

INAUGURAL - DISSERTATION
zur
Erlangung der Doktorwürde
der
Naturwissenschaftlich - Mathematischen
Gesamtfakultät
der
Ruprecht - Karls - Universität
Heidelberg

vorgelegt von
Dipl.-Phys. Michael Beutelspacher
aus Speyer

Tag der mündlichen Prüfung: 29. 5. 2000

Systematische Untersuchungen zur Elektronenkühlung am Heidelberger Schwerionenspeicherring TSR

Gutachter: Prof. Dr. Dirk Schwalm
Prof. Dr. H-Jürgen Kluge

Im Andenken an
Wenedikt Jerofejew

Systematische Untersuchungen zur Elektronenkühlung am Heidelberger Schwerionenspeicherring TSR

In dieser Arbeit wurde die Elektronenkühlung systematisch erstmals sowohl longitudinal als auch transversal am Heidelberger Speicherring TSR untersucht. Transversal wurde eine Methode entwickelt, um Kühlraten für kleine Relativgeschwindigkeiten zu bestimmen. Aus dieser Kühlrate kann der Reibungskoeffizient, bzw. der Gradient der Kühlkraft im linearen Regime der Kraft berechnet werden. Longitudinal wurde die Kraft im linearen Regime mit Hilfe des Induktionsbeschleunigers und mit stochastischem Heizen gemessen. Letztere Methode wurde im Rahmen dieser Arbeit am TSR implementiert.

Der Einfluß des longitudinalen magnetischen Führungsfeldes, der transversalen Elektronentemperatur und der Parameter Elektronendichte, Ionenintensität und Ionenladung wurde im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten systematisch untersucht. Die Experimente zur Ladungsabhängigkeit der Kühlkraft fanden dabei im Rahmen einer Strahlzeit mit D^+ , ${}^6\text{Li}^{3+}$, ${}^{12}\text{C}^{6+}$ und ${}^{16}\text{O}^{8+}$ (6.1 MeV/u) statt.

Im Bereich hoher Relativgeschwindigkeiten wurden longitudinale Kühlkräfte gemessen und die Abhängigkeiten der Parameter Elektronendichte, Ionenintensität und Ionenladung studiert. Transversal wurden Kühlzeitmessungen injizierter Strahlen, bzw. Strahlen großer anfänglicher Strahldurchmesser durchgeführt.

Darüber hinaus wurde die Ladungs- und Teilchenzahlabhängigkeit der strahlinternen Streuung studiert und erstmals die dispersive Elektronenkühlung, mit der die horizontale Kühlrate beeinflusst werden kann, untersucht. Die gemessenen Kräfte bzw. Raten konnten dabei mit einem einfachen Modell hervorragend beschrieben werden.

Systematic investigation of electron cooling at the Heidelberg heavy ion storage ring TSR

Electron cooling has been investigated systematically for the first time both for the longitudinal and the transverse degree of freedom at the Heidelberg heavy ion storage ring TSR. A method was developed to measure transverse cooling rates for low relative velocities in order to determine the friction coefficient, which is given by the gradient of the force in its linear regime. In that regime the force was measured with an induction accelerator and with stochastic heating as well. The latter method was implemented at the TSR within the framework of this thesis.

The influence of the magnetic guiding field, of the transverse electron temperature and of the parameters electron density, ion intensity and ion charge was investigated for low relative velocities. The experiments to the charge dependence of the cooling force were done within a beam time with D^+ , ${}^6\text{Li}^{3+}$, ${}^{12}\text{C}^{6+}$ and ${}^{16}\text{O}^{8+}$ (6.1 MeV/u).

For high relative velocities the longitudinal cooling force was measured and the parameters electron density, ion intensity and ion charge were studied. For the transverse degree of freedom cooling time measurements with injected ion beams - beams having large initial diameters respectively - were performed.

Furthermore the dependence of intra beam scattering on the charge and the number of particles was studied. Dispersive electron cooling, affecting the horizontal cooling rate, was investigated for the first time. The measured forces and rates could very well be described by a simple model.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Grundlagen	7
2.1	Physik gespeicherter Ionenstrahlen	7
2.1.1	Koordinatensystem	7
2.1.2	Transversale Bewegungsgleichungen	7
2.1.3	Dispersion und Momentum-Compaction-Faktor	8
2.2	Eigenschaften des Elektronenstrahls	9
2.2.1	Der Elektronenkühler	9
2.2.2	Temperaturen des Elektronenstrahls	10
2.2.3	Adiabatische Expansion	11
2.2.4	Raumladung	12
2.2.5	Wichtige Plasmagrößen	12
2.2.6	Kühlraten	13
2.2.7	Fokker-Planck Gleichung	15
3	Theoretische Beschreibung der Elektronenkühlung	17
3.1	Binäres Stoßmodell	17
3.1.1	Coulomb-Logarithmus ohne Magnetfeld	19
3.1.2	Eigenschaften der Kühlkraft ohne Magnetfeld	19
3.2	Dielektrische Beschreibung	26
3.2.1	Voraussetzungen	26
3.2.2	Die Kraft in der dielektrischen Beschreibung	27
3.3	Berücksichtigung eines longitudinalen Magnetfeldes	28
3.3.1	Coulomb-Logarithmus mit Magnetfeld	29
3.3.2	Binäres Stoßmodell bei Anwesenheit eines Magnetfeldes	31
3.3.3	Dielektrische Theorie bei Anwesenheit eines Magnetfeldes	32
3.3.4	Eigenschaften der magnetischen Kühlkräfte	33
4	Strahldiagnose	45
4.1	Schottkydiagnose	45
4.2	Strahltransferfunktion BTF	46
4.3	Strahlprofilmonitor	50

5	Meßmethoden zur Elektronenkühlung	55
5.1	Longitudinale Kühlkraftmessung mit Hilfe des Induktionsbeschleunigers	55
5.1.1	Kleine Relativgeschwindigkeiten	55
5.1.2	Große Relativgeschwindigkeiten	59
5.2	Longitudinale Kühlkraftmessung mit stochastischem Heizen	60
5.2.1	Prinzip	60
5.2.2	Diffusionskonstante	60
5.2.3	Experimenteller Aufbau	61
5.2.4	Systematische Untersuchungen der Meßmethode mit $^{12}\text{C}^{6+}$ Ionen	63
5.3	Transversale Kühlraten für Ionenstrahlen kleiner anfänglicher Durchmesser	67
5.3.1	Fokker-Planck Gleichung	68
5.3.2	Intrabeamschattering	69
5.3.3	Kühlzeitmessungen für Strahlen kleiner Anfangsdurchmesser .	74
6	Experimentelle Ergebnisse	81
6.1	Untersuchungen zum Einfluß von magnetischem Führungsfeld und Expansion	82
6.2	Ladungsabhängigkeit der Elektronenkühlung für kleine Relativgeschwindigkeiten	86
6.2.1	Gleichgewichtsemittanzen	87
6.2.2	Ionenstromabhängigkeit	89
6.2.3	Elektronendichteabhängigkeit	95
6.2.4	Ladungsskalierung	102
6.3	Elektronenkühlung für hohe Relativgeschwindigkeiten	106
6.3.1	Longitudinale Kühlkraft für hohe Relativgeschwindigkeiten . .	106
6.3.2	Horizontale Kühlzeiten für hohe Relativgeschwindigkeiten . . .	110
7	Dispersive Elektronenkühlung	119
7.1	Prinzip	119
7.2	Messung der Raumladungsparabel und der Dispersion	120
7.3	Kühlraten und Kühlkräfte	127
7.4	Summe der Reibungskoeffizienten	132
8	Zusammenfassung und Ausblick	133
	Literaturverzeichnis	137

1 Einleitung

Schnelle Ionenstrahlen in Speicherringen ermöglichen eine Vielzahl physikalischer Experimente, bzw. finden eine breite Anwendung. Das Spektrum der Experimente reicht von Teilchen-, Kern- und Atomphysik bis zur Molekülphysik. Dabei spielt die Temperatur des Ionenstrahls eine wesentliche Rolle. Da die Strahlen durch magnetische Felder geführt und fokussiert werden, bleibt diese Temperatur zunächst erhalten und wächst durch Streuung am Restgas, bzw. der gespeicherten Teilchen untereinander, an. Einen Prozeß, der die Strahltemperatur verkleinert, bzw. die Phasenraumdichte erhöht, bezeichnet man als Strahlkühlung. Es ist häufig von Interesse, die Strahltemperatur im Blick auf die Auflösung von Experimenten mit dem Ionenstrahl zu reduzieren. Weiterhin können dadurch Strahleigenschaften wie Luminosität, Lebensdauer, etc. verbessert werden. Elektronen können mit Hilfe der Synchrotronstrahlung gekühlt werden, bei schweren Ionen ist dies nicht der Fall, so daß man von außen Reibung einführen muß, um dem Strahl Energie zu entziehen. Dabei existieren 3 etablierte Methoden der Strahlkühlung, nämlich die Elektronenkühlung, die stochastische Kühlung und die Laserkühlung.

Die Idee der Elektronenkühlung stammt aus dem Jahr 1966 und geht auf Budker zurück [1]. Sie besteht darin, dem gespeicherten Ionenstrahl einen intensiven, energiescharfen Elektronenstrahl gleicher Geschwindigkeit zu überlagern. Durch Coulombwechselwirkung übertragen die Ionen Energie auf den stets in gleichbleibender Qualität erneuerten Elektronenstrahl.

Die ersten erfolgreichen Elektronenkühlexperimente wurden 1974-1975 am NAP-M Ring in Novosibirsk mit Protonen durchgeführt [2]. Ein erstaunliches Ergebnis war, daß die Kühlzeiten wesentlich geringer waren als vorher abgeschätzt. Dies ist vor allem auf das longitudinale magnetische Führungsfeld und die aufgrund der hohen Energie der Elektronen kleine longitudinale Energieunschärfe der Elektronen zurückzuführen [3]. Bald darauf wurden dann auch in Europa und den USA Elektronenkühler für Protonen- bzw. Antiprotonenspeicherringe aufgebaut (ICE (CERN, Genf) [4], Fermilab [5], LEAR Genf [6]).

Der Schwerionenspeicherring TSR am Max-Planck-Institut für Kernphysik in Heidelberg ging 1988 als erster einer neuen Generation von Kühlerspeicherringen (TARN-II Tokyo [7], ESR Darmstadt [8], ASTRID Aarhus [9], CRYRING Stockholm [10].) in Betrieb [11]. Hier wurde erstmals die Kühlung schwerer Ionen demonstriert [12]. Am TSR können Ionen und Moleküle mit einem typischen Ladungs zu Masseverhältnis Z/A von 1:2 bis zu einer Energie von ca. 30 MeV/u gespeichert

werden, entsprechend der maximalen Steifigkeit von 1.5 Tm.

Der schematische Aufbau des TSR ist in Abbildung 1.1 dargestellt. Der Speicher-

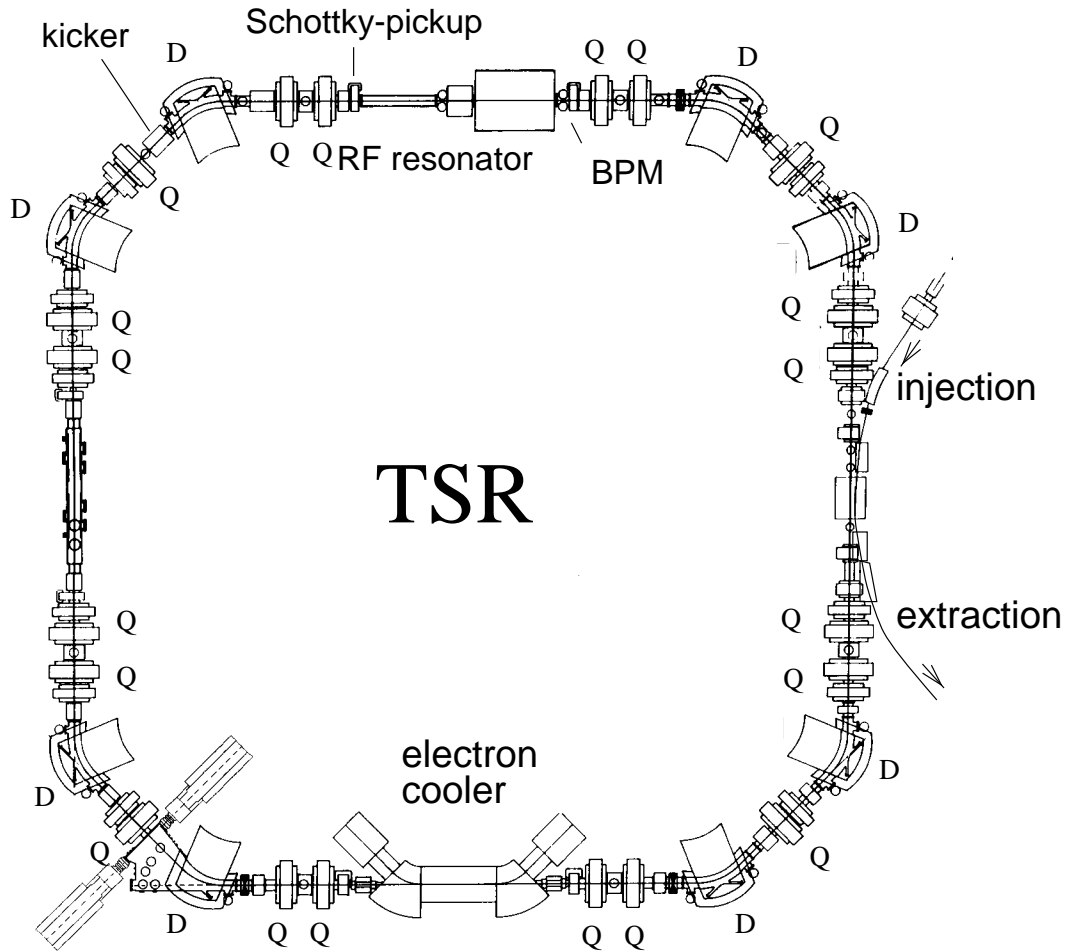


Abbildung 1.1: Schematischer Aufbau des TSR: Dipole (D), Quadrupole (Q) , Injektion und Extraktion, Elektronenkühler, Experimentier- und HF Strecke.

ring hat einen Umfang von 55.4 m. Der Strahl wird durch acht 45°-Dipolmagnete abgelenkt und mit fünf Quadrupolfamilien fokussiert. Die vier geraden, jeweils 9.5 m langen, Sektionen werden von der Injektion und Extraktion, dem Elektronenkühler, der Experimentierstrecke und der HF Strecke, wo sich HF-System, Schottky-Pickup und Strahlprofilmonitor BPM befinden, eingenommen.

Die Lebensdauer gespeicherter Ionen ist durch die Wechselwirkung der Ionen mit dem Restgas und dem Elektronenstrahl des Kühlers bestimmt. Diese sind gegeben durch Streuung am Restgas und Umladeprozesse wie Stripping Reaktionen und Elektroneneinfang im Kühler. Bei einem Restgasdruck von typisch 5×10^{-11} mbar erstreckt sich die Lebensdauer über einen Bereich von wenigen Sekunden bis zu einigen Tagen. In Tabelle 1.1 sind Energie, Intensität und Lebensdauer einiger am

TSR gespeicherter Ionen und Moleküle aufgeführt. Elektronengekühlte Ionenstrahlen wurden dabei zusätzlich mit einem Stern markiert.

Strahl	Energie [MeV]	Intensität [μA]	Lebensdauer [sec]	ECOOL
p	21	3300	22000	*
HD ⁺	2	3	26	*
HeH ⁺	2		24	*
⁷ Li ⁺	13.4	23	63	*
⁹ Be ⁺	7.3	3	25	*
¹² C ²⁺	4.5	60	18	
¹² C ⁶⁺	73.3	18000	1700	*
¹⁵ N ³⁺	6		18	
¹⁶ O ⁴⁺	55	14	45	*
²⁸ Si ⁴⁺	53.4	40	21	*
³² S ¹⁶⁺	195	1500	450	*
⁵⁶ Fe ¹⁷⁺	311	145	52	*
⁵⁶ Fe ¹⁸⁺	240	300	33	*
⁸⁰ Se ²³⁺	354	15	55	*
¹⁹⁷ Au ⁵⁰⁺	695	3	3	*
¹⁹⁷ Au ⁵¹⁺	695		23	*

Tabelle 1.1: Energie, Intensität und Lebensdauer einiger am TSR gespeicherter Ionen und Moleküle. Die Verwendung der Elektronenkühlung ist mit einem Stern gekennzeichnet. Für die Strahlarten, in denen die Intensität unter der verlässlichen Nachweisgrenze des Strahltransformators von 1 μA lag, ist in der Tabelle kein Wert angegeben.

Die Verwendung des Elektronenstrahls als Elektronentarget ermöglicht es, die Wechselwirkung zwischen Elektronen und Ionen mit hoher Präzision zu studieren und damit atom- und molekülphysikalische Fragestellungen zu bearbeiten. Darüber hinaus ist es möglich, mit Hilfe der Elektronenkühlung in Verbindung mit der sogenannten MULTITURN-Injektion den Strahl zu akkumulieren (=ECOOL-Stacking), wobei die Intensität um Faktoren in der Größenordnung 1000 gesteigert werden können im Vergleich zur Intensität des Injektors [13]. So sind z.Bsp. die Intensitäten in Tab. 1.1 für Protonen, ¹²C⁶⁺, ³²S¹⁶⁺, ⁵⁶Fe¹⁷⁺ und ⁵⁶Fe¹⁸⁺ mit diesem Verfahren erreicht worden.

Eine detaillierte theoretische Beschreibung der Elektronenkühlung ist außerordentlich schwierig. Die Aufgabe, magnetisches Führungsfeld und anisotrope Elektronenverteilung beide in einer Beschreibung zu berücksichtigen, erweist sich als fast unüberwindbare Hürde. Ein weiteres Hindernis auf diesem Gebiet, ist die Tatsache, daß es wenig systematische, experimentelle Studien gibt. Die Kühlkraft wurde in

der Vergangenheit ausschließlich longitudinal untersucht und oftmals wenig systematisch. Eine übliche Normierung gemessener longitudinaler Kräfte auf $n_e Z^2$ scheint bei kleinen Relativgeschwindigkeiten von Ionen- und Elektronenstrahl zu großen Diskrepanzen zu führen [14]. Ein gutes theoretisches Verständnis der Elektronenkühlung ist aber wichtig für den Betrieb bestehender Anlagen, bzw. für das Design zukünftiger Elektronenkühler, wenn man z.Bsp. die Kühlung auf größere Ionenenergien (\approx GeV/u) übertragen will, o.ä. .

Mit Hilfe des experimentellen Umfeldes des TSR war es möglich, in dieser Arbeit die Elektronenkühlung erstmals longitudinal und transversal systematisch zu untersuchen. So wurde erstmals der Einfluß von magnetischem Führungsfeld, transversaler Elektronentemperatur, Eigenschaften der Strahlen, wie Elektronendichte, Intensität des Ionenstrahls, Ionenladung, etc. systematisch studiert. Darüberhinaus wurde die Kühlung bei hohen Relativgeschwindigkeiten, die für die Akkumulation schwerer Ionen von Bedeutung sind, detailliert untersucht. Weiter wurden erstmals Experimente zur dispersiven Elektronenkühlung durchgeführt.

2 Grundlagen

2.1 Physik gespeicherter Ionenstrahlen

In diesem Kapitel sollen einige grundsätzliche Begriffe, bzw. Zusammenhänge erläutert werden. Es wird zuerst ein kurzer Überblick über den Phasenraum und die Dynamik gespeicherter Ionenstrahlen gegeben. Danach werden grundlegende Eigenschaften des Elektronenstrahls, wie Temperatur und Plasmaeigenschaften behandelt.

2.1.1 Koordinatensystem

Die Bewegung eines Teilchens in einem Speicherring wird üblicherweise auf die geschlossene Idealbahn (=Sollbahn) bezogen. Daher wird ein Koordinatensystem x, y, s gewählt, dessen Ursprung entlang der Sollbahn verläuft. Die longitudinale Koordinate wird durch s , horizontale, bzw. vertikale Ablage durch x , bzw. y beschrieben.

2.1.2 Transversale Bewegungsgleichungen

Der Ionenstrahl wird durch Magnete manipuliert, die Bewegungsgleichungen erhält man aus der Lorentzkraft. Indem man das Magnetfeld nach der Ablage von der Sollbahn entwickelt und nur Terme nullter und erster Ordnung berücksichtigt, kann man die Bewegungsgleichungen linearisieren. Dies entspricht der ausschließlichen Verwendung von idealen Dipol- und Quadrupolmagneten [15]:

$$\frac{d^2x(s)}{ds^2} + k_x(s)x(s) = \frac{\Delta p}{p} \frac{1}{\rho(s)} \quad (2.1)$$

$$\frac{d^2y(s)}{ds^2} + k_y(s)y(s) = 0 \quad (2.2)$$

Hier ist $k_x(s) = 1/\rho^2(s) + k(s)$ und $k_y(s) = -k(s)$; $1/\rho(s)$ ist die Dipolstärke und $k(s)$ die Quadrupolstärke. Da die Dipolmagnete nur in der horizontalen Ebene wirken, enthält die Differentialgleichung 2.1 Terme, die von der longitudinalen Impulsabweichung $\Delta p/p$ und der Krümmung der Bahn $\rho(s)$ abhängig sind. Die Gleichungen werden für ein Teilchen mit Sollimpuls ($\Delta p/p = 0$) gelöst durch:

$$x(s) = \sqrt{\epsilon_x \beta_x(s)} \cos(\Psi_x(s) + \Phi) \quad (2.3)$$

Eine entsprechende Lösung erhält man für die vertikale Koordinate. Die transversale Bewegung eines Teilchens ist eine pseudoharmonische Schwingung, deren Amplitude und Phase vom Ort s abhängt, die sogenannte *Betatronschwingung*. Phasenvorschub $\Psi(s)$ und die Betafunktion $\beta(s)$ werden durch die Anordnung der Magnete, dem sogenannten Lattice, vorgegeben. $x(s)$ und $x'(s) = dx/ds$ parametrisieren eine Ellipse der Fläche $\pi\epsilon_x$ im Phasenraum, der von x und x' aufgespannt wird. Form und Orientierung der Ellipse ändern sich entlang der Sollbahn, die Einteilchenemittanz ϵ jedoch ist eine Konstante der Bewegung. Oft läßt sich die transversale Ladungsverteilung eines Ionenstrahls durch eine Gaußverteilung beschreiben, so daß es üblich ist, die Standardabweichung σ dieser Verteilung für die Definition der Emittanz eines Ionenstrahls zu verwenden:

$$\epsilon_{x,y} = \frac{\sigma_{x,y}(s)^2}{\beta_{x,y}(s)} \quad (2.4)$$

Die Einheit der Emittanz ist m·rad.

2.1.3 Dispersion und Momentum-Compaction-Faktor

Die Gl. 2.3 ist die homogene Lösung der Differentialgleichung 2.1. Die allgemeine Lösung x_g ist durch die Summe von homogener und spezieller Lösung gegeben:

$$x_g(s) = x(s) + \frac{\Delta p}{p} \cdot D(s) \quad (2.5)$$

Dabei ist $D(s)$ die spezielle Lösung für $\Delta p/p = 1$. Das Teilchen bewegt sich demnach auf einer durch $\Delta p/p$ gegebenen Dispersionsbahn. Die Dispersion $D(s)$ beschreibt die Ablage der Dispersionsbahn zum Sollorbit. Dadurch ändert sich auch die Bahnlänge und führt zu einer Abhängigkeit der Umlaufzeit vom Teilchenimpuls. Die Änderung der Bahnlänge kann mit dem Momentum-Compaction-Faktor α_p berechnet werden. Dieser ist definiert als das Verhältnis von relativer Bahnlängenänderung zu relativer Impulsänderung:

$$\alpha_p := \frac{\Delta L/L}{\Delta p/p} = \frac{1}{L_0} \oint \frac{D(s)}{\rho(s)} ds \quad (2.6)$$

L_0 ist die Länge des Sollorbits. Im Standardmode des TSR ist die Dispersion an der Stelle der Elektronenkühlung klein ($D = 0.3$ m). Geschwindigkeit und Bahnlänge bestimmen die Umlauffrequenz. Zwischen der Impulsabweichung Δp und der Abweichung der Umlauffrequenz Δf im Vergleich mit einem Sollteilchen (p, f) besteht folgender Zusammenhang:

$$\frac{\Delta f}{f} = \eta \frac{\Delta p}{p} \quad (2.7)$$

wobei η durch $\eta = 1/\gamma^2 - \alpha_p$ gegeben ist [16]; γ ist der Lorentzfaktor $\sqrt{1 - \beta^2/c^2}$.

2.2 Eigenschaften des Elektronenstrahls

Die Amplitude der Betatronbewegung von Ionen (Gl. 2.3) kann mit Hilfe der Elektronenkühlung gedämpft werden. Die Kühlung wird im wesentlichen von den Eigenschaften des Elektronenstrahls, insbesondere von den Geschwindigkeitsunschärfen im mitbewegten System bestimmt. Die wichtigsten Eigenschaften sollen im folgenden erläutert werden.

2.2.1 Der Elektronenkühler

In Abb. 2.1 ist der schematische Aufbau des Heidelberger Elektronenkühlers dargestellt. Die Elektronen werden an einer Glühkathode ($T_c \approx 1000^\circ\text{C}$), die einen Durchmesser von $3/8$ " (9.525 mm) besitzt, durch eine Hochspannung (100 V - 35 kV) abgesaugt. Der Elektronenstrahl wird durch magnetische Felder geführt und auf einer Länge von etwa 1.2 m mit dem Ionenstrahl in der sogenannten Wechselwirkungszone zum Überlapp gebracht. Durch Reduktion des Magnetfeldes im Toroid (Faktor 1 - 30 im Vergleich zum Feld am Ort der Kathode) kann der Elektronenstrahl aufgeweitet werden (siehe Abschnitt 2.2.3). Der Durchmesser des Elektronenstrahls

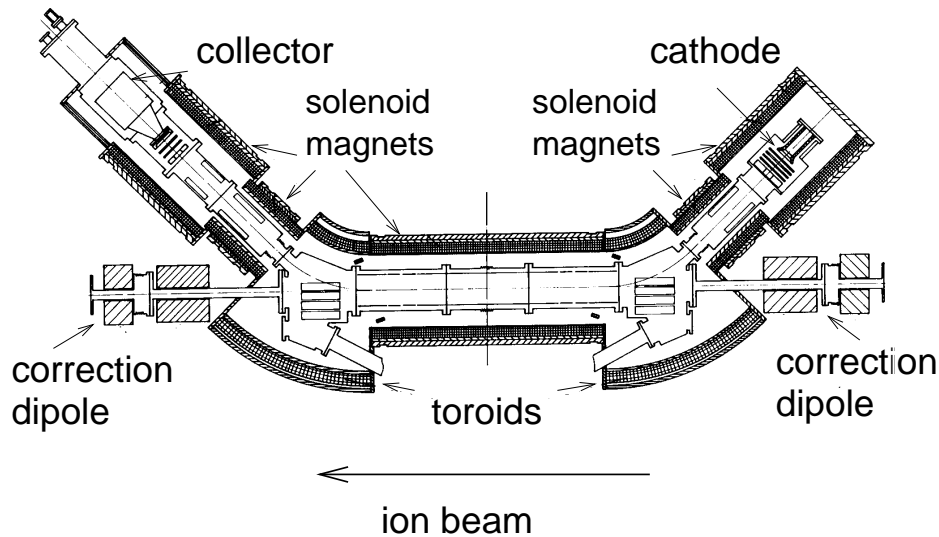


Abbildung 2.1: Schematischer Aufbau des Heidelberger Elektronenkühlers. Der Elektronenstrahl wird an einer Glühkathode erzeugt und mit Hilfe von magnetischen Feldern geführt. Nach Wechselwirkung mit dem Ionenstrahl wird der Elektronenstrahl aus dem Speicherring ausgelenkt und im Kollektor aufgefangen.

kann daher 10 - 50 mm betragen. Ein typischer Wert des Magnetfeldes in der Wechselwirkungszone beträgt 420 Gauß. Durch einen weiteren Toroidmagneten wird der

Elektronenstrahl aus dem Speicherring ausgelenkt und im Kollektor aufgefangen und vernichtet.

2.2.2 Temperaturen des Elektronenstrahls

Die Elektronen im Elektronenstrahl besitzen eine gewisse Geschwindigkeitsverteilung, die Geschwindigkeitsunschärfe ist folglich durch die Wurzel aus der mittleren quadratischen Abweichung vom Mittelwert gegeben. Die Temperatur eines klassischen Gases ist folgendermaßen gegeben:

$$\langle E \rangle = \frac{f}{2} kT$$

$\langle E \rangle$ ist die mittlere Energie eines Teilchens und f die Anzahl der Freiheitsgrade. Entsprechend definiert man für den Elektronenstrahl folgende Strahltemperaturen:

$$\frac{1}{2} kT_{\parallel} = \frac{1}{2} m_e \Delta_{e\parallel}^2 \quad (2.8)$$

$$kT_{\perp} = \frac{1}{2} m_e \Delta_{e\perp}^2 \quad \text{mit} \quad \Delta_{e\perp}^2 = \Delta_{e_x}^2 + \Delta_{e_y}^2 \quad (2.9)$$

Mit Δ_{e_x} und Δ_{e_y} wird die horizontale bzw. die vertikale Geschwindigkeitsunschärfe der Elektronen bezeichnet. Die Elektronen haben zunächst eine thermische Verteilung, die der Temperatur der Glühkathode T_c von 1000°C (≈ 110 meV) entspricht. Aufgrund des longitudinalen Magnetfeldes werden der longitudinale und der transversale Freiheitsgrad des Elektronenstrahls entkoppelt. Durch die Beschleunigung verringert sich die longitudinale Geschwindigkeitsunschärfe und damit auch die longitudinale Temperatur gemäß [17]:

$$kT_{\parallel} = \frac{(kT_c)^2}{2E_{\parallel}} + C \frac{e^2 n_e^{1/3}}{4\pi\epsilon_0} \quad (2.10)$$

Hierbei ist $E_{\parallel} = eU$ die kinetische Energie der Elektronen nach Durchlaufen der Beschleunigungsspannung U . Der erste Term beschreibt die Reduktion der longitudinalen Temperatur aufgrund der Beschleunigung. Der Beitrag zur Temperatur aufgrund von Relaxationsprozessen ist im zweiten Term berücksichtigt, wobei n_e die Elektronendichte nach der Beschleunigung repräsentiert und C eine von der Beschleunigungsstruktur abhängige Konstante von etwa 2 ist.

Für eine Elektronendichte von $n_e = 10^7 \text{ cm}^{-3}$ und einer Geschwindigkeit von $\beta = 0.10$ ergibt sich eine longitudinale Temperatur von $\approx 64 \mu\text{eV}$, wobei der Beschleunigungsterm nur $2 \mu\text{eV}$ beträgt. Die transversale Temperatur wird jedoch von der Beschleunigung nicht beeinflusst. Die Geschwindigkeitsverteilung ist also aufgrund der kleinen longitudinalen Strahltemperatur sehr anisotrop und wird durch Gl. 2.11 (abgeflachte Maxwellverteilung) beschrieben:

$$f(\vec{v}_e) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \Delta_{e\parallel} \Delta_{e_x} \Delta_{e_y}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\left(\frac{v_{\parallel}}{\Delta_{e\parallel}} \right)^2 + \left(\frac{v_x}{\Delta_{e_x}} \right)^2 + \left(\frac{v_y}{\Delta_{e_y}} \right)^2 \right] \right\} \quad (2.11)$$

2.2.3 Adiabatische Expansion

Eine Methode, um auch transversal die Temperatur des Elektronenstrahls zu reduzieren, besteht darin, den Strahl langsam, d.h. adiabatisch zu expandieren. Hierbei wird der Strahl durch Reduktion des longitudinalen magnetischen Führungsfeldes aufgeweitet.

Bewegt sich ein Elektronenstrahl längs eines konstanten Magnetfeldes, so gilt für die mittlere transversale Energie $\langle E_{\perp} \rangle$ [18]:

$$\frac{\langle E_{\perp} \rangle}{B} = const \quad (2.12)$$

Gleichung 2.12 ist nun weiterhin erfüllt, falls das Magnetfeld hinreichend schwach abnimmt. Hinreichend schwach bedeutet, daß der Gradient des Magnetfeldes klein ist gegen das Magnetfeld, das auf ein Elektron während einer Zyklotronperiode wirkt. Man definiert folgenden Adiabasiereparameter ξ [17]:

$$\xi = \frac{\lambda_c}{B} \left| \frac{dB}{dz} \right| \quad (2.13)$$

λ_c ist hierbei die Strecke in z , die ein Elektron während einer Zyklotronperiode zurücklegt. Die Änderung des Magnetfeldes heißt adiabatisch, wenn $\xi \ll 1$ gilt. Das Expansionsverhältnis α_{exp} ist gegeben durch die Reduzierung des Magnetfeldes bezüglich des anfänglichen Wertes B_i :

$$\alpha_{exp} = \frac{B_i}{B} \quad (2.14)$$

Die mittlere transversale Energie $\langle E_{\perp} \rangle$ und damit die transversale Temperatur verringert sich um den Faktor $1/\alpha_{exp}$. Entsprechend vergrößert sich die Querschnittsfläche des Elektronenstrahls. Es gilt für den Radius:

$$R = \sqrt{\alpha_{exp}} R_i$$

Am TSR sind Expansionsfaktoren α_{exp} von 1 - 30 möglich. Daraus ergeben sich transversale Temperaturen von etwa 120 - 4 meV und Strahlradien von 4.8 - 26 mm ($R_i = 4.7625$ mm).

Nimmt man die Elektronendichte n_e über den Querschnitt des Elektronenstrahls als konstant an, so ergibt sich für einen expandierten Strahl:

$$n_e = \frac{1}{\pi e c} \cdot \frac{I_e}{\alpha_{exp} R_i^2 \beta_e} \quad (2.15)$$

Hierbei ist $\beta_e = 1/c \cdot \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}$ die Laborgeschwindigkeit des Elektronenstrahls in Einheiten der Lichtgeschwindigkeit, I_e ist der Elektronenstrom.

2.2.4 Raumladung

Die Ladungsverteilung des Elektronenstrahls wird durch einen homogen geladenen Zylinder beschrieben:

$$\rho(r, z, \theta) = \rho(r) = \begin{cases} \rho_0 & \text{für } r \leq R \\ 0 & \text{für } r > R \end{cases} \quad (2.16)$$

R ist der Radius des Strahls und $\rho_0 = en_e$ die Ladungsdichte. Das Potential aufgrund dieser Raumladungsverteilung ist:

$$\Phi_{spacecharge} = \frac{en_e}{4\epsilon_0} \begin{cases} r^2 & \text{für } r \leq R \\ R^2(1 + 2 \ln(\frac{r}{R})) & \text{für } r > R \end{cases} \quad (2.17)$$

Das Raumladungspotential sorgt einerseits dafür, daß das Potential vom Strahlrohr zur Strahlmitte hin abgesenkt wird. Dadurch entsteht ein radiales parabelförmiges Geschwindigkeitsprofil, dessen Minimum sich in der Strahlmitte befindet. Andererseits wirkt ein radiales elektrisches Feld. Das Aufblähen des Strahls wird nun durch das longitudinale Führungsfeld verhindert. Dies sorgt dafür, daß die Elektronen senkrecht zur Raumladungskraft ausweichen und der ganze Elektronenstrahl um die longitudinale Achse rotiert. Unter Vernachlässigung der Zentrifugalkraft, erhält man, nach Gleichsetzen von Lorentzkraft $e(\omega_d r)B$ und Raumladungskraft $e\alpha_D r$, mit $\alpha_D = en_e/(2\epsilon_0)$, die Rotationsfrequenz ω_d :

$$\omega_d \approx \frac{\alpha_D}{B} = \frac{en_e}{2\epsilon_0 B} \quad (2.18)$$

2.2.5 Wichtige Plasmagrößen

Die Elektronen stellen ein Plasma dar. Grundlegende Plasmaeigenschaften sollen in diesem Abschnitt behandelt werden (siehe z.Bsp. [19]). Ein Plasma wird durch seine Dichte n , Temperatur T , Masse m und Ladung Ze charakterisiert. Die folgenden Gleichungen beziehen sich im wesentlichen auf Elektronen, so daß Dichte und Masse durch n_e , bzw. m_e ersetzt werden. Weiterhin beziehen sich die Größen zunächst auf ein isotropes Plasma, das durch eine Temperatur T bestimmt ist. Aufgrund der Anisotropie des Elektronenstrahls werden die entsprechenden Plasmagrößen für die verschiedenen Freiheitsgrade formal durch die folgenden Gleichungen berechnet, indem man jeweils die longitudinale bzw. die transversale Elektronentemperatur verwendet.

Der Plasmamparameter Γ ist definiert als das Verhältnis von mittlerer potentieller Energie zu mittlerer kinetischer Energie:

$$\Gamma = \frac{\langle E_{pot} \rangle}{\langle E_{kin} \rangle} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 kT} \left(\frac{4\pi}{3} n_e\right)^{1/3} \quad (2.19)$$

Das Feld $Z \cdot e$ einer Probeladung wird im Plasma exponentiell, auf der Skala der sogenannten Debye'schen Abschirmlänge λ , abgeschirmt; diese ist von Temperatur und Dichte des Plasmas abhängig:

$$\lambda = \sqrt{\frac{\epsilon_0 kT}{e^2 n_e}} \quad (2.20)$$

Die Zahl der Elektronen in einer Debyesphäre ist im wesentlichen durch $n_e \lambda^3$ gegeben. Eine weitere Größe ist der sogenannte Ordnungsparameter [20] der Elektron-Ion-Kopplung $Z\Gamma^{3/2}$, wobei Z die Ladungszahl eines Ions ist:

$$Z\Gamma^{3/2} \propto \frac{Z}{n_e \lambda^3} \quad (2.21)$$

Der Ordnungsparameter ist proportional zum Verhältnis der Ionenladung Ze zur Ladung der Elektronen in einer Debyesphäre, er ist ein Maß für die Linearität der Elektron-Ion-Kopplung. Gilt $Z\Gamma^{3/2} \lesssim 1$, so spricht man von linearer Kopplung, ansonsten von nichtlinearer Kopplung.

Wird ein Plasma durch eine kleine Störung aus dem Gleichgewicht gebracht, so vollführt es Schwingungen mit der Plasmafrequenz ω_{pl} . Typische Zeitskalen für Änderungen eines Plasmas sind demnach durch die Plasmaperiode τ_{pl} gegeben.

$$\omega_{pl} = \sqrt{\frac{e^2 n_e}{m_e \epsilon_0}} \quad (2.22)$$

$$\tau_{pl} = \frac{2\pi}{\omega_{pl}} \quad (2.23)$$

In Tabelle 2.1 sind typische Größen des Heidelberger Elektronenkühlers aufgezählt für eine Elektronendichte von $n_e = 10^7 \text{ cm}^{-3}$, ein longitudinales Führungsfeld $B_{cool} = 418$ Gauß, einen Expansionsfaktor von 9.6 ($kT_{\perp} \approx 13$ meV) und ein Ion mit einer Laborgeschwindigkeit von 10 % der Lichtgeschwindigkeit. Die longitudinale Elektronentemperatur wurde dabei mit Hilfe von Gl. 2.10 aus der Dichte n_e berechnet.

2.2.6 Kühlraten

Durchläuft ein Ion den Elektronenkühler, so erfährt es einen differentiellen Energieverlust dE/dx . Dieser Energieverlust definiert die sogenannte Kühlkraft $F = dE/dx$. Die Bewegung eines Ions kann durch folgende Gleichungen beschrieben werden:

$$m_i \cdot \ddot{x}_{\parallel} - F_{\parallel}(\dot{x}_{\parallel}, \dot{x}_{\perp}) = 0 \quad (2.24)$$

$$m_i \cdot \ddot{x}_{\perp} - F_{\perp}(\dot{x}_{\parallel}, \dot{x}_{\perp}) + D_{\perp} x_{\perp} = 0 \quad (2.25)$$

Aufgrund der transversalen Fokussierung des Strahls mit Hilfe der Quadrupole, erhält man in Gl. 2.25 ein Rückstellglied. Der Einfachheit halber ist die horizontale und

Effektive Kühlerlänge	1.2 m
Speicherringumfang	55.4 m
Durchmesser Elektronenstrahl	29.5 mm
Elektronendichte n_e	10^7 cm^{-3}
kT_{\parallel}	62 μeV
kT_{\perp}	13 meV
Plasmafrequenz ω_{pl}	180 MHz
Driftfrequenz ω_d	2.1 MHz
Abschirmlänge longitudinal λ_{\parallel}	19 μm
Abschirmlänge transversal λ_{\perp}	270 μm
mittlerer Abstand der Elektronen $n_e^{-1/3}$	46 μm
Plasmaperioden τ_{pl}	35 ns
Durchflugszeit durch den Kühler	40 ns

Tabelle 2.1: Typische Werte des Heidelberger Elektronenkühlers, berechnet für eine Elektronendichte von $n_e = 10^7 \text{ cm}^{-3}$, $B_{cool} = 418 \text{ Gauß}$ und Expansion 9.6 ($kT_{\perp} \approx 13 \text{ meV}$) und ein Ion mit einer Laborgeschwindigkeit von 10 % der Lichtgeschwindigkeit. Die longitudinale Temperatur kT_{\parallel} wurde mit Gl. 2.10 berechnet.

vertikale Fokussierung als gleich stark angenommen. Es soll die Annahme, daß die Kraft für kleine Relativgeschwindigkeiten linear von der Geschwindigkeit abhängt und jeweils unabhängig von der dazu senkrechten Geschwindigkeitskomponente ist, gemacht werden.

$$F_{\parallel}(\dot{x}_{\parallel}, \dot{x}_{\perp}) = -\alpha_{\parallel} \cdot \dot{x}_{\parallel} \quad (2.26)$$

$$F_{\perp}(\dot{x}_{\parallel}, \dot{x}_{\perp}) = -\alpha_{\perp} \cdot \dot{x}_{\perp} \quad (2.27)$$

Mit dieser Annahme können die Gleichungen 2.24 und 2.25 durch den Ansatz $x = A \cdot \exp\{i\omega t\}$ gelöst werden. Mit $k_{\parallel,\perp} = \alpha_{\parallel,\perp}/m_i$ und $\omega_{\perp} = \sqrt{D_{\perp}/m_i}$ erhält man longitudinal: $\dot{x}_{\parallel} \propto \exp\{-k_{\parallel} \cdot t\}$ und transversal: $\omega = i k_{\perp}/2 \pm \sqrt{\omega_{\perp}^2 - k_{\perp}^2/4}$. ω_{\perp} kann durch $\omega_{\perp} \approx 2\pi \cdot 620\text{kHz}/2.8 \approx 1.4 \text{ MHz}$ abgeschätzt werden. Experimentelle Kühlraten liegen in der Größenordnung einiger 10 - 100 s^{-1} , so daß der Radikand der Wurzel positiv ist. Somit wird die longitudinale Geschwindigkeit exponentiell mit der Zeitkonstante $1/\tau_{\parallel} = k_{\parallel}$ und die Amplitude der transversalen Betatronschwingungen exponentiell mit der Zeitkonstante $1/\tau_{\perp} = k_{\perp}/2$ gedämpft.

Berücksichtigt man die Tatsache, daß die Wechselwirkungszone nur den Bruchteil η_c der Umlaufbahn der Ionen einnimmt, so erhält man folgende Zusammenhänge

zwischen Kühlraten $1/\tau$ und den sogenannten Reibungskoeffizienten α :

$$\text{longitudinal: } \frac{1}{\tau_{\parallel}} = \eta_c \frac{\alpha_{\parallel}}{m_i} \quad (2.28)$$

$$\text{transversal: } \frac{2}{\tau_{\perp}} = \eta_c \frac{\alpha_{\perp}}{m_i} \quad (2.29)$$

2.2.7 Fokker-Planck Gleichung

Kühlt man den Ionenstrahl, z. Bsp. mit Hilfe der Elektronenkühlung, so ändern sich dessen Emittanz und Impulsschärfe. Diese Größen sind durch die Verteilung der Ionen im Phasenraum bestimmt, welche mit Hilfe einer 6+1 dimensionalen Verteilungsfunktion $\rho(\vec{r}, \vec{v}, t)$ beschrieben werden kann. Die Fokker-Planck Gleichung beschreibt die zeitliche Entwicklung der Verteilungsfunktion $\rho(\vec{r}, \vec{v}, t)$ bei Anwesenheit von dissipativen und fluktuativen Prozessen. Sie wird üblicherweise auf die Dynamik gespeicherter Ionenstrahlen angewendet. Die im folgenden gegebene Motivation für die Fokker-Planck Gleichung folgt im wesentlichen [21].

Ausgehend von einer zeitunabhängigen Funktion $\Psi(\vec{v}, \Delta\vec{v})$, die die Wahrscheinlichkeit angibt, daß ein Teilchen der Geschwindigkeit \vec{v} aufgrund von Stößen eine Änderung $\Delta\vec{v}$ in einem Zeitintervall Δt erfährt, erhält man für die Verteilungsfunktion ρ an der Stelle (\vec{r}, \vec{v}) im Phasenraum:

$$\rho(\vec{r}, \vec{v}, t) = \int \rho(\vec{r}, \vec{v} - \Delta\vec{v}, t - \Delta t) \Psi(\vec{v} - \Delta\vec{v}, \Delta\vec{v}) d^3 \Delta\vec{v} \quad (2.30)$$

Entwickelt man Gl. 2.30 bis zur zweiten Ordnung, erhält man für den sogenannten Stoßterm $(d\rho/dt)_c$:

$$\left(\frac{d\rho}{dt}\right)_c = \frac{1}{\Delta t} \left\{ - \sum_j \frac{\partial}{\partial v_j} (\rho \langle \Delta v_j \rangle) + \frac{1}{2} \sum_{j,k} \frac{\partial^2}{\partial v_j \partial v_k} (\rho \langle \Delta v_j \Delta v_k \rangle) \right\} \quad (2.31)$$

Die Klammern $\langle \rangle$ bedeuten eine Mittelung mit der Gewichtsfunktion $\Psi(\vec{v}, \Delta\vec{v})$. Mit folgenden Definitionen

$$\frac{\langle \Delta \vec{v} \rangle}{\Delta t} =: \frac{1}{m_i} \vec{F}(\vec{v}) \quad (2.32)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\langle \Delta v_j \Delta v_k \rangle}{\Delta t} =: D_{jk}(\vec{v}) \quad (2.33)$$

erhält man die Fokker-Planck Gleichung in der üblichen Form [22]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \sum_{j,k} \frac{\partial}{\partial v_j} \left(- \rho \frac{F_j}{m_i} + \frac{\partial}{\partial v_k} \rho D_{jk} \right) \quad (2.34)$$

Zwischen Reibungskraft und Diffusionsterm besteht die Beziehung:

$$F_k = m_i \sum_j \frac{\partial}{\partial v_j} D_{jk} \quad (2.35)$$

Die eindimensionale Fokker-Planck Gleichung lautet:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial v} \left(-\rho \frac{F}{m_i} + \frac{\partial}{\partial v} \rho D \right) \quad (2.36)$$

3 Theoretische Beschreibung der Elektronenkühlung

Es existieren verschiedene Ansätze, um die Elektronenkühlung zu beschreiben. Ein einfacher Zugang findet im Rahmen von binären Stößen statt [23]. Dabei betrachtet man die Energieänderung eines Ions bei einem Stoß mit einem Elektron. Die Kühlkraft erhält man durch Mittelung, bzw. Integration über Stoßparameter und Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen. Ein konträrer Ansatz hierzu besteht in der dielektrischen Beschreibung. Die Elektronen werden als kontinuierliches Medium angenommen und die Betonung liegt auf kollektiven Effekten wie z. Bsp. Abschirmung der Ionenladung. Des weiteren gibt es Versuche, den Prozeß der Elektronenkühlung zu simulieren (Particle-In-Cell, Molecular Dynamics) [24].

Bei der theoretischen Beschreibung müssen zwei wichtige Aspekte berücksichtigt werden. Zum einen ist dies die anisotrope Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen; die longitudinale und transversale Temperatur unterscheiden sich um typischerweise zwei Größenordnungen. Dies führt dazu, daß die Kühlkraft nicht analytisch sondern nur numerisch berechnet werden kann. Zum anderen findet die Kühlung bei Anwesenheit eines longitudinalen Magnetfeldes statt. Die Berücksichtigung dieses Führungsfeldes ist ein großes Problem und nicht ohne konzeptionelle Schwierigkeiten durchzuführen.

Im folgenden werden das binäre Stoßmodell und die dielektrische Beschreibung vorgestellt und der Versuch einer Einbindung des magnetischen Führungsfeldes in diese Theorien erläutert. In beiden Fällen handelt es sich um sogenannte lineare Theorien, d.h. man vernachlässigt Rückwirkungen des Ions auf die Elektronenverteilung. Das Feld, bzw. die Anwesenheit des Ions wird als kleine „Störung“ aufgefaßt.

3.1 Binäres Stoßmodell

Ausgangspunkt dieses Modells ist ein Stoß eines Ions der Ladung Z mit einem Elektron in dem Bezugssystem, in dem das Elektron ruht ($v_e = 0$). In diesem System habe das Ion die Geschwindigkeit \vec{v} . Eine wesentliche Größe ist der Stoßparameter b . Der Impulsübertrag auf das Elektron ist näherungsweise gegeben durch:

$$\Delta p = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0vb} \tag{3.1}$$

Daraus ergibt sich der Energieverlust des Ions:

$$\Delta E(b) = -\frac{(\Delta p)^2}{2m_e} \quad (3.2)$$

Der Energieverlust, den das Ion erfährt, wenn es eine homogene, zylindrische Elektronenwolke der Dichte n_e auf der Länge dx durchquert, erhält man durch Integration über $n_e dA = n_e 2\pi b db$:

$$\frac{dE}{dx} = 2\pi \int n_e b \Delta E(b) db = -\frac{4\pi Z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 m_e v^2} n_e \int \frac{db}{b} \quad (3.3)$$

Ähnlich zu 2.33 berechnet man einen Diffusionskoeffizienten D_{mn} für Kleinwinkelstreuung [21]:

$$D_{mn} := \frac{\langle \Delta p_m \Delta p_n \rangle}{2\Delta t} = \frac{2\pi Z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 v b^2} (\delta_{mn} - \frac{v_m v_n}{v^2}) \int \frac{db}{b} \quad (3.4)$$

Damit obige Integrale nicht divergieren, muß man sinnvolle Grenzen für den Stoßparameterbereich angeben. Das logarithmische Verhältnis von maximalem zu minimalem Stoßparameter ist der sogenannte Coulomb-Logarithmus $L_C(v)$:

$$L_C(v) := \ln \frac{b_{max}}{b_{min}} \quad (3.5)$$

Die Reibungs- oder Kühlkraft, die das Ion erfährt, ist:

$$F = \frac{dE}{dx}$$

Berücksichtigt man nun, daß die Elektronen eine Geschwindigkeitsverteilung $f(\vec{v}_e)$ um $\langle \vec{v}_e \rangle = 0$ besitzen, berechnet man die Kraft, indem man über die Verteilung $f(\vec{v}_e)$ mittelt. In den Gleichungen 3.3 und 3.4 muß dabei v durch $\vec{u} := \vec{v} - \vec{v}_e$ ersetzt werden. \vec{v} ist jetzt die Geschwindigkeit des Ions in dem Koordinatensystem, in dem $\langle \vec{v}_e \rangle = 0$ ist. Damit erhält man für die Kühlkraft und den Diffusionskoeffizienten:

$$\vec{F}(\vec{v}) = -\frac{4\pi Z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 m_e} n_e \int L_C(\vec{u}) f(\vec{v}_e) \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|^3} d^3 v_e \quad (3.6)$$

$$D_{mn} = \frac{2\pi Z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2} n_e \int L_C(\vec{u}) f(\vec{v}_e) \frac{u^2 \delta_{mn} - u_m u_n}{|\vec{u}|^3} d^3 v_e \quad (3.7)$$

Diese Integrale können für die abgeflachte Maxwellverteilung 2.11 nur numerisch berechnet werden. In das Ergebnis fließen die longitudinale und die transversale Temperatur der Elektronen sowie der Coulomb-Logarithmus ein.

3.1.1 Coulomb-Logarithmus ohne Magnetfeld

Der Stoßparameterbereich soll zunächst unter Vernachlässigung des longitudinalen Magnetfeldes diskutiert werden. Eine obere Grenze ist durch die Debye'sche Abschirmlänge gegeben. In diese gehen die Elektronentemperatur und die Dichte ein; aufgrund der wesentlich größeren transversalen Temperatur ist der maximale Stoßparameter b_{max} durch die transversale Abschirmlänge λ_{\perp} entsprechend der transversalen Elektronentemperatur gegeben. Bewegt sich das Ion mit der Relativgeschwindigkeit u durch den Elektronenstrahl, so beträgt die Abschirmlänge u/ω_{pl} . Diese kann größer werden als die Abschirmung für ein ruhendes Ion λ_{\perp} (sogenannte dynamische Abschirmung) [25].

Den minimalen Stoßparameter erhält man aus der Stoßkinematik. Bei maximalem Impulsübertrag, ist der Wert der kleinsten Annäherung $b_{min} = Ze^2/(4\pi\epsilon_0 m_e u^2)$. Für Relativgeschwindigkeiten u unterhalb der Geschwindigkeitsunschärfe der Elektronen wird u durch die Geschwindigkeitsunschärfe ersetzt. Da die transversale Temperatur wesentlich größer als die longitudinale ist, verwendet man auch hier die transversale Geschwindigkeitsunschärfe $\Delta_{e\perp}$.

Der Coulomb-Logarithmus unter Vernachlässigung des Magnetfeldes ist damit gegeben durch:

$$b_{max} = \max(u/\omega_{pl}, \lambda_{\perp}) \quad (3.8)$$

$$b_{min} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m_e} \cdot \frac{1}{\{\max(u, \Delta_{e\perp})\}^2} \quad (3.9)$$

In Abb. 3.1 ist der Stoßparameterbereich als Funktion der Relativgeschwindigkeit u für ein Ion der Ladung $Z = 1$, eine Elektronendichte von $n_e = 8.0 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$ und Elektronentemperaturen $kT_{\parallel} = 80 \mu\text{eV}$ und $kT_{\perp} = 13 \text{meV}$ gezeichnet. Die Dichte entspricht einer Elektronendichte, wie sie typischerweise in Experimenten zur Kühlkraft vorherrscht. Die entsprechenden Elektronentemperaturen wurden für diese Dichte experimentell mittels radiativer und dielektronischer Rekombination von $^{12}\text{C}^{6+}$ bzw. $^{19}\text{F}^{6+}$ bestimmt [26]. Die transversale Elektronentemperatur entspricht in etwa einem um Faktor 10 expandierten Elektronenstrahl. Dabei beträgt der Durchmesser des Elektronenstrahls ungefähr 30 mm. Neben dem Elektronenstrahlradius (gestrichelte Linie) sind die Geschwindigkeitsbreiten $\Delta_{e\parallel}$ und $\Delta_{e\perp}$ eingezeichnet. Schraffiert ist der Bereich zwischen maximalem und minimalem Stoßparameter.

Für kleine Relativgeschwindigkeiten, d.h. für $u < \Delta_{e\perp}$ ist der Coulomb-Logarithmus konstant und von der Größe ungefähr 9.

3.1.2 Eigenschaften der Kühlkraft ohne Magnetfeld

Mit den Stoßparametergrenzen aus Gl. 3.8 und 3.9 für den Coulomb-Logarithmus kann die Kühlkraft bei Vernachlässigung des Magnetfeldes nach Gl. 3.6 berechnet werden. Die wichtigsten Eigenschaften der Kühlkraft ohne Magnetfeld sollen in

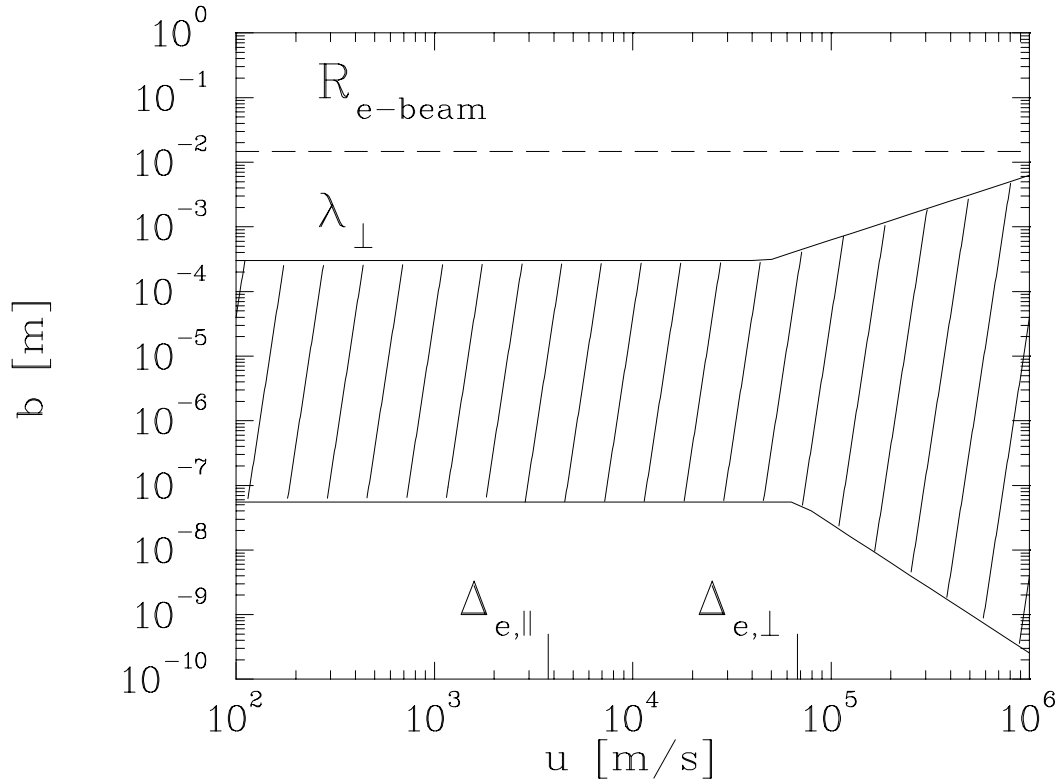


Abbildung 3.1: Stoßparameter bei Vernachlässigung des longitudinalen Magnetfeldes. Die Stoßparametergrenzen wurden für ein einfach geladenes Ion, eine Elektrodendichte von $n_e = 8.0 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$ und Elektronentemperaturen von $kT_{\parallel} = 80 \mu\text{eV}$, $kT_{\perp} = 13 \text{meV}$ berechnet. Gestrichelt eingezeichnet ist der Elektronenstrahlradius von ungefähr 15 mm (entsprechend einem Expansionsfaktor von etwa 10); der Bereich zwischen maximalem und minimalem Stoßparameter ist schraffiert.

diesem Abschnitt diskutiert werden. Die Kühlkraft ist eine dreidimensionale Kraft $\vec{F} = \vec{F}(\vec{v})$. Die longitudinale Kraft ist abhängig von longitudinaler und transversaler Geschwindigkeitskomponente des Ions, entsprechendes gilt für die transversale Kraft. Für eine isotrope Elektronenverteilung ($\Delta_{e\parallel} = \Delta_{ex} = \Delta_{ey}$) ist die Kraft \vec{F} jeweils entgegengesetzt zur Bewegungsrichtung \vec{v} des Ions. Dies gilt nicht mehr für eine anisotrope Elektronenverteilung. Diese sorgt dafür, daß für Geschwindigkeiten $\vec{v} = (v_{\parallel} \neq 0, \vec{v}_{\perp} \neq 0)$ das Verhältnis der Beträge der Kraftkomponenten $|F_{\parallel}(\vec{v})|/|F_{\perp}(\vec{v})|$ im allgemeinen verschieden vom Verhältnis $v_{\parallel}/|\vec{v}_{\perp}|$ ist. Das bedeutet, daß die Kraft einen Winkel zur Bewegungsrichtung aufweist. Nur für ein Ion mit rein longitudinaler oder rein transversaler Geschwindigkeitskomponente ist die Kraft exakt entgegengesetzt zu \vec{v} gerichtet.

Weiterhin gilt aufgrund der Symmetrie zur longitudinalen Achse, daß die transver-

sale Kraftkomponente jeweils der transversalen Bewegungsrichtung entgegengerichtet ist:

$$\vec{F}_\perp(v_\parallel, \vec{v}_\perp) = F_\perp(v_\parallel, v_\perp) \cdot \vec{v}_\perp/v_\perp \quad (3.10)$$

Dies kann man sich auch anhand von Gl. 3.6 klar machen. Entsprechend sind die Kraftkomponenten vom Betrag $|\vec{v}_\perp|$ abhängig:

$$F_\parallel(\vec{v}) = F_\parallel(v_\parallel, |\vec{v}_\perp|) \quad (3.11)$$

$$F_\perp(\vec{v}) = F_\perp(v_\parallel, |\vec{v}_\perp|) \quad (3.12)$$

Für hohe Relativgeschwindigkeiten $v \gg \Delta_{e\parallel}, \Delta_{e\perp}$ ist die Kraft näherungsweise gegeben durch $-4\pi Z^2 e^4 / ((4\pi\epsilon_0)^2 m_e) n_e L_C(\vec{v}) \cdot \vec{v} / |\vec{v}|^3$. Für kleine Relativgeschwindigkeiten $v \rightarrow 0$ kann man für eine isotrope Elektronenverteilung zeigen, daß die Kraft linear von der Geschwindigkeit abhängt $\vec{F} = -8\sqrt{\pi} Z^2 e^4 / ((4\pi\epsilon_0)^2 m_e) n_e L_C(\vec{v}) / \Delta_e^3 \cdot \vec{v}$ [23, Seite 153].

Im folgenden sollen für Geschwindigkeiten $|\vec{v}| \leq \Delta_{e\parallel}$ die Reibungskoeffizienten definiert werden, die die Kraft im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeit charakterisieren:

$$\alpha_\parallel(v_\perp) := - \left. \frac{\partial F_\parallel(\vec{v})}{\partial v_\parallel} \right|_{v_\parallel=0} \quad (3.13)$$

$$\alpha_\perp(v_\parallel) := - \left. \frac{\partial F_\perp(\vec{v})}{\partial v_\perp} \right|_{v_\perp=0} \quad (3.14)$$

Als Beispiel wurden longitudinale und transversale Kühlkraft für die gleichen Parameter, in denen in Abb. 3.1 die Stoßparameter angegeben wurden, berechnet (Abb. 3.2). Aufgetragen ist der Betrag der Kraft als Funktion der Ionengeschwindigkeit für ein Ion das nur eine longitudinale, bzw. transversale Geschwindigkeitskomponente besitzt. In diesem Fall ist die Kraft jeweils der Bewegungsrichtung genau entgegengesetzt. Transversale und longitudinale Kraft zeigen einen linearen Verlauf für kleine Geschwindigkeiten ($v_\perp \lesssim \Delta_{e\perp}$, bzw. $v_\parallel \lesssim \Delta_{e\parallel}$). Man erhält als Reibungskoeffizienten $\alpha_\parallel(v_\perp = 0) = 2.6 \cdot 10^{-5} \text{ eVs/m}^2$ bzw. $\alpha_\perp(v_\parallel = 0) = 1.7 \cdot 10^{-6} \text{ eVs/m}^2$. Die longitudinale Kraft ist etwas mehr als eine Größenordnung größer als die transversale Kraft und erreicht ihr Maximum früher, in der Nähe der longitudinalen Geschwindigkeitsbreite $\Delta_{e\parallel}$ der Elektronen. Für diesen Fall besitzt die longitudinale Kraft ihr Maximum in etwa bei 8100 m/s, im Vergleich dazu ist $\Delta_{e\parallel} = 3750 \text{ m/s}$ für $kT_\parallel = 80 \mu\text{eV}$. Bei nicht allzu hohen Geschwindigkeiten größer als $\Delta_{e\parallel}$ verläuft die longitudinale Kraft relativ flach. Die transversale Kraft erreicht ihr Maximum bei viel größeren Geschwindigkeiten in der Nähe von $\Delta_{e\perp}$. Für sehr hohe Geschwindigkeiten sind beide Kräfte gleich groß und fallen mit v^{-2} ab.

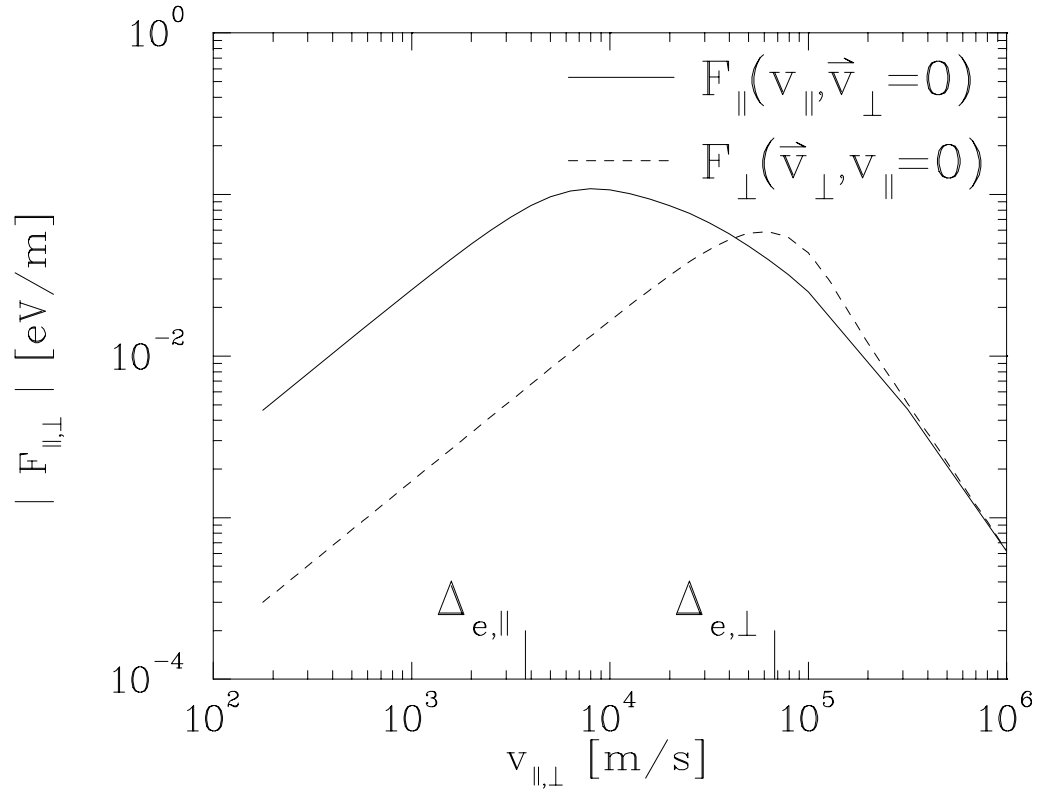


Abbildung 3.2: Kühlkraft unter Vernachlässigung des Magnetfeldes. Aufgetragen ist der Betrag der longitudinalen Kraft als Funktion der longitudinalen Geschwindigkeit (durchgezogene Linie), bzw. der Betrag der transversalen Kraft als Funktion der transversalen Geschwindigkeit (gestrichelte Linie). Die Kräfte wurden für $Z = 1$, $n_e = 8.0 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $kT_{||} = 80 \mu\text{eV}$ und $kT_{\perp} = 13 \text{ meV}$ berechnet.

Ionenstromabhängigkeit

Um die Abhängigkeit der Reibungskoeffizienten von der Geschwindigkeit zu untersuchen wurden für $Z = 1$, $n_e = 8.0 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $kT_{||} = 80 \mu\text{eV}$ und $kT_{\perp} = 13 \text{ meV}$ Kühlkräfte $F_{||}$ und F_{\perp} berechnet, wobei als Parameter die jeweils zur betrachteten Kraft senkrechte Ionengeschwindigkeit von 0 bis 10000 m/s variiert wurde.

Die Abnahme des Reibungskoeffizienten $\alpha_{||}(v_{\perp})$ betrug dabei für $v_{\perp} = 5000 \text{ m/s}$ etwa 0.6% und für $v_{\perp} = 10000 \text{ m/s}$ etwa 2% im Vergleich zu $\alpha_{||}(v_{\perp} = 0)$. Transversal betrug die Reduktion von $\alpha_{\perp}(v_{||})$ etwa 7 % für eine Komponente von $v_{||} = 5000 \text{ m/s}$, bzw. etwa 20 % für $v_{||} = 10000 \text{ m/s}$ im Vergleich zu $\alpha_{\perp}(v_{||} = 0)$.

Die Verteilung des Ionenstrahls im Phasenraum ist durch das Gleichgewicht zwischen Kühlprozessen - hier die Elektronenkühlung - und Heizprozessen gegeben. Der dominante Beitrag zur Heizung ist hier die strahlinterne Streuung. Diese ist unter

anderem von der Zahl der gespeicherten Ionen abhängig (siehe Abschnitt 5.3.2). Bei zunehmender Anzahl der gespeicherten Teilchen wird auch dieser Heizprozeß stärker, so daß entsprechend die Gleichgewichtsverteilung des Ionenstrahls im Phasenraum breiter wird. Mit zunehmendem Ionenstrom würde man daher für die transversale Kraft eine schwache Abnahme aufgrund der breiter werdenden longitudinalen Geschwindigkeitsverteilung der Ionen erwarten. Die Änderung des longitudinalen Reibungskoeffizienten jedoch ist sehr klein, so daß die longitudinale Kraft näherungsweise unabhängig von der transversalen Geschwindigkeitsverteilung der Ionen ist. Daher erwartet man in diesem Modell keine Abhängigkeit des longitudinalen Reibungskoeffizienten von der Ionenintensität.

Im folgenden werden daher nur Reibungskoeffizienten $\alpha_{\parallel}(v_{\perp} = 0)$ und $\alpha_{\perp}(v_{\parallel} = 0)$ diskutiert.

Ladungsabhängigkeit

Die Kühlkraft nach Gl. 3.6 ist sowohl durch einen expliziten Vorfaktor von Z^2 als auch durch den minimalen Stoßparameter im Coulomb-Logarithmus von der Ladungszahl abhängig. Nimmt man an, daß für kleine Relativgeschwindigkeiten v der Hauptbeitrag zur Kühlkraft aus dem Integrationsbereich $v_e < \Delta_{e\perp}$ stammt, so erwartet man für diesen Geschwindigkeitsbereich eine Ladungsabhängigkeit der Kühlkraft gemäß Gl. 3.15:

$$F \propto Z^2 \cdot \left\{ 1 - \frac{\ln Z}{\ln Const} \right\} \quad (3.15)$$

Die Konstante in Gl. 3.15 erhält man aus dem Coulomb-Logarithmus für kleine Geschwindigkeiten $Const = 8\pi/e^3 \sqrt{(\epsilon_0 kT_{\perp})^3/n_e}$.

Die Funktion in Gl. 3.15 kann man durch eine Potenzfunktion $\propto Z^{\kappa}$ beschreiben. Der Exponent κ und damit die Ladungsabhängigkeit ist schwach von der Elektronendichte und der transversalen Temperatur abhängig. Für Ladungszahlen von $Z = 1 - 16$ und typische Werte von $n_e = 10^5 - 10^8 \text{ cm}^{-3}$ und $kT_{\perp} = 5 - 125 \text{ meV}$ befindet sich κ im Bereich zwischen 1.7 und 1.9. Der Exponent κ nimmt leicht ab mit steigender Elektronendichte, bzw. abnehmender transversaler Temperatur. Für $n_e = 8.0 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$ und $kT_{\perp} = 13 \text{ meV}$ erhält man $\kappa = 1.84$.

Elektronendichteabhängigkeit

Für $Z = 6$, $kT_{\perp} = 13 \text{ meV}$ wurden longitudinale und transversale Kräfte in Abhängigkeit von der Elektronendichte berechnet und die Reibungskoeffizienten bestimmt. Dabei wurde die Dichte von $10^6 - 10^8 \text{ cm}^{-3}$ variiert. Im einen Fall geschah dies unter der Annahme einer konstanten longitudinalen Elektronentemperatur von $kT_{\parallel} = 80 \mu\text{eV}$, im anderen Fall wurde mit der Elektronendichte auch gleichzeitig die Elektronentemperatur nach Gl. 2.10 verändert. An die Reibungskoeffizienten wurden Potenzgesetze $\alpha \propto n_e^{\zeta}$ angepaßt. Das Ergebnis ist in Tabelle 3.1 dargestellt.

	$kT_{\parallel} = 80\mu\text{eV} = \text{const}$	$kT_{\parallel} \propto n_e^{1/3}$
ζ_{\parallel}	0.92	0.74
ζ_{\perp}	0.92	0.90

Tabelle 3.1: Elektronendichteabhängigkeit der Kühlkraft ohne Magnetfeld für $Z = 6$ und $kT_{\perp} = 13$ meV. Exponenten ζ von an die Reibungskoeffizienten angepaßten Potenzfunktionen, bei konstanter longitudinaler Elektronentemperatur und bei Änderung der longitudinalen Temperatur mit der Elektronendichte nach Gl. 2.10 .

Bei konstanter und von der Dichte unabhängiger longitudinaler Elektronentemperatur sind longitudinaler und transversaler Reibungskoeffizient annähernd linear von der Elektronendichte abhängig ($\zeta = 0.92$). Für die transversale Kraft ändert sich dabei nichts, wenn mit der Dichte auch die longitudinale Temperatur verändert wird, jedoch zeigt in diesem Fall der longitudinale Reibungskoeffizient eine deutliche Abweichung vom linearen Verhalten ($\alpha_{\parallel} \propto n_e^{0.74}$).

Verhältnis der Kräfte

In Abb. 3.2 ist zu erkennen, daß die longitudinale Kraft für kleine Geschwindigkeiten etwas mehr als eine Größenordnung größer als die transversale Kraft ist. Das Verhältnis der Reibungskoeffizienten in diesem Fall ist:

$$\frac{\alpha_{\parallel}(v_{\perp} = 0)}{\alpha_{\perp}(v_{\parallel} = 0)} \approx 15 \quad (3.16)$$

Dieses Verhältnis ergibt sich zunächst für $Z = 1$, $n_e = 8.0 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $kT_{\parallel} = 80\mu\text{eV}$ und $kT_{\perp} = 13$ meV. Da die Kräfte jedoch die gleiche Ladungsabhängigkeit besitzen, gilt dies unabhängig von Z für ansonsten gleiche Parameter. Das Verhältnis ändert sich etwas bei verschiedener Elektronendichte, da hier die Kräfte eine unterschiedliche Abhängigkeit aufweisen (siehe Tab. 3.1).

Als letzte Punkte, sollen die Abhängigkeiten von longitudinaler und transversaler Elektronentemperatur diskutiert werden.

Abhängigkeit von der longitudinalen Elektronentemperatur

In den Rechnungen wurde der rein hypothetische Fall betrachtet, in dem allein die longitudinale Elektronentemperatur verändert wurde und alle restlichen Parameter konstant gehalten wurden ($Z = 1$, $n_e = 10^8 \text{ cm}^{-3}$, $kT_{\perp} = 12.5$ meV). Die Reibungskoeffizienten für Ionen mit rein longitudinaler, bzw. transversaler Geschwindigkeit sind in Abb. 3.3 als Funktion der longitudinalen Elektronentemperatur gezeichnet. Der transversale Reibungskoeffizient wurde mit 15 multipliziert. Die transversale Kraft ist nur sehr schwach von der longitudinalen Temperatur abhängig; dagegen steigt der longitudinale Reibungskoeffizient mit abnehmender Temperatur stark an.

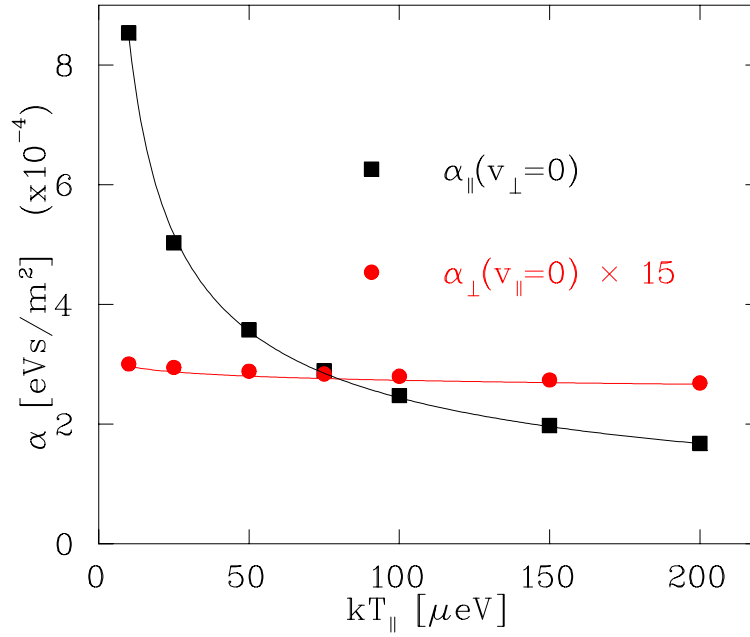


Abbildung 3.3: Reibungskoeffizienten als Funktion der longitudinalen Elektronentemperatur ($Z = 1$, $n_e = 10^8 \text{ cm}^{-3}$, $kT_{\perp} = 12.5 \text{ meV}$). Der transversale Koeffizient ist mit 15 multipliziert und im wesentlichen unabhängig von der longitudinalen Temperatur. Der longitudinale Koeffizient steigt stark an mit abnehmender longitudinaler Temperatur. Um das Auge zu führen wurden an die gerechneten Punkte Potenzfunktionen angefitet (durchgezogene Linien); der longitudinale Reibungskoeffizient geht in etwa wie $1/\sqrt{kT_{\parallel}}$.

Abhängigkeit von der transversalen Elektronentemperatur

Als letztes soll die Abhängigkeit der Reibungskoeffizienten von der transversalen Elektronentemperatur ($Z = 1$, $n_e = 10^8 \text{ cm}^{-3}$, $kT_{\parallel} = 80 \mu\text{eV}$) diskutiert werden. Eine solche Situation erreicht man, indem man bei ansonsten gleichen Parametern nur die Expansion des Elektronenstrahls ändert. Das Verhalten der Reibungskoeffizienten ist in Abb. 3.4 zu sehen. Erneut wurden die Kräfte für Ionen mit rein longitudinaler, bzw. transversaler Geschwindigkeit berechnet. Der transversale Reibungskoeffizient ist mit 15 multipliziert, beide Koeffizienten zeigen eine starke Abhängigkeit von der transversalen Temperatur. Eine Reduzierung der transversalen Temperatur von 125 meV auf 12.5 meV erhöht den longitudinalen Koeffizienten α_{\parallel} um einen Faktor 6, den transversalen Koeffizienten α_{\perp} um einen Faktor 20. Eine weitere Reduzierung auf 5 meV sorgt für eine weitere Erhöhung um einen Faktor 2 für α_{\parallel} , bzw. 3 für α_{\perp} .

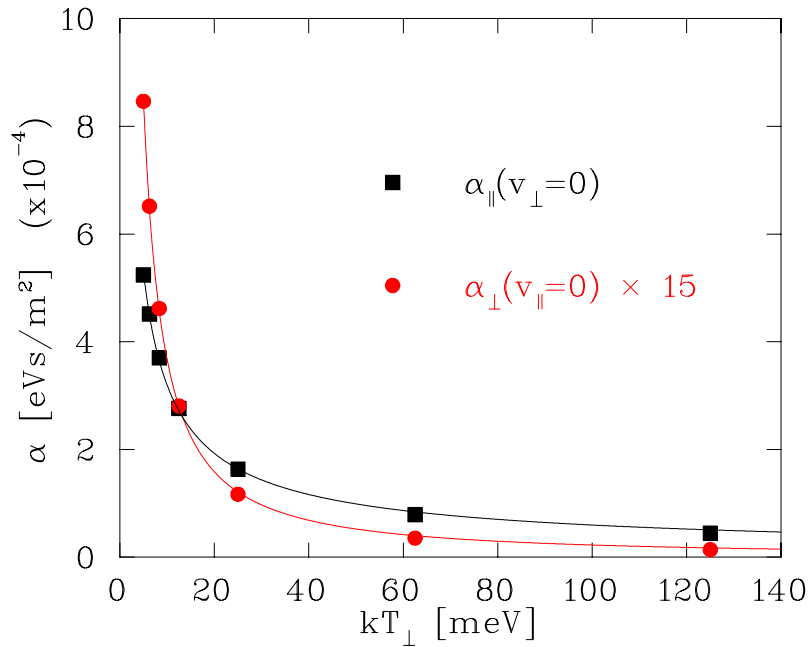


Abbildung 3.4: Reibungskoeffizienten als Funktion der transversalen Elektronentemperatur. ($Z = 1$, $n_e = 10^8 \text{ cm}^{-3}$, $kT_{\parallel} = 80 \mu\text{eV}$). Der transversale Koeffizient ist mit 15 multipliziert. Beide Koeffizienten zeigen eine starke Zunahme mit abnehmender transversaler Temperatur. Um das Auge zu führen wurden an die gerechneten Punkte Potenzfunktionen angefitet (durchgezogene Linien).

3.2 Dielektrische Beschreibung

Im binären Stoßmodell werden kollektive Effekte des Elektronengases nur grob durch den maximalen Stoßparameter berücksichtigt. Diese Effekte wie z. Bsp. die Abschirmung der Ionenladung werden in einer dielektrischen Theorie korrekt behandelt. In dieser Theorie wird der Elektronenstrahl als kontinuierliches, polarisierbares, geladenes Medium beschrieben. Das Einbringen der Ionenladung polarisiert das Elektronenplasma. Die Änderung der Verteilung der Elektronen - die Antwort des Plasmas auf die Störung durch das Ion - erzeugt ein elektrisches Feld, das auf das Ion rückwirkt und die Kühlkraft repräsentiert.

3.2.1 Voraussetzungen

Das Elektronengas wird als kontinuierliches, unendlich ausgedehntes Medium beschrieben. Ob diese Annahmen gerechtfertigt sind, hängt von der Elektronentemperatur, der Elektronendichte und der Durchflußzeit eines Ions durch den Kühler ab. Die Kontinuumsnäherung ist erfüllt, wenn die Anzahl der Elektronen in einer

Debyesphäre ($\propto n_e \lambda^3$) hinreichend groß ist. Die Beschreibung des Elektronengases als unendlich ausgedehntes Medium ist gerechtfertigt, falls die Zeit für die Reaktion des Elektronengases, typischerweise gegeben durch die Plasmaperiode, kleiner oder von der Größe der Durchflugszeit eines Ions ist.

Beide Voraussetzungen sollen für die Werte $n_e = 8.0 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $kT_{\perp} = 13 \text{ meV}$, Kühlerlänge $L_C = 1.2m$ und Laborgeschwindigkeit des Ionenstrahls $v/c = 11.5 \%$ geprüft werden. Bei Vernachlässigung des longitudinalen Magnetfeldes ist die Debyelänge im wesentlichen von der (größeren) transversalen Elektronentemperatur bestimmt, und man erhält für die Anzahl der Elektronen in einer Debyesphäre $n_e \lambda^3 \simeq 215$. Die Plasmaperiode bei dieser Elektronendichte beträgt 39 ns. Die Durchflugszeit eines Ions durch den Elektronenkühler ist dabei 35 ns.

Die Voraussetzung für eine kontinuierliche Beschreibung ist demnach gut erfüllt. Die typischen Responsezeiten des Elektronengases sind jedoch von der gleichen Größe, bzw. größer als die Wechselwirkungszeit des Ions im Kühler, d.h. die Beschreibung durch ein unendlich ausgedehntes Elektronengas, das sich auf die Störung durch das Ion einstellen kann, ist nur schlecht erfüllt.

3.2.2 Die Kraft in der dielektrischen Beschreibung

Die Kraft auf das Ion ist durch das elektrische Feld \vec{E}_{ind} gegeben, das durch das Ion induziert wird [25]:

$$\vec{F}(\vec{v}(t)) = Ze\vec{E}_{ind} = Ze \left[\vec{E}_{tot} - \vec{E}_0 \right] \quad (3.17)$$

Dabei ist \vec{E}_{tot} das totale und \vec{E}_0 das Quellenfeld des Ions. Die Felder erhält man jeweils aus den Potentialen. Üblicherweise findet die Beschreibung im Fourierraum statt, so daß man von den Variablen (\vec{r}, t) zu den Variablen Ortsfrequenz und Kreisfrequenz (\vec{k}, ω) übergeht. Das totale Potential ist über die dielektrische Funktion $\epsilon(k, \omega)$ mit dem Quellpotential verknüpft $\Phi_{tot} = \Phi_0/\epsilon$. Die dielektrische Funktion wird bestimmt durch die Verteilung der Elektronen, sie ergibt sich in linearer Näherung aus der ungestörten Elektronenverteilung, d.h. auch hier wird das Vorhandensein des Ions als kleine Störung behandelt. Die Kühlkraft in diesem Modell ist gegeben durch:

$$\vec{F}(\vec{v}) = -\frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 2\pi^2} \int \text{Im}\left(\frac{1}{\epsilon(\vec{k}, -k \cdot \vec{v})}\right) \frac{\vec{k}}{k^2} d^3 k \quad (3.18)$$

Das Problem der Kühlkraftberechnung ist dabei in die Berechnung der korrekten dielektrischen Funktion aus der Verteilung der Elektronen verlagert worden. Für eine Elektronenverteilung nach Gl. 2.11 kann die Kraft nach Gl. 3.18 nur numerisch berechnet werden. Man kann zeigen, daß z. Bsp. für den Fall eines Elektronengases in Ruhe, binäres Stoßmodell und dielektrische Theorie äquivalente Ergebnisse liefern [25].

3.3 Berücksichtigung eines longitudinalen Magnetfeldes

Die Elektronenkühlung findet in Anwesenheit von longitudinalen Magnetfeldern statt. Dadurch wird der Elektronenstrahl zum einen geführt, zum anderen wird verhindert, daß sich der Strahl aufgrund der Raumladung transversal aufbläht (siehe Gl. 2.17). Die Elektronen bewegen sich transversal auf Zyklotronbahnen, deren Radien $r = v_{\perp}/\omega_c$ durch die Zyklotronfrequenz $\omega_c = eB/m_e$ und die transversale Geschwindigkeit eines Elektrons v_{\perp} gegeben sind. Die Verteilung der Zyklotronradien ist durch Magnetfeld und transversale Temperatur der Elektronen bestimmt. Darüberhinaus rotiert der ganze Strahl um die Achse, die durch das Magnetfeld gegeben ist mit der wesentlich kleineren Frequenz ω_d (siehe Gl. 2.18).

Prinzipiell kann man Stöße mit Hilfe einer typischen Stoßzeit klassifizieren. Stöße, mit einer Dauer wesentlich kleiner als die Zyklotronperiode werden durch die Zyklotronbewegung kaum beeinflusst und können mit dem Formalismus, der das Magnetfeld nicht berücksichtigt, behandelt werden. Stöße, deren Dauer von der Größe der Zyklotronperiode oder größer sind, werden von der Zyklotronbewegung beeinflusst. Vollführt das Elektron mehrere Umläufe während eines Stoßes, so mittelt sich die transversale Geschwindigkeitskomponente des Elektrons zu null. Anschaulich gesprochen sieht das Ion eine transversale Ladungsscheibe, die im Ruhesystem des Elektronenstrahls nur eine longitudinale Geschwindigkeitskomponente besitzt („magnetisierte Elektronen“). Ist darüberhinaus der Zyklotronradius klein gegen den Stoßparameter, so ist das Feld der Ionenladung homogen auf der Zyklotronbahn des Elektrons.

Um das longitudinale Magnetfeld zu berücksichtigen, wird üblicherweise der Stoßparameterbereich in einen adiabatischen und einen nichtmagnetischen Bereich aufgeteilt. Die Kühlkraft ergibt sich aus zwei Beiträgen:

$$\vec{F} = \vec{F}^{NM} + \vec{F}^A \quad (3.19)$$

Der Beitrag \vec{F}^{NM} resultiert aus schnellen, sogenannten nichtmagnetischen Stößen; er wird ähnlich wie in einer Theorie ohne Magnetfeld, mit einem modifizierten Coulomb-Logarithmus, behandelt. Für Stöße, die adiabatisch bezüglich der Zyklotronfrequenz ablaufen, wird ein davon verschiedener Ansatz gewählt, um den adiabatischen Anteil \vec{F}^A der Kühlkraft zu berechnen.

Mit diesem Vorgehen wurde sowohl im binären Stoßmodell [27], als auch im Rahmen der dielektrischen Beschreibung [25] ein longitudinales Magnetfeld in die Theorie eingebaut. Beide Ansätze sollen erläutert, ihre Ergebnisse und konzeptionellen Schwierigkeiten diskutiert werden. Zunächst soll die Einteilung der Stoßparameterbereiche und ihre Konsequenz auf den Coulomb-Logarithmus dargestellt werden.

3.3.1 Coulomb-Logarithmus mit Magnetfeld

Die Grenze zwischen adiabatischem und nichtmagnetischem Beitrag geschieht bei dem Stoßparameter u/ω_c . Dies stellt die obere Grenze für den nichtmagnetischen Coulomb-Logarithmus L_C^{NM} dar. Die untere Grenze ist unverändert gegenüber Gl. 3.9. Mit folgenden Gleichungen

$$b_{max}^{NM} = u/\omega_c \quad (3.20)$$

$$b_{min}^{NM} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m_e} \cdot \frac{1}{\{\max(u, \Delta_{e\perp})\}^2} \quad (3.21)$$

erhält man den Coulomb-Logarithmus für den nichtmagnetischen Anteil $L_C^{NM} = \ln(b_{max}^{NM}/b_{min}^{NM})$. Der nichtmagnetische Beitrag der Kühlkraft wird analog zu Gl. 3.6 berechnet, mit dem nichtmagnetischen Coulomb-Logarithmus L_C^{NM} anstelle von L_C .

Der maximale Stoßparameter für den adiabatischen Anteil ist analog zu Gl. 3.8 gegeben, allerdings ist dort die transversale durch die wesentlich kleinere longitudinale Abschirmlänge zu ersetzen. Denn für die adiabatische Wechselwirkung spielt die transversale Bewegung der Elektronen keine Rolle. Der minimale Stoßparameter ist durch u/ω_c , bzw. durch den minimalen Stoßparameter, den man aus der Stoßkinematik erhält (Gl. 3.9), gegeben. Auch hier ist in Gl. 3.9 die transversale durch die longitudinale Geschwindigkeitsunschärfe der Elektronen zu ersetzen. Folgende Gleichungen bestimmen den Coulomb-Logarithmus L_C^A für adiabatische Stöße.

$$b_{max}^A = \max(u/\omega_{pl}, \lambda_{\parallel}) \quad (3.22)$$

$$b_{min}^A = \max(u/\omega_c, \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m_e} \cdot \frac{1}{\{\max(u, \Delta_{e\parallel})\}^2}) \quad (3.23)$$

Für die Werte $Z = 1$, $n_e = 8.0 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $kT_{\parallel} = 80 \mu\text{eV}$, $kT_{\perp} = 13 \text{ meV}$ und ein longitudinales Magnetfeld $B_{cool} = 418 \text{ Gauß}$ sind die Stoßparameterbereiche in Abb. 3.5 gezeichnet. Der Bereich der adiabatischen Stöße ist waagrecht, der nichtmagnetische Beitrag schräg gestrichelt. Der Stoßparameterbereich für den nichtmagnetischen Anteil ist reduziert gegenüber dem Beitrag ohne Magnetfeld. Der Coulomb-Logarithmus für den adiabatischen Anteil ist für obige Parameter von der Größe ungefähr 4 und wird sehr klein, bzw. kann sogar verschwinden für kleine Relativgeschwindigkeiten. Darin liegt das Problem, wenn man diesen Bereich mit binären Stößen behandelt, denn die typische Unsicherheit des Coulomb-Logarithmus ist von der Größe $1/L_C$ [25]. Bei einem Coulomb-Logarithmus von 10 ist die Genauigkeit entsprechend $\approx 10 \%$, bei einem von 4 entsprechend nur noch 25% .

Darüber hinaus werden im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten Stöße mit Stoßparametern zwischen dem minimalen Stoßparameter b_{min}^{NM} und der longitudinalen Debyelänge λ_{\parallel} überhaupt nicht berücksichtigt. Bei hohen longitudinalen Elektronentemperaturen im Bereich meV gäbe es in diesem Ansatz noch einen Beitrag

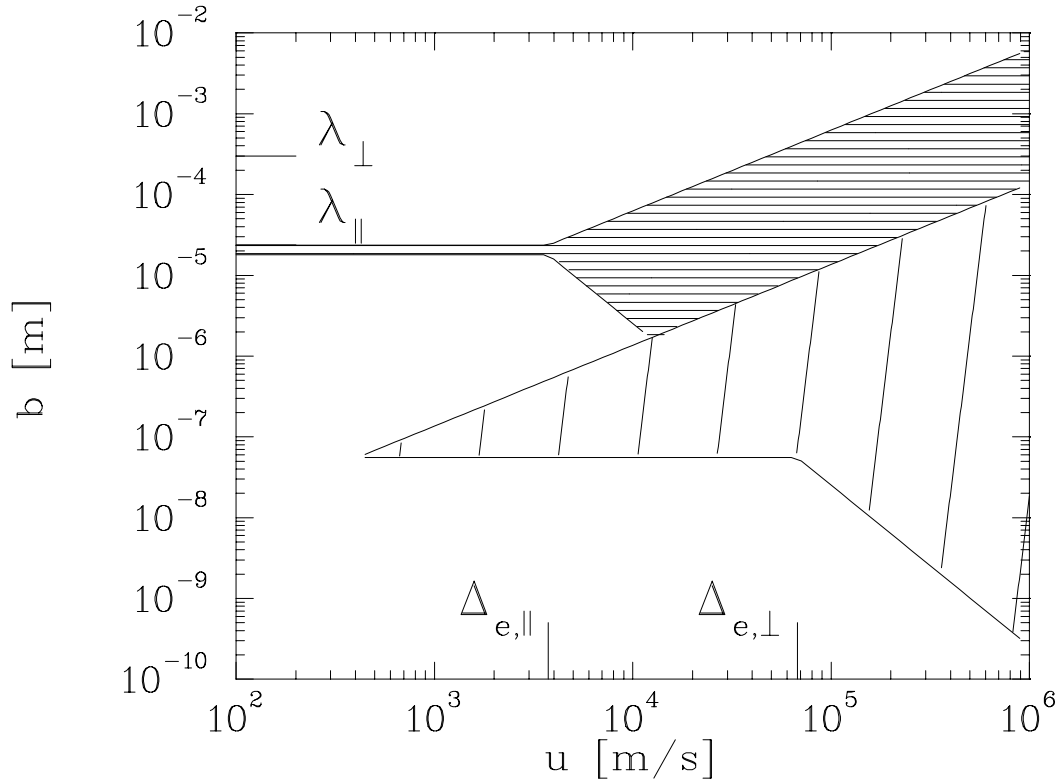


Abbildung 3.5: Coulomb-Logarithmus bei Anwesenheit eines longitudinalen Magnetfeldes für $Z = 1$, $n_e = 8.0 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $kT_{\parallel} = 80 \mu\text{eV}$, $kT_{\perp} = 13 \text{ meV}$ und $B_{cool} = 418$ Gauß.

zum Coulomb-Logarithmus L_C^A für Geschwindigkeiten von einigen 100 m/s. Geht man jedoch von einer longitudinalen Temperatur aus, die durch den Relaxationsterm in Gl. 2.10 bestimmt ist, kann man maximalen und minimalen Stoßparameter für den adiabatischen Beitrag im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten $u \leq \Delta_{e\parallel}$ abschätzen. In diesem Bereich ist b_{max}^A bzw. b_{min}^A durch die longitudinale Debye-Länge λ_{\parallel} bzw. die longitudinale Geschwindigkeitsunschärfe $\Delta_{e\parallel}$ der Elektronen bestimmt. Beide sind von der longitudinalen Elektronentemperatur abhängig. Mit Gl. 2.10 erhält man $b_{max}^A \approx n_e^{-1/3} / \sqrt{2\pi}$ und $b_{min}^A \approx Z/2 \cdot n_e^{-1/3}$. Damit sind für den adiabatischen Anteil im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten minimaler und maximaler Stoßparameter von der gleichen Größe - dies gilt unabhängig von der Elektronendichte. Somit ist der Ansatz, den adiabatischen Anteil der Kraft im Rahmen binärer Stöße zu behandeln, eigentlich nicht geeignet im Hinblick auf die wesentlichen experimentellen Parameter, wie sie am TSR aber auch an anderen Kühlrängen herrschen.

Im nächsten Abschnitt soll genauer erläutert werden, wie die Behandlung adiabatischer Stöße im Rahmen eines binären Stoßmodells erfolgt.

3.3.2 Binäres Stoßmodell bei Anwesenheit eines Magnetfeldes

Folgender Ansatz stammt von Derbenev und Skrinisky [27]. In der Theorie ohne Magnetfeld existiert folgende Relation zwischen Kraft und Diffusionskoeffizient Gl. 3.6, 3.7 analog zu Gl. 2.35:

$$F_j = \frac{1}{m} \sum_k \frac{\partial}{\partial v_k} D_{kj} \quad (3.24)$$

Bei adiabatischen Stößen spielt die transversale Bewegung der Elektronen keine Rolle, so daß man die adiabatische Relativgeschwindigkeit \vec{u}^A einführt:

$$\vec{u}^A := \vec{v} - \vec{v}_{e,\parallel} = \vec{u}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp} \quad (3.25)$$

Entsprechend gibt es in der Summe in Gl. 3.24 nur einen Beitrag zur Kraft von $D_{i,\parallel}$. Der adiabatische Anteil der Kraft wird dann aus dem Diffusionstensor mit folgender Relation berechnet:

$$F_j^A = \frac{1}{m} \frac{\partial}{\partial v_{\parallel}} D_{j\parallel}^A \quad (3.26)$$

Mit obiger Relation erhält man den adiabatischen Anteil der Kraft aus dem Diffusionstensor $D_{j\parallel}^A$, der analog zu Gl. 3.7 berechnet wird, allerdings mit dem Coulomb-Logarithmus $L_C^A(u^A)$ nach den Gleichungen 3.22 und 3.23. Das Ergebnis ist:

$$F_{\parallel}^A = -\frac{2\pi Z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 m_e} n_e \cdot \int L^A(u^A) \frac{3u_{\parallel} \cdot \vec{v}_{\perp}^2}{u^A{}^5} \cdot f(\vec{v}_e) d^3 v_e \quad (3.27)$$

$$\vec{F}_{\perp}^A = -\frac{2\pi Z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 m_e} n_e \cdot \int L^A(u^A) \frac{\vec{v}_{\perp}^2 - 2u_{\parallel}^2}{u^A{}^5} \cdot \vec{v} \cdot f(\vec{v}_e) d^3 v_e \quad (3.28)$$

Da die transversale Elektronengeschwindigkeit in den Integranden der obigen Ausdrücke lediglich in $f(\vec{v}_e)$ vorkommt, ist die Integration über die transversale Elektronenverteilung trivial und der adiabatische Anteil ist über ein eindimensionales Integral numerisch zu berechnen. Folgende Eigenschaften von \vec{F}^A sollen hier bereits angedeutet werden. Die Kraft in diesem Ansatz ist empfindlich abhängig von der zur betrachteten Richtung senkrechten Ionengeschwindigkeit; so ist beispielsweise der longitudinale adiabatische Anteil F_{\parallel}^A identisch null für $\vec{v}_{\perp} = 0$. Der transversale Beitrag \vec{F}_{\perp}^A kann bei bestimmten Kombinationen von \vec{v} und v_{\parallel} positiv werden, d.h. transversaler adiabatischer Kraftbeitrag und Geschwindigkeit besitzen das gleiche Vorzeichen, d.h. der Beitrag kann heizend wirken.

3.3.3 Dielektrische Theorie bei Anwesenheit eines Magnetfeldes

In diesem Abschnitt soll erläutert werden, wie ein longitudinales Magnetfeld in die dielektrische Beschreibung eingebaut werden kann. Die dielektrische Funktion in Anwesenheit eines Magnetfeldes besitzt die Eigenschaft, daß der Imaginärteil ihres Kehrwerts Pole besitzt bei $\omega \simeq \pm\omega_{pl}$ ("Plasmapol") und $\omega \simeq \pm n \cdot \omega_c$ ("Zyklotronpole"). Analog zum vorigen Abschnitt, wird die Kraft in einen adiabatischen und einen nichtmagnetischen Beitrag aufgeteilt. Der Beitrag der Zyklotronpole wird identifiziert mit schnellen, nichtmagnetischen Stößen und ist im Rahmen der dielektrischen Theorie nur sehr schwierig zu berechnen. Dieser Anteil wird deshalb wie im vorangehenden Abschnitt mit dem binären Stoßmodell berechnet (Gl. 3.6) mit dem Coulomb-Logarithmus L_C^{NM} (Gl. 3.20, 3.21). Der Beitrag des Plasmapols führt zum adiabatischen Anteil. Sørensen und Bonderup haben die Kühlkraft für eine longitudinal kollabierte Elektronenverteilung berechnet [25]:

$$f(\vec{v}_e) = \frac{1}{\pi \Delta_{e\perp}^2} \exp\left(-\frac{v_{e,\perp}^2}{\pi \Delta_{e\perp}^2}\right) \delta(v_{e,\parallel}) \quad (3.29)$$

Für die Kühlkraft erhalten sie:

$$\vec{F}' = -\frac{2\pi n_e Z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 kT_\perp} \int_{-\infty}^{r_1^{-1}} \vec{I}^{\omega_{pl}}(k) d(\log k) + \vec{F}^{NM} \quad (3.30)$$

Der nichtmagnetische Beitrag \vec{F}^{NM} wird ebenfalls mit der Verteilung in Gl. 3.29 berechnet. Die obere Grenze des Integrals $k_{max} = r_1^{-1}$ ist durch den minimalen Stoßparameter $r_1 = v/\omega_c$ des adiabatischen Coulomb-Logarithmus L_C^A gegeben. Sørensen und Bonderup geben die Funktionen $\vec{I}^{\omega_{pl}}$ an, so daß Gl. 3.30 numerisch berechnet werden kann [28]. Für kleine longitudinale Relativgeschwindigkeiten v_\parallel wird die numerisch berechnete longitudinale Kraft F'_\parallel noch mit einer Gaußverteilung der Breite der longitudinalen Geschwindigkeitsverteilung $\Delta_{e\parallel}$ der Elektronen gefaltet, um die endliche longitudinale Elektronentemperatur zu berücksichtigen [29]:

$$F_\parallel(v_\parallel) = \int F'_\parallel(u_\parallel') f(u_\parallel' - v_\parallel) du_\parallel' \quad (3.31)$$

Aufgrund des Magnetfeldes können sich die Elektronen transversal nicht frei bewegen. Dies führt zum Bild der transversalen Ladungsscheiben, bzw. der "magnetisierten" Elektronen. Dies bedeutet aber auch, daß allein die longitudinale Temperatur für die Abschirmung, bzw. die Abschirmlänge verantwortlich ist. Die Anzahl der Elektronen in dieser wesentlich kleineren Debyesphäre ist für eine Elektronendichte von $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$ und eine Temperatur von $kT_\parallel = 80 \mu\text{eV}$ gleich $n_e \lambda_\parallel^3 \simeq 0.1$, so daß in diesem Fall die Annahme, das Elektronengas als kontinuierliches Medium zu beschreiben, zusammenbricht. Der dielektrische Ansatz scheint daher ebenfalls ungeeignet zu sein, das longitudinale Magnetfeld in die Beschreibung der Elektronenkühlung unter experimentellen Bedingungen, wie sie z. Bsp. am TSR vorliegen, einzubinden.

3.3.4 Eigenschaften der magnetischen Kühlkräfte

Die grundsätzlichen Symmetrien aus Gl. 3.10 - 3.12 bleiben auch für die magnetischen Kühlkräfte erhalten. Im Gegensatz zur Theorie ohne Magnetfeld ist der adiabatische Anteil einer Komponente der Kühlkraft empfindlich abhängig von der dazu senkrechten Ionengeschwindigkeit. In Abb. 3.6 ist der Betrag der longitudinalen Kühlkraft mit Magnetfeld für ein Ion, das eine transversale Geschwindigkeitskomponente von $v_{\perp} = 3000$ m/s besitzt, dargestellt, gerechnet für die Parameter $Z=1$, $n_e = 8 \cdot 10^6$ cm⁻³, $B_{cool} = 418$ Gauß, $kT_{\parallel} = 80$ μ eV und $kT_{\perp} = 12.5$ meV. Im oberen Bild ist der Betrag der Kraft nach Derbenev, im unteren Bild aus dem dielektrischen Modell nach Sørensen berechnet. Die gestrichelten bzw. strich-punktierten Kurven sind jeweils der adiabatische bzw. der nichtmagnetische Beitrag. Die durchgezogenen Kurven stellen die magnetische Kühlkraft (Summe aus adiabatischem und nichtmagnetischem Anteil), die gepunkteten die Kühlkraft bei Vernachlässigung des longitudinalen Magnetfeldes dar. Zunächst ist der nichtmagnetische Beitrag kleiner als die Kühlkraft bei Vernachlässigung des Magnetfeldes, aufgrund der Reduzierung des Stoßparameterbereichs für den nichtmagnetischen Anteil. Der adiabatische Anteil ist in beiden Modellen für kleine Geschwindigkeiten größer als der nichtmagnetische Anteil, geht jedoch für höhere Geschwindigkeiten sehr schnell gegen Null. Nach Derbenev ist die magnetische Kühlkraft für kleine longitudinale Geschwindigkeiten etwa einen Faktor 4 größer als die Kraft bei Vernachlässigung des Magnetfeldes und einen Faktor 12 größer als der nichtmagnetische Beitrag. Im Modell nach Sørensen beträgt die Überhöhung der magnetischen Kühlkraft einen Faktor 13 gegenüber der Theorie ohne Magnetfeld und einen Faktor 39 gegenüber dem nichtmagnetischen Beitrag. Der Reibungskoeffizient der magnetischen Kühlkraft nach Sørensen ist etwa ein Faktor 3.2 größer als nach Derbenev. Der adiabatische Beitrag nach Derbenev verschwindet identisch für $v_{\perp} = 0$ (siehe Gl. 3.27), im Modell nach Sørensen ist der adiabatische Beitrag maximal für $v_{\perp} = 0$.

Die transversale magnetische Kühlkraft für ein Ion, das eine longitudinale Geschwindigkeitskomponente von $v_{\parallel} = 3000$ m/s besitzt, ist in Abb. 3.7 dargestellt. Im oberen Bild ist wieder der Betrag der Kraft nach Derbenev, im unteren nach Sørensen berechnet, für ansonsten gleiche Parameter wie in Abb. 3.6. Der Betrag der transversalen magnetischen Kraft nach Derbenev weist sein Maximum bei einer Geschwindigkeit vergleichbar der longitudinalen Geschwindigkeitsunschärfe der Elektronen auf und ist um ein bis zwei Größenordnungen gegenüber der Theorie ohne Magnetfeld überhöht. Allerdings verläuft die Kraft nicht linear für kleine Relativgeschwindigkeiten v_{\perp} . Sowohl der nichtmagnetische Anteil als auch die Kraft bei Vernachlässigung des Magnetfeldes verlaufen für Geschwindigkeiten bis ca. $2 \cdot 10^4$ m/s linear. Linear von der Geschwindigkeit abhängige Funktionen sind bei der doppelt-logarithmischen Auftragung parallele Geraden. Die transversale magnetische Kraft geht für $v_{\perp} \lesssim 1000$ m/s etwa wie $v_{\perp}^{0.6}$.

In unteren Teil von Abb. 3.7 ist der Betrag der transversalen magnetischen Kraft

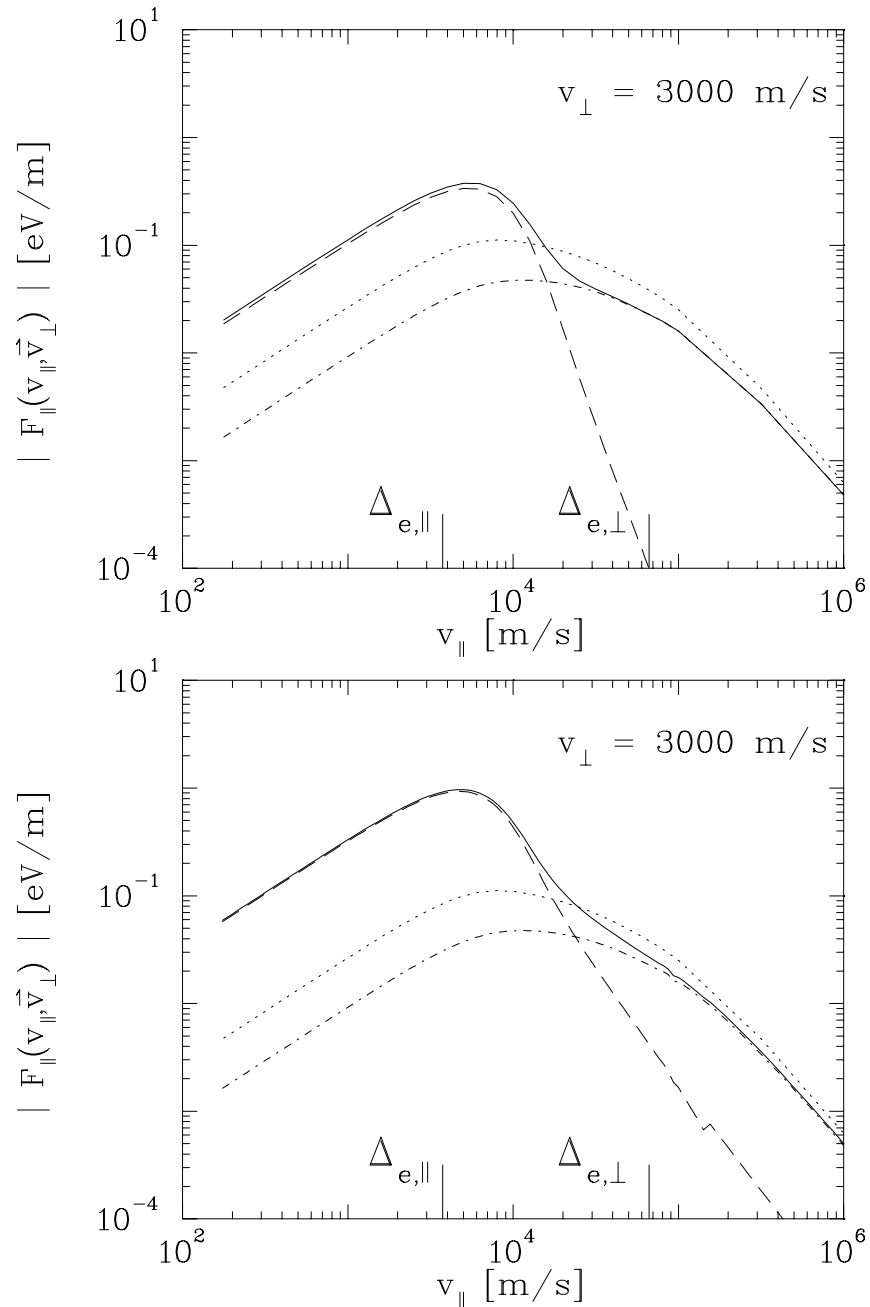


Abbildung 3.6: Magnetische Kühlkraft F_{\parallel} für $Z=1$, $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $B_{cool} = 418$ Gauß, $kT_{\parallel} = 80 \mu\text{eV}$ und $kT_{\perp} = 12.5 \text{ meV}$. Beträge der Kraft nach Derbenev (oberes Bild) und nach Sørensen (unteres Bild). Der adiabatische Beitrag ist gestrichelt, der nichtmagnetische strich-punktiert eingezeichnet. Die durchgezogene Kurve ist die magnetische Kühlkraft, die gepunktete Kurve stellt die Kühlkraft ohne Berücksichtigung des longitudinalen Führungsfeldes dar.

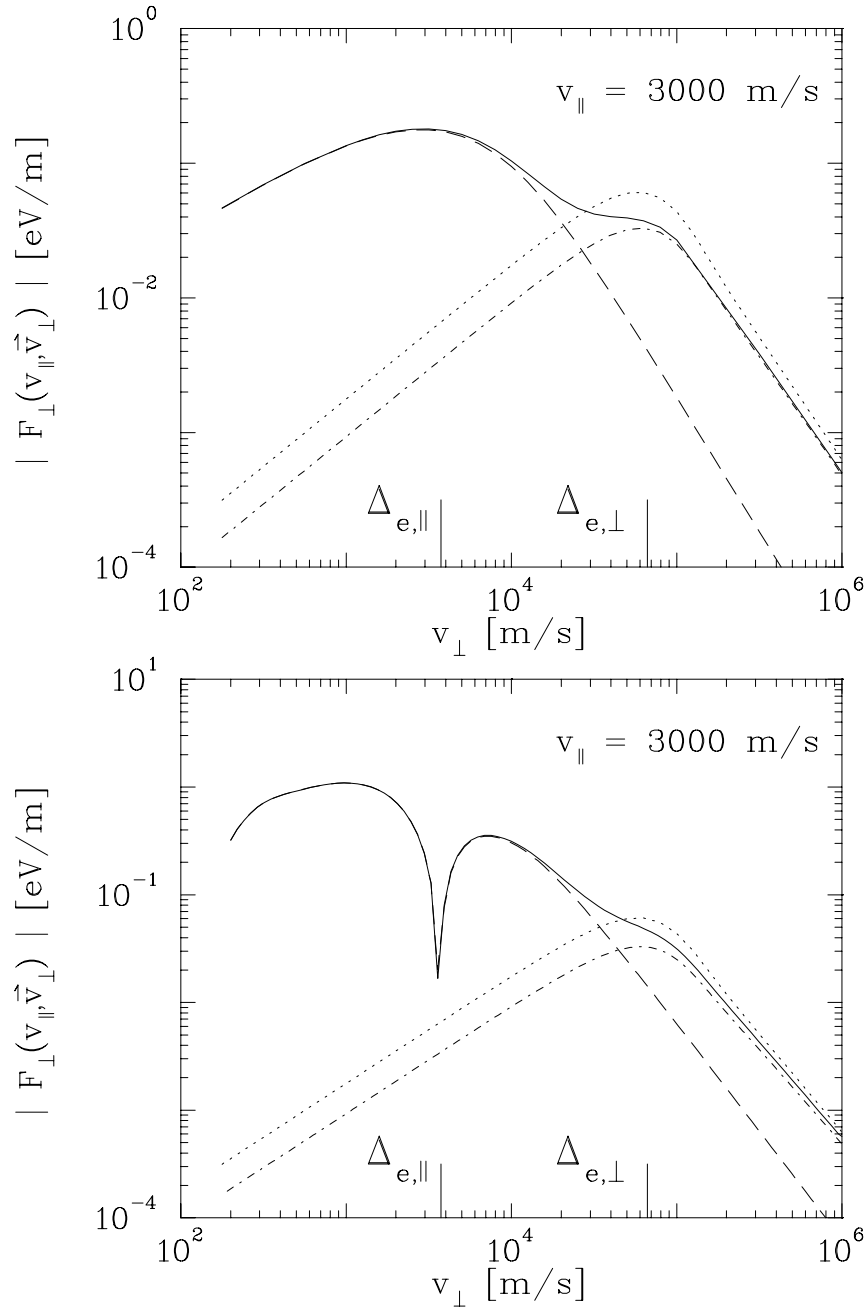


Abbildung 3.7: Magnetische Kühlkraft F_{\perp} für $Z=1$, $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $B_{cool} = 418$ Gauß, $kT_{\parallel} = 80 \mu\text{eV}$ und $kT_{\perp} = 12.5 \text{ meV}$. Beträge der Kraft nach Derbenev (oberes Bild) und nach Sørensen (unteres Bild). An der Stelle des Einbruchs des Betrags der Kraft nach Sørensen wechselt diese ihr Vorzeichen. Für kleine Geschwindigkeiten ist diese positiv und zeigt in die gleiche Richtung wie \vec{v}_{\perp} . Der adiabatische Beitrag ist gestrichelt, der nichtmagnetische strich-punktiert eingezeichnet. Die durchgezogene Kurve ist die magnetische Kühlkraft, die gepunktete Kurve stellt die Kühlkraft ohne Berücksichtigung des longitudinalen Führungsfeldes dar.

nach Sørensen gezeichnet. Bei einer Geschwindigkeit v_{\perp} in der Größe der longitudinalen Geschwindigkeitsunschärfe der Elektronen $\Delta_{e\parallel}$ ist in dieser Auftragung ein Einbruch zu beobachten. Das rührt daher, daß an dieser Stelle die Kraft ihr Vorzeichen wechselt. Die Kraft ist für transversale Geschwindigkeiten $v_{\perp} < \Delta_{e\parallel}$ positiv, d.h. Kraft und Geschwindigkeit sind in diesem Fall gleichgerichtet, die Kraft heißt transversal. In diesem Geschwindigkeitsbereich ist der Absolutbetrag der Kraft vergleichbar mit der longitudinalen magnetischen Kraft (Abb. 3.6 unteres Bild). Es sollte erwähnt werden, daß in die Berechnung des transversalen adiabatischen Kraftbeitrags die longitudinale Elektronentemperatur nicht eingeht (Gl. 3.29) und die longitudinale Komponente der Ionengeschwindigkeit mit 3000 m/s von der Größe der longitudinalen Geschwindigkeitsunschärfe der Elektronen ist. Ähnlich wie der longitudinale adiabatische Beitrag nach Derbenev, verschwindet der transversale adiabatische Beitrag nach Sørensen identisch für verschwindende longitudinale Ionengeschwindigkeit $v_{\parallel} = 0$ und ist für endliches v_{\parallel} positiv in einem Geschwindigkeitsbereich v_{\perp} , der mit steigender longitudinaler Ionengeschwindigkeit zunimmt. Ein positiver adiabatischer Beitrag zur transversalen Kraft erhält man auch in dem Modell nach Derbenev für longitudinale Ionengeschwindigkeiten $v_{\parallel} \gtrsim 4500$ m/s. Die Tatsache, daß die transversale magnetische Kraft unter bestimmten Bedingungen heizen kann, ist zwar in der Literatur erwähnt [27], wurde aber bisher nicht im Detail diskutiert. Prinzipiell ist es aber aufgrund der soeben erwähnten Resultate der Rechnungen nicht möglich, sinnvolle Reibungskoeffizienten für die transversale magnetische Kühlkraft zu bestimmen. Daher bezieht sich die Diskussion der magnetischen Kraft im folgenden ausschließlich auf die longitudinale Kraftkomponente.

Ionenstromabhängigkeit

Für die longitudinale magnetische Kühlkraft kann man die Reibungskoeffizienten für kleine Relativgeschwindigkeiten v_{\parallel} nach Gl. 3.13 in Abhängigkeit von v_{\perp} bestimmen. Abb. 3.8 zeigt die longitudinalen Reibungskoeffizienten als Funktion der transversalen Ionengeschwindigkeit für $Z=1$, $n_e \approx 8 \cdot 10^6$ cm⁻³, $B_{cool} = 418$ Gauß, $kT_{\parallel} = 80$ μ eV, $kT_{\perp} = 12.5$ meV. Für transversale Ionengeschwindigkeiten im Bereich von 100 - 1000 m/s ist der Reibungskoeffizient nach Sørensen etwa einen Faktor fünf größer als der nach Derbenev, für Geschwindigkeiten größer etwa 10^4 m/s werden die Reibungskoeffizienten vergleichbar. Grundsätzlich zeigen beide Theorien eine starke Abhängigkeit des longitudinalen Reibungskoeffizienten von der transversalen Geschwindigkeitskomponente des Ions. Ändert sich mit der Ionenintensität die transversale Geschwindigkeitsverteilung des Ionenstrahls in der Wechselwirkungszone, so würde man nach beiden Theorien eine Änderung in der Kühlkraft, bzw. des Reibungskoeffizienten erwarten.

Aufgrund dieser empfindlichen Abhängigkeit ist die Änderung des Reibungskoeffizienten bei Änderung eines weiteren Parameters ebenfalls abhängig von der jeweiligen transversalen Komponente der Ionengeschwindigkeit. Studiert man den Einfluß eines

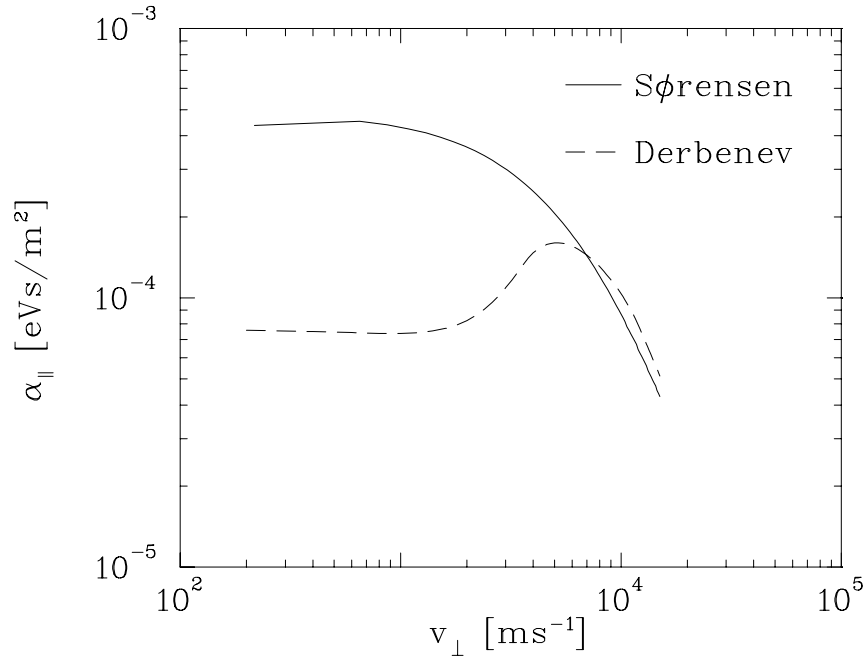


Abbildung 3.8: Abhängigkeit des Reibungskoeffizienten der longitudinalen magnetischen Kühlkraft von der transversalen Ionengeschwindigkeit, für $Z=1$, $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $B_{cool} = 418 \text{ Gauß}$, $kT_{\parallel} = 80 \text{ } \mu\text{eV}$, $kT_{\perp} = 12.5 \text{ meV}$.

bestimmten Parameters, so ist es sinnvoll die Reibungskoeffizienten für zwei Parameter, nämlich den interessierenden und die transversale Ionengeschwindigkeit zu bestimmen. Aus diesem Grund können nicht so scharfe Aussagen wie in der Theorie ohne Magnetfeld über die Abhängigkeiten verschiedener Parameter gemacht werden.

Im folgenden wurden systematische Rechnungen zur longitudinalen Kühlkraft für verschiedene Parameter und transversale Ionengeschwindigkeiten von 0 - 15 000 m/s angestellt. In den Abb. 3.9 - 3.12 werden die Ergebnisse beider Theorien jeweils miteinander verglichen. Der Übersicht halber wurden jeweils Rechnungen für $v_{\perp} = 1000$, 5000 und 10000 m/s gezeichnet. Dabei entsprechen gefüllte Symbole und durchgezogene Kurven der Theorie nach Sørensen und offene Symbole bzw. gestrichelte Kurven den Resultaten nach Derbenev.

Elektronendichteabhängigkeit

Wie im Abschnitt über die Theorie ohne Magnetfeld werden zwei Fälle betrachtet, nämlich die Änderung der Elektronendichte bei einerseits konstanter longitudinaler Elektronentemperatur und andererseits bei gleichzeitiger Änderung der longitudinalen Elektronentemperatur nach Gl. 2.10. Die longitudinale magnetische Kühlkraft wurde für $Z=1$, $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $B_{cool} = 418 \text{ Gauß}$, und $kT_{\perp} = 12.5 \text{ meV}$ berech-

net. Die Elektronendichte wurde dabei im experimentell relevanten Bereich von $10^6 - 10^8 \text{ cm}^{-3}$ variiert, als zweiter Parameter wurde die transversale Ionengeschwindigkeit von 0 bis 15 000 m/s verändert. Bei fester transversaler Ionengeschwindigkeit wurden für zunächst konstante longitudinale Elektronentemperatur von $kT_{\parallel} = 80 \mu\text{eV}$ die magnetische Kühllkraft berechnet und der longitudinale Reibungskoeffizient für longitudinale Relativgeschwindigkeiten $v_{\parallel} \leq 2000 \text{ m/s}$ bestimmt. Die Elektronendichteabhängigkeit der Reibungskoeffizienten, die die Theorie nach Sørensen liefert, kann auch hier durch ein Potenzgesetz $\alpha_{\parallel} \propto n_e^{\zeta}$ beschrieben werden. Der Exponent ζ liegt im Bereich zwischen 0.73 und 0.83, wobei ζ mit steigender transversaler Ionengeschwindigkeit zunimmt. Der longitudinale Reibungskoeffizient der Kraft nach Derbenev als Funktion der Elektronendichte n_e läßt sich eher durch eine lineare Funktion mit endlichem Offset bzw. Y-Achsenabschnitt beschreiben. Dieser Offset verschwindet für $v_{\perp} = 0$ und geht gegen Null für hohe transversale Ionengeschwindigkeiten v_{\perp} . Aus diesem Grund ist es nicht möglich diesen Verlauf durch ein Potenzgesetz zu beschreiben (siehe Abb. 3.9 oberes Bild).

Ändert man mit der Elektronendichte die longitudinale Elektronentemperatur, kann der longitudinale Reibungskoeffizient nach Sørensen als Funktion der Elektronendichte erneut durch Potenzfunktionen beschrieben werden, mit Exponenten $\zeta = 0.59 - 0.83$. Die Reibungskoeffizienten nach Derbenev als Funktion der Elektronendichte besitzen in diesem Fall einen äußerst nichtlinearen Verlauf. Für transversale Ionengeschwindigkeiten $v_{\perp} > 2500 \text{ m/s}$ weist die Kurve $\alpha_{\parallel}(n_e, v_{\perp} = \text{const})$ ein Minimum bei $n_e \approx 9 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$ auf. Mit steigender transversaler Ionengeschwindigkeit ist dieses Minimum stärker ausgeprägt und wandert zu höheren Elektronendichten. Auch hier ist es nicht möglich eine Potenzfunktion an den Verlauf anzupassen (siehe Abb. 3.9 unteres Bild).

Ladungsabhängigkeit

Für die Parameter $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $B_{\text{cool}} = 418 \text{ Gauß}$, $kT_{\parallel} = 80 \mu\text{eV}$, $kT_{\perp} = 12.5 \text{ meV}$ wurden die longitudinalen Reibungskoeffizienten für Ionenladungen $Z = 1 - 10$ und transversale Ionengeschwindigkeiten $v_{\perp} = 0 - 15000 \text{ m/s}$ berechnet. An den Verlauf $\alpha_{\parallel}(Z, v_{\perp} = \text{const})$ wurden jeweils Potenzgesetze $\propto Z^{\kappa}$ angefitet. Nach Sørensen erhält man eine Ladungsskalierung von $\kappa = 1.99 - 1.92$, wobei der Exponent κ mit steigender transversaler Ionengeschwindigkeit abnimmt. Nach Derbenev erhält man Exponenten κ zwischen 0.4 und 1.4. Für transversale Geschwindigkeitskomponenten v_{\perp} von einigen 100 m/s ist κ ungefähr ≈ 1.2 . Mit größer werdendem v_{\perp} nimmt κ ab und erreicht bei $v_{\perp} \approx 4500 \text{ m/s}$ einen minimalen Wert von 0.4. Danach nimmt κ wieder zu und erreicht einen Wert von ungefähr 1.4 für $v_{\perp} \approx 10^4 \text{ m/s}$ (siehe Abb. 3.10 oberes Bild).

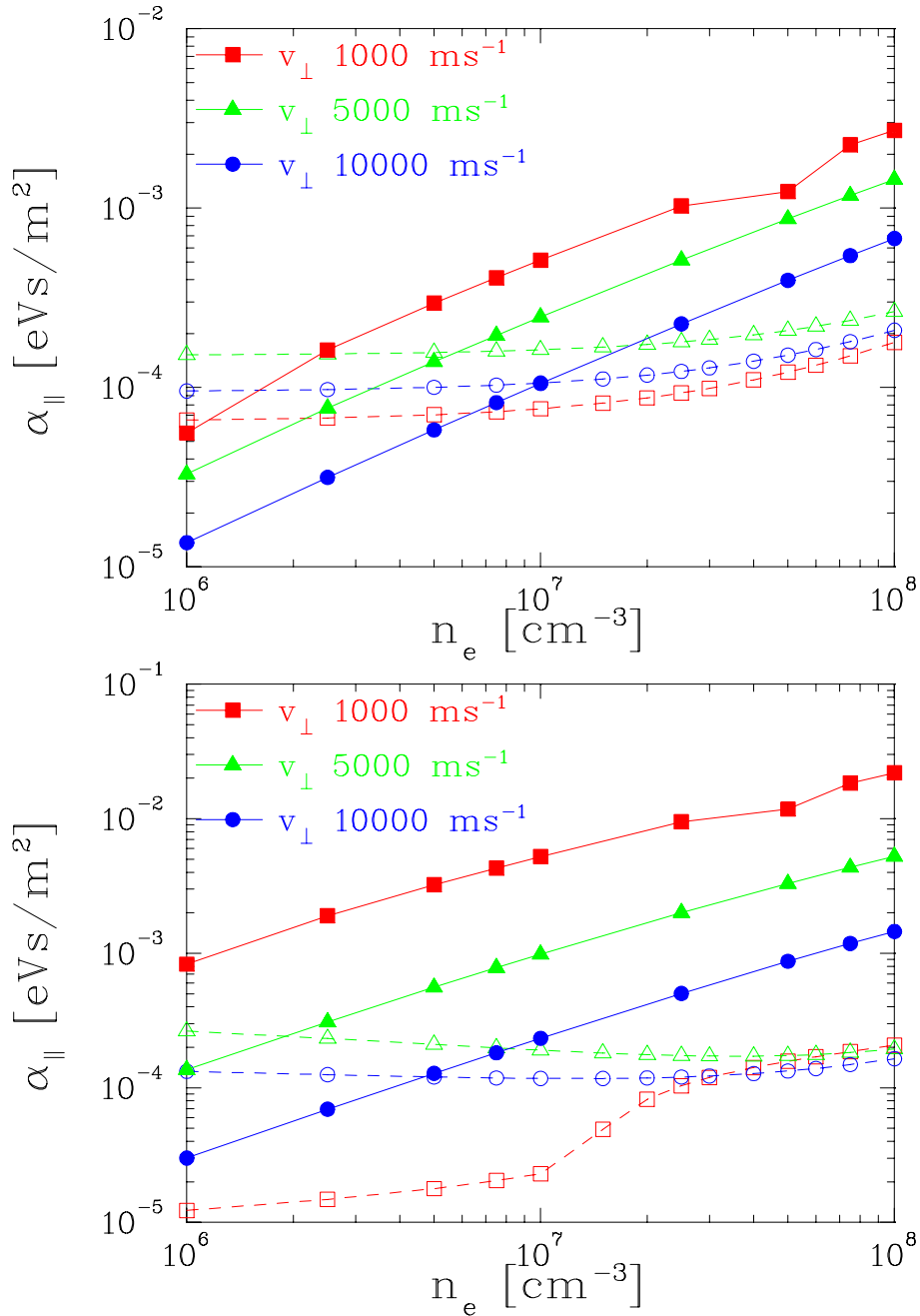


Abbildung 3.9: Magnetische Kühlkräfte in Abhängigkeit von der Elektronendichte ($Z=1$, $kT_{\perp} = 12.5$ meV, $B_{cool} = 418$ Gauß.) für drei verschiedene transversale Geschwindigkeitskomponenten ($v_{\perp} = 1000, 5000$, bzw. 10000 m/s). Im oberen Bild beträgt die longitudinale Temperatur $kT_{\parallel} = 80 \mu\text{eV} = \text{const.}$, im unteren Bild ist $kT_{\parallel} = f(n_e)$ (Gl.2.10, $kT_{\parallel} = 30 \mu\text{eV}$ bei $n_e = 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $kT_{\parallel} = 136 \mu\text{eV}$ bei $n_e = 10^8 \text{ cm}^{-3}$). Gefüllte Symbole bzw. durchgezogene Linien entsprechen Rechnungen nach Sørensen, offene Symbole bzw. gestrichelte Kurven Rechnungen nach Derbenev.

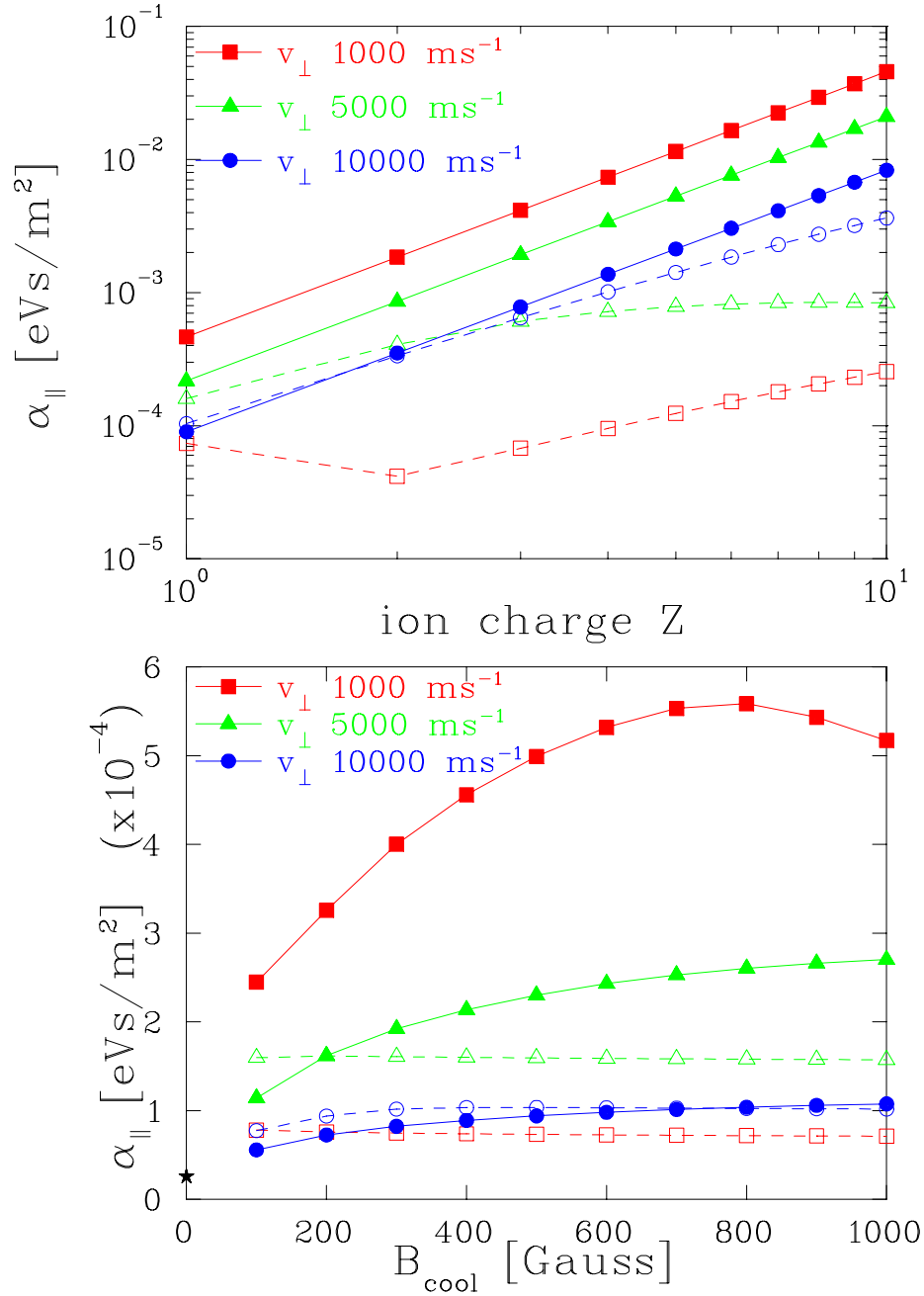


Abbildung 3.10: Magnetische Kühlkräfte in Abhängigkeit der Ionenladung ($B_{cool} = 418$ Gauß, oberes Bild) und des Führungsfeldes ($Z=1$, unteres Bild) ($kT_{\parallel} = 80\mu\text{eV}$, $kT_{\perp} = 12.5$ meV, $n_e = 8 \cdot 10^6$ cm⁻³) für drei verschiedene transversale Geschwindigkeitskomponenten ($v_{\perp} = 1000$, 5000, bzw. 10000 m/s). Gefüllte Symbole bzw. durchgezogene Linien entsprechen Rechnungen nach Sørensen, offene Symbole bzw. gestrichelte Kurven Rechnungen nach Derbenev. Der Reibungskoeffizient aus der Theorie ohne Magnetfeld ist im unteren Bild als Stern eingezeichnet ($B_{cool} = 0$).

Magnetfeldabhängigkeit

Für Magnetfelder B_{cool} im Bereich zwischen 100 und 1000 Gauß wurden longitudinale Reibungskoeffizienten für $Z=1$, $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $kT_{\parallel} = 80 \mu\text{eV}$, $kT_{\perp} = 12.5 \text{ meV}$ und transversale Ionengeschwindigkeiten $v_{\perp} = 0 - 15000$ berechnet. Nach Sørensen steigt der Reibungskoeffizient mit steigendem Magnetfeld - für $v_{\perp} = 0$ - von $2 \cdot 10^{-4} \text{ eVs/m}^2$ auf $7 \cdot 10^{-4} \text{ eVs/m}^2$ bei Erhöhung des Magnetfeldes von 100 auf 1000 Gauß. Allerdings nimmt dieser Anstieg bei steigender transversaler Ionengeschwindigkeit ab. So steigt der Reibungskoeffizient für $v_{\perp} = 5000 \text{ m/s}$ von $\approx 1 \cdot 10^{-4} \text{ eVs/m}^2$ auf $\approx 3 \cdot 10^{-4} \text{ eVs/m}^2$, für $v_{\perp} = 10\,000 \text{ m/s}$ von $\approx 5 \cdot 10^{-5} \text{ eVs/m}^2$ auf $\approx 10 \cdot 10^{-5} \text{ eVs/m}^2$ und für $v_{\perp} = 15\,000 \text{ m/s}$ von $\approx 3 \cdot 10^{-5} \text{ eVs/m}^2$ auf etwa $5 \cdot 10^{-5} \text{ eVs/m}^2$ (siehe Abb. 3.10 unteres Bild).

Nach Derbenev sinkt der Reibungskoeffizient für transversale Geschwindigkeiten von einigen 1000 m/s um ca. 8 % bei Erhöhung des Feldes von 100 Gauß auf 1000 Gauß. Bei Geschwindigkeiten v_{\perp} überhalb 7500 m/s ändert sich der Verlauf. Dann nimmt der Reibungskoeffizient bei abnehmender Stärke des Führungsfeldes unterhalb 200 Gauß ab, zunächst um 10 %. Oberhalb 200 Gauß bleibt der Reibungskoeffizient konstant. Bei $v_{\perp} = 10\,000 \text{ m/s}$ beginnt diese Abnahme schon bei Feldern unterhalb von 400 Gauß und beträgt ca. 20 %. Bei $v_{\perp} = 15\,000 \text{ m/s}$ schließlich nimmt der Reibungskoeffizient bei Reduktion des Feldes von 1000 Gauß auf 100 Gauß kontinuierlich ab, um ca. 30 %. Der Reibungskoeffizient ist von der Größe $5 - 15 \cdot 10^{-5} \text{ eVs/m}^2$.

Weiter ist in der Abb. 3.10 (unteres Bild) auf der y-Achse ($B_{cool} = 0$) der Reibungskoeffizient aus der Theorie ohne Magnetfeld eingezeichnet.

Abhängigkeit von den Elektronentemperaturen

Für die Parameter $Z=1$, $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $B_{cool} = 418 \text{ Gauß}$ wurden in Berechnungen systematisch die Elektronentemperaturen variiert. Einerseits wurde die Abhängigkeit von der transversalen Temperatur im Bereich von $kT_{\perp} = 5$ bis 125 meV bei konstantem $kT_{\parallel} = 80 \mu\text{eV}$ untersucht, andererseits wurden Berechnungen für kT_{\parallel} von 10 - 500 μeV bei $kT_{\perp} = 12.5 \text{ meV}$ durchgeführt.

Der adiabatische Beitrag nach Derbenev (Gl. 3.27) ist unabhängig von der transversalen Temperatur, entsprechend nimmt der longitudinale Reibungskoeffizient nur um 10 - 25 % ab, bei Erhöhung der transversalen Temperatur um einen Faktor 25 von 5 auf 125 meV aufgrund des kleiner werdenden nichtmagnetischen Beitrags. Die Reibungskoeffizienten nach Sørensen für transversale Ionengeschwindigkeiten unterhalb 2000 m/s nehmen in diesem Bereich zunächst um 45 - 60 % ab. Für v_{\perp} überhalb ca. 4000 m/s ergibt sich ein flacher Verlauf mit einem Maximum bei etwa kT_{\perp} von 10 meV, das bei größer werdendem v_{\perp} zu höheren transversalen Elektronentemperaturen wandert (siehe Abb. 3.11).

Bei Änderung der longitudinalen Temperatur erhält man nach Derbenev für trans-

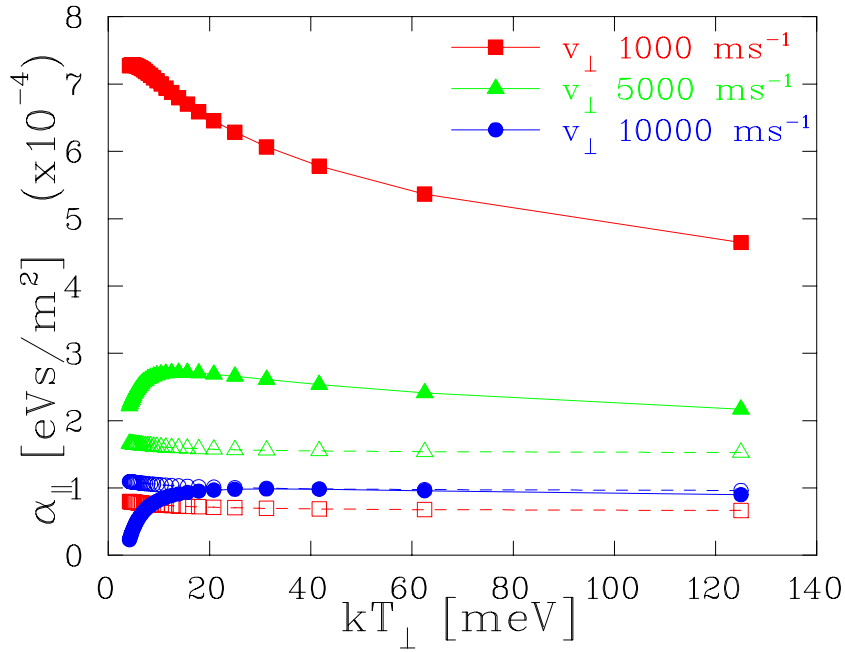


Abbildung 3.11: Magnetische Kühlkräfte in Abhängigkeit der transversalen Elektromagnettemperatur kT_{\perp} ($Z=1$, $kT_{\parallel} = 80\mu\text{eV}$, $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $B_{\text{cool}} = 418 \text{ Gau\ss}$) für drei verschiedene transversale Geschwindigkeitskomponenten ($v_{\perp} = 1000, 5000$, bzw. 10000 m/s). Gefüllte Symbole bzw. durchgezogene Linien entsprechen Rechnungen nach Sørensen, offene Symbole bzw. gestrichelte Kurven Rechnungen nach Derbenev.

versale Komponenten $v_{\perp} \lesssim 2000 \text{ m/s}$ ein Maximum bei ca. $150 \mu\text{eV}$. Für Geschwindigkeiten $v_{\perp} \gtrsim 3000 \text{ m/s}$ steigt dann der Reibungskoeffizient monoton mit abnehmender longitudinaler Temperatur, allerdings lassen sich an diesen Verlauf keine Potenzfunktionen anpassen.

Die Koeffizienten nach Sørensen steigen monoton bei Reduzierung der longitudinalen Temperatur, $\alpha_{\parallel} \propto 1/(kT_{\parallel})^{\gamma}$ mit γ zwischen 0.3 und 1 (siehe Abb. 3.12).

Die absolute Größe der longitudinalen Reibungskoeffizienten ist genau wie in der Theorie ohne Magnetfeld stark abhängig vom Wert der longitudinalen Geschwindigkeit. An dieser Stelle sollte erwähnt werden, daß die Abhängigkeit der longitudinalen Elektromagnettemperatur von der Elektronendichte nach Ausdruck 2.10 - ganz im Gegensatz zur Abhängigkeit der transversalen Temperatur vom Expansionsparameter, die in mehreren Messungen in verschiedenen Labors sehr gut bestätigt wurde - bislang experimentell nicht verifiziert wurde. Aus älteren Rekombinationsmessungen am TSR wurden longitudinale Temperaturen kT_{\parallel} von $420 \mu\text{eV}$ bzw. $600 \mu\text{eV}$ bei Elektronendichten n_e von $0.72 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$ bzw. $3.4 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$ für Kühlkraftrechnungen verwendet [30]. Im Gegensatz dazu liefert Gl. 2.10 Temperaturen von ca. $60 \mu\text{eV}$ bzw. $95 \mu\text{eV}$, die etwa einen Faktor 7 kleiner sind. Experimente am Stockholmer

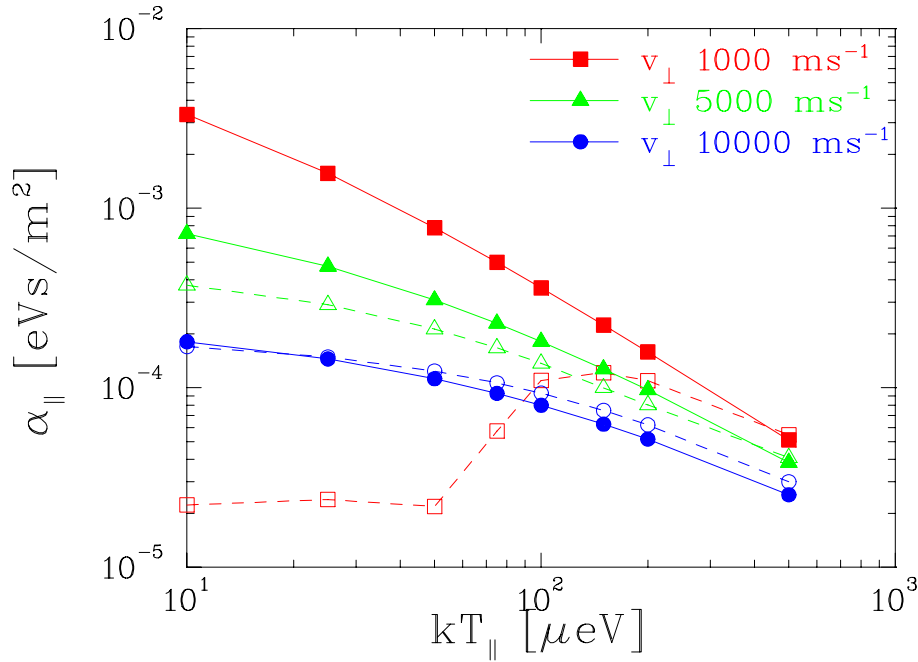


Abbildung 3.12: Magnetische Kühlkräfte in Abhängigkeit der longitudinalen Elektronentemperatur kT_{\parallel} ($Z=1$, $kT_{\perp} = 12.5$ meV, $n_e = 8 \cdot 10^6$ cm $^{-3}$, $B_{cool} = 418$ Gauß.) für drei verschiedene transversale Geschwindigkeitskomponenten ($v_{\perp} = 1000, 5000$, bzw. 10000 m/s). Gefüllte Symbole bzw. durchgezogene Linien entsprechen Rechnungen nach Sørensen, offene Symbole bzw. gestrichelte Kurven Rechnungen nach Derbenev.

Kühlerring CRYRING mit $^{12}\text{C}^{3+}$ ergaben sehr kleine longitudinale Temperaturen von 67 μeV bzw. 80 μeV für die Elektronendichte von $5 \cdot 10^6$ cm $^{-3}$ bzw. $2.8 \cdot 10^7$ cm $^{-3}$ [31–33]. Aus den Elektronendichten berechnet man mit Gl. 2.10 52 μeV bzw. 89 μeV . Neuere Experimente am TSR ergaben eine von der gespeicherten Ionenintensität abhängige longitudinale Elektronentemperatur, deren auf Ionenstrom 0 extrapolierter Wert mit dem Wert aus Gl. 2.10 übereinstimmt [34]. Der Anstieg der longitudinalen Temperatur wurde mit einem Beitrag der Iontemperatur erklärt, der mit zunehmendem Ionenstrom größer wird. Die funktionale Abhängigkeit von Gl. 2.10, konnte jedoch nicht verifiziert werden [34]. Prinzipiell scheint aber die Größe der longitudinalen Elektronentemperatur korrekt von Gl. 2.10 wiedergegeben zu werden. Die Unsicherheit in diesem Punkt ist ein Nachteil für die theoretische Beschreibung der Elektronenkühlung, denn die Rechnungen mit den verschiedenen in diesem Kapitel vorgestellten Ansätzen haben gezeigt, daß die Kraft bzw. die Reibungskoeffizienten stark von der longitudinalen Elektronentemperatur abhängen. Läßt man diese Größe als zu adaptierenden Parameter frei, ist es unter Umständen möglich nahezu jede Theorie mit dem Experiment in Einklang zu bringen.

Mit den beiden skizzierten Ansätzen wird das longitudinale Magnetfeld jedenfalls nur unbefriedigend berücksichtigt. Ein weiterer Ansatz besteht in Simulationsrechnungen zur Elektronenkühlung, wie z. Bsp. den sogenannten Molecular Dynamics Rechnungen (MD). Dabei werden die klassischen Bewegungsgleichungen numerisch gelöst, wobei die Coulomb-Wechselwirkung eines Ions mit allen Elektronen und der Elektronen untereinander berücksichtigt wird. Diese Technik ist sehr rechenaufwendig und wurde bisher auf ein isotropes, nichtmagnetisches Elektronenplasma angewendet [24]. In sogenannten Particle-in-Cell (PIC) Simulationen wird die direkte Elektron-Elektron Wechselwirkung durch ein mittleres Feld bzw. Potential ersetzt, wodurch der Rechenaufwand vermindert werden kann. Simulationen mit dieser Methode für ein anisotropes, magnetisiertes Elektronenplasma finden jedoch für Parameter (n_e, B_{cool}) statt, die sich um Größenordnungen von den in Labors üblichen Werten unterscheiden [35]. Ein neuerer Ansatz besteht in einer Kombination von linearer dielektrischer Theorie und binären Stößen [36]. Grundsätzlich ist es jedoch noch nicht gelungen das longitudinale Magnetfeld sinnvoll in eine Theorie zur Elektronenkühlung einzubinden. Um daher die Entwicklung der theoretischen Beschreibung der Elektronenkühlung zu unterstützen und voran zu treiben sind deshalb umfassende und systematische Experimente notwendig, in denen jeweils der Einfluß der wesentlichen Parameter untersucht wird.

4 Strahldiagnose

Eine schnelle, zerstörungsfreie und präzise Strahldiagnose ist entscheidend für einen erfolgreichen Betrieb von Speicherring und Elektronenkühler, so ist beispielsweise eine gute transversale Diagnose des gekühlten Ionenstrahls in beiden Freiheitsgraden eine Grundvoraussetzung für eine optimale Einstellung des Elektronenkühlers. Weiterhin ermöglicht die zerstörungsfreie Strahldiagnose die quantitative Untersuchung der Physik der gespeicherten Ionenstrahlen und der Elektronenkühlung. Longitudinal kann die Impulsverteilung des Ionenstrahls mittels Schottkydiagnose und Strahltransferfunktion (Beam Transfer Function BTF) bestimmt werden. Bei hohen Strahlströmen, bzw. Phasenraumdichten allerdings bestimmen kollektive Effekte die Form des Spektrums. Nur für die BTF lassen sich diese korrigieren und erlauben weiterhin die Bestimmung der Impulsverteilung. Für die Messung der transversalen Strahlprofile dient ein Restgasionisationsstrahlprofilmonitor (Beam Profile Monitor BPM) [37]. Detailliertere Darstellungen der longitudinalen Strahldiagnose am TSR, bzw. des Profilmonitors finden sich z.Bsp. in [38–40].

4.1 Schottkydiagnose

Mit Hilfe der Schottkydiagnose läßt sich die Umlauffrequenz des gespeicherten Ionenstrahls sehr genau bestimmen. Aufgrund der Diskretheit der elektrischen Ladung kann man bei elektrischen Strömen stets unregelmäßige Schwankungen beobachten. Dieser Effekt wird als Schrotrauschen oder Schottky-Rauschen bezeichnet [41]. Bei der spektralen Analyse des Rauschsignals, das ein umlaufender Ionenstrahl an einer kapazitiven Sonde (Pickup) erzeugt, erhält man das sogenannte Schottky-Spektrum (siehe z.Bsp. Abb. 5.3). Ein enormer Vorteil dieser Methode ist die geringe Beeinflussung des Ionenstrahls. Den Ionen wird bei der Messung im Pickup ein vernachlässigbar kleiner Teil ihrer Energie entzogen. Man erhält Rauschbänder bei allen Harmonischen der Umlauffrequenz ($f_h = h \cdot f_0$, wobei f_0 die mittlere Umlauffrequenz und h eine ganze Zahl ist), und die gesamte Rauschleistung ist in jedem Band gleich und proportional zur Teilchenzahl und zu den Quadraten von Ionenladung und Umlauffrequenz. Da die Breite der Bänder proportional zu h ist, nimmt die Leistungsdichte entsprechend ab. Aus dem Frequenzspektrum erhält man nach Gl. 2.7 die longitudinale Impulsverteilung des Strahls. Allerdings zeigen Schottkysignale bei hohen Ionenströmen, bzw. hohen Phasenraumdichten aufgrund der longitudinalen Koppelimpedanz eine ausgeprägte Doppelpeakstruktur. Für elektronengekühlte

$^{12}\text{C}^{6+}$ Ionen (73.3 MeV) setzt dieses Verhalten bei Strahlströmen der Größenordnung $\approx 10\mu\text{A}$ ein. In diesem Fall ist weder die Proportionalität zwischen integraler Signalleistung eines Schottkybands und Anzahl N der Teilchen gegeben, noch läßt sich die Impulsverteilung aus dem gemessenen Spektrum ableiten.

4.2 Strahltransferfunktion BTF

Eine wichtige Eigenschaft des Ionenstrahls ist dessen Impulsschärfe. Diese kann auch durch Messung der sogenannten Strahltransferfunktion ermittelt werden. Die Strahltransferfunktion ist die Übertragungsfunktion des Systems gespeicherter Ionenstrahl - Kicker - Pickup. Sie ist durch das Verhältnis von Antwort- zu Anregungssignal gegeben. Der Strahl wird dabei durch ein sinusförmiges Signal der Amplitude $U_k(f)$, welches auf den Kicker gegeben wird, angeregt und die Antwort des Strahls wird durch Detektion des Stroms an einem Pickup $I_{PU}(f)$ bestimmt. Die BTF r_{\parallel} ist gegeben durch:

$$r_{\parallel}(f) = \frac{I_{PU}(f)}{U_k(f)} \quad (4.1)$$

Die BTF ist eine von der Frequenz abhängige komplexwertige Funktion, da die Phasendifferenz von Anregung und Antwortsignal frequenzabhängig ist. Die eigentliche Messung geschieht mit Hilfe eines sogenannten Netzwerkanalysators.

Es besteht folgender Zusammenhang zwischen der Übertragungsfunktion und der auf N Teilchen normierten ungestörten Verteilungsfunktion $\rho_0(f)$ [42]:

$$r_{\parallel}(f) = \frac{2\pi\eta(Ze)^2 f_0^3}{\beta_i^2 E_i h} \left\{ \mp\pi \frac{d\rho_0}{df} + i \text{PV} \int \frac{d\rho_0/df}{f/h - f_0} df \right\} \quad (4.2)$$

Ze ist die Ladung der Ionen, f_0 die mittlere Umlauffrequenz, E_i die Energie und $\beta_i = v_i/c$ die Geschwindigkeit in Einheiten der Lichtgeschwindigkeit für ein Sollteilchen im Laborsystem und η ein Maschinenparameter (vgl. Abschnitt 2.1.3). Mit h ist die Zahl der Harmonischen der Umlauffrequenz bezeichnet, bei der die Messung durchgeführt wird. PV steht für den Cauchyschen Hauptwert des Integrals. Der Realteil der Übertragungsfunktion ist proportional zur Ableitung der Strahlverteilung nach der Frequenz $d\rho_0/df$.

Bei niedrigen Phasenraumdichten besitzt die Amplitude der BTF ein einzelnes Maximum. Bei hohen Phasenraumdichten weist die Amplitude der BTF ebenfalls eine ausgeprägt Doppelpeakstruktur auf. Allerdings können bei der Übertragungsfunktion kollektive Effekte korrigiert werden, um die Ableitung der Verteilungsfunktion, bzw. die Verteilungsfunktion $\rho_0(f)$ zu erhalten. Die Wechselwirkung des Ionenstrahls mit seiner Umgebung wird mit Hilfe der Koppelimpedanz beschrieben. Der Strahl erzeugt longitudinale elektrische Felder, die über die Koppelimpedanz auf

den Strahl zurück wirken. Die Koppelimpedanz setzt sich aus drei Anteilen zusammen [43]; dem Resistive-Wall Anteil Z^{resist} aufgrund der endlichen Leitfähigkeit des Strahlrohrmaterials, dem Anteil Z^{reson} aufgrund Diskontinuitäten im Strahlrohr, wie Querschnittsänderungen, Materialübergängen, u.ä. und der Raumladungsimpedanz Z^{space} , die die kapazitive Kopplung des Strahls an die Strahlrohrwand berücksichtigt. Die Raumladungsimpedanz ist eine rein imaginäre Konstante und dominiert üblicherweise die anderen zwei.

Für die totale Übertragungsfunktion r_{\parallel}^c aufgrund kollektiver Rückwirkung erhält man [43]:

$$r_{\parallel}^c = r_{\parallel}^0 - r_{\parallel}^c Z_{\parallel} r_{\parallel}^0 \quad (4.3)$$

r_{\parallel}^0 ist die Übertragungsfunktion ohne Rückwirkung gemäß Gl. 4.2. Daraus folgt:

$$\frac{1}{r_{\parallel}^0} = \frac{1}{r_{\parallel}^c} - Z_{\parallel} \quad (4.4)$$

Die Korrektur der BTF besteht demnach aus einer imaginären Verschiebung des sogenannten Stabilitätsdiagramm $1/r_{\parallel}^c(f)$. Für eine gaußförmige Verteilung $\rho_0(f)$ ist das Verhältnis von reellem zu imaginärem Achsenabschnitt der BTF 1 : 0.7, unabhängig von der Impulsschärfe, d.h. das Stabilitätsdiagramm muß so lange verschoben werden, bis dieses Verhältnis erreicht ist.

Bei der Auswertung einer BTF Messung sind darüberhinaus vorher folgende Punkte zu berücksichtigen, bzw. zu korrigieren. Zuerst muß bei den Rohdaten die elektrische Länge (electrical delay) korrigiert werden. Bei einer Kabellänge von typisch 100 m vom Netzwerkanalysator bis zum Kicker, bzw. Pickup haben Signale aufgrund der Laufzeit eine der Frequenz proportionale Phasenverschiebung. Danach wird üblicherweise der Signal-Rauschabstand der Daten mit Hilfe des sogenannten Timegatings erheblich verbessert [44]. Bei diesem Verfahren wird das Spektrum mit der inversen Fouriertransformation in den Zeitbereich transformiert, und dieses Signal wird mit einer geeigneten Fensterfunktion [45] über einem Zeitintervall, in dem die Antwort des Strahls steckt, multipliziert und danach wieder in den Frequenzraum rücktransformiert. Die Anfangsphase der BTF beträgt -90° , der Phasengang ist 360° . Aufgrund des großen Signalweges kommt es zu Laufzeiteffekten, die zu einer relativen Verschiebung der Phasen von Referenz zu Pickupsignal führen. Dieser Phasenoffset muß berücksichtigt und die Anfangsphase auf -90° korrigiert werden. Die letzte Korrektur besteht dann in dem oben beschriebenen Verschieben des Stabilitätsdiagramms, welches nur bei Ionenstrahlen hoher Phasenraumdichte notwendig ist.

In den Abb. 4.1 und 4.2 ist eine BTF-Messung eines gekühlten $^{12}\text{C}^{6+}$ Ionenstrahls der Energie 73.3 MeV dargestellt. Der Strahlstrom beträgt $40 \mu\text{A}$. Aufgrund der hohen Phasenraumdichte wird das Stabilitätsdiagramm $1/r_{\parallel}^c(f)$ verschoben (Abb. 4.1). Daraus erhält man den Realteil der Transferfunktion $r_{\parallel}^0(f)$, bzw. dessen

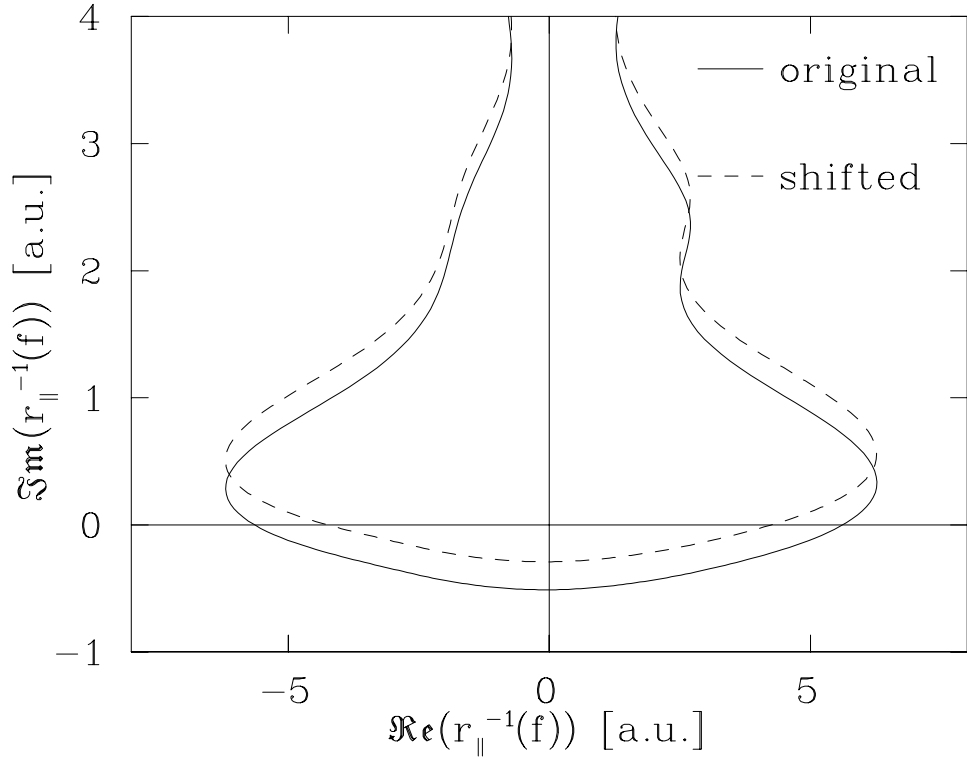


Abbildung 4.1: Stabilitätsdiagramm $1/r_{\parallel}(f)$ einer BTF-Messung mit gekühlten $^{12}\text{C}^{6+}$ Ionen der Energie 73.3 MeV. Strahlstrom und Elektronendichte betragen $I_{ion} = 40\mu\text{A}$ und $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$. Das Stabilitätsdiagramm (durchgezogene Kurve) erhält man nach Berücksichtigung des Electrical Delays, Timegating und Korrektur der Anfangsphase. Die Frequenz f stellt den Parameter der Kurve dar. Der Absolutbetrag $|1/r_{\parallel}(f)|$ ist minimal bei f_h . Aufgrund der longitudinalen Koppelimpedanz muß das Stabilitätsdiagramm verschoben werden (gestrichelte Kurve).

Integral (Abb. 4.2), welches der Verteilung des gespeicherten Strahls proportional ist:

$$\rho_0(f) \propto - \int_{-\infty}^f \text{Re}(r_{\parallel}^0(\tilde{f})) d\tilde{f} \quad (4.5)$$

Fittet man eine Gaußkurve an die Verteilung $\rho_0(f)$, so erhält man aus der Standardabweichung $\Delta f/f$ und mit Gl. 2.7 eine Impulsschärfe von $\Delta p/p = 7.1 \cdot 10^{-5}$. Die Impulsschärfe bezogen auf die volle Halbwertsbreite kann direkt aus der Messung entnommen werden und man erhält $(\Delta p/p)_{\text{FWHM}} = 1.7 \cdot 10^{-4}$ (FWHM = Full Width at Half Maximum).

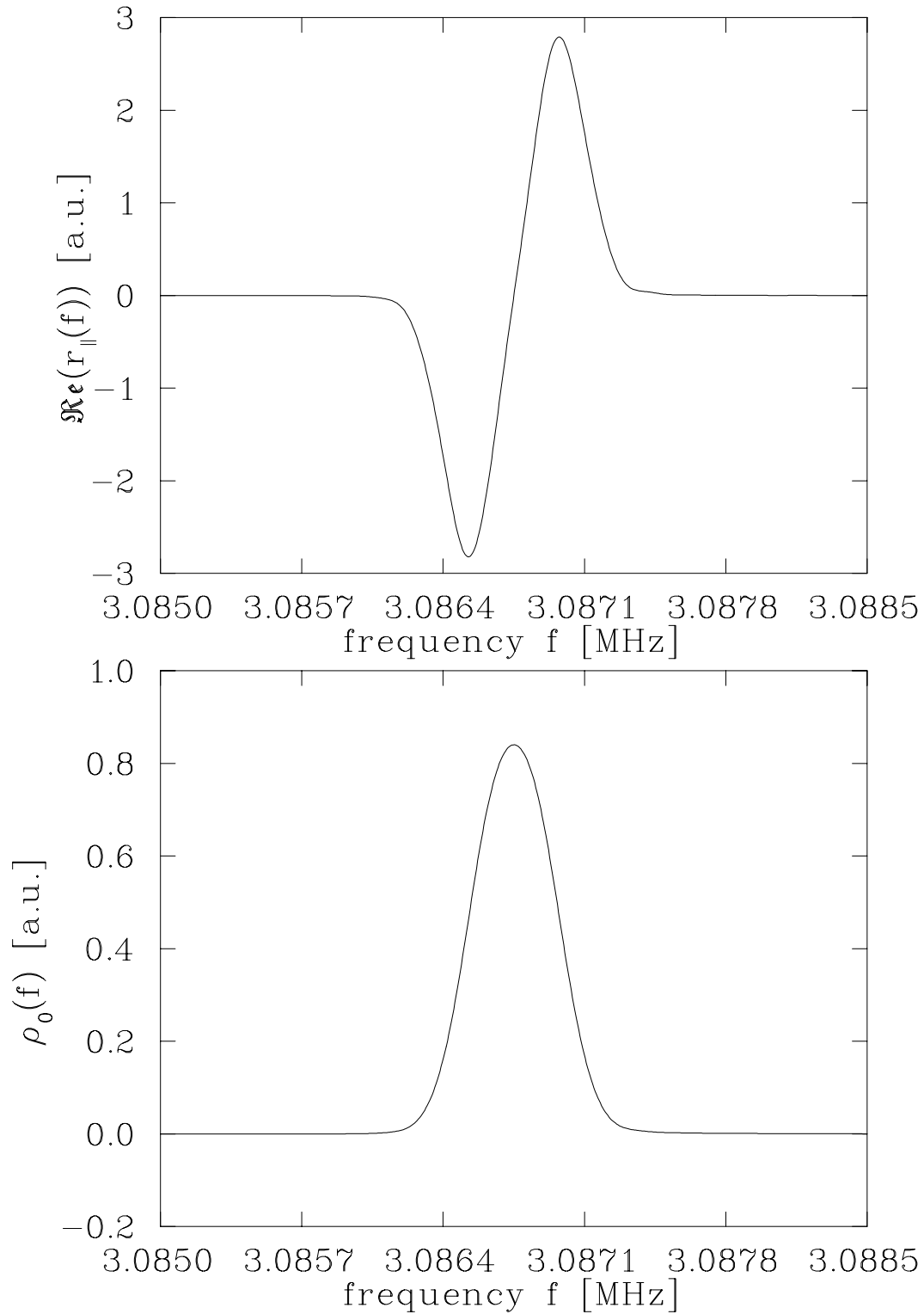


Abbildung 4.2: Realteil (oben) und integrierter Realteil (unten) der BTF Messung aus Abb. 4.1 ($^{12}\text{C}^{6+}$ 73.3 MeV, $I_{ion} = 40\mu\text{A}$, $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$). Die Verteilung $\rho_0(f)$ ist proportional zum integrierten Realteil (Gl. 4.5). Die Strahltransferfunktion wurde bei der 5. Harmonischen aufgenommen.

4.3 Strahlprofilmonitor

Horizontale und vertikale Strahlprofile, bzw. deren zeitliche Entwicklung werden mit Hilfe eines Restgasionisationsstrahlprofilmonitors gemessen, dessen Funktionsweise und Auflösung im folgenden beschrieben werden.

Funktionsweise des Strahlprofilmonitors

Das Prinzip eines Restgasionisationsstrahlprofilmonitors (engl. beam profile moni-

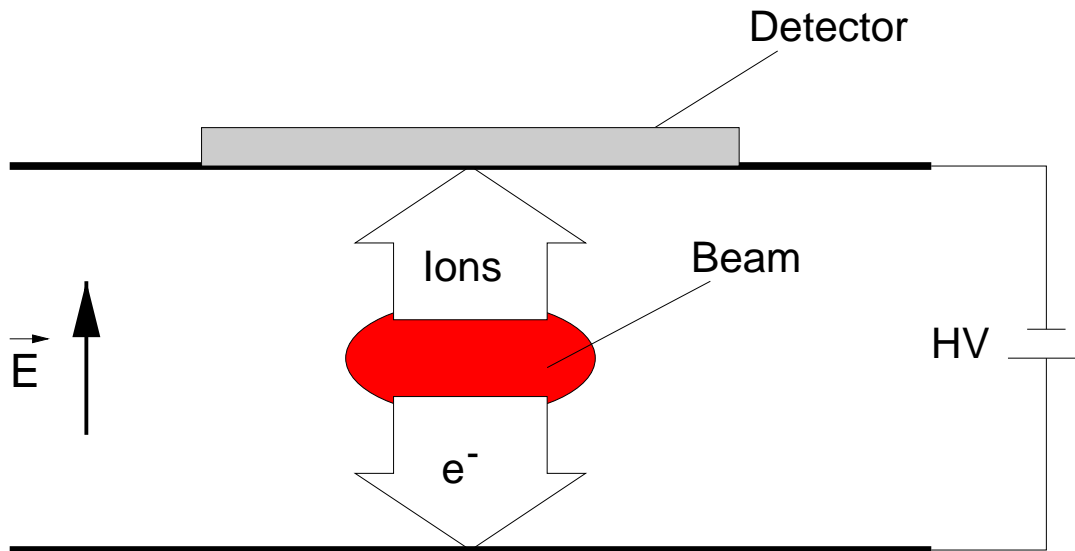


Abbildung 4.3: Prinzip eines Strahlprofilmonitors. Restgasionen, die der gespeicherte Ionenstrahl erzeugt, werden auf einen ortsempfindlichen Detektor beschleunigt.

tor BPM) ist in Abb. 4.3 dargestellt [37]. Der Ionenstrahl erzeugt durch Stöße mit Restgasmolekülen Ionen, die von einem an zwei Elektroden angelegten Hochspannungsfeld abgesaugt werden. Dort werden sie mit einem ortsempfindlichen Detektor nachgewiesen. Bei räumlich konstantem Druck ist die Zahl der in einem Probevolumen erzeugten Restgasionen proportional zur Ionendichte; die auf den Detektor beschleunigten Restgasionen liefern somit die Projektion des Strahls auf die Ebene senkrecht zum elektrischen Feld (= Strahlprofil). Zwei Strahlprofilmonitore sind senkrecht zueinander angeordnet, wobei der eine die horizontale und der andere die vertikale Koordinate mißt.

Auflösung und Linearität

Die Kalibrierung des Strahlprofilmonitors erfolgt auf unterschiedliche Weise. Die Eichung des vertikalen Strahlprofilmonitors geschieht mit Hilfe von zwei Eichdrähten,

die vor dem Detektor positioniert sind. Der horizontale Monitor kann in der Vakuumkammer horizontal gefahren werden, so daß dieser mit Hilfe von „Eichklötzen“ geeicht werden kann.

Die Linearität der Strahlprofilmonitore ist in früheren Tests bereits bestens bestätigt worden.

Die Ortsauflösung ist durch den transversalen Impulsübertrag auf die Restgasionen beim Ionisationsprozeß und die thermische Geschwindigkeitsverteilung des Restgases beschränkt. Geschwindigkeitskomponenten transversal zur Strahlrichtung und parallel zu den Elektroden führen zu einem Versatz auf dem Detektor bezüglich des Ortes der Ionisation (siehe Abb. 4.4). Der Versatz berechnet sich zu:

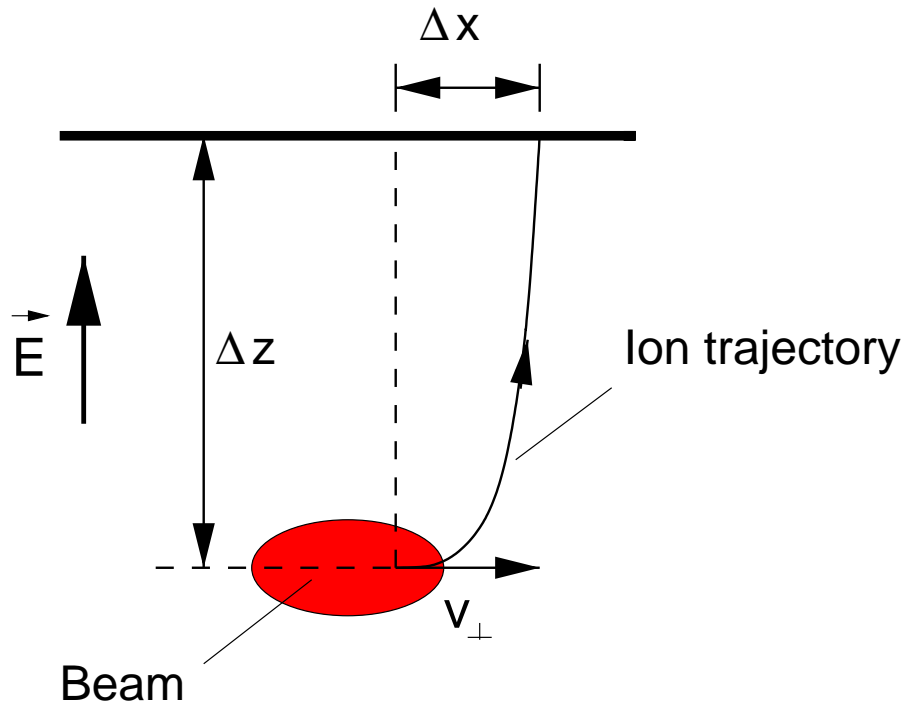


Abbildung 4.4: Beschränkung der Ortsauflösung aufgrund transversaler Geschwindigkeitskomponenten v_{\perp} des ionisierten Restgasatoms.

$$\Delta x = \sqrt{\frac{2M\Delta z}{e\mathcal{E}}} \cdot v_{\perp}$$

Hierbei sind v_{\perp} und M die transversale Geschwindigkeitskomponente und die Masse eines Restgasions, Δz der anfängliche Abstand des Restgasions vom Detektor und \mathcal{E} die Feldstärke.

Die Beiträge zur Auflösung aufgrund von Rückstoß und thermischer Energie lassen sich zu $\sigma^{rec} \approx 30\mu\text{m}$ und $\sigma^{th} \approx 70\mu\text{m}$ abschätzen [37]. σ bedeutet die Varianz der

Verteilung. Diese Beiträge sind klein gegen die intrinsische Auflösung von Detektor und Ausleseelektronik von $\sigma^{el} \approx 250(50)\mu m$. Die totale Auflösung beträgt demnach:

$$\sigma^{reso} = \sqrt{(\sigma^{rec})^2 + (\sigma^{th})^2 + (\sigma^{el})^2} \approx 260(50)\mu m \quad (4.6)$$

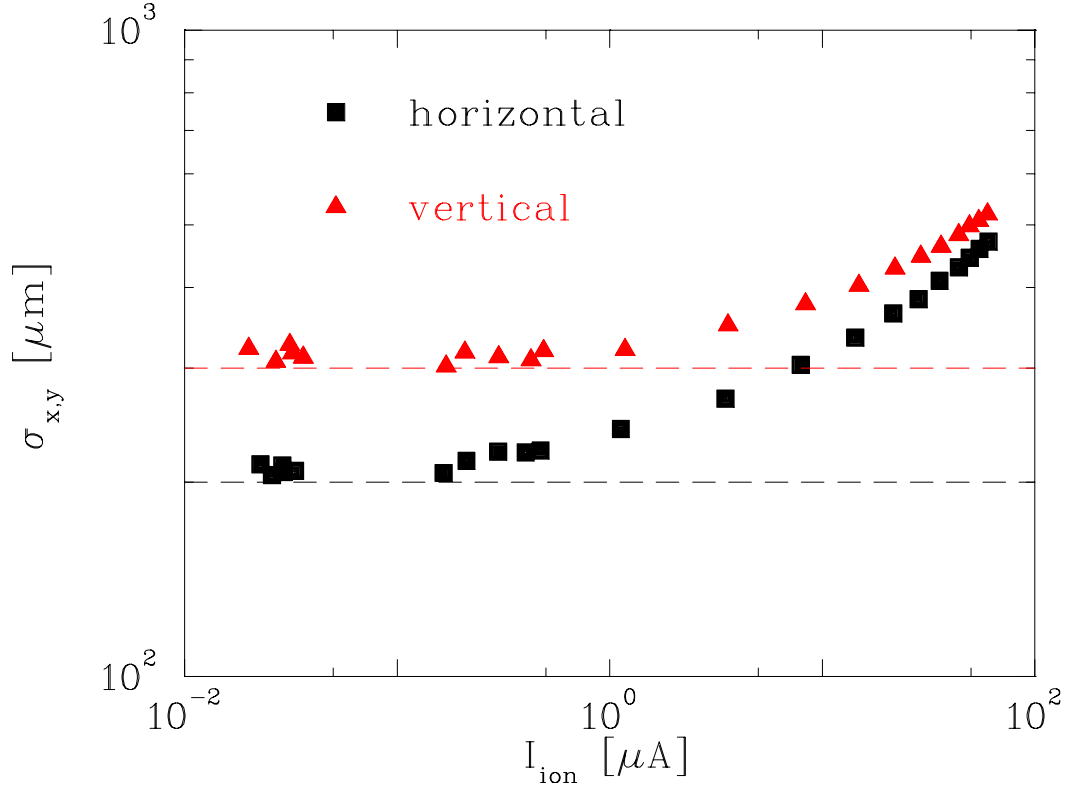


Abbildung 4.5: Experimentell bestimmte Auflösung des BPM. Dargestellt ist die Standardabweichung σ_j eines elektronengekühlten $^{12}\text{C}^{6+}$ Strahls der Energie 73.3 MeV als Funktion des Ionenstroms. Ströme größer als $1\ \mu\text{A}$ wurden mit dem Strahltrafo gemessen, Ströme unterhalb $1\ \mu\text{A}$ wurden mit der bei hohen Strömen kalibrierten integralen Zählrate des BPM bestimmt. Eine obere Grenze der Auflösung beträgt horizontal ca. $200\ \mu\text{m}$ und vertikal $300\ \mu\text{m}$ (gestrichelte Linien).

Experimentell läßt sich eine obere Grenze der Auflösung bestimmen, indem man die Breite des elektronengekühlten Strahls in Abhängigkeit des Ionenstroms mißt. Die Heizrate aufgrund strahlinterner Streuung ist proportional zur Zahl der gespeicherten Ionen, d.h. die Strahlbreite sinkt mit abnehmender Intensität des Ionenstrahls. Ströme größer als $1\ \mu\text{A}$ lassen sich zuverlässig mit dem Strahltransformator, der eine Genauigkeit von ca. $1\ \mu\text{A}$ besitzt, messen. Damit kann die integrale Zählrate des BPM als Funktion des Ionenstroms geeicht werden. Dies erlaubt, den Strom für

Profile, die bei Intensitäten unterhalb $1 \mu\text{A}$ gemessen werden, zu bestimmen. Mit dieser Methode wurden für $^{12}\text{C}^{6+}$ 73.3 MeV ($n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$) die oberen Grenzen $\sigma_{j,reso}$ für die Auflösung ermittelt (siehe Abb. 4.5). An die gemessenen Profile ist jeweils eine Gaußfunktion angepaßt und die Standardabweichung ist als Funktion des Ionenstroms aufgetragen. Die experimentell bestimmten Werte sind in guter Übereinstimmung mit den abgeschätzten Werten aus Gl. 4.6.

$$\sigma_{x,reso} \simeq 200 \mu\text{m} \quad (4.7)$$

$$\sigma_{y,reso} \simeq 300 \mu\text{m} \quad (4.8)$$

Aufgrund der Tatsache, daß man bei der Faltung zweier Gaußfunktionen wiederum eine Gaußkurve erhält, dessen Quadrat der Standardabweichung die Summe der Quadrate der Standardabweichungen der ursprünglichen Gaußfunktionen ist, kann mit den oberen Werten die Auflösung für gemessene Strahlprofile berücksichtigt werden:

$$\sigma_j = \sqrt{\sigma_{j,meas}^2 - \sigma_{j,reso}^2} \quad (4.9)$$

$\sigma_{j,meas}$ ist die Standardabweichung einer an das gemessene Profil angepaßten Gaußkurve und $\sigma_{j,reso}$ sind die Werte aus Gl. 4.7 und 4.8.

Mit Hilfe der optischen Funktionen des Speicherrings ist es möglich, aus der Koordinate (x,y) an der Stelle des BPM die entsprechende Geschwindigkeitskoordinate (v_x, v_y) an der Stelle der Elektronenkühlung zu berechnen. Die optischen Funktionen wurden mit dem Programm MAD für den Standardbetrieb des TSR berechnet. Für die Umrechnung erhält man [46]:

$$v_x = 5.4 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{x}{\text{mm}} \cdot v_i/c \quad (4.10)$$

$$v_y = 15 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{y}{\text{mm}} \cdot v_i/c \quad (4.11)$$

Dabei ist v_i die Laborgeschwindigkeit.

5 Meßmethoden zur Elektronenkühlung

Das experimentelle Umfeld am TSR ermöglicht sowohl die transversale als auch die longitudinale Untersuchung der Elektronenkühlung. So erlaubt z.Bsp. der Induktionsbeschleuniger die direkte Messung der longitudinalen Kühlkraft. Des weiteren kann die longitudinale Kraft aus der Geschwindigkeitsverteilung der gespeicherten Ionen im Gleichgewicht zwischen stochastischem Heizen und Elektronenkühlen bestimmt werden. Transversal erlaubt die Messung mit Hilfe des Strahlprofilmonitors das Studium der Dynamik von Heiz- und Kühlprozessen, letztere insbesondere für Ionenstrahlen mit kleinem anfänglichem Strahldurchmesser. Über die Kühlrate kann man den Reibungskoeffizienten der transversalen Kühlkraft für kleine Relativgeschwindigkeiten bestimmen. Die verwendeten Methoden sollen in diesem Kapitel vorgestellt und an Hand einiger experimenteller Beispiele erläutert werden.

5.1 Longitudinale Kühlkraftmessung mit Hilfe des Induktionsbeschleunigers

Der Induktionsbeschleuniger (IndAcc) [47] funktioniert im wesentlichen wie ein Transformator, dessen Sekundärwicklung der Ionenstrahl darstellt (siehe Abb. 5.1). Durch Änderung des magnetischen Flusses in einem die Bahn des Ionenstrahls umschließenden Eisenjochs wird Spannung induziert, bzw. ein longitudinales elektrisches Feld erzeugt. Eine geeignete Regelung sorgt dafür, daß die induzierte Spannung über der Rampzeit konstant ist. Damit kann der Ionenstrahl konstant und kalt beschleunigt, bzw. abgebremst werden [48]. 10 Referenzwicklungen erlauben die einfache Messung der induzierten Spannung.

5.1.1 Kleine Relativgeschwindigkeiten

Abb. 5.2 zeigt das Prinzip der Messung der longitudinalen Kühlkraft für kleine Relativgeschwindigkeiten zwischen Ionen und Elektronen. Die Elektronenkühlkraft F_{\parallel} ohne zusätzliche IndAcc-kraft ist in (a) als Funktion der longitudinalen Relativgeschwindigkeit $v_{\parallel} = v_{i,\parallel} - \langle v_e \rangle$ dargestellt, wobei \vec{v}_i die Laborgeschwindigkeit des Ions und $\langle v_e \rangle$ die mittlere longitudinale Geschwindigkeit der Elektronen im Laborsystem bezeichnet. Es gibt einen stabilen Punkt v_{\parallel}^* , der durch die Bedingungen $F_{\parallel}(v_{\parallel}^*) = 0$ und $dF_{\parallel}/dv_{\parallel}(v_{\parallel}^*) < 0$ charakterisiert ist. Ionen mit einer höheren Geschwindigkeit

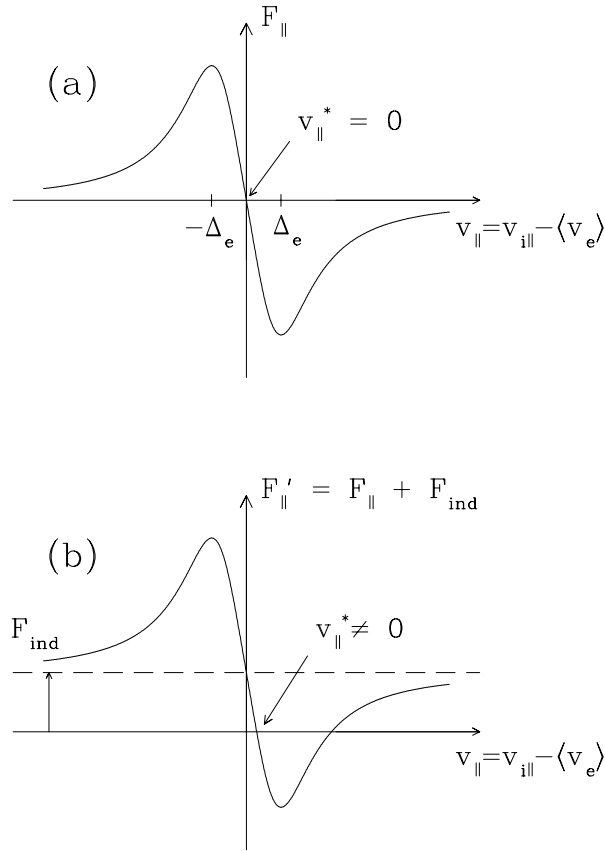


Abbildung 5.2: Prinzip der longitudinalen Kühlkraftmessung mit Hilfe des Induktionsbeschleunigers. Die konstante Kraft F_{ind} verschiebt den stabilen Punkt.

Die Kraft wird mit Hilfe des gespeicherten Ionenstrahls bestimmt. Dieser besitzt eine gewisse Geschwindigkeitsverteilung $\rho(v_{||}, \vec{v}_{\perp})$. Die mittleren quadratischen Abweichungen vom Mittelwert $\Delta_{i||, \perp}$ sind dabei charakteristische Größen der Verteilung:

$$\Delta_{i||} = \langle v_{||}^2 \rangle^{1/2} \quad (5.2)$$

$$\Delta_{i\perp} = \langle v_{\perp}^2 \rangle^{1/2} \quad (5.3)$$

Bei der Messung wird über diese Verteilung gemittelt und man erhält eine mittlere Kraft:

$$\bar{F}_{||}(v_{||}^*) = \int F_{||}(v_{||}, \vec{v}_{\perp}) \rho(v_{||}, \vec{v}_{\perp}) d^3v \quad (5.4)$$

Die mittlere Kraft hängt zumindest von $\Delta_{i||}$ und $\Delta_{i\perp}$ ab. Bei dieser Methode sind $\Delta_{i||}$ *const* und $\Delta_{i\perp} \approx$ *const* durch die Breiten des kalten, elektronengekühlten Ionenstrahls gegeben, d.h. die Verteilungen befinden sich im linearen Teil der Kraft.

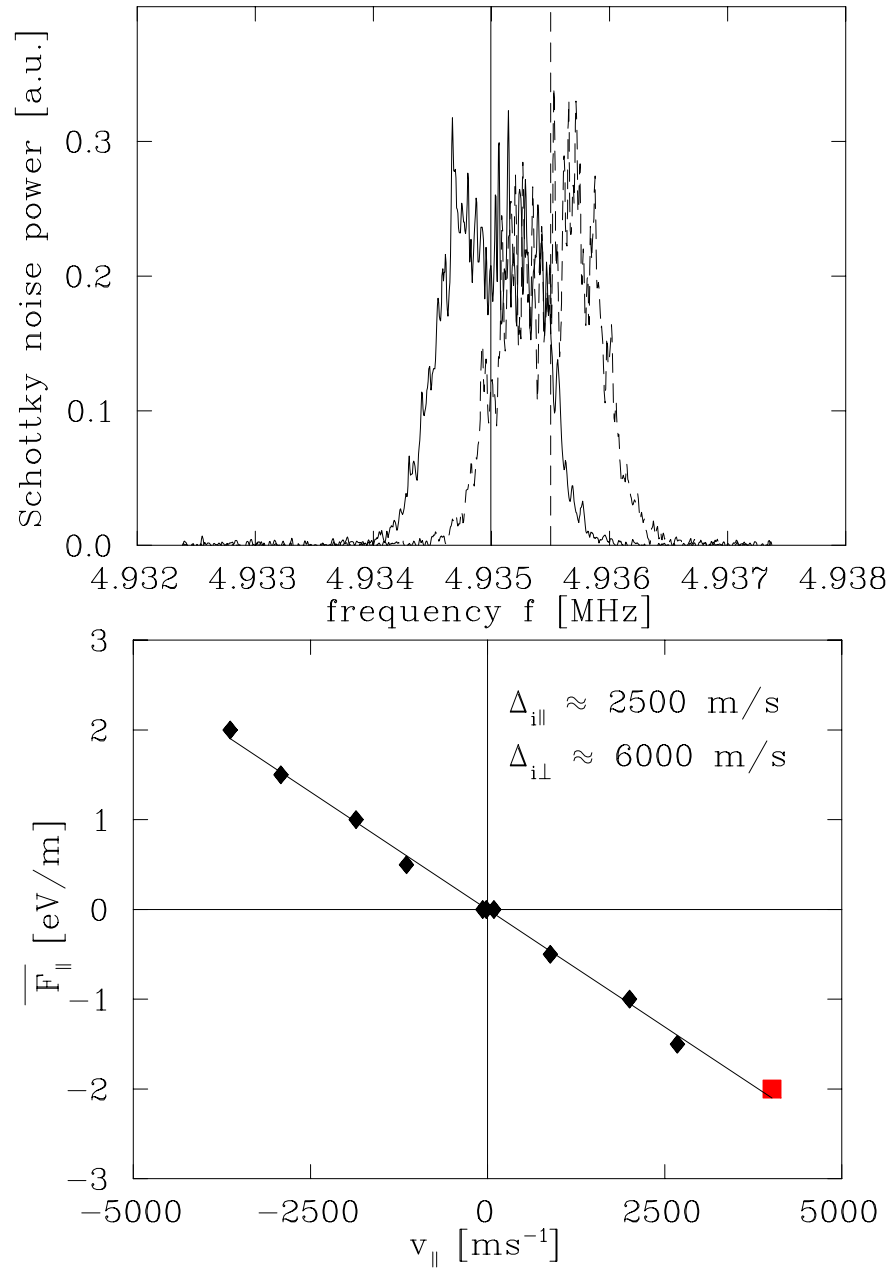


Abbildung 5.3: Messung der longitudinalen Kühlkraft für $^{12}\text{C}^{6+}$ 73.3 MeV ($n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $I_{ion} = 20 \mu\text{A}$, $B_{cool} = 418$ Gauß). Oben sind Schottkyspektren mit $F_{ind}=0$ (durchgezogene Linie) und $F_{ind} = 2.0$ eV/m bei der 8. Harmonischen zu sehen (gestrichelte Linie). Unten ist das Ergebnis dieser Kühlkraftmessung dargestellt. Der quadratische Punkt ist aus den oberen Spektren errechnet. Angefittet an die Daten ist eine Gerade mit der Steigung $-5.2 \cdot 10^{-4}$ eVs/m² (durchgezogene Linie).

Ein Beispiel für solch eine Kühlkraftmessung mit $^{12}\text{C}^{6+}$ Ionen der Energie 73.3 MeV ist in Abb. 5.3 gezeigt ($n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $I_{ion} = 20 \mu\text{A}$). Der obere Teil zeigt das Schottkyspektrum mit IndAcc-kraft $F_{ind} = 2 \text{ eV/m}$ (gestrichelte Kurve) und ohne (durchgezogene Linie) und die jeweiligen Schwerpunkte der Spektren (vertikale Linien). Die Geschwindigkeitsbreite für diesen Ionenstrom beträgt $\Delta_{i\parallel} \approx 2500 \text{ m/s}$, die volle Halbwertsbreite entsprechend 6000 m/s. Das Maximum der longitudinalen Kühlkraft bei oben genannten Parametern liegt in etwa bei $1.2 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ (siehe z.Bsp. Abb. 5.6), so daß sich die Verteilung des Ionenstrahls im linearen Bereich der longitudinalen Kühlkraft befindet. Im unteren Teil wird das Ergebnis dieser Kühlkraftmessung gezeigt. Die Messung ohne zusätzliche Kraft wurde drei mal durchgeführt. Der aus den oberen Spektren ausgerechnete Punkt der Kühlkraftkurve ist als Quadrat eingezeichnet. An die Daten ist eine Ursprungsgerade angefügt (durchgezogene Linie), deren Steigung den Reibungskoeffizient ergibt. Diese Messung liefert einen Reibungskoeffizienten von $\alpha_{\parallel} = (5.2 \pm 0.09) \cdot 10^{-4} \text{ eVs/m}^2$.

Diese Methode funktioniert nur im linearen Regime der Kühlkraft, bzw. dort, wo nach entsprechender Verschiebung der Kühlkraftkurve der Gradient der Kühlkraft im Schnittpunkt mit der Geschwindigkeitsachse negativ ist. Sie erlaubt dort eine einfache und präzise Bestimmung der longitudinalen Elektronenkühlkraft. Die Emittanz des gekühlten Strahls bleibt hierbei erhalten.

5.1.2 Große Relativgeschwindigkeiten

Für hohe Relativgeschwindigkeiten jenseits des Maximums von F_{\parallel} existiert kein stabiler Punkt mehr, so daß man hier folgendes Verfahren anwendet: Man ändert sprunghaft die Beschleunigungsspannung der Elektronen und erzeugt dadurch eine definierte Relativgeschwindigkeit v_{\parallel} zwischen Elektronen und Ionen. Gleichzeitig schaltet man den Induktionsbeschleuniger, der die longitudinale Kühlkraft bei dieser Relativgeschwindigkeit in etwa kompensiert. Nach einer Zeit von typischerweise 10 ms nimmt man zwei Schottkyspektren im Abstand von ca. 50-500 ms auf. Aus diesen kann man die der Beschleunigung proportionale Größe $\Delta f/\Delta t$ bestimmen. Indem man dies für verschiedene Stärken der IndAcc-kraft durchführt erhält man durch lineare Interpolation von F_{ind} auf $\Delta f/\Delta t = 0$ die Elektronenkühlkraft $\bar{F}_{\parallel}(v_{\parallel})$. Nach der Änderung der Beschleunigungsspannung nehmen $\Delta_{i\parallel}$ und $\Delta_{i\perp}$ mit der Zeit zu, um etwa einen Faktor 2 - 3, abhängig von der Zeitspanne zwischen der Spannungsänderung und der Messung. Sie bleiben damit von der Größenordnung vergleichbar mit den Breiten des elektronengekühlten Strahls.

5.2 Longitudinale Kühlkraftmessung mit stochastischem Heizen

Diese Methode, die erstmals am LEAR angewendet wurde [49], läßt sich mit der eindimensionalen Fokker-Planck Gleichung verstehen (siehe Abschnitt 2.2.7). Hierbei prägt man dem gespeicherten Ionenstrahl einen Diffusionsterm auf, der möglichst einfach, meßbar und wesentlich größer als der komplizierte und im allgemeinen unbekannt Diffusionsterm aufgrund Intrabeamschattering sein soll. Die Geschwindigkeitsverteilung im Gleichgewicht zwischen Elektronenkühlung und dem externen stochastischen Heizen wird durch Messen der "Beam Transfer Function" BTF bestimmt.

5.2.1 Prinzip

Im stationären Fall lautet die eindimensionale Fokker-Planck Gleichung (Gl. 2.36 für $\partial\rho/\partial t = 0$) im speziellen Fall $\rho(v) \rightarrow 0$ für $v \rightarrow \infty$:

$$-\eta_c \frac{F_{\parallel}(v_{\parallel})}{m_i} \cdot \rho(v_{\parallel}) + D \frac{\partial}{\partial v_{\parallel}} \rho(v_{\parallel}) = 0$$

η_c ist das Verhältnis der Länge der Wechselwirkungszone zum Speicherringumfang und beträgt 1.2/55.4, m_i ist die Ionenmasse und D der Diffusionsterm aufgrund der stochastischen Heizung. Die Kühlkraft berechnet sich dann folgendermaßen:

$$F_{\parallel}(v_{\parallel}) = \frac{1}{\eta_c} m_i D \cdot \frac{\frac{\partial}{\partial v_{\parallel}} \rho(v_{\parallel})}{\rho(v_{\parallel})} \quad (5.5)$$

Durch Messen der Geschwindigkeitsverteilung des gespeicherten Ionenstrahls läßt sich daher bei bekanntem Diffusionsterm die longitudinale Kühlkraft bestimmen.

5.2.2 Diffusionskonstante

Die stochastische Heizung wird durch ein (bandbegrenztes) Rauschsignal realisiert, das die longitudinale Bewegung eines Ions beeinflusst. Der Diffusionsterm des stochastischen Heizens ist zunächst für die Energie gegeben [50] und läßt sich im Geschwindigkeitsraum folgendermaßen berechnen:

$$D_v = \frac{f_0^2 Z^2 e^2}{2m_i^2 v_i^2} \cdot \frac{dU_{eff}^2}{df} \quad (5.6)$$

Dabei ist f_0 die Umlauffrequenz, Ze die Ladung und m_i die Masse der Ionen; dU_{eff}^2/df ist ein Maß für die auf den Ionenstrahl effektiv wirkende Rauschleistungsdichte.

Das Rauschsignal wird an einer kapazitiven Sonde des Resonators mit dem Netzwerkanalysator HP 4396 A (betrieben im Spektrumsanalysatormodus) am TSR-Kontrollpult gemessen. Es gilt:

$$\frac{dU_{eff}^2}{df} = g^2 \cdot \frac{1}{Z_0} \frac{dP_{meas}}{df} \quad (5.7)$$

wobei $Z_0 = 50 \Omega$ der Eingangswiderstand des Netzwerkanalysators und $g(f)$ ein frequenzabhängiger Faktor ist, der sich aus der Spannungsverstärkung des Resonators und der Kabeldämpfung der Kabel bis zum TSR-Pult zusammensetzt. Beide Größen wurden als Funktionen der Frequenz an 50Ω aufgenommen. Aus der gemessenen Rauschleistungsdichte erhält man entsprechend dU_{eff}^2/df .

Aus der Strahltransferfunktion erhält man die Frequenzverteilung $\rho(f)$ der gespeicherten Ionen. Um zur Verteilung im Geschwindigkeitsraum zu kommen muß diese noch mit $df/dv_{\parallel} = \eta \cdot f/v_{i\parallel} = \eta \cdot hf_0/v_{i\parallel}$ multipliziert werden. Weiter muß die Ableitung $d\rho/df$ in $d\rho/dv_{\parallel}$ umgerechnet werden. Somit erhält man für die longitudinale Kühlkraft:

$$F_{\parallel}(v_{\parallel}) = \frac{h\eta f_0^3 Z^2 e^2}{2\eta_c m_i v_{i\parallel}^3} g^2 \frac{1}{Z_0} \frac{dP_{meas}}{df} \frac{d\rho(f)}{\rho(f)} \quad (5.8)$$

mit $f = f(v_{\parallel} = v_{i\parallel} - \langle v_e \rangle)$, wobei berücksichtigt wurde, daß df und dv_{\parallel} über $df/dv_{\parallel} = \eta \cdot hf_0/v_{i\parallel}$ zusammenhängen.

5.2.3 Experimenteller Aufbau

Der experimentelle Aufbau zur Kühlkraftmessung ist in Abb. 5.4 schematisch dargestellt. Das stochastische Heizen des Strahls wird durch ein digitales Rauschsignal [51] der Bandbreite typischerweise 10 kHz realisiert. Dieses liegt in Form einer CD vor [52] und wird in Einseitenbandtechnik hochgemischt. Zur Anregung wird das obere Seitenband verwendet, das untere ist um mindestens 30 dB unterdrückt; die Frequenz zum Hochmischen ist dabei $f_c = hf_0 - f_{BW}/2$; hf_0 ist hierbei eine Harmonische der Umlauffrequenz des Ionenstrahls und f_{BW} die Bandbreite des Rauschsignals; die Harmonische wird dabei so gewählt, daß f_c ungefähr 3 MHz beträgt. Dieses Signal wird auf den Resonator gegeben und regt den Strahl longitudinal an. Der Rauschpegel wird an einer kapazitiven Sonde im Resonator abgegriffen und mit dem Netzwerkanalysator HP 4396 A gemessen, der in diesem Fall als Spektrumsanalysator betrieben wird. Die relative Genauigkeit mit der ein Rauschpegel gemessen werden kann, ist abhängig vom Verhältnis der am Spektrumsanalysator eingestellten Video- und Auflösungsbandbreite (VBW, RBW) und ist von der Größe $(2 \text{ VBW/RBW})^{(1/2)}$ [53]. Diese Werte sind typischerweise $\text{RBW} = 30 \text{ Hz}$ und $\text{VBW} = 0.1 \text{ Hz}$. Daraus ergibt sich ein relativer Fehler für dP_{meas}/df von 8.2 %. Die Strahlübertragungsfunktion

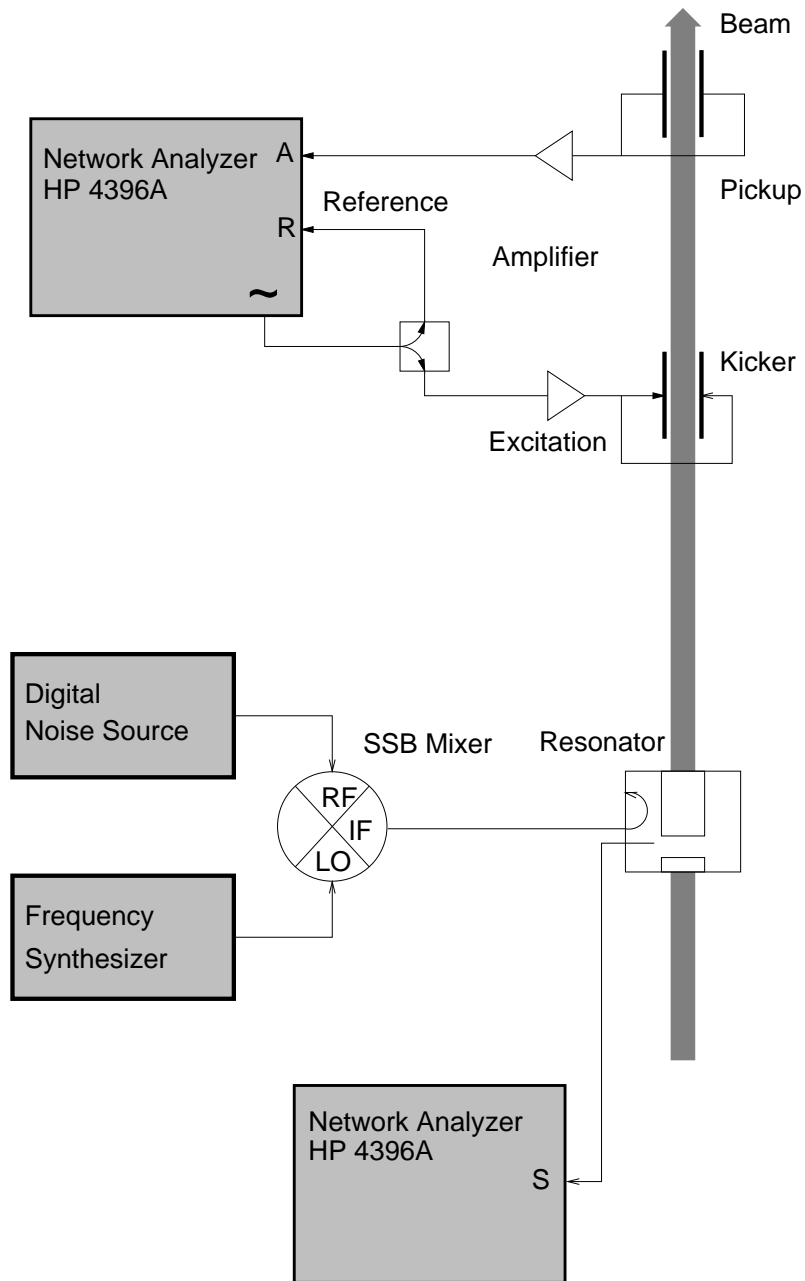


Abbildung 5.4: Experimenteller Aufbau der longitudinalen Kühlkraftmessung mit stochastischer Heizung. Die Anregung erfolgt über ein digitales Rauschsignal, das in Einseitenbandtechnik hochgemischt wird. Die Strahltransferfunktion BTF wird mit dem Netzwerkanalysator HP 4396 A gemessen (oberer Teil); ebenfalls mit diesem Netzwerkanalysator (betrieben im Spektrumsanalysatormodus) wird an einer kapazitiven Sonde im Resonator der Rauschpegel gemessen.

BTF wird mit demselben Netzwerkanalysator im Netzwerkanalysatormodus gemessen.

5.2.4 Systematische Untersuchungen der Meßmethode mit $^{12}\text{C}^{6+}$ Ionen

Die Methode der Kühlkraftmessung mit stochastischem Heizen wurde zunächst systematisch mit $^{12}\text{C}^{6+}$ Ionen der Energie 73.3 MeV untersucht. Ein Beispiel einer solchen Messung zeigt Abb. 5.5. Die Elektronendichte für diese Messungen ist $n_e = 8.0 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$; das Führungsfeld beträgt 418 Gauß und der Expansionfaktor ist 9.6. Die Rauschanregung erfolgt bei der 5. Harmonischen. Das mit der kapazitiven Sonde gemessene Spektrum ist über der Frequenz dividiert durch die Harmonische aufgetragen (oberer Teil der Abb. 5.5). Die Breite des Rauschspektrums beträgt 10 kHz, die Trägerfrequenz zum Hochmischen des Signals wurde entsprechend 5 kHz niedriger als die 5. Harmonische der Umlauffrequenz gewählt (Carrier). Die Frequenzverteilung im Gleichgewicht zwischen Rauschen und Elektronenkühlung wurde sowohl per BTF (durchgezogene Kurve, unterer Teil der Abb. 5.5) als auch per Schottkyanalyse (gestrichelte Kurve) in zwei unabhängigen Messungen bestimmt. Die Strahltransferfunktion wurde bei der 8., das Schottkyspektrum bei der 6. Harmonischen aufgenommen. Die Spektren sind jeweils über die Frequenz dividiert durch die jeweilige Harmonische aufgetragen und skaliert auf gleiche Höhe bei der Umlauffrequenz. Das Schottkyspektrum ist sehr verrauscht, das Spektrum der BTF hingegen ist glatt. Aufgrund der Rauschanregung nimmt die Geschwindigkeitsbreite $\Delta_{i\parallel}$ des Ionenstrahls stark zu, so daß sich keine kollektiven Effekte mehr im Frequenzspektrum des Strahls bemerkbar machen. Das Stabilitätsdiagramm (BTF) muß nicht korrigiert werden und das Schottkyspektrum repräsentiert die Frequenz- bzw. die Geschwindigkeitsverteilung der Ionen. Die Übereinstimmung zwischen der BTF und dem Schottkyspektrum ist hervorragend. Unter der Frequenzachse ist die entsprechende Geschwindigkeitsachse eingezeichnet. Der Strahlstrom beträgt $20 \mu\text{A}$.

Das Rauschspektrum nimmt in diesem Fall mit steigender Frequenz etwas ab, so daß für den Diffusionsterm zur Auswertung der Kühlkraft nach (5.8) an das Spektrum eine Gerade angefitet wurde. Der Diffusionsterm für $v_{\parallel} = 0$ beträgt $D = 9.4 \cdot 10^9 \text{ m}^2/\text{s}^3$. Der Heizterm aufgrund von Intrabeamschattering im Gleichgewicht zwischen Elektronenkühlung und IBS kann mit Gl. 5.10 aus dem Reibungskoeffizienten α_{\parallel} und $\Delta_{i\parallel}$ abgeschätzt werden:

$$D^{IBS} \approx \eta_c \cdot \frac{\alpha_{\parallel}}{m_i} \Delta_{i\parallel}^2 \quad (5.9)$$

Man erhält mit $\alpha_{\parallel} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ eVs/m}^2$ und $\Delta_{i\parallel} \approx 2500 \text{ m/s}$ $D^{IBS} \approx 5.4 \cdot 10^8 \text{ m}^2/\text{s}^3$. Der Diffusionsterm aufgrund von stochastischem Heizen ist 10-100 mal größer, so daß dieser Term den dominanten Beitrag der Heizprozesse darstellt.

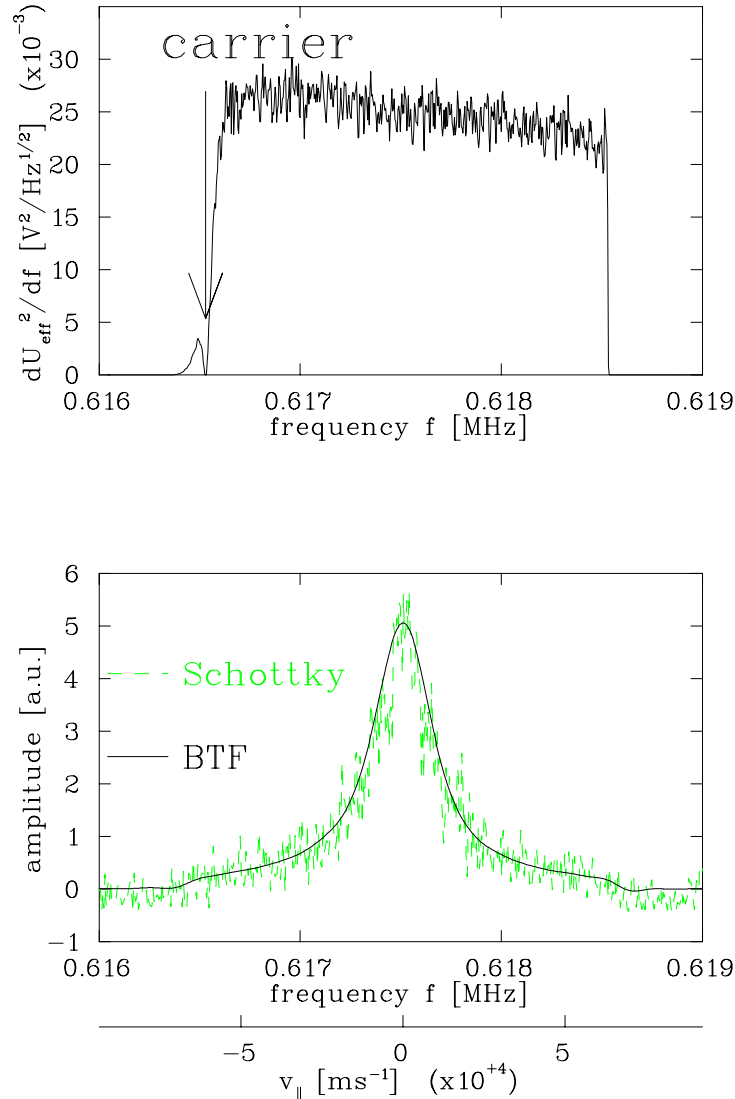


Abbildung 5.5: Kühlkraftmessung mit stochastischem Heizen für $^{12}\text{C}^{6+}$, 73.3 MeV, $I_{\text{ion}} = 20\mu\text{A}$, $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $B_{\text{cool}} = 418$ Gauß, Expansion 9.6. Die Spektren sind jeweils über der Frequenz dividiert durch die Harmonische aufgetragen. Das Rauschsignal (5. Harmonische) wird an einer kapazitiven Sonde im Resonator gemessen und hat eine Bandbreite von ca. 10 kHz (oben). Das Schottkyspektrum (gestrichelte Kurve) wurde bei der 6., die Strahltransferfunktion (durchgezogene Kurve ($\hat{=}$ dem integrierten Realteil der BTF)) bei der 8. Harmonischen in zwei Messungen aufgenommen. Auf der unteren Achse ist die der Frequenzachse entsprechende Geschwindigkeitsachse aufgetragen.

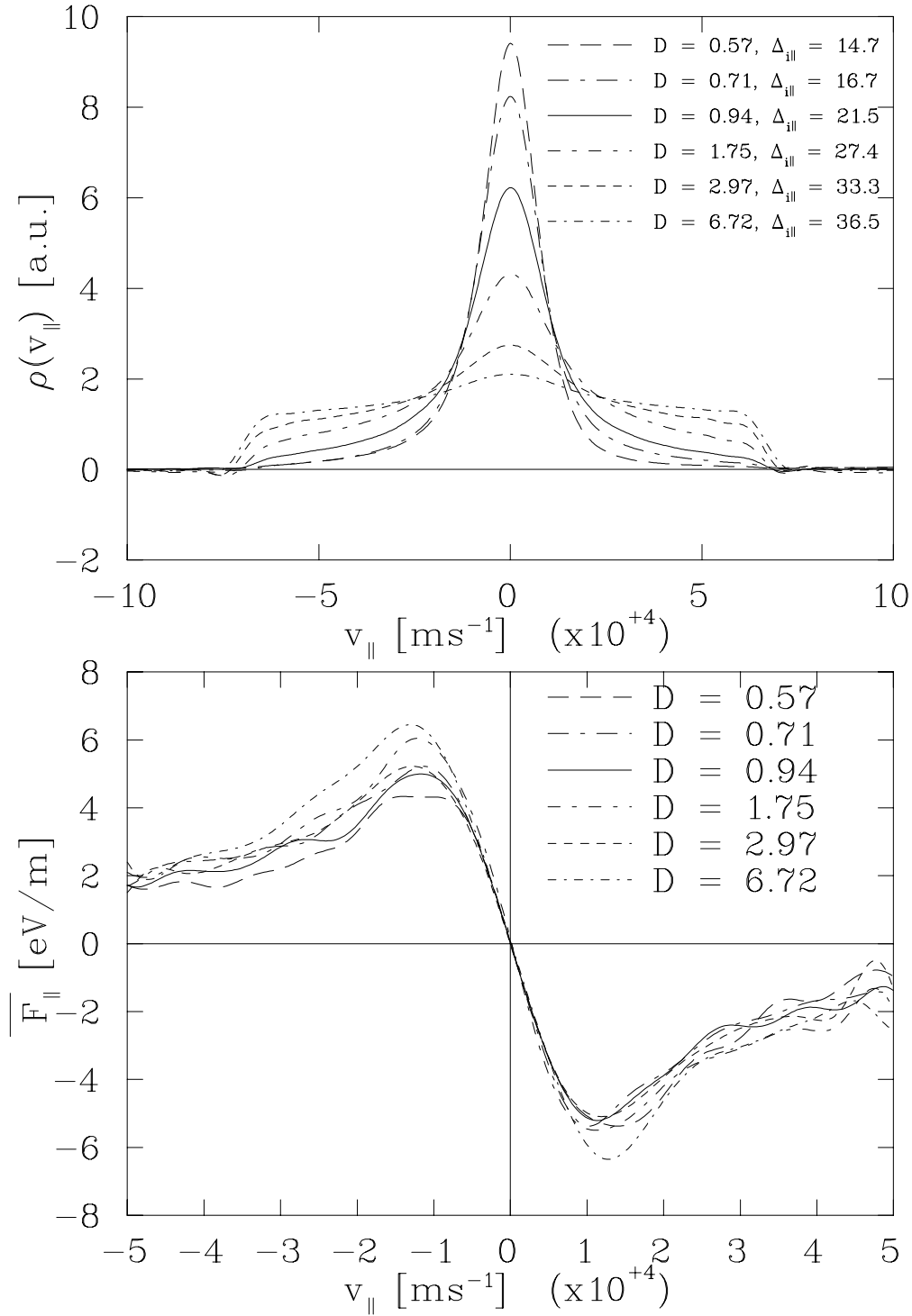


Abbildung 5.6: Kühlkraftmessungen mit stochastischem Heizen für verschiedene Rauschpegel ($^{12}\text{C}^{6+}$, 73.3 MeV, $n_e = 8.0 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $I_{ion} = 20 \mu\text{A}$, $B_{cool} = 418 \text{ Gau\ss}$, Expansion 9.6). Die Strahlverteilungen sind im oberen Teil dargestellt, die entsprechenden Kühlkraftkurven im unteren Teil. (D in Einheiten von $10^{10} \text{ m}^2/\text{s}^3$, $\Delta_{i\parallel}$ in Einheiten von 10^3 m/s , $\Delta_{i\perp} \approx 10^4 \text{ m/s}$ (siehe auch Abb. 6.8))

Die Kühlkraft, die man aus dieser Messung erhält, ist in Abb. 5.6 (unteres Bild) als durchgezogene Kurve gezeichnet. Des weiteren sind in Abb. 5.6 die Kühlkräfte (unteres Bild) und die zugehörigen Strahlverteilungen (oberes Bild) dargestellt, die man bei systematischer Variation des Rauschpegels, bzw. des Diffusionsterms erhält. Angegeben ist jeweils der Wert des Diffusionsterms D für $v_{\parallel} = 0$ in Einheiten von $10^{10} \text{ m}^2/\text{s}^3$. D variiert um etwas mehr als eine Größenordnung. Selbst der kleinste Rauschpegel wurde so stark gewählt, daß Energieänderungen im Resonator, die zu Geschwindigkeitsänderungen größer als $\Delta_{e\parallel}$ führen, durchaus wahrscheinlich sind und Teilchen Relativgeschwindigkeiten einnehmen können, bei denen die longitudinale Kühlkraft entsprechend schwach ist. Dadurch wächst die Breite der ursprünglich kalten Verteilung des elektronengekühlten Strahls bei Anbringen des Rauschens stark an. Die Verteilung wird im Gleichgewicht zwischen Elektronenkühlung und Heizung (dieses stellt sich nach kurzer, kaum meßbarer Zeit ein) auf ein Frequenz- bzw. Geschwindigkeitsintervall ausgedehnt, das durch die Flanken, bzw. die Bandbreite des Rauschspektrums bestimmt ist. Im oberen Teil der Abb. 5.6 ist die aus den Strahlverteilungen $\rho(v_{\parallel})$ ermittelte Breite $\Delta_{i\parallel}$ der longitudinalen Geschwindigkeitsverteilung der Ionen in Einheiten von 10^3 m/s angegeben. Die Breite $\Delta_{i\parallel}$ nimmt mit steigendem Rauschpegel zu und ist wesentlich größer als die Breite des elektronengekühlten Strahl $\Delta_{i\parallel} \approx 2500 \text{ m/s}$ (ohne zusätzliches Heizen). Der Ionenstrom war für alle Messungen in etwa $20 \mu\text{A}$. Die Kühlkraftkurven zeigen für kleine Relativgeschwindigkeiten $|v_{\parallel}| \lesssim 5000 \text{ m/s}$ recht gute Übereinstimmung. In der Nähe des Maximums der Kraft, bzw. für hohe Relativgeschwindigkeiten wird die Streuung der einzelnen Kurven größer.

Abb. 5.7 zeigt die Reibungskoeffizienten α_{\parallel} in Abhängigkeit des Diffusionsterms (gefüllte Quadrate). Die Reibungskoeffizienten wurden dadurch bestimmt, daß an die Kühlkraftkurven im Bereich -2000 m/s und 2000 m/s eine Ursprungsgerade angefügt wurde. Es läßt sich kein systematischer Einfluß des Rauschpegels erkennen, der Reibungskoeffizient ist im wesentlichen konstant. Der Mittelwert ist $(7.53 \pm 0.56) \cdot 10^{-4} \text{ eVs/m}^2$. Die Streuung der Koeffizienten liegt demnach bei 7.4 % und ist damit von der gleichen Größe, mit der man den dem Diffusionsterm proportionalen Rauschpegel bestimmen kann. Der Mittelwert der Beträge der Extrema der Kühlkraftkurven beträgt $(5.43 \pm 0.60) \text{ eV/m}$, der Mittelwert der Beträge der Lage der Extrema ist $(12.2 \pm 1.2) \cdot 10^3 \text{ m/s}$. Diese Werte streuen entsprechend stärker. Zum Vergleich ist der Reibungskoeffizient aus der IndAcc-Messung bei $D=0$ eingezeichnet (gefüllter Kreis). Dieser ist um ca. 40 % kleiner als der mittlere Reibungskoeffizient, den man mit der stochastischen Heizmethode erhält. Während bei beiden Methoden die Breiten $\Delta_{i\perp}$ im wesentlichen konstant bleiben und miteinander vergleichbar sind, ändert sich die longitudinale Geschwindigkeitsbreite $\Delta_{i\parallel}$ drastisch aufgrund der stochastischen Heizung. Die Breiten $\Delta_{i\parallel}$ der zur Messung verwendeten Ionenstrahlen sind als offene Symbole in Abb. 5.7 eingezeichnet (offene Quadrate Heizmethode, offener Kreis bei $D=0$ IndAcc-Messung).

Diese Diskrepanz wird in Kapitel 6 (Abschnitt 6.2.2 und 6.2.4) noch weiter zu dis-

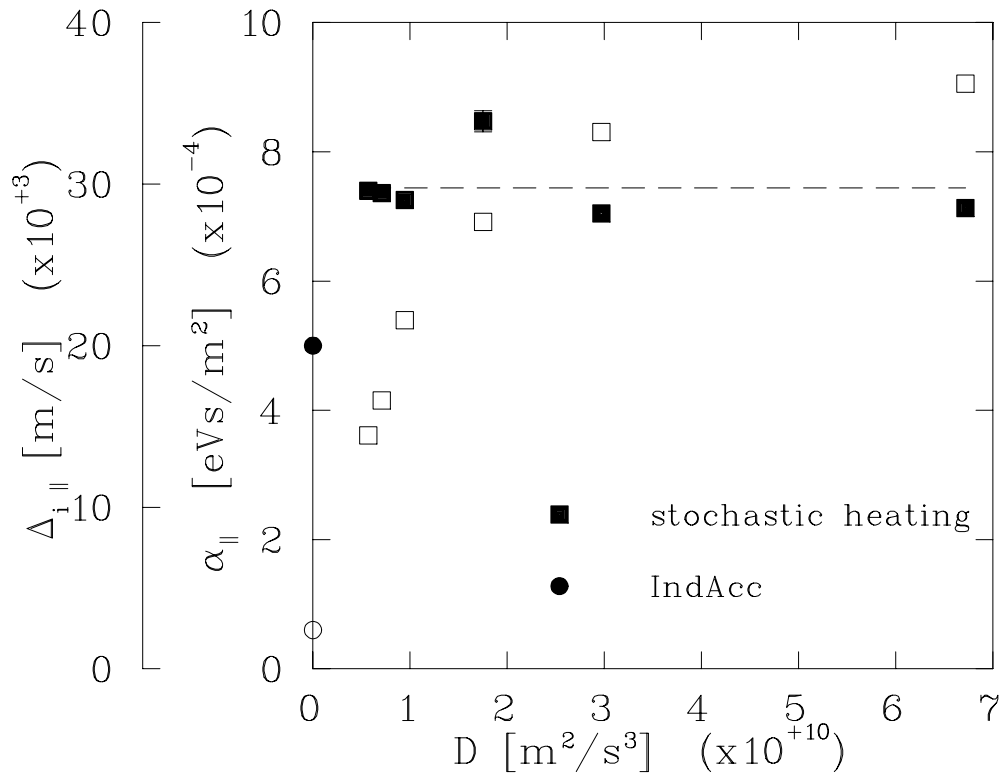


Abbildung 5.7: Reibungskoeffizienten α_{\parallel} der Kühlkraftkurven aus Abb. 5.6 als Funktion des Diffusionsterms (gefüllte Quadrate). Bei $D=0$ ist der Reibungskoeffizient, bestimmt mit Hilfe des Induktionsbeschleunigers, eingezeichnet (gefüllter Kreis). Der Fehler der gefitteten Gerade zur Bestimmung der Reibungskoeffizienten ist jeweils kleiner als die Plotsymbole. Die Breiten der longitudinalen Geschwindigkeitsverteilung $\Delta_{i\parallel}$ der zur Messung verwendeten Ionenstrahlen sind als offene Symbole gezeichnet (offene Quadrate entsprechen der Heizmethode, der offene Kreis entspricht der IndAcc-Messung).

kurven sein. Zusammenfassend kann man jedoch sagen, daß die mit stochastischem Heizen gemessene longitudinale Kühlkraft unabhängig von der Stärke des anregenden Rauschsignals ist; Kraft, bzw. Reibungskoeffizient und Lage der Maxima lassen sich experimentell mit einer Genauigkeit von etwa 10 % bestimmen.

5.3 Transversale Kühlraten für Ionenstrahlen kleiner anfänglicher Durchmesser

Die Dynamik von Elektronenkühlung und Heizung aufgrund strahlinterner Streuung kann mit Hilfe der Fokker-Planck Gleichung beschrieben werden. Insbesondere für

Strahlen kleiner Durchmesser führt eine vereinfachte Beschreibung zur Bestimmung der Kühlrate, die Rückschlüsse auf den transversalen Reibungskoeffizienten erlaubt.

5.3.1 Fokker-Planck Gleichung

Die Lösung der eindimensionalen Fokker-Planck Gleichung bei konstanter Diffusion $D(v) = D = \text{const.}$ und linearer Kraft $F = -\alpha v$ im Gleichgewicht ist gegeben durch eine Gaußverteilung:

$$\rho(v) \propto \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v} \exp\left\{-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right\}$$

Setzt man nun für die zeitabhängige Verteilung $\rho(v, t)$ eine Gaußverteilung mit zeitabhängiger Breite $\sigma_v = \sigma_v(t)$ in die eindimensionale Fokker-Planck Gleichung ein, dann erhält man mit obigen Voraussetzungen von konstanter Diffusion und linearer Kraft folgende Differentialgleichung für die Strahlbreite $\sigma_v(t)$:

$$\frac{d\sigma_v}{dt} = -\frac{\alpha}{m}\sigma_v + \frac{D}{\sigma_v} \quad (5.10)$$

Für den gespeicherten Ionenstrahl gilt, daß die transversale Strahlbreite σ_j ($j=x,y$) proportional zur entsprechenden Breite σ_v in dieser Richtung ist. Somit gilt Gl. 5.10 auch für σ_j . Führt man zunächst die Kühlzeit $\tau_j = m/\alpha_j$ und die Heizrate $\lambda_j = D_j/\sigma_j^2$ ein, so läßt sich Gl. 5.10 in eine Differentialgleichung für σ_j umschreiben:

$$\frac{1}{\sigma_j} \frac{d\sigma_j}{dt} = -\frac{1}{\tau} + \lambda \quad (5.11)$$

Aufgrund von Betatronoszillationen (siehe auch Abschnitt 2.2.6), die in der Fokker-Planck Gleichung nicht berücksichtigt werden und aufgrund des Verhältnisses η_c zwischen Länge der Wechselwirkungszone und Speicherringumfang besteht folgender Zusammenhang zwischen der Kühlrate $1/\tau_j$ und dem Reibungskoeffizienten α_j der transversalen Kühlkraft:

$$\frac{1}{\tau_j} = \frac{\eta_c}{2} \cdot \frac{\alpha_j}{m} \quad (5.12)$$

Die Heizrate λ_j in Gl. 5.11 ist gegeben durch Intrabeamschattering IBS. Da diese Heizrate jeweils von den Emittanzen und der Impulsschärfe bzw. den Strahlverteilungen in allen 3 Freiheitsgraden abhängt, erhält man einen Satz von drei gekoppelten Differentialgleichungen. Deshalb wird zunächst der Heizterm λ_j untersucht. Es wird ein einfaches Modell für λ_j vorgestellt, welches zur Entkopplung der Differentialgleichungen führt und die weitere Beschreibung im eindimensionalen Fall erlaubt.

5.3.2 Intrabeamscattering

Die Heizraten λ_j durch strahlinterne Streuung sind gegeben durch [54]:

$$\lambda_j = \frac{c}{(4\pi\epsilon_0 c)^2} \frac{(Ze)^4}{m_i^2 C \gamma^4 \beta_i^3} \cdot \frac{N}{\epsilon_x \epsilon_y \Delta p_i / p_i} \mathcal{F}_j \quad (5.13)$$

Hier ist c die Lichtgeschwindigkeit, Ze die Ladung der Ionen, N die Teilchenzahl, m_i die Ionenmasse, C der Speicherringumfang, γ der relativistische Lorentzfaktor, β_i die Geschwindigkeit der Ionen in Einheiten der Lichtgeschwindigkeit, ϵ_x , ϵ_y die horizontale, bzw. die vertikale Emittanz, $\Delta p_i / p_i$ die longitudinale Impulsschärfe des Strahls und $\mathcal{F}_j = \mathcal{F}_j(\epsilon_x / \epsilon_y, \epsilon_x / (\Delta p / p)^2, \epsilon_x)$ Funktionen, die nicht geschlossen angegeben werden können und die vom Verhältnis der Emittanzen, dem Absolutwert der Emittanz und dem Lattice, bzw. den optischen Funktionen entsprechend der Magnetstruktur des Speicherrings abhängen. Allerdings ist die Abhängigkeit vom Absolutwert der Emittanz nur schwach. Daher kann man in einer ersten Vereinfachung annehmen, daß $\lambda_j \propto N / (\epsilon_x \epsilon_y \Delta p_i / p_i)$. Nimmt man desweiteren an, daß $\sigma_x \propto \sigma_y \propto \Delta p_i / p_i$, folgt mit Gl. 2.4 $\lambda_j \propto N / \sigma_j^5$. Dadurch wird folgender vereinfachter Ansatz für den Heizterm λ_j motiviert:

$$\lambda_j = D_{0j} \cdot \frac{1}{\sigma_j^\gamma} \quad (5.14)$$

Der Vorfaktor D_{0j} sollte proportional zu $Z^4 / A^2 \cdot N$ und der Exponent γ von der Größe ungefähr 5 sein. Mit dieser Annahme läßt sich die Differentialgleichung 5.11 für das Aufblähen des Strahls in Abwesenheit der Elektronenkühlung ($1/\tau = 0$) (IBS-Blowup) für jeden vorgegebenen Exponenten γ lösen:

$$\sigma_j(t) = [\gamma D_{0j} (t - t_0) + \sigma_{0,j}^\gamma]^{1/\gamma} \quad (5.15)$$

Hierbei ist $\sigma_{0,j}$ die Strahlbreite zur Zeit $t = t_0$.

Das Anwachsen der Strahlbreite aufgrund von Intrabeamscattering wurde für $^{12}\text{C}^{6+}$ 73.3 MeV für den Standardmode des TSR auch mit Hilfe des Programms INTRABSC simuliert. Ausgehend von den Kühlraten $1/\tau_{\parallel} = 90 \cdot 1/\text{s}$ und $1/\tau_{\perp} = 20 \cdot 1/\text{s}$ (siehe Abschn. 5.1.1, bzw. 5.3.3) wurden Gleichgewichtsemittanzen und Impulsschärfen für Ionenströme zwischen 1 - 100 μA als Startwerte für den Blow Up berechnet. Der berechnete Verlauf bestätigt die angenommene Proportionalität $\sigma_x \propto \sigma_y \propto \Delta p_i / p_i$. An den mit INTRABSC berechneten Verlauf der transversalen Strahlbreiten können Funktionen nach Gl. 5.15 angefitet werden. Die daraus resultierenden Exponenten sind $\bar{\gamma}_x = 4.73$ und $\bar{\gamma}_y = 4.74$, in Anlehnung an das einfache Modell ($\gamma = 5$).

Blow Up Messungen

Das Verhalten des Ionenstrahls aufgrund von IBS wurde mit den verschiedenen Ionen D^+ , ${}^6Li^{3+}$, ${}^{12}C^{6+}$ und O^{8+} bei gleicher Einstellung des TSR systematisch untersucht. Der schematische Ablauf einer solchen Blow Up Messung ist in Abb. 5.8 dargestellt.

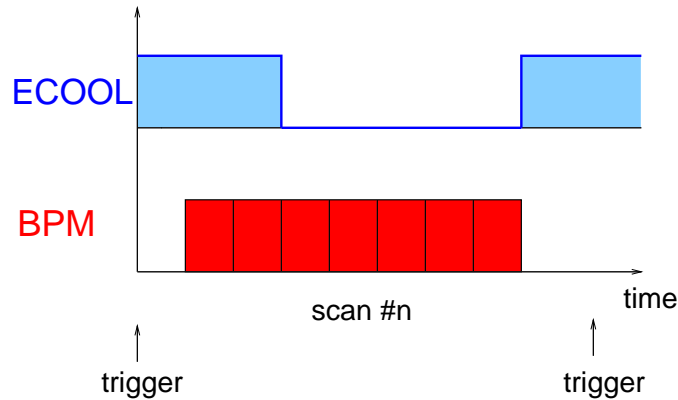


Abbildung 5.8: Schematischer Verlauf einer Blow Up Messung aufgrund strahlinterner Streuung.

Der Speicherring wird zunächst gefüllt und der Ionenstrahl gekühlt, bis ein Gleichgewicht zwischen IBS und Elektronenkühlung erreicht ist. Danach wird die Elektronenkühlung ausgeschaltet und der zeitliche Verlauf der Strahlprofile mit dem Profilmonitor aufgenommen. Die Aufnahme der Profile beginnt dabei bereits 1 s vor dem Abschalten der Kühlung. Danach wird die Elektronenkühlung wieder eingeschaltet und der Strahl erneut ins Gleichgewicht gekühlt. Um eine bessere Statistik zu erhalten, wird dieser Vorgang typischerweise 10 bis 20 mal wiederholt. Da die Lebensdauer oben erwähnter Strahlen in der Größenordnung Stunden liegt, ist es zweckmäßiger dieses Schema mit dem gleichen Ionenstrahl zu wiederholen, anstatt den Speicherring mit einer weiteren Injektion zu füllen. Bei gleicher Ionenintensität wurde jeweils eine Messung über 2 s und eine über 10 s mit jeweils 20 Intervallen durchgeführt.

Abb. 5.9 zeigt einige Blow Up Messungen für oben genannte Ionen für weitgehend vergleichbare Teilchenzahlen (mit Ausnahme von D^+ ; die kleinste Teilchenzahl, bei der für D^+ Blow Up Messungen durchgeführt wurden, war $13 \cdot 10^7$). An die Profile wurden jeweils Gaußkurven angepaßt. Aufgetragen ist die horizontale, bzw. vertikale (oben bzw. unten) Standardabweichung $\sigma_{x,y}$, unter Berücksichtigung der Auflösung des BPM, als Funktion der Zeit. Nach 1 s wurde die Elektronenkühlung abgeschaltet. Die Einstellung des Elektronenkühlers ist für alle Messungen gleich ($n_e = 8.0 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, B_{cool} 418 Gauß, Expansion 9.6). Die Strahlbreite, bzw. Emitanz im Gleichgewicht nimmt bei gleicher Teilchenzahl mit steigender Ionenladung

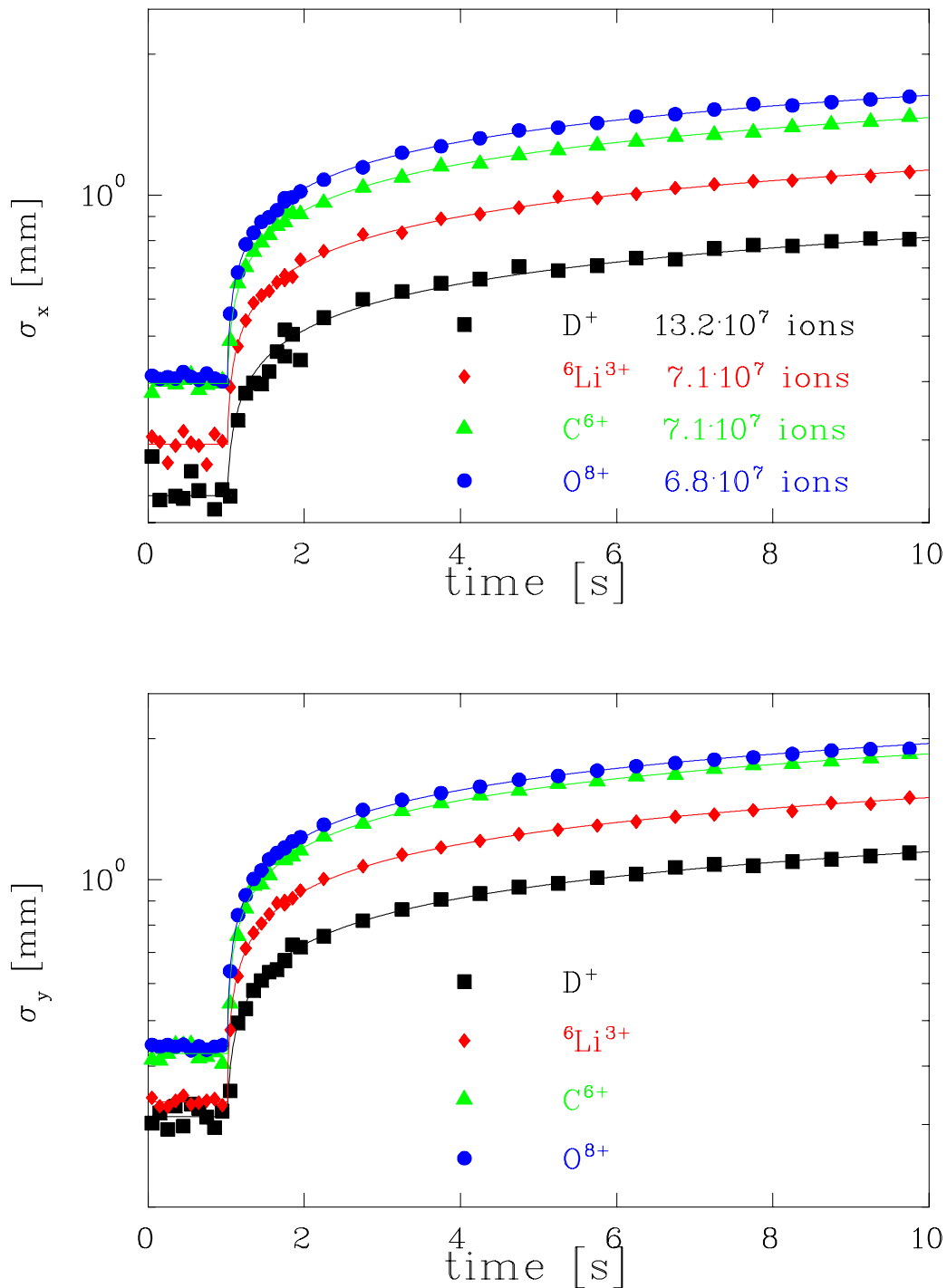


Abbildung 5.9: IBS Blow Up für verschiedene Ionensorten bei vergleichbaren Teilchenzahlen. Aufgetragen ist die horizontale, bzw. vertikale Gaußbreite des Profils als Funktion der Zeit (oberes, bzw. unteres Bild). An die Daten wurden Funktionen nach Gl. 5.15, mit $\gamma = 4.8$ fest gewählt, angepaßt (durchgezogene Kurven).

zu. Das Verhältnis der Breiten σ_x/σ_y , bzw. der Emittanzen ist über das gesamte Zeitintervall in guter Näherung konstant; dies ist zumindest für die transversalen Emittanzen eine experimentelle Bestätigung der Proportionalität $\sigma_x \propto \sigma_y$, welche zu der vereinfachten Beschreibung von IBS geführt hat. Die durchgezogenen Linien sind gefittete Funktionen nach Gl. 5.15, wobei der Exponent $\gamma = 4.8$ für alle Messungen konstant gehalten wurde und nur der Vorfaktor D_0 und die anfängliche Strahlbreite $\sigma_{0,j}$ an die Daten angepaßt wurde. Der Verlauf wird durch diese einfache Funktion hervorragend wiedergegeben.

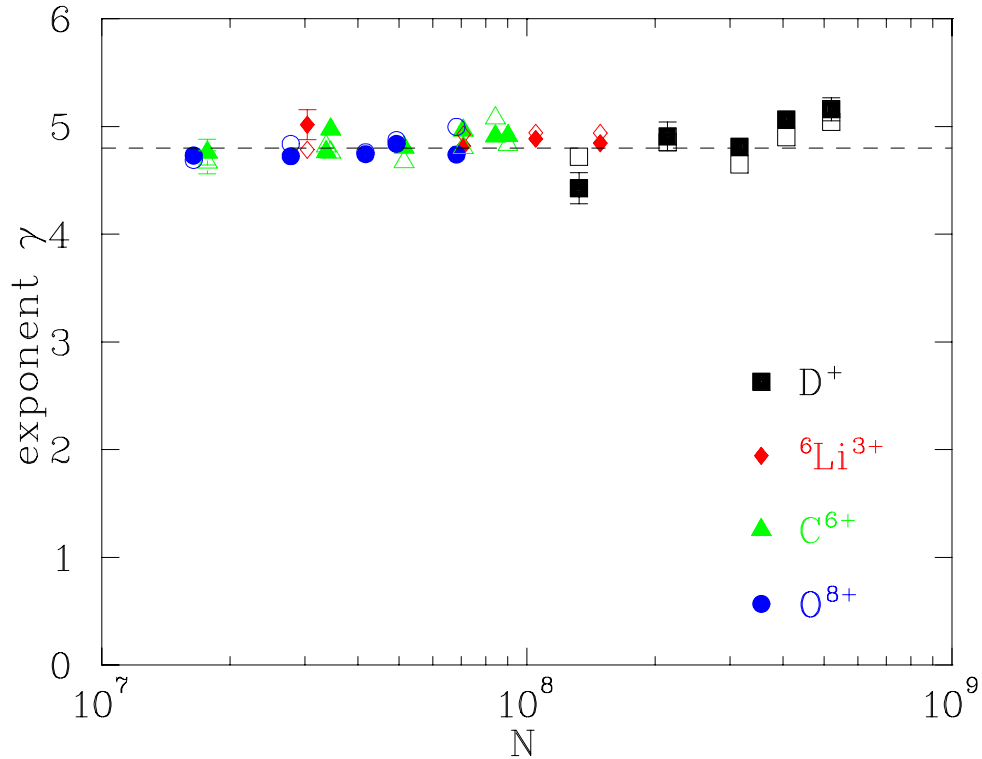


Abbildung 5.10: Exponent γ als Funktion der Teilchenzahl für verschiedene Ionensorten; gefüllte (offene) Symbole resultieren aus Fits an die horizontalen (vertikalen) Blow Up Messungen. Der Mittelwert 4.8 ist gestrichelt eingezeichnet.

Fittet man desweiteren auch den Exponent γ , erhält man den Exponenten für verschiedene Teilchenzahlen (Abb. 5.10; gefüllte (offene) Symbole resultieren aus dem Fit an die horizontalen (vertikalen) Messungen). Der Exponent ist wie zu erwarten unabhängig von der Teilchenzahl und der Mittelwert aus allen Messungen ist $\bar{\gamma} = 4.84 \pm 0.14$ (gestrichelte Linie), in sehr guter Übereinstimmung mit den Rechnungen mittels INTRABSC ($\gamma \approx 4.7$) bzw. mit der einfachen Abschätzung ($\gamma = 5$).

Teilchenzahl- und Ladungsabhängigkeit

Paßt man an alle Messungen eine Funktion nach Gl. 5.15 mit $\gamma = 4.8$ an, so lassen sich die Vorfaktoren direkt miteinander vergleichen. Man erwartet für den Vorfaktor $D_0 \propto Z^4/A^2 \cdot N$. Da alle untersuchten Ionen das gleiche Ladungs-zu-Masse-Verhältnis von 1:2 besitzen, sollte D_0 proportional $\propto Z^2 N$ sein. In Abb. 5.11 sind die auf Z^2 normierten Vorfaktoren D_0/Z^2 als Funktion der Teilchenzahl aufgetragen. Gefüllte (offene) Symbole stammen wieder aus Fits an die horizontalen (vertikalen) Messungen. Als durchgezogene Linien sind an die Daten angepaßte Ursprungsgeraden

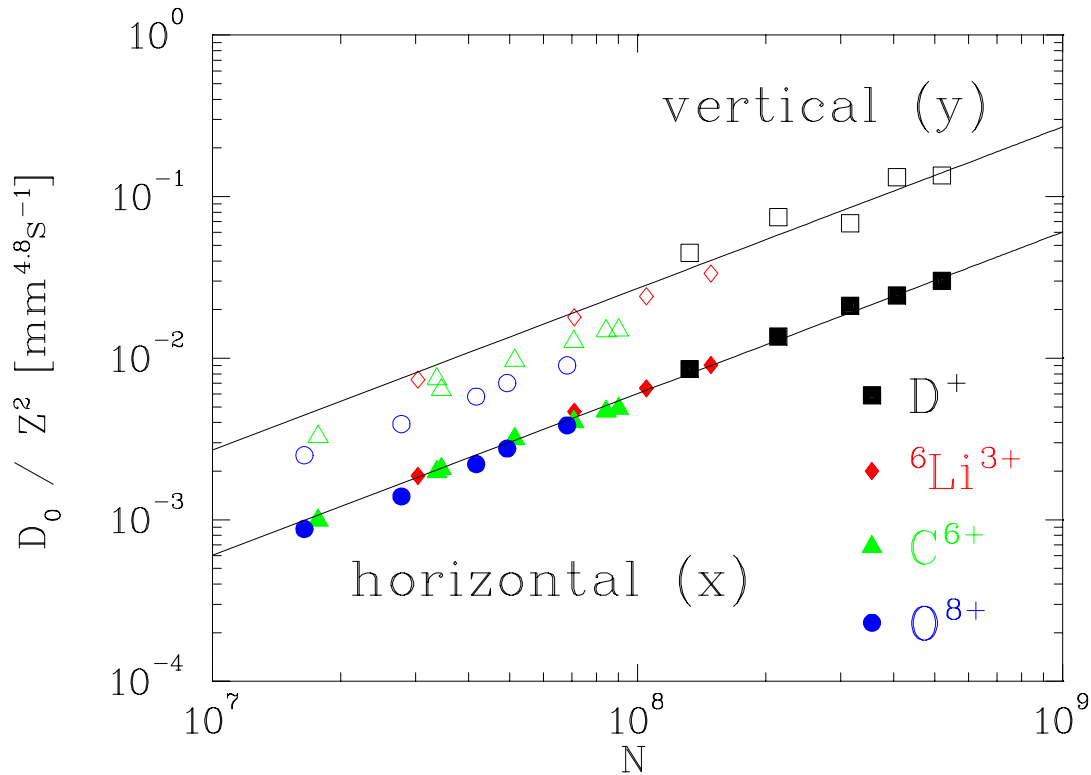


Abbildung 5.11: Vorfaktor D_0 normiert auf Z^2 als Funktion der Teilchenzahl für verschiedene Ionensorten. Gefüllte Symbole sind die horizontalen, offene Symbole die vertikalen Vorfaktoren; durchgezogene Linien sind an die Daten angepaßte Ursprungsgeraden.

$D_{0,j}/Z^2 = const_j \cdot N$ eingezeichnet. Diese Geraden sind gegeben durch:

$$\frac{D_{0,x}}{Z^2} = (6.05 \pm 0.08) \cdot 10^{-11} \frac{\text{mm}^{4.8}}{\text{s}} \cdot N \quad (5.16)$$

$$\frac{D_{0,y}}{Z^2} = (2.71 \pm 0.01) \cdot 10^{-10} \frac{\text{mm}^{4.8}}{\text{s}} \cdot N \quad (5.17)$$

Die vertikalen Vorfaktoren nehmen mit steigender Ladung etwas ab und scheinen einer etwas schwächeren Z -Abhängigkeit $D_{0,y} \propto Z^{1.8}$ zu folgen, wohingegen die horizontalen Vorfaktoren hervorragend durch eine Ursprungsgerade beschrieben werden. Der Unterschied in der absoluten Größe zwischen $D_{0,x}$ und $D_{0,y}$ hat seine Ursache in den optischen Funktionen des Speicherrings (diese gehen in \mathcal{F}_j in Gl. 5.13 ein). Dieser Einfluß wurde in dem einfachen Ansatz (Gl. 5.14) in die Vorfaktoren D_{0j} gepackt.

Im allgemeinen beschreibt das einfache Modell gut und konsistent den Heizterm aufgrund von Intrabeamschattering.

5.3.3 Kühlzeitmessungen für Strahlen kleiner Anfangsdurchmesser

Um die Elektronenkühlung bei kleinen transversalen Relativgeschwindigkeiten zu untersuchen, benötigt man Ionenstrahlen mit kleiner Betatronamplitude, bzw. kleinem Strahldurchmesser. Die Betatronamplituden injizierter Strahlen sind in der Regel zu groß, als daß die entsprechenden transversalen Geschwindigkeiten der Ionen in der Wechselwirkungszone sich noch im linearen Bereich der Kühlkraft befänden. Um sich Ionenstrahlen wohldefinierter schmaler Anfangsbreite zu beschaffen, geht man wie in Abb. 5.12 beschrieben vor. Der Speicherring wird zunächst gefüllt und die Ionen

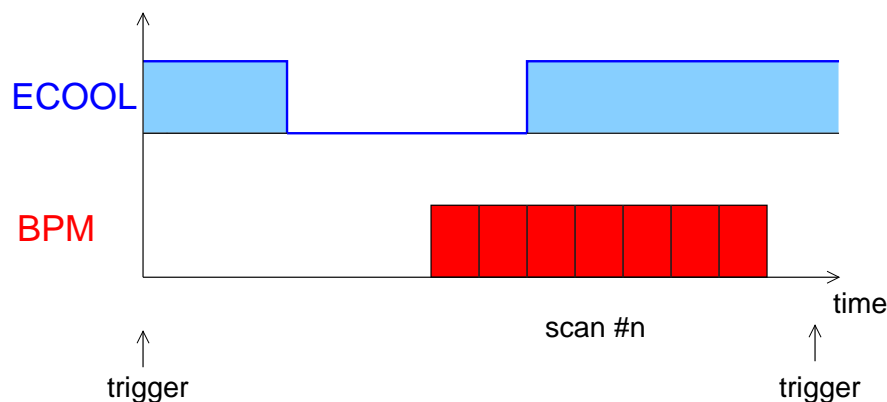


Abbildung 5.12: Schematischer Verlauf einer Kühlzeitmessung für Ionenstrahlen kleiner anfänglicher Strahldurchmesser.

ins Gleichgewicht gekühlt. Danach wird die Elektronenkühlung abgeschaltet und der Ionenstrahl bläht sich aufgrund strahlinterner Streuung auf. Nach einer Zeit von typischerweise 6 - 10 s schaltet man die Elektronenkühlung wieder ein und nimmt den zeitlichen Verlauf der Strahlprofile über einer Zeit von typischerweise 300 ms auf. Um Statistik zu sammeln wiederholt man diesen Ablauf 10 bis 20 mal.

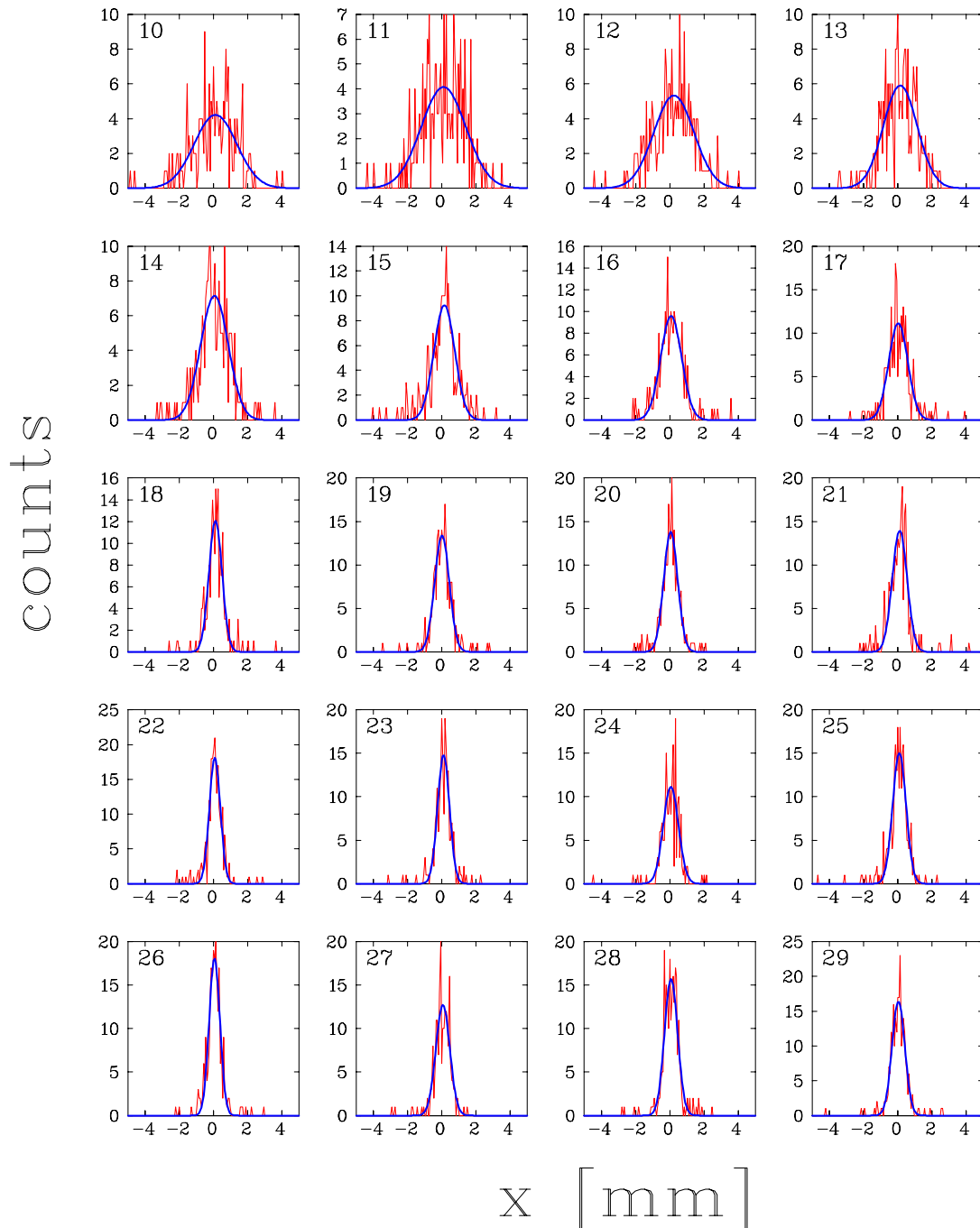


Abbildung 5.13: Horizontale Strahlprofile einer Kühlzeitmessung mit $^{12}\text{C}^{6+}$ Ionen der Energie 73.3 MeV. Gezeigt sind die Profile 10 - 29 dieser Messung. Der zeitliche Unterschied zwischen aufeinanderfolgenden Profilen ist 10 ms; nach der Aufnahme des 10. Profils wurde die Elektronenkühlung wieder eingeschaltet. Die Profile sind gestrichelt, gefittete Gaußkurven sind fett eingezeichnet; für die Auswertung siehe Abb. 5.15.

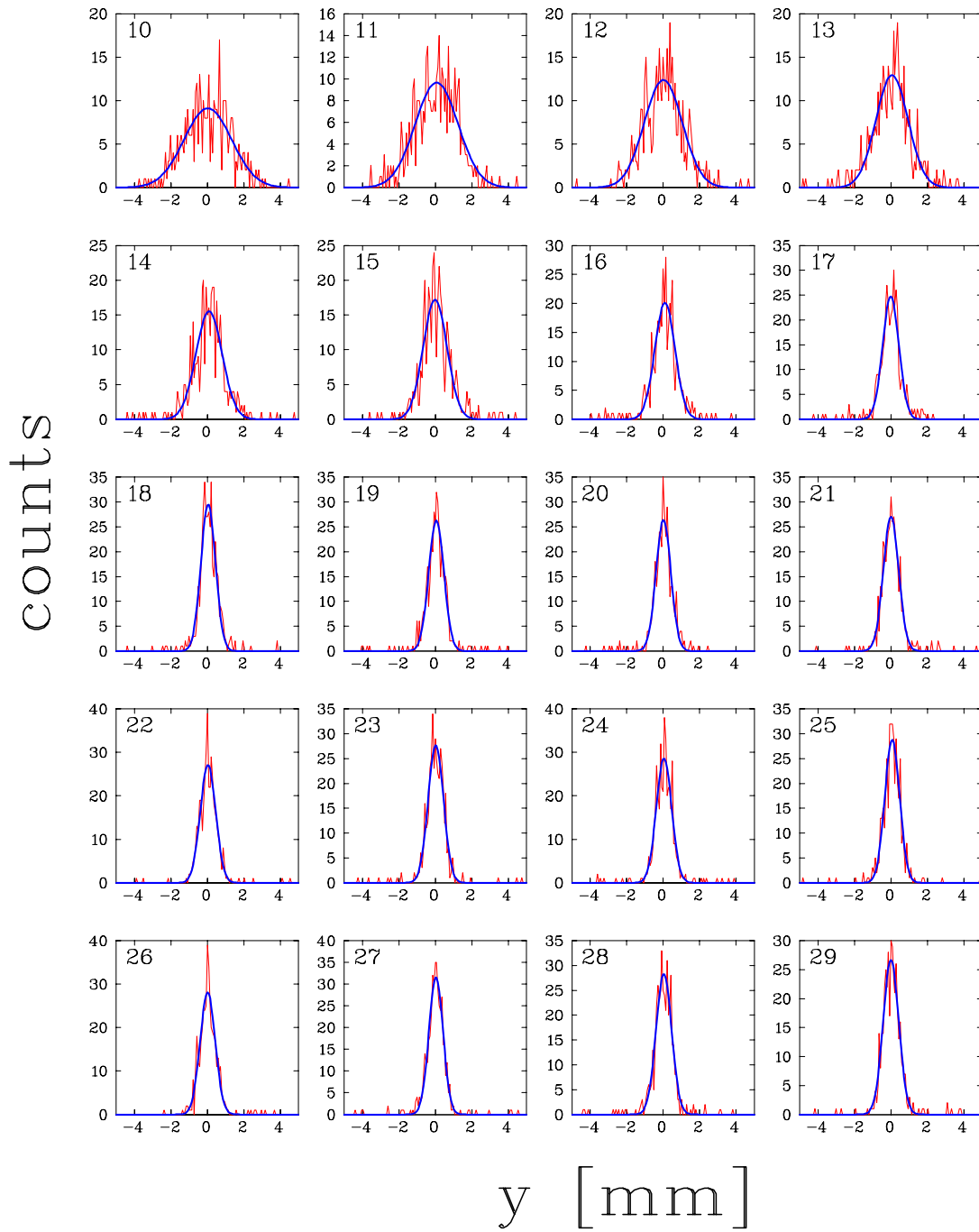


Abbildung 5.14: Vertikale Strahlprofile der Kühlzeitmessung entsprechend Abb. 5.13.

Die Lösung der Differentialgleichung 5.11 für eine endliche Kühlrate $1/\tau_j > 0$ und einen Heizterm gemäß Gl. 5.14 ist für beliebiges γ gegeben durch:

$$\sigma_j(t) = [\sigma_{0,j}^\gamma \exp\{-\frac{\gamma(t-t_0)}{\tau_j}\} + \sigma_{\infty,j}^\gamma]^{1/\gamma} \quad (5.18)$$

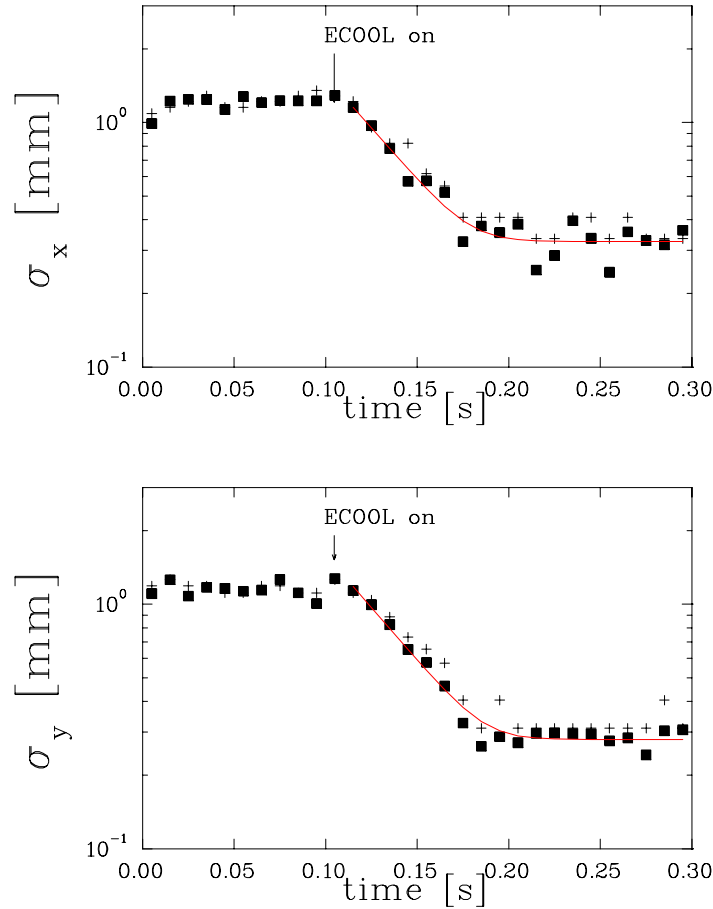


Abbildung 5.15: Ausgewertete Kühlzeitmessung, Gaußbreiten (Quadrate) bzw. halbe Breite, innerhalb derer sich 68 % der Zählereignisse befinden (Kreuze) als Funktion der Zeit. An die Daten sind Funktionen nach Gl. 5.12 angepaßt ($\tau_x = (51 \pm 4.5)$ ms und $\tau_y = (50 \pm 2.5)$ ms); Profile 10 - 29 siehe Abb. 5.13 und 5.14.

Ein Beispiel einer solchen Kühlzeitmessung für $^{12}\text{C}^{6+}$ Ionen der Energie 73.3 MeV ist in den Abb. 5.13 - 5.15 zu sehen. Der Ionenstrom ist $20 \mu\text{A}$ und die Elektronendichte $n_e = 8.0 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, Führungsfeld $B_{cool} = 418$ Gauß und der Expansionsfaktor ist 9.6. Das gesamte Zeitintervall beträgt 300 ms. Der Zeitunterschied von Profil zu Profil ist jeweils 10 ms. Nach 100 ms wird die Elektronenkühlung eingeschaltet. Der

gewünschte Elektronenstrom ist nach einer weiteren Zeitspanne von 5 ms aufgebaut. An die gemessenen Profile (gestrichelte Kurven in den Abb. 5.13 und 5.14) sind jeweils Gaußkurven angepaßt (fett gezeichnete Kurven). Die Gaußbreiten sind in Abb. 5.15 als Quadrate eingezeichnet. Desweiteren wurde für die Profile die Breite ermittelt, innerhalb derer sich 68 % der Zählereignisse befinden; die Hälfte dieser Breite ist zusätzlich als Kreuz eingezeichnet. Beide Breiten zeigen gute Übereinstimmung, was als Test für die Approximation durch ein Gaußprofil dienen mag. Bei der Auswertung wurde bei beiden Größen die Auflösung des BPM berücksichtigt. An den zeitlichen Verlauf ist eine Funktion nach 5.18 angefitet, wobei die Größen $\sigma_{0,j}$, $\sigma_{0,\infty}$ und τ als Fitparameter verwendet wurden; γ wurde vom Wert 4.8 gewählt.

Die angepaßte Funktion beschreibt gut den zeitlichen Verlauf der Strahlbreite und für die Kühlzeiten erhält man $\tau_x = (51 \pm 4.5)$ ms und $\tau_y = (50 \pm 2.5)$ ms.

Einer Kühlzeit von 50 ms entspricht nach Gl. 5.12 ein Reibungskoeffizient von $2.3 \cdot 10^{-4}$ eVs/m². Der transversale Reibungskoeffizient ist demnach in diesem Fall einen Faktor von ca. 2.2 kleiner als der mit Hilfe des IndAccs bestimmten longitudinalen Reibungskoeffizienten bzw. ein Faktor von ca. 3.3 kleiner als der mit der Heizmethode bestimmte Koeffizient.

Aus diesem Verhältnis für longitudinale und transversale Reibungskoeffizienten ergibt sich, daß bei dieser Methode, der Ionenstrahl nach Einschalten der Kühlung longitudinal schneller gekühlt wird als transversal, d.h. man studiert die transversale Kühlung mit einem Ionenstrahl, der eine kleine Breite $\Delta_{i\parallel}$ besitzt.

Eine analoge Messung der transversalen Kühlkraft mit Hilfe transversaler Rauschanregung scheint aufgrund der fokussierenden Kräfte durch die Quadrupole nicht möglich zu sein. Longitudinal werden Teilchen, die bis zu den Flanken des Rauschspektrums getrieben wurden, nicht weiter abgebremst, bzw. beschleunigt. Aufgrund der rücktreibenden Kraft der Quadrupole existiert im transversalen Fall kein solches "Ende" der Anregung. Bei Überschreitung eines gewissen Rauschpegels führt dies unvermeidlich zum Verlust des Strahls, ein Gleichgewicht kann sich nicht einstellen.

Zusammenfassend hat man für den Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten zwei verschiedene Methoden, um die longitudinale Kühlkraft zu bestimmen, und eine für die transversale Kühlkraft.

Longitudinal kann die Kraft aus einem "statischen" Gleichgewicht zwischen der für alle Ionen konstanten longitudinalen IndAcc-Kraft und der Elektronenkühlkraft (IndAcc-Messung) und aus einem "dynamischen" Gleichgewicht zwischen externem stochastischem Heizen des Strahls und der Elektronenkühlung (Heizmethode) bestimmt werden. Zwischen den Ergebnissen beider Methoden gibt es Unterschiede, deren Ursache noch nicht verstanden ist. Bei der Kraftmessung mittelt man jeweils über die Verteilung des Ionenstrahls. Bei der IndAcc-Messung ist diese durch die kalte Verteilung des elektronengekühlten Strahls gegeben. Bei der Heizmethode ist die transversale Verteilung des Strahls ebenfalls vergleichbar mit der des gekühlten Strahls. Anders die longitudinale Verteilung: Diese ist aufgrund der Rauschanregung deutlich breiter als die longitudinale Verteilung des elektronengekühlten Strahls. Auf-

grund der unterschiedlichen Ergebnisse wird im folgenden immer klar unterschieden werden zwischen IndAcc-Messung und Heizmethode.

Transversal erlaubt das Studium der Dynamik des Kühlprozesses für Ionenstrahlen kleiner anfänglicher Strahldurchmesser, bzw. kleiner anfänglicher Breiten $\Delta_{i\perp}$, die Bestimmung der Kühlrate $1/\tau_{x,y}$, welche über Gl. 2.29 mit dem transversalen Reibungskoeffizienten $\alpha_{x,y}$ zusammenhängt. Diese Messung findet im wesentlichen ebenfalls für kleine Breiten $\Delta_{i\parallel}$ statt.

Für sehr hohe Relativgeschwindigkeiten $\gg \Delta_{e\parallel}$ kann man mit Hilfe des IndAccs die longitudinale Kühlkraft messen, in dem man sprunghaft die Beschleunigungsspannung der Elektronen ändert. Die Verteilung des Ionenstrahls während dieser Messung ist im wesentlichen ebenfalls durch die kalte Verteilung des elektronengekühlten Strahls gegeben.

6 Experimentelle Ergebnisse

In diesem Kapitel sollen die Ergebnisse der systematischen Untersuchungen dargestellt und diskutiert werden. Zunächst werden die Abhängigkeiten von externen magnetischen Feldern studiert. Diese sind durch das longitudinale Führungsfeld bzw. durch den Expansionsfaktor, d.h. das Verhältnis des Feldes am Ort der Kanone zu dem Feld der Wechselwirkungszone gegeben. Die Expansion beeinflusst dabei die transversale Temperatur des Elektronenstrahls. Danach wird die Ladungsabhängigkeit der Kühlkraft für kleine Relativgeschwindigkeiten diskutiert. In diesem Rahmen werden die Untersuchungen zu den den Strahlen immanenten Parametern wie Elektronendichte, Ionenstrom und Ionenladung erläutert. Für diese Punkte wurden jeweils longitudinale Kühlkräfte im linearen Regime der Kraft sowohl mit dem Induktionsbeschleuniger als auch mit stochastischem Heizen und transversale Kühlraten für kleine anfängliche Strahldurchmesser gemessen. Dabei wurde in den Experimenten so vorgegangen, daß immer nur die interessierende Größe variiert wurde und alle anderen Parameter nach Möglichkeit konstant gehalten wurden. Danach wird die Kühlkraft für hohe Relativgeschwindigkeiten behandelt. Longitudinal konnte auch hier die Kühlkraft direkt gemessen werden. Transversal gibt es keine Methode, um für eine bestimmte Geschwindigkeitsklasse jenseits des linearen Regimes der Kraft die transversale Kühlkraft zu messen. Das Verständnis der transversalen Elektronenkühlung injizierter, transversal (insbesondere horizontal) heißer Strahlen ist aber nicht nur für Experimente am Speicherring mit gekühlten Ionenstrahlen sondern z.Bsp. auch für die Akkumulation von Ionen wichtig. Deshalb wird in diesem Abschnitt eine empirische horizontale Kühlzeit T_C definiert, die eine für diese Fragen charakteristische Zeit darstellt. Dann werden in diesem Abschnitt die Abhängigkeiten der longitudinalen Kühlkraft bzw. der horizontalen Kühlzeit T_C von den Parametern Elektronendichte, Ionenladung und Ionenstrom bzw. Ionenenergie studiert.

Der erste Punkt wurde im Rahmen mehrerer Strahlzeiten mit $^{12}\text{C}^{6+}$ Ionen der Energie 73.3 MeV (6.1 MeV/u) untersucht. Die Ladungsabhängigkeit wurde in einer Strahlzeit mit den Ionen $^2\text{D}^+$, $^6\text{Li}^{3+}$, $^{12}\text{C}^{6+}$ und $^{16}\text{O}^{8+}$ (6.1 MeV/u) studiert. Diese Ionenstrahlen mit gleichem Ladungs-zu-Masse Verhältnis wurden bei gleicher Geschwindigkeit bzw. magnetischer Strahlsteifigkeit bei einer Einstellung des TSR gespeichert. Die Messungen für hohe Relativgeschwindigkeiten wurden teils in oben erwähnter Strahlzeit, in mehreren Maschinenstrahlzeiten mit $^{12}\text{C}^{6+}$ (73.3 MeV) und parasitär bei zahlreichen weiteren Strahlzeiten durchgeführt.

Aufgrund des Vorfaktors $n_e Z^2$ vor dem Integral der Kühlkraft ohne Magnetfeld

(Gl. 3.6) ist es üblich gemessene Kühlkräfte mit $n_e Z^2$ auf $Z = 1$, bzw. $n_e = 10^8 \text{ cm}^{-3}$ zu normieren. Aufgrund der Ergebnisse zur Kühlkraft ohne Magnetfeld in 3.1.2 wird im folgenden von einer solchen Normierung der Kraft abgesehen. Es wird jeweils der gemessene (nicht ringgemittelte) Wert der longitudinalen Kraft bzw. des longitudinalen Reibungskoeffizienten aus der IndAcc-Messung und der Rauschmessung diskutiert. Kühlraten - gemessen (transversal) oder berechnet (aus dem longitudinalen Reibungskoeffizienten) - sind notwendigerweise ringgemittelt, jedoch wird auch hier keinerlei Normierung auf Ladung und Elektronendichte vollzogen.

6.1 Untersuchungen zum Einfluß von magnetischem Führungsfeld und Expansion

Die Abhängigkeiten der Parameter longitudinales Magnetfeld und Expansion des Elektronenstrahls, bzw. transversale Elektronentemperatur wurden in verschiedenen Maschinenstrahlzeiten mit $^{12}\text{C}^{6+}$ der Energie 73.3 MeV untersucht. Bei dieser vorgegebenen Strahlenergie besitzen die Elektronen bei gleicher Geschwindigkeit eine kinetische Energie im Laborsystem von ca. 3.5 keV. Bei einem Expansionsfaktor von 9.6 kann bei dieser Energie eine Elektronendichte in der Wechselwirkungszone von etwa $6 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$ erzeugt werden. Um überhaupt zuverlässig die Kühlkraft bzw. Kühlrate messen zu können, wurde die Dichte um etwa 1 Größenordnung reduziert und für die Experimente $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$ gewählt.

Die lange Lebensdauer des Ionenstrahls in der Größenordnung von Stunden ermöglichte es, die Experimente bzw. Messungen, deren typische Zeitdauer bei Sekunden, bzw. Minuten liegt, bei einer konstanten und wohldefinierten Ionenintensität durchzuführen. Der Strahlstrom der Experimente in diesem Abschnitt lag jeweils bei $20 \mu\text{A}$.

Bei der Untersuchung der Magnetfeldabhängigkeit wurde eine konstante Expansion des Elektronenstrahls von 9.6 gewählt, dies entspricht einer transversalen Elektronentemperatur von $\approx 13 \text{ meV}$. Bei einer Änderung des Führungsfeldes wurden deshalb auch die Felder des Kanonensolenoids und der Toroide entsprechend geändert und der Überlapp zwischen Ionen und Elektronenstrahl neu optimiert. Das Führungsfeld wurde von etwa 250 Gauß bis 700 Gauß variiert. Das minimale Magnetfeld, das man benötigt, um die defokussierenden Kräfte aufgrund der Raumladung des Elektronenstrahls zu kompensieren, ist das sogenannte Brillouinfeld $B_B = \sqrt{2m_e n_e / \epsilon_0}$ und beträgt für die gegebene Elektronendichte $B_B = 12.8 \text{ Gauß}$. Selbst das kleinste studierte Magnetfeld ist um einen Faktor 20 größer.

In Abb. 6.1 ist der longitudinale Reibungskoeffizient α_{\parallel} als Funktion der Stärke des magnetischen Führungsfeldes aufgetragen. Verschiedene Symbole resultieren aus verschiedenen Strahlzeiten. Auf einer zweiten Y-Achse ist die longitudinale Kühlrate aufgetragen. Diese erhält man durch Umskalieren der Reibungskoeffizienten nach

Gl. 2.28. Der Reibungskoeffizient ist konstant für Führungsfelder B_{cool} größer als etwa 400 Gauß. Unterhalb von 300 Gauß sinkt der Reibungskoeffizient drastisch um einen Faktor von etwa 4. Obwohl der Reibungskoeffizient kleiner wird, ändert sich das Schottkyspektrum dadurch nur unwesentlich. Auch die transversalen Strahlbreiten bleiben im wesentlichen gleich. Dieses Verhalten kann man sich mit Hilfe von Gl. 5.11 im Gleichgewicht $d\sigma_j/dt=0$ und einem Heizterm λ_j aus Gl. 5.14 klar machen.

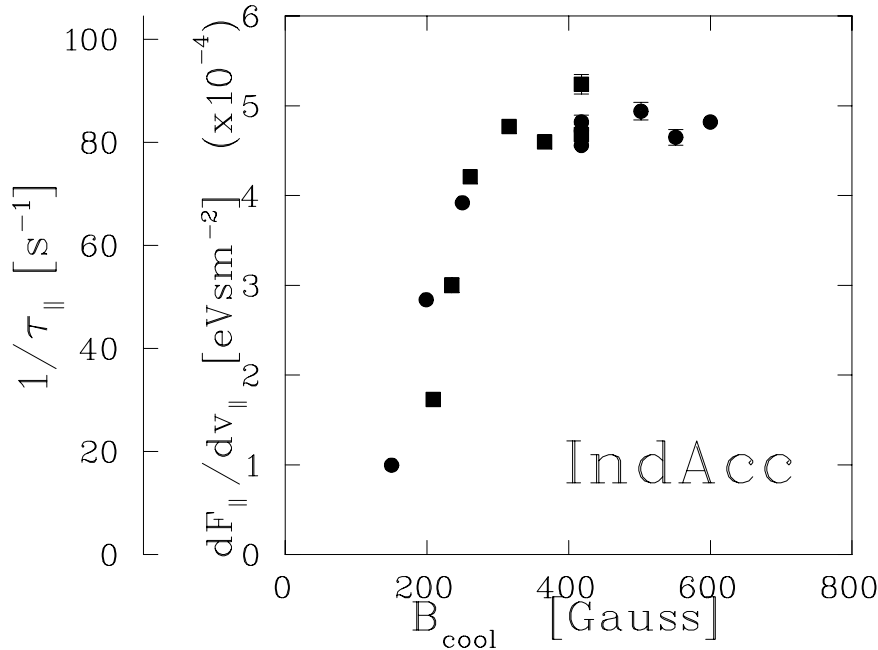


Abbildung 6.1: Longitudinale Reibungskoeffizienten α_{\parallel} als Funktion des Führungsfeldes ($^{12}\text{C}^{6+}$, 73.3 MeV, $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, Expansion = 9.6, $I_{ion} \approx 20\mu\text{A}$).

Die transversalen Kühlraten sind in Abb. 6.2 dargestellt. Gefüllte, bzw. offene Symbole stammen aus jeweils einer Strahlzeit. Die transversalen Raten sind etwa ein Faktor 4 kleiner als die longitudinalen Kühlraten. Dies bedeutet, daß die Steigung der transversalen Kühlkraft, bzw. die Kühlkraft für kleine Geschwindigkeiten, einen Faktor 2 kleiner ist als die longitudinale Kraft. Die Streuung der Daten ist größer als bei der IndAcc-Messung. Ähnlich wie im longitudinalen Fall sinkt der Reibungskoeffizient für Felder kleiner als etwa 400 Gauß, jedoch scheint der Reibungskoeffizient auch für Felder oberhalb 400 Gauß noch anzusteigen.

Die Abnahme der Koeffizienten ist wesentlich dramatischer als die Theorie der magnetischen Kühlkraft für den longitudinalen Reibungskoeffizient voraussagt. Gleichzeitige Rekombinationsmessungen mit F^{6+} zeigten, daß im Bereich 200 - 400 Gauß die transversale Temperatur mit abnehmendem Magnetfeld ansteigt [26]. Verschiedene Aspekte mögen hier eine Rolle spielen und Abnahme der Kühlkraft und Anwachsen der transversalen Temperatur haben unter Umständen verschiedene Ursachen.

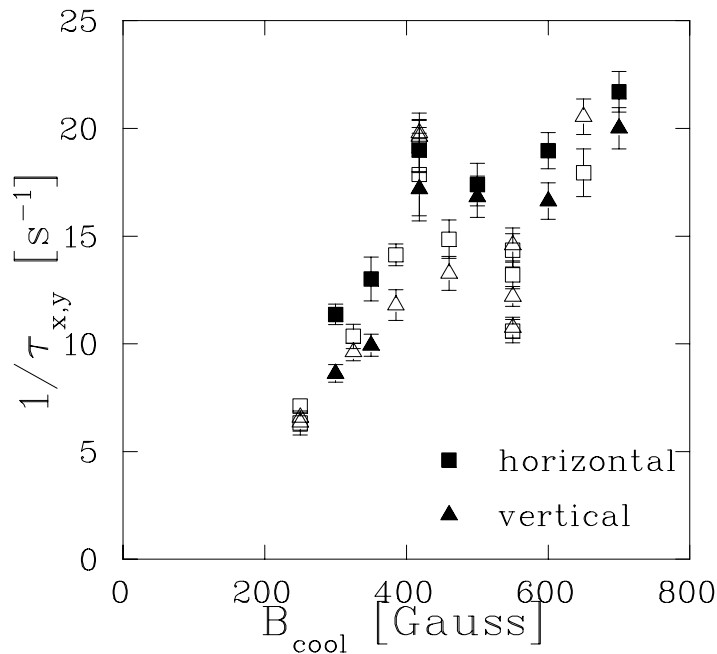


Abbildung 6.2: Transversale Kühlraten $1/\tau_{x,y}$ als Funktion des Führungsfeldes ($^{12}\text{C}^{6+}$, 73.3 MeV, $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, Expansion = 9.6, $I_{ion} \approx 20 \mu\text{A}$). Offene und geschlossene Symbole stammen jeweils aus verschiedenen Strahlzeiten.

Bei Reduzierung des Führungsfeldes wird die Zyklotronfrequenz entsprechend kleiner und damit erhöht sich der Adiabasieparameter (2.13). Dies könnte die Erhöhung der transversalen Temperatur bewirken. Des weiteren sollen die Größen mittlerer Elektronenabstand und mittlerer Zyklotronradius der Elektronen diskutiert werden. Das Verhältnis beider Größen zueinander ist ein Maß für den transversal-longitudinalen Energieaustausch im Elektronenstrahl. Ist der mittlere Zyklotronradius wesentlich kleiner als der mittlere Elektronenabstand, so können die Elektronen transversal kaum noch miteinander wechselwirken - der transversal-longitudinale Energieaustausch wird unterdrückt. Man spricht von "magnetisierten" Elektronen. Ist diese "Magnetisierung" vorhanden, so sollte die Elektronenkühlkraft durch die magnetische Kühlkraft gegeben sein. Mittlerer Elektronenabstand und Zyklotronradius können durch $\bar{r}_e \approx n_e^{-1/3}$ und $\bar{r}_c \approx \sqrt{2m_e k T_{\perp}} / (eB)$ abgeschätzt werden. Bei der gegebenen Dichte ist der mittlere Elektronenabstand $\bar{r}_e \approx 50 \mu\text{m}$. Der mittlere Zyklotronradius r_c beträgt ca. $20 \mu\text{m}$ für $B_{cool} = 200$ Gauß, $10 \mu\text{m}$ für $B_{cool} = 400$ Gauß, etc. Zwar ist das kleinste Feld B_{cool} von 200 Gauß größer als das Feld B_0 , bei dem gilt $\hat{r}_c = \hat{r}_e$, $B_0 \approx 77$ Gauß, aber beide Radien sind von der gleichen Größenordnung. Erst bei $B_{cool} = 700$ Gauß ist der mittlere Zyklotronradius etwa eine Größenordnung kleiner als der mittlere Elektronenabstand. Ist die Magnetisierung des Strahls bei kleineren Magnetfeldern nicht so stark ausgeprägt, könnte dies die transversale Elektronen-

temperatur und die Elektronenkühlkraft beeinflussen. Ein weiterer Punkt ist die Homogenität des Führungsfeldes. Der Beitrag dieses Punktes ist schwer quantitativ abzuschätzen, aber bei kleineren Magnetfeldern nimmt die Qualität des Führungsfeldes ab, bzw. die relativen Feldfehler nehmen zu und könnten für den Einbruch der Kühlkraft sorgen.

Für Felder größer als 350 - 400 Gauß zeigen die longitudinalen Kühlraten den flachen Verlauf, den man bei hinreichend starkem Magnetfeld erwartet. Darüberhinaus zeigt sich der Einfluß des Magnetfeldes vor allem in der Größe der transversalen Kühlraten im Vergleich zu der der longitudinalen. In der Theorie ohne Magnetfeld unterscheiden sich longitudinale und transversale Kraft bei den gegebenen experimentellen Bedingungen um einen Faktor von etwa 15, d.h. man erwartete, daß die transversale Kühlrate um einen Faktor 30 kleiner ist als die longitudinale, im Gegensatz dazu liefert das Experiment einen Wert von 4. Das unerwartet kleine Verhältnis zwischen transversaler und longitudinaler Kühlrate wird sich auch bei allen weiteren Experimenten ergeben.

Der Einfluß der transversalen Temperatur auf die Kühlkraft wurde für $B_{cool} = 418$ Gauß und $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$ studiert. Dabei wurde der Expansionsfaktor im Bereich zwischen etwa 3 und 25 gewählt, d.h. die transversale Temperatur der Elektronen wurde zwischen $kT_{\perp} \approx 40 \text{ meV}$ und $kT_{\perp} \approx 5 \text{ meV}$ um einen Faktor von bis zu 8 variiert. Abb. 6.3 zeigt die longitudinalen Reibungskoeffizienten. Die verschiedenen Plotsymbole resultieren aus zwei verschiedenen Strahlzeiten, der Mittelwert der Daten ist als gestrichelte Linie eingezeichnet. Die Streuung der Daten ist im Rahmen der experimentellen Genauigkeit. Das bedeutet, daß der longitudinale Reibungskoeffizient und damit die longitudinale Kühlkraft für kleine Relativgeschwindigkeiten unabhängig von der transversalen Elektronentemperatur ist.

Die transversalen Kühlraten sind in Abb. 6.4 dargestellt. Die transversalen Raten sind auch hier etwa einen Faktor 4 kleiner als die longitudinalen Kühlraten. d.h. die transversale Kühlkraft ist etwa einen Faktor zwei kleiner als die longitudinale Kraft für kleine Relativgeschwindigkeiten. Erneut ist die Streuung der transversalen Raten größer als die der IndAcc-Messung, dennoch ist hier bei Änderung der Expansion, bzw. der transversalen Elektronentemperatur um einen Faktor von etwa 6 kaum eine signifikante Änderung der transversalen Raten zu beobachten. Zum Vergleich ist der Mittelwert aller Raten als gestrichelte Linie eingezeichnet.

Die Kühlkraft - sowohl longitudinal als auch transversal - ist bei ansonsten gleichen Parametern unabhängig von der transversalen Elektronentemperatur. Mehr noch als die Untersuchungen zur Magnetfeldabhängigkeit selbst ist dies ein ganz deutlicher Hinweis für das Vorhandensein der magnetischen Kühlkraft bzw. die Elektronenkühlung mit "magnetisierten Elektronen". Der transversale Freiheitsgrad der Elektronen wird durch das Magnetfeld unterdrückt, er spielt für die Kraft keine Rolle mehr. Für diese ist vielmehr nur die longitudinale Elektronentemperatur von Bedeutung. Ein weiterer Effekt des Magnetfeldes äußert sich in der Größe der transversalen Raten. Wie bereits erwähnt unterscheiden sich transversale und longitudinale Kühl-

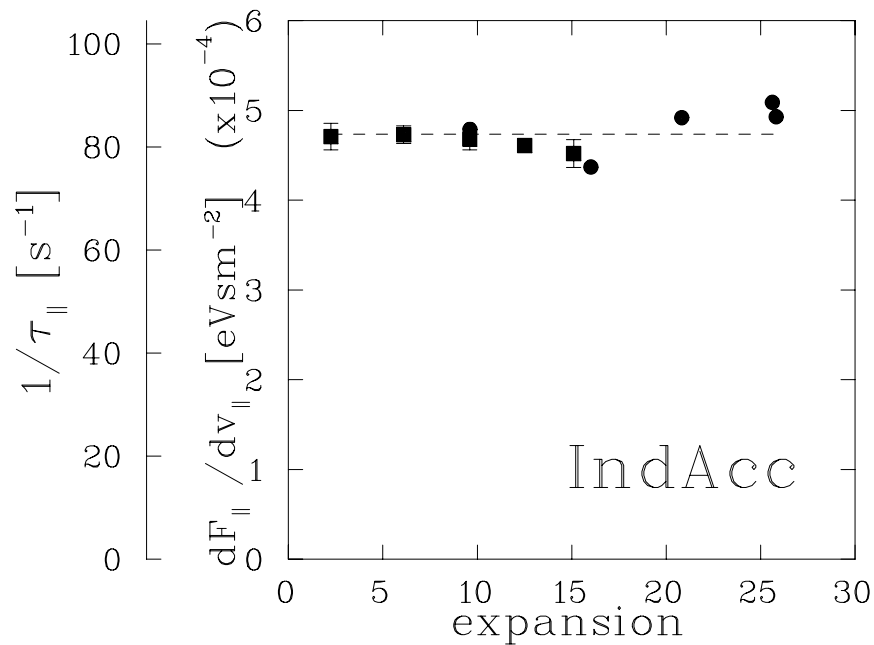


Abbildung 6.3: Longitudinale Reibungskoeffizienten α_{\parallel} als Funktion der Expansion ($^{12}\text{C}^{6+}$, 73.3 MeV, $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, B_{cool} 418 Gauß, $I_{ion} \approx 20 \mu\text{A}$). $kT_{\perp} \approx 40 \text{ meV}$ (5 meV) für einen Expansionsfaktor von 3 (25); der Mittelwert ist gestrichelt gezeichnet.

rate lediglich um einen Faktor 4 im Gegensatz zur Theorie ohne Magnetfeld, die ein Verhältnis von etwa 30 vorhersagt.

An dieser Stelle sollte erwähnt werden, daß in früheren Untersuchungen durchaus ein Einfluß der transversalen Temperatur auf die longitudinale Kühlkraft vermutet wurde [17, 55]. Allerdings wurden hier Messungen bei verschiedener Elektronendichte bzw. mit verschiedenen Ionensorten mit Hilfe einer linearen Skalierung verglichen. Neuere Untersuchungen an anderen Kühlerringen, bei denen die Expansion des Strahls bei ansonsten unveränderten Parametern variiert wurde, bestätigen die hier gezeigten Ergebnisse [56, 57]

6.2 Ladungsabhängigkeit der Elektronenkühlung für kleine Relativgeschwindigkeiten

Die Ladungsabhängigkeit der Elektronenkühlung wurde in einer einwöchigen Strahlzeit mit D^+ , $^6\text{Li}^{3+}$, $^{12}\text{C}^{6+}$ und $^{16}\text{O}^{8+}$ untersucht. Die Strahlen besaßen eine Geschwindigkeit von etwa 11 % c und konnten aufgrund des gleichen Ladungs-zu-Masse Verhältnis von 1:2 bei der gleichen Einstellung des TSR gespeichert werden. Lediglich die Elektronenkühlung wurde gegebenenfalls nachoptimiert. Führungsfeld und

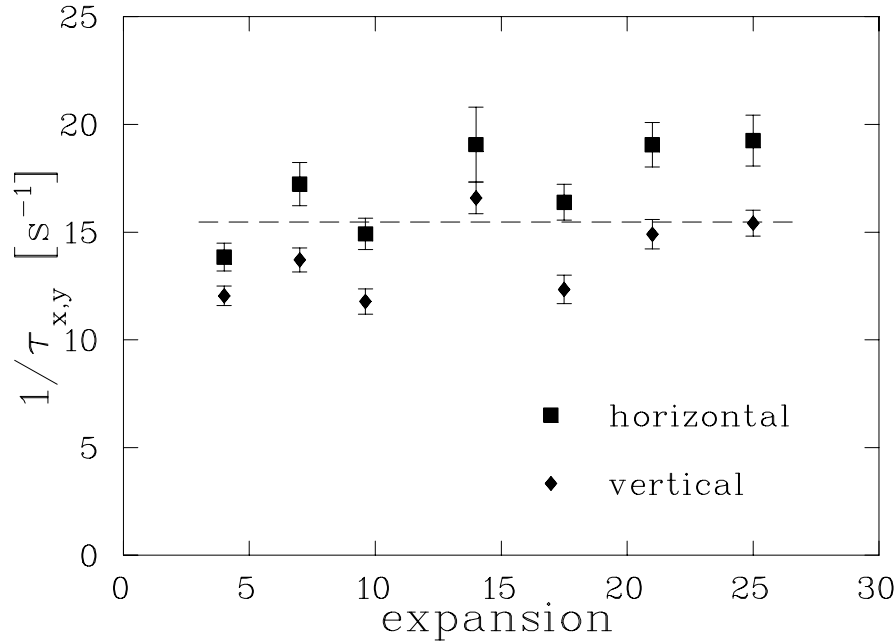


Abbildung 6.4: Transversale Kühlraten $1/\tau_{x,y}$ als Funktion der Expansion ($Z = 6$, $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $B_{cool} = 418 \text{ Gauß}$, $I_{ion} \approx 20 \mu\text{A}$). Der Mittelwert aller Raten ist als gestrichelte Linie eingezeichnet.

Expansion des Elektronenkühlers wurden zu $B_{cool} = 418 \text{ Gauß}$, bzw. 9.6 gewählt und wurden in dieser Strahlzeit nicht verändert.

6.2.1 Gleichgewichtsemittanzen

Die Emittanzen $\epsilon_{x,y}$ bzw. die longitudinale Impulsschärfe $\Delta p_i/p_i$ (Δp_i ist hier die Standardabweichung einer Gaußverteilung; üblich ist auch die volle Halbwertsbreite, diese soll immer mit Δp_{FWHM_i} bezeichnet werden.), die sich aus dem Gleichgewicht zwischen Elektronenkühlung ($n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$) und Intrabeamschattering ergeben, sind in Abb. 6.5 als Funktion der Teilchenzahl N aufgetragen. Es ist zu erkennen, daß Emittanz und Impulsschärfe bei gleicher Teilchenzahl mit der Ladung Z der Ionen ansteigen. Mit Gl. 5.11 im Gleichgewichtsfall erhält man mit dem einfachen Ansatz für λ_j (Gl. 5.14) und einer Skalierung der Kühlrate mit $1/\tau_{x,y} \propto Z^\kappa/A$ (mit $\kappa \approx 1-2$, siehe Kap. 3 und 6.2.4) eine Skalierung der Gleichgewichtsemittanzen $\epsilon_{x,y}$ gemäß Gl. 6.1 ($\gamma = 4.8$):

$$\epsilon_{x,y} \propto \left\{ \frac{Z}{A} (NZ) Z^{2-\kappa} \right\}^{\frac{2}{\gamma}} \quad (6.1)$$

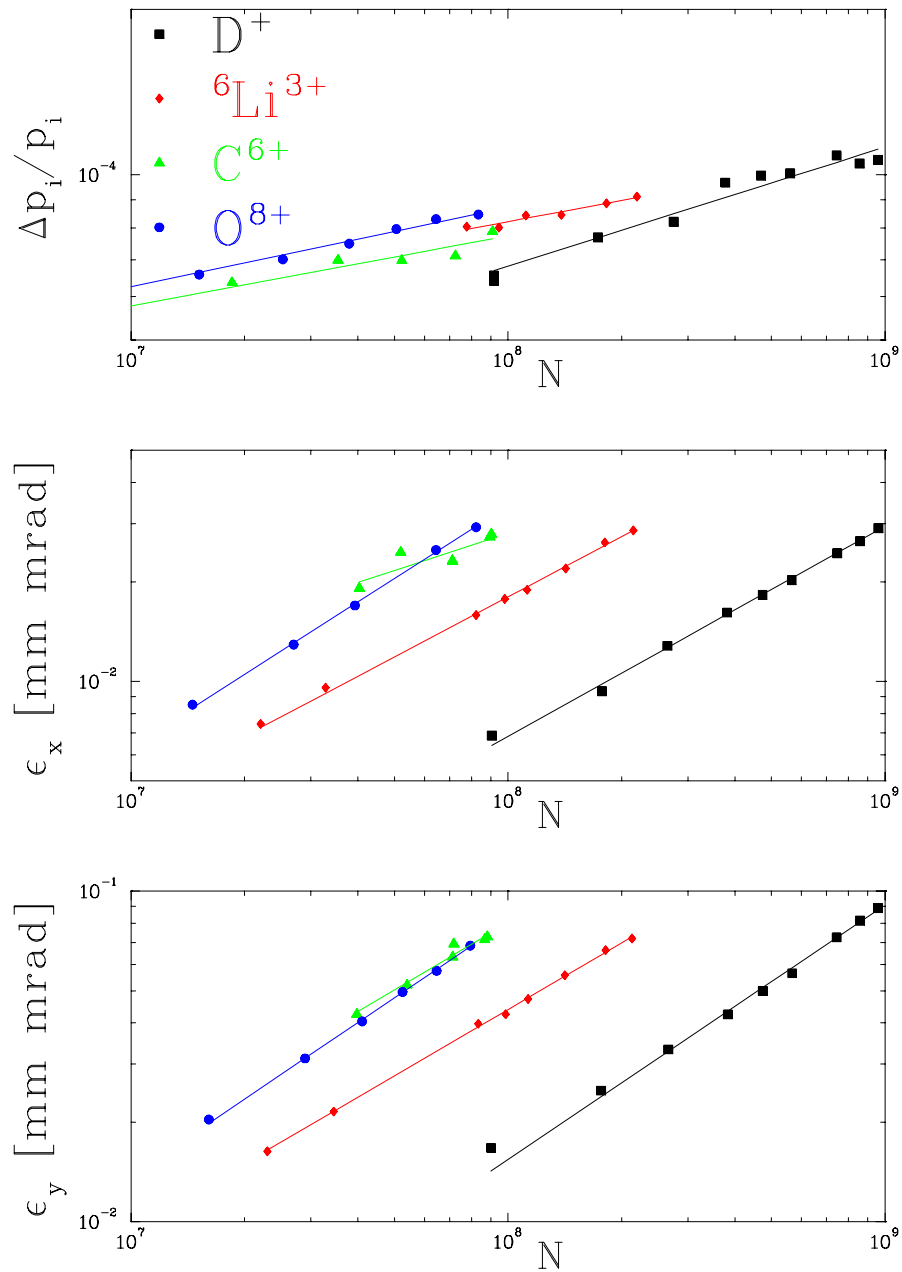


Abbildung 6.5: Gleichgewichtsemittanzen und Impulsschärfen gekühlter Strahlen als Funktion der Teilchenzahl für die Ionen D^+ , ${}^6\text{Li}^{3+}$, ${}^{12}\text{C}^{6+}$ und ${}^{16}\text{O}^{8+}$ ($n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $B_{cool} = 418 \text{ Gauß}$, Expansion 9.6).

Für $\kappa=2$ ist das Verhältnis der Emittanzen bei gleichem Z/A und bei gleicher Teilchenzahl N für $Z=8$ im Vergleich zu $Z=1$ etwa $\epsilon(Z=8)/\epsilon(Z=1) = 2.4$ - für $\kappa=1$ ungefähr 5.7 (für $\kappa=1.6$ ungefähr 3.4). Die gemessenen transversalen Emittanzen steigen für $N \simeq 10^8$ etwa um einen Faktor 4. Berücksichtigt man, daß der Ionenstrom bei gleicher Geschwindigkeit proportional zu $N \cdot Z$ ist, so erwartet man für die transversale Ionenverteilung $\Delta_{i\perp} \propto \sigma_{x,y} \propto \epsilon_{x,y}^{1/2}$ bei $\kappa=2$ keine Abhängigkeit der Strahlbreite, bzw. der transversalen Ionenverteilung vom Ionenstrom. Bei einer Skalierung mit $\kappa=1$ erwartet man für $Z=8$ eine Änderung der Strahlbreite um einen Faktor 1.5 im Vergleich zu $Z=1$ (für $\kappa=1.6$ erwartet man eine Änderung um etwa 19 %). Diese Abhängigkeit ist sehr schwach und im Rahmen der Genauigkeit der Messungen sind die bestimmten Strahlbreiten als Funktion des Ionenstroms unabhängig von Z (für Z/A , v/c konstant).

An den Verlauf von Impulsschärfe und Emittanz als Funktion der Teilchenzahl können Potenzgesetze $\propto N^\xi$ angepaßt werden. Gl. 6.1 liefert $\epsilon_{x,y} \propto N^{2/\gamma}$ bzw. $\Delta p_i/p_i \propto N^{1/\gamma}$; mit $\gamma = 4.8$ aus Abschn. 5.3.2 erwartet man eine Potenz mit dem Exponenten $\xi = 0.42$. Simulationen mit INTRABSC ($n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $1/\tau_{x,y} = 20 \text{ 1/s} = \text{const}$, $1/\tau_{\parallel} = 90 \text{ 1/s} = \text{const}$) liefern ebenfalls Exponenten $\xi_{x,y} = 0.42$ und $\xi_{\parallel} = 0.21$. Die Exponenten ξ der an das Experiment angepaßten Potenzfunktionen

	D ⁺	⁶ Li ³⁺	¹² C ⁶⁺	¹⁶ O ⁸⁺
ξ_{\parallel}	0.22 ± 0.02	0.13 ± 0.01	0.13 ± 0.02	0.15 ± 0.01
ξ_x	0.64 ± 0.01	0.60 ± 0.01	0.37 ± 0.12	0.73 ± 0.01
ξ_y	0.77 ± 0.02	0.67 ± 0.01	0.67 ± 0.05	0.77 ± 0.01

Tabelle 6.1: Exponenten ξ von an Gleichgewichtsemittanzen und Impulsschärfe angepaßte Potenzen $\propto N^\xi$.

sind in Tab. 6.1 aufgelistet. Sie sind von der erwarteten Größe, jedoch scheint ξ_{\parallel} etwas kleiner als 0.21 und $\xi_{x,y}$ systematisch größer als 0.42 zu sein. Letzteres kann aus einer Teilchenzahlabhängigkeit der Kühlrate $1/\tau_{x,y}$ resultieren (vgl. 6.2.2). Nimmt beispielsweise die Kühlrate mit zunehmender Teilchenzahl ab, so führt dies zu einem stärkeren Ansteigen der Gleichgewichtsemittanz mit der Teilchenzahl.

6.2.2 Ionenstromabhängigkeit

Für alle vier Ionensorten wurden longitudinale Kühlkräfte mit Hilfe des IndAccs und transversale Kühlraten in Abhängigkeit der Ionenintensität bestimmt. Die Elektrodendichte in diesem Experiment betrug $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$. Der Ionenstrom wurde über einen Bereich von 10 - ca. 100 μA verändert. Aus der Steigung der longitudinalen Kühlkraftkurve wird dann die longitudinale Kühlrate nach Gl. 2.28 berechnet. Transversale und longitudinale Kühlraten $1/\tau_{x,y}$, bzw. $1/\tau_{\parallel}$ für die jeweiligen Ionen sind in Abb. 6.6 aufgetragen. Die gefüllten Symbole stellen die longitudinale Rate,

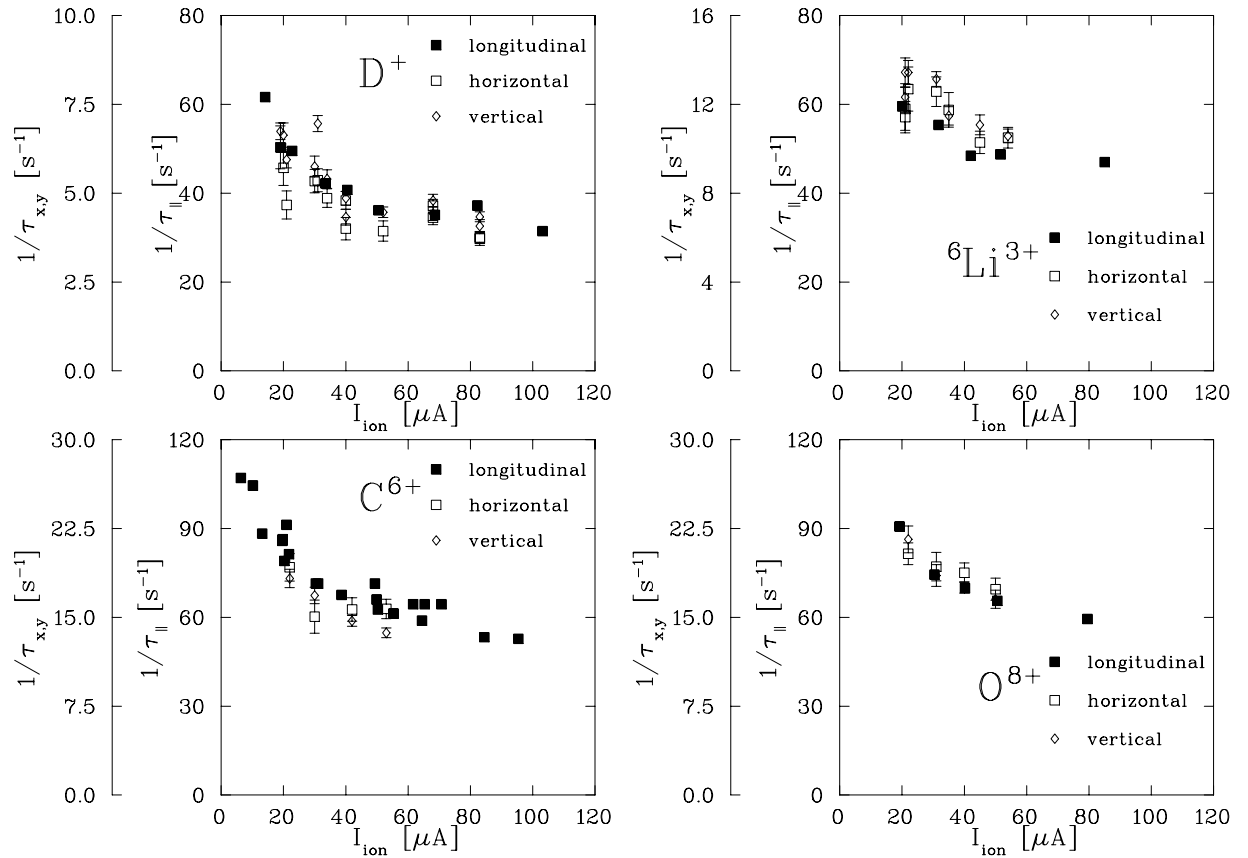


Abbildung 6.6: Ionenstromabhängigkeit der longitudinalen (gefüllte Quadrate IndAcc-Messung) und transversalen (offene Symbole) Kühlraten für die verschiedenen Ionensorten. Die Raten nehmen jeweils mit steigendem Ionenstrom ab, die Y-Achsen und deren Verhältnis sind jeweils verschieden ($n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$).

die offenen Symbole die transversalen Raten dar. Alle drei Raten - longitudinal, horizontal und vertikal - zeigen ein ähnliches Verhalten, die Raten sinken bei Erhöhung des Stroms von 10, 20 μA auf ca. 100 μA um einen Faktor zwei bis drei. Interessant ist jeweils das Verhältnis der Y-Achsen. So ist die transversale Achse für die Messungen mit D^+ einen Faktor 8 kleiner, für ${}^6\text{Li}^{3+}$ einen Faktor 5 und für ${}^{12}\text{C}^{6+}$ und ${}^{16}\text{O}^{8+}$ jeweils ein Faktor 4. Dies bedeutet, daß für kleine Relativgeschwindigkeiten die longitudinale Kraft einen Faktor vier bis zwei größer ist als die transversale Kraft und dieses Verhältnis von der Ladung Z des Ions abhängt.

Longitudinale Kühlkräfte wurden sowohl mit Hilfe des IndAccs als auch mit stochastischem Heizen gemessen. In einer Maschinenstrahlzeit mit ${}^{12}\text{C}^{6+}$ wurde die Ionenstromabhängigkeit systematisch mit beiden Methoden untersucht, und die Ergebnisse miteinander verglichen. Die Reibungskoeffizienten, die man aus den zwei verschiedenen Methoden erhält, sind in Abb. 6.7 gegen den Ionenstrom aufgetragen.

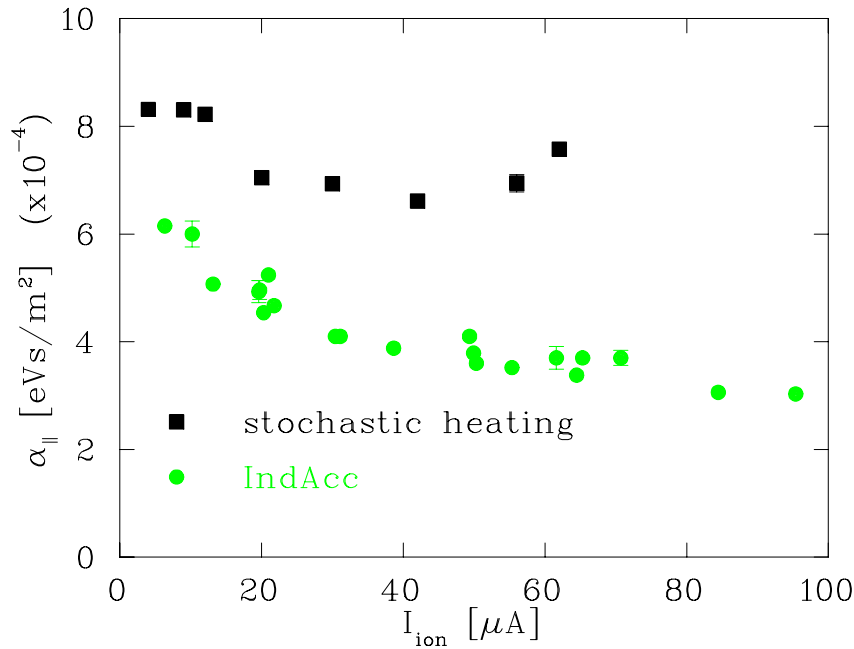


Abbildung 6.7: Ionenstromabhängigkeit der longitudinalen Kühlkraft für $^{12}\text{C}^{6+}$ Ionen ($n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$). Reibungskoeffizienten aus der Heizmethode sind durch Quadrate, aus der IndAcc-Messung durch Kreise dargestellt.

Für die Heizmethode wurden die Reibungskoeffizienten aus der Steigung einer im Bereich $|v_{||}| \leq 2000 \text{ m/s}$ an die Kühlkraftkurve angefütteten Geraden bestimmt. Die eingezeichneten Fehler resultieren aus dem Fehler des Fits, diese sind für die Heizmethode wesentlich kleiner als die Plotsymbole (Quadrate). Man sieht zunächst, daß beide Methoden einen Reibungskoeffizienten der gleichen Größenordnung liefern. Die Koeffizienten der Heizmethode scheinen jedoch systematisch größer zu sein als die der IndAcc-Messung. Weiterhin sind sie im Rahmen der absoluten Genauigkeit der stochastischen Heizmethode konstant, bzw. unabhängig vom Ionenstrom. Im Gegensatz dazu nehmen die Koeffizienten aus der IndAcc-Messung (Kreise) bei Erhöhung des Stroms I_{ion} von ca. $10 \mu A$ auf $80 \mu A$ um einen Faktor zwei ab.

Theorien, die das Magnetfeld berücksichtigen, liefern longitudinale Reibungskoeffizienten, die zum Teil empfindlich von der transversalen Ionengeschwindigkeit abhängen. Um die Methoden bezüglich der transversalen Breite $\Delta_{i||}$ vergleichen zu können, wurden während der Messung mit der Heizmethode die transversalen Strahlprofile aufgezeichnet. Die transversalen Strahlbreiten können sich bei Anwenden des longitudinalen Rauschsignals um einen Faktor bis zu 2 – 3 von der Strahlbreite des gekühlten Ionenstrahls unterscheiden. Dies gilt dabei sowohl für die vertikale als auch für die horizontale Breite. Für die IndAcc-Messungen wurden mit Hilfe der an die Gleichgewichtsemittanzen angefütteten Potenzfunktionen aus dem Ionenstrom die

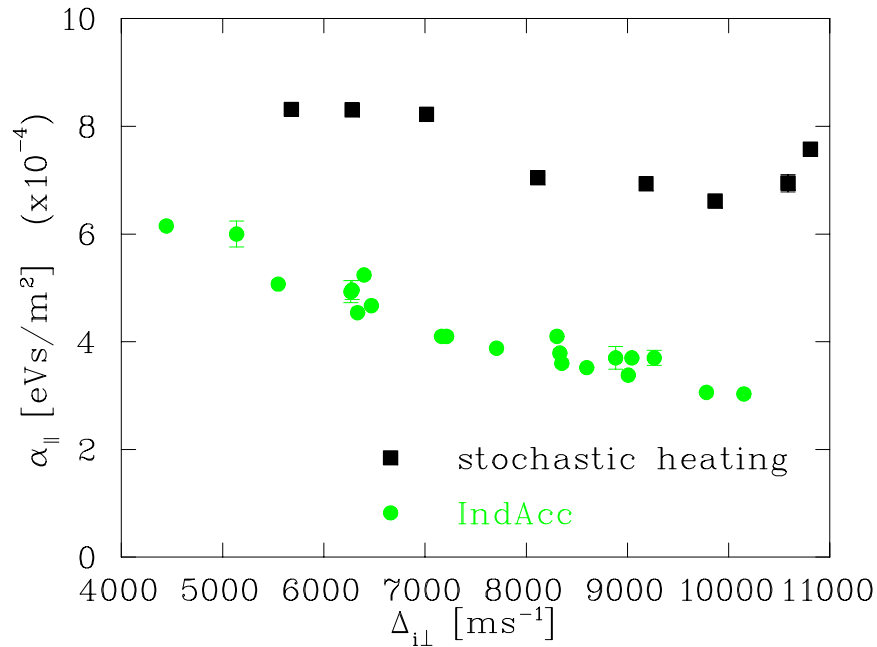


Abbildung 6.8: Ionenstromabhängigkeit der longitudinalen Kühlkraft für $^{12}\text{C}^{6+}$ Ionen ($n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$). Reibungskoeffizienten aus der Heizmethode sind durch Quadrate, aus der IndAcc-Messung durch Kreise dargestellt. ($Z=6$, $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $B_{cool} = 418 \text{ Gau\ss}$, $kT_{\parallel} = 80 \mu\text{eV}$, $kT_{\perp} = 13 \text{ meV}$).

transversalen Strahlbreiten berechnet. Die transversalen Breiten wurden mit Hilfe von Gl. 4.10 und 4.11 in die Geschwindigkeitsbreiten an der Stelle des Elektronenkühlers $\Delta_{i\perp}$ umgerechnet. In Abb. 6.8 sind für $^{12}\text{C}^{6+}$ erneut die Reibungskoeffizienten α_{\parallel} , die beide Methoden liefern, aufgetragen, diesmal gegen die transversale Geschwindigkeitsbreite des Ionenstrahls.

Rechnungen zur magnetischen Kühlkraft, die für die Parameter $Z=6$, $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $B_{cool} = 418 \text{ Gau\ss}$, $kT_{\parallel} = 80 \mu\text{eV}$, $kT_{\perp} = 13 \text{ meV}$ durchgeführt wurden, liefern Reibungskoeffizienten, die bis zu etwa einer Größenordnung zu groß sind im Vergleich mit den experimentellen Reibungskoeffizienten. Die Koeffizienten nach Sørensen (Derbenev) sind etwa ein Faktor 11 (5) größer als die Koeffizienten aus der IndAcc-Messung. Die Rechnungen des Stoßmodells (Derbenev) liefern für $v_{\perp} < 8000 \text{ m/s}$ eine Reduktion des Reibungskoeffizienten mit sinkender transversaler Ionengeschwindigkeit - der adiabatische Beitrag geht ja gegen Null für verschwindende transversale Ionenkomponente (vgl. Abschnitt 3.3.4, Abb. 3.8). Dieser Verlauf steht in deutlichem Widerspruch zu den Messungen. Zwar liefert der dielektrische Ansatz einen Verlauf, der qualitativ mit den IndAcc-Messungen übereinstimmt, aber die absolute Größe der Reibungskoeffizienten ist eine Größenordnung zu groß. Es sei daran erinnert, daß Kühlkraftmessungen einfach geladener Ionen am TSR mit dem Modell

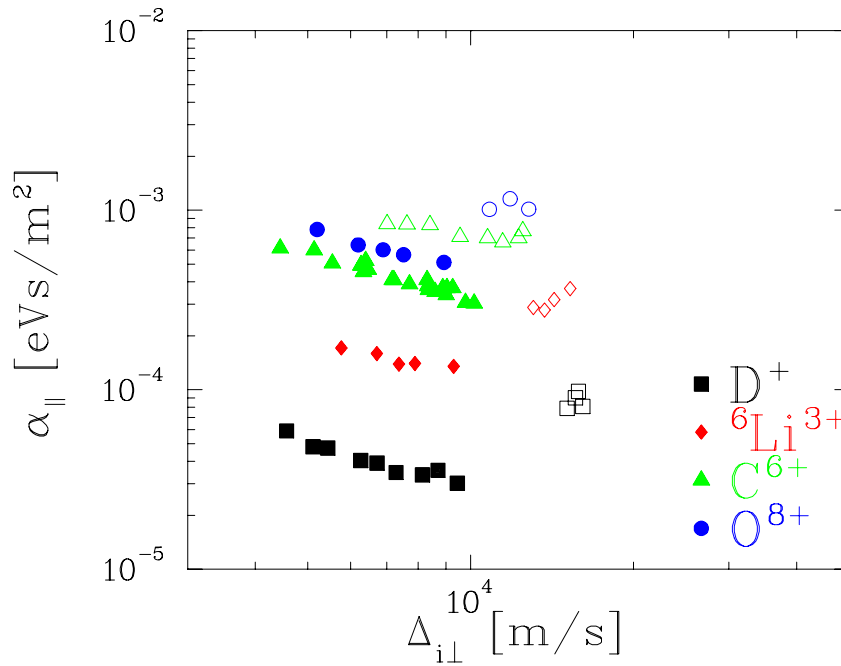


Abbildung 6.9: Abhängigkeit der longitudinalen Kühlkraft von der Breite der transversalen Ionenverteilung $\Delta_{i\perp}$ für die verschiedenen Ionen ($n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$). Reibungskoeffizienten entsprechend der IndAcc-Messung sind durch gefüllte Symbole, entsprechend der Rauschmethode durch offene Symbole dargestellt.

nach Sørensen auch quantitativ in Übereinstimmung gebracht werden können, allerdings nur, wenn man für die longitudinale Elektronentemperatur einen (hohen) Wert von $kT_{\parallel} \approx 500 \mu\text{eV}$ annimmt [17]. Die Theorie ohne Magnetfeld liefert Reibungskoeffizienten, die im wesentlichen unabhängig von der transversalen Ionengeschwindigkeit sind und für die angegebenen Parameter etwa $7.2 \cdot 10^{-4} \text{ eVs/m}^2$ betragen. Dies reproduziert die richtige Größenordnung der gemessenen Koeffizienten. Ein detaillierterer Vergleich der Theorie ohne Magnetfeld mit gemessenen longitudinalen Kräften für verschiedene Ionen findet sich in Abschnitt 6.3.1.

Aufgrund der Tatsachen, daß der longitudinale Reibungskoeffizient aus der Heizmethode unabhängig von der transversalen Breite $\Delta_{i\perp}$ bzw. dem Ionenstrom ist, wurde im Rahmen der Strahlzeit zur Ladungsskalierung der Kühlkraft die longitudinale Kühlkraft mit der Heizmethode lediglich für 3 - 4 recht ähnliche Ionenströme gemessen und an dieser Stelle auf eine systematische Änderung der Ionenintensität verzichtet.

Den Vergleich beider Methoden für verschiedene Ionen zeigt Abb. 6.9. Die longitudinalen Reibungskoeffizienten α_{\parallel} sind über die transversale Geschwindigkeitsbreite $\Delta_{i\perp}$ aufgetragen. Die offenen Symbole sind Ergebnisse der Rauschmessung, die Ge-

füllten Ergebnisse der IndAcc-Messung. Aus letzteren wurden die longitudinalen Kühlraten in Abb. 6.6 berechnet. Sie zeigen einen charakteristischen Abfall bei steigender Ionenintensität, bzw. steigender Breite der transversalen Geschwindigkeitsverteilung. Die Daten für Kohlenstoff sind dieselben wie in Abb. 6.7. Für die restlichen Ionensorten wurden nur 3 bis 4 Messungen bei recht hohen Ionenströmen gemacht (dadurch verbessert sich das Signal/Rausch Verhältnis der BTF-Messung). Dadurch und durch eventuelles Anwachsen der transversalen Strahlbreite bei longitudinaler Rauschanregung liegen diese Punkte bei höheren transversalen Breiten $\Delta_{i\perp}$. Die IndAcc-Messung liefert Reibungskoeffizienten, die von $\Delta_{i\perp}$ abhängen. Um beide Methoden bei derselben transversalen Geschwindigkeitsbreite vergleichen zu können, muß man – außer für die Messungen mit $^{12}\text{C}^{6+}$ – die Koeffizienten der IndAcc-Messung grob extrapolieren. Das Verhältnis in Bezug auf die IndAcc-Messung liegt für D^+ etwa bei 3 bis 6, für $^6\text{Li}^{3+}$ bei 2.5 bis 4, für $^{12}\text{C}^{6+}$ bei 1.6 bis 3.6 - abhängig vom jeweils gewählten Wert von $\Delta_{i\perp}$ und für $^{16}\text{O}^{8+}$ ungefähr bei 2. Der Unterschied zwischen den Reibungskoeffizienten beider Methoden scheint also nicht bloß durch einen einfachen Faktor gegeben zu sein. Werden darüberhinaus die Messungen mit dem Induktionsbeschleuniger auf $\Delta_{i\perp} \approx 10^3$ m/s extrapoliert, so scheinen diese Werte für α_{\parallel} mit den Werten der Rauschmessung übereinzustimmen.

Die Kühlkraft, die in einem linearen Ansatz allein aus den Eigenschaften des Elektronenstrahls folgt, kann nur dadurch gemessen werden, indem man die Auswirkungen auf den gespeicherten Ionenstrahl studiert. IndAcc Messung und Rauschmethode unterscheiden sich wesentlich in dem Ensemble, das zur Kühlkraftmessung verwendet wird. In ersten Fall wird der ganze Strahl "kalt" beschleunigt. Die IndAcc-Kraft verschiebt den stabilen Punkt, die Phasenraumdichte - insbesondere die Impulsschärfe - des gekühlten Strahls bleibt jedoch erhalten. Während bei der Rauschmethode die transversale Ionenverteilung im wesentlichen unverändert bleibt, wird der Strahl longitudinal geheizt und nimmt ab einer entsprechend starken Anregung eine Verteilung im longitudinalen Phasenraum ein, die im wesentlichen durch die Form des Rauschspektrums gegeben ist. Dadurch erhält der Strahl eine Impulsschärfe, die etwa eine Größenordnung schlechter ist, die Verteilung wird im longitudinalen Phasenraum ausgedünnt. Eine Folge davon ist z.Bsp. , daß kollektive Effekte, wie sie sich z.Bsp. im Schottkyspektrum bemerkbar machen, verschwinden. Der nach Meinung des Autors wesentliche Unterschied der diskutierten Meßmethoden der longitudinalen Kühlkraft liegt in der Verteilung des zur Messung verwendeten Ensembles im longitudinalen Phasenraum.

Nimmt man an, daß die longitudinale Elektronentemperatur bei der experimentellen Dichte $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$ durch $kT_{\parallel} = 80 \mu\text{eV}$ gegeben ist und für die Elektronenkühlung die entscheidende Größe darstellt, so erhält man für den Ordnungsparameter (Gl. 2.19) $Z\Gamma_{\parallel}^{3/2} = Z \cdot 0.44$, d.h. die Kopplung ist für $Z > 3$ in steigendem Maße nichtlinear. Denkbar ist, daß die Reduktion des Reibungskoeffizienten mit steigendem Ionenstrom aufgrund der starken Kopplung, bzw. nichtlinearen Wechselwirkung von Ionen- und Elektronenstrahl zu stande kommt. Die nichtlinearen Effekte treten

dann unter Umständen bei einer “dünnen” Verteilung im longitudinalen Phasenraum, wie sie bei der Rauschmethode vorherrscht, nicht so stark zum Vorschein.

Wie bisher gesehen, zeigen die transversalen Kühlraten qualitativ den gleichen Verlauf wie die Raten, die aus der IndAcc Messung berechnet werden. Aufgrund der Tatsache, daß die longitudinalen Kühlraten, wie sie aus den IndAcc Messungen berechnet werden, einen Faktor 4 - 8 größer sind als die transversalen Raten, wird der longitudinale Freiheitsgrad entsprechend schneller gekühlt als der transversale. Also finden die (dynamischen) transversalen Kühlratenmessungen ebenfalls bei einer hohen longitudinalen Phasenraumdicke des Ionenstrahls statt.

6.2.3 Elektronendichteabhängigkeit

In diesem Experiment wurde für die IndAcc-Messung, bzw. die transversale Kühlratenmessung ein Ionenstrom von etwa $50 \mu\text{A}$ gewählt (B_{cool} 418 Gauß, Expansion 9.6)). Dieser Strom wurde gewählt, damit einerseits bei Deuteronen die (longitudinalen) Signale an Schottky-Pickup bzw. longitudinalem Kicker und die transversalen Zählraten des Strahlprofilmonitors (jeweils $\propto Z^2$) ausreichend hoch waren für zuverlässige Messungen bzw. gute Statistik und damit andererseits für Sauerstoff die Kräfte bzw. Kühlraten bei dem hohen Ionenstrom entsprechend niedrig waren, damit sie noch gut gemessen werden konnten.

Die Ladungsverteilung in der Wechselwirkungszone für einen Ionenstrahl soll im folgenden abgeschätzt werden: Longitudinal ergibt sich die Ladung pro Länge zu:

$$\frac{N \cdot Ze}{C} = \frac{I_{ion}}{f_0 C} \quad (6.2)$$

Hierbei ist I_{ion} der gespeicherte Strahlstrom, f_0 ist die Umlauffrequenz und $C = 55.4$ m ist der Speicherringumfang. Die Teilchenzahl pro Länge erhält man, indem man (6.2) jeweils durch $Z \cdot e$ dividiert. Bei einer Umlauffrequenz von $f_0 = 615$ kHz (≈ 6.1 MeV/u) erhält man eine Längenladungsdichte von $1.5 \cdot 10^{-12}$ As/m. Dies entspricht für Deuteronen einer Teilchendichte von ca. $9.2 \cdot 10^6$ m⁻¹, bei den höheren Ladungen entsprechend weniger. Daraus erhält man einen mittleren Abstand von $110 \mu\text{m}$, für größere Ladungen entsprechend größer. Der mittlere Abstand der Elektronen beträgt in etwa $n_e^{-1/3} \approx 50 \mu\text{m}$.

Transversal lassen sich mit Hilfe der an die Strahlbreiten als Funktion des Strahlstroms angefütteten Potenzen die horizontale und die vertikale Strahlbreite an der Stelle des Strahlprofilmonitors berechnen. Diese können mit Hilfe der Betafunktionen an den Stellen des BPM und der Elektronenkühlung in Strahlbreiten $\sigma_{x,y,ECOOL}$ an der Stelle des Elektronenkühlers umgerechnet werden. Aus diesen beiden Werten wird zur Vereinfachung eine mittlere radiale Strahlbreite $\sigma = (\sigma_{x,ECOOL} + \sigma_{y,ECOOL})/2$ berechnet. Die Ladungsverteilung eines transversal gaußförmigen Gleichstromstrahls

ist gegeben durch:

$$\rho(x, y) dx dy = \rho_0 \cdot \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right\} dx dy \quad (6.3)$$

Hier ist $\rho_0 = I_{ion}/(f_0 C)$. Die Teilchenzahldichte erhält man aus 6.3, indem man ρ durch $Z \cdot e$ dividiert.

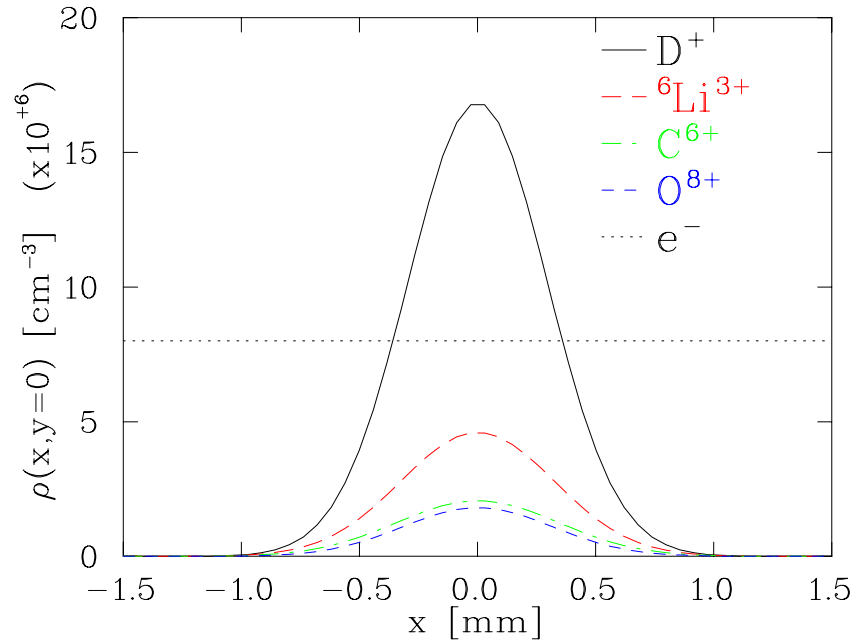


Abbildung 6.10: Teilchendichte an der Stelle $(x, y=0)$ für $I_{ion} = 50 \mu\text{A}$ ($n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$).

Transversale Teilchen- und Ladungsverteilungen sind in den Abb. 6.10 und 6.11 für $(x, y=0)$ aufgetragen. Wie zu erkennen ist, ist die transversale Teilchendichte für D^+ in der Strahlmitte ungefähr doppelt so groß wie die der Elektronen. Die Teilchendichte der restlichen Ionensorten ist entsprechend kleiner, jedoch ist die Ladungsdichte für alle Ionensorten in etwa vergleichbar (siehe Abschnitt 6.2.1) und einen Faktor 2 - 3 größer als die Ladungsdichte der Elektronen bei $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$. Diese hohe Dichte bedeutet, daß die Anwesenheit der Ionen nicht mehr nur als kleine Störung des Elektronenstrahls behandelt werden kann. Nichtlinearitäten können also nicht nur aufgrund der starken Kopplung entstehen ($Z\Gamma_{\parallel}^{3/2} > 1$ aufgrund der kleinen longitudinalen Elektronentemperatur kT_{\parallel}) sondern auch wegen der hohen Teilchendichte der Ionen in der Wechselwirkungszone, was bedeutet, daß die in Kapitel 3 diskutierten linearen Theorien ihren Gültigkeitsbereich verlassen.

Die Elektronendichte wurde im Bereich von 10^6 cm^{-3} bis $\approx 5 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$ entsprechend Elektronenströmen von 5 bis ca. 150 mA variiert ($kT_{\perp} \approx 13 \text{ meV const.}$

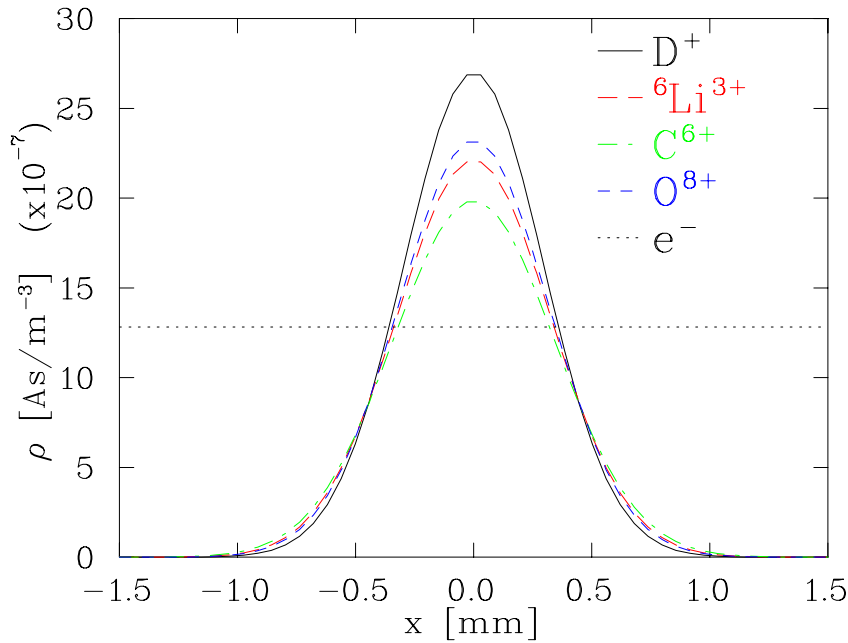


Abbildung 6.11: Ladungsdichte an der Stelle $(x,y=0)$ für $I_{ion} = 50\mu\text{A}$ ($n_e = 8 \cdot 10^6 \text{cm}^{-3}$).

aufgrund des konstanten Expansionsfaktors und kT_{\parallel} im Bereich von ca. $30 \mu\text{eV} - 110 \mu\text{eV}$ nach Gl. 2.10). Nach Sørensen erwartet man für die longitudinale Kühlkraft mit $\alpha_{\parallel} \propto n_e^{\zeta}$ ($\zeta \approx 0.6 - 0.8$, siehe Kapitel 3) eine klare Abweichung von einer linearen Skalierung des Reibungskoeffizienten.

Die Theorie ohne Magnetfeld liefert nur für den longitudinalen Reibungskoeffizienten eine deutliche Abweichung ($\zeta = 0.74$) von der linearen Skalierung und zwar in dem Fall, in dem die longitudinale Elektronentemperatur kT_{\parallel} durch die Elektronendichte n_e gegeben ist (siehe ebenfalls Kapitel 3).

Die Kühlraten als Funktion der Elektronendichte für die verschiedenen Ionensorten sind in Abb. 6.12 dargestellt. Die longitudinale Rate wurde aus dem Reibungskoeffizienten, der mit Hilfe des IndAccs gemessen wurde, berechnet. Longitudinale und transversale Raten zeigen erneut ein qualitativ ähnliches Verhalten. Das Verhältnis der Y-Achsen ist wie in Abb. 6.6 ein Faktor 8 für D^+ , 5 für ${}^6\text{Li}^{3+}$ und 4 für ${}^{12}\text{C}^{6+}$ und O^{8+} . Die Raten steigen schwächer als linear mit der Elektronendichte, an den Verlauf kann eine Potenzfunktion $\propto n_e^{\zeta}$ gefittet werden. Der Übersichtlichkeit halber ist in Abb. 6.12 jeweils nur der Fit an die longitudinale Rate gestrichelt eingezeichnet. Die Werte der Exponenten ζ der angepassten Potenzfunktionen sind in Tab. 6.2 aufgelistet. Man erhält als Mittelwert der Exponenten $\bar{\zeta}_{\parallel} = \bar{\zeta}_{x,y} = 0.72 \pm 0.07$. Dies stimmt mit einem Exponenten überein, wie man ihn nach Sørensen für die magnetische Kühlkraft erwartet. Die Theorie ohne Magnetfeld liefert für den longitudinalen

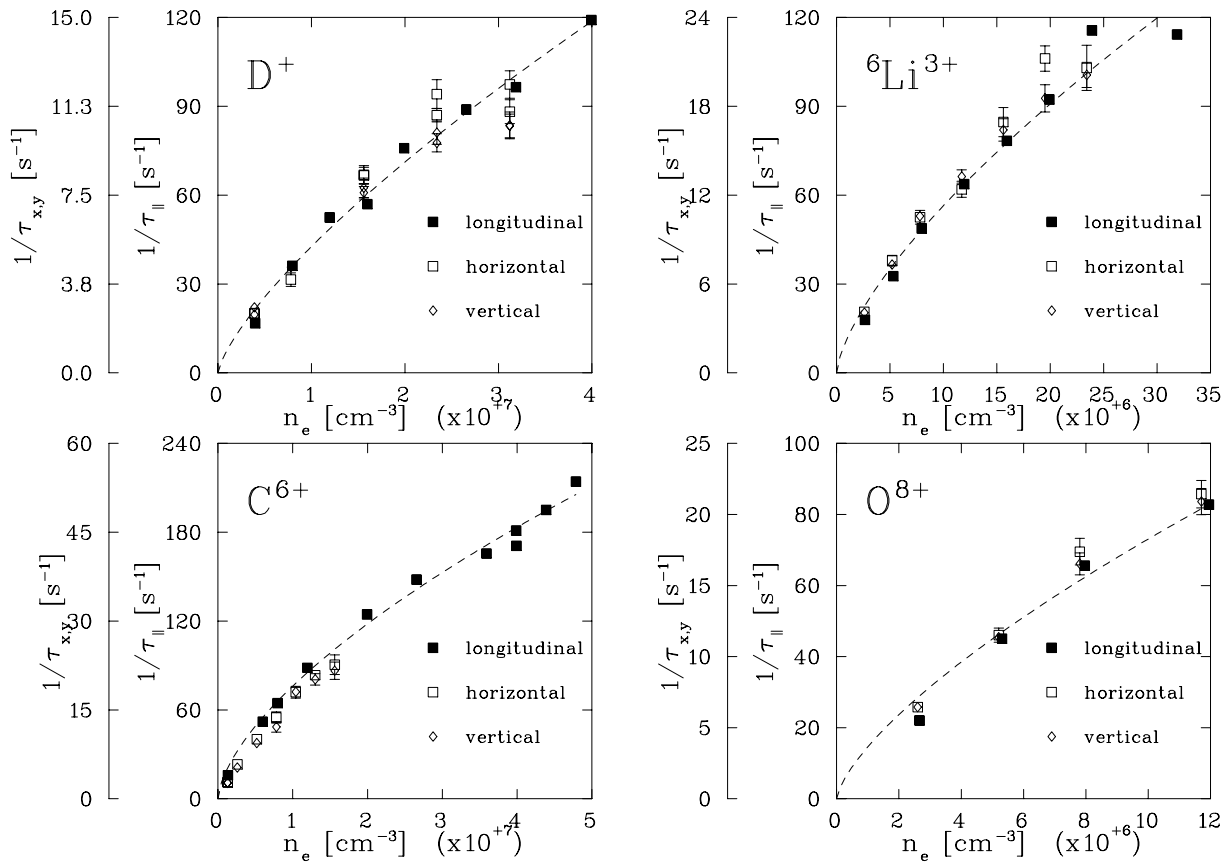


Abbildung 6.12: Elektronendichteabhängigkeit der longitudinalen (gefüllte Quadrate IndAcc-Messung) und transversalen (offene Symbole) Kühlraten für die verschiedenen Ionensorten. Die Raten steigen jeweils mit wachsender Elektronendichte. An alle Raten wurden Potenzfunktionen gefittet - zur Übersichtlichkeit ist nur der Fit an die longitudinalen Raten gezeichnet (gestrichelte Kurven). Die Y-Achsen und deren Verhältnis sind jeweils verschieden ($I_{ion} \approx 50 \mu\text{A}$, $B_{cool} = 418$ Gauß, Expansion 9.6).

Reibungskoeffizienten eine ähnliche Abhängigkeit, wenn man annimmt, daß die longitudinale Temperatur als Funktion der Elektronendichte nach 2.10 gegeben ist. Die Tatsache, daß die transversalen Raten den gleichen Verlauf wie die longitudinalen Raten besitzen und eine deutliche Abweichung von einer linearen Skalierung mit n_e zeigen, kann nicht mit der Theorie ohne Magnetfeld erklärt werden (siehe Kapitel 3). Dies ist ein weiterer Hinweis auf die magnetische Kühlkraft. Ebenso wie die longitudinalen Raten scheinen die transversalen Raten nur von der longitudinalen Elektronentemperatur $\Delta_{e\parallel}$ abzuhängen.

Des weiteren wurden longitudinale Kühlkräfte auch mit der Rauschmethode in Abhängigkeit der Elektronendichte gemessen. Dieses Experiment wurde mit unterschiedlichen Werten des Ionenstroms durchgeführt. Es wurden bis zu 3 Messungen

	D ⁺	⁶ Li ³⁺	¹² C ⁶⁺	¹⁶ O ⁸⁺
ζ_{\parallel}	0.74 ± 0.08	0.69 ± 0.07	0.63 ± 0.03	0.80 ± 0.09
ζ_x	0.69 ± 0.09	0.71 ± 0.07	0.78 ± 0.04	0.77 ± 0.09
ζ_y	0.61 ± 0.06	0.66 ± 0.03	0.81 ± 0.06	0.76 ± 0.06

Tabelle 6.2: Exponenten ζ der an die Kühlraten in Abb. 6.12 angefitzten Potenzfunktionen.

bei einem bestimmten Elektronenstrom - teilweise bei unterschiedlichem Rauschpegel - aufgenommen. Einige dieser Messungen sind in Abb. 6.13 dargestellt. Es ist zu erkennen, daß die Kühlkraft und die Steigung der Kurve für kleine Geschwindigkeiten mit wachsendem Elektronenstrom, d.h. wachsender Elektronendichte zunimmt. Des weiteren wandert die Lage der Extrema bei steigender Elektronendichte zu größeren Relativgeschwindigkeiten v_{\parallel} .

Die longitudinalen Reibungskoeffizienten wurden durch Fitten einer Geraden im Geschwindigkeitsintervall $|v_{\parallel}| \leq 2000$ m/s berechnet. Die Reibungskoeffizienten in Abhängigkeit von der Elektronendichte für die verschiedenen Ionensorten sind in Abb. 6.14 dargestellt. Auch hier wachsen die Koeffizienten schwächer als linear. An die Daten angepaßte Potenzen sind als durchgezogene Kurve eingezeichnet. Die gefitteten Exponenten, die man aus diesen Daten erhält sind in Tab. 6.3 ersichtlich.

	D ⁺	⁶ Li ³⁺	¹² C ⁶⁺	¹⁶ O ⁸⁺
ζ_{\parallel}	0.37 ± 0.03	0.53 ± 0.03	0.47 ± 0.05	0.41 ± 0.03

Tabelle 6.3: Exponenten ζ der an die longitudinalen Reibungskoeffizienten (Rauschmethode) in Abb. 6.14 angefitzten Potenzfunktionen.

Die Exponenten sind systematisch kleiner als diejenigen aus Tab. 6.2, es ergibt sich ein Mittelwert von $\bar{\zeta} = 0.45 \pm 0.07$.

Die Rauschmethode liefert des weiteren noch die Lage der Extrema der Kühlkraft. Diese sollen an dieser Stelle etwas salopp mit $v_{\parallel max} = |v_{\parallel}|_{|F_{\parallel}|=max}$ bezeichnet werden, sie sind in Abb. 6.15 als Funktion der Elektronendichte für die verschiedenen Ionensorten aufgetragen. $v_{\parallel max}$ liegt in der Größenordnung von ca. 5000 - 20000 m/s und nimmt mit wachsender Elektronendichte zu. Für Deuteronen liegen die Extrema z.Bsp. bei einer Elektronendichte von $n_e = 8 \cdot 10^6$ cm⁻³ bei Relativgeschwindigkeiten von ≈ 8000 m/s. An die Daten ist jeweils eine Potenz $\propto n_e^{1/6}$ angepaßt (durchgezogene Linien). Diese Abhängigkeit erhält man, wenn man annimmt, daß $v_{\parallel max}$ proportional zur longitudinalen Geschwindigkeitsbreite $\Delta_{e\parallel} \propto \sqrt{kT_{\parallel}}$ und die longitudinale Elektronentemperatur kT_{\parallel} wiederum selbst proportional zu $n_e^{1/3}$ ist (Gl. 2.10). Dieser erwartete Verlauf wird durch die Daten gut bestätigt. Die Lage der Extrema, wie man sie nach der Theorie ohne Magnetfeld erwartet, ist als gestri-

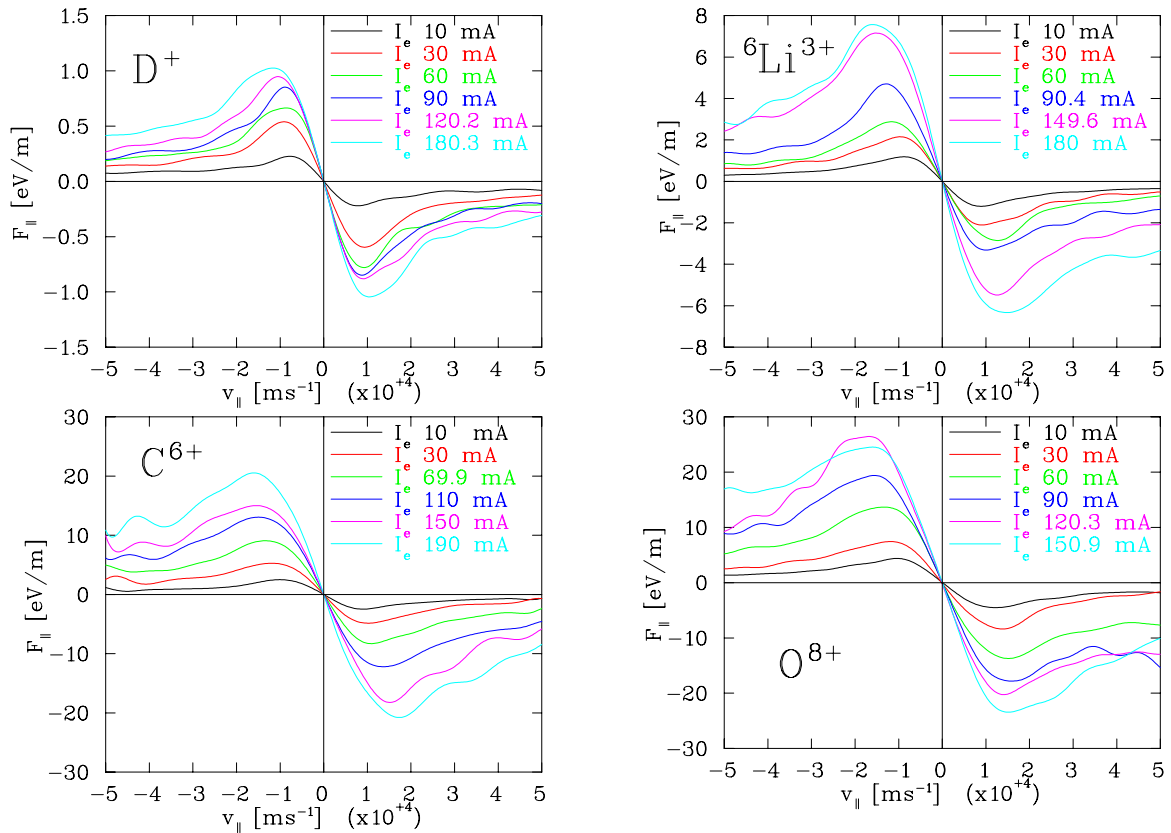


Abbildung 6.13: Longitudinale Kühlkräfte verschiedener Ionensorten für verschiedene Elektronendichten. Die Kräfte und damit die Reibungskoeffizienten werden mit zunehmender Elektronendichte größer. Ebenfalls wandert die Lage der Extrema der Kraft zu höheren Geschwindigkeiten $v_{||}$ mit steigender Elektronendichte. Angegeben ist jeweils der der Dichte proportionale Elektronenstrom. Die Ionenströme in diesem Experiment waren teils sehr verschieden.

chelte Kurve eingezeichnet. In den Rechnungen wurde dabei die Abhängigkeit der longitudinalen Temperatur nach Gl. 2.10 verwendet. Weiterhin ist die longitudinale Geschwindigkeitsbreite $\Delta_{e||}$ berechnet mit Gl. 2.10 als Funktion der Elektronendichte gepunktet eingezeichnet. Die berechnete Funktion ist etwa ein Faktor 2.2 kleiner als die Rechnungen nach der Theorie ohne Magnetfeld, bzw. einen Faktor 2.5 kleiner als die gemessenen Werte für Deuteronen.

Darüber hinaus ist $v_{||max}$ bei gegebener Elektronendichte abhängig von der Ladung Z der gekühlten Ionen. Bei gleicher Elektronendichte wandert die Lage der Extrema zu größeren Geschwindigkeiten mit steigender Ladungszahl Z . Aus dem Fit $v_{||max} = C \cdot n_e^{1/6}$ erhält man als Fitparameter den Vorfaktor C . Dieser ist in Abb. 6.16 gegen die Ladung Z der Ionen aufgetragen. Der Vorfaktor C steigt in etwa wie \sqrt{Z} (durchgezogene Linie). Es sollte an dieser Stelle angemerkt werden, daß in den linea-

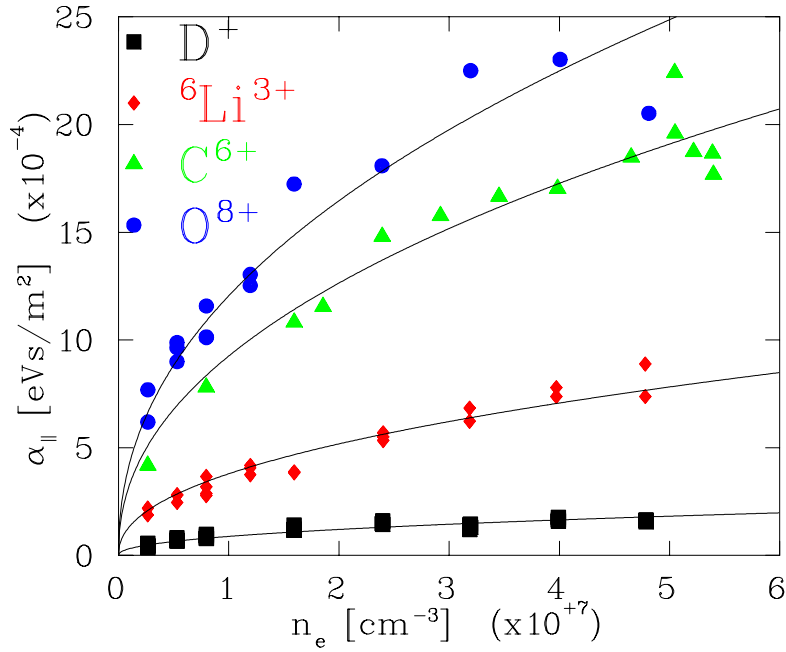


Abbildung 6.14: Longitudinale Reibungskoeffizienten für verschiedene Ionensorten, wie sie mit der Rauschmethode bestimmt wurden. An die Daten sind jeweils Potenzfunktionen $\propto n_e^\zeta$ angepaßt worden (durchgezogene Linien).

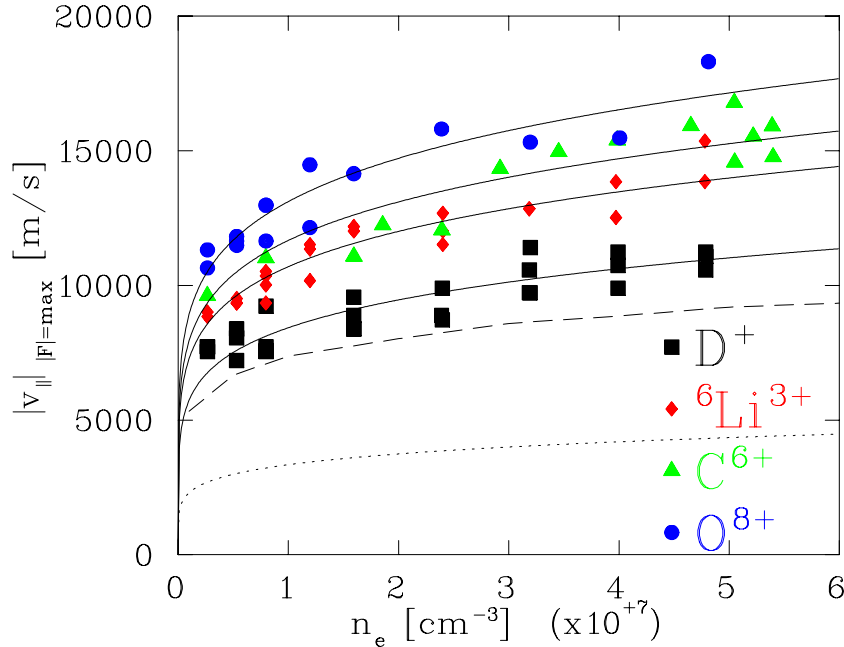


Abbildung 6.15: Lage $v_{\parallel max}$ der Extrema der longitudinalen Kühlkraft in Abhängigkeit von der Elektronendichte für verschiedene Ionensorten. An die Daten wurden jeweils Funktionen $\propto n_e^{1/6}$ angefitet (durchgezogene Kurven). Zum Vergleich ist die Lage der Extrema nach der Theorie ohne Magnetfeld als gestrichelte Kurve eingezeichnet. Bei den Rechnungen wurde die longitudinale Temperatur nach Gl. 2.10 verwendet. Weiter ist die longitudinale Geschwindigkeitsunschärfe $\Delta_{e\parallel}$ selbst, berechnet nach Gl. 2.10, als Funktion der Elektronendichte gezeichnet (gepunktete Kurve).

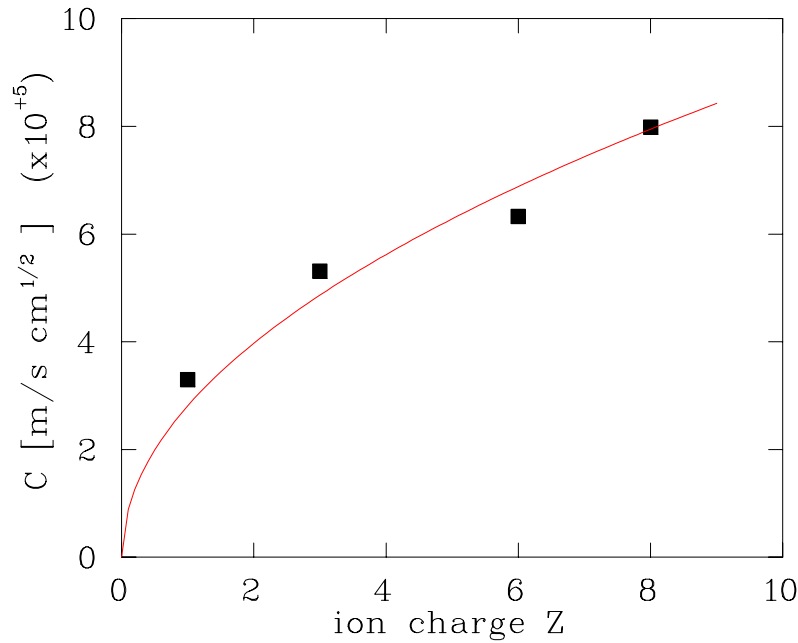


Abbildung 6.16: Ladungsabhängigkeit von $v_{\parallel max} = C \cdot n_e^{1/6}$. Der aus den Daten in 6.15 bestimmte Vorfaktor C ist von Z abhängig. Er steigt in etwa wie \sqrt{Z} (durchgezogene Kurve).

ren Theorien die Ladung Z im wesentlichen die absolute Größe der Kraft bestimmt, der Verlauf - insbesondere die Lage der Extrema - jedoch durch die Elektronenverteilung bestimmt und im wesentlichen unabhängig von Z ist. Im Gegensatz dazu zeigt das Experiment, daß der Verlauf der Kraftkurve nicht nur von Eigenschaften des Elektronenstrahls, sondern von der Ladung des Ions selbst abhängt. Dies ist ein deutlicher Hinweis auf die starke Kopplung, bzw. nichtlineare Effekte. Das bedeutet, daß die Kühlung durch lineare Theorien nur unzureichend beschrieben werden kann.

6.2.4 Ladungsskalierung

In den vorherigen Abschnitten ist deutlich geworden, daß die transversalen Raten und die longitudinalen Raten aus der IndAcc-Messung qualitativ ähnliches Verhalten zeigen. Dabei wurden jeweils Messungen bei gleicher Ionenintensität verglichen. Dies kann dadurch motiviert werden, daß transversale bzw. longitudinale Breite der Ionenverteilung im Rahmen der Meßgenauigkeit unabhängig von $N \cdot Z$ ist (Abschn. 6.2.1).

In diesem Abschnitt soll eine empirische Ladungsskalierung der Kühlraten bzw. der Kühlkräfte angegeben werden. Aufgrund oben erwähnter Gegebenheiten sind longitudinale Reibungskoeffizienten aus der IndAcc-Messung und transversale Kühl-

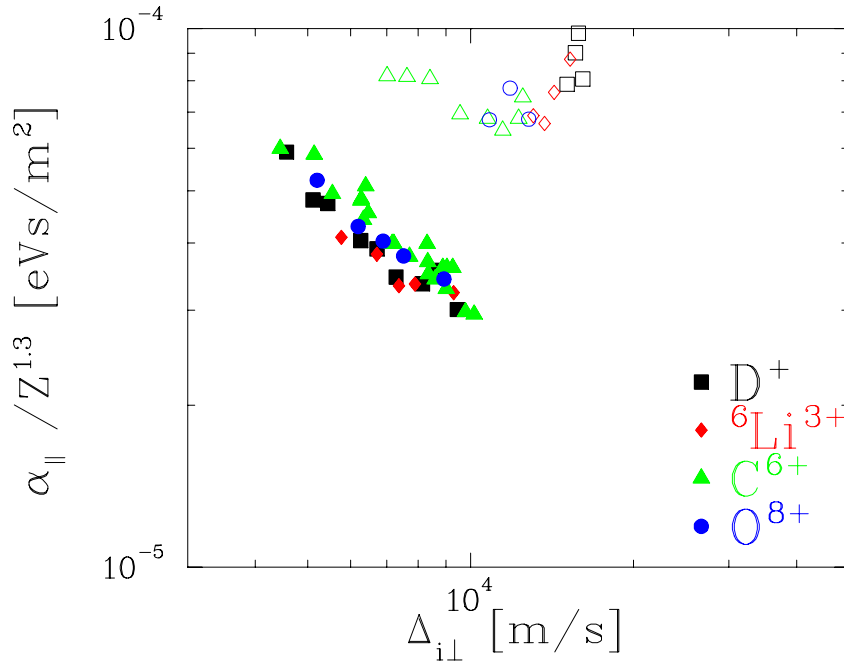


Abbildung 6.17: Longitudinale Reibungskoeffizienten in Abhängigkeit von der transversalen Ionenverteilung $\Delta_{i\perp}$ für verschiedene Ionen skaliert mit $Z^{1.3}$ (Gefüllte Symbole aus der IndAcc-Messung, offene aus der Rauschmethode, $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$).

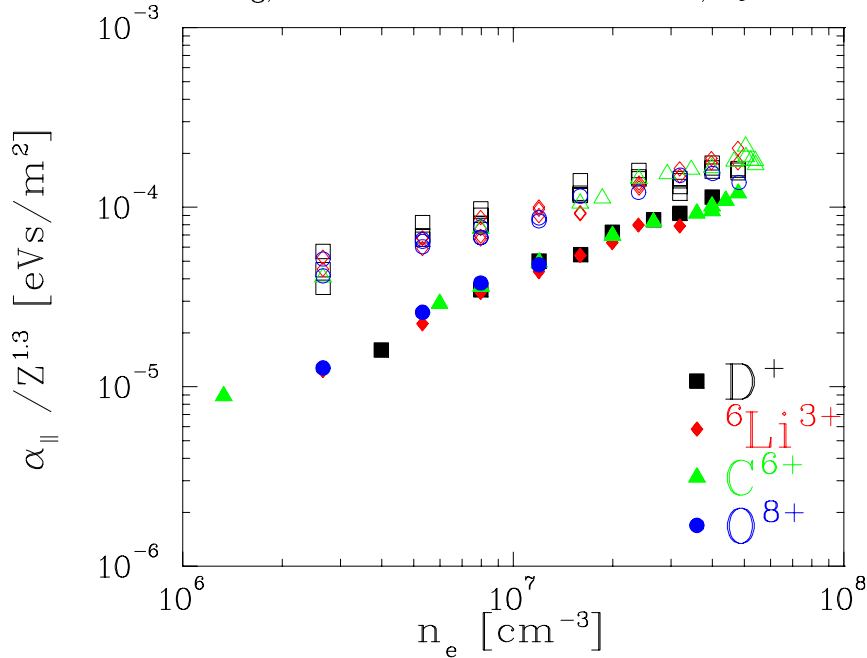


Abbildung 6.18: Longitudinale Reibungskoeffizienten in Abhängigkeit von der Elektronendichte n_e für verschiedene Ionen skaliert mit $Z^{1.3}$ (Gefüllte Symbole aus der IndAcc-Messung – $I_{ion} \simeq 50 \mu\text{A}$, offene aus der Rauschmethode).

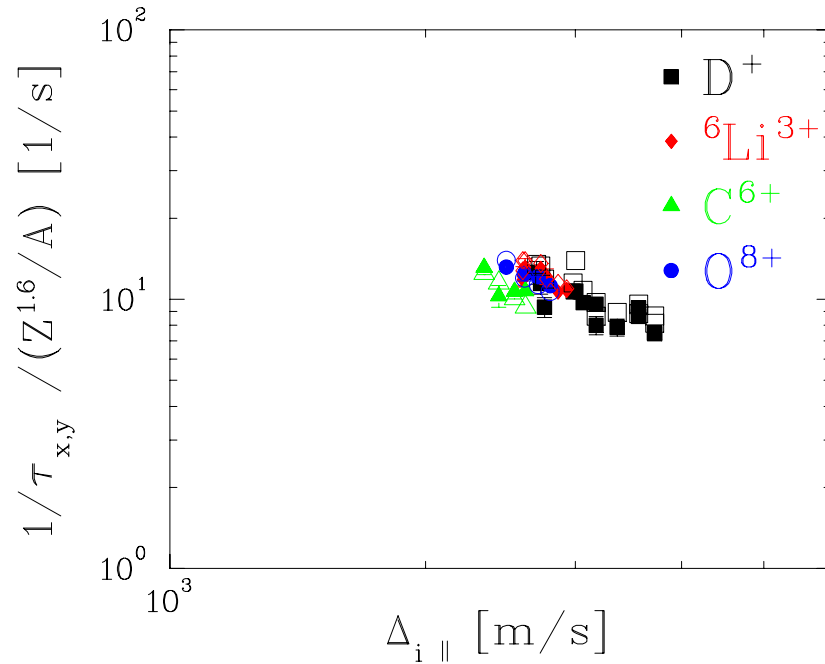


Abbildung 6.19: Transversale Kühlraten in Abhängigkeit der longitudinalen Ionenverteilung $\Delta_{i\parallel}$ für verschiedene Ionen skaliert mit $Z^{1.6}/A$ ($n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$).

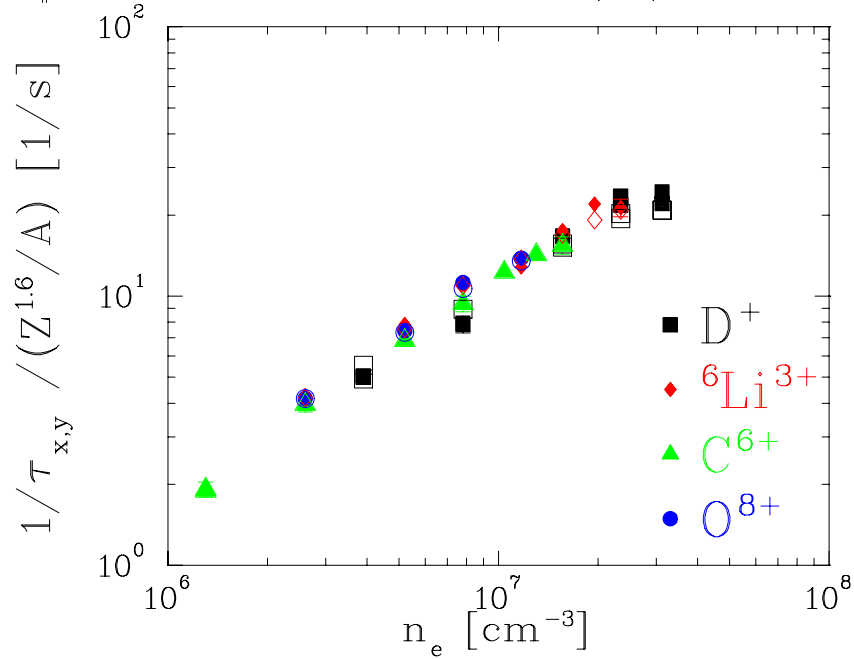


Abbildung 6.20: Transversale Kühlraten in Abhängigkeit der Elektronendichte n_e für verschiedene Ionen skaliert mit $Z^{1.6}/A$ ($I_{ion} \simeq 50 \mu\text{A}$).

raten für die Elektronendichteabhängigkeit bei jeweils gleichem Ionenstrom angegeben, bzw. gemessen worden. Die Daten zur Ionenstromabhängigkeit wurde gegen die jeweils senkrechte Ionenverteilung $\Delta_{i\parallel,\perp}$, die nach Abschnitt 6.2.1 aus dem Ionenstrom berechnet werden kann, aufgetragen. Für die Messungen mit stochastischem Heizen wurde die während der Messung bestimmte Strahlbreite in transversale Geschwindigkeitsbreite $\Delta_{i\perp}$ umgerechnet. Im wesentlichen wurden die in den vorigen zwei Abschnitten gezeigten Daten mit Z^κ skaliert und in einem Diagramm gezeichnet. Der Exponent κ wurde dabei so gewählt, um für die skalierten Größen eine beste Übereinstimmung zu erhalten. Die Reibungskoeffizienten skalieren mit Z^κ , die Kühlraten mit Z^κ/A .

In Abb. 6.17 sind die longitudinalen Reibungskoeffizienten als Funktion des Ionenstroms, bzw. der transversalen Ionenverteilung $\Delta_{i\perp}$, in Abb. 6.18 die longitudinalen Reibungskoeffizienten als Funktion der Elektronendichte aufgetragen. Gefüllte Symbole stammen aus der IndAcc-Messung, offene Symbole aus der Rauschmessung. Beste Übereinstimmung erhält man für die IndAcc-Werte bei einer Skalierung $Z^{1.3}$, bei der Rauschmethode etwa für $Z^{1.2}$. Beide Datensätze sind in Abb. 6.17 und 6.18 mit $Z^{1.3}$ skaliert. Die Messungen für verschiedene Ionen zeigen hierbei den gleichen Verlauf. Die Reibungskoeffizienten aus den IndAcc-Messungen weisen die bereits erwähnte Abnahme mit steigender Ionenintensität auf, während die Koeffizienten aus den Rauschmessungen von der transversalen Ionenverteilung $\Delta_{i\perp}$ unabhängig zu sein scheinen (Abb. 6.17). Bezüglich der Elektronendichteabhängigkeit liegen die skalierten Daten ebenfalls im wesentlichen jeweils auf einer Kurve, wobei die etwas unterschiedlichen Steigungen dieser Kurven in der doppelt logarithmischen Darstellung die verschiedenen Exponenten der angefitzten Potenzen $\propto n_e^\zeta$ (Tab. 6.2 und 6.3) repräsentieren.

Die transversalen Kühlraten zeigen eine beste Übereinstimmung für eine Skalierung mit $Z^{1.6}/A$. In Abb. 6.19 sind die skalierten Raten als Funktion der Ionenintensität, bzw. der longitudinalen Ionenverteilung $\Delta_{i\parallel}$ und in Abb. 6.20 die Raten als Funktion der Elektronendichte dargestellt.

Mit Skalierungen von $Z^{1.3}$, bzw. $Z^{1.6}$ steigen longitudinale und transversale Kühlkraft jeweils schwächer als die Theorie ohne Magnetfeld vorhersagt ($\approx Z^{1.85}$). Die dielektrische Theorie, die das Magnetfeld berücksichtigt sagt zudem für die longitudinale Kraft eine noch größere Skalierung mit etwa Z^2 voraus. Die Theorie nach Derbenev liefert longitudinal eine Skalierung wie Z^κ mit $\kappa = 0.4 - 1.4$. Insbesondere für kleine transversale Geschwindigkeitskomponenten der Ionen liefert sie $\kappa = 1.2$, in Anbetracht der sonstigen Vorhersagen und konzeptionellen Schwierigkeiten dieses theoretischen Ansatzes eine wohl eher zufällige Übereinstimmung.

6.3 Elektronenkühlung für hohe Relativgeschwindigkeiten

Der Ionenstrahl wird mit großen Betatronamplituden, bzw. mit teils großer Impulsschärfe injiziert. Das bedeutet, daß für die Elektronenkühlung injizierter Ionenstrahlen, bzw. Ionenstrahlen mit großem anfänglichem Strahldurchmesser die Kühlkraft für hohe Relativgeschwindigkeiten wichtig ist. Longitudinal läßt sich die Kraft für jeweils eine bestimmte Geschwindigkeit weit jenseits des linearen Regimes mit Hilfe des Induktionsbeschleunigers und der in 5.1.2 skizzierten Methode messen. Damit wurden ebenfalls die Abhängigkeiten der Parameter Ionenstrom, Ionenladung und Elektronendichte untersucht.

Transversal ist es nicht möglich, die Kraft für eine ganz bestimmte Geschwindigkeit zu ermitteln. Auch der Formalismus, wie er im Zusammenhang mit der Kühlung kleiner anfänglicher Strahldurchmesser entwickelt wurde, läßt sich hier nicht anwenden. Vielmehr existiert im injizierten Strahl eine breite Verteilung der Betatronamplituden, so daß ein Teil der Ionen das lineare Regime der Kühlkraft spürt, aber ein anderer Teil den nichtlinearen Verlauf der Kraft sieht. Deshalb wird im Abschnitt über horizontale Kühlzeiten für hohe Relativgeschwindigkeiten eine empirische Kühlzeit eingeführt, die eine charakteristische Zeit für die Kühlung injizierter Strahlen darstellt und z.Bsp. relevant für die Strahlakkumulation am TSR ist. Diese empirische Kühlzeit wird dann systematisch experimentell untersucht werden.

6.3.1 Longitudinale Kühlkraft für hohe Relativgeschwindigkeiten

Im Rahmen einer Maschinenstrahlzeit mit $^{12}\text{C}^{6+}$ (73.3 MeV) und der Strahlzeit mit verschiedenen Ionensorten wurden longitudinale Kühlkräfte auch für hohe Relativgeschwindigkeiten v_{\parallel} – Geschwindigkeiten jenseits des linearen Bereichs der Kraft bzw. größer als die longitudinale Geschwindigkeitsbreite $\Delta_{e\parallel}$ der Elektronen – gemessen ($B_{cool}=418$ Gauß, Expansion 9.6). Die Methode ist in Abschnitt 5.1.2 beschrieben. Dabei wurden ebenfalls Ionenstromabhängigkeit, Elektronendichteabhängigkeit und Ladungsskalierung untersucht.

Zunächst wurde mit Kohlenstoff bei einer bestimmten Relativgeschwindigkeit $v_{0,\parallel}$ die longitudinale Kühlkraft für Ionenströme im Bereich von 10 - 70 μA bestimmt. Dabei ergab sich eine konstante Kühlkraft von $F_{\parallel}(v_{0,\parallel}) = (252 \pm 2.4)$ meV/m. Die Relativgeschwindigkeit war hierbei $v_{0,\parallel} = 1.3 \cdot 10^5$ m/s, der angegebene Fehler ist die Standardabweichung der 4 Messungen. Die gemessene Kühlkraft ist in diesem Geschwindigkeitsbereich, bzw. bei dieser Methode also unabhängig vom Ionenstrom, bzw. der transversalen Ionenverteilung.

Für $^{12}\text{C}^{6+}$ wurden für 4 verschiedene Elektronendichten Kühlkräfte als Funktion der Relativgeschwindigkeit ($v_{\parallel} \gg \Delta_{e\parallel}$) gemessen. Bei einer linearen Skalierung mit

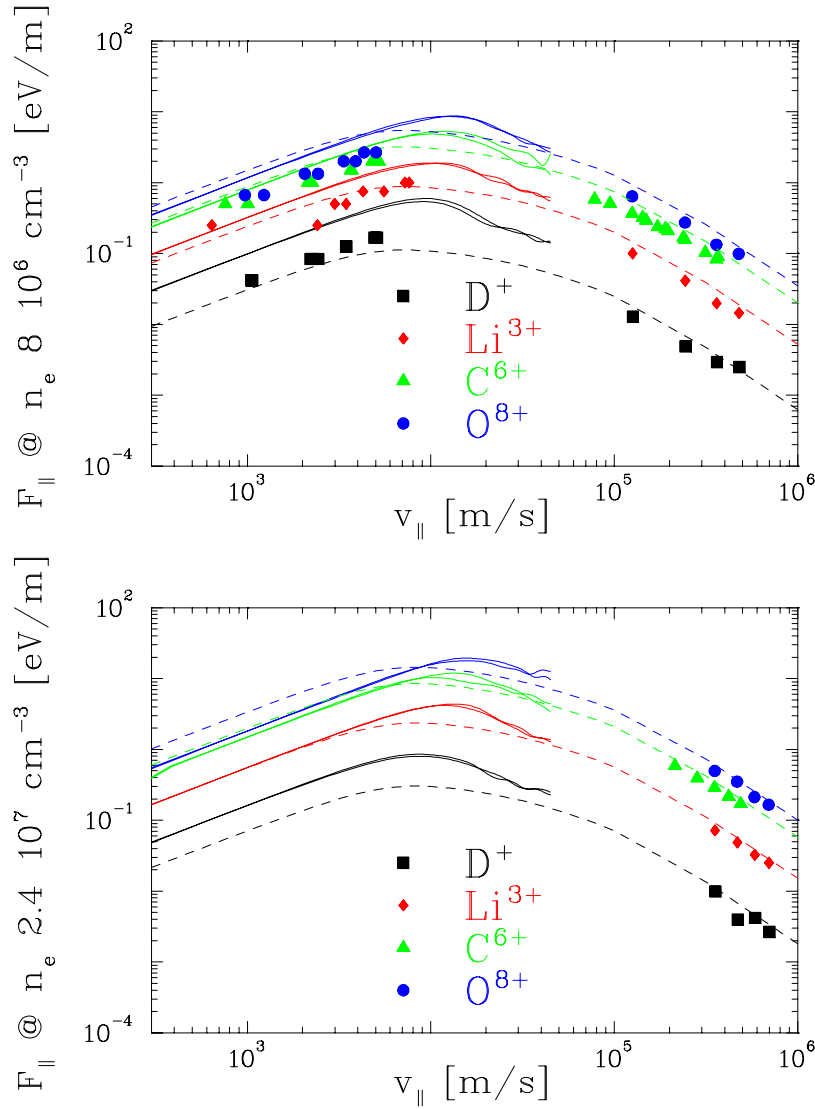


Abbildung 6.21: Longitudinale Kühlkraft für verschiedene Ionensorten bei $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, bzw. $n_e = 2.4 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$. Gefüllte Symbole sind Messungen mit Hilfe des IndAccs, sowohl für kleine als auch für große Relativgeschwindigkeiten. ($I_{ion} \approx 50 \mu\text{A}$ für die Messungen im linearen Bereich der Kraft). Durchgezogene Kurven repräsentieren jeweils eine Messung mit der Rauschmethode, gestrichelte Kurven sind Rechnungen nach der Theorie ohne Magnetfeld ($kT_{\parallel} = 58 \mu\text{eV}$ ($83 \mu\text{eV}$) für $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$ ($n_e = 2.4 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$), $kT_{\perp} = 13 \text{ meV}$).

der Elektronendichte n_e liegen diese Messungen jeweils aus einer Kurve. Diese Daten werden im Rahmen der Ladungsskalierung gezeigt (Abb. 6.22).

Im Rahmen der Strahlzeit mit verschiedenen Ionensorten wurden longitudinale Kühlkräfte für hohe Relativgeschwindigkeiten für D^+ , ${}^6\text{Li}^{3+}$ und O^{8+} bei zwei verschiedenen Elektronendichten bestimmt ($n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, bzw. $n_e = 2.4 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$). Bei diesen Werten der Elektronendichte wurden für Kohlenstoff bereits in einer Maschinenstrahlzeit die Kräfte bestimmt. Die gemessenen Kräfte sind in Abb. 6.21 gezeichnet. Darüberhinaus ist jeweils eine Messung mit der Rauschmethode eingezeichnet für Geschwindigkeiten $|v_{\parallel}| \leq 5 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ (durchgezogene Kurven) - diese bestehen jeweils aus zwei Kurven, aus positivem und negativem Ast, da der Betrag der Kraft über dem Betrag der Geschwindigkeit aufgetragen ist). Im oberen Teil von Abb. 6.21 sind darüberhinaus IndAcc Messungen für kleine Relativgeschwindigkeiten eingezeichnet. Diese wurden jeweils bei einer Ionenintensität von $\approx 50 \mu\text{A}$ durchgeführt. Bei der Elektronendichte $n_e = 2.4 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$ gibt es lediglich für Kohlenstoff IndAcc Messungen im linearen Bereich. Rechnungen mit Hilfe der Theorie ohne Magnetfeld sind jeweils gestrichelt gezeichnet ($kT_{\parallel} = 58 \mu\text{eV}$ für $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $kT_{\parallel} = 83 \mu\text{eV}$ für $n_e = 2.4 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$ berechnet nach Gl. 2.10, $kT_{\perp} = 13 \text{ meV}$).

Die Daten für hohe Relativgeschwindigkeiten werden gut durch die Theorie ohne Magnetfeld beschrieben. Abweichungen ergeben sich erst für kleine Relativgeschwindigkeiten. Die IndAcc Messungen liegen erneut systematisch unter den Kurven der Rauschmethode und stimmen für D^+ und ${}^6\text{Li}^{3+}$ recht gut mit der Theorie ohne Magnetfeld überein. Dies deckt sich mit einer älteren Beobachtung, wie sie am Stockholmer CRYRING im Bereich $v_{\parallel} \approx 10^4\text{-}10^5 \text{ m/s}$ gemacht wurde [55]. Dort gemessene longitudinale Kühlkräfte einfach geladener Ionen ließen sich gut mit der Theorie ohne Magnetfeld beschreiben, wobei in den Rechnungen vergleichbare longitudinale Temperaturen ($kT_{\parallel} = 50 \mu\text{eV}$) verwendet wurden (diese wurden aus Rekombinationsexperimenten mit Ionenstrahlen geringer Intensität gewonnen). Es sollte erwähnt werden, daß die Kühlkraft gemessen mit dem IndAcc im linearen Bereich von der Ionenintensität abhängt und diese Übereinstimmung lediglich auf hohe Ionenströme von ca. $50 \mu\text{A}$ zutrifft. Die Kraft, gemessen mit der Heizmethode ist für D^+ einen Faktor 2 - 3 größer als die Kraft aus der Theorie ohne Magnetfeld. Sie ist damit kleiner als die linearen Theorien vorhersagen, die das Magnetfeld berücksichtigen. In diesen ist die magnetische Kraft nach Sørensen einen Faktor 4-10 (4-6 nach Derbenev) größer als die Theorie ohne Magnetfeld (für v_{\perp} im Bereich von 4000 - 10000 m/s). Diese Überhöhung der Kraft für kleine Relativgeschwindigkeiten im Vergleich zur Theorie ohne Magnetfeld nimmt jedoch mit steigender Ladungszahl Z ab, bzw. die gemessene Kraft wird für $Z=6$, bzw. $Z=8$ kleiner im Vergleich mit der Theorie, denn die gemessenen Kräfte besitzen eine schwächere Ladungsskalierung ($Z^{1.3}$ im Vergleich zu $Z^{1.85}$ nach der Theorie ohne Magnetfeld). Weiter ist gut zu erkennen, daß bei den gemessenen Kräften die Lage der Extrema mit steigender Ladungszahl zu größeren Relativgeschwindigkeiten wandert, wogegen in der Theorie ohne Magnetfeld diese nur durch die Elektronentemperatur kT_{\parallel} bestimmt sind und nicht von der

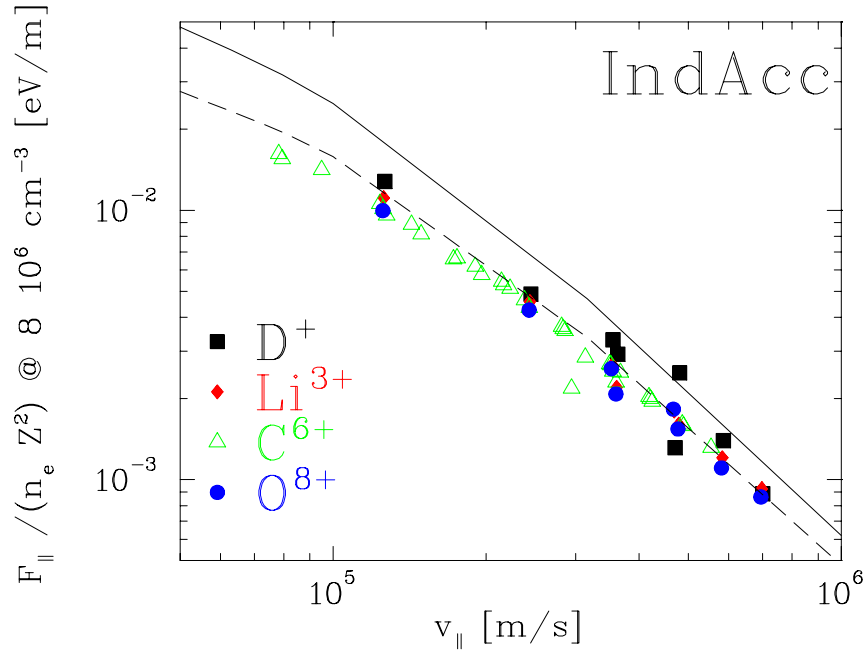


Abbildung 6.22: Skalierung der longitudinalen Kühlkraft für hohe Relativgeschwindigkeiten. Die Kraft wurde mit $n_e \cdot Z^2$ auf eine Dichte von $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$ und $Z=1$ skaliert. Daten für C^{6+} stammen von 4, die restlichen von zwei verschiedenen Elektronendichten (Abb. 6.21). Die durchgezogene Kurve entspricht einer Rechnung gemäß der Theorie ohne Magnetfeld ($Z=1$, $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $kT_{\parallel} = 58 \mu\text{eV}$, $kT_{\perp} = 13 \text{ meV}$), die gestrichelte Kurve entspricht dem nichtmagnetischen Beitrag für obige Parameter und $B_{cool} = 418 \text{ Gau\ss}$.

Ladung Z abhängen.

Die gesamten Daten für hohe Relativgeschwindigkeiten sind noch einmal in Abb. 6.22 dargestellt, skaliert mit $n_e \cdot Z^2$ auf $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$ und $Z = 1$. Die skalierten Werte liegen sehr gut auf einer Kurve. Weiter ist eine Rechnung nach der Theorie ohne Magnetfeld für die Parameter $Z=1$, $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $kT_{\parallel} = 58 \mu\text{eV}$, $kT_{\perp} = 13 \text{ meV}$ (durchgezogene Kurve) eingezeichnet. Der nichtmagnetische Beitrag ist für die gleichen Parameter und $B_{cool} = 418 \text{ Gau\ss}$ berechnet worden. Er ist etwas kleiner als die Kraft bei Vernachlässigung des Magnetfeldes, da der Stoßparameterbereich im Vergleich zur Theorie ohne Magnetfeld reduziert ist. Der nichtmagnetische Beitrag ist gestrichelt eingezeichnet. Die Theorie ohne Magnetfeld ist etwa 60 % größer als die Messungen, während der nichtmagnetische Beitrag die Daten hervorragend beschreibt. Dies bestätigt eine bereits früher gemachte Beobachtung für longitudinale Kühlkräfte im Bereich hoher Relativgeschwindigkeiten am TSR [29].

6.3.2 Horizontale Kühlzeiten für hohe Relativgeschwindigkeiten

Mit Hilfe der Elektronenkühlung können Ionen im Speicherring akkumuliert werden. Durch die Phasenraumkompression wird im Phasenraum freier Platz geschaffen, der durch wiederholte MULTITURN-Injektionen erneut gefüllt werden kann. Dadurch ist es möglich die Zahl der gespeicherten Teilchen um ein Vielfaches im Vergleich zu einer einzigen MULTITURN-Injektion zu erhöhen [13]. Da die MULTITURN-Injektion hauptsächlich auf den horizontalen Phasenraum wirkt, (die horizontale Akzeptanz A_x des TSR ist mit $A_x \approx 120 \pi$ mm mrad etwa einen Faktor 3 größer als die vertikale) wird deshalb im folgenden ausschließlich der horizontale Freiheitsgrad untersucht. Für die Strahlakkumulation mit Hilfe der Elektronenkühlung ist neben der Lebensdauer der Ionen im Speicherring das Verhalten des Ionenstrahls nach der Injektion entscheidend.

Im Gegensatz zu den bereits behandelten transversalen Kühlraten für kleine anfängliche Strahldurchmesser betrachtet man nun die zeitliche Entwicklung des Strahlprofils für eine möglichst breite Anfangsverteilung. So ist die horizontale Strahlbreite nach einer Multiturninjektion σ_x typischerweise in der Größenordnung von 10 mm.

Dabei ist die Verteilung des injizierten Strahls nicht notwendigerweise durch eine Gaußfunktion gegeben. Sie wird vielmehr durch die Parameter der Injektion bestimmt. So entscheidet beispielsweise der Winkel der Injektionsbahn zur Sollbahn wesentlich über das Aussehen des Strahlprofils.

Um die Elektronenkühlung im Hinblick auf die Akkumulation zu studieren, besteht eine typische Messung also darin, die zeitliche Entwicklung des horizontalen Strahlprofils direkt nach der Injektion aufzunehmen. Eine solche Messung mit $^{12}\text{C}^{6+}$ (73.3 MeV) ($n_e = 1.53 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$, $B_{cool}=209$ Gauß, Expansion 7.7) ist in Abbildung 6.23 gezeigt.

Das erste Profil besitzt eine Breite von $\sigma_x = 10.2$ mm, die gesamte Meßzeit beträgt 2 s. Man sieht, daß Teilchen mit kleiner Ablage zum Sollorbit schneller gekühlt werden, so daß über einer breiten Verteilung zunächst ein schmaler Peak anwächst. Das anfängliche Gaußprofil wird deformiert. Dies ist ein starker Hinweis darauf, daß die Ionen mit einer nicht linearen Kraft wechselwirken, die transversalen Geschwindigkeitskomponenten der Ionen in der Wechselwirkungszone sind größer als der lineare Bereich der Kühlkraft. Deshalb kann diese Messung nicht mit den in Abschnitt 5.3 erarbeiteten Methoden ausgewertet werden. Stattdessen soll hier die Definition einer empirischen horizontalen Kühlzeit T_C , die den Bedingungen des ECOOL-Stackings angepaßt ist, gegeben werden. Die entsprechende Auswertung solcher Kühlzeitmessungen wird im folgenden an Hand der Messung in Abbildung 6.23 erläutert.

Das Gleichgewichtsprofil ist durch das Gleichgewicht zwischen Elektronenkühlung und strahlinterner Streuung IBS gegeben. An dieses Profil wird eine Gaußverteilung der Standardabweichung σ_{cool} angepaßt. Als gekühlten Bereich definiert man nun die Region von $-6 \sigma_{cool}$ bis $+6 \sigma_{cool}$ (siehe Abbildung 6.24). Die Zahl der Teilchen

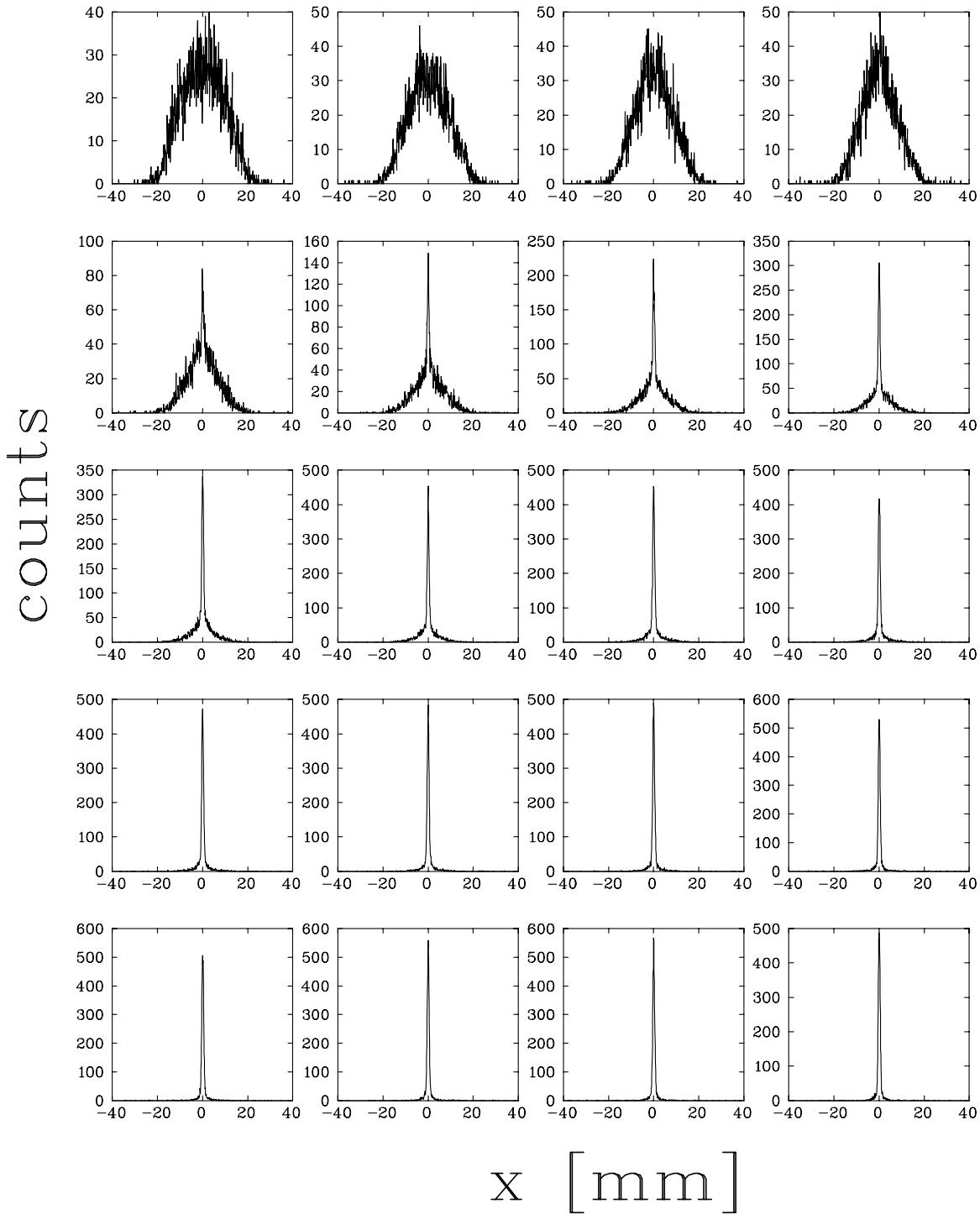


Abbildung 6.23: Kühlzeitmessung mit $^{12}\text{C}^{6+}$ Ionen der Energie 73.3 MeV ($n_e = 1.53 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$, $B_{cool}=209$ Gauß, Expansion 7.7). Der zeitliche Verlauf ist zeilenweise jeweils von links nach rechts. Die Zeit zwischen zwei benachbarten Bildern beträgt 0.1s; die gesamte Meßdauer beträgt 2s.

außerhalb dieses Bereichs sei $N_{outside}(t)$. Für das ECOOL-Stacking interessant ist die Zeit, nach der sich der größte Teil der injizierten Teilchen in dem gekühlten Bereich befindet. Die Gesamtzahl der Teilchen $N_{total} = N_0 \cdot e^{-t/T}$ verringert sich jedoch aufgrund der Lebensdauer T mit der Zeit. Damit verringert sich $N_{outside}$ nicht nur aufgrund der Elektronenkühlung, sondern auch durch Teilchenverlust. Daher ist es sinnvoll, $N_{outside}(t)$ auf die Gesamtzahl der zur Zeit t vorhandenen Ionen $N_{total}(t)$ zu normieren. Dieses Verhältnis der Zählereignisse außerhalb des gekühlten Bereichs $N_{outside}$ zur Gesamtzahl der Zählereignisse N_{total} ist in Abbildung 6.25 als Funktion der Zeit aufgetragen. Die horizontale Kühlzeit T_C soll nun etwas willkürlich durch die Zeit, bei der $N_{outside}(t)/N_{total}(t)$ 20% des anfänglichen Wertes erreicht hat, definiert werden. Für die Messung in Abb. 6.23 erhält man eine Kühlzeit von $T_C = (1.15 \pm 0.04)$ s. Im Vergleich dazu wurde für $^{12}\text{C}^{6+}$ ($I_{ion} = 50\mu\text{A}$, $n_e = 1.56 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$) eine Kühlzeit von $\tau_{x,y} \approx 48$ ms für kleine Relativgeschwindigkeiten gemessen (vgl. Abb. 6.12).

Die so definierte horizontale Kühlzeit T_C ist natürlich vom Anfangszustand abhängig. Die Parameter Breite des injizierten Strahls und Elektronendichte wurden dabei systematisch in einer Maschinenstrahlzeit mit $^{12}\text{C}^{6+}$ Ionen (73.3 MeV) untersucht. Der Kehrwert der horizontalen Kühlzeit T_C wird im folgenden als horizontale Kühlrate $1/T_C$ bezeichnet.

Abhängigkeit vom Anfangsprofil

In Abbildung 6.26 sind gemessene Kühlraten $1/T_C$ gegen die Strahlbreite des ersten Profils, bei konstanter Elektronendichte $n_e = 1.53 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$ und Expansion 7.7, aufgetragen. Bei schmalen Anfangsprofilen ist die Kühlzeit geringer, dementsprechend ist die Kühlrate größer. Um Kühlzeiten T_C miteinander vergleichen zu können, muß also darauf geachtet werden, daß die Anfangsprofile vergleichbare Form und Breite aufweisen.

Abhängigkeit von der Elektronendichte

Die horizontale Kühlrate $1/T_C$ ist in Abbildung 6.27 als Funktion der Elektronendichte dargestellt. Die Messungen wurden bei konstanter Expansion von 7.7, $B_{cool}=209$ Gauß und Anfangsbreiten von $\sigma_{initial} = (14.8 \pm 0.4)$ mm durchgeführt.

Für kleine Dichten steigt die Rate $1/T_C$ zunächst linear mit n_e an. Die Kühlrate weicht aber bei höheren Elektronendichten ($n_e \geq 10^7 \text{ cm}^{-3}$) vom linearen Verhalten ab. Der Verlauf kann gut durch eine Potenz $\propto n_e^\zeta$ beschrieben werden. Eine an die Kühlrate angefitzte Funktion liefert einen Exponenten von $\zeta = 0.64$.

Dieser Effekt ist hier möglicherweise auf den Einfluß der Raumladung des Elektronenstrahls zurückzuführen. „Heiße“ Ionen, d.h. Ionen mit einer großen Ablage zum Sollorbit in der Kühlerstrecke wechselwirken mit Elektronen deren mittlere Geschwindigkeit höher ist als die Laborgeschwindigkeit des Ionenstrahls. So besitzt z.Bsp. ein

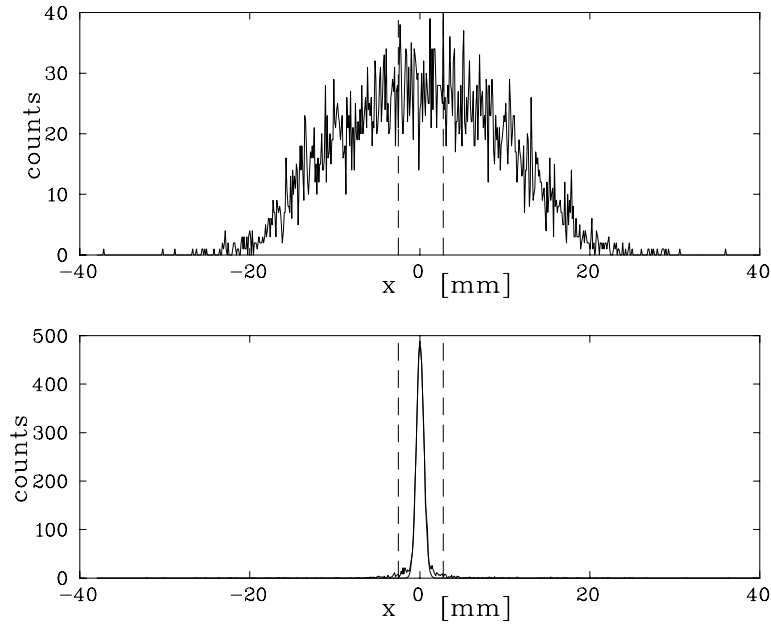


Abbildung 6.24: Erstes und letztes Profil der Messung in 6.23. An das letzte Profil ist eine Gaußkurve angepaßt, der „gekühlte Bereich“ (Definition siehe Text) ist durch gestrichelte Linien markiert.

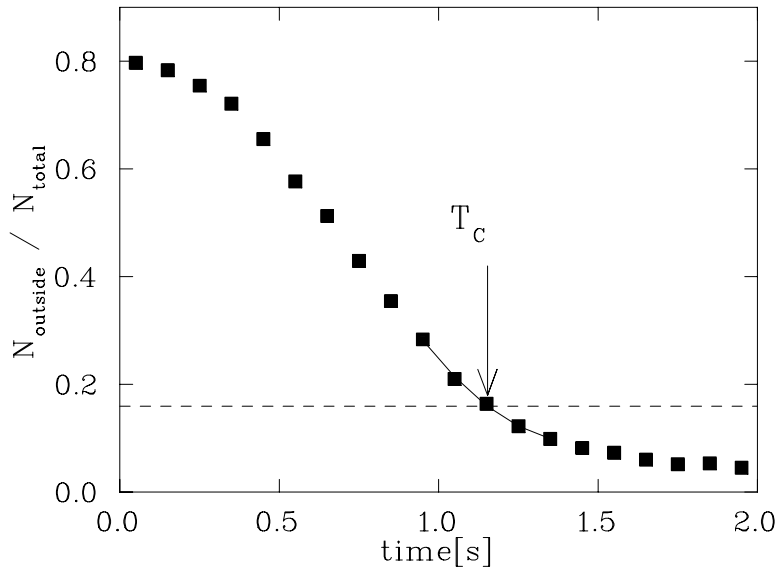


Abbildung 6.25: Auswertung der Messung in 6.23: Die gestrichelte Kurve zeigt 20% des Anfangsverhältnisses von $N_{\text{outside}}/N_{\text{total}}$, die durchgezogene Kurve ist ein Polynomfit 2. Grades, mit dessen Hilfe die horizontale Kühlzeit T_C berechnet wird.

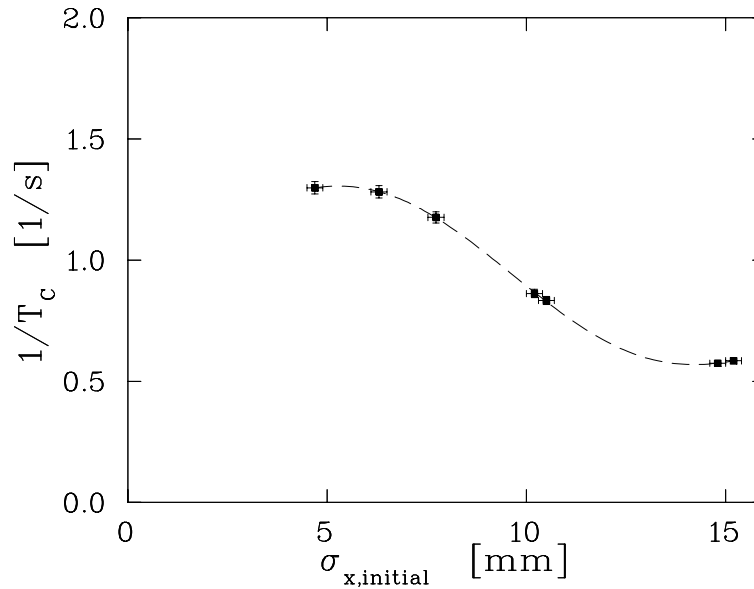


Abbildung 6.26: Abhängigkeit der horizontalen Kühlrate $1/T_C$ vom Anfangsprofil für $^{12}\text{C}^{6+}$ (73.3 MeV) bei konstanter Elektronendichte $n_e = 1.53 \cdot 10^7 \text{cm}^{-3}$ und Expansion 7.7, $B_{\text{cool}}=209$ Gauß.

Elektron für $n_e = 25 \cdot 10^6 \text{cm}^{-3}$, $v_i/c = 10 \%$, 10 mm entfernt von der Strahlachse eine longitudinale Geschwindigkeit, die, im Vergleich mit der Geschwindigkeit der Elektronen auf der Strahlachse, um einen Betrag $\Delta v = 6.8 \cdot 10^4 \text{m/s}$ größer ist. Von dieser Größe ist auch die transversale Geschwindigkeitsunschärfe der Elektronen bei einer Temperatur von $kT_{\perp} = 13 \text{meV}$. Dadurch erhöht sich die Kühlzeit T_C . Dieser Einfluß ist für die Messungen in Abbildung 6.27 besonders stark, da der injizierte Strahl in der Kühlerstrecke eine Gaußbreite von ungefähr 14.2 mm aufwies während der Elektronenstrahls einen Durchmesser von 53 mm hatte (Messungen mit Expansionfaktor 7.7 wurden vor dem Umbau 11/96 mit einer Kathode mit 1.5 " Radius gemacht).

Abhängigkeit vom Ladungszustand

Um die Abhängigkeit der Kühlraten $1/T_C$ vom Ladungszustand Z zu untersuchen, wurden im Rahmen der Strahlzeit zur Ladungsabhängigkeit der Kühlkraft Kühlzeitmessungen mit Ionenstrahlen großer anfänglicher Breite durchgeführt ($B_{\text{cool}}=418$ Gauß, Expansion 9.6). Die Elektronendichte bei diesen Experimenten betrug $n_e = 5.1 \cdot 10^7 \text{cm}^{-3}$. Die Breite der injizierten Profile betrug $\sigma_x = (12.2 \pm 1.3) \text{mm}$. Dabei ist 1.3 mm die Standardabweichung der Anfangsbreiten, so daß die Messungen miteinander vergleichbar sind.

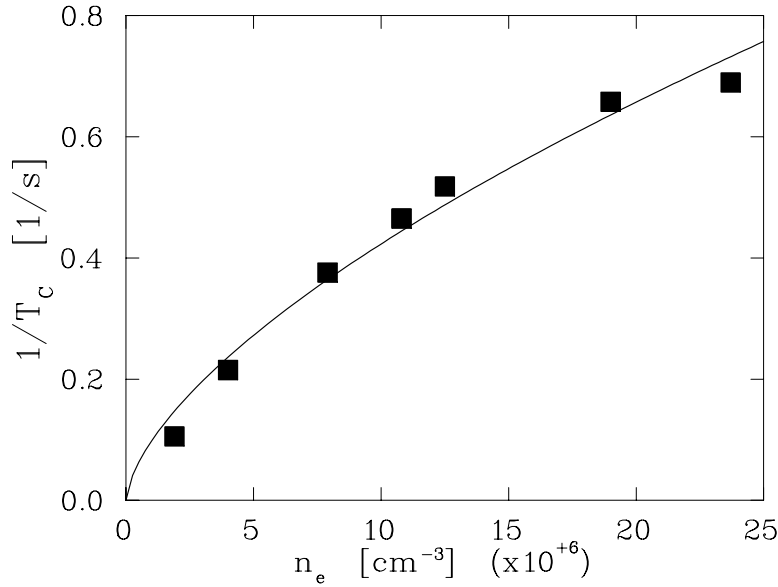


Abbildung 6.27: Abhängigkeit der horizontalen Kühlraten $1/T_C$ von der Elektronendichte für $^{12}\text{C}^{6+}$ (73.3 MeV, $B_{cool}=209$ Gauß, Expansion 7.7) bei konstanter Anfangsprofilbreite $\sigma_{x,initial} = (14.8 \pm 0.4)$ mm. An die Daten ist eine Potenz $\propto n_e^\zeta$ angefitet (durchgezogene Kurve).

Die gemessenen Kühlzeiten ergaben:

$$T_{C,D} = (2.32 \pm 0.02)s$$

$$T_{C,Li} = (1.72 \pm 0.02)s$$

$$T_{C,C} = (0.77 \pm 0.02)s$$

$$T_{C,O} = (0.71 \pm 0.03)s$$

Nimmt man eine Z^2/A Skalierung der Kühlraten an, so sollten die Kühlraten bei vergleichbaren Anfangs- und Randbedingungen linear mit der Ladung Z anwachsen, da $Z/A = 1/2 = \text{const.}$ Die Raten $1/T_C$ sind in Abb.6.28 gegen die Ionenladung Z aufgetragen, eine an die Raten angepaßte Gerade ist als durchgezogene Linie gezeichnet. Dieser Fit beschreibt in ausreichender Weise die Daten. Die Rate für D^+ mag etwas über dem Fit liegen, denn diese Messung wurde beim kleinsten Anfangsprofil aufgenommen ($\sigma_{x,D} = 10.4$ mm).

Die gemessenen horizontalen Kühlraten $1/T_C$ wurden daraufhin im folgenden mit $n_e^{0.64} \cdot Z^2/A$ skaliert, bzw. auf Z^2/A und auf eine Elektronendichte $n_e = 10^8 \text{ cm}^{-3}$ normiert.

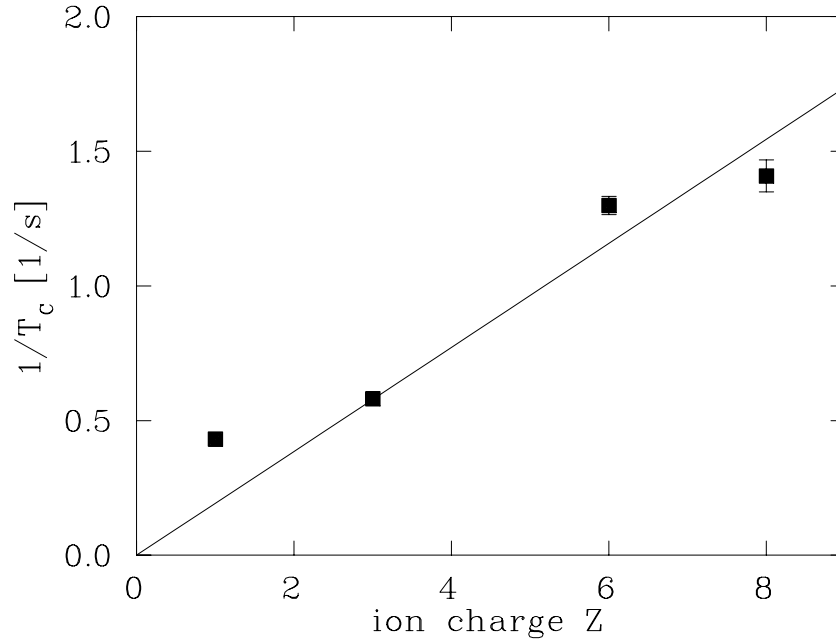


Abbildung 6.28: Horizontale Kühlraten $1/T_C$ als Funktion der Ladungszahl Z . Das Experiment wurde bei vergleichbarer Anfangsbreite $\sigma_{x,initial} = (12.2 \pm 1.3)$ mm und $n_e = 5.1 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$ für D^+ , ${}^6\text{Li}^{3+}$, ${}^{12}\text{C}^{6+}$ und ${}^{16}\text{O}^{8+}$ durchgeführt.

Abhängigkeit von der Ionengeschwindigkeit

Die Kühlkraft ist abhängig von der Relativgeschwindigkeit v zwischen Ion und Elektronenstrahl. Die transversale Geschwindigkeitskomponente eines Ions in der Wechselwirkungszone ist bestimmt durch die Phasenraumkoordinate μ' ($\mu' = x', y'$) und die longitudinale Laborgeschwindigkeit v_i :

$$v_\mu = \mu' \cdot v_i$$

Die Anfangsverteilung in μ bzw. μ' eines mit MULTITURN-Injektion injizierten Strahls am TSR ist für die meisten Strahlarten vergleichbar, so daß die Anfangsverteilung in v_μ von der Laborgeschwindigkeit abhängt. Im folgenden soll die Geschwindigkeitsabhängigkeit der horizontalen Kühlzeit T_C grob motiviert werden. Hierzu betrachtet man folgende einfache Differentialgleichung für v_μ :

$$m\dot{v}_\mu + \alpha \cdot v_\mu^\kappa = 0 \quad (6.4)$$

Hierbei beschreibt der zweite Term eine geschwindigkeitsabhängige Reibungskraft, wobei α positiv ist. Für $\kappa > 1$ ist die Zeit T , in der die Geschwindigkeit von $v_0 = v_\mu(t=0)$ auf $v_\mu(T) = 0$ sinkt gegeben durch:

$$T = \frac{m}{\alpha} \cdot \frac{v_0^{1-\kappa}}{1-\kappa} \quad (6.5)$$

Der Fall $\kappa = 1$ wurde bereits in Kapitel 2 in Abschnitt 2.2.6 behandelt und führt zu einem exponentiellen Verhalten für $v_\mu(t)$. In diesem Fall ($\kappa = 1$) erhält man für die Zeit T , in der die Geschwindigkeit von v_0 auf v absinkt $T = m/\alpha \ln(v_0/v)$, d.h. die Kühlzeit für ein Teilchen, das durch eine lineare Reibungskraft ($\kappa = 1$) abgebremst wird, besitzt eine logarithmische Abhängigkeit von der Anfangsgeschwindigkeit v_0 . Die Kühlzeit T für ein Teilchen der anfänglichen Geschwindigkeit v_0 , das mit einer Reibungskraft, die proportional zu $1/v_\mu^2$ ist ($\kappa = -2$), abgebremst wird, ist proportional zu v_0^3 . Wie zu Beginn dieses Abschnitts erläutert, ist die Breite der transversalen Geschwindigkeitsverteilung eines Ionenstrahls nach der Injektion am TSR in etwa proportional zur Laborgeschwindigkeit v_i . Deshalb erwartet man auch grob für die Kühlraten $1/T_C$ eine Geschwindigkeitsabhängigkeit:

$$1/T_C \propto \frac{1}{v_i^\alpha} \text{ mit } 0 < \alpha \leq 3 \quad (6.6)$$

Um die Abhängigkeit der Kühlzeit T_C von der Ionengeschwindigkeit zu untersuchen, sind am TSR für die verschiedenen Ionen und Moleküle HeH^+ , $^{18}\text{O}^{2+}$, $^{28}\text{Si}^{2+}$, $^{14}\text{N}^{3+}$, $^{15}\text{N}^{3+}$, $^{12}\text{C}^{6+}$, $^{35}\text{Cl}^{6+}$, $^{32}\text{S}^{16+}$, $^{80}\text{Se}^{23+}$ Kühlzeitmessungen durchgeführt worden. Die Geschwindigkeiten erstreckten sich von 2.9 bis 15.5 % der Lichtgeschwindigkeit. An die Anfangsprofile angepasste Gaußfunktionen ergaben eine Breite von (11.2 ± 3.8) mm am Ort des Strahlprofilmonitors. Dies entspricht einer Verteilung in x' in der Kühlerstrecke von (2.0 ± 0.7) mrad. Die normierten Kühlraten sind in Abbildung 6.29 als Funktion der Ionengeschwindigkeit dargestellt. Die Raten $1/T_C$ sind dabei auf Z^2/A und mit $n_e^{0.64}$ auf eine Elektronendichte von $n_e = 10^8 \text{ cm}^{-3}$ normiert. Die Kühlzeiten für $v_i/c < 0.08$ sind bei Elektronendichten von $1.25 - 8.7 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, für $v_i/c > 0.08$ bei Dichten von $1 - 3 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$ gemessen worden.

An die gemessenen Kühlraten ist eine Funktion $\propto 1/v_i^2$ angepaßt (durchgezogene Linie in Abbildung 6.29). Diese beschreibt die Kühlrate $1/T_C$ am TSR für Geschwindigkeiten v_i/c im Bereich zwischen 3% und 16% Lichtgeschwindigkeit hinreichend gut:

$$1/T_C \approx 9.12 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1} \cdot \left(\frac{n_e}{10^8 \text{ cm}^{-3}} \right)^{0.64} \cdot \frac{Z^2}{A} \cdot \frac{1}{(v_i/c)^2} \quad (6.7)$$

Der mit ECOOL-Stacking erreichbare Strahlstrom $I = N \cdot I_0$ bzw. der totale Multiplikationsfaktor N bezogen auf den Strahlstrom des Injektors I_0 ist gegeben durch [13]:

$$N = n_r \cdot T \cdot M \quad (6.8)$$

Hierbei ist n_r die Injektionsrate, T die Lebensdauer des gespeicherten Ionenstrahls und M der Multiplikationsfaktor aufgrund der MULTITURN-Injektion. Mit Hilfe von Simulationsprogrammen wurde für den Standardmode des TSR ein Wert von

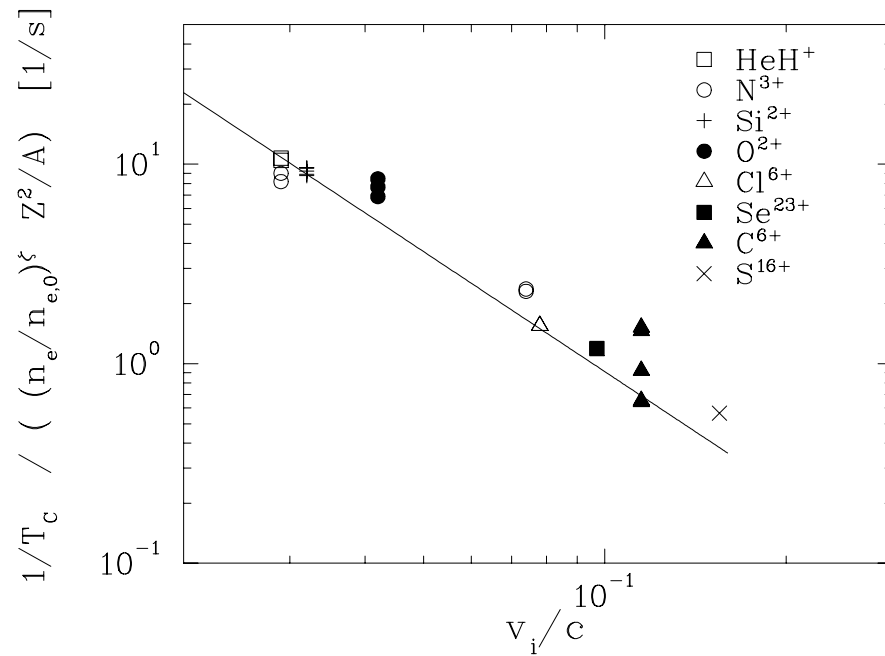


Abbildung 6.29: Normierte horizontale Kühlraten in Abhängigkeit von der Ionen-geschwindigkeit. Die Kühlraten $1/T_C$ sind normiert auf Z^2/A und mit n_e^ζ auf die Elektronendichte $n_{e,0} = 10^8 \text{ cm}^{-3}$ normiert. Der Exponent ζ ist hierbei 0.64. An die Daten ist eine Funktion $\propto v_i^{-2}$ (durchgezogene Linie) angepaßt.

$M \approx 8$ ermittelt. Die optimale Injektionsrate n_r ist durch die Kühlrate $1/T_C$ gegeben, d.h. $n_r = 1/T_C$.

Dadurch kann mit Hilfe der empirischen Formel 6.7 und unter Kenntnis der Lebensdauer T der erreichbare Strahlstrom bzw. der totale Multiplikationsfaktor N bezogen auf den Strahlstrom des Injektors I_0 am TSR abschätzt werden.

Beim ECOOL Stacking eines $^{32}\text{S}^{16+}$ Strahls der Energie 195 MeV bei einer Elektronendichte von $n_e = 2.4 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$ wurde bei einem Strom des Injektors von $I_i = 0.4 \mu\text{A}$, einer Injektionsrate $n_r = 2.4 \text{ Hz}$, einer Lebensdauer von 250 s und einem experimentell ermittelten Multiplikationsfaktor aufgrund MULTITURN-Injektion M von ungefähr 6, ein totaler Multiplikationsfaktor von ungefähr 4000 erreicht [13]. Mit Gl. 6.7 erhält man $1/T_C = n_r = 2.2 \text{ Hz}$. Dieser Wert ist in hervorragender Übereinstimmung mit dem Experiment.

7 Dispersive Elektronenkühlung

Wie in Abschnitt 6.2 gezeigt, sind die transversalen Kühlraten sehr viel kleiner als die longitudinalen. Mit Hilfe der dispersiven Elektronenkühlung können die horizontalen Kühlraten vergrößert werden. Dessen Prinzip soll im folgenden erläutert werden.

7.1 Prinzip

Die Dispersion innerhalb eines Speicherrings wirkt nur horizontal, aufgrund der horizontalen Ablenkung des Strahls durch die Dipolmagnete und bewirkt eine Verschiebung der Sollbahn um Δx bei einer Impulsänderung um Δp_{\parallel} :

$$\Delta x = x_D = D_S \cdot \frac{\Delta p_{\parallel}}{p_0} \quad (7.1)$$

Der Proportionalitätsfaktor ist die Dispersion D_S . Sie ist im allgemeinen eine Funktion der Bahnkoordinate s , d.h. $D_S = D_S(s)$. Das Prinzip der dispersiven Kühlung ist in Abb. 7.1 dargestellt. Aufgrund der Betatronoszillation schwingen die gespeicherten Teilchen um die Sollbahn. Findet ein positiver longitudinaler Impulsübertrag auf der ringäusseren Seite statt, so verschiebt sich die Sollbahn ebenfalls nach ringäussen und die Betatronschwingung wird gedämpft. Findet umgekehrt ein solcher Impulsübertrag ringinnen statt, so wird die Betatronschwingung angeregt. Diese Anregung/Dämpfung ist abhängig von der Phase eines Teilchens. Mittelt man über alle Phasen, so ist der Nettoeffekt null, wenn der longitudinale Impulsübertrag symmetrisch zur Sollbahn ist. Ist diese Symmetrie aufgehoben, beziehungsweise existiert ein nichtverschwindender transversaler Gradient der longitudinalen Kühlkraft, so ist die horizontale Kühl- bzw. Heizrate aufgrund dieser Kopplung gegeben durch [58]:

$$\frac{1}{\epsilon_x} \frac{d\epsilon_x}{dt} = -\frac{D_S}{p_0} \eta_c \frac{dF_{\parallel}}{dx} \quad (7.2)$$

Je nach Vorzeichen des Gradienten ist diese Rate positiv bzw. negativ, d.h. in einen Fall wird der Strahl geheizt, im anderen Fall gekühlt. Um eine größere Dispersion in der Wechselwirkungszone zu erhalten, wurde der Standardmode des TSR in der horizontalen Ebene um 90° gedreht. Dadurch konnte die Dispersion von $D_S = 0.3$ m auf $D_S = 1.6$ m in der Kühlerstrecke vergrößert werden. Dies entspricht

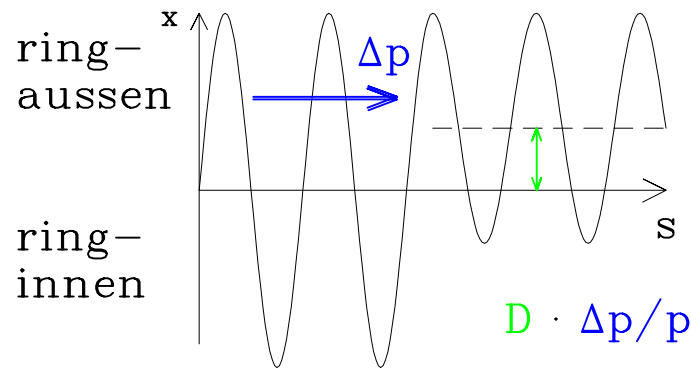


Abbildung 7.1: Prinzip der dispersiven Kühlung. Durch Impulsübertrag auf der ringäusseren Seite wird durch die entstehende Änderung der Sollbahn die Betatronschwingung gedämpft (Entsprechend wird diese angeregt, bei Impulsübertrag auf der ringinneren Seite).

im Standardmode der Dispersion in der Experimentiersektion, wo das neue Heidelberger Elektronentarget aufgebaut wird. Die folgenden Ergebnisse sind zugleich ein Test für Elektronenkühlen unter den Bedingungen seitens des Speicherrings, die für das Target gelten. Einen transversalen Gradienten der longitudinalen Kühlkraft erhält man, indem man das parabolische Geschwindigkeitsprofil im Elektronenstrahl aufgrund der Raumladung ausnutzt (siehe Abb. 7.2). Ist der Schwerpunkt des Ionenstrahls in Relation zu dem des Elektronenstrahls um einen Wert $+x_s$ verschoben, so sehen die Ionen, wenn sie sich weiter außen befinden, schnellere Elektronen, d.h. sie werden beschleunigt. Befinden sie sich weiter innen, wechselwirken sie mit langsameren Elektronen und werden abgebremst. D.h. es ergibt sich aufgrund des nicht verschwindenden Gradienten des Geschwindigkeitsprofils ein transversaler Gradient der longitudinalen Kühlkraft, da diese im linearen Bereich der Kraft proportional zur Relativgeschwindigkeit ist.

7.2 Messung der Raumladungsparabel und der Dispersion

Der transversale Versatz des Elektronenstrahls wird durch entsprechende Steererspulen realisiert. Als meßbare Größe dient letztendlich die Umlauffrequenz. Im folgenden soll erläutert werden, wie man bei bekannter Elektronendichte aufgrund der Messung der Umlauffrequenz als Funktion der Steererstärke den transversalen Versatz kalibrieren kann. Verschiebt man transversal den Elektronenstrahl, so werden die Ionen aufgrund des parabolischen Geschwindigkeitsprofils der Elektronen beschleunigt.

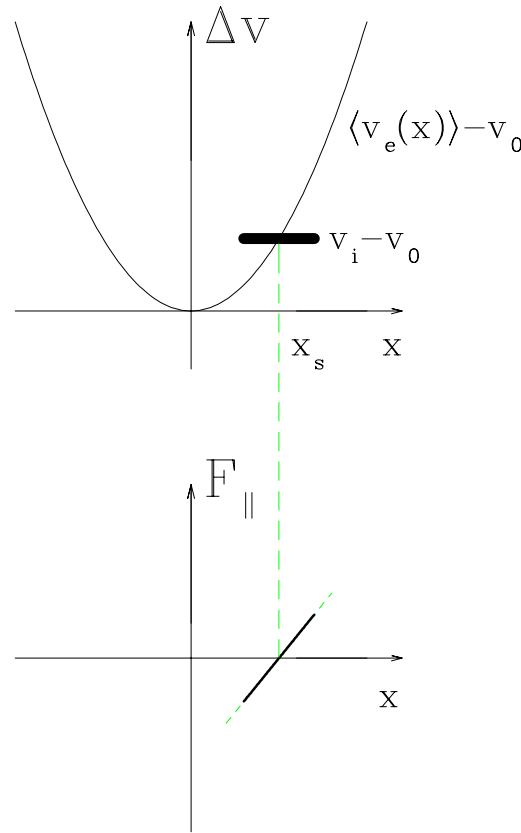


Abbildung 7.2: Realisierung des zur dispersiven Kühlung benötigten horizontalen Gradienten der longitudinalen Kühlkraft. Wegen der Raumladungsparabel hängt die mittlere Elektronengeschwindigkeit $\langle v_e(x) \rangle$ quadratisch von x ab. Ionen der Geschwindigkeit v_i , deren Sollbahn im Vergleich zum Schwerpunkt des Elektronenstrahls um $+x_s$ verschoben ist, sehen bei ihren Betatronoszillationen um x_s bei $x > x_s$ eine beschleunigende longitudinale Kraft, bei $x < x_s$ eine abbremsende Kraft.

Dadurch ändert sich die Umlauffrequenz, welche über die Beziehung (Gl. 2.7):

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \eta \frac{\Delta p_{||}}{p_0}$$

mit dem Impuls, bzw. der Geschwindigkeit verknüpft ist. Die Proportionalitätskonstante η ist ein Maschinenparameter, abhängig von der Einstellung der Magnete des TSR ($\eta = 0.89$ für den Standardmode und für den für diese Messungen verwendeten Mode des TSR). Für das Geschwindigkeitsprofil der Elektronen gilt:

$$\langle v_e(r) \rangle = v_0 + \alpha_D r^2 \quad (7.3)$$

wobei r ($< R$) der Abstand vom Zentrum des Elektronenstrahls, v_0 die Geschwindigkeit der Elektronen im Zentrum ist und α_D durch $\alpha_D = e^2 n_e / (4\epsilon_0 m_e v_0)$ gegeben ist. Beschleunigt man den Ionenstrahl, so verschiebt sich die Sollbahn der Ionen in horizontaler Richtung aufgrund der Dispersion (Gl. 7.1). Dadurch erhält man bei einem horizontalen Versatz eine gewisse Asymmetrie. Verschiebt man den Elektronenstrahl nach ringinnen, so wandern die Ionen zusätzlich noch etwas nach ringaussen, wo sie aufgrund der Geschwindigkeitsparabel noch weiter beschleunigt werden. Verschiebt man den Elektronenstrahl nach ringaussen wandern die Ionen ebenfalls noch etwas nach ringaussen, wo sie dann Elektronen mit kleinerer Geschwindigkeit sehen. (siehe Abb. 7.3).

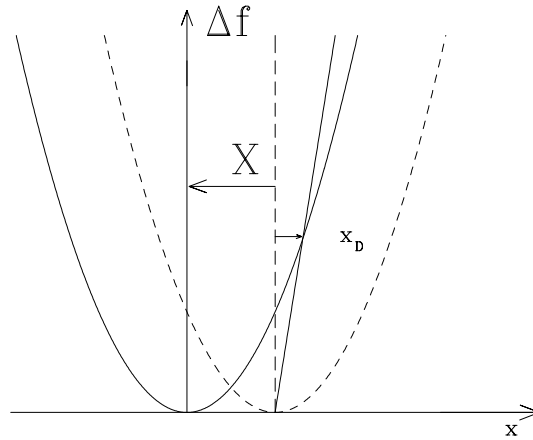


Abbildung 7.3: Änderung der Umlauffrequenz bei Verschieben des Elektronenstrahls um X nach ringinnen ($X > 0$; $X < 0$ bedeutet eine Verschiebung nach ringaussen). Aufgrund der Dispersion wandert die Sollbahn der Ionen um x_D nach ringaussen.

Verschiebt man den Elektronenstrahl um eine Strecke X ($X > 0$ bedeutet Verschieben nach ringinnen), so wandert der Ionenstrahl zusätzlich um eine Strecke x_D (Gl. 7.1) nach ringaussen aufgrund der Dispersion. Die Position der Sollbahn des Ionenstrahls bezogen auf die Achse des Elektronenstrahls ist $X + x_D$. Die Änderung der Umlauffrequenz des Ionenstrahls als Funktion von X ergibt sich mit Hilfe der Gleichungen 7.1, 2.7 und 7.3 und unter Berücksichtigung, daß x_D selbst von der Änderung der longitudinalen Geschwindigkeit und damit von Δf abhängt, zu:

$$\Delta f(X) = \eta \frac{f_0}{D_s} \cdot \left\{ C - X - \sqrt{C^2 - 2CX} \right\} \quad (7.4)$$

Hierbei ist $C = v_0 / (2\alpha D)$. Da $C \gg X$ ist, kann man die Wurzel in Gl. 7.4 nach $2X/C$ entwickeln und erhält:

$$\Delta f(X) = \eta f_0 \frac{\alpha_D}{v_0} X^2 \cdot \left(1 + \frac{X}{C} \right) \quad (7.5)$$

Verschiebt man den Elektronenstrahl in vertikaler Richtung um Y (siehe Abb. 7.4), so gilt für die Änderung der Umlauffrequenz:

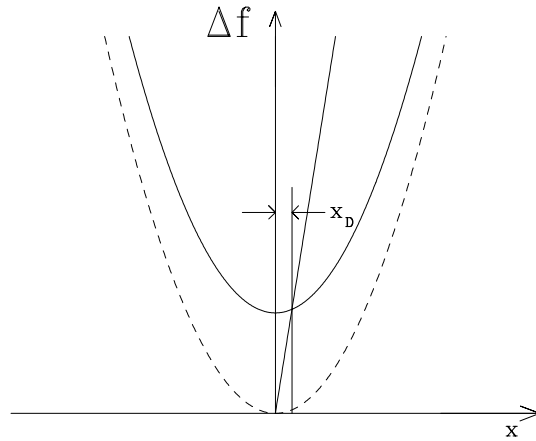


Abbildung 7.4: Änderung der Umlauffrequenz bei vertikalem Versatz des Elektronenstrahls um Y . Aufgrund der Dispersion wandert der Ionenstrahl um x_D nach ringaussen.

$$\Delta f(Y) = \eta \frac{f_0}{D_S} \cdot \left\{ C - \sqrt{C^2 - Y^2} \right\} \quad (7.6)$$

Hierbei ist C wie oben definiert. Da $C \gg Y$ ist, kann die Wurzel in Gl. 7.6 nach Y/C entwickelt werden und man erhält:

$$\Delta_f(Y) = \eta f_0 \frac{\alpha_D}{v_0} Y^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \frac{Y^2}{C^2} \right) \quad (7.7)$$

Während man bei Verschiebung in X noch einen Effekt durch den zusätzlichen Versatz des Ionenstrahls durch die Dispersion erwarten kann, ist er bei Verschiebung in Y offensichtlich vernachlässigbar klein.

Der transversale Versatz des Elektronenstrahls wird durch die Steererisolen $S2X$, bzw. $S2Y$ bewirkt. Am Kontrollpult wird ein Wert in bits eingestellt, der dem Strom durch die Spule proportional ist. Da der horizontale, bzw. vertikale Versatz proportional zum Strom und damit zum eingestellten Bit-Wert ist, gilt:

$$X = c_X \cdot S2X[bits] + d_X \quad (7.8)$$

$$Y = c_Y \cdot S2Y[bits] + d_Y \quad (7.9)$$

Die Abb. 7.5 zeigt die sechste Harmonische der Umlauffrequenz als Funktion der eingestellten $S2X$ Bit-werte, d.h. als Funktion des horizontalen Versatzes; Abb. 7.6

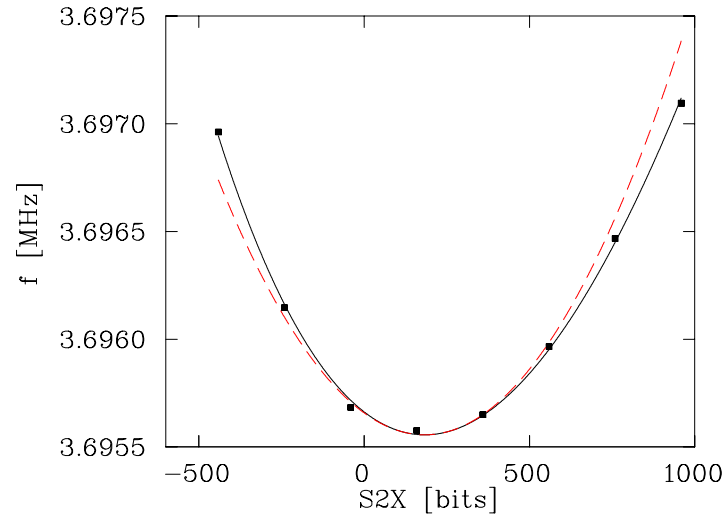


Abbildung 7.5: Sechste Harmonische der Umlauffrequenz als Funktion der eingestellten Stärke der Steererspule S2X. Durchgezogene Linie ist eine angefittete Funktion nach Gl. 7.4; gestrichelte Linie ist eine Parabel gemäß des parabolischen Geschwindigkeitsprofils der Elektronen ohne Berücksichtigung der Dispersion.

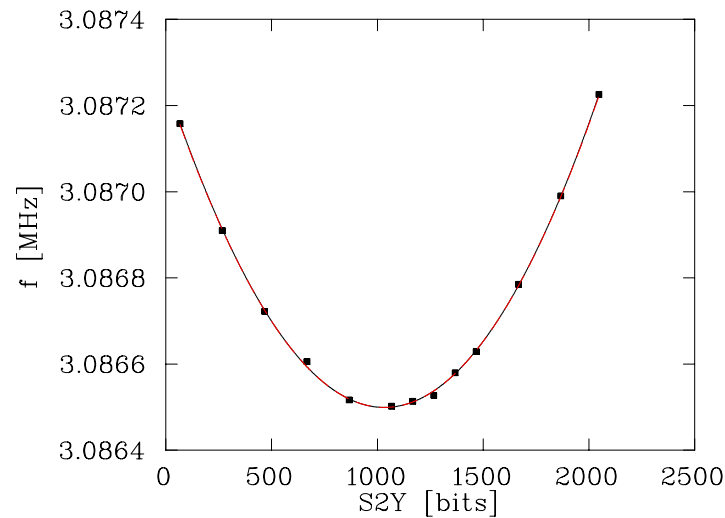


Abbildung 7.6: Fünfte Harmonische der Umlauffrequenz als Funktion der eingestellten Stärke der Steererspule S2Y. Durchgezogene Linie ist eine angefittete Funktion nach Gl. 7.6.

zeigt die fünfte Harmonische der Umlauffrequenz als Funktion der eingestellten S2Y Bit-werte, d.h. als Funktion des vertikalen Versatzes.

Da die Änderung der Umlauffrequenz als Funktion des horizontalen, bzw. vertikalen Versatzes analytisch gegeben ist (Gl 7.4, 7.6) können die Konstanten c_X und d_X (bzw. c_Y und d_Y) durch Anfitzen dieser Funktion an die gemessenen Umlauffrequenzen als Funktion der Steererstärke bestimmt werden. Die gefitteten Funktionen sind als durchgezogene Linien in den Abb. 7.5 und 7.6 zu sehen. Die Daten werden durch die gefitteten Funktionen hervorragend beschrieben. Die Fitparameter, die man dadurch erhält sind:

$$c_X = -1.29 \cdot 10^{-2} \frac{mm}{bit}$$

$$c_Y = 6.78 \cdot 10^{-3} \frac{mm}{bit}$$

Der Unterschied um einen Faktor 2 liegt daran, daß die Spule S2X mit einem 20 A und die Spule S2Y mit einem 10 A Netzteil betrieben wird. Zusätzlich ist in der Abb. 7.5 eine gestrichelte Parabel eingezeichnet, die man erhält, wenn man den Einfluß der Dispersion nicht berücksichtigt. Bei horizontalem Versatz ist deutlich eine Abweichung von der (symmetrischen) Parabel zu sehen, bei vertikalem Versatz hingegen ist kein Unterschied zu einer Parabel zu erkennen, d.h. die Dispersion ist – wie nach Gl. 7.7 zu erwarten – für einen vertikalen Versatz vernachlässigbar.

Bei einem transversalem Versatz des Elektronenstrahls muß bei den Kühlmessungen die kollektive Rotation des Elektronenstrahls kompensiert werden. Die Rotationsfrequenz ist unter Vernachlässigung der Zentrifugalkraft gegeben durch (Gl. 2.18):

$$\omega_d = \frac{en_e}{2\epsilon_0 B_{cool}}$$

Verschiebt man den Elektronenstrahl horizontal um X , sehen die Ionen Elektronen mit einer konstanten vertikalen Geschwindigkeitskomponente $v_y = \omega_d \cdot x$, mit $x = X + x_D$. Diese konstante Geschwindigkeit kann durch eine entsprechende Winkeländerung des Elektronenstrahls kompensiert werden. Für kleines ω_d bzw. kleines v_y ist diese gegeben durch $\Delta\Phi_y = v_y/v_0 = \omega_d/v_0 \cdot x$ Entsprechendes gilt für einen vertikalen Versatz ΔY ($\Delta\Phi_x = v_x/v_0 = \omega_d/v_0 \cdot y$, mit $y = Y$, wobei der zusätzliche kleine Versatz in x aufgrund der Dispersion in diesem Fall auch zu einer kleinen Winkeländerung $\Delta\Phi_y = \omega_d/v_0 \cdot x_D$ führt). Bei Einstellen eines horizontalen, bzw. vertikalen Versatzes wurde deshalb der vertikale bzw. horizontale Winkel des Elektronenstrahls entsprechend nachoptimiert. Die am Kontrollpult eingestellten Werte für couplx bzw. couply in bits, entsprechen transversalen Magnetfeldern $B_{\perp j}$, mit denen der Winkel des Elektronenstrahls manipuliert wird:

$$B_{\perp j}[\text{Tesla}] = \frac{\text{coupl}j[\text{bits}]}{237.78951 \cdot 10^4} \quad j = x, y \quad (7.10)$$

Hiermit ergibt sich der entsprechende Winkel zu $\Phi_j = B_{\perp j}/B_{cool}$.

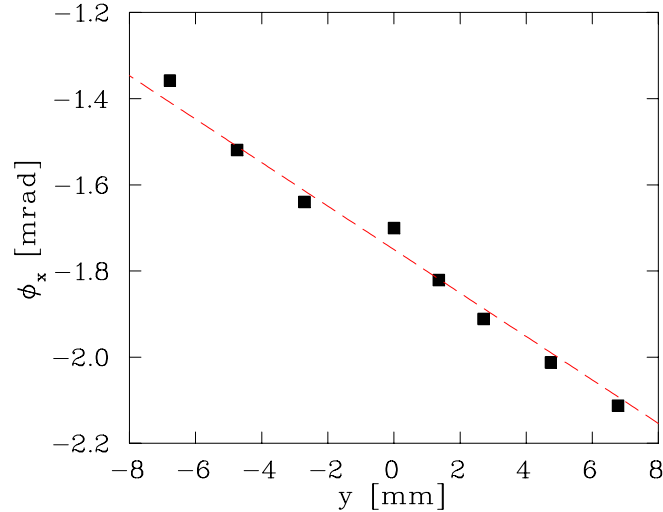


Abbildung 7.7: Horizontaler Winkel des Elektronenstrahls als Funktion des vertikalen Versatzes des Elektronenstrahls ($y = Y$); experimentell bestimmte Werte (Quadrate), berechnete Werte (gestrichelte Linie).

In den Abb. 7.7 und 7.8 sind die experimentell bestimmten Winkel Φ_j als Funktion des jeweiligen Versatzes zu sehen. Gestrichelte Linien sind Geraden mit der erwarteten Steigung ω_c/v_0 , der Offset dieser Geraden wurde gefittet und beträgt $\Phi_{x_0} = -1.75$ mrad horizontal und $\Phi_{y_0} = 1.47$ mrad vertikal. In die Steigung der Geraden geht die Elektronendichte, das magnetische Führungsfeld in der Wechselwirkungszone und die Geschwindigkeit des Ionenstrahls ein (hier: $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $B_{cool} = 418$ Gauß, $v_0 = 11.4 \% c$, wie für $^{12}\text{C}^{6+}$ 73.3 MeV erforderlich). In die Absolutwerte der Winkel geht das Führungsfeld, die Umrechnung Gl. 7.10 und der kalibrierte Versatz des Elektronenstrahls ein. Die Übereinstimmung zwischen den experimentell bestimmten und den gerechneten Steigungen ist hervorragend.

Die Dispersion am Ort des BPM und damit auch am Ort der Wechselwirkungszone wurde folgendermassen bestimmt: Der Ionenstrahl wurde bei der gewählten Einstellung des TSR zunächst gekühlt. Nach Abschalten der Elektronenkühlung wurde dann das Magnetfeld der Dipole um ΔB geändert und das horizontale Strahlprofil aufgenommen. In erster Ordnung wird durch $\Delta B/B$ die gleiche horizontale Änderung der Sollbahn wie durch $-\Delta p_i/p_i$ hervorgerufen [59]. Die Messung ist in Abb. 7.9 dargestellt. Aufgetragen ist der Schwerpunkt des horizontalen Strahlprofils

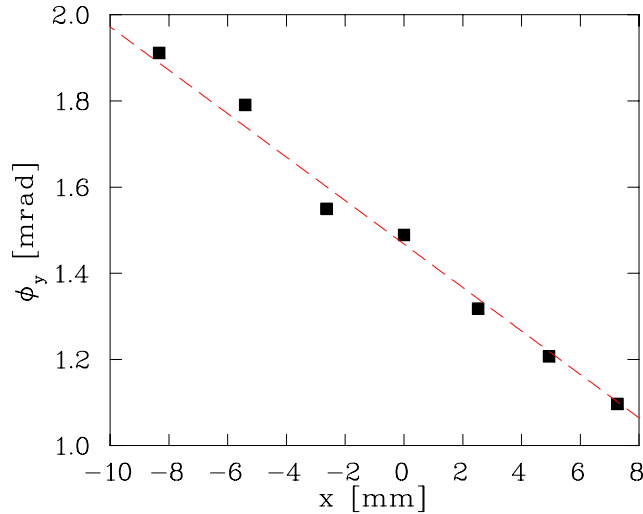


Abbildung 7.8: Vertikaler Winkel des Elektronenstrahls als Funktion des horizontalen Versatzes des Elektronenstrahls ($x = X + x_D$); experimentell bestimmte Werte (Quadrate), berechnete Werte (gestrichelte Linie).

über der relativen Änderung des Magnetfeldes der Dipole des TSR. Ein linearer Fit ergibt $D_S = 1.63$ m.

7.3 Kühlraten und Kühlkräfte

Die Experimente zur dispersiven Elektronenkühlung wurden mit $^{12}\text{C}^{6+}$ Ionen der Energie 73.3 MeV bei einem Ionenstrom von $20 \mu\text{A}$ durchgeführt. Für die Messung der longitudinalen Kühlkraft wurde die IndAcc-Methode (Abschnitt 5.1.1) benutzt. Die Parameter des Elektronenkühlers betragen $n_e = 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $B_{cool} = 418$ Gauß, Expansionsfaktor 9.6. Die longitudinale Kühlkraft und die transversalen Kühlraten wurden systematisch für vertikalen und horizontalen Versatz des Elektronenstrahls gemessen. Dabei wurde bei horizontalem (vertikalem) Versatz jeweils der vertikale (horizontale) Winkel des Elektronenstrahls nachoptimiert (siehe Abschnitt 7.2).

Im folgenden soll der Abstand x des Schwerpunktes des Elektronenstrahls zur Sollbahn der Ionen $x = X + x_D$ betrachtet werden. $v_0(x)$ ist die Laborgeswindigkeit der Ionen, bei der die longitudinale Kühlkraft verschwindet, d.h. $v_0(x) = \langle v_e(x) \rangle$. Die longitudinale Kraft auf ein Ion mit der Laborgeswindigkeit $v_{i\parallel}$ im linearen Bereich ist:

$$F_{\parallel}(v_{i\parallel}; x) = -\alpha_{\parallel}(v_{i\parallel} - \langle v_e(x + \Delta x_D) \rangle) \quad (7.11)$$

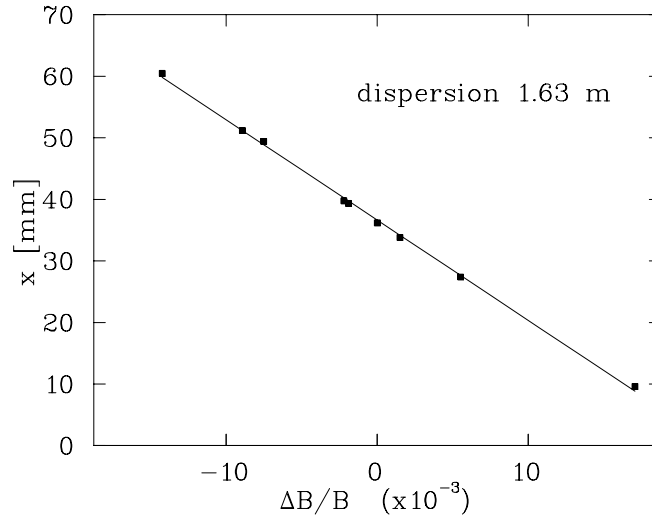


Abbildung 7.9: Dispersion am Ort des BPM. Schwerpunkt des horizontalen Strahlprofils als Funktion der relativen Magnetfeldänderung der TSR Dipole. Durchgezogene Linie ist eine angefittete Gerade.

wobei Δx_D den zusätzlichen Versatz durch die Dispersion bezeichnet, d.h.

$$\Delta x_D = D_s \frac{v_{\parallel}}{v_0(x)} \quad (7.12)$$

mit $v_{\parallel} = v_{i\parallel} - v_0(x) = v_{i\parallel} - \langle v_e(x) \rangle$. Somit ist:

$$\begin{aligned} F_{\parallel}(v_{i\parallel}; x) &= -\alpha_{\parallel}(v_{i\parallel} - \langle v_e(x) \rangle) + \langle v_e(x) \rangle - \langle v_e(x + \Delta x_D) \rangle \\ &= -\alpha_{\parallel}(v_{\parallel} - 2\alpha_D x \Delta x_D) \\ &= -\alpha_{\parallel} \left(1 - \frac{2\alpha_D D_s}{v_0(x)} x\right) \cdot v_{\parallel} \end{aligned} \quad (7.13)$$

Dabei wurde der Term in Δx_D^2 vernachlässigt. Die Kraft als Funktion der Relativgeschwindigkeit v_{\parallel} ist:

$$F_{\parallel}(v_{\parallel}; x) = -\alpha_{\parallel}^*(x) \cdot v_{\parallel} \quad (7.14)$$

mit $\alpha_{\parallel}^* = \alpha_{\parallel} \left(1 - (2\alpha_D D_s)/v_0(x) \cdot x\right)$. Gemessen wird die Änderung der Umlauffrequenz bei $F_{\text{IndAcc}} \neq 0$ relativ zu $F_{\text{IndAcc}} = 0$, d.h. $\Delta f/f = \eta \cdot \Delta v/v_0(x)$ mit $\Delta v = v_{i\parallel} - v_0(x) = v_{\parallel}$, d.h. direkt des relevanten v_{\parallel} . Da Δv die aus der Frequenzanalyse bestimmte Geschwindigkeit ist, stellt $\alpha_{\parallel}^*(x)$ den gemessenen Reibungskoeffizienten dar:

$$\alpha_{\parallel}^*(x) = \alpha_{\parallel} \cdot \left(1 - 2 \frac{\alpha_D D_s}{v_0} \cdot x\right) \quad (7.15)$$

Bei Verschiebung in Y sind die Effekt durch den zusätzlichen Versatz wieder vernachlässigbar, und man findet mit $y = Y$:

$$F_{\parallel}(v_{\parallel}; y) = -\alpha_{\parallel} \cdot v_{\parallel} \quad (7.16)$$

Bei vertikalem Versatz ändern sich weder die longitudinale Kühlkraft (Abb. 7.10) noch die transversalen Kühlraten (Abb. 7.11) im Rahmen der Meßgenauigkeit. Der mittlere longitudinale Reibungskoeffizient beträgt $6.6 \cdot 10^{-4} \text{ eVs/m}^2$ und die mittleren transversalen Kühlraten betragen $1/\tau_x = 23 \cdot 1/\text{s}$ und $1/\tau_y = 25 \cdot 1/\text{s}$ (gestrichelt eingezeichnet in den Abbildungen). Die longitudinale Kraft und die transversalen Raten sind damit beide ca. 20 – 25 % größer als die entsprechenden Werte, die im Standardmode gemessen wurden (vgl. Abschnitt 5.1.1 und 5.3.3). Der Unterschied mag auf die unterschiedlichen optischen Funktionen in der Kühlerstrecke aufgrund des gedrehten Lattices zurück zu führen sein. Insbesondere ist aufgrund der größeren Dispersion in der Kühlerstrecke die horizontale Strahlbreite des gekühlten Strahls etwas größer im Vergleich zu der bei kleinerer Dispersion $D_S = 0.3 \text{ m}$.

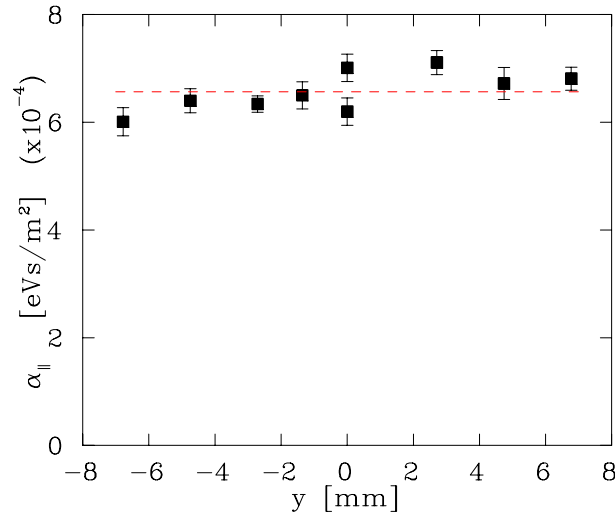


Abbildung 7.10: Reibungskoeffizient der longitudinalen Kühlkraft als Funktion des vertikalen Versatzes des Elektronenstrahls ($y = Y$); gestrichelt eingezeichnet ist der Mittelwert $6.6 \cdot 10^{-4} \text{ eVs/m}^2$. α_{\parallel} wurde mit Hilfe des IndAccs bestimmt.

Die mit Hilfe des IndAccs gemessenen Reibungskoeffizienten sind in Abb. 7.12 gezeigt. Die Koeffizienten sind über dem horizontalen Abstand x der Achsen von Ionen und Elektronenstrahl aufgetragen. Der Reibungskoeffizient nimmt für positives x ab und für negatives x zu. Gestrichelt ist eine Funktion nach Gl. 7.15 eingezeichnet, wobei für $\alpha_{\parallel} = 6.6 \cdot 10^{-4} \text{ eVs/m}^2$ der Mittelwert der beiden Messungen bei $x = 0$ genommen wurde. Die Daten werden durch diese Funktion hervorragend beschrieben,

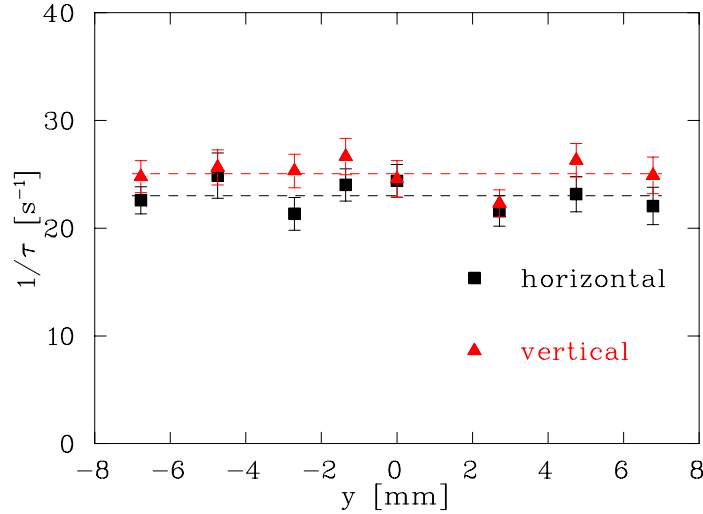


Abbildung 7.11: Transversale Kühlraten als Funktion des vertikalen Versatzes des Elektronenstrahls um $y = Y$; gestrichelt eingezeichnet sind die Mittelwerte $1/\tau_x = 23 \cdot 1/s$ und $1/\tau_y = 25 \cdot 1/s$.

wobei in die Funktion nur die Größen Elektronendichte, Geschwindigkeit $v_0(x)$ und die gemessene Dispersion eingehen.

Die transversalen Kühlraten als Funktion des horizontalen Versatzes sind in Abb. 7.13 zu sehen. Die vertikale Kühlrate ist im Rahmen der Meßgenauigkeit unabhängig von x und von der Größe $1/\tau_y = 23.5 \cdot 1/s$ (gestrichelt eingezeichnet in Abb. 7.13). Die horizontale Kühlrate zeigt bezüglich des horizontalen Versatzes ein asymmetrisches Verhalten. Die Kühlrate wird kleiner für negatives x und größer für positives x - also genau umgekehrt wie der longitudinale Reibungskoeffizient. Die horizontale dispersive Kühlrate bezogen auf die Emittanz ist in 7.2 gegeben. Daraus läßt sich die dispersive Kühlrate für die Strahlbreite σ_x berechnen:

$$1/\tau_{x,disp} = \frac{1}{2} \frac{1}{\epsilon_x} \frac{d\epsilon_x}{dt} = -\frac{1}{2} \eta_c \frac{D_S}{p_0} \frac{dF_{\parallel}}{dx} = \eta_c \frac{\alpha_D D_S}{p_0} \alpha_{\parallel} \cdot x \quad (7.17)$$

wobei $dF_{\parallel}/dx = -d/dx[\alpha_{\parallel}^*(x)(v_{i,disp} - \langle v_e(x) \rangle)] \approx \alpha_{\parallel} \cdot d/dx \langle v_e(x) \rangle = -\alpha_{\parallel} \cdot 2\alpha_D x$ angenähert wurde. Man erhält:

$$\frac{1}{\tau_{x,disp}} = D_S \eta_c \frac{n_e e^2}{4\epsilon_0 m_i v_i m_e v_e} \alpha_{\parallel} \cdot x \quad (7.18)$$

In Abb. 7.13 ist als durchgezogene Linie die Funktion $1/\tau_x = 22 \cdot 1/s + 1/\tau_{x,disp}$ eingezeichnet, wobei die Rate $1/\tau_{x,disp}$ aus 7.18 mit den experimentellen Parametern und dem Reibungskoeffizienten $\alpha_{\parallel}^*(x=0) = 6.6 \cdot 10^{-4} \text{ eVs/m}^2$ (Abb. 7.12) berechnet

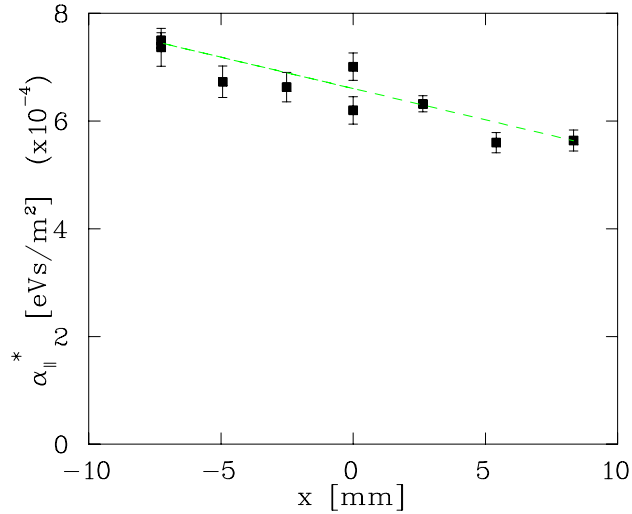


Abbildung 7.12: Reibungskoeffizient der longitudinalen Kühlkraft als Funktion des horizontalen Versatzes des Elektronenstrahls ($x = X + x_D$); gestrichelt eingezeichnet ist $\alpha_{\parallel}^* = \alpha_{\parallel} \cdot (1 - 2\alpha_D D_S / v_0(x) \cdot x)$, wobei α_{\parallel} aus dem Mittelwert der Messungen bei $x = 0$ berechnet wurde (siehe Text).

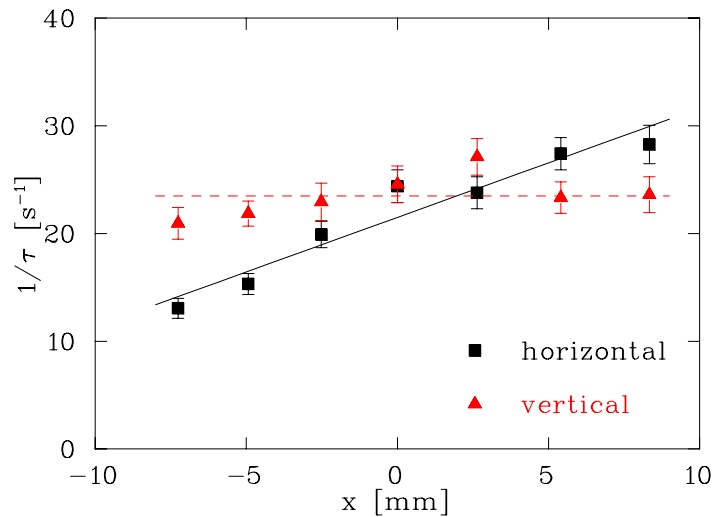


Abbildung 7.13: Transversale Kühlraten als Funktion des horizontalen Versatzes; gestrichelt eingezeichnet ist der Mittelwert $1/\tau_y = 23.5 \cdot 1/s$; die durchgezogene Linie ist $1/\tau_x = 22 \cdot 1/s + 1/\tau_{x,disp}$ berechnet nach Gl. 7.17.

wurde und der Offset von $22 \cdot 1/s$ gefittet wurde. Der Verlauf der horizontalen Kühlraten wird dadurch sehr gut wiedergegeben.

7.4 Summe der Reibungskoeffizienten

Mit dem Ausdruck für die horizontale Kühlrate $1/\tau_x = 1/\tau_x(x=0) + 1/\tau_{x,disp}$ (Gl. 7.17 und der Näherung 7.15 kann die Summe der Reibungskoeffizienten analytisch angegeben werden:

$$\begin{aligned}\sum_i \alpha_i(x) &= \alpha_{\parallel}^*(x) + \frac{2m_i}{\eta_c} (1/\tau_x(x) + 1/\tau_y(x)) \\ &= \alpha_{\parallel} \left(1 - 2 \frac{\alpha_D D_S}{v_0(x)} \cdot x \right) + \alpha_x(x=0) + 2 \frac{\alpha_D D_S}{v_0(x)} \alpha_{\parallel} \cdot x + \alpha_y \\ &= \alpha_{\parallel} + \alpha_x(x=0) + \alpha_y = const\end{aligned}\tag{7.19}$$

Die Summe aller drei Reibungskoeffizienten ist also konstant und unabhängig von x , d.h. mit Hilfe der dispersiven Elektronenkühlung kann longitudinale Kühlrate in transversale Rate umgewandelt werden.

Die Dispersion in der Kühlersektion am TSR kann theoretisch auf 6 - 8 m erhöht werden. Dies bedeutet, daß bei einem horizontalen Versatz des Elektronenstrahls von 5 mm, die dispersive Rate bei einer Elektronendichte $n_e \approx 10^7 \text{ cm}^{-3}$ von der gleichen Größe wie die horizontale Kühlrate aufgrund der Elektronenkühlkraft ist. Ist die Position des Elektronenstrahls ringinnen (d.h. $x = -5 \text{ mm}$), kann die Summe aus horizontaler Kühlrate aufgrund der Elektronenkühlung und dispersiver Kühlrate negativ werden, also insgesamt horizontal heizend wirken. Ab einer Elektronendichte von $n_e \approx 3 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$ ist die dispersive Rate für $x = 5 \text{ mm}$ größer als die longitudinale Kühlrate, d.h. bei dieser hohen Dispersion ist es im Bereich der angegebenen Elektronendichten theoretisch möglich, daß bei einem Versatz von $x = 5 \text{ mm}$ longitudinale und horizontale Kühlrate gleich groß werden.

8 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde erstmals die Elektronenkühlung schwerer Ionen systematisch sowohl longitudinal als auch transversal untersucht. Transversal wurde eine Methode erarbeitet, um Kühlraten für kleine Relativgeschwindigkeiten zu bestimmen, die einen Rückschluß auf den Reibungskoeffizienten zulassen. Longitudinal wurde die Kühlkraft im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten sowohl mit einem Induktionsbeschleuniger als auch mit Hilfe von stochastischem Heizen gemessen. Letztere Methode wurde im Rahmen dieser Arbeit erfolgreich am TSR implementiert.

Erstmals wurden der Einfluß des Magnetfeldes und der Expansion des Elektronenstrahls, bzw. der transversalen Elektronentemperatur experimentell untersucht. Oberhalb von ca 350 Gauß zeigten die Reibungskoeffizienten einen flachen Verlauf mit steigender Feldstärke, die transversale Temperatur zeigte bei ansonsten gleichen Parametern keinen signifikanten Einfluß auf longitudinale und transversale Reibungskoeffizienten. Dieses Ergebnis und die Tatsache, daß die transversale Kühlrate unerwartet groß ist (die experimentelle Rate ist etwa einen Faktor 4 - 8 (abhängig von der Ladung Z des Ions) kleiner als die longitudinale Rate - im Vergleich dazu liefert die Theorie ohne Magnetfeld einen Faktor von 30) sind deutliche Hinweise auf den Einfluß des Magnetfeldes, bzw. auf das Vorhandensein der magnetischen Kühlkraft.

Im Rahmen der Untersuchungen zur Ladungsabhängigkeit der Kraft wurden die Parameter Elektronendichte, Ionenintensität und Ionenladung im linearen Regime der Kraft untersucht. Die Ergebnisse sind in Tab. 8.1 aufgelistet. Der Reibungs-

	F_{\parallel} (IndAcc)	F_{\perp} ($1/\tau_{x,y}$)	F_{\parallel} (Rauschmethode)
$F_j \propto n_e^{\xi}$	$\xi = 0.72 \pm 0.07$	$\xi = 0.72 \pm 0.07$	$\xi = 0.45 \pm 0.07$
$F_j \propto Z^{\kappa}$	$\kappa = 1.3$	$\kappa = 1.6$	$\kappa = 1.2$
Ionenstrom abhängigkeit	ja	ja	nein
Lage v_{max} der Extrema der Kraft			$v_{max} \propto n_e^{1/6}$ $v_{max} = f(Z)$

Tabelle 8.1: Ergebnisse zur Ladungsabhängigkeit der Kühlkraft im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten. Longitudinale Kühlkraftmessungen mit Hilfe des IndAccs und der Rauschmethode im Vergleich zu transversalen Kühlratenmessungen ($1/\tau_{x,y}$).

koeffizient, bzw. die Kraft für kleine Relativgeschwindigkeiten steigt schwächer als

linear mit der Elektronendichte ($\propto n_e^\xi$ mit $\xi < 1$). IndAcc-Messung und Kühlraten liefern einen Exponenten ξ von etwa 0.72, die Rauschmethode liefert jedoch einen systematisch kleineren Wert von $\xi = 0.45$. Eine solche Elektronendichteabhängigkeit erwartet man für den longitudinalen Reibungskoeffizienten nach einer dielektrischen Theorie, die das Magnetfeld berücksichtigt ($\xi = 0.59 - 0.83$), bzw. auch nach dem binären Stoßmodell ohne Berücksichtigung des Magnetfelds ($\xi = 0.74$), wenn man voraussetzt, daß die longitudinale Elektronentemperatur durch die Elektronendichte gegeben ist ($kT_{\parallel} \propto n_e^{1/3}$). Aus den Messungen mit Hilfe des stochastischen Heizens konnte darüberhinaus die Lage v_{max} der Extrema der Kraft in Abhängigkeit von der Elektronendichte gemessen werden. Dabei ergibt sich, daß das Maximum der Kraft mit steigender Elektronendichte zu größeren Geschwindigkeiten wandert ($v_{max} \propto n_e^{1/6}$). Dies erwartet man, wenn die Lage der Extrema von der longitudinalen Elektronentemperatur bestimmt wird und diese wiederum wie oben erwähnt von der Dichte abhängt. Des weiteren konnte man feststellen, daß die Lage der Extrema von der Ionenladung des gekühlten Ions selbst abhängt. Dies deutet auf nichtlineare Effekte aufgrund der starken Kopplung zwischen Elektronen und Ionenplasma hin und kann deshalb mit Hilfe von linearen Theorien, in denen die Störung des Elektronengases durch die Ionenladung vernachlässigt wird, nicht erklärt werden. Bei der Ladungsskalierung scheinen sich longitudinale und transversale Kraft in dem untersuchten Bereich von $Z = 1 - 8$ zu unterscheiden. Longitudinal skalieren die Reibungskoeffizienten wie $Z^{1.3}$ (IndAcc-Messung) bzw. $Z^{1.2}$ (Heizmethode), während die transversalen Kühlraten auf eine Skalierung mit $Z^{1.6}$ hinweisen. Beide Skalierungen sind schwächer als die Theorie ohne Magnetfeld vorhersagt ($Z^{1.85}$). Aufgrund der unterschiedlichen Skalierung longitudinal und transversal, ist das Verhältnis der Kräfte abhängig von der Ladung des Ions. Für einfach geladene Ionen ist die longitudinale Kraft einen Faktor 4 größer als die transversale, für $Z = 6 - 8$ nur noch einen Faktor 2.

Qualitativ besitzen transversale Kühlraten und longitudinale Reibungskoeffizienten, die mit Hilfe des Induktionsbeschleunigers gemessen wurden, als Funktion des Ionenstroms den gleichen Verlauf. Die longitudinalen Kräfte, wie sie mit der Heizmethode aufgenommen wurden, sind von der gleichen Größenordnung wie die aus der IndAcc-Messung. Sie sind jedoch systematisch größer und scheinen dabei nicht von der gespeicherten Ionenintensität, bzw. der transversalen Geschwindigkeitsverteilung der Ionen abzuhängen. Die Theorie ohne Magnetfeld sagt keine signifikante Änderung einer Komponente der Kühlkraft bei Änderung der Verteilung der dazu senkrechten Ionengeschwindigkeit voraus, wohl aber die linearen Theorien, die das Magnetfeld berücksichtigen. Möglicherweise ist der Effekt des Ionenstroms jedoch auf Nichtlinearitäten der Ionen-Elektronen Wechselwirkung, aufgrund der hohen Phasenraumdichte des zur Messung verwendeten Ionenstrahls einerseits und der kleinen longitudinalen Elektronentemperatur andererseits, zurückzuführen. Transversale Kühlzeitmessungen und IndAcc-Messungen finden bei einer longitudinalen Phasenraumdichte statt, die etwa eine Größenordnung höher ist im Vergleich zur Rauschmethode. Der Unter-

schied in der Ionenstromabhängigkeit zwischen den ersten beiden Methoden und der letzteren könnte möglicherweise in der unterschiedlichen Verteilung im longitudinalen Phasenraum des zur Kühlkraftmessung verwendeten Ionenensembles seine Ursache haben.

Eine für die Elektronenkühlung wichtige Größe stellt die longitudinale Elektronentemperatur dar. Die Abhängigkeit der longitudinalen Elektronentemperatur von der Elektronendichte nach Gl. 2.10 konnte bisher nicht experimentell verifiziert werden. Das neue Heidelberger Elektronentarget [60] wird mit einem longitudinalen Energieanalysator ausgestattet sein, mit dessen Hilfe dieser Punkt möglicherweise experimentell geklärt werden kann.

Die funktionalen Abhängigkeiten der Elektronenkühlung sind, soweit dies die bestehende Anlage des Heidelberger Elektronenkühlers und der Speicherring TSR zulassen, vollständig experimentell untersucht worden. Das Konzept des Heidelberger Elektronentargets sieht vor, den Strahl auf einer Strecke von etwa 1 m auf nahezu beliebige Art beschleunigen zu können, um damit die longitudinale Temperatur des Strahls, wie sie sich aufgrund von Relaxationsprozessen einstellt, beeinflussen zu können. Dies eröffnet die neue Perspektive, erstmals die Elektronenkühlung bei verschiedenen longitudinalen Elektronentemperaturen bei ansonsten gleichen Parametern zu studieren und so die Abhängigkeit dieser so wichtigen Größe zu untersuchen.

Longitudinale Kühlkräfte wurden auch für hohe Relativgeschwindigkeiten jenseits des linearen Regimes der Kraft gemessen. Hier ist keine Abhängigkeit vom gespeicherten Ionenstrom zu erkennen, die Kraft skaliert mit $n_e \cdot Z^2$ und stimmt mit der Theorie, die kein Magnetfeld berücksichtigt, überein. Transversal lässt sich die Kraft nicht für Relativgeschwindigkeiten jenseits des linearen Regimes messen. Jedoch ist dieser Bereich gerade interessant, bzw. wichtig für die Kühlung injizierter Ionenstrahlen, bzw. für die Akkumulation von Ionen im Speicherring. Für die Elektronenkühlung von Ionenstrahlen großer anfänglicher Strahldurchmesser wurde deshalb eine empirische Kühlzeit definiert und systematisch studiert. Experimente mit zahlreichen Ionensorten führten zu einer empirischen Formel für diese Kühlzeit. Man erhält grob eine Skalierung von $n_e^\chi \cdot Z^2/A$ mit $\chi \approx 0.64$.

Weiter wurde im Rahmen der Ladungsabhängigkeit der Kühlkraft die strahlinterne Streuung (IBS) untersucht. Neben den Emittanzen und Impulsschärfen im Gleichgewicht zwischen Elektronenkühlung und IBS wurden sogenannte IBS Blowups aufgenommen. Diese bestehen in der Messung der Strahlbreite als Funktion der Zeit nach Abschalten der Elektronenkühlung und konnten sehr gut mit einem einfachen Modell beschrieben werden. Dieses Modell erlaubt es auch, die Skalierung der IBS-Rate λ_{IBS} zu prüfen. Die Theorie fordert $\lambda_{IBS} \propto N \cdot Z^4/A^2$ in Übereinstimmung mit dem Experiment (wobei im Experiment $Z/A = 1/2$ konstant war).

Des weiteren wurde erstmals die dispersive Elektronenkühlung untersucht. In diesem Verfahren versetzt man horizontal die Achsen von Ionen- und Elektronenstrahl. Aufgrund des parabolischen Geschwindigkeitsprofils der Elektronen erzeugt man dadurch einen transversalen Gradienten der longitudinalen Kühlkraft, der, zu-

sammen mit der Dispersion, zu einer zusätzlichen Kühl- bzw. Heizrate führt. Somit ist es möglich, die horizontale Kühlrate zu beeinflussen. In diesem Rahmen wurde die Raumladungsparabel und die Rotation des Elektronenstrahls detailliert untersucht und konsistent durch die gemessenen Größen Elektronendichte und Dispersion beschrieben. Die gemessenen Kühlkräfte und Kühlraten konnten dabei hervorragend mit Hilfe eines Modells, das die Raumladungsparabel und die Dispersion berücksichtigt, erklärt werden, so daß die dispersive Elektronenkühlung wohlverstanden ist.

Ein gutes Verständnis der Elektronenkühlung ist unerlässlich im Hinblick auf den Betrieb bestehender Anlagen, das Design zukünftiger Elektronenkühler, bzw. Elektronentargets und das Ausdehnen der Elektronenkühlung auf höhere Laborenergien (\approx GeV/u Ionenenergie). Dies erfordert wesentliche Fortschritte in der Theorie zur Elektronenkühlung. So ist es beispielsweise mit den bestehenden linearen Theorien, die das Magnetfeld berücksichtigen, nicht möglich sinnvolle transversale Reibungskoeffizienten zu berechnen. Die Theorien liefern im Bereich kleiner Relativgeschwindigkeiten entweder keine lineare Abhängigkeit der transversalen Kraft mit der Geschwindigkeit oder Kräfte, die das gleiche Vorzeichen besitzen wie die Kraft und damit heizend wirken. Wünschenswert wäre die Entwicklung einer Theorie, die Nichtlinearitäten, bzw. die starke Kopplung von Elektronen- und Ionenplasma, das longitudinale Magnetfeld und die anisotrope Elektronenverteilung gleichzeitig berücksichtigt und zuverlässige Aussagen über longitudinale und transversale Kraft erlaubt. Die experimentellen Ergebnisse dieser Arbeit, bzw. der im Rahmen dieser Untersuchungen erarbeitete Datensatz zur Elektronenkühlung dienen in hervorragendem Maße als Prüfstein für solche Theorien.

Literaturverzeichnis

- [1] G. I. Budker. *Atomnaya Energiya* 22, 346, 1967.
- [2] G. I. Budker, N. S. Dikansky, V. I. Kudelainen, I. N. Meshkov, V. V. Parchomchuk, D. V. Pestrikov, A. N. Skrinsky, and B. N. Sukhina. Experimental studies of electron cooling. *Particle Accelerators*, 7, 1976.
- [3] I. N. Meshkov. Electron cooling - the first 30 years and thereafter. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 391, 1997.
- [4] M. Bell, J. Chaney, S. Cittolin, H. Herr, H. Koziol, F. Krienen, G. Lebé, P. Møller-Petersen, G. Petrucci, H. Poth, T. Sherwood, G. Stefanini, C. Taylor, L. Tecchio, C. Rubbia, S. van der Meer, and T. Wikberg. Electron cooling experiment at CERN. *Physics Letters*, 87B(3), 1979.
- [5] T. Ellison, W. Kells, V. Kerner, F. Mills, R. Peters, T. Rathbun, and D. Young. Electron Cooling and Accumulation of 200-MeV Protons at Fermilab. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, NS-30(4), 1983.
- [6] A. Wolf, P. Dittner, C. Habfast, L. Hütten, H. Poth, W. Schwab, B. Seligmann, J. Stein, M. Wörtge, S. Baird, J. Bossert, M. Chanel, M. Giradini, H. Haseroth, C. E. Hill, P. Lefèvre, R. Ley, D. Manglunki, D. Möhl, G. Molinare, A. Poncet, and J.-L. Tranquille, G. and Vellet. Results from electron cooling experiments at LEAR. In *Proc. Europ. Part. Accel. Conf., Rom.*
- [7] T. Tanabe, K. Noda, T. Honma, M. Kodaira, K. Chida, T. Watanabe, A. Noda, S. Watanabe, A. Mizobuchi, M. Yoshizawa, T. Katayama, and H. Muto. Electron cooling experiments at INS. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*, A 307:7 – 25, 1991.
- [8] B. Franzke. The heavy ion storage and cooler ring project at GSI. *Nuclear Instruments and Methods B*, 24/25(18), 1987.
- [9] R. Stensgaard. ASTRID - the Aarhus storage ring. *Physica Scripta*, T 22, 1988.
- [10] H. Danared. Electron cooling at CRYRING. *Physica Scripta*, 48(405), 1993.

- [11] E. Jaeschke, D. Krämer, W. Arnold, G. Bisoffi, M. Blum, A. Friedrich, Chr. Geyer, M. Grieser, D. Habs, H.-W. Heyng, B. Holzer, R. Ihde, M. Jung, K. Matl, R. Neumann, A. Noda, W. Ott, B. Povh, R. Repnow, F. Schmitt, M. Steck, and E. Steffens. In *Proc. European Particle Accelerator conf., Rom, 1988*, volume 1, page 365. Tazzari, S., Singapore, 1989. (World Scientific).
- [12] E. Jaeschke, G. Bisoffi, M. Blum, A. Friedrich, Chr. Geyer, M. Grieser, B. Holzer, H.-W. Heyng, D. Habs, M. Jung, D. Krämer, A. Noda, W. Ott, R.E. Pollock, R. Repnow, F. Schmitt, and M. Steck. First electron cooling of heavy ions at the new Heidelberg storage ring TSR. In *Particle Accelerators*, volume 32, page 97. 1990.
- [13] M. Grieser, D. Habs, R.v. Hahn, C.M. Kleffner, R. Repnow, M. Stampfer, E. Jaeschke, and M. Steck. Advanced stacking methods using electron cooling at the TSR Heidelberg. In *IEEE Particle Accelerator Conference, San Francisco*, volume 5, page 2817, 1991.
- [14] I. Meshkov. Electron cooling: Status and perspectives. *Phys. Part. Nucl.*, 25(6):631, 1994.
- [15] E. Courant and H. Snyder. Theory of the alternating-gradient synchrotron. *Ann. Phys.*, 3, 1958. N. Y.
- [16] K. Wille. *Physik der Teilchenbeschleuniger und Synchrotronstrahlungsquellen*. Teubner, Stuttgart, 1992.
- [17] S. Pastuszka, U. Schramm, M. Grieser, C. Broude, R. Grimm, D. Habs, J. Kenntner, H.-J. Miesner, T. Schüßler, D. Schwalm, and A. Wolf. Electron cooling and recombination experiments with an adiabatically expanded electron beam. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A* 369, 11, 1995.
- [18] T.M. O'Neil and P.G. Hjorth. Collisional dynamics of a strong magnetized pure electron plasma. *Phys. Fluids* 28, 3241, 1985.
- [19] J. D. Jackson. *Classical Electrodynamics*. John Wiley & Sons, Inc., 1975.
- [20] G. Zwicknagel, Spreiter Q., and C. Toepffer. Stopping of ions and local electron densities at strong coupling. *Hyperfine Interactions*, 108 (1997):131 – 139, 1997.
- [21] N. Krall and Trivelpiece A. *Principles of plasma physics*. Mc Graw-Hill Inc., 1973.
- [22] H. Risken. *The Fokker-Planck Equation*. Springer Verlag Berlin Heidelberg New York, 1989.

-
- [23] H. Poth. Electron cooling: Theory, experiment, application. *Physics Reports*, 196, 1990.
- [24] G. Zwicknagel, C. Toepffer, and Reinhard Paul-Gerhard. Stopping of heavy ions in plasmas at strong coupling. *Physics Reports*, 309 (1999), 1999.
- [25] A. H. Sørensen and E. Bonderup. Electron cooling. *Nuclear Instruments and Methods*, 215:27 – 54, 1983.
- [26] G. Gwinner, A. Hoffknecht, T. Bartsch, M. Beutelspacher, N. Eklöw, P. Glans, M. Grieser, S. Krohn, E. Lindroth, A. Müller, A. A. Saghiri, S. Schippers, U. Schramm, D. Schwalm, M. Tokman, G. Wissler, and A. Wolf. Influence of magnetic fields on electron-ion recombination at very low energies. *Physical Review Letters*, to be published, 1999.
- [27] Ya. S. Derbenev and A. N. Skrinsky. The effect of an accompanying magnetic field on electron cooling. *Particle Accelerators*, 8:235 – 243, 1978.
- [28] A. Wolf. *Elektronenkühlung für niederenergetische Antiprotonen*. Doktorarbeit, Universität Karlsruhe (T.H.), 1985.
- [29] A. Wolf. *Wechselwirkung zwischen hochgeladenen Ionen und freien Elektronen in einem Ionenspeicherring: dynamische Reibung und Rekombination*. Habilitationsschrift, 1992. MPI H - V 15.
- [30] A. Wolf, C. Ellert, M. Grieser, D. Habs, B. Hochadel, R. Repnow, and D. Schwalm. Charge dependence of the electron cooling force for heavy ions. In J. Bossert, editor, *Workshop on beam cooling and related topics*, Montreux, Switzerland, 1993.
- [31] S. Mannervik, D. De Witt, L. Engström, J. Lidberg, E. Lindroth, R. Schuch, and W. Zong. Strong Relativistic Effects and Natural Linewidths Observed in Dielectronic Recombination of Lithiumlike Carbon. *Physical Review Letters*, 81(2), 1998.
- [32] R. Schuch, W. Zong, W. Spies, P. Glans, and H. Danared. A first study of dielectronic recombination with the super-expanded electron beam in CRYRING. *Hyperfine Interactions*, 115, 1998.
- [33] H. Danared. Electron cooling at CRYRING with an expanded electron beam. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*, A 391, 1997.
- [34] G. Gwinner, M. Hoppe, D. Kratzmann, D. Orlov, S. Pastuszka, M. Schmitt, D. Schwalm, G. Sikler, U. Weigel, G. Wissler, and A. Wolf. Development of Cold Magnetized Electron Beams for the TSR. Tätigkeitsbericht 1997/1998, Max Planck Institut für Kernphysik, Heidelberg, 1999.

- [35] M. Walter, C. Toepffer, and G. Zwicknagel. Particle-in-cell simulation of the stopping power in the presence of a magnetic field. *Hyperfine Interactions*, 115, 1998.
- [36] Günter Zwicknagel. Nonlinear energy loss of highly charged heavy ions. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 441, 2000.
- [37] B. Hochadel, F. Albrecht, M. Grieser, D. Habs, D. Schwalm, Szmola E., and A. Wolf. A residual-gas ionization beam profile monitor for the Heidelberg Test Storage Ring TSR. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A* 343, 401, 1994.
- [38] K. Tetzlaff. *Entwicklung einer Benutzeroberfläche für den TSR und Anwendungen im Bereich der Strahldiagnose*. Diplomarbeit, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 1997. MPI H - V23 - 1997.
- [39] B. Hochadel. *Ein Strahlprofilmonitor nach der Methode der Restgasionisation für den Heidelberger Testspeicherring TSR*. Diplomarbeit, Max Planck Institut für Kernphysik, Heidelberg, 1990. MPI H- 1990-V- 19.
- [40] B. Hochadel. *Untersuchungen zum Intrabeam Scattering am TSR*. Doktorarbeit, Max Planck Institut für Kernphysik, Heidelberg, 1994. MPI H - V34 - 1994.
- [41] W. Schottky. Über spontane Stromschwankungen in verschiedenen Elektrizitätsleitern. *Annalen der Physik*, 57, 1918.
- [42] A. Hofmann. Vlasov equation and Landau damping. In S. Turner, editor, *Fourth Advanced Accelerator Physics Course*, CERN 92-01. CERN, 1992.
- [43] U. Schaaf. *Schottky-Diagnose und BTF-Messungen an gekühlten Strahlen im Schwerionenspeicherring ESR*. Doktorarbeit, Universität Frankfurt, 1991.
- [44] F. Caspers, M. Chanel, and U. Oeftiger. A Novel Method of Noise Suppression in Beam Transfer Function Measurements. In *Proceedings of the Particle Accelerator Conference*, volume 3, pages 2157–2159, Washington, D.C., May 1993. Continuous Electron Beam Accelerator Facility, CEBAF.
- [45] Uwe Oeftiger. *Measurement of Beam Properties and Beam Environment in LEAR and COSY using RF Excitation Methods*. Doktorarbeit, Universität Bonn, Forschungszentrum Jülich, 1994.
- [46] M. Beutelspacher. *Untersuchungen zur transversalen Elektronenkühlung am Heidelberger Schwerionenspeicherring TSR*. Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 1997. MPI H - V22 - 1997.

-
- [47] C. Ellert, D. Habs, E. Jaeschke, T. Kamara, M. Music, D. Schwalm, Sigray.P., and A. Wolf. An induction accelerator for the Heidelberg Test Storage Ring TSR. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A* 314, 1992.
- [48] C. Ellert. *Aufbau und erste Experimente mit dem Induktionsbeschleuniger am Heidelberger Speicherring TSR*. Diplomarbeit, Ruprecht-Karls Universität Heidelberg, 1991. MPI-V6-1991.
- [49] H Poth, W. Schwab, B. Seligmann, M. Wörtge, A. Wolf, S. Baird, J. Bossler, M. Chanel, H. Haseroth, C.E. Hill, R. Ley, D. Manglunki, D. Möhl, G. Tranquille, and J.L. Vallet. Further results and evaluation of electron cooling experiments at LEAR. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A* 287, 1990.
- [50] S. van der Meer. Stochastic extraction, a low ripple version of resonant extraction. In *CERN/PS/AA 78-6*. CERN, Genf, 1978.
- [51] Alexander Schnase, F.-J. Etzkorn, and H. Stockhorst. Optimising the Computed Noise for Slow Extraction. IKP Annual Report 1998, COSY Jülich, 1998.
- [52] Alexander Schnase, M. Böhnke, F.-J. Etzkorn, M. Simon, and H. Stockhorst. Developments for Extraction with USE: Revised User Interface & Computed Noise on CD. IKP Annual Report 1997, COSY Jülich, 1997.
- [53] M. Engelson. Random noise measurement with the spectrum analyzer. Tektronix, Inc., Application note, 1989.
- [54] M. Martini. *CERN PS/84-9 (AA)*, 1984.
- [55] H. Danared, G. Andler, L. Bagge, C. J. Herrlander, J. Hilke, J. Jeansson, A. Källberg, A. Nilsson, Paál, K.-G. Rensfelt, U. Rosengård, J. Starker, and M. af Ugglas. Electron cooling with an Ultracold Electron Beam. *Physical Review Letters*, 72, 1994.
- [56] H. Danared, A. Källberg, G. Andler, L. Bagge, F. Österdahl, , A. Paál, K.-G. Rensfelt, A. Simonsson, Ö. Skeppstedt, and M. af Ugglas. Studies of electron cooling with a highly expanded electron beam. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, A* 441, 2000.
- [57] T. Tanabe, K. Noda, T. Yosiyuki, M. Hosino, I. Watanabe, K. Chida, T. Watanabe, T. Honma, I. Katayama, Y. Arakaki, Y. Haruyama, M. Saito, I. Nomura, and K. Hosno. A liquid-helium-free superconducting electron cooler at the storage ring TARN II. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, A* 441, 2000.

- [58] I. Lauer, U. Eisenbarth, M. Grieser, R. Grimm, P. Lenisa, V. Luger, T. Schätz, U. Schramm, D. Schwalm, and M. Weidemüller. Transverse laser cooling of a fast stored ion beam through dispersive coupling. *Phys. Rev. Lett.* *81*, 2052 (1998), 1998.
- [59] M. Grieser, F. Albrecht, D. Habs, R. v. Hahn, B. Hochadel, C.-M. Kleffner, J. Liebmann, R. Repnow, D. Schwalm, G. Bisoffi, and E. Jaeschke. Operatin of the TSR close to the Transition Energy. In J. Bosser, editor, *Workshop on beam cooling and related topics*, Montreux, Switzerland, October 1993.
- [60] M. Schmitt. *Erzeugung energiescharfer Elektronenstrahlen*. Doktorarbeit, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 1999.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen danken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Herrn Prof. Dr. Dirk Schwalm danke ich für die Aufnahme in die Schwerionengruppe, durch die ich das interessante Umfeld von Beschleunigern und Speicherringen kennen lernen konnte. Herrn Prof. Dr. H.-Jürgen Kluge danke ich für die Bereitschaft, das Zweitgutachten anzufertigen.

Weiterhin gilt mein Dank vor allem Dr. Manfred Grieser, der virtuos den TSR beherrscht und der mit einem schier unerschöpflichen Fundus an Wissen und guten Ideen aufwartet. Seine Unterstützung hat wesentlich zu dieser Arbeit beigetragen, sein offenes und freundliches Wesen hat darüber hinaus eine angenehme, freundschaftliche und konstruktive Arbeitsatmosphäre geschaffen. Für zahlreiche anregende Diskussionen danke ich ebenfalls Prof. Dr. Andreas Wolf.

Dank für ihre Unterstützung gebührt ebenfalls dem Team von Beschleuniger und Speicherring, insbesondere Kurt Horn, Dr. Sorin Papureanu, der in Fragen des Resonators mit Rat und Tat zur Seite stand und Peter Werle, der sich wesentlich am Einseitenband-Mischer beteiligt hat.

Dr. Alexander Schnase danke ich für seine freundliche Unterstützung in Sachen digitales Rauschen, Dr. Michel Chanel in Sachen Einseitenbandtechnik. Dr. Koji Noda danke ich für anregende Diskussionen und die gute Zusammenarbeit. Meinem ehemaligen Nachbarn Jens Petersen danke ich für die freundliche Überlassung des CD-Spielers der Marke Sharp, mit dem die longitudinalen Kühlkraftmessungen durchgeführt wurden.

Dank gilt allen meinen Mitdiplomanden und -doktoranden, die meine Zeit am Max-Planck-Institut für Kernphysik eine schöne Zeit werden ließen. Herzlichen Dank auch an Kai Tetzlaff, der uns nach der Diplomarbeit verließ.

Zu guter Letzt danke ich meiner Familie, meinen Freunden, Petra und Charly.