sich dann nach (2.37) zusammen aus einem dynamischen (2.15) und einem geometrischen Anteil (2.41).

In den Wahrscheinlichkeiten (2.16) aus Kapitel 2.1 sind die Phasen durch (2.37) zu ersetzen. Dabei ist zu beachten, dass $\varphi_n = \varphi_n^{\text{dyn}} + \varphi_n^{\text{geo}}$ in (2.37) die absolute

¹⁹In einem Neutronenstrahlexperiment hingegen [BD87], kann die Feldgeometrie aus Abb. 2.4 direkt nachgebildet werden. Hier ist es möglich das Magnetfeld instantan einzuschalten, da die Windungen der Magnetfeldspulen transparent für Neutronen sind.

Phase²⁰ eines Zustands bezeichnet. Beim Spinecho hingegen, werden immer Phasendifferenzen zwischen verschiedenen, miteinander interferierenden Zuständen gemessen (vergleiche (2.16) und (2.17)). Dies gilt für die geometrische genauso wie für die dynamische Phase:

$$\begin{aligned}
 \Phi &:= \varphi_+ - \varphi_- \\
 &= \left(\varphi_+^{\text{dyn}} + \varphi_+^{\text{geo}} \right) - \left(\varphi_-^{\text{dyn}} + \varphi_-^{\text{geo}} \right) \\
 &= -(m_+ - m_-) \frac{\gamma_e}{v} \overline{BL} - (m_+ - m_-) \Omega(\mathcal{C}) \\
 &=: \Phi_{\text{dyn}} + \Phi_{\text{geo}}
 \end{aligned} \tag{2.47}$$

Dies bedeutet konkret für ein Spin- $\frac{1}{2}$ mit seinen magnetischen Quantenzahlen $m_{\pm} = \pm 1/2$, dass die in einem Atomstrahl-Spinecho-Experiment gemessene Berry-Phase (bis auf ein Vorzeichen) dem vollen Raumwinkel $\Omega(\mathcal{C})$ entspricht und nicht dem halben²¹.

Was in Gleichung (2.47) anhand eines Spin- $\frac{1}{2}$ gezeigt ist, gilt ebenso für Spin-1. Dabei betrachten wir (konventionsgemäß) die Phasendifferenz benachbarter Zustände $\Phi := \varphi_1 - \varphi_2$. Wegen $m_1 - m_2 = m_+ - m_- = 1$ ist ihr Wert mit (2.47) identisch.

Berry-Spinrotation Im vorherigen Paragraph wurde gezeigt, dass im Atomstrahl-Spinecho die Berry-Phase als zusätzlicher Summand in der Gesamtphase erscheint. Wir wollen nun zeigen, wie sie in einer Spinrotationsmessung sichtbar

²⁰Der, in der Quantenmechanik stets mögliche, konstante Phasenfaktor ist hier vernachlässigt.

²¹Bei Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen unterscheiden sich die gemessenen Phasendifferenzen je nachdem, ob sie in einem Spinrotations-/Spinechoexperiment gemessen werden oder in einem »Interferometrieexperiment« im Stil eines Michelson-Interferometers. In letzterem wird ein (Atom-) Strahl in zwei Teilstrahlen getrennt, welche am Ende wieder vereint werden, um ihre Interferenz zu beobachten. Einer der beiden Teilstrahlen wird in einem Magnetfeld manipuliert, in welchem die Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen eine magnetische Quantenzahl m vom Betrag $\frac{1}{2}$ besitzen. Der zweite Teilstrahl bleibt hingegen ungestört, seine Teilchen verhalten sich ohne ein Magnetfeld wie Spin-0-Teilchen mit $m = 0$. Die gemessene Phasendifferenz ist proportional zur Differenz der magn. Quantenzahlen der Teilstrahlen $\Delta m = 1/2 - 0$ und zeigt daher das für Fermionen typische Verhalten mit der bekannten 4π -Periodizität.

Bei einem Spinrotations- oder Spinechoexperiment hingegen besteht der Strahl aus einer kohärenten Überlagerung der Zustände $|+\rangle$ und $|-\rangle$ (vergleiche (2.9), Seite 12), die alle dem Magnetfeld ausgesetzt sind. Ihre Phasen entwickeln sich aber aufgrund ihrer verschiedenen magn. Quantenzahlen unterschiedlich. Die gemessene Phasendifferenz ist proportional zur Differenz der magn. Quantenzahlen $\Delta m = m_+ - m_- = 1/2 - (-1/2) = 1$. Sie ist somit doppelt so groß wie in Interferometrieexperimenten und hat bosonischen Charakter. Dies gilt für dynamische und geometrische Phasen gleichermaßen.

gemacht werden kann, obwohl die Gesamtphase wegen der Adiabazitätsbedingung (2.44) von der dynamischen Phase dominiert wird.

Wir nutzen dazu eben diese Adiabazitätsbedingung aus und betrachten den Übergang von der nicht-adiabatischen Entwicklung $\Gamma \ll 1$ zur adiabatischen Entwicklung $\Gamma \gg 1$ des Systems. Wir führen eine Spinrotationsmessung mit einem Magnetfeld nach Abbildung 2.4 durch, wobei wir den Absolutbetrag des Feldes von Null ab langsam ansteigen lassen. Zu Beginn ist das Feld noch zu schwach für eine adiabatische Entwicklung. Anschaulich könnte man sagen, die Spins können der Richtung des rotierenden Magnetfelds noch nicht folgen. Erst mit zunehmender Feldstärke wird die Entwicklung adiabatischer und langsam beginnt sich eine dynamische und geometrische Phase zu akkumulieren. Sobald das Magnetfeld stark genug für eine vollständig adiabatische Entwicklung ist, erreicht die Berry-Phase ihren vollen Wert. Bei noch größeren Feldstärken nimmt der Betrag der dynamischen Phase weiter zu, während die Berry-Phase konstant bleibt.

Dieser Übergang zwischen den beiden Extremfällen des Adiabatischen Theorems kann gemessen werden. Dies wurde bereits 1987 von T. Bitter und D. Dubbers mit Neutronen (Kernspin $\frac{1}{2}$) gezeigt [BD87; Bit89]. In der hier vorgestellten Arbeit wurden derartige Messungen mit metastabilem Helium (Elektronenspin 1) durchgeführt. Wir werden darauf in Abschnitt 4.3 zurückkommen. Zunächst wollen wir uns im kommenden Abschnitt noch einer weiteren Messmethode zuwenden.

Berry-Spinocho Während in einer Spinrotation ein »Gemisch« aus dynamischen und geometrischen Phasen gemessen wird, ermöglicht die Spinocho-Methode die Messung *reiner* Berry-Phasen.

Bei einer Spinocho-Messung werden die Prozesse aus dem ersten Magnetfeld, in einem zweiten, entgegengesetzt gerichteten Magnetfeld rückgängig gemacht (siehe Kapitel 2.1 und Abbildung 2.2). Beim Übergang zwischen beiden Feldern, dem π -Flip, vertauschen die Spinzustände gemäß (2.18) bzw. (2.27) ihre Rolle und damit ihre magnetischen Quantenzahlen m . Die dynamische Phase aus dem zweiten Spinochofeld hat somit ein anderes Vorzeichen, so dass im *Spinochopunkt* (Gl. (2.19) auf Seite 14) die Summe der dynamischen Phasen aus beiden Spinochofeldern verschwindet. Dies gilt genauso für eine geeignete Feldanordnung mit zwei rotierenden Spinochofelder, wie sie in Abbildung 2.5 dargestellt ist.

Im Gegensatz zur dynamischen Phase ändert die Berry-Phase (2.41) ihr Vorzeichen beim π -Flip nicht, wenn beide Spinochofelder denselben Drehsinn

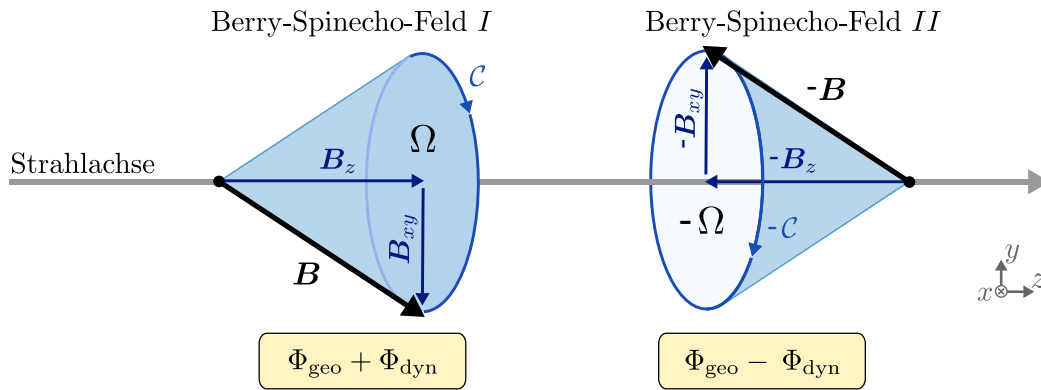


Abbildung 2.5: Berry-Spinecho-Konfiguration zur Erzeugung *reiner* geometrischer Phasen. Die Spineilchen durchlaufen nacheinander zwei rotierende Magnetfelder (vgl. Abb. 2.4). Das Vorzeichen des zweiten Spinechofelds ist im Vergleich zum ersten vertauscht, so dass es in die entgegengesetzte Richtung zeigt. Somit kompensieren sich die dynamischen Phasen aus beiden Feldern (Spinecho-Prinzip, Kapitel 2.1), während sich die Berry-Phasen aufaddieren.

haben²². Das Umkehren des zweiten Spinechofelds bewirkt, dass der Pfad \mathcal{C} im Parameterraum des Magnetfelds in umgekehrter Richtung durchlaufen wird und somit $\Omega(\mathcal{C})$ das Vorzeichen wechselt. Die Vorzeichenwechsel von Raumwinkel und magnetischer Quantenzahl kompensieren sich und die Gesamtphase aus beiden Spinechofeldern beträgt im Spinechopunkt

$$\Phi^I + \Phi^II = \Phi_{\text{dyn}}^I + \Phi_{\text{geo}}^I - \Phi_{\text{dyn}}^{II} + \Phi_{\text{geo}}^{II} = -2 \Delta m \Omega(\mathcal{C}) = -2 \Omega(\mathcal{C}), \quad (2.48)$$

wobei die Differenz der magnetischen Quantenzahlen für benachbarte Zustände stets $\Delta m := m_+ - m_- = m_1 - m_2 = 1$ ist, unabhängig davon ob wir ein Spin- $\frac{1}{2}$ oder Spin-1 betrachten (siehe auch Fußnote 21).

In Abschnitt 3.4 werden die Feld-erzeugenden Spinecho-Spulen beschrieben und charakterisiert; in den Abschnitten 4.4 und 4.5 werden die Ergebnisse der durchgeführten Spinecho-Messungen vorgestellt und analysiert.

²²Hätten die beiden Spinechofelder einen unterschiedlichen Drehsinn (»Helizität«), würden sich auch die Berry-Phasen zu Null addieren.

Kapitel 3

Berry-Spinecho-Interferometer

Im vorangegangenen Kapitel haben wir das Spinecho-Prinzip und die geometrische Berry-Phase kennen gelernt. In Abschnitt 2.2.3 wurde beides zum »Berry-Spinecho« kombiniert, welches eine direkt Messung der geometrischen Phase ermöglicht. Das folgende Kapitel widmet sich nun der technischen Umsetzung dieses Experiments.

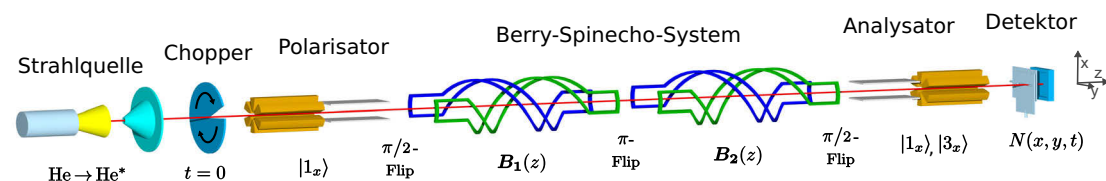


Abbildung 3.1: Berry-Spinecho-Aufbau (schematisch). Die Atome bewegen sich entlang der rot eingefärbten Strahlachse von links nach rechts durch den Aufbau. Es sind nur die zentralen Komponenten dargestellt; die longitudinalen Spinecho-Spulen, sowie sämtliche Halterungen, Vakuumkomponenten und Abschirmungen sind zugunsten der Übersichtlichkeit nicht eingezeichnet.

Abbildung 3.1 zeigt eine schematische Übersicht des Berry-Spinecho-Aufbaus. Die dort eingezeichneten zentralen Komponenten werden im Folgenden jeweils in einem eigenen Abschnitt beschrieben. Dies umfasst die theoretischen Hintergründe, die technische Umsetzung und die Charakterisierung der jeweiligen Bauteile. Diese wurden an das Experiment angepasst oder im Rahmen dieser Arbeit neu entwickelt.

Anschließend widmet sich Abschnitt 3.6 dem Gesamtaufbau und den übrigen Komponenten. Dazu zählt die Vakuumapparatur und die penible Abschirmung parasitärer Magnetfelder, ebenso wie die Experimentsteuerung und die Messelektronik.

Das letzte Unterkapitel widmet sich der Charakterisierung des Atomstrahls. Im Mittelpunkt stehen die Zusammensetzung des angeregten Heliumstrahls

und die Geschwindigkeitsverteilung der Atome im Strahl, sowie die Form des zu erwartenden Messsignals im Experiment.

3.1 Strahlquelle

Die Strahlquelle bildet den Anfang des in Abbildung 3.1 dargestellten experimentellen Aufbaus. Sie erzeugt durch die Expansion einer Gasentladung in die Vakuumapparatur einen Strahl metastabiler Heliumatome (He^*).

Der folgende Abschnitt motiviert die Verwendung einer Metastabilenquelle und beschreibt deren Funktionsprinzip. Anschließend folgen technische Details zur verwendeten Quelle und eine Diskussion der Stabilität der Gasentladung. Die Charakterisierung des Atomstrahls in Bezug auf dessen Geschwindigkeitsverteilung und die Besetzung der Anregungszustände ist in Kapitel 3.7 zu finden.

3.1.1 Grundlagen der Metastabilenquelle

Beim Atomstrahl-Spinocho (Kapitel 2.1) werden die Atome über ihren Spin manipuliert. ^4He -Atome, die in dieser Arbeit für den Atomstrahl eingesetzt werden, haben im Grundzustand allerdings keinen Nettospin. Sie müssen zuerst in einen elektronischen Zustand energetisch angeregt werden, in welchem sie einen nicht verschwindenden Gesamtspin besitzen. Von den möglich Anregungszuständen des Heliumatoms, auf welche wir in Abschnitt 3.7.1 genauer eingehen werden, interessiert uns vor allem der metastabile Triplettzustand 2^3S_1 . Anschaulich stehen die beiden Elektronenspins hier parallel und bilden einen Gesamtspin mit Quantenzahl $J = 1$.

Die Anregung in metastabile Zustände erfolgt üblicherweise durch Stöße mit geladenen Teilchen. Bei der verwendeten Strahlquelle finden die Stöße im Plasma einer Gleichspannungs-Gasentladung statt. Dazu wird das in [DeK+04] vorgestellte Prinzip Mikrostrukturierter Elektroden (MSE) ausgenutzt (Abbildung 3.2). Die für die Zündung einer Gasentladung erforderliche Feldstärke ($E \approx 10^6 \text{ V/m}$) wird dabei bereits bei leicht handhabbaren Spannungen von wenigen 100 V erreicht, weil der Abstand zwischen den Elektroden sehr klein ist. MSE-Quellen können zudem bei hohen Drücken am Gaseinlass (um 1 bar) betrieben werden. Dabei ermöglicht der große Druckgradient bei der Expansion

des Gases ins Vakuum sehr schmale Geschwindigkeitsverteilungen¹ [Düro3] (siehe Abschnitt 3.7.2).

Dasselbe Prinzip kann auch zur Erzeugung atomaren Wasserstoffs dienen (Dissoziationsenergie 4,5 eV). Ebenso können die Wasserstoffatome anschließend in den metastabilen 2S-Zustand angeregt werden ($\Delta E \approx 10$ eV).

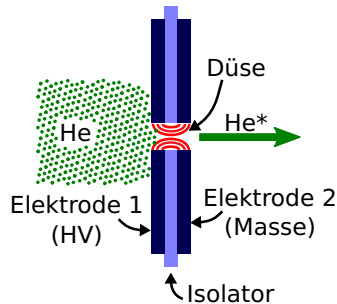


Abbildung 3.2: Mikrostrukturierte Elektrode (MSE). Die Anregung in einen metastabilen Zustand erfolgt durch eine Gasentladung innerhalb der Düse. Der geringe Elektrodenabstand ($\approx 100 \mu\text{m}$) ermöglicht starke elektrische Felder (in rot angedeutet) bei verhältnismäßig geringen Spannungen. (Schnitt, nicht maßstabsgetreu)

Tabelle 3.1: Bestandteile der MSE (vgl. Abb. 3.2)

Komponente	Eigenschaften
Elektrode 1	Edelstahl V4A, typ. Dicke $300 \mu\text{m}$
Isolator	Glimmer, typ. Dicke $100 \mu\text{m}$
Elektrode 2	Edelstahl V4A, typ. Dicke $500 \mu\text{m}$
Verklebung	Stycast 2850FT mit Catalyst 9
Düse	Durchmesser $300 \mu\text{m}^{\#}$

[#] Gebohrt mit PROXXON Feinbohrschleifer bei $20\,000 \text{ U/min}$.

3.1.2 Aufbau und Betrieb der Metastabilenquelle

Quelle Die verwendete Metastabilenquelle ist in Abbildung 3.3 schematisch dargestellt. Sie basiert auf dem in [DeK+04] vorgestellten Design und wurde während der Diplomarbeit von Khoudari [Kho07] entwickelt. Das Quellengehäuse wurde in dieser Arbeit leicht modifiziert, um die mechanische Verbindung zur MSE durch zusätzliche Dichtungen zu verbessern. Dadurch konnte das Eindringen von Luft verringert und die Stabilität der Gasentladung erhöht werden (Abschnitt 3.1.3).

¹Dies wird auch als »Überschall-expansion« bezeichnet. Dabei sind die relativen Geschwindigkeiten der Gasatome zueinander klein im Vergleich zu ihrer absoluten Geschwindigkeit; der Strahl ist somit *kalt*.

Kapitel 3 Berry-Spinocho-Interferometer

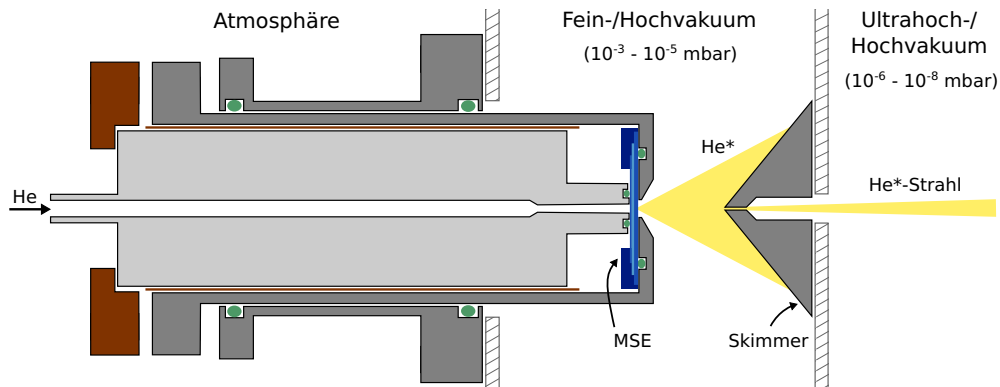


Abbildung 3.3: Metastabilenquelle (Schnitt). Das Quellengehäuse nimmt die Mikrostrukturierte Elektrode (MSE) auf, kontaktiert sie elektrisch und verbindet sie mit dem Gasreservoir. Der hellgraue Zylinder ist an die Spannungsquelle angeschlossen, während die dunkelgrauen Teile über die Vakuumpumpe geerdet sind; Isolatoren sind braun und Dichtungen grün eingezeichnet. Der Skimmer trennt den Quellenbereich vom Ultrahochvakuum des übrigen Experimentaufbaus und formt den Atomstrahl aus einem kleinen Teil des expandierenden Gases (gelb). Das Design aus [Kho07] wurde um die mit Epoxidharz verklebte MSE (blau) und zusätzliche Dichtungen in diesem Bereich ergänzt.

Mikrostrukturierte Elektroden MSEs wurden, nach dem in [Mül10b] eingeführten Verfahren, vor dem Bohren der Düse zu einer stabilen Einheit verklebt. Dies vereinfachte die Herstellung und beschleunigte den Tausch verbrauchter MSEs während Messungen. Die verwendeten Materialien und Parameter sind in Tabelle 3.1 aufgelistet.

Betriebsparameter & Performance Die Quelle wurde mit negativer Spannung an der ersten Elektrode betrieben (die zweite Elektrode ist konstruktionsbedingt stets geerdet), der Strom durch das Plasma wurde auf einen Wert zwischen 2 und 5 mA eingestellt. Die Gasflüsse lagen in der Größenordnung von 10 sccm, der Gasdruck typischerweise zwischen 0,1 bar und knapp 1 bar.

Um eine Gasentladung zu zünden und dauerhaft aufrecht zu erhalten, müssen Strom und Gasfluss gemeinsam justiert werden. Die erzielten He*-Raten lagen im Mittel bei $\bar{n}(\text{He}^*) \approx 10^{10} \text{ sr}^{-1} \text{ s}^{-1}$. Dabei änderten sich die Zählrate teils sprunghaft über mehrere Größenordnungen, was wir im folgenden Abschnitt näher untersuchen werden. Der relative He*-Anteil im Heliumstrahl liegt bei MSE-Quellen typischer Weise im Bereich von 10^{-6} [DeK+04].

3.1.3 Stabilität der Gasentladung

Für die durchgeführten Messungen ist ein stabiles Brennverhalten der Gasentladung wichtig. Da die Messsignale stets Zählratenänderungen sind, muss die Quelle eine möglichst konstante Rate metastabiler Heliumatome produzieren.

Die Stabilität der Gasentladung erwies sich jedoch, wie bereits früher beobachtet [Kho07; Mü10b], als problematisch. Es traten sowohl langsame Intensitätsabnahmen, als auch sprunghafte Fluktuationen in den Zählraten über mehrere Größenordnungen auf.

Langsame Abnahme der Zählrate Die langsame Abnahme der Zählrate ist auf die kontinuierliche Abtragung von Elektrodenmaterial der MSEs zurückzuführen. Ihr wurde durch folgende Maßnahmen begegnet:

- Verwendung dickerer Elektroden aus robusterem Material, die dem Verschleiß länger standhalten (siehe Tabelle 3.1).
- Verbesserung der mechanischen Verbindung zwischen Quellengehäuse und MSE durch Dichtungen (Abbildung 3.3). Dies reduziert das Eindringen von Luft in die Gasentladung (insb. Sauerstoff beschleunigt den Verschleiß).
- Betrieb der Gasentladung mit konstantem Strom durch das Plasma. Dieser ist weitestgehend proportional zur Metastabilenrate und das Hochspannungsnetzteil kann die Spannung dynamisch dem Verschleiß der Elektroden anpassen. Zudem können erloschene Gasentladungen durch die nachgeregelterte Spannung teilweise wieder gezündet werden.
- Durchführung kurzer Einzelmessungen und mehrmalige Wiederholung ganzer Messreihen. Die kombinierten Ergebnisse sind unempfindlicher gegenüber langsamen Zählratenschwankungen.
- Durchführung von Up- und Down-Messung unmittelbar hintereinander (siehe Abschnitt 3.6.3). Dies erlaubt die Berechnung einer Polarisation bzw. Pseudopolarisation (Abschnitt 3.7.3.3), welche sehr robust gegenüber Zählratenschwankungen ist.

Sprunghafte Änderung der Zählrate Die Hauptursache für »Sprünge« in der Zählrate ist das Verstopfen der Düse, bzw. das Ablösen von Verunreinigungen in ihr. Dies machte weitere Maßnahmen erforderlich:

- Kontinuierliche Protokollierung des Spannungsabfall über der Gasentladung, um Daten nachträglich aussortieren zu können, die bei instabilen Plasmabedingungen aufgenommen wurden.

Kapitel 3 Berry-Spinocho-Interferometer

- Automatische Erkennung und Behebung erloschener Gasentladungen durch das Messprogramm. Die laufende Messung wird angehalten und eventuelle Kurzschlüsse durch aufgedampftes Elektrodenmaterial innerhalb der Düse »weg gebrannt«.
- Manuelle Beseitigung größerer Verstopfungen der Düse mit einer feinen Nadel. Der Aufwand hierfür ist geringer, als der komplette Tausch der MSE.

Fazit Das instabile Brennverhalten der Gasentladung resultiert hauptsächlich daher, dass die Elektroden der MSE auch gleichzeitig die Düse bilden. Der unvermeidbare Verschleiß der Elektroden wirkt sich dadurch auch auf die Eigenschaften der Düse aus. Die beschriebenen Maßnahmen minimieren bzw. kompensieren zum Teil das instabile Brennverhalten und ermöglichen viele erfolgreiche Messungen. Zur Vereinfachung künftiger Experimente wird jedoch momentan an einem stabileren Quellen-Design gearbeitet.

3.2 Strahlchopper

Im experimentellen Aufbau befindet sich nach der Strahlquelle (Kapitel 3.1) ein Chopper (Strahlzerhacker). Dieser teilt den kontinuierlichen Strahl metastabiler Heliumatome in Atompakete. Der folgende Abschnitt begründet die Verwendung eines Choppers in den durchgeführten Experimenten und erläutert dessen Funktionsweise und Eigenschaften.

3.2.1 Grundlagen des Strahlchoppers

Ein Chopper unterbricht einen kontinuierlichen Strahl in periodischen Abständen. Im Fall eines Atomstrahl werden dadurch Atompakete einer vorgegebenen Länge geformt. Diese haben einen definierten Abstand entlang der Flugrichtung zueinander und erreichen einen Detektor deshalb zu unterschiedlichen Zeiten. Durch Vergleich des Startzeitpunkts des Atompakets (der Chopper lässt den Strahl passieren) mit dem Zeitpunkt der Detektion, kann auf die Flugzeit (engl. time-of-flight, ToF) und damit auf die Geschwindigkeit des Atompakets geschlossen werden.

Vor allem nach einer effusiven Expansion haben die Atome im Strahl recht unterschiedliche Geschwindigkeiten (»polychromatischer Atomstrahl«). Ein

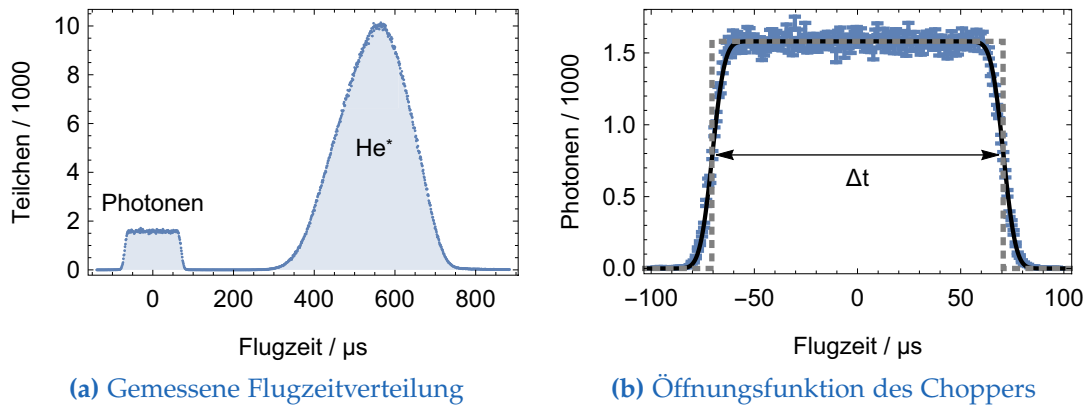


Abbildung 3.4: (a) Flugzeitaufgelöste Messungen geben Informationen über die Teilchengeschwindigkeiten und ermöglichen so eine einfache Trennung der Signale von He*-Atomen und Photonen aus der Gasentladung. Die Breite eines Flugzeitkanals beträgt 1 μs .

(b) Öffnungsfunktion des Choppers, bestimmt aus dem Signal der Photonen in Abbildung (a). Das Modell (durchgezogene Linie) ist die Faltung aus der Öffnung des Choppers (Rechteck der Breite Δt , gestrichelte Linie) mit einem gaußförmigen Profil des Lichtstrahls.

flugzeitauflösender Detektor misst dann eine Häufigkeitsverteilung der Flugzeiten der Atome eines solchen Pakets (Abbildung 3.4.a). Die Form der Verteilung wird hauptsächlich durch den Typ der Expansion bestimmt, mit der das Gas in das Vakuum gelangt und den Atomstrahl bildet, sowie von Art und Temperatur des verwendeten Gases.

In den durchgeführten Experimenten erlaubt es diese Flugzeitinformation, zwischen Signalen der He*-Atome und Signalen von Photonen aus dem Plasma zu unterscheiden (Abbildung 3.4.a). Photonen im sichtbaren und UV-Bereich entstehen als Nebenprodukt in der Metastabilenquelle (Abschnitt 3.1). Sie werden ebenfalls im Detektor (Abschnitt 3.5.2) nachgewiesen und würden ohne diese Unterscheidungsmöglichkeit anhand der Flugzeitmessung als Untergrund zum Messsignal beitragen. Die Signaltrennung ist die Hauptaufgabe der flugzeitaufgelösten Teilchendetektion. Die Kenntnis über die Flugzeitverteilung der He*-Atome selbst ist daneben nur ein »Bonus«, welcher sich in den späteren Messungen aber noch als durchaus nützlich erweisen wird.

3.2.2 Eigenschaften des Strahlchoppers

Aufbau des Strahlchoppers Der Chopper wurde als rotierende Scheibe umgesetzt und ist senkrecht zur Strahlachse angebracht. Wenn sie rotiert, bewegt sich ein Loch in der Scheibe vor dem Strahl vorbei und lässt vorübergehend

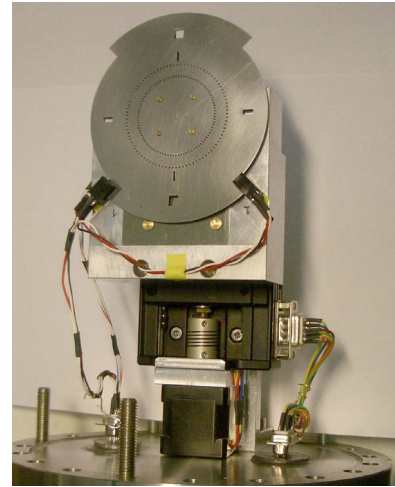


Abbildung 3.5: Der Strahlchopper montiert auf einem Vakuumflansch. Zu erkennen sind (von oben nach unten) die Chopperscheibe, die beiden Lichtschranken, sowie Mechanik und Schrittmotor zur Positionierung der Chopperscheibe.

Teilchen hindurch. In der restlichen Zeit wird der Strahl durch die Scheibe blockiert.

Die Chopperscheibe wurde einem früheren Experiment entnommen und besteht aus einer laser-geschnittenen Edelstahlplatte (Abbildung 3.5). Es sind Öffnungen mit drei unterschiedlichen Breiten (1, 2 und 5 mm) auf verschiedenen Radien angebracht. Jeweils zwei Öffnungen gleicher Breite befinden sich auf demselben Radius auf gegenüberliegenden Seiten (180° auseinander). Die Scheibe wird von einem Gleichstrommotor (Typ »escap 22S28-210E«) auf bis zu 7500 Umdrehungen pro Minute angetrieben. Ein elektronischer Verschiebetisch fährt die Scheibe in und aus dem Strahl, wodurch auch die zu verwendende Öffnung auf der Chopperscheibe ausgewählt wird. Durch die Wahl der Öffnung einer bestimmten Breite und der Rotationsgeschwindigkeit wird die Länge des Atompakets eingestellt. Lichtschranken signalisieren der Messelektronik wann der Chopper maximal geöffnet ist.

Öffnungsfunktion des Strahlchoppers Die Öffnung in der Chopperscheibe rotiert vor dem Atomstrahl vorbei und lässt dabei einen Teil der Atome passieren. Die zeitliche Form des dabei entstandenen Teilchenpakets wird direkt hinter dem Chopper durch die sogenannte Öffnungsfunktion beschrieben. Im weiteren Flug entlang der Strahlachse verbreitert sich das Atompaket entsprechend der Geschwindigkeitsverteilung des Strahls (Abschnitt 3.7.2).

Die Form der Öffnungsfunktion ergibt sich aus der Geometrie des Choppers und des Atomstrahls. Die Chopperöffnung kann durch eine einfache Rechteckfunktion beschrieben werden, welche über die Breite der Chopperöffnung den Wert 1 annimmt, ansonsten 0. Das Profil des Atomstrahls wird meist durch eine feststehende Lochblende (»Kollimator«) vorgegeben. Dies kann ebenfalls durch

eine Rechteckfunktion beschrieben werden oder beispielsweise auch durch eine Normalverteilung, falls die Atome nicht homogen über den Strahlquerschnitt verteilt sind. Die Öffnungsfunktion berechnet sich als Faltung der beiden Verläufe, wobei sie noch mittels der Drehfrequenz der Chopperscheibe als Funktion der Zeit umgeschrieben wird. Im Falle zweier Rechtecke ist sie trapezförmig; bei einem sehr schmalen Strahl in guter Näherung ein Rechteck.

Der effektive Strahldurchmesser wird bei den meisten Messungen durch Blenden vor dem Detektor auf 1 mm begrenzt (vgl. Kap. 3.5.3). Ein *divergenter Strahl*² hat damit von der Quelle aus gesehen einen Öffnungswinkel kleiner als $0,05^\circ$. Dies entspricht einer Blende an der Position des Choppers mit einem Durchmesser von nur 0,1 mm. Dies ist klein im Vergleich zur Breite der Chopperöffnungen – die beschriebene Näherung durch ein Rechteck ist in diesem Fall gerechtfertigt.

Hingegen hat die Öffnungsfunktion des *polarisierten He*-Strahls* eine andere Form. Wie im folgenden Kapitel gezeigt wird, werden bestimmte Spinzustände aktiv auf die Blenden vor dem Detektor fokussiert (siehe auch Abbildung 3.29, Seite 90). Deshalb wird der Strahldurchmesser nicht durch diese Blenden, sondern primär durch die feststehende Chopperöffnung begrenzt. Damit ergibt sich die Öffnungsfunktion als Faltung aus der rotierenden und der feststehenden Chopperöffnung zu einem Trapez.

Die Öffnungsfunktion kann mithilfe der Photonen aus der Metastabilenquelle auch direkt gemessen werden. Die Photonen haben im Gegensatz zu den Atomen keine Geschwindigkeitsverteilung, weshalb ihr Signal die Öffnungsfunktion unverändert abbildet. Die in Abbildung 3.4.b gezeigte Messung wird am Besten beschrieben durch die Faltung der rechteckigen Chopperöffnung mit einer sehr schmalen Normalverteilung.

In dieser Arbeit wurde fast ausschließlich die zweitgrößte Chopperöffnung mit 2 mm Breite verwendet und der Motor mit Spannungen zwischen 6 V und 10 V betrieben (Tabelle 3.2). Die resultierende Öffnungsfunktion ist in diesem Fall relativ breit. Die dadurch limitierte Flugzeitauflösung wurde zugunsten einer besseren Statistik durch höhere Zählraten akzeptiert.

²In einem divergenten Strahl bewegen sich die Atome auf geradlinigen Bahnen und der Strahldurchmesser weitet sich kontinuierlich auf. Beispiele hierfür im Experiment sind der Strahl der Photonen und der Strahl der unpolarisierten He*-Atome.

Tabelle 3.2: Betriebsparameter des Strahlchoppers

Motorspannung	Wiederholungsfreq.*	Δt (2 mm-Öffnung)#
6 V	153 Hz	141 μs
8 V	202 Hz	108 μs
10 V	254 Hz	86 μs

* Wiederholungsfrequenz der Chopperöffnung. Da sich jeweils zwei Öffnungen auf einem Radius befinden, entspricht dies der doppelten Rotationsfrequenz der Scheibe.

Zeitspanne, währenddessen der Chopper den Strahl passieren lässt, bei Verwendung der 2 mm breiten Chopperöffnung. Δt entstammt dem Fit an das Photonensignal (vgl. Abb. 3.4.b).

3.3 Polarisator und Analysator

Die Heliumatome wurden in der Quelle angeregt und zu einem metastabilem He*-Atomstrahl geformt (Abschnitt 3.1), wodurch manche Atome einen nicht-verschwindenden Spin erhalten. Diese Spins werden nun in einem Polarisator ausgerichtet und der Atomstrahl somit makroskopisch polarisiert.

Der Polarisator ist technisch als Kombination aus einem Sextupol-Magneten und einem homogenen Führungsfeld realisiert. Die Analyse der Spinrichtung erfolgt am Ende des experimentellen Aufbaus auf dieselbe Weise, nur sind hier die beiden Komponenten in der Reihenfolge vertauscht (vergleiche Abbildung 3.1 auf Seite 33). Beides wurde speziell für diesen experimentellen Aufbau dimensioniert und angefertigt.

Der folgende Abschnitt fasst die wichtigsten Grundlagen zur Polarisation mit Multipolmagneten zusammen. Anschließend werden die Sextupole und Führungsfelder beschrieben und auf ihre Funktion hin überprüft.

3.3.1 Grundlagen des Sextupol-Polarisators

Stern-Gerlach-Effekt Der Atomstrahl wird polarisiert, indem die verschiedenen Spinzustände durch den Stern-Gerlach-Effekt³ räumlich voneinander

³Dies ist analog zum Atomstrahl-Spinocho in der WKB-Näherung, wo die Teilwellenpakete in den Spinochofelder entlang der Strahlrichtung räumlich getrennt werden (Abschnitt 2.1.3, Abbildung 2.2). Im Polarisator und Analysator findet die Trennung hingegen transversal zur Flugrichtung statt.

getrennt werden. In einem inhomogenen Magnetfeld wirkt auf die Spinzustände $|n\rangle$ eine Kraft proportional zum Gradienten ihrer potentiellen Energie E_n . Mit (2.8) aus Abschnitt 2.1.1 gilt

$$\mathbf{F}_n = -\nabla E_n = -m \hbar \gamma_e \nabla B . \quad (3.1)$$

Bei metastabilem Helium wirkt auf die Zustände $|1\rangle$ und $|3\rangle$ (magnetische Quantenzahl $m = \pm 1$) eine Kraft entgegen bzw. in der Richtung des Magnetfeldgradienten; der Zustand $|2\rangle$ mit $m = 0$ bleibt hingegen unbeeinflusst.

Multipolmagnete Das Magnetfeld im Inneren eines Multipolmagneten ist zylindersymmetrisch. Die Richtung des Magnetfelds dreht sich mit dem Azimutwinkel; der Absolutbetrag und dessen Ableitung sind nur abhängig vom Abstand r zur Mitte des Multipols [Rei98]:

$$B = B_{\text{ps}} \left(\frac{r}{r_{\text{ps}}} \right)^{N-1} \quad (3.2)$$

$$\nabla B = \frac{\partial B}{\partial r} = (N-1) \frac{B_{\text{ps}}}{r_{\text{ps}}} \left(\frac{r}{r_{\text{ps}}} \right)^{N-2} \quad (3.3)$$

Mit dem Polspitzenradius r_{ps} und dem Feld der Polspitzen B_{ps} eines $2N$ -Pols ($N = 2$ entspricht einem Quadrupol, $N = 3$ einem Sextupol).

Sextupol als magnetische Linse In dieser Arbeit wurde ein Sextupol ($N = 3$) als Polarisator bzw. Analysator verwendet. Nach Gleichung (3.3) ist der Feldgradient linear in r und bewirkt somit nach (3.1) eine Kraft in radialer Richtung. Für He^* -Atome im Zustand $|1\rangle$ ($m = +1$) wirkt der Sextupol deshalb wie eine Linse und fokussiert sie auf die Strahlachse. Atome im Zustand $|3\rangle$ ($m = -1$) werden hingegen von der Achse weg getrieben und können anschließend mit einer Lochblende aus dem Strahl entfernt werden (Abbildung 3.9).

Globale Polarisation Am Ende des Sextupols ist der Atomstrahl noch nicht polarisiert. Die Spins sind nach der lokalen Magnetfeldrichtung an ihrer Position im Sextupol ausgerichtet. Deswegen werden die Spins anschließend in einem homogenen Magnetfeld (»Führungsfeld«) adiabatisch⁴ in eine gemeinsame Richtung im Laborsystem gedreht. Die Ausrichtung des Führungsfelds bestimmt damit die Richtung der globalen Polarisation.

⁴Die Adiabazitätsbedingung (2.44) aus Kap. 2.2.2 kann durch ein hinreichend starkes Führungsfeld problemlos erfüllt werden.

3.3.2 Eigenschaften des Polarisators

Segmentierter Sextupol Die beiden Sextupole zur Polarisation bzw. Analyse wurden in einer sogenannten Halbach-Konfiguration aus Segmenten zu einem Ring zusammengesetzt (Abbildung 3.6). Jedes Ringsegment besteht aus einem Permanentmagneten mit einer individuellen Ausrichtung seiner Magnetisierung. Bei ausreichend hartmagnetischem Material, beeinflussen sich die Magnete nicht gegenseitig und die einzelnen Felder können zum Gesamtfeld vektoriell aufsummiert werden (für eine genauere Schilderung siehe [Rei95]). Diese Bauweise erlaubt sehr kompakte und starke⁵ Sextupolmagneten.

Dimensionierung des Sextupols Ein Sextupol fokussiert alle He*-Atome im Zustand $|1\rangle$ mit derselben Geschwindigkeit auf genau einen Punkt auf der Strahlachse. Die Sextupole wurden so dimensioniert, dass dieser Fokuspunkt bei den zu erwartenden Geschwindigkeiten von 2000 m/s in der Mitte des Aufbaus, zwischen den beiden Spinocho-Spulen liegt.

Die Magnetisierung des verwendeten Materials (siehe Tabelle 3.3) und damit das resultierende Polspitzenfeld sind jedoch nur sehr ungenau bekannt. Deshalb wurde ein bestehender, »zu schwacher« Sextupol⁶ aus demselben Werkstoff in einem Testaufbau mit Simulationen verglichen (siehe Abschnitt 3.3.3). Dies ermöglichte die Dimensionierung der Sextupole, ohne das Polspitzenfeld genau kennen zu müssen.

Die so für He*-Atome dimensionierten Sextupole sind voraussichtlich auch für Wasserstoff geeignet. Das effektive gyromagnetische Verhältnis von atomarem Wasserstoff (bzw. die Zeeman-Aufspaltung zwischen benachbarten Energieniveaus) ist halb so groß wie bei 2^3S_1 -Helium und seine Masse beträgt ein Viertel der Heliummasse. Damit ist die Wirkung dieser Sextupole auf Wasserstoffatome um den Faktor $\sqrt{2}$ stärker als auf He*-Atome gleicher Geschwindigkeit. Dieser Unterschied wird vollständig kompensiert, wenn die Wasserstoffatome eine um $\sqrt{2}$ höhere Geschwindigkeit haben. Dadurch erhöht sich die »Designgeschwindigkeit« für einen Wasserstoff-Atomstrahl auf 2800 m s^{-1} und liegt damit in dem in [Rei98] gemessenen Bereich zwischen 1850 m s^{-1} und 4130 m s^{-1} .

⁵Die effektive Stärke des Polspitzenfelds liegt bei dem segmentierten Sextupol in Tabelle 3.3 um den Faktor 1.39 höher als bei einem klassischen Sextupol aus Permanentmagneten mit derselben Remanenz und mit demselben Polspitzenradius.

⁶Dieser Sextupol wurde von Axel Reiner während seiner Diplomarbeit [Rei95] zur Verwendung mit atomarem Wasserstoff entworfen. Er besteht aus demselben magnetischen Material und wurde aus 24 Segmenten gefertigt, wie die im Rahmen dieser Arbeit gebauten Sextupole.

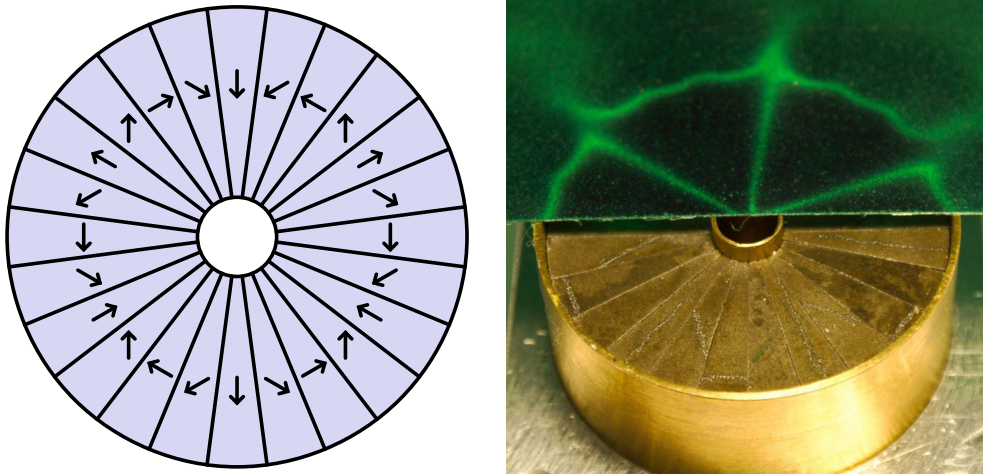


Abbildung 3.6: Segment-Sextupol. In der Zeichnung (links) ist die Richtung der Magnetisierung der einzelnen Ringsegmente durch Pfeile angedeutet. Das Foto (rechts) zeigt einen der beiden Sextupole bevor er mit Epoxidharz vergossen wurde. Eine Spezialfolie macht die Sechsfach-Symmetrie des erzeugten Feldes sichtbar.

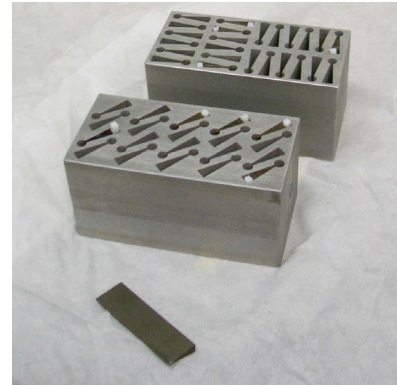
Tabelle 3.3: Spezifikation der Segment-Sextupole

Magnetisches Material	NdFeB 230/175h * Remanenz: ca. 1,1 ... 1,2 T §
Abmessungen Sextupol	Innenradius: 3,2 mm Außenradius: 17,97 mm Höhe: 50 mm
Segmente	24 Stück pro Sextupol à 15° insg. 5 Magnetisierungsrichtungen

* Interne Bezeichnung der Firma SCHRAMBERG

§ Die Werte für »NdFeB 230/220h«, da für »NdFeB 230/175h« keine Informationen vorlagen. Die Angaben stimmen gut mit den Ergebnissen aus Abschnitt 3.3.3 überein.

Abbildung 3.7: Diese Konstruktion aus Aluminium diente zur genauen Positionierung und sicheren Halterung der Sextupolsegmente während des Aufmagnetisierens. Eines der drahterodierten Segmente aus NdFeB ist vorne im Bild zu sehen.



Fertigung des Sextupols Die Ringsegmente wurden aus dem noch unmagnetisierten Rohmaterial mittels Drahterosion geschnitten, wobei eine Vorzugsachse für das spätere Aufmagnetisieren im Material vorgegeben ist. Eingebracht in einer Stützkonstruktion aus Aluminium wurden die Segmente anschließend durch einen Magnetfeldpuls (ca. 7 T für 1 ms) aufmagnetisiert (Abbildung 3.7) und gemäß Abbildung 3.6 (links) zu einem Ring zusammengefügt. Zur Erhöhung der Stabilität und Verbesserung der Vakuumtauglichkeit⁷ befindet sich um den zusammengesetzten Ring und in der Bohrung jeweils ein Zylinder aus Messing und die dazwischenliegenden Magnetsegmente wurden mit Epoxidharz ausgegossen (Abbildung 3.6, rechts).

Führungsfelder Der He*-Strahl soll transversal zur Flugrichtung, in der x -Richtung polarisiert sein. Das dazu notwendige homogene Führungsfeld wird von einem magnetischen Plattenkondensator erzeugt. Dabei sind zwei gegenüberliegende weichmagnetische Metallplatten (μ -Metall, siehe Abschnitt 3.6.2.1) über kleine Spulen miteinander verbunden. Die Verwendung von Spulen statt Permanentmagneten erlaubt es, die Richtung des Führungsfelds während Messungen zu ändern. Durch Umpolen des Führungsfelds des Analysators können die Spins *in* ihrer ursprünglichen Ausrichtung (»Up-Messung«) oder *entgegen* (»Down-Messung«) analysiert werden⁸.

Viele Vorversuche haben gezeigt, dass sich in einem zweigeteilten Führungsfeld, wie in Abbildung 3.8 gezeigt, ein höherer Polarisationsgrad erreichen lässt.

⁷Das gesinterte NdFeB-Material ist porös und brüchig. Dies kann im Vakuum virtuelle Lecks zur Folge haben.

⁸Quantenmechanisch korrekter bedeutet dies: Zeigen die Führungsfelder von Polarisator und Analysator in dieselbe Richtung, werden die He*-Atome im Zustand $|1_x\rangle$ präpariert und nach dem Durchflug durch die Spinocho-Spulen auch wieder in diesem Zustand analysiert (»Up-Messung«). Bei einer »Down-Messung« stehen die Führungsfelder hingegen antiparallel – es wird zwar der Zustand $|1_x\rangle$ präpariert, jedoch die Teilchen im Zustand $|3_x\rangle$ analysiert.

3.3 Polarisator und Analysator

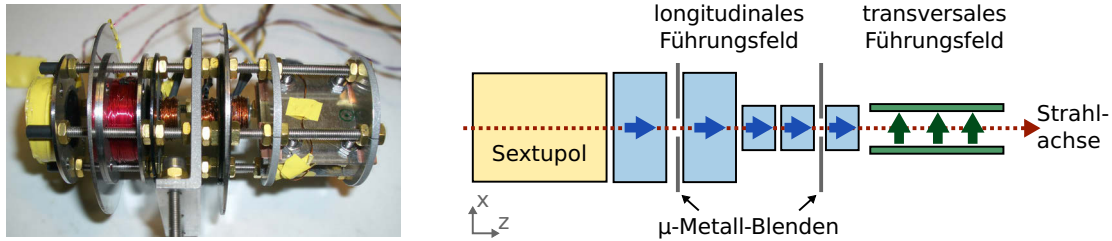


Abbildung 3.8: Führungsfeld des Polarisators (Foto und Schemazeichnung). Erläuterung anhand der Schemazeichnung: Die Spins werden zuerst in dem longitudinalen Feld von 5 Spulen (blau) aus dem Sextupolfeld (im Foto nicht zu sehen) adiabatisch ausgekoppelt. Anschließend werden sie in einem magnetischen Plattenkondensator (grün) adiabatisch gedreht, wodurch eine globale Polarisation des Atomstrahls in x -Richtung erzeugt wird.

Dabei werden die Spins zuerst von einem longitudinalen Feld (z -Richtung) aus dem Sextupol geführt und erst anschließend adiabatisch in die gewünschte $\pm x$ -Richtung gedreht. Dadurch wird der Abstand des magnetischen Plattenkondensators zum Sextupol erhöht. Dies ist notwendig, da ansonsten dessen μ -Metall stark durch Streufelder des Sextupols beeinflusst wird. Das longitudinale Führungsfeld bleiben hingegen unberührt, da es ohne ferromagnetisches Material auskommt.

Die Führungsfelder haben eine maximale Feldstärke im Bereich von 1 mT. Zu den Sextupolen hin ist das Feld möglichst groß, um das Adiabazitätskriterium zu erfüllen. Am anderen Ende soll das Magnetfeld möglichst rasch abfallen, um die nicht-adiabatischen $\pi/2$ -Flips zur Einkopplung in die erste Spinecho-Spule bzw. zur Auskopplung aus der zweiten Spinecho-Spule zu ermöglichen (Abschnitt 3.4.5). Dazu wurden zusätzliche Lochblenden aus μ -Metall angebracht (Abbildung 3.8).

Justage Die exakte Positionierung aller Komponenten ist sehr wichtig. Besonders kritisch sind die Sextupole aufgrund ihrer fokussierenden Wirkung auf den Atomstrahl. Deshalb sind die Sextupole und Führungsfelder auf einem Schienensystem montiert, welches eine einfache Positionierung der Komponenten erlaubt, während die Vakuumapparatur belüftet ist.

Die grobe Ausrichtung erfolgte an einem horizontalen Laserstrahl, die Feinjustage mit einem Fluchtfernrohr. Zuletzt wurde die Ausrichtung iterativ⁹ überprüft

⁹Bei der Justage wurden die Sextupole positioniert und der experimentelle Aufbau evakuiert. Anschließend wurde die Lage des, durch die Sextupole fokussierten He*-Strahls vermessen (Abschnitt 3.5.3). Dann wurde die Apparatur wieder belüftet und die Position der Sextupole anhand der Messung korrigiert. Dieser Vorgang wurde mehrfach wiederholt, um eine präzise Ausrichtung des Atomstrahls zu gewährleisten.

und korrigiert, indem die Position des fokussierten Atomstrahls vermessen wurde (vgl. Abschnitt 3.5.3).

3.3.3 Charakterisierung des Polarisators

Simulation der Bewegung im Sextupolfeld He*-Atome in den Zuständen $|1\rangle$ und $|3\rangle$ (magn. Quantenzahl $m = +1$ bzw. -1) werden im Feld eines Sextupols radial abgelenkt. Diese Ablenkung erhält man aus dem zweiten Newtonschen Axiom $F = M \ddot{r}$ mit (3.1) und (3.3):

$$r(z) = \begin{cases} r_0 \cos(az/v_z) + \frac{\dot{r}_0}{a} \sin(az/v_z) & \text{für } |1\rangle \\ \frac{1}{2} \left(r_0 + \frac{\dot{r}_0}{a} \right) e^{az/v_z} + \frac{1}{2} \left(r_0 - \frac{\dot{r}_0}{a} \right) e^{-az/v_z} & \text{für } |3\rangle \end{cases} \quad (3.4)$$

$$\text{mit } a^2 := \frac{2\hbar\gamma B_{\text{ps}}}{M r_{\text{ps}}^2}$$

wenn ein He*-Atom der Masse M am Ort r_0 mit radialer \dot{r}_0 und longitudinaler Geschwindigkeitskomponente v_z in den Sextupol hinein fliegt. Der Polspitzenradius r_{ps} entspricht dem Innenradius des Sextupols und B_{ps} dem magnetischen Fluss an seinen Polspitzen (siehe auch Fußnote 5, Seite 44). Nachdem das He*-Atom den Sextupol wieder verlassen hat, bewegt es sich auf seiner geänderten Flugbahn geradlinig weiter. Atome mit magnetischer Quantenzahl $m = 0$ passieren auch den Sextupol in unverändert geradlinigen Bahnen. Mithilfe der Gleichungen (3.4) können die Trajektorien der Atome simuliert (Abbildung 3.9) und die Position des Fokuspunkts für eine bestimmte Teilchengeschwindigkeit ermittelt werden.

Charakterisierung der Sextupole Ein Sextupol kann nach (3.4) über seine fokussierende Wirkung charakterisiert werden. Dazu wurde ein orts- und flugzeitauflösender Detektor entwickelt (siehe Kapitel 3.5) und an die erwartete Position des Fokuspunkts gebracht. Damit wurde der Strahldurchmesser für unterschiedliche Flugzeiten der Atome bestimmt (Abbildung 3.20 auf Seite 69), woraus auf die Position des Fokuspunkts entlang der Strahlachse für eine bestimmte Teilchengeschwindigkeit geschlossen werden konnte. Durch den Vergleich dieser Messungen mit Simulationen (Abbildung 3.9) konnten die gefertigten Sextupole getestet werden. Im Vorfeld wurden auf diese Weise außerdem Testmessungen mit einem bereits vorhandenen Sextupol¹⁰ aus demselben magnetischen Material durchgeführt. Dies ermöglichte die genaue

¹⁰Siehe Fußnote 6 auf Seite 44.

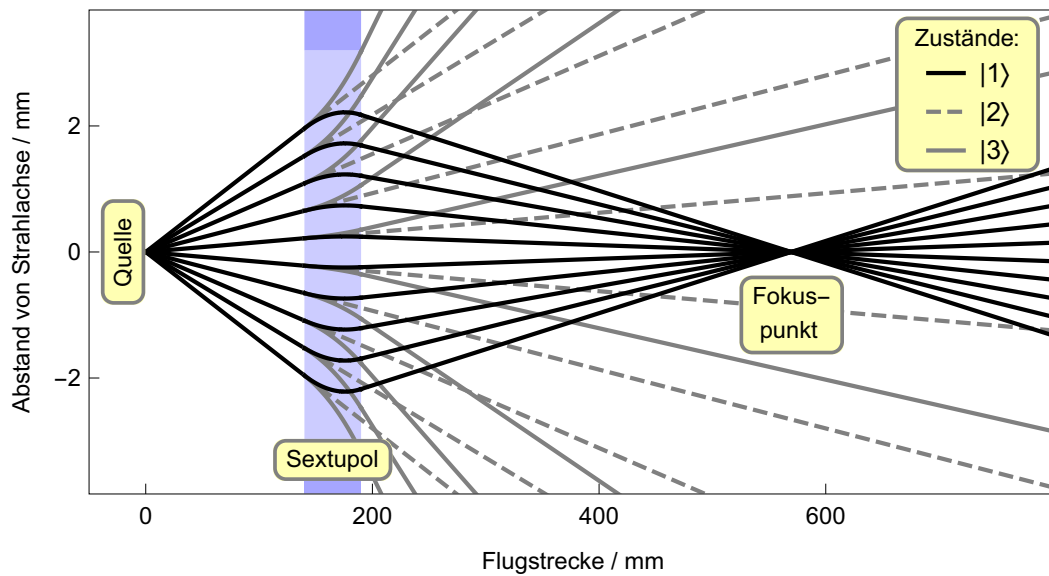


Abbildung 3.9: Simulation der He*-Teilchentrajektorien beim Flug durch den Sextupol. Der Sextupol fokussiert gleich schnelle He*-Atome im Zustand $|1\rangle$ auf denselben Punkt. Atome im Zustand $|3\rangle$ werden hingegen nach außen abgelenkt. Heliumatome ohne Nettospin (Grundzustand und metastabiler Singulettzustand) bleiben, wie die Atome im Zustand $|2\rangle$, vom Sextupol unbeeinflusst. Zur Veranschaulichung ist die Skala der Ordinate im Vergleich zur Abszisse um fast 2 Größenordnungen gestreckt.

Kapitel 3 Berry-Spinecho-Interferometer

Dimensionierung der neuen Sextupole, obwohl der exakte Wert der Magnetisierung des Materials nicht bekannt war.

Die beschriebene Methode wurde zudem dazu verwendet, um die Sextupole innerhalb des experimentellen Aufbaus präzise auf die Strahlachse auszurichten. Dabei zeigt sich eine Verschiebung der Sextupole entlang der Strahlachse als Vergrößerung bzw. Verkleinerung des Strahldurchmessers am gewünschten Ort des Fokuspunkts. Die transversale Lage des Sextupols oder eine Verkippung kann aus der gemessenen transversalen Position des Fokuspunkts bestimmt werden.

Da die Position des Fokuspunkts von der Teilchengeschwindigkeit abhängt, beeinflussen die Sextupole das gemessene Geschwindigkeitsspektrum stark. Dies wird in Abschnitt 3.7.2 näher diskutiert. Die Effizienz von Polarisation und Analyse werden am Ende des Abschnitts 3.7.3 untersucht.

3.4 Spinecho-System

Die polarisierten Atome durchfliegen im Bereich zwischen Polarisator und Analysator die magnetischen Felder der Spinecho-Spulen. Dort sammeln sie je nach Konfiguration dynamische und/oder geometrische Phasen auf.

Im folgenden Kapitel werden die Spulen vorgestellt, die der Erzeugung der notwendigen Magnetfelder dienen. In den anschließenden Abschnitten werden die zu erwartenden dynamischen und geometrischen Phasen bestimmt. Zuletzt wird die adiabatische Bewegung der Spinzustände, sowie die nicht-adiabatischen Magnetfeldflips studiert.

3.4.1 Spinecho-Spulen

Berry-Phase In Kapitel 2.2 wurde gezeigt, wie ein Spin in einem Magnetfeld eine geometrische Phase aufsammeln kann. Er folgt dazu der Richtung des externen Feldes adiabatisch entlang eines geschlossenen Pfades im Parameterraum des Magnetfelds. Der dabei umfahrene Raumwinkel Ω (vom Entartungspunkt $\mathbf{B} = \mathbf{0}$ aus betrachtet) ist proportional zur aufgesammelten geometrischen Phase (siehe Gleichung (2.41)).

Ein geeignetes Feld kann als Kombination aus einem konstanten, longitudinalen Feld (hier in z -Richtung) und einem in der dazu orthogonalen Ebene (hier xy -Richtung) rotierenden Feld konstruiert werden (vergleiche Abbildung 2.4 in

Abschnitt 2.2.3). Der eingeschlossene Raumwinkel hängt dabei vom Verhältnis der beiden Feldstärken ab und lässt sich darüber einstellen.

Berry-Spule Die realen Magnetfelder werden durch geeignete Spulen erzeugt. Das rotierende Feld entsteht durch ein Helmholtz-Spulenpaar («Berry-Spule»), das in der xy -Ebene um 360° verdrillt ist (Abbildung 3.10). Ein Spin sieht so beim Flug entlang der z -Achse ein zeitlich variierendes, sich in der xy -Ebene drehendes Feld.

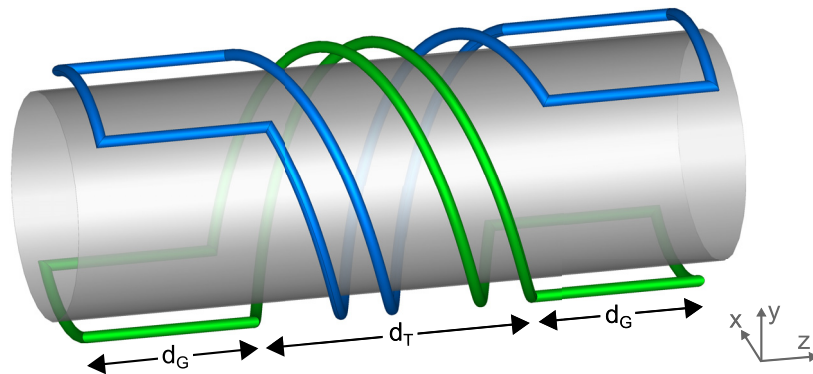


Abbildung 3.10: Berry-Spule. Das Helmholtz-Spulenpaar (blau und grün) ist über die Länge d_T einmal um die Strahlachse gedreht und formt somit eine rechtshändige Schraube. Es erzeugt so aus der Sicht des durchfliegenden Atoms ein um 360° im Uhrzeigersinn rotierendes Magnetfeld. Die geraden Bereiche d_G stellen sicher, dass die Feldrichtung nach der Spule im Bereich der Nullfeldübergänge («Flips») wohl definiert ist (siehe Abschnitt 3.4.5). Im Inneren der Spule ist zur besseren Orientierung das Strahlrohr halb-transparent angedeutet. Die Darstellungen ist maßstabsgetreu, die genauen Abmessungen sind außerdem in Tabelle 3.4 aufgeführt.

Eine Zylinderspule («Z-Spule») erzeugt die dritte Feldkomponente und ist über die Berry-Spule gewickelt. Die Kombination beider Spulen bildet eine «Spinecho-Spule». Zwei dieser Spinecho-Spulen hat C. Roux [Rou07] während seiner Diplomarbeit entworfen und angefertigt. Die Spulen wurden auf je einen Spulenkörper aus Kunststoff gewickelt, in welche die Leiterbahnen für die Berry-Spule hinein gefräst wurden. Die wichtigsten Parameter der Spinecho-Spulen sind in Tabelle 3.4 zusammengefasst.

Feldverlauf in der Spinecho-Spule Die Komponenten des Feldverlaufs einer Spinecho-Spule sind in Abbildung 3.11 gezeigt. Daneben ist der resultierende Pfad im Parameterraum zu sehen. Im Gegensatz zu einem idealisierten Feldverlauf (vergleiche Abbildung 2.4 in Abschnitt 2.2.3) entspricht der Pfad der realen Spulenfelder im Parameterraum keinem perfekten Kreis, sondern hat eher

Tabelle 3.4: Spezifikation des Spinecho-Systems

<i>Berry-Spule</i>	
Innenradius r_B	23 mm
Länge gerader Bereich d_G #	30 mm
Länge gedrehter Bereich d_T	50 mm
Anzahl Windungen	20
Drahtdurchmesser	0,28 mm
Beide Berry-Spulen sind rechtshändig (Helizität = +1).	
<i>Z-Spule</i>	
Innenradius r_Z	25 mm
Länge d_Z §	68 mm
Anzahl Windungen	455
Drahtdurchmesser	0,8 mm
<i>Magnetfeldabschirmung (μ-Metall *)</i>	
Innenradius r_μ	35 mm
Permeabilität μ_r	> 10 000
<i>Abstände Magnetfeldflips §</i>	
$\pi/2$ -Flip (Führungsfeld – Spule)	110 mm
π -Flip (Spule – Spule)	125 mm

Es gibt zwei gerade Bereiche, jeweils einen an Anfang und Ende jeder Berry-Spule (vergleiche Abb. 3.10).

§ Die Berry- und Z-Spule sind mittig zentriert.

* μ -Metall ist eine weichmagnetische Nickel-Eisen-Legierung mit sehr hoher Permeabilität (siehe Abschnitt 3.6.2).

§ Abstand zwischen Ende des Führungsfelds (Feldstärke am Führungsfeldende $\approx 65 \mu\text{T}$) und Anfang der Spinecho-Spule (und umgekehrt) bzw. zwischen Ende der ersten und Anfang der zweiten Spinecho-Spule.

die Form eines »Lassos«. Dies liegt daran, dass das Feld der Spinecho-Spulen entlang der Strahlachse nicht plötzlich einsetzt, sondern langsam ansteigt. Dies ist bei Neutronen als Strahlteilchen nicht notwendig (siehe Fußnote 19 auf Seite 29), ist bei Atomen aber unvermeidbar.

Die Spinecho-Spulen befinden sich innerhalb einer zylinderförmigen, passiven Magnetfeldabschirmung (Abschnitt 3.6.2). Diese beeinflusst den Verlauf der Spinechofelder deutlich, weshalb die Felder nicht mehr analytisch beschrieben werden können. Stattdessen wurden die Spinecho-Spulen simuliert¹² und die Ergebnisse an den gemessenen Feldverlauf angepasst (siehe dazu auch Abbildung 3.13).

Man erhält somit das Magnetfeld $\mathbf{B}(z) = \{B_x(z), B_y(z), B_z(z)\}$ als Funktion der Position z auf der Strahlachse, welches ein Teilchen bei seinem Flug entlang der Strahlachse durch die Spinecho-Spule sieht. Dieses wird im Folgenden beispielsweise zur Abschätzung der zu erwartenden dynamischen und geometrischen Phasen verwendet. Wir werden später sehen, dass das Berry-Spinecho die genaue Kenntnis der Felder an jedem Ort in der Spule erfordert, während in konventionellen Spinecho-Experimenten eine Spinecho-Spule allein durch eine einzige Größe, ihre Spulenkonstante (Abschnitt 3.4.2) vollständig beschrieben ist¹³.

Homogenität der Spinecho-Felder Bewegt sich ein Atom auf einer Flugbahn, welche parallel zur Strahlachse in x - oder y -Richtung leicht verschoben ist, weichen die Feldverläufe von denen aus Abbildung 3.11 ab. Bei den Berry-Spulen treten dann zusätzlich longitudinale und bei den Z-Spulen transversale Feldkomponenten auf (Abbildung 3.12). Da der Atomstrahl einen endlichen Durchmesser besitzt, nimmt ein Teil der Strahlteilchen somit immer auch Magnetfelder wahr, die etwas vom idealen Verlauf abweichen. Der Einfluss dieser Abweichungen auf die Messgrößen wird unter anderem in den Abschnitten 3.4.2 und 3.4.3 untersucht.

Spinecho-Konfiguration Im Experiment sind zwei Spinecho-Spulen mit demselben, rechtshändigen Drehsinn hintereinander auf dem Strahlrohr¹⁴ ange-

¹²Die Felder wurden mit dem Computerprogramm »CST Studio Suite« simuliert, welches die Finite-Elemente-Methode verwendet. Die Berry-Spule wurde dabei durch eine einzelne, infinitesimal dünne Windung angenähert.

¹³Dies gilt bei dem konventionellen Atomstrahl-Spinecho streng genommen auch nur bei Strahlteilchen mit linearer Zeeman-Aufspaltung.

¹⁴Da die Spulen außen auf dem Strahlrohr angebracht sind, muss dieses für die Magnetfelder transparent sein. Das ursprüngliche Strahlrohr aus Glas erwies sich als mechanisch zu instabil und wurde in dieser Arbeit durch ein Aluminiumrohr ersetzt.

Kapitel 3 Berry-Spinecho-Interferometer

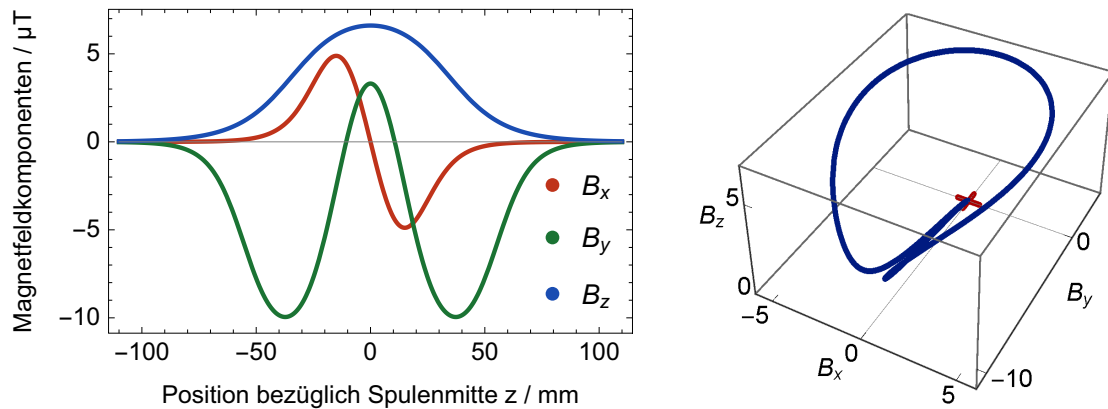


Abbildung 3.11: Magnetfeld einer Spinecho-Spule als Kombination aus Berry- und Z-Spule. Der Feldverlauf¹¹ entlang der Strahlachse ist exemplarisch für eine Einstellung der Ströme durch Berry- ($I_B = 25 \text{ mA}$) und Z-Spule ($I_Z = 0,91 \text{ mA}$) dargestellt (links). Ein Spin, der sich durch diese Feldkonfiguration von links nach rechts entlang der z -Achse bewegt, erfährt ein Magnetfeld, welches dem Verlauf eines »Lassos« im Parameterraum des Magnetfelds entspricht (rechts). Im gezeigten Beispiel wird dabei ein Raumwinkel von $\Omega = \pi/2 \text{ sr}$ eingeschlossen.

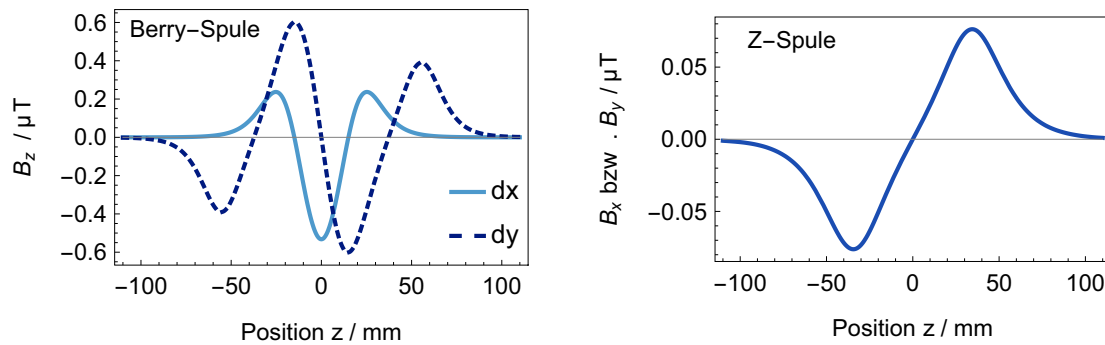


Abbildung 3.12: Feldverläufe entlang einer um 1 mm parallel verschobenen Strahlachse. Die Spulenströme entsprechen den Einstellungen aus Abb. 3.11.

Links: Bei der Berry-Spule treten longitudinale Feldkomponenten auf, wenn die Flugbahn in x -Richtung (durchgezogene Kurve) bzw. y -Richtung (gestrichelte Kurve) verschoben ist.

Rechts: In der Z-Spule treten transversale Feldkomponenten jeweils in der Richtung auf, in welche die Achse relativ zur vorgesehenen Strahlachse verschoben ist.

bracht. Wird der Strom in der zweiten Spule umgepolt, kehren sich alle Feldkomponenten im Vergleich zur ersten um, wie dies in Abbildung 3.13 gezeigt ist. Gemäß den Ergebnissen aus Kapitel 2.1, vertauschen dabei die Zustände $|1\rangle$ und $|3\rangle$ ihre magnetischen Quantenzahlen und die dynamischen Phasendifferenzen aus beiden Spulen heben sich gerade auf. Durch das Umkehren der Ströme ändert sich außerdem die Umlaufrichtung und damit das Vorzeichen des Raumwinkels im Parameterraum (Abbildung 3.14). Insgesamt bleibt damit die Berry-Phase $\varphi_n^{\text{geo}}(C) = -m_n \Omega$ jedes Zustands $|n\rangle$ unverändert, wodurch sich die Berry-Phasen aus beiden Spulen aufaddieren (Abschnitt 2.2.3).

3.4.2 Dynamische Phase

Berechnung der dynamischen Phase Die dynamische Phase lautet nach Abschnitt 2.1.2

$$\Phi = -\frac{\gamma_e}{v} \int_0^z B(z') dz' = -\frac{\gamma_e}{v} \overline{BL}. \quad (3.5)$$

Sie hängt von der Teilchengeschwindigkeit v und dem Magnetfeldintegral $\overline{BL} := \left| \int B(z) dz \right|$ ab, welches über den Absolutbetrag der Spulenfelder $B(z) = |\mathbf{B}(z)| = \sqrt{B_x^2(z) + B_y^2(z) + B_z^2(z)}$ gebildet wird¹⁵. In Abbildung 3.15 ist der Verlauf der Magnetfeldbeträge für die Berry- und die Z-Spule, sowie eine Kombination beider dargestellt.

Spulenkonzanten Im Falle eines *reinen* Berry- oder Z-Felds ist das Magnetfeldintegral direkt proportional zum Spulenstrom I ,

$$\overline{BL} := k \cdot I, \quad (3.6)$$

wodurch sich die Wirkung der Spinecho-Spulen durch eine einzige Gerätekonstante, die »Spulenkonzante« k , beschreiben lässt.

Diese wurde aus den simulierten, an die gemessenen Feldverläufe angepassten Daten für beide Spulen bestimmt¹⁶:

$$\begin{aligned} k_B &= 37,0 \mu\text{T m/A} && \text{(Berry-Spule)} \\ k_Z &= 571 \mu\text{T m/A} && \text{(Z-Spule)} \end{aligned} \quad (3.7)$$

¹⁵Gleichung 3.5 gilt nicht, wenn das Magnetfeld $\mathbf{B}(z)$ seine Richtung in Abhängigkeit von z »zu schnell« (nicht-adiabatisch) ändert. Vergleiche dazu auch das Adiabatische Theorem (Abschnitt 2.2.2) und die Berry-Spinrotationsmessungen (Abschnitt 4.3).

¹⁶Da die Werte auf Grundlage der simulierten Felder berechnet wurden, ist die Angabe eines (Mess-)Fehlers nicht sinnvoll möglich. Als Ersatz können die Abweichungen (3.8) dienen.

Kapitel 3 Berry-Spinecho-Interferometer

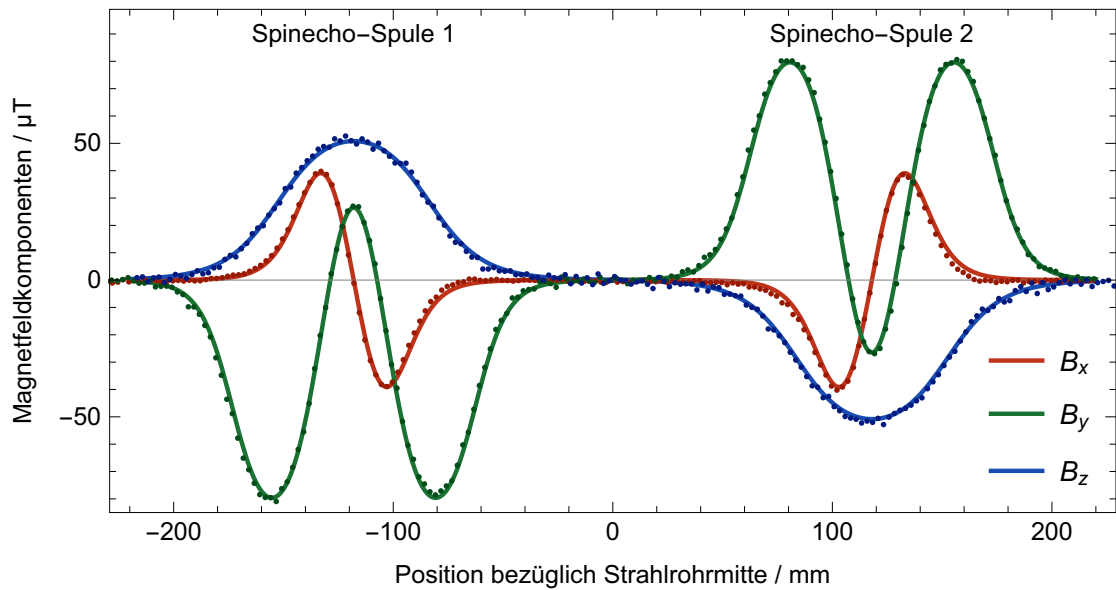


Abbildung 3.13: Magnetfeld beider Spinecho-Spulen innerhalb der Magnetfeldabschirmung. Die Felder sind in Spinecho-Konfiguration dargestellt, bei der die Ströme der zweiten Spinecho-Spule im Vergleich zur ersten umgekehrt wurden. Die, mit einer Magnetfeldsonde einzeln vermessenen Feldkomponenten (Punkte, aus [Rou07]) wurden mit den Ergebnissen einer Simulation (Linien) verglichen. Dabei musste nur die Amplitude des Feldes der Berry-Spule (B_x und B_y) angepasst werden, um Vereinfachungen in der Simulation¹² zu berücksichtigen.

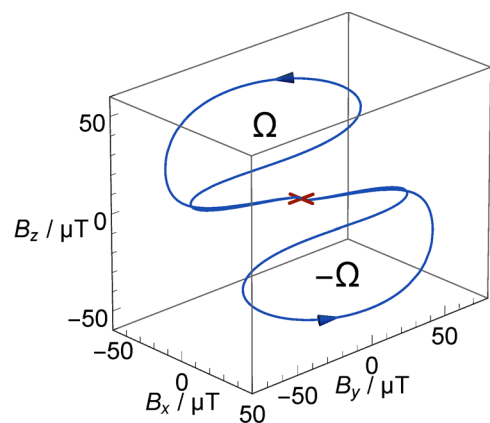


Abbildung 3.14: Pfad im Parameterraum für die Spinecho-Konfiguration aus Abb. 3.13. Ausgehend vom Entartungspunkt $\mathbf{B} = \mathbf{0}$ werden zwei Raumwinkel Ω in unterschiedlicher Richtung umlaufen.

Teilchen, die sich auf einer Flugbahn bewegen, die um 1 mm in x - oder y -Richtung bezüglich der Strahlachse verschoben ist, nehmen leicht unterschiedliche Magnetfelder wahr. Die effektiven Spulenkonstanten ändern sich in diesem Fall allerdings um deutlich weniger als 1 %:

$$\begin{aligned} \Delta k_B / k_B &\leq 5 \cdot 10^{-3} && \text{(Berry-Spule)} \\ \Delta k_Z / k_Z &\leq 1 \cdot 10^{-4} && \text{(Z-Spule)} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Dies gilt ebenso für die dynamische Phase, die nach (3.5) und (3.6) proportional zu den Spulenkonstanten ist. In Kapitel 4.1 werden wir die Spulenkonstante einer Z-Spule zusätzlich in einer Spinrotationsmessung experimentell bestimmen. Außerdem werden in Kapitel 4.2 die beiden Z-Spulen in einer Spinechomessung miteinander verglichen.

Werden Berry- und Z-Spule gleichzeitig betrieben, können die Spulenfelder nicht mehr getrennt über ihre Spulenkonstanten beschrieben werden. Vielmehr müssen die Feldkomponenten beider Spulen an jedem Ort entlang der Strahlachse vektoriell addiert werden. Erst anschließend kann der Absolutbetrag des resultierenden Feldes gebildet und aufintegriert werden (vergleiche Kurve » $\Omega = \pi/2$ « in Abbildung 3.15).

Gedrehter Bereich der Berry-Spule Die Berry-Spule besteht aus einem gedrehten Teil in der Mitte und geraden Stücken an den Enden (Abbildung 3.10). Für Spinrotationsmessungen mit den Berry-Spulen (siehe Abschnitt 4.3) ist es wichtig zu wissen, welchen Anteil der gedrehte Teil am gesamten Magnetfeldintegral der Berry-Spule hat. Anders ausgedrückt, wie verteilt sich die Spulenkonstante k_B (3.7) auf den gedrehten $k_B^{(T)}$ und die geraden Bereiche $k_B^{(G)}$ der Berry-Spule?

Um eine korrekte Abschätzung¹⁷ zu erhalten, wurden die geraden Bereiche der Berry-Spule separat simuliert und deren Spulenkonstante bestimmt. Daraus ergibt sich der Anteil des gedrehten Teils an der Spulenkonstanten der ganzen Berry-Spule zu¹⁸

$$\delta := k_B^{(T)} / k_B = 21,15 \% \quad (3.9)$$

und entsprechend ergibt sich der gerade, ungedrehte Bereich zu

$$1/\delta = k_B^{(G)} / k_B = 78,85 \% .$$

¹⁷ Eine naive Betrachtung, welche lediglich die Geometrie der Spule (Tabelle 3.4) und nicht den genauen Feldverlauf berücksichtigt, würde den Anteil des gedrehten Bereichs deutlich zu groß abschätzen: $k_B^{(T)} / k_B = \frac{d_T}{d_G + d_T + d_G} \approx 45 \%$

¹⁸ Eine Fehlerabschätzung ist hier nicht sinnvoll möglich, da die verwendeten Werte durch Simulationen bestimmt wurden.

3.4.3 Geometrische Phase

Die geometrische Phase Φ_{geo} , die ein Spin in dem Magnetfeld \mathbf{B} aufammelt, ist nach Gleichung (2.41) aus Abschnitt 2.2.1 proportional zum Raumwinkel, der im Parameterraum des Magnetfelds von \mathbf{B} umschlossen wird. Deswegen gelten die folgenden Ergebnisse für den Raumwinkel Ω entsprechend auch für die Berry-Phase.

Berechnung des Raumwinkels Das Magnetfeld $\mathbf{B}(z)$ einer Spinocho-Spule ist nach Abschnitt 3.4.1 als Funktion der Position z auf der Strahlachse gegeben. Zur Berechnung des Raumwinkels ist es von Vorteil, die Felder in Kugelkoordinaten anzugeben:

$$\begin{aligned} B_r(z) &= \sqrt{B_x^2(z) + B_y^2(z) + B_z^2(z)} \\ B_\theta(z) &= \arccos \left(\frac{B_z(z)}{\sqrt{B_x^2(z) + B_y^2(z) + B_z^2(z)}} \right) \\ B_\phi(z) &= \arctan(B_y(z), B_x(z)) \quad , \end{aligned} \quad (3.10)$$

mit dem Arkustangens mit zwei Argumenten¹⁹.

Der Raumwinkel Ω besitzt in Kugelkoordinaten eine einfache Gestalt, die nur von Polarwinkel θ und Azimutwinkel ϕ abhängt:

$$\Omega = \iint_S \sin \theta \, d\theta \, d\phi \quad (3.12)$$

Zur Vereinfachung des Integrals wird θ als Funktion von ϕ geschrieben²⁰ und

¹⁹ Der Arkustangens mit zwei Argumenten ist definiert als

$$\arctan(y, x) := \begin{cases} \arctan \frac{y}{x} & \text{für } x > 0 \\ \arctan \frac{y}{x} + \pi & \text{für } x < 0, y \geq 0 \\ \arctan \frac{y}{x} - \pi & \text{für } x < 0, y < 0 \\ \pm \pi/2 & \text{für } x = 0, y \gtrless 0 \\ 0 & \text{für } x = 0, y = 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

²⁰ $\theta(\phi)$ ist eine gültige, einzelwertige Funktion, da $\phi(z)$ (genauer $B_\phi(z)$), siehe nächster Absatz) im vorliegenden Fall monoton ist.

im letzten Schritt die Integrationsvariable substituiert:

$$\begin{aligned}
 \Omega &= \int_{\phi_{\min}}^{\phi_{\max}} \left(\int_0^{\theta(\phi)} \sin \theta, d\theta \right) d\phi \\
 &= \int_{\phi_{\min}}^{\phi_{\max}} (1 - \cos \theta(\phi)) d\phi \\
 &= \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} (1 - \cos \theta(z)) \frac{d\phi(z)}{dz} dz
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

Der Raumwinkel soll im Parameterraum des Magnetfelds bestimmt werden, daher müssen die Ortskoordinaten in obiger Gleichung noch durch die Felder aus (3.10) ersetzt werden:

$$\Omega = \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} (1 - \cos B_{\theta}(z)) B'_{\phi}(z) dz \tag{3.14}$$

Verlauf des Raumwinkels Der Raumwinkel (3.14) ist nur vom Verhältnis der Spulenströme durch Berry- (I_B) und Z-Spule (I_Z) abhängig, nicht von deren Absolutwerten. Dies erkennt man bereits daran, dass (3.14) unabhängig von der radialen Feldkomponente $B_r(z)$ ist.

In Abbildung 3.16 wurde $\Omega(I_Z/I_B)$ aus den simulierten Magnetfeldern berechnet. Teilchen, die sich entlang einer, bezüglich der Strahlachse verschoben Trajektorie bewegen, sehen abweichende Magnetfelder. Diese Abweichung ist bei der Berry-Spule größer als bei der Z-Spule (vergleiche Abbildung 3.12). Deshalb ist der Unterschied bei großen Raumwinkeln am deutlichsten.

Der Einfluss einer Verschiebung der Teilchenbahn parallel zur Strahlachse ist auf die geometrische Phase erheblich größer, als auf die dynamische Phase (Abschnitt 3.4.2).

3.4.4 Adiabatische Bewegung innerhalb der Spinecho-Spulen

Adiabatizitätskriterium Die Adiabatizität ist ein Maß dafür, ob die Spins den Richtungsänderungen des externen Magnetfelds folgen können. Nach Abschnitt 2.2.2 ist sie definiert als das Verhältnis aus Larmorfrequenz und

Kapitel 3 Berry-Spinecho-Interferometer

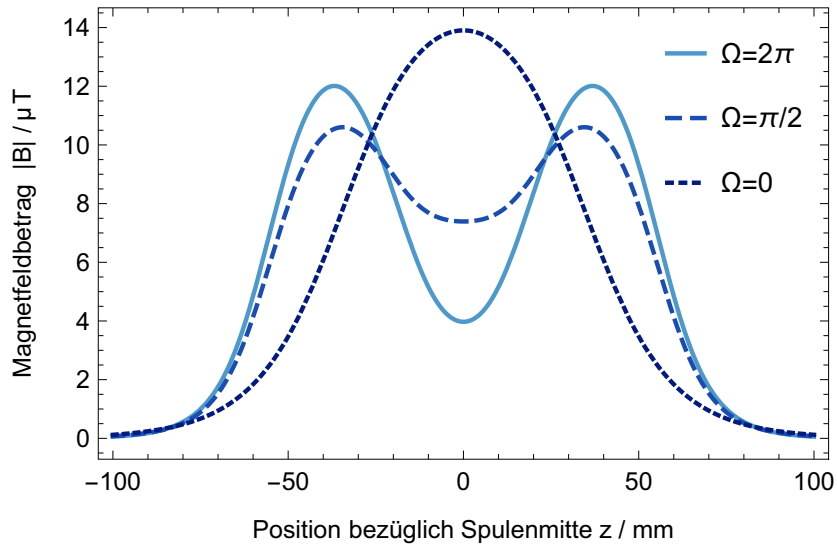


Abbildung 3.15: Verlauf des Magnetfeldbetrags in einer Spinecho-Spule bei konstantem Magnetfeldintegral \overline{BL} und damit konstanter dynamischer Phase $\Phi_{\text{dyn}} = -\gamma_e/v \overline{BL}$ für die Berry- ($\Omega = 2\pi$) und Z-Spule ($\Omega = 0$), sowie eine Kombination beider Spulen ($\Omega = \pi/2$). Die Larmorfrequenz ist nach $\omega_L(z) = -\gamma_e B(z)$ proportional zum Magnetfeldbetrag und γ_e aus (2.3).

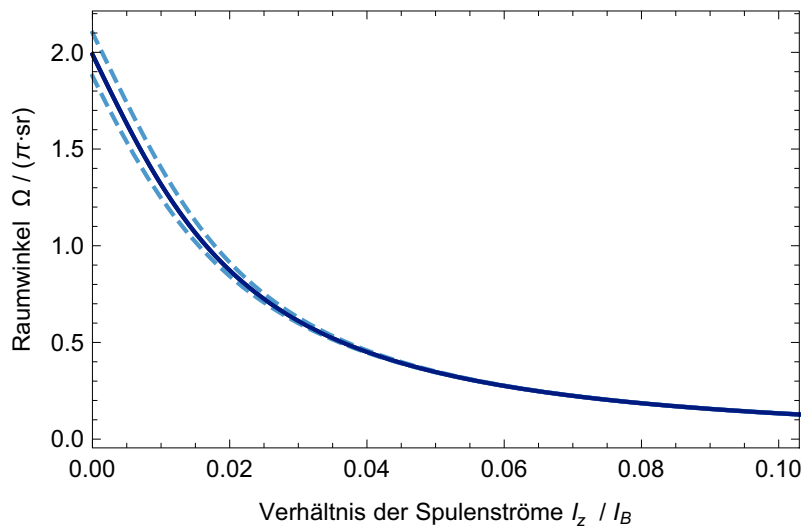


Abbildung 3.16: Raumwinkel als Funktion der Spulenströme (durchgezogene Linie). Der Raumwinkel ist nur vom Verhältnis der Spulenströme abhängig, nicht von deren Absolutwerten. Für Teilchen, deren Trajektorien um ± 1 mm in x-Richtung verschoben, parallel zur Strahlachse verlaufen, ändert sich der Raumwinkel um maximal 6% (gestrichelte Linien). Für eine Verschiebung in y-Richtung ist der Effekt geringer.

Drehfrequenz des externen Feldes. Sollen sich die Spins *adiabatisch* bewegen, darf sich die Richtung des externen Feldes nur langsam ändern und es muss gelten:

$$\Gamma := \omega_L / \omega_B \gg 1 \quad (3.15)$$

Dieses Kriterium muss innerhalb der Spinecho-Spulen erfüllt sein, damit die Spins einen Raumwinkel im Parameterraum des Magnetfelds umfahren können und damit eine geometrische Phase aufsammeln.

Drehfrequenz des Spinecho-Feldes Die Larmorfrequenz $\omega_L = -\gamma_e B$ ist bereits aus Kapitel 2 bekannt und bezeichnet die Übergangsfrequenz zwischen benachbarten quantenmechanischen Zuständen innerhalb eines Spin-Multipletts. Somit wird für Gleichung (3.15) noch die Drehfrequenz des Feldes benötigt, die wir im folgenden kurz für die Geometrie unserer Spinecho-Spulen herleiten wollen.

Die Winkelgeschwindigkeit oder Drehfrequenz ist gegeben als

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{\mathbf{R} \times \dot{\mathbf{R}}}{|\mathbf{R}|^2} . \quad (3.16)$$

Sie reduziert sich aus der Sicht des durch die Spinecho-Spule fliegenden Atoms²¹ zu

$$\omega = \frac{|\dot{\mathbf{R}}|}{|\mathbf{R}|} = \sqrt{\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta} , \quad (3.17)$$

mit dem Ortsvektor in Kugelkoordinaten $\mathbf{R} = \begin{pmatrix} r \sin \theta \cos \phi \\ r \sin \theta \sin \phi \\ r \cos \theta \end{pmatrix}$.

Da es sich um die Drehung des Magnetfeldes handelt, müssen die Ortskoordinaten in obiger Gleichung noch durch die Felder aus (3.10) ersetzt werden:

$$\omega_B = v \cdot \sqrt{(B'_\theta(z))^2 + (B'_\phi(z) \sin(B_\theta(z)))^2} , \quad (3.18)$$

wobei die Fluggeschwindigkeit v der Atome mit $\frac{d}{dt} = \frac{dz}{dt} \frac{d}{dz} = v \frac{d}{dz}$ eingesetzt wurde.

Betrachtet man nur die Berry-Spule ($B_z = 0$) vereinfacht sich die Drehfrequenz des Spulenfeldes zu

$$\omega_B = \dot{\phi} = v \cdot B'_\phi(z) . \quad (3.19)$$

²¹Das Atom sieht eine reine Drehung des Magnetfelds in der Ebene senkrecht zu seiner Flugrichtung, Radiusvektor \mathbf{R} und Drehgeschwindigkeit $\dot{\mathbf{R}}$ stehen somit senkrecht aufeinander.

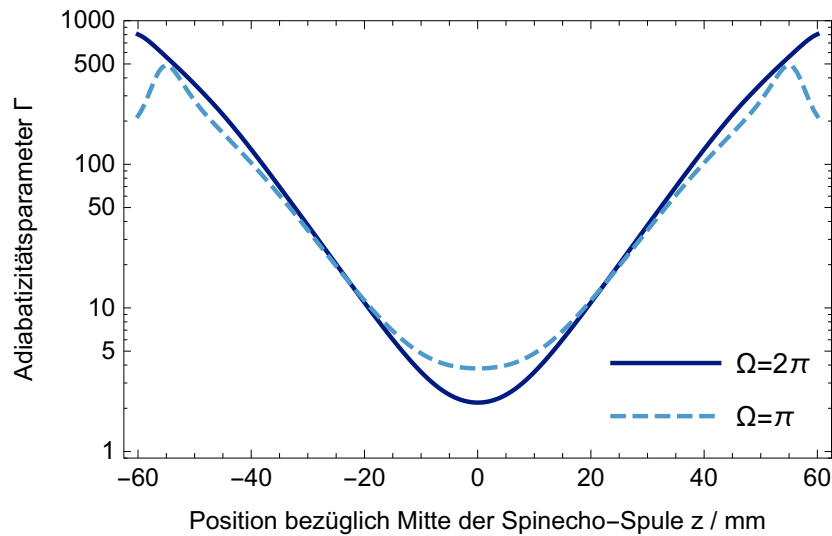


Abbildung 3.17: Verlauf des Adiabazitätsparameters Γ in einer Spinocho-Spule für zwei verschiedene Raumwinkel, bei gleicher dynamischer Phase $\Phi_{\text{dyn}} \approx 31\pi$. Die Teilchengeschwindigkeit ist auf $v = 2000 \text{ m/s}$ festgesetzt. In der Mitte der Berry-Spule, wo sich das Magnetfeld am schnellsten dreht, ist die Adiabazität am schwierigsten zu gewährleisten.

Adiabatische Bewegung innerhalb der Spinocho-Spulen Der Verlauf der Adiabazität in einer Spinocho-Spule ist in Abbildung 3.17 zu sehen. Sie erreicht in der Mitte der Spule ein Minimum, wo das Helmholtz-Spulenpaar der Berry-Spule am stärksten verdrillt ist. Dort ist die Drehfrequenz des Spulenfeldes (3.18) am größten. Gleichzeitig ist dort der Betrag des Spulenfeldes (Abbildung 3.15) und damit die Larmorfrequenz eher niedrig. Das Kriterium $\Gamma \gg 1$ ist eher unspezifisch. Welche Werte von Γ effektiv eine adiabatische Bewegung erlauben, werden letztlich die Messungen zeigen (Abschnitt 4.3).

3.4.5 Nicht-adiabatische Magnetfeldänderungen (»Flips«)

Die nicht-adiabatischen Magnetfeldflips sind Bereiche entlang der Flugstrecke der Atome, in denen sich die Richtung der externen Magnetfelder *schnell* ändert und daher die Diabatizitätsbedingung (2.45) aus Abschnitt 2.2.2 gilt:

$$\Gamma = \omega_L / \omega_B \ll 1 \quad (3.20)$$

Sie befinden sich zwischen den beiden Spinocho-Spulen (π -Flip) bzw. zwischen den Spinocho-Spulen und den Führungsfeldern von Polarisator und Analysator ($\pi/2$ -Flips), siehe Abbildung 3.1 auf Seite 33 und Abschnitt 2.1.1.

Die Führungsfelder stehen in x -Richtung, da die Polarisation und die Analyse immer in dieser Richtung erfolgen (Kapitel 3.3). Anfang und Ende der Spinecho-Felder stehen in eine Richtung in der yz -Ebene. Die Richtung ist abhängig von der relativen Stärke der Felder von Berry- und Z-Spule, sie steht aber stets senkrecht zu den Führungsfeldern. Dies wird durch den geraden, ungedrehten Bereich d_G an den Enden der Berry-Spulen sichergestellt (Abbildung 3.10).

Nullfeldübergänge Im beschriebenen Experiment werden die Flips durch sogenannte Nullfeldübergänge bewerkstelligt. Dabei wird ausgenutzt, dass die quantenmechanische Übergangsfrequenz ω_L in hinreichend schwachen Feldern viel kleiner als die Drehfrequenz des Magnetfelds ω_B wird und die Drehung somit nicht-adiabatisch erfolgt (vergleiche Abschnitt 3.4.4).

Mithilfe des Diabatizitätskriteriums (3.20) können die Mindestabstände zwischen Führungsfeldern und Spulen bzw. zwischen den beiden Spulen abgeschätzt werden. Diese wurden in [Rou07] zu den am Ende von Tabelle 3.4 gelisteten Werten bestimmt. Die Abstände wurden dabei auch nicht zu groß bemessen, um den gesamten Aufbau kompakt zu halten.

Effizienz der Magnetfeldflips Bei unvollständigen Flips wird das Magnetfeld nicht um π bzw. $\pi/2$ gedreht, sondern nur um einen Winkel $\vartheta_\pi = \pi - \delta\vartheta_\pi < \pi$ bzw. $\vartheta_{\pi/2} = \pi/2 - \delta\vartheta_{\pi/2} < \pi/2$. Sie treten für Teilchen auf, die sich nicht genau auf der Strahlachse bewegen. Abseits dieser Symmetrieachse werden die Magnetfeldlinien nach außen gebogen und damit die Ausrichtung der Spins verkippt²².

Ein Winkelfehler $\delta\alpha$ führt zu einer Verminderung der Strahlpolarisation pro Flip auf näherungsweise $(1 - 2\delta\vartheta^2)$ [Rei98]. Dabei trägt der Polarisationsverlust an jedem Flip multiplikativ zur Verminderung der Gesamtpolarisation bei. Diese wurde in [Rou07] für die Konfiguration in Tabelle 3.4 und einem Strahldurchmesser von 1 mm auf ungefähr 95 % abgeschätzt.

²²Eine ausführlichere Beschreibung ist in [Rei98] zu finden.

3.5 Metastabilendetektor

Am Ende des Experimentaufbaus werden diejenigen Atome detektiert, die den Analysator aufgrund ihres Spinzustand passieren konnten. Der zu diesem Zweck entwickelte Detektor weist die metastabilen Atome flugzeit- und orts aufgelöst nach. Er arbeitet dabei mit einer hohen Nachweiseffizienz und ist unempfindlich gegenüber vielen Arten von Untergrund.

Im folgenden Abschnitt werden die Prozesse bei der Detektion metastabiler Atome kurz erläutert. Anschließend folgt die Beschreibung des Aufbaus und der Eigenschaften des Detektors, bevor im letzten Abschnitt auf die orts aufgelösten Messungen eingegangen wird.

3.5.1 Elektronenemission an Oberflächen

Die Streuung thermischer²³, metastabiler Atome an Metalloberflächen ist nahezu ausschließlich inelastisch [Con+82]. An der Oberfläche finden die folgenden Prozesse statt [Dun96]:

- (a) *Resonante Ionisation* gefolgt von *Auger-Neutralisation*
- (b) *Auger-Abregung (Auger deexcitation)*
- (c) *Auger-Abregung* an adsorbierten Fremdatomen/-molekülen

Bei allen drei Prozessen entsteht ein freies Elektron, welches nachgewiesen werden kann. Alternativ kann in Prozess (a) die Auger-Neutralisation durch ein elektrisches Feld unterbunden und das, in der Resonanten Ionisation entstandene, positive Ion anstelle des Elektrons nachgewiesen werden.

Nach [Ham+92] ist für He* an »atomar-sauberen« Metalloberflächen die Resonante Ionisation gefolgt von Auger-Neutralisation (a) der wahrscheinlichste Prozess. An verunreinigten Oberflächen kann hingegen Auger-Abregung (b) und insbesondere Auger-Abregung an adsorbierten Fremdatomen oder -molekülen (c) dominieren, ähnlich einer Penning-Ionisation an freien Gasatomen [Dun96].

Die Konversionselektrode des in dieser Arbeit gebauten Detektors besteht aus Edelstahl und wurde vor dem Einbau einmalig chemisch²⁴ gereinigt. Eine gewisse Verunreinigung der Oberfläche ist dadurch nicht ausgeschlossen. In Messungen konnten sowohl Elektronen, als auch He⁺-Ionen nachgewiesen

²³Bei thermischen, metastabilen Atomen ist die kinetische Energie ($\approx 0,025$ eV) vernachlässigbar klein im Vergleich zur inneren Anregungsenergie (≈ 20 eV bei He*) und ist daher für die Interaktion mit einer Oberfläche irrelevant.

²⁴Die Elektrode wurde mit Polierpaste poliert und mit Aceton und 2-Propanol gereinigt.

werden. Die Ionen allerdings mit geringerer Effizienz – es wurden 100- bis 1000-mal mehr Elektronen als Ionen nachgewiesen. Dies legt nahe, dass hier alle drei genannten Prozesse beteiligt sind.

Die Elektronenausbeute liegt für He^* (2^1S_0 und 2^3S_1) an einer Edelmetalloberfläche zwischen 50 % und 95 % [Dun96]. Somit erzeugt fast jedes auftreffende He^* ein freies Elektron, welches anschließend vervielfacht und nachgewiesen wird.

3.5.2 Aufbau und Eigenschaften des Metastabilendetektors

Aufbau Der Aufbau des Detektors und dessen Funktionsweise ist in Abbildung 3.18 skizziert. Wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, entstehen im Inneren des Gehäuses freie Elektronen durch auftreffende metastabile Heliumatome. Die Elektronen werden in einem elektrischen Feld auf einen Elektronenvervielfacher²⁵ beschleunigt. Der Eingang des Elektronenvervielfachers (erste Dynode) liegt auf einem negativen Potential. Damit die Elektronen trotzdem zu ihm gelangen, wird das ganze Detektorgehäuse auf ein noch negativeres Potential gelegt. Die dazu notwendigen Spannungen werden intern von einem Spannungsteiler bereitgestellt.

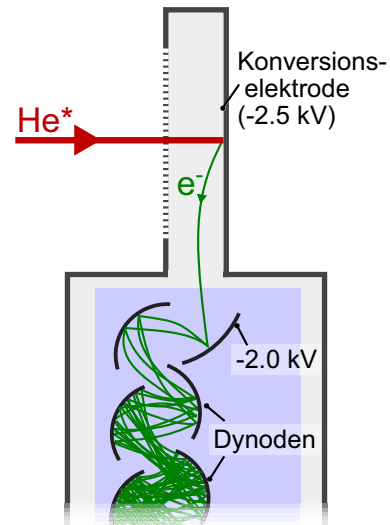
Im Elektronenvervielfacher wird das Primärelektron zu einer Ladungswolke verstärkt, die in einem elektronischen Verstärker²⁶ weiter verstärkt wird, bevor das Signal in der Messelektronik diskriminiert und digital weiterverarbeitet wird (Abschnitt 3.6.3).

Flugzeitmessung Die Wahl eines schnellen Elektronenvervielfachers und Verstärkers erlaubt kurze Messsignale mit einer Breite unter 10 ns. In Kombination mit dem Strahlchopper ermöglicht dies flugzeitaufgelöste Messungen, wie sie bereits in Abschnitt 3.2.1 vorgestellt wurden. Die Daten mehrerer Durchläufe des Choppers werden in einem Flugzeit-Histogramm zusammengefasst (Abbildung 3.4.a auf Seite 39). Für eine gegebene Flugstrecke erhält man dadurch Informationen über die Geschwindigkeitsverteilung der metastabilen

²⁵Der Elektronenvervielfacher (*electron multiplier*) vom Typ R5150-10 der Firma HAMAMATSU hat eine Verstärkung von 10^7 bei $-2,0\text{ kV}$ Verstärkungsspannung. Aufgrund seiner Schnelligkeit (Pulsbreite 3,5 ns, laut Hersteller) eignet er sich besonders für Flugzeitmessungen (ToF).

²⁶Der verwendete Verstärker V175 ist eine Eigenentwicklung der Elektronikwerkstatt des Physikalischen Instituts, bestehend aus zwei kaskadierten Spannungsverstärkern des Typs MAR-8SM+. Diese haben eine Verstärkung von je 30 dB im relevanten Frequenzbereich und sind sehr breitbandig (DC bis 1 GHz). Für das Experiment wurde er durch einen Entladewiderstand ($2\text{ M}\Omega$) am Eingang zur Ladungsverstärkung umgerüstet.

Abbildung 3.18: Detektor für metastabile Atome (Ausschnitt). Das metastabile Atom fliegt durch ein Edelstahlnetz in das Innere des Detektorgehäuses. An der Konversionselektrode aus Edelstahl entsteht ein Elektron, das auf die erste Dynode des Elektronenvervielfachers (hellblau hinterlegt) beschleunigt wird. Beim Auftreffen werden Sekundärelektronen aus der Dynode herausgeschlagen, die wiederum auf die nächste Dynode hin beschleunigt werden. Dies wiederholt sich, wobei die Ladung pro Dynode jeweils um ca. eine Größenordnung verstärkt wird.



Teilchen²⁷.

Messuntergrund Es gibt mehrere Arten von Untergrund die dem Messsignal überlagert sein können. Das Design des Detektors und die Möglichkeit der flugzeitaufgelösten Messung erlauben es, die meisten davon zu separieren:

- Heliumatome im *Grundzustand* bilden den Hauptbestandteil des Atomstrahls. Im Gegensatz zu den angeregten Atomen reicht aber ihre Energie nicht aus, um an einem der in Abschnitt 3.5.1 beschriebenen Prozesse teilzunehmen²⁸.
- *Photonen* im sichtbaren und UV-Bereich aus der Gasentladung erzeugen Photoelektronen an der Konversionselektrode oder direkt im Elektronenvervielfacher. Über ihre Flugzeit ist eine Trennung vom Signal der metastabilen Atome leicht möglich (Abbildung 3.4.a, Seite 39).
- *Restgasatome* sind, wie die Strahl-atome im Grundzustand, zu niederenergetisch um freie Elektronen zu erzeugen. Metastabile Atome kommen im Restgas praktisch nicht vor, da sie bei einer Kollision mit den Wänden der Vakuumkammer mit sehr hohem Wirkungsquerschnitt in den Grundzustand übergehen (Überlebensrate zwischen 10^{-6} und 10^{-3} [Con+82]). Dies ist in Abbildung 3.4.a auf Seite 39 daran zu erkennen, dass die Anzahl der detektierten Teilchen zwischen den Signalen von Photonen und He* auf Null abfällt.

²⁷Die Flugzeiten der Elektronen im Detektor, sowie die Signallaufzeiten in der Elektronik sind kurz im Vergleich zu den Flugzeiten der Atome durch den Aufbau ($\bar{t} \approx 500 \mu\text{s}$)

²⁸Die Austrittsarbeit, um ein Elektron aus der Edelstahlelektrode herauszulösen, liegt im Bereich einiger eV; die kinetische Energie der Atome nur bei $\approx 0,025 \text{ eV}$

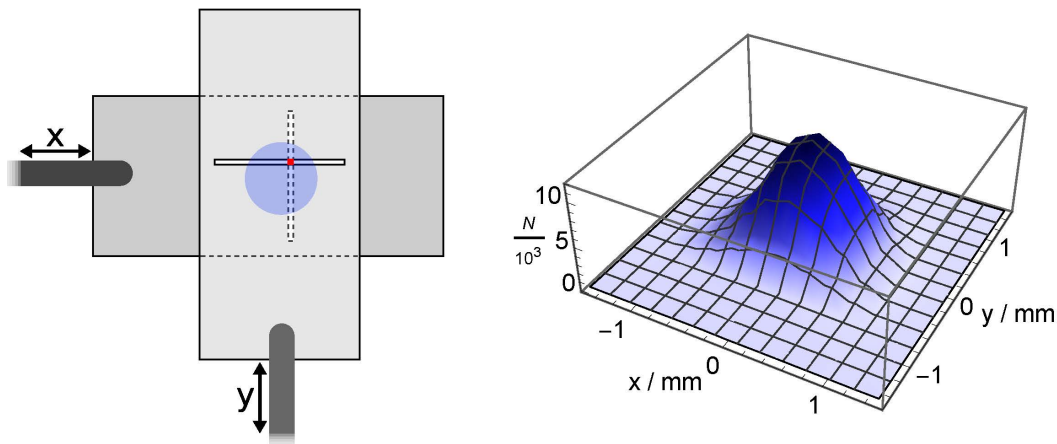


Abbildung 3.19: Ortsauflösung des Metastabilendetektors. Die beiden, mit einem Schlitz versehenen Blenden (linkes Bild) liegen übereinander und können in x - bzw. y -Richtung gegeneinander verschoben werden. Atome können nur an dem Punkt (rot markiert) passieren und zum Detektor gelangen, an dem die beiden Schlitz sich überkreuzen.

An jeder Position der Blenden werden die Atome eines $1 \times 1 \text{ mm}^2$ großen Strahlausschnitts detektiert und anschließend die nächste Position angefahren. Das Ergebnis einer solchen Messung ist auf der rechten Seite zu sehen. Die Blenden wurden in 13×13 Einzelmessungen in Schritten von $0,25 \text{ mm}$ verschoben. Der Durchmesser (FWHM) des fokussierten He*-Strahls beträgt nach dieser Messung unter 1 mm .

Damit bleiben im Signal nur Strahl-Atome in den metastabilen Zuständen 2^3S_1 und 2^1S_0 . Der verbleibende Untergrund bei Polarisationsmessungen wird somit von metastabilen Strahl-Atomen gebildet, die sich nicht magnetisch manipulieren lassen, also unpolarisierten²⁹ He*-Atomen, sowie $|2_x\rangle$ und 2^1S_0 . Dieser Untergrund kann bei Bedarf durch die Berechnung einer Polarisation oder Pseudopolarisation (Abschnitt 3.7.3.3) weiter reduziert werden. In Abschnitt 3.7.1 wird die Zusammensetzung des Strahl und damit auch des Messuntergrunds untersucht.

3.5.3 Messung des räumlichen Strahlprofils

Wie soeben beschrieben, kann der Detektor metastabile Atome *zeitaufgelöst* erfassen. Daneben ist auch eine *ortsaufgelöste* Detektion wünschenswert: In Abschnitt 3.3.3 wurde beschrieben, wie die Ortsinformation des Detektors

²⁹Mögliche Ursachen für unpolarisierte He*-Atome sind beispielsweise die unvollständige Trennung der Zustände in Polarisator/Analysator (Kap. 3.3), unvollständige Magnetfeldflips (Kap. 3.4.5) und die Depolarisation durch Restmagnetfelder.

verwendet werden kann, um den Polarisator und den Analysator zu charakterisieren. Dazu wird der von den Sextupolen fokussierte Atomstrahl in der Ebene senkrecht zur Strahlrichtung vermessen und seine Lage und Ausdehnung bestimmt. Außerdem kann damit die Ausrichtung der Sextupole überprüft werden.

Schlitzblenden Das Eintrittsfenster des Detektors hat eine Fläche von $21 \times 21 \text{ mm}^2$ und gibt damit die äußeren Grenzen des Bereichs vor, in dem He*-Atome nachgewiesen werden können. Um die Atome orts aufgelöst zu detektieren, sind vor dem Detektor zwei Blenden aus Edelstahl angebracht. Diese Blenden sind jeweils mit einem Schlitz von 1 mm Breite versehen und liegen um 90° verdreht übereinander (Abbildung 3.19). Sie blockieren den Strahl und lassen nur dort einen Teil des Atomstrahls passieren, wo die beiden Schlitze sich kreuzen. Die Blenden werden über Schrittmotoren verschoben, wodurch die $1 \times 1 \text{ mm}^2$ große Öffnung frei in der xy -Ebene positioniert werden kann.

Orts aufgelöste Flugzeitmessungen An jeder Position der Blenden werden für eine bestimmte Dauer Flugzeitmessungen durchgeführt und histogrammiert (vgl. vorherigen Abschnitt), bevor zur nächsten Position gewechselt wird. Abbildung 3.20 veranschaulicht dies anhand einer weiteren Messung. Auf der linken Seite jedes Spektrums ist eine Hälfte des Signals der Photonen zu erkennen. Dieses Signal ist in allen Spektren weitestgehend gleich intensiv, da die Photonen die Blenden homogen ausleuchten³⁰. Im Gegensatz dazu werden die He*-Atome durch die Sextupole von Polarisator und Analysator fokussiert (vergleiche Abbildung 3.9) und haben somit eine starke Ortsabhängigkeit. Das He*-Signal sieht bei Messungen an den Rändern teilweise so aus, als würde es aus zwei einzelnen Erhebungen bestehen – diese Eigenheit wird in Abschnitt 3.7.2.5 genauer betrachtet.

³⁰Die Photonen breiten sich ausgehend von der Gasentladung in der Metastabilenquelle »ballistisch« in alle Raumrichtungen aus.

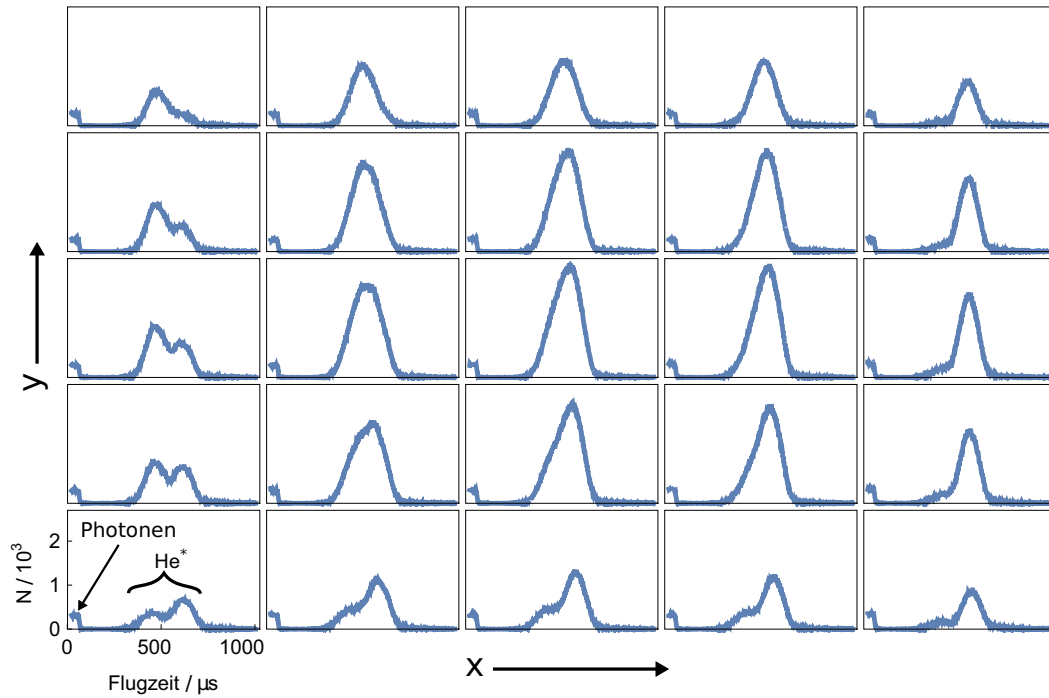


Abbildung 3.20: Flugzeitaufgelöstes Strahlprofil des He*-Strahls. Zwischen den 5×5 einzelnen Flugzeitmessungen wurde die Position der Schlitzblenden jeweils um 0,25 mm verschoben.

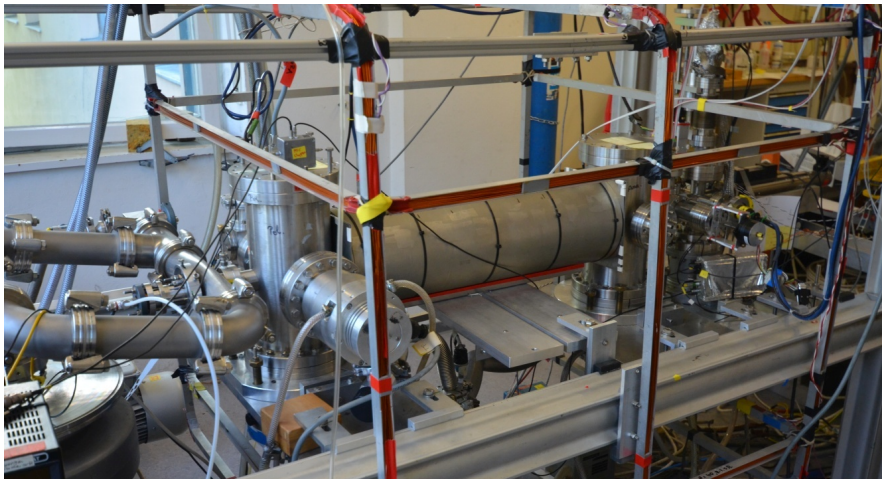


Abbildung 3.21: Berry-Spinocho-Interferometer. Ein Vergleich mit Abb. 3.22 erleichtert die Identifikation der Bestandteile. Erkennbar ist unter anderem ein Teil des Vakuumsystems, die Helmholtzspulen der aktiven Magnetfeldkompensation und die äußere Lage der passiven Magnetfeldabschirmung aus μ -Metall.

3.6 Gesamtaufbau

In den vorangegangenen Abschnitten wurde die zentralen Komponenten des Berry-Spinocho-Experiments vorgestellt. In diesem Kapitel werden sie vervollständigt und zum Gesamtaufbau (Abbildung 3.21) zusammengefügt.

Im folgenden Abschnitt wird kurz auf die Anordnung der Komponenten im Aufbau und auf das Vakuumsystem eingegangen. Danach wird die Abschirmung des Aufbaus gegen ungewollte Magnetfelder etwas ausführlicher beschrieben. Die letzten beiden Abschnitte widmen sich der Experimentsteuerung und einem Teil der weiteren Elektronik.

3.6.1 Gesamtaufbau und Vakuumsystem

Anordnung der Komponenten Die Komponenten aus den Kapiteln 3.1 bis 3.5 sind in Abbildung 3.22 innerhalb des Vakuumaufbaus dargestellt. Sie sind entlang der Strahlachse spiegelsymmetrisch bezüglich der Mitte des Spinocho-Rohrs angeordnet. Auf diesen Punkt fokussiert der Sextupol des Polarisators den He*-Strahl (Abschnitt 3.3.3). An der gespiegelten Position der Quelle sitzen die Schlitzenblenden (Abschnitt 3.5.3), auf welche der Analysator den Strahl fokussiert.

Die Positionen der Komponenten sind in Abbildung 3.22 weitgehend maßstabsgetreu dargestellt. Ein wichtiger Wert ist dabei die Strecke zwischen Chopper und Detektor,

$$d_{\text{CD}} := d(\text{Chopper} - \text{Detektor}) = 1\,148(2) \text{ mm} \quad , \quad (3.21)$$

mit welcher aus der gemessenen Flugzeit die Teilchengeschwindigkeit ermittelt wird.

Desweiteren wird zur Charakterisierung der Sextupole (über ihre Wirkung als magnetische Linsen) der Abstand zwischen der Quelle³¹ und den Schlitzenblenden benötigt:

$$d_{\text{QB}} := d(\text{Quelle} - \text{Blenden}) = 1\,264(2) \text{ mm} \quad (3.22)$$

³¹Als Position der Quelle wurde die Öffnung des Skimmers angenommen.

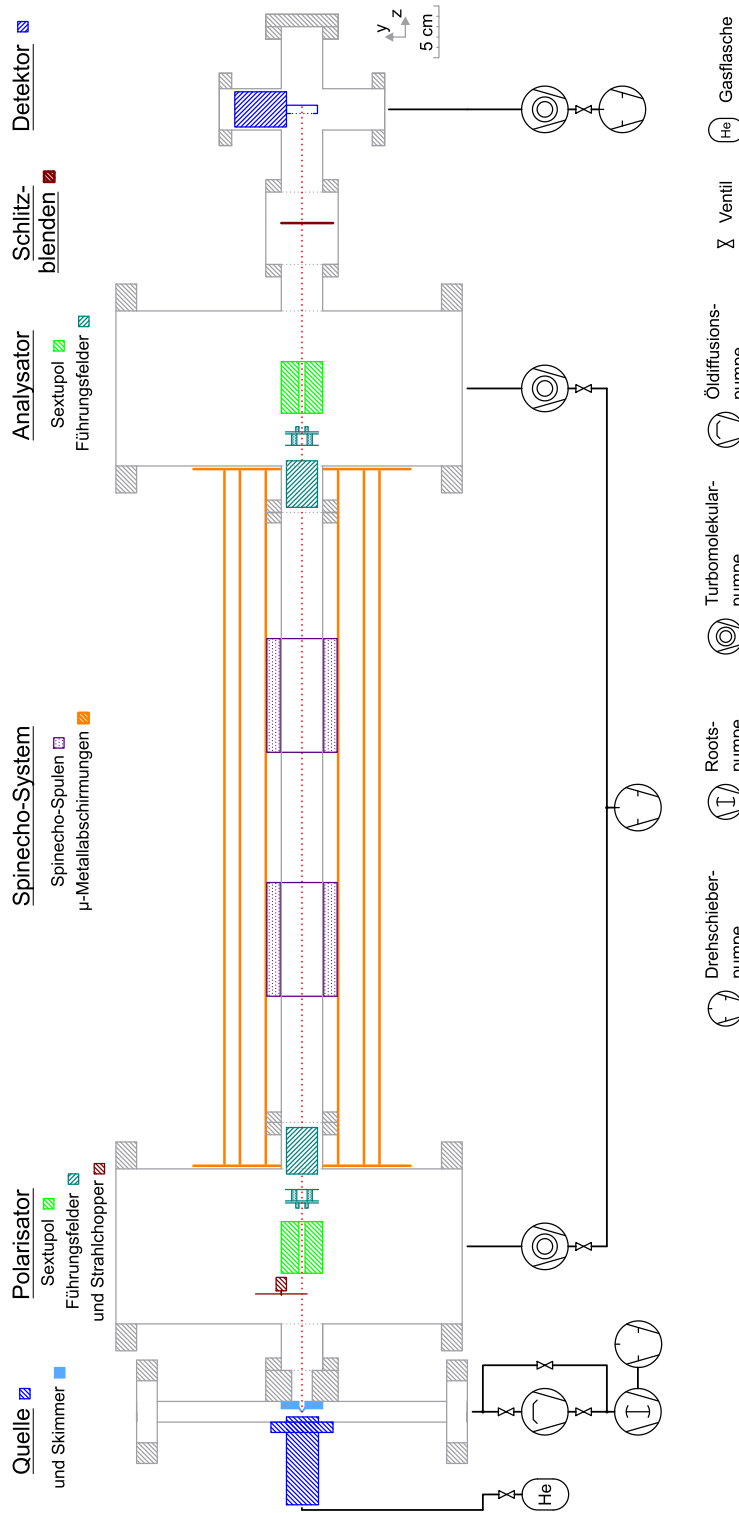


Abbildung 3.22: Aufbau mit Vakuumsystem. Der Atomstrahl ist als rote, gepunktete Linie angedeutet. Die Abstände zwischen den Komponenten und die Vakuumkammern (grau) sind maßstabgetreu dargestellt. Stützkonstruktionen und Teile des Aufbaus wurden weggelassen. Pumpen und Ventile sind durch Schaltzeichen ersetzt (unten), Druckmessgeräte sind zur besseren Übersicht nicht mit eingezeichnet.

Das Vakuumsystem In der Vakuumkammer der Metastabilenquelle fällt der meiste Gasballast an (Abbildung 3.22, links). Der Skimmer, eine konische Blende mit einem Lochdurchmesser von 0,5 mm, lässt nur einen sehr kleinen Teil des Heliumgases als Atomstrahl in die Polarisatorkammer vordringen. Das übrige Gas wird über drei seriell geschaltete Pumpen³² mit großem Durchsatz aus dem Vakuumaufbau entfernt. Je nach Höhe des Gasflusses wird in der Quellkammer daher ein Druck³³ im Bereich von 10^{-4} mbar erreicht.

Die kleine Öffnung des Skimmers ermöglicht ein differentielles Pumpen der Quellkammer. Somit kann im restlichen Aufbau mithilfe von fünf weiteren Pumpen ein deutlich besseres Vakuum erreicht werden, mit Drücken im Bereich 10^{-6} bis 10^{-7} mbar.

Das erforderliche Vakuum wird durch die *mittlere freie Weglänge* bestimmt. Dies ist die Strecke, die ein Teilchen im Mittel zwischen zwei aufeinander folgenden Stößen mit anderen Teilchen (des Restgases) zurücklegt. Sie ist proportional zum reziproken Druck und beträgt für Heliumatome im Grundzustand bei Raumtemperatur und einem Druck von 10^{-6} mbar knapp 200 m [Rei76; Pfe15]. Damit sind die Bedingungen für eine freie Propagation des Heliumstrahls über die Länge des Versuchsaufbaus von knapp 1,3 m mehr als ausreichend erfüllt.

Ein weiterer Grund für ein besonders gutes Vakuum ist häufig eine Reduzierung des Messuntergrunds. Dies spielt bei diesem Experiment keine Rolle, da der Metastabilendetektor unempfindlich gegenüber Restgas im elektronischen Grundzustand ist (Abschnitt 3.5.2).

3.6.2 Magnetfeldabschirmung

Eine sorgfältige Abschirmung unerwünschter Magnetfelder ist bei der Arbeit mit metastabilen Helium entscheidend. Dessen elektronisches magnetisches Moment reagiert so sensitiv, dass bereits 0,3 % des Erdmagnetfelds über einen halben Meter Flugstrecke ein durchschnittlich schnelles He*-Atom mit 2 000 m/s zu einer vollen Spinpräzession veranlasst.

Der folgende Abschnitt beschreibt die Eigenschaften von μ -Metall, welches zur passiven Abschirmung ungewollter Magnetfelder verwendet wird. Anschließend wird dessen Verwendung im experimentellen Aufbau, gemeinsam mit einer aktiven Magnetfeldkompensation vorgestellt.

³²Zum Pumpen der Quelle wird eine Öldiffusionspumpe eingesetzt, gefolgt von einer Roots- und einer Drehschieberpumpe. Im Vergleich zu Turbomolekularpumpen, die im übrigen Aufbau das Hochvakuum erzeugen, eignen sich Öldiffusionspumpe besser zum Pumpen von Gasen mit »kleinen« Atomen oder Molekülen, wie Helium oder Wasserstoff [Moo+09].

³³Druckeinheiten: 1 mbar = 1 hPa = 100 Pa = $100 \text{ N/m}^2 \approx 0.75$ torr

3.6.2.1 Magnetfeldabschirmung mit μ -Metall

μ -Metall ist eine weichmagnetische Nickel-Eisen-Legierung mit sehr hoher Permeabilität μ_r . Ähnlich der Abschirmung elektrischer Felder durch einen Faradayschen Käfig, werden magnetische Felder aus dem Inneren eines mit μ -Metall umschlossenen Raumes ferngehalten.

Die Anschlussbedingungen an der μ -Metalloberfläche ergeben sich aus den Maxwell-Gleichungen:

$$\mathbf{B}_v \cdot \mathbf{n} = \mathbf{B}_\mu \cdot \mathbf{n} , \quad (3.23)$$

$$\mathbf{B}_v \times \mathbf{n} = \frac{1}{\mu_r} \mathbf{B}_\mu \times \mathbf{n} \quad (3.24)$$

mit dem Vakuumfeld \mathbf{B}_v , dem Feld im μ -Metall \mathbf{B}_μ und der Normalen auf der μ -Metalloberfläche \mathbf{n} . Im Grenzfall einer Permeabilität $\mu_r \rightarrow \infty$ bildet die μ -Metalloberfläche wie beim Faradayschen Käfig eine Äquipotentialfläche auf welcher die Feldlinien senkrecht enden [Mag67; Jac98].

Eindringen externer Magnetfelder in einen μ -Metallzylinder Zur Abschirmung des Strahlrohrs eignet sich ein langer μ -Metallzylinder mit offenen Enden. Darin fällt ein Magnetfeld entlang der Symmetrieachse exponentiell ab, wenn es durch eine der beiden Öffnungen ins Innere des Zylinders eindringt:

$$B_i(z) = B_i(0) \cdot \exp(-k_i \cdot z) , \quad (3.25)$$

für die longitudinale ($i = L$) und transversale ($i = T$) Feldkomponente. $B_i(0)$ sind die Feldstärken an der Zylinderöffnung. Der Abschirmzylinder wurde dabei als perfekt ($\mu_r \rightarrow \infty$) angenommen.

Die Abschirmkonstanten für die longitudinalen und transversalen Feldkomponenten sind [Mag67]

$$k_L = 2.405/R , \quad k_T = 3.832/R , \quad \text{mit Zylinderradius } R. \quad (3.26)$$

Somit klingen transversale Feldkomponenten schneller ab als longitudinale und lassen sich daher etwas einfacher abschirmen.

Schirmfaktoren von μ -Metallzylindern Bei realistischen μ -Metallzylindern mit einer endlichen Permeabilität μ_r kann nicht nur Feld durch die Öffnungen ins Innere eindringen, sondern auch durch das μ -Metall hindurch. Somit verbleibt selbst in einem geschlossenen Abschirmzylinder ein Teil $B_i = B_e/S > 0$ des äußeren Feldes B_e . Der Schirmfaktor S für ein transversales externes Feld

ist dabei neben der Permeabilität μ_r auch von der Wanddicke d und dem Durchmesser D des Abschirmzylinders abhängig [Mag70]:

$$S := \frac{H_e}{H_i} = \frac{B_e}{B_i} \approx \mu_r \cdot \frac{d}{D} + 1, \quad \text{für } \mu_r \gg 1, D \gg d \quad (3.27)$$

Zur Verbesserung der Abschirmwirkung kann die Wandstärke d erhöht werden. Eine größere Nettoabschirmung erhält man jedoch durch mehrere konzentrische μ -Metallzylinder bei gleicher Gesamtwandstärke [Dub86].

3.6.2.2 Magnetfeldabschirmung im Experiment

Im Bereich des Strahlrohrs hat das Erdmagnetfeld (modifiziert durch Stahlträger in Boden und Decke des Labors) eine Stärke von ungefähr $37 \mu\text{T}$, hauptsächlich aus vertikaler Richtung. Dieses Feld würde bereits über 250 Larmorpräzessionen³⁴ in unkontrollierter Richtung verursachen und muss deshalb sehr sorgfältig abgeschirmt werden. Dies ist im Experiment durch eine Kombination aus aktiver (mit Helmholtz-Spulen) und passiver Abschirmung (mit μ -Metall) umgesetzt, wie im Folgenden gezeigt wird.

Aktive Magnetfeldkompensation Mehrere Helmholtzspulen um den Experimentaufbau erzeugen Felder in vertikaler (y) und longitudinaler (z) Richtung, die dem Erdmagnetfeld entgegen gerichtet sind (Abbildung 3.21). Das Restfeld konnte auf diese Weise im gesamten relevanten Bereich zwischen Polarisator und Analysator auf $< 1 \mu\text{T}$ kompensiert werden. Inhomogenitäten des Restfeldes auf diesem Niveau verhinderten eine weitere Reduzierung. Die horizontale Komponente (x) des Erdmagnetfeldes wurde nicht aktiv kompensiert, da sie mit $2 - 3 \mu\text{T}$ bereits vergleichsweise klein war und sich gut passiv abschirmen lässt.

Passive Magnetfeldabschirmung In Abschnitt 3.4.1 wurde bereits erwähnt, dass um das Strahlrohr eine zylinderförmige μ -Metallabschirmung (Durchmesser 70 mm) angebracht ist. Diese wurde zur Erhöhung der Abschirmwirkung (vgl. Ende Abschnitt 3.6.2.1) um zwei weitere konzentrische Abschirmzylinder ergänzt (Durchmesser 120 mm und 150 mm). Die Abschirmung erstreckt sich über das Spinocho-Rohr, den Bereich zwischen Analysator und Polarisator, wobei die Führungsfelder zum Teil in den geschirmten Bereich hineinragen

³⁴He*-Atome mit einer Geschwindigkeit $v = 2000 \text{ m/s}$ würden über die Strecke zwischen Polarisator und Analysator ($\approx 0,5 \text{ m}$) in diesem Erdmagnetfeld eine dynamische Phase $\phi_{\text{dyn}} > 500 \pi$ aufsammeln.

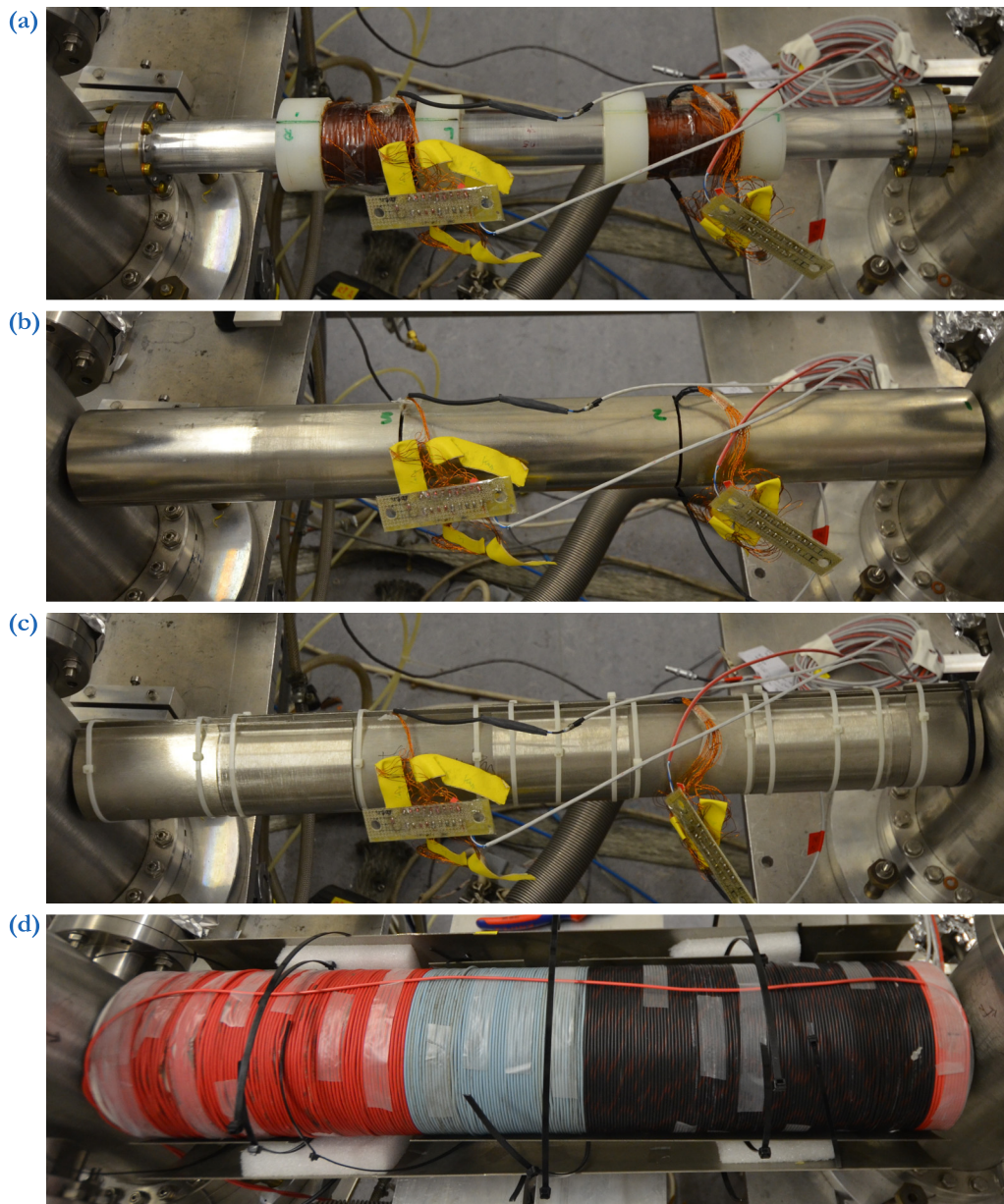


Abbildung 3.23: Spinecho-Rohr mit passiver Magnetfeldabschirmung.

(a) Unabgeschirmtes Spinecho-Rohr; die Platinen und Leitungen dienen der Stromversorgung der Spinecho-Spulen. (b) Teil der inneren Lage μ -Metall. (c) Vollständige innere Abschirmung; Kabelbinder fixieren die Zylinderhälften gleichmäßig, ohne lokal zu großen mechanischen Stress auszuüben. (d) Spule zur Entmagnetisierung des μ -Metalls und jeweils eine Zylinderhälfte der beiden äußeren Abschirmungen, durch Polystyrol-Platten konzentrisch fixiert. Die vollständige Abschirmung ist in Abb. 3.21 gezeigt.

(Abb. 3.22 auf Seite 71). An den Enden der Abschirmung sind Kappen aus μ -Metallblechen angebracht. Diese reduzieren den effektiven Durchmesser der Abschirmzylinder an den Enden auf 42 mm und verringern dadurch nach Gleichung (3.25) und (3.26) das Eindringen des Erdmagnetfeldes.

Die Abschirmzylinder wurden jeweils aus vier Hälften (zwei längs durchgetrennte Zylinder) so zusammengefügt, dass die Längsschlitze der inneren beiden Hälften von den äußeren überdeckt werden. Der große Überlapp der beiden Zylinder gewährleistet einen guten magnetischen Schluss (Abbildung 3.23). Die Bearbeitung des μ -Metalls erfolgte durch Drahterosion (Funkenerosion), das sich als sehr »schonendes« Verfahren herausstellte. Das μ -Metall ist dabei kaum mechanischem Stress und nur einer sehr lokalen Erwärmung ausgesetzt. Messungen bestätigten, dass es seine hohe Permeabilität behält und auch keine dauerhafte Magnetisierung aufgeprägt bekommt, wie es beispielsweise beim Fräsen oder Sägen des Materials vorkommen kann.

Durch die kombinierte aktive und passive Abschirmung konnte das Restfeld im Inneren des Strahlrohrs auf unter 1 nT reduziert werden³⁵.

Entmagnetisierung des μ -Metalls μ -Metall kann Remanenzen aufweisen. Diese Bereiche lokaler Magnetisierung müssen durch »Entmagnetisierung« beseitigt werden. Dabei wird in einem magnetischen Wechselfeld ständig die Hysteresekurve des μ -Metalls durchfahren, während die Amplitude des Wechselfelds langsam auf Null heruntergefahren wird. Die einzelnen Spins im μ -Metall frieren dabei in willkürlicher Ausrichtung ein, sodass die mittlere Magnetisierung verschwindet.

Zu diesem Zweck wurde um den inneren Abschirmzylinder eine Spule gewickelt (Abbildung 3.23.d). Durch diese wurde ein Wechselstrom mit 50 Hz gleichmäßig innerhalb ca. einer halben Minute von 10 A auf Null heruntergeregelt. Dieser Vorgang wurde regelmäßig vor längeren Messreihen durchgeführt.

Außerdem wurde vor dem Einbau jedes Teil der Abschirmung einzeln in einem nahezu feldfreiem Raum entmagnetisiert. Die Teile wurden anschließend in Stichproben auf ihre Abschirmwirkung hin und nach Remanenzen untersucht. Nach dem Zusammenbau der Abschirmung wurde eine weitere Spule durch das Strahlrohr gezogen und der Aufbau von innen entmagnetisiert.

Das Entmagnetisieren reduzierte Störfelder durchschnittlich um über zwei Größenordnungen. An den Enden des Spinocho-Rohres verblieben kleine Bereiche

³⁵Unter denselben Bedingungen wie in Fußnote 34 würde ein Restfeld von 1 nT weniger als 0,7 % einer Spinrotation bewirken bzw. eine dynamische Phase von $\phi_{\text{dyn}} \approx 0.01 \pi$.

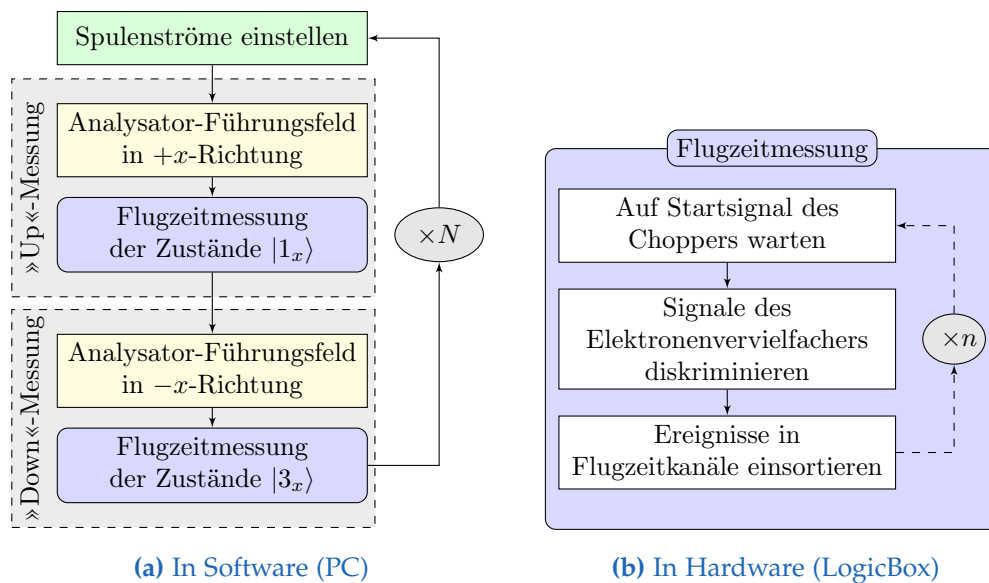


Abbildung 3.24: Ablauf einer Spinecho-Messung (vereinfacht). (a) Die Spulenströme werden in N -Schritten durchgestimmt. Dabei werden für jede Einstellung direkt hintereinander zwei Flugzeitmessungen durchgeführt: mit parallelen Führungsfeldern von Polarisator und Analysator (Up-Messung) und mit antiparallelen Führungsfeldern (Down-Messung). (b) Die zeitkritische Flugzeitmessung erfolgt in Hardware auf der LogicBox über n Schleifen in 1024 Flugzeitkanälen mit einer Breite von jeweils $1\ \mu\text{s}$.

mit Restfeldern um $1\ \mu\text{T}$. Diese wurden durch Schweißnähte an den Vakuumkammern von Polarisator und Analysator (aus Edelstahl V4A) verursacht. Dies ist unkritisch, da sich hier die deutlich stärkeren Führungsfelder befinden.

3.6.3 Experimentsteuerung

Datenerfassung Das zentrale Element der Datenerfassung ist eine »Logic-Box«, ein universelles Steuerungs- und Datenerfassungssystem, entwickelt in der Elektronikwerkstatt des Physikalischen Instituts [Phy15]. Die Logic-Box basiert auf einem FPGA³⁶ und mehreren analogen und digitalen I/O-Erweiterungskarten. Eine dieser Erweiterungskarten stellt beispielsweise einen »Diskriminator«-Eingang bereit, über welchen ein analoges Eingangssignal entgegengenommen und mit einer schnellen Komparator-Schaltung in ein digitales

³⁶Ein FPGA (Field Programmable Gate Array) ist ein integrierter Schaltkreis dessen logischen Schaltungen im Betrieb konfiguriert (»verdrahtet«) werden können. Wie in einem gewöhnlichen Schaltkreis erfolgt die Signalverarbeitung parallel und in Echtzeit.

Kapitel 3 Berry-Spinocho-Interferometer

Signal umgewandelt wird. Die digitalisierten Signale können im FPGA weiterverarbeitet, zwischengespeichert und schließlich über die USB-Schnittstelle an einen PC übertragen werden.

Messablauf Die Signale des Metastabilen-Detektors werden im Diskriminator digitalisiert und im internen Speicher der LogicBox nach ihrer Flugzeit histogrammiert³⁷. Die Flugzeit wird bezüglich eines Referenzsignals bestimmt, das eine Lichtschranke am Strahlchopper liefert, wenn dieser maximal geöffnet ist. Dieser Vorgang wird für eine vorgegebene Anzahl an Durchläufen des Choppers wiederholt. Dies muss sehr schnell erfolgen und wird deshalb in der LogicBox, in Hardware, vorgenommen.

Weniger zeitkritische Aufgaben, wie die Steuerung der Netzteile für die Spinocho-Spulen und die Führungsfelder, werden von einem PC übernommen. Der grundlegende Ablauf ist in Abbildung 3.24 anhand einer Spinocho-Messung skizziert. Man beachte, dass für jeder Einstellung der Spulenströme jeweils eine Up-Messung (Analyse der Zustände $|1_x\rangle$) und eine Down-Messung (Analyse der Zustände $|3_x\rangle$) direkt hintereinander durchgeführt werden. Dies dient dem Ausgleich von Schwankungen in der Produktionsrate von He* in der Quelle (Abschnitt 3.1.3). Dieses Prinzip bleibt auch bei anderen Messungen gleich – bei der Vermessung des Strahlprofils (Abschnitt 3.5.3) beispielsweise, werden anstatt die Spulenströme zu variieren, die Schrittmotoren der Schlitzblenden verfahren.

3.6.4 Elektronik

Die Beschreibung der Experimentsteuerung im vorherigen Abschnitt soll hier noch um ein paar Informationen ergänzt werden – zur Stromversorgung des Experiments und zu den Netzteilen für die Spinocho-Spulen.

Stromversorgung Das Labor³⁸ wird mit einer eigenen Stromzuleitung, getrennt vom Hausnetz gespeist. Alle Laborgeräte sind enterdet und werden über separate Erdungskabel sternförmig mit einer zentralen Masse verbunden, um Masseschleifen zu vermeiden.

Zwei Leistungsverteiler versorgen die Laborgeräte. Einer der beiden Stromverteiler ist über einen Wasserwächter abgesichert. Bei einem Leck in der Kühlwasserversorgung werden alle damit verbundenen Geräte ausgeschaltet. Außerdem wird die Kühlwasserzufuhr unterbrochen und der Vakuumbereich

³⁷Die Ereignisse werden einem von 1024 Flugzeitkanälen (jeweils 1 μ s breit) zugeordnet.

³⁸Das Labor im früheren Physikalischen Institut in der Albert-Ueberle-Straße 3-5, Heidelberg.

mit pneumatischen Ventilen verschlossen. An dem geschützten Stromverteiler sind die Pumpen für das Hochvakuum (Öldiffusionspumpe und drei Turbomolekularpumpen) angeschlossen, da sie eine Wasserkühlung benötigen, sowie die Hochspannungsnetzteile von Metastabilenquelle und -detektor.

Spulennetzteile Die Spinecho-Spulen benötigen Netzteile, die präzise sehr kleine Ströme liefern können. Ein He^* -Atom vollführt in der Z-Spule gerade eine dynamische Präzession ($\Phi_{\text{dyn}} = 2\pi$), wenn durch diese $125\ \mu\text{A}$ fließen (mit Gleichung (3.5), (3.6), (3.7) und $v = 2000\ \text{m/s}$). Bei der Berry-Spule sind die Ströme um den Faktor 15 höher. Daraus ergeben sich die Anforderungen an die verwendeten Netzteile. Zu diesen zählen sehr präzise Spannungs-Strom-Wandler in Kombination mit Digital-Analog-Wandlern mit einer Auflösung von 20 bit, welche über ein optisches Interface angesteuert werden (Entwicklung der Elektronikwerkstatt des Physikalischen Instituts, interne Bezeichnung »A295«). Des Weiteren wurde ein digitaler Stromgeber vom Typ »DC-Strom-Calibrator J 152« der Fa. Knick verwendet, mit einer Auflösung von $10\ \text{nA}$ bei einer Genauigkeit laut Hersteller von 10^{-4} .

3.7 Charakterisierung des Atomstrahls

In den durchgeführten Experimenten nimmt der Atomstrahl eine zentrale Rolle ein. Er ist gewissermaßen zugleich Werkzeug und zu untersuchendes Objekt, weshalb wir ihn im folgenden Kapitel genauer betrachten wollen.

Wir werfen zuerst einen Blick auf die Anregungszustände im He*-Strahl. Anschließend untersuchen wir seine Geschwindigkeitsverteilung und durch welche Effekte sie beeinflusst wird. Zuletzt betrachten wir das Messsignal in Spinrotations- bzw. Spinochomessungen unter realen Bedingungen.

3.7.1 Analyse der Besetzungszustände

Termschema und Lebensdauer Das Termschema des Heliumatoms in Abbildung 3.25 weist zwei langlebige Energieniveaus auf: den ersten angeregten Singulettzustand³⁹ 2^1S_0 und den Triplettzustand 2^3S_1 . Diese Zustände sind deshalb »metastabil«, weil direkte Übergänge in den Grundzustand 1^1S_0 mit demselben Gesamtdrehimpuls L nicht erlaubt sind (Auswahlregel $\Delta L = \pm 1$). Übergänge zwischen dem metastabilen Triplett- und dem Grundzustand sind doppelt verboten, da hierzu zusätzlich einer der beiden Elektronenspins umgeklappt werden muss (Auswahlregel $\Delta S = 0$). Dies gilt generell für alle Zustände des Triplettsystems, weshalb 2^3S_1 für sie als Grundzustand fungiert.

Bestandteile des angeregten Heliumstrahls Die Lebensdauern der übrigen angeregten Zustände liegen typisch bei wenigen Nanosekunden und darunter [Žit+03]. Dies ist kurz im Vergleich zur Flugzeit durch die Atomstrahl-Spinocho-Apparatur (um $500 \mu\text{s}$), weshalb der Atomstrahl im Wesentlichen aus dem Grundzustand und den metastabilen $2S$ -Zuständen besteht.

Im Triplettzustand kombinieren sich die beiden Elektronenspins zu einem Gesamtspin $S = 1$, während Singulett- und Grundzustand spinlos und somit für das Spinocho ungeeignet sind. Den größten Teil davon bilden die Grundzustandsatome, welche allerdings nicht zum Signal beitragen, da der Detektor sie nicht registriert (Kapitel 3.5). Der Anteil der 2^1S_0 -Atome wurde mit dem im folgenden Abschnitt beschriebenen Experiment untersucht.

³⁹Die Notation der Zustände mit dem Termsymbol $n^{2S+1}X_J$ setzt sich zusammen aus Hauptquantenzahl n , Multiplizität $(2S + 1)$, Gesamtspin S , Gesamtdrehimpuls J (evtl. mehrere durch Komma getrennt) und Gesamtdrehimpuls X mit S ($L=0$), P ($L=1$), D ($L=2$), etc.

3.7 Charakterisierung des Atomstrahls

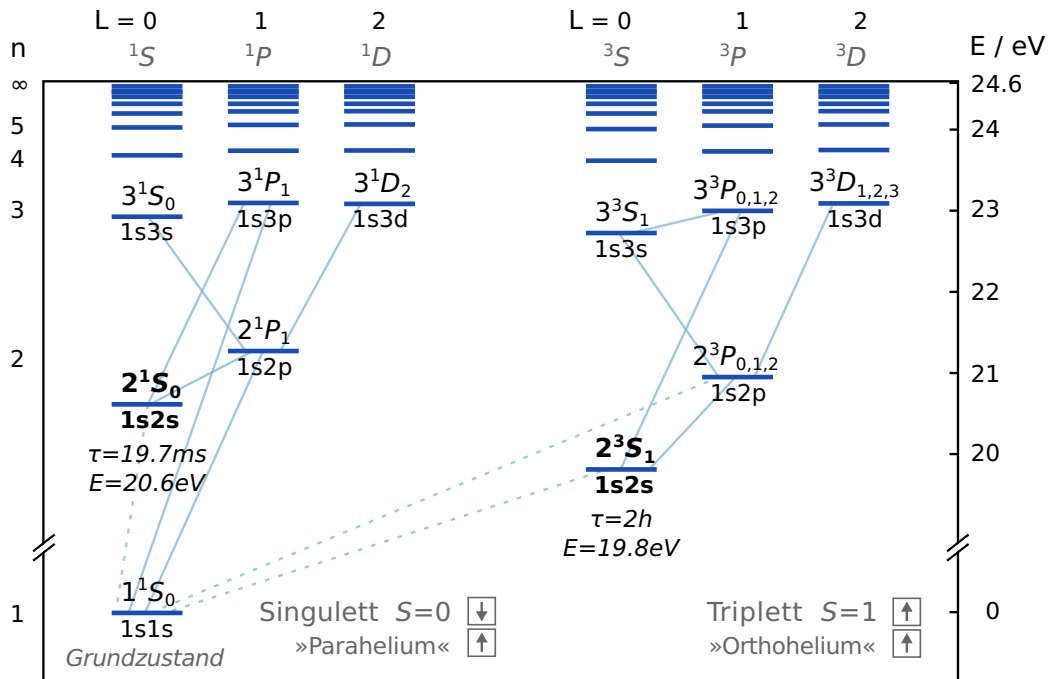


Abbildung 3.25: Termschema des Heliumatoms. Die Energieniveaus der metastabilen $2S$ -Zustände (fett gedruckt) sind jeweils mit ihrer Lebensdauer τ und ihrer Energie E über dem Grundzustand angegeben. Optische Übergänge (hellblaue Linien) sind nur innerhalb des Singulett- bzw. Triplettsystems erlaubt (Auswahlregel $\Delta S = 0$). Übergänge aus den $2S$ -Zuständen in den Grundzustand sind (mehrfach) verboten (gestrichelte Linien). Die Feinstrukturkomponenten im Triplettsystem (rechte Hälfte) sind jeweils zu einem Energieniveau zusammengefasst. Eine Erläuterung der Symbole ist in Fußnote 39 zu finden. Mit Daten aus [Dem10; Hod+09; VJS71].

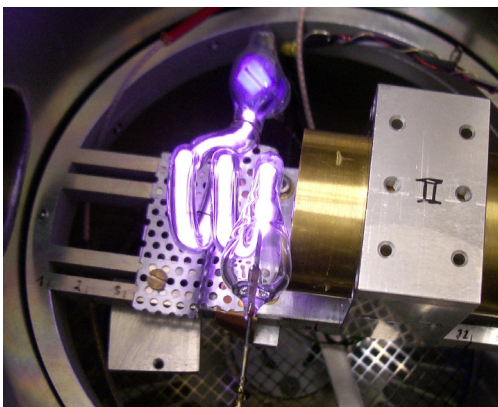


Abbildung 3.26: Helium-Gasentladungslampe. Durch optische Anregung in P -Zustände, welche anschließend in den Grundzustand übergehend, werden Heliumatome im metastabilen Singulettzustands 2^1S_0 aus dem Strahl entfernt (»Quenching«). Die spiralförmige Niederdruck-Gasentladungslampe ist zwischen Analysator (rechts im Bild) und Detektor angebracht. Sie wurde speziell für diesen Versuch in Zusammenarbeit mit der universitätseigenen Glasbläserei hergestellt. Weitere Details sind in Fußnote 40 zu finden.

Anteil der $2S$ -Singulettzustände im Atomstrahl Mit der in Abbildung 3.26 gezeigten Helium-Gasentladungslampe⁴⁰ wurden die Singulettzustände abgeregt (»gequencht«) und mit Messungen ohne diese Lampe verglichen. Die Photonen der Helium-Lampe regen sehr effizient Übergänge in die kurzlebigen P -Zustände an, welche sich anschließend über erlaubte optisch Übergänge in den Grundzustand abregen. Damit können die 2^1S_0 -Zustände fast vollständig aus dem Strahl entfernt werden [HNS69]. Der 2^3S_1 -Zustand bleibt hingegen unbeeinflusst, da im Triplettssystem angeregte Zustände anschließend wieder in ihn zurückkehren (vergleiche Abbildung 3.25, rechte Hälfte).

Das Experiment ergab keinen messbaren Unterschied zwischen den Zählraten mit und ohne gequenchem Strahl, wodurch der Singulett-Anteil an den $2S$ -Zuständen auf weniger als 1 % abgeschätzt werden konnte⁴¹. Dies deckt sich mit den Ergebnissen aus [Woe+01], wonach bei einer DC-Gasentladungsquelle weniger als 10 % der Metastabilen im Zustand 2^1S_0 zu erwarten sind. Dieser Wert gilt für die Produktionsrate der metastabilen Atome direkt an der Quelle. Im Strahl am Detektor gilt es jedoch zu beachten, dass über 90 % der 2^1S_0 -Atome den Detektor erst gar nicht erreichen, da ihre Flugbahnen anders als bei den 2^3S_1 -Atomen (mit magnetischen Quantenzahlen $m \neq 0$) nicht durch die Sextupolmagneten fokussiert werden (siehe Abschnitt 3.3.3).

3.7.2 Geschwindigkeitsverteilung

Im Folgenden beschreiben wir die allgemeine Form der Geschwindigkeitsverteilung eines Atom- oder Molekülstrahls. Anschließend zeigen wir die Umrechnung in die häufig praktikableren Wellenlängen- und Flugzeitverteilungen. Es folgt der Vergleich mit gemessenen Flugzeitspektren eines unpolarisierten und polarisierten He^* -Strahls. Bei letzterem wird der starke Einfluss des magnetischen Linsensystems deutlich. Zuletzt widmen wir uns dem Signal von Spinrotationsmessungen und zeigen, wie es von der Form der Geschwindigkeitsverteilung beeinflusst wird.

⁴⁰Die Gasentladungslampe (Abb. 3.26) ist mit Helium bei einem Druck von 3 mbar befüllt und wird mit ca. 4,8 kV Gleichspannung betrieben. Das verwendete Borosilikatglas DURAN[®] ist für die Wellenlängen der relevanten Übergänge nach 2^1P_1 ($\lambda = 2058$ nm) und 3^1P_1 ($\lambda = 502$ nm) fast vollständig transparent [Sch12].

⁴¹Schwankungen in der He^* -Produktionsrate in der Quelle (vgl. Abschnitt 3.1.3), erlaubten keine genauere Bestimmung.

3.7.2.1 Geschwindigkeitsverteilung eines Gasstrahls

Wir beginnen diesen Abschnitt mit der Maxwell-Boltzmann-Verteilung, welche die Verteilung der Geschwindigkeitsbeträge der Teilchen eines idealen Gases beschreibt. Davon ausgehend führen wir zwei Extremfälle eines Atomstrahls ein, den effusiven und den Überschallstrahl.

Maxwell-Boltzmann-Verteilung In einem idealen Gas im thermischen Gleichgewicht mit einem Reservoir ist keine Raumrichtung ausgezeichnet. Die Geschwindigkeitskomponenten der Moleküle sind daher jeweils normalverteilt. Wird das Produkt aus den Verteilungen der drei Komponenten in Kugelkoordinaten transformiert und teilweise integriert, erhält man die Maxwell-Boltzmann-Verteilung der Geschwindigkeitsbeträge [Rei76]:

$$f_{\text{MB}}(v) \, dv = \frac{4n}{\sqrt{\pi} \hat{v}^3} v^2 \exp\left(-\frac{v^2}{\hat{v}^2}\right) dv \quad (3.28)$$

mit der Normierungskonstante $n := \int_0^\infty f(v) \, dv$ und der wahrscheinlichsten Geschwindigkeit⁴²

$$\hat{v} := \sqrt{\frac{2k_B T}{M}} \quad (3.29)$$

aus der Teilchenmasse M , der Boltzmann-Konstante k_B und der Gastemperatur T , welche hier aufgrund des thermischen Gleichgewichts mit der Temperatur des Reservoirs identisch ist.

Effusiver Gasstrahl Strömt dieses Gas durch eine kleine Öffnung aus obigem Reservoir aus, ohne das thermodynamische Gleichgewicht im Reservoir zu stören und ohne dass die Gasmoleküle sich gegenseitig stoßen, spricht man von *Effusion*. Die Geschwindigkeiten der austretenden Moleküle sind annähernd Maxwell-Boltzmann-verteilt, leicht zu höheren Geschwindigkeiten hin verschoben [Lano2]:

$$f_{\text{eff}}(v) \, dv \approx v \cdot f_{\text{MB}}(v) \, dv \propto v^3 \exp\left(-\frac{v^2}{\hat{v}^2}\right) dv \quad (3.30)$$

⁴²Die Verteilung hat bei der wahrscheinlichsten Geschwindigkeit \hat{v} ihr Maximum, bzw. ihre Ableitung verschwindet: $\left(\frac{df(v)}{dv}\right)_{v=\hat{v}} = 0$

Überschallexpansion Herrscht im Reservoir hingegen ein viel höherer Druck als im Vakuum außerhalb, kommt es in der Öffnung (Düse) zu Stößen zwischen den Teilchen. Die Moleküle werden dadurch aktiv hinausgetrieben, wodurch die Geschwindigkeit in Vorwärtsrichtung z besonders ausgezeichnet ist (siehe [Sco88; Lano2]).

Ein Volumenelement dieses Molekülstrahls bewegt sich mit der Strömungsgeschwindigkeit v_s in z -Richtung, während die Teilchengeschwindigkeiten innerhalb dieses Volumens nach Maxwell-Boltzmann verteilt sind. Die Verteilung der Molekülgeschwindigkeiten in Strahlrichtung z lautet somit:

$$f_s(v) dv \propto v^2 \exp\left(-\frac{(v - v_s)^2}{\hat{v}^2}\right) dv \quad (3.31)$$

Mit der Strömungsgeschwindigkeit

$$v_s := \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} \frac{k_B(T_0 - T)}{M}} = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} \frac{k_B T_0}{M} \left(1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right)} \quad (3.32)$$

mit dem Adiabatenkoeffizient $\kappa = 5/3$ für einatomige Gase wie Helium. Entscheidend ist dabei entweder die Differenz der Temperaturen von Strahl T und Düse (Reservoir) T_0 , oder das Verhältnis der Drücke vor p_0 und nach der Düse p [Lano2].

Die mittlere Geschwindigkeit im Grenzfall verschwindender Strahltemperatur $T \rightarrow 0$ bzw. verschwindendem Druckverhältnisses $p/p_0 \rightarrow 0$,

$$\tilde{v}_s = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} \frac{k_B T_0}{M}} \quad , \quad (3.33)$$

beträgt für Helium bei Raumtemperatur $\tilde{v}_s \approx 1750$ m/s.

Die wahrscheinlichste Geschwindigkeit in Strahlrichtung [Lano2]

$$\hat{v}_s = \frac{1}{2} \left(v_s + \sqrt{v_s^2 + 4\hat{v}^2} \right) \quad (3.34)$$

ist abhängig von der Strömungsgeschwindigkeit des Überschallstrahls v_s (3.32) und der wahrscheinlichsten Geschwindigkeit der Maxwell-Boltzmann-Verteilung \hat{v} (3.29).

3.7.2.2 Wellenlängenverteilung & Flugzeitmessung

Wir betrachten nun die Umrechnung einer Geschwindigkeitsverteilung in die Verteilung der De-Broglie-Wellenlängen und Flugzeiten der Teilchen, da diese im Experiment von Bedeutung sind.

Wellenlängenverteilung Die Umrechnung einer Flugzeitverteilung in eine Verteilung der De-Broglie-Wellenlänge λ gelingt mithilfe der Impulsbeziehung $p = Mv = h/\lambda \rightarrow v = \frac{h}{M\lambda}$. Zu beachten ist dabei die Berechnung des Differentials $dv = -\frac{h}{M\lambda^2} d\lambda$. Dies sei am Beispiel einer Überschall-Verteilung (3.31) gezeigt:

$$\begin{aligned} \ell_s(\lambda) d\lambda &\propto \frac{1}{\lambda^2} f_s\left(\frac{h}{M\lambda}\right) d\lambda \\ &\propto \frac{1}{\lambda^4} \exp\left(-\frac{\left(\frac{h}{M\lambda} - v_s\right)^2}{\vartheta^2}\right) d\lambda \end{aligned} \quad (3.35)$$

Flugzeitverteilung Bei der Verteilung der Flugzeiten muss noch die Art des Detektors berücksichtigt werden. Der Metastabilendetektor (Kapitel 3.5) ist als Flächendetektor sensitiv auf den Teilchenfluss, womit sich die Überschall-Flugzeitverteilung analog zur Wellenlängenverteilung (3.35) berechnet:

$$\begin{aligned} g_s^{\text{Fluss}}(t) dt &\propto \frac{1}{t^2} f_s(s/t) dt \\ &\propto \frac{1}{t^4} \exp\left(-\frac{(s/t - v_s)^2}{\vartheta^2}\right) dt \end{aligned} \quad (3.36)$$

mit $v = s/t$ und $dv = -s/t^2 dt$. Die Flugstrecke s entspricht dem Abstand d_{CD} zwischen Chopper und Detektor aus Abschnitt 3.6.1.

Massenspektrometer und andere »Volumendetektoren« messen hingegen die Teilchendichte, anstatt des Teilchenflusses. Deshalb muss in diesen Fällen die Verteilung noch durch die Geschwindigkeit $v = s/t$ geteilt werden ([Sco88], Kap. 14). Die gemessene Flugzeitverteilung eines Überschallstrahls ergibt sich in diesem Fall zu

$$g_s^{\text{Dichte}}(t) dt \propto \frac{1}{t} f_s(s/t) dt \propto \frac{1}{t^3} \exp\left(-\frac{(s/t - v_s)^2}{\vartheta^2}\right) dt \quad (3.37)$$

Flugzeitmessung Bei der Messung der Flugzeitverteilung spielt nicht nur die Art des Detektors eine Rolle (s. o.), sondern auch der Chopper (Kapitel 3.2). Der Zeitpunkt, zu dem ein Teilchen den Chopper passiert, hat eine Unschärfe aufgrund der endlichen Öffnungsdauer des Choppers. Dies führt üblicherweise zu einer Verbreiterung und »Verschmierung« der gemessenen Flugzeitverteilungen.

Mathematisch entspricht dies einer Faltung⁴³ (Konvolution) der tatsächlichen Verteilung mit der »Öffnungsfunktion« des Choppers (Abschnitt 3.2.2).

Auch bei bekannter Öffnungsfunktion⁴⁴ kann die ursprüngliche Flugzeitverteilung nicht direkt durch »Entfalten« (Dekonvolution) gewonnen werden. In der gemessenen Flugzeitverteilung sind nicht alle benötigten Informationen enthalten, außerdem erschwert (statistisches) Rauschen auf dem gemessenen Signal die Dekonvolution zusätzlich. Stattdessen kann, wenn ein geeignetes Modell für die Flugzeitverteilung bekannt ist, dieses mit der Öffnungsfunktion gefaltet und an die gemessene Flugzeitverteilung⁴⁵ angepasst werden.

3.7.2.3 Geschwindigkeitsverteilung des unpolarisierten He*-Strahls

Die Geschwindigkeitsverteilung des He*-Atomstrahls wurde in einem Testaufbau ohne Sextupole (Polarisator und Analysator) untersucht. Die gemessenen Verteilungen (Abbildung 3.27) haben näherungsweise die Form einer Überschallexpansion nach Gleichung (3.31). Für den Fit wurde die Flugzeitverteilung eines Überschallstrahls (3.36), wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, noch mit der Öffnungsfunktion des Choppers gefaltet. Als Öffnungsfunktion wurde vereinfachend eine Rechteckfunktion der Breite Δt (siehe Tabelle 3.2 in Abschnitt 3.2.2) angenommen. Wie aus dem Vergleich der Abbildungen 3.27.a und 3.27.b ersichtlich wird, ist die Annahme einer Überschallverteilung nur für $T_0/T \geq 10$ berechtigt, wie auch die Fit-Ergebnisse zeigen.

In Abbildung 3.28 sind mehrere Flugzeitverteilungen mit verschiedenen Betriebsspannungen der Metastabilenquelle ausgewertet. Zu beachten ist, dass sich diese Ergebnisse nur eingeschränkt auf spätere Messungen anwenden lassen: kleine Unterschiede bei der Fertigung der Mikrostrukturierten Elektroden, sowie der kontinuierliche Verschleiß der Elektroden haben einen großen Einfluss auf die Form der resultierenden Geschwindigkeitsverteilungen (Abschnitt 3.1.3).

⁴³Die Faltung zweier (eindimensionaler) Funktionen f und g entspricht dem Integral $(f \otimes g)(t) := \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) g(t - \tau) d\tau$. Sie ist außerdem gleich dem Produkt der fouriertransformierten Funktionen $\mathcal{FT}(f \otimes g) = \sqrt{2\pi} \mathcal{FT}(f) \mathcal{FT}(g)$ (»Faltungstheorem«).

⁴⁴Die Öffnungsfunktion des Choppers lässt sich, wie in Kap. 3.2.2 beschrieben, berechnen oder messen. Werden die Flugbahnen der beobachteten Teilchen jedoch manipuliert, wie dies die Sextupolmagnete mit den spin-tragenden He*-Atomen tun, muss man dies gesondert betrachten (siehe Fußnote 46, Seite 89).

⁴⁵Im Folgenden ist unter »Flugzeitverteilung« stets die direkt gemessene Verteilung zu verstehen, welche auch die Einflüsse der Öffnungsfunktion des Choppers enthält. Entsprechend bezeichnet eine »Wellenlängenverteilung« eine Verteilung ohne die Einflüsse von Chopper und Detektor, sowie ohne die Länge der Flugstrecke.

3.7 Charakterisierung des Atomstrahls

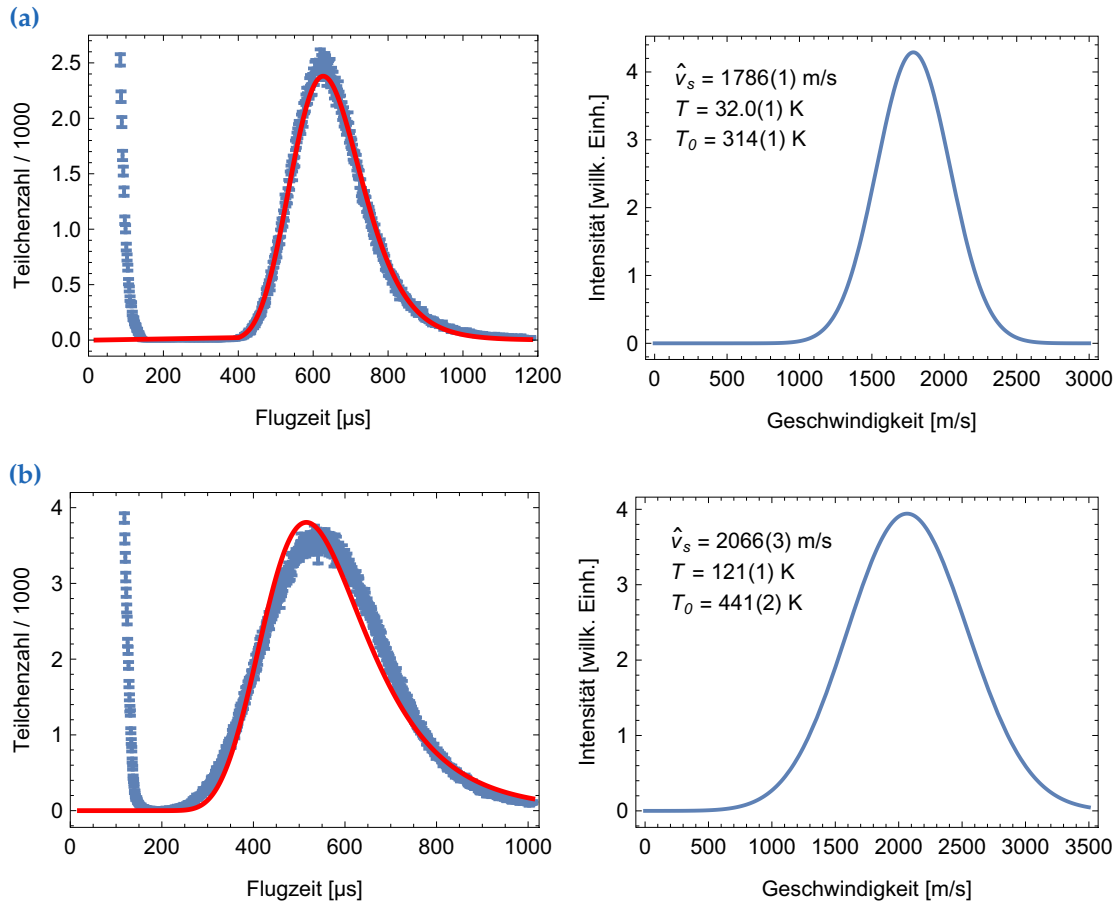


Abbildung 3.27: Gemessene Flugzeit- (links) und Geschwindigkeitsverteilung (rechts) des unpolarisierten He*-Strahls für verschiedene Betriebsparameter der Metastabilenquelle (a und b). Die gefittete Kurve (rot) ergibt sich aus der Faltung der Geschwindigkeitsverteilung (rechts, nach Gl. (3.31)) mit einer rechteckigen Chopperöffnungsfunktion. Die wahrscheinlichste Geschwindigkeit in Strahlrichtung \hat{v}_s , sowie Strahl- T und Düsentemperatur T_0 ergeben sich aus diesem Fit. In der Messung (b) handelt es sich um keine reine Überschallexpansion, weshalb das angenommene Modell weniger gut passt, als bei (a). Das Signal der Photonen aus der Metastabilenquelle (ganz links in den linken Grafiken) wurde für die Fits nicht berücksichtigt.

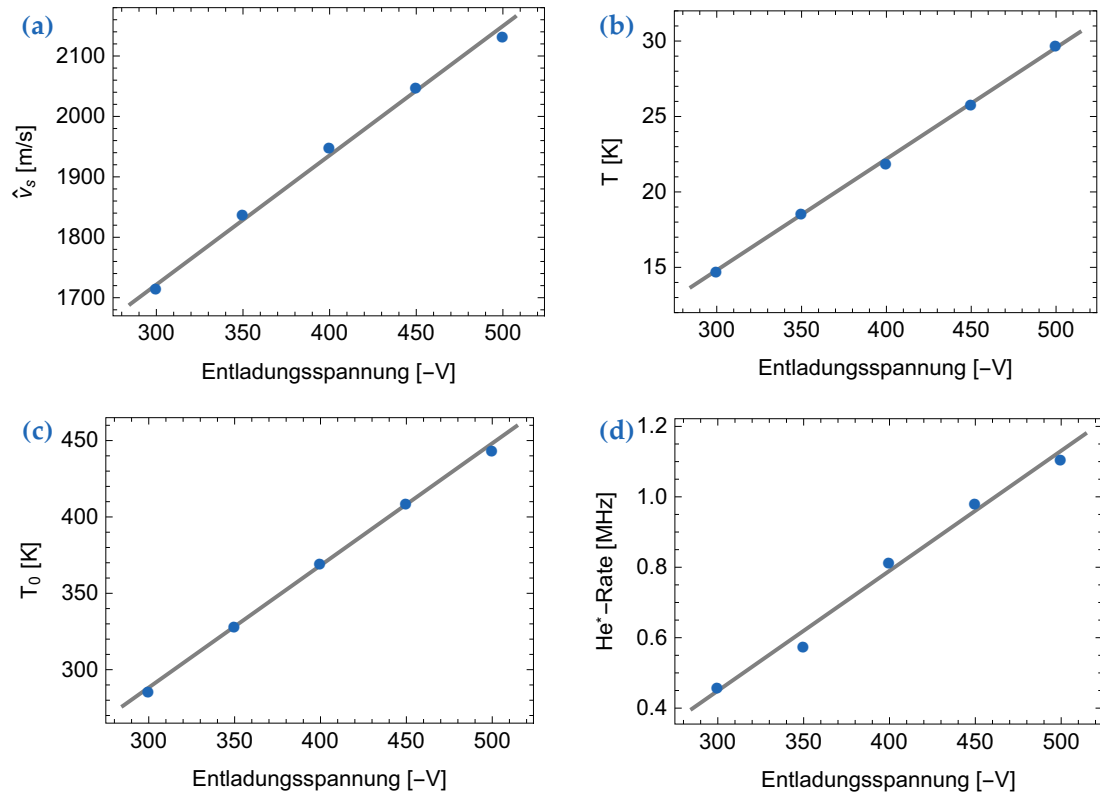


Abbildung 3.28: Eigenschaften des unpolarisierten He*-Atomstrahls in Abhängigkeit von der angelegten Hochspannung in der Gasentladung der Metastabilenquelle. Gezeigt sind (a) die wahrscheinlichste Geschwindigkeit in Strahlrichtung \hat{v}_s , (b) die Strahltemperatur T , (c) die Düsentemperatur T_0 und (d) die Rate der detektierten He*-Atome. Im gezeigten Bereich verlaufen alle Parameter näherungsweise linear (graue Linien). Der Einlassdruck beträgt bei allen Messungen $p_0 \approx 0,5$ bar. Die Werte wurden wie in Abb. 3.27 durch Fits an eine Überschallverteilung ermittelt; die Fehler aus den Fits sind kleiner als die dargestellten Datenpunkte.

3.7.2.4 Geschwindigkeitsverteilung des polarisierten He*-Strahls

Die bisher beschriebenen Geschwindigkeitsverteilungen gelten für einen unpolarisierten Atomstrahl. In einem Aufbau mit Polarisator und Analysator wird die Form der Geschwindigkeitsverteilung hingegen von den Einflüssen der Sextupole dominiert.

Die beiden Sextupole sind so dimensioniert (Abschnitt 3.3.3), dass He*-Atome im Zustand $|1_x\rangle$ mit einer Teilchengeschwindigkeit von 2000 m/s durch den Polarisator in die Mitte des Aufbaus und anschließend vom Analysator auf die Schlitzblenden vor dem Detektor fokussiert werden (Abbildung 3.29). Da die Fokussierwirkung stark geschwindigkeitsabhängig ist, verschieben sich die beiden Fokuspunkte für langsamere oder schnellere Atome entlang der Strahlachse (Abbildung 3.30). Mit steigenden Geschwindigkeiten verringert sich die effektive Stärke der Sextupole und der zweite Fokuspunkt verschiebt sich immer weiter ins Unendliche. Oberhalb einer bestimmten Geschwindigkeit kann nur noch ein einziger Fokuspunkt von beiden Sextupolen gemeinsam ausgebildet werden. Dieser schiebt sich in die Mitte der Blenden, wodurch wieder alle betrachteten Atome den Detektor erreichen können. Es gibt somit neben der »Design-Geschwindigkeit« eine weitere, höhere Geschwindigkeit, bei welcher Atome im Zustand $|1_x\rangle$ mit derselben Wahrscheinlichkeit detektiert werden (Abbildung 3.30.b und e). Dies spiegelt sich auch in dem von den Sextupolen bewirkten »Geschwindigkeitsfilter« in Abbildung 3.31 wider.

Somit ergibt sich die Geschwindigkeitsverteilung der fokussierten Atome aus der Verteilung des unpolarisierten Strahls, multipliziert mit dieser Filterfunktion (Abbildung 3.32). Beim Vergleich mit gemessenen Flugzeitverteilungen muss beachtet werden, dass durch die Faltung mit der Chopperöffnungsfunktion⁴⁶ die »markanten« Strukturen der zugrundeliegenden Geschwindigkeitsverteilung teilweise verschwinden.

3.7.2.5 Geschwindigkeitsverteilung lateral zum Fokuspunkt der Sextupole

Bei den Betrachtungen im vorherigen Abschnitt wurde implizit davon ausgegangen, dass der Aufbau entlang der Strahlachse perfekt ausgerichtet ist. Auch die Öffnung der Schlitzblenden wurde genau auf die Strahlachse gelegt. Jedoch war bereits in Abbildung 3.20 auf Seite 69 zu erkennen, dass an anderen

⁴⁶ Die Öffnungsfunktion für die fokussierten He*-Atome ist nach Abschnitt 3.2.2 trapezförmig und ergibt sich als Faltung aus der rotierenden und der feststehenden segmentförmigen Chopperöffnung.

Kapitel 3 Berry-Spinecho-Interferometer

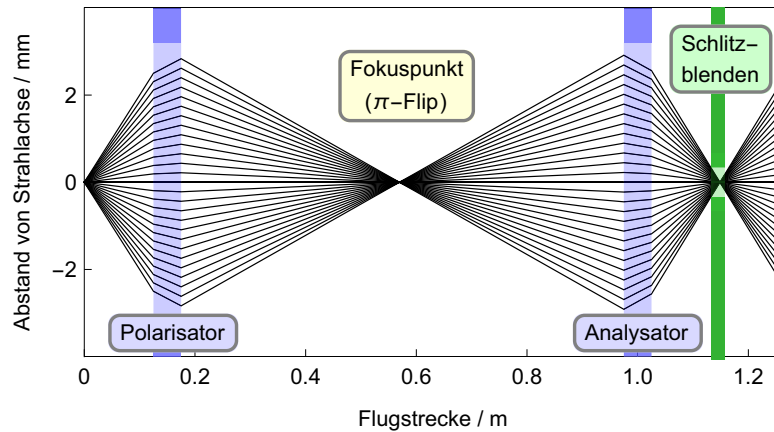


Abbildung 3.29: Simulation der Teilchentrajektorien beim Flug durch den experimentellen Aufbau. Die Flugbahnen (schwarze Linien) der He*-Atome im Zustand $|1_x\rangle$ verlaufen von der Metastabilenquelle am linken Rand zum Detektor am rechten Rand der Grafik (nicht eingezeichnet). Im gezeigten Fall einer Teilchengeschwindigkeit von $v = 2000 \text{ m/s}$ fokussiert der Sextupol des Polarisators die Atome zwischen die beiden Spinecho-Spulen an die Stelle, an welcher der π -Flip erfolgen soll. Anschließend werden die Teilchen durch den Sextupol des Analysators auf die 1 mm große Öffnung in den Schlitzblenden vor dem Detektor fokussiert. Die übrigen, nicht fokussierten Zustände sind nicht eingezeichnet (vgl. Abb. 3.9, Seite 49).

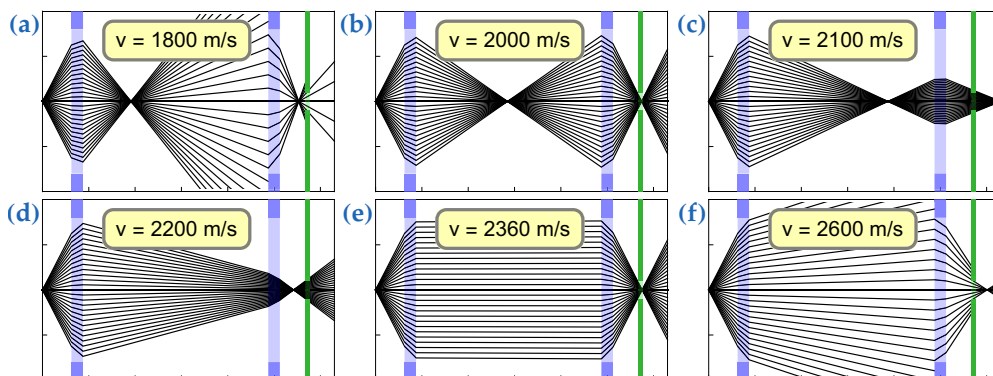


Abbildung 3.30: Trajektorien für verschiedene Teilchengeschwindigkeiten v . (a) Bei zu langsamen Teilchen wirken die Sextupole (blau) zu stark und nur wenige der Atome gelangen durch die Blenden (grün) zum Detektor. (b) Atome mit der Geschwindigkeit, auf die der Aufbau optimiert wurde, haben ihre Fokuspunkte genau in der Mitte zwischen Polarisator und Analysator bzw. innerhalb der Öffnung der Schlitzblenden. (c) Etwas zu schnelle Atome werden schwächer fokussiert, gelangen aber größtenteils trotzdem durch die Blenden. (d) Bei höherer Geschwindigkeit verschwindet der zweite Fokuspunkt ganz und der erste Fokuspunkt verschiebt sich an dessen Stelle (e). In diesem Fall verlaufen die Trajektorien parallel, werden aber wie bei (b) genau auf die Schlitzblenden fokussiert. (f) Für noch höhere Geschwindigkeiten verschiebt sich der Fokuspunkt hinter die Blenden und immer weniger Teilchen gelangen durch sie hindurch. Die Bezeichnungen und Achsenbeschriftungen können Abb. 3.29 entnommen werden; wie dort sind nur die Flugbahnen der He*-Atome Zustand $|1_x\rangle$ dargestellt.

3.7 Charakterisierung des Atomstrahls

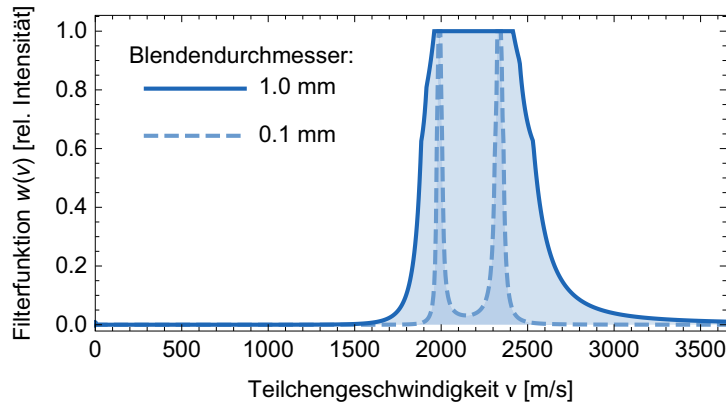


Abbildung 3.31: Geschwindigkeitsfilterung durch Polarisator und Analysator. Das magnetische Linsensystem aus den Sextupolen von Polarisator und Analysator filtert He^* -Atome im Zustand $|1_x\rangle$ nach ihrer Geschwindigkeit. Die resultierende Geschwindigkeitsverteilung ergibt sich durch Anwendung der dargestellten Filterfunktion (durchgezogene Linie) auf die ursprüngliche Verteilung (siehe Abb. 3.32). Den Berechnungen liegt ein Aufbau zugrunde, optimiert auf eine Teilchengeschwindigkeit von 2000 m/s (vgl. Abb. 3.30.b). Bei 2360 m/s tritt die in Abb. 3.30.e gezeigte Situation ein und es werden wieder alle $|1_x\rangle$ -Zustände auf die Schlitzenblenden vor dem Detektor fokussiert. Bei kleineren Blendendurchmessern kann die Intensität im Bereich zwischen diesen beiden Geschwindigkeiten absinken; die gestrichelte Linie demonstriert dies für einen 10-fach kleineren Blendendurchmesser.

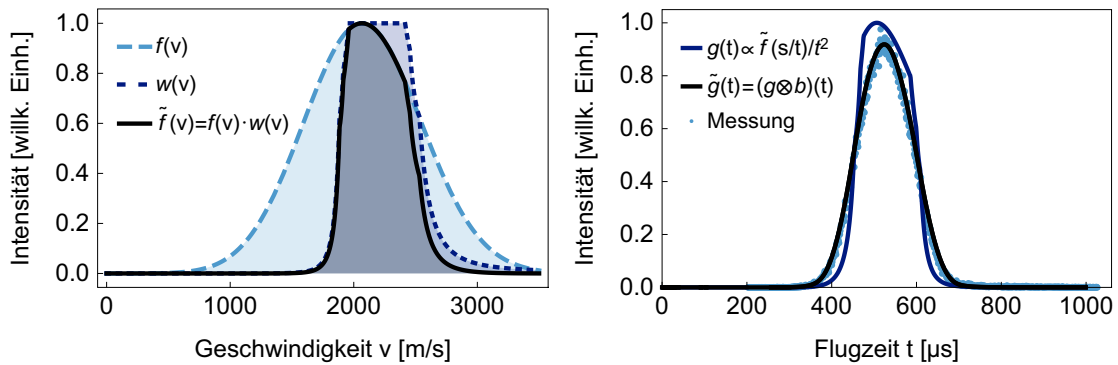


Abbildung 3.32: Geschwindigkeits- und Flugzeitverteilung des polarisierten He^* -Strahls. Links: Die Geschwindigkeitsverteilung $\tilde{f}(v)$ des polarisierten Atomstrahls ergibt sich durch Multiplikation der Verteilung $f(v)$ des unpolarisierten Atomstrahls (in diesem Beispiel die Überschallverteilung aus Abb. 3.27.b) mit der »Filterfunktion« $w(v)$ aus Abb. 3.31. Rechts: Die Flugzeitverteilung $g(t)$ des polarisierten Atomstrahls erhält man durch Transformation von $\tilde{f}(v)$ gemäß Gl. (3.36) auf Seite 85. Die im Experiment messbare Flugzeitverteilung $\tilde{g}(t)$ muss noch die endliche Chopperöffnungsfunktion⁴⁶ $b(t)$ berücksichtigen, was durch eine Faltung mit dieser geschieht. Der Vergleich von $\tilde{g}(t)$ mit einer gemessenen Flugzeitverteilung (Fehler zugunsten der Übersichtlichkeit nicht eingezeichnet, Amplitude skaliert) zeigt eine gute Übereinstimmung.

Positionen der Schlitzblenden die Flugzeitverteilungen sehr unterschiedliche Gestalt haben können. Dies soll im Folgenden genauer betrachtet werden.

Sitzen die Schlitzblenden an Positionen in der xy -Ebene neben dem Fokuspunkt, wirkt es, als sei die Flugzeitverteilung einer Up-Messung aus zwei getrennten Verteilungen zusammengesetzt (Abbildung 3.33). Es handelt sich jedoch nicht um zwei getrennte Verteilungen. Diese Form wird vielmehr durch eine Filterung bestimmter Teilchengeschwindigkeiten durch die Sextupole verursacht, analog zum in Abbildung 3.31 gezeigten Fall. Die Situation ist nun aber umgekehrt: Teilchen mit den Geschwindigkeiten, welche auf die Strahlmitte fokussiert werden, fehlen hier. D.h. neben dem Fokuspunkt wird die Verteilung von Geschwindigkeiten dominiert, die weniger gut fokussiert werden. Dies wurde analog zu Abbildung 3.30 simuliert, jedoch mit senkrecht zur Strahlachse verschobenen Schlitzblenden. Die resultierende Filterfunktion ist in Abbildung 3.34 für zwei verschiedene Blendenpositionen dargestellt. Abbildung 3.35 demonstriert die Wirkung der Filterfunktion und vergleicht sie mit einer gemessenen Verteilung.

3.7.3 Spinecho-Signal

Gerade haben wir gesehen, welche unterschiedlichen Verteilungen die Teilchengeschwindigkeiten im Atomstrahl haben können. Wir werden nun sehen, welchen Einfluss diese auf das Signal einer Spinrotations- oder Spinechomesung haben.

Dazu betrachten wir zuerst das Signal für eine einzige Teilchengeschwindigkeit und erweitern die Beschreibung dann auf einen polychromatischen Atomstrahl. Anschließend führen wir eine abgeleitete Messgröße, die Polarisation für Spin- $\frac{1}{2}$ bzw. die Pseudopolarisation für Spin-1, ein. Zuletzt beurteilen wir die Qualität des polarisierten Atomstrahls mithilfe der sogenannten Polarisierungseffizienz.

3.7.3.1 Spinrotationssignal eines monochromatischen He*-Atomstrahls

Im Experiment werden die He*-Atome im Polarisator stets im Zustand $|1_x\rangle$ präpariert und im Analysator je nach Einstellung der Führungsfelder im Zustand $|1_x\rangle$ oder $|3_x\rangle$ selektiert. Wir bezeichnen dies in Analogie zum Spin- $\frac{1}{2}$ als Up- bzw. Down-Messung. Die theoretischen Wahrscheinlichkeiten für diese beiden Fälle wurden in Abschnitt 2.1.2 zu

$$W_{1,3}(\Phi) = \frac{1}{8} (3 \pm 4 \cos(\Phi) + \cos(2\Phi)) \quad (3.38)$$

3.7 Charakterisierung des Atomstrahls

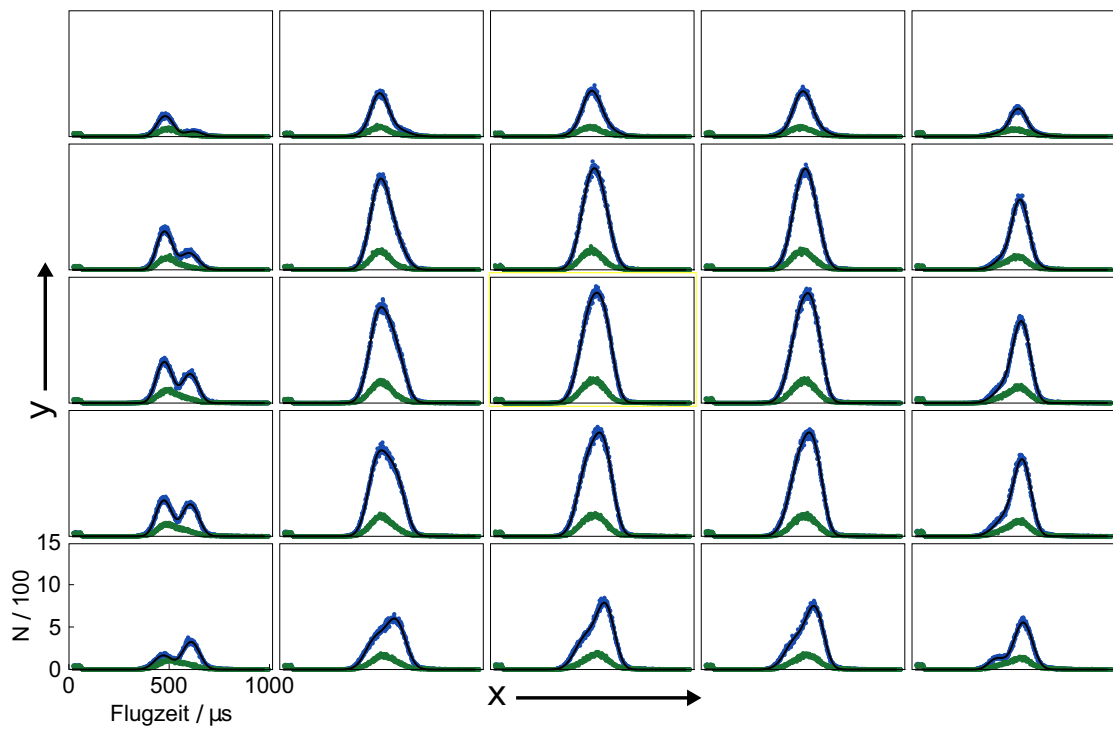


Abbildung 3.33: Flugzeitaufgelöstes Strahlprofil des polarisierten He⁺-Strahls. Zwischen den 5 × 5 einzelnen Flugzeitmessungen wurde die Position der Schlitzblenden jeweils um 0,25 mm verschoben. Die Down-Messungen (grün) zeigen fast keine Ortsabhängigkeit. Die am Rand liegenden Flugzeitverteilungen der Up-Messungen (blau) spalten sich hingegen in zwei Teile auf. Dies lässt sich gut mit einer Summe aus zwei gaußförmigen Verteilungen modellieren (schwarz).

Kapitel 3 Berry-Spinecho-Interferometer

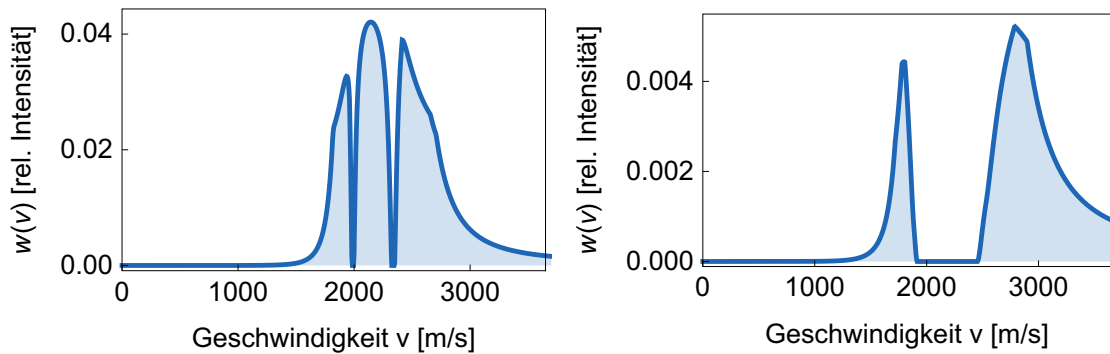


Abbildung 3.34: Geschwindigkeitsfilterung durch Polarisator und Analysator lateral versetzt zum Fokuspunkt. Die Filterfunktionen wurden analog zu Abb. 3.31 bestimmt, jedoch mit transversal verschobenen Schlitzblenden. Im linken Bild wurden sie um gut eine halbe Schlitzbreite verschoben, so dass der Rand der Öffnung 0,05 mm neben der Strahlmitte sitzt und die am besten fokussierten Geschwindigkeiten (Abb. 3.30.b und e) dadurch im Signal fehlen. Für das rechte Bild wurden die Blenden um die ganze Schlitzbreite verschoben, entsprechend fehlen alle Geschwindigkeiten aus Abb. 3.31.

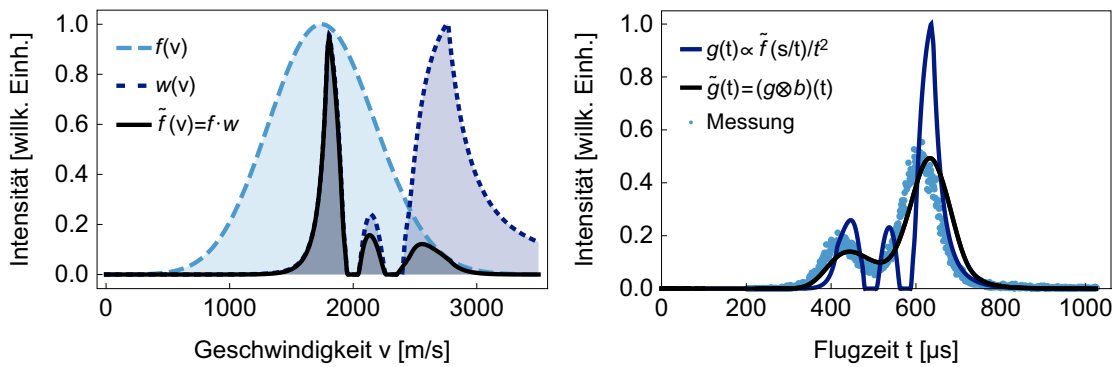


Abbildung 3.35: Geschwindigkeits- und Flugzeitverteilung des polarisierten He*-Strahls, lateral versetzt zum Fokuspunkt. Analog zu Abb. 3.32 ist eine Überschallverteilung mit einer Filterfunktion $w(v)$ der Sextupole gewichtet (links). Hier wurde jedoch $w(v)$ für eine Position der Schlitzblenden angenommen, die um eine 3/4 Schlitzbreite *neben* dem Fokuspunkt liegt (vgl. Abb. 3.34). Die daraus berechnete Flugzeitverteilung (rechts) folgt qualitativ dem Verlauf einer gemessenen Flugzeitverteilung (Fehler zugunsten der Übersichtlichkeit nicht eingezeichnet, Amplitude skaliert).

bestimmt (das Plus vor dem zweiten Summanden steht für den Zustand $|1_x\rangle$, das Minus für $|3_x\rangle$).

Gemäß Gleichung (2.47) aus Abschnitt 2.2.3 bezeichnet $\Phi := \Phi_{\text{dyn}} + \Phi_{\text{geo}}$ dabei die Summe aus dynamischer und geometrischer Phase. Die dynamische Phase lässt sich praktikabler⁴⁷ als Funktion der De-Broglie-Wellenlänge λ des betrachteten Atoms und des Stroms I durch die Spinecho-Spule ausdrücken:

$$\Phi_{\text{dyn}} = \kappa \lambda I \quad \text{mit} \quad \kappa := -\gamma_e M k / h \quad (3.39)$$

Die Konstante κ fasst die Spulenkonstante $k := \overline{BL}/I$ (Abschnitt 3.4.2), das gyromagnetische Verhältnis γ_e des Elektrons (2.3), die Masse M des Heliumatoms und das Plancksche Wirkungsquantum h zusammen.

Aus diesen Wahrscheinlichkeiten (3.38) ergibt sich die Messgröße im Experiment, die Anzahl der detektierten Atome im Zustand $|1_x\rangle$ (Up-Messung) bzw. im Zustand $|3_x\rangle$ (Down-Messung)

$$N_i(\lambda, I) = \overline{N}_i W_i(\Phi) + \underline{N}_i \quad , \quad i = 1, 3 \quad (3.40)$$

mit der Amplitude \overline{N}_i und dem Messuntergrund \underline{N}_i , welche allgemein wie die Phase Φ von der De-Broglie-Wellenlänge abhängen.

3.7.3.2 Spinrotationssignal eines polychromatischen He*-Atomstrahls

Im Allgemeinen haben die Atome unterschiedliche Geschwindigkeiten und der Atomstrahl besitzt somit eine Wellenlängenverteilung $\ell(\lambda) d\lambda$ mit der (3.40) gewichtet werden muss:

$$N_i(I) = \int_0^\infty [\overline{N}_i W_i(\Phi) + \underline{N}_i] \ell(\lambda) d\lambda \quad (3.41)$$

Dieser Signalverlauf wird als »Spinrotationskurve« bezeichnet und ist in Abbildung 3.36 für Spin-1/2 und Spin-1 dargestellt. In einer Spinrotationsmessung wird der Strom durch eine einzelne Spinecho-Spule um Null variiert. Das Signal einer Spinechomessung hat dieselbe Form⁴⁸, jedoch fließt hier durch beide

⁴⁷Die De-Broglie-Wellenlänge $\lambda = \frac{h}{Mv}$ (mit Teilchenmasse M und Planckschem Wirkungsquantum h) geht im Gegensatz zur Geschwindigkeit *linear* in Φ_{dyn} ein und ist anders als die Flugzeit unabhängig von der Apparatur.

⁴⁸Dies gilt für das verwendete He*. Bei Wasserstoffatomen beispielsweise unterscheiden sich die Kurven von Rotations- und Spinecho-Messungen stark. Das Spin-1-Teilchen wird hierbei durch die Kombination eines Elektronenspins und eines Kernspins gebildet (»Hyperfeinstruktur«). Die schwache Bindung der beiden Spins aneinander bewirkt, dass die Energieeigenwerte nicht mehr linear vom Magnetfeld abhängen. In diesem Fall kommt es zu mehreren Spinechopunkten bzw. mehreren Spinechokurven [Rei98].

Spinecho-Spulen ein konstanter, entgegengesetzt gerichteter Strom. Der Strom durch die zweite Spule wird dann in der Messung um den Spinechopunkt (2.19) verstimmt.

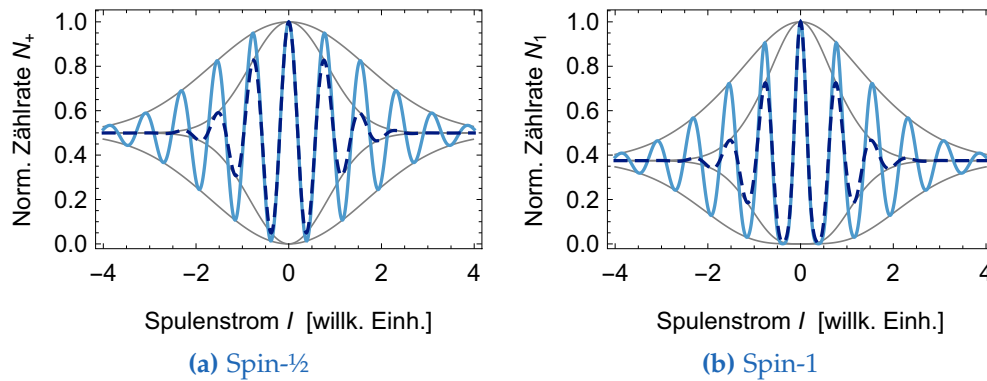


Abbildung 3.36: Berechnete Spinrotationskurven für Spin- $\frac{1}{2}$ (a) und Spin-1 (b). Der Verlauf folgt Gl. (3.41) und (2.16) bzw. (2.25) mit zwei unterschiedlich breiten, gaußförmigen Wellenlängenverteilungen. Die Breite der Verteilung und der Einhüllenden des Spinrotationssignals (graue Linie) stehen in umgekehrtem Verhältnis; die Wellenlängenverteilung der gestrichelten Kurven ist doppelt so breit wie die der anderen.

Einhüllende des Spinrotationssignals In Abbildung 3.36 sind neben den Spinrotationskurven auch ihre »Einhüllenden« eingezeichnet. Unter der Einhüllenden ist diejenige Kurve zu verstehen, auf der alle Extrema liegen. Die Lage der Minima und Maxima kann sich zwar durch eine zusätzliche geometrische Phase verschieben (siehe beispielsweise Abschnitt 4.4), sie liegen jedoch stets auf der Einhüllenden.

Bei bekannter Wellenlängenverteilung $\ell(\lambda)$, kann die Einhüllende $A(I)$ durch Fouriertransformation bestimmt werden:

$$A(I) \approx \sqrt{2\pi} \mathcal{FT}(\ell(\lambda)) \quad (3.42)$$

Die Einhüllende erlaubt in bestimmten Fällen eine einfachere Berechnung des Spinrotationssignals: Ist die Wellenlängenverteilung⁴⁹ *symmetrisch* um eine mittlere Wellenlänge $\tilde{\lambda} = \int \lambda \cdot \ell(\lambda) d\lambda$, dann kann die Integration in (3.41) durch die Multiplikation mit der Einhüllenden⁵⁰ ersetzt werden:

$$N_{1,3}(I) \approx \frac{\bar{N}_{1,3}}{8} \left[3 \pm 4A(I) \cos(\Phi(\tilde{\lambda} I)) + A(2I) \cos(2\Phi(\tilde{\lambda} I)) \right] + \underline{N}_{1,3} \quad (3.43)$$

⁴⁹Die Wellenlängenverteilung sei auf 1 normiert: $\int \ell(\lambda) d\lambda = 1$.

⁵⁰Die Einhüllende des zweiten Summanden ist halb so breit wie die des ersten.

Im Allgemeinen ist die Wellenlängen- bzw. Geschwindigkeitsverteilung jedoch nicht symmetrisch, sondern kann eine recht komplizierte Struktur besitzen (vergleiche Abschnitt 3.7.2.5). Dann ist obige Vereinfachung nicht mehr möglich, wie Abbildung 3.37.a anhand eines Beispiels zeigt. Insbesondere ist die Phase Φ in der Spinrotationskurve nicht mehr linear vom Spulenstrom abhängig, so dass die Extrema nicht mehr äquidistant liegen.

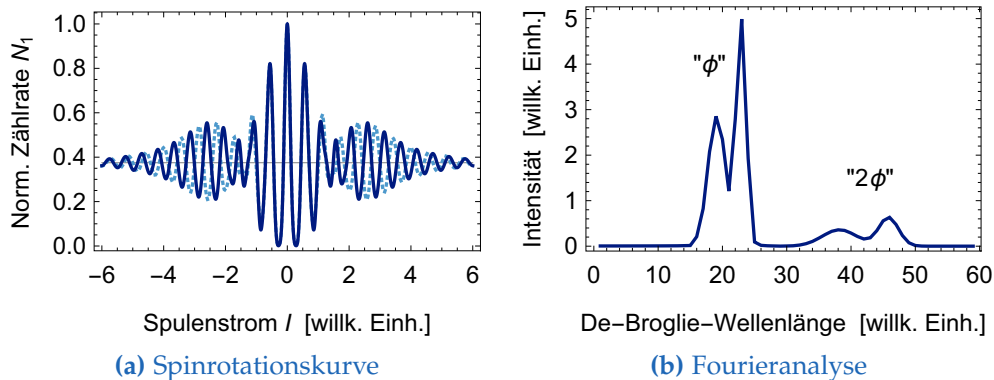


Abbildung 3.37: (a) Berechnete Spinrotationskurve für Spin-1 mit asymmetrischer Wellenlängenverteilung (ohne geometrische Phase). Die Näherung nach Gl. (3.43) (gestrichelte Kurve) ist bei asymmetrischen Wellenlängenverteilungen nicht anwendbar.

(b) Durch Fouriertransformation der Spinrotationskurve (a) erhält man die zugrundeliegende Wellenlängenverteilung. Beim Spin-1 wiederholt sich die Verteilung aufgrund des zweiten Summanden » $\cos(2\Phi)$ « in Gl. (3.38). Die Integrale der beiden Beiträge unterscheiden sich gerade um den Faktor 4 aus dieser Gleichung.

Fourieranalyse Das Spinrotationssignal kann nach (3.41) mithilfe der Wellenlängenverteilung $\ell(\lambda)$ berechnet werden. Ist hingegen $\ell(\lambda)$ unbekannt, kann man den umgekehrte Weg gehen und die Wellenlängenverteilung durch eine Fourieranalyse⁵¹ der gemessenen Spinrotationskurve bestimmen. Die Häufigkeitsverteilung der De-Broglie-Wellenlängen der Strahlteilchen ergibt sich somit aus dem Frequenzspektrum des Spinrotationssignals:

$$\ell(\lambda) \approx |\mathcal{DFT}(N(I))| \quad (3.44)$$

Da das Messsignal keine kontinuierliche Funktion ist, sondern sich aus diskreten Teilchenzahlen zusammensetzt, wurde hier die *diskrete* Fouriertransformation (DFT) verwendet.

⁵¹Das Polarisationsignal eines Spin- $\frac{1}{2}$ (Abschnitt 3.7.3.3) ist bis auf eine Konstante identisch mit einer Kosinus-Transformation und das Spin-1-Messsignal (3.41) entspricht der Summe zweier Kosinus-Transformationen. Dies ermöglicht den Zugriff auf die Hilfsmittel der Fourieranalyse.

Abbildung 3.37 zeigt die Fouriertransformation eines simulierten Spinrotationssignals. Die Wellenlängenverteilung kommt darin doppelt vor, da sich das Spinrotationssignal eines Spin-1 nach (3.38) aus zwei Summanden zusammensetzt, deren Phasen sich um den Faktor 2 unterscheiden.

3.7.3.3 Polarisation

Polarisation Spin- $\frac{1}{2}$ In einem Spinocho-Experiment mit Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen ist die sogenannte Polarisation meist eine besser Messgröße als die direkt gemessenen Teilchenzahlen N_{\pm} . Sie ist allgemein über den Erwartungswert des Spinoperators zur gewünschten Analyserichtung (hier x -Achse) definiert:

$$P := \frac{\langle \hat{S}_x \rangle}{\hbar/2} = \langle \Psi(t) | \hat{\sigma}_x | \Psi(t) \rangle = \cos(\varphi_+ - \varphi_-) = \cos(\Phi) \quad (3.45)$$

Eine maximale Polarisation von $P = +1$ ($P = -1$) bedeutet dabei, dass der Spin sich in einem reinen Zustand $|+_x\rangle$ ($|-_x\rangle$) befindet.

Im Experiment kann die Polarisation näherungsweise aus den Teilchenzahlen N_{\pm} der Up- und Down-Messungen gebildet werden:

$$P \approx \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} \quad (3.46)$$

Dies hat im Vergleich zu den reinen Teilchenzahlen N_{\pm} den technischen Vorteil, dass ungewollte Intensitätsschwankungen des Atomstrahls zum Teil kompensiert werden können (siehe Abschnitt 3.1.3).

Pseudopolarisation Spin-1 Zwar lässt sich analog zu (3.45) auch für Spin-1-Teilchen eine Polarisation aus dem Erwartungswert des Spinoperators berechnen. Jedoch kann sie nicht aus den, im Experiment zugänglichen Messgrößen N_1 und N_3 gebildet werden. Beim Spin- $\frac{1}{2}$ entspricht die Summe $N_+ + N_-$ der konstanten Gesamtteilchenzahl, die nach (3.46) zur Normierung der Differenz $N_+ - N_-$ dient. Im Fall des Spin-1 kann der Zustand $|2_x\rangle$ jedoch nicht gemessen werden und die Summe aus den beiden übrigen Zuständen alleine ist nicht konstant. Dies ist bereits an der Summe der Wahrscheinlichkeiten zu erkennen,

$$W_1 + W_3 = \frac{1}{4} (3 + \cos(2\Phi)) , \quad (3.47)$$

während beim Spin- $\frac{1}{2}$ gilt $W_+ + W_- = 1$.

Wie beim Spin- $\frac{1}{2}$ ist dennoch eine Messgröße wünschenswert, die robust gegenüber ungewollten Intensitätsschwankungen des Atomstrahls ist. Zu diesem

Zweck definieren wir analog zu (3.46) eine »Pseudopolarisation« für Spin-1-Teilchen

$$P^* := \frac{N_1 - N_3}{N_1 + N_3} \approx \frac{W_1 - W_3}{W_1 + W_3 + 2 \underline{N}/\bar{N}} = \frac{\cos(\Phi)}{\frac{1}{4} (3 + \cos(2\Phi)) + 2 \underline{N}/\bar{N}}. \quad (3.48)$$

Wir gehen hierbei vereinfachend davon aus, dass die Amplitude $\bar{N} := \bar{N}_1 \approx \bar{N}_3$ und der Untergrund $\underline{N} := \underline{N}_1 \approx \underline{N}_3$ für die Up- und die Down-Messung jeweils identisch ist.

In Abbildung 3.38 ist die Pseudopolarisation mit der herkömmlichen Polarisation eines Spin- $\frac{1}{2}$ verglichen. Mithilfe der Pseudopolarisation können (langsame) Intensitätsschwankungen kompensiert werden, solange die Intensität des He*-Strahls zwischen aufeinanderfolgenden Messungen von N_1 und N_3 hinreichend konstant bleibt.

Bei der Auswertung der experimentellen Daten in Kapitel 4 wird, soweit möglich, direkt mit den unveränderten Teilchenzahlen gearbeitet. Sollte dies aufgrund der in Abschnitt 3.1.3 beschriebenen Intensitätsschwankungen bei manchen Messungen nicht möglich sein, wird vor der Analyse die Pseudopolarisation berechnet.

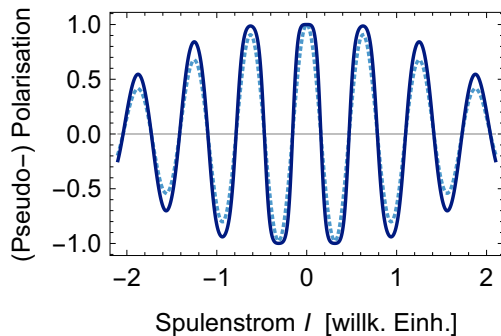


Abbildung 3.38: Vergleich der Pseudopolarisation (3.48) eines Spin-1 (durchgezogen) mit der gewöhnlichen Polarisation (3.46) eines Spin- $\frac{1}{2}$ (gestrichelt). Für die beiden berechneten Spinrotationskurven wurde eine rein-dynamische Phase, sowie ein polychromatischer Atomstrahl mit gaußförmiger Wellenlängenverteilung angenommen. Die Lage der Extrema und der Nullstellen stimmen in beiden Kurven überein.

3.7.3.4 Polarisationseffizienz

Die Qualität des polarisierten Atomstrahls kann über die Besetzung der Zustände $|1\rangle$, $|2\rangle$ und $|3\rangle$ der Teilchen im Messsignal beurteilt werden. Wir definieren dazu die Polarisationseffizienz η als Verhältnis der Amplitude \bar{N} des untergrundfreien Messsignals zum Gesamtsignal inklusive Untergrund \underline{N} :

$$\eta := \frac{\bar{N}}{\bar{N} + \underline{N}} \quad (3.49)$$

Im Folgenden führen wir eine erste Abschätzung der Polarisationseffizienz für den Berry-Spinocho-Aufbau durch.

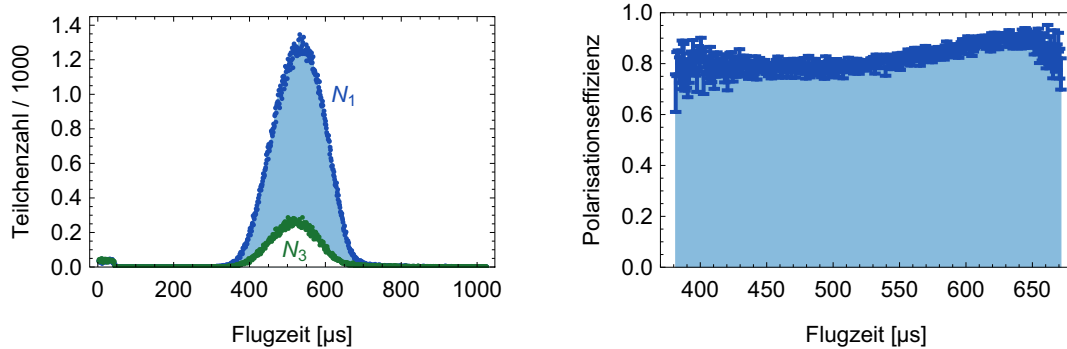


Abbildung 3.39: Up-Messung N_1 und Down-Messung N_3 einer exemplarischen Flugzeitverteilung ohne Spinocho-Felder (links, zur besseren Übersicht ohne Fehlerbalken) und die daraus bestimmte Polarisationsseffizienz (rechts).

Flugzeitaufgelöste Messung der Polarisationsseffizienz Für die Bestimmung der Polarisationsseffizienz wurden Flugzeitmessungen mit einem polarisierten Atomstrahl durchgeführt (Abbildung 3.39, links). Die Spinocho-Felder blieben dazu ausgeschaltet. Die im Zustand $|1_x\rangle$ präparierten He^* -Atome durchquerten somit einen idealerweise feldfreien Bereich, bevor sie abwechselnd in den Zuständen $|1_x\rangle$ und $|3_x\rangle$ analysiert wurden. In diesem Fall kann die gemessene Teilchenzahl N_3 gerade mit dem Messuntergrund gleichgesetzt werden⁵². Die Differenz zwischen den beiden Flugzeitverteilungen (in Abbildung 3.39 hellblau hinterlegt) ist somit ein Maß für die Qualität des polarisierten He^* -Strahls.

Für die Messung ohne Spinocho-Felder kann die Polarisationsseffizienz aus den Teilchenzahlen der Up- (N_1) und Down-Messung (N_3) abgeschätzt werden:

$$\eta := \frac{\bar{N}}{\bar{N} + \underline{N}} \approx \left(\frac{N_1 - N_3}{N_1} \right)_{B=0} \quad (3.50)$$

Wir verwenden dazu Gleichung (3.40) auf Seite 95 und nehmen an, dass die Amplitude ($\bar{N} := \bar{N}_1 = \bar{N}_3$) und der Untergrund ($\underline{N} := \underline{N}_1 = \underline{N}_3$) bei der Up- und Down-Messung gleich sind.

Auf der rechten Seite in Abbildung 3.39 ist die Polarisationsseffizienz nach Gleichung 3.50 gezeigt. Im dargestellten Ausschnitt des Flugzeitspektrums variiert die Polarisationsseffizienz zwischen 72 % und 92 %.

⁵²Ohne Spinochofelder, also mit Spulenstrom $I = 0$, findet keine Zeitentwicklung der Zustände (Larmorpräzession) statt. In Gleichung (3.40) bleibt die Wahrscheinlichkeit für den Zustand $|1_x\rangle$ daher konstant bei $W_1(I=0) = 1$ und für den Zustand $|3_x\rangle$ bei $W_3(I=0) = 0$.

Einordnung der Ergebnisse Die Polarisierungseffizienz in Abbildung 3.39 steigt zu größeren Flugzeiten hin leicht an, aufgrund der wellenlängenabhängigen Wirkung von Polarisator und Analysator (Abschnitt 3.7.2.4). Sie erreicht einen sehr guten Mittelwert, welcher für die weiteren Experimente mehr als ausreichend ist. Dennoch wollen wir hier kurz einige Gründe dafür auflisten, dass der theoretisch zu erwartende Maximalwert von 100 % in dieser Messung nicht erreicht wird:

- Das Sexupolfeld von Polarisator und Analysator verschwindet prinzipbedingt genau auf der Strahlachse, wo die Strahlintensität maximal ist. Dadurch kann ein Teil der He*-Atome nicht polarisiert werden (Abschnitt 3.3).
- Parasitäre Magnetfelder verursachen eine ungewollte Dephasierung der Spinzustände. Die Ursache dafür können nicht vollständig abgeschirmte äußere Magnetfelder, sowie eine Restmagnetisierung der μ -Metallabschirmung und der Vakuumkammern sein.
- Sind die Führungsfelder von Polarisator und Analysator nicht exakt parallel zueinander ausgerichtet, wird dadurch ebenfalls die gemessene Polarisation reduziert.
- Atome im Zustand $|2_x\rangle$ tragen zum Untergrund bei, da sie nicht separat gemessen werden können. Jedoch sind sie, aufgrund von geometrischen Überlegungen, um den Faktor 10 unterdrückt (Abschnitt 3.7.1 und Abbildung 3.9).
- Auch Atome im Singulett-Zustand 2^1S_0 tragen zum Untergrund bei, jedoch wurde ihr Vorkommen in Abschnitt 3.7.1 auf unter 1 % abgeschätzt.

Die hohe Polarisierungseffizienz um 82 % zeigt zum einen, dass die Polarisation und Analyse effizient erfolgen. Außerdem ist die magnetischen Abschirmung (Abschnitt 3.6.2) in der Lage, die sehr empfindlichen⁵³ Elektronenspins auf der ganzen Länge des Strahlrohrs gut vor externen Magnetfeldern abzuschirmen.

⁵³Aufgrund ihres größeren magnetischen Moments reagieren Elektronenspins um drei Größenordnungen empfindlicher auf magnetische Störfelder als Kernspins.

Kapitel 4

Untersuchung dynamischer und geometrischer Phasen

Am Ende des vorherigen Kapitels wurden einige vorbereitende Messungen im Rahmen der Strahlcharakterisierung vorgestellt. So wurde bereits die Besetzung der atomaren Zustände, sowie die Geschwindigkeitsverteilung des unpolarisierten und polarisierten Helium-Atomstrahls untersucht und eine erste Abschätzung der Polarisierungseffizienz vorgenommen.

In diesem Kapitel werden nun die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimente zur Messung von dynamischen und geometrischen Phasen vorgestellt. Diese Experimente unterscheiden sich in der Anordnung der Spinechofelder und dem Ablauf des Messvorgangs. Sie können entsprechend in fünf Kategorien eingeteilt werden, denen sich im Folgenden jeweils ein eigenes Unterkapitel widmet.

Die ersten beiden Unterkapitel beschäftigen sich mit dynamischen Phasen in Spinrotations- und Spinechomessungen. Sie dienen hauptsächlich zur Charakterisierung des Experimentaufbaus und der Demonstration von dessen Fähigkeiten. Anschließend betrachten wir »Mischungen« aus dynamischen und geometrischen Phasen in Berry-Spinrotationsmessungen, bevor in Berry-Spinechomessungen schließlich *reine* Berry-Phasen erzeugt werden. Zuletzt widmen wir uns rein-geometrischen Spinrotationen, bei denen Berry-Phasen anstelle von dynamischen Phasen kontinuierlich variiert werden.

In den einzelnen Unterkapitel wird zuerst auf die Besonderheiten der jeweiligen Versuchsanordnung eingegangen, so dass ein einfacher Vergleich der verschiedenen Experimente möglich ist. Anschließend präsentieren und analysieren wir die Messungen anhand eines Auszugs der umfangreichen Daten und diskutieren die wichtigsten Ergebnisse.

4.1 Dynamische Spinrotation

Der folgende Abschnitt befasst sich mit der Messung dynamischer Phasen. Wir beginnen mit der dynamischen Spinrotationsmessung, in deren Versuchsanordnung nur eine einzelnen Spinecho-Spule zum Einsatz kommt.

Zuerst werfen wir einen Blick auf die Versuchsanordnung und gehen dabei kurz auf ein paar der wichtigsten Punkte aus den vorherigen Kapiteln ein. Anschließend betrachten wir exemplarische Spinrotationsmessungen und diskutieren die wichtigsten Ergebnisse.

Versuchsanordnung

Abbildung 4.1 stellt die Anordnung der Magnetfelder für die hier betrachtete Spinrotationsmessung schematisch dar. Diese Skizze wird in den weiteren Abschnitten dieses Kapitels an den jeweils beschriebenen Versuch angepasst.

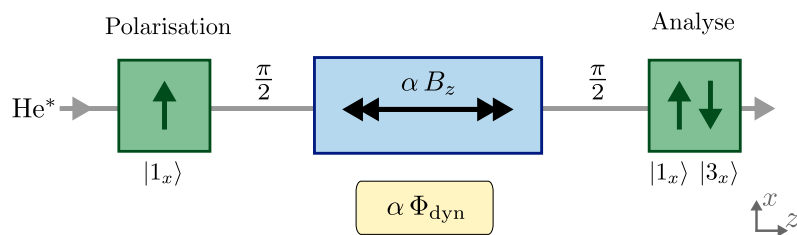


Abbildung 4.1: Magnetfeldkonfiguration dynamische Spinrotation. Das Feld B_z einer einzelnen Z-Spule wird um Null variiert, angedeutet durch den Parameter $\alpha = -1 \dots 1$. Dabei wird eine dazu proportionale dynamische Phase Φ_{dyn} erzeugt.

Wie in den Abschnitten 2.1.2 und 3.7.1 ausführlich beschrieben, betrachten wir einen Strahl aus Heliumatomen im metastabilen Triplettzustand 2^3S_1 . Dieses Spin-1-Teilchen spaltet im Magnetfeld in die drei Zustände $|1\rangle$, $|2\rangle$ und $|3\rangle$ mit den Quantenzahlen 1, 0 und -1 auf. Hier und in allen folgenden Messungen, werden die Atome anfangs im Zustand $|1_x\rangle$ bezüglich der x -Achse präpariert und am Ende abwechselnd in den Zuständen $|1_x\rangle$ und $|3_x\rangle$ analysiert, was wir in Analogie zum Spin- $\frac{1}{2}$ als Up- bzw. Down-Messung bezeichnen.

Zwischen Präparation und Analyse der Spinzustände durchqueren die Teilchen ein Magnetfeld, welches bei der Spinrotationsmessung aus dem longitudinalen Feld einer Zylinderspule (»Z-Spule«) besteht. Die übrigen Spulen des Spinecho-Systems aus Abschnitt 3.4, die beiden Berry-Spulen und die zweite Z-Spule, bleiben in diesem Versuch ausgeschaltet.

Spinrotationsmessungen

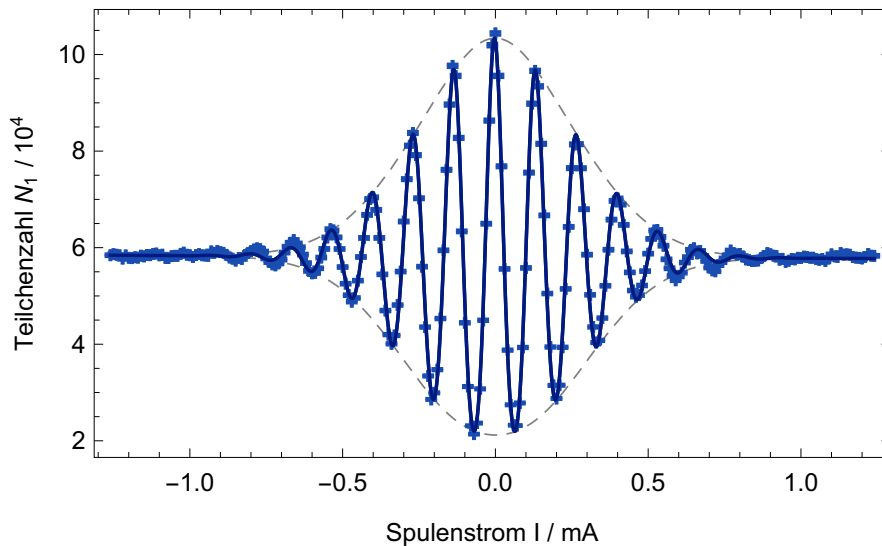


Abbildung 4.2: Dynamische Spinrotationsmessung. An die Datenpunkte wurde ein Modell (Linie) nach Gleichung (4.2) angepasst. Dabei wird die Geschwindigkeitsverteilung der Strahlteilchen durch eine gaußförmige Einhüllende (gestrichelte Linien) näherungsweise berücksichtigt.

Bei der Spinrotationsmessung wird das Magnetfeld über den Spulenstrom I um Null variiert. Dies ist in Abbildung 4.1 durch den einheitenlosen Parameter α angedeutet, der hier von -1 nach $+1$ verläuft. Die erzeugte dynamische Phase ist proportional zum Magnetfeld bzw. α und wird als Modulation der Teilchenanzahl gemessen. Der erwartete Verlauf des Messsignals ist proportional zu den in Kapitel 2.1 hergeleiteten Wahrscheinlichkeit (2.25) für die Spinzustände $|1_x\rangle$ bzw. $|3_x\rangle$:

$$\begin{aligned} W_1 &= \frac{1}{8} (3 + 4 \cos \Phi + \cos 2\Phi) \\ W_3 &= \frac{1}{8} (3 - 4 \cos \Phi + \cos 2\Phi) \end{aligned} \quad (4.1)$$

mit der dynamischen Phase Φ aus Gleichung (2.26) auf Seite 17 bzw. aus Gleichung (3.39) auf Seite 95.

In den folgenden Paragraphen werden die Ergebnisse dynamischer Spinrotationsmessungen auf unterschiedliche Arten präsentiert und einige wichtige Größen daraus bestimmt.

Spinrotationskurve Abbildung 4.2 zeigt eine exemplarische Spinrotationsmessung. Bei dieser Messung fanden die Polarisation und Analyse der He^* -Atome

im Zustand $|1_x\rangle$ statt (»Up-Messung«). Die Darstellung in Abbildung 4.2 wird als Spinrotationskurve bezeichnet. An die Datenpunkte wurde außerdem ein Modell basierend auf Gleichung (4.1) angepasst¹:

$$N_1(I) \approx \frac{\bar{N}_1}{8} \left[3 + 4A(I) \cos(\Phi(\tilde{\lambda} I)) + a A(2I) \cos(2\Phi(\tilde{\lambda} I)) \right] + \underline{N}_1 \quad (4.2)$$

Dabei beschreibt \bar{N} die Amplitude des Signals und \underline{N} den Untergrund. Eine ausführliche Beschreibung der Gleichung ist in Abschnitt 3.7.3.2 zu finden. Der zusätzlich eingeführte Parameter a skaliert den zweiten Kosinus-Term und ist theoretisch gleich 1. Wir werden im nächsten Abschnitt wieder auf ihn zurückkommen.

Das Modell geht von einer mittleren Flugzeit bzw. De-Broglie-Wellenlänge $\tilde{\lambda}$ aus und berücksichtigt die Wellenlängenverteilung der Strahlteilchen näherungsweise durch die »Einhüllende« A . Diese Gewichtungsfunktion beschreibt das Abklingen des Signals, während es aufgrund der verschiedenen Teilchengeschwindigkeiten im Atomstrahl dephasiert. Für die gezeigte Messung wurde sie als gaußförmig angenommen.

Aus den angepassten Parametern können zwei wichtige Größen abgeleitet werden:

- *Die Spulenkonstante der Z-Spule* $k_Z = 577(12) \mu\text{T m/A}$.
Sie ist die Proportionalitätskonstante zwischen dem Strom durch die Spinecho-Spule und dem resultierenden Magnetfeldintegral (Gleichung (3.6) auf Seite 55 und Gleichung 3.39 auf Seite 95). Die dominante Fehlerquelle ist hier die Bestimmung der mittleren De-Broglie-Wellenlänge in der Näherung (4.2). Die Spulenkonstante wurde bereits in Abschnitt 3.4.2 auf alternative Weise, aus dem simulierten Feldverlauf bestimmt (siehe Gleichung (3.7) auf Seite 55). Die beiden Werte stimmen innerhalb der Fehlergrenzen überein.
- *Die Polarisierungseffizienz* $\eta := \frac{\bar{N}}{\bar{N} + \underline{N}} = 75,1(3) \%$.
Sie entspricht dem Verhältnis von untergrundfreiem zu untergrundbehaftetem Messsignal und ist ein Maß für die kombinierte Güte des Polarisators und des Analysators (Abschnitt 3.3), der nicht-adiabatischen Magnetfeldflips (Abschnitt 3.4.5) und der Abschirmung äußerer Störfelder (Abschnitt 3.6.2). In Abschnitt 3.7.3.4 wurde die Polarisierungseffizienz von Polarisator und Analysator zusammen auf ungefähr 82 % abgeschätzt. Im Unterschied dazu haben wir nun auch ein Spinechofeld und es muss

¹Die Datenauswertung erfolgte in dem Computeralgebrasystem »Wolfram Mathematica« (Versionen 9.0 bis 10.2) mit der Erweiterung »DataFit« (bis Version 8.1401) von U. Schmidt.

somit zusätzlich die Effizienz der beiden $\pi/2$ -Flips zwischen dem Spin-echofeld und dem Polarisator bzw. Analysator berücksichtigt werden (siehe auch Ende des Abschnitts 3.4.5). Diese Effizienz kann mithilfe der beiden obigen Werte im Mittel auf 96 % pro $\pi/2$ -Flip abgeschätzt werden.

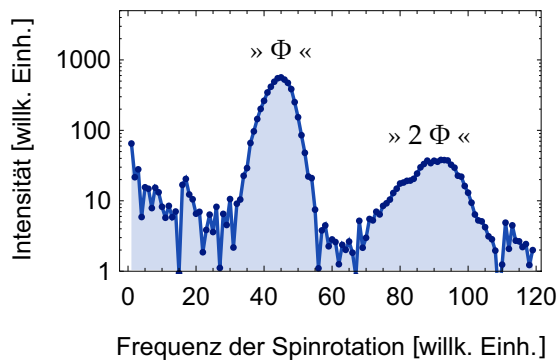


Abbildung 4.3: Fourieranalyse des Spinrotationssignals aus Abbildung 4.2. Die zwei diskreten Frequenzen sind typisch für Spin-1-Teilchen. Sie entsprechen den beiden Kosinus-Termen in Gleichung (4.1) und unterscheiden sich um den erwarteten Faktor 2. Die durchgezogene Linie verbindet die Datenpunkte geradlinig und dient dem Auge als Führung. Eine Angabe von Fehlern ist für die fouriertransformierten Datenpunkte nicht möglich.

Fourieranalyse des Spinrotationssignals Eine Eigenschaft des Spinrotationssignals eines Spin-1-Teilchens wird in der Fourieranalyse unmittelbar sichtbar (Abbildung 4.3). Das Signal setzt sich aus zwei Frequenzbändern zusammen, deren Lagen sich um den Faktor 2 unterscheiden. Dies entspricht genau der theoretischen Erwartung und rührt von den beiden Kosinus-Termen in den Wahrscheinlichkeiten (4.1) her. Die Oszillation mit der einfachen Frequenz resultiert aus den quantenmechanischen Übergängen $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ und $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$. Die doppelte Frequenz hat ihre Ursache dagegen in direkten Übergängen zwischen den Zuständen $|1\rangle$ und $|3\rangle$ (Abschnitt 2.1.2). Dies wurde zuvor in Abschnitt 3.7.3.2 anhand eines simulierten Spinrotationssignals demonstriert.

Die Intensitäten der beiden Frequenzen in Abbildung 4.3 unterscheiden sich ungefähr um den Faktor 8, bestimmt aus dem Verhältnis der Integrale beider Bänder. Nach Gleichung (4.1) wird hingegen nur ein Faktor 4 erwartet. Es wird daher angenommen, dass das Signal aufgrund der höheren Frequenz schneller dephasiert. Außerdem wird es wegen seiner geringeren Intensität stärker durch Rauschen beeinflusst. Im Modell (4.2) im vorherigen Abschnitt wurde dies durch den zusätzlichen Parameter a berücksichtigt. Er wurde in dieser Messung zu $a = 0,41(4)$ bestimmt, in Einklang mit der Abschätzung aus der Fourieranalyse.

Up- und Down-Messung Mit der zuvor gezeigten Messung wurde unter anderem die theoretische Vorhersage bestätigt, nach welcher sich das Signal aus zwei Frequenzen zusammensetzt. Wir hatten uns dabei auf die Daten einer Up-Messung (Teilchenzahl N_1) beschränkt. Durch eine zusätzlich Down-Messung

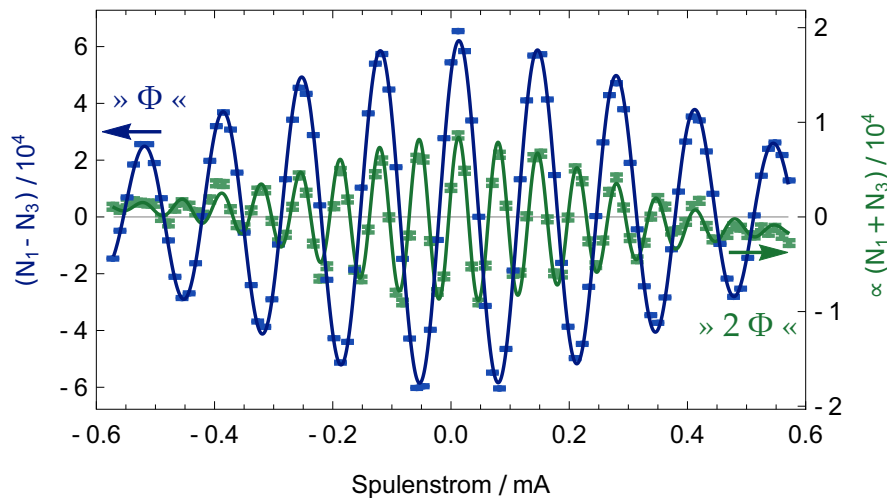


Abbildung 4.4: Dynamische Spinrotationsmessung. Dargestellt sind die Differenz (blau) und Summe (grün) der Teilchenzahlen aus Up- und Down-Messungen. Der $\cos(\Phi(I))$ -förmige Verlauf der blauen Kurve spiegelt die quantenmechanischen Übergänge $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ und $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ wider. Die grüne Kurve oszilliert aufgrund des Übergangs $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ mit der doppelten Frequenz $\cos(2\Phi(I))$. Um beide Verläufe in derselben Grafik vergleichen zu können, wurde die Summe $N_1 + N_3$ um einen willkürlichen Faktor 3 skaliert.

(N_3) wird es möglich, die beiden Frequenzkomponenten voneinander zu trennen. Dies ist in Abbildung 4.4 anhand einer weiteren Spinrotationsmessung² gezeigt.

Bei der Bildung der Summe $N_1 + N_3$ bzw. Differenz $N_1 - N_3$ wird jeweils einer der beiden Frequenzterme eliminiert. Dies ergibt sich aufgrund der Form der Wahrscheinlichkeiten (4.1) für die Zustände des Spin-1. Die Frequenzen unterscheiden sich gerade um den erwarteten Faktor 2.

Flugzeitaufgelöste Spinrotationsmessung In den bisher gezeigten Messungen wurden Teilchen mit allen im Strahl vorkommenden Geschwindigkeiten zu einer Spinrotationskurve zusammengefasst. Im Experiment wird jedoch neben der Polarisation auch stets die Flugzeit der Strahlteilchen bestimmt (Abschnitte 3.2, 3.5.2 und 3.7.2). Diese Informationen können zu einer flugzeitaufgelösten Spinrotation kombiniert werden (Abbildung 4.5). Damit ist es möglich, sich bei

²Bei dieser Messung hat die Flugzeitverteilung der Atome eine etwas andere Form als bei der vorherigen Messung. Dies wurde durch einen leichten lateralen Versatz der Schlitzblenden vor dem Detektor erreicht (siehe Abschnitte 3.5.3 und 3.7.2.5). Die Form der Verteilung hat jedoch auf die hier gemachten Aussagen keinen direkten Einfluss.

der Auswertung einer Spinrotationsmessung auf einen Ausschnitt des Flugzeit-spektrums zu beschränken. Anschaulich kann dadurch die Flugzeitverteilung im Nachhinein schmaler und damit der Atomstrahl monochromatischer gemacht werden. Dies hat den Vorteil, dass die Kohärenz des Spinrotationssignals länger erhalten bleibt und die Einhüllende des Signals langsamer abfällt.

Der Blick »von oben« in Abbildung 4.5 (rechts) zeigt die Abhängigkeit der Spinrotation von der Flugzeit der Strahlteilchen noch deutlicher. Die schnelleren Teilchen halten sich kürzer im Bereich des Spinechofelds auf und sammeln deshalb eine geringere dynamische Phase auf. Die dynamische Phase ist somit neben dem Spulenstrom auch von der Teilchengeschwindigkeit bzw. der De-Broglie-Wellenlänge abhängig, weshalb sie als *dispersiv* bezeichnet wird.

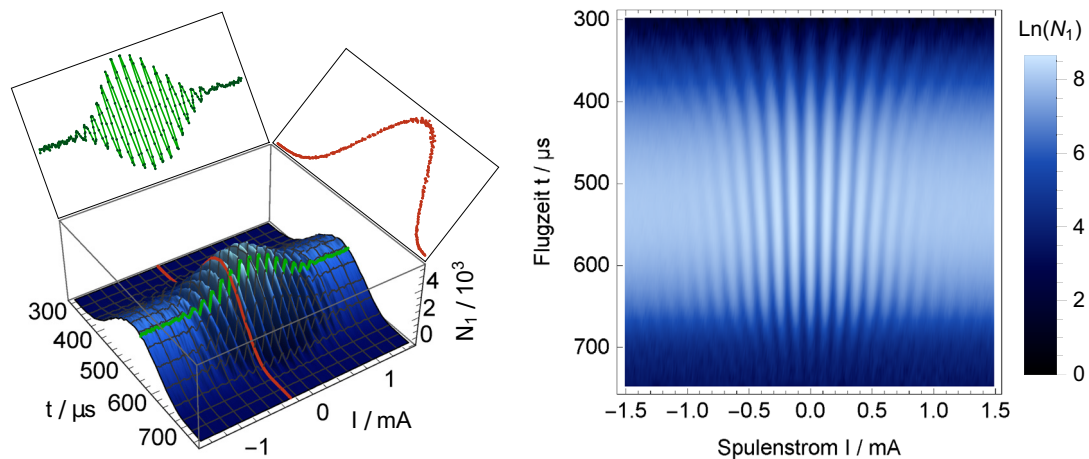


Abbildung 4.5: Flugzeitaufgelöste Spinrotationsmessung. Die bekannte Spinrotationskurve (grün) bzw. Flugzeitverteilung (rot) erhält man, indem jeweils einer der Parameter (Flugzeit bzw. Spulenstrom) konstant gehalten wird (links). Die rechte Grafik stellt dieselben Daten aus einer anderen Perspektive dar. Sie zeigt die Dispersivität der dynamischen Phase als »Auffächerung« des Spinrotationssignals hin zu kürzeren Flugzeiten.

Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Abschnitt wurden die Ergebnisse einer kleinen Auswahl repräsentativer Spinrotationsmessungen vorgestellt. Durch die Anpassung eines Modells sowie durch modellunabhängige Betrachtungen wurde gezeigt, dass die erhobenen Daten den theoretischen Erwartungen entsprechen. Die Eigenschaft des Spinrotationssignals, welches sich aus zwei getrennten Frequenzen zusammensetzt, wurde aus unterschiedlichen Perspektiven betrachtet. Sie unterscheidet Spinrotationsmessungen mit Spin-1-Teilchen von den ansonsten üblicheren Messungen mit Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen wie Neutronen oder ^3He -Atomen.

Daneben wurde ein Teil der technischen Möglichkeiten des Atomstrahl-Spinecho-Aufbaus demonstriert und gezeigt, dass trotz des sehr empfindlichen Spinsystems³ eine hohe Polarisierungseffizienz erreicht wird. Dies ist unter anderem auf einen guten Wirkungsgrad des Polarisators und Analysators, sowie auf die sorgfältige Abschirmung parasitärer Magnetfelder zurückzuführen.

4.2 Dynamisches Spinecho

Der folgende Abschnitt befasst sich wie der vorherige mit dynamischen Phasen. Im Gegensatz zu den bisher gezeigten Spinrotationen, betrachten wir nun jedoch Spinechomessungen.

Wir gehen zunächst kurz auf die dazu verwendete Versuchsanordnung ein, wobei wir die Unterschiede zur Spinrotationsmessung des letzten Abschnitts betonen. Anschließend betrachten wir zwei Spinechomessungen die der weiteren Charakterisierung des experimentellen Aufbaus dienen.

Versuchsanordnung

Die Spinrotationsanordnung aus dem vorherigen Abschnitt wird um eine zweite Z-Spule erweitert, deren Magnetfeld dem ersten Spinechofeld entgegen gerichtet ist. Wie in Abbildung 4.6 dargestellt, sind die Magnetfelder spiegelsymmetrisch zum π -Flip zwischen den beiden Spinecho-Spulen (Abschnitt 3.4.5). Die dynamische Phase, welche im zweiten Spinechofeld aufgesammelt wird, hat das umgekehrte Vorzeichen der Phase aus dem ersten Spinechofeld und kompensiert diese somit.

Eine Spinechomessung besteht nun darin, das zweite Spinechofeld etwas um den Betrag des ersten zu verstimmen (beispielsweise $\alpha = 0,8 \dots 1,2$). Das Resultat, die gemessene Teilchenzahl als Funktion des Stroms durch die zweite Spinecho-Spule, wird als Spinechokurve bezeichnet. Sie entspricht einer Spinrotationskurve wie in Abbildung 4.2 und wird durch dieselben Gleichungen beschrieben. Im Unterschied zur Spinrotation handelt es sich bei der gemessenen Phase aber um die Differenz $(1 - \alpha) \Phi_{\text{dyn}}$ der dynamischen Phasen aus beiden Spinecho-Spulen.

³Die Elektronenspins der He*-Atome sind aufgrund ihres größeren magnetischen Moments mehr als 3 Größenordnungen empfindlicher gegenüber Störfelder als die Kernspins beispielsweise von Neutronen oder ³He-Atomen.

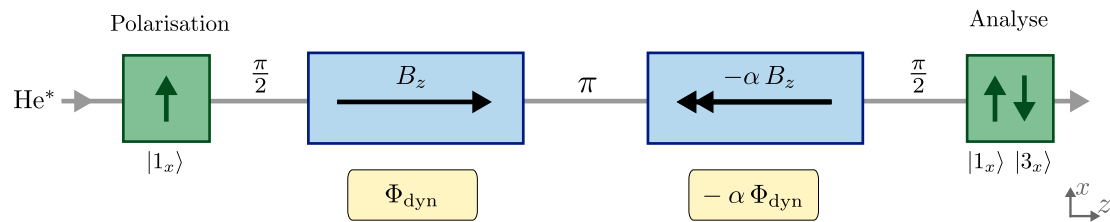


Abbildung 4.6: Magnetfeldkonfiguration dynamisches Spinecho. Die Spinechofelder der beiden Z-Spulen stehen antiparallel, wobei das zweite Feld um den Betrag des ersten variiert wird (z. B. $\alpha = 0,8 \dots 1,2$). Die erzeugten dynamischen Phasen Φ_{dyn} kompensieren sich bis auf eine Nettphase $(1 - \alpha) \Phi_{\text{dyn}}$.

Spinechomessungen

In den folgenden Paragraphen werden die Ergebnisse zweier Versuche vorgestellt. Dabei verzichten wir auf die explizite Darstellung einer Spinechokurve, da diese stark den bereits gezeigten Spinrotationskurven ähnelt. Stattdessen betrachten wir zunächst eine Serie mehrerer Spinechomessungen mit verschiedenen starken Spinechofeldern und bestimmen daraus die sogenannte Maschinenfunktion. Danach schätzen wir in einem zweiten Versuch die Symmetrie der beiden Spinechofelder ab.

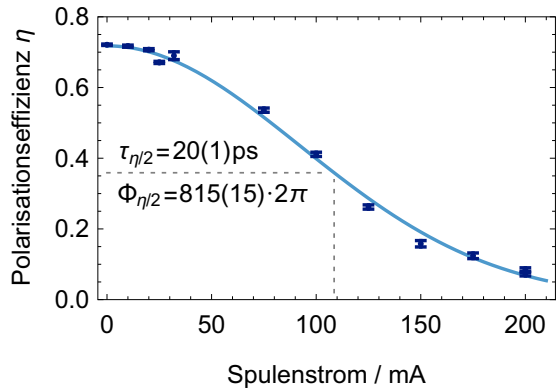
Bestimmung der Maschinenfunktion Die Maschinenfunktion beschreibt die Polarisationsabnahme für größer werdende Spinechofelder. Sie ist ein Maß dafür, wie stark die Polarisierung durch Feldinhomogenitäten und Störfelder zerstört wird und im Spinecho daher nicht mehr vollständig wiederhergestellt werden kann.

Abbildung 4.7 zeigt die Maschinenfunktion des Versuchsaufbaus mit beiden Z-Spulen, ohne die Berry-Spulen. Sie ist das Ergebnis einer Serie einzelner Spinechomessungen. Aus jeder dieser Messungen wurde die maximale Polarisierungseffizienz am Spinechopunkt bestimmt, wie dies im vorherigen Abschnitt anhand einer Spinrotationskurve demonstriert wurde (Abbildung 4.2, Seite 105).

Wie die Anpassung an die Datenpunkte in Abbildung 4.7 zeigt, wird die gemessene Maschinenfunktion gut durch eine Gaußkurve beschrieben. Wir definieren den maximalen Spulenstrom, bei welchem eine Spinechokurve gerade noch gemessen werden kann, als die 3σ -Abweichung dieser Kurve und erhalten so den Wert der maximal erreichbaren dynamischen Phase

$$\Phi_{\text{max}} := \Phi_{3\sigma} = 2077(38) \cdot 2\pi .$$

Abbildung 4.7: Maschinenfunktion des Berry-Spinechoaufbaus mit Z-Spulen. Ihr Verlauf entspricht einer Gaußkurve, ihre Halbwertsbreite (HWHM) ist in Einheiten der dynamischen Phase bzw. der Spinechozeit angegeben. Jeder Polarisationswerte wurden aus der Anpassung an eine Spinechomessungen ermittelt, wie dies in Abbildung 4.2 auf Seite 105 für eine Spinrotation exemplarisch gezeigt wurde.



Zur besseren Vergleichbarkeit mit anderen Atomstrahl-Spinecho-Experimenten ist es von Vorteil, diesen Wert in Einheiten der sogenannten *Spinechozeit* anzugeben [Gäh+96]. Diese bezeichnet die zeitliche Verzögerung, mit welcher zwei Teilwellenpakete eines Strahlteilchens die Mitte zwischen den beiden Spinecho-Spulen erreichen (vergleiche Abbildung 2.2 in Abschnitt 2.1.3):

$$\tau = \frac{\hbar}{M \tilde{v}^2} \Phi_{\text{dyn}} = \frac{M \tilde{\lambda}^2}{2\pi\hbar} \Phi_{\text{dyn}} ,$$

mit der Masse M der Atome und ihrer mittleren Geschwindigkeit \tilde{v} bzw. Wellenlänge⁴ $\tilde{\lambda}$.

Die maximale Spinechozeit ergibt sich somit zu

$$\tau_{\text{max}} = 52(1) \text{ ps} .$$

Der minimale Phasenunterschied $\Delta\Phi_{\text{min}}$, welcher in einer Spinechomessung bei der maximalen Spinechozeit noch auflösbar ist, bestimmt die Energieauflösung des Versuchsaufbaus:

$$\Delta E_{\text{min}} = \hbar \frac{\Delta\Phi_{\text{min}}(\tau_{\text{max}})}{\tau_{\text{max}}} \lesssim 10^{-5} \text{ eV}$$

Für den Atomstrahl mit einer Geschwindigkeit um 2 000 m/s ergibt dies eine relative Energieauflösung besser 10^{-4} .

Das Berry-Spinecho-Interferometer wurde nicht auf Messungen bei besonders großen Spinechozeiten ausgelegt. Vielmehr wurde es für kleine Spinechofelder

⁴Hier wird vereinfachend angenommen, dass die Mittelwerte von Geschwindigkeit und Wellenlänge über $\tilde{\lambda} = \frac{h}{M\tilde{v}}$ miteinander verknüpft sind. Je nach Form der jeweiligen Häufigkeitsverteilungen kann es davon Abweichungen geben (Abschnitte 3.7.2.1 und 3.7.2.2, sowie dortige Referenzen).

bzw. kleine Spinechozeiten⁵ optimiert. Der kleinste Phasenunterschied, der mit diesem Atominterferometer in einer Spinrotationsmessung noch problemlos aufgelöst werden kann, beträgt $\Delta\Phi_{\min}(\tau = 0) \approx 5^\circ$. Damit ergibt sich eine *minimale* Spinechozeit von

$$\tau_{\min} \lesssim 0,4 \text{ fs} .$$

Symmetrie der Spinecho-Feldkonfiguration Die Symmetrie der Magnetfeldkonfiguration bzw. die Frage, wie gut die Magnetfelder der beiden Z-Spulen innerhalb des Versuchsaufbaus miteinander übereinstimmen, wurde in einer leicht abgewandelten Versuchsanordnung untersucht. Dazu stehen die beiden Spinechofelder wie zuvor antiparallel, nur sind sie jetzt in Serie mit derselben Stromquelle verbunden. Somit werden stets beide Felder gemeinsam verstimmt und die dynamische Nettophase sollte theoretisch für jeden eingestellten Spulenstrom genau zu Null kompensiert werden (dies entspricht $\alpha = 1$ in Abbildung 4.6).

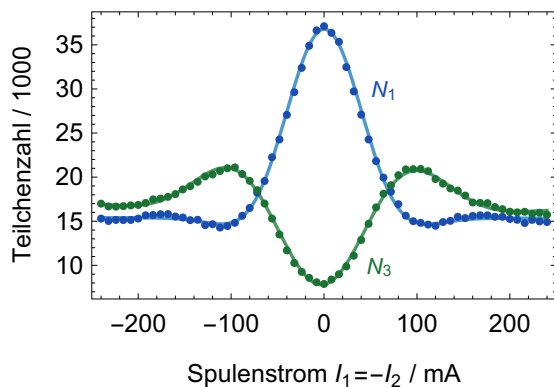


Abbildung 4.8: Symmetrie der Spinecho-Feldkonfiguration. Die Magnetfelder der beiden Z-Spulen unterscheiden sich um 0,05(1) %, erkennbar an der Oszillation des dargestellten Messsignals. Bei perfekt symmetrischen Spinechofeldern würden die Signale von Up- (N_1) und Down-Messung (N_3) stattdessen monoton fallen bzw. steigen. Die statistischen Fehler sind kleiner als die eingezeichneten Punkte.

Abbildung 4.8 zeigt die Spinechokurve des beschriebenen Versuchs. Dargestellt sind sowohl die Daten einer Up-, als auch einer Down-Messung. Bei perfekt spiegelsymmetrischen Spinechofeldern würden die Kurven gemäß der Maschinenfunktion zu einem asymptotischen Wert hin monoton abfallen (N_1) bzw. ansteigen (N_3).

Dies trifft auf die gemessenen Kurven nicht zu, was auf eine leichte Asymmetrie der Spinechofelder hindeutet. Um dies quantitativ beurteilen zu können, wurde an die Daten das vereinfachte Modell (4.2) einer Spinechokurve angepasst (Linien in Abbildung 4.8). Die Phase in diesem Modell beschreibt nun die Gesamtphase $\Phi^I + \Phi^{II}$ aus beiden Spinechofeldern, welche bei idealen,

⁵Die Experimente in den folgenden Kapiteln werden mit Spulenströmen $I_Z \ll 10 \text{ mA}$ durchgeführt und damit im Plateaubereich maximaler Polarisierungseffizienz in Abbildung 4.7.

symmetrischen Feldern stets verschwindet. Danach unterscheiden sich die Magnetfeldintegrale der beiden Spinechofelder um ungefähr 0,05 %:

$$\frac{\Delta \overline{BL}}{\overline{BL}} = 5(1) \cdot 10^{-4} \quad (4.3)$$

Anschaulich bedeutet dies, dass bei 2000 Spinpräzessionen in der ersten Hälfte des Spinechoaufbaus, in der zweiten Hälfte um eine Umdrehung zu viel (2001) oder zu wenig (1999) zurückgedreht wird.

Zusammenfassung und Diskussion

Beide gezeigten Versuche dienen unter anderem dazu, die Qualität der Spinechofelder und insbesondere ihre Symmetrie zu beurteilen. Im Gegensatz zur früheren Charakterisierung der Spinecho-Spulen mithilfe von Magnetfeldsonden (Abschnitt 3.4.1 und [Rou07]), werden hier die Atome selbst als hochempfindliche Sonden verwendet. Wir betrachten damit die im Experiment relevanten Felder am Ort der Atome bei ihrem Flug durch die Apparatur. Einen großen Einfluss auf die Messung hat dabei die genaue Flugbahn der Atome, wie dies bereits in Abschnitt 3.4.1 diskutiert wurde. Zudem spielt die Ausrichtung der Z-Spulen zueinander und bezüglich der Führungsfelder von Polarisator und Analysator eine wichtige Rolle. Ebenso können die Spinechofelder durch unvollständig abgeschirmte, externe Magnetfelder verfälscht werden.

Wir diskutieren nun kurz die einzelnen Ergebnisse der vorherigen Paragraphen und beginnen dabei mit der zweiten Messung. Hier wurden die Unterschiede der beiden Spinechofelder direkt gemessen. Trotz der genannten Einflüsse, ist der ermittelte Unterschied der beiden Spinechofelder geringer, als bei ihrem direkten Vergleich mithilfe von Magnetfeldsonden. In [Rou07] wurde eine mittlere Abweichung der Magnetfeldintegrale der beiden Z-Spulen von 0,26 % ermittelt. Der Unterschied zwischen den beiden Ergebnissen lässt auf Schwierigkeiten bei der exakten Ausrichtung der Magnetfeldsonden bei [Rou07] schließen.

Bei der zuerst gezeigten Bestimmung der Maschinenfunktion wurden die beiden Spinecho-Spulen getrennt angesteuert. Unterschiede zwischen den Spinechofeldern können dadurch teilweise kompensiert werden. Dies entspricht den realistischen Bedingungen einer Spinechomessung, weshalb diese Ergebnisse noch aussagekräftiger sind.

Die ermittelten Spinechozeiten zeigen, dass das Interferometer in der Lage ist dynamische Prozesse auf einer Zeitskala von 10^{-10} s bis 10^{-16} s zu verfolgen. Die relative Energieauflösung⁶ liegt mit $\Delta E/E \lesssim 10^{-4}$ auf dem Niveau des

⁶Die absoluten Energieauflösungen sind aufgrund der unterschiedlichen Strahlenergien in beiden Experimenten nicht miteinander vergleichbar.

³He-Atomstrahl-Spinecho-Experiments in derselben Arbeitsgruppe [DeK+95]. Dies stellt einen sehr guten Wert dar, insbesondere da das Berry-Spinecho-Interferometer aufgrund seiner Abmessungen und der Form der Spinecho-Spulen nicht auf das Erreichen einer besonders hohen Energieauflösung ausgelegt ist. Außerdem ist das im Vergleich zu Helium-3 um drei Größenordnungen höhere magnetische Moment viel anfälliger gegen Störfelder und entsprechend schwieriger abzuschirmen.

4.3 Berry-Spinrotation

Während in den bisherigen Versuchen ausschließlich dynamische Phasen gemessen wurden, betrachten wir nun zum ersten Mal auch Berry-Phasen. Wir erzeugen diese in einer Spinrotationsanordnung mit einem rotierenden Magnetfeld (vergleiche Abschnitt 2.2.3 und 3.4). Mit zunehmender Stärke dieses Feldes, beobachten wir dabei den Übergang zwischen den beiden Grenzfällen des Adiabatischen Theorems (Abschnitt 2.2.2). Aus diesem Theorem folgt ebenfalls, dass eine Berry-Phase⁷ stets von einer dynamischen Phase begleitet wird, welche zudem typischerweise deutlich größer ist. Daher muss die gemessene Gesamtphase in ihre Bestandteile zerlegt werden, wie dies bereits in Abschnitt 2.2.3 prinzipiell skizziert wurde.

Im Folgenden werfen wir zuerst einen Blick auf die Versuchsanordnung. Anschließend werden die Ergebnisse einer Auswahl von Berry-Spinrotationsmessungen präsentiert und unterschiedliche Methoden zu deren Analyse vorgestellt.

Versuchsanordnung

Wie bei der dynamischen Spinrotation in Abschnitt 4.1 wird auch in diesem Experiment das Magnetfeld einer einzelnen Spinecho-Spule um Null verstimmt. Hier kommt jedoch die »Berry-Spule« zum Einsatz, ein um 360° verdrilltes Helmholtz-Spulenpaar (Abschnitt 3.4.1). Im Bezugssystem der Atome erzeugt die Berry-Spule ein Magnetfeld, dessen Richtung eine volle Umdrehung in der zur Flugrichtung transversalen Ebene vollführt. Die Spitze des Feldvektors umschreibt dabei einen Raumwinkel $\Omega(\mathcal{C})$ im Parameterraum, welcher gemäß Gleichung (2.41) auf Seite 25 proportional zur Berry-Phase ist. Falls es, wie in

⁷In dieser Arbeit sind Berry-Phasen wie in Berrys ursprünglicher Veröffentlichung [Ber84] als *adiabatische* und reelle geometrische Phasen zu verstehen. Die im Text gemachten Aussagen beziehen sich (nur) auf diesen Typus geometrischer Phasen.

Kapitel 4 Untersuchung dynamischer und geometrischer Phasen

den hier vorgestellten Messungen, keine zusätzliche Magnetfeldkomponente in longitudinaler Richtung gibt, ist dieser Raumwinkel stets 2π .

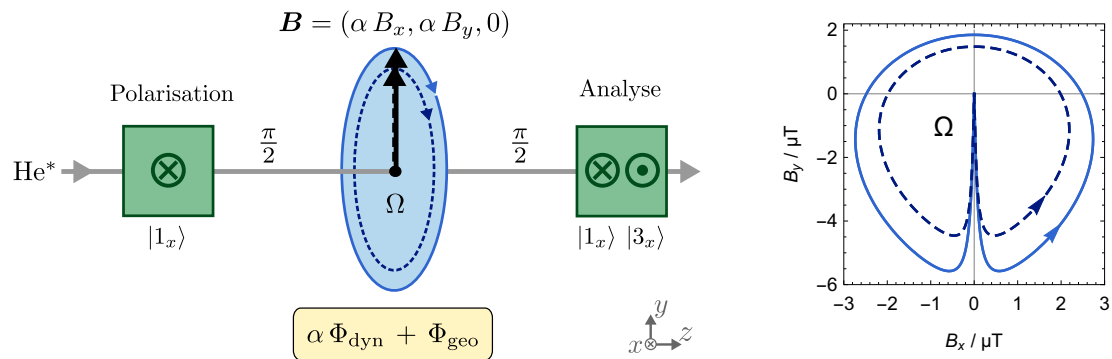


Abbildung 4.9: Berry-Spinrotation – Magnetfeldkonfiguration und Pfad im Parameterraum. Der Absolutbetrag des Magnetfeldes einer einzelnen Berry-Spule wird um Null variiert, angedeutet durch den Parameter $\alpha = -1 \dots 1$, während die Feldrichtung in der xy -Ebene eine Umdrehung durchführt. Dabei wird unter adiabatischen Bedingungen eine zur Feldstärke proportionale dynamische Phase Φ_{dyn} und eine zum konstanten Raumwinkel $\Omega = 2\pi$ proportionale Berry-Phase Φ_{geo} erzeugt. Dieser Raumwinkel bezieht sich auf den im Parameterraum (linkes Bild) von der Spitze des Magnetfeldvektors beschriebenen Weg. Die linke Grafik wurde aus dem gemessenen Magnetfeld der Berry-Spule bestimmt (siehe Abschnitt 3.4).

Die grundlegende Anordnung der Magnetfelder ist in Abbildung 4.9 skizziert, zusammen mit dem resultierenden Pfad im Parameterraum. Die Feldstärke wird über den Spulenstrom variiert. Dabei wird die dynamische Phase proportional zum Magnetfeldbetrag durchgestimmt. Zwar ändert dies auch den Pfad im Parameterraum, jedoch bleibt der Raumwinkel und damit die geometrische Phase stets konstant bei 2π . Diese Annahme ist gültig, solange das Magnetfeld stark genug für eine adiabatische Entwicklung der Spinzustände ist, die Larmorfrequenz also stets viel größer als die Rotationsfrequenz des Magnetfeldes ist (Bedingung (2.44) auf Seite 27).

Allerdings trifft dies gerade nicht für die hier vorgestellten Spinrotationsmessungen zu, welche im Übergangsbereich zwischen nicht-adiabatischer und adiabatischer Entwicklung durchgeführt wurden, d. h. von schwachen Magnetfeldern hin zu starken. Hier kann weder die geometrische Phase als konstant angenommen werden, noch ist die dynamische Phase proportional zum Absolutbetrag des Magnetfeldes. Andererseits erlaubt es gerade dieser Umstand die Berry-Phase sichtbar zu machen, da ein konstanter Phasenschub von 2π (oder einen ganzzahligen Vielfachen davon) sonst nicht messbar wäre.

Ein weiterer Unterschied zu der vereinfachten Darstellung in Abbildung 4.9 und im Paragraph »Berry-Spinrotation« auf Seite 30, stellt die genaue Form des realen Spinechofelds dar. Wie Abbildung 3.10 im Abschnitt 3.4.1 zeigt,

besitzt die Berry-Spule an den Enden gerade, ungedrehte Bereiche. Damit steht das erzeugte Magnetfeld vor und nach der eigentlichen Drehung über eine gewisse Länge parallel zur y -Achse, wie der Feldverlauf in Abbildung 3.11 auf Seite 54 veranschaulicht. Dies ist in einem Atomstrahl-Experiment notwendig, um die $\pi/2$ -Flips zu den Führungsfeldern des Polarisators und Analysators zu garantieren (Abschnitt 3.4.5). Man kann das Magnetfeld daher in zwei Bereiche unterteilen: den geraden Bereich an den Enden und den gedrehten Bereich in der Mitte. Ersterer trägt nur zur dynamischen Phase bei, während der gedrehte Teil sowohl dynamische als auch geometrische Phasen erzeugt. Der Anteil des gedrehten Bereichs am gesamten Feld der Berry-Spule wurde auf Seite 57 zu $\delta = 21,15\%$ berechnet. Im folgenden Abschnitt werden wir diesen Umstand berücksichtigen, wenn wir die Gleichung 4.5 zur Beschreibung der Gesamtphase aufstellen.

Berry-Spinrotationsmessungen

Die Abbildungen 4.10.a und 4.11.a zeigen zwei unterschiedliche Berry-Spinrotationsmessungen, die sich aufgrund unterschiedlicher effektiver Wellenlängenverteilungen unterscheiden⁸. Eine geometrische Phase ist in den dargestellten Spinrotationskurven zunächst nicht erkennbar. Wir werden uns daher eines Tricks aus [BD87] bedienen und zuerst nur die Gesamtphase betrachten. Erst anschließend berücksichtigen wir die Form der Spinrotationskurve und führen Anpassungen mit zwei unterschiedlichen Modellen durch, um die Berry-Phase zu extrahieren.

Qualitative Betrachtung der Gesamtphase Statt der Spinrotationskurve als solches betrachten wir zuerst nur die Gesamtphase als Funktion des Spulenstroms (Abbildung 4.10.b). Dazu wurde die Lage der Minima und Maxima der Spinrotationskurve durch einzelne lokale Fits bestimmt. In dieser Darstellung lässt sich leicht erkennen, dass die Gesamtphase für kleine Spulenströme nicht linear verläuft und sich bei größeren Strömen den grau gestrichelten Geraden asymptotisch annähert. Die Steigung dieser Geraden wurde durch eine separate Berry-Spinechomessung bestimmt (vergleiche dazu auch den kommenden Abschnitt 4.4). Diese Spinechomessung wurde bei größeren Magnetfeldern

⁸Die Messungen *I* und *II* in den Abbildungen 4.10 bzw. 4.11 wurden mit unterschiedlichen Parametern für den Chopper und den Detektor (Position der Schlitzblenden) durchgeführt, außerdem wurden verschiedene Ausschnitte des Flugzeitspektrums für die Spinrotationskurven aufintegriert. Daher unterscheiden sich die beiden Messungen geringfügig aufgrund ihrer unterschiedlichen effektiven Wellenlängenverteilungen. Abbildung 4.12 zeigt die Berry-Spinrotationsmessung *II* noch einmal, ergänzt um zusätzliche Informationen.

(Spulenströme um 40 mA) und damit unter garantiert adiabatischen Bedingungen durchgeführt. Die übrige Konfiguration und insbesondere die Wahl des Ausschnitts aus dem Flugzeitspektrum ist mit der Spinrotationsmessung identisch. In Abbildung 4.10.b wurden die Geraden parallel um $\pm 2\pi$ verschoben, was dem erwarteten konstanten Phasenschub durch die Berry-Phase entspricht (Gleichung 2.41 auf Seite 25):

$$\varphi_n^{\text{geo}}(\mathcal{C}) = -m_n \Omega(\mathcal{C}) \quad (4.4)$$

In der Abbildung 4.11.b ist der Phasenverlauf einer weiteren Berry-Spinrotationsmessung gezeigt. Die Datenpunkte wurden auf dieselbe Weise durch lokale Fits an die Extrema ihrer Spinrotationskurve bestimmt. Die Lage der Asymptoten und damit der Betrag der Berry-Phase wurde hier im Unterschied zu Abbildung 4.10.b nicht auf die erwarteten 2π festgesetzt, sondern durch die Anpassung eines Modells ermittelt, worauf wir gleich noch einmal näher eingehen werden. Abbildung 4.12.b vergleicht die Berry-Spinrotationsmessung II aus Abbildung 4.11.b mit einer Berry-Spinechomessung. Dieser direkte Vergleich verdeutlicht nochmals die Unterschiede zwischen den beiden Phasenverläufen: während die Gesamtphase bei der Spinechomessung linear vom Spulenstrom abhängt, gilt dies für die Spinrotationsmessung nur in den Grenzfällen hoher Spulenströme, wo der zusätzliche Phasenschub durch die Berry-Phase konstant geworden ist.

Quantitative Betrachtung der Gesamtphase Wir untermauern nun die anschaulichen Ergebnisse des vorherigen Paragraphen, indem wir den Phasenverlauf durch ein geeignetes Modell beschreiben. Dazu gehen wir von Gleichung (5) in [BD87] aus, die mit Methoden der Kernspinresonanz (NMR) für ein helikales Spinrotationsfeld hergeleitet wurde:

$$\Phi_{\text{BSR}} = 2\pi \sqrt{(\zeta \pm 1)^2 + \xi^2} - 2\pi$$

Dabei bezeichnet ξ die Anzahl der Spinpräzessionen um das transversale Magnetfeld einer gewundenen Spule (Berry-Spule) und ζ die Anzahl der Spinpräzessionen um ein longitudinales Magnetfeld (Z-Spule). Im hier besprochenen Versuch ohne Z-Spule, verschwindet ζ und der vom Magnetfeld der Berry-Spule beschriebene Raumwinkel ist $\Omega = 2\pi$.

Für den Atomstrahl-Spinecho-Aufbau dieser Arbeit, kann das folgende Modell für die Gesamtphase in einer Berry-Spinrotationsmessung aufgestellt werden:

$$\Phi_{\text{BSR}} = (1 - \delta) \kappa \lambda I + \text{sgn}(I) \Omega \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\delta \kappa \lambda I}{\Omega} \right)^2} - 1 \right) \quad (4.5)$$

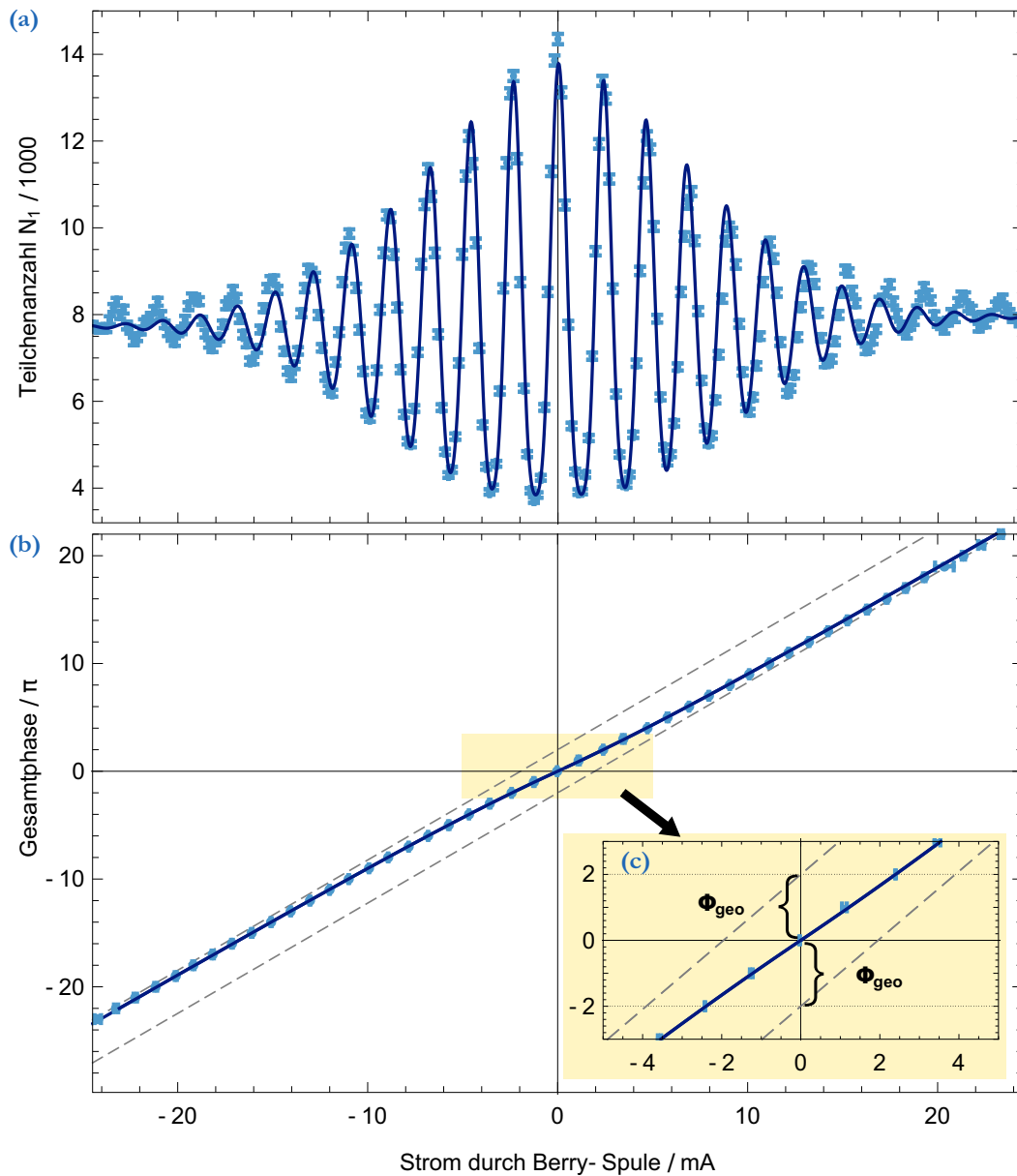


Abbildung 4.10: Berry-Spinrotationsmessung I und Anpassungen (Berry-Phase vorgegeben). (a) Gemessene Spinrotationskurve (Punkte) und Anpassung (Linie) der Näherungsformel (4.2). Alle Parameter zur Beschreibung des Phasenverlaufs nach (4.5) wurden separat bestimmt und die Berry-Phase fest auf den erwarteten Wert 2π gesetzt. An den Rändern versagt die Näherung gut erkennbar.

(b) Gesamtphase der Teilchen nach Passieren der Berry-Spule, bestimmt aus der Lage von Minima und Maxima in der Spinrotationskurve (a). Die Berry-Phase kann im Schnittpunkt der Asymptoten (grau gestrichelt) mit der Ordinate direkt abgelesen werden (Ausschnittsvergrößerung in (c)). Die Steigung der Asymptoten wurde separat in einer Spinechomessung ermittelt. Der Verlauf der Gesamtphase wird durch Gleichung (4.5) beschrieben (dunkelblaue Linie). Alle Parameter wurden dabei unabhängig von dieser Messung bestimmt und die Berry-Phase zu 2π angenommen.

Kapitel 4 Untersuchung dynamischer und geometrischer Phasen

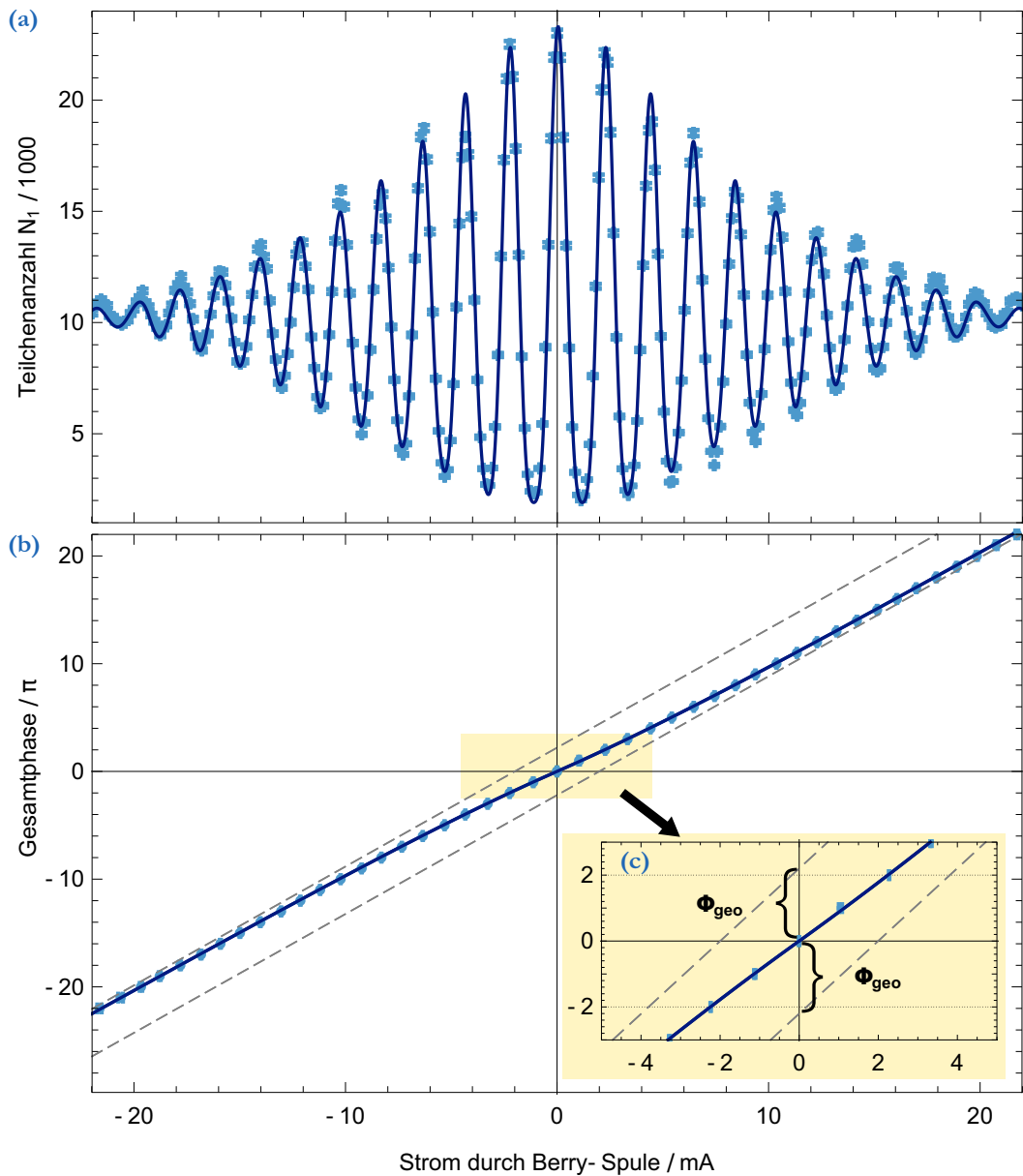


Abbildung 4.11: Berry-Spinrotationsmessung II und Anpassungen (Berry-Phase gefittet).
 (a) Spinrotationskurve (Punkte) und Anpassung (Linie) der exakten Formel (3.41) unter Verwendung des Phasenverlaufs (4.5). Die Spinrotationskurve wird auch in den äußeren Flanken noch sehr gut durch das Modell beschrieben. Die Anpassung des Modells ergibt den erwarteten Wert der Berry-Phase.
 (b) Gesamtphase der Teilchen nach Passieren der Berry-Spule, bestimmt aus der Lage von Minima und Maxima in obiger Spinrotationskurve. Die Berry-Phase kann im Schnittpunkt der Asymptoten (grau gestrichelt) mit der Ordinate direkt abgelesen werden (Ausschnittsvergrößerung in (c)) Im Gegensatz zu Abbildung 4.10 wurde hier der Wert der Berry-Phase nicht fest vorgeben, sondern bei der Anpassung von Gleichung (4.5) an die Daten zu $\Phi_{\text{geo}} = 2,20(4) \pi$ bestimmt.

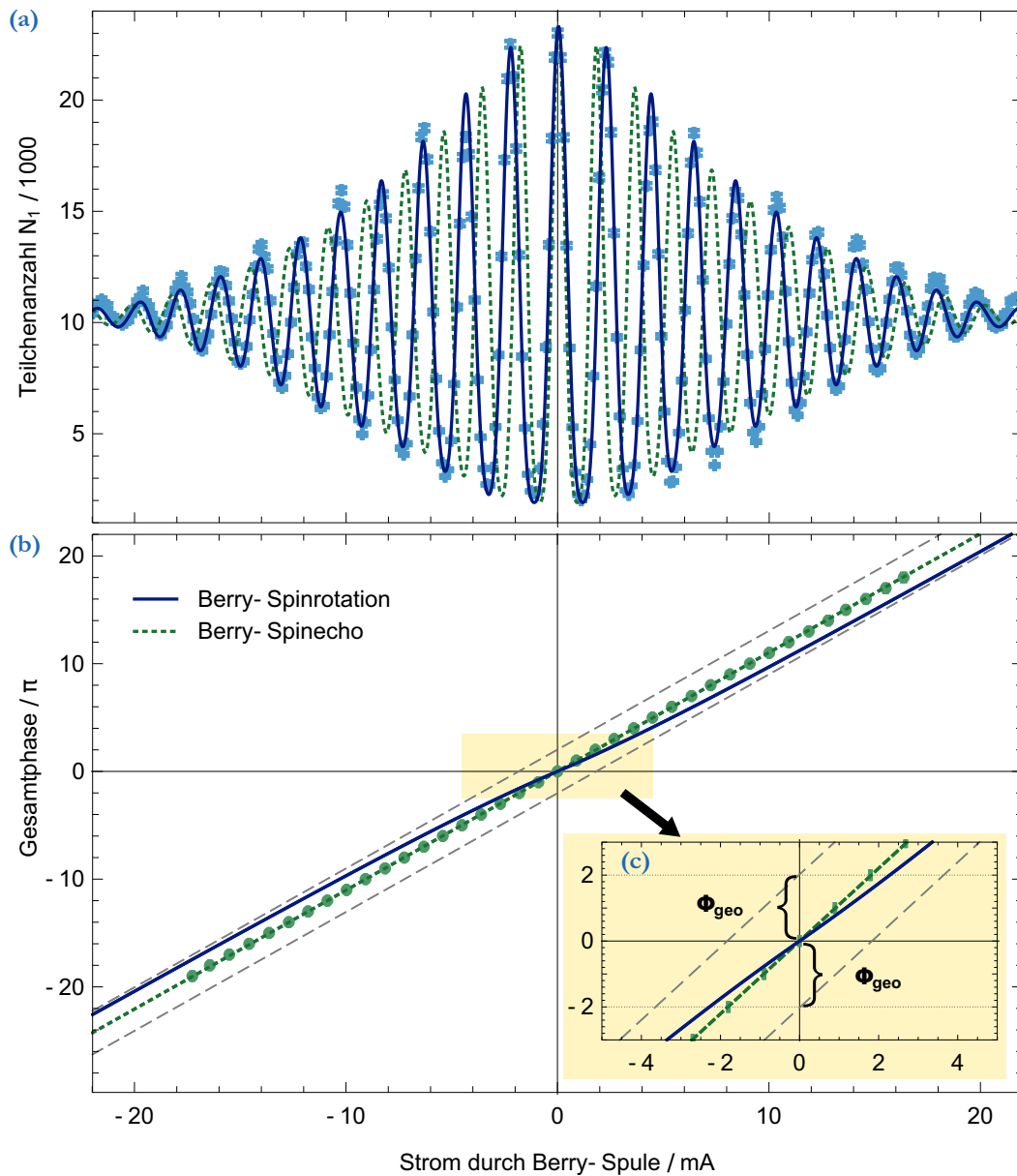


Abbildung 4.12: Vergleich von Berry-Spinrotations- und Berry-Spinechomessung anhand der Messung I in Abbildung 4.11.

(a) Um den 2π -Phasenschub aufgrund der Berry-Phase sichtbar zu machen, ist im Vergleich zu Abbildung 4.11.a zusätzlich eine Spinechokurve (gepunktete Linie) gemäß Gleichung (3.41) eingezeichnet, bei der die Berry-Phase gleich Null gesetzt und die übrigen Parameter beibehalten wurden.

(b) Im Vergleich zu Abbildung 4.11.b wurde nun der Phasenverlauf mit den Parametern aus der vollständigen Analyse der Berry-Spinrotationskurve (a) berechnet, die eine Berry-Phase von $\Phi_{\text{geo}} = 2,02(2) \pi$ ergibt. Zusätzlich ist zum Vergleich die gemessene Phase einer Berry-Spinechomessung aufgetragen (grüne Datenpunkte). Da die Echomessung zu jeder Zeit adiabatisch war, entspricht der Phasenverlauf wie erwartet einer Geraden (gepunktete grüne Linie).

Hierbei repräsentiert $\text{sgn}(I)$ das Vorzeichen⁹ des Spulenstroms I und $\kappa \lambda I =: \Phi_{\text{dyn}}$ entspricht der dynamischen Phase¹⁰ aus Gleichung (3.39) in Abschnitt 3.7.3. Das Modell berücksichtigt außerdem die Besonderheiten der Berry-Spule. Wie am Ende des Abschnitts »Versuchsanordnung« angesprochen wurde, kann diese in zwei Bereiche unterteilt werden: Die geraden Enden der Spule, in denen nur eine dynamische aber keine geometrische Phase akkumuliert werden kann. Sie werden durch den ersten Summanden in Gleichung (4.5) beschrieben. Der zweite Summand beschreibt den gedrehten Bereich der Berry-Spule, welcher mit einem Anteil δ zum gesamten Magnetfeldintegral der Berry-Spule beiträgt. Dieser Summand beschreibt sowohl die dynamische Phase als auch die Berry-Phase, die im gedrehten Teil der Berry-Spule aufgesammelt werden.

Eine Reihenentwicklung von (4.5) zeigt, dass die Gesamtphase für verschwindenden Raumwinkel wie gewünscht in die bekannte dynamische Phase übergeht:

$$\Phi_{\text{BSR}} \xrightarrow{\Omega \rightarrow 0} \kappa \lambda I = \Phi_{\text{dyn}}$$

Im adiabatischen Grenzfall großer Spulenströme entspricht die Gesamtphase erwartungsgemäß der Summe aus dynamischer und (konstanter) geometrischer Phase (vergleiche Gleichung (2.47) auf Seite 30):

$$\Phi_{\text{BSR}} \xrightarrow{I \rightarrow \pm\infty} \kappa \lambda I \mp \Omega = \Phi_{\text{dyn}} \pm \Phi_{\text{geo}}$$

Hingegen trägt bei sehr kleinen Spulenströmen nur das Magnetfeld des ungedrehten Teils der Berry-Spule zur Phase bei. Da das Feld in diesem Bereich seine Richtung nicht ändert, ist hier die Adiabazitätsbedingung stets erfüllt:

$$\Phi_{\text{BSR}} \xrightarrow{I \rightarrow 0} (1 - \delta) \kappa \lambda I = (1 - \delta) \Phi_{\text{dyn}}$$

Wir wenden nun unser Modell (4.5) auf die gemessenen Phasenverläufe in den Abbildungen 4.10.b und 4.11.b an (jeweils durchgezogene blaue Linie), wobei wir für die beiden Messungen unterschiedlich vorgehen:

In der Abbildung 4.10.b und der Detailvergrößerung 4.10.c wurden alle Parameter unabhängig von der Messung bestimmt und in das Modell eingesetzt. Dazu nehmen wir an, dass die Berry-Phase über $\Omega = 2\pi$ aus der Geometrie

⁹Mit der Vorzeichen- oder Signumfunktion $\text{sgn}(x) := \begin{cases} x/|x| & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0. \end{cases}$

¹⁰Konventionsgemäß hat die dynamische Phase für Elektronen und Neutronen aufgrund ihrer negativen Landé-Faktoren eine negative Steigung (Abschnitt 2.1.1). Für einen direkten Vergleich mit [BD87; Bit89] wurde in der Gleichung (4.5) und in den Abbildungen 4.10.b und 4.11.b eine positive Steigung angenommen.

der Berry-Spule exakt vorgegeben ist. δ ergibt sich aus den simulierten Magnetfeldern und die »Steigung« der dynamischen Phase ($\kappa\tilde{\lambda}$) wurde im Vorfeld mithilfe einer geeigneten Spinechomessung bestimmt (siehe Gleichung (3.39) auf Seite 95). Es ist zu betonen, dass es sich hier um keine Anpassung an die Datenpunkte handelt. Sämtliche Parameter wurden auf alternative Art bestimmt. Dennoch wird die Messung auf diese Weise gut beschrieben.

Im Gegensatz dazu handelt es sich in der zweiten Berry-Rotation (Abbildung 4.11.b) um eine eingeschränkte Anpassung an die Datenpunkte, bei welcher nur $\kappa\tilde{\lambda}$ als bekannt vorausgesetzt wurde. Damit ergibt sich die Berry-Phase zu

$$\Phi_{\text{geo}} = 2,20(4) \pi \quad (4.6)$$

Wir werden auf die Ursache für die Abweichung dieses Werts von den erwarteten 2π in den nächsten beiden Paragraphen zurückkommen.

Analyse der Berry-Spinrotationskurve (vereinfacht) Nachdem nun ein geeignetes Modell für die Gesamtphase gefunden ist, können wir damit auch die Berry-Spinrotationskurve direkt beschreiben. Dazu setzen wir (4.5) in die Näherungsformel (4.2) ein, welche bereits bei der Beschreibung dynamischer Spinrotationsmessungen in Abschnitt 4.1 zur Anwendung kam. Das Ergebnis ist für der Messung I in Abbildung 4.10.a als dunkelblaue Kurve eingezeichnet. Wie zuvor bei der Anpassung der Gesamtphase in (b), sind dabei wieder die Parameter Ω , δ und $\kappa\tilde{\lambda}$ fest vorgegeben.

Dieses Beispiel zeigt deutlich die Grenzen der Näherung (4.2) auf. Sie ersetzt bei der Gewichtung der Wahrscheinlichkeiten das Integral über die Wellenlängenverteilung des Atomstrahls durch eine einfache Multiplikation mit einer gaußförmigen Einhüllenden (vergleiche Abschnitt 3.7.3.2). Dabei kann insbesondere der Phasenverlauf in den Flanken der Berry-Spinrotationskurve nicht mehr vollständig beschrieben werden. Die Ursache dafür ist die Form der Wellenlängenverteilung des Atomstrahls. Wie in Abschnitt 3.7.3.2 beschrieben, können asymmetrische Verteilungen nicht-lineare Beziehungen zwischen der Phase und dem Spulenstrom bewirken. Dies kann sich in einem Phasenschub äußern, der demjenigen durch die Berry-Phase ähnelt. Dies ist der Grund weshalb im letzten Paragraph in Gleichung (4.6) die geometrische Phase etwas zu hoch abgeschätzt wurde.

Analyse der Berry-Spinrotationskurve (vollständig) In dem vorherigen Abschnitt wurde ein vereinfachtes Modell an die Berry-Spinrotationskurve angepasst. Die dabei auftretenden Ungenauigkeiten können umgangen werden,

indem die exakte Formel (3.41) von Seite 95 zur Beschreibung der Spinrotationskurve verwendet wird. Dies ist möglich, falls die genaue Häufigkeitsverteilung der De-Broglie-Wellenlängen $\ell(\lambda) d\lambda$ bekannt ist¹¹. Bei der zweiten Berry-Spinrotationsmessung (Abbildung 4.11.a) konnte die Wellenlängenverteilung, wie auf Seite 97 beschrieben, durch die Fouriertransformation einer geeigneten *Spinecho*-messung bestimmt werden. Die Form und besonders der Phasenverlauf werden dadurch wesentlich besser beschrieben.

Um dies zu zeigen wurde nun die Berry-Phase nicht wie zuvor in Abbildung 4.10.a fest vorgegeben, sondern durch den Fit unseres verbesserten Modells an die Berry-Spinrotationskurve bestimmt (blaue Kurve). Der so ermittelte Wert entspricht genau der erwarteten Berry-Phase:

$$\Phi_{\text{geo}} = 2,02(2) \pi \quad (4.7)$$

Zur weiteren Veranschaulichung sind die Ergebnisse diese Anpassung in Abbildung 4.12 noch einmal gezeigt und mit einem Berry-*Spinecho* verglichen. Dazu sind in Abbildung 4.12.a die Datenpunkte mit der verbesserten Anpassung aus Abbildung 4.11.a noch einmal dargestellt. Zusätzlich ist eine berechnete Berry-Spinechokurve aufgetragen (grün gestrichelt). Dazu wurden in unserem verbesserten Modell alle Parameter aus dem Fit an die Berry-Spinrotation bis auf die Berry-Phase übernommen. Die Berry-Phase hingegen wurde zur Veranschaulichung auf Null gesetzt. In diesem direkten Vergleich der beiden Kurven ist der geometrische Phasenschub von 2π nun deutlich zu erkennen.

In der Abbildung 4.12.b wurden die Parameter inklusive der korrekt ermittelten Berry-Phase aus obiger Anpassung an die vollständige Spinrotationskurve übernommen und nicht wie in Abbildung 4.11.b nur aus dem Fit an die Gesamtphase. Der Unterschied in den beiden berechneten Phasenverläufen (blaue Kurven) zwischen den beiden Abbildungen 4.11.b und 4.12.b, der zu einem Unterschied in den ermittelten Berry-Phase (4.6) und (4.7) von 10 % führt, kann in dieser Darstellung nicht aufgelöst werden. Das verdeutlicht, dass nur eine Anpassung unseres vollständigen Modells an die ganze Spinrotationskurve das korrekte Ergebnis liefert und der Fit an die daraus extrahierte Gesamtphase nur als Abschätzung dienen kann.

Zusätzlich dazu ist in Abbildung 4.12.b die Gesamtphase einer Berry-Spinecho-messung eingezeichnet (grüne Datenpunkte), die wie bei der Berry-Spinrotationsmessung aus lokalen Fits an die Minima und Maxima bestimmt wurde. Da diese Messung bei großen Spinechofeldern und damit stets unter adiabatischen Bedingungen durchgeführt wurde, entspricht der Phasenverlauf erwartungsgemäß einer Geraden.

¹¹Aufgrund der relativ großen Öffnungsfunktion des Choppers ist die Flugzeitverteilung für diesen Zweck zu ungenau. Vergleich dazu auch Abschnitt 3.7.2.

Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Abschnitt wurden Berry-Spinrotationsmessungen vorgestellt, bei welchen neben der dynamischen Phasen auch eine Berry-Phase auftritt. Es wurde gezeigt, wie der geometrische Anteil aus der gemessenen Gesamtphase herausgearbeitet werden kann. In der Darstellung des Verlaufs der Gesamtphase kann die Berry-Phase direkt abgelesen werden. Eine genauere Bestimmung der Berry-Phase wird durch eine sorgfältige Anpassungen an die gesamte Berry-Spinrotationskurve ermöglicht. Dazu ist die Kenntnis der genauen Wellenlängenverteilung erforderlich, die wie gezeigt aus einer geeigneten Spinechomessung gewonnen werden kann. Das aufgestellte Modell (4.5) bietet eine sehr gute Beschreibung des Phasenverlaufs im Bereich zwischen nicht-adiabatischer und adiabatischer Entwicklung der quantenmechanischen Zustände. Dieses Modell zeichnet sich auch dadurch aus, dass es nur einen minimalen Satz an Parametern benötigt, die sich zudem auch auf alternative Weise bestimmen lassen.

Die Methode zur Analyse des Phasenverlaufs, anstelle der gesamten Spinrotationskurve, wurde aus [BD87; Bit89] entliehen. Im Vergleich zu dem dort verwendeten, fast monochromatischen Neutronenstrahl, wurde in der vorliegenden Arbeit der Einfluss der endlichen Wellenlängenverteilung des verwendeten He*-Atomstrahls spürbar. Indem diese Wellenlängenverteilung, bestimmt aus einer Spinechomessung, bei der Anpassung des vollständigen Modells direkt an die Spinrotationskurve berücksichtigt wurde, konnte die Berry-Phase dennoch präzise bestimmt werden.

4.4 Berry-Spinecho

Bei der Berry-Spinrotation im vorherigen Abschnitt treten dynamische und geometrische Phasen stets gemeinsam auf. In diesem Abschnitt machen wir uns nun das Spinecho-Verfahren zunutze, um den dynamischen Anteil des Phasenschubs zu eliminieren und reine geometrische Berry-Phasen zu erhalten.

Zunächst gehen wir wieder auf die Besonderheiten des Versuchsaufbaus ein. Anschließend untersuchen wir die Berry-Phase sowohl in einzelnen Berry-Spinechomessungen als auch anhand kompletter Versuchsreihen.

Versuchsanordnung

Der Versuchsaufbau basiert auf dem dynamischen Spinecho aus Abschnitt 4.2. Wie dort stehen die beiden Spinechofelder antiparallel, damit sich nach dem Spinecho-Prinzip die dynamischen Phasen kompensieren. Allerdings zeigen die Spinechofelder nicht konstant in eine Richtung, sondern rotieren um die z-Achse, wie dies in Abbildung 4.13 symbolisiert ist.

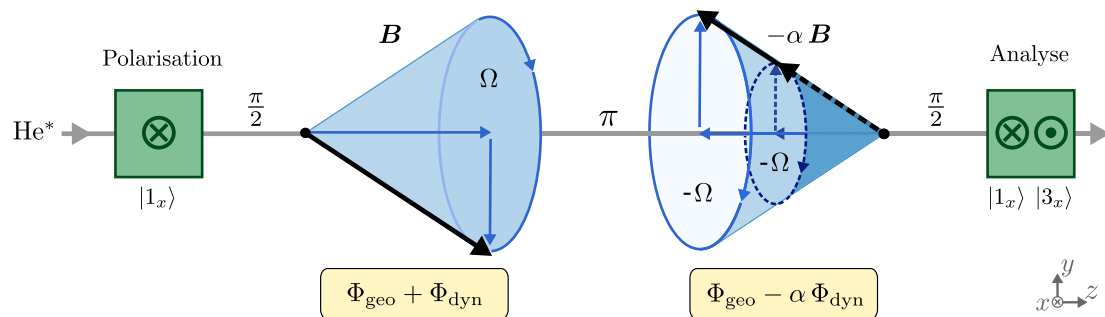


Abbildung 4.13: Berry-Spinecho-Konfiguration zur Erzeugung *reiner* geometrischer Phasen. Die Spinechoteilchen durchlaufen nacheinander zwei rotierende Magnetfelder (vgl. Abb. 2.4). Das Vorzeichen des zweiten Spinechofelds ist im Vergleich zum ersten vertauscht, so dass es in die entgegengesetzte Richtung zeigt. Somit kompensieren sich die dynamischen Phasen aus beiden Feldern (Spinecho-Prinzip, Kapitel 2.1), während sich die Berry-Phasen aufaddieren. In einer Spinechomesung wird die Berry-Phase durch Variation des Magnetfeldbetrags einer Spinecho-Spule sichtbar (gestrichelter Konus).

Es sind zum ersten Mal alle vier Spulen gleichzeitig im Einsatz, wobei sich die beiden Spinecho-Spulen aus jeweils einer Berry- und einer Z-Spule zusammensetzen. Aus der Sicht des durch sie hindurch fliegenden Atoms, beschreibt der Richtungsvektor des resultierenden Spinechofelds annähernd einen Konus. Dessen Öffnungswinkel kann durch das Verhältnis der Spulenströme beider Spulen eingestellt werden. Die Spitze des Feldvektors umfährt dabei im Parameterraum einen Raumwinkel $\Omega(\mathcal{C})$ zwischen 0 und 2π (Abbildung 4.14).

Dieser Raumwinkel ist nach Gleichung 4.4 proportional zur Berry-Phase. Wie bereits in Paragraph »Berry-Spinecho« auf Seite 31 angesprochen, kehrt sich die Umlaufrichtung des Feldvektors in der zweiten Berry-Spule um, da sie denselben Drehsinn hat, aber der Spulenstrom umgepolt ist. Dadurch ändert sich beim Übergang zwischen den beiden Spinechofeldern (dem π -Flip) neben dem Vorzeichen der magnetischen Quantenzahlen auch das Vorzeichen des Raumwinkels. Im Gegensatz zur dynamischen Phase, ändert sich damit das Vorzeichen der Berry-Phase im zweiten Spinechofeld insgesamt nicht. Am Spinechopunkt, wenn die Absolutbeträge der Spinechofelder gerade gleich groß

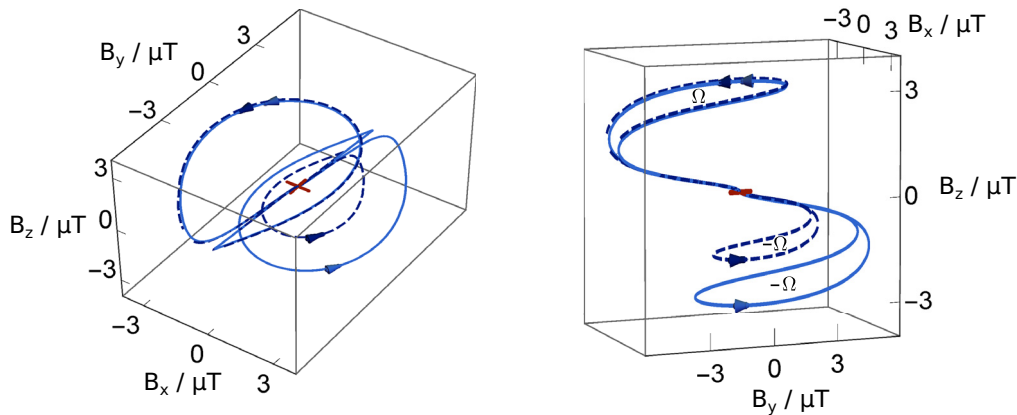


Abbildung 4.14: Pfad im Parameterraum für eine Berry-Spinechomessung, berechnet aus den realen Spinechofelder aus Abb. 3.13 auf Seite 56. Durch Variation des Absolutbetrags des zweiten Spinechofelds ändert sich die dynamische Phase, aber der Raumwinkel und damit die Berry-Phase bleiben konstant (gestrichelte Kurve). Der Entartungspunkt des Magnetfelds $\mathbf{B} = 0$ ist durch ein rotes Kreuz gekennzeichnet.

sind, ergibt sich die Gesamtphase nach Gleichung 2.48 auf Seite 32 zu

$$\begin{aligned}\Phi^I + \Phi^II &= \Phi_{\text{dyn}} + \Phi_{\text{geo}} - \Phi_{\text{dyn}} + \Phi_{\text{geo}} \\ &= 2\Phi_{\text{geo}} = -2\Omega.\end{aligned}\quad (4.8)$$

Diese reine Berry-Phase kann in einer Spinechomessung mithilfe der Verstimmung der dynamischen Phase sichtbar gemacht werden. Dazu werden in einer Spinecho-Spule die Ströme von Berry- und Z-Spule um denselben Faktor α variiert. Dies ändert den Absolutbetrag des Magnetfelds und damit die dynamische Phase, lässt den Raumwinkel bzw. die Berry-Phase aber konstant. Dies ist in Abbildung 4.13 durch den gestrichelten Konus symbolisiert und in Abbildung 4.14 für die realen Felder berechnet.

Berry-Spinechomessungen

Geometrische Phasen sind im Gegensatz zu dynamischen Phasen unabhängig von der Energie des quantenmechanischen Systems (Abschnitt 2.2.1). Sie sind damit insbesondere unabhängig von den Geschwindigkeiten oder De-Broglie-Wellenlängen der Atome, solange die Zeitentwicklung der Zustände adiabatisch¹² verläuft.

¹²Anders als bei der Berry-Spinrotation in Abschnitt 4.3, sind die Spinechofelder bei den Berry-Spinechomessungen stets ausreichend groß, um die Adiabatizitätsbedingung (Abschnitt 2.2.2) zu erfüllen.

Mithilfe dieser Eigenschaft können in Berry-Spinechomessungen dynamische und geometrische Phasen einfach voneinander unterschieden werden. Dies wird im folgenden Paragraph anhand dreier Beispiele gezeigt. Anschließend präsentieren wir Serien von Berry-Spinechomessungen, mit denen der gesamte Bereich der in diesem Experiment realisierbaren Berry-Phasen untersucht wird. Dies ermöglicht einen direkten Vergleich mit der von Berry hergeleiteten Beziehung (2.41) zwischen Berry-Phase und Raumwinkel.

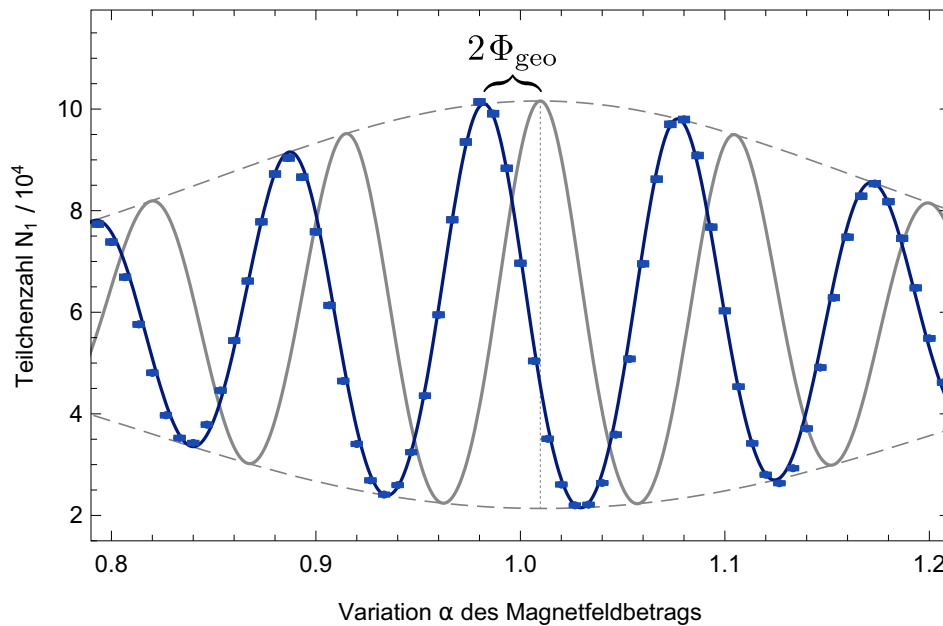


Abbildung 4.15: Berry-Spinechomessung mit Berry-Phase $\Phi_{\text{geo}}^{\text{I}} + \Phi_{\text{geo}}^{\text{II}} = 2\Phi_{\text{geo}} \approx -\pi/2$. Mithilfe des Spinecho-Prinzips wird die dynamische Phase kompensiert und man erhält am Spinechopunkt (gepunktete Linie) eine reine Berry-Phase. Diese wird durch die Variation der dynamischen Phase als Phasenschub des ersten Maximums relativ zum Spinechopunkt (Mitte der Einhüllenden) sichtbar. Zum Vergleich ist eine berechnete Spinechokurve ohne Berry-Phase eingezeichnet (graue Kurve).

Signatur der Berry-Phase im Berry-Spinecho In Kapitel 2.1 hatten wir den sogenannten *Spinechopunkt* (2.19) definiert. Dabei handelt es sich um denjenigen Punkt auf der Spinechokurve, bei dem die Ableitung der Gesamtphase nach der Wellenlänge bzw. nach der Geschwindigkeit der Atome verschwindet. Damit kompensieren sich im Spinechopunkt die beiden geschwindigkeitsabhängigen dynamischen Phasen aus dem ersten und dem zweiten Spinechofeld. Bei einem üblichen dynamischen Spinecho wie in Abschnitt 4.2 ist somit die Gesamtphase am Spinechopunkt Null. Deshalb liegt dort das zentrale Maximum der Spinechokurve immer genau am Spinechopunkt. Dies war beispielsweise in

Abbildung 4.2 zu sehen und ist in Abbildung 4.15 anhand der grauen Kurve veranschaulicht.

Nun wissen wir aber, dass die Berry-Phase nicht von der Wellenlängenverteilung des Atomstrahls abhängt und somit keinen Einfluss auf die Lage des Spinechopunkts haben kann. Damit ist klar, wie sich das Auftreten einer Berry-Phase in einer Berry-Spinechomessung äußert – als konstanter Phasenschub relativ zum Spinechopunkt. Dies ist in der Berry-Spinechomessung in Abbildung 4.15 gezeigt. Hier liegt das erste Maximum der Spinechokurve nicht mehr auf dem Spinechopunkt, sondern gerade um die Berry-Phase dazu verschoben. Im gezeigten Fall beträgt die Berry-Phase insgesamt $-\pi/2$, da in jeder der beiden Spinecho-Spulen über das Verhältnis der Spulenströme ein Raumwinkel von $\pi/4$ eingestellt wurde.

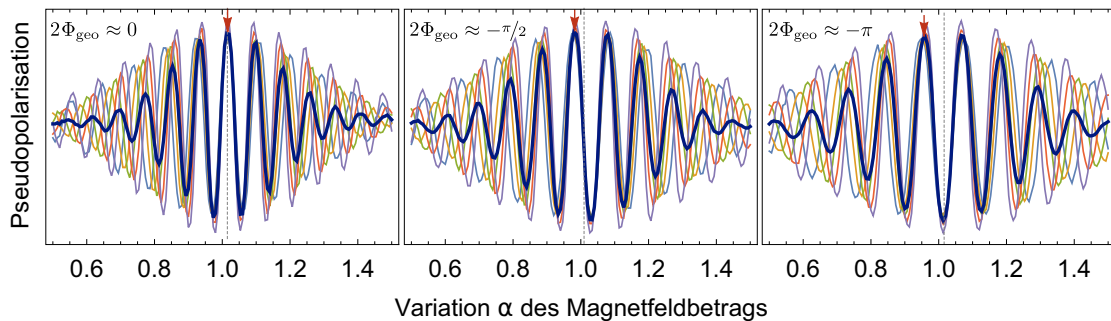


Abbildung 4.16: Visualisierung des Spinechopunkts in der Berry-Spinechomessung. Jede der aufeinander liegenden Spinechokurven wird durch Atome einer anderen Geschwindigkeitsklasse erzeugt; die dunkelblaue Kurve entspricht der Summe aller Geschwindigkeiten. Im Spinechopunkt haben die Kurven für alle Geschwindigkeiten dieselbe Phase – die Berry-Phase. Das erste Maximum des Spinechosignals ist jeweils durch einen roten Pfeil markiert, der Spinechopunkt durch eine gepunktete Linie. Für diese Darstellung wurde die Pseudopolarisation (3.48) aus den gemessenen Teilchenzahlen berechnet und die Datenpunkte durch Geraden miteinander verbunden.

Anschaulich ist der Spinechopunkt daran zu erkennen, dass die Einhüllende des Spinechosignals hier ihr Maximum hat (Abschnitt 3.7.3.2). Die Berry-Phase hat hingegen keinen Einfluss auf die Einhüllende, da sie nicht zur Dephasierung des Signals beiträgt. Dies ist in Abbildung 4.16 noch auf eine alternative Weise veranschaulicht. Hier sind mehrere Spinechokurven derselben Messung übereinander dargestellt, wobei für jede Kurve ein anderer Ausschnitt aus der Flugzeitverteilung gewählt wurde. Für die fett eingezeichneten Kurven wurden wie in Abbildung 4.15 alle Flugzeiten aufintegriert. Am Spinechopunkt haben die Spinechokurven aller Geschwindigkeiten dieselbe Phase und liegen somit gerade aufeinander.

In den Abbildung 4.15 und 4.16 ist der Spinechopunkt bzw. die Mitte der Einhül-

lenden durch eine gepunktete vertikale Linie markiert. Bei genauem Hinsehen kann man erkennen, dass sie nicht exakt beim theoretisch erwarteten Wert $\alpha = 1.0$ liegt, wo die beiden Spinechofelder genau entgegengesetzt gleichgroß sein sollten. Dieser leichte Versatz ist bei (dynamischen) Spinechomessungen ein normaler Effekt, der durch winzige Unterschiede in den Spinechofeldern aufgrund von Restmagnetfeldern oder Remanenzen in der μ -Metallabschirmung hervorgerufen wird.

Dem aufmerksamen Beobachter ist dieser winzige Versatz möglicherweise bereits bei den Spinrotationskurven in Abschnitt 4.1 aufgefallen. In rein-dynamischen Spinecho- oder Spinrotationsmessungen kann er beispielsweise durch eine Korrekturspule kompensiert werden, da für die dynamische Phase nur das Magnetfeldintegral über die ganze Spinecho-Spule relevant ist. Im Berry-Spinecho ist es aber erforderlich, das lokale Magnetfeld der Spinecho-Spulen an jedem Ort entlang der Strahlachse zu kennen. Eine Korrekturspule könnte zwar auch hier die Lage des dynamischen Spinechopunkts korrigieren. Dabei würde sie aber unter Umständen das lokale Magnetfeld und mit ihm die akkumulierte Berry-Phase auf nicht nachvollziehbare Weise verändern.

Daher verzichten wir hier auf eine solche Korrekturspule. Das hat zur Folge, dass die im Vorfeld berechneten Magnetfelder sich etwas von den tatsächlichen Feldern unterscheiden können. Deshalb weicht auch der erwartete, aus diesen Feldern berechnete Raumwinkel etwas von demjenigen ab, der vom tatsächlich Magnetfeld aufgespannt wird. Auf die gemessene Berry-Phase hat das allerdings keine Auswirkung. Sie ist vom Detuning-Parameter α unabhängig, da der tatsächliche Spinechopunkt stets aus der Mitte der Einhüllenden bestimmt werden kann.

Frequenzanalyse des Berry-Spinechosignals Im Rahmen der dynamischen Spinrotationsmessungen in Abschnitt 4.1 haben wir gezeigt, dass sich das Spinrotationssignal eines Spin-1-Teilchens wie theoretisch vorhergesagt aus zwei unterschiedenen Frequenzen oder Frequenzbändern zusammensetzt. Die dominante Frequenz rührt dabei von Übergängen zwischen benachbarten quantenmechanischen Zuständen her, welche wir als dynamische Phase Φ definiert hatten (Gleichung 2.26 auf Seite 17). Für die zweite, doppelte Frequenz 2Φ sind hingegen direkte Übergänge $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ verantwortlich. In Abbildung 4.4 auf Seite 108 haben wir gesehen, dass sich die beiden Frequenzanteile trennen lassen, indem die Differenz bzw. Summe von Up- und Down-Messungen gebildet werden. Abbildung 4.17 zeigt dies nun für eine Berry-Spinechomessung. Sie bestätigt, dass die Frequenzverdopplung gleichermaßen für dynamische wie geometrische Phasen gilt.

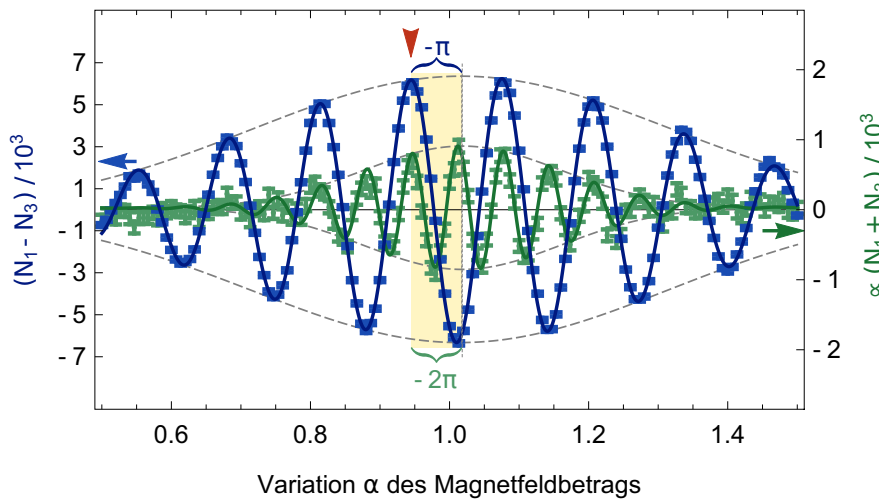


Abbildung 4.17: Frequenzanalyse eines Berry-Spinechos mit $2\Omega = \pi$. Dargestellt sind die Differenz (blau) und Summe (grün) der Teilchenzahlen aus Up- und Down-Messungen (vergleiche Abb. 4.4, Seite 108). Die Summe repräsentiert die direkten Übergänge $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$. Sie oszilliert mit der doppelten dynamischen Frequenz und erfährt auch den doppelten geometrischen Phasenschub.

Relation zwischen Berry-Phase und Raumwinkel Soeben haben wir Berry-Spinechomessungen anhand einzelner Beispiele kennengelernt. Nun wollen wir das ganze Spektrum der Berry-Phasen untersuchen, die sich mit dem beschriebenen Versuchsaufbau realisieren lassen. In Abbildung 4.18 ist eine Serie von Spinechokurven gezeigt. Zwischen jeder dieser Messungen wurde der Raumwinkel pro Spinecho-Spule um $-\pi/4$ verändert, was einer Berry-Phase von insgesamt $\pi/2$ entspricht. Dazu wurden die Magnetfelder der Berry-Spulen in allen Messungen auf demselben, entgegengesetzt gleichgroßen Wert belassen und die Z-Spulenfelder jeweils so angepasst, dass der gewünschte Raumwinkel im Parameterraum entsteht¹³.

Abbildung 4.18 veranschaulicht zudem, wie sich Spinechokurven auch dann noch auseinander halten lassen, wenn sich ihre Berry-Phasen um 2π unterscheiden. Dies ist nur durch eine solche Versuchsreihe möglich, bei der die

¹³Dieses Vorgehen hat zur Folge, dass sich auch die dynamischen Phasen zwischen den Messungen unterscheiden. Dies ist an der abnehmenden Frequenz des Spinechosignals mit zunehmendem Raumwinkel (Berry-Phase) zu erkennen. Auf das Ergebnis hat dies keinen direkten Einfluss, da die dynamischen Phasen durch das Spinecho-Prinzip ohnehin kompensiert werden. Wie wir später sehen werden, kann dieses Vorgehen dennoch dazu führen, dass sich Unterschiede in den beiden Spinechofeldern bei kleinen Raumwinkel stärker auswirken, da hier die Absolutbeträge der Magnetfelder entsprechend höher sind.

Kapitel 4 Untersuchung dynamischer und geometrischer Phasen

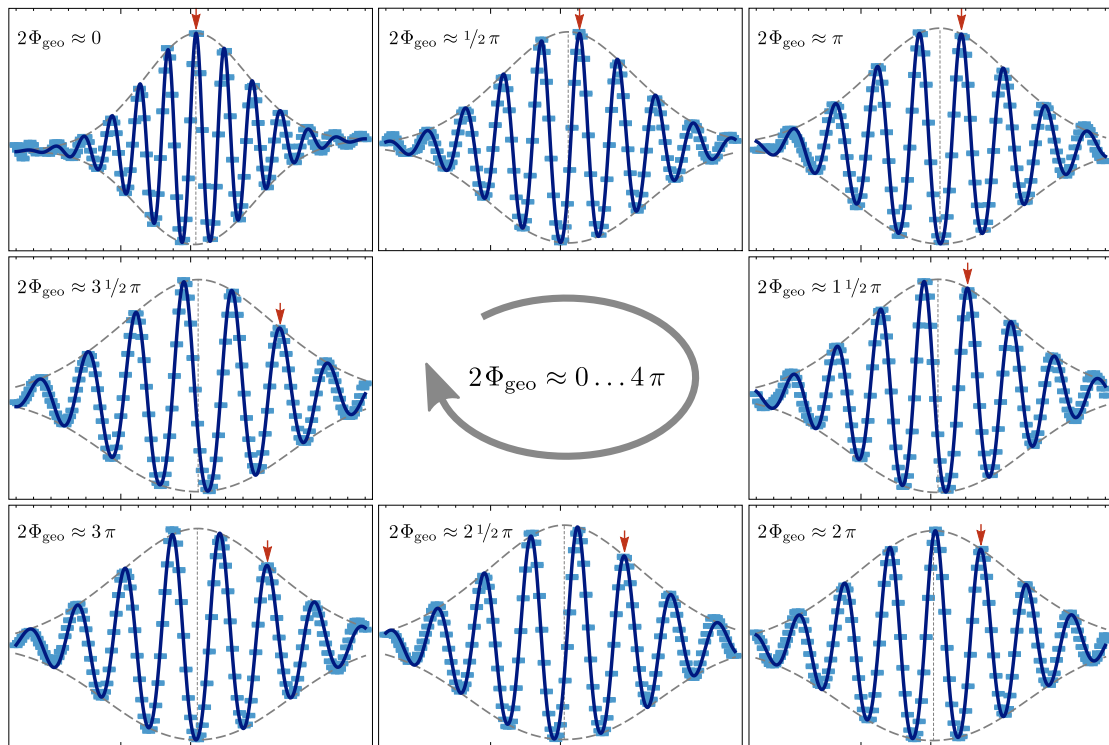


Abbildung 4.18: Serie von Berry-Spinochmessungen mit ansteigender Berry-Phase. Werden die Raumwinkel zwischen den einzelnen Messungen in kleinen Schritten geändert, kann die Lage des ersten Maximums des Spinochsignals (rote Pfeile) verfolgt und die korrekte Berry-Phase identifiziert werden. Die Achsenbeschriftungen kann Abb. 4.15 entnommen werden.

Berry-Phase zwischen den Messungen lediglich so weit verändert wird, dass sie sich noch eindeutig »verfolgen« lässt. Wie in den beiden zuvor gezeigten Messungen, ist in Abbildung 4.18 das erste Maximum der Berry-Spinochkurve jeweils durch einen roten Pfeil markiert. Damit ist direkt erkennbar, wie sich dieses Maximum durch den ansteigenden geometrischen Phasenschub bei jeder Messung ein Stück weiter vom Spinochpunkt entfernt.

Im Rahmen dieser Versuchsreihe wurden weitere Messungen durchgeführt, auf deren Darstellung in Abbildung 4.18 aus Platzgründen verzichtet wurde. Die Ergebnisse sind jedoch in Abbildung 4.19 zusammengefasst. Diese Grafik zeigt die gemessenen¹⁴ Berry-Phasen als Funktion des Verhältnisses der Ströme durch die Berry- und Z-Spulen. Die Ergebnisse einer weiteren Serie von Berry-Spinochmessungen sind in Abbildung 4.20 auf dieselbe Weise aufbereitet.

¹⁴Die Berry-Phasen wurden durch einen Fit der Funktion (4.2) auf Seite 106 an die einzelnen Spinochkurven bestimmt (dunkelblaue Kurven in Abbildung 4.18). Dazu wurde in diesem Modell Φ durch die Summe aus dynamischer und konstanter geometrischer Phase ersetzt.

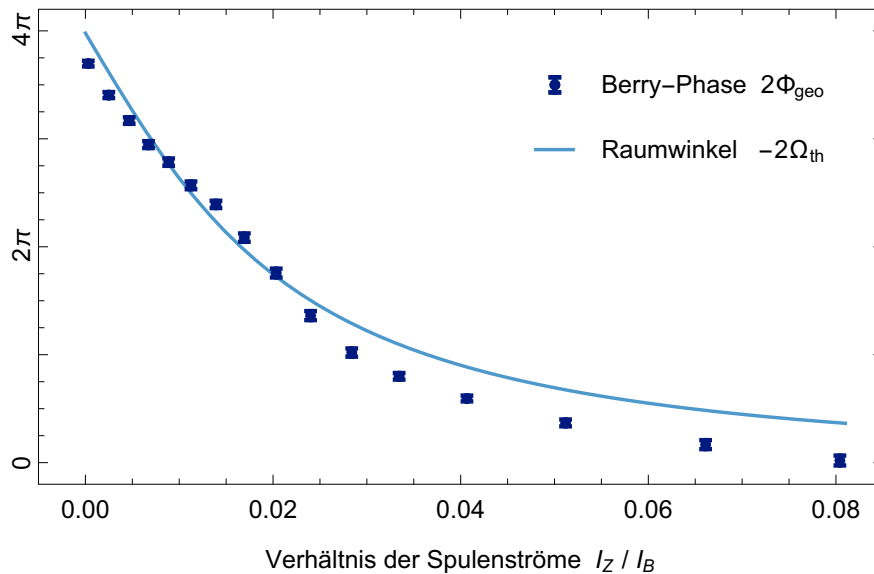


Abbildung 4.19: Berry-Phase für unterschiedliche Verhältnisse der Spulenströme ($I_B = 15 \text{ mA}$)¹⁵.

Die Datenpunkte wurden aus einzelnen Berry-Spinochomessungen bestimmt. Die Kurve entspricht dem Raumwinkel, berechnet aus den theoretisch erwarteten Magnetfeldverläufen.

Hier sind die eingestellten Spinochfelder jedoch doppelt so groß¹⁵ und die Messreihe umfasst den vollen Raumwinkelbereich zwischen -4π und 4π , wobei für die Messungen mit $\Omega > 0$ beide Z-Spulen umgepolt wurden.

In beiden Versuchsreihen (Abbildung 4.19 und 4.20) ist neben den gemessenen Berry-Phasen zusätzlich der theoretische Verlauf des Raumwinkels eingezeichnet. Dieser wurde in Abschnitt 3.4.3 aus den Spinochfeldern berechnet, die für einen bestimmten Spulenstrom theoretisch erwartet werden (vergleiche Abbildung 3.16 auf Seite 60). Während die gemessenen und die berechneten Werte bei großen Raumwinkeln (bzw. Berry-Phasen) gut übereinstimmen, kommt es bei Raumwinkeln $|\Omega| < 2\pi$ zu Abweichungen, was wie folgt erklärt werden kann: Da bei allen Messungen der Strom durch die Berry-Spulen konstant gehalten wurde, musste der Strom der Z-Spulen deutlich erhöht werden, um kleine Raumwinkel zu erzielen (siehe auch Fußnote 13). Dadurch steigt aber auch die Gesamtfeldstärke und damit die dynamische Phase in jedem Spinochfeld an. Aus diesem Grund wirken sich dort Abweichungen der theoretisch vorhergesagten Magnetfelder von den tatsächlichen Magnetfeldern stärker aus.

¹⁵Bei der ersten Versuchsreihe (Abb. 4.18 und 4.19) ist der Strom der Berry-Spulen fest auf $I_B := I_B^I = -I_B^{\text{II}} = 15 \text{ mA}$ eingestellt und der Strom der Z-Spulen $I_Z := I_Z^I = -I_Z^{\text{II}}$ wird zwischen den einzelnen Messungen im Bereich $-1 \dots 1 \text{ mA}$ verändert. Bei der zweiten Messreihe (Abb. 4.20) ist $I_B := I_B^I = -I_B^{\text{II}} = 30 \text{ mA}$ und die Z-Spulenströme sind entsprechend höher.

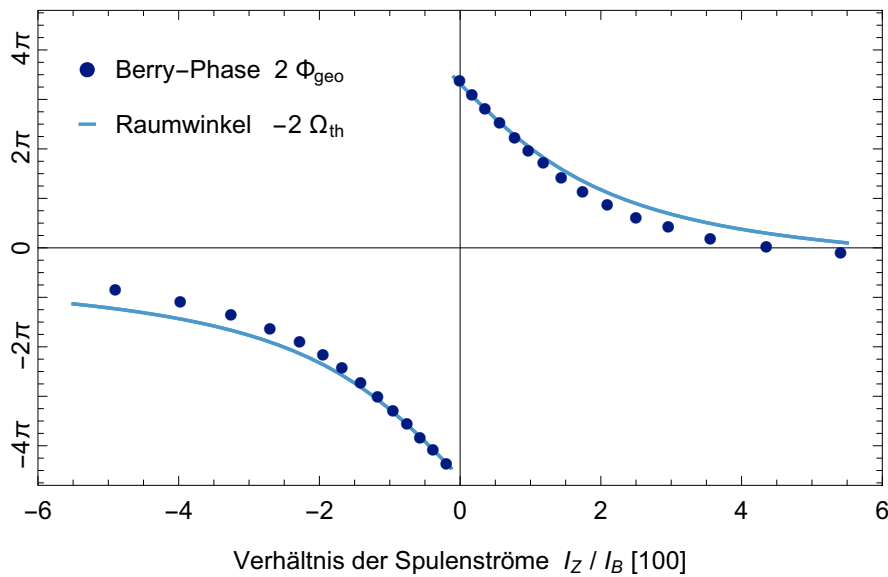


Abbildung 4.20: Berry-Phase für unterschiedliche Verhältnisse der Spulenströme ($I_B = 30 \text{ mA}$)¹⁵.

Die Datenpunkte wurden aus einzelnen Berry-Spinechomessungen bestimmt, ihre Fehler sind kleiner als die dargestellten Datenpunkte. Die Kurve entspricht dem Raumwinkel, berechnet aus den theoretischen erwarteten Magnetfeldverläufen zuzüglich eines konstanten Offsets. Für die Messungen mit $\Omega > 0$ wurden beide Z-Spulen umgepolt.

Damit berücksichtigen die idealisierten, theoretischen Spinechofelder insbesondere einen möglichen Versatz des Spinechopunkts nicht, wie er am Ende des Paragraphen »Signatur der Berry-Phase im Berry-Spinecho« diskutiert wurde. Wie dort ebenfalls besprochen, hat dies jedoch keine Auswirkung auf die gemessenen Berry-Phasen, da der wahre Spinechopunkt stets aus der Einhüllenden des Spinechosignals bestimmt werden kann. In Abbildung 4.20 sind außerdem die Kurven der berechneten Raumwinkel um einen festen Wert verschoben, womit ein Offset im Magnetfeld näherungsweise berücksichtigt wird. Die wahrscheinlichste Ursache dafür ist ein Restmagnetfeld, welches sich durch eine vorangegangene Messung auf die Magnetfeldabschirmung aufgeprägt hatte.

Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Abschnitt wurde gezeigt, dass mithilfe des Spinecho-Prinzips reine geometrische Phasen ohne dynamischen Anteil gemessen werden können. Dabei hat die Berry-Phase in den Spinechokurven eine klare Signatur als konstanter Phasenschub, der nicht zur Dephasierung des Spinechosignals

beiträgt. Wir haben gesehen, dass sich zwischen Messungen differenzieren lässt, bei denen sich die Berry-Phase um ein Vielfaches von 2π unterscheidet, indem der Verlauf der Berry-Phase in Versuchsreihen kontinuierlich verfolgt wird.

Es wurden zahlreiche Messungen präsentiert, bei denen Berry-Phasen mit beliebigen Werten zwischen -4π und $+4\pi$ präpariert und erfolgreich nachgewiesen werden konnten. Wir konnten Berrys Beziehung (2.41) zwischen Raumwinkel und geometrischer Phase damit auch für 2^3S_1 -Heliumatome mit Spin-1 bestätigen. Trotz des sehr empfindlichen Elektronenspinsystem konnten die gemessenen Berry-Phasen gut durch die berechneten Raumwinkel vorhergesagt werden. Erst bei großen Magnetfeldern (kleinen Raumwinkeln) kam es zu stärkeren systematischen Abweichungen. Diese betreffen jedoch nur die Vorhersage der erwarteten Raumwinkel, nicht aber die Messung der tatsächlichen Berry-Phasen.

Diese Unterschiede zwischen gemessener Berry-Phase und berechnetem Raumwinkel sind auf dem Niveau früherer Messungen mit Neutronen, wie sie beispielsweise in [BD87] durchgeführt wurden (vergleiche dort insbesondere FIG. 3). Dies ist in soweit beeindruckend, da die elektronischen Momente der in der vorliegenden Arbeit verwendeten metastabilen Heliumatome um drei Größenordnungen empfindlicher auf (externe) Magnetfelder reagieren, als die Kernmomente von Neutronen. Dies stellte sehr hohe Anforderungen an die Abschirmung äußerer Störfelder (Abschnitt 3.6.2) und die Kontrolle der Spinechfelder (Abschnitt 3.4). Desweiteren konnte in den hier vorgestellten Versuchen die Berry-Phase als *pure* geometrische Phase gemessen werden, während sie im vorherigen Abschnitt 4.3 und in [BD87] stets nur als Gemisch mit dynamischen Phasen auftraten.

4.5 Rein-geometrische Spinrotation

Der folgende Abschnitt beschreibt die ersten *rein-geometrischen* Spinrotationsmessungen. Ähnlich der dynamischen Spinrotation aus Abschnitt 4.1 wird dabei die Phase um Null variiert, jedoch ist hier keine dynamische Phase involviert, sondern eine pure Berry-Phase.

Wir beschreiben zunächst wieder die Versuchsanordnung und das Messprinzip. Anschließend betrachten wir die Messungen und diskutieren die Ergebnisse.

Versuchsordnung

In Kapitel 4.4 haben wir gezeigt, dass mithilfe des Spinecho-Prinzips der dynamische Phasenanteil zu Null kompensiert werden kann. Die Versuchsanordnung in Abbildung 4.21 entspricht daher weitgehend derjenigen des Berry-Spinechos. Allerdings wird nun das Verhältnis zwischen longitudinalem und transversalem Magnetfeld in beiden Spinecho-Spulen *gleichzeitig* geändert. Dadurch lässt sich in beiden Spinechofelder der jeweilige Raumwinkel variieren, welcher von dem resultierenden Magnetfeldvektor im Parameterraum umfahren wird (Abbildung 4.22).

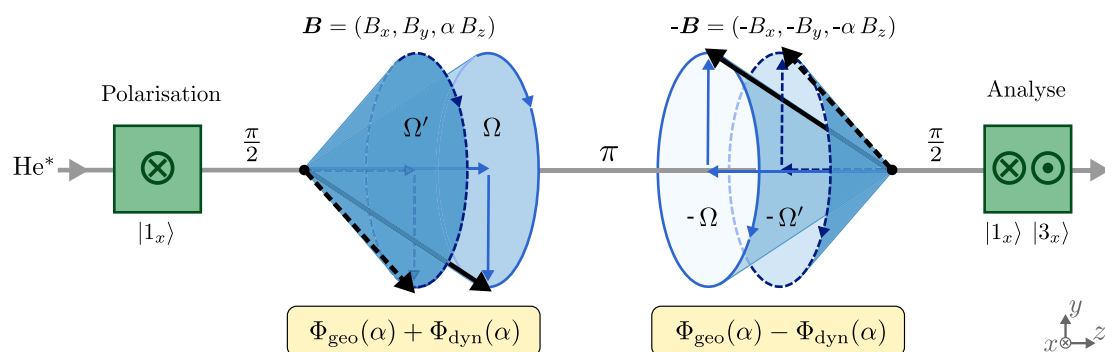


Abbildung 4.21: Magnetfeldkonfiguration für geometrische Spinrotationsmessungen. Im Vergleich zu den Berry-Spinechomessungen (Abb. 4.13) werden nun die beiden rotierenden Magnetfelder gemeinsam verändert. Dazu werden nur die Magnetfelder beider Z-Spulen proportional zu $\alpha = -1 \dots 1$ variiert und die rotierenden Felder der Berry-Spulen konstant gehalten. Die dynamischen Phasen heben sich stets gegenseitig auf, während sich die Berry-Phasen aufaddieren und als Funktion von α durchgestimmt werden.

Bei den durchgeführten Messungen werden dazu die longitudinalen Magnetfelder der Z-Spulen gemeinsam verändert. Die Stärke des in der transversalen Ebene rotierenden Magnetfelds der beiden Berry-Spulen bleibt währenddessen unverändert. Zwar ändern sich dadurch auch die dynamischen Phasen in den jeweiligen Spinecho-Spulen, diese löschen sich aber wie im vorherigen Abschnitt gezeigt gegenseitig aus. Die Berry-Phasen addiert sich dagegen konstruktiv zu -2Ω .

Rein-geometrische Spinrotationsmessungen

Der soeben beschriebene Versuchsaufbau erlaubt es, die Berry-Phase über das Verhältnis der Spulenströme zu variieren, während die dynamische Phase

4.5 Rein-geometrische Spinrotation

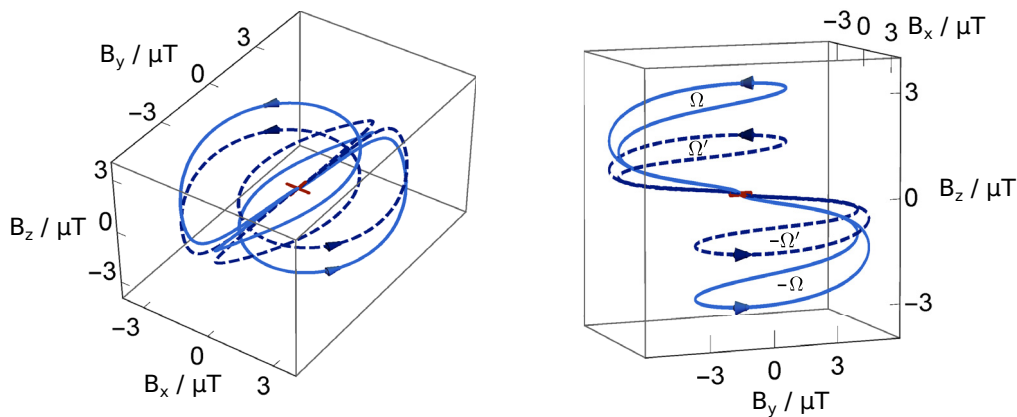


Abbildung 4.22: Pfad im Parameterraum für eine geometrische Spinrotationsmessung, berechnet mit den realen Spinechofelder aus Abb. 3.13 auf Seite 56. Durch die gemeinsame Variation der B_z -Feldkomponenten in beiden Spinechofeldern wird der jeweils umfahrene Raumwinkel geändert (gestrichelte Kurve).

zu jeder Zeit gerade aufgehoben wird. Das Resultat ist eine Spinrotation mit geometrischen anstatt dynamischen Phasen.

In den folgenden Paragraphen präsentieren wir die Ergebnisse dieser Messungen und vergleichen sie mit den theoretischen Vorhersagen. Wir betrachten die Frequenzzusammensetzung des geometrischen Spinrotationssignals und stellen dynamische und geometrische Spinrotationsmessungen einander gegenüber.

Rein-geometrische Spinrotationskurve In Abbildung 4.23 sind die Ergebnisse rein-geometrischer Spinrotationsmessungen dargestellt. Bei dem Vergleich mit dynamischen Spinrotationskurven (Abbildung 4.2 auf Seite 105) fällt auf, dass die Minima und Maxima nicht äquidistant liegen. Dies liegt daran, dass die Beziehung zwischen dem Raumwinkel und dem Verhältnis der Spulenströme nicht linear ist, wie dies bei der dynamischen Phase und dem Spulenstrom zumindest näherungsweise der Fall ist (vergleiche Abbildung 3.16 auf Seite 60). Außerdem ist die Anzahl der Oszillationen des Signals aufgrund der Geometrie der Spinecho-Spulen auf $2 \cdot 2\pi$ begrenzt.

Die Messung startet bei $I_Z/I_B = 0$ mit einer Berry-Phase von insgesamt 4π , da hier die Berry-Spulen aktiv, die Z-Spulen aber noch ausgeschaltet sind. Mit steigendem Strom I_Z durch die Z-Spulen verringert sich der Betrag der Berry-Phase und verschwindet asymptotisch. Durch den Vorzeichenwechsel des longitudinalen Magnetfelds bei $I_Z/I_B = 0$, ändern sich auch die Vorzeichen der Raumwinkel im Parameterraum. Daher macht dort die Berry-Phase einen Sprung von -4π nach $+4\pi$.

Kapitel 4 Untersuchung dynamischer und geometrischer Phasen

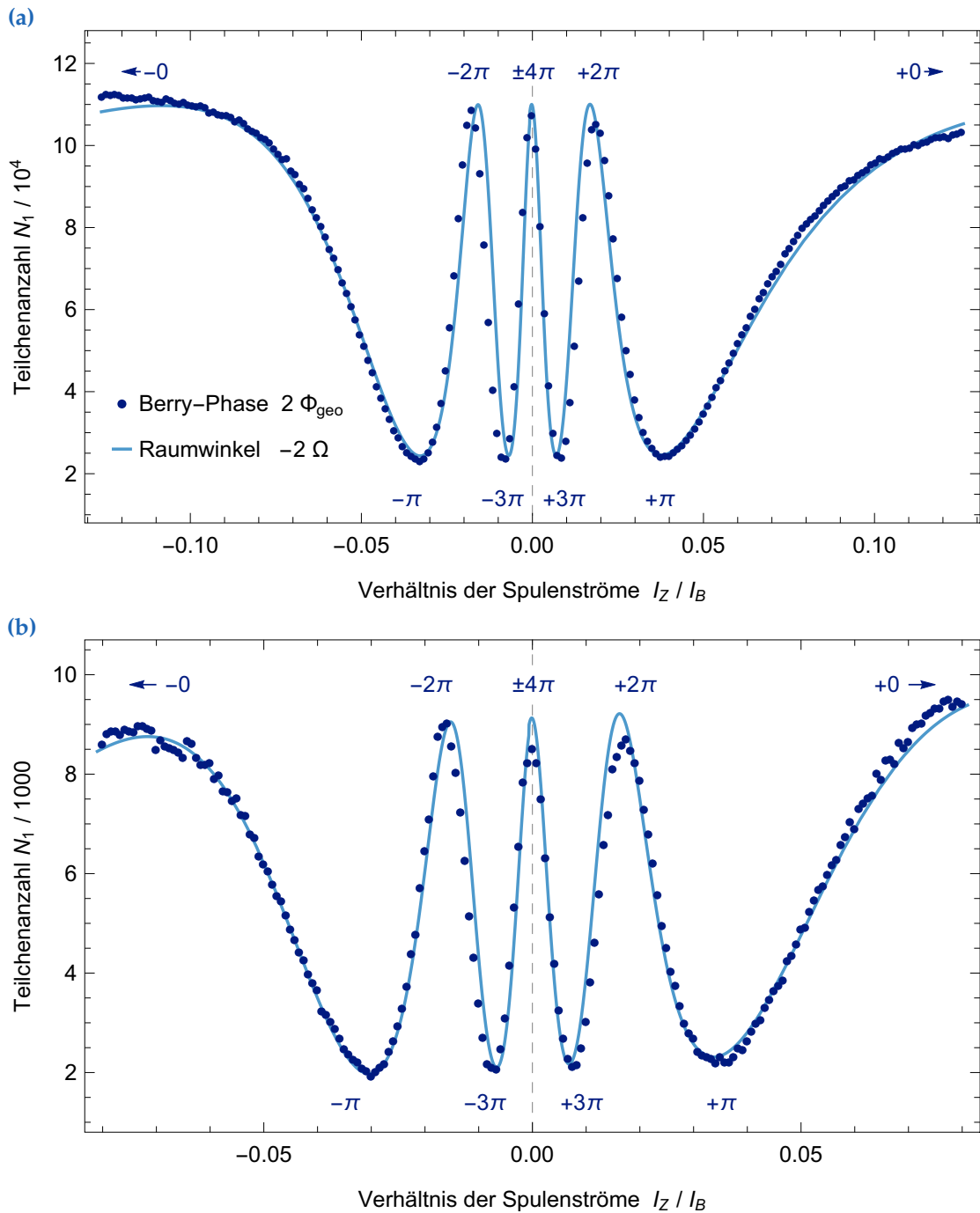


Abbildung 4.23: Rein-geometrische Spinrotationsmessungen. Die gemessene Berry-Phase wird über das Verhältnis der Spulenströme kontinuierlich variiert, während die dynamische Phase stets kompensiert wird. Dazu wurde in beiden Spinecho-Spulen gleichzeitig der Strom $I_Z := I_Z^I = -I_Z^{\text{II}}$ der Z-Spulen verändert und der Strom $I_B := I_B^I = -I_B^{\text{II}}$ durch die Berry-Spulen konstant gehalten bei $I_B = 20 \text{ mA}$ in Messung (a) bzw. bei $I_B = 30 \text{ mA}$ in Messung (b). An die Datenpunkte wurde das Modell (4.9) mit dem berechneten Raumwinkel (4.11) angepasst (Linien). Zur Orientierung sind die Extrema der Kurven mit den Werten der Berry-Phase beschriftet. Der Phasensprung bei $I_Z / I_B = 0$ ist Folge des Vorzeichenwechsels der Raumwinkel. Die statistischen Fehler sind in der Größenordnung der dargestellten Datenpunkte.

Zur theoretischen Beschreibung der gemessenen Spinrotationskurven gehen wir von der Wahrscheinlichkeit (2.25) aus, ein im Zustand $|1_x\rangle$ präpariertes Spin-1-Teilchen am Ende wieder in diesem Zustand anzutreffen (Abschnitt 2.1.2):

$$N_1(I_Z) = \frac{\bar{N}_1}{8} \left[3 + 4 \cos(\Phi(I_Z)) + a \cos(2\Phi(I_Z)) \right] + \underline{N}_1, \quad (4.9)$$

mit der Amplitude \bar{N}_1 und dem Messuntergrund \underline{N}_1 . Erwartungsgemäß hat (4.9) dieselbe Form, wie bei der dynamischen Spinrotation (4.2). Im Gegensatz zu dieser brauchen wir jedoch die Geschwindigkeitsverteilung des Atomstrahls nicht zu berücksichtigen, da die Berry-Phase davon unabhängig ist.

Die Phase in der Spinrotationskurve (4.9) ist gleich der Summe der Berry-Phasen aus den beiden Spinecho-Spulen:

$$\Phi = \Phi_{\text{geo}}^{\text{I}} + \Phi_{\text{geo}}^{\text{II}} =: 2\Phi_{\text{geo}} = -2\Omega \quad (4.10)$$

Dabei ist die Berry-Phase wie bereits gezeigt über die Gleichung (4.4) mit dem Raumwinkel im Parameterraum des Spinechofelds verknüpft. Den theoretischen Verlauf dieses Raumwinkels $\Omega_{\text{th}}(I_Z/I_B)$ hatten wir in Abschnitt 3.4.3 numerisch bestimmt. Wie im letzten Kapitel 4.4 gesehen, können sich die idealisierten Magnetfeldverläufe, die dieser Berechnung zugrunde liegen, ein wenig von den tatsächlichen Spinechofeldern unterscheiden. Deshalb machen wir folgenden Ansatz für den realen Raumwinkel

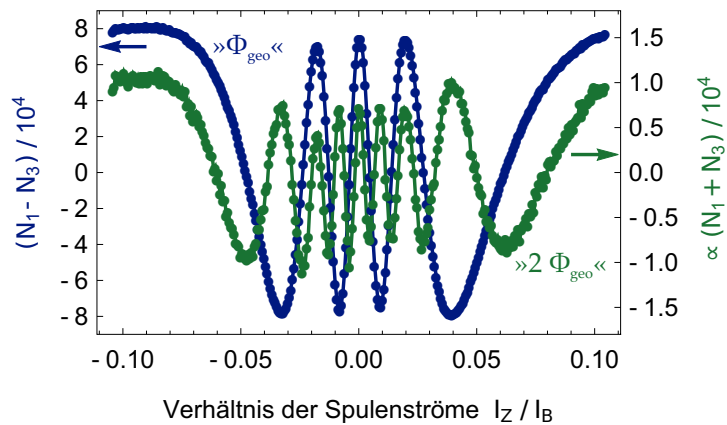
$$\Omega(I_Z) := \Omega_{\text{th}}(I_Z/I_B) + \omega_0 I_Z + \Omega_0. \quad (4.11)$$

Dabei werden die kleinen Unterschiede zwischen berechnetem und tatsächlichem Raumwinkel durch die beiden Konstanten ω_0 und Ω_0 berücksichtigt. Durch Anpassung an die Datenpunkte in Abbildung 4.23 ergibt sich $\Omega_0 \approx 0,1\pi$ und ω_0 ist kleiner als 0,5% der effektiven Spulenkonstante der Z-Spulen. Mit diesen tatsächlich eingestellten Raumwinkeln kann der Verlauf der geometrischen Spinrotationskurven in Abbildung 4.23 sehr gut beschrieben werden.

Frequenzanalyse der geometrischen Spinrotationskurve Das Spinrotations-signal für Spin-1-Teilchen (4.9) enthält zwei Kosinusterme die mit unterschiedlichen Frequenzen oszillieren. Dies hatten wir in Abschnitt 2.1.2 theoretisch hergeleitet und in Abschnitt 4.3 in dynamischen Spinrotationsmessungen experimentell gezeigt. Der Term $\cos(\Phi)$ rührt von Übergängen zwischen benachbarten quantenmechanischen Zuständen her, der Term $\cos(2\Phi)$ von Übergänge zwischen den übernächsten Nachbarn $|1\rangle$ und $|3\rangle$. Dies muss unabhängig davon gelten, ob es sich bei Φ um eine dynamische oder geometrische Phase handelt.

Abbildung 4.24 zeigt dies nun auch für die geometrische Spinrotation¹⁶. Die beiden Frequenzanteile wurden dazu wie in Abbildung 4.4 auf Seite 108 voneinander getrennt, indem Up- und Down-Messungen addiert bzw. voneinander subtrahiert wurden.

Abbildung 4.24: Frequenzanalyse der geometrischen Spinrotation¹⁶. Dargestellt sind die Differenz (blau) und Summe (grün) der Teilchenzahlen aus Up- und Down-Messungen (vergleiche Abb. 4.4, Seite 108 und Abb. 4.17, Seite 131). Die Summe repräsentiert die direkten Übergänge $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$. Sie oszilliert mit der doppelten Frequenz der Berry-Phase.



Vergleich geometrischer und dynamischer Spinrotationsmessungen Berry-Phasen sind unabhängig von der Teilchengeschwindigkeit und tragen somit nicht zur Dephasierung des Spinrotationssignals bei. Dies war bereits in Abbildung 4.23 am Fehlen einer Einhüllenden erkennbar – die Intensität des Signals nimmt zu den Seiten der Spinrotationskurven hin nicht ab.

Diese nicht-dispersive Eigenschaft von Berry-Phasen zeigt sich am deutlichsten in einem direkten Vergleich mit einer dynamischen Spinrotationsmessung. In Abbildung 4.25 wurde für beide Messungen die aus dem vorherigen Abschnitt bekannte Darstellung gewählt, bei welcher Spinrotationskurven für unterschiedliche Teilchengeschwindigkeiten übereinander gelegt sind (vergleiche Abbildung 4.16).

Diese Kurven unterscheiden sich bei der dynamischen Spinrotation erwartungsgemäß sehr deutlich, da die dynamische Phase von den Teilchengeschwindigkeiten abhängt. Die über alle Flugzeiten integrierte, dunkelblaue Spinrotationskurve verliert daher zu den Seiten hin an Intensität. Dagegen sind die geometrischen Spinrotationskurven für alle Flugzeiten fast identisch. Das Signal dephasiert fast nicht und verliert nicht an Intensität.

Abbildung 4.26 zeigt dieselben Messungen in einer alternativen Darstellung, die wir bereits in Abbildung 4.5 am Ende des Abschnitts 4.1 kennen gelernt ha-

¹⁶Diese geometrische Spinrotationsmessung wurde mit festem Strom $I_B := I_B^I = -I_B^{II} = 15 \text{ mA}$ durch die Berry-Spulen durchgeführt.

4.5 Rein-geometrische Spinrotation

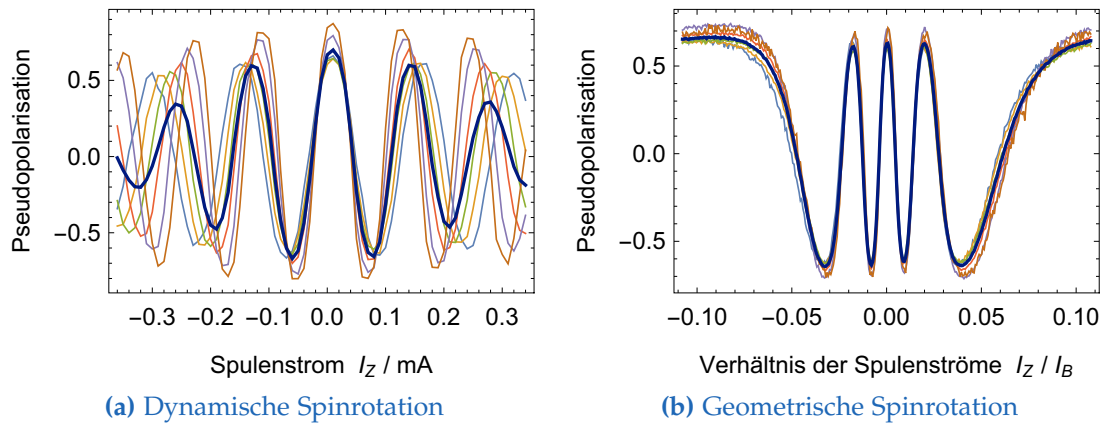


Abbildung 4.25: Vergleich von dynamischer und rein-geometrischer¹⁶ Spinrotation. Jede der aufeinander liegenden Spinrotationskurven wird durch Atome einer anderen Geschwindigkeitsklasse erzeugt; die dunkelblaue Kurve entspricht der Summe aller Geschwindigkeiten. Für diese Darstellung wurde die Pseudopolarisation (3.48) aus den gemessenen Teilchenzahlen berechnet und die Datenpunkte wurden durch Geraden miteinander verbunden (vgl. Abb. 4.16, Seite 129).

ben. Diese flugzeitaufgelösten Spinrotationsmessungen, stellen die gemessenen Teilchenzahlen zugleich als Funktion der Flugzeit als auch des Spulenstroms bzw. Stromverhältnisses dar.

Das dynamische Spinrotationssignal fächert zu kürzeren Flugzeiten hin auf. Es verdeutlicht, dass die dynamische Phase von der Geschwindigkeit bzw. De-Broglie-Wellenlänge der Atome abhängig ist und daher als dispersiv bezeichnet werden kann. Im Gegensatz dazu verlaufen die »Wellenkämme« des geometrischen Spinrotationssignals parallel und zeigen keine Flugzeitabhängigkeit. Dies veranschaulicht, dass Berry-Phasen eindeutig nicht dispersiv sind.

Zusammenfassung und Diskussion

Der in diesem Abschnitt vorgestellte Versuchsaufbau erlaubt die gezielte Manipulation geometrischer Phasen, während dynamische Phasen stets kompensiert werden. Dies ermöglichte die bislang ersten Spinrotationsmessungen mit reinen Berry-Phasen. Dabei wird die Berry-Phase im Bereich zwischen 0 und 4π , der durch die Geometrie der Spinecho-Spulen vorgegeben ist, kontinuierlich variiert.

Die herausragendste Eigenschaft der Berry-Phase ist, dass sie nicht an die »Dynamik« des Systems gebunden ist. Daraus ergibt sich ihre natürliche Robustheit gegenüber Rauschen [Fil+09], weshalb Berry-Phasen oder allgemein

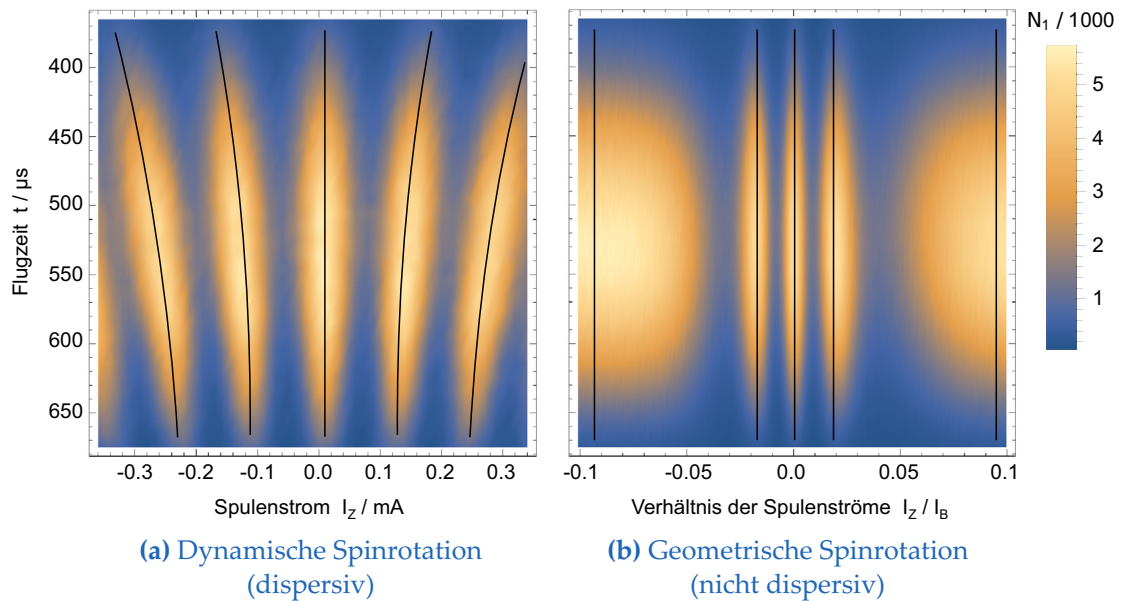


Abbildung 4.26: Flugzeitaufgelöste dynamische und rein-geometrische¹⁶ Spinrotationsmessungen. Als visuelle Hilfe wurden die »Wellenkämme« der Signale zusätzlich durch Linien angedeutet. Der direkte Vergleich zeigt anschaulich, dass das Signal der rein-geometrischen Spinrotation unabhängig von der Flugzeit der Atome und somit nicht dispersiv ist.

geometrische Phasen auch als Gatter für Quantencomputer in Betracht gezogen werden [Sjö08]. Diese Unabhängigkeit der Berry-Phase von der Dynamik des Systems wird in den vorgestellten Messungen auf unterschiedliche Weise veranschaulicht. Die rein-geometrischen Spinrotationskurven in den Abbildungen 4.23.a und 4.23.b unterscheiden sich kaum, obwohl sie mit völlig unterschiedlichen Feldstärken durchgeführt wurden. Lediglich das Verhältnis der Spulenströme, also die Magnetfeldrichtung ist von Bedeutung. An jedem Punkt entlang der rein-geometrischen Spinrotationskurven ist die Spinechobedingung (2.19) erfüllt. Somit kann man das von der Teilchengeschwindigkeit unabhängige, rein-geometrische Spinrotationssignal auch als nicht dispersiv bezeichnen. Besonders deutlich wird dies im direkten Vergleich von dynamischer und geometrischer Spinrotation, am eindrucksvollsten in den flugzeitaufgelösten Spinrotationsmessungen in Abbildung 4.26.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde ein neuartiges Atom-Interferometer konstruiert, vollständig aufgebaut und ausführlich charakterisiert. Damit konnten Berry-Phasen in metastabilem Helium mithilfe unterschiedlicher experimenteller Konfigurationen systematisch untersucht werden.

Das Berry-Spinocho-Interferometer Die meisten zentralen Komponenten des präzisen Atom-Interferometers wurden komplett neu entwickelt. Dazu gehören der Strahlchopper, der Polarisator und Analysator, der Metastabilendetektor, die Elektronik zur Experimentsteuerung und Datennahme, sowie die aktiven und passiven Magnetfeldabschirmungen. Sämtliche Teile des Aufbaus wurden an das Experiment angepasst, optimiert und in unterschiedlichen Versuchsaufbauten sorgfältig getestet.

Die optimierte Metastabilenquelle ermöglichte Atomstrahlen mit schmalen Geschwindigkeitsverteilungen und erzielte eine gute mittlere He*-Rate um $10^{10} \text{ sr}^{-1} \text{ s}^{-1}$. In einem Vorversuch wurde die Zustandsbesetzung des erzeugten He*-Strahls mittels optischem Quenching untersucht. Damit konnte der Untergrund durch 2^1S_0 -Singulett auf unter 1 % der gemessenen Metastabilenrate abgeschätzt werden.

Die Kombination aus Strahlchopper und schnellem Metastabilendetektor ermöglichte flugzeit- und orts aufgelöste Messungen und eine praktisch untergrundfreie Detektion der metastabilen Heliumatome.

Der Polarisator und der Analysator wurden speziell auf das Experiment zugeschnitten, indem die notwendigen Design-Parameter in separaten Versuchen bestimmt wurden. Ihr Einfluss auf die Geschwindigkeitsverteilung des Atomstrahls und das Spinochosignal wurde systematisch analysiert. Eine kombinierte Polarisierungseffizienz von Polarisator und Analysator im fertigen Aufbau von bis zu 92 % wurde erreicht.

In den Spinocho-Spulen erfolgte die Manipulation der Atomspins durch die

präzise Steuerung von Spulenströmen im μA -Bereich. Durch eine genaue Ausrichtung der Komponenten zueinander und auf die Strahlachse konnte eine Flip-Effizienz der nicht-adiabatischen Nullfeldübergänge von jeweils 96 % erreicht werden. Für den Gesamtaufbau wurde eine mittlere Polarisierungseffizienz von 75 % gemessen.

Die präzise Kontrolle der Spins und die guten Polarisierungseffizienzen sind vor allem auch der sehr sorgfältigen Magnetfeldabschirmung zu verdanken. Durch das im Vergleich zum Kernmagneton 2000-mal größere Bohrsche Magneton der He^* -Atome, reagieren diese entsprechend viel empfindlicher auf äußere Störfelder als beispielsweise Neutronen oder Helium-3. Auch innerhalb des Aufbaus überspannen die auftretenden Magnetfelder einen Bereich von mehr als 9 Größenordnungen, mit über 1 T beim Polarisator bzw. Analysator und unter 1 nT im Bereich des Nullfelds der π - und $\pi/2$ -Flips. Dabei kann das Berry-Spino-Interferometer sogar noch einen Bruchteil von weniger als 10^{-4} des Erdmagnetfelds auflösen.

Experimentelle Untersuchung dynamischer und geometrischer Phasen In den ersten Messungen wurden die Möglichkeiten des Berry-Spino-Interferometers anhand »gewöhnlicher« *dynamischer Phasen* demonstriert. In dynamischen Spinrotations- und Spino-Messungen wurden die Atome über ihre Spins präzise manipuliert. Damit ist es möglich, dynamische Prozesse auf einer Zeitskala von 10^{-10} s bis hinunter zu 10^{-16} s zu verfolgen, was beispielsweise für Streuexperimente von Interesse sein kann. Außerdem erreichte das Interferometer, trotz des störeffindlichen magnetischen Moments der He^* -Atome, eine relative Energieauflösung besser als 10^{-4} , obwohl es nicht speziell darauf hin optimiert wurde. Es wurde die flugzeit aufgelöste Spinrotations- bzw. Spino-Methode vorgestellt, durch welche die Atomstrahl-Spino-Technik erweitert und noch weiter verbessert werden kann.

Nach der Charakterisierung des Berry-Spino-Aufbaus mithilfe dynamischer Phasen folgten die ersten Untersuchungen *geometrischer Phasen*. Diese wurden zuerst in Berry-Spinrotationen als »Gemisch« gemeinsam mit dynamischen Phasen erzeugt. Ihre Analyse bestätigte die von Michael Berry vorhergesagte Beziehung zwischen Berry-Phase und eingeschlossenem Raumwinkel im Parameterraum der Magnetfelder, hier für quantenmechanische Spin-1-Systeme. *Reine* Berry-Phasen, d. h. ohne zusätzliche dynamische Phase, konnten mithilfe des Spino-Prinzips gezielt präpariert werden. Sie zeigten sich in Berry-Spino-Messungen als Phasenschub, welcher nicht zur Dephasierung des Signals beiträgt.

In den ersten rein-geometrischen Spinrotationsmessungen wurden schließlich

Berry-Phasen kontinuierlich variiert, während die dynamischen Phasen zu jeder Zeit zu Null kompensiert wurden. Diese Messungen sind von den Teilchengeschwindigkeiten völlig unabhängig und demonstrieren eindeutig, dass die Berry-Phase nicht dispersiv ist.

Ausblick auf zukünftige Experimente Die hier vorgestellten Versuche bilden einen Ausgangspunkt für weitere Experimente mit Berry-Phasen. Eine mögliche technische Erweiterung ist ein *rein-geometrisches Spinecho*, bei dem der experimentelle Aufbau um 2 weitere Spinecho-Spulen mit umgekehrtem Drehsinn erweitert wird. In den ersten beiden Spinecho-Spulen wird den Atomen eine reine Berry-Phase aufgeprägt, welche dann im zweiten Paar in einen geometrischen Echo wieder (teilweise) aufgehoben werden kann.

In der Einleitung wurde die Messung *paritätsverletzender Berry-Phasen* angesprochen, die in enger Zusammenarbeit mit Prof. Nachtmanns Arbeitsgruppe am Institut für Theoretische Physik geplant sind [Ber+09]. Neben diesem langfristigen Ziel befindet sich ein weiteres Experiment dieser Kollaboration auf dem Weg zur Umsetzung. Dabei handelt es sich um einen Versuch zur Manipulation der Lebensdauer metastabiler Zustände in Wasserstoffatomen durch *imaginäre Berry-Phasen*. Es konnte aktuell gezeigt werden, dass die Effekte groß genug sind, um in dem Berry-Spinecho-Aufbau gemessen werden zu können [Tra+16]. Dabei sollte eine Umstellung der Strahlröhre von He* zu metastabilem atomarem Wasserstoff (H*) ohne größere Veränderungen an dem Experimentaufbau möglich sein. Die magnetischen Momente der beiden Teilchenarten haben eine vergleichbare Größe und die Unterschiede in Masse und Geschwindigkeit kompensieren sich teilweise, was es ermöglicht die Spinecho-Spulen und Polarisatoren beizubehalten. Die Metastabilenquelle eignet sich außerdem ebenso zur Dissoziation molekularen Wasserstoffs und der Detektor zum Nachweis von H*.

Literatur

- [AA87] Y. Aharonov und J. Anandan. »Phase change during a cyclic quantum evolution«. In: *Phys. Rev. Lett.* 58 (16 Apr. 1987), S. 1593–1596.
- [ACW97] Jeeva Anandan, Joy Christian und Kazimir Wanelik. »Resource Letter GPP-1: Geometric Phases in Physics«. In: *American Journal of Physics* 65.3 (1997), S. 180–185.
- [BB97] Marie-Anne Bouchiat und Claude Bouchiat. »Parity violation in atoms«. In: *Reports on Progress in Physics* 60.11 (1997), S. 1351.
- [BD87] T. Bitter und D. Dubbers. »Manifestation of Berry's topological phase in neutron spin rotation«. In: *Phys. Rev. Lett.* 59 (3 Juli 1987), S. 251–254.
- [BDTo4] P. Bruno, V. K. Dugaev und M. Taillefumier. »Topological Hall Effect and Berry Phase in Magnetic Nanostructures«. In: *Phys. Rev. Lett.* 93 (9 Aug. 2004), S. 096806.
- [Ber+09] T. Bergmann u. a. »Parity violation in hydrogen and longitudinal atomic beam spin echo I«. In: *The European Physical Journal D* 54.3 (2009), S. 551–574.
- [Ber84] M. V. Berry. »Quantal Phase Factors Accompanying Adiabatic Changes«. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* 392.1802 (1984), S. 45–57.
- [Ber90] M. Berry. »Anticipations of the geometric phase«. In: *Physics Today* 43 (Dez. 1990), S. 34–40.
- [BF28] M. Born und V. Fock. »Beweis des Adiabatenatzes«. In: *Zeitschrift für Physik* 51.3-4 (1928), S. 165–180.
- [BGN07a] T. Bergmann, T. Gasenzer und O. Nachtmann. »Metastable states, the adiabatic theorem and parity violating geometric phases I«. In: *The European Physical Journal D* 45.2 (2007), S. 197–210.
- [BGN07b] T. Bergmann, T. Gasenzer und O. Nachtmann. »Metastable states, the adiabatic theorem and parity violating geometric phases II«. In: *The European Physical Journal D* 45.2 (2007), S. 211–227.

Literatur

- [Bit89] T. Bitter. *Aufbau eines $n\bar{n}$ -Oszillations-Experiments und Messung von Berry's geometrischer Phase mit polarisierten Neutronen*. Diss. 1989.
- [Con+82] H. Conrad u. a. »Reflection of metastable He atoms from solid surfaces«. In: *Chem. Phys. Lett.* 88 (3 Mai 1982), S. 281–285.
- [DeK+04] M. DeKieviet u. a. »Source for atomic beams of metastable gases: Design and performance«. In: *Review of Scientific Instruments* 75.2 (2004), S. 345.
- [DeK+95] Maarten DeKieviet u. a. » ^3He Spin Echo: New Atomic Beam Technique for Probing Phenomena in the neV Range«. In: *Phys. Rev. Lett.* 75 (10 Sep. 1995), S. 1919–1922.
- [Dem+03] C. Dembowski u. a. »Observation of a Chiral State in a Microwave Cavity«. In: *Phys. Rev. Lett.* 90 (3 Jan. 2003), S. 034101.
- [Dem10] W. Demtröder. *Experimentalphysik* 3. 4. Aufl. Springer Berlin Heidelberg, 2010.
- [Dub86] D. Dubbers. »Simple formula for multiple mu-metal shields«. In: *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A* 243 (2–3 1986), S. 511–517.
- [Duc+14] L. Duca u. a. »An Aharonov-Bohm interferometer for determining Bloch band topology«. In: *Science* 347.6219 (Dez. 2014), S. 288–292.
- [Dun96] F. Dunning. *Atomic, Molecular, and Optical Physics: Atoms and Molecules - Volume 29B*. 29b. Academic Press, 1996.
- [Düro3] M. Dürr. *Eine Atomstrahlquelle für metastabile Edelgase und Konzeptuelle Studien zum Polarisieren von ^3He* . Diplomarbeit. 2003.
- [Fil+09] S. Filipp u. a. »Experimental Demonstration of the Stability of Berry's Phase for a Spin-1/2 Particle«. In: *Phys. Rev. Lett.* 102 (3 Jan. 2009), S. 030404.
- [Gäh+96] R. Gähler u. a. »Space-time description of neutron spin echo spectrometry«. In: *Physica B: Condensed Matter* 229.1 (1996), S. 1–17.
- [GLB05a] J. Guéna, M. Lintz und M. A. Bouchiat. »Measurement of the parity violating $6S$ - $7S$ transition amplitude in cesium achieved within 2×10^{-13} atomic-unit accuracy by stimulated-emission detection«. In: *Phys. Rev. A* 71 (4 Apr. 2005), S. 042108.
- [GLB05b] J. Guéna, M. Lintz und M.-A. Bouchiat. »Atomic Parity Violation: Principles, recent results, present motivations«. In: *Modern Physics Letters A* 20.06 (2005), S. 375–389.
- [Hah50] E. L. Hahn. »Spin Echoes«. In: *Phys. Rev.* 80 (4 Nov. 1950), S. 580–594.

- [Ham+92] M. S. Hammond u. a. »Spin dependence in He($2^3 S$) metastable-atom deexcitation at magnetized Fe(110) and O/Fe(110) surfaces«. In: *Phys. Rev. B* 45 (7 Feb. 1992), S. 3674–3679.
- [Han85] J. H. Hannay. »Angle variable holonomy in adiabatic excursion of an integrable Hamiltonian«. In: *Journal of Physics A: Mathematical and General* 18.2 (1985), S. 221.
- [HNS69] H. Hotop, A. Niehaus und A.L. Schmeltekopf. »Reactions of excited atoms and molecules with atoms and molecules«. In: *Zeitschrift für Physik* 229.1 (1969), S. 1–13.
- [Hod+09] S. S. Hodgman u. a. »Metastable Helium: A New Determination of the Longest Atomic Excited-State Lifetime«. In: *Phys. Rev. Lett.* 103 (5 Juli 2009), S. 053002.
- [Hol89] B. R. Holstein. »The adiabatic theorem and Berry's phase«. In: *American Journal of Physics* 57 (Dez. 1989), S. 1079–1084.
- [Jac98] J. Jackson. *Classical Electrodynamics*. 3rd Ed. John Wiley & Sons, Inc., 1998.
- [KGR10] W. H. Kraan, S. V. Grigoriev und M. T. Rekveldt. »Manifestation of the geometric phase in neutron spin-echo experiments«. In: *Phys. Rev. A* 82 (1 Juli 2010), S. 013619.
- [Kho07] S. A. Khoudari. *Entwicklung einer mehrlagigen MSE-Quelle und eines Detektors für metastabile Atome*. Diplomarbeit. 2007.
- [Lan02] F. Lang. *Transversales Spinecho an einem atomaren Wasserstoffstrahl und Spezielle Quellen für Atom- und Molekülstrahlen*. Diss. 2002.
- [LWD94] H.-M. Lauber, P. Weidenhammer und D. Dubbers. »Geometric phases and hidden symmetries in simple resonators«. In: *Phys. Rev. Lett.* 72 (7 Feb. 1994), S. 1004–1007.
- [Mac+07] R. MacKenzie u. a. »Validity of the adiabatic approximation in quantum mechanics«. In: *Phys. Rev. A* 76 (4 Okt. 2007), S. 044102.
- [Mag67] A. Mager. »Das Eindringen von Magnetfeldern in offene Abschirmzylinder«. In: *Z. angew. Phys.* 23 (1967), S. 381–386.
- [Mag70] A. Mager. »Magnetic Shields«. In: *IEEE Transactions on Magnetics* MAG-6.1 (März 1970), S. 67–75.
- [Mes65] A. Messiah. *Quantum Mechanics, Vol. II*. 1. Aufl. North-Holland, 1965.
- [Mez72] F. Mezei. »Neutron spin echo: A new concept in polarized thermal neutron techniques«. In: *Zeitschrift für Physik* 255.2 (1972), S. 146–160.

Literatur

- [Moo+09] J. H. Moore u. a. *Building Scientific Apparatus*. 4th Ed. Cambridge University Press, 2009.
- [MS93] N. Mukunda und R. Simon. »Quantum Kinematic Approach to the Geometric Phase. I. General Formalism«. In: *Annals of Physics* 228.2 (1993), S. 205–268.
- [Mül10a] C. Müller. *Gruppentheorie für Physiker*. Vorlesungsskript. 2010.
- [Mül10b] K. Müller. *Construction and Characterisation of Components for a Future Pulsed Metastable Beam Experiment on Dynamic and Geometric Phases*. Diplomarbeit. 2010.
- [Pan56] S. Pancharatnam. »Generalized theory of interference, and its applications«. In: *Proceedings of the Indian Academy of Sciences - Section A* 44.5 (1956), S. 247–262.
- [Pfe15] Pfeiffer Vacuum GmbH. *Know-how: Einführung in die Vakuumtechnik*. 15. Apr. 2015. URL: <http://www.pfeiffer-vacuum.de/know-how/einf-hrung-in-die-vakuumtechnik/grundlagen/mittlere-freie-wegl-nge/technology.action?chapter=tec1.2.5>.
- [Phy15] Physikalisches Institut Universität Heidelberg. *LogicBox*. 17. Nov. 2015. URL: <http://ew-dev.physi.uni-heidelberg.de/~rubio/LogicBox/>.
- [RA93] B. Reznik und Y. Aharonov. »Interplay of Aharonov-Bohm and Berry phases«. In: *Physics Letters B* 315.3 (1993), S. 386–391.
- [Rei76] F. Reif. *Grundlagen der Physikalischen Statistik und der Physik der Wärme*. Walter de Gruyter, 1976.
- [Rei95] A. Reiner. *Entwicklung und Bau von Komponenten für das Wasserstoff-Spin-Echo-Experiment*. Diplomarbeit. 1995.
- [Rei98] A. Reiner. *Aufbau und Test einer Wasserstoff- und Deuteriumstrahlspinechomaschine*. Diss. 1998.
- [Res00] Raffaele Resta. »Manifestations of Berry’s phase in molecules and condensed matter«. In: *Journal of Physics: Condensed Matter* 12.9 (2000), R107.
- [Ric+88] D. J. Richardson u. a. »Demonstration of Berry’s Phase Using Stored Ultracold Neutrons«. In: *Phys. Rev. Lett.* 61 (18 Okt. 1988), S. 2030–2033.
- [Roh07] D. Rohrlich. »Berry’s phase«. In: *ArXiv e-prints* (Aug. 2007). arXiv: 0708.3749 [quant-ph].
- [Rou07] C. Roux. *Dimensionierung eines Spinecho-Systems zur Messung von geometrischen Phasen im Wasserstoffatom*. Diplomarbeit. 2007.

- [Sak94] J. J. Sakurai. *Modern Quantum Mechanics*. 2. Singapore: Addison Wesley, 1994.
- [SB88] Joseph Samuel und Rajendra Bhandari. »General Setting for Berry's Phase«. In: *Phys. Rev. Lett.* 60 (23 Juni 1988), S. 2339–2342.
- [Sch12] Schott-Rohrglas GmbH. *SCHOTT DURAN®. Röhren, Kapillare und Stäbe aus Borosilicatglas* 3.3. 6. Dez. 2012.
- [Sco88] G. Scoles. *Atomic and Molecular Beam Methods*. Vol. 1. Oxford University Press, 1988.
- [Sim83] Barry Simon. »Holonomy, the Quantum Adiabatic Theorem, and Berry's Phase«. In: *Phys. Rev. Lett.* 51 (24 Dez. 1983), S. 2167–2170.
- [Sjö08] E. Sjöqvist. »A new phase in quantum computation«. In: *Physics* 1 35 (Nov. 2008).
- [SS68] L. D. Scheerer und F. D. Sinclair. »Gyromagnetic Ratio of Helium 2^3S_1 Atoms By Optical Pumping: Level Shifts«. In: *Phys. Rev.* 175 (1 Nov. 1968), S. 36–39.
- [SS86] Gordon W. Semenoff und Pasquale Sodano. »Non-Abelian Adiabatic Phases and the Fractional Quantum Hall Effect«. In: *Phys. Rev. Lett.* 57 (10 Sep. 1986), S. 1195–1198.
- [Sut+87] Dieter Suter u. a. »Berry's phase in magnetic resonance«. In: *Molecular Physics* 61.6 (1987), S. 1327–1340.
- [Sut14] D. Suter. *Dynamik von Spinsystemen*. Vorlesungsskript. 2014. URL: https://e3.physik.uni-dortmund.de/~suter/Vorlesung/Magnetische_Resonanz_10/3_Dynamik.pdf.
- [SW89] A. Shapere und F. Wilczek. *Geometric Phases in Physics*. World Scientific Singapore, 1989.
- [TC86] Akira Tomita und Raymond Y. Chiao. »Observation of Berry's Topological Phase by Use of an Optical Fiber«. In: *Phys. Rev. Lett.* 57 (8 Aug. 1986), S. 937–940.
- [Tra+16] Martin-Isbjörn Trappe u. a. »Geometric phases causing lifetime modifications of metastable states of hydrogen«. In: *The European Physical Journal D* 70.4 (2016), S. 1–13.
- [Tra13] M.-I. Trappe. *Parity-violating and parity-conserving berry phases for hydrogen and helium in an atom interferometer*. Diss. 2013.
- [Tsi+09] K. Tsigutkin u. a. »Observation of a Large Atomic Parity Violation Effect in Ytterbium«. In: *Phys. Rev. Lett.* 103 (7 Aug. 2009), S. 071601.

Literatur

- [VJS71] R. S. Van Dyck, C. E. Johnson und H. A. Shugart. »Radiative Lifetime of the 2^1S_0 Metastable State of Helium«. In: *Phys. Rev. A* 4 (4 Okt. 1971), S. 1327–1336.
- [VMK88] D. A. Varshalovich, A. N. Moskalev und V. K. Khersonskii. *Quantum Theory of Angular Momentum*. Singapore: World Scientific, 1988.
- [Wag+97] A. G. Wagh u. a. »Experimental Separation of Geometric and Dynamical Phases Using Neutron Interferometry«. In: *Phys. Rev. Lett.* 78 (5 Feb. 1997), S. 755–759.
- [WBH14] S. Welte, C. Basler und H. Helm. »Berry phase and its sign in quantum superposition states of thermal ^{87}Rb atoms«. In: *Phys. Rev. A* 89 (2 Feb. 2014), S. 023412.
- [Web+99] C. L. Webb u. a. »Measurement of Berry's phase using an atom interferometer«. In: *Phys. Rev. A* 60 (3 Sep. 1999), R1783–R1786.
- [Woe+01] G. R. Woestenenk u. a. »Construction of a low velocity metastable helium atomic beam«. In: *Review of Scientific Instruments* 72.10 (2001), S. 3842–3847.
- [WZ84] Frank Wilczek und A. Zee. »Appearance of Gauge Structure in Simple Dynamical Systems«. In: *Phys. Rev. Lett.* 52 (24 Juni 1984), S. 2111–2114.
- [Zie+98] M. Zielonkowski u. a. »Optically induced spin precession and echo in an atomic beam«. In: *Phys. Rev. A* 58 (5 Nov. 1998), S. 3993–3998.
- [Žit+03] M Žitnik u. a. »Lifetimes of n^1P states in helium«. In: *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* 36.20 (2003), S. 4175.