

INAUGURAL - DISSERTATION
zur
Erlangung der Doktorwürde
der
Naturwissenschaftlich-Mathematischen
Gesamtfakultät
der
Ruprecht-Karls-Universität
Heidelberg

vorgelegt von
Dipl.-Phys. Daniel Fuß
aus Marl

Tag der mündl. Prüfung: 21.07.2004

Kombinierte Höhen- und Neigungsmessung von winderzeugten Wasserwellen am Heidelberger Aeolotron

Gutachter: Prof. Dr. Bernd Jähne
Prof. Dr. Josef Bille

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird ein Verfahren vorgestellt, mit dem es möglich ist, simultan großskalige und kleinskalige Wasserwellen in hoher räumlicher Auflösung zu messen. Dies wird durch eine kombinierte Höhen- und Neigungsmessung mit Methoden der digitalen Bildverarbeitung erreicht.

Zur Neigungsmessung wird ein bereits bestehendes Verfahren erweitert, bei dem die neigungsabhängige Lichtbrechung an der Wasseroberfläche ausgenutzt wird. Es ermöglicht die Vermessung der Feinstruktur der Wasseroberfläche, wie sie durch kleinskalige Kapillarwellen gegeben ist. Besonderer Wert wurde auf die Neigungskalibration dieses Systems gelegt, wodurch systematische Fehler vermieden werden konnten.

Zur Messung absoluter Höheninformation auf größeren Skalen wurde ein auf den Neigungsbildern basierendes Stereoverfahren entwickelt. Die hierzu erforderlichen Techniken werden ausführlich beschrieben und deren Anwendbarkeit auf Wasserwellen gezeigt. Eine Kombination beider Verfahren ermöglicht eine skalenübergreifende Analyse der Wasseroberfläche. Auf diese Weise sind simultane, hochaufgelöste Messungen von Schwere- und Kapillarwellen möglich.

Abstract

In this thesis a new technique is presented, which is able to simultaneously measure large and small scale water waves with high spatial resolution. This is achieved by a combined height and slope measurement in conjunction with digital image processing techniques.

For the slope measurements a well established technique was improved. Utilizing light refraction at the water surface the slope of small scale waves is determined. This allows to sense the small scale structure of the water surface determined by capillary waves. To avoid systematic errors a detailed calibration procedure was developed.

For absolute height measurements on coarser scales, a stereo technique based on the slope images was developed. The technical requirements and their implementation are described in detail and the applicability to water waves is shown.

A combination of both techniques yields a scale overlapping method to measure water waves. Thus, simultaneous measurements of gravity and capillary waves with high spatial resolution are enabled.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie der Wasserwellen	5
2.1	Hydrodynamische Grundlagen	5
2.1.1	Navier-Stokes-Gleichungen	5
2.1.2	Randbedingungen für die Laplace-Gleichung	7
2.2	Spezielle Lösungen	8
2.2.1	Infinitesimale Wellen	8
2.2.2	Stokes-Wellen	8
2.2.3	Crapper-Wellen	10
2.3	Wellenspektren	11
2.3.1	Definition von Wellenspektren	11
2.3.2	Modelle für Wellenspektren	13
2.4	Neigungsverteilungen	14
3	Verfahren zur Messung von Wasserwellen	17
3.1	Neigungsmessungen	17
3.1.1	Neigungsmessung durch Refraktion	18
3.1.2	Neigungsmessung durch Reflexion	21
3.1.3	Reflexion oder Refraktion?	22

3.2	Höhenmessungen	22
3.2.1	Stereomethoden	23
3.3	Zusammenfassung und Zielsetzung	28
4	Neigungsmessung durch Lichtbrechung (CISG)	29
4.1	Meßaufbau	30
4.1.1	Das Heidelberger Aeolotron	30
4.1.2	Aufbau der CISG	30
4.2	Modellierung der Abbildungsgeometrie	32
4.2.1	Lichtbrechung an geneigten Oberflächen	33
4.2.2	Zusammenfassung	39
4.3	Höhenkompensation durch eine Fresnel-Linse	39
4.3.1	Strahlengang	39
4.3.2	Optische Fehler der verwendeten Fresnel-Linse	40
4.4	Farbbildverarbeitung	42
4.4.1	Farbkameras	42
4.4.2	Farbinterpolation	43
4.5	Der Farbkeil	44
4.5.1	Normierung	45
4.5.2	Alternativer Farbkeil	46
4.5.3	Wahl des Farbkeils und auftretende Probleme	47
4.6	Neigungskalibrierung	47
4.6.1	Prinzip der Neigungskalibrierung mit plankonvexen Linsen	48
4.6.2	Strahlableitung durch die Plankonvexlinse	48
4.6.3	Vorgehensweise bei der Neigungskalibration	50
4.6.4	Farbtransformation	54
4.7	Ergebnisse der Neigungskalibrierung	55

4.7.1	Orts- und Höhenabhängigkeit	55
4.7.2	Höhenabhängigkeit des Abbildungsverhältnisses	57
4.8	Beispielaufnahmen der CISG	58
4.9	Zusammenfassung	58
5	Höhenmessung durch Stereokorrelation	61
5.1	Projektive Geometrie und Kameramodell	62
5.1.1	Motivation: Lochkamera	62
5.1.2	Grundbegriffe der projektiven Geometrie	63
5.1.3	Erweitertes Kameramodell	64
5.1.4	Verzerrungen in den Bildkoordinaten	66
5.2	Geometrische Kamerakalibrierung	66
5.2.1	Prinzip	66
5.2.2	Bestimmung der Homographien	67
5.2.3	Initialisierung der Startparameter	69
5.2.4	Stereokalibration	71
5.2.5	Ergebnisse der Kalibrationsmessungen	72
5.3	Rektifizierung	76
5.3.1	Epipolargeometrie	76
5.3.2	Rektifizierung	77
5.4	Lineare Triangulation	79
5.5	Auffinden von Stereokorrespondenzen	80
5.5.1	Korrelationsbasierte Korrespondenzanalyse	81
5.5.2	Verfeinerung der Korrespondenzschätzung durch Ausnutzung von Randbedingungen	82
5.5.3	Links-Rechts-Konsistenz	85
5.6	Stereomessung von Wasserwellen	85

5.6.1	Vorverarbeitung der Stereobilder	85
5.6.2	Messungen der quasiebenen Wasseroberfläche	86
5.6.3	Wellensequenzen	86
5.7	Zusammenfassung	89
6	Kombinierte Höhen- und Neigungsmessung	91
6.1	Höhenabhängige Neigungskorrektur	91
6.2	Interpolation auf skalierte Weltkoordinaten	92
6.3	Höhenrekonstruktion aus Gradientenkarten	93
6.3.1	Direkte Integration	94
6.3.2	Frankot-Chellappa-Algorithmus	94
6.3.3	Anwendung auf Wasserwellen	96
6.4	Kombination der Neigungs- und Stereoinformation	96
6.5	Rekonstruktionen der Wasseroberfläche	99
7	Statistische Messungen	105
7.1	Neigungsverteilungen und mittlere quadratische Neigungen	106
7.2	Sättigungsspektren	106
8	Zusammenfassung	111
	Literaturverzeichnis	113

Kapitel 1

Einleitung

Thema der vorliegenden Arbeit ist die 3D-Rekonstruktion bewegter Wasseroberflächen mit Methoden der digitalen Bildverarbeitung. Die Kombination zweier Verfahren ermöglicht eine simultane Messung von klein- und großskaligen Wasserwellen.

Wasserwellen auf dem Ozean haben Wellenlängen, die von einigen Millimetern bis zu hundert Metern reichen. Die kleinskaligen Wellen, deren Rückstellkraft von der Oberflächenspannung dominiert wird, bezeichnet man als *Kapillarwellen*. Bei größeren Wellen, mit Wellenlängen von mehr als einigen Zentimetern, ist die Schwerkraft die dominierende Rückstellkraft. Diese größeren Wellen bezeichnet man daher als *Schwerewellen*.

Die Dynamik von winderzeugten Wasserwellen ist äußerst komplex. Wellen unterschiedlicher Wellenlängen tauschen untereinander sowie mit dem turbulenten Windfeld Energie aus und wechselwirken mit der Wasserströmung. Neigung und Phasengeschwindigkeit von kleineren Wellen werden durch die Orbitalbewegung der sie modulierenden größeren Schwerewellen beeinflusst. Ein bekanntes Phänomen sind auch kleinskalige Kapillarwellen auf der windabgewandten Seite größerer Schwerewellen, die ihre Energie aus diesen beziehen und sich mit derselben Phasengeschwindigkeit bewegen. Sie werden deshalb als *parasitäre Kapillarwellen* bezeichnet. Viele dieser Prozesse sind bisher noch nicht hinreichend verstanden und daher Gegenstand aktueller Forschung.

Von besonderem Interesse sind Kapillarwellen für Transportprozesse (Gas-, Impuls- und Wärmeaustausch) zwischen Ozean und Atmosphäre. Diese Austauschprozesse werden im Wesentlichen bestimmt durch eine nur wenige Mikrometer dicke Grenzschicht. Der dominante Transportmechanismus innerhalb dieser Grenzschicht ist die molekulare Diffusion, wobei es sich dabei um einen sehr langsamen Transportmechanismus handelt. Bei Vorhandensein von Wasserwellen kann ein starker Anstieg der Austauschraten beobachtet werden. Jähne [27] konnte zeigen, daß die *mittlere quadratische Neigung* der Wasseroberfläche ei-

ne geeignete Größe zur Parametrisierung der Austauschraten ist. Den größten Anteil zur mittleren quadratischen Neigung steuern dabei Kapillarwellen bei.

Für ein tieferes Verständnis der komplexen Wechselwirkungen zwischen kleinskaligen Kapillarwellen und großskaligen Schwerewellen ist es daher notwendig, eine Meßmethode zu haben, die es ermöglicht, Wellen in einem breiten Wellenzahlbereich gleichzeitig hochaufgelöst messen zu können. Mit bisherigen Verfahren ist dies nicht möglich.

Zur örtlich und zeitlich hochaufgelösten Untersuchung von Wasserwellen haben sich Methoden der digitalen Bildverarbeitung bewährt. Dabei gibt es im Wesentlichen zwei Ansätze: Zum einen ist es möglich, über eine Stereomessung mit zwei Kameras eine Höhenschätzung der Wasseroberfläche zu erhalten (*shape from stereo*). Neben Problemen, die sich aus der spiegelnden Natur der Wasseroberfläche ergeben, ist es mit Stereomessungen nicht möglich, die kleinskaligen Kapillarwellen in ihrer Höhe aufzulösen, die im Submillimeterbereich anzusiedeln ist.

Ein zweiter Ansatz ist die optische Neigungsmessung. Sie nutzt die Ablenkung von Lichtstrahlen an der Wasseroberfläche. Dabei mißt man entweder die Ablenkung des reflektierten (*shape from reflection*) oder des gebrochenen Lichtstrahls (*shape from refraction*). Balschbach [1] benutzte ein Verfahren (CISG) mit dem es durch Einsatz einer farbkodierten, flächigen Beleuchtung möglich ist, ein dichtes zweidimensionales Gradientenfeld der Wasseroberfläche zu messen. Aus diesem läßt sich der relative Höhenverlauf der Oberfläche durch Integration ermitteln. Absolute Höhen können mit der CISG nicht gemessen werden. Die mittlere Wasserhöhe und damit die großen Wellen sind der Messung nicht zugänglich.

In dieser Arbeit wurde eine Kombination beider Ansätze verwirklicht um eine simultane, skalenübergreifende Gewinnung von Oberflächeninformation zu erhalten: Stereo- und CISG-Verfahren werden gleichzeitig angewandt. Damit können klein- und großskalige Wellen simultan analysiert werden.

Gliederung der Arbeit

In Kapitel 2 werden einige theoretische Grundlagen über Wasserwellen erläutert. Typische Wellenformen werden anhand der zu Grunde liegenden Differentialgleichungen kurz erläutert. Weiterhin werden einige Begriffe zur statistischen Beschreibung des Wellenfeldes erklärt.

Kapitel 3 gibt einen Überblick der Methoden zur Messung von Wasserwellen. Dabei wird eine Einteilung in Techniken zur Neigungsmessung und Techniken zur Höhenmessung vorgenommen. Die Hauptprobleme der verschiedenen Verfahren werden herausgearbeitet.

Das Verfahren der *Color Imaging Slope Gauge (CISG)* wird in Kapitel 4 ausführlich erläutert. Insbesondere wird die Neigungskalibrierung genauer untersucht.

Kapitel 5 beschreibt die für eine präzise stereoskopische Vermessung von Oberflächen notwendigen Techniken: Kamerakalibration, Rektifizierung und Korrespondenzsuche.

Die beiden in Kapitel 4 und 5 vorgestellten Verfahren werden in Kapitel 6 gegenübergestellt und kombiniert. Dazu wird zunächst die Höhenrekonstruktion aus Gradientenfeldern diskutiert und abschließend eine sinnvolle Kombination der beiden Verfahren erarbeitet.

Als Ergebnisse stehen am Ende des Kapitels hochaufgelöste Höhenrekonstruktionen der Wasseroberfläche zur Verfügung.

Als weiteres Anwendungsbeispiel werden in Kapitel 7 exemplarisch Neigungsverteilungen und Sättigungsspektren ermittelt, die aus ersten Testmessungen mit dem neuen Verfahren am Heidelberger Aeolotron hervorgingen.

Eine kurze Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse wird in Kapitel 8 gegeben.

Kapitel 2

Theorie der Wasserwellen

In diesem Kapitel werden einige grundlegenden Eigenschaften von Wasserwellen erläutert. Als erstes wird auf die zu Grunde liegenden hydrodynamischen Gleichungen eingegangen und einige spezielle Lösungen werden vorgestellt. Für eine statistische Beschreibung des Wellenfeldes werden die Begriffe des Wellenspektrums und der Neigungsverteilung erläutert.

2.1 Hydrodynamische Grundlagen

2.1.1 Navier-Stokes-Gleichungen

Die Bewegung eines Volumenelements der Dichte ρ in einer Flüssigkeit wird bestimmt durch die Massen- und Impulserhaltung. Die Massenerhaltung wird (in der Lagrangeschen Darstellung) ausgedrückt durch:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0. \quad (2.1)$$

Hierbei ist \vec{u} die Geschwindigkeit des Flüssigkeitsteilchens. Mit der Identität

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \quad (2.2)$$

ergibt sich (in Eulerscher Darstellung):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0. \quad (2.3)$$

Im Weiteren soll angenommen werden, daß die Flüssigkeit inkompressibel ist, so daß gilt:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0. \quad (2.4)$$

Die Bewegungsgleichung (*Navier-Stokes-Gleichung*) ergibt sich nach dem zweiten Newtonschen Axiom aus der Summe der auf ein Flüssigkeitsteilchen wirkenden Kräfte. In der Regel sind diese gegeben durch den Druckgradienten, die Schwerkraft und die molekulare viskose Reibung:

$$\rho \frac{d\vec{u}}{dt} = -\vec{\nabla}p + \rho\vec{g} + \rho\nu\Delta\vec{u}. \quad (2.5)$$

Hierbei bezeichnet ν die kinematische Viskosität der Flüssigkeit. In Eulerscher Darstellung ergibt sich:

$$\rho \frac{\partial\vec{u}}{\partial t} + \rho(\vec{u}\vec{\nabla})\vec{u} = -\vec{\nabla}p + \rho\vec{g} + \rho\nu\Delta\vec{u}. \quad (2.6)$$

Mit der Wirbelstärke

$$\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{u} \quad (2.7)$$

und der Vektoridentität

$$(\vec{\nabla} \times \vec{u}) \times \vec{u} = \vec{u}\vec{\nabla}\vec{u} - \vec{\nabla}\left(\frac{1}{2}u^2\right) \quad (2.8)$$

ergibt sich:

$$\rho \frac{\partial\vec{u}}{\partial t} + \rho(\vec{\omega} \times \vec{u} + \vec{\nabla}\left(\frac{1}{2}u^2\right)) = -\vec{\nabla}p + \rho\vec{g} + \rho\nu\Delta\vec{u}. \quad (2.9)$$

Im Weiteren wollen wir annehmen, daß der viskose Reibungsterm $\rho\nu\Delta\vec{u}$ vernachlässigt werden kann und das Geschwindigkeitsfeld \vec{u} wirbelfrei ist:

$$\vec{\nabla} \times \vec{u} = \vec{0}. \quad (2.10)$$

Dann ergibt sich für die Navier-Stokes-Gleichung:

$$\rho \frac{\partial\vec{u}}{\partial t} + \rho\vec{\nabla}\left(\frac{1}{2}u^2\right) = -\vec{\nabla}p + \rho\vec{g}. \quad (2.11)$$

Die Wirbelfreiheit impliziert die Existenz einer Potentialfunktion Φ zum Geschwindigkeitsfeld \vec{u} :

$$\vec{u} = \vec{\nabla}\Phi. \quad (2.12)$$

Φ erfüllt aufgrund der Inkompressibilität (2.4) die Laplace-Gleichung:

$$\Delta\Phi = 0 \quad (2.13)$$

Die eigentliche Schwierigkeit bei der Lösung dieser Differentialgleichung steckt in den zugehörigen Randbedingungen. Nützlich für die Formulierung der Randbedingungen ist die *Bernoullische Differentialgleichung*. Sie ergibt sich als erstes Integral der Bewegungsgleichung durch Einsetzen von (2.12) in (2.11) und anschließende Integration:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}u^2 + gz = f(t). \quad (2.14)$$

$f(t)$ ist eine beliebige zeitabhängige Funktion, die o.B.d.A. der Potentialfunktion Φ zugeordnet werden kann.

2.1.2 Randbedingungen für die Laplace-Gleichung

Der Wasserkörper ist nach unten durch eine feste Grenzfläche (Meeresboden bzw. Kanalboden) beschränkt und nach oben durch die Wasseroberfläche. Daraus lassen sich kinematische und dynamische Randbedingungen formulieren:

Kinematische Randbedingungen Es erfolgt keine Bewegung durch Phasengrenzen hindurch. Folglich muß die Geschwindigkeitskomponente in Richtung des Normalenvektors \vec{v} verschwinden:

$$\vec{v}_n = \frac{\partial \Phi}{\partial \nu} = 0. \quad (2.15)$$

Für eine feste Wand in der Tiefe $z = -h$ folgt

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right|_{z=-h} = 0. \quad (2.16)$$

Die freie Wasseroberfläche kann beschrieben werden durch die (a priori unbekannte) Auslenkung $z = \zeta(x, y, t)$. Hierfür ergibt sich:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = - \left. \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right|_{z=\zeta} - v_x \left. \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right|_{z=\zeta} - v_y \left. \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right|_{z=\zeta} \quad (2.17)$$

Dynamische Randbedingungen Die dynamische Randbedingung ergibt sich aus der Notwendigkeit, daß eine Druckdifferenz auf den beiden Seiten der freien Oberfläche nur von der Oberflächenspannung herrühren kann. Nach der Bernoullischen Differentialgleichung gilt an der Wasseroberfläche:

$$\frac{p}{\rho} + \left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{\zeta} + \frac{1}{2} (\vec{\nabla} \Phi)^2 \Big|_{\zeta} + g\zeta = 0. \quad (2.18)$$

Für den Druck p gilt [44]:

$$p = p_a - \sigma(R_1^{-1} + R_2^{-1})p_a - \sigma F(\zeta) \quad (2.19)$$

Hierbei bezeichnet σ die Oberflächenspannung. R_1 und R_2 sind die Hauptkrümmungsradien der freien Oberfläche und p_a ist der Atmosphärendruck.

Die Randbedingungen für die freie Oberfläche sind nichtlinear. Exakte Lösungen dieser Gleichungen sind nur für einige Spezialfälle bekannt ([44; 29]). Eine Näherungsmethode besteht darin, die nichtlinearen Randbedingungen in eine Taylor-Reihe um $z = 0$ zu entwickeln und für die Funktionen Φ , \vec{u} und ζ einen Störungsansatz der Form

$$\Phi = \epsilon \Phi_1 + \epsilon^2 \Phi_2 + \epsilon^3 \Phi_3 + \dots \quad (2.20)$$

zu machen, wobei ϵ als *Ordnungsparameter* dient. Er ist von der Größenordnung der Wellensteilheit $\delta = \frac{H}{\lambda}$, wobei H die Wellenhöhe und λ die Wellenlänge ist. Weitere Details hierzu findet man z.B. in [44].

2.2 Spezielle Lösungen

2.2.1 Infinitesimale Wellen

Macht man den am Ende von Kapitel 2.1.2 beschriebenen Näherungsansatz bis zur ersten Ordnung, so erhält man ausschließlich lineare Gleichungen. Da diese Näherung exakt nur für infinitesimal kleine Wellen gültig ist, nennt man die Lösungen auch *infinitesimale Wellen* [44]. Als Lösung für die Wasseroberfläche ζ ergeben sich ebene Wellen:

$$\zeta(x, y, t) = a \cos(\vec{k}\vec{x} - \omega t) \quad (2.21)$$

mit dem Wellenvektor \vec{k} und der Frequenz ω . Für das Geschwindigkeitspotential erhält man:

$$\Phi = \frac{\omega a \cosh k(z+d)}{k \sinh kd} \sin(\vec{k}\vec{x} - \omega t). \quad (2.22)$$

Der Zusammenhang zwischen der Frequenz ω und der Wellenzahl $k = |\vec{k}|$ ist durch die *Dispersionsrelation* gegeben:

$$\omega = \sqrt{gk(1 + \gamma k^2/g)} \tanh(kd). \quad (2.23)$$

Falls $kd \gg 1$ spricht man von *Tiefwasserwellen* und Gleichung (2.23) vereinfacht sich zu

$$\omega = \sqrt{gk(1 + \gamma k^2/g)}. \quad (2.24)$$

In Abbildung 2.1 ist die *Phasengeschwindigkeit* $c = \omega/k$ in Abhängigkeit von der Wellenlänge λ für die Tiefwassernäherung (Gleichung (2.24)) aufgetragen. Es gibt ein Minimum der Phasengeschwindigkeit von $c \approx 23$ cm/s bei $\lambda_{min} = 2\pi(\gamma/g) \approx 1.7$ cm. Wellen mit $\lambda \ll \lambda_{min}$ bezeichnet man als *Kapillarwellen*. Die dominierende Rückstellkraft ist in diesem Fall durch die Oberflächenspannung gegeben. Wellen mit $\lambda \gg \lambda_{min}$ bezeichnet man als *Schwerewellen* oder auch *Gravitationswellen*. Hier dominiert die Schwerkraft als Rückstellkraft. Wellen für die weder Schwerkraft noch Oberflächenspannung vernachlässigt werden können bezeichnet man als *Kapillar-Schwere-Wellen*.

Berechnet man mittels $\vec{u} = \vec{\nabla}\Phi$ die Geschwindigkeiten der Wasserteilchen, so zeigt sich, daß diese sich auf Ellipsenbahnen bewegen, welche mit zunehmender Wassertiefe immer kleiner werden. Im Grenzfall der Tiefwassernäherung werden diese Ellipsen zu Kreisen.

2.2.2 Stokes-Wellen

Der Näherungsansatz aus Kapitel 2.1.2 kann auch zu höheren Ordnungen hin fortgesetzt werden. Die sich daraus ergebenden Wellen bezeichnet man als *Stokes-Wellen* [29]. Die genaue Vorgehensweise wird z.B. in [29] oder [11] erläutert. Hier sollen nur einige Ergebnisse angeführt werden. Zur Vereinfachung wird die Oberflächenspannung vernachlässigt und

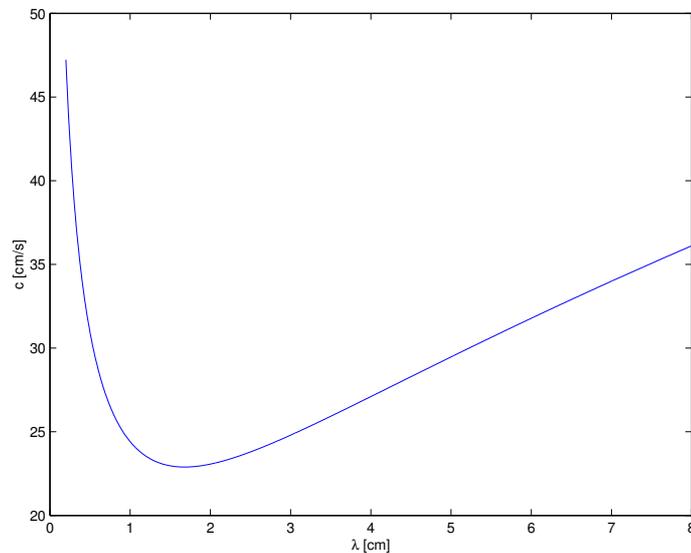


Abbildung 2.1: Phasengeschwindigkeit c von Wasserwellen (Tiefwassernäherung) bei 20°C als Funktion der Wellenlänge λ .

die Tiefwassernäherung benutzt. Weiterhin wird als Lösung ein zeitlich konstantes Wellenprofil gefordert, daß sich mit konstanter Geschwindigkeit bewegt. Als Bestimmungsgleichung für das Wellenprofil (in x -Richtung) ergibt sich:

$$\zeta = \beta \exp(k\zeta) \cos(kx). \quad (2.25)$$

Unter der Voraussetzung, daß $k\zeta < 1$ (nicht notwendigerweise $k\zeta \ll 1$ wie bei infinitesimalen Wellen) kann die Exponentialfunktion in eine konvergente Reihe entwickelt werden und die Bestimmungsgleichung läßt sich nach ζ auflösen. Als Lösung dritter Ordnung ergibt sich:

$$\zeta = -a \cos(kx) + \frac{1}{2}ka^2 \cos(2kx) - \frac{3}{8}k^2a^3 \cos(3kx) \quad (2.26)$$

$$a = \beta - \frac{9}{8}k^2\beta^3. \quad (2.27)$$

Zur Grundwelle kommen Oberwellen höherer Ordnung hinzu. Das Wellenprofil (bis zur dritten Ordnung) ist in Abbildung 2.2 dargestellt. Man erkennt, daß im Vergleich zu linearen Wellen der Wellenberg spitzer ist und das Wellental flacher. Für die Dispersionsrelation ergibt sich (Näherung dritter Ordnung):

$$\omega = \sqrt{gk(1 + a^2k^2)}. \quad (2.28)$$

Stokes-Wellen bewegen sich etwas schneller als die entsprechenden linearen Wellen gleicher Frequenz. Betrachtet man das zugehörige Geschwindigkeitsfeld, so zeigt sich, daß im

Gegensatz zu den linearen Wellen die Teilchenbahnen nicht geschlossen sind. Es existiert eine sogenannte *Stokes-Drift* [29].

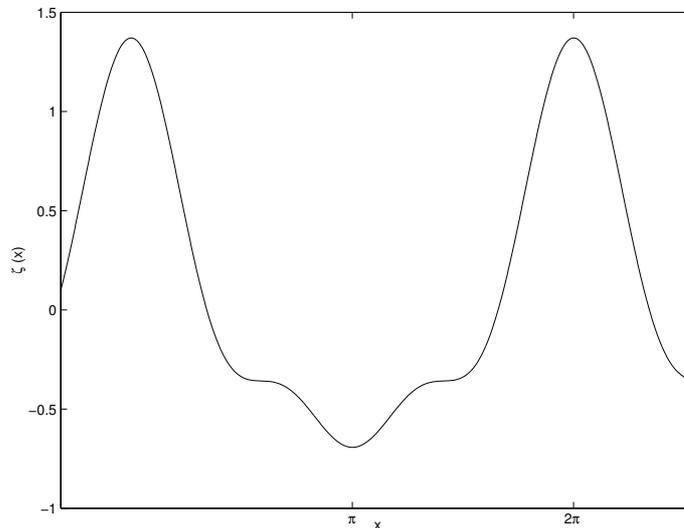


Abbildung 2.2: Stokes-Welle (Entwicklung bis zur 3. Ordnung mit $\beta = 1.22$ und $k = 1$).

2.2.3 Crapper-Wellen

Unter Vernachlässigung der Gravitationskraft versuchte Crapper [10] unter Ausnutzung des Stokes'schen Ansatzes eine Lösung für reine Kapillarwellen zu finden. Dabei zeigte sich, daß die ermittelten Koeffizienten sich periodisch wiederholten, was auf eine exakte Lösung hinwies (Details siehe [29]). Als Ergebnis für diese sogenannten *Crapper-Wellen* ergeben sich folgende Bestimmungsgleichungen:

$$\begin{aligned} kx &= \alpha - \frac{4A \sin \alpha}{1+A^2+2A \cos \alpha} \\ k\zeta &= 4 \left(1 - \frac{1+A \cos \alpha}{1+A^2+2A \cos \alpha} \right) \end{aligned} \quad (2.29)$$

wobei

$$A = \frac{2}{\pi\delta} \left\{ \left(1 + \frac{\pi^2\delta^2}{4} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right\}. \quad (2.30)$$

Die Wasseroberfläche ist eine Funktion der Wellensteilheit $\delta = \frac{H}{\lambda}$. Abbildung 2.3 zeigt Profile von Crapper-Wellen bei unterschiedlicher Steilheit δ . Auch die Dispersionsrelation ist eine Funktion der Wellensteilheit:

$$c^2 = \frac{k\sigma}{\rho} \left(1 + \frac{\pi^2\delta^2}{4} \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (2.31)$$

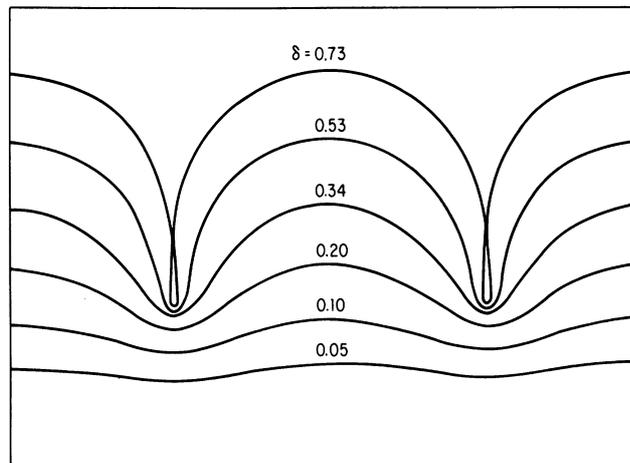


Abbildung 2.3: Profile von Crapper-Wellen bei unterschiedlicher Steilheit der Welle. Aus [29].

2.3 Wellenspektren

2.3.1 Definition von Wellenspektren

Bei einer statistischen Beschreibung eines Wellenfeldes bildet die *Wahrscheinlichkeitsdichte* der betrachteten Größe (z.B. Oberflächenauslenkung oder Oberflächenneigung) die Grundlage. Im Falle der Oberflächenauslenkung $\zeta(\vec{x}, t)$ ist diese gegeben durch:

$$P(\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_n). \quad (2.32)$$

Sie gibt die Wahrscheinlichkeitsdichte dafür an, daß für die betrachteten Orts-Zeit-Paare $(\vec{x}_1, t_1), \dots, (\vec{x}_n, t_n)$ die Auslenkungen ζ_1, \dots, ζ_n vorliegen. Von zentraler Bedeutung [44] ist die *Kovarianz* der Oberflächenauslenkung:

$$Z(\vec{x}, \vec{r}, t, \tau) = \iint_{-\infty}^{\infty} \zeta_1 \zeta_2 P(\zeta_1, \zeta_2) d\zeta_1 d\zeta_2 = \overline{\zeta(\vec{x}, t) \zeta(\vec{x} + \vec{r}, t + \tau)}. \quad (2.33)$$

Unter der Voraussetzung, daß die betrachteten Prozesse homogen und stationär sind, d.h. invariant gegenüber Translation in Ort und Zeit sind, gilt:

$$Z(\vec{x}, \vec{r}, t, \tau) = Z(\vec{r}, \tau). \quad (2.34)$$

Als *Wellenspektrum* bezeichnet man die Fouriertransformierte der Kovarianzfunktion:

$$X(\vec{k}, \omega) = (2\pi)^{-3} \iint_{-\infty}^{\infty} Z(\vec{r}, \tau) d\vec{r} d\tau. \quad (2.35)$$

$X(\vec{k}, \omega)$ kann als *spektrale Energiedichte* interpretiert werden. Integriert man über alle Frequenzen ω so erhält man das *Wellenzahlspektrum*:

$$\Psi(\vec{k}) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\vec{k}, \omega) d\omega. \quad (2.36)$$

Integration über alle Wellenzahlen hingegen liefert das *Frequenzspektrum*:

$$\Phi(\omega) = \iint_{-\infty}^{\infty} X(\vec{k}, \omega) d\vec{k}. \quad (2.37)$$

Integration des Wellenzahlspektrums über alle Richtungen führt zum sogenannten *omnidirektionalen Spektrum*:

$$F(k) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \Psi(k, \theta) d\theta. \quad (2.38)$$

Wichtig für die *Messung* der Wellenzahlspektren in dieser Arbeit ist folgender Zusammenhang:

$$\Psi(\vec{k}) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\hat{\zeta}_i(\vec{k})|^2, \quad (2.39)$$

wobei $\hat{\zeta}(k)$ die Fouriertransformierte der Oberflächenauslenkung ist. Für die Fouriertransformierten der Oberflächenneigungen gilt

$$\begin{aligned} \hat{s}_x &= -i k_x \hat{\zeta} \\ \hat{s}_y &= -i k_y \hat{\zeta} \\ |\hat{s}_x|^2 + |\hat{s}_y|^2 &= k^2 |\hat{\zeta}|^2. \end{aligned} \quad (2.40)$$

Somit folgt für das Wellenzahlspektrum:

$$\Psi(\vec{k}) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k^{-2} |\hat{s}_i(\vec{k})|^2 = k^{-2} S(\vec{k}). \quad (2.41)$$

$S(\vec{k})$ bezeichnet man als Neigungsspektrum. Voraussetzung für diese Approximationen ist, daß hinreichend viele statistisch unabhängige Aufnahmen der Wasseroberfläche vorliegen. Man bezeichnet $|\hat{\zeta}|^2$ bzw. $|\hat{s}|^2$ auch als *Powerspektren* der Wellenauslenkung bzw. der Wellenneigung.

2.3.2 Modelle für Wellenspektren

Die ersten Überlegungen zur Form von Wellenspektren gehen auf eine Arbeit von Phillips [43] zurück. In seinem Modell des *saturation range* nahm er an, daß die spektralen Energiedichten aufgrund von Energiedissipation durch brechende Wellen nicht beliebig ansteigen können. Somit muß im Gleichgewichtszustand für jede Wellenzahl eine Obergrenze der spektralen Energiedichte existieren. Wenn diese Obergrenze unabhängig vom Energieeintrag des Windes in das Wellenfeld ist und nur von den Rückstellkräften (Schwerkraft $[m/s^2]$ und Oberflächenspannung $[m^3s^2]$) abhängt, dann ergibt sich aus Dimensionsgründen [44]:

$$\Psi(\vec{k}) = \beta f(\Theta) k^{-4}. \quad (2.42)$$

Die dimensionslose Funktion $f(\Theta)$ beschreibt die Richtungsabhängigkeit der Wellen. Nach Phillips Überlegungen müßte (2.42) für Schwere- und Kapillarwellen gleichermaßen (mit verschiedenem β) gelten. Obwohl sich das Modell des *saturation range* als falsch erwiesen hat, ist es üblich, Wellenzahlspektren als Sättigungsgrad (*degree of saturation*) $B(\vec{k})$ darzustellen:

$$\begin{aligned} B(\vec{k}) &= \Psi(\vec{k}) k^4 \\ B(\vec{k}) &= S(\vec{k}) k^2 \end{aligned} \quad (2.43)$$

Realistischere Modelle gehen davon aus, daß sich für ein stationäres Wellenfeld die spektralen Energiedichten der einzelnen Wellenzahlen so einstellen, daß sich im Mittel Energieeintrag und Dissipation die Waage halten. Für die Energiebilanz werden dabei im wesentlichen drei Terme berücksichtigt:

- Energieeintrag durch das turbulente Windfeld
- Energieaustausch zwischen Wellen verschiedenener Wellenzahlen durch nichtlineare Wellen-Wellen-Wechselwirkungen
- Energiedissipation durch Wellenbrechen und viskose Dämpfung

Phillips [45] und Kitaigorodskii [30] gelangen mit unterschiedlichen Annahmen zu folgendem Sättigungsspektrum für kurze Schwerewellen:

$$B(\vec{k}) = \beta g^{-1/2} f(\Theta) u_* k^{1/2} \quad (2.44)$$

wobei u_* der Schubspannungsgeschwindigkeit entspricht. Neuere, weiter verfeinerte Modelle, wurden von Kudryavtsev, Makin und Chapron [36] entwickelt.

2.4 Neigungsverteilungen

Eine weitere wichtige Größe zur statistischen Beschreibung von Wasserwellen ist die Neigungsverteilung $\rho(s_x, s_y)$. Sie hat die Bedeutung einer Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung. Ist $\rho(s_x, s_y)$ bekannt, so kann man daraus die Wahrscheinlichkeit berechnen eine Neigung (s_x, s_y) innerhalb eines vorgegebenen Intervalls $[s_x - \delta_x, s_x + \delta_x] \times [s_y - \delta_y, s_y + \delta_y]$ zu messen:

$$P(s_x, s_y, \delta_x, \delta_y) = \int_{s_x - \delta_x}^{s_x + \delta_x} \int_{s_y - \delta_y}^{s_y + \delta_y} \rho(s'_x, s'_y) ds'_x ds'_y. \quad (2.45)$$

Im Falle eines stationären Wellenfeldes ist $\rho(s_x, s_y)$ unabhängig vom Meßort auf der Wasseroberfläche und unabhängig vom Zeitpunkt der Messung. Bei konstanter Windgeschwindigkeit sind diese Voraussetzungen nach einer gewissen Einstellzeit in der Regel in guter Näherung erfüllt.

Nimmt man weiterhin an, daß das Superpositionsprinzip erfüllt ist, so kann man die Wasseroberfläche als Überlagerung vieler voneinander statistisch unabhängiger Wellen betrachten. Unter Ausnutzung des zentralen Grenzwertsatzes der Statistik ergibt sich dann für die Neigungsverteilung $\rho(s_x, s_y)$ eine Gaußverteilung:

$$\rho_0(s_x, s_y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left(-\frac{s_x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{s_y^2}{2\sigma_y^2}\right). \quad (2.46)$$

Eine ausführliche Diskussion kann man z.B. in [47] finden.

Die Summe der beiden Varianzen entspricht der *mittleren quadratischen Neigung* der Wasseroberfläche bei einer gaußförmigen Neigungsverteilung:

$$\sigma^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 = \langle s_x^2 \rangle + \langle s_y^2 \rangle = \langle s^2 \rangle. \quad (2.47)$$

Das Verhältnis der beiden Varianzen σ_y/σ_x ist ein Maß für die Isotropie des Wellenfeldes. Für ein völlig isotropes Wellenfeld gilt $\sigma_y/\sigma_x = 1$. Für ein nichtisotropes Wellenfeld legt man das Koordinatensystem üblicherweise so, daß die x -Richtung der Vorzugsrichtung des Wellenfeldes (z.B. Windrichtung) entspricht.

Genauere Untersuchungen zeigen, daß es geringe Abweichungen der Neigungsverteilung von der Gaußverteilung gibt. Diese Abweichungen sind in erster Linie darauf zurückzuführen, daß das Superpositionsprinzip aufgrund von nichtlinearen Wellen-Wellen-Wechselwirkungen nicht streng erfüllt ist. Eine genauere Modellierung der Neigungsverteilung für Wasserwellen liefert die sogenannte *Gram-Charlier-Verteilung* (siehe [8]):

$$\begin{aligned} \rho(\eta, \xi) = N \exp\left(-\frac{\eta^2 + \xi^2}{2}\right) \cdot & \left[1 - \frac{1}{2}C_{21}(\xi^2 - 1)\eta - \frac{1}{6}C_{03}(\eta^3 - 3\eta) \right. \\ & + \frac{1}{24}C_{40}(\xi^4 - 6\xi^2 + 3) + \frac{1}{4}C_{22}(\xi^2 - 1)(\eta^2 - 1) \\ & \left. + \frac{1}{24}C_{04}(\eta^4 - 6\eta^2 + 3) \right] \end{aligned} \quad (2.48)$$

mit den normierten Neigungen

$$\begin{aligned}\eta &= s_x/\sigma_x \\ \xi &= s_y/\sigma_y\end{aligned}\tag{2.49}$$

und der Normierungskonstanten N der Verteilungsfunktion. Das Koordinatensystem ist dabei so gewählt, daß die x -Achse entlang einer etwaigen Vorzugsrichtung (Windrichtung) liegt. Dies kann z.B. durch eine Hauptachsentransformation erreicht werden.

Die Koeffizienten C_{03} und C_{21} modellieren eine Asymmetrie der Gaußkurve in x -Richtung, was als *Skewness* (engl. Schrägheit) bezeichnet wird. Die Stelle höchster Wahrscheinlichkeit ist in der Regel leicht zu positiven Neigungen hin verschoben.

Die Koeffizienten C_{40} , C_{22} und C_{04} modellieren eine stärkere Spitzung der Gaußkurve. Dies bezeichnet man als *Peakedness* (engl. Verspitzung).

Kapitel 3

Verfahren zur Messung von Wasserwellen

In diesem Kapitel werden die wichtigsten Verfahren zur Messung von Wasserwellen vorgestellt, sowie die ihnen zugrunde liegenden Prinzipien erläutert. Insbesondere wird auch auf die Einschränkungen der Techniken eingegangen.

Man kann Verfahren zur Messung von Wasserwellen zunächst einmal unterteilen in optische und nicht optische Verfahren. Zu den wichtigsten nicht optischen Verfahren gehört die Verwendung von Widerstands- und Kapazitätsdrahtsonden, welche in den Wasserkörper eingetaucht werden. Eine Änderung der Wasserhöhe wird aufgrund einer Widerstandsänderung bzw. Kapazitätsänderung in ein elektrisches Signal umgewandelt. Der größte Nachteil dieser Techniken besteht neben der begrenzten räumlichen Auflösung (Punktmessung) vor allem in der Störung des Kapillarwellenfeldes aufgrund von Adhäsionseffekten an den Wellendrähten. Sie kommen daher für die Messung von Kapillarwellen nicht in Betracht. Im weiteren sollen die wichtigsten optischen Verfahren erläutert werden. Man kann hierbei unterscheiden zwischen Verfahren zur Neigungs- und Verfahren zur Höhenmessung.

3.1 Neigungsmessungen

Bei der Messung von Wasserwellen sind Neigungsmessungen von besonderem Interesse. Dies ist in der Schwankungsbreite der Neigung begründet, die bei Wellen über ein breites Wellenlängenspektrum nahezu identisch ist. Im Gegensatz dazu variiert die Wellenhöhe stark in Abhängigkeit von der Wellenlänge [28]. Bei räumlichen Messungen ist es prinzipiell möglich, die Höheninformation durch Integration aus dem Neigungsbild zu berech-

nen. Lediglich die mittlere Höhe kann aus der reinen Neigungsinformation nicht gewonnen werden.

Bei der optischen Neigungsmessung macht man sich Lichtbrechung oder Lichtreflexion zu Nutze.

3.1.1 Neigungsmessung durch Refraktion

Prinzip

Trifft ein Lichtstrahl auf die Wasseroberfläche, so wird er gemäß dem Brechungsgesetz abgelenkt. Eine Messung dieser Ablenkung erlaubt somit eine Neigungsmessung. Abb. 3.1 veranschaulicht dieses Prinzip. Für die Ablenkung gilt:

$$\Delta x = h \tan(\gamma). \quad (3.1)$$

Bei vernachlässigbaren Wasserhöhenvariationen ($h \approx \text{const.}$) kann man daher aus Δx direkt auf die Wasserneigung schließen. Alle auf Refraktion beruhenden Verfahren funktionieren letzten Endes über eine Messung dieser Auslenkung.

Verfahren von Cox

Das erste Verfahren, bei dem man sich die Lichtbrechung an der Wasseroberfläche zunutze machte, geht auf Cox [7] zurück. Unterhalb eines Wind-Wasser-Kanals platzierte er einen mit Tinte gefüllten Glaskeil, der von der Seite gleichmäßig beleuchtet wurde, so daß sich von oben betrachtet ein logarithmisches Helligkeitsprofil (Graukeil) ergab. Luftseitig wurde die Helligkeit eines Punktes auf der Wasseroberfläche mit einem Photometer gemessen. Der Ursprungsort des ins Photometer fallenden Lichtbündels ist dabei abhängig von der Wasserneigung. Auf diese Weise kann man aus der gemessenen Helligkeit auf die korrespondierende Wasserneigung schließen. Der Hauptfehler dieses Verfahrens ist, daß bei höheren Windgeschwindigkeiten grosse Höhenvariation eine Verfälschung der Neigungsdaten von bis zu 20% verursachen. Dieser Fehler liegt in der vernachlässigten Höhenabhängigkeit der Messung begründet.

Laser Slope Gauge (LSG)

Mit der sogenannten *Laser Slope Gauge (LSG)* gelang Hughes [22] eine deutliche Verbesserung des Cox'schen Verfahrens. Der Strahl eines im Wasser platzierten He-Ne-Lasers

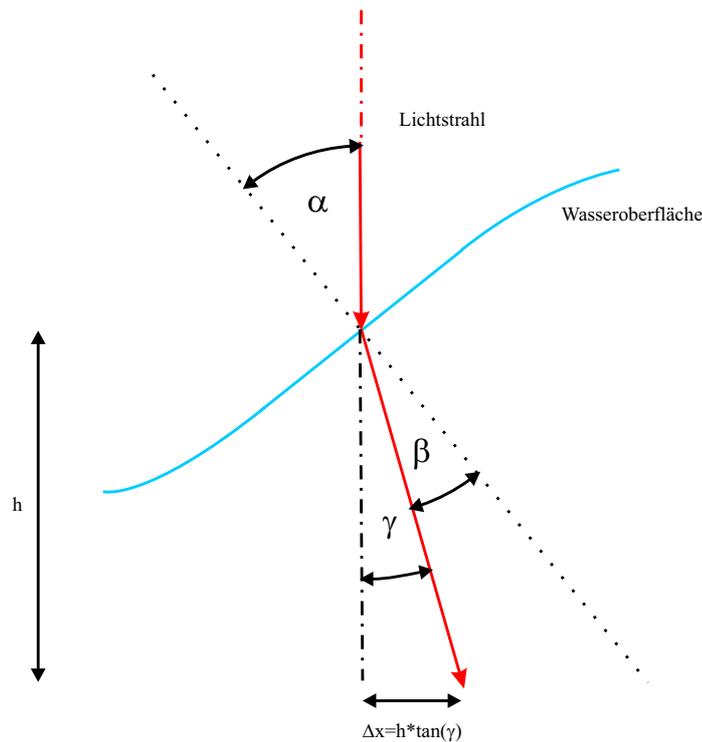


Abbildung 3.1: Ein vertikaler Lichtstrahl wird abhängig von seinem Einfallswinkel zur Wasseroberfläche gebrochen

wurde beim Übergang von Wasser in die Luft neigungsabhängig gebrochen und mittels einer Linse auf einem Schirm abgebildet. Die Linse fokussiert im Idealfall den Laserstrahl, unabhängig von der Wasserhöhe, bei gleicher Neigung immer auf denselben Punkt der Mattscheibe. Verfälschungen der Neigung aufgrund der Wasserhöhe treten daher nur noch aufgrund der nicht idealen Abbildungseigenschaften der verwendeten Linse auf.

Imaging Slope Gauge (ISG)

Um eine flächenhafte Neigungsmessung zu ermöglichen wird bei moderneren Verfahren ein ganzer Ausschnitt der Wasseroberfläche mit einer CCD-Kamera beobachtet. Abbildung 3.2 veranschaulicht das Prinzip einer solchen *Imaging Slope Gauge (ISG)* wie sie von Balschbach [1] benutzt wurde. Eine CCD-Kamera beobachtet aus großer Entfernung die Wasseroberfläche und wird auf die mittlere Wasserhöhe fokussiert. Alle Strahlen, die von der Wasseroberfläche in das Objektiv der Kamera treten verlaufen deshalb annähernd vertikal. Unterhalb der Wasseroberfläche befindet sich eine ausgedehnte farbige Leuchtfläche. Verfolgt man Strahlen von einzelnen Pixeln der Kamera zurück in Richtung Lichtquelle,

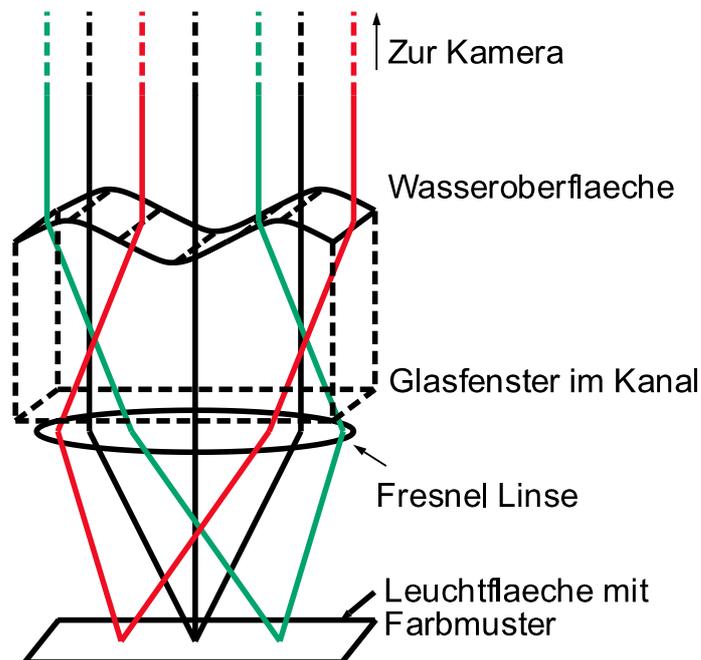


Abbildung 3.2: Strahlen, die unter dem gleichen Winkel gebrochen werden (gleiche Oberflächenneigung), werden auf ein und denselben Punkt der Leuchtfläche fokussiert, unabhängig von ihrem Ort auf der Wasseroberfläche und der Wasserhöhe (Abbildung aus [1])

werden diese, je nach Neigung des abgebildeten Oberflächenelements auf der Wasseroberfläche unterschiedlich stark gebrochen. Die sich unterhalb des Kanalbodens befindliche Fresnel-Linse fokussiert Strahlen gleicher Neigung auf denselben Ort auf der Leuchtfläche. Auf diese Weise erhält man, unabhängig vom Bildort und Wasserhöhe, eine eindeutige Zuordnung zwischen gemessenem Farbwert und der zweidimensionalen Neigungsinformation. Bei großen Höhenvariationen treten jedoch, trotz Verwendung einer Fresnel-Linse, Verfälschungen der Neigung auf. Diese liegen z.B. in den nicht idealen Abbildungseigenschaften der verwendeten Fresnel-Linse begründet.

Im oben beschriebenen Meßaufbau ist die Leuchtfläche unterhalb der Wasseroberfläche platziert und die Kamera oberhalb. Denkbar ist auch ein umgekehrter Aufbau: Die Kamera befindet sich unterhalb der Wasseroberfläche und die Leuchtfläche oberhalb. Diese Anordnung hat im Falle von Feldmessungen den Vorteil, da keine große Beleuchtung im Meer versenkt werden muß. Jähne et. al. [26] zeigen, das es prinzipiell besser ist im Falle einer ISG die Beleuchtung unter Wasser zu haben. Eine genauere Analyse des Zusammenhangs zwischen Strahlableitung und Wasserneigung zeigt nämlich, das in diesem Falle deutlich kleinere Nichtlinearitäten auftreten.

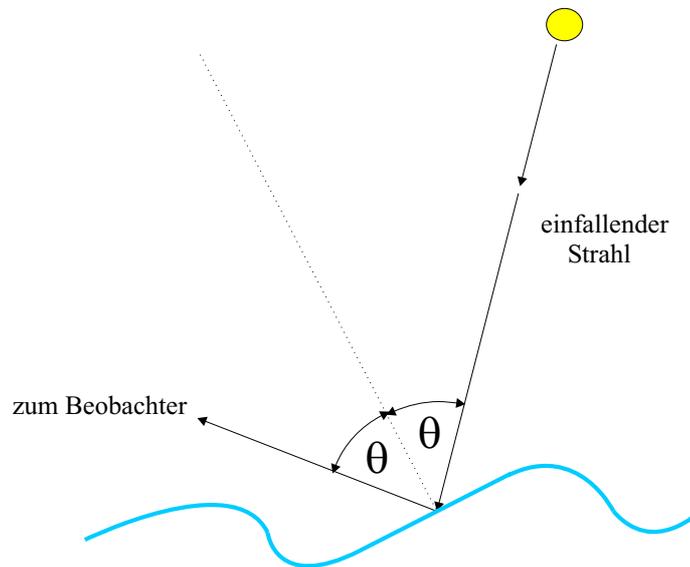


Abbildung 3.3: Reflexion an der Meeresoberfläche

3.1.2 Neigungsmessung durch Reflexion

Reflexmethode nach Cox und Munk

Erste statistische Neigungsmessungen von der Meeresoberfläche machten Cox und Munk [8; 9] mit der sogenannten Reflexmethode. Das Prinzip zeigt Abbildung 3.3. Von einem Flugzeug aus wurde das Glitzern der Sonne auf der Meeresoberfläche (sun glitter) aufgenommen. Auf einer Photographie sieht man genau dann einen Reflex von der Meeresoberfläche, wenn die Flächennormale des reflektierenden Flächenelements auf der Winkelhalbierenden zwischen einfallendem Lichtstrahl und der Beobachtungsrichtung liegt. Diese Reflexbedingung unterscheidet sich von Bildpunkt zu Bildpunkt, so daß man jedem Bildpunkt zweidimensional eine bestimmte Neigung zuordnen kann. Durch hinreichend viele Aufnahmen der Wasseroberfläche erhält man auf diese Weise eine Statistik des Sonnenglanzes aus der man auf eine Neigungsstatistik schließen kann. Die Messungen von Cox und Munk aus dem Jahre 1954 zählen bis heute zu einer der verlässlichsten Studien über Neigungsverteilungen auf dem Ozean. Ein abgewandeltes, auf Refraktion basierendes Verfahren wurde von Lauer [40] entwickelt und für Labormessungen verwendet.

Stillwell-Verfahren

Beim sogenannten *Stillwell-Verfahren* wird das diffuse Streulicht des Himmels als unendlich ausgedehnte Lichtquelle verwendet. Bei klarem Himmel nimmt seine Intensität senkrecht zur Ekliptik in Richtung Sonne monoton zu, während es parallel dazu nahezu konstant ist. Auf einer Photographie der Wasseroberfläche kann man nun prinzipiell aus der Helligkeit eines Bildpunktes auf die Neigungskomponente des entsprechenden Wasseroberflächenelementes senkrecht zur Ekliptik schließen. Stillwell [50] gelangen auf diese Weise qualitative Neigungsmessungen auf dem Ozean. Starke Nichtlinearitäten im Zusammenhang zwischen der gemessenen Helligkeit und der Neigung schränken den messbaren Neigungsbereich allerdings stark ein. Außerdem sind schon bei kleinen Inhomogenitäten der Beleuchtung (z.B. Wolken) keine Messungen mehr möglich.

3.1.3 Reflexion oder Refraktion?

Der große Vorteil von Reflexionsverfahren gegenüber Refraktionsverfahren liegt in der besseren Realisierbarkeit für Feldmessungen auf dem freien Ozean begründet. Es muß weder eine Lichtquelle noch ein Sensor im Ozean versenkt werden, was auch den Vorteil hat, daß die oberflächennahe Strömung ungestört bleibt. Sieht man jedoch von diesen beiden Punkten ab, so überwiegen die Vorteile eines refraktionsbasierten Verfahrens (Eine detaillierte Analyse findet sich in [26]):

1. Der Reflexionskoeffizient für Wasser liegt in der Größenordnung von 2% während der Transmissionskoeffizient bei etwa 98% liegt. Bei gleicher Beleuchtung erzielt man daher eine viel größere Lichtausbeute.
2. Die bei der Reflexion auftretende Winkelverdopplung halbiert bei gleicher Ausdehnung der Beleuchtung den messbaren Neigungsbereich.
3. Die Nichtlinearitäten im Zusammenhang zwischen gemessener Helligkeit und Wasserneigung sind bei einem Refraktionsverfahren deutlich geringer als bei einem Reflexionsverfahren (bei gleichartiger Beleuchtung) [26].

3.2 Höhenmessungen

In diesem Abschnitt werden Methoden der Stereovermessung der Wasseroberfläche erläutert. Eine weitere Methode zur optischen Höhenmessung nutzt die Absorption von Licht

bei Durchlaufen des Wasserkörpers aus [2; 51; 53]. Auf diese Methodik wird hier nicht weiter eingegangen.

3.2.1 Stereomethoden

Prinzip

Die Gewinnung von Tiefeninformation durch Stereomethoden ist dem räumlichen Sehen des Menschen nachempfunden. Das Prinzip verdeutlicht Abbildung 3.4. Zwei Kameras betrachten dieselbe Szene von verschiedenen Positionen. Ein und der selbe Objektpunkt P erscheint daher in beiden Kameras an verschiedenen Bildpunkten P_L und P_R . Die Differenz zwischen diesen korrespondierenden Punkten bezeichnet man als *Parallaxe* bzw. *Disparität* [12]. Kennt man die korrespondierenden Punkte, so kann man im Prinzip die Lichtstrahlen aus beiden Kameras zurückverfolgen und durch Bestimmung des Schnittpunktes im Objektraum den Objektpunkt ermitteln. Dies bezeichnet man als *Triangulation* [19]. Bei Verwendung von kalibrierten Kameras ist auf diese Weise eine quantitative Positionsbestimmung des Objektpunktes bezüglich der Kamerapositionen möglich. Das größte Problem bei Stereomessungen besteht in dem Auffinden der korrespondierenden Punkten in beiden Kameras.

Historischer Rückblick

Erste Stereomessungen der Ozeanoberfläche wurden bereits seit Anfang des 20. Jahrhunderts durchgeführt und stellen damit eine der ältesten Methoden zur Vermessung der Wasseroberfläche dar. In den Jahren 1904 bis 1913 wurden Stereokameras auf Forschungsfahrten von Laas [37; 38; 39] und Kohlschütter [35] eingesetzt. Schuhmacher [49] verwendete ein System bestehend aus zwei Kameras, welche in 14 Meter Höhe an einem Schiffsmast montiert wurden und eine Kamerabasis von 6 Meter hatten. Im Stereo Wave Observation Project (SWOP) ([6]) wurden Stereobilder von zwei Flugzeugen aus einer Höhe von ungefähr 600 m aufgenommen. Die Flugzeuge sind hierbei in einem definiertem Abstand (≈ 1000 m) geflogen und die Aufnahmen wurden über Funksignale synchronisiert. Die aufgeführten Meßverfahren hatten eine Höhenauflösung im Dezimeterbereich, so daß nur Informationen über die grossen Schwerewellen gewonnen werden konnten. Ein grosses Problem all dieser frühen Mesungen war der grosse zeitliche Aufwand für die Auswertung der Bildpaare, was systematische Stereo-Messungen praktisch unmöglich machte. Mit Aufkommen moderner Computer stellt dies aber ein geringeres Problem dar.

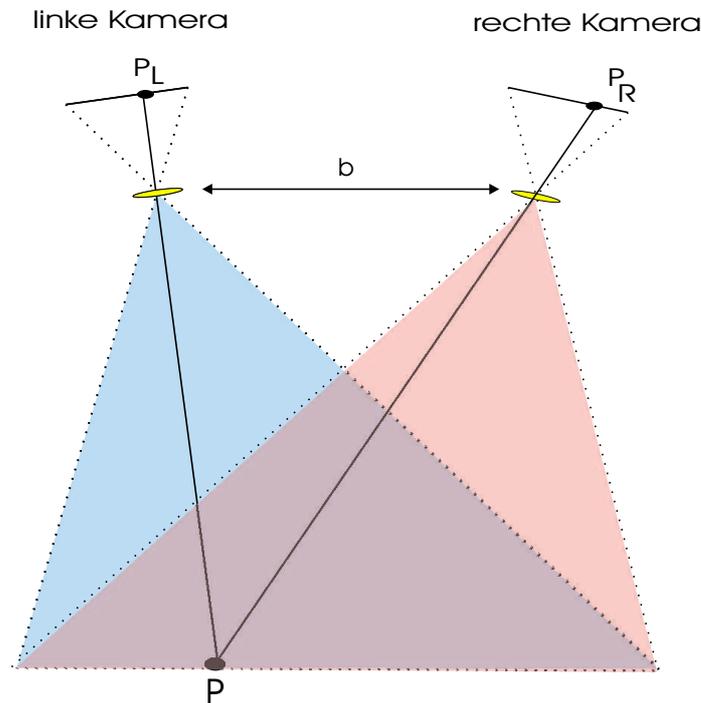


Abbildung 3.4: Stereo-Prinzip: Ein Objektpunkt P wird in der linken Kamera auf den Punkt P_L und in der rechten Kamera auf den Punkt P_R projiziert. Der Abstand zwischen den optischen Zentren der beiden Kameras wird als Kamerabasis b bezeichnet.

Problem der Höhenauflösung von Wasserwellen

Alle historischen Stereomessungen der Wasseroberfläche konzentrierten sich, aufgrund ihrer geringen Höhenauflösung, auf die Messung der großen Schwerewellen. Es stellt sich die Frage, in wie weit Kapillarwellen mit Höhenunterschieden im Submillimeterbereich, überhaupt für Stereomessungen zugänglich sind. Die weiteren Betrachtungen folgen den Ausführungen in [26].

Da die Höhenmessung im Prinzip über eine Messung der Parallaxe erfolgt, ergibt sich der kleinste meßbare Höhenunterschied ΔZ aus der minimal meßbaren Parallaxe p des Stereosystems. Diese wiederum ergibt sich aus dem Pixelabstand Δx der Kamera bzw., bei Ausnutzung von Subpixelgenauigkeit aus einem Bruchteil μ davon. Um eine Abschätzung für die erreichbare Höhenauflösung zu bekommen soll ein vereinfachter Stereo-Aufbau betrachtet werden (siehe Abbildung 3.5). Zwei Kameras befinden sich im Abstand b (Stereobasis) voneinander entfernt. Ihre optischen Achsen schneiden sich in einem Punkt, der sich in einer Entfernung Z von der Stereobasis befindet. Für einen Punkt, der sich in der

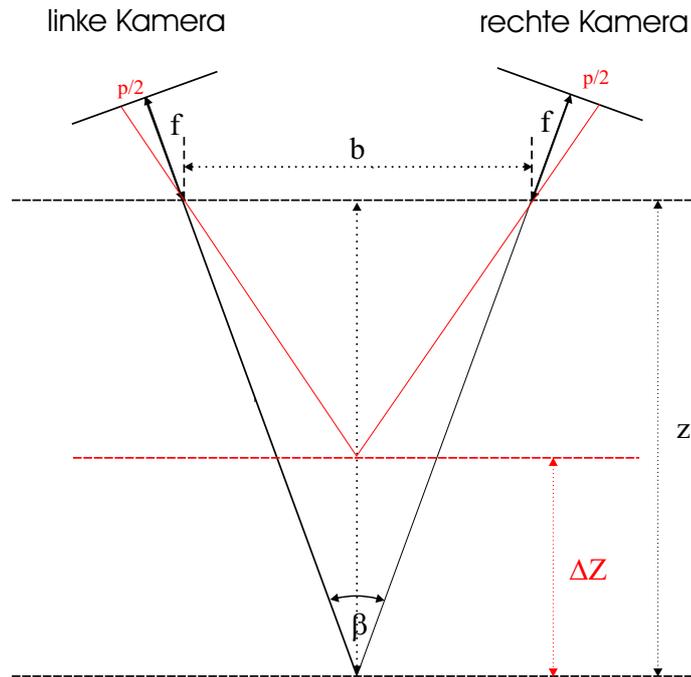


Abbildung 3.5: Vereinfachter Stereo-Aufbau: Beide Kameras haben dieselbe Kamera-Konstante f . Die optischen Achsen schneiden sich in der Entfernung Z auf ihrer Winkelhalbierenden. Ein Punkt in der Entfernung $Z - \Delta Z$ resultiert in einer Parallaxe p .

Entfernung $Z - \Delta Z$ befindet ergibt sich für die Parallaxe

$$p = \frac{f \Delta Z}{Z - \Delta Z} 2 \cos^2(\beta/2) \sin(\beta/2) \cos(\beta/2), \quad (3.2)$$

wobei f die Kamerakonstante und β der Winkel zwischen den optischen Achsen der Kameras ist. Für $\Delta Z \ll Z$ gilt in guter Näherung:

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{p}{2f \sin(\beta/2) \cos(\beta/2)}. \quad (3.3)$$

Der Abstand Δx zwischen zwei Kamerapixeln entspricht im Objektraum einer Entfernung ΔX (parallel zur Kamerabasis). Unter Ausnutzung der Strahlensätze erhält man:

$$\frac{\Delta x}{f} = - \frac{\Delta X \cos^2(\beta/2)}{Z}. \quad (3.4)$$

Mit $p = \mu \Delta x$ und Ausnutzung der Gleichungen (3.3) und (3.4) erhält man:

$$\frac{\Delta Z}{\Delta X} = \frac{p}{\Delta x} \frac{1}{2 \tan(\beta/2)} = \mu \frac{Z}{b}. \quad (3.5)$$

Unter günstigen Voraussetzungen kann man annehmen, daß $b/Z \approx 0.25$ und $\mu = 0.25$. In diesem Fall ist die Höhenauflösung gleich der Ortsauflösung:

$$\Delta Z = \Delta X. \quad (3.6)$$

Reicht dies zur Messung von kleinskaligen Kapillarwellen aus? Im Falle einer Sinuswelle gilt für die Höhenauslenkung:

$$\eta(x) = a_0 \sin(kx) \quad (3.7)$$

und für die Steigung

$$s(x) = -s_0 \cos(kx) = -a_0 \frac{2\pi}{\lambda} \cos(kx) \quad (3.8)$$

und somit

$$\frac{a_0}{\lambda} = \frac{s_0}{2\pi}. \quad (3.9)$$

Kapillarwellen erreichen typischerweise Neigungen bis zu $s_0 \approx 0.5$. Demnach ist eine Neigungsauflösung von mindestens 0.05 sinnvoll. Die Höhe einer solchen Welle beträgt weniger als 1 % der Wellenlänge. Selbst bei Verwendung einer hochauflösenden Kamera, die Strukturen in der Größenordnung von 1 mm auf der Wasseroberfläche auflösen kann besitzt demnach die kleinste in ihrer Höhe auflösbare Welle eine Wellenlänge von ca. 10 cm. Für eine Messung von Kapillarwellen sind Stereomessungen daher nicht sinnvoll.

Korrespondenzproblem bei Wasserwellen

Ein grosses Problem der Stereomessung von Wasserwellen ist die spiegelnde Reflexion von Licht an der Wasseroberfläche. Korrespondenzen können in beiden Kameras nur dann gefunden werden, wenn der betrachtete Objektpunkt (und seine Umgebung) von beiden Kamerapositionen aus gesehen ähnlich aussieht, z.B. ähnliche Helligkeitsunterschiede auftreten. Im Idealfall handelt es sich bei dem zu vermessenden Objekt um einen *Lambert'schen Strahler*, das heißt, daß die reflektierte Lichtintensität nur von der Position der Beleuchtung nicht aber von der Position des Beobachters abhängt. Mit anderen Worten: Die Intensität des von einem Objektpunkt reflektierten Lichts ist in jede Richtung gleich groß. Diese Voraussetzung ist bei der Wasseroberfläche in der Regel nicht oder nur z.T. erfüllt. Jähne et. al. [26] zeigen, daß bei steilen Wellen Fehlkorrespondenzen auftreten können, die zu einem systematischen Höhenfehler führen. Bei flachen Wellen hingegen können für einige Neigungen keine Korrespondenzen gefunden werden. Maßgeblich für diese Fehler ist die Position des Stereosystems zur Beleuchtung und die Lage der Kameras zueinander.

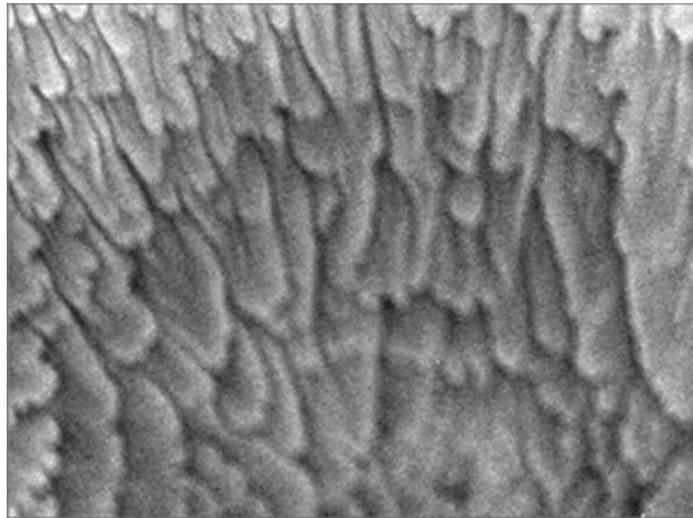


Abbildung 3.6: Infrarotaufnahme der Wasseroberfläche aufgenommen im Heidelberger Aeolotron [21]

Kombinierte Höhen- und Neigungsmessung nach Waas

Um die oben beschriebenen Probleme (Höhenauflösung und Korrespondenzproblem) zu vermeiden benutzte Waas [55; 54] einen Stereoaufbau unter Verwendung einer künstlichen Beleuchtung. Um sicherzustellen, daß beide Kameras Reflexe von ein und demselben Flächenelement der Wasseroberfläche empfangen, wurden zwei Lichtquellen verwendet, die möglichst dicht bei den Positionen der beiden Kameras montiert wurden (Lichtquelle 1 bei Kamera 2 und Lichtquelle 2 bei Kamera 1). Weiterhin konnte durch die Verwendung von zueinander senkrechten Polfiltern vor den Lichtquellen und den Kameras erreicht werden, daß Kamera 1 nur Licht von Lichtquelle 1 empfängt und vice versa. Auf diese Weise konnte für einen Reflex im Bild sowohl eine Höhen- als auch eine (eindimensionale) Neigungsinformation gewonnen werden.

Stereomessungen mittels Infrarottechnik nach Hilsenstein

Im nahen Infrarot-Bereich kann man Wasser näherungsweise als Lambert'schen Strahler auffassen. Abbildung 3.6 zeigt Infrarotaufnahmen der Wasseroberfläche. Hilsenstein [21] nutzte diese Tatsache und führte Stereomessungen mit Infrarotkameras durch. Auf diese Weise ist es möglich, mittlere bis große Wasserwellen orts aufgelöst zu vermessen. Das Verfahren eignet sich auch für Feldmessungen, da man nicht auf eine künstliche Beleuchtung angewiesen ist. Von besonderem Interesse ist die Messung mit Infrarotkameras, da

man mit den Wärmebildern direkt Wärmeflüsse messen kann ([16]).

3.3 Zusammenfassung und Zielsetzung

In diesem Kapitel wurden die wichtigsten optischen Verfahren zur Messung von Wasserwellen beschrieben. Sowohl für Labor- als auch für Feldmessungen von Kapillarwellen hat sich das Verfahren der ISG bewährt [33; 34; 32; 1]. Es ermöglicht örtlich hochaufgelöste, flächenhafte, zweidimensionale Neigungsmessungen der Wasseroberfläche. Aus den gewonnenen Daten lassen sich statistische Meßgrößen des Wellenfeldes wie Neigungsverteilungen, mittlere quadratische Neigungen und Wellenzahlspektren gewinnen. Eine zweidimensionale Rekonstruktion der Wasseroberfläche konnte, bis auf die mittlere Wasserhöhe, durch Integration der zweidimensionalen Neigungsdaten erreicht werden. Bei der Anwesenheit von großen Wellen, wie sie bei dem Heidelberger Aeolotron bei höheren Windgeschwindigkeiten auftreten, treten allerdings systematische Fehler auf. Eine Ursache ist die nicht perfekte Kompensation der Höhenabhängigkeit durch die Fresnel-Linse.

Wie in den Ausführungen dieses Kapitels diskutiert, reicht die Höhenauflösung eines Stereosystems nicht aus um die kleinskaligen Kapillarwellen zu messen. Diese sind über eine Neigungsmessung, wie sie mit der CISG möglich ist, meßbar. Über eine Integration läßt sich dann die Oberfläche rekonstruieren. Die absolute Wasserhöhe ist durch eine Neigungsmessung nicht meßbar.

In dieser Arbeit wird ein Verfahren entwickelt, mit dem eine flächenhafte, simultane Höhen- und Neigungsmessung möglich ist. Dabei wird ein um eine zweite Kamera erweiterter CISG-Meßaufbau benutzt, so daß zusätzlich zur zweidimensionalen Neigungsmessung auch eine grobe Höhenmessung möglich ist. Mittels einer höhenabhängigen Neigungskalibrierung ist es dann möglich systematische Fehler in der Neigungsbestimmung zu verringern. Weiterhin sind auf diese Weise auch simultan die großen Schwerewellen einer Messung zugänglich.

Kapitel 4

Neigungsmessung durch Lichtbrechung (CISG)

Wie bereits im vorangegangenen Kapitel erläutert, konnten mit dem Verfahren der CISG (Color Imaging Slope Gauge) bei früheren Messungen an verschiedenen Wind-Wellen-Kanälen und auch in Feldmessungen auf dem freien Ozean gute Ergebnisse erzielt werden [33; 34; 32; 1]. Es war daher naheliegend, das Meßprinzip auch für Messungen am neuen, größeren Wind-Wellen-Kanal, dem Heidelberger Aeolotron zu verwirklichen. Es zeigte sich dabei, daß die auftretenden Probleme weitaus größer waren als beim kleinen Kanal.

In diesem Kapitel soll daher ausführlich auf die Meßmethode und ihre Implementierung eingegangen werden, sowie die Probleme und Beschränkungen untersucht werden, die bei Messungen am Heidelberger Aeolotron beobachtet wurden. Dazu werden zunächst die einzelnen Komponenten der CISG beschrieben.

Als erstes werden kurz die durch das Heidelberger Aeolotron gegebenen Rahmenbedingungen beschrieben. Anschließend soll anhand eines vereinfachten Modells die zugrundeliegende Abbildungsgeometrie erläutert werden, die sich aus einem einfachen Lochkammermodell und der Lichtbrechung an der Wasseroberfläche ergibt.

Im darauffolgenden Abschnitt werden die Wahl der Beleuchtung und Probleme bei der quantitativen Farbmessung erläutert. Zur Kompensation von Fehlern in der Neigungsmessung aufgrund von Wasserhöhenvariationen wird der Einfluß einer Fresnel-Linse diskutiert. Abschließend wird die reale Abbildungsgeometrie anhand einer Neigungskalibrierung mit sphärischen Eichtargets untersucht. Dies ermöglicht eine orts- und höhenabhängige Neigungskalibration.

4.1 Meßaufbau

4.1.1 Das Heidelberger Aeolotron

Die in dieser Arbeit beschriebenen Messungen wurden am Heidelberger Aeolotron durchgeführt. Dabei handelt es sich um einen ringförmigen Wind-Wellen-Kanal mit einem Durchmesser von ca. 10 m. Die Breite der ringförmigen Wasserrinne beträgt 61.6 cm. Übliche mittlere Wasserhöhen bei Messungen liegen zwischen 1.0 m bis 1.15 m. Über einen Paddelring, der von 64 100 W Gleichstrommotoren angetrieben wird, können Windgeschwindigkeiten bis ca. 15 m/s erreicht werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurden Windgeschwindigkeiten zwischen 3.0 m/s und 9.0 m/s eingestellt. Die dabei auftretenden Wellen erreichten Höhen von zum Teil 30 - 40 cm. Diese Höhenvariationen liegen deutlich über denen, die beim alten Windwellen-Kanal auftraten.

Das Aeolotron wurde speziell zum Studium von Austauschprozessen (Gas, Impuls, Wärme), wie sie zwischen dem Ozean und der Atmosphäre stattfinden, konzipiert. Neben Gasaustauschmessungen ([42]) werden insbesondere bildgebende Messungen des Wärmetransfers mittels Infrarotkameras ([16; 48]) und Messungen des Wellenfeldes, wie in dieser Arbeit beschrieben, durchgeführt.

4.1.2 Aufbau der CISG

Abbildung 4.1 zeigt den im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Aufbau zur Wellenmessung am Heidelberger Aeolotron. Oberhalb der Kanaldecke befinden sich zwei Farb-CCD-Kameras, die durch Glasfenster in der Decke auf die Wasseroberfläche schauen. Der Kanalboden ist in diesem Sektor des Aeolotrons durchsichtig. Unterhalb des Kanalbodens befindet sich eine farbige Beleuchtung (siehe Abbildung 4.2). Diese besteht aus einer matten Folie auf die ein Farbmuster gedruckt wurde und aus einem Array nebeneinander angeordneter Leuchtstoffröhren, welche die Farbfolie von unten beleuchtet. Die so erzeugte Leuchtfläche kann näherungsweise als *Lambertscher Strahler* betrachtet werden. Direkt unterhalb des Kanalbodens befindet sich eine Fresnel-Linse. Sie soll die in Kapitel 3.1.1 beschriebenen Höheneffekte (höhenabhängiger Zusammenhang zwischen gemessenem Farbwert und Neigung auf der Wasseroberfläche) bei der Neigungsmessung verringern. Neben den Messungen mit Fresnel-Linse wurden testweise auch Messungen ohne Fresnel-Linse durchgeführt. In diesem Fall befand sich die Beleuchtung direkt unterhalb des Kanalbodens. Es gibt einige wesentliche Unterschiede zum CISG-Aufbau am alten Heidelberger Wind-Wellen-Kanal:

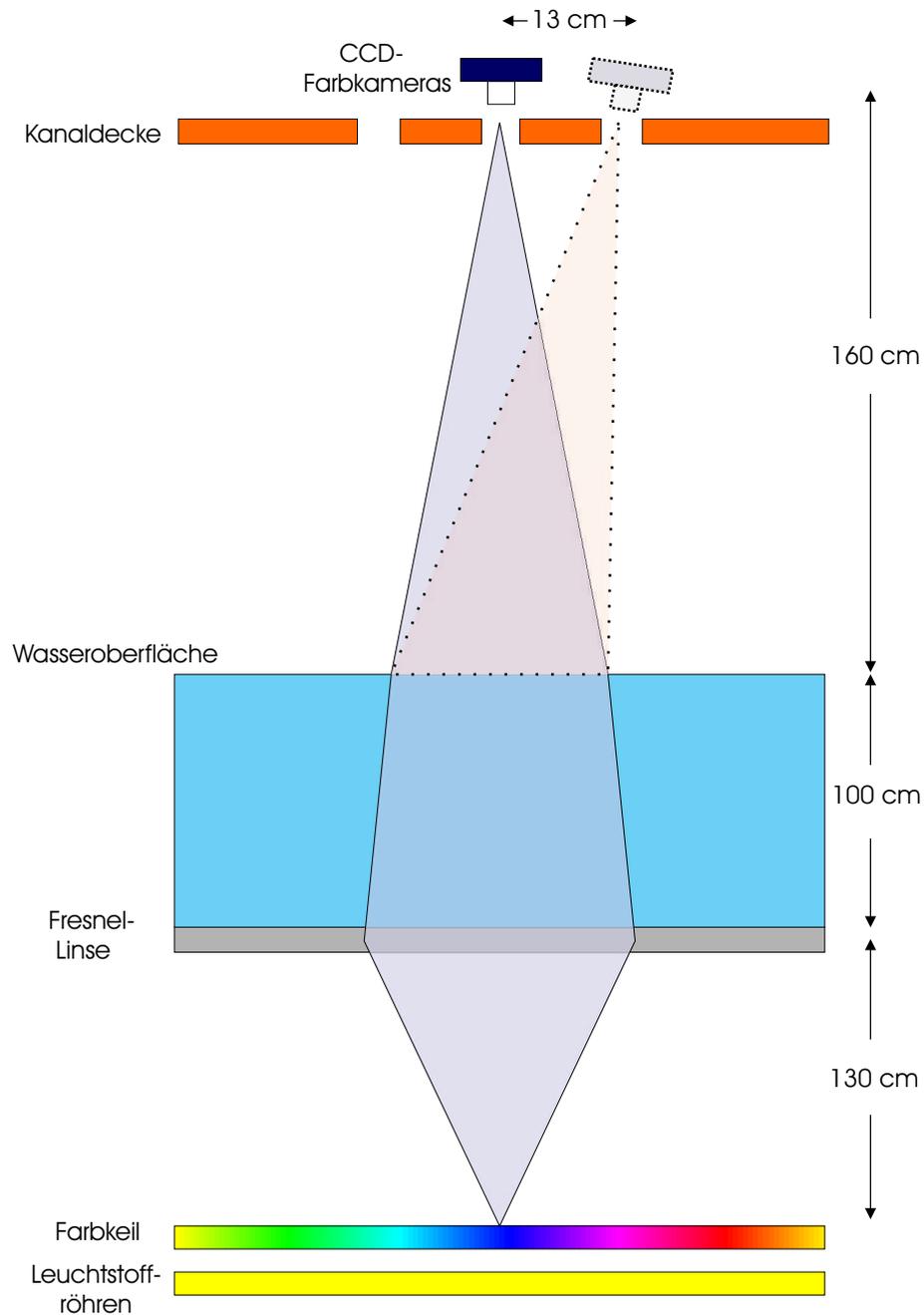


Abbildung 4.1: Meßaufbau der CISG am Heidelberger Aeolotron: Eine Kamera schaut senkrecht nach unten auf die Wasseroberfläche. Zur Stereomessung wurde eine zweite Kamera hinzugefügt (gestrichelt). Unterhalb des Kanalbodens befindet sich eine farbige Beleuchtungsfläche. Zwischen Beleuchtung und Kanalboden ist eine Fresnel-Linse platziert

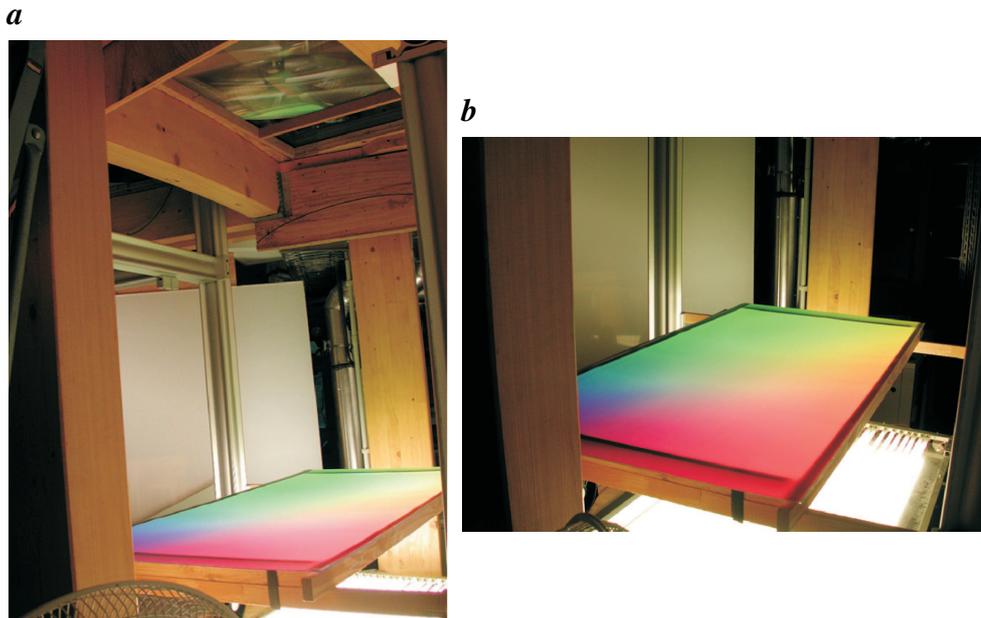


Abbildung 4.2: Beleuchtung und Fresnel-Linse: **a** Fresnel-Linse direkt unterhalb des transparenten Kanalbodens. **b** Farbige Beleuchtung bestehend aus bedruckter Farbfolie und Leuchtstoffröhren.

1. Die (senkrecht nach unten schauende) Kamera befindet sich, relativ zur Größe des Bildausschnitts, so nah zur Wasseroberfläche, daß man nicht in guter Näherung vertikalen Strahlengang zwischen Kamera und Wasseroberfläche annehmen kann. Insbesondere ist durch den endlichen Öffnungswinkel der Kamera das Abbildungsverhältnis abhängig von der Wasserhöhe im betrachteten Bildausschnitt.
2. Der Abstand zwischen der Wasseroberfläche und der Fresnel-Linse ist deutlich größer als beim alten Kanal. Daher ist eine größere Fresnel-Linse notwendig. Wie sich zeigte, weist diese auch größere Abbildungsfehler auf und machte eine wasserhöhenabhängige Neigungseichung notwendig.

4.2 Modellierung der Abbildungsgeometrie

In diesem Abschnitt wird der Strahlengang zwischen Kamera und Beleuchtung anhand eines einfachen Lochkameramodells beschrieben. Verfolgt man einen Lichtstrahl von der Kamera zurück zu seinem Ursprungsort auf der Beleuchtungsfläche, so trifft er zunächst auf die geneigte Wasseroberfläche. Dort wird er gebrochen und trifft nach Durchlaufen des Wasserkörpers auf die Fresnel-Linse bzw. (bei Messungen ohne Fresnel-Linse) direkt auf die Beleuchtungsfläche. Dieser Auftreffpunkt ist ausschlaggebend für die zweidimensionale Neigungsinformation und wird in der Kamera als Farbwert kodiert gemessen.

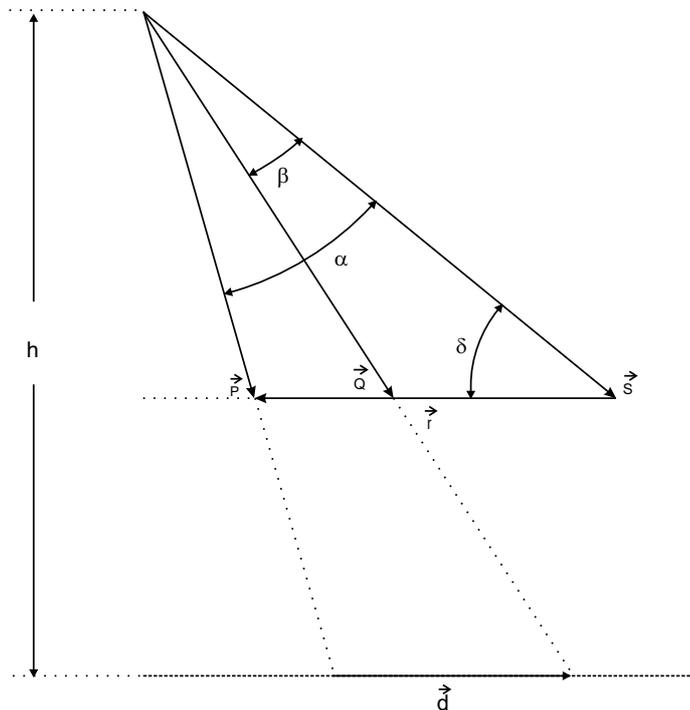


Abbildung 4.3: Strahlablenkung \vec{d} eines Lichtstrahls, der unter dem Einfallsvektor \vec{P} auf die geneigte Grenzfläche mit Normalenvektor \vec{S} fällt.

4.2.1 Lichtbrechung an geneigten Oberflächen

Den Ausführungen in [25] folgend wird hier zunächst ein allgemeiner Zusammenhang für die Lichtbrechung an einer geneigten Grenzfläche zwischen zwei Medien mit Brechungsindizes n_1 und n_2 hergeleitet. Die zugrunde liegende Geometrie ist in Abbildung 4.3 skizziert (z-Achse in vertikaler Richtung). Ein Lichtstrahl falle unter dem Einfallsvektor

$$\vec{P} = (P_x, P_y, 1) \quad (4.1)$$

auf die geneigte Grenzfläche mit dem Neigungsvektor

$$\vec{S} = (S_x, S_y, 1). \quad (4.2)$$

Der Strahl wird dort gemäß dem Brechungsgesetz

$$\sin(\alpha) = \frac{1}{n} \sin(\beta) \quad (4.3)$$

abgelenkt, wobei $n = n_1/n_2$ das Verhältnis der Brechungsindizes der beiden Medien ist. Die Richtung des gebrochenen Lichtstrahls ist gegeben durch

$$\vec{Q} = (Q_x, Q_y, 1). \quad (4.4)$$

Weiterhin sei

$$\vec{r} = \vec{P} - \vec{S} \quad (4.5)$$

der Verbindungsvektor zwischen \vec{S} und \vec{P} und das Streckenverhältnis

$$\epsilon = \frac{|\vec{S} - \vec{Q}|}{|\vec{S} - \vec{P}|}. \quad (4.6)$$

Der Ablenkungsvektor \vec{Q} ist dann gegeben durch

$$\vec{Q} = \vec{S} + \epsilon \vec{r}. \quad (4.7)$$

und für die gesuchte Strahlablenkung \vec{d} gilt:

$$\vec{d} = h\vec{Q} - h\vec{P} = h(\epsilon - 1)\vec{r}. \quad (4.8)$$

Jetzt muß das Streckenverhältnis ϵ durch die bekannten Größen \vec{P} und \vec{S} ausgedrückt werden. Zunächst kann man durch Anwendung des Sinussatzes auf die beiden Dreiecke, aufgespannt durch \vec{P} und \vec{Q} bzw. \vec{P} und \vec{S} (siehe Abbildung 4.3) leicht zeigen, daß gilt:

$$\epsilon = \frac{1 \sin(\alpha + \delta)}{n \sin(\beta + \delta)}. \quad (4.9)$$

Unter Ausnutzung des Theorems für Winkelsummen und dem Brechungsgesetz erhält man:

$$\epsilon = \frac{1 + \tan \alpha \cot \delta}{\sqrt{n^2 + \tan^2(\alpha)(n^2 - 1) + \tan \alpha \cot \delta}}. \quad (4.10)$$

Ausdrücke für die Winkel α und δ erhält man durch Bildung der entsprechenden Skalarprodukte:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{S}^T \vec{P}}{|\vec{S}| |\vec{P}|} \quad (4.11)$$

$$\cos \delta = \frac{\vec{S}^T (\vec{S} - \vec{P})}{|\vec{S}| |\vec{S} - \vec{P}|} \quad (4.12)$$

Hiermit erhält man:

$$\cot^2 \delta = \frac{\cos^2 \delta}{1 - \cos^2 \delta} = \frac{(\vec{S}(\vec{S} - \vec{P}))^2}{S^2 P^2 - (\vec{S}\vec{P})^2} \quad (4.13)$$

$$\tan^2 \alpha = \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{S^2 P^2 - (\vec{S}\vec{P})^2}{(\vec{S}\vec{P})^2}. \quad (4.14)$$

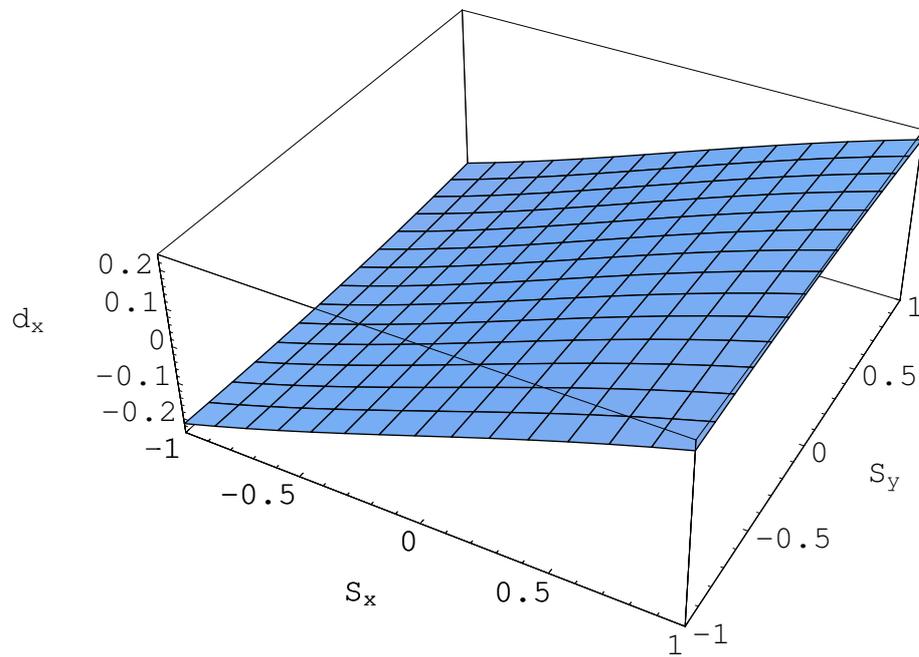
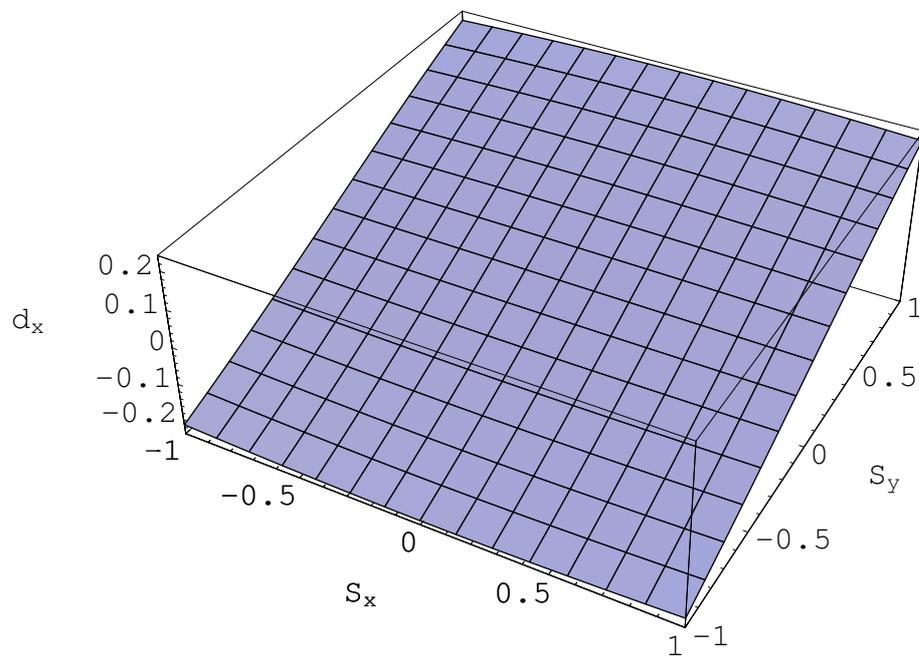
a**b**

Abbildung 4.4: Strahlablendung $\vec{d} = (d_x, d_y)$ im einfachsten Fall eines vertikal auf die Wasseroberfläche treffenden Lichtstrahls in Abhängigkeit von der Wasserneigung $\vec{S} = (S_x, S_y)$ **a** Strahlablendung d_x in x-Richtung. **b** Strahlablendung d_y in y-Richtung.

Für ϵ erhält man schließlich:

$$\epsilon = \frac{1 + \frac{\vec{S}(\vec{S}-\vec{P})}{\vec{S}\vec{P}}}{\sqrt{n^2 + \frac{S^2 P^2 - (\vec{S}\vec{P})^2}{(\vec{S}\vec{P})^2}(n^2 - 1) + \frac{\vec{S}(\vec{S}-\vec{P})}{\vec{S}\vec{P}}}}. \quad (4.15)$$

Für den Spezialfall eines senkrecht auf die Grenzfläche fallenden Lichtstrahls, d.h. $\vec{P} = (0, 0, 1)$ ergibt sich:

$$\epsilon = \frac{1 + \hat{s}^2}{\sqrt{n^2 + \hat{s}^2(n^2 - 1) + \hat{s}^2}} \quad (4.16)$$

mit

$$\hat{s}^2 = S_x^2 + S_y^2 = S^2 - 1. \quad (4.17)$$

Für den Spezialfall einer horizontalen Grenzfläche, d.h. $\vec{S} = (0, 0, 1)$ ergibt sich:

$$\epsilon = \frac{1}{\sqrt{n^2 + \hat{p}^2(n^2 - 1)}} \quad (4.18)$$

mit

$$\hat{p}^2 = P_x^2 + P_y^2 = P^2 - 1. \quad (4.19)$$

Im weiteren wurde die Gleichung (4.8) für die Strahlableitung mit dem allgemeinen ϵ aus Gleichung (4.15) numerisch analysiert¹. Hierzu wurde ein Übergang von Luft nach Wasser, d.h. $n = 1.33$ angenommen. Abbildung 4.4 zeigt die Strahlableitungen d_x und d_y für senkrechten Strahleinfall ($\vec{P} = 0$) in Abhängigkeit von den Neigungskomponenten S_x und S_y der brechenden Oberfläche. Offensichtlich besteht in guter Näherung ein linearer Zusammenhang der Form:

$$d_x \sim S_x \quad (4.20)$$

$$d_y \sim S_y. \quad (4.21)$$

Eine Entwicklung des exakten Zusammenhangs für die Strahlableitungen $d_x(S_x, S_y)$ bzw. $d_y(S_x, S_y)$ ergibt für die lineare Näherung:

$$\vec{d} \approx -0.24812 h (\vec{P} - \vec{S}) = -0.24812 h \vec{r} \quad (4.22)$$

Neigungen von Wasserwellen sind typischerweise < 0.6 ². Der relative Fehler der linearen Approximation gegenüber dem exakten Zusammenhang ist selbst für Neigungen mit $S_x = S_y = 0.6$ kleiner 3%.

¹Dazu wurde das Computeralgebra-Programm Mathematica verwendet.

²Statistisch betrachtet tauchen Wasserwellen größerer Neigung sehr selten auf. Dies wird auch durch die in Kapitel 7.1 berechneten Neigungsverteilungen veranschaulicht.

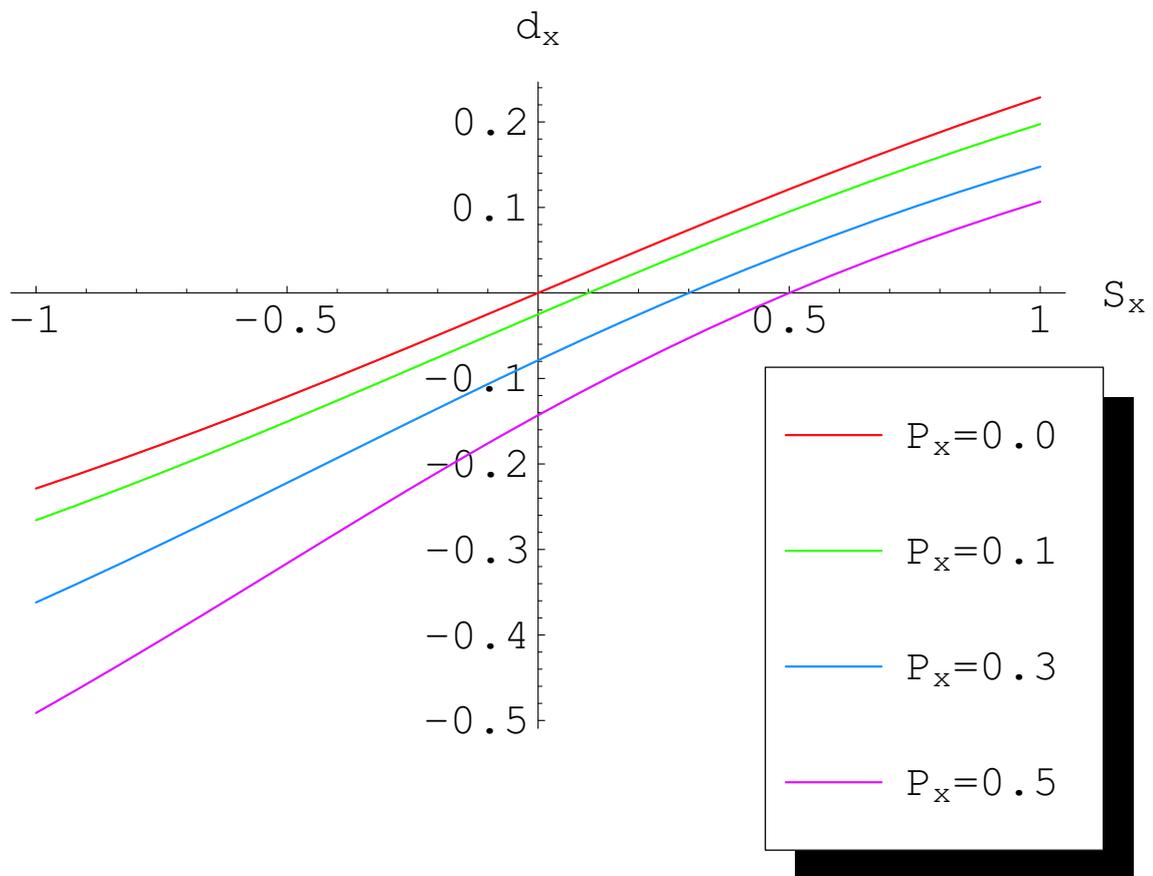


Abbildung 4.5: Strahlableitung d_x in Abhängigkeit von der Neigung S_x und der x -Komponente P_x des Einfallsvektors.

Abbildung 4.5 zeigt die Strahlableitung d_x in Abhängigkeit der Neigungskomponente S_x für vier verschiedene x -Komponenten P_x des Einfallsvektors. Man erkennt, daß die Nichtlinearitäten mit steigendem P_x größer werden. Für $P_x = 0.1$ ist der Zusammenhang jedoch noch weitgehend linear. Beim verwendeten Versuchsaufbau beträgt die Größe des Bildausschnitts maximal $33\text{cm} \times 25\text{cm}$ und der Abstand der Wasseroberfläche zur Kamera beträgt im Mittel 160cm . Hieraus ergibt sich $P_x < 0.1$ und $P_y < 0.07$.

Abbildung 4.6 zeigt den relativen Fehler der linearen Approximation für grosse Neigungen (hier: $S_x = 0.6$) in Abhängigkeit vom Einfallsvektor \vec{P} . Für senkrechten Strahleinfall beträgt der Fehler weniger als 3.5%. Mit größerem P_x nimmt der Fehler zu, ist jedoch auch für den Randbereich des Bildausschnitts ($P_x = 0.1$) noch kleiner als 7.5%. Weiterhin ist der Fehler für große positive Neigungen im rechten Bildausschnitt deutlich größer als im linken Bildausschnitt (und umgekehrt für große negative Neigungen).

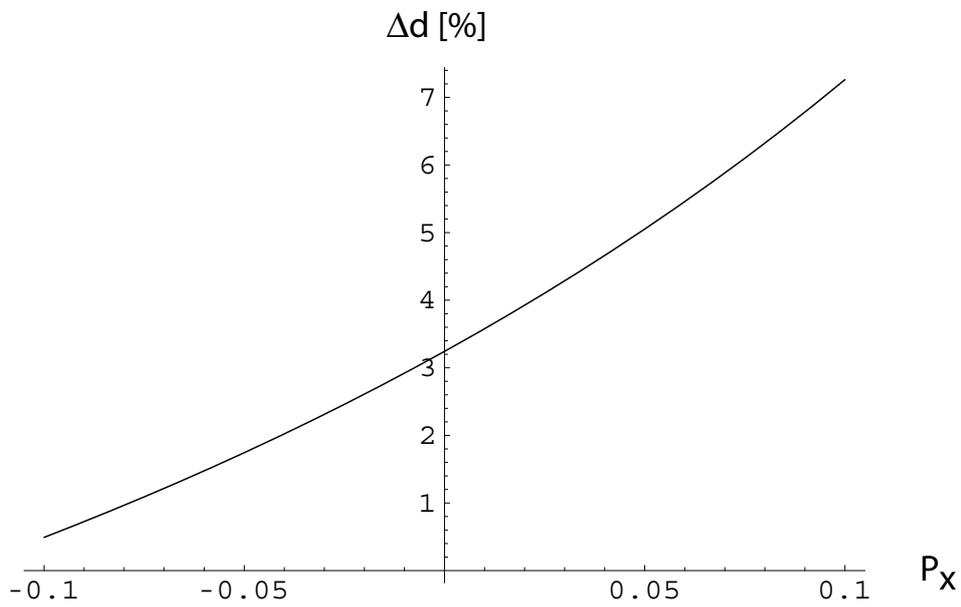


Abbildung 4.6: Fehler der linearen Näherung in Abhängigkeit vom Einfallswinkel

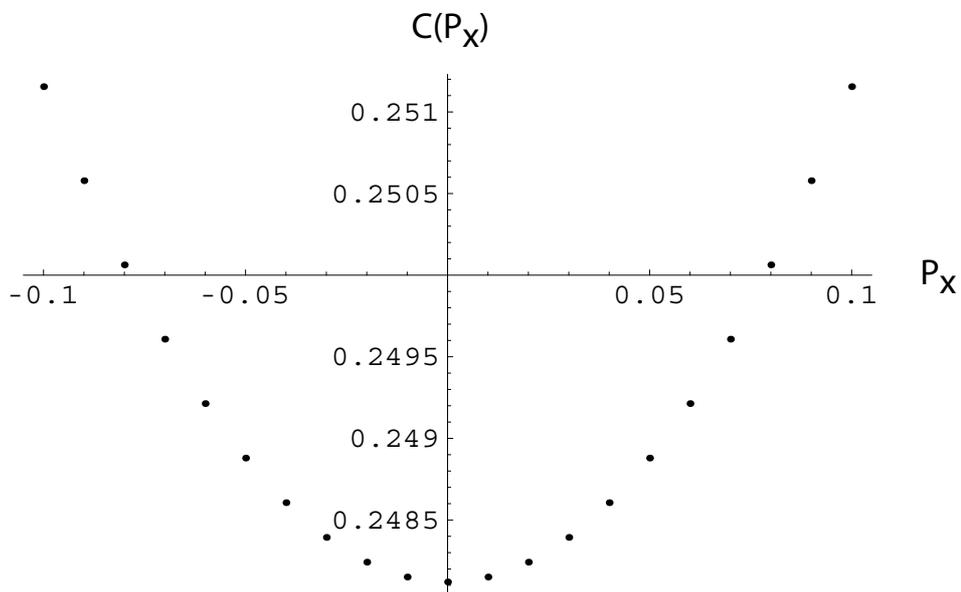


Abbildung 4.7: Quadratische Abhängigkeit der Koeffizienten des linearen Terms in Abhängigkeit vom Einfallswinkel

Abbildung 4.7 zeigt die Änderung des Koeffizienten der linearen Approximation in Abhängigkeit von p_x . Die Koeffizienten zeigen in guter Näherung einen parabelförmigen Verlauf. Die Abweichungen der Koeffizienten für $P_x = 0.1$ von dem Koeffizienten für $P_x = 0.0$ sind aber klein ($\approx 1\%$).

4.2.2 Zusammenfassung

Für den verwendeten Bildbereich kann für einen festen Bildpunkt in guter Näherung ein linearer Zusammenhang zwischen Wasserneigung und Strahlablenkung angenommen werden. Der Zusammenhang weist jedoch eine geringfügige quadratische Ortsabhängigkeit in den Koeffizienten auf. Wie sich später noch zeigen wird, wird auch experimentell eine näherungsweise quadratische Ortsabhängigkeit in den Koeffizienten beobachtet, die allerdings deutlich größer ausfällt, als die hier beschriebene.

4.3 Höhenkompensation durch eine Fresnel-Linse

Wie Gleichung (4.8) zu entnehmen, ist der Zusammenhang zwischen Strahlablenkung und Wasserneigung abhängig von der Wasserhöhe. Dieser Effekt kann durch Platzieren einer geeigneten Linse zwischen Farbkeil und Kanalboden verringert werden. Im Idealfall (vertikaler Strahlengang zwischen Wasseroberfläche und Kamera, ideale Linse) kann eine solche Linse die Höhenabhängigkeit vollständig kompensieren (siehe Abbildung 4.1). Aufgrund des endlichen Öffnungswinkels im verwendeten Meßaufbau ist dies jedoch nicht zu erreichen.

Im Meßaufbau wurde eine kreisförmige Fresnel-Linse mit einem Durchmesser von 88.9 cm verwendet. Fresnel-Linsen sind meist aus Kunststoff gespritzte dünne Platten. Sie weisen konzentrische Rillen auf, die je nach Abstand zum Linsenzentrum eine unterschiedliche Neigung haben. Sie sind darauf optimiert, eine möglichst gute Strahlvereinigung von senkrecht zur Linse einfallenden Strahlen zu erreichen.

4.3.1 Strahlengang

Im verwendeten Meßaufbau fallen die Lichtstrahlen von der Kamera unter einem endlichen Öffnungswinkel auf die Wasseroberfläche. Der Abstand zwischen Farbkeil und Fresnel-Linse soll so eingestellt werden, daß bei ruhiger Wasseroberfläche (Neigung Null) alle Lichtstrahlen, die in die Kamera fallen den selben Ursprungsort auf der Leuchfläche haben. Dazu betrachte man Abbildung 4.8. Eine Abschätzung für den gesuchten Abstand

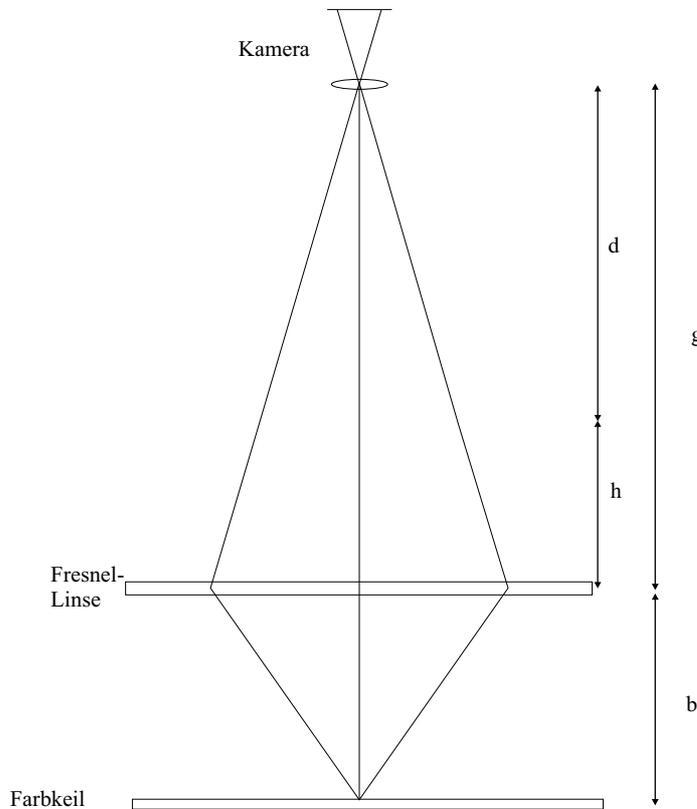


Abbildung 4.8: Abstand zwischen Fresnel-Linse und Farbkeil

ergibt sich aus der Linsengleichung:

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g} \quad (4.23)$$

$$b = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{g}}. \quad (4.24)$$

Der Abstand zwischen Kamera und Fresnel-Linse beträgt im verwendeten Aufbau ungefähr $g = 250$ cm. Die verwendete Fresnel-Linse hat laut Hersteller eine Brennweite von $f = 76.2$ cm. Für den gesuchten Abstand zwischen Fresnel-Linse und Farbkeil ergibt sich daraus ungefähr $b = 110$ cm.

4.3.2 Optische Fehler der verwendeten Fresnel-Linse

Die einfache Rechnung aus dem letzten Unterabschnitt gilt streng nur im Falle einer dünnen Linse im achsennahen Bereich. Im Realfall treten allerdings zum Teil erhebliche Ab-

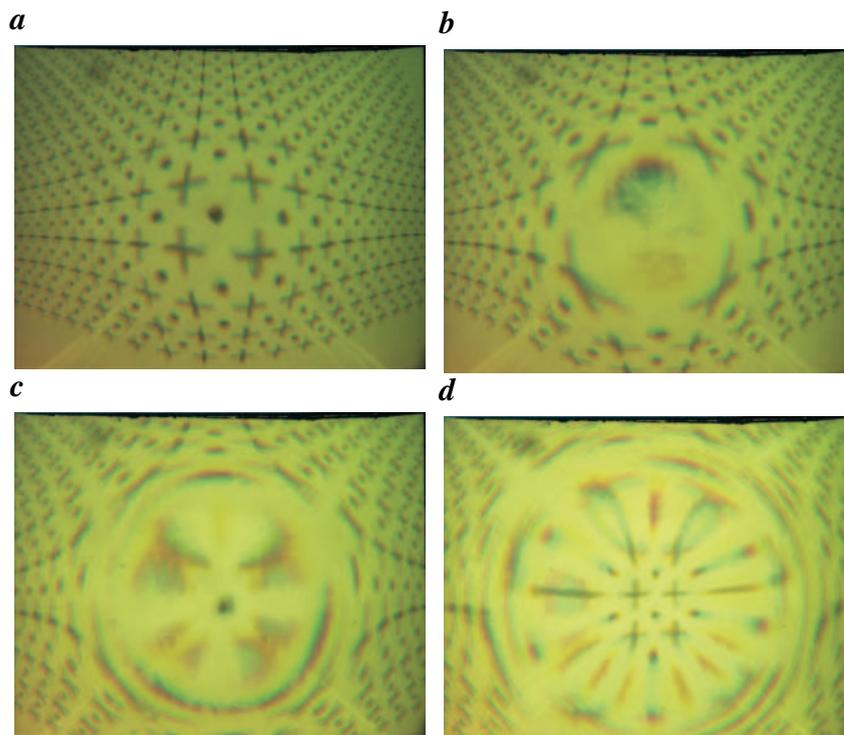


Abbildung 4.9: Aufnahmen des Farbkeils mit daraufgelegter Gitterfolie für verschiedene Abstände zwischen Farbkeil und Fresnel-Linse. **a** 100 cm **b** 110 cm **c** 120 cm **d** 130 cm .

bildungsfehler (insbesondere sphärische Aberration) auf wie in den Abbildungen 4.9 gut zu erkennen ist. Um den Abstand zwischen Fresnel-Linse und Farbkeil experimentell optimal einzustellen wurde wie folgt vorgegangen: Eine auf die Leuchtfläche gelegte Gitterfolie wurde als zu fokussierendes Objekt mit der Kamera für verschiedene Abstände zwischen Leuchtfläche und Fresnel-Linse aufgenommen. Abbildung 4.9 zeigt Aufnahmen der Gitterfolie für verschiedene Abstände. Im Idealfall müßte der Zentralbereich des Gitters über den ganzen Bildbereich vergrößert sein. Dies wird jedoch bei keinem der eingestellten Abstände erreicht. In Abbildung **b** ist der Zentralbereich des Gitters maximal vergrößert.

In Abbildung **d** hingegen hat man keine optimale Fokussierung für die Bildmitte, dafür aber über den Gesamtbildbereich hinweg ein besseres Verhalten. Der abgebildete Bereich der Leuchtfläche ist in Abbildung **d** am kleinsten, d.h. es wurde im Mittel die größte Vergrößerung erreicht. Für die Messungen wurde dieser Abstand verwendet.

Das obige Verhalten erklärt sich dadurch, daß es keine einheitliche Brennebene gibt. Je nach Einfallswinkel in Bezug zur Fresnel-Linse werden Lichtstrahlen in eine andere Ebene fokussiert. Lichtstrahlen im Bildzentrum treffen (bei Zurückverfolgung des Lichtweges) praktisch senkrecht auf die Fresnel-Linse. Lichtstrahlen im Randbereich des Bildes treffen schräg auf die Linse. Ihre Brennebene liegt weiter entfernt von der Fresnel-Linse. Auch wenn keine vollständige Kompensation der Höhenabhängigkeit erreicht werden kann, ist

R	G	R	G	R	G	R	G
G	B	G	B	G	B	G	B
R	G	R	G	R	G	R	G
G	B	G	B	G	B	G	B
R	G	R	G	R	G	R	G
G	B	G	B	G	B	G	B
R	G	R	G	R	G	R	G
G	B	G	B	G	B	G	B

Abbildung 4.10: Aufbau des Bayer-Musters: Der CCD-Chip besteht abwechselnd aus rot-, grün- und blausensitiven Pixeln.

die Verwendung der Fresnel-Linse trotzdem sinnvoll:

1. Um den gleichen Neigungsbereich messen zu können wird bei Verwendung der Fresnel-Linse ein kleinerer Teil der Leuchfläche benötigt. Dies ist wünschenswert, da die Beleuchtung im zentralen Bereich homogener als im Randbereich ist.
2. Trotz der nichtidealen Abbildungseigenschaften der Fresnel-Linse zeigen Kalibrationsmessungen (Abschnitt 4.7.1), dass eine deutliche Verringerung der Höhenabhängigkeit bei Verwendung der Fresnel-Linse erreicht werden kann.

4.4 Farbbildverarbeitung

4.4.1 Farbkameras

Für die Bildaufnahme wurden 1-Chip Farbkameras der Firma BASLER (Modell A300 bc) benutzt. Dabei handelt es sich im Prinzip um Schwarzweißkameras bei denen sich vor jedem Pixel ein farbsensitives Filter befindet. Dieses Filter ist jeweils durchlässig für eine der drei Primärfarben: Rot, Grün oder Blau. Die Anordnung dieser Filter ist wie in Abbildung 4.10 dargestellt. Man bezeichnet diese Filteranordnung als *Bayer-Muster*.

Abbildung 4.11 zeigt die spektrale Empfindlichkeit der drei Farbfiler. Es treten Überlappungen zwischen dem Grünkanal und den angrenzenden Rot- bzw. Blaukanal auf, die man

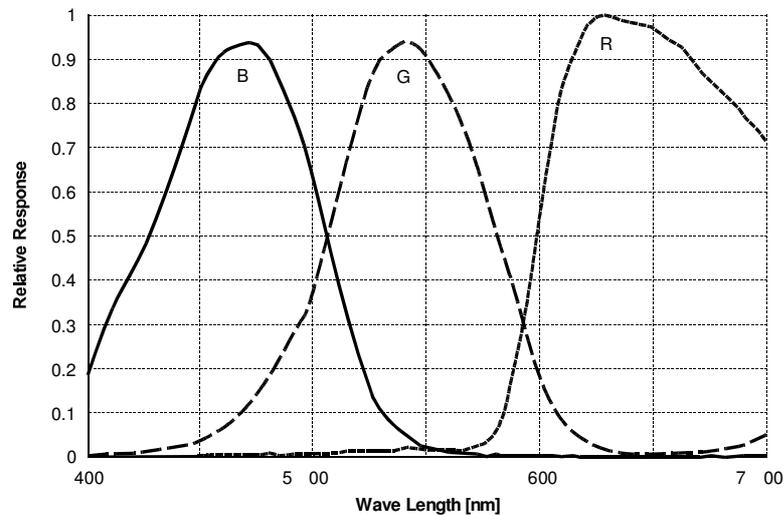


Abbildung 4.11: Spektrale Empfindlichkeit der Pixel aufgrund der Farbfilter. Aus [52].

als Querempfindlichkeiten bezeichnet.

4.4.2 Farbinterpolation

Die Kamera liefert zunächst ein gewöhnliches Schwarz-Weiß-Bild. Um daraus ein Farbbild zu erhalten, muß auf eines der drei Farbfilter interpoliert werden. Hierbei ist zu beachten, daß es zwei verschiedene Farbfilter mit verschiedenen Gitterabständen gibt. Das Rot- und Blaugitter entspricht jeweils einem Gitter mit der halben Pixelzahl des ursprünglichen Bildes. Die Auflösung des Grüngitters entspricht dem $1/\sqrt{2}$ -fachen der ursprünglichen Auflösung. Um Aliasing-Effekte zu vermeiden ist es sinnvoll, auf eines der Gitter mit der niedrigeren Auflösung zu interpolieren oder auf ein Subgitter des Grüngitters, welches die gleiche Auflösung wie das Rot- und Blau-Gitter hat. Dies erreicht man indem man nur jede zweite Zeile oder jede zweite Spalte des Grüngitters verwendet.

Eine Interpolation auf das Rot-Gitter kann z.B. durch die folgenden Interpolationsmasken erreicht werden:

Rot:	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> </table>	0	0	0	0	1	0	0	0	0	Grün:	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>0</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>0</td></tr> <tr><td>$\frac{1}{4}$</td><td>0</td><td>$\frac{1}{4}$</td></tr> <tr><td>0</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>0</td></tr> </table>	0	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	0	Blau:	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>$\frac{1}{4}$</td><td>0</td><td>$\frac{1}{4}$</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>$\frac{1}{4}$</td><td>0</td><td>$\frac{1}{4}$</td></tr> </table>	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	0	0	0	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$
0	0	0																														
0	1	0																														
0	0	0																														
0	$\frac{1}{4}$	0																														
$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$																														
0	$\frac{1}{4}$	0																														
$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$																														
0	0	0																														
$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$																														

Diese Interpolationsmasken wurden auch in dieser Arbeit verwendet.

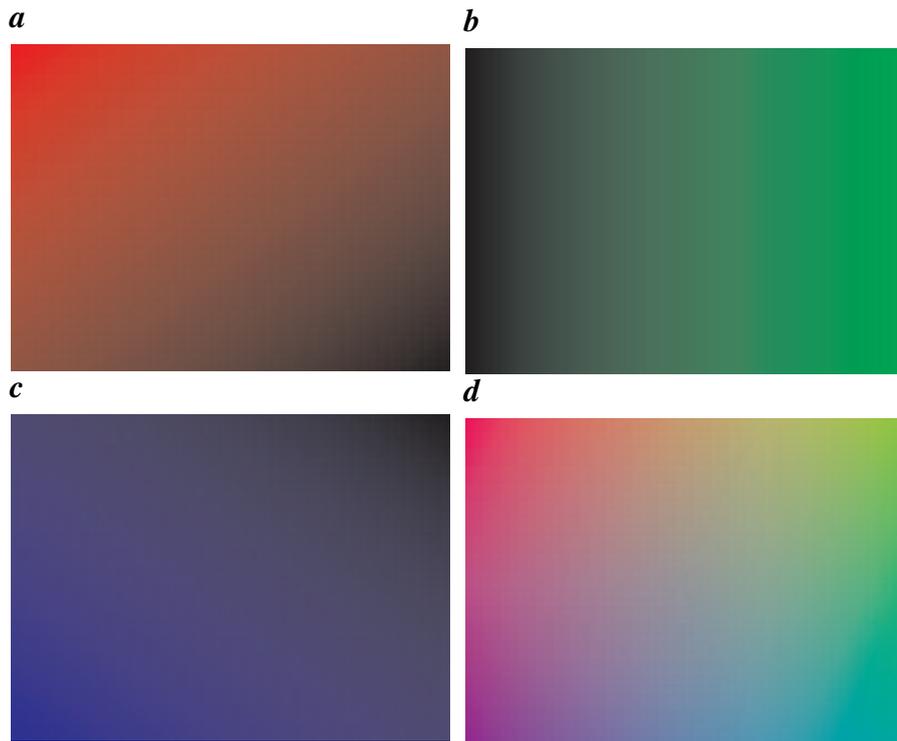


Abbildung 4.12: Das zur Kodierung der Wellenneigung verwendete Farbmuster **d** ist eine Kombination aus drei linearen Keilen der Grundfarben **a** Rot, **b** Grün und **c** Blau.

4.5 Der Farbkeil

Der zentrale Teil des Meßaufbaus zur Neigungsmessung mittels Refraktion ist die Beleuchtung. Wie in Abschnitt 4.2.1 diskutiert, besteht in guter Näherung ein linearer Zusammenhang zwischen der Wasserneigung und der Strahlableitung bzw. dem Ursprungsort eines Lichtstrahls, der in die Kamera gebrochen wird. Um einen eindeutigen Zusammenhang zwischen dem Farbwert eines Pixels (R, G, B) und der Neigung (S_x, S_y) des entsprechenden Oberflächenelementes auf der Wasseroberfläche zu bekommen muß für die Leuchtfläche eine geeignete farbliche Kodierung gewählt werden. Ein linearer Verlauf in den drei Farbkanälen bietet sich an. Eine geeignete Wahl stellt z.B. ein Farbmuster dar, daß sich wie folgt aus den drei Primärfarben im RGB-Farbraum zusammensetzt:

$$\begin{aligned}
 R(X, Y) &= 1/2 - 1/2(X + Y) \\
 G(X, Y) &= 1/2 + X \\
 B(X, Y) &= 1/2 - 1/2(X - Y)
 \end{aligned}
 \tag{4.25}$$

Dabei sind die Koordinaten so normiert, daß Punkte auf der Leuchtfläche innerhalb des Intervalls $[-1/2, 1/2] \times [-1/2, 1/2]$ liegen. Dieses Farbmuster wurde auch schon von [1] verwendet. Der Verlauf der drei Primärfarben und das daraus resultierende Farbmuster sind

in Abbildung 4.12 dargestellt. Es handelt sich um eine Überlagerung von drei Gradienten mit verschiedenen Richtungen. Der Grünkeil verläuft in X-Richtung, die beiden anderen Gradienten verlaufen entlang der beiden Diagonalen der Leuchfläche.

Im Weiteren werden die Großbuchstaben X, Y für Positionen auf der Leuchfläche verwendet und die Kleinbuchstaben x, y für Positionen in der Kamera (Pixel). Um aus den Farbwerten die gewünschte Neigungsinformation zu erhalten muß das Gleichungssystem (4.25) nach dem Ort auf der Leuchfläche aufgelöst werden:

$$\begin{aligned} X(R, G, x, y) &= G(x, y) - 1/2 \\ Y(R, G, x, y) &= B(x, y) - R(x, y). \end{aligned} \quad (4.26)$$

Im Idealfall folgt hieraus, unter Ausnutzung von (4.20), in guter Näherung ein linearer Zusammenhang zwischen der Wasserneigung und dem Farbwert des korrespondierenden Pixels in der Kamera:

$$\begin{aligned} S_x(R, G, x, y) &\sim d_x(R, G, x, y) \\ &= X(R, G, x, y) - X(S_x = 0, S_y = 0, x, y) \\ &\sim G(x, y) - G_0(x, y) \\ S_y(R, G, x, y) &\sim d_y(R, G, x, y) \\ &= Y(R, G, x, y) - Y(S_x = 0, S_y = 0, x, y) \\ &\sim (B(x, y) - B_0(x, y)) - (R(x, y) - R_0(x, y)). \end{aligned} \quad (4.27)$$

Man beachte, daß die Farbwerte $G_0(x, y)$ bzw. $B_0(x, y)$ und $R_0(x, y)$ subtrahiert werden müssen, die der Neigung Null entsprechen. Bei der Auswertung der Wellenbilder wird dem Rechnung getragen, indem ein Nullneigungsbild abgezogen wird.

4.5.1 Normierung

Die obigen Beziehungen sind eine starke Idealisierung. In Wirklichkeit setzt sich die Leuchfläche aus der bedruckten Farbfolie und einer darunter liegenden Lichtquelle, bestehend aus einem Array von Leuchtstoffröhren, zusammen. Ein vereinfachtes Modell für die abgestrahlte Lichtintensität dieser Leuchfläche erhält man durch folgenden Annahmen:

1. Die eigentliche Lichtquelle strahlt weißes Licht mit einem örtlichen Intensitätsverlauf $I_0(X, Y)$ aus.
2. Die Farbfolie verhält sich wie ein Lambert'scher Strahler. Die abgestrahlte Lichtintensität ist also unabhängig von der Abstrahlrichtung.
3. Die in Gleichung (4.25) definierten Werte für R, G und B haben die Eigenschaften von Transmissionskoeffizienten.

Für die abgestrahlten Lichtintensitäten $r(x, y)$, $g(x, y)$ und $b(x, y)$ in den drei Farben ergibt sich dann:

$$\begin{aligned} r(X, Y) &= I_0(X, Y) \cdot R(X, Y) = I_0(X, Y) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}(X + Y)\right) \\ g(X, Y) &= I_0(X, Y) \cdot G(X, Y) = I_0(X, Y) \cdot \left(\frac{1}{2} + X\right) \\ b(X, Y) &= I_0(X, Y) \cdot B(X, Y) = I_0(X, Y) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}(X - Y)\right). \end{aligned} \quad (4.28)$$

Die abgestrahlten Lichtintensitäten sind, außer bei konstantem $I_0(X, Y)$ zunächst einmal nichtlinear. Die gesamte emittierte Strahlungsdichte ergibt sich durch Aufsummation der Einzelintensitäten zu

$$I(X, Y) = r(X, Y) + b(X, Y) + g(X, Y) = \frac{3}{2} I_0(X, Y). \quad (4.29)$$

Dividiert man nun die Gleichungen (4.28) durch diese Gesamtintensität, so kürzt sich der nichtlineare, unerwünschte Term $I_0(X, Y)$ heraus und es ergibt sich für die normierten Intensitäten:

$$\begin{aligned} \bar{r}(X, Y) &= \frac{2}{3} \cdot R(X, Y) \\ \bar{g}(X, Y) &= \frac{2}{3} \cdot G(X, Y) \\ \bar{b}(X, Y) &= \frac{2}{3} \cdot B(X, Y). \end{aligned} \quad (4.30)$$

Für den Farb-Neigungszusammenhang aus Gleichung (4.27) müssen die normierten Farbwerte benutzt werden:

$$\begin{aligned} S_x(x, y) &\sim \bar{g}(x, y) - \bar{g}_0(x, y) \\ S_y(x, y) &\sim (\bar{b}(x, y) - \bar{b}_0(x, y)) - (\bar{r}(x, y) - \bar{r}_0(x, y)). \end{aligned} \quad (4.31)$$

4.5.2 Alternativer Farbkeil

Ein alternativer Farbverlauf mit ähnlichen Eigenschaften wie oben ergibt sich durch folgenden Verlauf der drei Primärfarben:

$$\begin{aligned} R(X, Y) &= 1/2 + Y \\ G(X, Y) &= 1/2 + X \\ B(X, Y) &= 1/2. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Eine Normierung erfolgt in diesem Fall durch Division durch den Blaukanal. Der Farb-Neigungs-Zusammenhang hat dann die Form:

$$\begin{aligned} S_x(x, y) &\sim \bar{g}(x, y) - \bar{g}_0(x, y) \\ S_y(x, y) &\sim \bar{r}(x, y) - \bar{r}_0(x, y). \end{aligned} \quad (4.33)$$

4.5.3 Wahl des Farbkeils und auftretende Probleme

Für die Messungen im Rahmen dieser Arbeit wurden verschiedene Farbkeile gedruckt. Am geeignetsten hat sich jedoch der Farbverlauf (4.25) erwiesen. Er zeigte über das ganze mit den CCD-Kameras aufgenommene Bild hinweg nach Normierung den linearsten Verlauf. Er wurde von der Firma „Die Pixelprinter“ mit einem RGB-Laserdrucker gedruckt. Der Vorteil dieses Druckverfahrens besteht darin, daß die Farbwerte Rot, Grün und Blau nicht erst aus den Komplementärfarben Cyan, Gelb und Magenta, wie beim Druck üblich, gemischt werden. Dies führt zu einer deutlich besseren Farbqualität, da die CCD-Kameras auch RGB verwenden.

Eins der größten Probleme des Messverfahrens besteht darin, daß die abgestrahlte spektrale Charakteristik der Primärfarben der Leuchtfläche nicht optimal zu den spektralen Charakteristiken der Farbfilter der Kameras passt. Dies führt dazu, daß z.B. rotes Licht der Leuchtfläche zu einem gewissen Bruchteil auch das Grünfilter der Kamera passiert. Weiterhin erzeugt das Array von Leuchtstoffröhren kein homogenes weißes Licht sondern besitzt eine spektrale Charakteristik mit einem Maximum im grünen Spektralbereich. Als Konsequenz aus diesen Farbverfälschungen sind Fehler in der Normierung zu erwarten, die wiederum zu einer schlechteren Kompensation der Nichtlinearitäten aufgrund der Beleuchtungsinhomogenität führen. Da die Lichtintensität $I_0(X, Y)$ im zentralen Bereich der Leuchtfläche homogener als im Randbereich ist, nehmen auch die Nichtlinearitäten nach Normierung zum Rand hin zu. Dies konnte auch bei den Kalibrationsmessungen beobachtet werden. Weiterhin kann die Farbfolie nur näherungsweise als Lambert'scher Strahler betrachtet werden. Es ist anzunehmen, daß die abgestrahlte Lichtintensität senkrecht zur Leuchtfläche ein Maximum erreicht und zu kleineren Abstrahlwinkeln hin abfällt.

Um den Einfluß all dieser Störfaktoren zu berücksichtigen und zu überprüfen in wie weit die vereinfachten Modellannahmen trotzdem noch anwendbar sind ist es daher wichtig Kalibrationsmessungen durchzuführen.

4.6 Neigungskalibrierung

Ein ideales Target für eine Neigungskalibrierung der CISG wäre ein Objekt wohldefinierter Neigung mit demselben Brechungsindex wie Wasser. Ein solches Kalibriertarget könnte auf die glatte Wasseroberfläche gelegt werden und würde in der Kamera denselben Farbverlauf zeigen wie die entsprechend geneigte Wasseroberfläche. Eine andere Möglichkeit bestände darin, ein Objekt mit demselben Brechungsindex wie Luft zu verwenden und dieses als eine Art Schablone zu verwenden, welche die Wasseroberfläche in eine definierte

Form zwingt. Beide Möglichkeiten sind aber aufgrund der nicht vorhandenen Materialien nicht durchführbar.

4.6.1 Prinzip der Neigungskalibrierung mit plankonvexen Linsen

Für die Neigungskalibrierung am Aeolotron wurden plankonvexe Glaslinsen aus BK7-Glas verwendet [1]. Die Linse wird wie in Abbildung 4.13 auf der Wasseroberfläche platziert. Ein Lichtstrahl, der (vom Kameraobjektiv zu seinem Ursprungsort zurückverfolgt) auf die Linse trifft wird zunächst an der Grenzfläche Luft-Glas gebrochen und nach Durchlaufen des Linsenkörpers noch einmal an der Linsenunterseite (Grenzfläche Glas-Wasser). Da es sich bei den verwendeten Linsen um sphärisch geschliffene Linsen handelt, ist ihre Oberflächenfunktion $z = z(x, y)$ gegeben durch:

$$z(x, y) = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}. \quad (4.34)$$

Hierbei ist R der Krümmungsradius der Kugel. Er beträgt laut Herstellerangaben $R = 38.76$ mm. Die Linsenneigungen ergeben sich durch die Ableitungen von 4.34:

$$\begin{aligned} s_x &= \frac{\partial}{\partial x} h(x, y) = \frac{-x}{\sqrt{R^2 - x^2 - y^2}} \approx -\frac{x}{R} \\ s_y &= \frac{\partial}{\partial y} h(x, y) = \frac{-y}{\sqrt{R^2 - x^2 - y^2}} \approx -\frac{y}{R} \end{aligned} \quad (4.35)$$

Für Neigungen kleiner 0.4 ist der relative Fehler durch die lineare Approximation kleiner als 8 %. Dies entspricht bei den verwendeten Linsen einem zentralen Bereich mit einem Radius von ungefähr 15 mm. Die Kamera sieht einen Farbverlauf auf der Linse, der für diesen Zentralbereich annähernd linear sein sollte. Auf diese Weise kann man jedem Linsenort, und damit jedem Neigungswert, einen Farbwert zuordnen. Dieser muß dann noch in eine korrespondierende Wasserneigung umgerechnet werden. Wie dies geschieht wird im nächsten Abschnitt erläutert.

4.6.2 Strahlableitung durch die Plankonvexlinse

Die Ablenkung eines Lichtstrahls, der unter dem Einfallsvektor \vec{P} auf die Linse fällt kann mit den in Abschnitt 4.2.1 hergeleiteten Gleichungen berechnet werden. Der Lichtstrahl fällt zunächst unter dem Einfallsvektor \vec{P} auf die gekrümmte Linsenoberfläche mit Neigungsvektor \vec{S} . Der Ablenkungsvektor \vec{Q}_1 ergibt sich unter Ausnutzung von Gleichung (4.7) und dem allgemeinen ϵ aus Gleichung (4.15). Nach Durchlaufen des Glaskörpers trifft der Lichtstrahl unter dem Einfallsvektor \vec{Q}_1 auf die horizontale Grenzfläche Glas-Wasser. Hier wird nun das ϵ für eine horizontale Grenzfläche aus Gleichung (4.18) verwendet um

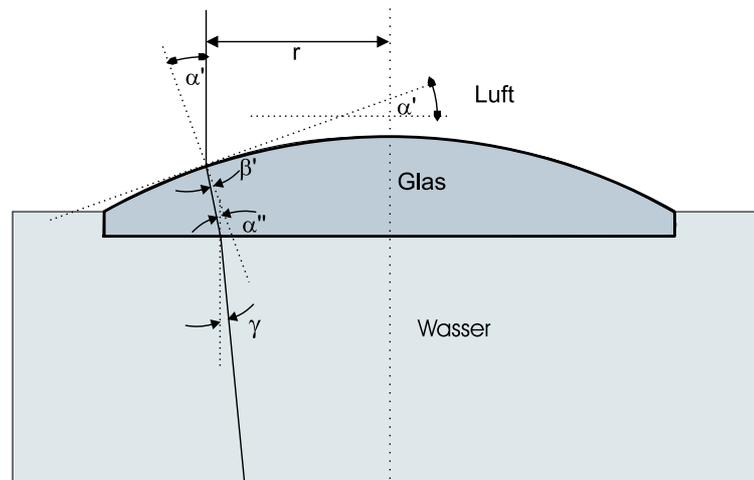


Abbildung 4.13: Zweifache Refraktion (Luft-Glas und Glas-Wasser) bei der zur Neigungseichung verwendeten sphärischen Linse (aus [1]).

den endgültigen Ablenkungsvektor \vec{Q} zu berechnen. Eine explizite Berechnung von \vec{Q} und der daraus resultierenden Strahlblenkung \vec{d} erfolgt im weiteren wieder auf numerischem Wege (Mathematica). Auch hier ergibt sich wie erwartet in guter Näherung ein linearer Zusammenhang:

$$\vec{d}(S_x, S_y) \approx -0.24812 h \vec{P} + 0.388722 h \vec{S} \quad (4.36)$$

Ein Vergleich mit Gleichung (4.22) für die Strahlblenkung allein durch Wasser zeigt, daß gilt:

1. Die Strahlablencungen sind für Neigung $\vec{S} = \vec{0}$ identisch. Dies ist unmittelbar ein-sichtig, da die Brechungen an der Linse der Hintereinanderschaltung einer Bre-chung an einer planparallelen Schicht und der Brechung an der Wasseroberfläche entspricht. Die Brechung an der planparallelen Schicht führt aber nur zu einer (ver-nachlässigbaren) Parallelverschiebung des Lichtstrahls.
2. Damit die Strahlblenkung durch die Linse und durch das Wasser gleich groß sind muß gelten:

$$\vec{S}_W = \frac{0.388722}{0.24812} \vec{S}_L \approx 1.56667 \vec{S}_L. \quad (4.37)$$

In Worten: Die Strahlblenkung durch Brechung an der Linse ist ungefähr 1,6 mal so groß wie durch das Wasser.

Durch eine Neigungskalibration erhält man also einen funktionellen Zusammenhang, der es ermöglicht, die Linsen-neigung an einem Pixel im Bild aus dem zugehörigen Farbwert zu bestimmen. Um daraus die korrespondierende Wasserneigung zu erhalten muß noch gemäß (4.37) multipliziert werden.

4.6.3 Vorgehensweise bei der Neigungskalibration

Für die Neigungskalibration wurde nicht eine einzelne, plankonvexe Linse benutzt, sondern ein zweidimensionales Array von Linsen: In den Boden einer schwimmfähigen Plastikwanne wurden auf einem gleichmäßigen quadratischen Gitter identische Plankonvexlinsen eingearbeitet. Der Abstand der Plankonvexlinsen mit einem Durchmesser von 50 mm beträgt längst der Gitterlinien 60 mm. Mit diesem kann eine ortsabhängige Neigungskalibration durchgeführt werden.

Für eine Neigungskalibration wurden bei jeder Messung die folgenden Verarbeitungsschritte durchgeführt:

1) Aufnahme eines Nullneigungsbildes: Als erstes wurde bei der eingestellten Wasserhöhe (ablesbar über den Meniskusstand einer kommunizierenden Wassersäule) ein Nullneigungsbild ermittelt. Um den Einfluß von leichten Wasserbewegungen sowie Rauscheffekte zu minimieren, wurden 300 Bilder der ruhenden Wasseroberfläche aufgenommen und darüber gemittelt.

2) Aufnahme des Linsenarrays: Das Linsenarray wurde nun so auf der Wasseroberfläche platziert, daß die Zentrumslinse möglichst genau auf der optischen Achse (Bildzentrum) der Kamera zum liegen kommt und in horizontaler Bildrichtung (tangentialer Richtung des Kanals bzw. Windrichtung) orientiert ist. Es wurde darauf geachtet, daß sich die Position des Arrays nach einmaliger Ausrichtung nicht mehr verändert. Dann wurden 100 Aufnahmen des Linsenarrays gemacht und darüber gemittelt.

3) Farbinterpolation: Zur weiteren Auswertung müssen die aufgenommenen Schwarzweißbilder gemäß Abschnitt 4.4.2 mittels Farbinterpolation in RGB-Bilder umgewandelt werden. Das Farbbild des Linsenarrays sowie einen Zeilenschnitt davon (mittlere Bildzeile) zeigt Abbildung 4.14 a. Man erkennt, daß das Signal in den drei Farbkanälen unterschiedlich stark angesteuert ist.

4) Weißabgleich: Da die verwendeten Kameras keinen hardwaremäßigen Weißabgleich ermöglichen (wie bei 3CCD-Farbkameras möglich), wird dieser softwaremäßig durchgeführt. Der Grünkanal ist bei den Messungen am stärksten angesteuert. Blaukanal und Rotkanal wurden dem Grünkanal angeglichen, indem sie mit geeigneten Faktoren multipliziert werden. Diese wurden aus den Quotienten der Bildmittelwerte (Nullneigungsbild) von Rot- bzw. Blaukanal mit dem Grünkanal gebildet. Abbildung 4.14 b zeigt die Aufnahme vom Linsenarray nach dem Weißabgleich.

5) Normierung und Abzug des Nullneigungsbildes: Die so gewonnenen Farbbilder werden nun normiert. Dies geschieht durch Summation der drei Farbkanäle und anschließende Division der Farbbilder durch diese Summe (siehe Abschnitt 4.5.1). Von dem normierten

Linsenarraybild wird das normierte Nullneigungsbild abgezogen. Im Idealfall sollte nun ein Farbwert von Null in den drei Farbkanälen einer Neigung von Null entsprechen. Abbildung 4.14 **c** zeigt das normierte Linsenarray nach Abzug des normierten Nullneigungsbildes. Die Nichtlinearitäten im Bild sind durch die Normierung stark reduziert worden.

6) Bilde Differenz von Blau- und Rotkanal: Jetzt wird gemäß Gleichung (4.26) die Differenz von Blau- und Rotkanal gebildet. Das Ergebnis wird in den alten Rotkanal geschrieben, der alte Blaukanal wurde hier gleich Null gesetzt. Eigentlich sollte jetzt $g \sim x$ und $r \sim y$ gelten, d.h der Grünkanal sollte sich nur noch in x-Richtung ändern, und der Rotkanal nur noch in y-Richtung. Aufgrund von Querempfindlichkeiten der Kamera-Farbfiler tauchen jedoch Mischterme auf. Im Zeilenschnittdiagramm von Abbildung 4.14 **d** ist zu erkennen, daß der Rotkanal eine deutliche x-Abhängigkeit aufweist. Mit den nächsten beiden Verarbeitungsschritten wird dies korrigiert.

7) Anfitzen der Farbverläufe: Um einen funktionellen Zusammenhang zwischen dem gemessenen Farbwert und dem Ort auf der Linse zu erhalten, wird ein zentraler Teil der Linse segmentiert und durch eine Ebene angefitzt. Hierzu werden die Pixelkoordinaten über das (höhenabhängige) Abbildungsverhältnis zunächst in Ortskoordinaten umgerechnet, so daß die Steigungen der Ebenen in 1/mm ermittelt werden. Anschließend wird ein Least-Squares-Fit durchgeführt.

8) Farbtransformation: Mit den Parametern aus dem ermittelten Ebenenfit kann man nun wie in Abschnitt 4.6.4 näher beschrieben wird, eine Farbtransformation durchführen. Nach dieser Transformation ist der Grünverlauf bestmöglich in x-Richtung und der Rotverlauf bestmöglich in y-Richtung orientiert. Abbildung 4.14 **e** zeigt das Linsenarray nach der Farbtransformation.

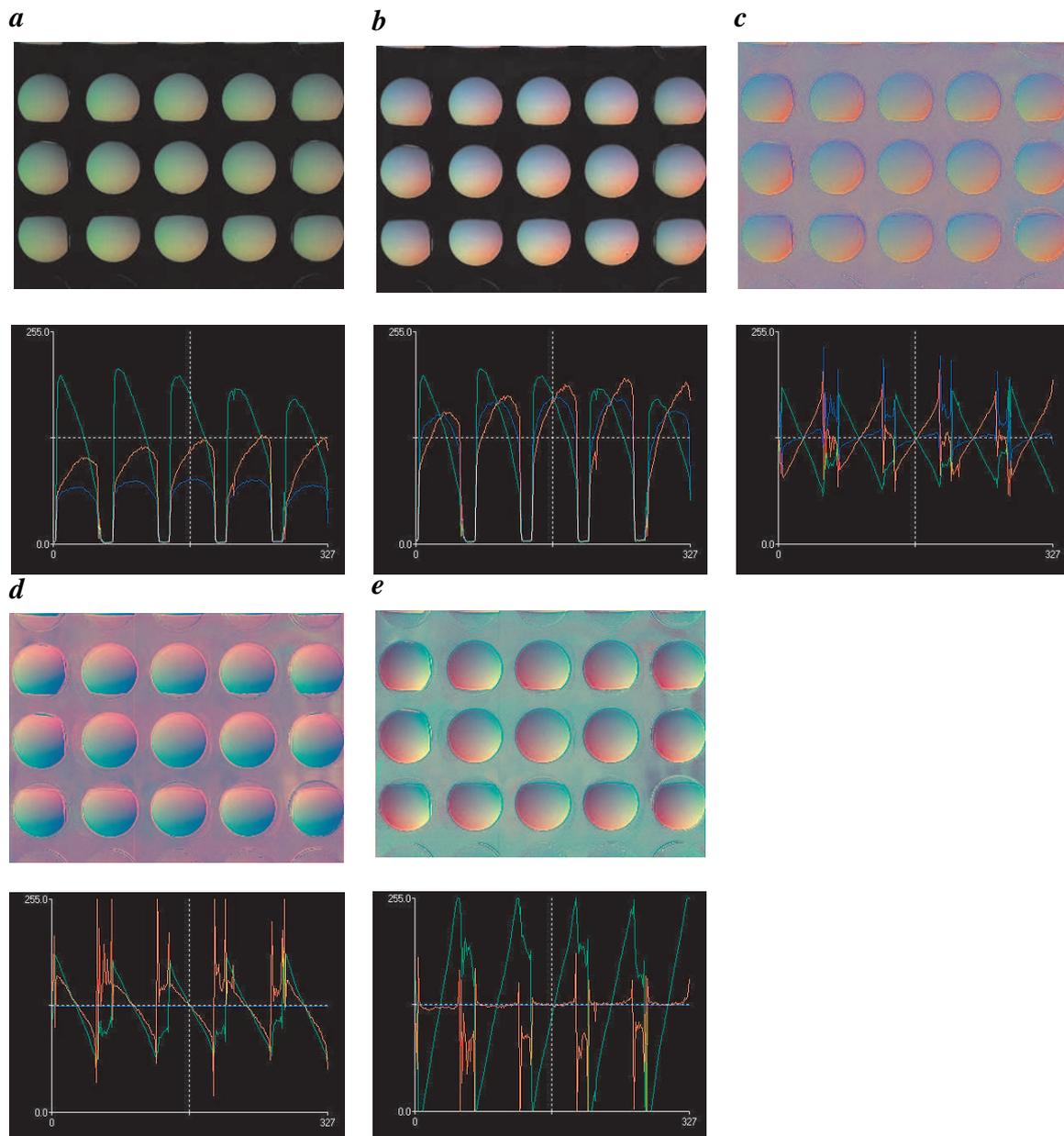


Abbildung 4.14: Kalibrationsaufnahmen vom Linsenarray und Zeilenschnitte (mittlere Zeilen) nach den verschiedenen Verarbeitungsschritten: **a** Originalbild **b** Nach Weissabgleich **c** Nach Normierung **d** Nach Differenzbildung (B-R) **e** Nach Farbtransformation .

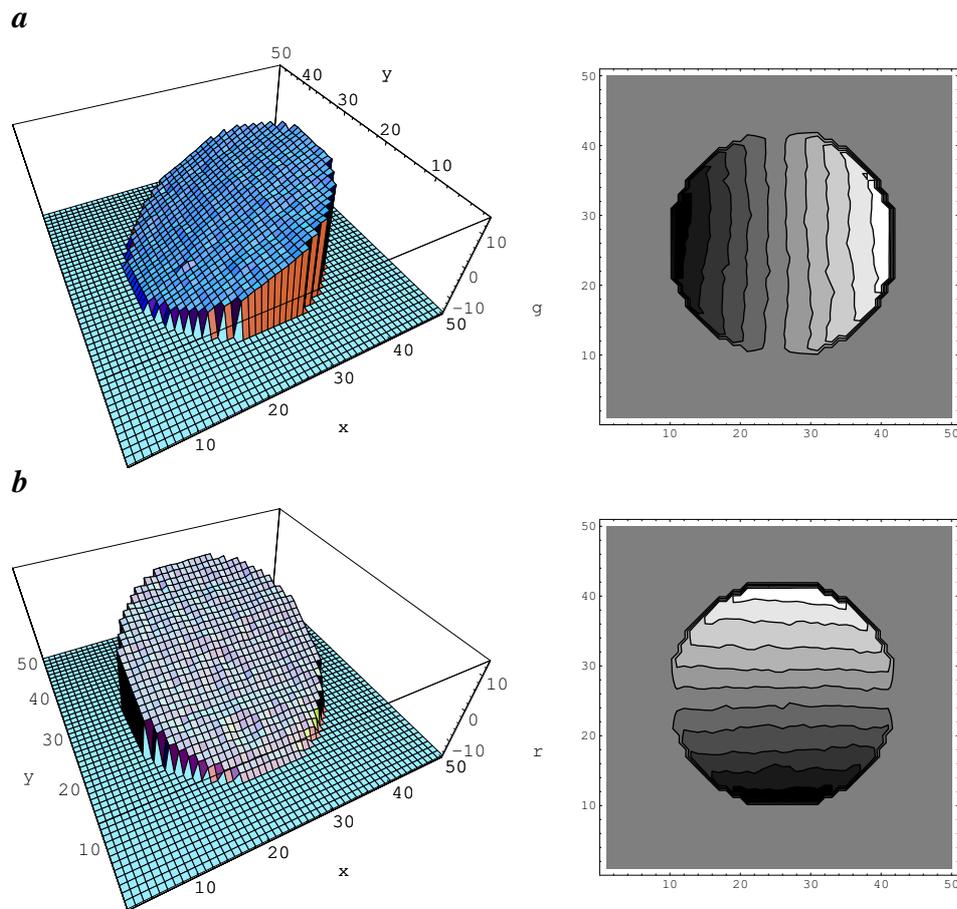


Abbildung 4.15: Farbwert in Abhängigkeit vom Linsenort: **a** Grünwert: In guter Näherung linearer Verlauf in x -Richtung **b** Rotwert: In guter Näherung linearer Verlauf in y -Richtung

In Abbildung 4.15 sind die Farbverläufe des Grün- und Rotkanals in Abhängigkeit vom Ort auf der Linse für einen zentralen Linsenbereich mit einem Radius von ungefähr 15 mm dargestellt. Dies entspricht Linsenneigungen bis ungefähr 0,4 und korrespondierenden Wasserneigungen bis ungefähr 0,6. Der Verlauf ist in guter Näherung linear. Die Standardabweichung der verwendeten Ebenenfits ist für die zentrale Linse kleiner als 0,5 und für Linsen im Randbereich kleiner als 0,7. Bezogen auf die maximale Wasserneigung ergibt dies einen Fehler kleiner 3 % für den zentralen Bildbereich und einen Fehler kleiner 5 % im Randbereich des Bildes.

Aus einem Farbverlauf der Form

$$\begin{aligned} g(x) &= g_x x \\ r(y) &= r_y y \end{aligned} \quad (4.38)$$

kann man mittels der Gleichungen (4.35) und (4.37) auf den Zusammenhang zwischen Wasserneigung und Farbwert schließen:

$$\begin{aligned} S_x &= -\frac{1.56667}{g_x R} g = p_x g \\ S_y &= -\frac{1.56667}{r_y R} r = p_y r \end{aligned} \quad (4.39)$$

Durch die erläuterten Verarbeitungsschritte ist es somit möglich, die Farbwerte in den CISG-Aufnahmen soweit zu verarbeiten, daß in guter Näherung ein linearer Zusammenhang zwischen Farbwert und Linsenneigung gegeben ist, der zudem aufgrund der Farbtransformation keine Querabhängigkeiten mehr zeigt. Dies hat auch den Vorteil, das man mit weniger Parametern auskommt um die ortsabhängige Kalibrierfunktion zu beschreiben. Abhängigkeiten der Neigungskalibrierung vom Bildort und von der Wasserhöhe sind auf diese Weise viel einfacher zu beschreiben.

Bis auf den Schritt 7 (Anfitten der Farbverläufe) werden alle Umformungen auch mit den gemessenen Wellenbildern durchgeführt. Die so gewonnenen Farbbilder kann man dann mit dem Zusammenhang (4.39) in Neigungsbilder umrechnen. In Abschnitt 4.7.1 wird gezeigt, daß es sinnvoll ist orts- und höhenabhängige Kalibrierfaktoren $p_x(x, y, h)$ und $p_y(x, y, h)$ zu verwenden, um einen systematischen Fehler zu vermeiden.

4.6.4 Farbtransformation

Nach einem Ebenenfit der Farbverläufe im Rot- und Grünkanal ergibt sich ein linearer, aufgrund der Quermempfindlichkeiten aber nichtdiagonaler Zusammenhang der Form:

$$\begin{pmatrix} g \\ r \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_x & g_y \\ r_x & r_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (4.40)$$

Gesucht ist nun eine Matrix \mathbf{T} so daß gilt:

$$\mathbf{TA} = \mathbf{D} = \begin{pmatrix} t_1 & t_2 \\ t_3 & t_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_x & g_y \\ r_x & r_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_x & 0 \\ 0 & d_y \end{pmatrix}. \quad (4.41)$$

Multiplikation von Gleichung (4.40) mit \mathbf{T} ergibt dann:

$$\begin{pmatrix} \hat{g} \\ \hat{r} \end{pmatrix} = \mathbf{T} \begin{pmatrix} g \\ r \end{pmatrix} = \mathbf{TA} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \mathbf{D} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}. \quad (4.42)$$

Um die Koeffizienten von \mathbf{T} zu ermitteln, muß das Lineare Gleichungssystem (4.41) ausgewertet werden. Es läßt sich zurückführen auf die beiden Gleichungen

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^T \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} d_x \\ 0 \end{pmatrix} \\ \mathbf{A}^T \begin{pmatrix} t_3 \\ t_4 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 \\ d_y \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.43)$$

mit der Lösung:

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{1}{\det(\mathbf{A})} r_y d_x \\ t_2 &= -\frac{1}{\det(\mathbf{A})} g_y d_x \\ t_3 &= -\frac{1}{\det(\mathbf{A})} r_x d_y \\ t_4 &= \frac{1}{\det(\mathbf{A})} g_x d_y. \end{aligned} \quad (4.44)$$

d_x und d_y können offensichtlich beliebig gewählt werden. Im weiteren sei daher

$$d_x = d_y = 1. \quad (4.45)$$

Für den Zusammenhang zwischen Farbverlauf und dem Ort (x, y) auf der Linse ergibt sich nach der Farbtransformation der einfache Zusammenhang:

$$\begin{aligned} \hat{g} &= x \\ \hat{r} &= y. \end{aligned} \quad (4.46)$$

Die Koeffizienten der Farbtransformation werden für die Zentrumslinse des Linsenarrays bestimmt und auf jedes Kalibrierbild angewandt. Bei der späteren Auswertung der Wellenbilder muß diese Farbtransformation auch durchgeführt werden.

4.7 Ergebnisse der Neigungskalibrierung

4.7.1 Orts- und Höhenabhängigkeit

Eine systematische Untersuchung des Linsenarrays für verschiedene Wasserhöhen hat ergeben, daß die Neigungskalibrierung sowohl vom Bildort als auch von der Wasserhöhe

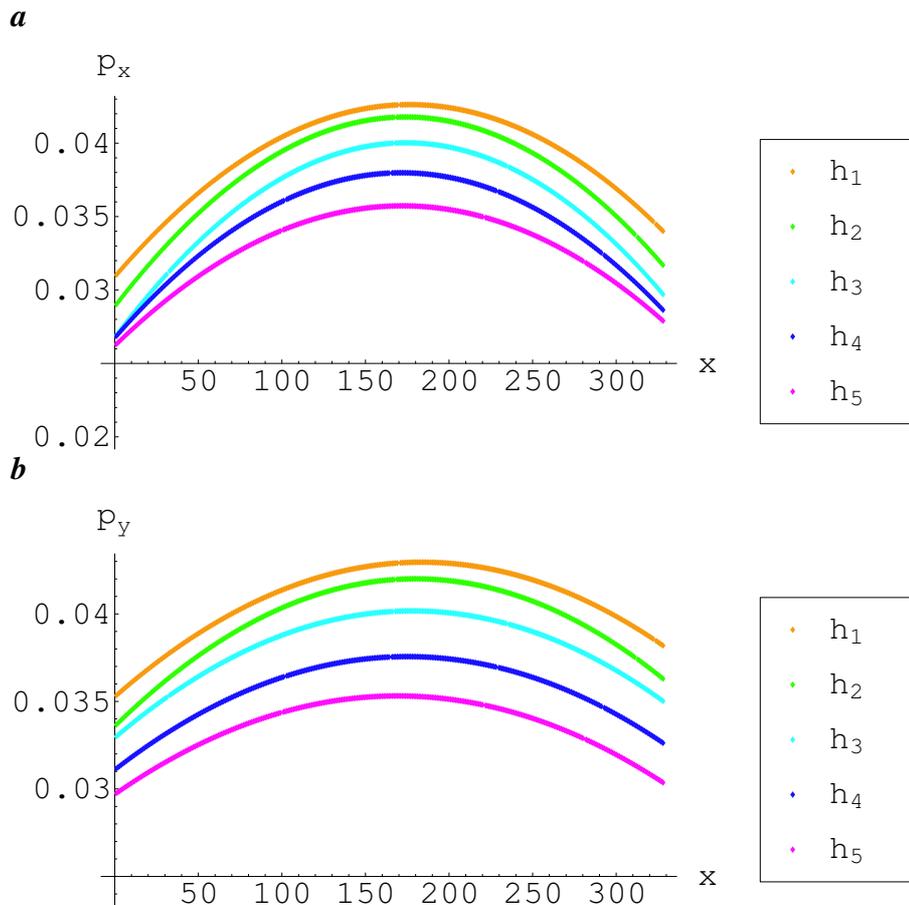


Abbildung 4.16: Zeilenschnitt des Parbelfits für die Wasserhöhen $h_1 = 120\text{cm}$, $h_2 = 110\text{cm}$, $h_3 = 100\text{cm}$, $h_4 = 90\text{cm}$ und $h_5 = 80\text{cm}$: **a** Neigungsparameter p_x **b** Neigungsparameter p_y .

abhängig ist.

Für neun verschiedene Wasserhöhen wurden für alle 15 Linsenpositionen Ebenenfits durchgeführt und daraus die Neigungsparameter p_x und p_y (siehe Gleichung (4.39)) bestimmt. Für jede Wasserhöhe wurden die 30 (15+15) ermittelten Parameter über den gesamten Bildbereich zweidimensional angefitet. Dabei erwies sich eine zweidimensionale Parabel der Form

$$\begin{aligned} p_x(x, y) &= a_1 x^2 + a_2 y^2 + a_3 x + a_4 y + a_5 \\ p_y(x, y) &= b_1 x^2 + b_2 y^2 + b_3 x + b_4 y + b_5 \end{aligned} \quad (4.47)$$

als ausreichend. Der auftretende Fehler bei Verwendung dieser Fitfunktion zu den angefiteten Parametern ist an keinem Ort größer als 5% und im Mittel kleiner als 3%.

Abbildung 4.16 zeigt Zeilenschnitte (mittlere Bildzeilen) der ermittelten Parabeln für verschiedene Wasserhöhen. Man erkennt sowohl eine deutliche Orts- wie auch Höhenabhängigkeit.

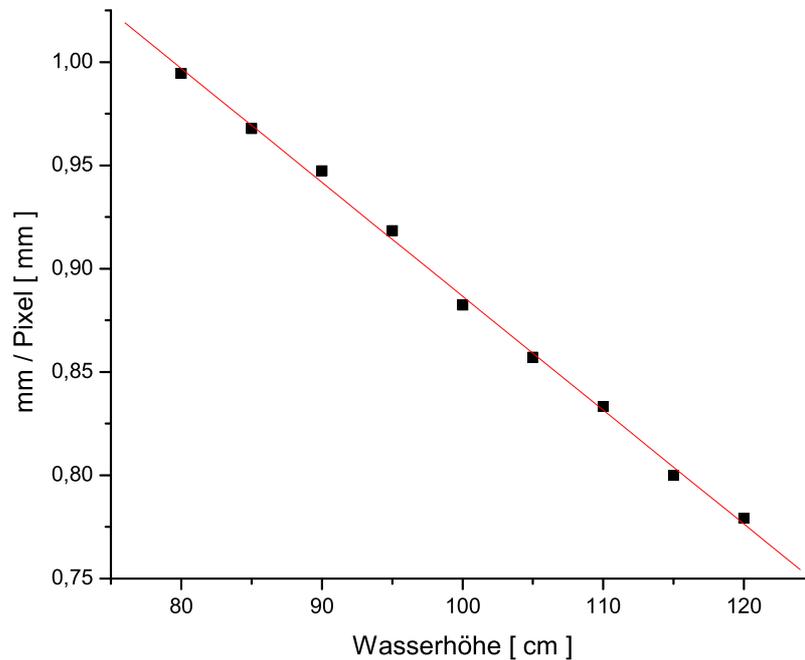


Abbildung 4.17: Abbildungsverhältnis bei verschiedenen Wasserhöhen .

Die Kalibrationsmessungen wurden für neun verschiedene Wasserhöhen durchgeführt. Neigungparameter für Wasserhöhen die zwischen zwei Wasserhöhen aus der Kalibrierung liegen werden bei der späteren höhenabhängigen Neigungskorrektur (Abschnitt 6.1) durch lineare Interpolation ermittelt.

4.7.2 Höhenabhängigkeit des Abbildungsverhältnisses

Aus dem bekannten Abstand der Plankonvexlinsen im Linsenarray (60 mm) läßt sich mit den Aufnahmen des Linsenarrays das Abbildungsverhältnis in Abhängigkeit von der Wasserhöhe abschätzen. (Eine genauere Ermittlung des höhenabhängigen Abbildungsverhältnisses ist durch die im nächsten Kapitel beschriebene Stereotechnik möglich.) Abbildung 4.17 zeigt die aus den Linsenbildern ermittelten Werte bei verschiedenen Wasserhöhen und einen linearen Fit durch die Punkte. Man erkennt, daß die Variation des Abbildungsverhältnisses bei großen Höhenvariationen auf der Wasseroberfläche (große Wellen) nicht vernachlässigbar ist.

4.8 Beispielaufnahmen der CISG

In Abbildung 4.18 ist eine mit der CISG gemachte Beispielaufnahme dargestellt. Neben dem Originalfarbbild ist auch der Rotkanal (Neigung S_y) und der Grünkanal (Neigung S_x) nach den Kalibrationsschritten dargestellt. Man erkennt deutlich, daß Wellenzüge, die in x-Richtung verlaufen (Neigung in y-Richtung) im Rotbild betont sind und Wellenzüge, die in y-Richtung verlaufen (Neigung in x-Richtung) im Grünbild betont sind. Diagonal verlaufende Wellenzüge erscheinen in Rot- und Grünbild gleichermaßen.

4.9 Zusammenfassung

Wie die Kalibrationsmessungen gezeigt haben, ist der Zusammenhang zwischen Farbwert an einem Pixel und zugehöriger Wasserneigung orts- und höhenabhängig, so daß sich orts- und höhenabhängige Neigungsparameter $p_x(x, y, h(x, y))$ und $p_y(x, y, h(x, y))$ ergeben. Um hiermit für jeden Bildpixel (x, y) die richtigen Neigungen $s_x(x, y)$ und $s_y(x, y)$ ausrechnen zu können ist es notwendig, ein (zumindest) grobes Höhenprofil $h(x, y)$ zu haben, um einen systematischen Fehler zu vermeiden. Im nächsten Kapitel wird die im Rahmen dieser Arbeit verwendete Stereotechnik vorgestellt. Wie sich zeigt, ist es damit möglich das bei großen Höhenvariationen (große Wellen) benötigte Höhenprofil zu ermitteln.

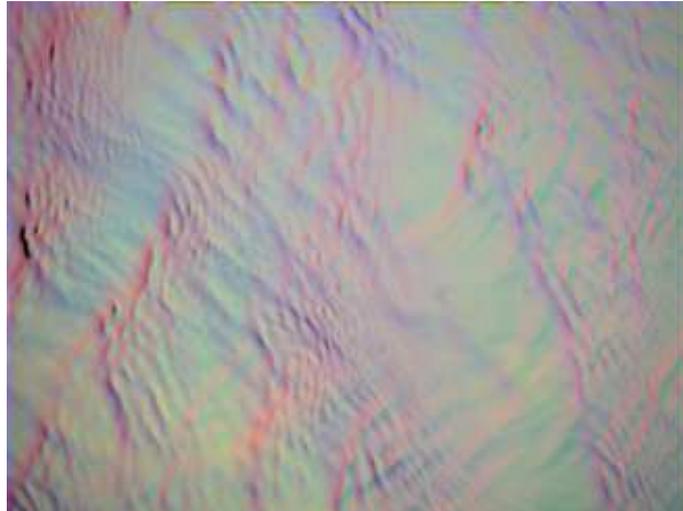
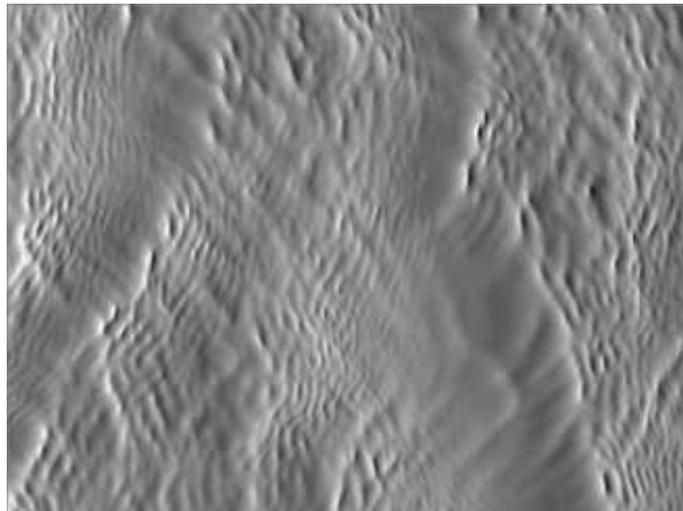
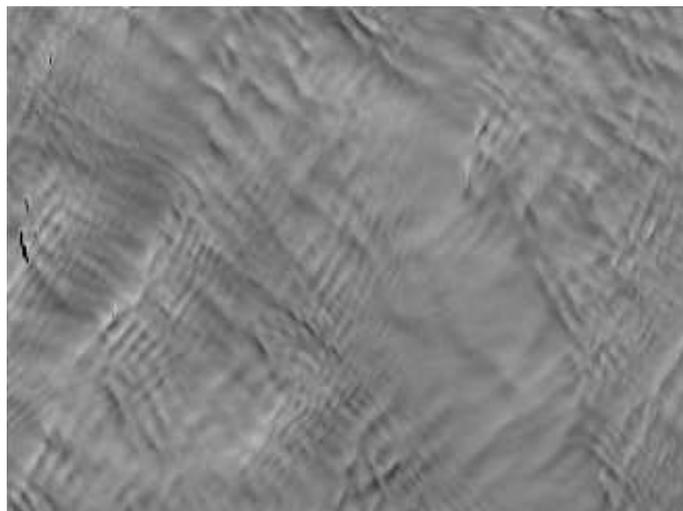
a**b****c**

Abbildung 4.18: Typische CISG Bilder (hier bei einer Windgeschwindigkeit von ungefähr 5.5 m/s): **a** Original RGB-Bild (nach Weißabgleich), **b** Grünkanal (S_x) nach den Kalibrationsschritten **c** Rotkanal (S_y) nach den Kalibrationsschritten.

Kapitel 5

Höhenmessung durch Stereokorrelation

In diesem Kapitel werden die wichtigsten Grundlagen der Stereoskopie erläutert und ihre Anwendbarkeit auf die Vermessung von Wasserwellen untersucht.

In Abschnitt 5.1.2 wird zunächst anhand eines einfachen Lochkameramodells die Einführung *homogener Koordinaten* erläutert. Dies ermöglicht, den Abbildungsprozeß in einer linearen Form zu formulieren und dient als Motivation zur Einführung der wichtigsten Grundlagen der *Projektiven Geometrie*. Anschließend wird genauer auf das verwendete Kameramodell eingegangen. Die unbekannt Parameter des Kameramodells können mittels einer *geometrischen Kalibration* bestimmt werden. Die dazu verwendete Technik sowie die daraus resultierenden Ergebnisse für das in dieser Arbeit verwendete Stereosystem sind Thema von Abschnitt 5.2.

Bei einem Stereosystem gibt es eine geometrische Einschränkung die als *Epipolargeometrie* bezeichnet wird: Ist ein Punkt einer Szene in einer Kamera gegeben, so kann die Suche nach dem dazu korrespondierenden Punkt im anderen Bild auf eine Gerade eingeschränkt werden. Durch eine sogenannte *Rektifizierung* ist es möglich, die Bilder der beiden Kameras so zu transformieren, daß diese Geraden entlang derselben Bildzeilen liegen (Abschnitt 5.3).

Kennt man zueinander korrespondierende Punkte, so kann man die dazu gehörigen Weltkoordinaten durch *Triangulation* ermitteln (Abschnitt 5.4). Abschnitt 5.5 geht näher auf die Lösung des *Korrespondenzproblems* der Stereoskopie ein und stellt den dazu in dieser Arbeit verwendeten Algorithmus vor. In Abschnitt 5.6 wird die Anwendung auf Wasserwellen untersucht.

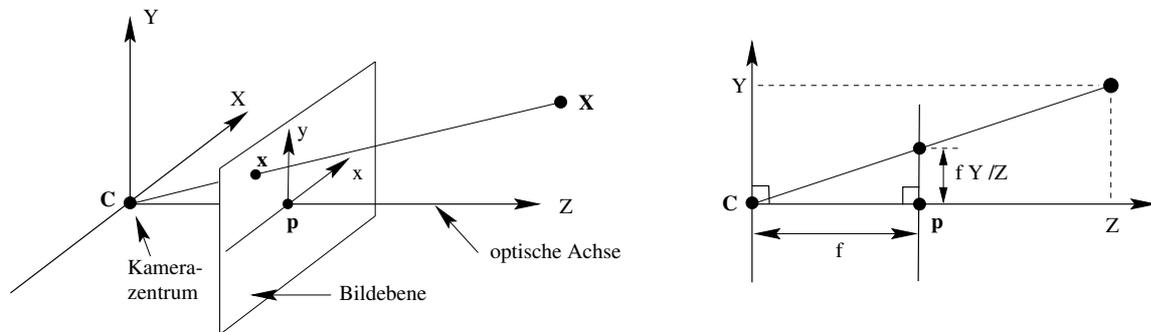


Abbildung 5.1: Abbildungsgeometrie einer Lochkamera: C ist das Kamerazentrum und p der Hauptpunkt. Der Koordinatenursprung befindet sich in C . Man beachte: Die Bildebene befindet sich zwischen Kamerazentrum und dem abgebildeten Objekt. (Abb. aus [20])

5.1 Projektive Geometrie und Kameramodell

5.1.1 Motivation: Lochkamera

Eine Kamera bildet eine Szene im dreidimensionalen Raum auf eine zweidimensionale Ebene, die *Bildebene* der Kamera ab. Um die grundlegende Abbildungsgeometrie zu verstehen, reicht zunächst ein einfaches Lochkameramodell aus, wie in Abbildung 5.1 skizziert. Die Ebene gegeben durch $Z = f$ bezeichnet man als *Bildebene*. Die *Kamerakonstante* f ist der Abstand des Kamerazentrums C zur Bildebene. Die Gerade durch C senkrecht zur Bildebene bezeichnet man als *optische Achse*, der Schnittpunkt der optischen Achse mit der Bildebene heißt *Hauptpunkt* $p = (p_x, p_y)$. Die Abbildungsgeometrie wird durch Zentralprojektion bestimmt: Ein Punkt $\mathbf{X} = (X, Y, Z)$ im Raum wird über den Schnittpunkt seiner Verbindungsgerade mit dem Kamerazentrum C auf einen Punkt $\mathbf{x} = (x, y)$ in der Bildebene abgebildet. Es ist offensichtlich, daß alle Punkte auf dieser Verbindungsgeraden auf denselben Punkt in der Bildebene abgebildet werden. Die ursprüngliche Tiefeninformation Z geht beim Abbildungsprozeß verloren. Für die Bildkoordinaten gilt (siehe Abbildung 5.1) :

$$(x, y) = (fX/Z, fY/Z). \quad (5.1)$$

Um den (nichtlinearen) Abbildungsprozeß in einer linearen Form beschreiben zu können führt man *homogene Koordinaten* ein:

$$\begin{pmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} fX \\ fY \\ Z \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Dividiert man den Lösungsvektor (fX, fY, Z) durch seine 3. Komponente Z , so steht in den ersten beiden Komponenten wieder die Bildposition (x, y) entsprechend Gleichung (5.1). Dies erscheint zunächst umständlich, wird sich aber im weiteren als sehr praktisch erweisen. An dieser Stelle ist es sinnvoll, einige Begriffe aus der *Projektiven Geometrie* einzuführen.

5.1.2 Grundbegriffe der projektiven Geometrie

Hier sollen nur kurz die wichtigsten Grundlagen erörtert werden. Eine ausführliche Einführung in die Projektive Geometrie findet man z.B. in [20; 12].

Als n -dimensionalen *projektiven Raum* \mathbb{P}^n bezeichnet man die Menge der Äquivalenzklassen aller $(n+1)$ -komponentigen Vektoren $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n - \mathbf{0}$ mit der Äquivalenzrelation:

$$\mathbf{x} \sim \lambda \mathbf{x} \quad , \quad \lambda \in \mathbb{R} - \{0\} \quad (5.3)$$

Alle kollinearen Vektoren gehören derselben Äquivalenzklasse an, d.h ein Punkt im Projektiven Raum ist bis auf ein Skalar eindeutig bestimmt. Den Spezialfall des zweidimensionalen projektiven Raums \mathbb{P}^2 bezeichnet man als *Projektive Ebene*. Eine lineare Abbildung zwischen zwei projektiven Räumen bezeichnet man allgemein als *projektive Transformation*. Eine projektive Transformation ist eindeutig bis auf einen skalaren Faktor λ :

$$\lambda \tilde{\mathbf{x}} = P \mathbf{X}. \quad (5.4)$$

Eine nichtsinguläre lineare Abbildung zwischen zwei projektiven Ebenen nennt man *Homographie*.

Einen Zusammenhang zwischen dem affinen Raum \mathbb{R}^n und dem projektiven Raum \mathbb{P}^n erhält man über die Zuordnungsvorschrift (kanonische Einbettung des \mathbb{R}^n in den \mathbb{P}^n)

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= (x_1, \dots, x_n) & \longmapsto & \tilde{\mathbf{x}} = (x_1, \dots, x_n, 1) \sim (\lambda x_1, \dots, \lambda x_n, \lambda) \\ \tilde{\mathbf{x}} &= (x_1, \dots, x_{n+1}) & \longmapsto & \mathbf{x} = \left(\frac{x_1}{x_{n+1}}, \dots, \frac{x_n}{x_{n+1}} \right) \quad , \quad x_{n+1} \neq 0. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Der Fall $x_{n+1} = 0$ kann keinem Punkt im \mathbb{R}^n zugeordnet werden. Er ergibt sich aus dem Grenzfall eines Punktes im Unendlichen entlang der Richtung von (x_1, \dots, x_n) . Man bezeichnet $\tilde{\mathbf{x}}$ als den zu \mathbf{x} gehörenden *homogenen Vektor* und seine Komponenten als *homogene Koordinaten*.

Gleichung (5.2) stellt eine projektive Transformation vom dreidimensionalen projektiven Raum \mathbb{P}^3 in die projektive Ebene \mathbb{P}^2 dar.

An späterer Stelle ist der Begriff der *projektiven Gerade* wichtig. Analog zur Definition von Punkten im projektiven Raum kann man projektive Geraden definieren:

Es sei $\mathbf{l} \in \mathbb{P}^n$. Die Menge aller Punkte $\mathbf{x} \in \mathbb{P}^n$ mit $\mathbf{l}\mathbf{x} = 0$ bilden eine projektive Gerade im \mathbb{P}^n .

Die projektive Gerade ist allein durch die Angabe des Punktes \mathbf{l} vollständig definiert.

Im weiteren wird darauf verzichtet homogene Vektoren explizit zu kennzeichnen. D.h. es wird z.B. \mathbf{X} statt $\tilde{\mathbf{X}}$ geschrieben. Kleinbuchstaben stehen für Bildkoordinaten und Großbuchstaben für Weltkoordinaten. Die letzte Komponente in den homogenen Koordinatenvektoren wird üblicherweise gleich eins gesetzt, im Hinterkopf behaltend, daß die Vektoren bis auf ein Skalar eindeutig bestimmt sind.

5.1.3 Erweitertes Kameramodell

Zur allgemeinen Beschreibung einer CCD-Kamera sind einige Erweiterungen des vereinfachten Lochkameramodells aus Abschnitt 5.1.1 erforderlich. Nach der Abbildung ins Bildkoordinatensystem (x, y) muß auf Pixelkoordinatensystem (u, v) umgerechnet werden:

$$\lambda \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & s & u_0 & 0 \\ 0 & \beta & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

Man bezeichnet die Matrix in (5.6) als *Kameramatrix* K . Die darin auftauchenden fünf Parameter nennt man die *intrinsischen Parameter* der Kamera. Sie haben im einzelnen die folgende Bedeutung:

Umrechnung auf Pixelkoordinaten: α und β sind Skalierungsparameter, in denen zum einen der Kameraparameter f steckt und zum anderen die Pixelgröße in x-Richtung Δx

und in y-Richtung Δy :

$$\begin{aligned} u &= \frac{x}{\Delta x}, & v &= \frac{y}{\Delta y} \\ \alpha &= \frac{f}{\Delta x}, & \beta &= \frac{f}{\Delta y} \end{aligned} \quad (5.7)$$

Verschiebung des Koordinatenursprungs in der Bildebene: (u_0, v_0) gibt die Position des Hauptpunktes bzgl. des Bildkoordinatensystems in Pixeln an.

Nichtrechtwinkliges Koordinatensystem: Der Parameter s wird als *Skew*-Parameter (engl. für Schrägheit) bezeichnet und ist ein Maß für die Nichtrechtwinkligkeit der CCD-Elemente zueinander. Bei CCD-Kamras ist dieser Parameter in der Regel gleich Null: $s = 0$.

Eine weitere Verallgemeinerung erhält man, wenn man zuläßt, daß das Weltkoordinatensystem und das Kamerakoordinatensystem gegeneinander verschoben und verdreht sind. Dann lassen sich die Koordinatensysteme durch die Ausführung einer Translation gegeben durch einen Verschiebungsvektor $\mathbf{T} = (T_1, T_2, T_3)$ gefolgt von einer Rotation gegeben durch eine orthogonale Matrix R' ineinander überführen. In homogenen Koordinaten läßt sich auch die Translation durch eine Matrix beschreiben:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & T_1 \\ 0 & 1 & 0 & T_2 \\ 0 & 0 & 1 & T_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X + T_1 \\ Y + T_2 \\ Z + T_3 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (5.8)$$

Man kann den Abbildungsprozess auf diese Weise als Hintereinanderschaltung von Matrizen schreiben:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \alpha & s & u_0 & 0 \\ 0 & \beta & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & & 0 \\ & R' & 0 \\ & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & T_1 \\ 0 & 1 & 0 & T_2 \\ 0 & 0 & 1 & T_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= K \quad R \quad T \quad \mathbf{X}. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Die Matrizen T und R bestehen aus insgesamt sechs unabhängigen Parametern, die die Lage des Weltkoordinatensystems zum Kamerakoordinatensystem beschreiben. Diese Parameter nennt man *extrinsischen Parameter* der Kamera.

Die resultierende Gesamtmatrix, die den Abbildungsprozeß durchführt, bezeichnet man als Projektionsmatrix P .

$$\mathbf{u} = P \mathbf{X}. \quad (5.10)$$

Die Projektionsmatrix besitzt im bisherigen Abbildungsmodell 11 unabhängige Parameter.

5.1.4 Verzerrungen in den Bildkoordinaten

Bei einer realen CCD-Kamera erfolgt die Abbildung durch ein System von Linsen. Dies führt zu Verzerrungen, die man auf unterschiedliche Weise modellieren kann. In dieser Arbeit wird das Modell von Brown [4; 5] benutzt. Die verzerrten Bildkoordinaten \mathbf{x}_d erhält man aus den unverzerrten Bildkoordinaten \mathbf{x} gemäß

$$\mathbf{x}_d = (1 + k_1 r^2 + k_3 r^4 + k_5 r^6) \mathbf{x} + \mathbf{t} \quad (5.11)$$

wobei $r^2 = x^2 + y^2$. Der erste Term wird als *radiale Verzerrung* bezeichnet. Sein Einfluß nimmt radial nach außen hin zu. Der zweite Term $d\mathbf{x}$ wird als *tangentiale Verzerrung* bezeichnet:

$$\mathbf{t} = \begin{pmatrix} 2 k_2 x y + k_4 (r^2 + 2 x^2) \\ k_2 (r^2 + 2 y^2) + 2 k_4 x y \end{pmatrix} \quad (5.12)$$

Die tangentielle Verzerrung läßt sich im Wesentlichen auf eine Dezentrierung des verwendeten Linsensystems zur optischen Achse zurückführen.

Für präzise Messungen müssen die Verzerrungsparameter (k_1, \dots, k_5) beim Abbildungsprozess als weitere fünf intrinsische Parameter berücksichtigt werden.

Um ein verzerrtes Bild unter Kenntnis der Verzerrungsparameter in ein unverzerrtes Bild umzuwandeln muß der Grauwert auf die unverzerrten Positionen zurückgerechnet werden [21]. Dazu berechnet man zunächst die Koordinaten der verzerrten Pixelpositionen. Die Grauwerte an den unverzerrten Positionen erhält man mittels Interpolation.

5.2 Geometrische Kamerakalibrierung

Ziel der geometrischen Kalibrierung ist eine Bestimmung der im vorherigen Abschnitt definierten intrinsischen und extrinsischen Parameter. Dies kann im Prinzip durch Aufnahme von hinreichend vielen Objektpunkten mit bekannten 3D-Weltkoordinaten geschehen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine als Open-Source-Code erhältliche Matlab-TOOLBOX zur Kamerakalibration verwendet dessen Implementierung durch Bouguet [3] erfolgte. Der von Bouguet verwendete Algorithmus beruht in weiten Teilen auf dem in [57] beschriebenen Algorithmus. Die wichtigsten Schritte des Algorithmus werden in den folgenden Abschnitten kurz erläutert.

5.2.1 Prinzip

Ein ebenes Kalibriertarget mit aufgedrucktem Schachbrettmuster (Quadratgröße $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$) wird unter verschiedenen Orientierungen und Positionen im Raum aufgenommen. Die

abgebildeten Gitterpunkte \mathbf{u}_i des Schachbrettmusters werden für jede Ebene subpixelgenau mit einem Kantendetektor ([17]) bestimmt. Kennt man eine Schätzung der Kameraparameter, so ist es möglich über die Projektionsmatrix P die bekannten Weltkoordinaten \mathbf{X}_i auf die Pixelkoordinaten \mathbf{u}_i' abzubilden. Die Differenz $\Delta u = \|\mathbf{u} - \mathbf{u}_i'\|$ zu den tatsächlich gemessenen Bildkoordinaten \mathbf{u}_i bezeichnet man als *Reprojektionsfehler*. Der entscheidende Schritt bei der Kalibrierung besteht in der Minimierung dieses Reprojektionsfehlers durch Variation der Kameraparameter im Rahmen einer nichtlinearen Optimierung. Die zu minimierende Funktion setzt sich aus der Summe der Reprojektionsfehler über alle Gitterpunkte und alle Ebenen zusammen:

$$\delta(\alpha, \beta, s, u_0, v_0, \mathbf{k}, R, T) = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \|\mathbf{u}_{ij} - \mathbf{u}'_{ij}(\alpha, \beta, s, u_0, v_0, \mathbf{k}, R, T)\| \quad (5.13)$$

Hierzu verwendet Bouguet [3] ein *Gradientenabstiegsverfahren* (siehe z.B. [46]). Entscheidend für die Konvergenz zum richtigen Minimum ist die Auswahl eines geeigneten Startwertes. Wie dieser bestimmt wird, wird in den folgenden beiden Abschnitten beschrieben.

5.2.2 Bestimmung der Homographien

Die Abbildung der Kalibrierebene in die Kamera wird durch eine Homographie H beschrieben. Es bietet sich an das Weltkoordinatensystem so zu legen, daß die betrachtete Kalibrierebene durch $Z = 0$ gegeben ist. Die Abbildung eines Punktes (X, Y) auf der Kalibrierebene in die Bildebene kann dann wie folgt geschrieben werden (homogene Koordinaten):

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (5.14)$$

Für jede aufgenommene Ebene werden die Gitterpunkte subpixelgenau mit dem Kantendetektor extrahiert. Den so ermittelten Bildpunkten $(\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_n)$ entspricht ein wohldefiniertes korrespondierendes Gitter in den bekannten Weltkoordinaten $\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_n$.

Mit $H = (\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \mathbf{h}_3)$ kann man Gleichung (5.14) schreiben als

$$\begin{pmatrix} \mathbf{X}_i^T & \mathbf{0}^T & -u_i \mathbf{X}_i^T \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{X}_i^T & -v_i \mathbf{X}_i^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{h}_1 \\ \mathbf{h}_2 \\ \mathbf{h}_3 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad i = 1 \dots n \quad . \quad (5.15)$$

Nimmt man alle Gleichungen für die Punkte \mathbf{X}_1 bis \mathbf{X}_n zusammen, so erhält man ein

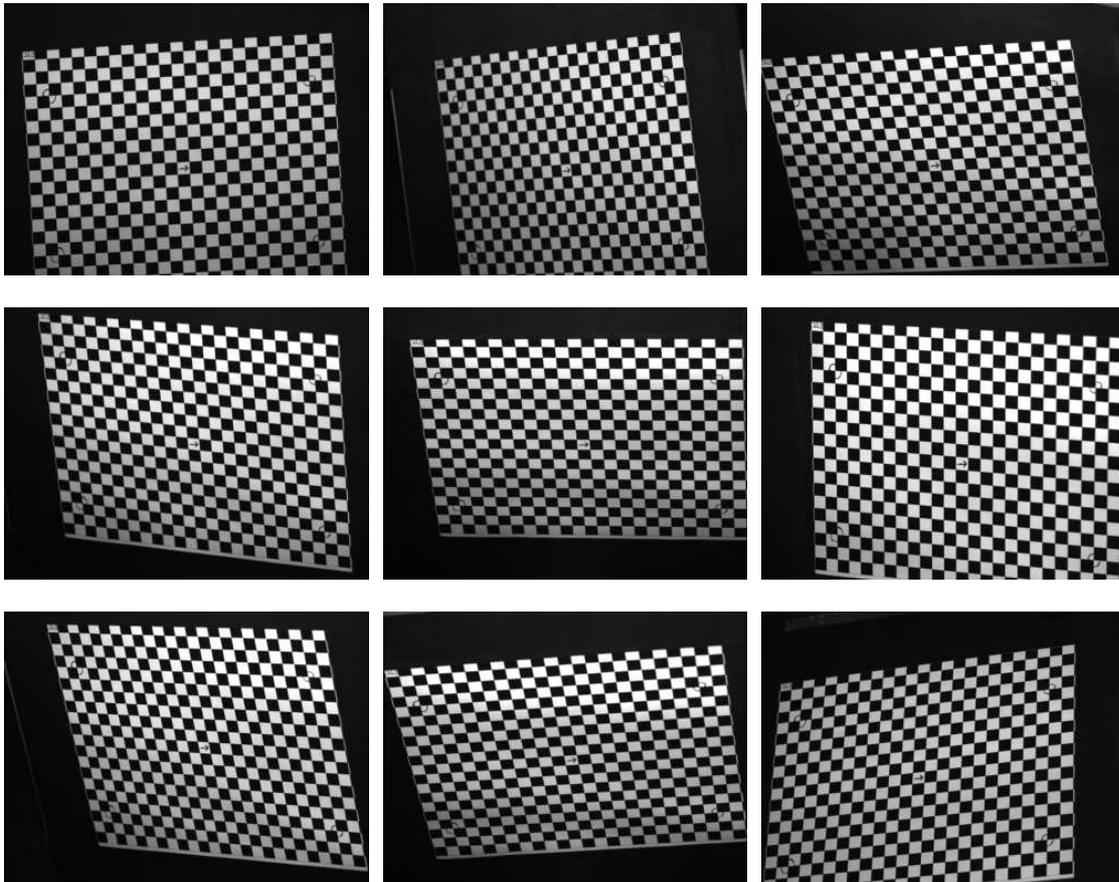


Abbildung 5.2: Aufnahmen vom Kalibriertarget (Schachbrettmuster) zur geometrischen Kalibrierung.

lineares Gleichungssystem der Form

$$L \begin{pmatrix} \mathbf{h}_1 \\ \mathbf{h}_2 \\ \mathbf{h}_3 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (5.16)$$

wobei L eine $2n \times 9$ Matrix ist, die sich aus den Matrizen aus (5.15) zusammensetzt. Um Gleichung (5.6) eindeutig (d.h. bis auf einen Skalierungsfaktor) lösen zu können, braucht man mindestens 4 Punkte \mathbf{X}_i . Im allgemeinen wird es aber aufgrund von Rauschen in den Aufnahmen keine exakte Lösung geben. Eine Lösung, die den Fehler minimiert, kann durch Singulärwertzerlegung der Matrix L berechnet werden. Da die Elemente von L zum Teil in Pixelkoordinaten, Weltkoordinaten oder einem Produkt aus beidem dargestellt sind, ist L numerisch schlecht konditioniert. Es ist daher notwendig die Koordinaten \mathbf{u} wie in [18] vorgeschlagen zu normalisieren.

Die so bestimmte Homographie dient als Startwert um im Rahmen eines Gradientenabstiegsverfahren den Reprojektionsfehler für die Gitterpunkte der zugehörigen Kalibrierebene zu minimieren.

5.2.3 Initialisierung der Startparameter

Anders als im Artikel von Zhang [57] beschränkt sich Bouguet bei der Initialisierung auf eine Schätzung der Parameter α und β . Für den Skew-Parameter wird $s = 0$ angenommen. Für die Initialisierung des Hauptpunktes wird (u_0, v_0) in der Bildmitte angenommen. Die einzigen dann noch zu schätzenden intrinsischen Parameter sind α und β . Um das Auftauchen des Hauptpunktes in der Kameramatrix zu vermeiden macht Bouguet eine Verschiebung des Bildkoordinatensystems, so daß der neue Hauptpunkt $(u'_0, v'_0) = (0, 0)$ ist. Die geschätzten Homographien aus dem letzten Abschnitt müssen daher mit einer entsprechenden Translationsmatrix, die eine Verschiebung um $(-u_0, -v_0)$ bewirkt, multipliziert werden. Die Kameramatrix vereinfacht sich dann zu:

$$K_0 = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (5.17)$$

Fluchtpunkte: Um Gleichungen zur Bestimmung der beiden Parameter zu erhalten werden die im vorigen Abschnitt 5.2.2 bestimmten Homographien ausgenutzt. Dazu betrachten wir vier spezielle Punkte auf der Ebene $Z = 0$ in homogenen Weltkoordinaten:

$$\mathbf{F}_1 = (1, 0, 0) \quad \mathbf{F}_2 = (0, 1, 0) \quad \mathbf{F}_3 = (1, 1, 0) \quad \mathbf{F}_4 = (1, -1, 0). \quad (5.18)$$

Diese Punkte besitzen keinen endlichen Gegenpart in den zugehörigen affinen (nicht-homogenen) Weltkoordinaten. Sie entsprechen den im Unendlichen liegenden *Fluchtpunkten* entlang der Koordinatenachsen $(X, 0)$ und $(0, Y)$ und entlang der beiden Diagonalen (X, Y) und $(X, -Y)$. Sie haben jedoch endliche Bildpunkte in der Kameraebene. Für diese ergibt sich in homogenen Koordinaten:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_1 &= H \mathbf{F}_1 = \mathbf{h}_1 \\ \mathbf{f}_2 &= H \mathbf{F}_2 = \mathbf{h}_2 \\ \mathbf{f}_3 &= H \mathbf{F}_3 = \mathbf{h}_1 + \mathbf{h}_2 \\ \mathbf{f}_4 &= H \mathbf{F}_4 = \mathbf{h}_1 - \mathbf{h}_2 \end{aligned} \quad (5.19)$$

Hierbei entspricht \mathbf{h}_i dem i . Spaltenvektor von H . Die Fluchtpunkte F_1 und F_2 sowie F_3 und F_4 in homogenen Weltkoordinaten sind zueinander orthogonal. Man kann nun leicht zeigen (siehe z.B. [20]), daß sich die Orthogonalitätsrelationen wie folgt auf die homogenen

Bildkoordinaten übertragen:

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_1 \mathbf{F}_2 &= \mathbf{f}_1 \omega \mathbf{f}_2 = 0 \\ \mathbf{F}_3 \mathbf{F}_4 &= \mathbf{f}_3 \omega \mathbf{f}_4 = 0\end{aligned}\quad (5.20)$$

mit $\omega = (K K^T)^{-1}$.

Mit $K = K_0$ ergibt sich für ω :

$$\omega = (K_0 K_0^T)^{-1} = \begin{pmatrix} 1/\alpha^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\beta^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5.21)$$

Die beiden Gleichungen (5.20) kann man unter Verwendung von (5.21) zu einer Matrixgleichung $A \mathbf{x} = \mathbf{b}$ zusammenfassen mit

$$A = \begin{pmatrix} f_1^x & f_2^x & f_1^y & f_2^y \\ f_3^x & f_4^x & f_3^y & f_4^y \end{pmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1/\alpha^2 \\ 1/\beta^2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -f_1^z & f_2^z \\ -f_3^z & f_4^z \end{pmatrix}. \quad (5.22)$$

Für jede Homographie H_i erhält man nun eine Gleichung der Form (5.22). Fasst man m solche Gleichungen zusammen, so kann man schreiben

$$L \mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (5.23)$$

wobei sich L aus den verschiedenen A_i zusammensetzt. Die Lösung mit minimalem $\|L \mathbf{x} - \mathbf{b}\|$ ist gegeben durch die Pseudoinverse L^+ von L :

$$\mathbf{x} = L^+ \mathbf{b} = (L^T L)^{-1} L^T \mathbf{b}. \quad (5.24)$$

Die gesuchten Parameter α und β erhält man nun aus \mathbf{x} gemäß Gleichung (5.22).

Bestimmung der extrinsischen Parameter für jede Ebene: Mit der nun bekannten Kameramatrix K ist es möglich die extrinsischen Kameraparameter für jedes Bild direkt zu schätzen, denn es gilt:

$$H = (\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \mathbf{h}_3) = K R T = (\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{T}). \quad (5.25)$$

(Der Spaltenvektor \mathbf{r}_3 von R taucht nicht auf, da $Z = 0$ für das Weltkoordinatensystem gesetzt wurde.) Unter Ausnutzung der Orthogonalität der Spaltenvektoren folgt unmittelbar:

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_1 &= \lambda A^{-1} \mathbf{h}_1 \\ \mathbf{r}_2 &= \lambda A^{-1} \mathbf{h}_2 \\ \mathbf{r}_3 &= \mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 \\ \mathbf{T} &= \lambda A^{-1} \mathbf{h}_3.\end{aligned}\quad (5.26)$$

λ dient als Normierungsfaktor. Daher gilt:

$$\lambda = 1/\|A^{-1} \mathbf{h}_1\| = 1/\|A^{-1} \mathbf{h}_2\|. \quad (5.27)$$

Aufgrund von Rauschen in den Bilddaten führen die Gleichungen (5.26) nur näherungsweise zu einer Orthonormalmatrix R . Um die Orthogonalität zu erzwingen wird daher orthogonalisiert:

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{h}_2 - (\mathbf{r}_1 \mathbf{h}_2) \mathbf{r}_1. \quad (5.28)$$

Mit den so ermittelten intrinsischen und extrinsischen Parametern ist ein Startwert für eine nichtlineare Optimierung gegeben in der der Reprojektionsfehler minimiert wird (siehe Abschnitt 5.2.1). Diese erfolgt bei der Matlab-Toolbox von Bouguet mit einem Gradientenabstiegsverfahrens.

5.2.4 Stereokalibration

Bei Verwendung eines Stereosystems ist es wichtig zu wissen, wie die beiden Kamerakoordinatensysteme relativ zueinander liegen. Wurden die Aufnahmen der Kalibrierebene gleichzeitig mit beiden Kameras gemacht, so verfügt man für jede Lage der Kalibrierebene im Raum über die extrinsischen Parameter beider Kameras bezüglich des Weltkoordinatensystems der Kalibrierebene (siehe Abbildung 5.3). Für die Koordinatenursprünge C_1 und C_2 der beiden Kameras gilt in den beiden Kamerakoordinatensystemen \mathcal{K}_1 und \mathcal{K}_2 :

$$\begin{aligned} \mathbf{0} &= R_1 C_1 + \mathbf{T}_1 \\ \mathbf{0} &= R_2 C_2 + \mathbf{T}_2 \end{aligned} \quad (5.29)$$

Für die Translation C_{12} der beiden Kameras zueinander gilt bezüglich des Weltkoordinatensystems der Kalibrierebene:

$$C_{12} = -C_1 + C_2. \quad (5.30)$$

Umgerechnet auf das Kamerakoordinatensystem \mathcal{K}_1 ergibt sich unter Ausnutzung von Gleichung (5.29):

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{12} &= -R_1 C_{12} \\ &= -R_1 (R_1^{-1} \mathbf{T}_1 - R_2^{-1} \mathbf{T}_2) \\ &= -\mathbf{T}_1 + R_1 R_2^{-1} \mathbf{T}_2. \end{aligned} \quad (5.31)$$

Die Rotation des Koordinatensystems \mathcal{K}_2 bzgl. des Koordinatensystems \mathcal{K}_1 erhält man durch sukzessive Ausführung zweier Rotationen, indem man zunächst \mathcal{K}_2 in das Koordinatensystem der Kalibrierebene dreht, und dann weiter in das Koordinatensystem \mathcal{K}_1 :

$$R_{12} = R_1 R_2^{-1}. \quad (5.32)$$

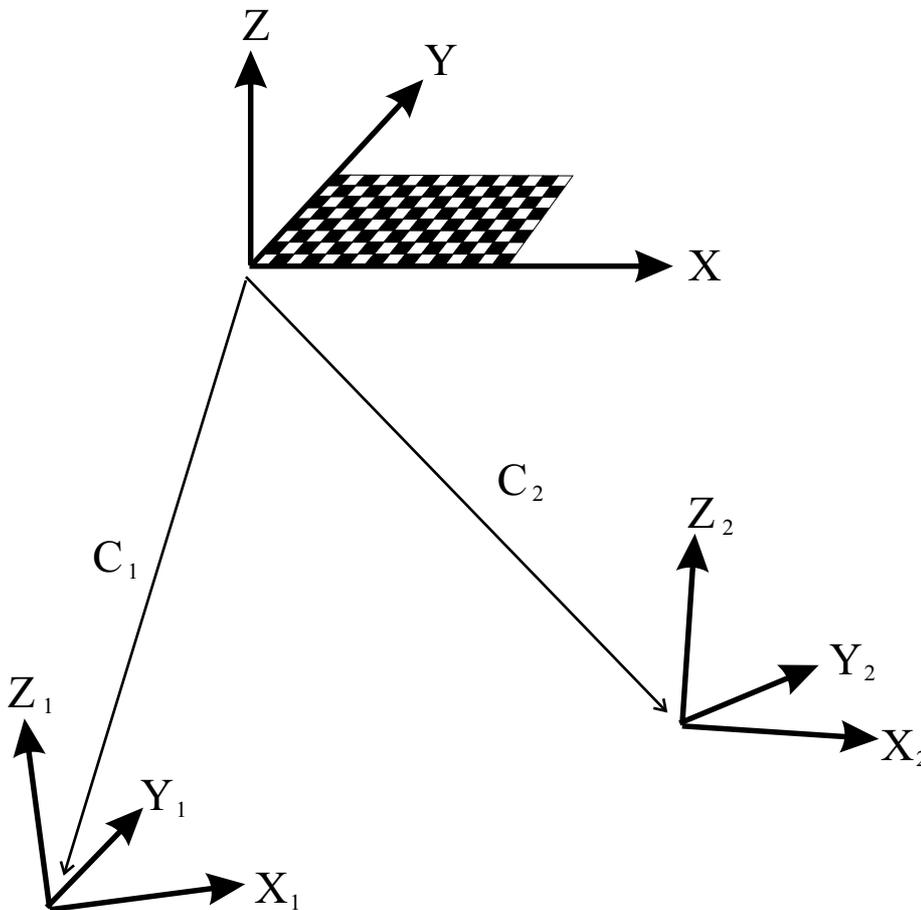


Abbildung 5.3: Relative Lage der Kamerakoordinatensysteme (X_1, Y_1, Z_1) und (X_2, Y_2, Z_2) mit den Kamerazentren C_1 und C_2 in Bezug zum Weltkoordinatensystem der Kalibrierebene)

Auf diese Weise kann man für jede Lage der Kalibrierebene die relative Lage der Kameras zueinander bestimmen. Eine sinnvolle Mittelung aller so erhaltenen Rotationsmatrizen R_{12} und Translationsvektoren T_{12} erfolgt durch komponentenweise Bildung des Medians. Da über die Rotationsmatrizen nicht sinnvoll gemittelt werden kann, werden diese in Form von Rotationsvektoren dargestellt, deren Richtung die Drehachse und deren Betrag den Drehwinkel angibt.

5.2.5 Ergebnisse der Kalibrationsmessungen

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Kalibrationsmessungen des in dieser Arbeit verwendeten Stereoaufbaus zusammengefaßt.

Parameter	linke Kamera	rechte Kamera
Kameraparameter α	1823.07399 ± 5.37512	1824.30757 ± 5.13342
Kameraparameter β	1826.41932 ± 5.35140	1827.62037 ± 5.16630
Hauptpunkt (x_0)	170.92981 ± 1.71859	168.71233 ± 1.86207
Hauptpunkt (y_0)	126.55823 ± 3.00126	128.07259 ± 3.09066
Skew s	–	–
radiale Verzerrung (2.Ordnung)	0.31332 ± 0.04004	0.29437 ± 0.04162
mittl. Reprojektionsfehler ($\overline{\Delta x}$)	0.10443	0.10762
mittl. Reprojektionsfehler ($\overline{\Delta y}$)	0.11330	0.11341

Tabelle 5.1: Intrinsische Parameter der Kameras: Sämtliche Angaben sind in Pixeln (Pixelgröße laut Herstellerangaben: $9.9\mu\text{m} \times 9.9\mu\text{m}$).

Rotationsvektor \mathbf{r}	= (0.00064, 0.08027, -0.00652) $\pm(0.00223, 0.00131, 0.00013)$
Translationsvektor \mathbf{T}	= (-130.74698, -0.48372, -5.38650) $\pm(0.38012, 0.21391, 5.10415)$

Tabelle 5.2: Extrinsische Parameter des Stereosystems

Intrinsische Kameraparameter:

Tabelle 5.2.5 enthält die aus den Kalibrationsmessungen gewonnenen intrinsischen Parameter für die beiden Kameras des Stereosystems. Da es sich um baugleiche Kameras handelt (Modell A301bc der Firma BASLER) überrascht es nicht, daß die Parameter für die linke und rechte Kamera nahe beieinander liegen. Der Skew-Parameter ist bei CCD-Kameras in der Regel verschwindend gering, so daß er bei der Schätzung der Kameraparameter nicht berücksichtigt und gleich Null gesetzt wurde. Als Verzerrungsparameter wurde nur der Parameter k_1 berücksichtigt. (Eine Kalibration unter Einbezug der anderen Verzerrungsparameter zeigte, daß diese verschwindend gering sind. Ihre Mitschätzung führte aber zu größeren Fehlern in den anderen Parametern.)

In Abbildung 5.4 ist der Reprojektionsfehler für die Rückprojektion der gemessenen Gitterpunkte auf Weltkoordinaten dargestellt. Unterschiedliche Farben entsprechen unterschiedlichen Lagen der Kalibrierebenen im Raum.

Abbildung 5.5 zeigt die radialen Verzerrungen 2. Ordnung für die beiden Kameras.

Extrinsische Parameter:

Abbildung 5.6 veranschaulicht die verschiedenen Lagen der Kalibrierebene in Bezug auf das Kamerakoordinatensystem \mathcal{K}_1 und die Lage der beiden Kameras zueinander. Die Lage der beiden Kameras in Bezug zueinander kann durch Angabe eines Rotationsvektors und eines Translationsvektors in Bezug zu \mathcal{K}_1 beschrieben werden. Die Richtung des Ro-

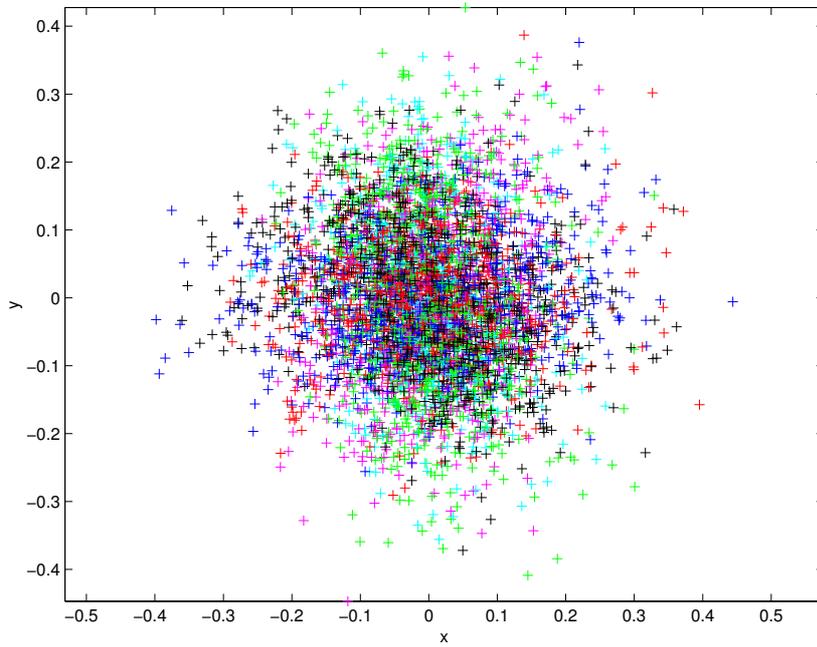
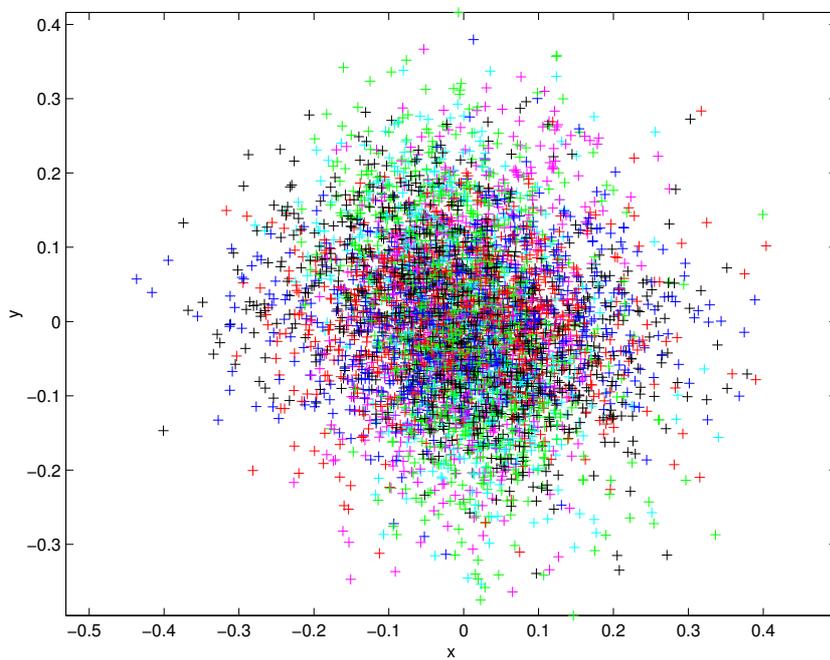
a**b**

Abbildung 5.4: *Reprojektionsfehler für die linke (a) und rechte Kamera (b). Die verschiedenen Farben entsprechen 16 verschiedenen Lagen der Kalibrierebene im Raum.*

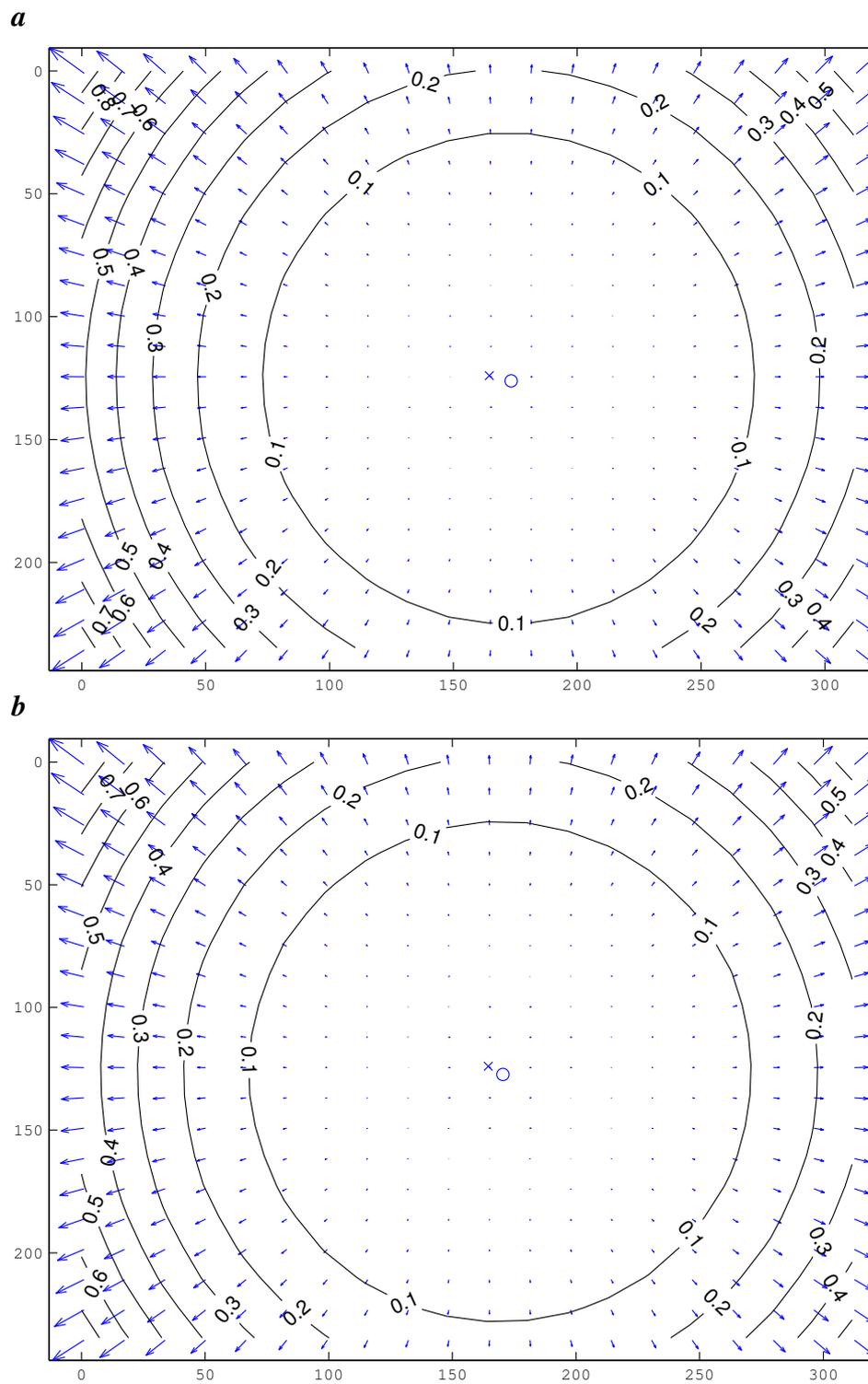


Abbildung 5.5: Radiale Verzerrung für die linke (a) und rechte Kamera (b). Geschätzt wurden nur die radialen Verzerrungen 2. Ordnung.

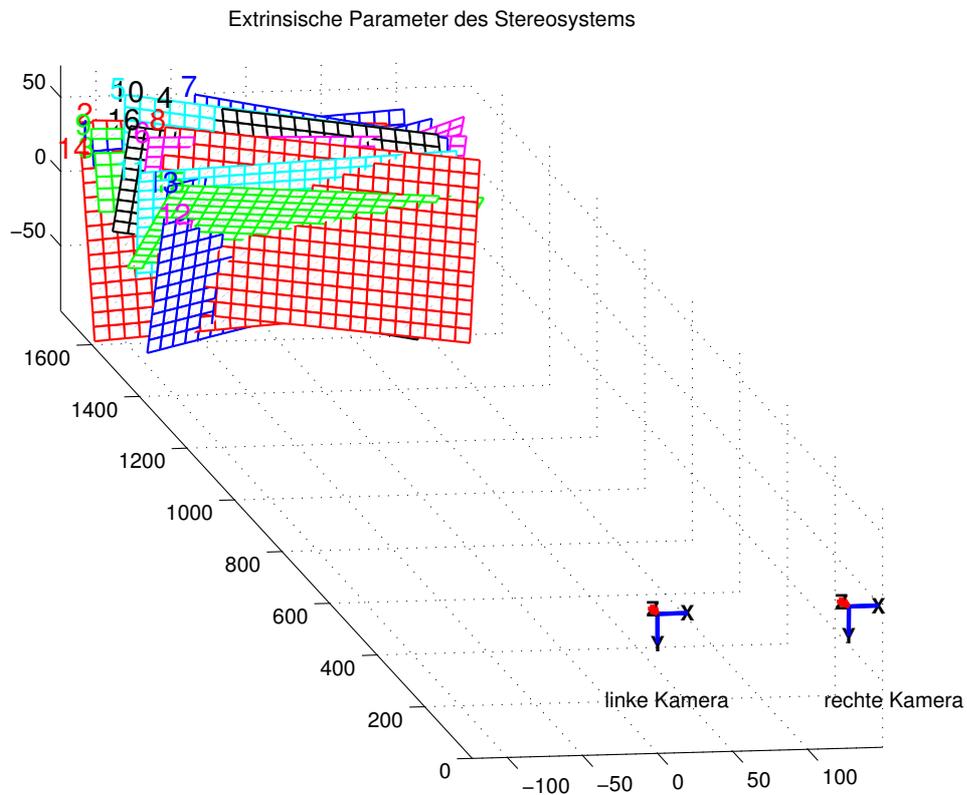


Abbildung 5.6: Extrinsische Parameter des Stereosystems: Lagen der Kalibrierbenen in Bezug zu den beiden Kameras. Die Positionen sind relativ zum Weltkoordinatensystem der linken Kamera angegeben.

tationsvektors \mathbf{r} entspricht der Drehachse und sein Betrag dem Drehwinkel (hier $\approx 5^\circ$). Addition des Translationsvektors und anschließende Rotation entsprechend dem Rotationsvektor führt einen Punkt \mathbf{X}_1 in \mathcal{K}_1 über in die entsprechenden Koordinaten \mathbf{X}_2 des Koordinatensystems \mathcal{K}_2 .

5.3 Rektifizierung

5.3.1 Epipolargeometrie

Abbildung 5.7 veranschaulicht die Geometrie eines Stereosystems. Ein Punkt M in homogenen Weltkoordinaten wird auf die Punkte m_1 und m_2 in die Bildebenen \mathcal{I}_1 und \mathcal{I}_2 der beiden Kameras mit optischen Zentren C_1 und C_2 abgebildet. Man bezeichnet Punkte in

den Bildebenen von verschiedenen Kameras die zu demselben Punkt in der Welt gehören als *korrespondierende Punkte*.

Durch den Punkt M und die beiden Kamerazentren C_1 und C_2 ist eine Ebene Π , die sogenannte *Epipolarebene* des Punktes M , definiert. Sie schneidet die Bildebenen der beiden Kameras in den beiden Geraden l_1 und l_2 . Diese Geraden bezeichnet man als *Epipolaren*. Der zu m_1 korrespondierende Punkt m_2 muß auf der Epipolaren l_2 liegen. Umgekehrt muß der zu m_2 korrespondierende Punkt m_1 auf der Epipolaren l_1 liegen. Weiterhin schneidet die Verbindungsgerade zwischen den Kamerazentren C_1 und C_2 die beiden Epipolaren in den sogenannten *Epipolen* e_1 und e_2 . Man kann zeigen (siehe z.B. [20]), daß es eine projektive Abbildung F mit Rang 2 gibt, welche jeden (homogenen) Punkt m_1 in \mathcal{I}_1 auf seine zugehörige Epipolare l_2 in \mathcal{I}_2 abbildet. Umgekehrt bildet F^T jeden Punkt in \mathcal{I}_2 auf die zugehörige Epipolare l_1 in \mathcal{I}_1 ab:

$$\begin{aligned} F \mathbf{m}_1 &= \mathbf{l}_2 \\ F^T \mathbf{m}_2 &= \mathbf{l}_1 \end{aligned} \quad (5.33)$$

Man bezeichnet F als Fundamentalmatrix des Stereosystems. F ist, wie jede projektive Transformation, bis auf einen skalaren Faktor eindeutig bestimmt. Für die Epipole gilt:

$$F \mathbf{e}_1 = \mathbf{0} = F^T \mathbf{e}_2. \quad (5.34)$$

Falls m_1 und m_2 korrespondierende Punkte sind, dann folgt aus Gleichung (5.33) die sogenannte *Epipolarbedingung*:

$$\mathbf{m}_2^T F \mathbf{m}_1 = 0. \quad (5.35)$$

Berechnung der Fundamentalmatrix bei einem kalibrierten Stereosystem: Im Falle eines kalibrierten Stereosystems kann man die Fundamentalmatrix direkt berechnen. Wählt man das Kamerakoordinatensystem \mathcal{K}_1 von Kamera 1 als Weltkoordinatensystem, so gilt:

$$F = K_2^{-T} [T]_{\times} R_{12} K_1. \quad (5.36)$$

$[T]_{\times}$ steht hierbei für diejenige Matrix, die ein Vektorprodukt des Vektors $\mathbf{T} = (T_x, T_y, T_z)$ mit einem beliebigen Vektor (X, Y, Z) generiert:

$$\begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -T_z & T_y \\ T_z & 0 & -T_x \\ -T_y & T_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = [T]_{\times} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}. \quad (5.37)$$

5.3.2 Rektifizierung

Aufgrund der Epipolargeometrie eines Stereosystems liegen zueinander korrespondierende Punkte in beiden Bildern auf den zugehörigen Epipolaren. Da sich alle Epipolaren eines

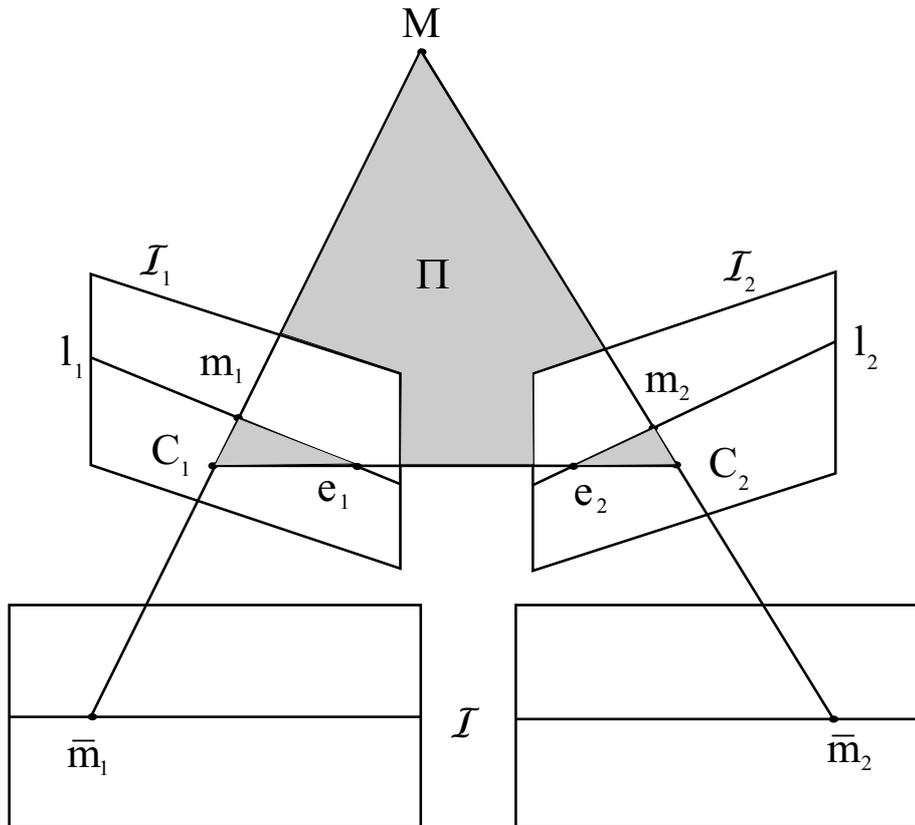


Abbildung 5.7: Veranschaulichung der Rektifizierung: Die Bildebenen \mathcal{I}_1 und \mathcal{I}_2 werden in eine gemeinsame Bildebene \mathcal{I} abgebildet, so daß die Epipolarlinien alle parallel zur Kamerabasis sind und dieselbe vertikale Position haben.

Bildes in den zugehörigen Epipolen e_1 bzw. e_2 schneiden, sind sie nicht parallel, es sei denn, die Epipole liegen im Unendlichen. Dies ist dann der Fall, wenn die Bildebenen der beiden Kameras parallel zueinander liegen. Um aber optimalen Überlapp der beiden Bildbereiche im Objektraum zu realisieren, müssen die Bildebenen bei einem Stereosystem zueinander geneigt sein. Dies ist auch bei dem in dieser Arbeit verwendeten Stereosystem der Fall. Ziel einer sogenannten *Rektifizierung* ist es, die Bilder der beiden Kameras nachträglich durch Anwendung geeigneter Homographien H_1 und H_2 in eine gemeinsame Bildebene abzubilden (siehe Abbildung 5.7), so daß die neuen Epipole im Unendlichen liegen. Insbesondere sollen die folgenden Bedingungen erfüllt sein:

1. Alle Epipolarlinien sind parallel zueinander.
2. Die Epipolarlinien verlaufen parallel zu den Bildzeilen.
3. Korrespondierende Punkte liegen in den gleichen Bildzeilen, d.h. sie haben die glei-

che vertikale Bildkoordinate.

Man kann leicht nachprüfen, daß die obigen Bedingungen erfüllt sind, wenn für die neue Fundamentalmatrix \bar{F} gilt:

$$\bar{F} = [\mathbf{i}]_{\times} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (5.38)$$

Als Epipol von \bar{F} ergibt sich der im Unendlichen liegende Punkt $\mathbf{i} = (1, 0, 0)$.

Im Falle korrespondierender Punkte gilt für die neue Fundamentalmatrix \bar{F} nach (5.35):

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{m}}_2^T \bar{F} \bar{\mathbf{m}}_1 &= 0 \\ \mathbf{m}_2^T H_2^T \bar{F} H_1 \mathbf{m}_1 &= 0 \end{aligned} \quad (5.39)$$

so daß

$$F = H_2^T \bar{F} H_1 = H_2^T [\mathbf{i}]_{\times} H_1 \quad (5.40)$$

gelten muß. Die Homographien sind durch diese Bedingung nicht eindeutig festgelegt. Daher gibt es verschiedene Möglichkeiten, die Homographien zu berechnen [41; 15]. Eine Möglichkeit, die Homographien so zu berechnen, daß die bei der Transformation auftauchenden Verzerrungen der Bildkoordinaten möglichst klein sind wird in [41] beschrieben. Dieser Algorithmus wurde auch im Rahmen dieser Arbeit verwendet [21]

5.4 Lineare Triangulation

Eine ausführliche Diskussion verschiedener Triangulationsverfahren befindet sich in [19]. Das in dieser Arbeit verwendete Triangulationsverfahren bezeichnet man als *Lineare Triangulation*.

Ein Objektpunkt \mathbf{X} in homogenen Koordinaten wird bei der Bildaufnahme durch die Projektionsmatrizen P_1 und P_2 der beiden Kameras eines Stereosystems auf die homogenen Bildkoordinaten $\mathbf{u}_1 = w_1 (u_1, v_1, 1)$ und $\mathbf{u}_2 = w_2 (u_2, v_2, 1)$ abgebildet:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1 &= P_1 \mathbf{X} \\ \mathbf{u}_2 &= P_2 \mathbf{X}. \end{aligned} \quad (5.41)$$

Bei der Stereorekonstruktion muß dieses Gleichungssystem nach \mathbf{X} aufgelöst werden. Anschaulich besteht die Aufgabe darin, den Schnittpunkt der beiden Sichtstrahlen zweier korrespondierender Punkte zu bestimmen. Ein Sichtstrahl ist gegeben durch die Gerade, die

sich aus dem Bildpunkt und dem Kamerazentrum ergibt. Im Realfall schneiden sich die Sichtstrahlen (z.B. aufgrund von Rauschen) nicht. Dann besteht das Ziel darin, eine möglichst gute Näherungslösung des linearen Gleichungssystems (5.41) zu finden. Bezeichnet man mit $p_{1,i}^T$ den i . Zeilenvektor der Matrix P_1 so kann man für Kamera 1 schreiben:

$$w_1 u_1 = \mathbf{p}_{1,1}^T \mathbf{X}, \quad w_1 v_1 = \mathbf{p}_{1,2}^T \mathbf{X}, \quad w_1 = \mathbf{p}_{1,3}^T \mathbf{X}. \quad (5.42)$$

Über die dritte Gleichung kann der Faktor w_1 aus den beiden anderen Gleichungen eliminiert werden, so daß man erhält:

$$\begin{aligned} u_1 \mathbf{p}_{1,3}^T \mathbf{X} &= \mathbf{p}_{1,1}^T \mathbf{X} \\ v_1 \mathbf{p}_{1,3}^T \mathbf{X} &= \mathbf{p}_{1,2}^T \mathbf{X} \end{aligned} \quad (5.43)$$

Für die zweite Kamera ergeben sich entsprechende Gleichungen. Insgesamt erhält man ein Gleichungssystem der Form $A \mathbf{X} = 0$, für welches eine nichttriviale Lösung gesucht ist. \mathbf{X} ist bis auf einen Skalierungsfaktor bestimmbar. Unter der Randbedingung $\|\mathbf{X}\| = 1$ ist die Lösung gegeben durch den Eigenvektor, der zum kleinsten Eigenwert von $A^T A$ gehört. Numerisch wurde dieses Problem durch Singulärwertzerlegung der Matrix $A^T A$ gelöst. Die gesuchte dreidimensionale Weltkoordinate ergibt sich dann aus den ersten drei Komponenten des homogenen Lösungsvektors, nachdem man ihn durch seine 4. Komponente dividiert hat.

Führt man die Triangulation nach der Rektifizierung durch, dann müssen die neuen (rektifizierten) Projektionsmatrizen $H_1 P_1$ und $H_2 P_2$ anstelle von P_1 und P_2 verwendet werden.

5.5 Auffinden von Stereokorrespondenzen

Wie im letzten Abschnitt beschrieben, ist es möglich die 3D-Weltkoordinate eines Objektpunktes mittels Triangulation zu bestimmen, wenn die korrespondierenden Punkte in den beiden Kameras des Stereosystems bekannt sind. Das Auffinden korrespondierender Punkte ist in der Regel das Hauptproblem bei der Stereorekonstruktion. Man bezeichnet es als *Stereokorrespondenzproblem* [12]. Die Verschiebung korrespondierender Punkte in einem Stereobildpaar zueinander bezeichnet man als *Disparität*. Geht man von rektifizierten Bildern aus, was hier der Fall ist, so befinden sich die korrespondierenden Punkte in beiden Kameras in der gleichen Bildzeile. Die Disparität ist dann eine eindimensionale Größe. Man unterscheidet grob zwischen zwei Gruppen von Verfahren zur Lösung des Korrespondenzproblems: flächenorientierte und objektorientierte Verfahren.

Bei flächenorientierten Verfahren werden Grauwertumgebungen von Pixeln im Ausgangsbild mit Grauwertumgebungen von Pixeln im Zielbild verglichen. Die Korrelation zwischen den Umgebungen im Ausgangsbild und im Zielbild wird als Ähnlichkeitsmaß für

die Umgebungen herangezogen. Für korrespondierende Pixel sollte die Korrelation zwischen den Grauwertumgebungen maximal sein. Flächenorientierte Verfahren ermitteln auf diese Weise für jedes Pixel im Referenzbild korrespondierende Pixel im anderen Bild und können prinzipiell zu dichten Disparitätskarten führen.

Bei objektbasierten Verfahren wird hingegen nur versucht, für zuvor segmentierte Objekte Korrespondenzen zu finden. Die segmentierten Objekte werden anhand von ausgewählten Merkmalen (Form, Größe, Orientierung, etc.) näher charakterisiert. Korrespondierende Objekte in beiden Bildern zeichnen sich durch eine maximale Übereinstimmung ihrer Merkmale aus. Objektbasierte Verfahren führen nicht zu dichten Disparitätskarten. Sie kommen zur Anwendung, wenn in den verwendeten Bildern nur wenig Struktur vorhanden ist, dafür aber gut segmentierbare Merkmale. Eine typische Anwendung sind Aufnahmen von Innenräumen mit vielen Ecken und Kanten unterschiedlicher Orientierung.

Für die Rekonstruktion der Wasseroberfläche wurde ein flächenorientiertes Verfahren implementiert, da die Wasseroberfläche, besonders bei höheren Windgeschwindigkeiten durch die kleinskaligen Kapillarwellen viel Struktur aufweist und somit die Berechnung einer dichten Disparitätskarte zulässt.

5.5.1 Korrelationsbasierte Korrespondenzanalyse

Ohne Einschränkung der Allgemeinheit sei im weiteren das Bild \mathcal{I}_1 das Referenzbild, d.h. die Disparität eines jeden Pixels in \mathcal{I}_2 wird in Bezug auf die korrespondierenden Pixel im Bild \mathcal{I}_1 berechnet. Es sei (x, y) ein Bildpunkt im Referenzbild \mathcal{I}_1 . Um nun den korrespondierenden Punkt zu bestimmen werden die Grauwerte I_1 innerhalb einer festen Fensterumgebung von (x, y) in \mathcal{I}_1 mit einer gleich großen Fensterumgebung an der Stelle $(x + d, y)$ im Bild \mathcal{I}_2 verglichen. Zur Quantifizierung der Ähnlichkeit der Fensterumgebungen wird eine Korrelationsfunktion $C(x, y)$ verwendet. Eine Diskussion verschiedener Korrelationsfunktionen und ein Algorithmus zur effektive Implementierung findet man in [13]. Im Rahmen dieser Arbeit konnten mit den folgenden beiden Korrelationsfunktionen die besten Ergebnisse erzielt werden:

$$C_1(x, y, d) = \frac{\sum_{i,j} [I_1(x+i, y+j) - \overline{I_1(x, y)}] \cdot [I_2(x+i+d, y+j) - \overline{I_2(x+d, y)}]}{\sqrt{\sum_{i,j} [I_1(x+i, y+j) - \overline{I_1(x, y)}]^2} \cdot \sqrt{\sum_{i,j} [I_2(x+i+d, y+j) - \overline{I_2(x+d, y)}]^2}} \quad (5.44)$$

$$C_2(x, y, d) = \frac{\sum_{i,j} [I_1(x+i, y+j) \cdot I_2(x+i, y+j) - \overline{I_1(x, y)} \cdot \overline{I_2(x, y)}]}{\sqrt{\sum_{i,j} [I_1(x+i, y+j)^2 - \overline{I_1(x, y)}^2]} \cdot \sqrt{\sum_{i,j} [I_2(x+i, y+j)^2 - \overline{I_2(x, y)}^2]}} \quad (5.45)$$

Dabei stehen $\overline{I_k(x, y)}$, $k = 1, 2$ für die Mittelwerte über das Korrelationsfenster an der Stelle (x, y) . Die Korrelationswerte werden für verschiedene Disparitäten innerhalb eines

vorher festgelegten Suchintervalls $d \in [d_1, d_2]$ berechnet. Ein korrespondierender Punkt in \mathcal{I}_2 ist durch die Disparität $d = d_0$ mit maximaler Korrelation $C(x, y, d)$ ausgezeichnet:

$$d_0(x, y) = \arg \max (C(x, y, d)). \quad (5.46)$$

Um Disparitätswerte mit Subpixelgenauigkeit zu erhalten, werden immer drei benachbarte Korrelationswerte betrachtet. Eine verfeinerte Maximumbestimmung erfolgt durch Interpolation mit einer Parabel. Als *Konfidenzmaß* für die Disparitätsschätzung wurde die Summe aus dem maximalen Korrelationwert und seinen Nachbarwerten verwendet:

$$v(x, y) = C(x, y, d - 1) + C(x, y, d) + C(x, y, d + 1). \quad (5.47)$$

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Korrelationsfunktion C_2 benutzt. Da die Kameras des Stereosystems CISG-Bilder liefern ist es möglich eine verbesserte Korrespondenzschätzung durch die Ausnutzung der *Farbinformation* zu erhalten. Eine einfache Möglichkeit alle drei Farbkanäle zur Korrespondenzschätzung heranzuziehen erreicht man, indem man über die Korrelationswerte der drei Farbkanäle mittelt.

5.5.2 Verfeinerung der Korrespondenzschätzung durch Ausnutzung von Randbedingungen

Eine Verbesserung der Korrespondenzschätzung des letzten Abschnitts kann durch Ausnutzung einiger Annahmen an die zu bestimmende Höhenkarte erfolgen. So sollten glatte und kontinuierliche Oberfläche auch zu einer glatten und kontinuierlichen Disparitätskarte führen. Ein an einer Position geschätzter Disparitätswert schränkt somit Disparitätswerte innerhalb seiner Nachbarschaft ein. Große Sprünge sind beispielsweise nicht erlaubt. Das im folgenden beschriebene Verfahren von Zitnick und Kanade [58] nutzt, indem es die berechneten Korrelationswerte im Rahmen eines iterativen Algorithmus so weit korrigiert, daß sie möglichst konsistent mit den geforderten Randbedingungen sind. Explizit wird die Eindeutigkeit und die Stetigkeit der Disparitätswerte gefordert.

Speichert man für alle (x, y, d) die bei der Korrelationsanalyse aus Abschnitt 5.5.1 berechneten Korrelationswerte in einem dreidimensionalen Array, so erhält man einen dreidimensionalen, diskreten *Disparitätsraum*. Das Ziel besteht nun darin aus den Korrelationswerten $L_0(x, y, d) = C(x, y, d)$ durch einen iterativen Algorithmus eine mit den Randbedingungen konsistente Korrelationskarte $L_n(x, y, d)$ zu schaffen. Um der Stetigkeitsbedingung zu genügen, wird bei einem Iterationsschritt für jeden Punkt im Disparitätsraum eine Mittelung über seine Umgebung durchgeführt. Da aber nicht alle Korrelationswerte untereinander konsistent mit der Eindeutigkeitsbedingung sind, muß die Mittelung gewichtet erfolgen. Hierzu wird die Umgebung in eine *Support-Region* und in eine *Inhibitor-Region*

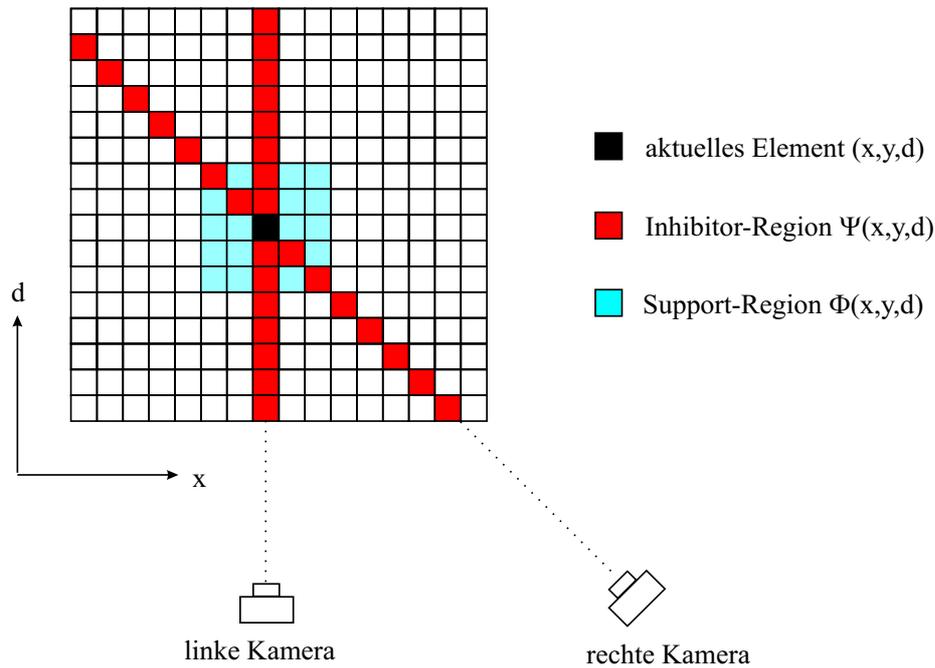


Abbildung 5.8: Support- und Inhibitor-Region beim Zitnick-Kanade-Algorithmus: Die Inhibitor-Region resultiert aus der Eindeutigkeit der Disparitätswerte. Verschiedene Disparitätswerte entsprechen verschiedenen Positionen auf den Sichtstrahlen der beiden Kameras.

unterteilt (siehe Abbildung 5.8). Elemente innerhalb der rot gekennzeichneten Region gehören der Inhibitor-Region an. Gleiche Pixelkoordinaten mit verschiedenen Disparitätswerten (vertikale Region) sind untereinander inkonsistent. Elemente auf der diagonalen Region sind inkonsistent, weil sie die Eindeutigkeitsbedingung für die zweite Kamera verletzen: Unterschiedliche Pixel in Bild \mathcal{I}_1 hätten denselben korrespondierenden Punkt im Bild \mathcal{I}_2 . Für den lokalen Support wird definiert:

$$S_n(x, y, d) = \sum_{(x', y', d') \in \Phi(x, y, d)} L_n(x + x', y + y', d + d'). \quad (5.48)$$

Als Glättungsfunktion wählen Zitnick und Kanade [58] aufgrund der leichten numerischen Berechenbarkeit folgende Funktion:

$$R_n(x, y, d) = \left(\frac{S_n(x, y, d)}{\sum_{(x'', y'', d'') \in \Psi(x, y, d)} S_n(x'', y'', d'')} \right)^\alpha. \quad (5.49)$$

Der Exponent α muß größer als 1 sein um Konvergenz zu garantieren. In der Implementation wurde $\alpha = 2$ verwendet. Diese Funktion bewirkt, daß Elemente mit starkem Support

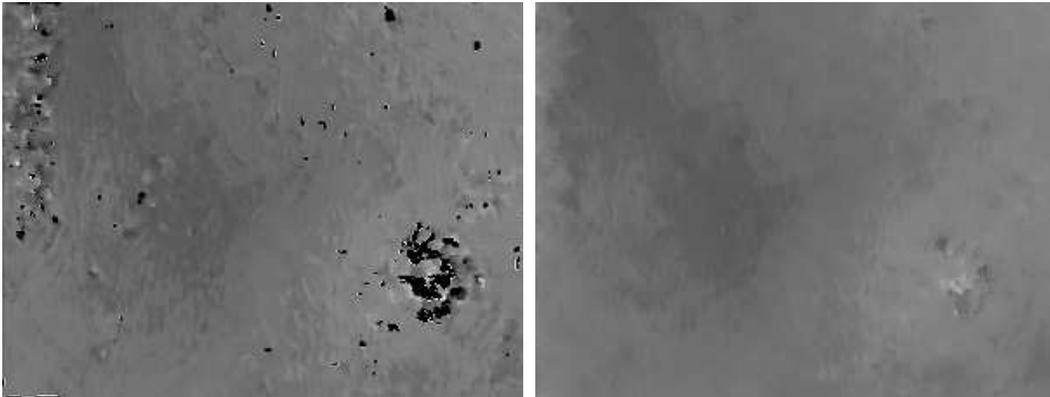


Abbildung 5.9: Disparitätskarte ohne und nach fünf Iterationen mit dem Zitnick-Kanade-Algorithmus.

gestärkt werden und Elemente mit starkem Inhibitor zugunsten benachbarter Elemente geschwächt werden: Ist der Nenner von Gleichung (5.49) größer als der Zähler, so überwiegt der Inhibitorbereich und es kommt im Iterationsschritt zu einer Verkleinerung des Korrelationswertes des betrachteten Punktes im Disparitätsraum. Da die alleinige Iteration von (5.49) zu einer zu starken Glättung führen würde, so daß Detailinformation verloren gehen kann, wird in jedem Iterationsschritt mit dem ursprünglichen Korrelationswert $L_0(x, y, d)$ multipliziert:

$$L_{n+1}(x, y, d) = L_0(x, y, d) \cdot R_n(x, y, d). \quad (5.50)$$

Auf diese Weise können nur Elemente mit anfänglich hinreichend großem Korrelationswert auch mit hohem Korrelationswert enden. Der umgekehrte Fall muß hingegen nicht eintreten: Trotz anfänglich hohem Startwert kann ein Disparitätswert aufgrund von Konsistenzgründen einem anderen Wert weichen.

Für die so bestimmten neuen Korrelationswerte $L_n(x, y, d)$ kann nun wie in Abschnitt 5.5.1 verfahren werden um die Disparitätswerte korrespondierender Punkte über eine Maximumbestimmung zu ermitteln. Abbildung 5.8 zeigt als Beispiel die Disparitätskarte eines Wellenbildes ¹ ohne (**a**) und nach fünf Iterationen (**b**) mit dem Zitnick-Kanade-Algorithmus. In **b** sind, im Gegensatz zu **a** keine größeren Ausreißer mehr vorhanden. Trotzdem ist die Feinstruktur in der Disparitätskarte erhalten geblieben.

¹Im Regelfall gab es, insbesondere bei höheren Windgeschwindigkeiten weniger Ausreißer als in diesem Beispiel (5.5 m/s).

5.5.3 Links-Rechts-Konsistenz

Ein einfacher Test um die berechneten Disparitätswerte zu kontrollieren, besteht darin \mathcal{I}_2 statt \mathcal{I}_1 als Referenzbild zu verwenden und so zu überprüfen, ob die geschätzten Disparitätswerte für die Links-Rechts-Schätzung konsistent zu den Werten der Rechts-Links-Schätzung sind. Fehlschätzungen in Folge von Okklusionen (Punkte, die in einem Bild verdeckt sind) können auf diese Weise erkannt werden. Noch erwähnt sei, daß der Algorithmus von Zitnick und Kanade ebenfalls in der Lage ist (bestimmte) Okklusionen zu detektieren. Näheres dazu findet man im Originalartikel [58]. Fehlschätzungen aufgrund von Okklusionen tauchen bei den in dieser Arbeit betrachteten Wellenbildern praktisch nicht auf, da das verwendete Stereosystem eine relativ kleine Stereobasis hat und die Kameras soweit von der Wasseroberfläche entfernt sind, daß keine Verdeckungen aufgrund der Wellenform auftreten. Okklusionen treten nur dann auf, wenn sich ein Windpaddel durch den Sichtbereich der Kameras bewegt.

5.6 Stereomessung von Wasserwellen

5.6.1 Vorverarbeitung der Stereobilder

Für die Korrespondenzschätzung bei den verwendeten Wellenbildern wurden zunächst die Ausgangswellenbilder gemäß den Verarbeitungsschritten 1 bis 6 aus Abschnitt 4.6.3 (Farbinterpolation, Normierung, etc.) vorverarbeitet. Nach diesen Vorverarbeitungsschritten entsprechen die Grauwerte in den beiden Farbkanälen der Wellenbilder in guter Näherung den Neigungswerten auf der Wasseroberfläche². Korrespondierende Bereiche innerhalb der Wellenbilder entsprechen dann auch physikalisch korrespondierenden Bereichen auf der Wasseroberfläche. Eins der typischen Probleme bei der Stereomessung von Wasserwellen, die spiegelnde Natur der Wasseroberfläche, die zu Fehlkorrespondenzen führt (siehe Abschnitt 3.2.1), stellt sich bei dem hier verwendeten Stereosystem daher nicht.

Nach den Vorverarbeitungsschritten werden die Wellenbilder entzerrt und rektifiziert. Die Korrespondenzschätzung und anschließende Triangulation erfolgt bezüglich der rechten (senkrecht nach unten schauenden) Kamera, da das zugehörige Weltkoordinatensystem in sehr guter Näherung bereits senkrecht zur Wasseroberfläche orientiert ist. Als Ergebnis liegen dann drei Bilder vor, deren Grauwerte den Weltkoordinaten X , Y und Z entsprechen. Diese Bilder werden durch Umkehrung der rektifizierenden Transformation H_2 wieder auf

²Eine Verbesserung der Neigungsschätzung ist durch eine Miteinbeziehung der Höheninformation aus den Stereodaten möglich. Dies entspricht im Wesentlichen einem höhenabhängigen Korrekturfaktor, der für beide Kameras ähnlich ist.

die nichtrektifizierten Koordinaten des Ausgangswellenbildes umgerechnet. Anschließend ist eine orts- und höhenabhängige Neigungskalibration der CISG-Bilder möglich.

5.6.2 Messungen der quasiebene Wasseroberfläche

Eine einfache Möglichkeit, die Stereomessung von Wasserwellen im Aeolotron auf ihre quantitative Richtigkeit zu testen besteht darin, eine definierte Wasserhöhe im Windkanal einzustellen und anschließend anhand einer Stereomessung diese Wasserhöhe zu rekonstruieren. Da die Stereomessung hinreichend viel Struktur, d.h. Kapillarwellen, auf der Wasseroberfläche benötigt, ist es nicht möglich die ruhende, ebene Wasseroberfläche bei ausgeschaltetem Wind zu rekonstruieren. Statt dessen wurde für wenige Sekunden eine hohe Windgeschwindigkeit (6 m/s) eingestellt, so daß sich hinreichend viele Kapillarwellen auf der Wasseroberfläche befinden. In dieser kurzen Zeitspanne können sich noch keine größeren Wellen ausbilden, so daß praktisch eine quasiebene Wasseroberfläche vorliegt. Die dabei auftretenden Höhenvariationen der Kapillarwellen liegen außerhalb des Auflösungsvermögens des Stereosystems (siehe Abschnitt 3.2.1). In Abbildung 5.10 sind Stereoaufnahmen der quasiebene Wasseroberfläche so wie die daraus resultierende Disparitätskarte und ihre zugehörigen Konfidenzwerte gezeigt.

Die quasiebene Wasseroberfläche wurde auf diese Weise für neun verschiedene Wasserhöhen gemessen und ihr Höhenprofil jeweils mittels Stereokorrelation bestimmt. Tabelle 5.6.2 zeigt Mittelwerte der bestimmten Höhenprofile. Zur Berechnung der Mittelwerte wurde der Randbereich der Disparitätsbilder weggelassen, da dort keine bzw. eine schlechte Korrespondenzschätzung vorlag. Als Fehler bei den aus der Stereokorrelation ermittelten Höhenwerten ist die Standardabweichung vom Mittelwert über den betrachteten Bildausschnitt angegeben. Sie beträgt maximal 3.4 mm. Eine theoretische Abschätzung der Höhenauflösung liefert Gleichung (3.5) aus Abschnitt 3.2.1. Für die Kamerabasis gilt $b \approx 130 \text{ mm}$ und die mittlere Entfernung der Kameras von der Wasseroberfläche beträgt $Z = 1600 \text{ mm}$. Für die Subpixelauflösung der Disparitätsschätzung kann nach Tabelle 5.2.5 $\mu = 0.1$ angenommen werden. Mit diesen Werten ergibt sich eine Höhenauflösung von $\Delta Z \approx 3.2 \text{ mm}$, was gut zu dem obigen Wert paßt. Eine Veranschaulichung der Ergebnisse zeigt Abbildung 5.11. Die bestimmten Höhenwerte stimmen sehr gut mit den eingestellten Wasserhöhen überein.

5.6.3 Wellensequenzen

Abbildung 5.12 zeigt die zeitliche Entwicklung des Höhenverlaufs (Abbildung 5.12 **a** und **c**) und der zugehörigen Konfidenzwerte (Abbildung 5.12 **b** und **d**) einer Disparitätsschät-

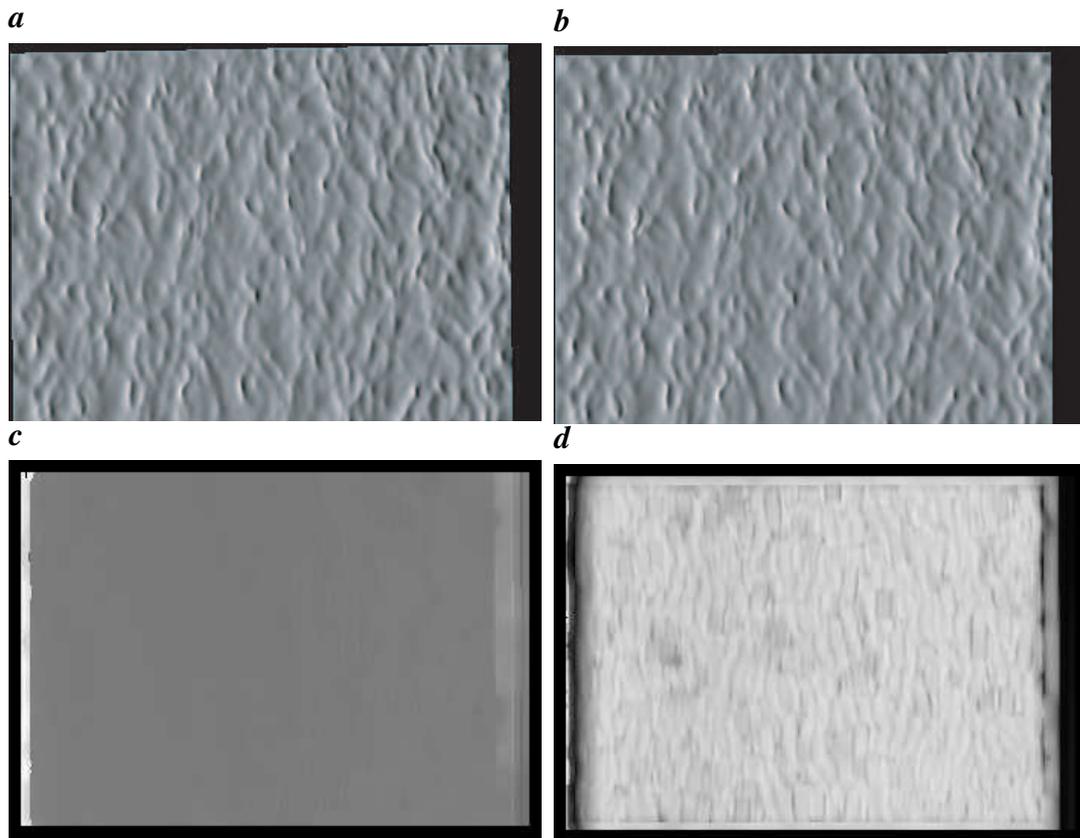


Abbildung 5.10: Messung der quasiglatten Wasseroberfläche: **a** linkes Wellenbild (rektifizierter Grünkanal) **b** rechtes Wellenbild (rektifizierter Grünkanal) **c** Disparitätskarte (5 Zitnick-Kanade-Iterationen) **d** Konfidenzkarte (helle Werte entsprechen hoher Konfidenz)

Wasserhöhe / mm	Differenz / mm	Z / mm (aus Stereo)	Differenz / mm
1199 ± 1	-	1397 ± 1	-
1157 ± 1	42 ± 2	1440 ± 1	43 ± 2
1100 ± 1	57 ± 2	1495 ± 1	55 ± 2
1050 ± 1	50 ± 2	1545 ± 1.6	51 ± 3.2
1000 ± 1	50 ± 2	1596 ± 1.4	51 ± 2.8
950 ± 1	50 ± 2	1645 ± 1.7	49 ± 3.4
899 ± 1	51 ± 2	1697 ± 1.1	52 ± 2.2
848 ± 1	51 ± 2	1746 ± 0.7	49 ± 1.4
801 ± 1	47 ± 2	1794 ± 1.5	47 ± 3.0

Tabelle 5.3: Vergleich der eingestellten Wasserhöhe mit dem aus der Stereokorrelation ermittelten Wert für den Abstand Z zur Kamera. Die Differenzen stimmen im Rahmen ihres Fehlers überein.

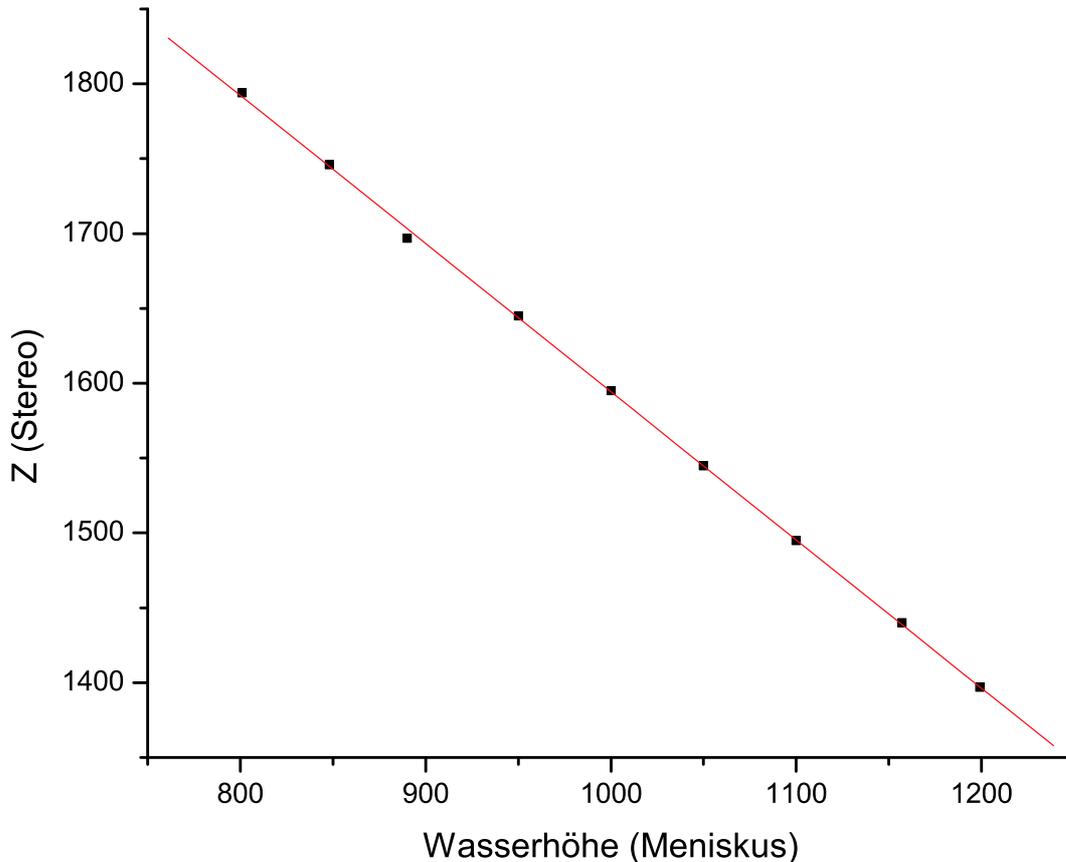


Abbildung 5.11: Messung der quasiebenen Wasseroberfläche: Höhenwerte aus Stereokorrelation aufgetragen gegen eingestellte Wasserhöhe im Kanal

zung für eine feste Bildspalte. Aufgenommen wurde eine Wellensequenz mit 40 Hz über einen Zeitraum von 2 Sekunden. Die Windgeschwindigkeit betrug ungefähr 9 m/s. Das Bild wurde zur besseren Visualisierung um den Faktor 4 in Zeitrichtung gestreckt. In Abbildung 5.12 **a** und **b** sind vertikale Streifen zu erkennen. Diese resultieren aus Verdeckungen aufgrund von sich im Bild befindlichen Windpaddeln. Die Abbildungen 5.12 **c** und **d** zeigen die entsprechenden Bilder nach Anwendung eines Medianfilters (1×1). Die als vertikale Streifen sichtbaren Ausreißer konnten vollständig beseitigt werden.

Abbildung 5.13 zeigt die zeitliche Entwicklung des Höhenverlaufs eines einzelnen Punktes auf der Wasseroberfläche für die selbe Sequenz wie oben (Abbildung 5.12). Der auftretende Höhenunterschied beträgt ungefähr 25 cm. Die Höhenwerte sind in Bezug auf das Kamerakoordinatensystem der rechten Kamera angegeben.

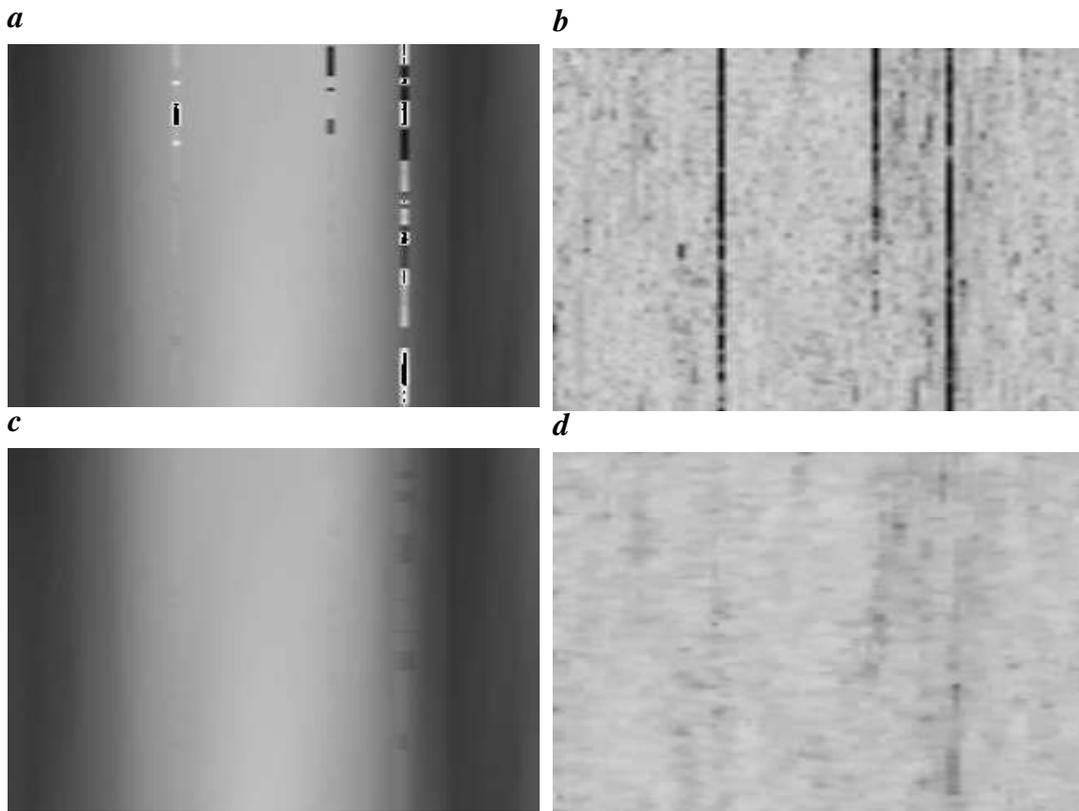


Abbildung 5.12: Zeitliche Entwicklung einer Bildspalte über 2 Sekunden

5.7 Zusammenfassung

Die durchgeführten Stereomessungen zeigen, daß es möglich ist die Wasseroberfläche mit einer absoluten Höhenauflösung von ungefähr 3 mm zu rekonstruieren. Durch die Verwendung von Neigungsbildern (CISG) bei der Disparitätsschätzung können Korrespondenzprobleme, die sich aus der spiegelnden Natur der Wasseroberfläche ergeben vermieden werden. Voraussetzung für die Ermittlung einer dichten Disparitätskarte ist das Vorhandensein von hinreichend viel Struktur in den Neigungsbildern. Bei den untersuchten Windgeschwindigkeiten (3.3 m/s, 5.5 m/s, 7.0 m/s und 9.0 m/s) war dies im Allgemeinen der Fall. Die Aufnahme von Bildsequenzen erlaubt es, die Phasenlage der großen Schwerewellen im Bildausschnitt zu bestimmen. In Kombination mit der Information aus den Neigungsdaten ist es so möglich, simultan klein- und großskalige Wellen zu untersuchen.

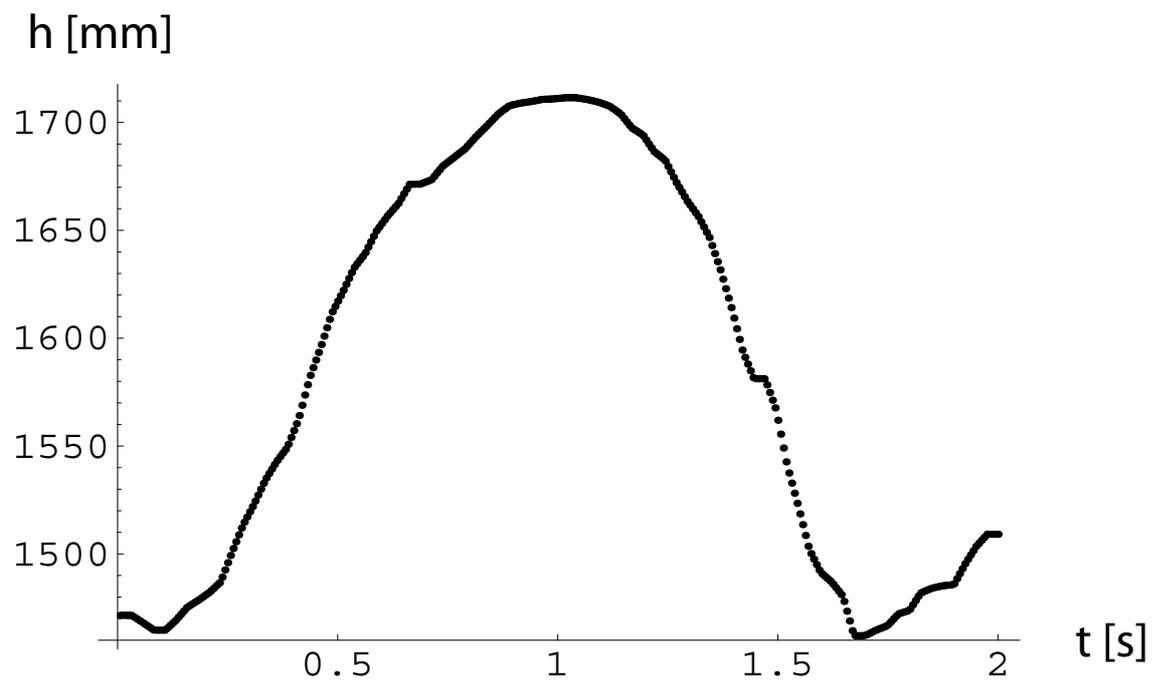


Abbildung 5.13: Zeitliche Entwicklung des Höhenwertes eines Pixels über einen Zeitraum von zwei Sekunden. Die zugehörige Sequenz wurde bei einer Windgeschwindigkeit von 9 m/s aufgenommen. Der auftretende Höhenunterschied beträgt ca. 25 cm. (Die absolute Höhe ist in Bezug zum Kamerakoordinatensystem der rechten Kamera angegeben.)

Kapitel 6

Kombinierte Höhen- und Neigungsmessung

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse von simultanen Höhen- und Neigungsmessungen aus den in den beiden vorangehenden Kapiteln beschriebenen Verfahren verglichen und kombiniert. Dazu ist es zunächst notwendig die ermittelten Höhen- und Neigungsbilder in Weltkoordinaten umzurechnen. Um die Gradientenkarten aus dem ISG-Verfahren in Höheninformation umzuwandeln ist eine Integration erforderlich. Das dafür verwendete Fourierverfahren [14] wird ausführlich beschrieben und die Vorteile gegenüber einem direkten Integrationsverfahren erläutert. Der Vergleich der Höhenrekonstruktionen aus CISG und Stereoverfahren zeigt, daß eine Kombination der Information aus beiden Verfahren auf verschiedenen Skalen sinnvoll ist. Abschließend werden Höhenrekonstruktionen der Wasseroberfläche präsentiert.

6.1 Höhenabhängige Neigungskorrektur

In Abschnitt 4.7.1 wurde gezeigt, daß die Neigungskalibrierung höhenabhängig ist. Dies hat zur Folge, daß der Zusammenhang zwischen dem im Bild gemessenem Farbwert und der Neigung auf der Wasseroberfläche abhängig von der aktuellen Wasserhöhe ist. Mit der zusätzlich vorhandenen Höheninformation aus der Stereorekonstruktion ist es nun möglich, diese Höhenabhängigkeit zu berücksichtigen und damit einen systematischen Fehler zu vermeiden. Die für die Neigungskalibration ermittelten, höhen- und ortsabhängigen Parameter $p_x(u, v, h)$ und $p_y(u, v, h)$ werden entsprechend dem für einen Pixel (u, v) gemessenen Höhenwert $h(u, v)$ zur Berechnung der Neigung verwendet.

6.2 Interpolation auf skalierte Weltkoordinaten

Die aufgenommenen Bilder zeigen Strukturen auf der Wasseroberfläche, die je nach Wellenhöhe einen anderen Abstand zur Kamera haben. Aufgrund der perspektivischen Abbildung ändert sich dadurch das Abbildungsverhältnis: Pixelkoordinaten (u, v) in Bildern mit unterschiedlichem Abstand Z zwischen Wasseroberfläche und Kamera haben auch unterschiedliche Weltkoordinaten (X, Y) . Um die einzelnen Bilder vergleichen zu können und für die weitere Auswertung ist es daher notwendig, die Bilder auf ein gemeinsames Gitter in Weltkoordinaten umzurechnen. Da als Ergebnis der Stereomessung neben der Z -Koordinate zu jedem Pixel (u, v) auch die beiden Raumkoordinaten (X, Y) vorliegen, kann man für jedes Bild eine Abbildungsvorschrift M angeben, die Pixelkoordinaten in Weltkoordinaten umrechnet:

$$(X, Y) = M(u, v). \quad (6.1)$$

Innerhalb eines Bildes sind die Höhenvariationen relativ gering. In der Regel kann man daher von einem nahezu konstanten Abbildungsverhältnis ausgehen, was in einem linearen Zusammenhang zwischen Welt- und Pixelkoordinaten resultiert.

Die Abbildung eines Pixels (u, v) gemäß (6.1) bezeichnet man als *Vorwärtsabbildung* zwischen zwei Bildern. Sie führt allgemein zu nichtganzzahligen Pixelpositionen im Zielbild, womit sich die Frage stellt, in welchem Maße man den abgebildeten Pixel seinen nächsten Nachbarn im Zielbild zuordnet (siehe auch [24]).

Eine Möglichkeit diese Problematik zu umgehen, besteht in der so genannten *inversen Abbildung*:

$$(u, v) = M^{-1}(X, Y). \quad (6.2)$$

Jedem Pixel (X, Y) im Zielbild wird ein in der Regel nichtganzzahliger Wert (u, v) im Ausgangsbild zugeordnet. Der Grauwert an der nichtganzzahligen Pixelposition wird durch Interpolation bestimmt. Auf diese Weise erhält man zu jedem Pixel im Zielbild einen (eindeutigen) Grauwert. Die inverse Abbildung (6.2) wurde in dieser Arbeit durch ein Polynom (in guter Näherung eine Ebene) angefitet. Dazu wurden nur Pixel mit hohen Konfidenzwerten für die Höhenschätzung aus der Korrespondenzschätzung verwendet. Zur Ausführung der Transformation wurde die Funktion *remap* einer frei erhältlichen Bildverarbeitungsbibliothek (Image Processing Library von Intel (IPL)) benutzt.

Da verschiedene Bilder (je nach absoluter Wasserhöhe im Bildausschnitt) unterschiedlich große Ausschnitte in Weltkoordinaten zeigen, wurde die Transformation auf ein Weltkoordinatenbild fester Größe durchgeführt, der in jedem Bild (auch bei größtem Abbildungsverhältnis) zu sehen ist. Der ausgewählte Ausschnitt hat eine Größe von 196 mm \times 146 mm auf der Wasseroberfläche. Da diese Auflösung geringer ist, als die Auflösung in den ursprünglichen Pixelkoordinaten, würde eine Transformation auf diese Bildgröße

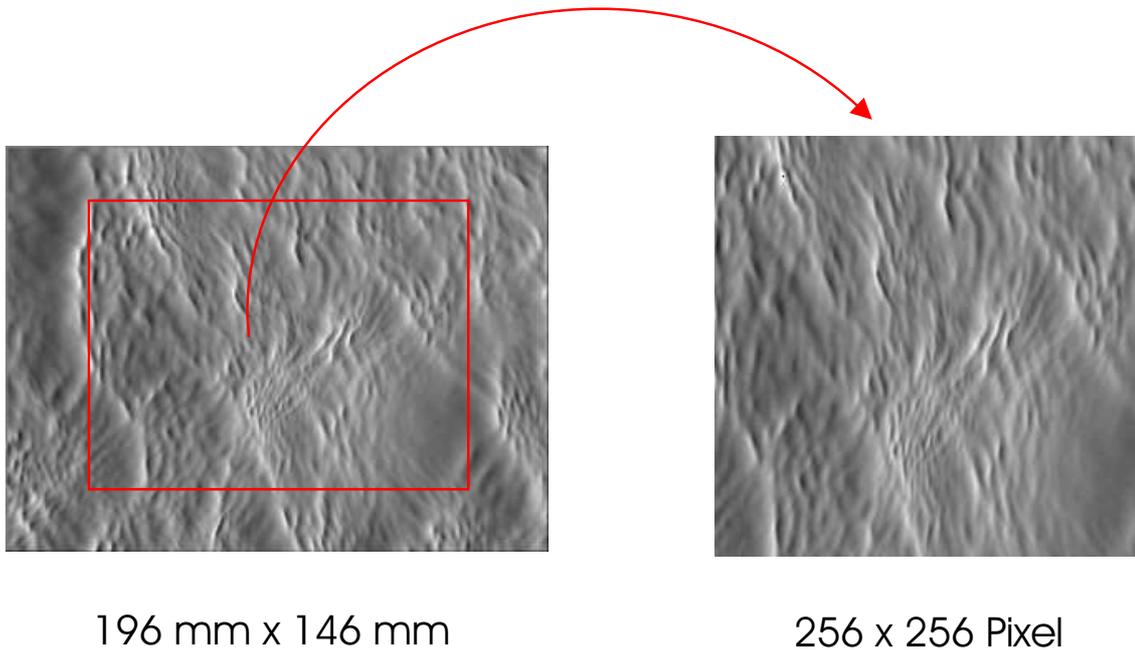


Abbildung 6.1: Abbildung in skalierte Weltkoordinaten

zu Aliasing-Effekten führen. Daher wurde die Transformation hochskaliert auf ein Bild der Größe 256×256 Pixel. Abbildung 6.1 zeigt als Beispiel ein Ausgangsbild sowie den ausgewählten Bildausschnitt und das Zielbild nach der Transformation in die skalierten Weltkoordinaten.

6.3 Höhenrekonstruktion aus Gradientenkarten

Neben der Höheninformation aus den Stereoergebnissen liefern die Messungen für jeden Bildpunkt auch Messwerte für den Gradienten der Wasseroberfläche. Die Neigungsinformation kann genutzt werden, um die Wasserhöhe (bis auf eine Integrationskonstante) zu rekonstruieren. Im Folgenden sei $H(x, y)$ die tatsächliche Wasserhöhe, $s_x(x, y) = \partial H(x, y) / \partial x$ und $s_y(x, y) = \partial H(x, y) / \partial y$ seien die tatsächlichen Neigungswerte. Die Meßwerte $p(x, y) \approx s_x(x, y)$ und $q(x, y) \approx s_y(x, y)$ für die Wasserneigungen weichen auf Grund von Rauschen und Meßfehlern von den tatsächlichen Neigungswerten ab. Die aus diesen Werten rekonstruierte Wasserhöhe wird im Folgenden mit $h(x, y)$ bezeichnet.

6.3.1 Direkte Integration

Die einfachste Möglichkeit eine Höhenkarte aus Gradienten zu erhalten ist die direkte Integration durch ein Propagationsverfahren ([31]). Für die Differenz zweier benachbarter Höhenwerte gilt:

$$\begin{aligned} h(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) - h(x_0, y_0) &= \frac{\partial h(x_0, y_0)}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial h(x_0, y_0)}{\partial y} \Delta y \\ &= p(x_0, y_0) \Delta x + q(x_0, y_0) \Delta y. \end{aligned} \quad (6.3)$$

Ausgehend von einem Startpunkt (x_0, y_0) dessen Höhe willkürlich auf $h(x_0, y_0) = 0$ gesetzt wird, kann die Höhe jedes anderen Bildpunktes (x, y) schrittweise unter Ausnutzung von (6.3) berechnet werden (siehe auch [1])

$$h(x, y) = h(x_0, y_0) + \sum_{(x_i, y_i) \in \Gamma} p(x_i, y_i) \Delta x_i + q(x_i, y_i) \Delta y_i \quad (6.4)$$

wobei Γ ein beliebiger Weg von (x_0, y_0) nach (x, y) ist. Falls die Integrabilitätsbedingung $\partial p(x, y)/\partial y = \partial q(x, y)/\partial x$ erfüllt ist, ist die Summe unabhängig vom Weg Γ . Da fehlerbehaftete Meßwerte die Integrabilitätsbedingung nicht erfüllen, liefert die Summe für verschiedenen Wege unterschiedliche Ergebnisse. Eine eindeutige Lösung läßt sich somit nicht mittels direkter Integration bestimmen. Man kann die Summation entlang verschiedener Wege durchführen und über alle so gewonnenen Summen mitteln. Ein weiteres Problem besteht darin, daß sich Fehler in den Schätzwerten (p, q) aufaddieren, so daß die berechneten Höhenwerte mit längerem Weg Γ immer unzuverlässiger werden. In der Praxis hat sich ein anderes Verfahren bewährt, was im Folgenden beschrieben wird.

6.3.2 Frankot-Chellappa-Algorithmus

Der im Folgenden beschriebene Algorithmus geht auf Frankot und Chellappa [14] zurück. Auf die Rekonstruktion der Wasseroberfläche aus Neigungsbildern wurde diese Technik bereits von Zhang und Cox [56] sowie [1] angewendet. Die Integration wird bei diesem Verfahren im Fourierraum durchgeführt. Durch die Entwicklung sowohl der gesuchten Approximation $h(x, y)$ als auch der gegebenen Neigungswerte $p(x, y)$ und $q(x, y)$ nach den Fourier-Basisfunktionen hat man bereits eine entscheidende Einschränkung an die möglichen Lösungsfunktionen: Sie sind integrierbar.

Für die Fouriertransformierten gilt:

$$\begin{aligned} \widehat{p}(k_x, k_y) &= \frac{1}{2\pi} \int p(x, y) \exp(-i\vec{k}\vec{x}) dx dy \\ \widehat{q}(k_x, k_y) &= \frac{1}{2\pi} \int q(x, y) \exp(-i\vec{k}\vec{x}) dx dy \\ \widehat{h}(k_x, k_y) &= \frac{1}{2\pi} \int h(x, y) \exp(-i\vec{k}\vec{x}) dx dy \end{aligned} \quad (6.5)$$

Für die gesuchte Funktion $h(x, y)$ soll nach Voraussetzung gelten:

$$\frac{\partial h(x, y)}{\partial x} = p(x, y), \quad \frac{\partial h(x, y)}{\partial y} = q(x, y). \quad (6.6)$$

Im Fourierraum entspricht dies:

$$\widehat{p}(k_x, k_y) = i k_x \widehat{h}(k_x, k_y) \quad (6.7)$$

$$\stackrel{k_x \neq 0}{\iff} \widehat{h}(k_x, k_y) = \frac{1}{i k_x} \widehat{p}(k_x, k_y) \quad (6.8)$$

$$\widehat{q}(k_x, k_y) = i k_y \widehat{h}(k_x, k_y) \quad (6.9)$$

$$\stackrel{k_y \neq 0}{\iff} \widehat{h}(k_x, k_y) = \frac{1}{i k_y} \widehat{q}(k_x, k_y). \quad (6.10)$$

Aus Gleichung (6.8) kann man $h(x, y)$ nur für $k_x \neq 0$ durch Rücktransformation in den Ortsraum bestimmen. Dies ist aber nur dann erfüllt, wenn die betrachteten Strukturen nicht ausschließlich in y -Richtung orientiert sind. Ebenso läßt sich $h(x, y)$ nur dann aus (6.10) berechnen, wenn die Strukturen nicht ausschließlich in x -Richtung orientiert sind ($k_y \neq 0$). Mehr Information erhält man durch Kombination von (6.7) und (6.9):

$$i k_x \widehat{p}(k_x, k_y) + i k_y \widehat{q}(k_x, k_y) = -(k_x^2 + k_y^2) \widehat{h}(k_x, k_y) \quad (6.11)$$

Für $|\vec{k}| \neq 0$ läßt sich (6.11) nach $\widehat{h}(k_x, k_y)$ auflösen:

$$\widehat{h}(k_x, k_y) = \frac{-i(k_x \widehat{p}(k_x, k_y) + k_y \widehat{q}(k_x, k_y))}{|\vec{k}|^2}, \quad |\vec{k}| \neq 0. \quad (6.12)$$

Eine Rücktransformation in den Ortsraum ist jetzt für alle Wellenzahlen mit Ausnahme von $(k_x, k_y) = (0, 0)$ möglich. Dies entspricht konstanten Strukturen in den zugrundeliegenden Neigungsbildern $p(x, y)$ und $q(x, y)$. Im Höhenbild entspricht dies einer Ebene, deren zweidimensionale Neigung sich aus dem Mittelwert des jeweiligen Gradientenbildes ergibt.

Frankot und Chellappa [14] haben gezeigt, daß die so bestimmte Lösung $h(x, y)$ optimal ist in dem Sinne, daß sie von allen integrierbaren Funktionen $f(x, y)$ die folgende Abstandsnorm minimiert:

$$\int \int \left| \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} - p(x, y) \right|^2 - \left| \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} - q(x, y) \right|^2 dx dy. \quad (6.13)$$

Bei der Anwendung des Algorithmus auf Bilder muß die diskrete Fouriertransformation verwendet werden. Diese setzt implizit eine periodische Fortsetzbarkeit der verwendeten

Bilder voraus, was in der Regel aber nicht erfüllt ist. Um die dadurch auftretenden Artefakte zu minimieren wurden die Neigungsbilder daher an beiden Bildachsen gespiegelt, so daß Bilder der vierfachen Größe entstehen [56; 1]. Eine ausführliche Diskussion der auftretenden Randeffekte bei Verwendung des Algorithmus auf Gradientenbilder findet sich in [56].

Weiterhin ist zu berücksichtigen, daß die Neigungsbilder entsprechend dem Abbildungsverhältnis der zugehörigen Koordinaten skaliert werden müssen (eine ausführlichere Diskussion dieser Problematik findet man in [1]):

$$p(u, v) \rightarrow \Delta x p(u, v) \quad (6.14)$$

$$q(u, v) \rightarrow \Delta y q(u, v). \quad (6.15)$$

Für die Wasserhöhe $h(x, y)$ ergibt sich dann gemäß (6.12):

$$h(x, y) = FT^{-1} \left(\frac{-i(k_x \Delta x \widehat{p}(k_x, k_y) + k_y \Delta y \widehat{q}(k_x, k_y))}{|\vec{k}|^2} \right). \quad (6.16)$$

6.3.3 Anwendung auf Wasserwellen

Abbildung 6.2 zeigt drei Höhenkarten aus der Integration mit dem Frankot-Chellappa Algorithmus (**a**), aus der direkten Integration (**b**) wie in Abschnitt 6.3.1 beschrieben und aus der Stereorekonstruktion. Es ist deutlich zu erkennen, daß die Ergebnisse aus den Integrationsmethoden weitaus mehr Feinstruktur aufweisen. Bei dem Verfahren der direkten Integration treten Artefakte auf: Die deutlich zu erkennenden horizontalen und vertikalen Linienstrukturen sind eine Folge der horizontalen und vertikalen Integrationswege. Durch Ableitung der aus den Integrationsverfahren berechneten Höhenbilder ergeben sich erneut Gradientenbilder. Ein Vergleich der beiden Methoden zeigte, daß die Ergebnisse aus dem Frankot-Chellappa-Algorithmus weitaus geringere Abweichungen zu den ursprünglichen Gradientenbildern zeigen.

6.4 Kombination der Neigungs- und Stereoinformation

In Abbildung 6.3 sind exemplarisch Zeilenschnitte (links) und Spaltenschnitte (rechts) der rekonstruierten Wasserhöhen für zwei verschiedene Windgeschwindigkeiten (5.5 m/s und

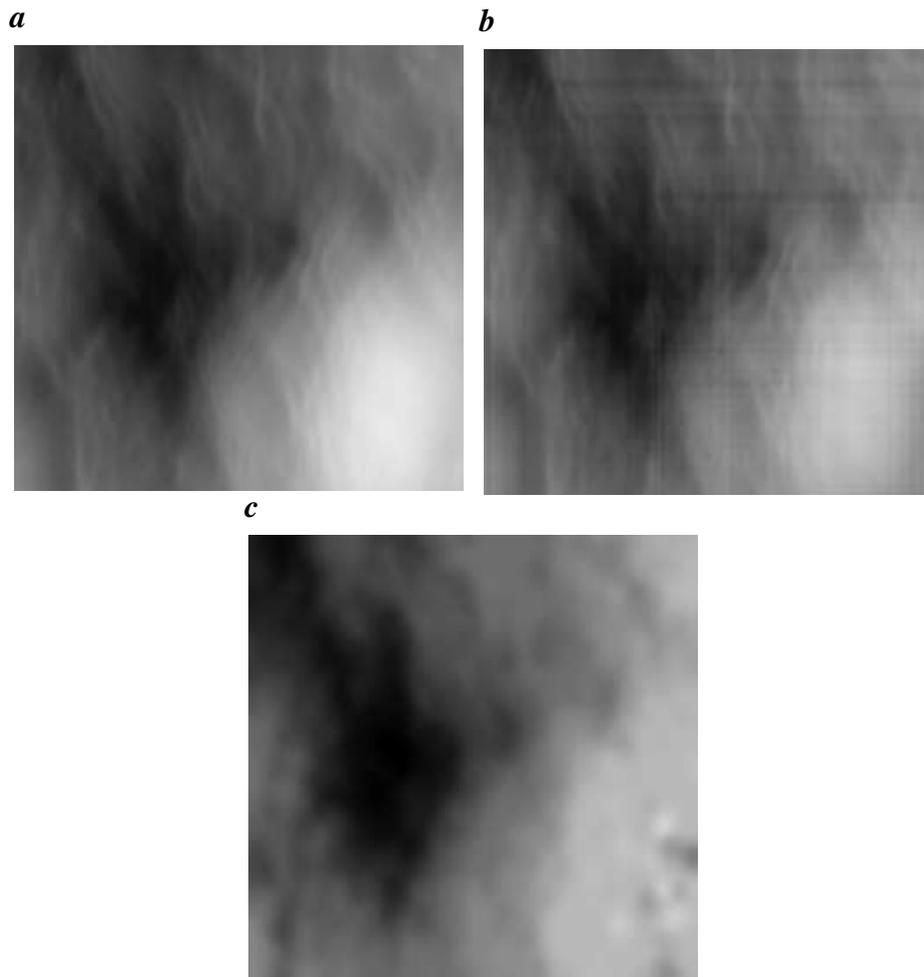


Abbildung 6.2: Vergleich der Höhenrekonstruktion durch Neigungsmessung und Stereomessung: *a* Frankot-Chellappa, *b* direkte Integration, *c* Stereorekonstruktion.

9.0 m/s) dargestellt. Die roten Plots zeigen Höhenrekonstruktionen durch den Frankot-Chellappa-Algorithmus, die blauen Plots sind Höhenwerte aus der zugehörigen Stereorekonstruktion. Da die Höhenrekonstruktion aus Neigungswerten keine Information über die absolute Wasserhöhe ermöglicht (Integrationskonstante), wurde sowohl bei den Rekonstruktionen der Höhe aus Neigungsdaten als auch bei den Stereorekonstruktionen die mittlere Höhe im Bild abgezogen. Auf diese Weise ist ein Vergleich der ermittelten Höhenvariationen aus beiden Verfahren möglich. Zunächst erkennt man, daß die Plots durchaus einen ähnlichen Verlauf zeigen, es aber auch deutlich erkennbare Abweichungen gibt. Frankot und Chellappa [14] beobachteten ähnliche Abweichungen bei der Rekonstruktion von Oberflächen aus Gradientenfeldern. Sie bezeichnen diese als *low frequency distortion*. Man kann diesen Effekt wie folgt erklären:

Eine prinzipielle Schwierigkeit bei der Rekonstruktion einer Objektoberfläche aus Nei-

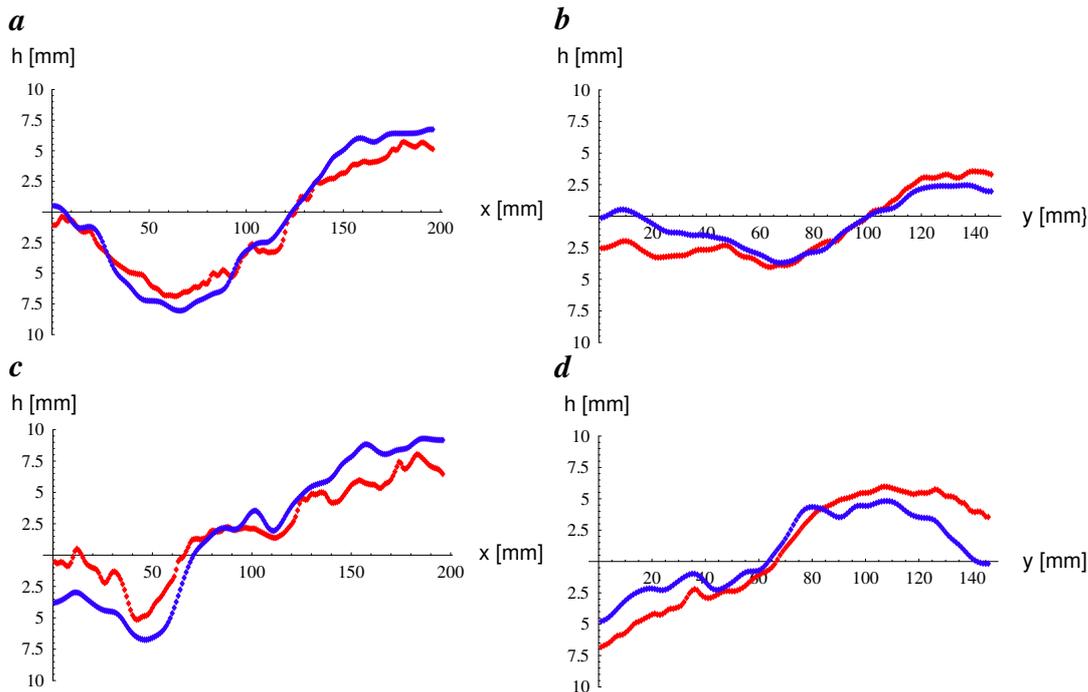


Abbildung 6.3: Vergleich der Höhenrekonstruktion durch Neigungsmessung (Frankot-Chellappa) (rot) und Stereomessung (blau): **a** Zeilenschnitt (5.5 m/s), **b** zugehöriger Spaltenschnitt, **c** Zeilenschnitt (9.0 m/s), **d** zugehöriger Spaltenschnitt.

gungsdaten besteht darin, daß beim Bildaufnahme-prozeß Informationen über niedrige Wellenzahlen der eigentlichen Höheninformation verloren gehen. Dies wird am deutlichsten durch eine Betrachtung im Fourierraum. Die Objekt-oberfläche und ihr Gradient sind gegeben durch:

$$h(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int \hat{h}(k_x, k_y) \exp(i\vec{k}\vec{x}) dk_x dk_y \quad (6.17)$$

$$\vec{\nabla} h(x, y) = \frac{i\vec{k}}{2\pi} \int \hat{h}(k_x, k_y) \exp(i\vec{k}\vec{x}) dk_x dk_y \quad (6.18)$$

Durch die Multiplikation mit \vec{k} werden kleine Wellenzahlen gedämpft (Hochpaß), so daß sie bei der Bildaufnahme durch Rauschen oder systematische Meßfehler stärker verfälscht werden.

Frankot und Chellappa [14] schlagen eine Einbeziehung von niederfrequenter Information vor um die Verzerrung der kleinen Skalen zu korrigieren. Durch die gegebenen aus den Stereomessungen bestimmten Höhendaten ist eine solche Informationsquelle gegeben. Eine einfache Möglichkeit die Stereoinformation in die Höheninformation aus den Neigungsdaten einfließen zu lassen wird im Folgenden beschrieben.

Zunächst werden die Höhenkarten aus den beiden Verfahren jeweils in eine Laplace-Pyramide

zerlegt¹ [23]: Eine Laplacepyramide ist ein effektives Schema für eine Bandpaßzerlegung eines Bildes. Dabei wird die zentrale Wellenzahl im Bild von Pyramidenstufe zu Pyramidenstufe halbiert, wobei auch die Pixelzahl halbiert wird. Hier wurde eine Zerlegung in sechs Pyramidenstufen benutzt. Die auf die ursprüngliche Pixelzahl interpolierten Pyramidenstufen für die Höhenkarten werden im Weiteren mit $\mathcal{L}_S^{(i)}$ (Höhe aus Stereorekonstruktion) und $\mathcal{L}_{FC}^{(i)}$ (Höhe aus Frankot-Chellappa-Algorithmus) bezeichnet, wobei $i = 0 \dots 5$.

Abbildung 6.4 zeigt (von oben nach unten) die Pyramidenstufen 5, 4 und 3 der Höhenrekonstruktionen mit dem Steroverfahren (Abb. a , c und e) und mit dem Integrationsverfahren (Abb. b , d und f). Grundlegende Strukturen sind für beide Verfahren auf diesen drei Pyramidenstufen sehr ähnlich, was für die Konsistenz der Rekonstruktionen spricht.

Um den Fehler bei kleinen Wellenzahlen der Höhenrekonstruktion h_{FC} zu korrigieren, wurden entweder nur die höchste Pyramidenstufe (5) oder die beiden höchsten Pyramidenstufen (4 und 5) durch die entsprechenden Pyramidenstufen aus h_S ersetzt:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{FC}^{(5)} &\leftarrow \mathcal{L}_S^{(5)} \\ \mathcal{L}_{FC}^{(4)} &\leftarrow \mathcal{L}_S^{(4)}. \end{aligned} \quad (6.19)$$

Abbildung 6.5 zeigt das Ergebnis für die Wellenbilder aus Abbildung 6.3. Im Rahmen des Stereoauflösungsvermögens stimmen die Ergebnisse nach der *Niederfrequenzkorrektur* überein. Denkbar wäre auch eine gewichtete Kombination aller Pyramidenstufen, wobei h_{FC} auf der niedrigsten Pyramidenstufe zu 100 % und h_S zu 0 % eingehen und sich die Wichtung zu höheren Pyramidenstufen (kleinere Wellenzahlen) kontinuierlich umkehrt.

Für eine absolute Höhenrekonstruktion wird noch die mittlere Wasserhöhe aus den Stereoergebnissen ausgenutzt. Auf diese Weise ist eine gleichzeitige Untersuchung der kleinskaligen Kapillarwellen und der sie modulierenden Schwerewellen möglich. Auf diese Weise ist es möglich neue Einsichten in die komplexen Wellen-Wellen-Wechselwirkungsmechanismen zu gewinnen.

6.5 Rekonstruktionen der Wasseroberfläche

Die Abbildungen 6.6 und 6.7 zeigen Rekonstruktionen der Wasseroberfläche aus Momentaufnahmen nach dem oben beschriebenen Verfahren. Die Visualisierungen wurden mit dem Programm Povray durchgeführt. Zu jeder Rekonstruktion der Wasseroberfläche sind auch die zugehörigen Neigungsbilder in x-Richtung und in y-Richtung angegeben. Dargestellt sind relative Höhenänderungen im Bildausschnitt. Die mittlere Wasserhöhe wurde jeweils abgezogen.

¹Dazu wurde die Bildverarbeitungssoftware *heurisko* verwendet.

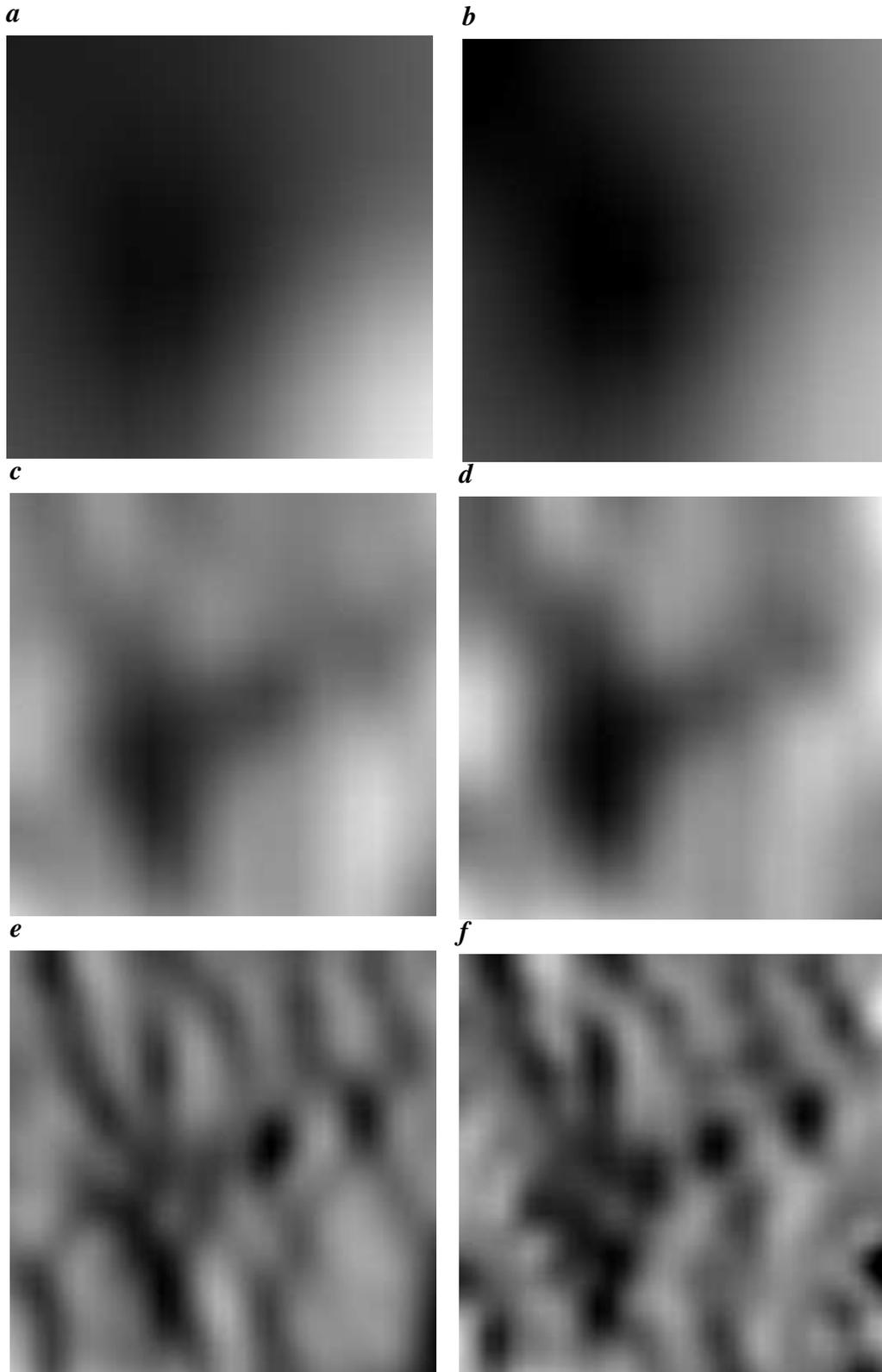


Abbildung 6.4: Dargestellt sind auf volle Bildgröße interpolierte Laplacepyramidenstufen aus einer Stereorekonstruktion und der zugehörigen Rekonstruktion aus den Neigungsdaten: **a** $\mathcal{L}_{FC}^{(5)}$, **b** $\mathcal{L}_S^{(5)}$, **c** $\mathcal{L}_{FC}^{(4)}$, **d** $\mathcal{L}_S^{(4)}$, **e** $\mathcal{L}_{FC}^{(3)}$, **f** $\mathcal{L}_S^{(3)}$.

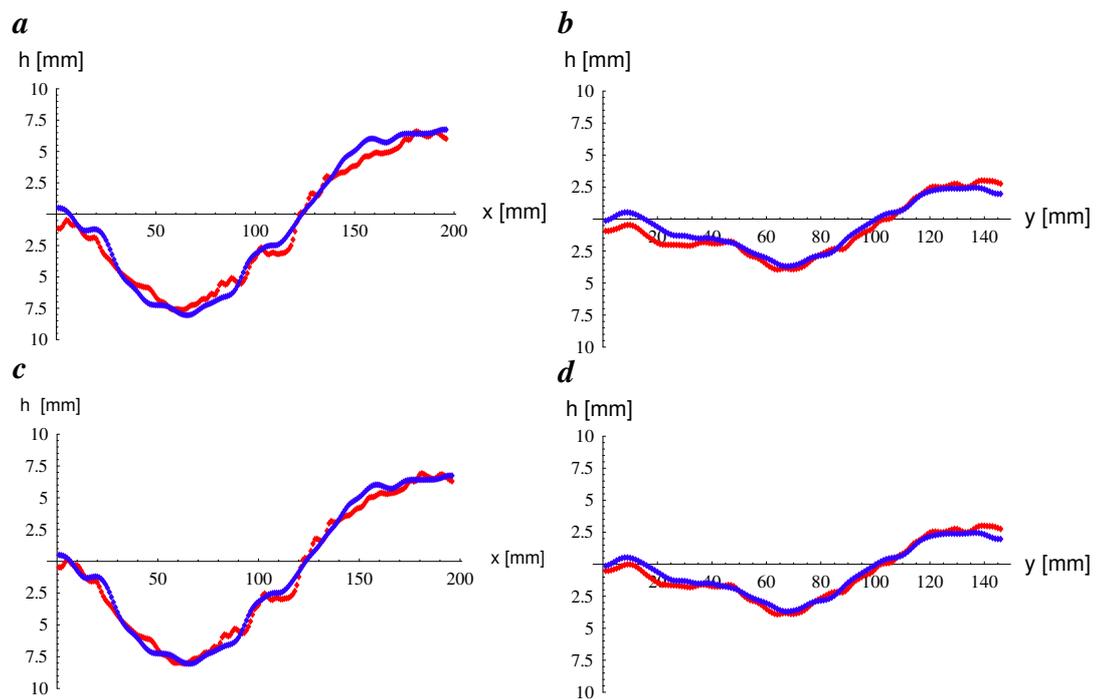


Abbildung 6.5: Niederfrequenzkorrektur: Korrektur (rot) der Höhenrekonstruktion durch Kombination der Neigungs- und Stereoinformation (blau) für die Beispielaufnahme bei 5,5 m/s aus Abbildung 6.3: *a* und *b* Austausch der 5. Laplace-Stufe, *c* und *d* : Austausch der 4. und 5. Laplacestufe.

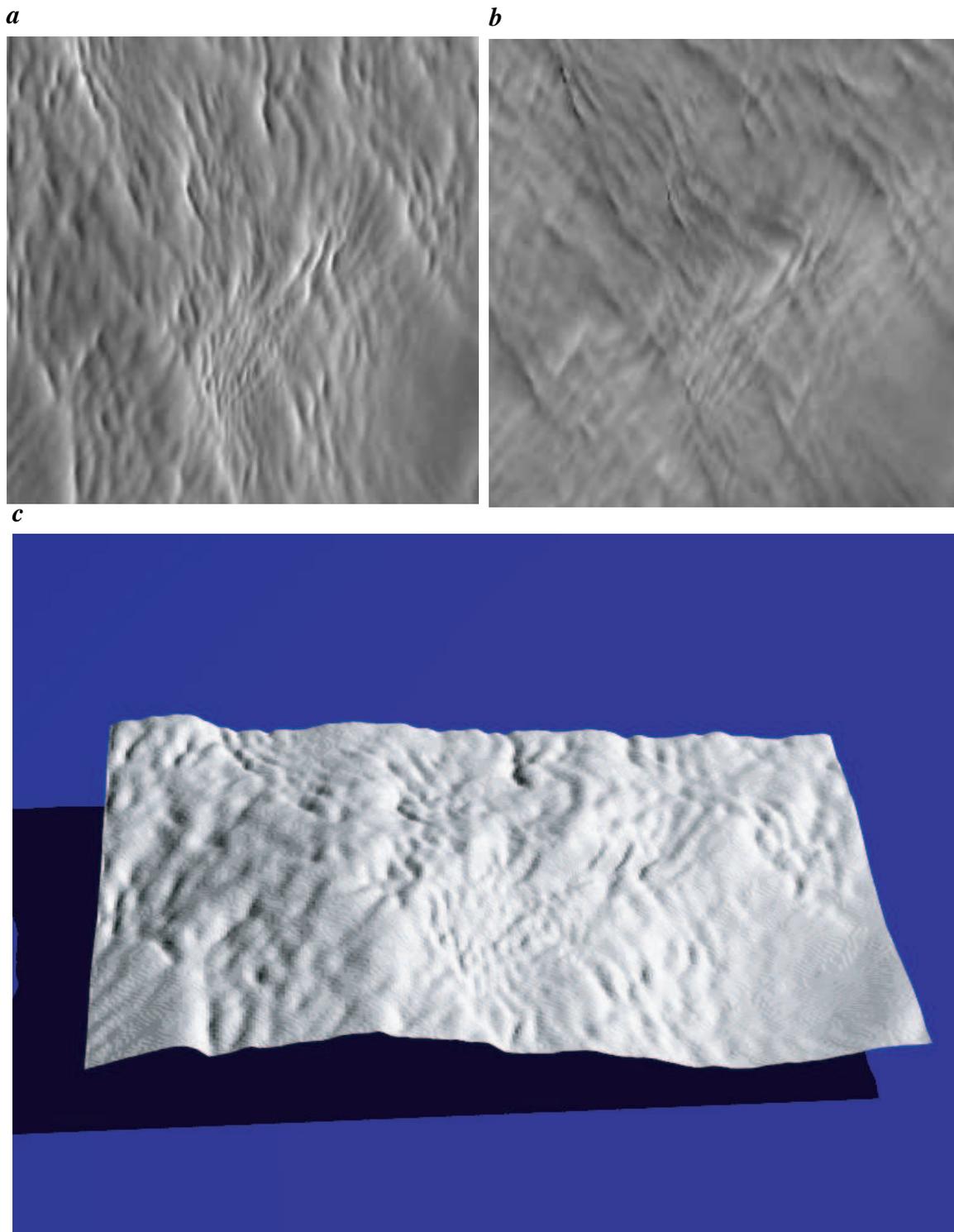


Abbildung 6.6: Rekonstruktion der Wasseroberfläche aus Gradientenkarte (ISG) und Höhenkarte (Stereo). Dargestellt ist eine Momentaufnahme der Wasseroberfläche bei einer Windgeschwindigkeit von 5.5 m/s (c) sowie die Neigungsbilder in x-Richtung (a) und y-Richtung (b).

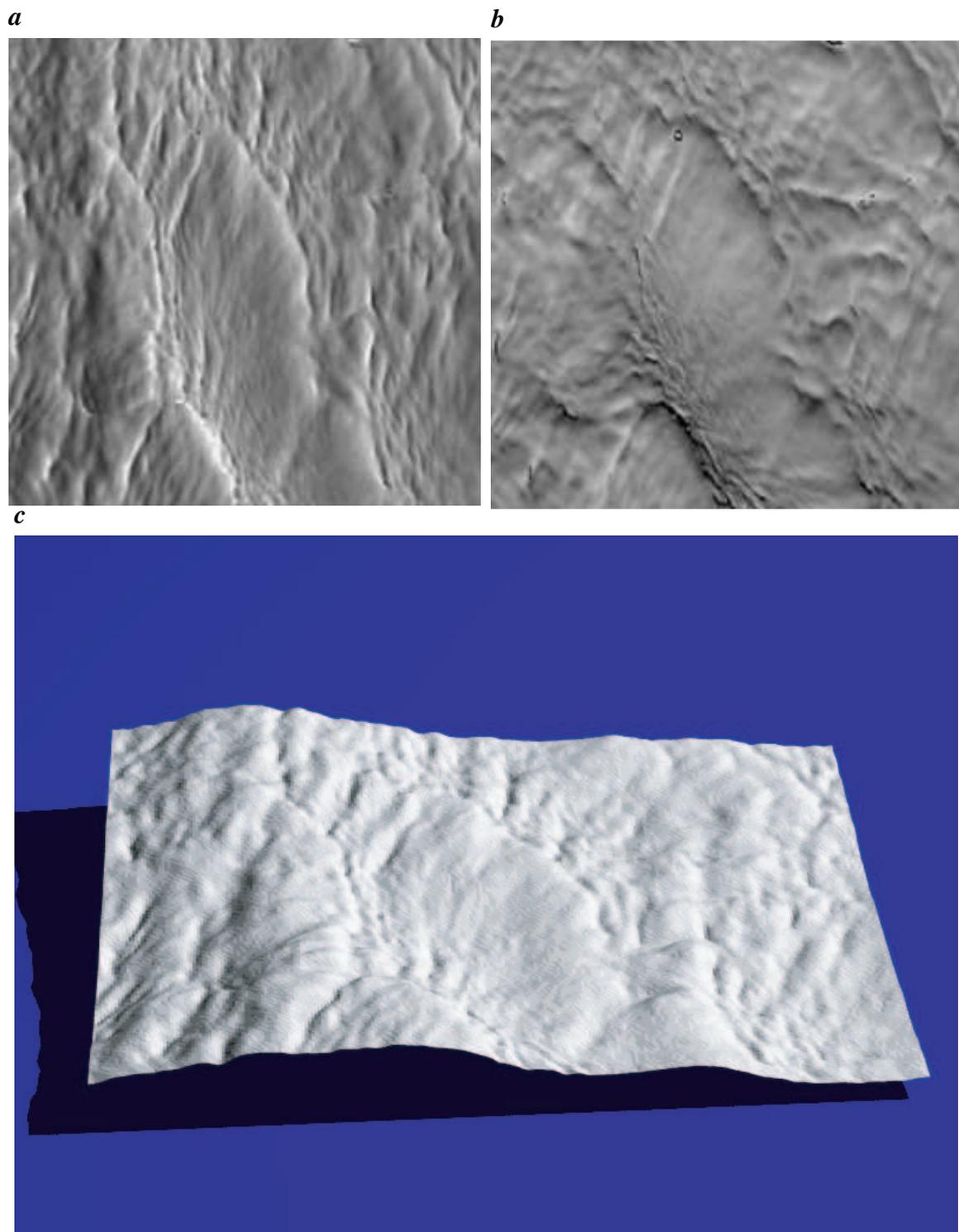


Abbildung 6.7: Rekonstruktion der Wasseroberfläche aus Gradientenkarte (ISG) und Höhenkarte (Stereo). Dargestellt ist eine Momentaufnahme der Wasseroberfläche bei einer Windgeschwindigkeit von 9.0 m/s (**c**) sowie die Neigungsbilder in x-Richtung (**a**) und y-Richtung (**b**).

Kapitel 7

Statistische Messungen

Zusätzlich zu den Höhenrekonstruktionen wurden beispielhaft für einige Meßreihen statistische Parameter des Wellenfeldes aus den Neigungsbildern bestimmt. Dazu zählen unter anderem Neigungsverteilungen (siehe Abschnitt 2.4) und Wellenzahlspektren (siehe Abschnitt 2.3). Aus den Neigungsverteilungen wurde der für eine Parametrisierung des Gasaustauschs wichtige Parameter der *mittleren quadratischen Neigung* bestimmt ([27]). Im Rahmen dieser Arbeit sind keine systematischen Messungen der statistischen Eigenschaften des Wellenfeldes durchgeführt worden. Dieses Kapitel soll kurz einen weiteren Anwendungsbereich der Meßmethode aufzeigen. Daher wird auf eine ausführlichere Diskussion verzichtet.

Es wurden Neigungsverteilungen und Wellenzahlspektren bei vier verschiedenen Windgeschwindigkeiten gemessen: 3.3 m/s, 5.5 m/s, 7.0 m/s und 9 m/s. Dazu wurden zur Bestimmung jeder Neigungsverteilung bzw. jedes Spektrums 200 Aufnahmen der Wasseroberfläche gemacht und diese wie in den vorherigen Kapiteln beschrieben in Neigungsbilder umgewandelt. Die Einzelaufnahmen erfolgten im zeitlichen Abstand von zwei Sekunden, so daß man von statistisch unabhängigen Bildern ausgehen kann. Um Verfälschungen insbesondere in den Spektren zu vermeiden ist es notwendig Bilder auszusortieren, in denen ein Windpaddel zu sehen ist. Dies konnte erfolgreich durch Analyse der Konfidenzbilder, welche bei der Stereomessung anfallen, erreicht werden: Ein Bild, in dem ein Windpaddel zu erkennen ist, weist eine signifikant geringere Summe über alle Konfidenzwerte im Bild auf (siehe Abbildung 5.12 **b**).

7.1 Neigungsverteilungen und mittlere quadratische Neigungen

In Abbildung 7.1 sind die aus den Neigungsbildern ermittelten zweidimensionalen Neigungsverteilungen dargestellt. Typisch ist eine Verbreiterung der gaußförmigen Kurve mit zunehmender Windgeschwindigkeit (siehe z.B. [40]). Dies führt zu einer Zunahme der mittleren quadratischen Neigung. Zur Bestimmung der mittleren quadratischen Neigung σ^2 wurden die Neigungsverteilungen durch zweidimensionale Gaußkurven angefitet. Die sich daraus ergebenden mittleren quadratischen Neigungen sind in Abbildung 7.2 dargestellt.

7.2 Sättigungsspektren

In Abbildung 7.3 sind zweidimensionale Sättigungsspektren in polarlogarithmischer Darstellung gezeigt. Bei niedriger Windgeschwindigkeit ist das Spektrum stark in Windrichtung ausgerichtet. Mit steigender Windgeschwindigkeit wird das Spektrum zunehmend isotrop.

Eine Integration der zweidimensionalen Wellenzahlspektren über den gesamten Winkelbereich führt zu unidirektionalen Spektren (siehe Abschnitt 2.3). Typisch für die Spektren ist ein rascher Abfall im Bereich großer Wellenzahlen.

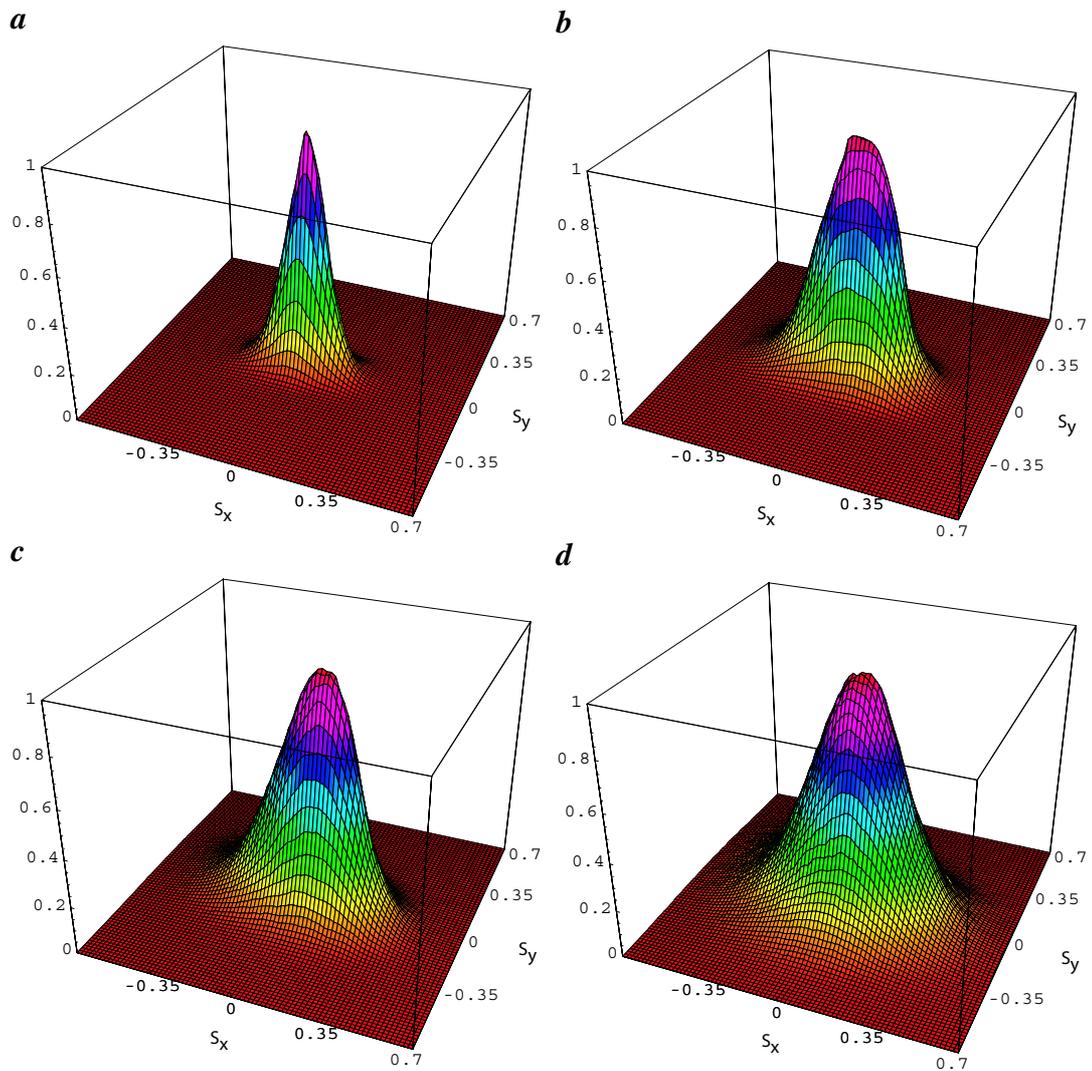


Abbildung 7.1: Neigungsverteilungen bei vier verschiedenen Windgeschwindigkeiten: **a** 3.3 m/s, **b** 5.5 m/s, **c** 7.0 m/s, **d** 9.0 m/s

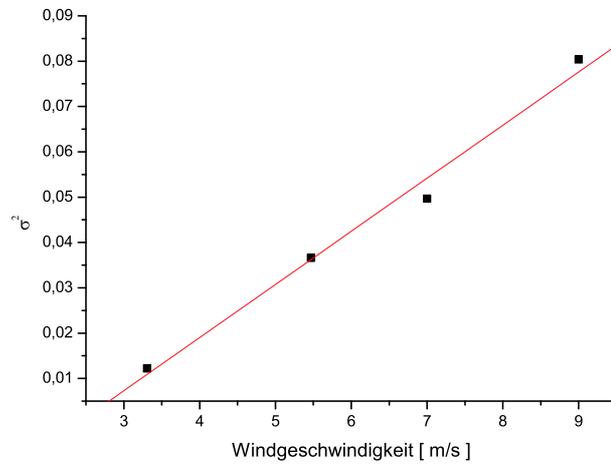


Abbildung 7.2: Mittlere quadratische Neigungen σ^2 bei den Windgeschwindigkeiten 3.3 m/s, 5.5 m/s, 7.0 m/s und 9.0 m/s

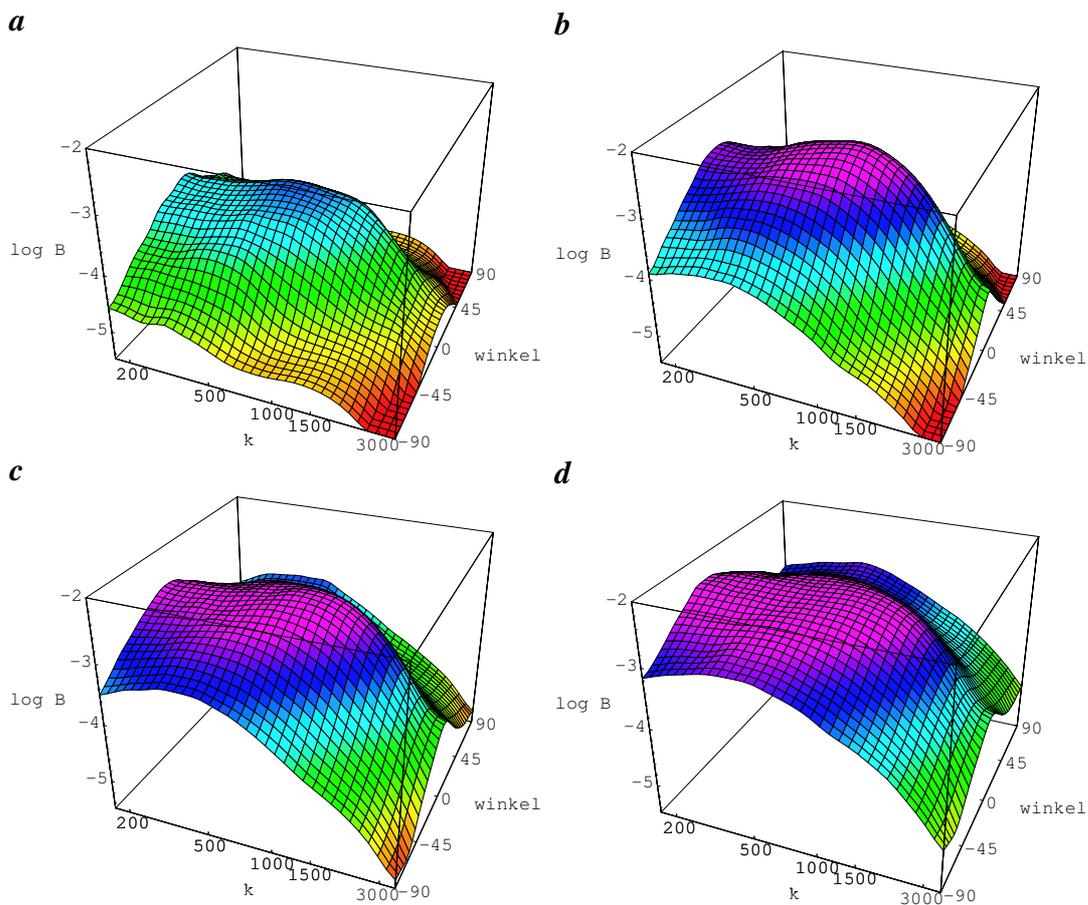


Abbildung 7.3: Zweidimensionale Sättigungsspektren bei vier verschiedenen Windgeschwindigkeiten: **a** 3.3 m/s, **b** 5.5 m/s, **c** 7.0 m/s, **d** 9.0 m/s

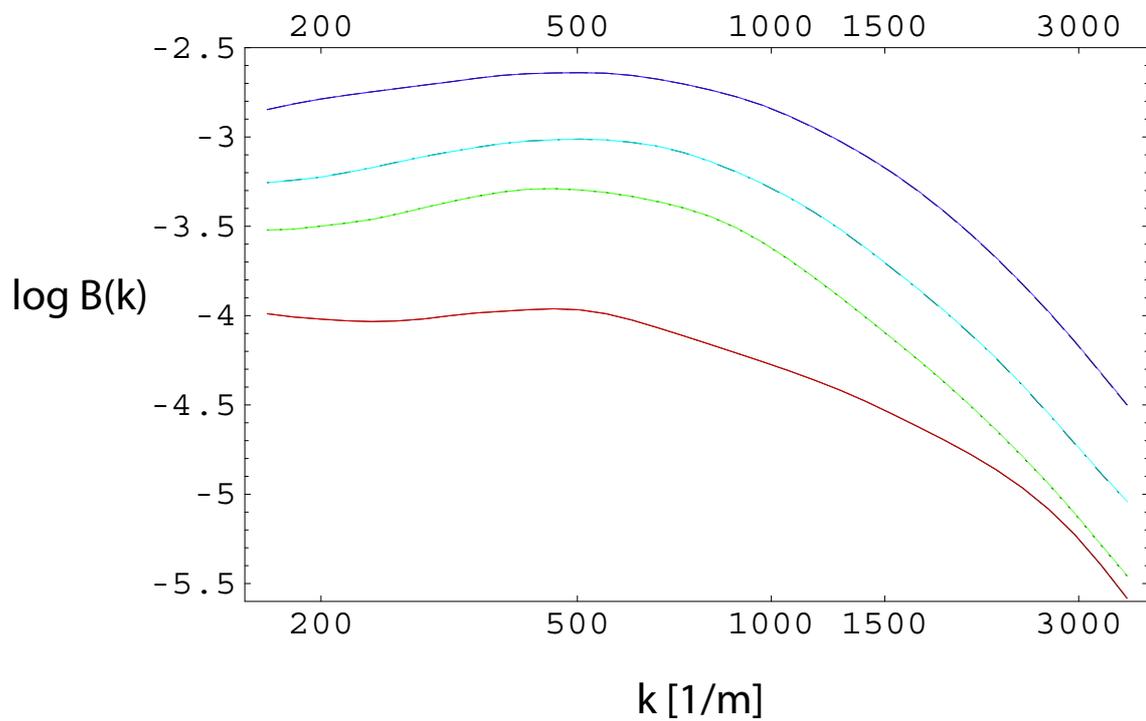


Abbildung 7.4: Unidirektionale Wellenzahlspektren zu den zweidimensionalen Spektren aus Abbildung 7.3 für vier verschiedene Windgeschwindigkeiten (von unten nach oben): 3.3 m/s, 5.5 m/s, 7.0 m/s und 9.0 m/s.

Kapitel 8

Zusammenfassung

Durch die in dieser Arbeit vorgestellte kombinierte Höhen- und Neigungsmessung ist es möglich sowohl Schwerewellen, die sich durch den Bildausschnitt hindurch bewegen, als auch kleinskalige Kapillarwellen zu messen. Im Wesentlichen liefert das Verfahren der CISG die Feinstruktur der Wasseroberfläche über eine hochaufgelöste Messung des Gradientenfeldes. Das Stereoverfahren stellt im Bereich kleiner Wellenzahlen (große Wasserwellen) eine dichte, absolute Höhenrekonstruktion der Wasseroberfläche bereit.

Eine genaue Untersuchung der für die Neigungsmessung erforderlichen Neigungskalibrierung in Kapitel 4 zeigt, daß der funktionelle Zusammenhang zwischen gemessenem Farbwert im Bild und Neigung auf der Wasseroberfläche in guter Näherung als linear angesetzt werden kann. Es konnte weiter gezeigt werden, daß dieser Zusammenhang sowohl abhängig ist vom Ort im Bild, als auch von der absoluten Höhe der Wasseroberfläche im Bildausschnitt. Wird dies nicht berücksichtigt, so führt das zu einem systematischen Fehler der mit zunehmender Variation der Wasserhöhe ansteigt.

In Kapitel 5 konnte gezeigt werden, daß es mit Hilfe der Stereomethode möglich ist die absolute Höheninformation der Wasseroberfläche mit einer Höhenauflösung von etwa 3 mm zu bestimmen. Mit dieser Höhenauflösung können Schwerewellen in hinreichender Genauigkeit gemessen werden. Weiterhin liefert diese Höheninformation die Möglichkeit, die Genauigkeit der Neigungsmessung aus Kapitel 4 zu verbessern, da sie eine pixelweise, höhenabhängige Neigungskalibrierung erlaubt.

Kapitel 6 beschreibt die Verbindung beider Verfahren. Ein bekanntes Problem bei der Höhenrekonstruktion aus Gradientenkarten ist die Verfälschung kleiner Wellenzahlen (*low frequency distortion*). Eine skalenabhängige Kombination mit der Stereoinformation (*Niederfrequenzkorrektur*) erlaubt es, diesen Fehler zu korrigieren.

Mit der kombinierten Höhen- und Neigungsmessung ist es möglich Wasseroberflächenwellen verschiedener relevanter Skalen simultan und örtlich hochaufgelöst zu messen. Ein mögliches Einsatzfeld ist die Untersuchung von Wechselwirkungen zwischen Schwere- und Kapillarwellen.

Literaturverzeichnis

- [1] G. Balschbach. *Untersuchung statistischer und geometrischer Eigenschaften von Windwellen und ihrer Wechselwirkung mit der wasserseitigen Grenzschicht*. PhD thesis, Universität Heidelberg, Heidelberg, Germany, 2000.
- [2] L.C. Bobb, G. Ferguson, and M. Rankin. Capillary wave measurements. *Applied Optics*, 18(11):1167–1171, 1979.
- [3] J.-Y. Bouquet. Camera calibration toolbox for matlab. [http : //www.vision.caltech.edu/ bouquetj/calib_{oc}/index.html](http://www.vision.caltech.edu/bouquetj/calib_oc/index.html), 2002.
- [4] D. C. Brown. Decentering distortion of lenses. *Photogrammetric Engineering*, 32(3):444–462, 1966.
- [5] D. C. Brown. Lens distortion for close-range photogrammetry. *Photogrammetric Engineering*, 37(8):855–866, 1971.
- [6] L.J. et. al. Cote. The directional spectrum of a wind generated sea as determined from data obtained by the stereo wave observation project. New York U. College of Engineering, New York, 1960.
- [7] C. S. Cox. Measurement of slopes of high-frequency wind waves. *J. Marine Res.*, 16(3):199–225, 1958.
- [8] C. S. Cox and W. Munk. Measurement of the roughness of the surface from photographs of the sun’s glitter. *J. Opt. Soc. Amer. A*, 44(11):838–850, 1954.
- [9] C. S. Cox and W. Munk. Statistics of the sea surface derived from sun glitter. *J. Marine Res.*, 13:198–227, 1954.
- [10] G. D. Crapper. An exact solution for progressive capillary waves of arbitrary amplitude. *J. Fluid Mech.*, 2:532–540, 1957.
- [11] R. G. Dean. *Water wave mechanics for engineers and scientists*. World Scientific, Singapore, 1991.

- [12] O. Faugeras. *Three-Dimensional Computer Vision: A Geometric Viewpoint*. MIT Press, 1993.
- [13] O. Faugeras, B. Hotz, and et.al. Real time correlation-based stereo: algorithm, implementations and applications. Technical Report 2013, INRIA, August 1993.
- [14] R. T. Frankot and R. Chellappa. A method for enforcing integrability in shape from shading algorithms. *IEEE Trans. on Patt. Anal. and Mach. Int. PAMI*, 10:439–451, 1988.
- [15] A. Fusiello, A. Trucco, and A. Verri. A compact algorithm for rectification of stereo pairs. *Machine Vision and Applications*, 12:16–22, 2000.
- [16] C. S. Garbe. *Measuring Heat Exchange Processes at the Air-Water Interface from Thermographic Image Sequence Analysis*. PhD thesis, University of Heidelberg, Heidelberg, Germany, December 2001.
- [17] G.C. Harris and M.J. Stevens. A combined corner and edge detector. *Proceedings of the 4th Alvey Vision Conference*, pages 147–151, 1988.
- [18] R. I. Hartley. In defence of the 8-point algorithm. In *ICCV*, Boston, June 1995.
- [19] R. I. Hartley and P. F. Sturm. Triangulation. In *ARPA Image Understanding Workshop*, volume 2, pages 957–966, Monterey, Ca, November 1994.
- [20] R. I. Hartley and A. Zisserman. *Multiple View Geometry in Computer Vision*. Cambridge University Press, ISBN: 0521623049, 2000.
- [21] V. Hilsenstein. *Design and implementation of a passive stereo-infrared imaging system for the surface reconstruction of Water Waves*. PhD thesis, Universität Heidelberg, Heidelberg, Germany, 2004.
- [22] B. A. Hughes, R. W. Grant, and R. W. Chappell. A fast response surface-wave slope meter and measured wind-wave moments. *Deep-Sea Res.*, 24:1211–1223, 1977.
- [23] B. Jähne. *Digitale Bildverarbeitung, 4. Auflage*. Springer, 1997.
- [24] B. Jähne. *Practical Handbook on Digital Image Processing for Scientific Applications*. CRC-Press, Boca Raton, FL, USA, 1997.
- [25] B. Jähne. Analytische Beschreibung der Bildgebung bei der kombinierten Neigungs- und Höhenmessung von windwellen, 2004.
- [26] B. Jähne, J. Klinke, and S. Waas. Imaging of short ocean wind waves: a critical theoretical review. *J. Opt. Soc. Am.*, 11(8):2197–2209, 1994.

- [27] B. Jähne, K. O. Münnich, R. Bössinger, A. Dutzi, W. Huber, and P. Libner. On the parameters influencing air-water gas exchange. *J. Geophys. Res.*, 92(C2):1937–1949, 1987.
- [28] B. Jähne and H. J. Schultz. Calibration and accuracy of optical slope measurements for short wind waves. In L. Estep, editor, *Optics of the Air-Sea Interface: Theory and Measurements*, volume 1749 of *Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng.*, pages 222–233, 1992.
- [29] B. Kinsman. *Wind Waves*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1965.
- [30] S. A. Kitaigorodskii. On the theory of the equilibrium range in the spectrum of wind-generated gravity waves. *JPHO*, 13:816–827, 1983.
- [31] R. Klette, A. Koschan, and K. Schlüns. *Computer Vision, Räumliche Information aus digitalen Bildern*. Vieweg, Braunschweig, 1996.
- [32] J. Klinke. *Optical measurements of small-scale wind-generated water surface waves in the laboratory and the field*. PhD thesis, Universität Heidelberg, Germany, 1996.
- [33] J. Klinke and B. Jähne. 2-d wave number spectra of short wind waves—results from laboratory studies and extrapolation to the ocean. In L. Estep, editor, *Optics of the Air-Sea Interface*, volume 1749, pages 410–420. SPIE, 1992.
- [34] J. Klinke and B. Jähne. Measurement of short ocean wind waves during the mbl-ari west coast experiment. In B. Jähne and E. Monahan, editors, *Selected Papers, 3rd Intern. Symp. on Air-Water Gas Transfer*, pages 165–173, Aeon, Hanau, 1995.
- [35] E. Kohlschütter. Die Forschungsreise S.M.S. Planet ii. Stereophotogrammetrische Aufnahmen. *Annalen der Hydrographie und Maritimen Meteorologie*, 34:220–227, 1906.
- [36] V.N. Kudryavtsev, V.K. Makin, and B. Chapron. Coupled sea surface-atmosphere model. 2. spectrum of short wind waves. *Journal of Geophysical Research*, 104(C4):7625–39, 1999.
- [37] W. Laas. Photographische Messung der Meereswellen. *Zeitschr. d. Vereins Dtsch. Ingenieure*, 49:S.1889 ff., S.1937 ff. und S.1976 ff., 1905.
- [38] W. Laas. Messung der Meereswellen und ihre Bedeutung für den Schiffsbau. *Jahrbuch der Schiffsbau-techn. Gesellschaft*, 7:S.391 ff., 1906.
- [39] W. Laas. Die photographische Messung der Meereswellen. *Veröff. Inst. f. Meereskunde N. F. Reihe A*, Heft 7, April 1921.

- [40] H. Lauer. *Untersuchung der Neigungsstatistik von Wasseroberflächenwellen mittels eines schnellen bildaufnehmenden Verfahrens*. PhD thesis, Universität Heidelberg, Heidelberg, Germany, 1998.
- [41] Charles Loop and Zhengyou Zhang. Computing rectifying homographies for stereo vision. In *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, volume 1, pages 125–131, Fort Collins, CO, June 1999.
- [42] R. Nielsen. *Messungen von Gasaustauschraten am Heidelberger Aeolotron (in preparation)*. PhD thesis, Universität Heidelberg, Germany, 2004.
- [43] O. M. Phillips. The equilibrium range in the spectrum of wind-generated waves. *J. Fluid Mech.*, 156:505–531, 1958.
- [44] O. M. Phillips. *The Dynamics of the Upper Ocean*. Cambridge University Press, New York, 1980.
- [45] O. M. Phillips. Spectral and statistical properties of the equilibrium range in wind-generated gravity waves. *J. Fluid Mech.*, 4:426–434, 1985.
- [46] W. Press, S. Teukolsky, W. Vetterling, and B. Flannery. *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, Cambridge, MA, 2nd edition, 1992.
- [47] J. A. Rice. *Mathematical statistics and data analysis*. Wadsworth and Brooks/Cole Advanced Books and Software, Pacific Grove, California, 1991.
- [48] U. Schimpf. *Untersuchung des Gasaustausches und der Mikroturbulenz an der Meeresoberfläche mittels Thermographie*. PhD thesis, University of Heidelberg, Heidelberg, Germany, 2000.
- [49] A. Schumacher. Stereophotogrammetrische wellenaufnahmen. *Wissenschaftliche Ergebnisse der Deutschen Atlantischen Expedition auf dem Forschungs- und Vermessungsschiff Meteor, 1925 - 1927, 1939*.
- [50] D. J. Stilwell. Directional energy spectra of the sea from photographs. *J. Geophys. Res.*, 74:1974–1986, 1969.
- [51] B. Sturtevant. Optical depth gauge for laboratory studies of water waves. *Rev. Sci. Instr.*, 37(11):1460–1463, 1966.
- [52] Basler Vision Technologies. BASLER A300b User's Manual, 2001.
- [53] J. Tschiersch. Optische Messung vom Kapillarwellen im Hinblick auf den Gasaustausch. Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 1980.

-
- [54] Stefan Waas. Combined slope-height measurements of short wind waves: First results from field and laboratory measurements. In *Optics of the Air-Sea Interface: Theory and Measurements*, San Diego, 1992. SPIE's 1992 International Symposium.
- [55] S. Wass. *Entwicklung eines optischen Meßsystems zur stereoskopischen Messung von Wasseroberflächenwellen*. Diss., Univ. Heidelberg, 1992.
- [56] X. Zhang and C. S. Cox. An algorithm for calculating water surface elevation from surface gradient data. *Exp. in Fluids*, 21:43–48, 1996.
- [57] Z. Zhang. A flexible new technique for camera calibration. *PAMI*, 22(11):1330–1334, November 2000.
- [58] C. L. Zitnick and T. Kanade. A cooperative algorithm for stereo matching and occlusion detection. *PAMI*, 22(7):675–684, July 2000.

Danksagung

Abschließend möchte ich mich noch herzlich bei allen bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben:

Als erstes möchte ich mich bei *Prof. Dr. Bernd Jähne* bedanken, für die Möglichkeit diese Dissertation innerhalb seiner Arbeitsgruppe anzufertigen und für die Betreuung in Form von vielen Anregungen und Diskussionen.

Herrn *Prof. Dr. Josef Bille* möchte ich dafür danken, daß er sich als Zweitgutachter zur Verfügung gestellt hat.

Ganz besonderer Dank gebührt *Günther Balschbach* für die unermüdliche Hilfe bei den Korrekturen in der Endphase dieser Arbeit und für zahlreiche fruchtbare Diskussionen.

Für die zahlreichen Diskussionen und Anregungen bezüglich Stereographie bin ich *Volker Hilsenstein* sehr dankbar.

Bei allen Mitgliedern der Arbeitsgruppe möchte ich mich für das gute Arbeitsklima bedanken. Insbesondere bedanke ich mich bei allen Korrekturlesern!

Peggy Spitzer danke ich für die Geduld und die aufmunternden Worte in der Endphase dieser Arbeit.

Zuletzt möchte ich mich noch bei meinen Eltern bedanken. Sie haben mein Studium und damit das Zustandekommen dieser Arbeit erst ermöglicht.